



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA**

ROBSON DA SILVA EUGÊNIO

**EXPLORAÇÕES SOBRE A MÉDIA NO SOFTWARE
TINKERPLOTS 2.0 POR ESTUDANTES DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

**RECIFE
2013**

ROBSON DA SILVA EUGÊNIO

**EXPLORAÇÕES SOBRE A MÉDIA NO SOFTWARE
TINKERPLOTS 2.0 POR ESTUDANTES DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

Orientadora: Profa .Dra. Liliane
Maria Teixeira Lima de Carvalho

RECIFE

2013

Catálogo na fonte
Bibliotecária Andréia Alcântara, CRB-4/1460

E87e	<p>Eugênio, Robson da Silva. Explorações sobre a média no software tinkerplots 2.0 por estudantes do ensino fundamental / Robson da Silva Eugênio. – Recife: O autor, 2013. 230 f.: il. ; 30 cm.</p> <p>Orientadora: Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2013. Inclui Referências, Apêndices e Anexos.</p> <p>1. Estatística educacional. 2. Tecnologia educacional. 3. Interpretação de gráficos. 4. UFPE - Pós-graduação. I. Carvalho, Liliane Maria Teixeira Lima de. II. Título.</p> <p>370.21 CDD (22. ed.) UFPE (CE2013-19)</p>
------	--



ALUNO

ROBSON DA SILVA EUGÊNIO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO

“EXPLORAÇÕES SOBRE A MÉDIA NO SOFTWARE TINKERPLOTS 2.0 POR ESTUDANTES DO
ENSINO FUNDAMENTAL”

COMISSÃO EXAMINADORA:

Presidente e Orientadora
Profa. Dra. Liliâne Maria Teixeira Lima de Carvalho

Examinadora Externa
Profa. Dra. Verônica Yumi Kataoka

Examinador Interno
Prof. Dr. Carlos Eduardo Ferreira Monteiro

Recife, 25 de fevereiro de 2013.

Dedicatória

*A **DEUS** por ter concedido a mim a oportunidade de ser professor e por me guiar em todos os momentos, sempre me enchendo com a SUA presença.*

*Aos meus pais **Aías e Lourdes** por terem me educado e me ensinado a maior lição da vida, amar a Deus sobre todas as coisas e ao meu próximo. Enfim amo vocês.*

*A minha esposa **Nayara** por me fazer feliz, por seu amor e por entender as minhas ausências por conta dos estudos.*

Agradecimentos

Agradeço em primeiro lugar a DEUS porque em sua palavra ELE me diz em (Provérbios 2:3-6) *“e se clamares por inteligência, e por entendimento alçares a voz, se buscares a sabedoria como a prata e como a tesouros escondidos a procurares, então entenderás o temor do Senhor e acharás o conhecimento de DEUS. Porque o Senhor dá sabedoria, e da sua boca vem a inteligência e o entendimento”* Obrigado.

Agradeço de todo o meu coração aos meus pais: Aíás Eugênio da Silva e a Maria de Lourdes da Silva Eugênio, porque estando sobre sua égide me ensinaram a ser um homem, cristão e que desde os primeiros passos acreditaram em mim e me incentivaram a estudar e a buscar os meus sonhos.

Em especial agradeço a minha esposa Nayara, que me incentivou desde o nosso início e que falava que eu deveria continuar estudando para que construíssemos uma vida estruturada juntos. Realmente o seu conselho deu certo e agradeço a DEUS todos os dias por ter colocado você em minha vida, por torcer por mim, por sempre estar me incentivando, cuidando de mim. Te amo e Obrigado.

Aos meus irmãos Roberto e Rodolfo, por sempre torcerem por mim nos bastidores.

Ao meu sogro e sogra Hamilton e Marlene que sempre me ajudaram em oração e que sempre estão na torcida para que eu possa progredir intelecto e espiritualmente.

Também em especial, agradeço a minha orientadora Prof^a. Dr^a. Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho por ter sido uma mãe: que cuida, orienta, corrige, puxa a orelha, se preocupa e sempre está ali com uma palavra de amor e de incentivo. Sendo um exemplo de caráter, pessoa, mãe, amiga, intelectual e pesquisadora. Sempre me levando a refletir sobre o que eu escrevia e sobre a relevância da pesquisa enquanto produção do conhecimento novo. Muito obrigado por ter acreditado e depositado a sua confiança em mim. Que DEUS abençoe a senhora.

Agradeço a todos os moradores da República “Psydyck”: Brunno Lira, pelas conversas, reflexões, discussões e risadas, Raphael Lira pelas ajudas tecnológicas e na casa também, Cristiano de Paula, pelas risadas, orações e exemplo de vida, Carlos Júnior, pelas traduções e incentivos de mestrando, valeu “negão”, Diego e João Marcos pelas conversas e risadas que muitas vezes eram um escape no momento da angústia da escrita da Dissertação.

Agradeço a professora Juliene Barros por ter me ajudado no projeto inicial para a entrada no Mestrado e por todas as conversas e orientações na graduação.

Ao irmão em Cristo José da Rocha “Zé Bolinho”, que muitas vezes me deu caronas de Garanhuns – Recife – Garanhuns e me fortaleceu com suas palavras e brincadeiras.

Agradeço de forma especial a Arthemis Nívia que me ensinou os primeiros passos no software TinkerPlots.

A Siquele pelas suas contribuições para que o texto ficasse mais claro e conciso.

A José Ivanildo Felisberto pelos textos disponibilizados e ajuda na análise do teste diagnóstico.

Ao professor Luciano Cavalcanti por ser uma pessoa extraordinária, amigo, companheiro, por suas orações e por sempre ser uma “segurança”.

Aos professores e escola pesquisadas que me acolheram no momento da coleta de dados, assim como ao Centro Administrativo Pedagógico do Recife pelos encaminhamentos devidos para a realização da pesquisa.

À turma 2011 do Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, que colaboraram no curso das disciplinas, nos trabalhos, apresentações, resumos.

Aos professores e aos alunos da linha de pesquisa Processos de Ensino Aprendizagem em Educação Matemática e Científica que contribuíram significativamente nas discussões das aulas de seminários.

Obrigado aos participantes do grupo GPEME e GPEMCE em especial ao professor Carlos Eduardo, pelas discussões no grupo e na banca de qualificação, pela amizade, irreverência. Foram indispensáveis na construção desse estudo.

À professora Verônica Yumi Kataoka pelos conselhos, sugestões e incentivos durante a qualificação.

Aos funcionários do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica pelos serviços prestados com muita boa vontade, em especial a Clara por sua dedicação e empenho para nos orientar nos aspectos burocráticos como relatórios, matrículas do curso, organização das bancas etc.

A todo(a)s que não tiveram os seus nomes citados aqui, mas que contribuíram direta ou indiretamente para o desenvolvimento e finalização desse trabalho.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior pela concessão da bolsa de estudos que possibilitou a minha dedicação exclusiva a pesquisa.

“Estudar exige disciplina. Estudar não é fácil.
Porque estudar pressupõe criar, recriar, e não
apenas repetir o que os outros dizem... Estudar é
um dever revolucionário”.

Paulo Freire

RESUMO

O estudo analisa explorações sobre a média realizadas por estudantes do 5º e 9º anos do Ensino Fundamental na interpretação de gráficos no *software TinkerPlots*. Participaram da pesquisa 16 estudantes, sendo oito do 5º ano e oito do 9º ano, oriundos de uma mesma escola pública localizada em Recife, Pernambuco. Eles resolveram individualmente um teste contendo dez questões sobre média e participaram de uma entrevista semi-estruturada visando identificar os seus usos do computador e conhecimentos prévios sobre gráficos. Na sequência, em duplas, participaram de uma sessão de familiarização com o *software TinkerPlots* e em um dia subsequente, interpretaram três situações de pesquisa envolvendo relações entre duas variáveis, uma qualitativa e a outra quantitativa. As situações incluíram problemas sobre os bancos de dados tempo dos estudantes e peixes as quais apresentam variações nos tamanhos das amostras e nos valores das médias. As entrevistas foram videografadas, transcritas e organizadas sob a forma de protocolos para análise. A maioria dos estudantes do 5º ano não apresentaram noções conceituais prévias sobre média, demonstrando um nível de resposta preestrutural, seguido de resposta uniestrutural o qual reflete ideias coloquiais e também singulares sobre a média. Quanto aos estudantes do 9º ano, eles apresentaram uma maior frequência de resposta uniestrutural, seguido de multiestruturais, que são mais elaborados e que envolvem considerações sobre medidas de tendência central. Nas suas explorações sobre média com o *software TinkerPlots*, os estudantes do 5º ano avançaram em relação as suas respostas identificadas no teste diagnóstico. De uma tendência voltada para respostas preestruturais no teste diagnóstico, os estudantes do 5º ano passaram a desenvolver respostas uniestruturais e multiestruturais no trabalho com o *TinkerPlots*. Os estudantes do 9º ano, também avançaram em termos das suas respostas ao trabalhar com o *TinkerPlots*, evoluindo para níveis multiestruturais e em algumas situações para o nível relacional. As explorações sobre média a partir da construção do *dot plot* revelaram o uso de abordagens intuitivas e que envolveram interpretações a partir de leituras dos dados e entre dados e também abordagens relacionais e que envolveram leituras além dos dados. Um aspecto relevante observado nas interpretações com o *dot plot* foi à evolução das respostas dos estudantes para analisar a forma das distribuições, destacando algumas regularidades ou mesmo outliers. Conclui-se que o *TinkerPlots* contribuiu para que os estudantes expressassem respostas mais elaborados sobre média e que explorações sobre a média associada com a construção e interpretação de gráficos poderiam ser inseridas no ensino formal a partir do 5º ano.

Palavras-chaves: Média; Tecnologia e Educação Estatística; *Software TinkerPlots*; Interpretação de gráficos.

ABSTRACT

The study analyzes explorations about average concept conducted by students of the 5th and 9th grades of elementary school in the interpretation of graphs with the software *TinkerPlots*. Participants were 16 students, eight from 5th grade and eight from 9th grade, coming from the same public school located in Recife, Pernambuco. They solved individually a test containing ten questions on average concepts and participated in a semistructured interview to identify: their uses of the computer and their prior knowledge about graphics. Following, in pairs, participated in a familiarization session with the *TinkerPlots software* and on subsequent day, interpreted three research situations involving relationships between two variables, one qualitative and the other quantitative. The situations were organized from two databases: time of students and fish, which had variations in sample sizes and in values of the mean. The interviews were recorded in video, transcribed and organized in the form of protocols for analysis. Most students in the 5th year showed no previous conceptual notions about average, demonstrating prestructural response level, followed by a level of unistructural response that reflects colloquial and singular idea about average. Students in 9th grade had a higher frequency of unistructural responses followed of the level multistructural that are more elaborate and involve considerations on central tendency measures. Students of the 5th year progressed towards its response levels identified in the diagnostic test to their explorations about average with the *software TinkerPlots*. From a trend toward prestructural response level in the diagnostic test, students of 5th grade have presented unistructural and multistructural responses at work with the *TinkerPlots*. Students in 9th grade also showed an advance in working with the *TinkerPlots* being observed an evolution in their response levels, to multistructural and also relational; the last one was observed in some situations. The explorations on the concept of average from the construction of the dot plot revealed the use of intuitive approaches with interpretations from data readings and between data. Also were observed relational approaches by involving readings beyond the data. A relevant aspect observed in interpretations with the dot plot was the evolution of the responses of students to analyze the shape of the distributions, highlighting some regularities or even *outliers*. We conclude that the *TinkerPlots* helped students express more elaborate reasoning on average. Implications for the school curriculum are considered with respect to the potential inclusion of situations on average associated with the construction and interpretation of graphs from the 5th year.

Keywords: Average; Technology and Statistics Education; *Software TinkerPlots*; Interpretation of graphs.

Lista de Figuras

Figura 01: Tela inicial do TinkerPlots.....	45
Figura 02: Tela inicial do TinkerPlots, apresentando o banco de dados “gatos”.....	45
Figura 03: Menu da Ferramenta plot do <i>TinkerPlots 2</i>	46
Figura 04: Ferramenta gradiente realçando o atributo gênero nos <i>cards</i> e nos <i>plots</i> do banco de dados “gatos”.....	47
Figura 05: Ferramenta gradiente realçando o atributo idade nos <i>cards</i> e nos <i>plots</i> do banco de dados “gatos”.....	47
Figura 06: Indicação do ícone da ferramenta média.....	48
Figura 07: Gráfico com variáveis qualitativas e ferramenta média acionada.....	48
Figura 08: Gráfico da variável peso apresentado em escala intervalar.....	49
Figura 09: Ferramenta média acionada ao gráfico com escala intervalar.....	49
Figura 10: A ferramenta média acionada na escala intervalar e numérica.....	50
Figura 11: Ferramenta Samplesize do TinkerPlots utilizada nas situações de amostras diferentes-médias diferentes retratada nas questões do banco de dados “peixes”.....	66
Figura 12: Gráfico produzido por Laís (5º ano).....	69
Figura 13: Gráfico produzido por Diva (5º ano).....	69
Figura 14: Gráfico produzido por Rose (5º ano).....	69
Figura 15: Gráfico produzido por Eva (5º ano).....	69
Figura 16: Gráficos produzidos por Mario (9º ano).....	70
Figura 17: Gráfico produzido por João (9º ano).....	70
Figura 18: Resposta tipo 2 dada por Alice (9º ano).....	74
Figura 19: Cálculo da média realizado por João (9º ano).....	82
Figura 20: Janela inicial do <i>TinkerPlots</i> mostrando os atributos no <i>cards</i> e os <i>plots</i> do banco de dados “gatos”.....	84
Figura 21: Ferramenta Gradiente para a variável “comprimento do corpo dos animais”.	85
Figura 22: Cores para a variável qualitativa “nomes dos gatos”.....	86
Figura 23: Ferramenta <i>separate</i> na forma horizontal, vertical e ambas.....	86
Figura 24: Ferramenta <i>order</i> na forma vertical, horizontal e ambas.....	86
Figura 25: Diferentes combinações do uso das ferramentas <i>separate</i> e <i>order</i>	87
Figura 26: Ferramenta <i>stack</i> na forma vertical e horizontal.....	87

Figura 27: Gráfico de escala intervalar com atributo peso.....	88
Figura 28: Construção do dot plot no eixo vertical.....	89
Figura 29: Construção do dot plot no eixo horizontal.....	89
Figura 30: Construção do dot plot no eixo horizontal.....	90
Figura 31: Construção do dot plot no eixo horizontal.....	90
Figura 32: Localização da média no dot plot no eixo horizontal.....	91
Figura 33: Localização da média no dot plot com ferramenta stack acionada.....	91
Figura 34: Localização da média no dot plot com ferramenta stack acionada.....	92
Figura 35: Localização da média no dot plot com ferramenta stack acionada.....	92
Figura 36: Gráfico de variável intervalar produzido no TinkerPlots pela Dupla 1 (5° ano) na interpretação da Situação AI-MI.....	95
Figura 37: Dot plot produzido no TinkerPlots pela Dupla 1 (5° ano) na Interpretação da Situação AI-MI.....	96
Figura 38: Localização simbólica da média no dot plot por Diva e Laís (5° ano), respectivamente, na interpretação da Situação AI-MI.....	96
Figura 39: Gráfico de escala intervalar produzido pela Dupla 2 (5° ano) na interpretação da Situação AI-MI.....	98
Figura 40: Dot plot produzido no TinkerPlots pela Dupla 2 (5° ano) na interpretação da Situação AI-MI.....	99
Figura 41: Localização simbólica da média por Hélio e Ana (5° ano), respectivamente, na interpretação da situação AI-MI.....	99
Figura 42: Dot Plot com a ferramenta stack acionada por Hélio e Ana (5° ano) na interpretação da Situação AI-MI.....	101
Figura 43: Gráfico de uma variável produzido no TinkerPlots pela Dupla 3 (5° ano) na interpretação da Situação AI-MI.....	101
Figura 44: Gráfico de escala intervalar produzida pela Dupla 3 (5° ano) na interpretação da Situação AI-MI.....	102
Figura 45: Localização da média no dot plot por Rose e Eva (5° ano) respectivamente, na interpretação da Situação AI-MI.....	102
Figura 46: Dot plot com a ferramenta número acionada pela Dupla 3 (5° ano) na interpretação da Situação AI-MI.....	103
Figura 47: Gráfico de uma variável com ícone da média da ferramenta média ativada pela Dupla 4 (5° ano), na interpretação da Situação AI-MI.....	104

Figura 48: Gráfico de escala intervalar produzido pela Dupla 4 (5º ano), na interpretação da Situação AI-MI.....	105
Figura 49: Localização simbólica da média por Pedro e Paulo (5º ano), respectivamente, na interpretação da Situação AI-MI.....	105
Figura 50: Representações gráficas construídas pela dupla Diva e Laís (5ºano) na interpretação da situação AI-MI.....	107
Figura 51: Gráficos de escala intervalar com a ferramenta <i>stack</i> vertical e horizontal, respectivamente, ativada pela Dupla 1 (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI..	108
Figura 52: Gráfico de escala intervalar com a ferramenta média ativada pela Dupla 1 (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.....	108
Figura 53: Localização da média no dot plot por Mario e Eri (9º ano) na interpretação da situação AI-MI.....	109
Figura 54: Representações gráficas construídas pela dupla Mario e Eri (9ºano) na interpretação da Situação AI-MI.....	110
Figura 55: Gráfico de escala intervalar produzido por Kátia e Fred (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.....	111
Figura 56: Dot plot com a localização simbólica da média por Kátia e Fred (9ºano) na interpretação da Situação AI-MI.....	111
Figura 57: Dot plot com ferramenta <i>stack</i> ativada produzido por Kátia e Fred (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.....	112
Figura 58: Dot plot com ferramenta <i>stack</i> inserida por Kátia e Fred (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.....	113
Figura 59: Representações gráficas construídas pela dupla Kátia e Fred (9ºano)....	113
Figura 60: Gráfico de escala intervalar produzido por Sara e Maria (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.....	114
Figura 61: Dot plot construído por Sara e Maria (9º ano) respectivamente, na interpretação da Situação AI-MI.....	115
Figura 62: Dot plot com ferramentas <i>stack</i> e média ativadas produzido pela Dupla 3(9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.....	115
Figura 63: Gráfico de escala intervalar com ferramenta <i>stack</i> ativada produzido por João e Alice (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.....	116
Figura 64: Dot plot no formato vertical com ferramenta <i>stack</i> vertical produzido pela Dupla 4 (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.....	117

Figura 65: Dot plot no eixo vertical com ferramenta stack horizontal produzido pela Dupla 4 (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.....	117
Figura 66: Localização simbólica da média no dot plot pela Dupla 4 (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.....	118
Figura 67: Gráfico de escala intervalar produzido pela Dupla 1 (5º ano), na interpretação da Situação AI-MD.....	119
Figura 68: Localização simbólica da média no dot plot por Diva e Laís (5º ano), respectivamente, na interpretação da Situação AI-MD.....	120
Figura 69: Dot plot com a ferramenta média acionada pela Dupla 1 (5º ano) na interpretação da Situação AI-MD.....	121
Figura 70: Representações gráficas produzidas no TinkerPlots pela Dupla 1 (5º ano) para interpretar a situação AI-MD.....	122
Figura 71: Gráfico de escala intervalar produzido no TinkerPlots pela Dupla 2 (5º ano) na interpretação da Situação AI-MD.....	122
Figura 72: Dot plot produzido pela Dupla 2 (5º ano) na interpretação da Situação AI-MD.....	123
Figura 73: Localização simbólica da média no dot plot pela Dupla 2 (5º ano) na interpretação da Situação AI-MD.....	124
Figura 74: Gráfico de escala intervalar produzido no TinkerPlots pela Dupla 3 (5º ano) na interpretação da Situação AI-MD.....	125
Figura 75: Localização simbólica da média no dot plot por Rose e Eva (5º ano), respectivamente, na interpretação da Situação AI-MD.....	125
Figura 76: Gráfico de uma variável com ferramenta stack, vertical e horizontal, acionada pela Dupla 4 (5º ano) na interpretação da Situação 2.....	126
Figura 77: Gráfico com a variável falando no telefone inserida nos dois eixos pela dupla 4 produzido pela Dupla 4 (5º ano), na interpretação da Situação AI-MD.....	127
Figura 78: Dot plot com a ferramenta stack no formato horizontal produzido pela Dupla 4 (5º ano), na interpretação da Situação 2.....	128
Figura 79: Localização simbólica da média no dot plot por Pedro e Paulo (5º ano), respectivamente, na interpretação da Situação AI-MD.....	128
Figura 80: Representações utilizadas pela Dupla 4 (5º ano) na interpretação da Situação AI-MD.....	129
Figura 81: Gráfico de escala intervalar produzido no TinkerPlots pela Dupla 1 (9º ano) na interpretação da Situação AI-MD.....	131

Figura 82: localização simbólica da média no Dot plot por Mario e Eri, respectivamente, (9º ano), respectivamente, na interpretação da Situação AI-MD.....	131
Figura 83: Representações gráficas construídas pela Dupla 1 (9ºano) na interpretação da Situação AI-MD.....	132
Figura 84: Gráfico de escala intervalar produzido no TinkerPlots pela Dupla 2 (9º ano) na interpretação da Situação AI-MD.....	133
Figura 85: Localização simbólica da média no Dot plot por Kátia e Fred (9º ano) na interpretação da Situação AI-MD.....	133
Figura 86: Dot plot com stack vertical e média acionada pela Dupla 2 (9º ano), na interpretação da Situação AI-MD.....	134
Figura 87: Representações gráficas construídas pela Dupla 2 (9º ano) na interpretação da Situação AI-MD.....	135
Figura 88: Localização simbólica da média no Dot plot por Sara e Maria (9º ano), respectivamente, na interpretação da Situação AI-MD.....	135
Figura 89: Representações utilizadas pela Dupla 3 (9º ano), na interpretação da Situação AI-MD.....	136
Figura 90: Gráfico de escala intervalar com ferramenta stack vertical produzido pela Dupla 4 (9º ano) na interpretação da Situação AI-MD.....	137
Figura 91: Localização simbólica da média no dot plot por João e Alice (9º ano), respectivamente, na interpretação da Situação AI-MD.....	137
Figura 92: Representações gráficas construídas pela Dupla 4 (9º ano) na interpretação da Situação AI-MD.....	138
Figura 93: Gráfico de escala intervalar produzido no TinkerPlots pela Dupla 1 (5º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	140
Figura 94: Dot plot produzido pela Dupla 1 (5º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	140
Figura 95: Localização da média no Dot plot por Diva e Laís (5º ano), respectivamente, na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	141
Figura 96: Dot plot com ferramenta stack acionada pela Dupla 1 (5º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	141
Figura 97: Representações gráficas construídas pela Dupla 1 (5º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	143
Figura 98: Janela inicial do TinkerPlots com 45 plots misturados, relativos a Q1 da Situação AD-MD.....	143

Figura 99: Janela inicial do TinkerPlots com 625 plots misturados, relativos à Q2 da Situação AD-MD.....	144
Figura 100: Gráfico de escala intervalar produzido pela Dupla 1 (5º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	144
Figura 101: Localização simbólica da média no Dot plot por Diva e Laís Dupla 1 (5º ano), respectivamente, na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	145
Figura 102: Dot plot com ferramenta média acionada pela Dupla 1 (5ºano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	146
Figura 103: Janela inicial do TinkerPlots com 25 plots misturados, relativos à Q3 da Situação AD-MD.....	147
Figura 104: Dot plot produzido no TinkerPlots pela Dupla 1 (5ºano) na interpretação da Q3 da Situação AD-MD.....	148
Figura 105: Localização simbólica da média no Dot plot por Diva e Laís (5ºano) respectivamente, na interpretação da Q3 da Situação AD-MD.....	149
Figura 106: Localização simbólica da média no Dot plot por Hélio e Ana (5ºano) respectivamente, na interpretação da Situação AD-MD.....	151
Figura 107: Representações gráficas construídas pela dupla Hélio e Ana (5ºano) na interpretação da Situação 3.....	152
Figura 108: Gráfico de uma variável com ferramenta N acionada por Hélio e Ana (5ºano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	153
Figura 109: Localização da média no dot plot por Hélio e Ana (5º ano), respectivamente, na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	154
Figura 110: Dot plot com ferramenta stack vertical acionada por Hélio e Ana (5º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	155
Figura 111: Representações gráficas construídas pela dupla Hélio e Ana (5ºano) na interpretação da Q2 da situação AD-MD.....	156
Figura 112: Localização simbólica da média no dot plot por Hélio e Ana (5º ano) respectivamente, na interpretação da Q3 da Situação AD-MD.....	157
Figura 113: Gráfico de uma variável (tipo de peixe) produzido no TinkerPlots pela Dupla 3 (5º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	158
Figura 114: Gráfico de escala intervalar produzido no TinkerPlots pela Dupla 3 (5º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	159
Figura 115: Localização da média no dot plot por Rose e Eva (5º ano), respectivamente, na interpretação da Q1 Situação AD-MD.....	110

Figura 116: Gráfico de escala intervalar produzido no TinkerPlots pela Dupla 3 (5ºano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	162
Figura 117: Localização simbólica da média no dot plot por Rose e Eva (5º ano), respectivamente, na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	163
Figura 118: Dot plot produzido por Rose e Eva (5º ano), na interpretação da Q3 da Situação AD-MD.....	164
Figura 119: Localização simbólica da média por Rose e Eva (5º ano), respectivamente, na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	165
Figura 120: Gráfico de escala intervalar produzido no TinkerPlots pela Dupla 4 (5º ano) na interpretação da Q1 Situação AD-MD.....	166
Figura 121: Localização simbólica da média por Pedro e Paulo (5º ano), respectivamente, na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	167
Figura 122: Dot plot com a ferramenta média acionada pela Dupla 4 (5º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	168
Figura 123: Representações utilizadas por Pedro e Paulo (5º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	169
Figura 124: Localização simbólica da média no dot plot por Pedro e Paulo (5ºano), respectivamente, na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	170
Figura 125: Dot plot com a ferramenta média e stack acionadas por Pedro e Paulo (5ºano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	171
Figura 126: Localização simbólica da média no dot plot por Pedro e Paulo (5ºano,) respectivamente, na interpretação da Q3 da Situação AD-MD.....	172
Figura 127: Gráfico de escala intervalar produzido pela Dupla 1 (9º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	173
Figura 128: Localização simbólica da média no dot plot por Mario e Eri (9º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	174
Figura 129: Representações utilizadas pela Dupla 1 (9º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	176
Figura 130: Gráfico de escala intervalar produzido pela Dupla 1 (9º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	177
Figura 131: Localização simbólica da média no dot plot por Mario e Eri (9º ano), respectivamente, na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	178
Figura 132: Representações utilizadas pela Dupla 1 (9º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	179

Figura 133: Localização simbólica da média no dot plot por Mario e Eri (9º ano) respectivamente, na interpretação da Q3 da Situação AD-MD.....	180
Figura 134: Gráfico de uma variável produzido no TinkerPlots pela Dupla 2 (9º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	182
Figura 135: Gráfico de escala intervalar produzido pela Dupla 2 (9º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	182
Figura 136: Localização simbólica da média no dot plot por Kátia e Fred (9º ano) respectivamente, na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	183
Figura 137: Representações gráficas utilizadas pela Dupla 2 (9ºano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	184
Figura 138: Gráfico de escala intervalar produzido pela Dupla 2 (9º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	185
Figura 139: Localização simbólica da média no dot plot por Kátia e Fred (9º ano) respectivamente, na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	186
Figura 140: Dot plot com ferramenta stack acionada pela Dupla 2 (9º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	187
Figura 141: Localização simbólica da média no Dot plot por Kátia e Fred (9º ano) respectivamente, na interpretação da Q3 da Situação AD-MD.....	188
Figura 142: Gráfico de escala intervalar produzido pela Dupla 3 (9º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	190
Figura 143: Localização simbólica da média no dot plot por Sara e Maria (9º ano) respectivamente, na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	190
Figura 144: Dot plot com ferramenta stack vertical produzido pela Dupla 1(9º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	191
Figura 145: Gráfico de escala intervalar produzido pela Dupla 3 (9ºano) na interpretação da Situação AD-MD.....	193
Figura 146: Localização simbólica da média no dot plot por Sara e Maria (9ºano) respectivamente na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	193
Figura 147: Dot plot com a ferramenta stack acionada (9ºano) na interpretação da situação AD-MD.....	194
Figura 148: Representações gráficas produzidas por Sara e Maria (9º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	195
Figura 149: Localização simbólica da média no dot plot por Sara e Maria (9º ano) respectivamente, na interpretação da Q3 da Situação AD-MD.....	196

Figura 150: Localização simbólica da média no dot plot por João e Alice (9º ano) respectivamente, na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	198
Figura 151: Dot plot com ferramenta stack e atributo comprimento selecionado pela Dupla 4 (9º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	199
Figura 152: Representações utilizadas pela Dupla 4 (9º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.....	200
Figura 153: Gráfico de escala intervalar produzido pela Dupla 4 (9ºano) na interpretação da Situação AD-MD.....	201
Figura 154: Dot plots com comprimento, respectivamente, no eixo horizontal e vertical produzidos pela Dupla 4 (9º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	201
Figura 155: Representações utilizadas no decorrer da interpretação de João e Alice (9º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	202
Figura 156: Localização simbólica da média no dot plot por João e Alice (9º ano) respectivamente, na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	203
Figura 157: Dot plot com a ferramenta média acionada por João e Alice (9º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	204
Figura 158: Continuação das representações utilizadas no decorrer da interpretação de João e Alice (9º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.....	204
Figura 159: Localização simbólica da média no gráfico por João e Alice (9º ano) respectivamente, na interpretação da Q3 da Situação AD-MD.....	205
Figura 160: Representações gráficas utilizadas Pela Dupla 4 (9º ano) na interpretação da Q3 da Situação AD-MD.....	207
Figura 161: Percentagem dos tipos de respostas dos estudantes do 5º ano na interpretação das situações com o TinkerPlots.....	208
Figura 162: Percentagem dos tipos de respostas dos estudantes do 9º ano na interpretação das situações com o TinkerPlots.....	208
Figura 163: Percentagem dos tipos de respostas dos estudantes do 5º ano nas explorações sobre média no teste diagnóstico e com o TinkerPlots.....	211
Figura 164: Percentagem dos tipos de respostas dos estudantes do 9º ano nas explorações obre média no teste diagnóstico e com o TinkerPlots.....	213

Lista de Quadros

Quadro 01: Funções das Ferramentas do <i>TinkerPlots</i>	46
Quadro 02: Etapas da pesquisa.....	60
Quadro 03: Contexto e questões dos bancos de dados do estudo.....	63
Quadro 04: Estrutura das questões do banco de dados “gatos” (familiarização).....	64
Quadro 05: Estrutura das questões para o banco de dados “tempo dos estudantes” (interpretação).....	65
Quadro 06: Estrutura das questões para o banco de dados “peixes” (interpretação).....	65
Quadro 07: Classificação dos desenhos dos estudantes.....	68
Quadro 08: Tipos de respostas dos estudantes sobre a média conforme (WATSON, 2006).....	73
Quadro 09: Estratégias dos estudantes para estimar simbólica e numericamente a média no contexto da interpretação de gráficos do teste diagnóstico sobre média (Questão 4d).....	76
Quadro 10: Etapas da familiarização.....	83
Quadro 11: Situações de pesquisa tomadas como unidade de análise.....	94
Quadro 12: Valores das amostras e das médias às questões da Situação 3 (amostras diferentes-médias diferentes).....	139

Lista de Tabelas

Tabela 01: Perfil dos estudantes participantes da pesquisa.....	67
Tabela 02: Frequência de respostas para as questões iniciais do teste sobre a média....	74
Tabela 03: Percentual de acerto nas questões 4b e 4c por nível de escolaridade.....	76
Tabela 04: Níveis de resposta dos estudantes na resolução da questão 4d do teste diagnóstico.....	81
Tabela 05: Respostas das Duplas do 5º ano na questão 4d do teste diagnóstico e nas situações de interpretação com o TinkerPlots.....	211
Tabela 06: Respostas das Duplas do 9º ano na questão 4d do teste diagnóstico e nas situações de interpretação com o TinkerPlots.....	213

Sumário

Resumo

Abstract

Introdução.....	23
Capítulo 1 - ASPECTOS CONCEITUAIS DA MÉDIA.....	28
1.1 Propriedades e significados da média.....	29
1.2 Níveis de resposta sobre a média.....	35
Capítulo 2 - TECNOLOGIA E EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA.....	42
2.1 O <i>software TinkerPlots</i>	44
2.1.1 A ferramenta média no TinkerPlots.....	47
2.1.2 Pesquisas prévias com o <i>software TinkerPlots</i>	50
Capítulo 3 - METODOLOGIA.....	56
3.1. Estudo piloto.....	56
3.1.1 Principais resultados do estudo piloto.....	57
3.1.2 Algumas mudanças do estudo piloto para o principal.....	58
3.2. Estudo Principal.....	59
3.2.1 Local e participantes da pesquisa.....	59
3.2.2 <i>Design</i> da coleta de dados.....	60
3.2.3 Captando das telas com o Software Camtasia 7.....	62
3.2.4 Bancos de dados utilizados nas etapas de familiarização e interpretação.....	63
3.2.5. Estrutura das questões para cada banco de dados.....	64
Capítulo 4 – RESULTADOS.....	67
4.1 Perfil dos Participantes da pesquisa.....	67
4.2 Compreensão inicial dos estudantes sobre média.....	72
4.2.1 Questão familiar e questões situadas no contexto da mídia.....	72
4.2.2 Compreensão da média no contexto da interpretação de gráficos.....	75
4.2.3 Localização simbólica e numérica da média.....	76
Capítulo 5 - FAMILIARIZAÇÃO COM O SOFTWARE TINKERPLOTS.....	83
5.1 Apresentação do <i>software</i> (1ª Etapa).....	83
5.2 Ferramenta Gradiente (2ª Etapa).....	84

5.3	Introdução das ferramentas <i>separate</i> , <i>stack</i> e <i>order</i> (3ª Etapa).....	86
5.4	Construção de gráficos e explorações sobre a média (4ª Etapa).....	87
Capítulo 6 - INTERPRETAÇÃO COM O SOFTWARE TINKERPLOTS.....		94
6.1	Situação 1: Amostras Iguais - médias iguais (AI-MI).....	94
6.2	Situação 2: Amostras Iguais – médias diferentes (AI-MD).....	119
6.3	Situação 3: Amostras Diferentes – médias diferentes (AD-MD).....	139
6.4	Algumas considerações de análise.....	207
Capítulo 7 - EXPLORAÇÕES SOBRE A MÉDIA PELOS DOIS GRUPOS DE ESTUDANTES.....		210
Capítulo 8 - CONCLUSÕES.....		217
REFERÊNCIAS.....		222
APÊNDICES		
A - CARTA DE ANUÊNCIA AUTORIZANDO A REALIZAÇÃO DA PESQUISA NA ESCOLA.....		
		226
B - TESTE DIAGNÓSTICO SOBRE A MÉDIA.....		
		227
C – ENTREVISTA SEMI-ESTRUTURADA.....		
		229
ANEXO 1.....		230

INTRODUÇÃO

Em nossa sociedade é comum nos depararmos com informações do tipo “a média de filhos das famílias brasileiras é de x filhos” ou “a média das notas alcançadas por determinada escola em Matemática não atingiu a meta esperada pelo IDEB”, as quais são veiculadas pela mídia e outros meios de comunicação de massa.

No âmbito escolar, os estudantes já se encontram imersos no contexto de uso da média como é o caso do cálculo em relação as suas notas. O significado da média como nota para eles, dependendo da situação, pode envolver sentimentos de alegria, certa inquietação ou mesmo insatisfação na compreensão da mesma. Por outro lado, a média também pode ser observada na perspectiva da mídia através de propagandas e anúncios que fazem uso deste conceito para apresentar resultados.

Os significados do conceito de média contextualizados em diferentes situações revelam que, de uma forma geral, esse tópico da Estatística está presente no dia a dia das pessoas, sendo, portanto, imprescindível compreendê-lo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997) enfatizam que o ensino de conteúdos de Estatística, assim como os de Probabilidade e Combinatória, devem ser trabalhados no âmbito do bloco de conteúdo Tratamento da Informação e ser incluído no currículo escolar desde o 1º Ciclo do Ensino Fundamental. Embora seja esperada a aprendizagem de noções de Estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o conceito de média aritmética só aparece como habilidade a ser desenvolvida a partir do 2º Ciclo. Espera-se, portanto, que nos primeiros e segundos anos de escolarização os estudantes sejam capazes de obter e interpretar a média.

Com relação aos 3º e 4º Ciclos do Ensino Fundamental, os PCN fazem menção ao trabalho com a média, mas com perspectivas distintas. No 3º Ciclo (6º e 7º anos) espera-se que os estudantes compreendam a média como medida de tendência central e também como ferramenta para a análise de dados – notadamente a média é apresentada como “indicador da tendência de uma pesquisa” (Brasil, 1998, p. 74). No 4º Ciclo do Ensino Fundamental (8º e 9º anos) como se espera que os estudantes já possuam certo conhecimento em relação à elaboração, interpretação de gráficos e tabelas, assim como em relação à análise de dados, devendo compreender a média enquanto representante de um conjunto de dados.

Na Base Curricular Comum para as Redes de Ensino de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2008) a média aritmética aparece como noção a ser trabalhada no currículo de Matemática a partir do 2º Ciclo do Ensino Fundamental, particularmente no 5º ano. Nesse Ciclo, espera-se que os alunos compreendam intuitivamente a ideia de moda como aquilo que é mais típico em um conjunto de dados. Além dessa noção, espera-se que no 5º ano, os estudantes compreendam intuitivamente a ideia de média aritmética de um conjunto de dados e que sejam capazes de usar a média para comparar dois conjuntos de dados.

Observa-se então que embora a noção de média perpassa a maior parte dos conteúdos curriculares propostos para o Ensino Fundamental, em particular pelos PCN, a sua associação com gráficos configura-se apenas tardiamente como culminância dos Ciclos de aprendizagem nesse nível de escolarização.

Contudo, a julgar por pesquisas desenvolvidas na área, essa culminância pode não estar sendo priorizada nas escolas. Por exemplo, o estudo de Carvalho (2011) coloca em evidência a ausência de atividades sobre o conceito de média associado a representações gráficas ou tabulares em livros didáticos. Outros estudos como os de Melo (2010) e Leite (2010) apontam dificuldades que estudantes expressam quando estão resolvendo problemas de média a partir de informações apresentadas por meio de gráficos. Barizon (2011) e Silveira (2011) também observaram que mesmo estudantes do ensino médio, também apresentam dificuldades em compreender a média associada com problemas de interpretação de gráficos.

A média constitui um conceito complexo, cuja compreensão situa-se em um campo conceitual (VERGNAUD, 1988; 1991), possuindo diferentes propriedades (STRAUSS; BICHLER, 1988) e significados (BATANERO, 2000; WATSON, 2006). Watson (2006), por exemplo, analisa como estudantes resolvem problemas sobre o conceito de média e propõe uma classificação dos níveis de resposta que eles apresentam. Segundo a autora, o raciocínio sobre a média se desenvolve progressivamente ao longo da escolarização, a partir de diferentes níveis de resposta, desde uma abordagem intuitiva centrada em aspectos das experiências dos estudantes até abordagens em que eles relacionam os dados dos problemas com os contextos em que eles se inserem.

Esses aspectos sobre média são considerados neste estudo na medida em que possibilitam uma base teórica para fundamentar análises e discussões a partir de

atividades relacionadas com a produção e interpretação de gráficos em um ambiente computacional, como é o caso do *software TinkerPlots* (KONOLD; MILLER, 2005).

O *TinkerPlots* tem sido usado para o trabalho com a organização, análise e interpretação de dados. Trata-se de um ambiente dinâmico no qual podem ser criadas múltiplas representações gráficas. O trabalho com o *TinkerPlots*, portanto, emerge fortemente associado a uma atividade de produção e interpretação de gráficos.

A atividade de interpretação de gráficos foi conceituada por muito tempo como uma ação direta de recepção de dados. Conseqüentemente, falhas e erros de interpretação poderiam ser explicados como falta de compreensão ou de conhecimento da correta maneira de ler um gráfico (MONTEIRO, 2005). Todavia, essa abordagem tradicional foi gradualmente sendo revisada para incluir, por exemplo, a perspectiva de que interpretar um gráfico demanda muito mais do que apreender diretamente informações, na medida em que o leitor precisa estabelecer interações entre os aspectos visuais e conceituais da situação (CARVALHO, 2008).

Neste estudo, a nossa concepção sobre gráficos está relacionada a uma abordagem estatística. Nessa forma de abordagem, Friel, Curcio e Bright (2001 apud CARVALHO; MONTEIRO; CAMPOS, 2010) classificam gráficos a partir de três componentes: (1) estrutura, que consiste nos eixos, escalas, malha quadriculada e marcas de referência; (2) nomeação dos dados, que envolve título, nomeação das variáveis, legenda e (3) especificadores, que são dimensões visuais, utilizadas para representar os valores dos dados e podem ser expressas por meio de linhas, barras, pontos etc.

Uma importante contribuição para a compreensão do processo de interpretação de gráficos foi oferecida por Curcio (1987), que enfatizou que gráficos poderiam ser vistos como um tipo de texto. De acordo com Curcio, o efeito do conhecimento anterior relacionado a componentes estruturais dos gráficos (tópico apresentado, conteúdo matemático e forma gráfica) influenciariam as habilidades de compreensão dos leitores.

Curcio (1987) classificou três tipos de leituras de gráficos: “leitura dos dados”, “leitura entre os dados” e “leitura além dos dados”. Esse terceiro tipo de leitura seria particularmente importante, porque envolveria extrapolação dos dados apresentados no gráfico, o que auxiliaria os leitores a desenvolverem suas interpretações baseadas em seus conhecimentos e experiências prévias.

Pesquisas apontam para aspectos da complexidade do aprender e ensinar conteúdos específicos de Estatística. Ainley (1995), por exemplo, destaca que o uso de

computadores na atividade de construção de gráficos facilita alguns processos considerados difíceis, como por exemplo, produção de escalas, deixando mais tempo livre no processo de ensino e interpretação de gráficos.

Estudos prévios realizados no Brasil têm explorado o uso de diferentes ferramentas do *TinkerPlots* (ex. LIRA, 2010; ASSEKER, 2011; ALVES, 2011) em atividades de interpretação de gráficos, mas ainda sem investigar, por exemplo, a ferramenta média.

Nesse sentido, o estudo ora relatado foi desenvolvido para investigar a seguinte questão: Como estudantes do Ensino Fundamental com diferentes níveis de escolarização exploram a média no *software TinkerPlots*?

Como objetivo geral buscou-se analisar as explorações sobre a média realizadas por estudantes do 5º ano e do 9º ano do Ensino Fundamental na interpretação de gráficos no *software TinkerPlots*. Em particular, buscou-se: caracterizar a compreensão inicial dos estudantes sobre o conceito de média; identificar as explorações sobre a média que os estudantes realizam em diferentes situações de interpretação de gráficos com o *software TinkerPlots* e analisar as formas de exploração da média pelos dois grupos de estudantes.

O trabalho com o *TinkerPlots* emerge fortemente associado à produção e interpretação de gráficos. Nesse sentido, a abordagem dos estudantes sobre a média pode exigir uma compreensão mais ampla que integre o seu uso relacionado com aspectos visuais, conceituais e com suas experiências prévias. Por exemplo, não se espera que os estudantes resolvam problemas sobre média a partir de cálculos.

Delineando a estrutura dessa dissertação, além dessa introdução, iniciamos o primeiro capítulo discutindo de forma detalhada o campo conceitual da média, numa perspectiva das suas propriedades, significados e níveis de respostas, destacando pesquisas prévias que abordam um ou outro aspecto conceitual. No Capítulo 2 apresentamos o *software TinkerPlots* a partir de uma discussão mais ampla, inserindo-o numa perspectiva da análise das relações entre Tecnologia e Educação Estatística.

No Capítulo 3, descrevemos a metodologia, apontado aspectos do estudo piloto que foram considerados ou alterados na realização do estudo principal. Em seguida, apresentamos uma descrição detalhada das atividades realizadas, incluindo uma análise da estrutura dos problemas e situações de pesquisa; além das etapas da pesquisa com o *software TinkerPlots*.

No Capítulo 4 apresentamos a primeira parte dos resultados, destacando o perfil dos estudantes participantes da pesquisa e dos seus conhecimentos prévios sobre a média. No Capítulo 5, apresentamos dados relativos às sessões de familiarização com o *TinkerPlots* e no Capítulo 6, a segunda parte dos resultados, destacando o momento de interpretação dos estudantes com o *TinkerPlots* nas três situações de pesquisa sobre amostras iguais-médias iguais, amostras iguais-médias diferentes e amostras diferentes-médias diferentes.

No Capítulo 7 apresentamos uma discussão sobre as explorações sobre média realizada pelos dois grupos de estudantes participantes da pesquisa: 5º e 9º ano, buscando identificar similaridades e diferenças nos níveis de resposta sobre a média.

No capítulo 8 concluímos o trabalho, apresentando nossas considerações finais e uma perspectiva para trabalhos futuros.

Capítulo1 - ASPECTOS CONCEITUAIS DA MÉDIA

A média¹ enquanto conceito é uma medida de tendência central e tem sido compreendida pela Estatística como uma medida que descreve características de um conjunto de dados. Novaes e Coutinho (2009, p. 80) definem a média como “ponto de equilíbrio dos desvios dos valores da distribuição. [...] O valor que equilibra os dados como se fosse o fiel de uma balança [...] e que equivale ao centro de massa de um conjunto de dados”.

A compreensão do conceito de média pode envolver um campo conceitual relacionado a diferentes ideias. Vergnaud (1991) discute elementos teóricos relacionados à construção do processo de conceitualização como sendo o centro do desenvolvimento cognitivo e destaca que as respostas dos estudantes e os processos cognitivos que eles realizam, variam de acordo com as situações que esses estudantes são confrontados. Nesse sentido, faz-se necessário que estudantes tenham contato com diversas situações que contribuam para ampliar a compreensão do significado de um conceito. A esse respeito Magina et al. (2001, p. 6), destacam:

As competências e concepções dos alunos vão se desenvolvendo ao longo do tempo, por meio de experiências com um grande número de situações, tanto dentro como fora da escola. Em geral, quando se defronta com uma nova situação, o estudante usa o conhecimento desenvolvido em sua experiência de situações anteriores e tenta adaptá-lo à nova situação. Este conhecimento tanto pode ser explícito- no sentido de que pode ser expresso de forma simbólica- quanto implícito, no sentido que pode ser usado na ação, em que o estudante escolhe as operações adequadas, sem, contudo conseguir expressar as razões dessa adequação.

Magina et al. (2001, p. 8), consideram que a noção de situação envolve “novos domínios, novas relações e novos valores numéricos”.

A construção do conhecimento visto dessa forma acontece a partir de problemas e situações já conhecidos pelos sujeitos e de outras situações que eles serão confrontados ao longo da sua vida.

Na teoria de Vergnaud um conceito precisa ser analisado a partir de um campo conceitual que inclui não apenas as suas propriedades, objetos e relações, o que ele denomina de invariante (I); mas também a partir das situações (S) que constituem os tipos de problemas em que eles são expressos; e suas representações simbólicas (R) que são usadas para realçar aspectos do invariante; por exemplo, desenhos, tabelas,

¹Estaremos tratando nesta pesquisa de média aritmética simples.

fórmulas, dentre outras. Nesse sentido, os significados matemáticos construídos pelos sujeitos são resultantes da tríade S, I, R.

Para Vergnaud (1983), a forma como as informações quantitativas são representadas influenciam na compreensão conceitual das pessoas, porque essas representações salientam determinadas propriedades matemáticas em detrimento de outras. Carvalho (2008) testou essa hipótese com estudantes brasileiros e ingleses e constatou, dentre outros resultados, que o desempenho dos estudantes na interpretação de dados representados por meio de gráficos era mais efetiva do que por meio de cartões manipuláveis.

Um desdobramento importante da abordagem da Teoria dos Campos Conceituais para o conceito de média é situá-la para além dos procedimentos de cálculo que muitas vezes são enfatizados na escola e considerar a diversidade de invariantes e significados que podem estar incluídos em sua compreensão.

1.1 Propriedades e significados da média

Estudos prévios investigaram diferentes aspectos conceituais da média. Os estudos de Strauss e Bichler (1988) investigaram a compreensão do conceito de média com 80 estudantes com idades entre 8 e 12 anos, oriundos de escolas em Israel. Segundo os autores, para que haja o domínio do conceito de média os estudantes precisariam compreender as seguintes propriedades: (P1) a média está localizada entre os valores extremos; (P2) a soma dos desvios a partir da média é zero; (P3) a média é influenciada por cada um e por todos os valores; (P4) a média não coincide necessariamente com um dos valores do banco de dados que a compõe; (P5) a média pode ser um número que não tem correspondente na realidade física; (P6) a cálculo da média leva em consideração todos os valores, inclusive os nulos e os negativos; e (P7) a média é um valor representativo do banco de dados a partir dos quais, ela foi calculada.

Strauss e Bichler (1988) verificaram as dificuldades com relação à propriedade da média a partir de um estudo de intervenção, envolvendo pré e pós-testes e constataram que das sete propriedades citadas acima, a mais fácil foi à terceira (P3), enquanto a sexta (P6) e a sétima (P7) foram aquelas em que os estudantes demonstraram maior dificuldade.

Essas propriedades delimitadas por Strauss e Bichler (1988) são fundamentais para uma compreensão conceitual de média, pois apresentam aspectos relevantes para a compreensão dos seus invariantes.

Uma análise do conceito de média a partir de seus significados é oferecida por Batanero (2000) que descreveu dificuldades encontradas por estudantes na compreensão dos conceitos de medida de tendência central por meio da análise de estudos da área de Educação Estatística.

Batanero (2000) identificou cinco elementos que constituem e perpassam os conceitos de média, moda e mediana. O primeiro ela denomina de elementos extensivos, os quais constituem o campo de problemas de onde surge o objeto conceitual. A autora destaca que o reconhecimento dos problemas que envolvem o conceito de média é um aspecto fundamental para resolvê-los. Por exemplo, não é suficiente conhecer o algoritmo e as definições de medidas de tendência central, ou mesmo saber calcular, se não há o reconhecimento dos problemas que envolvem o conceito de média.

Um segundo elemento destacado por Batanero (2000) são os atuativos, isto é, as práticas utilizadas pelos estudantes na resolução dos problemas. Somar e dividir os valores, encontrar o valor mais frequente em uma tabela de frequências, calcular frequências acumuladas etc, constituem diferentes formas de atuação. Um terceiro elemento são os ostensivos e que consistem nas representações usadas para representar os conceitos, como gráficos, tabelas, palavras. Um quarto elemento são os intensivos, são definições e propriedades características e suas relações com os conceitos; as propriedades levantadas por Strauss e Bichler (1988) consistem em intensivos. E o quinto elemento são os validativos, considerado como demonstrações e argumentos utilizados para explicar às outras pessoas a solução de problemas.

Batanero (2000) afirma que dentro da Estatística, mesmo conceitos mais simples como os de média e mediana precisam de um tratamento específico para que os estudantes possam alcançar a compreensão de seus múltiplos significados. A autora destaca quatro significados distintos sobre a média aritmética:

1. A média na estimativa de uma quantidade desconhecida na presença de erros de medição;
2. A média como uma quantidade equitativa a repartir, para se conseguir uma distribuição uniforme;
3. A média enquanto elemento representativo de um conjunto de dados;

4. A média enquanto necessidade de conhecer o valor que será obtido com maior probabilidade, ao contar com um dado faltando em uma distribuição.

Esses significados são formalizados progressivamente a partir de diferentes situações-problema com os quais os estudantes se deparam ao longo do seu processo de escolarização.

As propriedades da média discutidas por Strauss e Bichler e os seus significados de acordo com Batanero (2000) foram discutidos nos trabalhos de Melo (2010) e Carvalho (2011). Esses pesquisadores também abordam a média numa perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud.

Melo (2010) investigou a compreensão de estudantes e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre média. Participaram da sua pesquisa 210 sujeitos, sendo 75 estudantes do 3º ano do ensino fundamental, 104 do 5º ano e 31 professores desse mesmo nível de ensino. Os sujeitos responderam a um teste sobre a média contendo diferentes propriedades. Os estudantes apresentaram muita dificuldade na resolução do teste, além disso, a autora não encontrou diferenças significativas quanto à escolarização. Embora o tipo de representação não tenha sido um aspecto decisivo na compreensão conceitual de média, teve influência na estratégia de resolução dos problemas.

O estudo de Melo (2010) aponta para a dificuldade que estudantes do 3º e 5º anos do Ensino Fundamental possuem em relação às propriedades e significados da média. Em relação aos significados, nas questões sobre gráficos relacionados ao reconhecimento da média como um conjunto de valores, tanto professores quanto alunos apresentaram muita dificuldade.

Carvalho (2011) analisou a abordagem de média aritmética presente nos livros didáticos de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, aprovados pelo PNLD 2011. O autor analisou todos os volumes das dez coleções aprovadas, identificando as atividades que envolviam o conceito de média. Esse pesquisador observou que as propriedades levantadas por Strauss e Bichler (1988) que apareceram mais vezes nos livros didáticos foram: a média ser influenciada por cada um e por todos os valores (P3); a média pode ser um número que não tem correspondente na realidade física (P5). Em relação ao significado, o mais explorado foi o terceiro levantado por Batanero (2000) e que envolve a ideia de média como elemento representativo de um conjunto de dados.

Carvalho (2011) constatou que atividades envolvendo representações gráficas e tabulares não foram usuais. Ele conclui que o campo conceitual da média nos livros analisados é trabalhado de forma fragmentada, sem propiciar a compreensão desse conceito como medida estatística.

Os estudos de Melo (2010) e Carvalho (2011) colocam em evidência que a compreensão de média em situações de interpretação de gráficos é problemática. Melo destaca que tanto estudantes quanto professores acharam difícil realizar atividades dessa natureza.

Leite (2010) investigou contribuições de uma intervenção de ensino, embasada na significação e estimativa de medidas de tendência central, a partir de atividades envolvendo leitura de gráficos e tabelas. A sua pesquisa envolveu estudantes oriundos de uma escola pública estadual da cidade de São Paulo, os quais foram alocados em dois grupos: grupo experimental, composto por 30 alunos que participaram de uma intervenção de ensino baseada na significação e estimativa de medidas de tendência central, incluindo atividades com gráficos e tabelas; e grupo controle, composto por 27 alunos, que tiveram as suas aulas normais não passando por nenhuma intervenção. Foi aplicado um pré-teste a ambos os grupos, com o objetivo de diagnosticar o nível de conhecimento prévio dos alunos. Após as intervenções de ensino, foi aplicado um pós-teste, similar ao primeiro. Os dados foram analisados de forma quantitativa e tratados estatisticamente.

Leite (2010) aponta em seus resultados, que os estudantes do grupo experimental, isso é que foram submetidos à intervenção de ensino sobre a média, apresentaram um desempenho expressivamente superior àqueles do grupo controle. A autora conclui que o processo de aprendizagem de conteúdos de Estatística, pautado na significação e estimativa, se apresentou de maneira eficiente quanto ao ganho cognitivo por parte dos alunos em informações apresentadas em forma de gráficos e tabelas.

Observamos que Leite (2010) constatou através de sua pesquisa, que o trabalho com a interpretação de tabelas e gráficos com o enfoque nas medidas de tendência central, fez com que os estudantes evoluíssem e compreendessem aspectos relacionados a este campo conceitual de medidas de tendência central, assim como contribuiu para um melhor desempenho e compreensão do campo de investigação da Estatística. Esses resultados demonstram a importância do trabalho de interpretação de gráficos articulado com a estimativa em relação às medidas de tendência central.

Amaral (2010) investigou a validação de uma sequência didática sobre medidas de tendência central (média, moda e mediana) com professoras do Ensino Fundamental de uma escola pública de São Paulo. As atividades utilizadas por Amaral em seu estudo envolveram aspectos relacionados com propriedades e significados da moda, média e mediana. Uma das atividades do estudo de Amaral consistiu na interpretação de um gráfico de barras, onde as professoras eram solicitadas a darem valores aproximados para a média e mediana a partir dos dados contidos no gráfico. Embora as questões chamassem a atenção para a estimativa, o gráfico em si apresentava os valores das barras explícitos, os quais eram altos (ex. 100, 150, 130 etc.). O pesquisador se mostrou surpreso diante das respostas dadas pelas professoras, porque elas procederam com o cálculo exato da média e utilizaram valores exatos como resposta ao problema, uma vez que era solicitado que estimassem os valores para a média e mediana. Nesse sentido, Amaral afirma a partir de seus resultados, que as professoras envolvidas na pesquisa conseguiram se desenvolver em relação às medidas de tendência central depois da aplicação da sequência didática. No entanto, a questão que envolvia a interpretação da média e mediana no gráfico foi uma das que suscitaram mais dificuldade.

Barizon (2011) desenvolveu um estudo com o objetivo de elaborar, avaliar e validar uma escala de estratégias de interação e atenção para compreender como aconteceria a autorregulação da aprendizagem de Estatística em uma perspectiva embasada nos aspectos sócio-históricos de Vygotsky. Para tanto, ela investigou o desempenho de estudantes do 3º ano do ensino médio de São Paulo na resolução de questões que envolviam conceitos estatísticos, que expressavam aspectos do letramento estatístico, isto é, questões voltadas à leitura e interpretação crítica de informações. Dentre essas questões, três abordavam aspectos de medidas de tendência central (média, moda e mediana), com duas incluindo a média no contexto da interpretação de gráficos. Os estudantes fizeram um pré-teste antes de terem contato com os conteúdos de Estatística e um pós-teste, depois de vivenciarem os conteúdos em sala de aula. Os resultados desse experimento mostraram que os estudantes não avançaram em suas compreensões sobre essas questões e que o nível de letramento estatístico deles ficou aquém do que era esperado.

Silveira (2011) elaborou um estudo com o objetivo de propor, avaliar e validar, uma escala de atitudes em relação a Estatística para o ensino médio. Silveira aplicou um teste sobre conhecimentos estatísticos a 175 alunos do terceiro ano do ensino médio de São Paulo. O teste buscava avaliar o nível de letramento Estatístico dos estudantes, ou

seja, a capacidade deles analisarem criticamente situações onde são empregados conhecimentos Estatísticos; dentre esses conhecimentos tinha-se questões sobre média no contexto da interpretação de gráficos. Esse teste foi o mesmo utilizado por Barizon (2011). No estudo de Silveira o teste foi aplicado em dois momentos. O primeiro, sem os estudantes terem contato com os conteúdos de Estatística e o segundo logo após terem visto alguns conteúdos de Estatística em sala de aula. Também foi aplicada uma escala de atitudes em relação à Matemática e Estatística.

Em relação a escala de atitude segundo Silveira, os alunos que possuem atitudes mais negativas ou positivas em Matemática não necessariamente também a terão em relação à Estatística, e vice e versa. O autor afirma que o nível de dificuldade dos testes foi maior do que o nível de habilidades dos estudantes. Nas questões onde as medidas de tendência central estavam articuladas a interpretação de gráficos, os estudantes sentiram dificuldade em resolvê-las. O autor discute que os estudantes do 3º ano do ensino médio, deveriam ter conhecimentos necessários para compreender que os valores da média e mediana poderiam não coincidir com os dados postos no gráfico e que o cálculo da média deveria ser inferido a partir desses dados. No segundo momento do teste, houve uma redução no número de alunos que conseguiram determinar pelo menos uma das medidas exigidas nas questões como: média, mediana e desvio padrão, passando de 23 no primeiro momento do teste, para 13 no segundo. O autor conclui que houve um baixo nível de letramento estatístico entre os estudantes do ensino médio participantes da pesquisa.

Mayén, Cobo, Batanero e Balderas (2007) realizaram um estudo investigativo com estudantes mexicanos do curso de bacharelado e estudantes espanhóis concluintes do ensino secundário sobre a compreensão das medidas de tendência central. Esse estudo aconteceu a partir da aplicação de um questionário a 125 estudantes, com idades entre 17 e 18 anos, oriundos do ensino público do México e com 144 estudantes com idades entre 15 e 16 do ensino público espanhol. O estudo continha 9 itens em sua composição e um deles abordava a média e mediana no contexto da interpretação de gráficos em relação as suas propriedades. Mayen et al. (2007) observaram que a maior dificuldade dos estudantes consistia em perceberem que todos os valores influenciam no cálculo da média e que a média não é uma boa medida quando se tem valores discrepantes na distribuição. Para o cálculo da média o percentual de acertos foi de 35% dos alunos mexicanos e 67% dos alunos espanhóis, já para a mediana, os percentuais foram respectivamente 17% e 26%.

Nesse sentido, podemos observar que estudantes de diversos contextos e nacionalidades sentem dificuldade para interpretar a média, quando a mesma está associada à interpretação de gráficos.

Os estudos apresentados nessa seção colocam em evidência propriedades (STRAUSS; BICHLER, 1988) e significados (BATANERO, 2000) da média. Na seção que segue, destacamos estudos que oferecem níveis de classificação de respostas sobre a média por estudantes.

1.2 Níveis de respostas sobre a média

Watson e Moritz (1999) desenvolveram uma pesquisa longitudinal, que investigou a exploração do entendimento dos conceitos de média por estudantes Australianos do Ensino Fundamental. Esse estudo foi realizado nos anos de 1993 e 1995 em 13 escolas públicas com estudantes do campo, zona urbana e de uma região considerada semi-urbana, distribuídas em 7 distritos da Tasmânia. No ano de 1993 participaram da pesquisa 322 estudantes do 3º ano, 296 do 6º e 341 do 9º ano do Ensino Fundamental. Em seguida no ano de 1995 participaram 304 estudantes do 3º ano, 472 do 5º, 221 do 6º, 332 do 8º, 300 do 9º e 164 estudantes do 11º ano.

Os autores propuseram quatro questões sobre o conceito de média e mediana, envolvendo problemas situados em contexto familiar aos estudantes e o contexto da mídia. A partir desse estudo, Watson e Moritz (1999) realizaram uma classificação adaptada de estudos prévios realizados por Biggs e Collis (1982), onde os autores elaboraram e discutiram sobre a Taxonomia SOLO (Structure of Observing Learning Outcome), ou seja, "Estrutura do resultado de aprendizagem observado" que diz respeito a um sistema de categorias para identificar patamares de formalização do pensamento.

Segundo Biggs e Collins (1982) a Taxonomia SOLO, poderia ser utilizada para avaliar a qualidade da aprendizagem e também poderia ser empregada com objetivos curriculares e educacionais. Essa Taxonomia discute a possibilidade de se identificar níveis hierárquicos de complexidade sobre diversificados e diferentes conteúdos.

Com base nessa taxonomia, Watson e Moritz (1999) classificaram as respostas dos estudantes sobre média aritmética em cinco níveis: preestrutural, uniestrutural, multiestrutural e relacional.

As respostas de nível preestrutural, são aquelas que não incluem um significado para o termo média, ou seja, pode ser dada qualquer resposta, que não venha a ter relação com o significado da média no contexto da questão, ou se os estudantes lembrassem da palavra mas não soubessem dizer onde ela se aplicaria, não fazendo assim a relação com os termos envolvidos na pergunta.

O nível uniestrutural de resposta descreve aquelas que envolvem uma ideia simples sobre operação aritmética ou medição, mas sem nenhum indicador de média ou medidas de tendência central explícito. Também são respostas em que os estudantes refletem uma única ideia ou sinônimo para a média, sendo expressas algumas vezes por frases coloquiais de natureza descritiva e que não sugerem qualquer tipo de medição. Por exemplo, na pergunta: o que significaria para você se alguém lhe dissesse que você está na média? Possíveis respostas uniestruturais seriam: “eu estou bem”; “eu sou uma pessoa normal” ou “o mesmo que todos os outros”. Sendo assim, são respostas que não demonstram uma compreensão mais profunda sobre o conceito de média, mas incluem uma ligação da pessoa com um grupo maior.

O nível de resposta multiestrutural contempla respostas mais elaboradas, situadas para além de uma única ideia geral e que descrevem como a média refere-se a um conjunto de dados a partir dos quais os estudantes podem estar calculando. Respostas que utilizam um método para a obtenção da média do conjunto de dados através de seu algoritmo também são multiestruturais. Esse nível pode ainda ser caracterizado por ideias que podem estar relacionadas com qualquer uma das medidas de tendência central: média, moda ou mediana; embora essas palavras possam aparecer ou não na resolução do problema. Entende-se que o pensamento desenvolvido pelo estudante vai recair em uma das medidas de tendência central, mesmo que eles não explicitem verbalmente o seu uso. Para responder a pergunta mencionada acima, o estudante que se encontra com num nível multiestrutural, poderia responder: “você está no meio como a maioria das pessoas”. Os pesquisadores destacam que o uso da expressão “meio” caracteriza uma compreensão intuitiva do conceito de mediana.

O quarto nível de resposta foi classificado como relacional por Watson e Moritz (1999). Nele, os estudantes exibem uma compreensão integrada das relações entre os diferentes aspectos dos dados ou do contexto da tarefa, demonstrando um raciocínio crítico. Nesse nível, não aparecem inconsistências na conclusão da tarefa. A média é concebida como elemento que relaciona todos os aspectos envolvidos na questão. São respostas que vão além da prática do algoritmo, porque os estudantes concebem a

natureza dos dados e conseguem perceber a variação, refletindo sobre os dados. Em suma, nesse nível percebe-se um pensamento crítico em relação às variáveis envolvidas no problema.

Watson e Moritz (1999) discutem que a frequência das respostas de nível multiestructural se sobressaiu em relação aos demais níveis. Também foi observado muita ênfase no algoritmo sem a relação com a análise de dados. Eles perceberam que mesmo os estudantes conhecendo o algoritmo da média, essa não é condição suficiente para que eles consigam dar respostas de nível relacional.

De acordo com esses pesquisadores, o conceito de média não pode ser compreendido como “tudo ou nada”, isso é, o estudante “sabe ou não sabe”. A compreensão desse conceito pode ser construída durante os vários anos de escolarização. Isso significa que há níveis de compreensão e respostas em relação à média e para que esses níveis possam se desenvolver é necessário um trabalho sistemático no decorrer dos anos de escolarização e que aborde a média em diferentes contextos, para que assim os estudantes possam refletir e ampliar níveis de compreensão.

Watson e Moritz (1999) sugerem que os conceitos a serem trabalhados não devem se basear apenas na seleção de dados empíricos, mas devem estar articulados com as medidas de tendência central.

Watson e Moritz (2000) dão continuidade às discussões advindas do estudo longitudinal em relação à média aritmética que realizaram com estudantes australianos do Ensino Fundamental. Eles resgatam estudos prévios em que analisaram como os estudantes lidam com os conceitos de média em vários contextos. A pesquisa foi realizada a partir de dois estudos longitudinais. O estudo longitudinal 1 (WATSON; MORITZ, 1993) ocorreu com a participação de 22 estudantes do sul da Austrália, sendo 5 do 3º ano, 6 do 5º e 7º anos e 5 do 9º ano. O estudo longitudinal 2 (WATSON; MORITZ, 1995) ocorreu com 21 estudantes da Tasmânia, sendo 8 do 3º ano, 9 do 6º ano e 4 do 9º ano.

Watson e Moritz (2000) utilizaram a mesma classificação de respostas do estudo realizado em 1999, para aprofundar os estudos sobre os níveis de resposta apresentados pelos estudantes para resolver questões sobre média. Os autores esperavam que os estudantes respondessem aos questionamentos de forma mais elaborada, ou seja, utilizando respostas de nível relacional. Contudo, eles perceberam que os estudantes

continuavam dando respostas de nível uni e multiestructural, não conseguindo mostrar o desenvolvimento em relação ao conceito de média.

Watson e Moritz (2000) pontuam alguns elementos que devem ser observados para que haja um bom ensino da média assim como de outras medidas de tendência central. Por exemplo, os professores devem apresentar experiências de aprendizagem, que proporcionem oportunidades para que os estudantes saibam representar um conjunto de dados, a partir da utilização das medidas de tendência central. E ainda, devem considerar contextos em que os conjuntos de dados são comparados e combinados usando a média como medida representativa de um conjunto de dados. Os estudantes devem aprender algoritmos para produzir valores representativos, particularmente à média e mediana; também devem explorar a relação entre uma medida de tendência central em específico a um conjunto de dados possíveis;

Nesse sentido, percebemos que a pesquisa de Watson e Moritz (2000) contribuiu para que compreendamos os elementos norteadores que devem perpassar o ensino da média aritmética em sala de aula. Sendo assim, essa pesquisa confirmou que os estudantes australianos pesquisados ainda não tinham conseguido alcançar o nível relacional em suas compreensões em relação às medidas de tendência central, porque não há um trabalho específico que faça com que os estudantes superem as dificuldades através do uso da média em diferentes situações.

Watson (2006) investigou com profundidade os significados da média aritmética a partir dos estudos prévios já mencionados (WATSON; MORITZ, 1999; 2000) e que foram realizados com estudantes australianos do Ensino Fundamental. A pesquisadora discutiu de forma mais detalhada as perguntas que envolveram a média no contexto social e da mídia. Ela faz uma distinção entre os termos *mean* e *average* os quais significam média em português (FERREIRA, 1999). O termo *average* é entendido de forma mais ampla pela autora, que o concebe relacionado a diferentes usos, tais como: uso coloquial do termo; algoritmo; variação; resolução de problemas; inferência; medidas de tendência central; números decimais, dentre outros conceitos trabalhados na Estatística. Já a média enquanto *mean* se refere ao seu sentido único utilizado no algoritmo.

De acordo com Watson (2006), as pessoas utilizaram a palavra média e ela recaiu no sentido coloquial e foi bastante utilizada para descrever realidades dos contextos sociais. O seu estudo teve como objetivo analisar a compreensão de estudantes do Ensino Fundamental australiano, sobre o conceito de média aritmética. O

estudo foi realizado com 58 alunos oriundos de uma escola pública australiana e com três níveis distintos de escolarização, correspondentes no Brasil ao 3º, 6º e 9º anos. Os estudantes responderam a uma série de perguntas sobre o conceito de média em situações familiares e no contexto da mídia. Em seguida a autora classificou os níveis de resposta dos estudantes de acordo com os seus estudos anteriores (1999; 2000) onde propõe a classificação baseada nos níveis preestrutural, uniestrutural, multiestrutural e relacional, conforme já discutida anteriormente.

Em seus resultados, Watson (2006) aponta que algumas respostas dadas pelos estudantes refletia que eles tinham presenciado recentemente alguma aula sobre média, porque deram ênfase a memorização do algoritmo e não conseguiram responder a pergunta de forma mais sistemática. Em outros tipos de respostas, a autora afirma que os estudantes demonstraram que sabiam o que significava o termo média, mas confundiram esse conceito com os de mediana e moda.

De acordo com os estudos de Watson, o fato de conhecer o algoritmo não é condição suficiente para que os estudantes consigam interpretar as propriedades e situações em que a média se apresenta.

Watson (2006) afirma que a ênfase dada ao algoritmo em sala de aula, talvez seja um dos motivos que faz com que os estudantes não tenham desempenho satisfatório em testes que requeiram um raciocínio mais complexo em relação ao conceito de média. Por outro lado, a autora afirma que seria uma proposta conveniente articular ao ensino de média, assim como as outras medidas de tendência central a interpretação de gráficos. Nesse sentido, o processo de interpretação de gráficos articulado as medidas de tendência central, levaria os estudantes a trabalharem com variabilidade, estimativa e poderiam assim visualizar o comportamento e tratamento dos dados através de novas representações gráficas, para, desse modo, construir aprendizagens requeridas à compreensão desse conceito.

Consideramos o estudo de Watson (2006) de grande relevância porque em sua perspectiva de pesquisa, a autora trabalha com a média em contextos diferenciados e não apenas centrada no algoritmo da média. Além disso, ela amplia a visão do conceito de média em relação aos seus estudos anteriores, propondo uma abordagem mais ampla para o conceito de média, que emerge associado a vários elementos do currículo de Estatística e que podem ser trabalhados concomitantemente para que haja a aprendizagem por parte dos estudantes.

Watson e Stack (2010) investigaram uma experiência de aprendizagem de um grupo de professores Australianos de Matemática em um projeto de Pesquisa-Ação, o qual tinha por objetivo levar os alunos a desenvolverem o raciocínio crítico a partir de atividades sobre média. Dentro dessa concepção de pesquisa-ação, a média foi concebida dentro de três contextos que são considerados como dilemas pelas pesquisadoras. O primeiro se encontrava dentro do conhecimento informal que os alunos traziam para a escola. O segundo retrata a média no contexto da mídia, enquanto o terceiro consiste nos termos técnicos usados sobre a média no currículo de Matemática como as medidas de tendência central: média, moda e mediana. De acordo com as autoras, os três contextos de situação da média devem convergir, mas para que isso ocorra os professores e também aqueles que elaboram os currículos, se deparam com o desafio de abordar a média dentro de um espectro de representações e de contextos, para que os estudantes desenvolvam um raciocínio crítico.

O estudo consistiu da realização da seguinte pergunta a estudantes do ensino médio: o que é Média? E que eles listassem 5 palavras ou frases que expressassem o que seria média para eles. As respostas dos estudantes foram variadas e alguns deles muitas vezes confundiam a média com as outras medidas de tendência central como moda e mediana. A proposta de Watson e Stack (2010) não consistiu em classificar as respostas dos estudantes, mas fazer uma discussão qualitativa em torno do como ensinar no ensino médio, a partir de situações de uso da média, para que os estudantes consigam desenvolver a sua criticidade.

Nas conclusões as autoras ressaltam que habilidades críticas envolvendo o conceito de média podem ser desenvolvidas gradualmente. Os estudantes poderão aumentar a familiaridade com os contextos e os conceitos matemáticos trabalhados na escola, por meio de diversas situações que englobem esses conceitos, para que assim consigam refletir e se posicionar em relação a questões sociais críticas que a englobe.

Nesse sentido, observamos que nos estudos de Watson (2006), a sua classificação para o nível de resposta relacional estava sendo abordada em uma perspectiva de amadurecimento em relação ao conceito de média e compreensão mais sistemática do objeto. No entanto, essa perspectiva não se apresentou de maneira transparente no que concerne ao aspecto retratado. Sendo assim, Watson e Stack (2010) estão compreendendo que a média deve ser trabalhada por meio de diversas situações e contextos para que haja o desenvolvimento do raciocínio crítico dos estudantes.

A partir desse último estudo, depreende-se que o nível de resposta relacional requerido sobre a média discutido por Watson e Moritz (1999; 2000) e Watson (2006), foi ampliado para atingir um nível de resposta crítica entre estudantes com maior nível de escolarização. Sendo assim, na medida em que os estudantes fazem uma interpretação da média que vai além das compreensões da ideia de meio, maioria, mais ou menos e que concebe de alguma forma a variabilidade dos dados, pode-se dizer que eles podem desenvolver um raciocínio crítico em relação ao conceito trabalhado. Contudo, faz-se necessário uma organização do ensino e que inclua o trabalho com diferentes atividades e contextos de uso dos conceitos.

A partir de discussões já realizadas nesse capítulo, entendemos que os estudantes irão conseguir compreender a média de maneira sistemática e os conceitos de moda e mediana assim como a interpretação de gráficos, se tiverem acesso a diferentes situações que façam com que os mesmos reflitam sobre os dados apresentados.

Ao que parece, o campo conceitual da média envolve muitos aspectos, alguns talvez ainda não explorados. É o caso do seu significado na interpretação de gráficos produzidos em um ambiente computacional, o qual se constitui no foco dos aspectos analisados nesse estudo. A estrutura dos problemas a serem resolvidos com o auxílio do TinkerPlots, encontra-se organizada nesse estudo a partir da perspectiva teórica da Teoria dos Campos Conceituais. Nesse sentido, os aspectos das representações construídas no TinkerPlots, dos invariantes e das situações constituem o cerne dos problemas a serem resolvidos pelos estudantes. Esses aspectos encontram-se descritos na metodologia, antes, porém, apresentamos no capítulo que segue uma discussão sobre a Tecnologia e Educação Estatística, onde apresentamos uma descrição e análise do *software TinkerPlots*.

Capítulo 2 - TECNOLOGIA E EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA

O desenvolvimento da tecnologia tem causado impacto em diversas áreas da atividade humana. Na Educação, em particular, o uso das tecnologias têm influído no trabalho realizado pelos educadores e também na forma de ensinar conteúdos ligados a diferentes áreas do conhecimento. Na Educação Estatística, de forma específica, a revolução tecnológica por meio dos computadores tem influenciado na forma de trabalhar dos estatísticos e na maneira de ensinar Estatística. Por exemplo, a tecnologia propicia novos caminhos para visualização e exploração de dados os quais conduzem a novos métodos de análise de dados (BEN-ZVI; GARFIELD, 2008).

Em 1996, a Associação Internacional de Educação Estatística (International Association for Statistical Education – IASE) propôs uma mesa redonda voltada para o debate sobre o papel da tecnologia no ensino e aprendizagem de Estatística. Os temas propostos no evento buscaram debater dentre outras temáticas como a tecnologia estava mudando o ensino de estatística em diferentes níveis de escolarização e como estava se dando o desenvolvimento de softwares nessa área. Em particular, a preocupação estava concentrada com os usos e maus usos da tecnologia na Educação Estatística. Os trabalhos desenvolvidos nessa mesa redonda foram organizados e publicados nos anais do evento por Garfield e Burril (1997).

Em 2012 nas Filipinas, também por ocasião do IASE foi proposta uma mesa redonda intitulada “Virtualidades e Realidades”. Os temas propostos no evento buscaram debater e discutir pontos de vista e abordagens sobre o papel da tecnologia no ensino e aprendizagem de conceitos Estatísticos. Buscou-se na conferência proporcionar discussões sobre os usos e maus usos da Tecnologia na Educação Estatística e reflexões relativas à inserção dessas tecnologias no currículo. De forma geral os trabalhos desenvolvidos na mesa redonda discutiram sobre os seguintes aspectos: papel da Tecnologia na Educação Estatística em países em desenvolvimento; criação de dados científicos; acesso dos estudantes a esses dados e desenvolvimento, implementação e avaliação de Tecnologia em sala de aula. Os trabalhos desenvolvidos nessa mesa redonda foram organizados e publicados nos anais do evento (IASE, 2012).

No Brasil, os PCN de Matemática (BRASIL, 1997) destacam a necessidade de levar os alunos a compreenderem a importância do uso da tecnologia e a acompanharem sua permanente renovação. O computador é concebido nesse cenário como instrumento

que pode proporcionar diferentes formas de ensino e aprendizagem de conteúdos de Matemática, dentre os quais os de Estatística.

Ben-Zvi e Garfield (2008) classificam os tipos de tecnologia usadas em Estatística em várias categorias, tais como: pacotes estatísticos; *software* educacional; planilhas; calculadoras gráficas.

Quanto aos softwares educacionais os PCN (BRASIL, 1997, p. 31) destacam ser fundamental:

[...] que o professor aprenda a escolhê-los em função dos objetivos que pretende atingir e de sua própria concepção de conhecimento e de aprendizagem, distinguindo os que se prestam mais a um trabalho dirigido para testar conhecimentos dos que procuram levar o aluno a interagir com o programa de forma a construir conhecimento.

Nesse sentido, Ainley (2000, p.18) discute que a utilização de gráficos tem se difundido de forma mais forte na publicidade e nos meios de comunicação de forma geral. Neste aspecto de acordo com a pesquisadora, o trabalho com gráficos deve ser articulado com a tecnologia².

Baseados em computadores os gráficos são dinâmicos, no sentido de que o seu tamanho e as proporções podem ser alterados, arrastando os cantos do gráfico. O mesmo conjunto de dados pode ser rápido e facilmente mostrado em uma ampla variedade de formas gráficas, e a aparência do gráfico pode ser alterada através de menus que controlam as escalas dos eixos e sua orientação. Baseados em computador os gráficos podem ser criados de forma interativa: uma vez que o gráfico foi produzido, ele pode se mudado, assim como os dados sobre a planilha, dependendo do software, é possível a utilização de desenhos, ferramentas para sobrepor uma linha sobre um gráfico, a fim de facilitar a leitura do gráfico ou a interpretação de suas tendências.

Como podemos observar o uso da tecnologia associado à produção e interpretação de gráficos, impulsiona e dinamiza o procedimento de criação e exploração do gráfico. No lápis e papel o estudante irá despender um longo tempo para criar diferentes tipos de gráficos, modificar os mesmos, respeitar a proporcionalidade, não conseguirá observar as variações ao mesmo tempo em que altera os valores das variáveis nos eixos etc. Percebemos assim, que a utilização de um *software* para o trabalho com gráficos é de suma importância, haja vista, que as ferramentas disponíveis, podem abrir diversas possibilidades para o trabalho de criação, manuseio, modificação e interpretação.

² Tradução Livre.

De acordo com Moran (2005) os jovens são os mais influenciados pela tecnologia, porque nasceram e cresceram em um contexto tecnológico, que é um mundo novo para uma boa parte dos adultos. Nesse sentido, para Moran (2005) os alunos estão preparados para utilizarem as ferramentas tecnológicas, porque tem facilidade para aprender e para se adaptar com novas situações que venham a surgir. Como podemos perceber é muito importante o uso da Tecnologia na Educação, porque estamos imersos em um mundo globalizado onde as máquinas e operações são realizadas na velocidade de um clique, e nada mais coerente do que a inserção dessas tecnologias, em especial o computador com *softwares* específicos para o trabalho com o ensino da Matemática e da Estatística em nosso contexto.

Dentro do contexto mais amplo do uso da Tecnologia na Educação, podemos fazer um recorte e retratarmos a utilização de um *software* para o trabalho com a Estatística em especial com a média e a interpretação de gráficos. Nesse sentido, o *TinkerPlots* é um *software* Educacional e que pode ser usado para ajudar os estudantes a construir conhecimentos estatísticos inseridos na análise exploratória de dados. Em seguida, discutimos aspectos relevantes desse *software* e que são fundamentais à compreensão do desenvolvimento da nossa pesquisa.

2.1 O software *TinkerPlots*

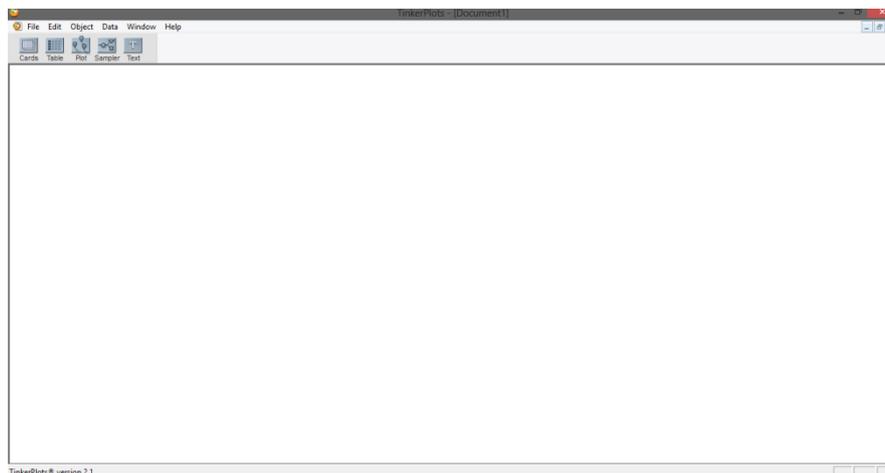
O *software TinkerPlots* foi desenvolvido por Konold e Miller (2005), com a finalidade de proporcionar aos estudantes dos anos iniciais de escolarização, a análise de dados numa interface simples e de fácil compreensão sobre o funcionamento de suas ferramentas (BEN-ZVI; GARFIELD, 2005; GARFIELD; BEN-ZVI, 2008). Trata-se de um ambiente dinâmico no qual os estudantes podem criar múltiplas representações gráficas. A partir dos seus recursos, esse *software* também possibilita a organização de dados reais para a exploração e análise das próprias hipóteses dos estudantes.

O *software TinkerPlots* disponibiliza diversos bancos de dados baseados em pesquisas realizadas com os mais variados temas como: esportes, profissões, animais, com entre outros que podem ser adaptados por seus usuários. Ao mesmo tempo o *software* disponibiliza a criação de bancos de dados utilizando tabelas ou a ferramenta “cards”, ou seja, cartões onde podem ser inseridas as informações para a criação do banco de dados. Desta forma, os sujeitos que venham a manusear o *TinkerPlots* têm a sua autonomia para inserir os seus próprios dados no *software* a partir de suas pesquisas,

e questionamentos. Esse *software* também disponibiliza a inserção de dados advindos de outros programas como, por exemplo, o Excel.

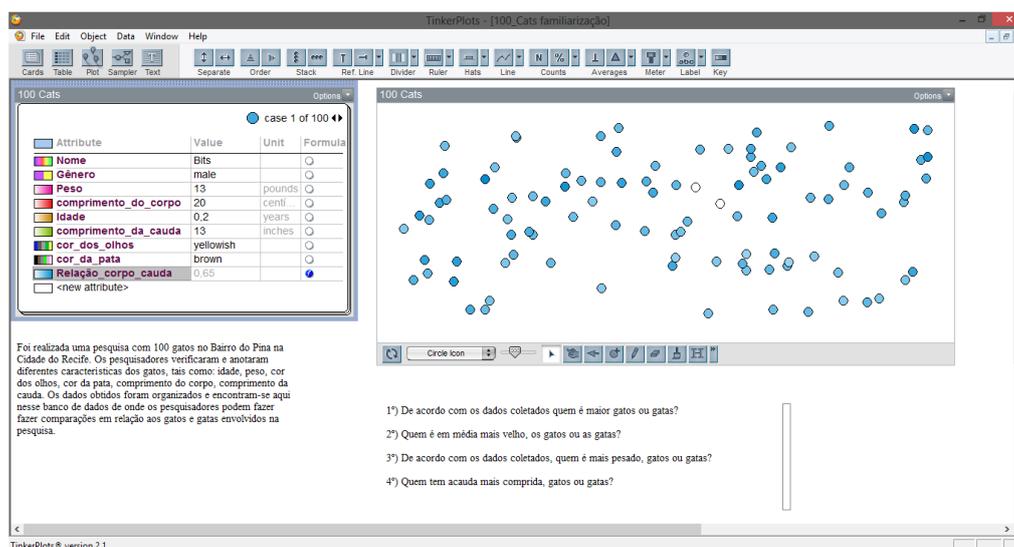
A tela inicial do *TinkerPlots* é branca e sem muito atrativo de recursos visuais. O menu é no idioma inglês, conforme pode ser visualizado na Figura 01 que segue:

Figura 01- Tela inicial do *TinkerPlots*.³



Ao ser aberto ou inserido um novo banco de dados pronto no *software*, é apresentado nessa tela principal a ferramenta *cards*, mostrando os casos individuais e seus respectivos atributos e um espaço de geração de gráficos com os *plots* misturados. A Figura 02 mostra essa tela para o banco de dados “gatos” do *TinkerPlots*.

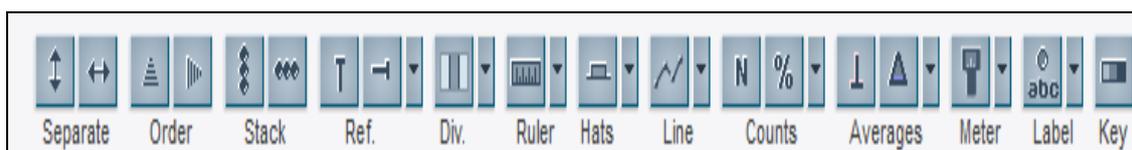
Figura 02 - Tela inicial do *TinkerPlots*, apresentando o banco de dados “gatos”.



^{3 3} As figuras 01 a160 foram produzidas no *software* *TinkerPlots* 2.0.

Na Figura 02, o *cards* está na parte esquerda da tela e contém diferentes atributos, tais como nome dos gatos, gênero, idade, peso etc. Do lado direito da figura, tem-se os *plots* misturados. Na parte superior da tela encontra-se ativada a barra de ferramentas identificadas por seus respectivos ícones. Na próxima página a Figura 03 mostra de forma ampliada o menu de ferramentas e o Quadro 01 apresenta a descrição das suas funções.

Figura 03- Menu da Ferramenta plot do *TinkerPlots 2*.



Quadro 01 – Funções das Ferramentas do *TinkerPlots*

Ferramentas	Descrição
<i>Separate</i>	Separa os <i>plots</i> de maneira vertical ou horizontal.
<i>Order</i>	Ordena os <i>plots</i> de acordo com o atributo escolhido.
<i>Stack</i>	Empilha os <i>plots</i> verticalmente ou horizontalmente em colunas ou blocos.
<i>Ref.</i>	Aciona a linha de referência e a constrói acima da caixa de <i>Plot</i> .
<i>Div.</i>	Auxilia a visualização dos valores dos <i>plots</i> nas escalas com um tipo de caixa.
<i>Ruler</i>	Aciona a régua que calcula a diferença vertical e horizontal no gráfico.
<i>Hats</i>	Aciona a construção de um gráfico de chapéu ou de um <i>Box Plot</i> .
<i>Line</i>	Liga os <i>plots</i> no gráfico com uma ou várias linhas.
<i>Counts</i>	Realiza contagem numérica (n) e percentual (%) dos <i>plots</i> .
<i>Averages</i>	Aciona a representação simbólica e numérica das medidas de tendência central.
<i>Meter</i>	Calcula as médias de casos individuais em formato de caixa.
<i>Label</i>	Nomeia os <i>plots</i> de acordo com a classificação dada nos <i>Cards</i> .
<i>Key</i>	Aciona a legenda.

A ferramenta gradiente do *TinkerPlots* utiliza-se das cores dos *plots* como elemento que diferencia variáveis qualitativas e quantitativas. Para as variáveis qualitativas as cores são sólidas, ou seja, não há gradação de cores para cada caso; por exemplo, no caso do gênero, a cor verde dos *plots* poderia representar os casos do gênero masculino, enquanto a cor amarela os casos do gênero feminino. Para as variáveis quantitativas os *plots* apresentam uma gradação de cor, cuja intensidade varia de nuances mais claras, representando os casos de menor valor numérico, às mais escuras, que representaria os casos de maior valor numérico. Com relação ao atributo idade, por exemplo, sendo representada pela cor rosa, teríamos os *plots* na cor rosa claro representando os casos de pessoas mais novas, enquanto os *plots* com o rosa mais

escuro estariam representando as pessoas de mais idade. O recurso das cores das variáveis no *TinkerPlots* é mostrado nos *Cards* e *Plots*, conforme pode ser observado nas Figuras 04 e 05.

Figura 04- Ferramenta gradiente realçando o atributo gênero nos *cards* e nos *plots* do banco de dados “gatos”.

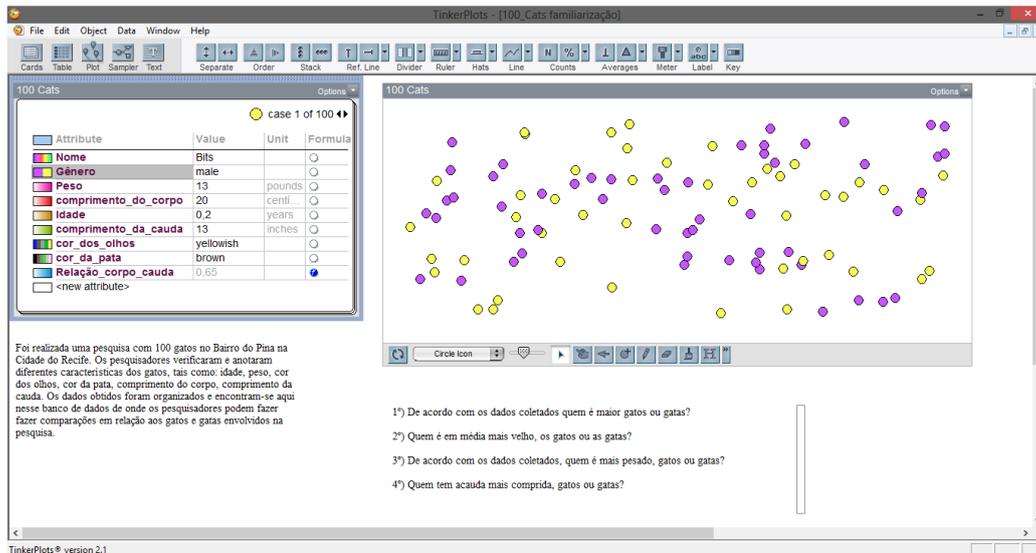
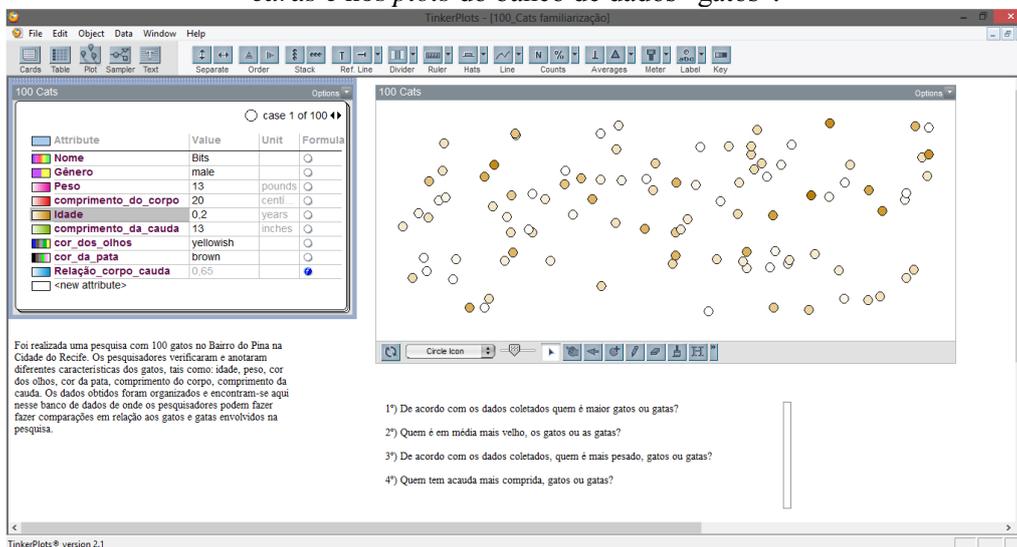


Figura 05- Ferramenta gradiente realçando o atributo idade nos *cards* e nos *plots* do banco de dados “gatos”.

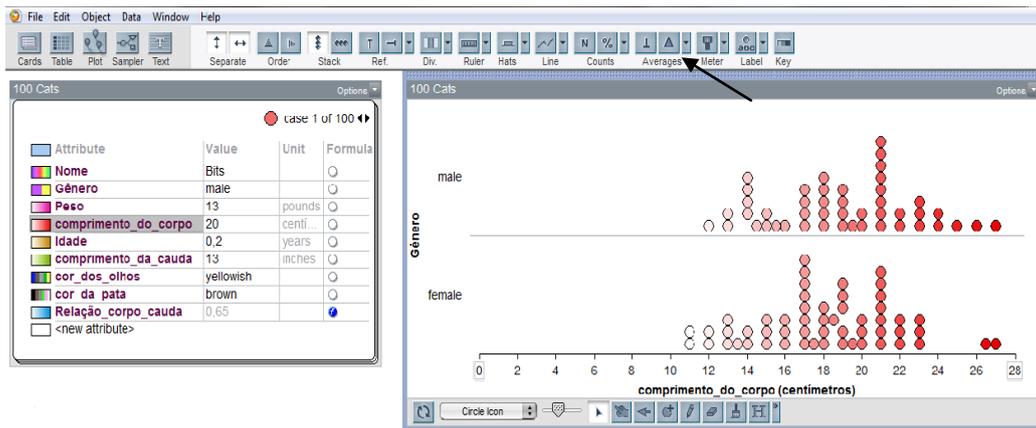


2.1.1 A ferramenta média no TinkerPlots

A ferramenta média está disponível na barra de ferramentas do *TinkerPlots* e se encontra em *Average*⁴, através do símbolo Δ como podemos observar na Figura 06:

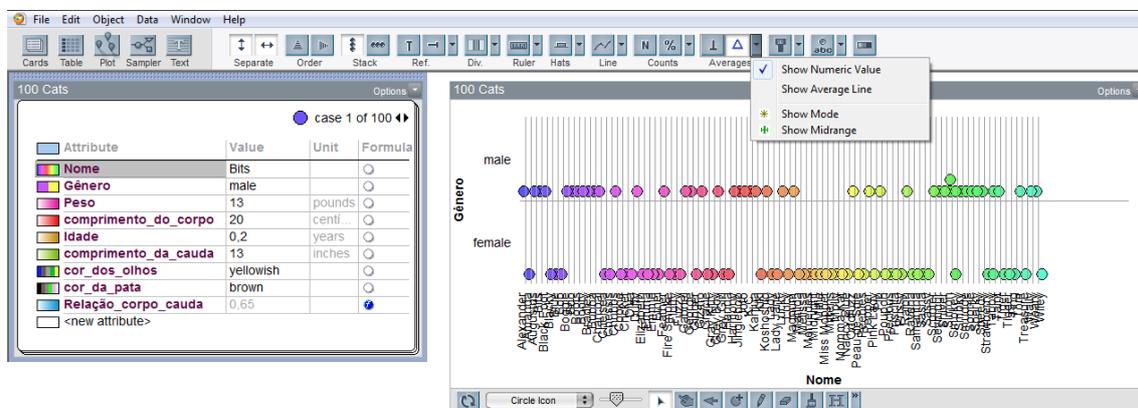
⁴ Média em Inglês.

Figura 06- Indicação do ícone da Ferramenta Média



A ferramenta média pode ser acionada com a inserção das variáveis quantitativas e qualitativas. Quando a ferramenta média é acionada em um contexto onde só há variáveis qualitativas, fica sem sentido a sua utilização, porque a mesma não representará nada e não indicará nenhum valor, por se tratar de variáveis qualitativas, onde não podemos mensurar, como podemos ver na Figura 07 abaixo que foi tirada do banco de dados gatos, as duas variáveis envolvidas são: nome e gênero.

Figura 07- Gráfico com variáveis qualitativas e ferramenta média acionada.

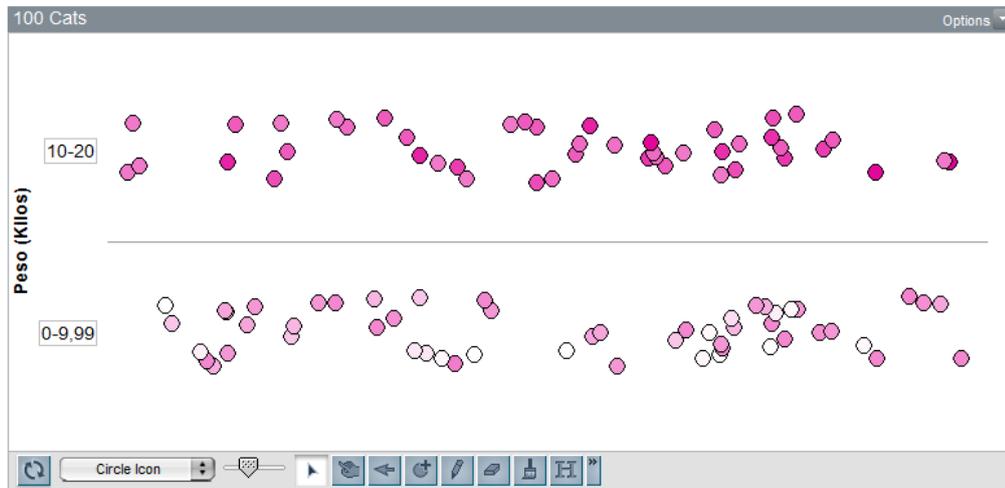


Por outro lado, quando são inseridas variáveis quantitativas é possível trabalhar com a ferramenta média, porque as mesmas podem ser mensuradas, contadas, quantificadas. Dessa forma, existem duas possibilidades de se trabalhar com a ferramenta média no contexto do *software TinkerPlots*, uma dentro da escala intervalar e a outra dentro da escala numérica.

Quando uma variável quantitativa é inserida é gerado automaticamente a escala intervalar pelo *software TinkerPlots*. Desse modo a Figura 08 apresenta o gráfico com

escala intervalar elaborada automaticamente pelo *TinkerPlots*, seguida da Figura 09 onde a média é acionada.

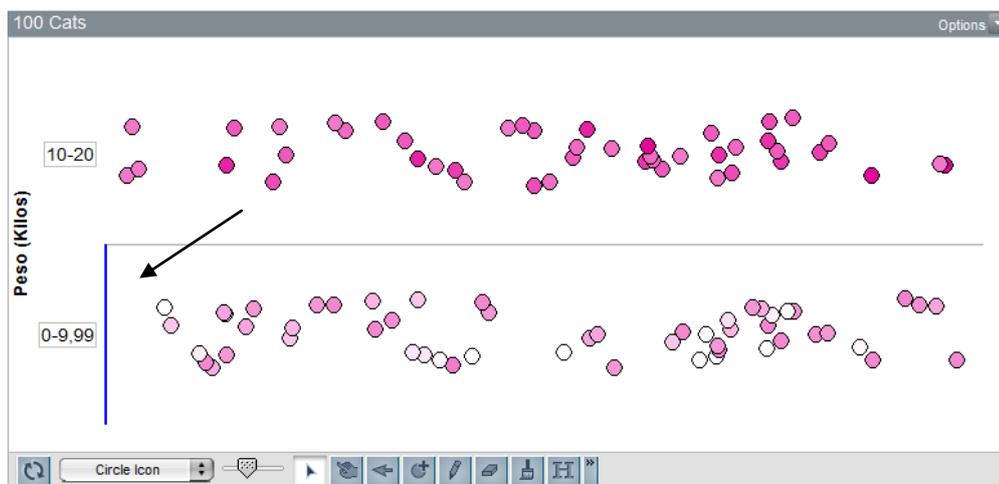
Figura 08- Gráfico da variável peso apresentado em escala intervalar.



Na Figura 08, observamos que o atributo peso está selecionado e a escala gerada apresenta uma divisão intervalar que vai de 0-9,99 e de 10-20. Essa escala intervalar é construída de acordo com os valores quantitativos que aparecem no banco de dados. Assim, o intervalo dessa escala vai ser criado pelo *software* de acordo com a variação numérica dos dados.

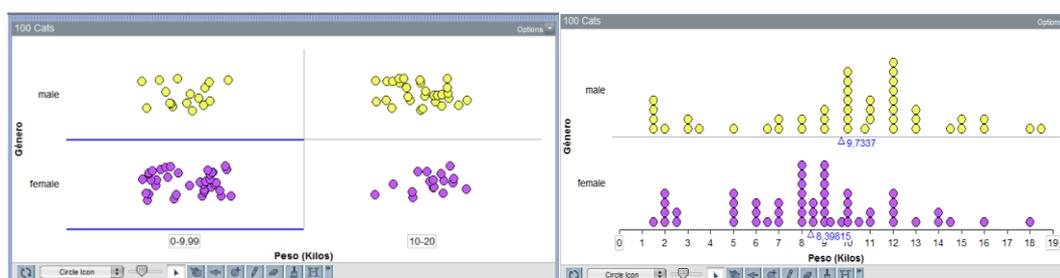
Quando os estudantes acionam a ferramenta média ela indica em qual intervalo estaria localizada a média dos valores dos *plots*, como podemos observar na Figura 09:

Figura 09- Ferramenta média acionada ao gráfico com escala intervalar.



A média dentro do contexto de interpretação de dados no *TinkerPlots* também pode aparecer com a relação entre uma variável quantitativa e uma qualitativa com escala intervalar ou numérica como podemos observar nas Figura 10.

Figura 10- A ferramenta média acionada na escala intervalar e numérica.



Sendo assim, a média pode ser trabalhada em escala intervalar e numérica como foi constatado nas figuras apresentadas, pela representação de onde está localizada a média pelo do símbolo Δ , assim como o seu valor numérico.

Em nosso estudo demos ênfase à construção do *Dot Plot* a partir da escala intervalar, para se chegar à escala numérica. É válido salientar que o *TinkerPlots* disponibiliza outros tipos de gráficos em sua interface, mas em nosso estudo abordaremos o tipo já citado.

2.1.2 Pesquisas prévias com o software *TinkerPlots*

Lira (2010) investigou como estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental realizavam a interpretação de dados através da utilização de ferramentas específicas do software *TinkerPlots*. A autora desenvolveu um trabalho exploratório com 12 estudantes que apresentaram um baixo desempenho na disciplina de Matemática, de uma escola da rede privada da cidade do Recife. O estudo se deu por entrevistas e análises dos trabalhos dos estudantes durante a utilização do *TinkerPlots*. Essa pesquisa foi desenvolvida em quatro sessões de trabalho nas quais os estudantes realizaram atividades sob a orientação da pesquisadora.

Na primeira sessão, os estudantes realizaram a exploração do software quando eles tiveram liberdade para explorarem a interface do software; na segunda sessão houve a utilização das ferramentas que são básicas para organização e interpretação dos dados no *TinkerPlots*; na terceira os estudantes elaboraram uma pesquisa de interesse próprio, em que participaram de forma ativa, desde a escolha dos instrumentos de coleta

de dados até a interpretação dos dados, e na última sessão os estudantes interpretaram os dados reais coletados utilizando em específico as ferramentas *Cards*, *Table* e *Plots* do *software*.

Dessa forma, Lira (2010) percebeu que os recursos do *software TinkerPlots* permitiram que os estudantes manipulassem as situações e ao mesmo tempo fossem experimentando e observando os resultados que eles obtiveram nesse processo de manipulação. Sendo assim, alguns conceitos como amplitude total, categorias, cruzamentos de variáveis foram compreendidos pelos estudantes de forma legítima, durante o trabalho com o *software*. A autora constatou e pontuou em suas conclusões, que o *software TinkerPlots* possuía recursos muito importantes para o trabalho de interpretação de dados. Ao utilizar algumas ferramentas como *Cards*, *Table* e *Plot* os estudantes conseguiram organizar os dados de maneira que obtiveram formas distintas de representação que possibilitaram a interpretação dos dados.

Alves (2011) Investigou o processo de interpretação de gráficos utilizando o *software TinkerPlots* com estudantes do 5º do Ensino Fundamental de uma escola rural. Os dados foram coletados com a participação de 10 estudantes de uma escola rural em um município da Região Agreste de Pernambuco, onde os estudantes daquela região não haviam tido contato com um computador. Essa coleta de dados foi realizada em quatro sessões de pesquisa.

Na primeira sessão foi realizada uma atividade de forma coletiva na qual todos os estudantes da turma coletaram dados. Na segunda sessão foi trabalhada a realização de entrevistas com os estudantes que participaram da pesquisa. A terceira sessão foi destinada para que os estudantes tivessem o primeiro contato com o computador e com o *software TinkerPlots* e assim participassem do processo de familiarização com o *software*. Na quarta e última sessão os estudantes realizaram as atividades de interpretação de gráficos no *TinkerPlots*.

Alves (2011) analisou os seus dados a partir de uma perspectiva qualitativa, na qual considerou o desempenho dos estudantes na interpretação de gráficos e suas falas no desenvolvimento das sessões. Em seus resultados a autora indicou que os participantes conseguiram fazer a manipulação do *software TinkerPlots* sem apresentarem grandes dificuldades. Foi constatado um alto índice de acertos referentes às questões trabalhadas nas quais os estudantes não apresentaram dificuldade em responder às atividades de interpretação de gráficos. Em específico a autora constatou que houve um maior índice de acertos nas respostas relacionadas às questões de estrutura univariada, contudo os

estudantes tiveram um desempenho satisfatório nas questões de estrutura bivariada. Em suma, Alves (2011) constatou em seus resultados que os estudantes de áreas rurais foram capazes de interpretar gráficos num *software* de análises de dados, com relativa facilidade, haja vista que os mesmos não tinham acesso ao computador, esse fato está ligado ao uso do ambiente computacional (*software*) que possibilitou a utilização de diferentes estratégias, caminhos e múltiplas representações de um mesmo conjunto de dados. E dentre as ferramentas utilizadas no processo de interpretação realizados pelos estudantes se destacaram a utilização do gradiente de cores e o *Separate*, recursos esses que delinearam a interpretação dos estudantes no *software TinkerPlots*.

Asseker (2011) investigou o uso do *software TinkerPlots* para exploração de dados por professores de escolas rurais do Agreste de Pernambuco. A autora buscou identificar as representações construídas no trabalho com *software* e analisar a utilização das ferramentas separar, empilhar, ordenar, gradiente e como elas influenciavam na interpretação de dados. Nesse sentido, os dados foram coletados com a participação de 12 professores de 8 escolas rurais do município de Caruaru região Agreste de Pernambuco. Os professores participaram a partir de entrevista semiestruturada em duas partes. Na primeira parte foi observado o perfil dos participantes em relação ao uso de computadores e sobre o ensino de Tratamento da Informação. Na segunda parte foi realizada a familiarização com o *software*, na qual tinha como objetivo, fazer com que os professores conhecessem, manipulassem as ferramentas para que assim analisassem os dados postos. Em um segundo momento os professores responderam 3 questionamentos de um banco de dados sobre Violência e 3 questionamentos sobre um banco de dados sobre Novelas. As questões trabalhadas nesses bancos de dados estavam de acordo com o contexto bivariado ou cruzamento de duas variáveis. O cruzamento de variáveis compunham elementos quantitativos e qualitativos e que deveriam ser relacionados para a análise de dados.

Asseker (2011) obteve como resultados que em geral os professores conseguiram manusear as ferramentas do *software* com certa facilidade e assim realizaram a manipulação dos dados. Os professores utilizaram ferramentas e representações distintas de gráfico tais como: organização em categorias em eixos horizontais e verticais; empilhamento; ordenação; inserção de escalas; utilização de recursos de cores (gradiente). Nesse sentido, a autora constatou ainda, que através da utilização de algumas ferramentas que o *software* disponibiliza, a importância em especial das ferramentas separar e gradiente nas quais fizeram com que os professores

percebessem os valores apresentados na escala e fizessem assim uma análise coerente dos dados postos. Os resultados ainda apontaram que a ferramenta gradiente em alguns contextos no momento da interpretação, promoveu uma análise pontual dos dados, na qual a pesquisadora teve que intervir para a compreensão dos dados por parte dos professores pesquisados na interpretação com o *software TinkerPlots*.

Ben-Zvi (2006) investigou procedimentos de inferência e argumentação com estudantes do 6º ano de três classes distintas, por meio de um projeto que envolvia Matemática e Ciências no contexto de um ambiente de aprendizagem interdisciplinar o *software TinkerPlots* (Konold e Miller, 2005). Nesse estudo foram utilizadas amostras crescentes de dados e assim foi constatado que os estudantes tiveram um desempenho satisfatório e ficaram entusiasmados com o manuseio do *software*.

Nesse sentido, através da utilização do *TinkerPlots* os estudantes tiveram a oportunidade de desenvolver aspectos relacionados à inferência informal e o raciocínio argumentativo. A análise preliminar dos dados permite depreender que algumas inferências informais usadas pelos estudantes do 6º ano, podem ser compatíveis de alguma forma com aquelas utilizadas por especialistas em Estatística.

A maioria dos estudantes foram capazes de produzir inferências razoáveis e argumentos significativos no que concerne a sua comunidade de sala de aula. Além disso, o autor identificou que o *software TinkerPlots* fez com que os estudantes tivessem uma mudança em relação aos níveis de resposta estatísticas em múltiplas dimensões como: um avanço no raciocínio aditivo até o multiplicativo e a consideração da variabilidade dos dados articulado com o trabalho com diferentes amostras para a interpretação de dados.

Ben-Zvi (2006) também percebeu que as interações dentro do grupo de estudantes teve um papel imprescindível, porque levou os mesmos a questionarem e a criticar as perspectivas individuais de cada um, de modo que uma compreensão mais clara de inferência informal surgiu nas discussões. Dessa maneira, ainda foram encontradas melhorias significativas em relação aos conhecimentos de estatística dos estudantes.

Watson e Donne (2009) desenvolveram uma pesquisa com o *software TinkerPlots* como ferramenta para explorar a compreensão do aluno sobre o pensamento inicial sobre inferência estatística. As pesquisadoras afirmam que os estudantes devem ir além das atividades e exercícios realizados em sala de aula e precisam ter contato com outras formas de representação das ideias matemáticas e estatísticas para que possam

aprender de maneira diferenciada, através da utilização de *softwares* e outros recursos tecnológicos. Para as autoras o *software TinkerPlots* é um exemplo de utilização da tecnologia no contexto da sala de aula, que disponibiliza uma interface que oferece uma gama de representações onde os estudantes poderão manipular os dados, construir, organizar e interpretar a partir de situações postas no ambiente e isso fará com que os estudantes tenham mais possibilidades de aprender de maneira real e eficaz o conceito trabalhado através do *software*.

O estudo desenvolvido foi de natureza exploratória e tinha por objetivo analisar a “*affordance*”, ou seja, o potencial de uma ferramenta tecnológica, que nesse contexto foi o *software TinkerPlots* no trabalho com inferência Estatística. Dois grupos de estudantes do ensino médio, que se dividiram em três amostras distintas. A mostra “A” e “B” trabalharam com lápis e papel e a amostra “C” com o *software TinkerPlots*.

Na pesquisa as amostras “A” e “B” foram retiradas de estudos anteriores realizados pelos autores através da utilização de dois protocolos sobre inferência estatística. Os protocolos foram apresentados com quatro conjuntos de dois gráficos que ilustram as notas obtidas em uma prova de ortografia com estudantes em quatro pares de classes: vermelho e azul, verde e roxo, amarelo e marrom, e rosa e preto. Para cada par os alunos foram solicitados a determinar qual classe tinha se saído melhor no teste.

Em seus resultados as autoras asseveram que o grupo da Amostra C teve melhor desempenho no que concerne ao número de representações manipuladas no gráfico. Haja vista, que os estudantes tiveram acesso às mesmas questões, mas em formatos diferentes, os grupos das amostras “A” e “B” lápis e papel e amostra “C” *software TinkerPlots*. Nesse sentido, por se tratar de uma ferramenta tecnológica, os estudantes que trabalharam com o *software* e tinham diversas ferramentas disponíveis que desempenhavam funções como: empilhar, ordenar, separar e ainda ferramentas como média, moda, mediana, gradiente de cores entre outras que auxiliariam na interpretação da questão.

Sendo assim, os estudantes do grupo amostra “C” se destacaram no que concerne ao número de representações utilizadas para interpretar os gráficos, assim como as diferentes abordagens que os estudantes utilizaram para interpretar a questão pelo uso das ferramentas do *TinkerPlots*. Já os estudantes das amostras “A” e “B” não puderam fazer esse tipo de exploração uma vez que os gráficos já vinham impressos e os estudantes não poderiam modificá-los.

Watson e Donne (2009) concluíram que o *software TinkerPlots* potencializa o ensino de Estatística e Matemática uma vez que ele disponibiliza diversos caminhos para que os sujeitos que estão manipulando possam analisar os dados e fazer inferência e tirarem conclusões de maneira coerente.

Konold (2006) afirma que Designers de ferramentas de *software* educacionais inevitavelmente lutam com a questão da complexidade de suas ferramentas. Em geral, uma simples ferramenta irá minimizar o tempo necessário que as pessoas despendem de um modo geral, para aprender. Por outro lado, o autor levanta um questionamento sobre um instrumento (*software TinkerPlots*) como possibilidade para lidar com uma vasta gama de aplicações na sala de aula.

Dessa forma, Watson e Donne (2009), afirmam que com o contato com o *software TinkerPlots*, os alunos irão desenvolver um novo tipo de raciocínio, a partir da autonomia que a sociedade contemporânea tem e exige para cada cidadão. De acordo com Konold (2006), o *TinkerPlots* por si só, não pode mudar a Educação, mas poderá fazer com que os professores e desenvolvedores de currículo atentem para a inserção das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) em sala de aula.

De uma forma geral, Konold (2006) afirma que as pesquisas desenvolvidas com o auxílio do *TinkerPlots*, mostraram que os estudantes que tiveram contato com o *software*, conseguiram ter um melhor desempenho em estimativas numéricas, interpretação e construção de gráficos do que aqueles que não tiveram contato com o *software*. Nesse sentido, o *TinkerPlots* se constitui como uma ferramenta de um grande potencial de acordo com Konold (2006) que poderá ser utilizado por professores e alunos em suas práticas de sala de aula, e irá corroborar para que haja aprendizagem dos conceitos matemáticos e estatísticos trabalhados.

Capítulo 3 - METODOLOGIA

Esta dissertação é de cunho qualitativo e refere-se a um trabalho de investigação sobre explorações da média aritmética na interpretação de gráficos por estudantes do Ensino Fundamental a partir de gráficos produzidos no *software TinkerPlots*. A metodologia do estudo principal foi elaborada a partir de um estudo piloto.

3.1. Estudo piloto

O estudo piloto explorou os usos da ferramenta média no processo de interpretação de gráficos produzidos no *TinkerPlots* por duplas de estudantes do 5º e 9º anos. Participaram quatro estudantes oriundos de uma escola pública da zona urbana do município de Garanhuns, localizado no Agreste de Pernambuco.

A pesquisa foi organizada em quatro etapas, sendo três realizadas no primeiro encontro e uma no quarto encontro. Na primeira etapa foi realizada uma entrevista com o objetivo de conhecer a experiência dos estudantes com o computador; bem como o entendimento dos mesmos sobre gráficos.

Ainda na primeira etapa, logo após a entrevista, os estudantes individualmente realizaram um teste com questões sobre a média com a finalidade de identificar os seus conhecimentos prévios. Para esse teste foram utilizadas sete questões propostas em estudo anterior desenvolvido por Melo (2010), as quais colocavam em evidência as propriedades da média estudadas por Strauss e Bichler (1988).

Após o teste diagnóstico, os estudantes tiveram o primeiro contato com o *software TinkerPlots* a partir da etapa da familiarização. Nessa etapa o pesquisador apresentou o *software* e as suas funções aos estudantes utilizando-se para tanto do banco de dados “gatos”. O tempo utilizado na coleta de dados do primeiro encontro da pesquisa foi de uma hora e quarenta minutos.

A quarta etapa do estudo piloto consistiu nas situações de interpretação e foi realizada, para todas as duplas, no dia seguinte às etapas iniciais realizadas no primeiro encontro do pesquisador com os estudantes. Nesse momento os estudantes interpretaram os problemas sem o auxílio do pesquisador. Foram dois os bancos de dados utilizados nessa etapa: “peso das mochilas” e “corrida de carros”.

Os bancos de dados utilizados nas etapas de familiarização e interpretação do estudo piloto encontram-se disponibilizados no *TinkerPlots* e os seus contextos de uso e questões foram traduzidos e adaptados para utilização nesta pesquisa.

3.1.1 Principais resultados do estudo piloto

Os resultados obtidos na fase de interpretação foram analisados tomando-se as questões como unidade de análise. Para cada questão, foi verificado como as duas duplas realizaram a interpretação dos dados e como utilizaram a ferramenta média.

Observou-se que o *software TinkerPlots* disponibiliza diversos caminhos para que o estudante possa chegar a uma conclusão sobre os dados. O uso da ferramenta média do *TinkerPlots* é importante desde que ela se encontre em um contexto de análise exploratória de interpretação dos dados. Esse aspecto foi decorrente de observações do pesquisador durante as entrevistas, nas quais ele observou que os estudantes antes de iniciar qualquer processo interpretativo já clicavam na ferramenta média.

A média associada com o gráfico de escala intervalar não auxiliou os estudantes a interpretarem as questões, porque nessa representação só é possível saber que o valor numérico está naquele intervalo, mas não se sabe o valor exato e isso leva a uma incerteza sobre o valor da média. Por outro lado, quando a escala é numérica, assim que os estudantes acionavam a ferramenta média, já arriscam algumas respostas mais consistentes, diferentemente do caso das respostas a partir da análise da escala intervalar, que não suscitou opiniões e respostas mais elaboradas.

O uso do gradiente também foi um recurso do *TinkerPlots* muito utilizado pelos estudantes. Em particular o seu uso foi favorecido pela forma como os dados estavam distribuídos, ou seja, eles estavam em ordem crescente na escala numérica que propiciava uma visão coerente para a sua análise. Se os dados estivessem misturados aleatoriamente sem a escala numérica ou na escala intervalar, talvez os estudantes sentissem mais dificuldade para interpretar o gráfico a partir da ferramenta gradiente. Nesse sentido, levantamos a hipótese que se a distribuição fosse diferente talvez eles não pudessem utilizar o gradiente como recurso de ajuda.

As duplas de estudantes apresentaram estratégias que denotaram diferentes tipos de resposta. Uma dupla do 9º ano participante do estudo piloto, Neto e Roberto, por exemplo, utilizou duas estratégias na interpretação do problema: uma baseada nos aspectos visuais e numéricos da escala, ou seja, a distribuição dos plots na escala

numérica do gráfico e a outra estratégia utilizada baseou-se nas representações simbólicas e numéricas da média no momento em que os estudantes clicavam na ferramenta média do TinkerPlots e uma seta apontava para onde a média estaria localizada, assim os estudantes visualizavam onde a média estaria realmente e nesse momento teciam comentários sobre essa localização e concluíam a questão.

3.1.2 Algumas mudanças do estudo piloto para o principal

- *Entrevista inicial*: No estudo piloto foi solicitado que os estudantes definissem o que eles entendiam por gráfico. Para o estudo principal, por sugestão da banca de qualificação, foi solicitado que o estudante desenhasse um gráfico, uma vez que definir poderia ser mais complexo e/ou pouco informativo;
- *Teste diagnóstico sobre a média*: No estudo piloto foram usadas questões elaboradas por Melo (2010) que contemplavam as propriedades da média de acordo com proposta de Strauss e Bichler (1988). Para o estudo principal, por sugestão da banca de qualificação, foram exploradas questões sobre o significado da média como aquelas propostas por Watson (2006) e também inserida uma questão no contexto da interpretação de gráficos, semelhante àqueles usados no *TinkerPlots*.
- *Estrutura dos problemas*:
 - Fixação dos invariantes dos problemas para questões envolvendo apenas relações entre duas variáveis, sendo uma qualitativa e a outra quantitativa;
 - Fixação do dot plot como tipo de representação para explorações sobre a média. No estudo piloto, observamos que a utilização da média no gráfico de variável intervalar causava certa confusão para os estudantes, não favorecendo suas reflexões sobre o uso das ferramentas, dessa forma, decidimos fixar o uso dessas representações no dot plot, embora o gráfico de escala intervalar tivesse sido mantido como primeira fase do processo de interpretação, sendo esta forma de representação o *default*⁵ do software;

⁵ Designa um valor padrão, isto é, uma opção, valor ou ação utilizada automaticamente pelo sistema informático, caso o utilizador não tenha efetuado as suas especificações.

- Inclusão de variações nas situações retratadas nas questões dos bancos de dados, por exemplo, a alteração da amostra no banco de dados “peixes”. Foram inseridas questões de amostras iguais e médias iguais, amostras iguais e médias diferentes e amostras diferentes médias e diferentes. As situações se constituíram, no estudo principal, nas unidades de análise dos dados. Essas alterações na estrutura dos problemas foram possíveis a partir de um novo olhar sobre as questões tomando-se como referencial teórico a perspectiva de Vergnaud (1991).

3.2. Estudo Principal

A coleta de dados do estudo principal foi realizada no período de 4 a 14 de junho de 2012.

3.2.1 Local e participantes da pesquisa

Participaram da pesquisa 16 estudantes, sendo oito do 5º ano e oito do 9º ano oriundos de uma mesma escola pública localizada na região metropolitana do Recife, Pernambuco.

O pesquisador inicialmente entrou em contato com a coordenadora da escola e entregou carta de encaminhamento solicitando permissão para realizar a pesquisa (Apêndice A). Na ocasião a diretora da escola nos orientou a encaminhar a solicitação ao Centro Administrativo Pedagógico (CAP) da Prefeitura do Recife, para que nosso pedido fosse avaliado. Encaminhamos então a solicitação ao CAP e nos foi dada carta de anuência (Anexo 1), permitindo que a nossa pesquisa fosse realizada naquela escola.

Após esses procedimentos iniciais, a Coordenadora nos apresentou à professora de uma turma do 5º ano e ao professor de Matemática de uma turma do 9º ano, ocasião em que agendamos a realização do teste sobre a média e das demais atividades a serem realizadas.

De acordo com os PCN (BRASIL, 1997), a partir do 2º ciclo (4º e 5º anos) do Ensino Fundamental, os estudantes devem aprender a obter e interpretar a média. No 4º ciclo do Ensino Fundamental (8º e 9º anos), de acordo com os PCN, os estudantes já devem possuir competências em relação à elaboração, interpretação de gráficos e tabelas, além de compreender a média como representativa de um grupo de dados.

Dessa forma, ao escolher estudantes do 5º e 9º anos para compor a nossa amostra, espera-se que haja um desenvolvimento sobre o conhecimento de média que eles possuem.

A escolha do trabalho com duplas de estudantes tem o respaldo de resultados de pesquisas prévias como aquelas realizadas por Alves (2011) e Lira (2010), que perceberam que o trabalho com o *software TinkerPlots*, realizado em duplas, possibilitava a interação entre os estudantes e os mesmos discutiam as respostas e confrontavam suas opiniões, enriquecendo o percurso interpretativo. Além disso, com o trabalho da dupla, o pesquisador também poderia ficar um pouco mais distanciado e analisar de forma mais abrangente o fenômeno estudado.

3.2.2 Design da coleta de dados

O Quadro 02 abaixo apresenta a estrutura geral das etapas da pesquisa e suas respectivas finalidades.

Quadro 02 – Etapas da pesquisa

Etapas da pesquisa	Atividades de pesquisa	Objetivos
Primeira Etapa	Teste sobre média aritmética, realizado individualmente e aplicado coletivamente com os participantes de cada grupo de escolaridade.	Identificar a compreensão inicial dos estudantes sobre a média aritmética;
Segunda Etapa	Entrevista semi-estruturada realizada individualmente.	Conhecer o perfil dos participantes, suas experiências e uso do computador. Identificar a sua compreensão sobre gráficos.
Terceira Etapa	Familiarização com as ferramentas do <i>TinkerPlots</i> , realizada em duplas.	Promover a aproximação dos estudantes com o <i>software</i> , buscando auxiliá-los na utilização das ferramentas para a construção do <i>dot plot</i> e para o trabalho com a média.
Quarta Etapa	Interpretação de dados envolvendo situações para o trabalho com a média; realizada em duplas.	Identificar os significados que os estudantes atribuem à média em diferentes situações de interpretação de dados com o <i>software TinkerPlots</i> .

Essas etapas foram realizadas em cinco encontros os quais aconteceram em dias consecutivos.

Na primeira etapa, os estudantes realizaram um teste sobre média com dez questões (Apêndice B). As cinco primeiras questões foram adaptadas a partir daquelas propostas por Watson (2006). Na primeira questão a média era situada num contexto

familiar aos alunos. Os mesmos poderiam dar respostas pessoais que levassem em consideração o sentido conceitual da palavra média de acordo com suas vivências em sala de aula, por exemplo. Na segunda e terceira questões a média encontra-se inserida no contexto da mídia impressa. Na segunda questão, a média é um número inteiro e é requerido dos estudantes que os mesmos expliquem como foi obtida aquela média encontrada na pesquisa. Já na terceira questão a média é um número que não tem correspondente na realidade física, estando também, nesse sentido, relacionada a uma das propriedades levantadas por Strauss e Bichler (1988).

As questões 4a, 4b, 4c e 4d encontram-se relacionadas a explorações sobre a média no contexto da interpretação de dois *dot plots* produzidos no *TinkerPlots*. A informação dos gráficos utilizados no teste versa sobre uma pesquisa adaptada do banco de dados do *TinkerPlots* realizada em duas escolas (A e B), mostrando a quantidade de tempo que estudantes passavam na internet durante uma semana. O número de casos para cada gráfico é o mesmo (122) e os dados variam de 0 a 38 na Escola A, com média de 9,46, e de 0 a 52 na Escola B com média de 10,07. O problema envolve uma situação de “amostras iguais e médias diferentes”. Na Escola B o último dado consiste em um *outlier*, ou seja, um valor considerado atípico para a amostra, representando o caso de uma criança que passa 52 horas por semana na internet. Esse *outlier* tinha influência no valor da média da variável tempo que os estudantes passavam na internet em uma semana na Escola B; sem ele a distribuição da escola B ficaria semelhante a da Escola A, passando a ter os dados variando de 0 a 38 e com média de 9,64.

A questão 4a é de interpretação de gráficos enquanto as 4b e 4c versam sobre a amplitude dos dados em termos dos seus pontos máximos e mínimos. A questão 4d é considerada com grau de dificuldade elevada, porque os estudantes deveriam localizar simbolicamente a média no gráfico, além de estimarem o seu valor numérico. Além disso, ela faz uma conexão mais direta para a etapa de trabalho com o auxílio do *TinkerPlots*.

A décima e última questão trata de um problema que envolve o cálculo da média aritmética e foi baseada em questão utilizada por Melo (2010).

Em continuidade à descrição das etapas da pesquisa conforme apresentamos no Quadro 1, a entrevista semi-estruturada da segunda etapa foi composta de três blocos de questões: perfil dos estudantes; seus usos do computador e seus conhecimentos prévios sobre gráficos (Apêndice C). Nesse último bloco de questões era solicitado que os estudantes desenhasssem um gráfico em uma folha de papel.

O momento de familiarização que consistiu na terceira etapa da pesquisa, visava a apresentação do *TinkerPlots*, ocasião em que os estudantes em dupla puderam explorar as suas ferramentas, observar a interface do *software* e as suas possibilidades para a análise de dados. Nessa etapa da pesquisa, o pesquisador interagiu de forma efetiva com os estudantes, mostrando as ferramentas do *software* e suas respectivas funções. Era também trabalhada com os estudantes a forma de elaboração dos gráficos. Os procedimentos utilizados na familiarização foram os mesmos para todas as duplas.

No dia subsequente a familiarização, os estudantes em duplas participavam da quarta e última etapa da pesquisa, a etapa de interpretação dos dados. Nessa etapa, a participação do pesquisador era limitada e ele ateu-se a realizar algumas intervenções no sentido de esclarecer algumas interpretações dos estudantes ou mesmo chamar a atenção para determinados aspectos na construção dos gráficos de duas variáveis.

O processo de interpretação foi iniciado para cada dupla com a inserção dos atributos na área dos plots para a construção do gráfico de escala intervalar. As ações no *TinkerPlots* requeriam que os estudantes clicassem alternadamente com o *mouse* em cada atributo disponível no *cards* e o arrastasse até a área dos plots. Nesse processo, a dupla poderia escolher inicialmente um ou outro atributo e inseri-los alternadamente no sentido horizontal ou vertical.

3.2.3 Captando das telas com o Software Camtasia 7.

Para efetuarmos o registro de todos os aspectos que aconteceram na familiarização e no momento de interpretação, videografamos esses momentos, captando as falas e imagens dos estudantes, bem como, todas as ações que eles realizaram no computador usando o *software TinkerPlots*. Essa videografia foi possível através do *Camtasia Studio 7* que é um *software* de criação de vídeos, que permite a captação da tela do computador no momento do manuseio dos estudantes com o *TinkerPlots* por meio de vídeos de alta resolução.

Nesse sentido, as duplas de estudantes realizaram o processo de familiarização e interpretação utilizando o *notebook* do pesquisador, e assim pudemos observar tanto a dimensão da fala dos estudantes como também suas expressões no momento da resposta para cada situação de pesquisa.

3.2.4 Bancos de dados utilizados nas etapas de familiarização e interpretação

Os bancos de dados utilizados nas etapas de familiarização e interpretação encontram-se disponibilizados no *TinkerPlots* e os seus contextos de uso e questões foram traduzidos e adaptados para esta pesquisa. O Quadro 03 apresenta os contextos e as questões para cada banco de dados.

Quadro 03 – Contexto e questões dos bancos de dados do estudo

Banco de dados	Contexto	Questões
Gatos (Familiarização)	Foi realizada uma pesquisa com 100 gatos no Bairro do Pina na Cidade do Recife. Os pesquisadores verificaram e anotaram diferentes características dos gatos, tais como: idade, peso/massa, cor dos olhos, cor da pata, comprimento do corpo, comprimento da cauda. Os dados obtidos foram organizados e encontram-se aqui nesse banco de dados de onde podem ser feitas diferentes análises. Considerando-se os dados coletados, solicitaremos que vocês respondam quatro questões.	(Q1) Quem é maior gatos ou gatas? (Q2) Quem é em média mais velho, os gatos ou as gatas? (Q3) Quem é mais pesado, gatos ou gatas? (Q4) Quem tem a cauda mais comprida, gatos ou gatas?
Tempo dos Estudantes (Interpretação)	Uma professora de uma escola pública de Garanhuns, perguntou aos seus alunos quantas horas eles passavam em algumas atividades como: assistindo TV, praticando esportes, trabalho de casa, falando no telefone. Ela inseriu essas informações no Tinkerplots.	(Q1) Quem passa mais tempo assistindo TV, meninos ou meninas? (Q2) Quem passa mais tempo falando no telefone, meninos ou meninas?
Peixes (Interpretação)	Esse gráfico está relacionado a uma amostra de peixes da lagoa de um fazendeiro. Ele comprou peixes geneticamente modificados, pois foi convencido por um vendedor que lhe disse que esses peixes crescem muito mais do que os peixes normais. Após um período de tempo de alimentação dos peixes normais e geneticamente modificados, o fazendeiro quis verificar se o que o vendedor lhe disse era realmente verdade. Assim ele começou a medir alguns peixes normais e geneticamente modificados que estavam em sua lagoa e anotou os valores dos seus comprimentos.	(Q1) Os peixes geneticamente modificados são realmente maiores que os normais? Será que o fazendeiro fez realmente um bom negócio? (Q2) Se aumentarmos o número de peixes, quem vai crescer mais, os normais ou os geneticamente modificados? (Q3) Se diminuirmos a amostra o que vai acontecer?

Os estudantes responderam ao todo nove questões, as quais foram apresentadas na mesma ordem em que se encontram listadas no Quadro 03. Cada banco de dados foi introduzido inicialmente para os estudantes, acompanhado pela apresentação oral do contexto pelo pesquisador. As questões foram adaptadas do banco de dados disponível no *TinkerPlots 2*.

Com relação às questões, além de serem introduzidas oralmente pelo pesquisador, elas foram também disponibilizadas sob a forma de texto no ambiente do *Tinkerplots*. Dessa maneira, os estudantes tinham a possibilidade de realizar a leitura das questões sempre que desejassem. Após emitirem resposta conclusiva para cada questão, eles deveriam escrevê-la na caixa de texto abaixo da questão indicada.

3.2.5. Estrutura das questões para cada banco de dados

Os Quadros 04, 05 e 06 apresentam a estrutura das questões relativas a cada banco de dados. Um aspecto invariante na estrutura das questões foi que todas envolveram problemas em que os estudantes precisavam relacionar duas variáveis. Para resolver o problema, eles precisavam inserir as duas variáveis na área de elaboração dos gráficos no *TinkerPlots* e realizar explorações sobre a média no âmbito da interpretação dos gráficos.

Uma variação incluída na estrutura das questões consistiu nas situações propostas para os estudantes efetuarem explorações sobre a média. Ao todo, foram incluídas três situações: amostras iguais e médias iguais; amostras iguais e médias diferentes e amostras diferentes e médias diferentes.

Quadro 04 – Estrutura das questões do banco de dados “gatos” (familiarização).

Questão	Situação	Variáveis	Total de casos	Amplitude Total (máx - min.)= diferença	Média
Q1	Amostras diferentes – médias diferentes	Comprimento dos corpos dos animais; Gênero.	46 gatos; 54 gatas (100 casos)	Comprimento dos corpos dos animais	
				Gatos (27-12)= 15 Gatas (27-11)=16	Gatos= 18,92 Gatas= 18,02
Q2	Amostras diferentes – médias diferentes	Idade dos animais; Gênero.	46 gatos; 54 gatas (100 casos).	Idade dos animais	
				Gatos (18-0,2)=17,8 Gatas (16-0,2)=15,8	Gatos= 3,6 Gatas= 5,2
Q3	Amostras diferentes – médias diferentes	Peso/massa dos animais; Gênero.	46 gatos; 54 gatas (100 casos)	Peso/Massa dos animais	
				Gatos (18,5-1,5)=17 Gatas (18- 1,5)=16,5	Gatos= 9,7 Gatas= 8,3
Q4	Amostras diferentes – Médias iguais	Comprimento da cauda dos animais; Gênero.	46 gatos; 54 gatas (100 casos)	Comprimento da cauda dos animais	
				Gatos (13-1,5)=11,5 Gatas (13 - 6)= 7	Gatos= 9,98 Gatas= 10,0

No quadro 04 podemos observar que nas questões estava envolvida uma variável quantitativa (comprimento dos corpos, idade, peso ou comprimento da cauda) associada à variável gênero (qualitativa). A amplitude total e a média aritmética referem-se aos dados das variáveis quantitativas de cada questão. Observa-se que as médias na questão Q4 foram consideradas no âmbito de situações de amostras diferentes – médias iguais, por seus valores situarem-se muito próximos.

Quadro 05 – Estrutura das questões para o banco de dados “tempo dos estudantes” (interpretação).

Questão	Situação	Variáveis	Total de casos	Amplitude total (máx- min)= Diferença	Média
Q1	Amostras iguais - Médias iguais	Gênero; Número de horas assistindo TV	Aluno= 61 Aluna= 61 (122 casos)	Tempo assistindo TV (horas)	
				Alunos (56-0)= 56 Alunas (40-0) = 40	Alunos= 15 Alunas= 15
Q2	Amostras iguais - Médias diferentes	Gênero; Número de horas falando ao telefone	Aluno= 61 Aluna= 61 (122 casos)	Tempo falando ao Telefone (horas)	
				Alunos (35 -0)= 35 Alunas (31-0) = 31	Alunos= 8,15 Alunas= 7,90

Na primeira questão era requerido que os estudantes estabelecessem relações entre as variáveis Gênero (qualitativa) e número de horas assistindo TV (quantitativa), para que pudessem assim tirar as suas conclusões sobre os dados e afirmarem quem passou mais tempo assistindo TV, se meninos ou meninas. Já na segunda questão eles deveriam relacionar as variáveis gênero (qualitativa) e número de horas falando ao telefone (quantitativa). As situações de pesquisa são diferentes por incluírem médias iguais ou diferentes.

Quadro 06 – Estrutura das questões para o banco de dados “peixes” (interpretação)

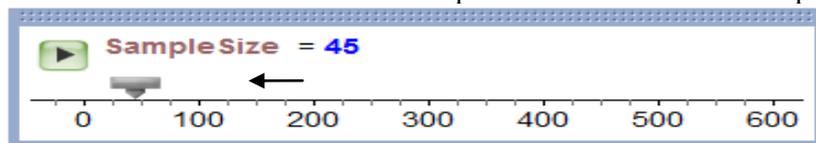
Questão	Situação	Variáveis	Total de casos	Amplitude total (máx- min.)= diferença	Média
Q1	Amostras Diferentes -Médias diferentes	Tipo de peixe; Comprimento.	Normais=24 Genéticos=21 (45 casos)	Comprimento dos peixes	
				Normais(40-19)=21 Genéticos(40-20) =20	Normais= 23,45 Genéticos= 28,14
Q2	Amostras Diferentes -Médias diferentes	Tipo de peixe; Comprimento.	Normais= 375 Genéticos=250 (625 casos)	Comprimento dos peixes	
				Normais(42-8)= 34 Genéticos(43-10) = 33	Normais= 23,34 Genéticos= 28,02
Q3	Amostras Diferentes -Médias diferentes	Tipo; Comprimento.	Normais= 15 Genéticos=10 (25 casos)	Comprimento dos peixes	
				Normais(35-10)= 25 Genéticos(40-3)= 37	Normais = 22,86 Genéticos =27,4

No banco de dados peixes temos a variável qualitativa “tipo de peixe” e a quantitativa “comprimento dos peixes”. Dessa forma, para que os estudantes pudessem fazer a interpretação correta das questões, eles precisariam cruzar as duas variáveis. A partir desse cruzamento o participante deveria tirar as suas conclusões sobre os dados,

para descobrir se o fazendeiro fez um bom negócio ou se ele foi enganado pelo vendedor, que afirmou que os peixes geneticamente modificados cresceriam mais do que os normais.

Nessa questão introduzimos uma variação no tamanho da amostra buscando levar os estudantes a refletirem sobre a média a partir de amostras de tamanhos maiores ou menores. Nesse sentido, a proposta era analisar se o tamanho da mostra influenciava nas decisões dos estudantes. Para a primeira questão desse banco de dados, a amostra era de 45 peixes. Na segunda questão a amostra era de 625 peixes e na terceira 25 peixes. Com a orientação do pesquisador os estudantes clicavam na ferramenta *samplesize* e arrastavam o ponteiro (ver seta) até o valor desejado para incluir as variações nos tamanhos das amostras.

Figura 11- Ferramenta Samplesize do TinkerPlots utilizada nas situações de amostras diferentes-médias diferentes retratada nas questões do banco de dados “peixes”.



Capítulo 4 – RESULTADOS

4.1 Perfil dos participantes da pesquisa

Participaram deste estudo 16 estudantes do Ensino Fundamental, sendo oito do 5º ano (média de idade= 10,3 anos; três meninos e cinco meninas) e oito do 9º ano (média de idade= 14,2 anos; 4 meninos e 4 meninas). Na Tabela 1 temos a identificação dos estudantes participantes, incluindo suas formas de acesso a computadores e também seus conhecimentos prévios sobre gráficos. Os seus nomes são fictícios para salvaguardar suas identidades.

Tabela 1: Perfil dos estudantes participantes da pesquisa

Nome/ Dupla	Idade (anos)	Ano escolar	Computador pessoal?	Acesso a Computador na escola	Conhece gráficos?	Concepção de Gráfico	Desenho do gráfico?
Hélio	10	5º	Não	Quinzenal	Não	Nunca ouviu falar	Não
Ana	11	5º	Sim	Quinzenal	Não	Não soube responder	Não
Diva	10	5º	Sim	Quinzenal	Sim	Coisa de medir	Sim
Laís	10	5º	Não	Quinzenal	Sim	Tamanho; Medida	Sim
Rose	11	5º	Não	Quinzenal	Sim	Indica qualquer coisa	Sim
Eva	10	5º	Não	Quinzenal	Não	Não soube responder	Sim
Pedro	10	5º	Sim	Quinzenal	Não	Grafitagem	Não
Paulo	11	5º	Não	Quinzenal	Não	Usado para muitas coisas	Não
Mário	14	9º	Não	Raramente	Sim	Medida	Sim
Eri	14	9º	Não	Não responde	Sim	Serve para indicar coisas	Não responde
Kátia	14	9º	Não	Duas vezes por semana	Sim	Tabela	Sim
Fred	14	9º	Não	Quinzenal	Sim	Tabela ou dados	Sim
Sara	14	9º	Não	Raramente	Sim	Desenho que explica pesquisa	Sim
Maria	15	9º	Sim	Raramente	Sim	Dados importantes	Sim
João	14	9º	Sim	Raramente	Sim	Desenho; Tabelas	Sim
Alice	15	9º	Sim	Raramente	Sim	Tabela de informações	Sim

De acordo com a Tabela 1, observa-se que a maioria dos estudantes participantes da pesquisa (62,5%) não possui computador pessoal. Observa-se também que alguns estudantes que não possuem computador em sua residência, fazem esse acesso na escola

a cada 15 dias (56,25%), sendo essa forma característica dos alunos do 5º ano. De um modo geral, os alunos do 9º ano raramente acessam o computador na escola.

Com relação ao conhecimento prévio sobre gráfico, todos os alunos do 9º ano, referiram conhecer o que é gráfico, concebendo-o associado à ideia de tabela (50%). A maioria desses estudantes do 9º ano (87,5%) foi capaz de esboçar o desenho de um gráfico; apenas um estudante do 9º ano não realizou essa atividade.

Quanto aos estudantes do 5º ano, três (37,5%) referiram conhecer gráficos, concebendo-os como medida (dois estudantes) ou como algo que indica qualquer coisa (um estudante). Apenas uma aluna do 5º ano que referiu não conhecer gráfico e não soube expressar a sua concepção sobre gráfico, desenhou um gráfico.

Embora esses quatro alunos do 5º ano tenham realizado a atividade, uma análise das suas produções revelou desenhos incompletos com ausência de alguns elementos convencionais, tais como: estrutura do gráfico, nomeação das variáveis e legenda e especificadores, conforme classificação proposta por Friel, Curcio e Bright (2001, apud CARVALHO; MONTEIRO; CAMPOS, 2010), que encontra-se descrita na introdução (p.23). O Quadro 07 apresenta os resultados dessa análise.

Quadro 07 – Classificação dos desenhos dos estudantes

Nome dos estudantes	Ano Escolar	Categorias presentes no desenho		
		<i>Estrutura</i>	<i>Nomeação</i>	<i>Especificadores</i>
Diva	5º	Escala; Eixos	---	---
Laís	5º	Escala; Eixos	---	Linhas compactas ligando os eixos
Rose	5º	Escala; Eixos	Nomeia os eixos	Linhas tracejadas ligando os eixos
Eva	5º	Escala; Eixos	---	Linhas tracejadas formando barras horizontais
Mario	9º	Eixo; Escalas	Nomeia as variáveis	Setores; Barras.
Kátia	9º	Eixo	---	Tabela; Barras.
Fred	9º	Escala; Eixo	---	Barras; Variação
Sara	9º	Eixo; Escala	Título	Linhas compactas; Variação.
Maria	9º	---	---	Tabela
João	9º	Cores	Título; Legenda	Setores

As Figuras 12 e 13 mostram os desenhos dos gráficos produzidos por Laís e Diva estudantes do 5º ano.

Figura 12- Gráfico produzido por Laís (5º ano).

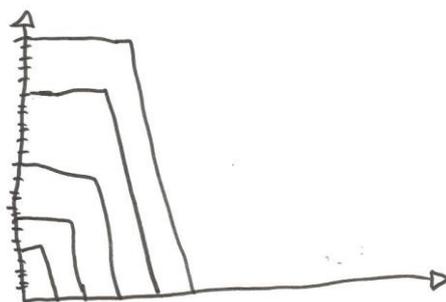
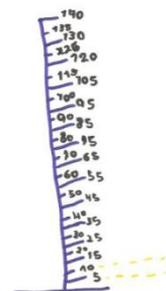


Figura 13- Gráfico produzido por Diva (5ºano).



O desenho de Laís apresenta os dois eixos e escala com tracinhos que poderiam representar valores numéricos. Ela desenha retas que se tocam fazendo a correspondência entre os possíveis pontos localizados nos dois eixos, mostrando uma noção intuitiva sobre a construção de gráficos.

Embora Diva tenha afirmado não ter estudado sobre gráficos, o seu desenho revela que ela tem uma noção do que vem a ser um gráfico. Seu desenho (Figura 13) contempla a formação de uma escala numérica vertical com intervalo de 5, indo de uma base que pode ser entendida como o zero, uma vez que existe um espaço até o 5.

Outras duas estudantes do 5º ano, Rose e Eva também esboçaram o desenho do gráfico. Nos seus desenhos, podemos identificar: elementos da estrutura, nomeação dos dados e especificadores (Figuras 14 e 15).

Figura 14- Gráfico produzido por Rose (5º ano).

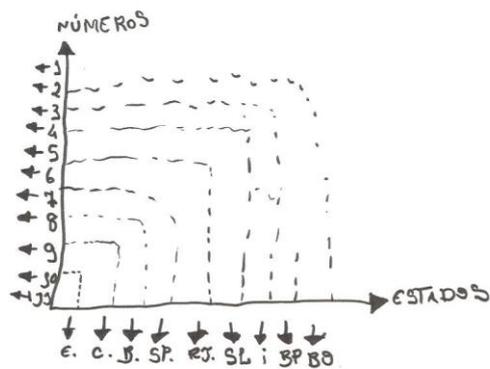
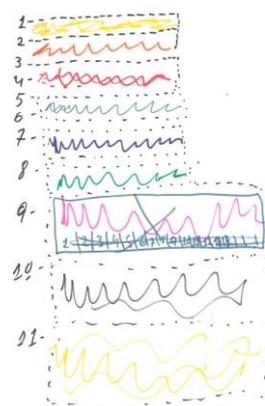


Figura 15- Gráfico produzido por Eva (5º ano).



Rose afirma ter estudado sobre gráficos e acrescenta que eles “indicam qualquer coisa”. O seu desenho (Figura 14), consiste em uma escala numérica ordinal de 1 até 11 colocada no eixo y numerada no sentido decrescente. O desenho do gráfico apresenta os dois eixos, com as retas e variáveis se encontrando, fazendo a correspondência entre os

pontos, denotando que a estudante possui uma noção geral sobre o que vem a ser um gráfico.

Já a estudante Eva afirma não ter estudado sobre gráficos e não apresenta sua opinião sobre o que seria um gráfico. Em relação ao seu desenho (Figura 15), a mesma desenha o gráfico com uma escala numérica ordinal decrescente variando de 1 até 11. Apresenta ainda especificadores representados pelo desenho de pontos expressando o contorno de barras horizontais preenchidas com listras de diferentes cores. O seu desenho expressa uma compreensão voltada para uma noção geral sobre gráficos, embora alguns aspectos convencionais não tenham sido considerados.

Com relação ao desenho dos gráficos dos estudantes do 9º ano, apenas Mario elabora uma variedade de gráficos, onde observa-se uma variedade de especificadores. É importante ressaltar que ele e João foram os únicos que fizeram o desenho do gráfico de setores (Figuras 16 e 17).

Figura 16 - Gráficos produzidos por Mario (9º ano).

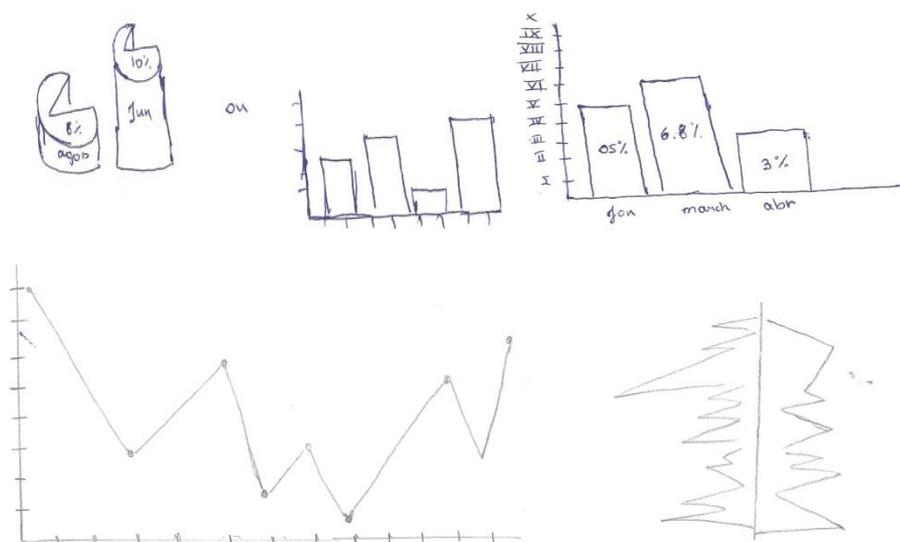
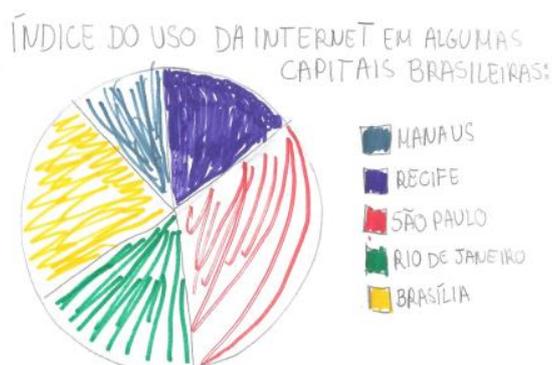


Figura 17 - Gráfico produzido por João (9º ano).



Mario afirma já ter estudado sobre gráficos, definindo gráfico como “uma medida comparativa de dados estatísticos, onde se pode analisar os altos e baixos de uma empresa ou a medida de pesquisas, enquetes etc”. Seu desenho (Figura 16) inclui seis gráficos, sendo dois de barras; dois de setores e dois de linhas. O seu desenho dos gráficos de setores é tridimensional e apresenta alguns elementos tais como: valores percentuais e a descrição do mês. Nos desenhos dos gráficos de barras, observa-se uma riqueza de detalhes no segundo desenho, como é o caso da especificação dos meses e da indicação dos valores percentuais para a proporção das barras; no primeiro têm-se apenas os eixos tracejados e o desenho das barras. Ele desenha ainda um gráfico de linhas com presença dos eixos e da variação, representada pelas linhas no formato crescente e decrescente com destaque para os pontos ordenados. Os desenhos de Mario demonstram que ele possui uma compreensão formal sobre o que são gráficos estatísticos e como representá-los, tendo se destacando entre os estudantes do 9º ano participantes da pesquisa.

João por sua vez, afirma já ter estudado sobre gráficos, definindo-os como sendo “desenhos, tabelas que indica porcentagem ou mostra dados informando algo”. Em seu desenho (Figura 17), observa-se um gráfico de setor com título e legenda. O gráfico apresenta dados sobre o uso da internet em algumas capitais brasileiras e o estudante apresenta uma legenda para mostrar quais são as capitais, destacando-as com cores diferentes. Esse estudante assim como Mario também mostrou uma compreensão mais formalizada do que seria gráfico.

Os demais estudantes do 9º ano construíram seus gráficos de maneira mais geral, apresentando esboços de gráficos de linha sem escala, gráficos de barras com eixo vertical numerado e sem escala e variáveis; e outro desenhou uma tabela e afirmou ser um gráfico.

Como esperado, os desenhos dos gráficos dos alunos do 9º ano apresentaram-se mais completos do que os do 5º ano em termos dos critérios de classificação propostos por Friel, Curcio e Bright (2001 apud CARVALHO, MONTEIRO; CAMPOS, 2010). Isso era esperado, pois levamos em consideração seus conhecimentos prévios sobre o assunto. Em geral, no currículo escolar do 9º ano existe um trabalho mais direcionado com gráficos e tabelas utilizados para representar funções matemáticas, sendo esse aspecto observado em livros didáticos (MENEZES; CARVALHO, 2012).

Como destacado por Curcio (1989) a escolarização é um fator importante na compreensão dos estudantes sobre gráficos e os desenhos dos estudantes evidenciam esse aspecto.

É importante destacar que na época da coleta de dados os estudantes do 5º ano se encontravam estudando problemas que envolviam as quatro operações: soma, subtração, multiplicação e divisão. Em contato informal com a professora da turma, eles não haviam ainda estudado especificamente o tópico do tratamento da informação. Com relação aos estudantes do 9º ano, também em contato com o professor da turma, nos foi informado que eles se encontravam estudando equação do segundo grau e semelhanças entre triângulos. Os estudantes do 9º ano possuem um conhecimento prévio sobre gráficos e média, uma vez que esses tópicos já haviam sido trabalhados em anos escolares anteriores.

4.2 Compreensão inicial dos estudantes sobre média

A análise das respostas dos estudantes ao teste diagnóstico será apresentada e discutida a partir dos blocos de questões utilizadas, quais sejam: questão familiar e questões situadas no contexto da mídia; questões situadas no contexto da interpretação de gráficos e questão de cálculo da média.

4.2.1 Questão familiar e questões situadas no contexto da mídia

Conforme já descrito na metodologia a primeira questão do teste diagnóstico envolve o uso da média em contexto familiar e as quatro demais questões destacam o uso da média no contexto da mídia, sendo que na segunda questão (2a e 2b) o seu valor é um número inteiro enquanto na terceira (3a e 3b) o valor da média é um número decimal. Essas últimas questões seriam as mais difíceis, pois segundo Watson (2006) a média retratada por um número decimal costuma ser de difícil compreensão, uma vez que esse valor não possui correspondência na realidade física.

Na análise das respostas dos estudantes consideramos a adequação ou não da resposta ao problema posto. Aquelas respostas consideradas adequadas foram analisadas a partir da classificação proposta por Watson (2006). Por exemplo, uma resposta do tipo “é bom porque eu gosto” à questão 1 (O que significaria para você se alguém lhe dissesse “que você está na média”?), não envolve consistência com o conceito de média,

contudo é adequada ao contexto do problema. Esse tipo de resposta expressa um nível elementar de resposta, não contemplando de forma mais sistemática a estrutura da questão, sendo portanto, considerada “preestrutural”. Quando a resposta expressa uma relação mais singular, ou uma expressão coloquial que expresse alguma noção sobre a média em relação a um conjunto de dados, essa resposta é classificada como “uniestrutural”. Outras formas de respostas mais complexas incluem níveis multiestruturais ou relacionais (Quadro 08).

Quadro 08: Tipos de respostas dos estudantes sobre a média conforme (WATSON, 2006).

Tipos de respostas	Pontuação	Classificação
Preestrutural	0	Não inclui qualquer conceito claro sobre média.
Uniestrutural	1	Reflete uma ideia coloquial e singular para descrever a relação da média com o conjunto de dados.
Multiestrutural	2	Envolvem ideias relacionadas com as medidas de tendência central (moda, mediana, média). Os estudantes reconhecem a variabilidade dos dados, ou no mínimo a falta de uma total uniformidade na população ou grupo que está sendo estudado. Respostas que utilizam um método para a obtenção da média do conjunto de dados através de seu algoritmo.
Relacional	3	Nesse nível, não aparecem inconsistências na conclusão da tarefa. A média é concebida como elemento que relaciona todos os aspectos envolvidos na questão. São respostas que vão além da prática do algoritmo, porque os estudantes concebem a natureza dos dados e conseguem perceber a variação, refletindo sobre os dados. Pensamento crítico em relação às variáveis envolvidas no problema.

As respostas tipo 0, denotaram comentários, como é o caso da resposta de João à questão 2a, “é uma história pequena”. Como exemplo de respostas tipo 1 tem-se a dada por Laís (5º ano) “para mim significa que estou na média. Bom não?”.

A resposta de Alice (9º ano) à questão 3a (Figura 18) nos oferece um exemplo de resposta tipo 2 ou multiestrutural.

Figura 18 – Resposta tipo 2 dada por Alice (9º ano).

3º) Você está assistindo televisão e ouve a seguinte notícia:

“ Em média, as famílias brasileiras têm 2,3 filhos “

a) O que você pode dizer sobre essa notícia?

*Que maioria das família têm no mínimo 2 a 3 filhos.
poucas são as que têm mais.*

Essa abordagem de Alice expressa uma compreensão de média relacionando-a para a maioria e, portanto, pode ser interpretada como envolvendo a ideia de moda enquanto medida de tendência central. De acordo com a classificação de Watson mesmo que o estudante não tenha a consciência de que está usando a média, podemos inferir esse uso a partir da sua resposta, nesse sentido ele apresenta uma compreensão intuitiva. Na resposta tipo 3 ou relacional o estudante precisaria apresentar explicitamente relações que apontassem para o conceito de média, no caso desse estudo nenhuma resposta foi classificada nesse nível.

A categorização das respostas dos participantes da pesquisa nos níveis 0, 1, 2 e 3 foi realizada a partir da análise comparativa de 3 juízes, sendo dois ligados a pesquisa (pesquisador e orientadora) e um terceiro juiz que já desenvolveu pesquisa sobre média aritmética. Numa comparação a categorização realizada pelos juízes, obteve-se em torno de 90% de concordância. Nos casos em que houve discrepância foi realizada uma releitura das respostas dos estudantes pelos dois primeiros juízes, onde estabeleceu-se um consenso. A Tabela 02 mostra os tipos de respostas mais comuns para as cinco primeiras questões do teste diagnóstico, conforme classificação realizada.

Tabela 02 – Frequência de respostas para as questões iniciais do teste sobre a média.

Questões	Frequência de respostas							
	5º ano				9º ano			
	0	1	2	3	0	1	2	3
Q1	2	4	2	0	0	4	4	0
Q2a	8	0	0	0	1	2	5	0
Q2b	5	3	0	0	2	5	1	0
Q3a	7	0	1	0	1	1	6	0
Q3b	5	1	2	0	2	1	5	0
Total	27	8	5	0	6	13	21	0

Observa-se que os tipos de respostas mais frequentes dos estudantes do 5º ano foram aquelas de nível preestrutural, seguidas daquelas que refletem uma ideia singular em relação à média, isso é, respostas uniestruturais. No 9º ano, as respostas mais frequentes foram aquelas do tipo 2 (multiestruturais) seguidas de respostas do tipo 1 (uniestruturais).

4.2.2 Compreensão da média no contexto da interpretação de gráficos

Foram quatro as questões situadas no contexto da interpretação de gráficos (4a, 4b, 4c e 4d). A primeira questão (4a) requeria dos estudantes a interpretação de dois gráficos produzidos no *TinkerPlots* e que apresentam o número de horas que estudantes passam na internet durante uma semana em duas escolas, A e B. Nas duas questões seguintes (4b; 4c) solicitava-se que eles identificassem os pontos, máximos e mínimos, para cada gráfico, enquanto na questão 4d era requerido que eles localizassem simbolicamente onde a média se encontrava nos gráficos e também que estimassem seu valor numérico, indicando o valor nos gráficos.

Conforme apresentado na metodologia, nesse problema o número de casos é o mesmo (122) para cada gráfico e os dados variam de 0 a 38 na Escola A, com média de 9,46. No gráfico da escola B os dados variam de 0 a 52 com média de 10,07; sendo que o último dado consiste em um *outlier*, pois representa uma criança que passa 52 horas por semana na internet. Sem esse *outlier* essa distribuição seria praticamente igual a da Escola A, passando a ter os dados variando de 0 a 38 e com média de 9,64.

A maioria dos estudantes do 5º ano (75%) errou a questão 4a. Em geral, esses estudantes analisaram o problema visualmente, destacando que na Escola A mais pessoas passaram mais horas na internet durante uma semana. Ao que parece eles consideraram apenas a massa de dados, ignorando o *outlier* apresentado da escola B. Apenas Ana e Pedro acertaram essa questão.

Com relação aos alunos do 9º ano, metade da amostra acertou a questão 4a. João, por exemplo, destaca a variabilidade dos dados ao afirmar que “Alguns alunos das 2 escolas passaram o mesmo tempo navegando e outros alunos passaram mais tempo”.

Com relação às questões 4b e 4c, a Tabela 3 apresenta o percentual de acerto dos estudantes para cada nível de escolarização.

Tabela 03 – Percentual de acerto nas questões 4b e 4c por nível de escolaridade

Questão	Pontos	5º ano	9º ano
4b	Máximo	75%	62,5%
	Mínimo	75%	62,5%
4c	Máximo	87,5%	62,5%
	Mínimo	62,5%	62,5%
Média do percentual de acerto		75%	62,5

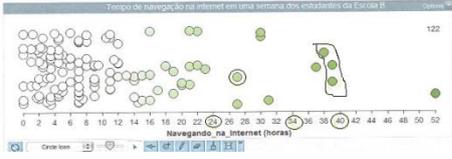
Observa-se que a maioria dos estudantes de ambos os níveis de escolarização identificou corretamente os pontos máximo e mínimo nos gráficos.

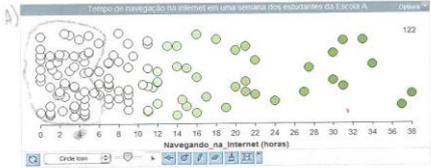
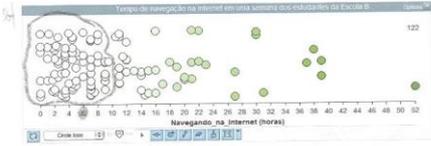
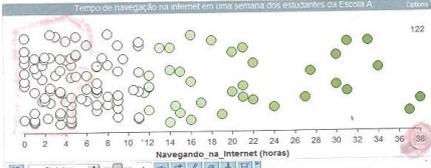
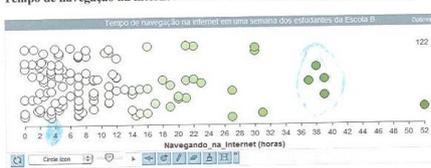
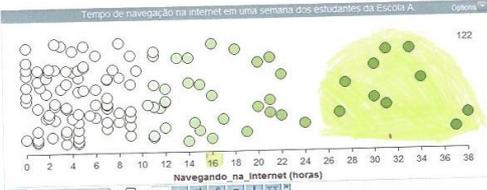
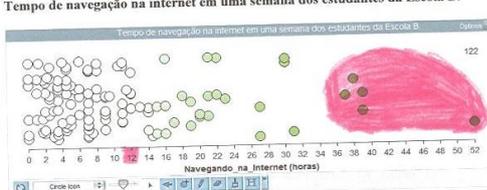
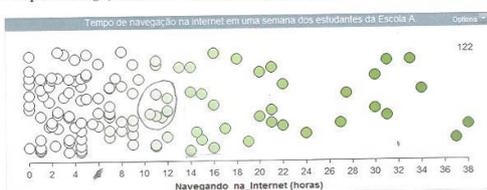
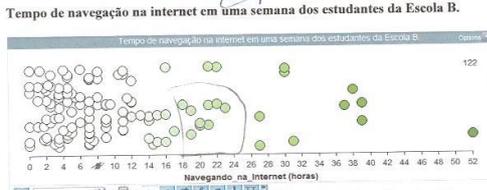
4.2.3 Localização simbólica e numérica da média

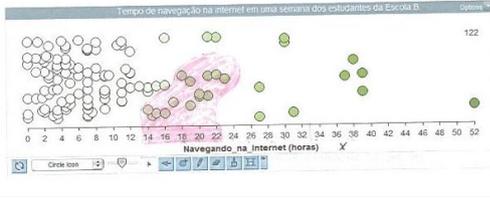
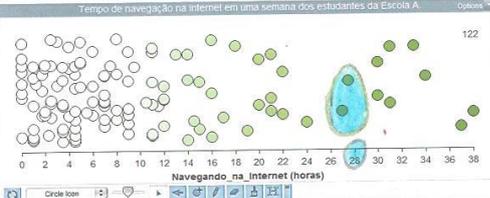
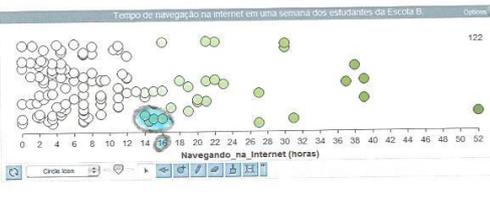
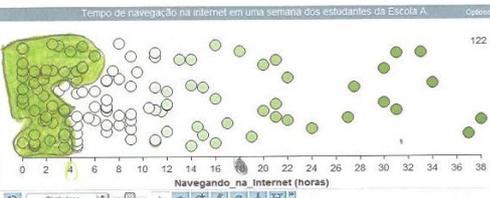
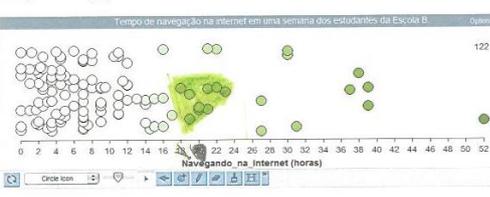
A questão 4d envolveu a indicação simbólica da média no gráfico e a estimativa numérica da média. Tentando buscar um padrão de estratégias passíveis de serem categorizadas a partir da classificação proposta por Watson (2006), onde as respostas são de nível preestrutural, uniestrutural, multiestrutural e relacional. Analisamos as respostas de cada estudante conforme apresentada no Quadro 9.

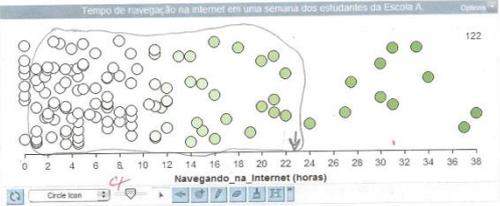
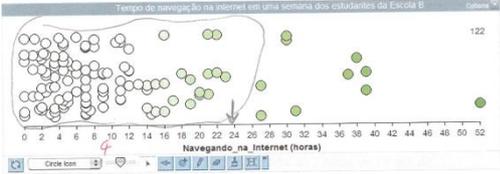
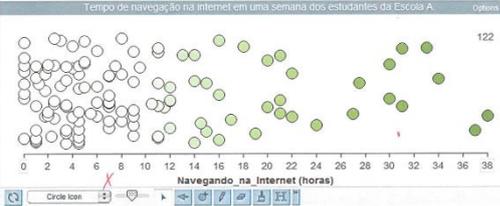
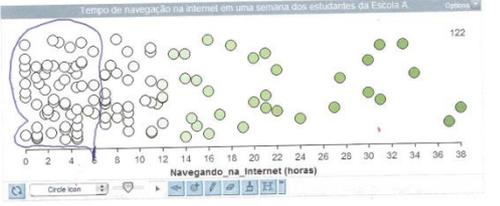
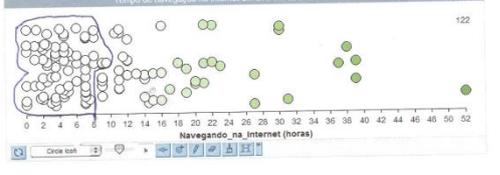
Uma vez que a classificação proposta por Watson não foi elaborada considerando o uso da média no contexto da interpretação de gráficos, a descrição proposta no Quadro 9 constitui-se em uma possibilidade de extensão da sua proposição teórica.

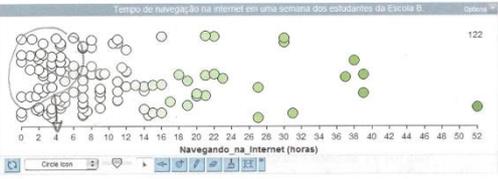
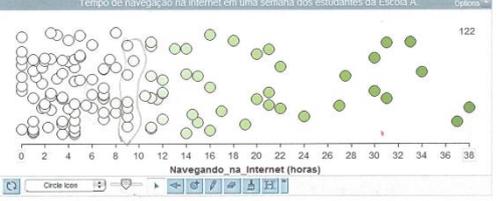
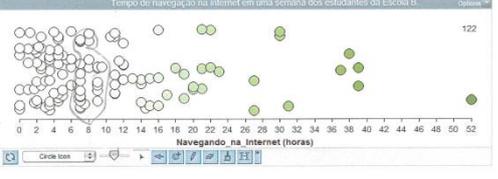
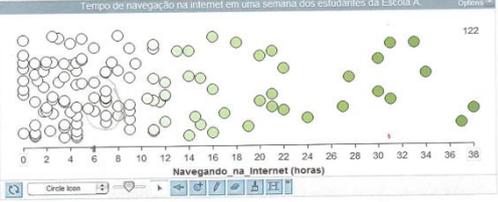
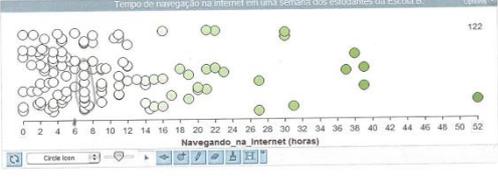
Quadro 9 – Estratégias dos estudantes para estimar simbólica e numericamente a média no contexto da interpretação de gráficos do teste diagnóstico sobre média (Questão 4d).

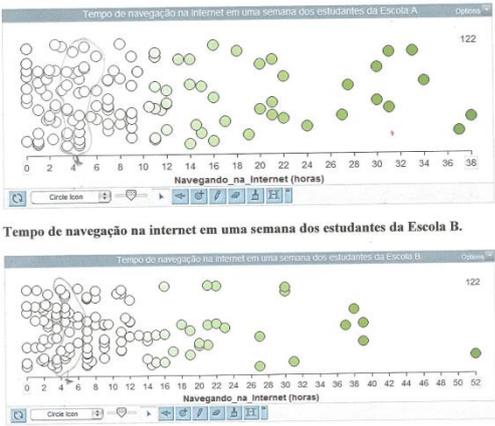
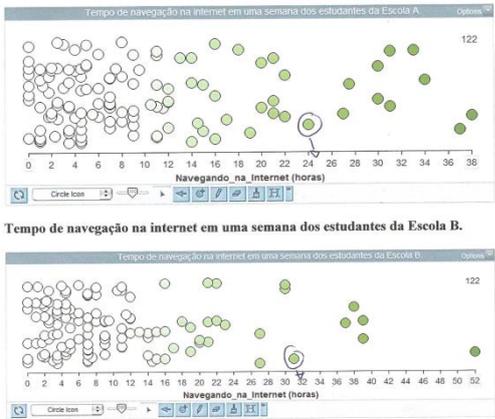
Nome/ Ano	Representação e Descrição da Estratégia	Estratégia/representação
Diva 5º	<p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola A.</p>  <p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola B.</p> 	<p>Circula dados em ambas distribuições e estima várias médias distanciadas do valor real (preestrutural).</p>

Laís 5°	<p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola A.</p>  <p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola B.</p> 	<p>Circulou a massa de dados numa região que inclui o valor da média para os dois gráficos. Estima um valor para a média dentro da região circulada, contudo um pouco distanciado do valor real (multiestrutural).</p>
Rose 5°	<p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola A.</p>  <p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola B.</p> 	<p>Circula uma massa de dados em ambas distribuições as quais não incluem a média real. Estima os valores para média em diferentes locais da escala distanciado da região do gráfico circulada (preestrutural).</p>
Eva 5°	<p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola A.</p>  <p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola B.</p> 	<p>Circula os valores máximos de cada distribuição e estima um valor numérico para as médias, os quais se distanciam dessa região para a escola A e aproxima-se na escola B. Utiliza uma única estratégia para a resolução do problema nos dois gráficos (multiestrutural).</p>
Hélio 5°	<p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola A.</p>  <p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola B.</p> 	<p>Circula alguns plots concentrados no meio da distribuição cuja região não inclui o valor real da média. Estima apenas um valor para a média fora da região circulada para as duas distribuições (multiestrutural).</p>

Ana 5º	<p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola A.</p>  <p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola B.</p> 	<p>Circula plots localizados no meio da distribuição cuja região não inclui o valor da média real. Estima valores para a média no intervalo associado à região circulada (uniestrutural).</p>
Pedro 5º	<p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola A.</p>  <p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola B.</p> 	<p>Circula alguns plots localizados nos maiores valores para a distribuição da escola A e próximos dos menores valores para a distribuição da escola B. Estima um valor para a média dentro da região circulada, mas distanciado do valor real, em ambas distribuições (uniestrutural).</p>
Paulo 5º	<p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola A.</p>  <p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola B.</p> 	<p>Circula a massa de dados localizada na região de valores mínimos para o gráfico da Escola A e plots localizados no meio da distribuição para a Escola B. Estima um valor para a média dentro da região circulada, mas distanciado do valor real para o gráfico da Escola B. Enquanto que para a Escola A estima dois valores para a média: um próximo à região circulada e outro mais afastado (uniestrutural).</p>

<p>Mario 9º</p>	<p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola A.</p>  <p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola B.</p> 	<p>Circula a massa de dados numa região que inclui o valor da média para os dois gráficos. Estima um valor para a média dentro da região circulada, contudo distanciada do valor real (multiestrutural).</p>
<p>Eri 9º</p>	<p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola A.</p>  <p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola B.</p> 	<p>Não respondeu a questão.</p>
<p>Kátia9º</p>	<p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola A.</p>  <p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola B.</p> 	<p>Circula a massa de dados numa região que abrange de forma aproximada o valor da média. Estima um valor para a média associada à região circulada para ambas as distribuições e que ficam relativamente próximo ao valor real da média (multiestrutural).</p>

Fred 9º	<p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola A.</p>  <p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola B.</p> 	<p>Circula a massa de dados numa região que abrange a média para a distribuição da Escola A e estima o valor numérico da média que se aproxima do valor real. Com relação a Escola B, circula a massa de dados dos valores mínimos e estima um valor numérico associado à região circulada e que se distancia do valor real. (multiestrutural).</p>
Sara 9º	<p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola A.</p>  <p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola B.</p> 	<p>Circula alguns plots que se localizam exatamente na região do valor real da média para a Escola A. Circula uma parte da massa de dados que se aproxima do valor real onde a média está localizada no gráfico da Escola B. Estima o valor numérico da média associado à região circulada em cada gráfico, sendo esse adequado para a Escola A e aproximado para a Escola B (multiestrutural).</p>
Maria 9º	<p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola A.</p>  <p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola B.</p> 	<p>Circula alguns plots que se aproximam do valor real da média para a Escola A e alguns plots que fazem parte da massa de dados para a Escola B, que se situam próximos ao valor da média.</p> <p>Estima o valor numérico da média associando-o à região circulada em cada gráfico (multiestrutural).</p>

João 9º	<p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola A.</p>  <p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola B.</p>	<p>Circula uma parte da massa de dados para ambas escolas numa região que se distancia da média real. Estima o valor para a média considerando a região circulada, contudo esse valor também se distancia do valor real da média (multiestrutural).</p>
Alice 9º	<p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola A.</p>  <p>Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola B.</p>	<p>Circula um plot para localização da média em ambas distribuições. Estima o valor numérico da média como sendo o valor do plot. A sua resposta parece envolver a ideia da média como sendo um valor absoluto associado a um caso individual (uniestrutural).</p>

A Tabela 04 apresenta uma síntese dos níveis de resposta observados na localização simbólica e estimativa numérica da média pelos estudantes do 5º e 9º Anos na questão 4d.

Tabela 04: Níveis de resposta dos estudantes na resolução da questão 4d do teste diagnóstico.

Nível de respostas	5º ano	9º ano
Preestrutural	25%	0%
Uniestrutural	37,5%	12,5%
Multiestrutural	37,5%	75%
Relacional	0%	0%
Não respondeu	0%	12,5%
Total	100%	100%

Observa-se uma tendência dos estudantes do 5º ano participantes da pesquisa a estimarem simbólica e numericamente a média em termos de respostas uniestruturais e

multiestruturais. Com relação aos estudantes do 9º ano, a tendência é que eles respondam em nível multiestrutural.

Essa forma de abordagem das estimativas dos estudantes será retomada nas suas ações de interpretações dos gráficos, nas três situações de pesquisa.

Na resolução da quinta questão do teste diagnóstico apenas o estudante João do 9º ano acertou, como podemos observar na Figura 19 abaixo.

Figura 19 – Cálculo da média realizado por João (9º ano)

5º) Flávio trabalhava em uma loja de eletrodomésticos. No primeiro dia de trabalho ele entregou 4 geladeiras, no segundo 5, no terceiro 7 e no quarto 6. Qual foi a média de geladeiras entregues nesses dias?

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 4 \\ + 7 \\ + 6 \\ \hline 22 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \overline{) 4} \\ 20 \\ \hline 20 \\ 5,5 \\ (0) \end{array}$$

A média foi de 5,5 geladeiras.

Dentre os estudantes que não resolveram corretamente essa questão, cinco somaram as quantidades de geladeiras ($4 + 5 + 7 + 6$) e deram 22 como resposta. Os demais apresentaram respostas diversificadas e envolvendo apenas um valor numérico, tais como: quatro alunos escreveram que a média era 4 (um do 5º ano e três do 9º); dois alunos do 5º ano, referiram que a média era 5; duas alunos, uma do 5º ano e outra do 9º referiram que a média era 2 e 2,5, respectivamente; uma estudante do 9º ano referiu que a média era 13.

Capítulo 5 - FAMILIARIZAÇÃO COM O SOFTWARE *TINKERPLOTS*

A etapa da familiarização visou a imersão do estudante no ambiente do software *TinkerPlots*. Em termos amplos, buscou-se contribuir para a aprendizagem do estudante sobre o uso do software à análise e interpretação de dados a partir do banco de dados “gatos”. Nesse sentido, o pesquisador colocou os estudantes em contato com as ferramentas básicas do software, estimulando-os a usá-las, de modo que distinguíssem as suas especificidades e ainda experimentassem as possibilidades de produção de múltiplos tipos de gráficos a partir do mesmo banco de dados.

Esse encontro para a familiarização com o *Tinkerplots* seguiu um roteiro previamente planejado pelo pesquisador, separado em 4 etapas (Quadro 10). Seguiu-se para tanto uma forma padrão, baseada na mesma sequência para todas as duplas. Entendeu-se que essa forma de abordagem poderia contribuir para minimizar possíveis influências da metodologia do pesquisador no desempenho dos estudantes.

Quadro 10 – Etapas da familiarização

Etapas	Descrição
1ª Etapa	Apresentação do <i>software</i> a partir da janela principal; Especificação dos atributos, distinguindo-se as variáveis do banco de dados contidas no <i>cards</i> .
2ª Etapa	Introdução da ferramenta Gradiente, especificando as diferenças para variáveis qualitativa e quantitativa.
3ª Etapa	Introdução das ferramentas <i>separate</i> , <i>stack</i> e <i>order</i> , distinguindo as organizações espaciais (horizontal; vertical).
4ª Etapa	Construção do gráfico de escala intervalar e do dot plot; explorações com a ferramenta média.

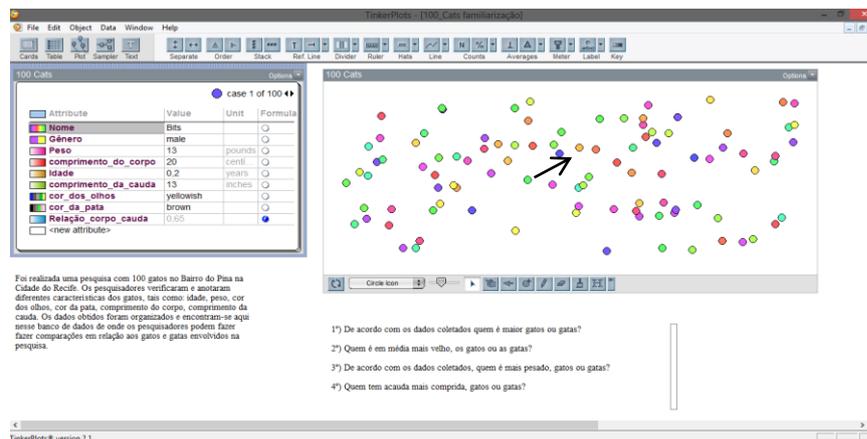
5.1 Apresentação do *software* (1ª Etapa)

O pesquisador iniciou o processo de familiarização em duplas destacando que o *software TinkerPlots* é utilizado para a análise e interpretação de dados coletadas em pesquisas, como aquelas que os estudantes as vezes realizam sob a orientação de um professor. Ressaltou ainda que o programa é originário dos Estados Unidos, daí o seu nome e a denominação das ferramentas serem em inglês. Estudos anteriores (LIRA, 2010; ALVES, 2011) apontam que não houve dificuldade em relação ao software estar

na língua inglesa, por parte dos estudantes no manuseio e trabalho de interpretação no software TinkerPlots.

Em seguida, foi apresentada a janela da Figura 20, mostrando os atributos e plots do banco de dados “gatos”.

Figura 20 - Janela inicial do *TinkerPlots* mostrando os atributos no *cards* e os *plots* do banco de dados “gatos”.



O pesquisador explica que as bolinhas que eles estão vendo na tela do *Tinkerplots* são chamadas de *plots*, e que se eles clicarem em qualquer uma delas, o atributo a que ela se refere vai ser selecionado nos *cards* à esquerda da tela. A Figura 03 mostra um *plot* selecionado (destaque pela seta) e a sua identificação destacada no *cards*; nesse caso, o *plot* fazia referência ao caso 25 de um total de 100 que é o de um gato de nome fictício João.

As duplas de estudantes se entusiasmaram pela descoberta e passaram a clicar em outros *plots*, consolidando a aprendizagem de que em cada *plot* que eles clicassem, eram mudadas as informações no cartão. O pesquisador ressalta que embora o programa seja em inglês, é possível escrever os atributos do cartão e qualquer texto em outra língua.

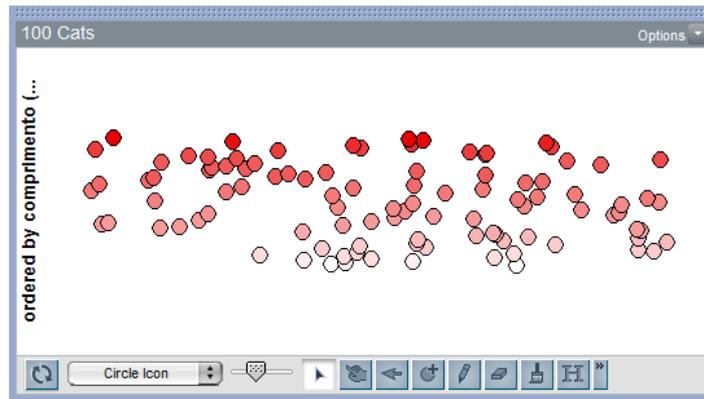
Ao final dessa primeira etapa, era esperado que os estudantes compreendessem a utilização das ferramentas *cards* e *plots*.

5.2 Ferramenta Gradiente (2ª Etapa)

Após a compreensão do que eram as ferramentas *plots* e *cards*, o pesquisador solicitou que os estudantes explorassem a ferramenta gradiente que tem por função estabelecer cores para indicar o comportamento da variável. Quando a variável é

quantitativa as cores são definidas em forma de *dégradé*, no qual, os *plots* mais claros representam os valores menores da variável assim, quanto mais o valor aumenta mais o tom do *plot* escurece. A Figura 21 mostra esse aspecto do gradiente para o peso dos gatos.

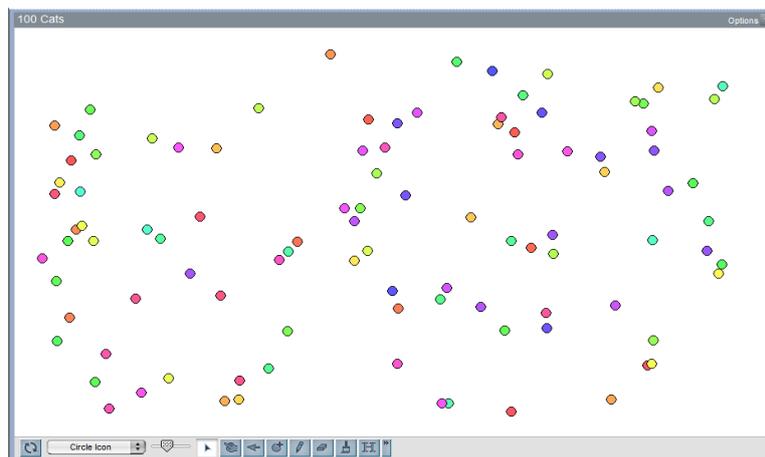
Figura 21- Ferramenta Gradiente para a variável “comprimento do corpo dos animais”.



Como podemos observar no plot da Figura 21 acima, a tonalidade dos *plots* muda de acordo com o comprimento do corpo do gato, então quanto menor for o animal, mais clara é a cor do *plot* e quanto maior for mais escura será a cor do plot.

Quando a variável é qualitativa as cores são sólidas; para cada categoria diferente uma cor diferente. Por exemplo, a Figura 22 mostra esse aspecto para a variável nome dos gatos.

Figura 22 - Cores para a variável qualitativa “nomes dos gatos”.



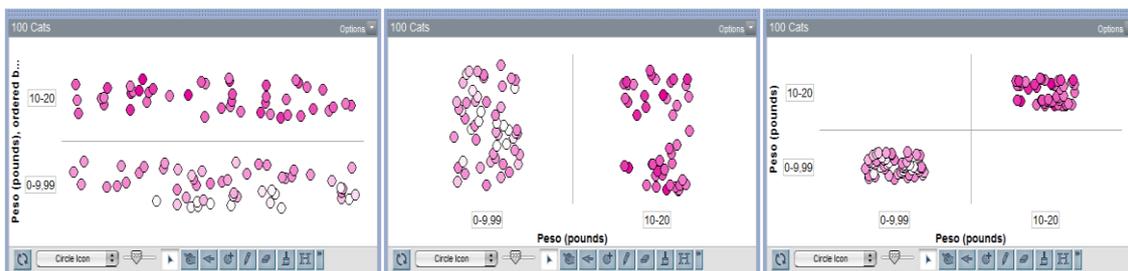
Na Figura 22, tem-se plots de diferentes cores. Cada um deles representa um animal (gato ou gata) com um nome diferente.

5.3 Introdução das ferramentas *separate*, *stack* e *order* (3ª Etapa)

Na terceira etapa da familiarização foram trabalhadas as ferramentas *separate*, *order* e *stack* nessa mesma ordem, para que os estudantes percebessem a importância de cada uma e como e quando utilizá-las para a análise dos dados.

O pesquisador iniciou essa terceira etapa solicitando que os estudantes clicassem na ferramenta *separate* e que mudassem as configurações, separando os dados nas três possibilidades: horizontal, vertical e as duas. A Figura 23 mostra essas possibilidades para a variável peso dos gatos.

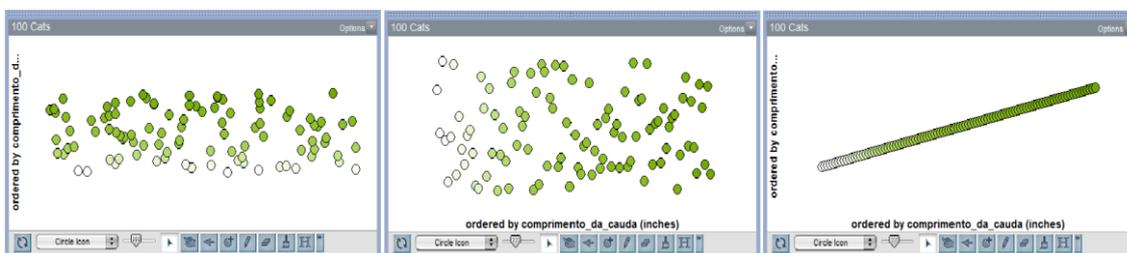
Figura 23 - Ferramenta *separate* na forma horizontal, vertical e ambas.



Durante a manipulação dos dados pelos estudantes, o pesquisador indaga: o que acontece com os *plots*? Buscando chamar a atenção deles para as mudanças nas formas de apresentação dos dados a partir de diferentes separações.

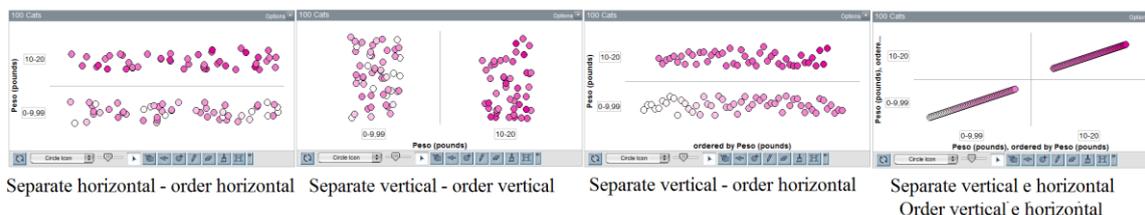
Nesses momentos foi acionada a ferramenta *order*, que ordena os dados na forma horizontal, vertical e ambas, como podemos observar na Figura 24 que se refere ao comprimento da cauda dos gatos.

Figura 24 - Ferramenta *order* na forma vertical, horizontal e ambas.



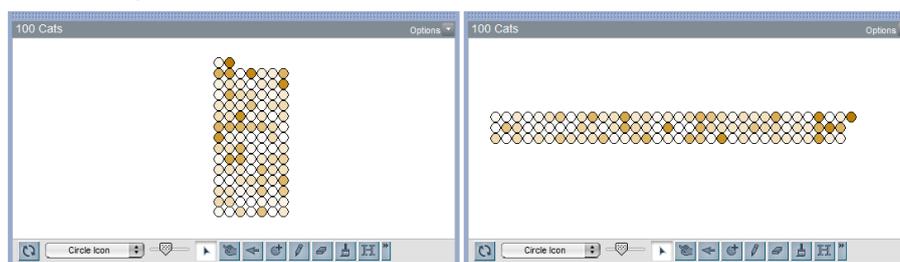
Em seguida, o pesquisador solicitou que os estudantes juntassem os dados e fizessem diferentes configurações espaciais do tipo: *separate* horizontal + *order* horizontal; *separate* vertical + *order* vertical; *separate* horizontal + *order* vertical; *separate* vertical + *order* horizontal e as quatro representações ao mesmo tempo seguindo essa ordem, como podemos ver no exemplo da Figura 25.

Figura 25 - Diferentes combinações do uso das ferramentas *separate* e *order*.



Por último, foi solicitado que os estudantes clicassem na ferramenta *stack*, que organiza os plots e melhora a sua visualização no gráfico a partir do agrupamento dos plots no formato vertical e horizontal. Em seguida o mesmo procedimento foi realizado para a ferramenta *order* nos seus formatos vertical e horizontal. É válido salientar que nessa ferramenta não existe a possibilidade de organização dos dados no formato vertical e horizontal ao mesmo tempo, só um de cada vez como podemos observar na Figura 26.

Figura 26 - Ferramenta *stack* na forma vertical e horizontal.



Como os alunos já estavam mais aptos para manusear o *software* solicitou-se que eles continuassem explorando as possibilidades dessas ferramentas. Em seguida introduziu-se o trabalho com a ferramenta média.

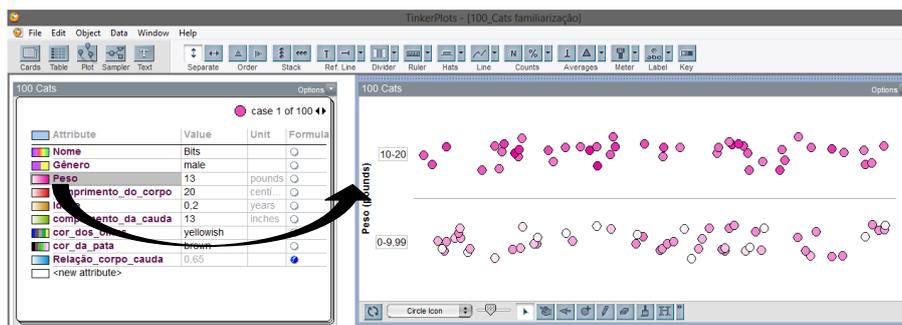
Nesse momento o pesquisador pediu para os estudantes clicarem nas outras funções da barra de ferramentas e seguissem clicando em cada ferramenta para ver o que acontecia e ao mesmo tempo o pesquisador estava explicando para os estudantes as respectivas funções das ferramentas selecionadas para que eles mesmos chegassem a suas conclusões.

5.4 Construção de gráficos e explorações sobre a média (4ª Etapa)

Os estudantes iniciaram a construção do gráfico de escala intervalar a partir da inserção dos atributos relativos à questão proposta.

A Figura 27 apresenta o gráfico com escala intervalar elaborada automaticamente pelo *TinkerPlots*, após os estudantes inserirem os atributos do cards para a área dos plots, clicando sobre eles com o mouse de modo a selecioná-los, e arrastando-os (conforme indica a seta na Figura 27).

Figura 27 - Gráfico de escala intervalar com atributo peso.

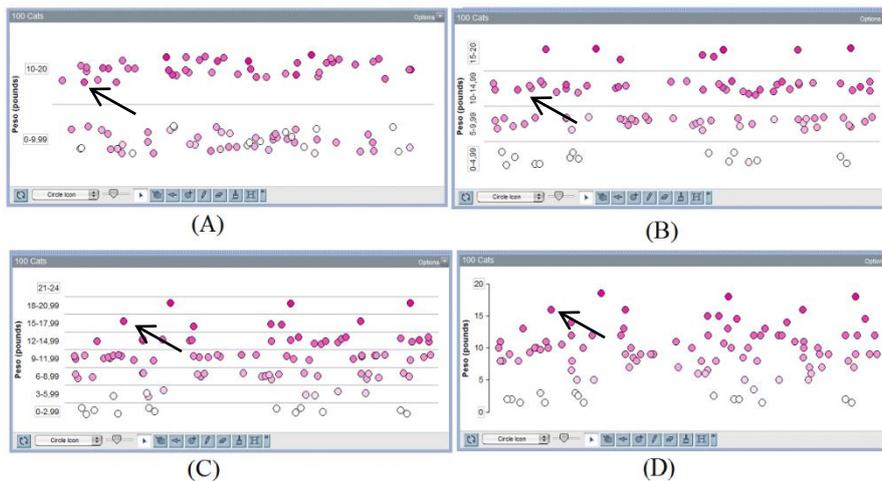


Na Figura 27, observamos que o atributo peso está selecionado e a escala gerada apresenta uma divisão intervalar que vai de 0-9,99 e de 10-20. Essa escala intervalar é construída de acordo com os valores quantitativos que aparecem no banco de dados. Assim, o intervalo dessa escala vai ser criado pelo *software* de acordo com a variação dos dados.

Dentro do contexto do *software TinkerPlots*, tem-se disponibilizado diversos tipos de gráficos como: barras verticais e horizontais, setores, pictográficos, dot plot entre outros. Nesse sentido, utilizamos como referência em nosso estudo o dot plot, que de acordo com Konold e Miller (2005) mostra como um atributo numérico é distribuído, mantendo cada caso explícito.

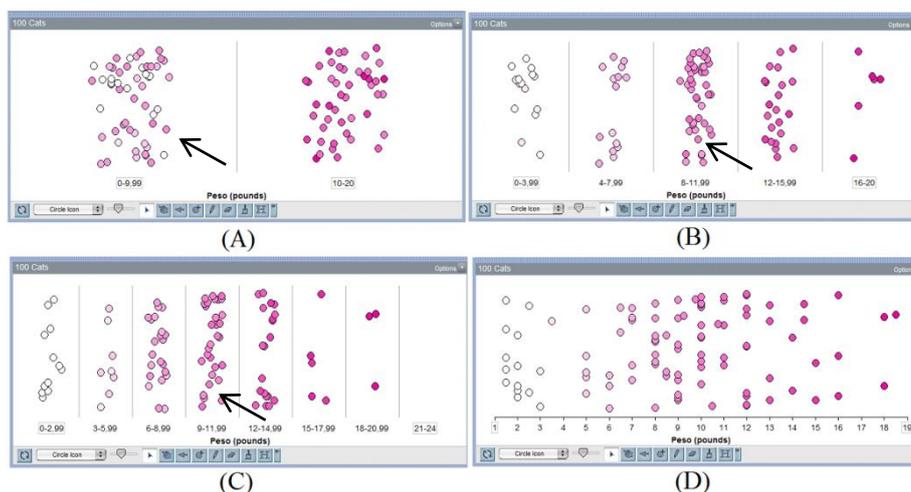
Para criarmos um *dot plot* no *software TinkerPlots* existem duas maneiras distintas. A primeira seria colocando um atributo no eixo vertical e clicarmos em um dos plots da distribuição e arrastá-lo para cima até observamos a formação de uma escala numérica (ver exemplo na Figura 28).

Figura 28 - Construção do dot plot no eixo vertical.



Como podemos observar na Figura 28, o estudante deveria clicar em qualquer atributo da distribuição e arrastá-lo de baixo para cima, seguindo a ordem da letra (A) na Figura 28 até a letra (D) (acompanhar seta). Nesse procedimento através da ação de arrastar o plot, intuitivamente o estudante estava gerando o gráfico de escala numérica e que neste caso é o dot plot. O mesmo procedimento era realizado para o gráfico no eixo horizontal como podemos observar na Figura 29.

Figura 29 - Construção do dot plot no eixo horizontal.



Para a construção do *dot plot* no eixo horizontal os estudantes clicavam em um plot e arrastavam da esquerda para a direita seguindo a ordem das setas da Figura 29 do (A) ao (D).

A segunda maneira de se construir um dot plot, era dando um clique duplo com o mouse na escala intervalar do gráfico, de imediato aparecia uma caixa com o título “*Edit Axis*”, ou seja, edite o eixo e os estudantes foram orientados pelo pesquisador a colocarem zero no valor que aparecia na caixa, para que assim a escala numérica fosse gerada a partir do valor zero. Na Figura 30 observamos com nitidez onde o estudante clicou para aparição da caixa de edição do eixo e na Figura 31 observamos todo o processo, onde o estudante coloca o valor zero na “*Bin Width*” e assim gera a escala numérica e o *dot plot* (acompanhar as setas e imagens do (A) ao (D) na Figura 31).

Figura 30 - Construção do dot plot no eixo horizontal.

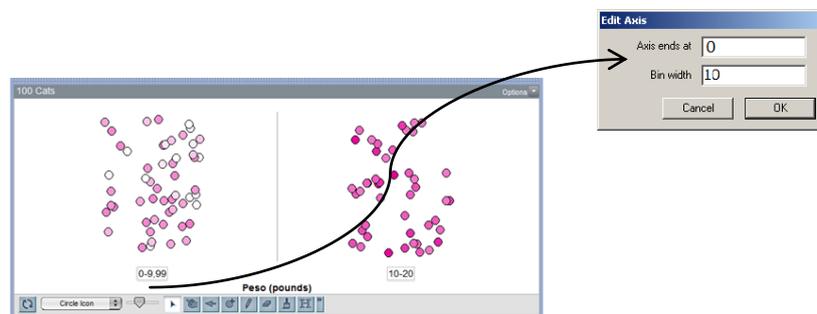
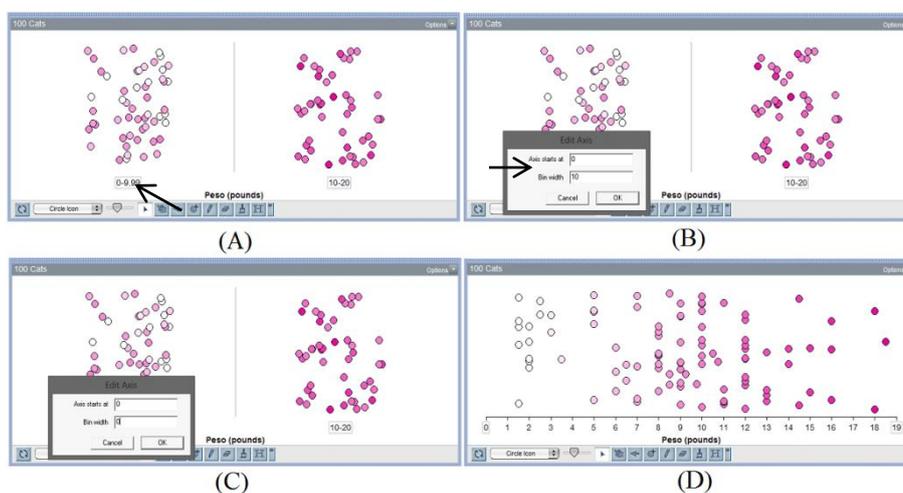


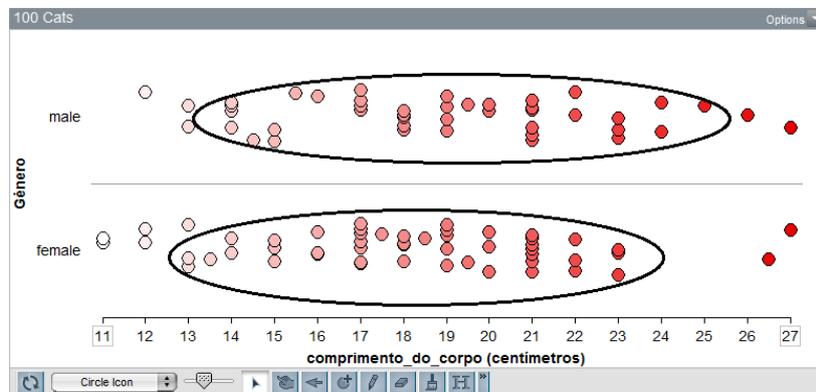
Figura 31- Construção do dot plot no eixo horizontal.



Os estudantes acharam interessantes as duas maneiras de criação do dot plot e estavam livres para construí-lo do jeito que achassem mais conveniente. Dando continuidade ao trabalho com a média durante a familiarização, os estudantes sob a orientação do pesquisador, construíram o *dot plot* com os atributos nos dois eixos (vertical e horizontal) e foram indagados a localizarem a média no gráfico e a estimarem

um valor numérico para as mesmas, haja vista, que como estavam os gêneros masculino e feminino os estudantes estimaram uma média para cada um e localizaram no gráfico (ver Figura 32).

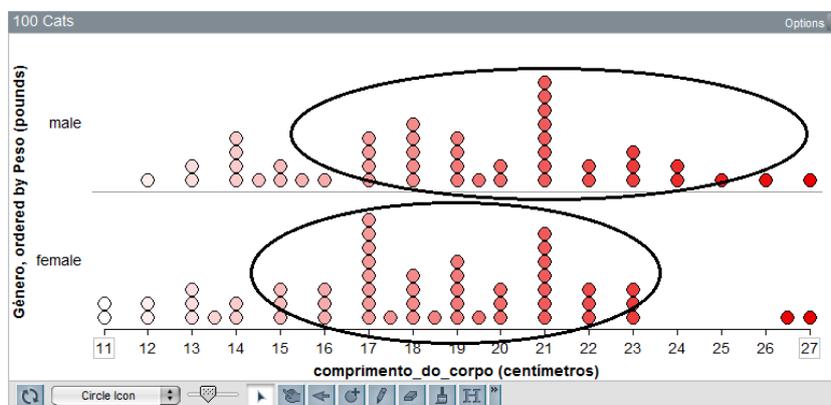
Figura 32 - Localização da média no dot plot no eixo horizontal.



É válido salientar que os plots estão circulados nas Figuras 32 e 33 porque os estudantes realizaram essa operação de maneira intuitiva para demonstrar onde estaria localizada a média no gráfico. Observa-se nas figuras que na visão dos estudantes seria onde estivesse a maior concentração de plots na distribuição.

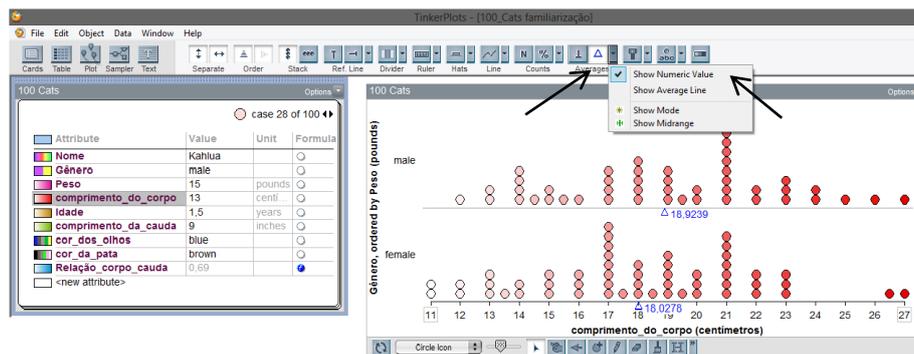
Em seguida os estudantes foram orientados pelo pesquisador a clicarem na ferramenta stack, que organiza os plots e a estimarem novamente um valor numérico ou se preferissem poderiam deixar o mesmo valor já estimado anteriormente. O mesmo aconteceu para a localização da média no gráfico, ao verem os plots agrupados os estudantes faziam novas localizações (ver Figura 33).

Figura 33 - Localização da média no dot plot com ferramenta stack acionada.



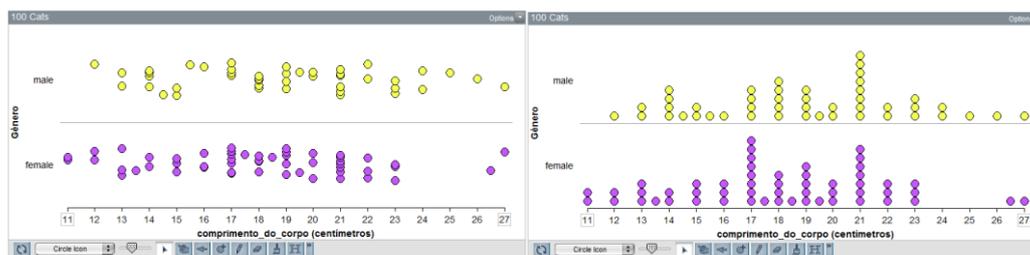
Depois do momento de localização e estimativa da média, os estudantes eram solicitados a clicarem na ferramenta média que apontava onde a mesma estava localizada e em seguida em seu valor numérico, para que assim os estudantes pudessem observar se a sua estimativa e localização da média estavam coerentes ou não de acordo com a média real gerada pelo *software* (ver setas e Figura 34).

Figura 34 - Localização da média no dot plot com ferramenta *stack* acionada.



Os estudantes ainda foram apresentados aos dados com a variável qualitativa selecionada, porque dessa maneira os discentes não poderiam utilizar a ferramenta gradiente (cores) para interpretar os gráficos. Por outro lado, os estudantes poderiam fazer a interpretação baseados na escala numérica e assim localizariam e estimariam um valor para a média aritmética e posteriormente a conclusão da interpretação (Figura 35).

Figura 35 - Localização da média no dot plot com ferramenta *stack* acionada.



Dessa forma, durante a familiarização a ferramenta média foi trabalhada com todas as suas possibilidades, assim como a localização e estimativa da mesma no gráfico, para que os estudantes pudessem utilizá-la no momento de interpretação.

É importante salientar que no processo de localização simbólica e numérica da média nessa etapa de familiarização, o pesquisador não disponibilizou orientações sobre como os estudantes deveriam localizar a média nos gráficos. Apenas foi solicitado que eles assim procedessem, mas ficaram livres para realizar suas estimativas. O ponto

central da familiarização consistiu em levar os estudantes a manusearem as ferramentas do *TinkerPlots* e em particular com a ferramenta média utilizá-la no sentido de realizar explorações associadas a interpretação de gráficos.

Dessa forma, a familiarização foi um momento em que o pesquisador procurou colocar os estudantes em contato com a interface do *software TinkerPlots*, mostrando as suas principais funções e especificando para o uso da média. Nessa etapa da pesquisa o pesquisador participou de forma ativa, esclarecendo dúvidas e levando os estudantes a realizarem os procedimentos básicos a serem utilizados na fase de interpretação.

Capítulo 6 - INTERPRETAÇÃO COM O SOFTWARE TINKERPLOTS

Os resultados obtidos na fase de interpretação foram organizados a partir das situações de pesquisa: amostras iguais e médias iguais, amostras iguais e médias diferentes e amostras diferentes e médias diferentes, que foram exploradas nos bancos de dados “tempo dos estudantes” e “peixes” (Quadro 11).

Quadro11 – Situações de pesquisa tomadas como unidade de análise.

Situação	Descrição	Questões	Banco de dados
1	Amostras Iguais – Médias Iguais	Q1	Tempo dos estudantes
2	Amostras Iguais – Médias Diferentes	Q2	Tempo dos estudantes
3	Amostras diferentes – Médias Diferentes	Q1, Q2, Q3	Peixes

Tomando as situações 1, 2 e 3 como unidades de análise foi verificado como as duplas de ambos os grupos de escolaridade exploraram a média na interpretação dos gráficos.

Todas as situações de pesquisa envolveram problemas de relação entre duas variáveis, sendo uma qualitativa e a outra quantitativa. As explorações da média foram analisadas a partir do processo de construção e interpretação do dot plot.

Após a explanação das duplas para cada situação apresentamos uma discussão destacando aspectos relativos às explorações sobre a média por cada grupo de escolaridade.

6.1 Situação 1: Amostras Iguais - médias iguais (AI-MI)

Essa situação de pesquisa foi expressa na questão Q1 (Quem passa mais tempo assistindo TV, meninos ou meninas?) do banco de dados “tempo dos estudantes” que foi a primeira trabalhada pelos estudantes na etapa de interpretação. Destaca-se que nessa situação o valor das amostras é de 61 casos tanto para o gênero masculino como para o feminino e o valor da média de horas assistindo TV é de 15 para os dois gêneros.

A dupla do **5º ano Diva e Laís (Dupla 1)**, inicia a construção do gráfico, inserindo o atributo gênero no eixo vertical e logo após o atributo assistindo TV no eixo

horizontal, gerando o gráfico de escala intervalar. Laís faz uma leitura inicial dos dados aparentemente baseada na quantidade de *plots* e na leitura da escala, conforme podemos constatar no extrato de falas e Figura 36.

Pesquisador⁶: O que foi que aconteceu? (referindo-se ao gráfico de escala intervalar produzido).

Laís: Agora...

P.: Desse jeito aí o que vocês entendem?

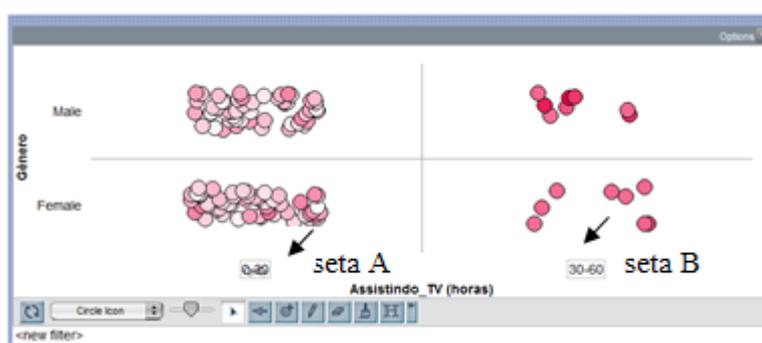
Laís: ÉÉÉÉ... a mulher tem mais.

Diva: [Fica em silêncio observando os dados].

P: Por que a mulher?

Laís: Porque aqui não assiste muito [seta A] e que aqui assiste mais [seta B].

Figura 36 - Gráfico de variável intervalar produzido no TinkerPlots pela dupla Diva e Laís (5º ano) na interpretação da Situação AI-MI.



Essa interpretação inicial de Laís de “que aqui não assiste muito e aqui assiste mais” é acompanhada pelo mouse, tendo a estudante apontando inicialmente o intervalo 0-30 e em seguida para o outro intervalo 30-40. A abordagem da estudante expressa uma possível leitura dos dados (CURCIO, 1987), em particular para à leitura de escala.

Com a construção do dot plot observa-se uma mudança na estratégia das estudantes que passam a utilizar a ferramenta gradiente (ver extrato de falas e Figura 37).

P.: O que aconteceu aí meninas? Mudou alguma coisa? (referindo-se ao dot plot construído).

Laís: [Fica observando o gráfico em silêncio].

Diva: Mudou.

Laís: Mudou.

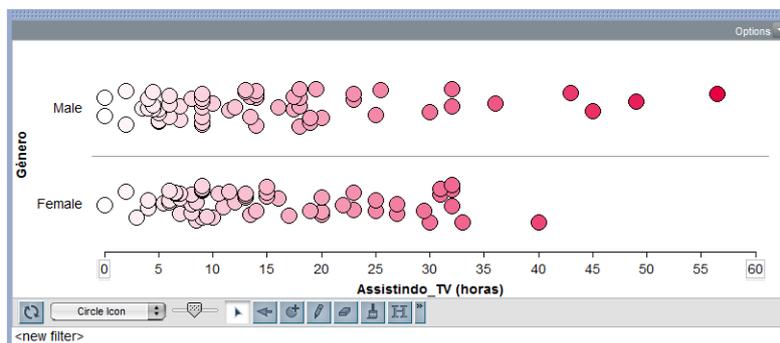
Laís: Que aqui ficou mais branquinho e aqui ficou mais escuro.

P.: Certo, o que mais?

Laís: Aqui assiste muito e aqui assiste mais.

⁶Usaremos o código P. para nos referirmos às falas do Pesquisador. Os comentários relativos às suas falas serão colocados entre parêntesis, enquanto os comentários relativos às falas dos estudantes serão colocados entre colchetes. Uma pequena pausa será retratada por três pontos.

Figura 37 - Dot plot produzido no TinkerPlots pela dupla Diva e Laís (5º ano) na Interpretação da Situação AI-MI.

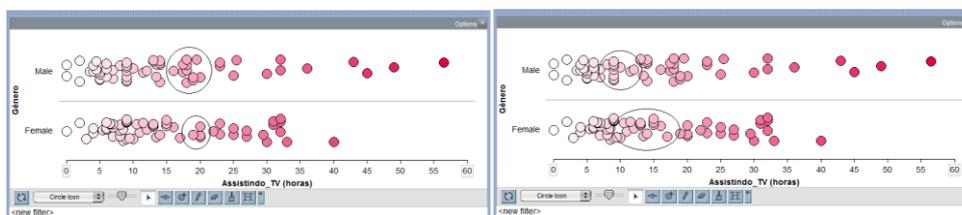


Ao interpretar “aqui ficou mais branquinho e aqui ficou mais escuro” Laís considera a cor dos plots como indicativo para a sua análise do gráfico, fazendo clara menção ao uso do gradiente. Esse uso revela uma estratégia que incorpora os aspectos visuais da situação.

A ferramenta gradiente favoreceu uma maior reflexão por parte das alunas. A importância do uso do gradiente para a interpretação de gráficos no *Tinkerplots* já foi noticiada por outros estudiosos como é o caso de Lira (2010), Alves (2011) e Asseker (2011), sendo confirmada nas ações dessa dupla.

Quando solicitadas a localizar simbolicamente a média no dot plot, as estudantes apontam para os plots localizados próximos ao centro da distribuição conforme podemos observar nas regiões circuladas nos gráficos da Figura 38.

Figura 38 - Localização simbólica da média no dot plot por Diva e Laís (5º ano), respectivamente, na interpretação da Situação AI-MI.



Observa-se que Diva localiza a média numa região bem próxima daquela onde se encontra a média real, cujo valor é 15. Além disso, essa localização situou-se em regiões próximas para ambos os gêneros masculino e feminino. Laís apontou corretamente para a região onde se localizaria a média no gráfico para o gênero feminino e no caso do gênero masculino a localização foi próxima.

Do ponto de vista simbólico, as estudantes conseguiram localizar adequadamente a média, considerando os plots que se encontravam entre os valores extremos expostos no gráfico, em especial à região onde está a massa de dados.

A ideia de massa de dados é considerada como aquela que apresenta uma maior concentração de plots e que nas distribuições consiste, por exemplo, nas regiões do gráfico onde está localizada a moda. Ao localizarem simbolicamente a média na massa de dados e também estimarem seu valor numérico associado a essa região, entende-se nas análises de suas representações, em conformidade com a classificação de Watson (2006), que elas estão se referindo as medidas de tendência central, expressando, portanto um nível de resposta multiestructural sobre a média.

Essa forma de abordagem pode ser considerada um uso intuitivo da média em atividades associadas a gráficos. Em termos conceituais, ela contempla a primeira propriedade levantada por Strauss e Bichler (1988), a qual destaca que a média localiza-se entre os valores extremos de uma distribuição.

Em relação aos valores da média, Diva estima o valor 20 para a média de ambos os grupos de meninos e meninas. A sua estimativa se aproxima de 15 que seria a resposta correta. Laís por sua vez estima a média de 10 horas para os meninos e 15 horas para as meninas. A estudante acerta o valor da média para o gênero feminino e se aproxima em relação ao masculino, uma vez que as médias são iguais.

Essa estratégia teve influência da ferramenta gradiente que norteou a interpretação da estudante conforme extrato de falas que segue.

P.: Certo e que número você acha que é aí?

Laís: 15 (feminino).

P.: Por quê?

Laís: Porque a cor tá mais escura.

P.: Coloque o que você disse na caixa de resposta.

Laís: Meninas!

P.: Meninos ou meninas?

Laís: Meninas.

Laís: E aí tá meninas 15.

Diva: Meninas.

P.: E o outro?

Laís: Os meninos são....10.

Embora as estudantes não tenham estimado o número pontual e nem localizado visualmente o lugar específico de onde a média se encontraria, elas fazem uma interpretação coerente dos dados. Do ponto de vista da classificação de Watson (2006), pode-se considerar que as estudantes apresentaram uma resposta de nível multiestructural, por considerarem a média a partir da massa de dados.

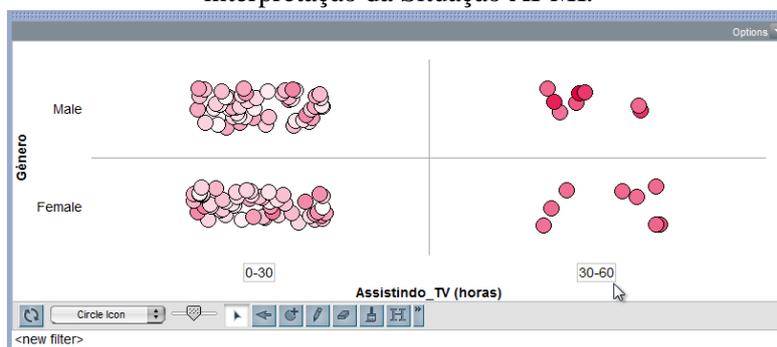
Quando confrontadas com os valores que atribuíram à média das distribuições, com os valores reais fornecidos pela ferramenta do Tinkerplots, a dupla não soube justificar porque houveram semelhanças e diferenças, mas demonstraram surpresa e também confiança devido a proximidade das suas estimativas com os valores reais.

De uma forma geral, as estudantes se saíram bem na interpretação da situação de pesquisa amostras iguais – médias iguais. Um aspecto importante na interpretação dessa dupla consistiu na utilização do gradiente.

A segunda dupla do **5º ano, Hélio e Ana (Dupla 2)**, assim como a dupla anterior, inicia a construção do gráfico, inserindo o atributo gênero no eixo vertical e logo após o atributo assistindo TV no eixo horizontal, gerando o gráfico de escala intervalar e em seguida passam a interpretação da situação a partir de diferentes respostas, conforme nos mostra o extrato de falas e a Figura 39 que segue.

Ana: Quem passa mais tempo são as meninas.
 P.: Por que são as meninas?
 Ana: Porque tem mais meninas.
 P.: Tem mais meninas aonde?
 Ana: Hum...
 P.: E aí Hélio? Concorda com o que ela disse ou não?
 Hélio: Não, são a mesma coisa.
 Ana: É?
 Ana: Sei lá, aqui também era para aparecer nera? [aponta para o gráfico, referindo-se ao número total de plots].
 Hélio: Eu achei a mesma coisa a quantidade de menino e menina.
 Ana: Eu acho que é esse [se referindo as meninas].
 P.: Certo!
 Ana: Esses aqui são meninos e esses aqui são meninas.

Figura 39 - Gráfico de escala intervalar produzido pela dupla Hélio e Ana (5º ano) na interpretação da Situação AI-MI.

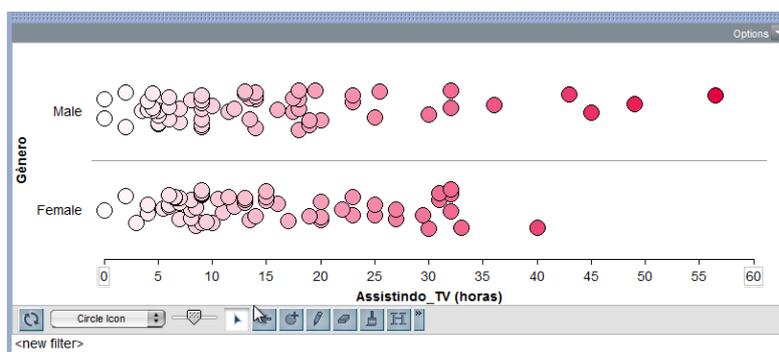


Observa-se que Ana refere-se à quantidade de plots (porque tem mais meninas), enquanto Hélio aparentemente faz uma leitura mais global, baseada em aspectos visuais.

Ao mudarem a representação para o dot plot, os estudantes também mudam suas interpretações iniciais como podemos observar no extrato de falas e Figura 40.

P.: O que aconteceu?
 Hélio Quem passa mais tempo são os meninos.
 P.: Por que?
 Ana: Porque... Porque eles passa de 40...
 Hélio: Sim (risos)
 Ana: Porque eles passam mais tempo na TV.

Figura 40 - Dot plot produzido no TinkerPlots pela dupla Hélio e Ana (5º ano) na interpretação da Situação AI-MI.

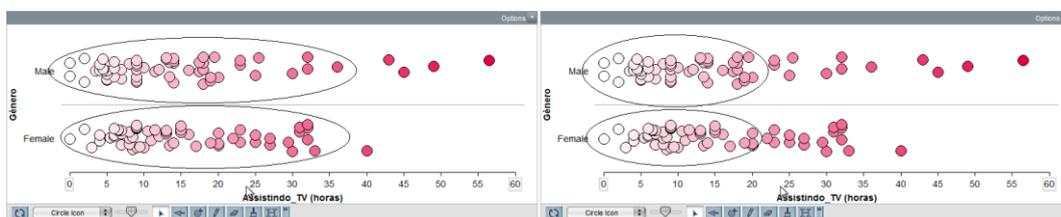


A Dupla compara os valores máximos do gráfico, realizando uma interpretação voltada para o gênero masculino.

Quando indagados sobre a localização simbólica da média no dot plot, os estudantes apontam para a massa de dados que vai do zero na escala numérica até 37, ver extrato de fala e Figura 41.

P.: Onde está localizada a média neste gráfico?
 Ana: De 5 a 20 ou de 5 a 35.
 P.: E para você Hélio?
 Hélio: Eu acho que tenho 3: de 0 a 20 ou de 0 a 25 e ou de 5 a 35.
 P.: E por que? E a média pode ser 3 ao mesmo tempo?
 Hélio: Não.
 Ana: Não.
 P.: Então tem que escolher né?
 Ana: De 0 a 20 nos dois, se eu errar tem nada não.
 Hélio: De 0 a 35.
 Ana: Porque é metade das pessoas.
 Hélio: Não! Porque esse aqui tem menos e esse aqui tem mais [se referindo ao fato de terem menos plots do 30 ao 60 e mais do 0 ao 25].

Figura 41- Localização simbólica da média por Hélio e Ana (5º ano), respectivamente, na interpretação da situação AI-MI.



Ao circular com o mouse os plots do zero até o vinte e fazer menção à noção de “metade” (“é a metade das pessoas”) para justificar a localização da média, Ana revela uma compreensão intuitiva da média, envolvendo a noção de mediana.

Quando solicitados a estimar numericamente o valor da média aritmética, os estudantes apresentaram diferentes possibilidades dentro da região onde eles consideraram que a média estaria localizada ver extrato de falas.

P.: Se vocês fossem estimar, qual seria o valor da média?

Ana: De 0 a 20.

P.: Para os dois ? (gêneros)

Ana: é.

Hélio: O meu é de 0 a 25.

P.: Para os dois ?

Hélio: É.

Embora não associem a média a um único valor, mas a um intervalo, as suas estimativas estão associadas às regiões de maior concentração de plots, isso é à massa de dados. A partir desses aspectos, os estudantes revelam uma resposta multiestructural (WATSON, 2006) na consideração sobre a média.

Embora a dupla apresente uma resposta elaborada em relação à média, eles concluem que os meninos passam mais tempo assistindo TV devido aos valores máximos dos dados do gênero masculino no gráfico. Embora Hélio perceba a similaridade das duas distribuições a partir do uso da ferramenta *stack*, ele concorda com a colega, ver extrato de falas e Figura 42.

P.: Pronto clicou em stack não foi? E aí o que aconteceu?

Hélio: É de 0 a 25 mesmo. Botaram em ordem ó! [mostra com o dedo os plots organizados após ativação da ferramenta stack].

Ana: Foi.

Ana: De 0 a 25 [altera a sua resposta inicial que era de 0 a 20]

P.: Bom, então na opinião de vocês, quem é que assiste mais televisão meninos ou meninas?

Ana: Os dois.

Hélio: As meninas.

Ana: São os meninos.

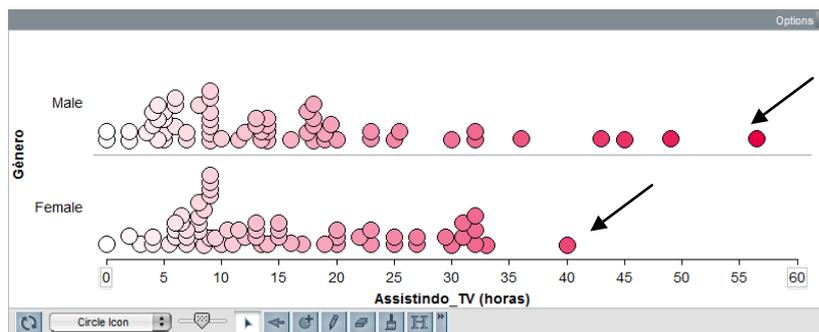
Hélio: É os menino.

P.: E aí?

Ana: É os meninos de 0 a 35, quase chegando ao 40, não quase chegando a 60 e as menina só até o 40.

Hélio: meninos.

Figura 42 - Dot Plot com a ferramenta stack acionada por Hélio e Ana (5º ano) na interpretação da Situação AI-MI.



Observa-se que com o uso da ferramenta stack, os estudantes passaram a considerar os valores máximos do gráfico. Aspecto esse que não havia sido considerado no dot plot simples.

Ao acionar a ferramenta média, eles perceberam que as médias eram iguais para os dois gêneros. Embora tenham ficado surpresos, não souberam justificar e afirmaram que o valor estimado por eles não era realmente a média, tentando assim justificar as suas respostas.

A terceira dupla do **5º ano, Rose e Eva (Dupla 3)**, inicia os trabalhos de interpretação dessa situação inserindo apenas o atributo assistindo TV no eixo horizontal e passam a interpretar o gráfico a partir dos seus conhecimentos prévios sobre o assunto ver extrato de falas e Figura 43.

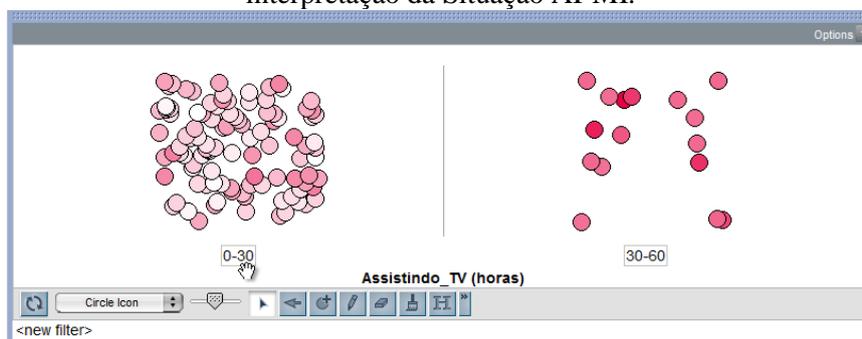
P.: Quem passa mais tempo assistindo TV, meninos ou meninas?

Eva: Meninos.

P.: Por que é o menino?

Eva: Porque passa desenho que eles gostam, passa jogo, vídeo game.

Figura 43 - Gráfico de uma variável produzido no TinkerPlots pela dupla Rose e Eva (5º ano) na interpretação da Situação AI-MI.



Ao inserirem o atributo gênero no gráfico de escala intervalar as estudantes mudam de opinião, ver extrato de falas e Figura 44.

P.: Pronto o que aconteceu aí? (referindo-se ao gráfico)

Eva: Dividiu em masculino e feminino assim e assim [Fazendo gestos com as mãos no sentido vertical e horizontal].

P.: Quem é o masculino?

Rose: Esse aqui [o laranja].

P.: E o feminino?

Eva: Azul.

P.: Olhando desse jeito aí dá para saber?

Rose: Dá...

P.: Como?

Eva: A menina.

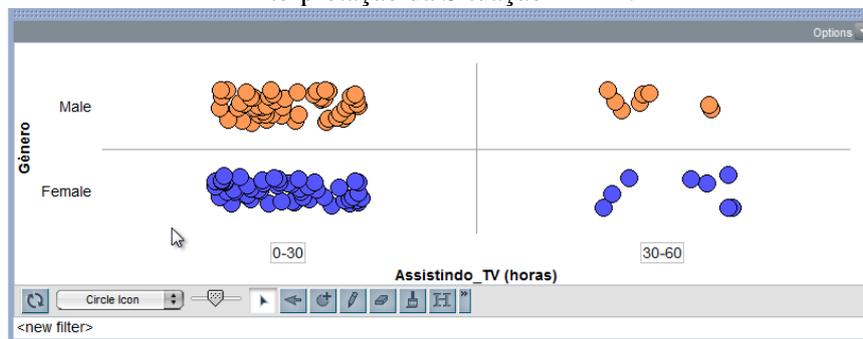
Rose: As meninas.

P.: Por quê?

Eva: Porque tá...

Rose: Porque a menina é 30 menos 60 e o deles 30 menos 0.

Figura 44 - Gráfico de escala intervalar produzida pela dupla Rose e Eva (5º ano) na interpretação da Situação AI-MI.



Observa-se que a estudante faz uma leitura inadequada da escala intervalar, interpretando o hífen da escala como um sinal de subtração.

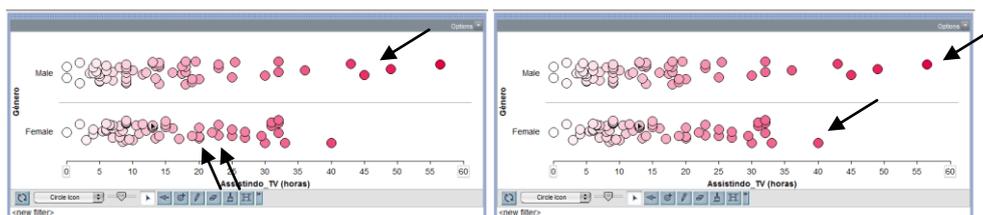
Na atividade de localização simbólica da média no dot plot, observa-se que a ferramenta gradiente foi fundamental para a atividade da dupla, conforme pode ser constatado no extrato de falas que segue e Figura 45.

Rose: Os mais escuro Eva [se referindo aos plots para o gênero masculino].

Eva: Esse aqui [se referindo aos plots do final da escala para ambos os gêneros]. Os mais forte Rose [mostrando as cores dos plots com o mouse].

Rose: Esse aqui do meio para as menina.

Figura 45 - Localização da média no dot plot por Rose e Eva (5º ano) respectivamente, na interpretação da Situação AI-MI.



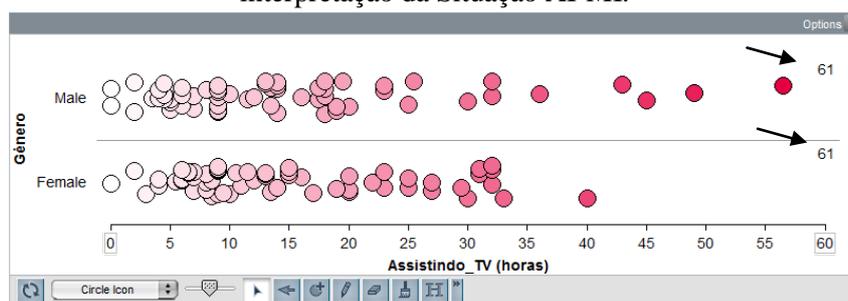
Quanto à estimativa da média, as estudantes tiveram uma dificuldade inicial em compreender a pergunta do pesquisador, conforme podemos constatar no extrato de falas que segue.

P.: Que número você acha que ela é? (referindo-se à média).
 Rose: [Escreve 60].
 P.: Por que você botou 60?
 Rose: Porque eu acho.
 P.: Porque você acha que é 60?
 Eva: Porque tá aqui professor.
 P.: Mas ela colocou a média ali e disse 60.
 Eva: Porque ela viu professor.
 Rose: Eu acho que nessas bolas tem 60 pessoas.

Ao estimar 60 como valor da média e mencionar “60 pessoas”, talvez Rose estivesse confundindo a média com o número de plots, isso é, com o valor da amostra. O pesquisador explicou novamente o contexto da questão e pediu para que a estudante clicasse na ferramenta número (N) e a mesma percebe que são 61 *plots* para cada gênero (ver extrato de falas e Figura 46).

Rose: Eu acho que nessas bolas tem 60 pessoas.
 P.: Ahhh...
 Rose: Por isso 60 entendeu agora?
 P.: Entendi. Vamos ver se tem 60? Aperte no “N” pra gente saber.
 Rose: [Clica na ferramenta número].
 P.: E o outro? [referindo-se ao gênero feminino]
 Rose: Esse é 5 [gênero feminino].
 P.: Por quê?
 Rose: Porque sim professor...

Figura 46 - Dot plot com a ferramenta número acionada pela dupla Rose e Eva (5º ano) na interpretação da Situação AI-MI.



Mesmo após a intervenção do pesquisador, Rose continua afirmando que a média é 60 horas para o masculino e 5 horas para o feminino. Eva estima a média de 20 horas para o gênero feminino e 10 horas para o masculino se aproximando do valor real da média. Observa-se, contudo, que a estudante também não faz relação da localização da média com o seu valor correspondente na escala numérica. Conforme podemos ver

na Figura 45, a estudante localizou a média na escala no plot próximo do 40, já em sua estimativa numérica ela escolheu valores bem menores como 10 e 20.

As estudantes acionaram a ferramenta média e observaram que os valores eram iguais para os dois gêneros, mas não souberam justificar a diferença.

De um modo geral, essa Dupla, Rose e Eva, não faz a ligação da representação simbólica e numérica da média. A ferramenta gradiente embora tenha sido considerada nas suas interpretações, não foi suficiente para elas relacionarem a cor e os valores da escala, ação indispensável à interpretação do problema. A resposta delas pareceu alternar entre aspectos visuais e numéricos na estimativa simbólica da média, expressando um tipo de resposta uniestrutural sobre a média (WATSON, 2006).

A última dupla do **5º ano, Pedro e Paulo (Dupla 4)**, após leitura da questão, insere a variável gênero produzindo gráfico de uma variável. Logo em seguida clicam na ferramenta média, ver extrato de falas e Figura 47.

P.: O que aconteceu aí?

Paulo: Separou.

P.: Separou em que?

Pedro: O de cima é macho e o de baixo é fêmea.

P.: Certo, o de cima masculino e o de baixo feminino.

Pedro: [Acena com a cabeça dizendo que sim].

Paulo: [Fica pensativo por um tempo].

P.: Está faltando alguma coisa?

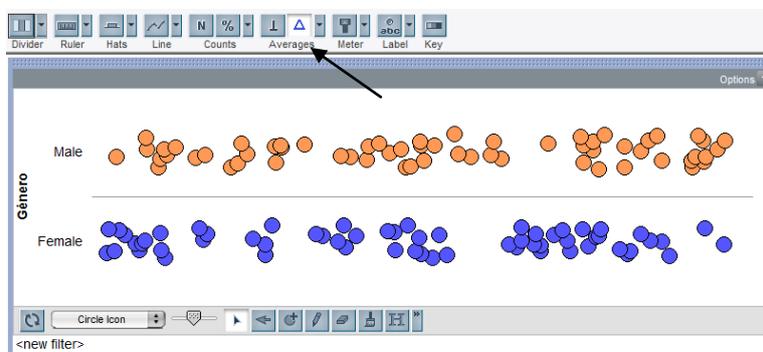
Pedro: Deixa eu ver aqui...

Pedro: [Clica na ferramenta média].

Pedro e Paulo: [Ficam em silêncio por um tempo, observando os dados do gráfico].

P.: A média agora não apareceu porque só tem uma informação ali (se referindo ao atributo gênero). Leia de novo a primeira pergunta.

Figura 47 - Gráfico de uma variável com ícone da média da ferramenta média ativada pela dupla Pedro e Paulo (5º ano), na interpretação da Situação AI-MI.

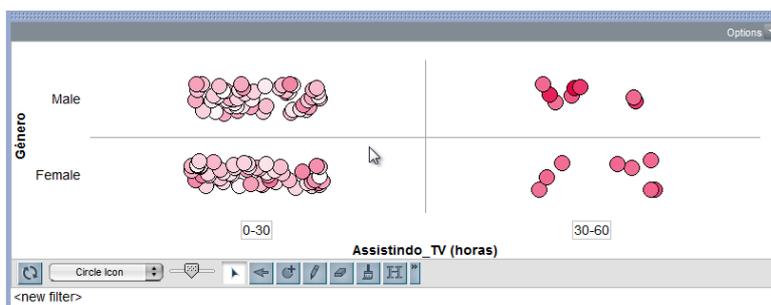


Quando o recurso média é ativado no *TinkerPlots* com variáveis qualitativas não se tem efeito algum na representação, pois ela só funciona com variáveis quantitativas.

Dando continuidade à interpretação dessa situação, a dupla depois de observar os dados por um tempo insere o atributo assistindo TV e passa a afirmar que são os meninos que assistem mais TV (ver extrato de falas e Figura 48).

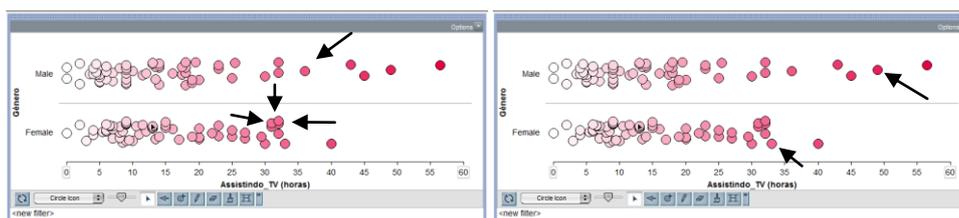
P.: O que foi que aconteceu?
 Paulo: Meninos.
 P.: Por quê?
 Pedro: Os meninos porque tem mais.
 P.: Esses números são o que?
 Paulo: Horas.
 Pedro: Quem assiste mais são os meninos.

Figura 48 - Gráfico de escala intervalar produzido pela dupla Pedro e Paulo (5º ano), na interpretação da Situação AI-MI.



Quanto à localização simbólica da média no gráfico, os estudantes apontam para plots isolados (ver Figura 49).

Figura 49 - Localização simbólica da média por Pedro e Paulo (5º ano), respectivamente, na interpretação da Situação AI-MI.



Pedro aponta para três plots contidos entre 30 e 35 para o gênero feminino e para o plot de valor 36 para o gênero masculino. Quando indagado sobre a sua forma de localização da média o estudante não justifica. Paulo, por sua vez, aponta para um *plot* que se encontra separado na escala para o gênero masculino e aponta para um *plot*

próximo ao meio da escala para o gênero feminino. O estudante afirma que são os valores separados, mas não soube justificar porque os escolheu.

Em relação à estimativa numérica, Pedro estimou a média de 35 horas para o gênero feminino e 36 horas para o masculino, seguindo a mesma estratégia utilizada para localizar simbolicamente a média no gráfico. Paulo estimou a média de 36 horas para o gênero feminino e 45 horas para o masculino. Posteriormente a dupla acionou a ferramenta *stack*, mas não quis mudar as suas estimativas numéricas.

De acordo com a classificação de Watson (2006) os estudantes encontram-se no nível uniestructural em relação ao tipo de resposta sobre a média aritmética na interpretação de gráficos, porque apenas consideraram valores isolados nos gráficos.

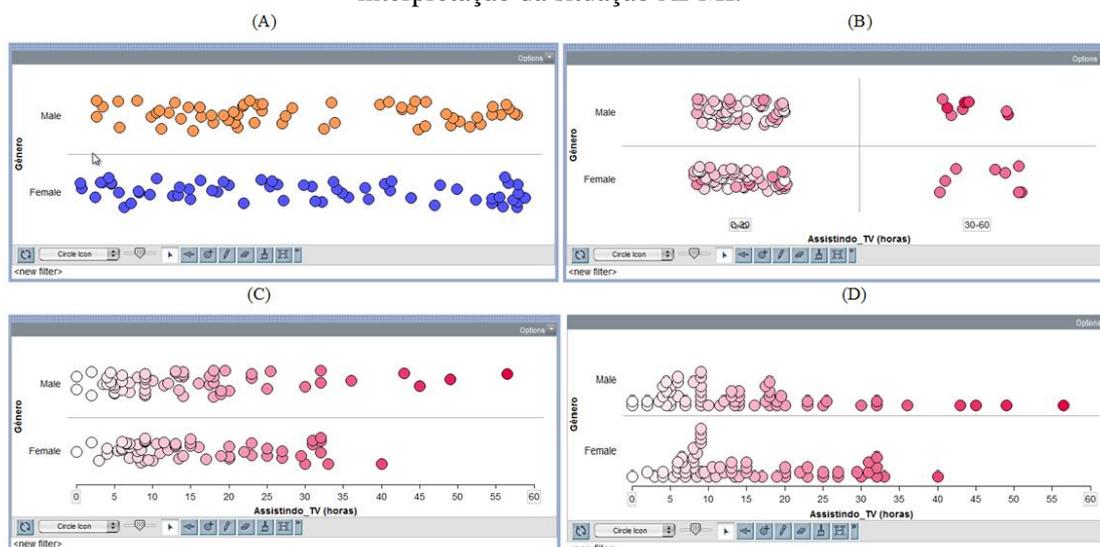
Quando confrontados com os valores da ferramenta média do *TinkerPlots*, apenas Pedro comentou “é porque a gente botou mais próximo da... mais adiantado do que o 15, nos dois”.

Pedro e Paulo produziram 4 representações gráficas para concluir a sua interpretação, as quais foram semelhantes às aquelas produzidas pela Dupla 1 do 5º ano.

Numa análise geral às interpretações observa-se que as duas primeiras duplas (Dupla 1 e Dupla 2) tiveram melhor desempenho nas atividades de exploração da média associadas à interpretação de gráficos. As duas primeiras duplas apresentaram facilidade em produzir e interpretar os gráficos e desenvolveram respostas multiestructurais nas explorações da média. As outras duas duplas (Dupla 3 e Dupla 4) apresentaram dificuldades na produção e interpretação dos gráficos e suas respostas revelaram aspectos uniestructurais na exploração das médias. A ferramenta gradiente foi fundamental às ações das Duplas nessa situação de pesquisa.

Todas as duplas do 5º ano elaboraram as mesmas quatro representações apresentadas na Figura 49 para interpretar essa situação, quais sejam: gráfico de uma variável (gênero) (A); gráfico de escala intervalar (B); dot plot (C); e dot plot organizado a partir da ferramenta *stack* (D) (Figura 50).

Figura 50 - Representações gráficas construídas pela dupla Diva e Laís (5ºano) na interpretação da situação AI-MI.



Dando continuidade às análises das interpretações das duplas na situação AI-MI, focaremos em seguida as ações das duplas do **9º ano**.

A primeira dupla do **9º ano**, **Mario e Eri (Dupla 1)**, inicia a construção do gráfico, inserindo o atributo assistindo TV no eixo horizontal e logo após o atributo gênero no eixo vertical, gerando o gráfico com escala intervalar. Mario de imediato clica na ferramenta *stack* nos formatos horizontal e vertical (ver extratos de fala e figura 51).

P.: Pronto o que aconteceu aí? (referindo-se ao gráfico de escala intervalar construído).

Mario: Ele dividiu, dividiu os de baixo e os de cima [Mostra com o mouse].

P.: E aí? Dá para extrair mais alguma informação desse gráfico aí ou não?

Eri: [Fica em silêncio observando].

Mario: Não [clica na ferramenta *stack* no formato horizontal e vertical].

P.: Melhorou a visualização?

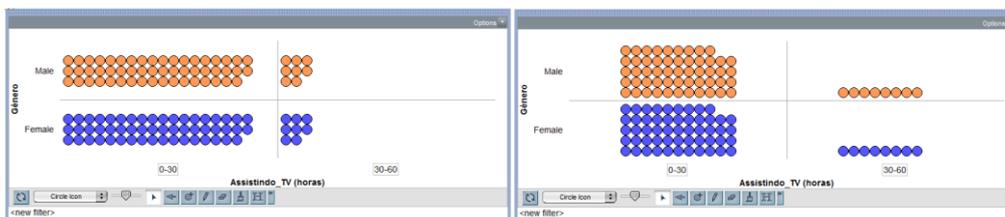
Mario: Assim ficou mais resumido.

P.: Dessa maneira aí já dá para vocês compreenderem mais alguma coisa sobre quem assiste mais TV ou não?

Mario: [Observa mais de perto os dados]

Mario: Me parece igual.

Figura 51 - Gráficos de escala intervalar com a ferramenta *stack* vertical e horizontal, respectivamente, ativada pela dupla Mario e Eri (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.



Os gráficos da Figura 51 reforçam visualmente a igualdade das distribuições e Mario adequadamente destaca o uso da ferramenta *stack*, na organização visual dos *plots* ao afirmar “que assim ficou mais resumido”. Além disso, ele faz uma leitura visual concluindo que as distribuições são iguais. Embora a primeira vista possa parecer que os estudantes facilmente poderiam perceber essa igualdade nos gráficos, essa percepção ajudada pela ferramenta *stack*, requer um olhar diferenciado na interpretação de gráficos.

Em seguida, Mario clica na ferramenta média para verificar onde ela se localiza, mas como o gráfico é de escala intervalar, o software aponta apenas para o intervalo onde ela está contida; que no caso situa-se no intervalo 0-30. A representação simbólica da média nesse gráfico gerou certa confusão, pois os estudantes não entendiam porque havia ficado uma linha azul abaixo dos *plots* desse intervalo (ver extratos de fala e Figura 52).

P.: Certo e agora?

Mario: Aquilo ali é a média né? [se referindo ao ícone da ferramenta média].

P.: É, é a média.

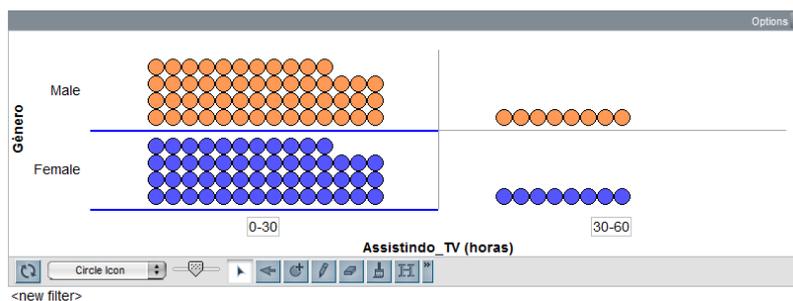
Mario: [Clica na ferramenta média].

P.: O que aconteceu?

Eri: [Fica observando os dados].

Mario: [Observa os dados e balança a cabeça demonstrando que estava confuso].

Figura 52 - Gráfico de escala intervalar com a ferramenta média ativada pela dupla Mario e Eri (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.



Como os estudantes não aprofundaram as suas análises depois de terem acionado a ferramenta média, eles por vontade própria desativaram essa função.

Após construírem o dot plot, o pesquisador solicita que eles localizem simbolicamente a média (ver extratos de fala e Figura 53).

P.: Dessa maneira que está aí onde você acha que está localizada a média?

Mario: Entre 13 e 5 para as mulheres [circula a região do gráfico com o mouse].

Mario: E de 5 a 15 para os homens.

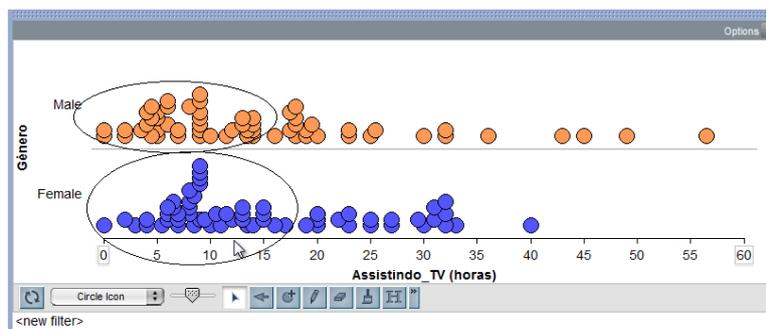
P.: Por quê?

Mario: Porque eles se concentram mais aqui [se referindo a massa de dados que foi circulada].

P.: E você Eri?

Eri: Eu concordo com ele, acho que é isso mesmo.

Figura 53 - Localização da média no dot plot por Mario e Eri (9º ano) na interpretação da situação AI-MI.



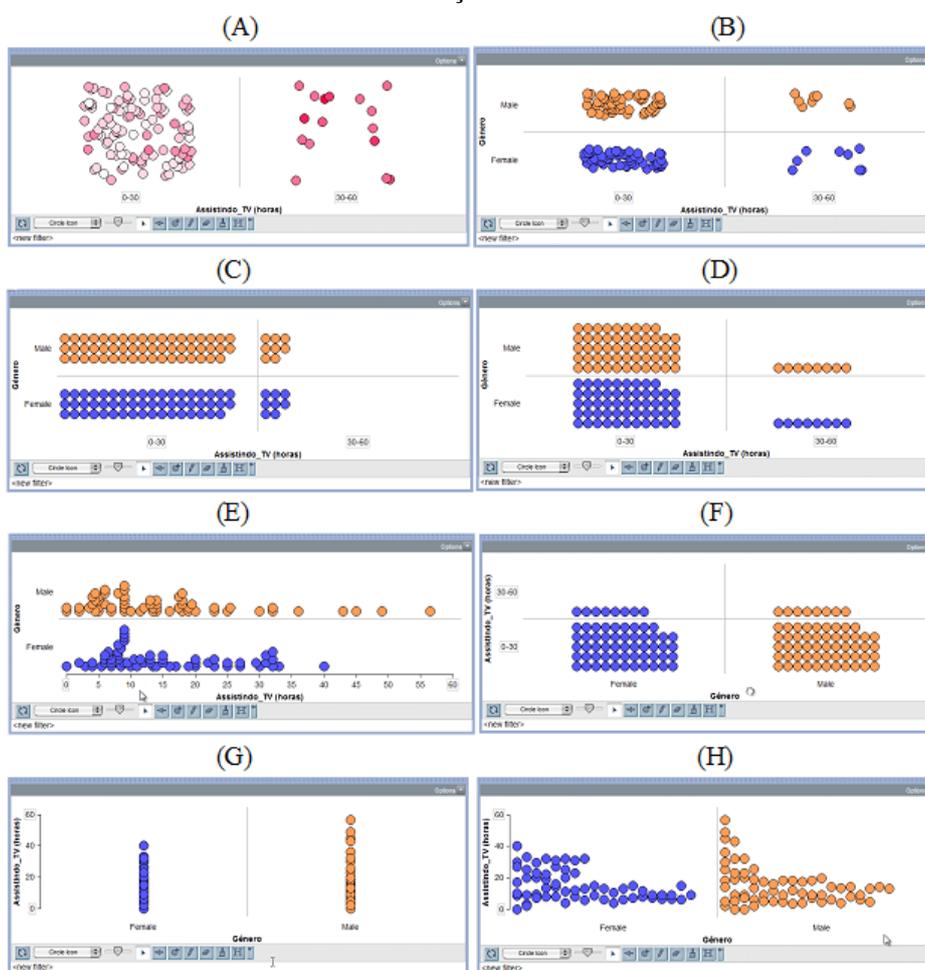
Observa-se que os estudantes circulam uma região do gráfico que inclui a massa de dados. Mesmo depois de mudarem a direção da escala do dot plot, colocando o atributo gênero na horizontal e o atributo assistindo TV na vertical, suas estimativas é de que a média continue localizada nessa região.

Essa abordagem da dupla 1 do 9º ano, voltada à massa de dados, caracteriza a resposta multiestructural (WATSON, 2006).

Os estudantes acionaram a ferramenta média e foram confrontados com o valor real da mesma, mas não souberam justificar as razões. Mesmo Mario tendo interpretado que as distribuições eram iguais, ele não fez comentário sobre as médias serem iguais. Ao que parece, embora as explorações sobre a média dos estudantes tenham sido adequadas à situação, eles não demonstram uma compreensão formalizada da média como sendo representante da massa de dados. A compreensão situa-se em um nível intuitivo.

Essa dupla se destacou no que concerne ao número de representações utilizadas para interpretar o gráfico. Esse fato nos mostra que eles exploraram mais possibilidades oferecidas pelo *software*. Ao todo, eles elaboraram oito representações distintas na interpretação dessa situação: gráfico de uma variável (assistindo TV) (A); gráfico de escala intervalar (B); gráfico de escala intervalar com ferramenta stack na horizontal (C); gráfico de escala intervalar com ferramenta stack na vertical (D); dot plot com ferramenta stack (E); Gráfico de escala intervalar com eixos invertidos (F); Dot plot com eixos invertidos e ferramenta stack na vertical (G) e Dot plot invertido na vertical com ferramenta stack na horizontal(H) (ver Figura 54).

Figura 54 - Representações gráficas construídas pela dupla Mario e Eri (9ºano) na interpretação da Situação AI-MI.



A segunda dupla do 9º ano, **Kátia e Fred (Dupla 2)** inicialmente construíram o gráfico de escala intervalar, inserindo o atributo gênero no eixo horizontal e o atributo assistindo TV no vertical. A dupla afirma que as meninas passam mais tempo assistindo

TV, baseando-se ao que parece na quantidade de *plots* contida no intervalo 0-30, conforme podemos observar no extrato de falas e Figura 55.

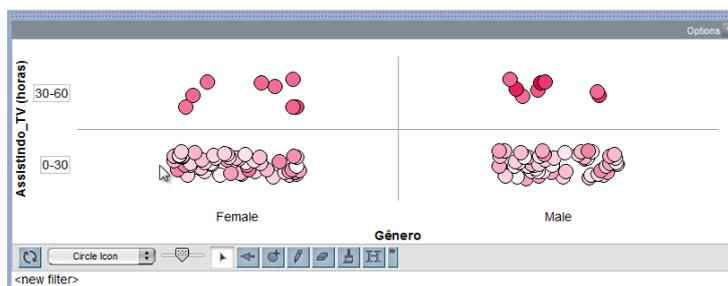
P.: OK, desse jeito já dá para gente entender alguma coisa do gráfico ou não?

Kátia: Dá... que as menina passa mais tempo...óóó, tirou onda com a minha cara [aponta com o dedo para o intervalo 0-30].

P.: E aí Fred concorda com ela?

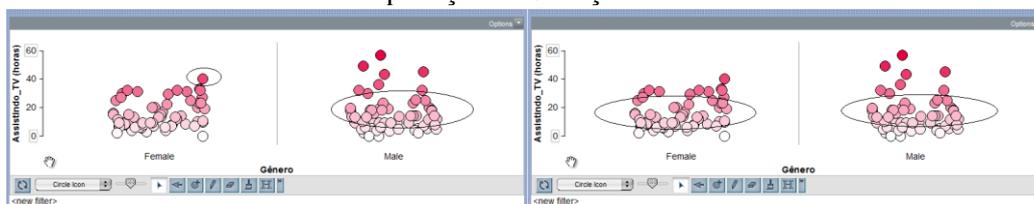
Fred: Sim concordo.

Figura 55 - Gráfico de escala intervalar produzido por Kátia e Fred (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.



Os estudantes construíram o dot plot sem dificuldade, colocando a variável gênero, no sentido horizontal e assistindo TV no vertical. O pesquisador solicita que eles apontem no gráfico onde estaria localizada a média. Kátia aponta para o valor máximo 40 para o gênero feminino e para a região localizada na metade da distribuição para o gênero masculino. Fred aponta para os plots que estão na metade da escala para ambos os gêneros (ver Figura 56).

Figura 56 - Dot plot com a localização simbólica da média por Kátia e Fred (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.



Observa-se que os estudantes apontaram para regiões onde a média estaria localizada, com exceção da estimativa de Kátia para o gênero feminino, que expressa o valor máximo.

Quanto às estimativas numéricas da média, Kátia estimou 24 horas para o gênero masculino e 40 horas para o feminino. Fred estimou 21 horas para o gênero feminino e 23 para o masculino. Ao final da interpretação dessa situação, Fred clica

espontaneamente na ferramenta *stack* e reafirma os valores numéricos estimados para os gêneros (ver extratos de fala e Figura 57).

P.: Pronto o que foi que aconteceu aí?

Fred: Ficou bem na média que eu falei [se referindo a nova organização dos plots na escala com a introdução da ferramenta *stack*].

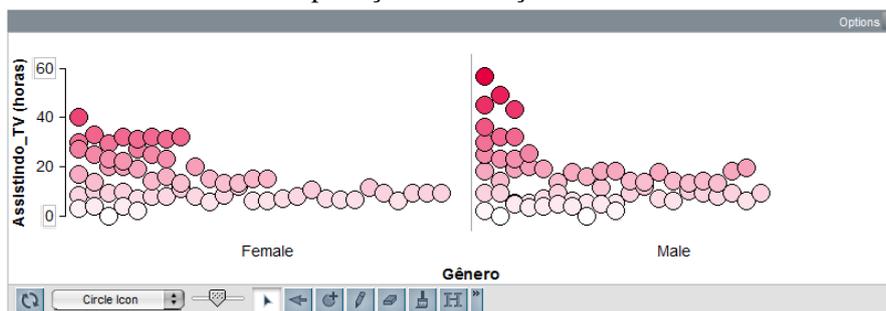
Kátia: [Fica observando os plots].

P.: Vocês querem mudar de opinião ou vão manter?

Kátia: Eu vou manter a minha.

Fred: Manter.

Figura 57 - Dot plot com ferramenta *stack* ativada produzido por Kátia e Fred (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.



Observa-se que o *dot plot* com a ferramenta *stack*, embora apresente uma organização dos dados, não ajuda os estudantes a refletirem melhor sobre o valor da média.

Os estudantes clicam na ferramenta média e são confrontados com o seu valor real. Nessa ocasião, o estudante Fred consegue fazer a relação entre os valores máximos e mínimos, buscando compreender como a média foi constituída a partir da análise do gradiente (ver extrato de falas e Figura 58).

P.: Porque vocês acham que deu diferente em relação à opinião de vocês? (se referindo à estimativa numérica da média).

Fred: Isso é golpe de visão, a gente viu uma dentro da outra! [se referindo aos plots]

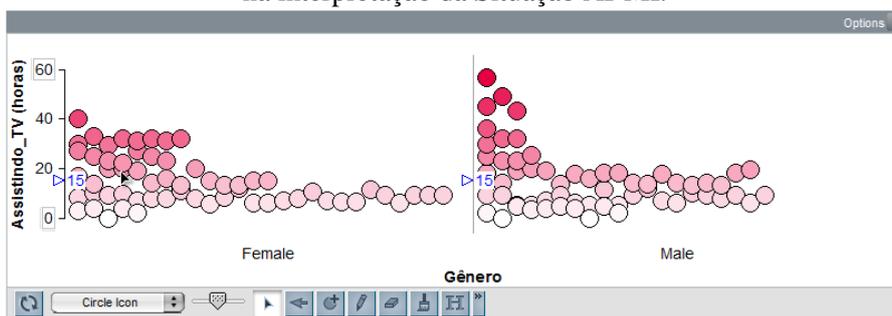
P.: Será? É?

Fred: ÉÉÉ...É Kátia, é golpe de visão pelas cores a gente se confunde um pouco. Essas aqui de baixo são o horário menor né isso? [referindo-se aos plots de cores mais claras].

P.: É.

Fred: Essas aqui são mais ou menos [plots no meio da escala]. E essas aqui são as maiores [plots de cores mais escuras e que possuem maiores valores]. Por conta desses, assim deu meio [valores maiores e menores dos plots].

Figura 58 - Dot plot com ferramenta *stack* inserida por Kátia e Fred (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.

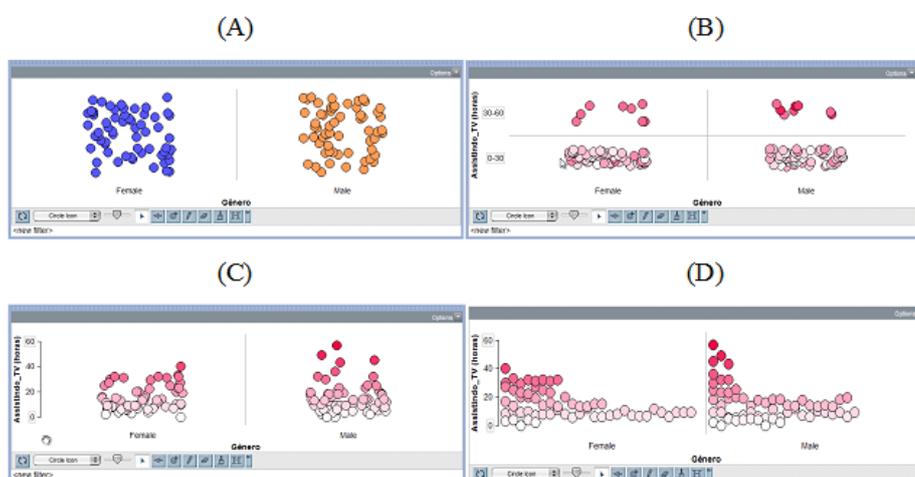


Como podemos observar na Figura 58, Fred fez uma análise do valor da média apresentado pelo software, destacando os valores baixos, intermediários e mais altos da distribuição dos dados. Ao que parece, o estudante considera que os valores mais altos e os mais baixos influenciaram na média e que por isso a média se encontra no meio da distribuição. As ferramentas *stack* e *gradiente* são usadas de forma associada.

A possibilidade de enxergar o valor numérico da média através das ferramentas do *TinkerPlots*, pode ter ajudado Fred a desenvolver uma resposta mais elaborada e que poderia ser considerada como relacional (WATSON, 2006), a partir do qual ele analisa a variabilidade dos dados, estabelecendo relações entre eles, buscando justificar o valor da média. Já Kátia demonstrou através de suas respostas um nível multiestructural, por considerar os valores que se encontravam na massa de dados.

Os estudantes elaboraram quatro representações distintas na interpretação dessa situação: gráfico de uma variável (gênero) (A); gráfico de escala intervalar (B); *dot plot* (C) e *dot plot* organizado na vertical a partir da ferramenta *stack* (D) (Figura 59).

Figura 59 - Representações gráficas construídas pela dupla Kátia e Fred (9ºano).



A terceira dupla do **9º ano Sara e Maria (Dupla 3)**, constrói o gráfico de escala intervalar com o atributo gênero no eixo vertical e assistindo TV no horizontal. E já passam a extrair conclusões (ver extrato de falas e Figura 60).

P.: O que aconteceu?

Sara: Ahhh não a cor...meninos [aponta para o intervalo 30-60 dos meninos].

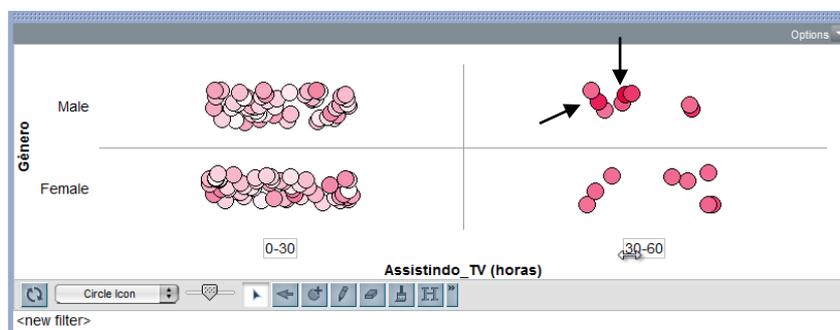
Maria: Os dois. Os meninos!

Sara: Tem quanto aqui? 1,2,3,4,5,6,7 e 8 [contagem dos plots contidos no intervalo 30-60 para o gênero masculino] E o outro tem 8 também [contagem dos plots].

Maria: Tem 8 também [as meninas].

Sara: Vai ser os menino, olha a cor [aponta para dois plots que apresentam as cores mais fortes].

Figura 60 - Gráfico de escala intervalar produzido por Sara e Maria (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.



Como podemos observar a dupla analisou o intervalo 30-60 e utilizou a ferramenta gradiente associada com a estratégia de contagem dos *plots*, para afirmar que são os meninos que assistem mais.

As estudantes produzem o *dot plot* e passam a localizar a média no gráfico (ver extrato de falas e Figura 61).

P.: Por que você acha que são esses valores?

Sara: Por que assim, aqui tem a maior quantidade então geralmente, muitas pessoas, uma grande quantidade. Sei lá... [Estava se guiando pela massa de dados].

Sara : Agora vai tu Maria

Maria: Meninas eu concordo, agora meninos não. Meninas porque tem mais bolinhas aqui [mostra o mesmo lugar que Sara] mas meninos é aqui.

Figura 61 - Dot plot construído por Sara e Maria (9º ano) respectivamente, na interpretação da Situação AI-MI.

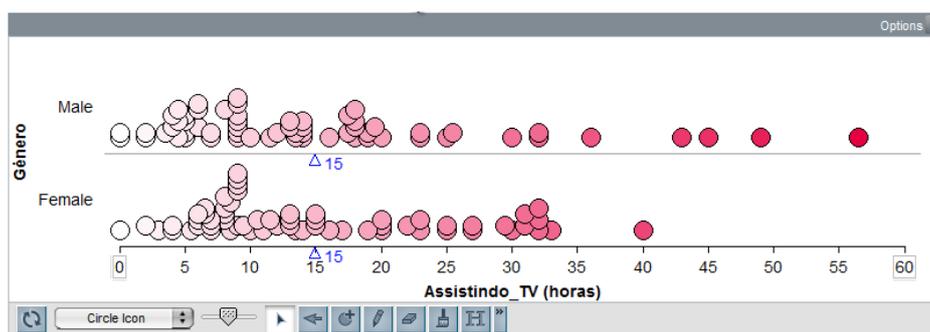


Observa-se que as estudantes localizam simbolicamente a média de forma adequada em relação ao gênero masculino. Contudo, ao considerarem os plots contidos no intervalo de 5-10 para o gênero feminino, a sua localização se distancia um pouco da região onde estaria a média. Essas estimativas revelam que elas se guiaram pela ideia da massa de dados em uma distribuição, mas não generalizaram seu uso para ambas.

As estudantes espontaneamente acionam a ferramenta *stack* organizando os plots; posteriormente elas estimam os valores numéricos da média, seguindo a mesma estratégia utilizado na localização da média (ver extratos de fala e Figura 62).

- P.: Qual o valor numérico que vocês estimariam para a média?
 Sara: Meninos 10,5 e meninas 5.
 Maria: O meu seria 15,5 para os meninos e 5,5 para as meninas.
 P.: Vocês acha que quem passa mais tempo assistindo TV?
 Maria: Meninos.
 Sara: Meninos.
 P.: Então vocês concordam que são os meninos né?
 Sara: É.
 Maria: É.
 Maria: Clica na ferramenta média e em seu valor numérico.

Figura 62 - Dot plot com ferramentas *stack* e média ativadas produzido pela dupla Sara e Maria (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.



Em suas conclusões sobre o valor numérico da média, as estudantes se aproximaram em relação ao valor real. A estudante Maria em particular, acertou parcialmente, porque disse 15,5 e a média de horas passadas pelos meninos assistindo TV nessa situação é 15. A dupla seguiu o mesmo pensamento em relação à estimativa

descrita na localização da média, se guiando pela massa de dados para o gênero masculino. Em relação à estimativa da média para o gênero feminino, as estudantes se aproximaram para o valor da moda que seria de 9 horas para os dois gêneros. A moda é retratada pelo ponto mais alto do gráfico e que no caso da Figura 62, encontra-se enfatizado pelo uso da ferramenta *stack*. A abordagem das estudantes sugere uma resposta multiestrutural de acordo com a classificação de Watson (2006).

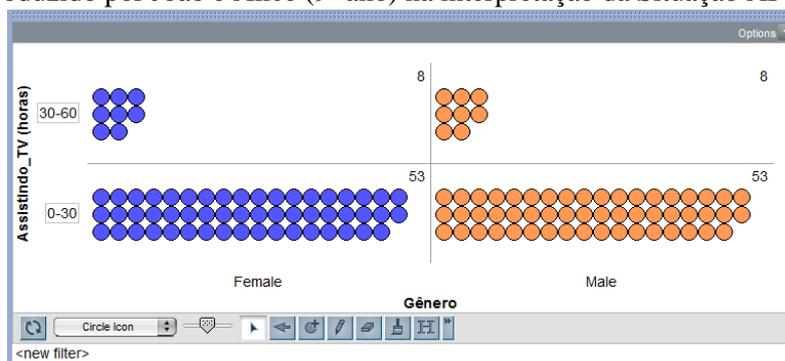
Ao serem confrontadas sobre a diferença entre as suas estimativas e o valor real da média, Maria afirma que a diferença foi por causa das cores e Sara não soube justificar.

A dupla elaborou quatro representações distintas na interpretação dessa situação, semelhantes àquelas que foram utilizadas pela Dupla 2 do 9º ano.

A última **dupla do 9º ano, João e Alice (Dupla 4)**, constrói o gráfico de escala intervalar inserindo o atributo assistindo TV no eixo vertical e gênero no horizontal, passando a manipular a ferramenta *stack* e interpretar o gráfico, conforme podemos constatar no extrato de falas e Figura 63.

P.: O que aconteceu aí pessoal?
 João: Cadê?? É esse stack [clica na ferramenta stack].
 João: É a mesma quantidade.
 Alice É não.
 João: É sim!
 Alice: Não.
 P.: Se você quiser saber a quantidade é aonde?
 João: Aqui. [Clica na ferramenta número “n”] Olha aí ó...
 João: Olha aí ó...
 Alice: ‘Blz’.
 P.: Pronto é a mesma quantidade.
 João: Aqui né? [Referindo-se a caixa de texto].
 P.: Então você quer colocar que eles assistiram o mesmo número de horas?
 João: É!
 Alice: A mesma média”!!!.[conclusão].

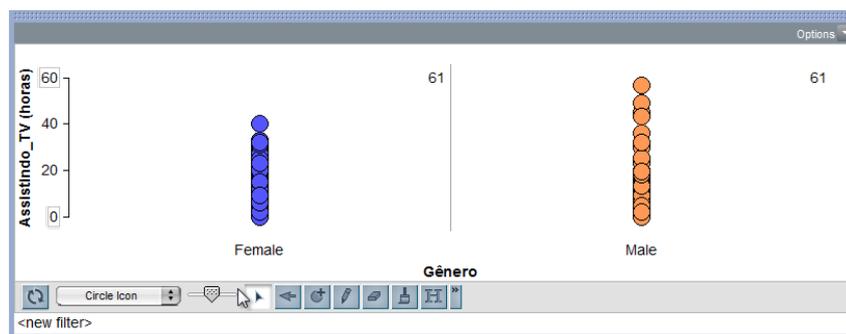
Figura 63 - Gráfico de escala intervalar com ferramenta stack ativada produzido por João e Alice (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.



Observa-se que o uso da ferramenta *stack* associada com a ferramenta “N” expressa que as amostras são iguais, não apenas visualmente mais quantitativamente. Essa associação leva a dupla a interpretar que tanto o gênero masculino como o feminino assistiam o mesmo número de horas de TV.

Contudo, ao elaborarem o dot plot a partir do gráfico da Figura 36, a aparência do *dot plot* causa estranheza à dupla, pois os plots estavam agrupados em fileira um em cima do outro (ver Figura 64).

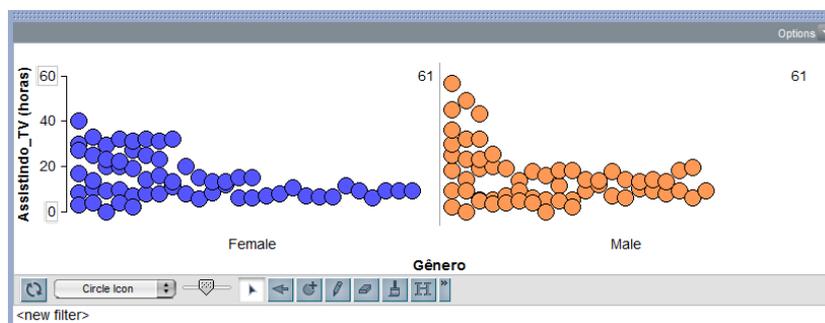
Figura 64 - Dot plot no formato vertical com ferramenta *stack* vertical produzido por João e Alice (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.



O pesquisador intervém e esclarece a dupla que os plots estavam naquele formato porque a ferramenta *stack* na vertical estava acionada, logo como o dot plot foi construído a partir do eixo vertical, os plots tinham ficados agrupados daquela maneira.

Depois desse esclarecimento do pesquisador, João clica na ferramenta *stack* no formato horizontal, gerando a Figura 65.

Figura 65 - Dot plot no eixo vertical com ferramenta *stack* horizontal produzido por João e Alice (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.



A partir do gráfico da Figura 66 os estudantes passam a localizar a média (ver extrato de falas e Figura 66).

P.: Onde vocês acham que está localizada a média?

João: Aqui de 0 a 19 para os dois [circula com o mouse a região no gráfico].

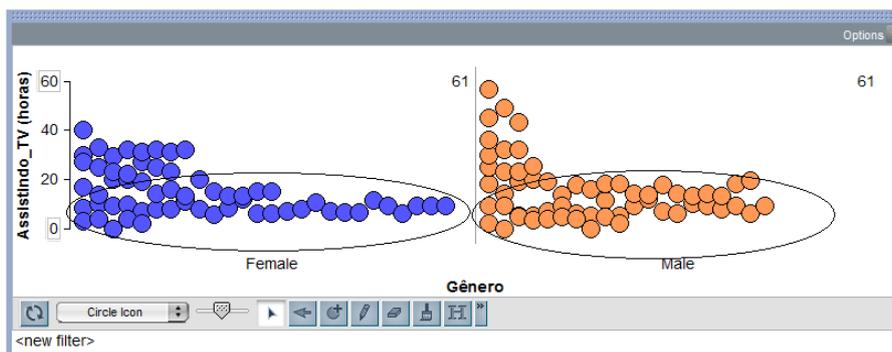
Alice: Concordo com ele [circula a mesma região com o mouse].

P.: Certo, por que vocês acham que são essas regiões aí?

João: É porque a média tá aqui concentrada, tá aqui no 20 [aponta com o dedo a massa de dados].

Alice: É...[concordando com João].

Figura 66 - Localização simbólica da média no dot plot pela dupla João e Alice (9º ano) na interpretação da Situação AI-MI.



Observa-se que a localização da média no gráfico pela dupla, está embasada na massa de dados, ou seja, na região que apresenta uma maior concentração de plots.

Quanto à estimativa numérica da média, João estima o valor 19,4 para o gênero masculino e 19,7 para o feminino. Esses valores situam-se próximos ao valor real (15) e ele justifica destacando que em sua opinião a organização dos plots estava bem semelhante. Alice, por sua vez, estima o valor 19,7 para o gênero masculino e 18,9 para o feminino, seguindo a mesma linha de pensamento do seu colega. Essas explorações sobre a média demonstra que essa dupla esboçou uma resposta multiestrutural.

Ao confrontarem os valores da média que estimaram com os valores reais, eles se mostraram satisfeitos e confiantes. A dupla utilizou 5 representações para tecerem as suas conclusões em relação a situação 1. As representações foram as mesmas utilizadas pelas dupla 2 e 3.

Em resumo, as quatro duplas do 9º ano, apresentaram um desempenho nas atividade de exploração da média associado a interpretação de gráfico. Todas as duplas do 9º ano apresentaram facilidade em produzir e interpretar os gráficos e a maioria (Dupla 1, 3 e 4) apresentaram respostas multiestruturais nas atividades de localização simbólica e numérica da média. Um estudante da dupla 2 em particular, foi mais além e demonstrou uma resposta de nível relacional, nas suas explorações sobre a média. A ferramenta gradiente e *stack* foram fundamentais nas interpretações dessas duplas. Na

dupla 4, em particular, a ferramenta *stack* associada com a ferramenta “N” contribuiu substancialmente para Alice considerar que as médias das duas distribuições, para o gênero masculino e feminino, eram iguais.

6.2 Situação 2: Amostras Iguais – médias diferentes (AI-MD)

A Situação 2 envolve o contexto de “amostras iguais e médias diferentes” e foi expressa na questão Q2 (Quem passa mais tempo falando ao telefone, meninos ou meninas?) do banco de dados “tempo dos estudantes”. Nessa situação de pesquisa, as médias de horas falando ao telefone do gênero masculino é 8,15; no caso do gênero feminino é 7,90. O número de casos das duas distribuições era o mesmo, isso é a amostra era de 61 meninos e 61 meninas.

A primeira dupla do **5º ano, Diva e Laís (Dupla 1)**, constrói com facilidade o gráfico de escala intervalar e já passa a realizar suas primeiras interpretações, conforme pode ser observado que segue e na Figura 67.

P.: E agora o que aconteceu?

Diva: As meninas fala mais.

P.: Por quê?

Laís: Eu acho que é os menino [Mas aponta para o intervalo de 20-40 para o gênero feminino].

P.: Esse aí é o que embaixo? (se referindo aos intervalos estimulando as estudantes a realizarem a leitura da escala).

Diva: Esse aqui é o das meninas e esse aqui é o dos meninos [Fala acompanhada da indicação correta dos gêneros com o uso do mouse].

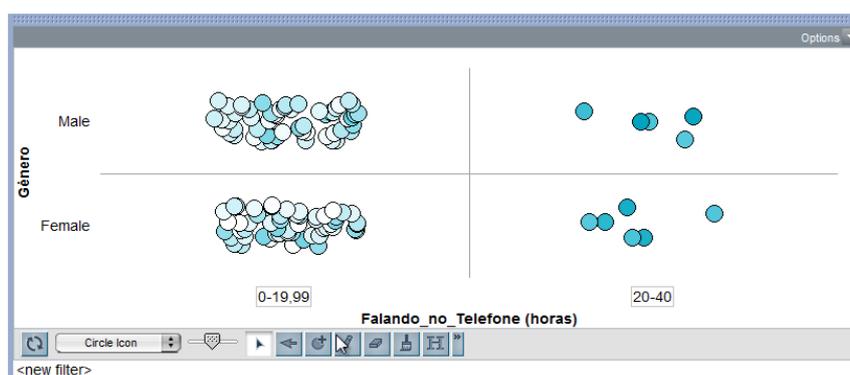
P: Desse jeito...Assim, já dá para saber quem fala mais ou não?

Diva: Já dá para saber!

P.: Quem é?

Diva: As meninas.

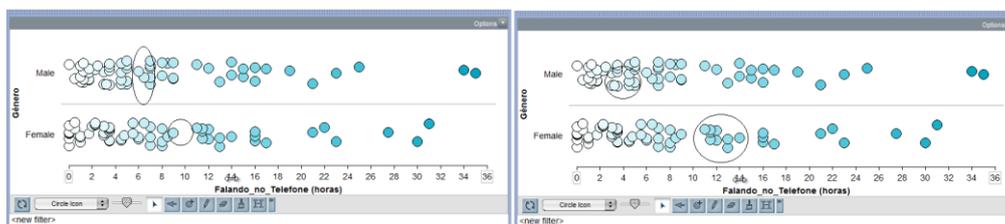
Figura 67 - Gráfico de escala intervalar produzido por Diva e Laís (5º ano), na interpretação da Situação AI-MD.



Talvez, pelo fato da quantidade de plots para o gênero feminino ter aparentemente um a mais no intervalo 20-40, tenha influenciado nessa interpretação inicial de Diva.

A dupla constrói o *dot plot* com gênero no eixo vertical e atributo falando ao telefone no eixo horizontal. O pesquisador indaga onde estaria localizada a média no gráfico e a estudante Diva circula alguns plots na região situada entre 5 e 7 para o gênero masculino e circula o plot de valor 9 para o gênero feminino. Laís circula alguns plots inseridos entre 2 e 5 para o gênero masculino e entre 10 e 14 para o feminino (ver Figura 68).

Figura 68 - Localização simbólica da média no dot plot por Diva e Laís (5º ano), respectivamente, na interpretação da Situação AI-MD.



A localização da média no gráfico realizada por Diva, para ambos os gêneros se aproximou do valor real, embora para o gênero feminino ela não tenha considerado apenas um plot em detrimento à massa de dados, essa estudante realiza uma estimativa adequada da região onde supostamente para ela a média estaria localizada.

Laís por sua vez considera a localização da média em regiões um pouco distanciadas daquelas onde estaria localizada a média real.

No que tange a estimativa do valor numérico da média, Laís se antecipa a Diva e afirma que são 6 horas para o gênero masculino e 10 horas para o feminino. Ela considera esses valores e afirma: “6 e 10 é mais para o lado de cá, do que o resto para o lado de lá”. Ao que parece a estudante considera a massa de dados contida antes do valor 10 na escala numérica. Diva por sua vez estima 4 horas para o gênero masculino e 14 horas para o feminino. Para o gênero masculino, observa-se que a estudante escolhe um valor que está relativamente próximo ao valor real da média; já no caso do gênero feminino a sua estimativa numérica, se distancia do valor real.

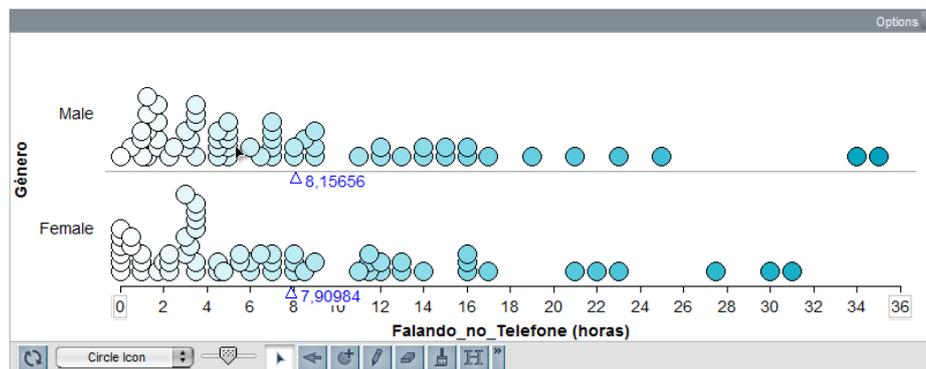
Essa dupla demonstrou certa dificuldade em interpretar essa situação, considerando que a média estaria localizada em regiões específicas da massa de dados. Além disso, as estudantes não estabeleceram uma relação entre a região onde a média

estaria localizada no gráfico e o seu valor. Dessa forma, elas apresentam um nível de resposta uniestructural da média, conforme a classificação proposta por Watson (2006).

Ao clicarem na ferramenta média do *TinkerPlots* as estudantes tem a oportunidade de confrontar os valores estimados com os valores reais, contudo elas não souberam justificar a razão das diferenças, conforme podemos observar no extrato de falas que segue e na Figura 69.

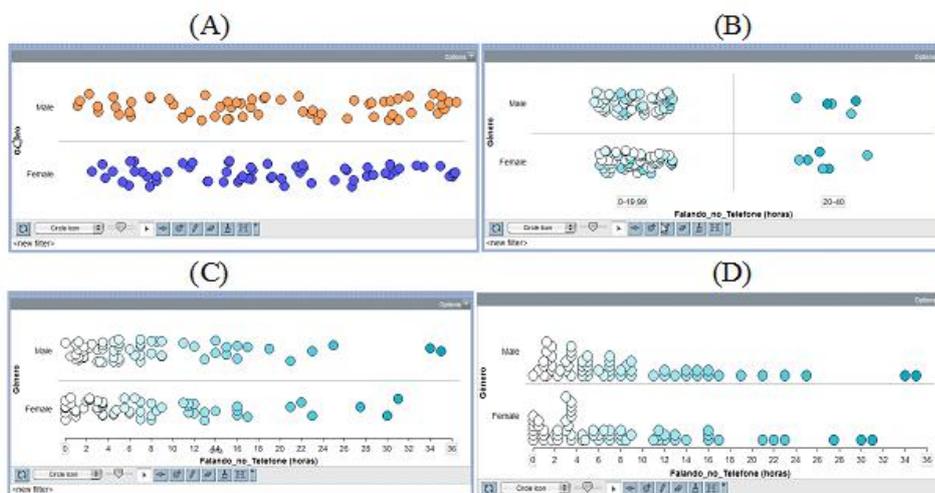
Diva: É...[Clica na ferramenta média]. Errei.
 Laís: [risos].
 P.: Por que deu diferente?
 P.: Quem é que fala mais?
 Laís: Os meninos.
 Diva: Os meninos.
 P.: Vocês disseram que eram as meninas não foi?
 Laís: ÉÉ...[bota a mão na cabeça].
 Diva: Eu disse que era as meninas.
 P.: Por que deu diferente das respostas que vocês disseram?
 Diva e Laís: [Ficam em silêncio].

Figura 69 - Dot plot com a ferramenta média acionada pela dupla Diva e Laís (5º ano) na interpretação da Situação AI-MD.



As estudantes elaboraram quatro representações distintas na interpretação dessa situação: gráfico de uma variável (gênero) (A); gráfico de escala intervalar (B); dot plot (C) e dot plot com ferramenta stack (D) (Figura 70).

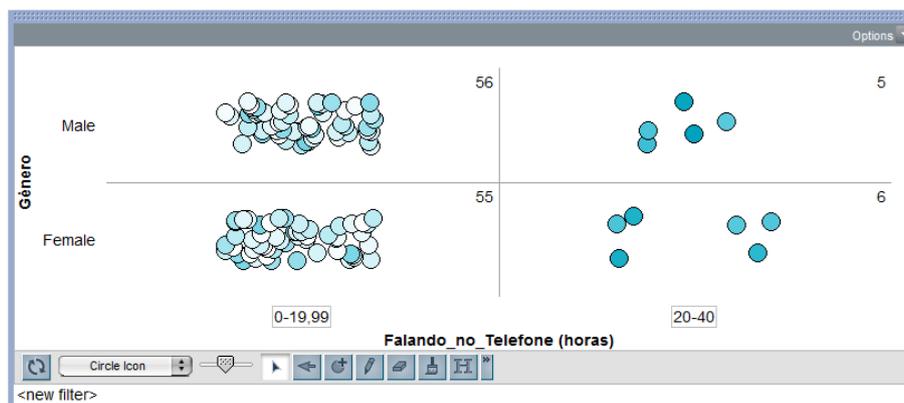
Figura 70 - Representações gráficas produzidas no TinkerPlots pela dupla Diva e Laís (5º ano) para interpretar a situação AI-MD.



A segunda dupla do 5º ano, **Hélio e Ana (Dupla 2)**, constrói o gráfico de escala intervalar com o atributo gênero no eixo vertical e falando no telefone, no horizontal. A dupla já passa a tecer as suas primeiras conclusões sobre o problema (ver extrato de falas e Figura 71).

P.: O que aconteceu?
 Hélio: Meninas.
 Ana: Meninos.
 P.: Por quê?
 Hélio: Porque tem mais meninas. Femininos [apontando para o intervalo 0-19 do gênero feminino].
 Ana: É menino!
 P.: Clique na ferramenta número para saber quantos meninos e meninas são.
 Hélio: cliquei.
 Ana: Meninos...
 P.: Tem mais meninas do que meninos ou não?
 Ana: Tem mais meninos...

Figura 71 - Gráfico de escala intervalar produzido no TinkerPlots por Hélio e Ana (5º ano) na interpretação da Situação AI-MD.



Observa-se que os estudantes estão fazendo a leitura e interpretação apenas de parte do gráfico relacionado ao intervalo 0-19. Buscando levá-los a refletir sobre a igualdade da amostra como um todo, o pesquisador intervém (ver extrato de falas).

P.: Quanto é 56 mais 5 e 55 mais 6?

Hélio: 61.

Ana: 61. Mas esse aqui mudou [apontando para os plots relativos ao gênero feminino no intervalo 0-19 que estavam mais agrupados].

Com a construção do *dot plot*, a Dupla continua focando na leitura da escala, e passa a demonstrar dificuldade em compreender os pontos máximos das duas distribuições (ver extrato de falas e Figura 72).

P.: Pronto o que aconteceu?

Ana: MEEEEEEENINOS.....

P.: Por quê?

Ana: Porque eles ficam na média de 0 a 61...

P.: Olhe, 61 é o número de meninos e meninas que tem, e não a média.

Hélio: De 0 a...

Ana: AH tá...

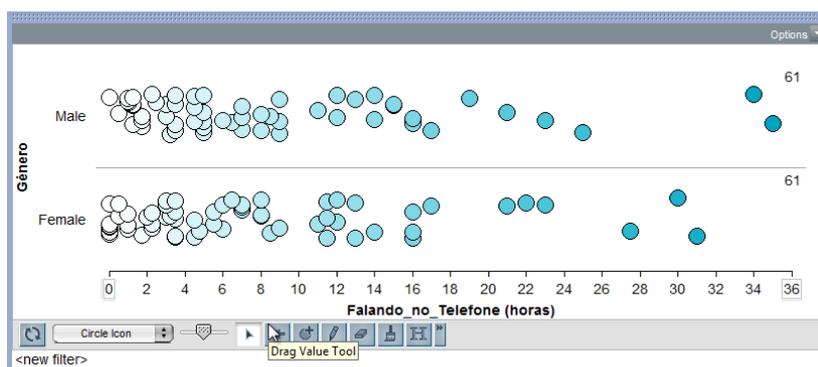
Hélio: De 0 a 36...

Ana: De 0 a 34...E o das meninas de 0 a quase 32, na verdade 30 para 2.

P.: Então vai ser quem?

Ana: As meninas.

Figura 72 - Dot plot produzido pela dupla Hélio e Ana (5º ano) na interpretação da Situação AI-MD.

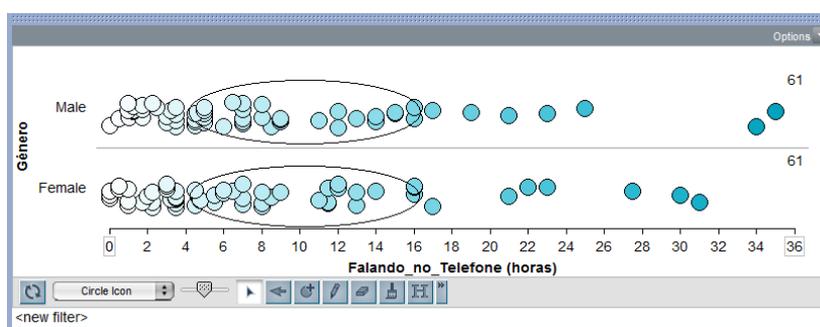


Observa-se que a dupla passa a analisar a escala em relação à distribuição dos *plots*. A distribuição dos plots no gráfico associado com a leitura da escala numérica para os gêneros é o foco da análise da dupla. Aparentemente, eles não consideram os dois *outliers* para o gênero masculino e passam a interpretar o gráfico, considerando a escala numérica até o valor 34. Dessa forma, observa-se que a mudança da representação influenciou na análise da distribuição pelos estudantes.

Quanto à localização da média no gráfico, a dupla 2 circula a mesma região para ambas as distribuições (ver extrato de falas e Figura 73).

P.: Onde estaria localizada a média aí no gráfico?
 Ana: De 4 a 16.
 P.: De 4 a 16 ?
 Hélio: [Fica pensativo].
 Ana: Do 4 até aqui [referindo-se do 0 até o 16 na escala].
 P.: Hélio?
 Hélio: Acho que é isso também.
 P.: Por quê?

Figura 73 - Localização simbólica da média no dot plot por Hélio e Ana (5º ano) na interpretação da Situação AI-MD.



A Dupla 2 considera uma região específica da massa de dados, que se encontra entre 4 e 16, isso é no meio da distribuição dos plots na escala para ambos os gêneros. Eles também consideram essa região para estimar os valores numéricos da média. Ana estima o valor 8 para os meninos e 6 para as meninas, enquanto Hélio estima 6 horas para os meninos e 8 horas para as meninas. Mesmo não acertando os valores corretos, os estudantes fizeram uma estimativa aproximada dos valores reais da média. Dessa forma, conseguem compreender, embora intuitivamente que a média estaria inserida na massa de dados neste gráfico, o que caracteriza uma resposta de nível multiestructural.

Ao clicarem na ferramenta média eles são confrontados com os seus valores reais, mas não sabem explicitar o porquê da diferença com aqueles valores que estimaram.

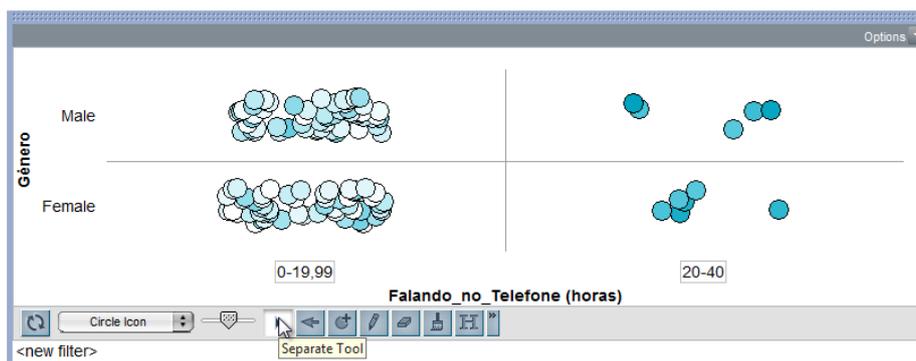
A dupla Hélio e Ana trabalhou com apenas 4 representações gráficas, as quais foram similares àquelas utilizadas pela Dupla 1 para essa situação.

Rose e Eva do 5º ano (Dupla 3), constroem o gráfico de escala intervalar, inserindo o atributo falando ao telefone no eixo horizontal e gênero no eixo vertical e já em seguida tiram conclusões (ver extrato de falas e Figura 74).

P.: O que foi que aconteceu com os dados? (se referindo ao gráfico de escala intervalar).

Eva: Mudou, aqui é feminino e aqui masculino [aponta com o mouse].
 P.: Desse jeito que está aí dá para saber quem fala mais?
 Rose: As meninas.
 Eva: Dá as meninas.
 P.: Por que as meninas?
 Eva: Porque elas tem mais [apontando para o intervalo 0-19].
 P.: E aí Rose?
 Rose: Não, eu acho os menino, porque os menino são mais assim, liga para namorada, liga para mãe.

Figura 74 - Gráfico de escala intervalar produzido no TinkerPlots por Eva e Rose (5º ano) na interpretação da Situação AI-MD.

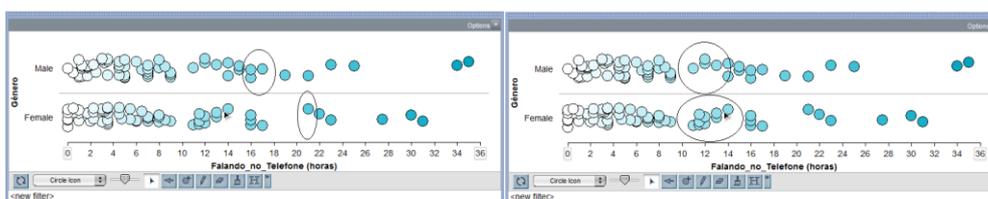


Observa-se um impacto da mudança de representação na observação dos dados pela dupla. Inicialmente tinha-se os plots misturados na janela do *TinkerPlots* e em seguida eles são organizados no gráfico de escala intervalar. Eva nesse sentido destaca a separação das variáveis.

Observa-se ainda que Rose faz uma leitura “além dos dados” (CURCIO, 1987) ao justificar porque ela acha que os meninos passam mais horas falando ao telefone do que as meninas.

A Dupla constrói o dot plot e o pesquisador solicita que localizem a média no gráfico (ver Figura 75).

Figura 75 - Localização simbólica da média no dot plot por Rose e Eva (5º ano), respectivamente, na interpretação da Situação AI-MD.



A estudante Rose circula os plots contidos entre 15 e 18 para designar a região do gráfico onde estaria localizada a média para o gênero masculino, e a região do plot

21 para o gênero feminino. Eva considera os plots contidos na região entre 9 e 14 para o gênero masculino e entre 9 e 15 para o gênero feminino, e justifica apoiando-se na ferramenta gradiente (“é porque tem muito escuro”).

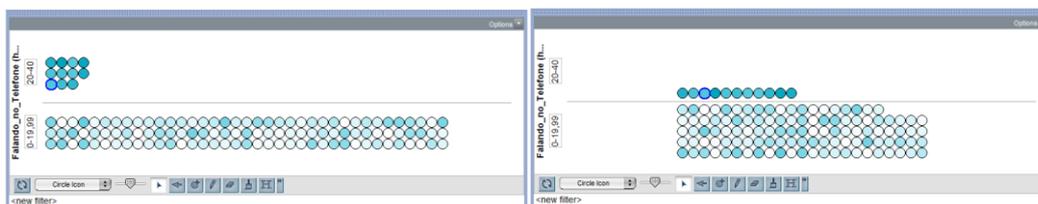
Quanto à estimativa numérica da média, Rose estima o valor de 18 horas para o gênero feminino e 20 para o gênero masculino, enquanto Eva estima 16 horas para o gênero feminino e 12 para o gênero masculino. Essas estimativas se distanciam um pouco do valor da média real.

De modo geral, a dupla esboçou uma resposta uniestrutural por algumas razões. Rose situa a localização da média em regiões distanciadas da média real e estima o valor da média fora dessa região simbólica escolhida. Eva por sua vez, localiza a média em regiões similares do gráfico, cujo valor mínimo estimado (9) se aproxima do valor real, o que denota uma compreensão intuitiva da igualdade entre as amostras. Contudo, a estudante estima valores fora dessa região simbólica para o gênero feminino. Elas também acionaram a ferramenta média e puderam confrontar o valor que estimaram com o real. Contudo, essa comparação não surtiu efeitos nas análises que elas vinham empreendendo da situação.

As estudantes utilizaram apenas 4 representações para interpretar o gráfico, as mesmas A, B, C e D utilizadas pelas duplas anteriores. Elas só não utilizaram o gráfico com a ferramenta *stack* acionada e que corresponde a representação D na Figura 70.

A última dupla do **5º ano, Pedro e Paulo (Dupla 4)**, apresentou muita dificuldade para construir o gráfico de escala intervalar. Inicialmente, eles inseriram o atributo falando ao telefone no eixo vertical construindo gráfico de uma variável. Logo em seguida, clicam na ferramenta *stack* horizontal e vertical (ver Figura 76).

Figura 76 - Gráfico de uma variável com ferramenta *stack*, vertical e horizontal, acionada pela dupla Pedro e Paulo (5º ano) na interpretação da Situação 2.

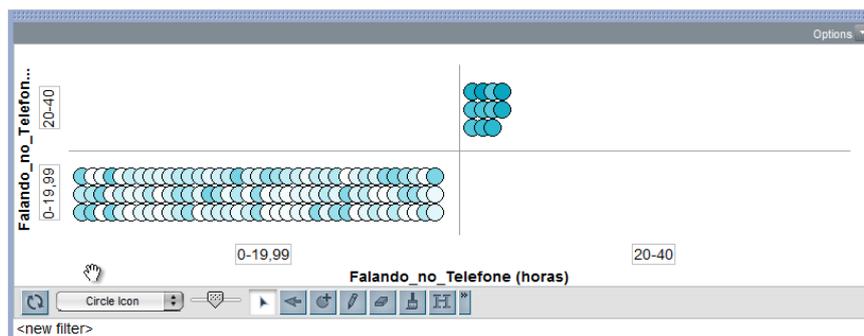


A partir do gráfico da Figura 76, eles tecem considerações conclusivas afirmando que as meninas fariam mais ao telefone. Como o atributo gênero não estava

inserido no gráfico, eles clicam aleatoriamente nos plots e checam essa informação no *cards*.

O pesquisador, percebendo a dificuldade da Dupla, chama a atenção para que eles insiram a variável gênero. Contudo, eles inserem novamente a variável falando no telefone no eixo horizontal (Figura 77).

Figura 77 - Gráfico com a variável falando no telefone inserida nos dois eixos pela dupla Pedro e Paulo (5º ano), na interpretação da Situação AI-MD.



O pesquisador intervém novamente chamando a atenção da dupla para a ausência da variável gênero no gráfico da Figura 77.

P.: Mas eu sei quem é menino e menina?

Pedro: Não.

Paulo: Não.

P.: E agora como é que eu faço para descobrir?

Pedro: [Clica em alguns plots e diz quem é menina e quem é menino, repetindo o procedimento anterior].

P.: E aí vocês não lembram?

Pedro e Paulo: [Ficam pensativos e calados].

P.: Lembram do gênero?

Pedro: Ahhhh...[Clica no atributo gênero e insere no gráfico].

P.: Agora eu sei quem é menino e quem é menina?

Pedro: Sei. Menino é aqui e menina é embaixo [Mostra com o mouse].

P.: Desse jeito que está aí no gráfico tem como eu saber quem passa mais tempo no telefone?

Pedro: Tem.

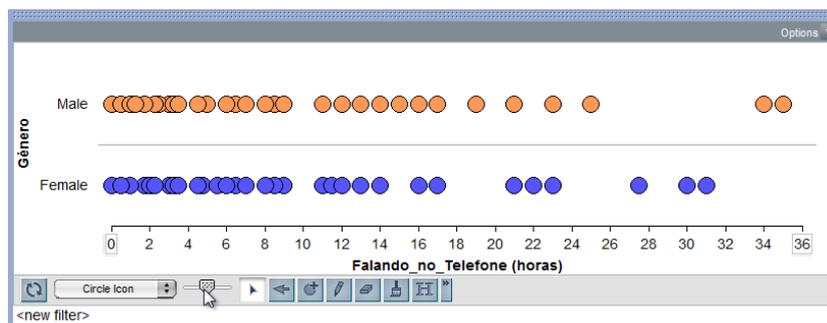
Paulo: Tem.

P.: Como?

Pedro: As meninas, porque elas tem mais, olha ali [se referindo a um plot que as meninas tem a mais].

Os estudantes constroem o dot plot e como a ferramenta *stack* no formato horizontal já estava acionada, os plots ficaram sobrepostos (ver Figura 78).

Figura 78 - Dot plot com a ferramenta stack no formato horizontal produzido por Pedro e Paulo (5º ano), na interpretação da Situação 2.



Os estudantes sentem dificuldade em interpretar esse gráfico (Figura 78), porque os plots estavam agrupados em fileira, um em cima do outro. O pesquisador esclarece dizendo que o dot plot foi construído com a variável quantitativa no formato horizontal e a ferramenta stack acionada, por essa razão os plots ficaram agrupados. Para desfazer esse formato, os estudantes clicaram na ferramenta stack no formato vertical.

O pesquisador então solicita que eles localizem a média no gráfico (ver extrato de falas e figura 79).

P.: Onde vocês acham que está localizada a média aí no gráfico?

Paulo: [Faz uma expressão que denota dúvida. Em seguida clica no plot de valor 8 para o gênero feminino].

Pedro: Acho que aqui... [circula os plots contidos entre 7 e 9 para ambos os gêneros].

P.: Paulo?

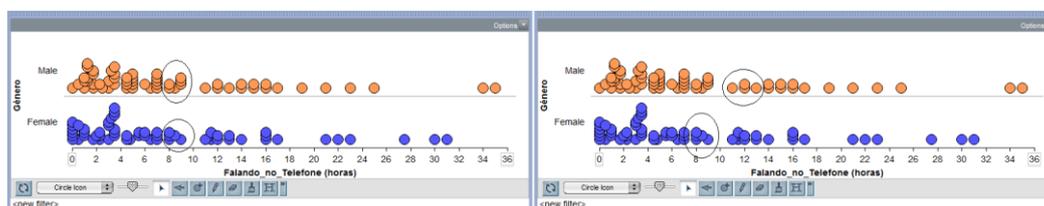
Paulo: Eu acho que aonde eu cliquei [plots entre 11 e 14 para o gênero masculino e entre 7 e 9 para o feminino].

P.: Por que?

Paulo: Porque é a média.

Pedro: É...

Figura 79 - Localização simbólica da média no dot plot por Pedro e Paulo (5º ano), respectivamente, na interpretação da Situação AI-MD.



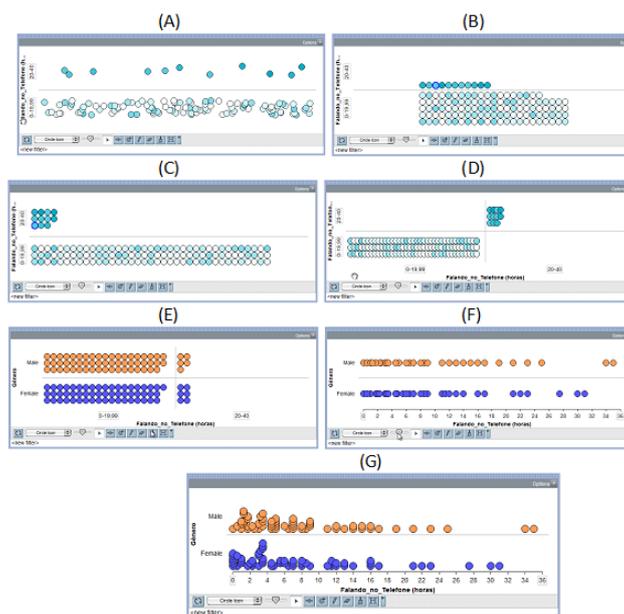
Observa-se que Pedro estima a média em regiões adequadas para ambos os gêneros. Paulo, por sua vez, circulo em regiões próximas à localização real da média, notadamente para o caso do gênero feminino.

Em relação à estimativa numérica da média, Pedro estimou o valor 8 para os dois gêneros, enquanto Paulo estimou o valor 8 para o gênero masculino e 12 para o feminino. Essa estimativa mostra-se adequada em relação às médias reais. Ao acionar a ferramenta média do *TinkerPlots* e confrontar os valores reais com aqueles que estimaram, a Dupla demonstra satisfação.

Mesmo apresentando dificuldades no processo de produção e interpretação dos gráficos, os estudantes apresentaram estimativas simbólica e numéricas da média adequadas e que se aproximaram, no sentido de ficarem próximas aos valores reais. Essa exploração da média denota uma resposta multiestrutural, pois eles consideram aqueles plots que se encontram posicionados mais ou menos no meio da distribuição. É válido salientar que está dupla não fez uso do gradiente nesta situação, porque o atributo selecionado foi o gênero, que só tem duas tonalidades de cores, o alaranjado e azul por se tratarem de uma variável qualitativa.

Os estudantes elaboraram cinco representações distintas na interpretação dessa situação: gráfico de uma variável quantitativa (falando no telefone) (A); gráfico de uma variável com ferramenta *stack* vertical (B); gráfico de variável uma variável com ferramenta *stack* vertical (C); gráfico com variável quantitativa nos dois eixos e ferramenta *stack* horizontal (D); gráfico de escala intervalar com *stack* horizontal (E); dot plot com ferramenta *stack* horizontal (F); e dot plot com ferramenta *stack* vertical (G) (Figura 80).

Figura 80 - Representações utilizadas por Pedro e Paulo (5º ano) na interpretação da Situação AI-MD.



Essa dupla mostra uma melhor compreensão dessa situação (AI-MD) do que na interpretação da Situação 1 (AI-MI) isso mostra que a partir do processo interpretativo no ambiente TinkerPlots, os estudantes foram aprendendo e se apropriando de estratégias para análise dos dados.

Mesmo apresentando dificuldades a dupla, com a ajuda do pesquisador consegue suplantá-las, apresentando também explorações adequadas sobre a média e situadas no nível mais avançado do que aquele obtido na situação 1.

As três primeiras duplas do 5º ano (Dupla 1, 2 e 3) apresentaram facilidade na produção e interpretação dos gráficos no ambiente do *TinkerPlots* trabalhando com a situação 2 (AI-MD); apenas a Dupla 4 apresentou uma dificuldade inicial. Com relação as suas explorações sobre a média, a Dupla 1 e 3 desenvolveram respostas de nível uniestrutural, baseados em análises de *plots* isolados no gráfico e estimativas numéricas não adequadas para a média. As Duplas 2 e 4, por sua vez, apresentaram explorações adequadas sobre a média baseadas na massa de dados e desenvolveram respostas de nível multiestrutural sobre a média. Diferentemente da situação 1, em que estes mesmos estudantes do 5º ano tiveram facilidade na produção e interpretação de gráficos, foram aqueles que apresentaram respostas multiestruturais, aqui na situação 2 não observou-se esse padrão de desempenho, pois a Dupla 4 apresentou dificuldade com o trabalho com gráfico, mas suas respostas foram de nível multiestrutural. As Duplas 1 e 3 ao contrário, tiveram facilidade no trabalho com gráficos, mas apresentaram respostas de nível uniestrutural sobre a média.

Dando continuidade às análises das interpretações das duplas na Situação 2, amostras iguais- médias diferentes, discutiremos em seguida as ações das duplas do 9º ano.

A primeira **dupla do 9º ano, Mario e Eri (Dupla 1)**, constrói o gráfico de escala intervalar com o atributo gênero no eixo horizontal e falando no telefone no eixo vertical. Após gráfico construído, o pesquisador motiva os estudantes a interpretarem-no (ver extrato de falas e Figura 81).

P.: E aí o que foi que aconteceu com os dados?

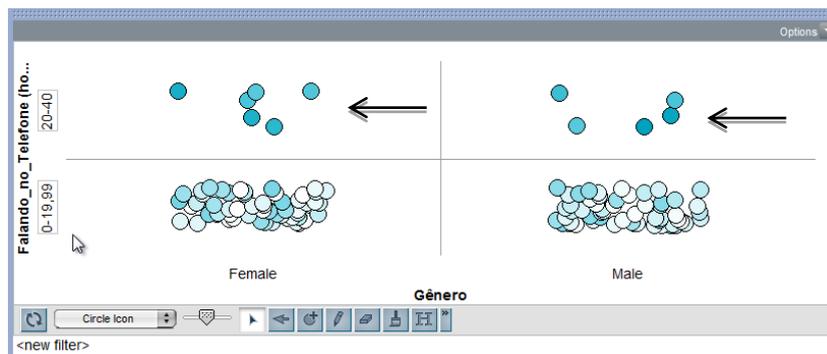
Mario e Eri: [Ficam olhando o gráfico em silêncio].

Mario: Ele organizou! [referindo-se aos plots].

P.: É ele organizou. Desse jeito aí já dá para a gente tirar alguma conclusão?

Mario: Dá... Lá em cima é quem passa mais tempo e embaixo passa menos tempo [análise correta dos plots na escala intervalar].

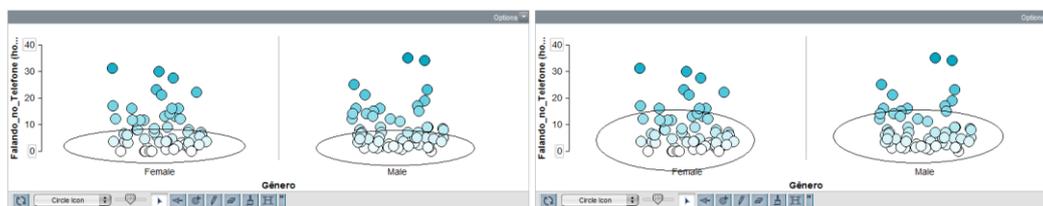
Figura 81 - Gráfico de escala intervalar produzido no TinkerPlots pela dupla Mario e Eri (9º ano) na interpretação da Situação AI-MD.



Observa-se que Mario percebe a mudança entre os plots misturados na janela inicial do *TinkerPlots* e a sua organização no gráfico de escala intervalar. Esse estudante faz também uma leitura apropriada dos dados quando destaca “lá em cima é quem passa mais tempo e embaixo passa menos tempo”.

Os estudantes constroem o *dot plot* e passam à atividade de localização simbólica da média a partir de solicitação do pesquisador. De forma geral, conforme podemos observar na Figura 82, eles mostram com o mouse as regiões onde estaria localizada a média no gráfico.

Figura 82 - localização simbólica da média no Dot plot por Mario e Eri, respectivamente, (9º ano), respectivamente, na interpretação da Situação AI-MD.



Mario localiza a média contida entre 0 e 10 para ambos os gêneros e Paulo a situa na região entre 0 e 15 para os dois gêneros. Ao que parece a dupla se baseou na massa de dados para localizar a média no gráfico.

A estimativa dos estudantes sobre os valores das médias para cada gênero esteve associada às regiões consideradas para a localização simbólica da média, conforme podemos observar no extrato de falas que segue.

P.: Vocês podem fazer mais alguma coisa para entender melhor os dados?

Mario: Clica naquela lá Paulo.

Eri: [Clica na ferramenta Stack].

P.: Que valores vocês acham que são as médias?

Mario: 5 horas para o feminino e 6 para o masculino.

Eri: E eu acho que 8 para o masculino e 8 para o feminino.

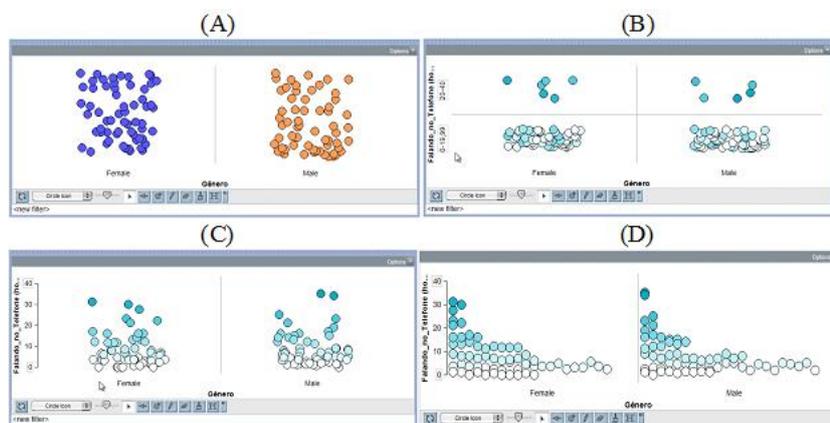
Os estudantes fazem uma estimativa adequada do valor real da média. Eri, por exemplo, acerta a estimativa para o gênero masculino e se aproxima no gênero feminino.

Ao que parece os estudantes usaram como estratégia a interpretação da massa de dados como representante da média e isso talvez tenha influenciado na estimativa do valor numérico. Mario em particular ao estimar 5 e 6 horas como sendo as médias para o gênero feminino e masculino, respectivamente, se aproxima do valor da moda da distribuição. Considerando esses aspectos, pode-se dizer que os estudantes desenvolveram respostas de nível multiestructural.

A dupla aciona a ferramenta média, comparando o valor estimado com o real. Nessa ocasião, o pesquisador indaga se eles achavam que seriam as mulheres que falam mais ao telefone e o estudante Mario destaca: “não, eu achava que eram os homens, porque a possibilidade de bolinhas aqui era maior”.

Os estudantes elaboraram quatro representações distintas na interpretação dessa situação: gráfico de uma variável (gênero) (A); gráfico de escala intervalar (B); *dot plot* (C) e *dot plot* com ferramenta *stack* horizontal(D) (Figura 83).

Figura 83 - Representações gráficas construídas pela dupla Mario e Eri (9ºano) na interpretação da Situação AI-MD.



A segunda dupla do **9º ano, Kátia e Fred (Dupla 2)**, constrói o gráfico de escala intervalar com o atributo gênero no eixo vertical e falando no telefone no eixo horizontal. Em seguida, afirmam que são as meninas que irão passar mais tempo falando ao telefone, conforme extrato de falas e Figura 84 que segue.

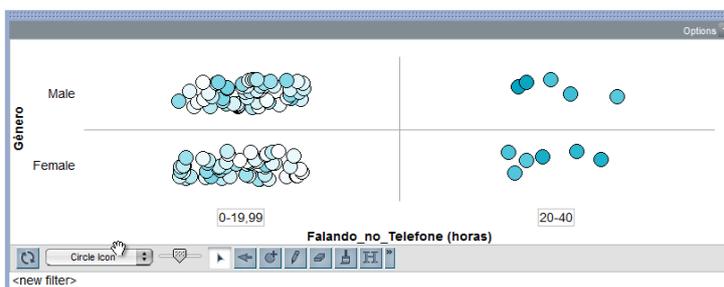
P.: E aí o que aconteceu?

Kátia: Eu te dixei o que? É nós...

Fred: Esse número aqui embaixo é o que? É a média é? [se referindo aos intervalos da escala].

P.: Esse aí é de 0 a 19? Número de horas.
 Kátia: De 20 a 40 horas, o outro.
 P.: Certo é isso aí.
 Kátia: Fale! [Referindo-se a Fred].
 Fred: Então as mulheres falam mais ao telefone.
 P.: Por quê?
 Fred: Pela quantidade de bolas [aponta com o dedo para o intervalo 20-40 mostrando que tem um plot a mais].
 Kátia: E tu vai ver pela quantidade de bolas é?
 Fred: É.

Figura 84 - Gráfico de escala intervalar produzido no TinkerPlots por Kátia e Fred (9º ano) na interpretação da Situação AI-MD.



A interpretação inicial da Dupla é pontual baseada na leitura da escala e na contagem do número de *plots* no gráfico.

O pesquisador intervém e solicita que os estudantes cliquem na ferramenta número e assim percebam se os valores nas distribuições são diferentes ou iguais. Os estudantes assim o fazem e percebem que a amostra é igual para os gêneros masculino e feminino.

A Dupla então constrói o *dot plot* e passa à atividade de localização da média no gráfico conforme Figura 85.

Figura 85 - Localização simbólica da média no Dot plot por Kátia e Fred (9º ano) na interpretação da Situação AI-MD.



Observa-se na Figura 85 acima que a estudante Kátia localiza a média na região entre 6 e 9 para o gênero feminino e entre 8 e 9 para o gênero masculino. Fred localiza os plots contidos entre 9 e 13 para o gênero feminino e na região que contempla os valores entre 9 e 11 para o gênero masculino.

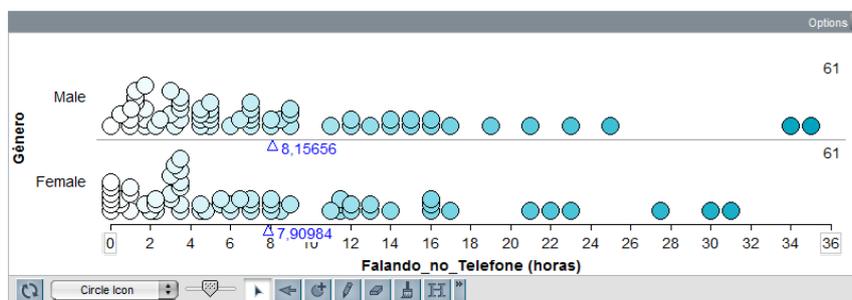
A estudante Kátia localiza a média na região onde se encontra a média real para o gênero masculino e se aproxima da localização exata da média para o gênero feminino. Fred por sua vez, localiza os valores para ambos os gêneros em regiões que se aproximam da localização real da média.

Quanto à estimativa numérica da média, Kátia estima o valor de 8 horas para o gênero masculino e 6 horas para o feminino, acertando o valor para o gênero masculino e ficando próxima em relação ao feminino. Fred estima o valor 8 para ambos os gêneros, acertando também a estimativa para o gênero masculino e se aproximando para o gênero feminino.

Kátia, sem a intervenção do pesquisador, clica na ferramenta *stack vertical* e em seguida na ferramenta *média*. Os estudantes são então confrontados com os valores reais para a média (ver extratos de fala e Figura 86).

Kátia :Ahhhhhhhhh Eu acertei....
 Fred: Eu acertei o 8 né....
 Kátia: Cala a boca quem acertou foi eu... Eu disse que tava entre 6 e 8.
 Fred: Eu acertei o 8 e errei o outro.
 Kátia:Tu errasse pô... [risos].
 Fred: Mas tá na média entre 7 e 8 [Em relação as meninas].

Figura 86 - Dot plot com *stack vertical* e *média* acionada pela dupla Kátia e Fred (9º ano), na interpretação da Situação AI-MD.

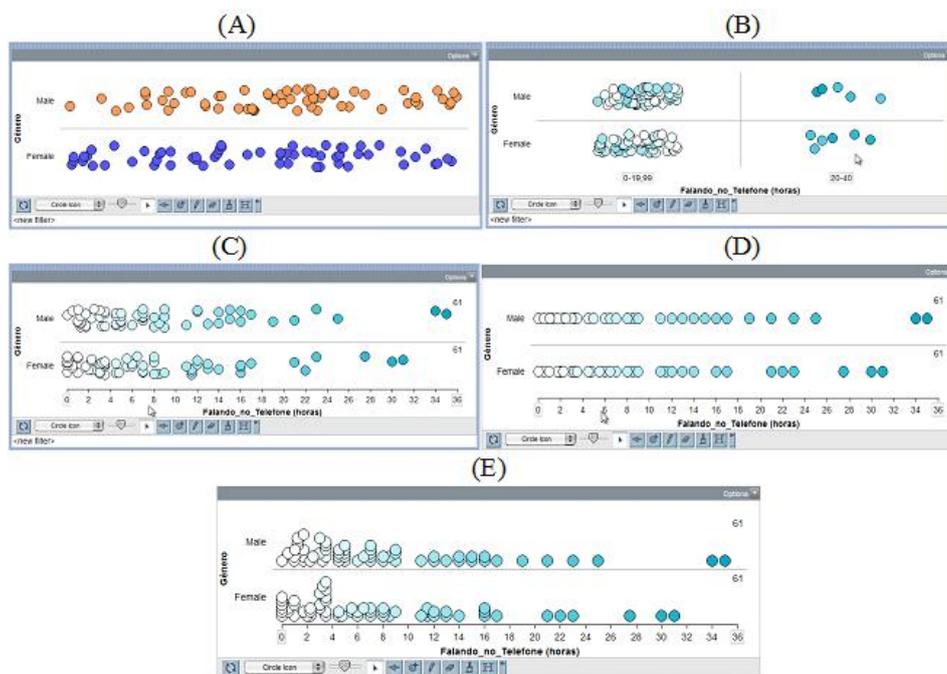


Observa-se que a ferramenta *média* contribuiu como uma forma da Dupla checar a eficácia das suas estimativas.

Considerando as explorações sobre a média por essa dupla, pode-se dizer que os estudantes desenvolveram respostas de nível multiestructural.

Os estudantes elaboraram cinco representações distintas na interpretação dessa situação: gráfico de uma variável (gênero) (A); gráfico de escala intervalar (B); *dot plot* (C); dot plot com ferramenta *stack horizontal* (D) e dot plot com ferramenta *stack vertical* (E) (Figura 87).

Figura 87 - Representações gráficas construídas por Kátia e Fred (9º ano) na interpretação da Situação AI-MD.

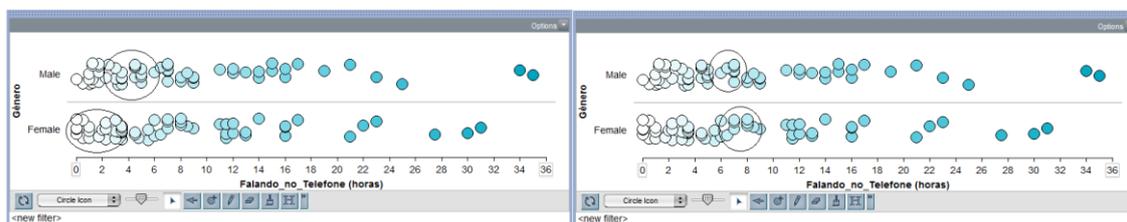


De um modo geral, a Dupla 2 realiza uma interpretação coerente dos dados, mantendo-se no mesmo patamar interpretativo em relação a Situação 1 (AI-MI); com exceção do uso da ferramenta gradiente que nessa situação 2 (AI-MD) não pareceu ter influenciado.

A terceira dupla do **9º ano, Sara e Maria (Dupla 3)**, constrói o gráfico de escala intervalar inserindo os atributos gênero no eixo vertical e falando ao telefone no eixo horizontal. E concluem que as meninas falam mais ao telefone do que os meninos.

Em seguida a dupla constrói o dot plot e o pesquisador solicita que elas localizem onde se encontra a média no gráfico (ver extrato de falas e Figura 88).

Figura 88 - Localização simbólica da média no Dot plot por Sara e Maria (9º ano), respectivamente, na interpretação da Situação AI-MD.



P.: Por que você acha que são esses locais do gráfico?

Maria: Porque está mais localizada, mais concentrada.

P.: E você Sara?

Sara: Porque assim no total eles estão mais centralizados.

Sara circula os plots localizados na região entre 0 e 4 para o gênero feminino e entre 2 e 6 para o gênero masculino. Maria circula os plots na região entre 5 e 6 para o gênero masculino e na região entre 6 e 7 para o gênero feminino.

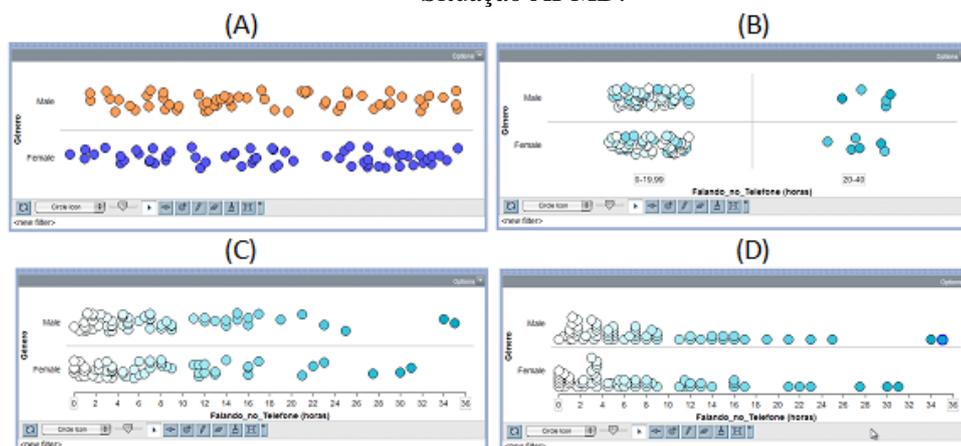
Observa-se que as duas estudantes referem-se à massa de dados, isso é, o local onde se encontra a maior concentração de plots. Considerando esse aspecto, pode-se dizer que a dupla esboçou uma resposta de nível multiestructural (WATSON, 2006), pois está analisando a média a partir de valores próximos ao centro da distribuição.

O pesquisador solicita que as estudantes estimem um valor numérico à média. Sara afirma que são 6 horas para os meninos e 2,5 para as meninas. Maria estima o valor de 6,5 para os meninos e 6 horas para as meninas. Após acionarem a ferramenta *stack*, apenas Sara decide mudar sua estimativa numérica da média para o gênero masculino, de 4,5 para 6. As estimativas dos estudantes em termos gerais segue a mesma estratégia adotada para a localização da média.

A Dupla aciona a ferramenta média e são confrontadas com os valores reais referentes ao número de horas de cada gênero, masculino e feminino. Nessa ocasião Sara afirma: “é porque tem uma média assim...num perímetro e elas ultrapassaram. Assim não tem como explicar...Tem esses ali menores e esse 35 então influencia”. Nessa justificativa, Sara relaciona os valores mais altos com os menores da distribuição para poder localizar a média no gráfico. Maria, por sua vez, afirma que errou porque a média para o gênero masculino foi maior “por conta dessas bolinhas” se referindo aos valores máximos da distribuição, fazendo menção explícita aos *outliers*.

As estudantes elaboraram quatro representações distintas na interpretação dessa situação: gráfico de uma variável (gênero) (A); gráfico de escala intervalar (B); dot plot (C); dot plot com ferramenta *stack* vertical (D) (Figura 89).

Figura 89 - Representações utilizadas por Sara e Maria (9º ano), na interpretação da Situação AI-MD.



A quarta dupla do **9º ano, João e Alice (Dupla 4)**, constrói o gráfico de escala intervalar inserindo o atributo falando ao telefone no eixo vertical e gênero no eixo horizontal. Por solicitação do pesquisador passam a interpretar o gráfico (ver extrato de falas e Figura 90).

P.: E aí?

Alice: Separou.

João: Clica na ferramenta Stack!

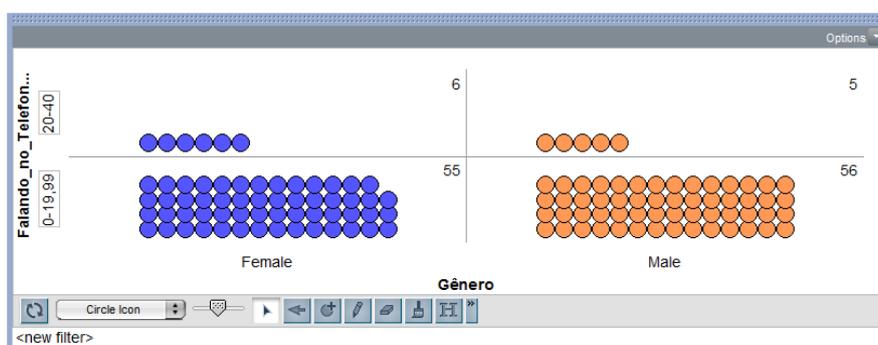
Alice: [Clica em stack].

P.: Já dá para dizer alguma coisa?

João: Números!

Alice: Calma João! [clica na ferramenta número].

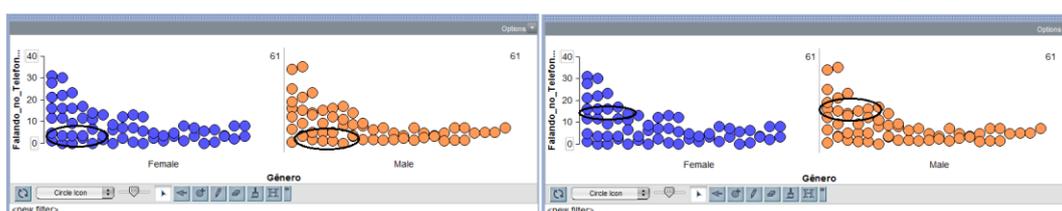
Figura 90 - Gráfico de escala intervalar com ferramenta stack vertical produzido por João e Alice (9º ano) na interpretação da Situação AI-MD.



Observa-se que essa dupla assim como outras, salientam a mudança na organização dos plots da janela inicial do *Tinkerplots* para o gráfico de escala intervalar. Observa-se ainda que a dupla clica nas ferramentas *stack* e *número* sem a intervenção do pesquisador, apresentando facilidade no manuseio do *TinkerPlots*. Nesse sentido, pode-se dizer que o *software* auxiliou os estudantes a refinarem estratégias e percursos de interpretação.

Na localização simbólica no dot plot, João circula a região entre os plots 0 e 9 para ambos os gêneros. Alice, por sua vez circula os plots contidos na região entre 11 e 21 para o gênero feminino e entre 10 e 20 para o gênero masculino (ver Figura 91).

Figura 91 - Localização simbólica da média no dot plot por João e Alice (9º ano), respectivamente, na interpretação da Situação AI-MD.



João estima o valor 5,7 para ambos os gêneros e justifica mencionando que, “aqui será a média porque está aqui na metade”.

Alice estima o valor de 13,7 para o gênero masculino e 13,2 para o gênero feminino. E justifica fazendo menção a situação 1 (amostras iguais-médias iguais), conforme podemos constatar no extrato de fala.

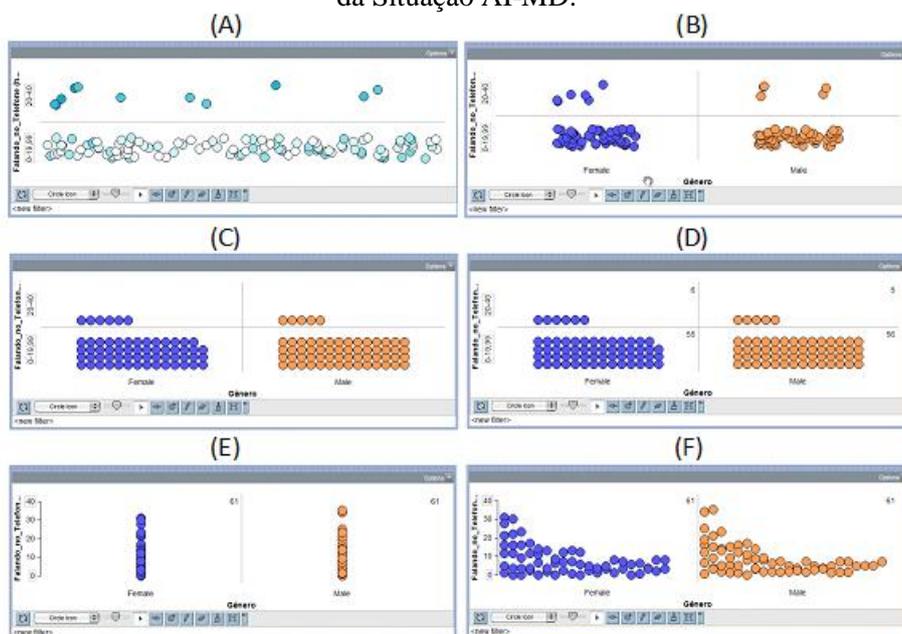
P.: Por quê você acha que são esses valores?

Alice: Tipo... na outra deu igual porque era o mesmo valor [referindo-se a situação 1] mas eu acho que pela posição aqui é esse.

De um modo geral, a dupla seguiu caminhos distintos na consideração da localização simbólica e estimativa numérica da média. João se guia pela ideia de metade, considerando-a em relação à massa de dados, enquanto Alice se guia por *plots* que ficam próximos a massa de dados. Essa forma de abordagem envolve um pensamento esperado na interpretação dos dados na Situação AI-MD, denotando uma resposta multiestrutural para conceber a média.

Os estudantes elaboraram cinco representações distintas na interpretação dessa situação: gráfico de uma variável (Falando no telefone) (A); gráfico de escala intervalar com ferramenta stack vertical (B); dot plot com ferramenta com stack vertical (C); dot plot com ferramenta stack horizontal (D) (Figura 92).

Figura 92 - Representações gráficas construídas por João e Alice (9º ano) na interpretação da Situação AI-MD.



Assim como na situação 1, todas as duplas do 9º ano apresentaram facilidade na produção e interpretação dos gráficos no ambiente do *TinkerPlots* trabalhando com a

situação 2 (AI-MD), as suas respostas sobre a média em gráficos no TinkerPlots situaram-se a nível multiestructural. Observou-se que eles não exploraram a ferramenta gradiente, mas a ferramenta *stack* foi acessada por todos e a ferramenta “N” por duas duplas.

6.3 Situação 3: Amostras Diferentes – médias diferentes (AD-MD)

Essa situação de pesquisa foi expressa pelas três questões do banco de dados “peixes”: (Q1) Os peixes geneticamente modificados são realmente maiores que os normais? Será que o fazendeiro fez realmente um bom negócio? (Q2) Se aumentarmos o número de peixes, quem vai crescer mais, os normais ou os geneticamente modificados? (Q3) Se diminuirmos a amostra o que vai acontecer?

O Quadro 12 apresenta o valor das amostras e das médias para cada questão da Situação 3.

Quadro 12 – Valores das amostras e das médias às questões da Situação 3 (amostras diferentes-médias diferentes).

Questão	Valores das amostras	Médias
Q1	Peixes normais= 24 Peixes geneticamente modificados= 21 (Total de casos= 45)	Peixes normais= 23,45 Peixes geneticamente modificados= 28,14
Q2	Peixes normais: 375 Peixes geneticamente modificados= 250 (Total de casos= 625)	Peixes normais= 23,34 Peixes geneticamente modificados= 28,02
Q3	Peixes normais= 15 Peixes geneticamente modificados= 10 (Total de casos= 25)	Peixes normais= 22,86 Peixes geneticamente modificados= 27,4

A primeira dupla do **5º ano Diva e Laís (Dupla 1)**, inicia a interpretação da Q1 inserindo o atributo comprimento do peixe no eixo vertical e tipo de peixe no eixo horizontal, gerando o gráfico de escala intervalar. A partir da produção do gráfico, a Dupla passa a realizar suas conclusões (ver extrato de falas e Figura 93).

P.: O que aconteceu no gráfico?

Diva: Já dar para ver!

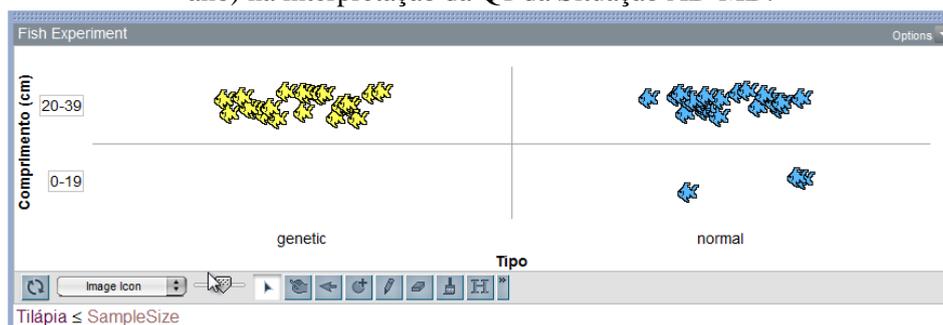
P: Então diga!

Diva: Esse... tipo! Os normais.

Laís: [Fica pensativa].

Diva: Veio um bocado para cá e outro para cá [referindo-se a separação das variáveis no gráfico].

Figura 93 - Gráfico de escala intervalar produzido no TinkerPlots pela dupla Diva e Laís (5º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.



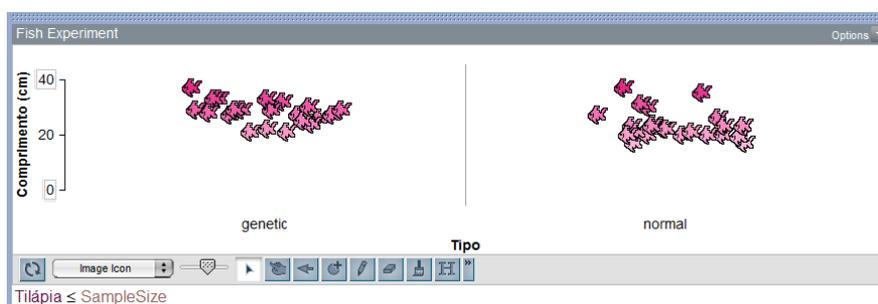
Observa-se que Diva faz uma leitura dos dados, analisando apenas a quantidade de plots, que supostamente para ela estaria concentrada nos peixes normais.

Em seguida a dupla construiu o *dot plot*, Diva muda a sua compreensão inicial e passa a julgar os peixes geneticamente modificados⁷ como aqueles que teriam o maior comprimento (ver extrato de falas e Figura 94).

P.: O que aconteceu? (referindo-se ao dot plot).

Diva: Esses aqui cresceram mais [peixes genéticos].

Figura 94 - Dot plot produzido pela dupla Diva e Laís (5º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.



Observa-se que a mudança na representação do gráfico de escala intervalar para o dot plot possibilitou a Diva um novo olhar sobre os dados, contribuindo para ela mudar a sua compreensão inicial que estava focada na possibilidade dos peixes normais terem crescido mais.

Por solicitação do pesquisador, a Dupla passa à atividade de localização simbólica da média no dot plot (ver extrato de falas e Figura 95).

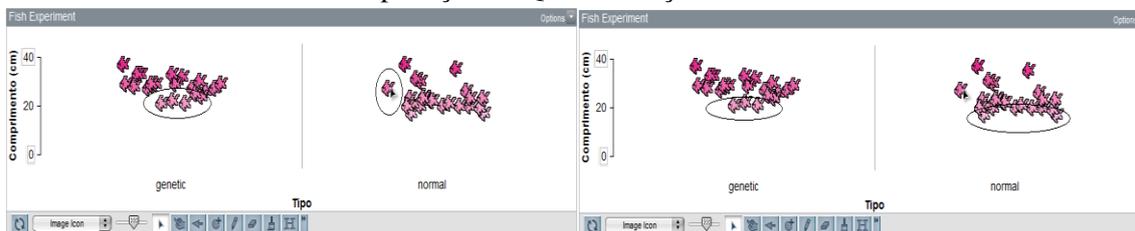
P.: Onde está localizada a média no gráfico?

Laís: Aqui [Circulando com o mouse os plots de menor valor em ambos os gêneros].

⁷ Chamados aqui também de peixes genéticos ou simplesmente genéticos.

Diva: São os genéticos que cresceram mais, aqui nesse peixinho e esses aqui [referindo-se aos peixes de menor valor].

Figura 95 - Localização da média no Dot plot por Diva e Laís (5º ano), respectivamente, na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.



Observa-se em termos gerais, que as estudantes localizaram a média no gráfico se concentrando em regiões próximas àquelas dos valores da média. As duas estudantes estimaram a região do gráfico entre 18 e 24 para os genéticos. Com relação aos peixes normais, Diva estimou o plot de valor 24 para os peixes normais. Enquanto Laís estimou a região situada entre 15 e 21 no gráfico.

As estudantes clicam na ferramenta *stack* organizando os plots horizontalmente, mas não mudam as suas estimativas em relação à localização da média no gráfico.

Quanto à estimativa numérica da média, observa-se que Laís utiliza a ferramenta gradiente e realiza uma estimativa adequada para ambos os tipos de peixes, enquanto Diva o faz apenas para os peixes geneticamente modificados (ver extrato de falas e Figura 96).

P.: Qual seria a média de comprimento desses peixes?

Diva: 10 para os normal e uns 19 para os genético.

P.: E você Laís?

Laís: 20 para os normal e 25 pra os genético.

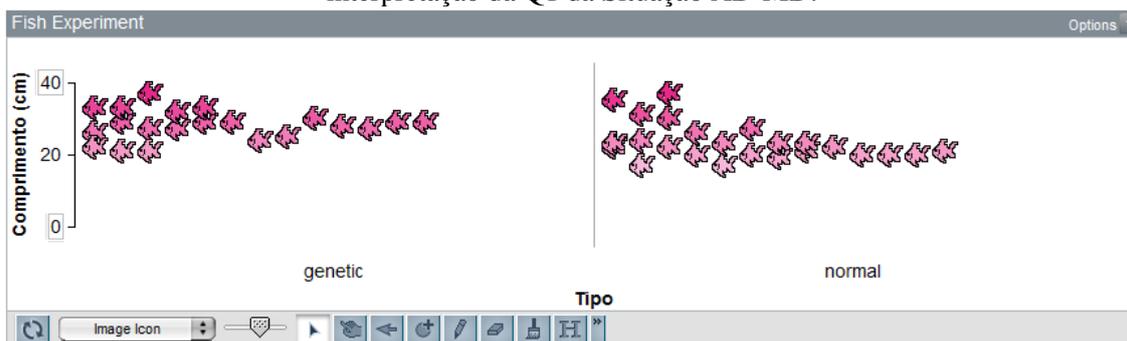
P.: Por que vocês acham que são esses números?

Laís: Porque é a média.

P.: E porque você acha que a média é aí?

Laís: Porque aqui... como é? A média é mais clara [se referindo à cor dos peixes geneticamente modificados].

Figura 96 - Dot plot com ferramenta *stack* acionada pela dupla Diva e Laís (5º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.



A organização dos dados a partir da ferramenta *stack* contribuiu para realçar o uso do gradiente, sendo esse aspecto fundamental para a estimativa numérica da média por Laís e também para a sua conclusão sobre os dados conforme extrato de falas que segue.

P.: O fazendeiro fez um bom negócio?
 Laís: Nem lá nem cá...
 P.: Por que?
 Laís: Porque a diferença não foi grande entre os peixes [referindo-se a média dos genéticos e dos normais].
 P: E você Diva, concorda com Laís ou não?
 Diva: [Balança a cabeça afirmativamente].

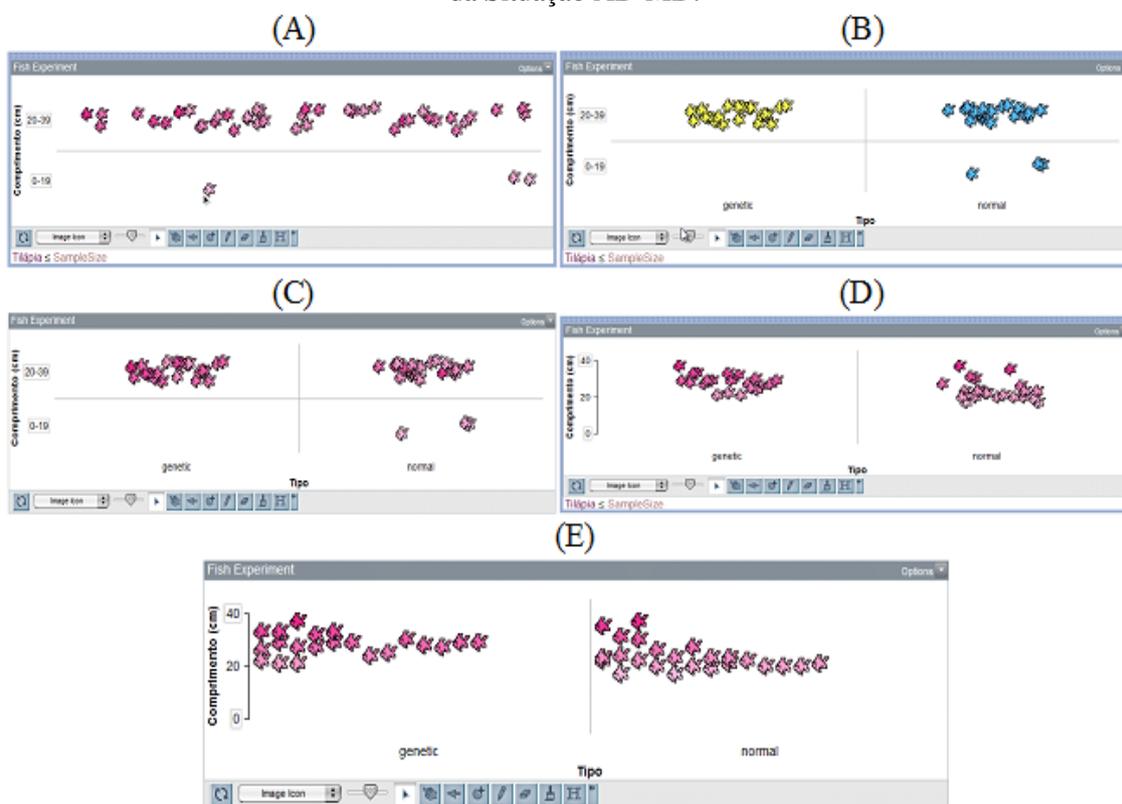
Ao clicarem na ferramenta média as estudantes são confrontadas com os valores providos pelo TinkerPlots e apenas constataam as diferenças (ver extrato de falas).

Diva: [Clica na ferramenta média].
 Laís: A gente errou Diva!!!
 Diva: Ah.....não!
 P.: Porque deu um pouco diferente as médias reais em relação a que vocês estimaram?
 Laís: Porque eu num vi direito o número [referindo-se a escala].
 Diva: Mas a gente chegou perto.

Em termos gerais, Laís analisou de forma adequada a situação, ao afirmar que o fazendeiro nem fez um bom negócio e nem saiu no prejuízo, pois a diferença entre as médias foi pequena. Para elas, os genéticos cresceram em comprimento, mas não cresceram tanto, pois para o fazendeiro sair ganhando essa diferença teria que ser maior. Em relação à Diva, ela não faz relação entre o valor numérico da média e a região onde ela estaria localizada no gráfico. Nesse sentido, essa estudante parece explorar cada aspecto da média isoladamente. Considerando esses pontos levantados, pode-se considerar a resposta de nível de Laís como multiestrutural e a de Diva uniestrutural.

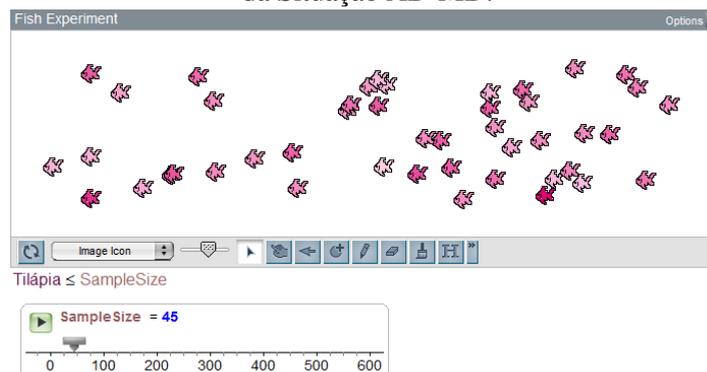
Essa Dupla, Diva e Laís, elaborou cinco representações distintas na interpretação da Q1 da situação 3: gráfico de variável (comprimento) (A); gráfico de escala intervalar com atributo tipo de peixe selecionado(B); gráfico de escala intervalar com atributo comprimento selecionado (C); dot plot e (D) dot plot com ferramenta *stack* horizontal(E) (Figura 97).

Figura 97 - Representações gráficas construídas por Diva e Laís (5º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.



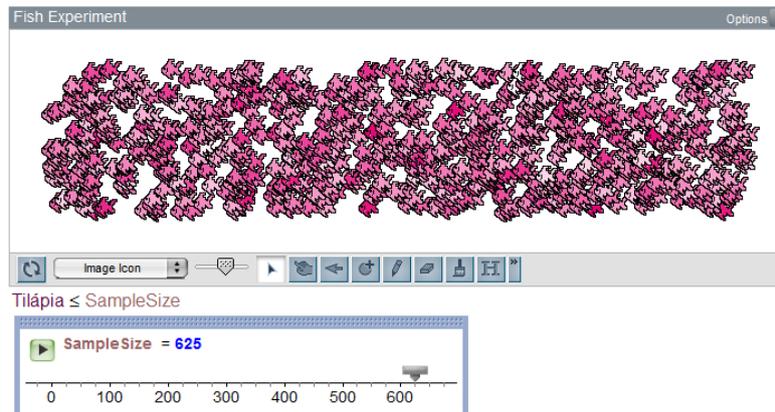
Após esse processo inicial de interpretação da Q1, Diva e Laís são encorajadas a misturarem os *plots*, retornando à janela inicial do *TinkerPlots* para os 45 casos (ver Figura 98).

Figura 98 - Janela inicial do *TinkerPlots* com 45 *plots* misturados, relativos a Q1 da Situação AD-MD.



Em seguida, o pesquisador retoma a conclusão das estudantes relativa à Q1 e indaga: se aumentarmos o número de peixes, quem vai crescer mais, os normais ou os geneticamente modificados? Nessa ocasião, as estudantes usam a ferramenta *SampleSize* e aumentam o tamanho da amostra para 625 peixes (ver Figura 99).

Figura 99 - Janela inicial do TinkerPlots com 625 plots misturados, relativos à Q2 da Situação AD-MD.



Diva e Laís constroem o gráfico de escala intervalar com o atributo comprimento dos peixes no eixo vertical e tipo de peixe no horizontal. Elas concluem que existem mais peixes normais do que genéticos e por isso esses peixes seriam maiores (ver extrato de falas e Figura 100).

P.: Pronto o que aconteceu aí?

Diva: Esse lado tem mais peixe [referindo-se aos peixes normais].

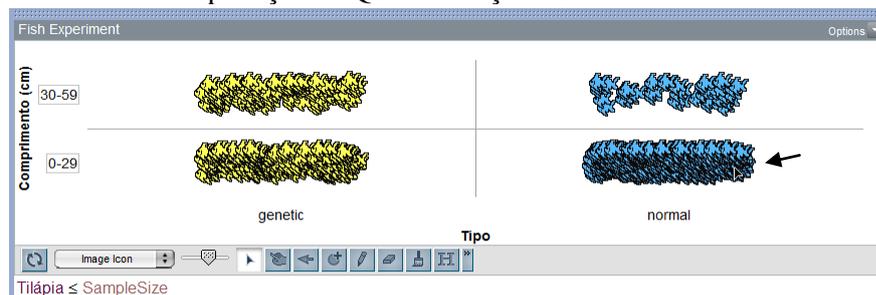
Laís: Aqui [aponta com o mouse para os peixes normais].

Laís: Eu acho que é normal.

P.: Porque acha que é normal?

Laís: Porque normal aqui dá para ver que tem muito e aqui não [Referindo-se aos genéticos).

Figura 100 - Gráfico de escala intervalar produzido pela dupla Diva e Laís (5º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



Observa-se que essa conclusão da Dupla vai de encontro ao que elas consideraram na Q1, na qual elas afirmaram que os peixes genéticos cresceram mais. Ao julgar pelas suas falas, esse aumento na quantidade de peixes, as levam a mudar de opinião e a julgar os peixes normais como aqueles que cresceram mais. Observa-se no

gráfico que essa conclusão sofreu influência da quantidade de plots para os peixes normais (ver seta na Figura 100).

A dupla constrói o *dot plot* e passa à realização atividade de localização da média conforme podemos observar no extrato de falas e Figura 101 que acompanha.

P.: Mostre aí onde você acha que está localizada a média.

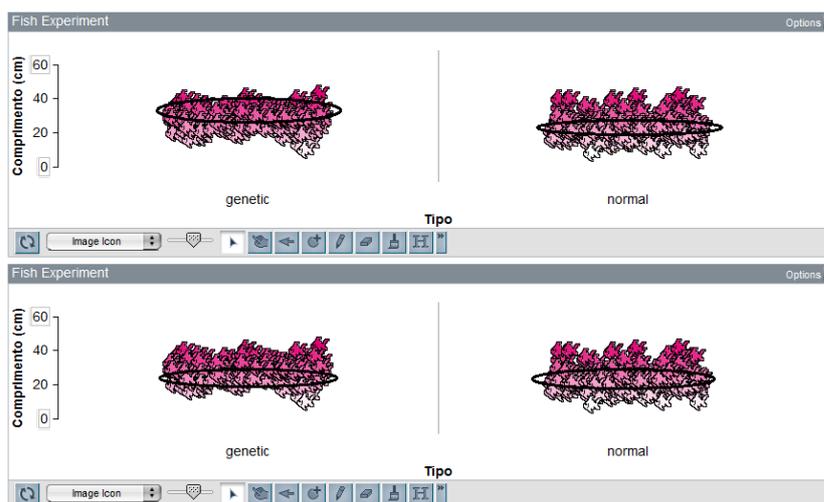
Diva: Eu, É... aqui na parte do 27 para os genético [circula com o mouse uma área em torno do valor de 27 cm a qual situa-se entre 24 e 40 cm]. O outro acho que aqui na parte perto do 19 [circula com o mouse uma área em torno do valor de 19 cm a qual situa-se entre 19 e 24 cm].

Laís: Eu acho que é na parte do 20 por causa da cor também nos dois tipos [circula com o mouse uma área em torno do 20 situada entre 20 e 28 cm].

P.: Por que por causa da cor?

Laís: Porque ali tá mais escuro professor só isso.

Figura 101- Localização simbólica da média no Dot plot por Diva e Laís (5º ano), respectivamente, na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



Como podemos observar nas falas acima, as estudantes conseguem estimar simbolicamente regiões da massa de dados das distribuições que incluem os valores da média real à Q2. A Dupla faz uso claro da ferramenta gradiente como parâmetro de análise na interpretação dessa questão.

Observa-se que a ferramenta gradiente também é utilizada como parâmetro para as estudantes realizarem a estimativa numérica da média, conforme podemos constatar no extrato de falas a seguir.

P.: Qual seria a média de comprimento desses peixes?

Diva: A partir do 27 tem mais aqui [referindo-se aos plots dos genéticos]. O outro uns 19.

Laís: Eu acho que é 20 porque a partir do vinte fica mais escuro. O outro acho que uns 19 também [referindo-se aos normais].

Mesmo sem acertar os valores exatos para as médias, as estudantes fazem uma interpretação coerente dessa questão tomando como base a massa de dados e a ferramenta gradiente, demonstrando uma resposta multiestrutural sobre a média.

Ao confrontar-se com a média apresentada pelo *TinkerPlots*, a dupla conclui que o fazendeiro fez um bom negócio (ver extrato de falas e Figura 102).

Diva: Quuuuuase que eu acertava é 23 e eu botei 20.

Pesquisador: Quem é que cresceu mais?

Diva: Aponta para os genéticos.

Laís: Os genéticos.

P: Você tinha falado que era os normais Diva?

Diva: Foi Laís.

Pesquisador: O fazendeiro fez um bom negócio?

Diva: Sim.

Laís: Sim.

Pesquisador: Por quê?

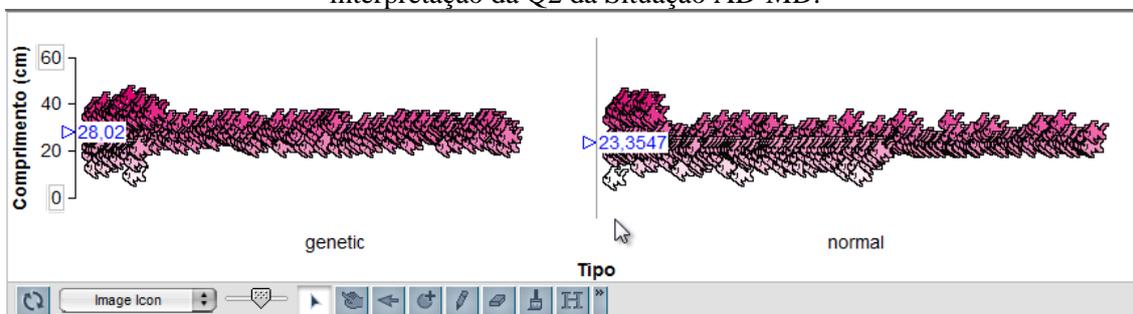
Diva: Porque os peixe cresceu mais.

P: Qual?

Diva: Os genético.

Laís: É... [confirmando a resposta da colega].

Figura 102 - Dot plot com ferramenta média acionada pela dupla Diva e Laís (5º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.

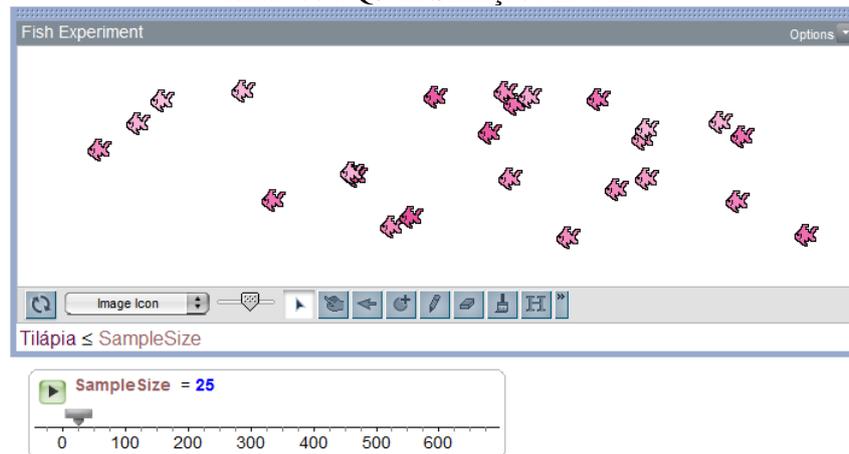


Essa conclusão da Dupla de que o fazendeiro fez um bom negócio, diferem daquela que elas deram à Q1, quando consideraram que o fazendeiro nem tinha feito um bom e nem um mau negócio (“nem lá, nem cá”). Como em ambas as questões as médias não diferem muito, apenas o tamanho da amostra (na Q1 era de 45 casos e na Q2 passou para 625). Pode-se conjecturar para o fato de que o aumento no tamanho amostra teve influência nas conclusões da dupla.

As estudantes elaboraram cinco representações distintas na interpretação da Q2, as quais foram similares àquelas utilizadas para interpretar a Q1 dessa mesma situação de pesquisa, diferindo apenas com relação ao tamanho da amostra.

Ao finalizar a Q2 do banco de dados peixes, a dupla foi novamente solicitada a misturar os plots, obtendo-se a janela inicial (ver Figura A). O pesquisador então indaga: se diminuirmos a amostra o que vai acontecer? Novamente as estudantes utilizam a ferramenta SampleSize, só que para diminuir o tamanho da amostra para 25 peixes (ver Figura 103).

Figura 103 - Janela inicial do TinkerPlots com 25 plots misturados, relativos à Q3 da Situação AD-MD.



A dupla 1 do 5º ano Diva e Laís inicia os trabalhos de análise e interpretação da Q3 elaborando o gráfico de escala intervalar com o atributo comprimento no eixo horizontal e tipo de peixes na vertical, mas sem tecer conclusões. Apenas a partir da construção do dot plot as estudantes passam a extrair conclusões baseadas na quantidade de peixes e no seu comprimento (ver extrato de falas e Figura 104).

Laís: [constrói o dot plot].

P.: A quantidade de peixes diminuiu, desse jeito agora com crescerá mais no comprimento os normais ou genéticos?

Laís: Os peixes normais.

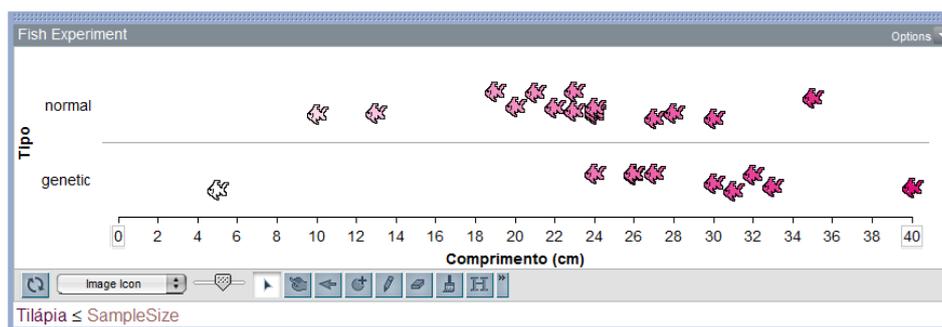
P: E você Diva?

Diva: Normal.

P: Por quê?

Diva: Porque o normal tem mais e cresceu mais.

Figura 104- Dot plot produzido no TinkerPlots pela dupla Diva e Laís (5º ano) na interpretação da Q3 da Situação AD-MD.



Observa-se que a dupla 1 se guiou pela quantidade de plots para afirmar que os peixes normais crescem mais. Essa estratégia é recorrente ao longo das suas interpretações nessa situação de pesquisa. Por exemplo, na Q2 com a amostra de 625 peixes, elas afirmam que os normais crescem mais tomando como base a quantidade de peixes.

Quando solicitadas a localizar a média no gráfico, a dupla coloca em evidência o uso da ferramenta gradiente, conforme podemos constatar no extrato de falas e Figura 105.

P.: Onde está localizada a média aí no gráfico?

Diva: Aqui no meio [plots contidos no meio da distribuição para o tipo normal].

P.: E os genéticos?

Diva: Também aqui [plots contidos no meio da distribuição para o tipo genético].

Laís: Esses aqui [Valor 13 para os normais e 24 para os genéticos].

P.: Por que vocês acham que a média é aí?

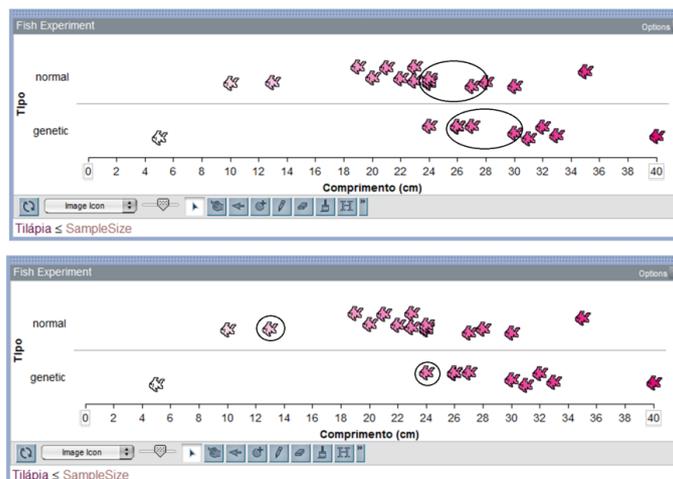
Diva: Pela cor.

Laís: [fica em silêncio].

P.: O que da cor?

Diva: Tá mais escurinho aqui [referindo-se à região onde os plots foram circulados].

Figura 105 - Localização simbólica da média no Dot plot por Diva e Laís (5ºano) respectivamente, na interpretação da Q3 da Situação AD-MD.



Observa-se que Diva circulo as regiões do gráfico que encontram-se no meio da distribuição, entre os valores 26 e 30 para os peixes genéticos e 24 e 27 para os normais, cujo os plots apresentam cores intermediárias. Dessa forma, ela acerta a localização para os peixes genéticos e se aproxima em relação aos normais. A ferramenta gradiente teve uma importância essencial na localização da média para ela.

Laís por sua vez, considera que a média estaria vinculada aos valores pontuais da distribuição para os dois tipos de peixes, notadamente 13 para os peixes normais distanciando-se dos valores reais; e 24 para os genéticos, estando bem próximo do valor real da média.

Na estimativa numérica da média Diva também se guia pela ferramenta gradiente e consegue influenciar Laís quanto a esse uso. Assim ambas justificam que estimaram os valores das médias a partir das cores (ver extrato de falas).

Diva: Eu acho que os normal é 26 e os genético 20.

Laís: E eu acho que os normal é 18 e os genético 20.

Pesquisador: Por que vocês escolheram esses valores para a média?

Diva: Pela cor.

Laís: É.

Observa-se que as estimativas numéricas da dupla se aproximam dos valores reais da média, adequando-se à situação. Analisando as explorações sobre a média de Diva, pode-se considerar que sua resposta foi de nível multiestructural uma vez que ela além de considerar a massa de dados estimou valores relativamente próximos a essas regiões. As explorações sobre a média realizada por Laís envolveram simbolicamente

plots isolados em detrimento à consideração da massa de dados. Esse aspecto foi um fator decisivo para considerar a sua resposta como uniestrutural.

Embora a Dupla tenha se surpreendido com o confronto entre suas estimativas dos valores da média para os valores gerados pelo *software*, que mostrava que a média de comprimento dos genéticos era maior do que a dos normais, elas não souberam justificar.

As estudantes elaboraram quatro representações distintas na interpretação da Q3, as quais foram similares àquelas elaboradas por ocasião da Q1 (Figura 97), com exceção do gráfico (E).

A segunda dupla do **5º ano, Hélio e Ana (Dupla 2)**, inicia a interpretação da Q1 relativa a terceira situação de pesquisa (AD-MD), construindo o gráfico de escala intervalar com o atributo comprimento no eixo horizontal e tipo de peixe no eixo vertical.

A dupla constrói o *dot plot*, demonstrando certa independência em relação ao manuseio do *software*. Nessa ocasião, o pesquisador pergunta onde estaria localizada a média no gráfico (ver extrato de falas e Figura 106).

P.: Onde estaria localizada a média?

Hélio: A média tá no 14 [circula com o mouse os dois peixes situados entre 14 a 16].

P.: E o outro? (Genéticos).

Hélio: E o genético de 20 a 40.

Ana: Os normal o mesmo dele [região de 14 a 16]. Os genético de 20 a 24.

P.: Por que vocês escolheram esses plots para dizer que a média está ali?

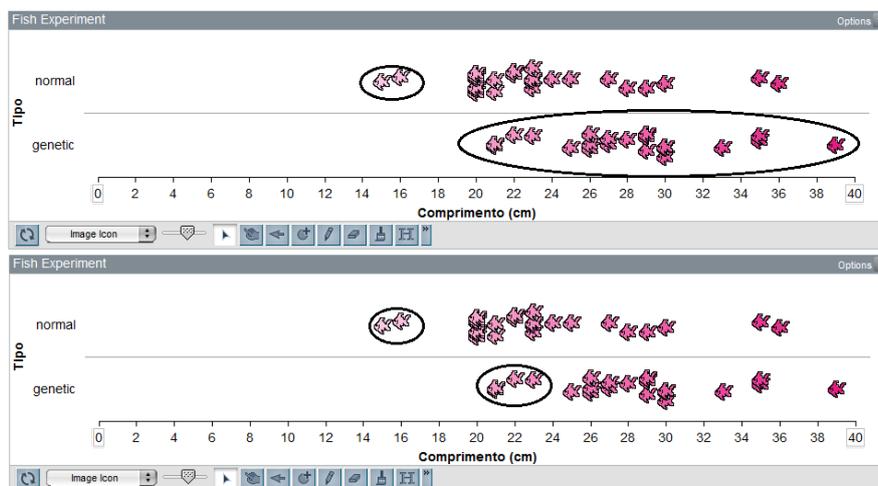
Hélio: Porque eu acho.

P.: Por que você acha que era ali e não em outro lugar?

Hélio: Porque eu acho tio.

Ana: [Fica em silêncio].

Figura 106 - Localização simbólica da média no Dot plot por Hélio e Ana (5ºano) respectivamente, na interpretação da Situação AD-MD.



Os estudantes foram encorajados a estimarem valores numéricos para a média dos comprimentos dos peixes, conforme extrato de falas que segue.

Hélio: [Clica na ferramenta stack].

P.: Qual seria o valor que vocês acham que é a média para os dois tipos de peixe?

Hélio: 14 pros normal e de 22 a 40 pra os genético.

Ana: 14 também pra o normal e 22 para os genético.

P.: Por que?

Ana: A cor tá mais clara!

Hélio: Porque sim, a cor também.

Observa-se que os estudantes usam a ferramenta gradiente para estimar o valor numérico da média, mas não justificam o seu uso. Talvez a estratégia de empregar o gradiente na resposta, tenha sido utilizada porque os peixes estavam no gráfico de dot plot e assim ficou perceptível o degradé de cores. Eles também não sabem explicar as razões entre os valores que estimaram e os valores disponibilizados pelo *software*.

As explorações sobre a média realizadas pela dupla colocam em evidência um nível de resposta uniestructural, pois eles não apresentam o mesmo padrão para estimar simbólica e numericamente as médias. Embora Hélio considere a massa de dados para localizar a média para os peixes genéticos, a sua estimativa para os normais se distancia dessa área no gráfico. Contudo, Ana localize de forma adequada a média para os peixes genéticos, a sua estimativa simbólica para os normais fica distanciada da região onde se localiza a média. As estimativas numéricas da média pela Dupla segue essa mesma estratégia.

A Dupla aciona a ferramenta média e confronta-se com o seu valor numérico e percebem as diferenças entre as suas estimativas e os valores reais, mas não souberam justificar as razões.

Eles elaboraram quatro representações distintas na interpretação da Q1 relativa a situação AD-MD. Gráfico de uma variável (tipo) (A); gráfico de escala intervalar (B); dot plot (C) e dot plot com ferramenta *stack* (D). (Figura 107).

Figura 107 - Representações gráficas construídas pela dupla Hélio e Ana (5º ano) na interpretação da Situação 3.



Ao finalizar os trabalhos com a Q1, o pesquisador introduz a Q2 e a dupla é solicitada a usar a ferramenta *SampleSize* para aumentar o tamanho da amostra para 625 (ver Figura 99).

Logo de início a dupla se impressiona com a quantidade de plots contida no gráfico. Em seguida constroem gráfico de uma variável inserindo apenas o atributo gênero; ocasião em que afirmam serem os peixes normais que vão crescer mais por conta da quantidade de plots (ver extrato de falas e Figura 108).

Hélio: Pronto, tá vendo que é o normal.

Ana: Pronto é o normal.

P.: É o normal?

Hélio: é porque ele tem mais [peixes normais].

P.: Como é que eu sei?

Ana: Naquele botão? [referindo-se a ferramenta número].

Hélio [clica na ferramenta número].

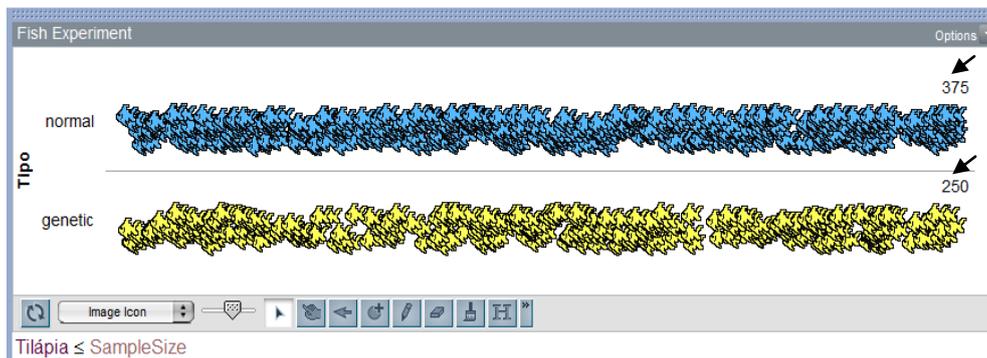
Ana: Olha aí, normal tem mais.

P.: Por que tem mais eles serão maiores?

Hélio: É.

Ana: [Fica em silêncio].

Figura 108 - Gráfico de uma variável com ferramenta N acionada por Hélio e Ana (5º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



Podemos observar que os estudantes ainda estão usando a mesma estratégia usada na Q1, isso é, referência à quantidade de *plots*. Nesse sentido, eles comparam a quantidade absoluta de *plots*.

A dupla passa a inserir aleatoriamente atributos para responder a questão. Eles inserem o atributo “tilápia” e em seguida “amostra” no gráfico para responder a questão. Apenas com a intervenção do pesquisador, percebem que os atributos inseridos não os ajudariam a compreender a situação.

Os estudantes criam o *dot plot* sem a intervenção do pesquisador, sendo indagados nessa ocasião sobre onde estaria localizada a média no gráfico (ver extrato de falas e Figura 109).

P.: Onde estaria localizada a média aí no gráfico?

Hélio: Acho de 17 a 25 pros de cima [referindo-se aos peixes normais]. De 24 a 35 o resto [referindo-se aos peixes genéticos].

P.: E você Ana?

Ana: De 17 a 29 pros normal e de 20 a 31 pros genético.

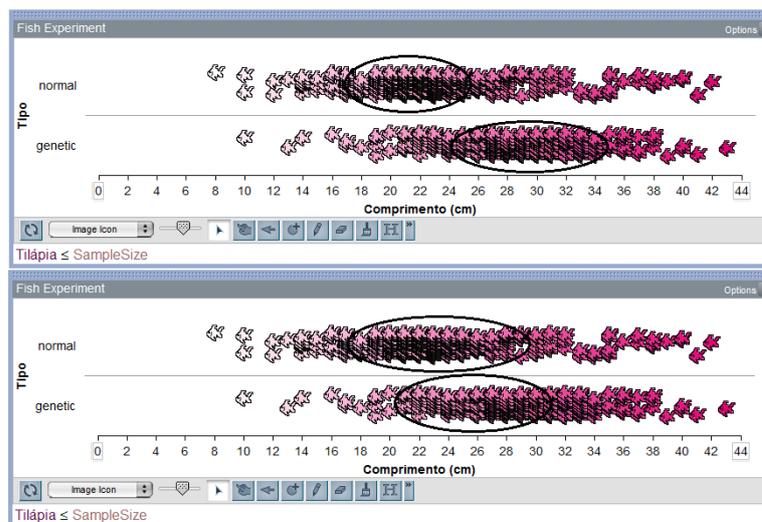
P.: Por quê?

Hélio: Porque é onde tem mais.

Ana: É...

P.: OK.

Figura 109 - Localização da média no dot plot por Hélio e Ana (5º ano), respectivamente, na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



Observa-se que os estudantes se basearam na massa de dados da distribuição para localizar a média. A justificativa “porque é onde tem mais”, remete para um conhecimento intuitivo a respeito de medidas de tendência central, mais particularmente sobre a moda.

Dando continuidade a interpretação da Q2, os estudantes clicam na ferramenta stack e são indagados pelo pesquisador a estimarem um valor para a média (ver extrato de falas e Figura 110).

P.: Que número vocês acham que é a média para os comprimentos dos peixes?

Hélio: Genético 22 e normal 24.

P.: Por quê?

Hélio: Porque o genético é 24 e o normal 22.

P.: Mas por que o genético é 24 e o normal 22?

Hélio: Porque é a média.

P.: Ana?

Ana: Genético 24 e normal 22[inverte os valores estimados por Hélio].

P.: Por quê?

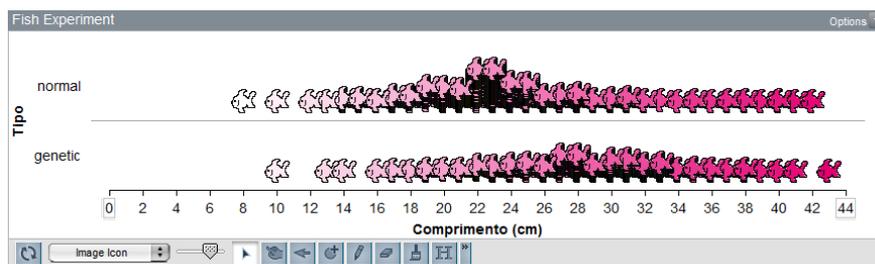
Ana: Meu Deus...é porque a média deles é onde tem mais peixe.

P.: Porque não escolheu o zero, por exemplo?

Ana: Porque no zero não tem nenhum peixe.

P.: OK!

Figura 110 - Dot plot com ferramenta stack vertical acionada por Hélio e Ana (5º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



Observa-se que Hélio não soube justificar a sua estimativa, enquanto Ana afirma que “é porque a média deles é onde tem mais peixe”. As estimativas dos estudantes embora não descrevam os valores reais, e Hélio tenha se distanciado para a estimativa dos peixes genéticos, envolve uma resposta multiestrutural sobre a média Conforme classificação de Watson (2006).

Os estudantes clicam na ferramenta média e são confrontados com os valores reais da mesma. A estudante Ana afirma que chegou perto, já Hélio fica um pouco aborrecido porque não conseguiu acertar os valores exatos para as médias. O pesquisador ainda perguntou se o fazendeiro tinha feito um bom negócio (ver extrato de falas).

Ana: Cheguei perto Hélio...[referindo-se aos valores reais da média].

Hélio: Poxa...errei!

P.: O fazendeiro fez um bom negócio?

Hélio: Sei lá!!

Ana: Como é que faz para saber mesmo?

P.: Leia a pergunta de novo.

Hélio e Ana: [Leem a pergunta].

P.: Entenderam?

Hélio: Fez, fez...

Ana: Acho que fez.

P.: Por quê?

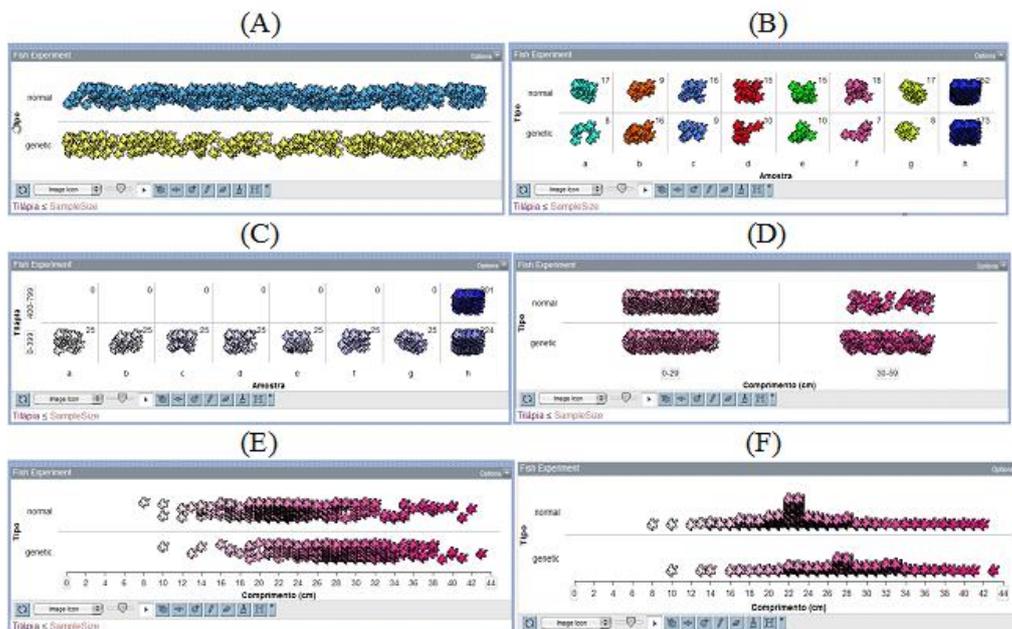
Hélio: Porque os genéticos é maior.

Ana: É mesmo.

P: Ok.

Os estudantes elaboraram 6 representações distintas na interpretação da Q2: gráfico de uma variável (tipo) (A); Gráfico de duas variáveis (tipo de peixe e amostra) (B); Gráfico de duas variáveis (tilápia e amostra) (C); gráfico de escala intervalar (D); dot plot (E) e dot plot com ferramenta *stack* (F) (Figura 111).

Figura 111 - Representações gráficas construídas pela dupla Hélio e Ana (5º ano) na interpretação da Q2 da situação AD-MD.



Ao final da Q2, a dupla mistura os plots e usa a ferramenta *SampleSize* para diminuir o tamanho da amostra para 25 peixes (ver Figura 103).

A dupla, Hélio e Ana, inicia a interpretação da Q3, inserindo o atributo tipo de peixe no eixo vertical e comprimento no eixo horizontal, criando assim o gráfico de escala intervalar. Logo em seguida, sem a intervenção do pesquisador, a dupla já cria o dot plot. Essa ação reflete a familiaridade que os estudantes demonstram a essa altura no manuseio das ferramentas do *TinkerPlots*.

Nessa ocasião o pesquisador novamente a respeito do crescimento dos peixes (ver extrato de falas).

Pesquisador: E agora com essa quantidade de peixes quem vai crescer mais, os normais ou genéticos?

Hélio: Sim, o normal cresce mais.

Ana: Não.

Hélio: Sim, porque o normal tem mais e ele vai crescer mais do que o genético.

Ana: É....

Observamos que os estudantes abordam o problema a partir da análise da quantidade de plots; afirmando que “que porque o normal tem mais ele vai crescer mais.” Desde a Q1 dessa situação de pesquisa, que eles afirmam que os peixes normais iriam crescer mais por que tem mais peixes.

Hélio clica na ferramenta *stack* vertical, ocasião em que o pesquisador indaga onde estaria localizada a média no gráfico (ver extrato de falas e Figura 112).

P.: Onde estaria localizada a média aí no gráfico?

Hélio: Entre 22 e 25 para os normais e entre 24 a 27 para os genéticos.

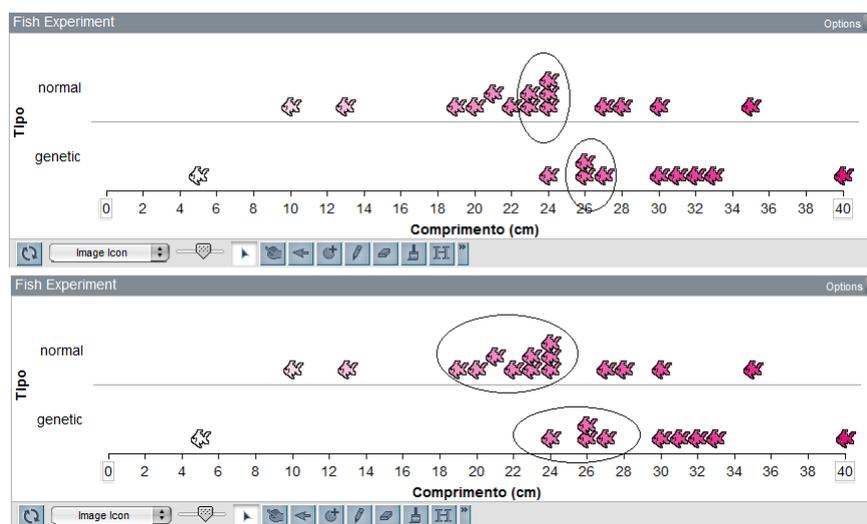
Ana: Entre 18 e 25 para os normais e entre 22 a 28 para os genéticos.

P.: Por quê?

Hélio: Tem mais.

Ana: Tá mais concentrado.

Figura 112 - Localização simbólica da média no dot plot por Hélio e Ana (5º ano) respectivamente, na interpretação da Q3 da Situação AD-MD



Podemos observar na Figura 112 que o estudante Hélio circula os plots que estão mais altos na distribuição, ou seja, aqueles plots que consistem na moda da distribuição. Como já assinalamos, uma resposta como essa é classificada por Watson (2006) como multiestrutural, porque mesmo sem o estudante ter o conhecimento específico, demonstra uma compreensão intuitiva de conceitos que subjazem as medidas de tendência central, nesse caso a moda.

Ana circula a massa de dados da distribuição que também considera as regiões do gráfico com maior concentração de plots. Essa estudante inclusive justifica a sua resposta, chamando a atenção para essa ideia de concentração de plots.

Quanto à estimativa numérica das médias, Hélio estima 26 para os dois tipos de peixes, enquanto Ana estima 24 para os peixes normais e 26 para os genéticos. Aparentemente Hélio escolhe o valor da moda dos peixes normais e a utiliza como sendo a média para ambas as distribuições. Já Ana utiliza como estratégia a consideração da massa de dados, mas escolhe os valores numéricos abaixo dos plots mais altos (moda).

Embora a Dupla tenha seguido uma mesma perspectiva para a análise dos dados dessa questão, chegam a conclusões distintas. Hélio afirma que o fazendeiro foi enganado e Ana diz que ele fez um bom negócio. Ao serem solicitados a confrontar as suas estimativas com o valor da média, eles observam que os peixes genéticos cresceram mais e que o vendedor havia feito um bom negócio.

Os estudantes elaboraram quatro representações distintas na interpretação dessa situação, similares àquelas utilizadas para resolver a Q1 desse banco de dados; apenas variou o tamanho da amostra.

A terceira dupla do **5º ano, Rose e Eva (Dupla 3)** inicia a interpretação da Q1, lendo o contexto da pesquisa e já antecipando conclusões, afirmando que o fazendeiro havia feito um bom negócio. Em seguida a dupla constrói o gráfico de uma variável (ver extrato de falas e Figura 113).

P.: O que aconteceu com o gráfico?

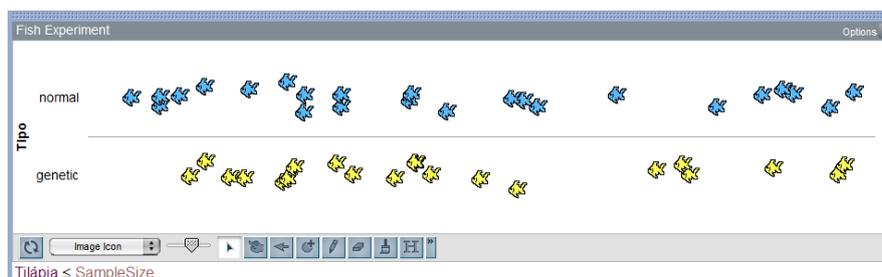
Rose: Separou os normal do genético.

Eva: Já dá pra saber, porque aqui tem pouco[peixes genéticos] e aqui tem muito[peixes normais].

P.: Porque tem mais eles vão crescer mais?

Rose: Não, é para crescer o peixe e não a quantidade.

Figura 113 - Gráfico de uma variável (tipo de peixe) produzido no TinkerPlots pela dupla Rose e Eva (5º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.



Eva toma como base a quantidade de peixes para interpretar qual tipo iria crescer mais, enquanto a sua colega Rose faz uma distinção entre o crescimento do peixe e a quantidade de peixes, interpretando a situação de forma adequada.

O pesquisador chama a atenção da dupla sobre a necessidade de inserir mais um atributo no gráfico. Eva passa a substituir o atributo tipo de peixes por outros atributos, demonstrando certa dificuldade em especificar as variáveis envolvidas no problema (ver extrato de falas e Figura 114).

Pesquisador: Tá faltando alguma informação no gráfico? (referindo-se ao fato do gráfico não incluir a variável comprimento).

Eva: Tá, o comprimento [insere o atributo comprimento no lugar do atributo tipo de peixe, substituindo um pelo outro].

Rose: Agora falta o outro!

Eva: [Insero o atributo tipo de peixe no lugar do atributo comprimento, substituindo um pelo outro].

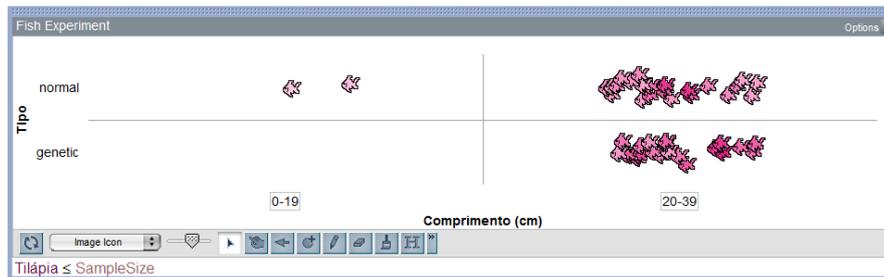
P.: Ajude ela Rose.

Eva: Não qué me ensiná é? [Fica tentando até conseguir inserir o atributo tipo de peixe e comprimento, construindo o gráfico].

Rose: Aleluia!

Eva: [Risos].

Figura 114 - Gráfico de escala intervalar produzido no TinkerPlots pela dupla Eva e Rose (5º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.



Depois de terem superado a dificuldade em relação à inserção dos atributos para gerar o gráfico no *Tinkerplots*, a dupla constrói o dot plot sem a intervenção do pesquisador. A ferramenta gradiente é utilizada na análise que elas empreendem. Por exemplo, Eva afirma que são os genéticos que cresceram mais pois “os genético vai crescer mais pela cor”.

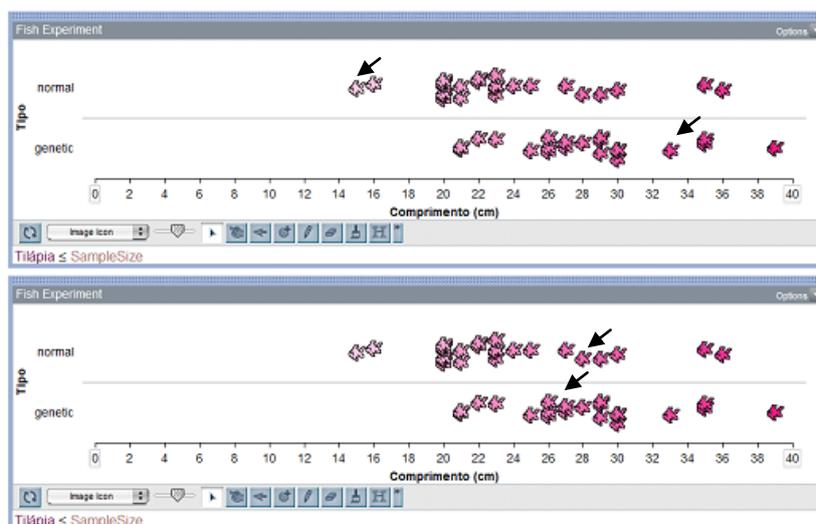
O pesquisador indaga sobre onde estaria localizada a média no dot plot (ver extrato de falas e Figura 115).

P.: Onde a média está localizada aí no gráfico?

Rose: Aqui nesse e no debaixo aqui [aponta com o mouse para o plot de valor 33 para os genéticos, e para o menor plot dos normais de valor 15].

Eva: Esse nos genético e esse aqui no normal [aponta com o mouse para o plot de valor 28 para os peixes genéticos e 27 para nos normais].

Figura 115 - Localização da média no dot plot por Rose e Eva (5º ano), respectivamente, na interpretação da Q1 Situação AD-MD.



As estudantes escolheram plots isolados para localizarem a média. Apenas a estimativa de Eva se aproxima da localização da média no que concerne aos peixes genéticos. Observa-se que elas tentaram localizar a média através de um único plot nessa situação, relacionando guiadas pela noção de que a média possui um valor único, conforme observado nas outras situações de pesquisa.

A dupla estima valores numéricos para as médias de comprimento dos peixes normais e genéticos, referindo apenas a um valor, conforme contata-se no extrato de falas que segue.

P.: Quais seriam os valores para as médias de comprimento dos peixes?

Rose: Os peixes normal é 14 e os genéticos uns 34.

Eva: Os peixes normal é 14 e os genéticos uns 26.

P.: Por quê?

Rose: [Fica em silêncio].

Eva: É porque tão sempre onde tem mais peixe [referindo-se a massa de dados].

P.: Será?

Eva: É professor...

Como podemos observar, Rose estima o valor da média seguindo o mesmo pensamento utilizado na sua localização, não se aproximando dos valores reais. Eva escolhe o valor da média para os peixes normais de forma aparentemente aleatória ou talvez com base na resposta de sua colega. Em relação aos peixes normais essa estudante se aproxima do valor real da média.

Ao se confrontarem com a média real disponibilizada no *TinkerPlots*, Eva expressa a ideia de que a média pode ser representada por um único valor, conforme extrato de fala que segue.

P.: E porque deu diferente do que vocês acharam? (os valores das médias).

Rose: Ohhh tio a gente não tem como saber.

Eva: É porque a gente só olhou para um peixe tio.

P.: Por que você se olhou para um peixe?

Eva: Porque era aonde eu pensava que era a média.

P.: Mas por que você pensou que era só um plot e não mais de um?

Eva: O tio eu não sei explicá é porque é sei lá...num sei.

As estudantes apresentam diferentes respostas na interpretação dessa questão (Q1). Eva realiza estimativa simbólica e numérica adequada para os peixes genéticos, enquanto as estimativas de Rose situam-se um pouco distanciadas. Com relação aos peixes normais, Eva estima a localização de forma adequada, enquanto o valor numérico atribuído à média se distancia do valor real. Rose por sua vez, não realiza estimativas adequadas para os peixes normais. Considerando esses aspectos pontuados, entende-se que Eva e Rose apresentaram respostas de nível uniestrutural.

As estudantes consideram que o fazendeiro fez um bom negócio, pois os peixes genéticos tinham crescido mais. Elas elaboraram 4 representações distintas na interpretação dessa questão, similares àquelas produzidas pela dupla 2, Hélio e Ana (ver Figura 107).

A dupla mistura os plots obtendo a janela inicial com os 45 plots (ver Figura 98). O pesquisador retoma as suas conclusões relativas à Q1 e introduz a Q2 (Se a gente aumentar a quantidade de peixes vai aumentar o valor da média? O que vai acontecer?) As estudantes usam a ferramenta *Samplesize* e aumentam o tamanho da amostra para 625 peixes.

Essa Dupla, assim como as outras do 5º ano, fica impressionada com a quantidade de peixes misturados no gráfico. E em seguida constrói o gráfico de escala intervalar com o atributo tipo de peixe no eixo vertical e comprimento no horizontal (ver extrato de falas e Figura 116).

P.: O que aconteceu?

Rose: Normal e genético a mesma coisa. Dividiu os pedaços.

P.: Esses pedaços querem dizer o que? Mesma coisa?

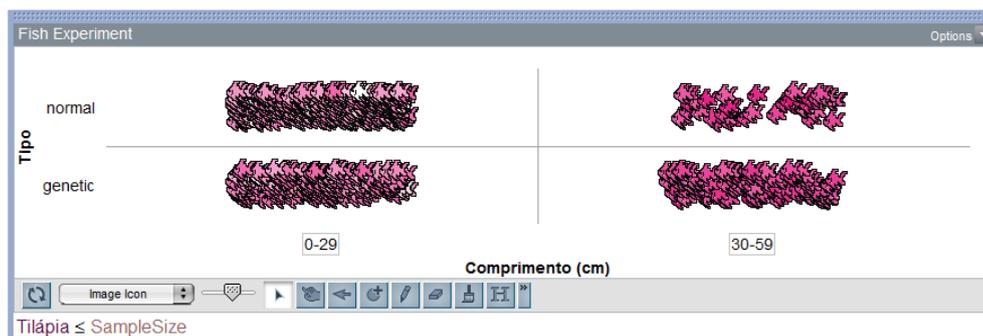
Rose: A separação é a mesma coisa [referindo-se aos plots normais e genéticos terem sido separados de forma igual].

P.: Isso ali que dizer o que mesmo? (pergunta sobre os intervalos numéricos).

Rose: De 0 a 29 comprimento.

P.: Centi... (não termina de falar e Rayanne complementa)
 Rose: Centímetros. 30 a 59 centímetros.
 Eva: Centímetros. 30 a 59 centímetros
 P.: Desse jeito já dá para saber quem cresceu mais?
 Eva: Sim.
 P.: Quem é?
 Eva: Genético.
 Eva: É.

Figura 116 - Gráfico de escala intervalar produzido no TinkerPlots pela dupla 3 (5ºano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.

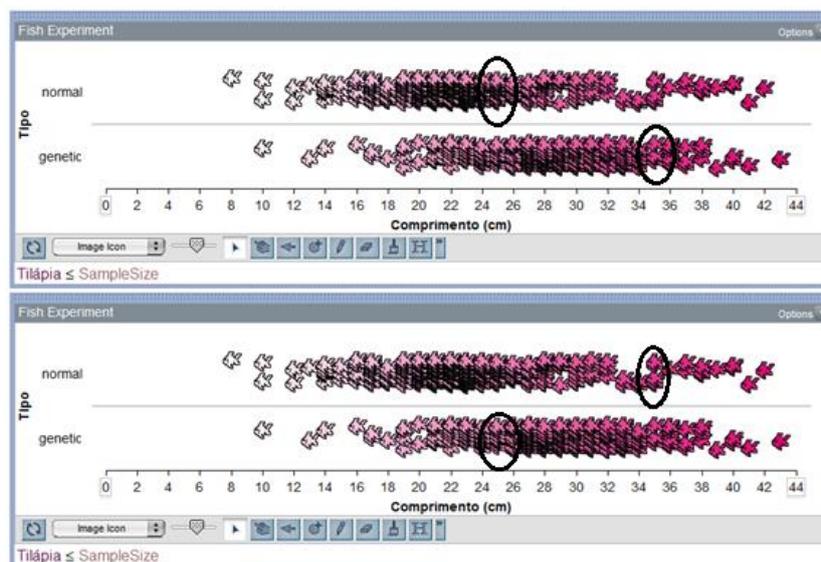


Observa-se que as estudantes fazem uma leitura das diferentes informações apresentadas no gráfico, aprofundando a interpretação inicial de que “era a mesma coisa”.

A Dupla constrói o *dot plot*, ocasião em que o pesquisador solicita que elas mostrem no gráfico onde estaria localizada a média (ver extrato de fala e Figura 117).

P.: Onde estaria localizada a média no gráfico?
 Rose: Entre 24 e 26 pro de cima [normal] e 34 e 36 para o de baixo [genéticos].
 P.: Por quê?
 Rose: Porque é mais ou menos.
 P.: Por que é mais ou menos?
 Rose: Porque é.
 P.: E você Eva?
 Eva: Entre 24 e 26 para os genético e entre 34 e 36 para os normal.

Figura 117 - Localização simbólica da média no dot plot por Rose e Eva (5º ano), respectivamente, na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



Observa-se que Rose localiza a média de forma adequada para os peixes normais e distanciada para os genéticos, enquanto com Eva acontece o contrário.

A Dupla é solicitada a estimar valores para as médias de comprimento dos tipos de peixes (ver extratos de fala).

P.: Que valores vocês acham que são as médias para os dois tipos de peixe?

Rose: 6 os normal e 26 os genéticos.

Eva: 20 os normal e 42 os genético.

P.: Por que vocês escolheram esses valores?

Eva: Porque tem muitos aqui [referindo-se aos peixes próximos do 42 para os genéticos].

Eva: Porque eu acho.

Observa-se que Rose se aproxima do valor real em relação a sua estimativa numérica para os genéticos, mas fica distante em relação aos peixes normais. Eva se aproxima relativamente em relação aos peixes normais e estima um valor distante em relação aos genéticos.

De um modo geral, as estudantes se basearam em massas de dados específicas para estimar um valor para a média e continuam afirmando que os peixes genéticos foram aqueles que cresceram mais. Embora as suas conclusões tenham sido adequadas, as suas estimativas demonstram a ausência de um padrão na localização e estimativa numérica da média, aspecto esse que contribui para caracterizar as suas respostas como de nível uniestrutural.

A dupla clica na ferramenta *stack* e Eva muda a sua estimativa numérica de 42 para 44 em relação ao valor da média para os peixes genéticos. Em seguida clicam na ferramenta *média* e ficam satisfeitas por terem parcialmente acertado estimado de forma adequada à média.

As estudantes elaboraram 4 representações distintas na interpretação dessa situação, similares àquelas utilizadas na Q1 pela Dupla 2 Hélio e Ana, (ver Figura 107).

A dupla mistura os plots, voltando à janela inicial do Tinkerplots com os 625 plots. Em seguida o pesquisador introduz a Q3 (Se a gente diminuir a quantidade de peixes vai aumentar ou diminuir o valor da média?) e solicita que elas diminuam o tamanho da amostra para 25 peixes, usando a ferramenta *SampleSize*.

As estudantes iniciam a interpretação da questão inserindo os atributos tipo de peixe no eixo vertical e comprimento no eixo horizontal, e logo em seguida acionam a ferramenta *stack* sem a intervenção do pesquisador (ver extrato de falas e Figura 118).

Pesquisador: A média agora com 25 peixes vai ser diferente?

Rose: Não.

Eva: Não.

P.: Quem cresceu mais?

Eva: Os normal agora.

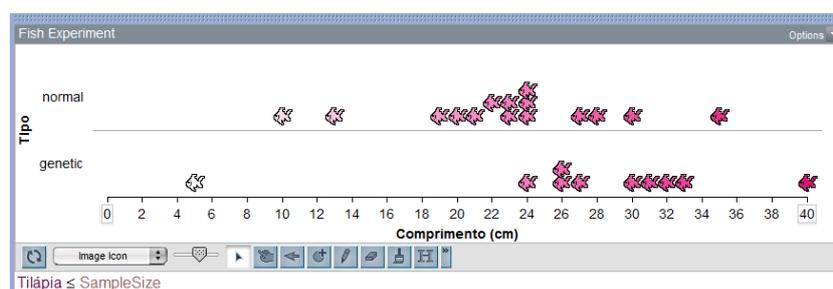
P.: Por que tem mais normal?

Eva: É.

P.: E por quê tem mais eles vão crescer mais?

Rose: Não.

Figura 118 - Dot plot produzido por Rose e Eva (5º ano), na interpretação da Q3 da Situação AD-MD.



Observa-se que elas mudam as conclusões que vinham fazendo sobre essa situação de pesquisa em que consideraram que os peixes genéticos tinham crescido mais tanto na Q1 com na Q2.

A Dupla constrói o *dot plot* e o pesquisador questiona onde estaria localizada a média no gráfico (ver extrato de falas e Figura 119).

P.: Onde está localizada a média aí no gráfico?

Rose: Entre 20 e 24 pros normal e entre 24 e 28 pros genético.
 P.: E você Eva?
 Eva: Esse aqui para os normal [referindo-se ao plot de valor 10] e entre 24 e 28 pros genético.
 P.: Por quê?
 Rose: Porque sim professor, é que tem mais peixes juntos nessa parte.

Figura 119 - Localização simbólica da média por Rose e Eva (5º ano), respectivamente, na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



Com exceção da localização de Eva para os peixes normais, a Dupla considera a massa de dados na localização simbólica da média. Na estimativa de um valor numérico para a média de comprimento dos peixes, as estudantes se baseiam também na massa de dados (ver extrato de falas).

P.: Que número vocês acham que são as médias para os peixes do gráfico?
 Rose: Acho que 24 pros normal e 26 pros genético.
 P.: Eva?
 Eva: Eu Acho que 10 pros normal e 24 pros genético.
 P.: Por quê?
 Rose: Tá mais junto os peixinho.
 Eva: Porque eu acho tio.

A estimativa de Rose toma como base os plots mais altos da distribuição, os quais em termos de medida de tendência central equivalem à moda da distribuição. Já Eva, escolhe o valor mínimo para os peixes normais, se distanciando do valor real da média, enquanto para os genéticos, a sua estimativa se aproxima do valor real. Em termos dos níveis de resposta sobre a média, as explorações dessa dupla, foi considerada uniestrutural, porque ambas não construíram um padrão para as suas respostas e ao que

parece escolheram lugares específicos para localizar e estimar a média, mas sem analisar a questão de forma abrangente.

A Dupla clica na ferramenta média do software sendo confrontadas com os valores reais para ambos os tipos de peixes e percebem mais uma vez que os peixes geneticamente modificados cresceram mais do que os normais e assim o fazendeiro fez um bom negócio.

Elas elaboraram quatro representações distintas na interpretação da Q3 e que foram semelhantes àquelas produzidas por ocasião da interpretação da Q2 (Figura 107).

A quarta dupla do **5º ano, Pedro e Paulo (Dupla 4)**, inicia a interpretação da Q1, enfatizando que o fazendeiro foi enganado, apenas pela leitura da questão e sem analisar os dados.

Após elaborarem o gráfico de escala intervalar, inserindo o atributo tipo de peixe no eixo vertical e comprimento no horizontal, a Dupla é solicitada a realizar interpretações a partir dos dados pelo pesquisador (ver extrato de falas e Figura 120).

P.: O que aconteceu?

Pedro: Achei, achei... os normais ficaram mais do que os genéticos.

Paulo: Esses aqui são os mais novinhos e esses ali os mais velhinhos [se referindo à divisão dos intervalos e ao comprimento].

P.: Aí não é idade, é o comprimento não é?

Paulo: Ahhh é mesmo [risos].

P.: O que é que vocês acham, já dá para saber se quem cresce mais é o genético ou normal?

Pedro: É o genético.

P.: Por quê?

Pedro: Porque aqui tem mais do que o normal.

P.: Como é que a gente sabe quem tem mais?

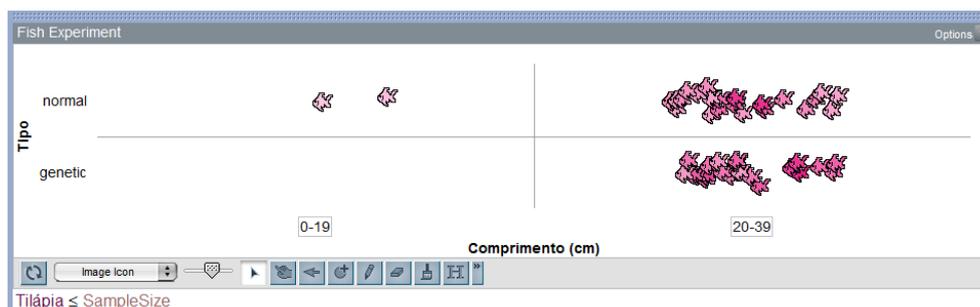
Pedro: [Fica pensativo].

P.: Por que tem mais vai crescer mais?

Pedro: Vai.

Paulo: É.

Figura 120 - Gráfico de escala intervalar produzido no TinkerPlots pela dupla Pedro e Paulo (5º ano) na interpretação da Q1 Situação AD-MD.



A Dupla constrói o *dot plot* e é indagada a localizar a média no gráfico (ver extrato de falas e Figura 121).

P.: Onde está localizada a média no gráfico?

Pedro: Aqui [aponta com o mouse o peixe de valor 28 para os normais] e aqui [aponta com o mouse o peixe de valor 23 para os genéticos].

Paulo: Acho que o meu é aqui [aponta com o mouse o peixe de valor 24 para os normais] e aqui [aponta com o mouse o peixe de valor 28 para os genéticos].

P: E por que é aí?

Pedro: Porque é a média.

P: E por que é a média?

Pedro: Porque está aí!! [Não soube justificar].

Figura 121 - Localização simbólica da média por Pedro e Paulo (5º ano), respectivamente, na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.

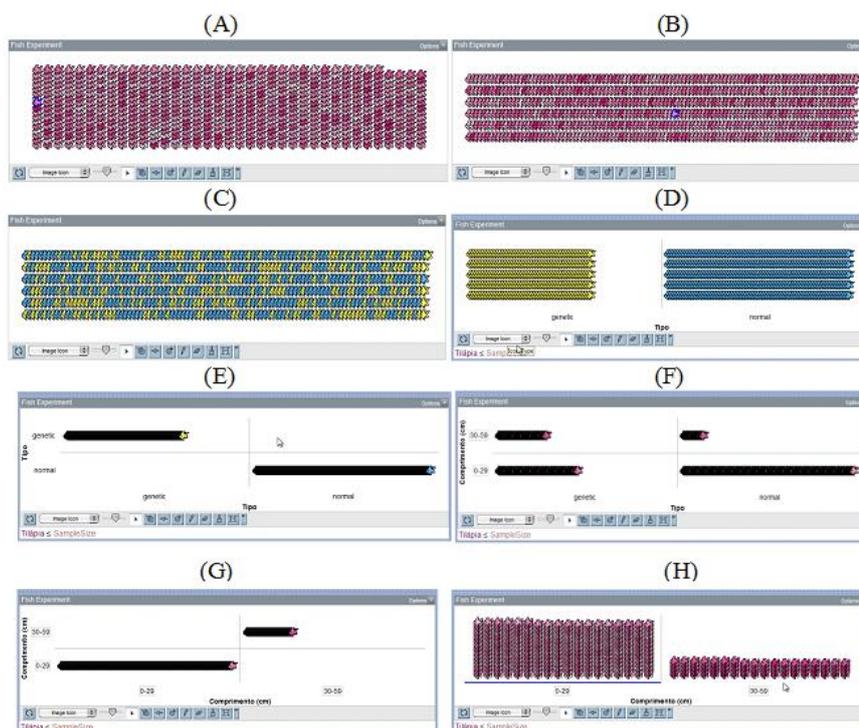


Os estudantes escolheram *plots* isolados para localizarem a média. Os *plots* estimados por Pedro não se situam próximos à região onde se localiza a média. Paulo acertou exatamente o local onde se encontra a média para ambos os tipos de peixes. Ao que parece os estudantes tentaram relacionar o valor único da média observado nas outras situações, essa estratégia também foi realizada por Rose e Eva (Dupla 3).

Quanto à estimativa numérica da média Pedro e Paulo afirmam que vão ser os mesmos valores estimados na localização. O pesquisador intervém e solicita que os estudantes cliquem na ferramenta média e observem o valor real da mesma (ver extrato de falas e Figura 122).

ferramenta *stack* horizontal (C); gráfico de uma variável (tipo de peixe) com ferramenta *stack* horizontal (D); gráfico com atributo tipo de peixes nos dois eixos e ferramenta *stack* horizontal (E); gráfico de escala intervalar com ferramenta *stack* horizontal (F) gráfico com atributo comprimento nos dois eixos e com ferramenta *stack* horizontal (G) e gráfico do comprimento com *stack* vertical e ferramenta média (H) (ver Figura 122).

Figura 123 - Representações utilizadas por Pedro e Paulo (5º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



Os estudantes testaram algumas possibilidades por meio do manuseio das ferramentas do TinkerPlots, para conseguirem interpretar os gráficos e posteriormente resolverem a questão. O pesquisador permitiu que esse processo acontecesse de forma livre para que os estudantes pudessem perceber alguns dos diversos caminhos e representações que o *software* disponibiliza para o trabalho com gráficos.

Na última representação elaborada (Gráfico H; Figura 123), observa-se que os estudantes inserem a ferramenta média, contudo como os plots estão organizados em intervalos, tem-se apenas uma indicação da sua localização.

Com a intervenção do pesquisador os estudantes constroem o *dot plot* e passam à atividade de localização simbólica da média (ver extrato de falas e Figura 124).

P.: Onde está localizada a média aí no gráfico?

Pedro: Pros peixe normal acho que 24, e 28 pros genético.

P.: E você Paulo?

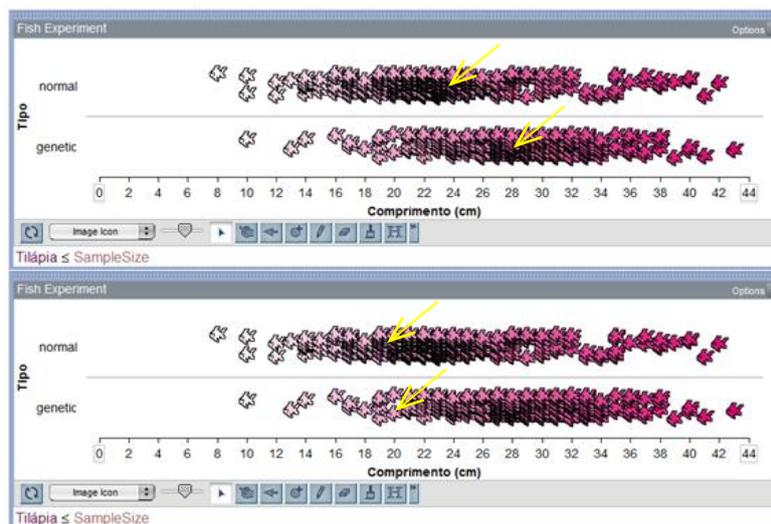
Paulo: Pros peixe normal acho que 18, e 20 pros genético.

P: Por que você acha que é 28 e não outro número?

Pedro: Porque é a média...Porque é os peixe...Porque está dividindo ao meio.

Paulo: [Fica em silêncio].

Figura 124 - Localização simbólica da média no dot plot por Pedro e Paulo (5ºano), respectivamente, na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



Observa-se que Pedro justifica a sua estimativa simbólica da média utilizando uma resposta baseada na ideia de meio. Essa abordagem revela um tipo de resposta multiestrutural, por envolver noções intuitivas de medidas de tendência central, particularmente a mediana. Paulo não justifica a sua resposta, mas aparentemente se baseia no início da massa de dados para localizar a média. Como suas estimativas apresentam-se distanciadas da média real, considera-se como uniestrutural.

Os estudantes então são indagados a estimarem os valores numéricos para as médias de comprimento dos peixes, e afirmaram que seriam os mesmos valores estimados à localização da média, isso é: 24 para os peixes normais e 28 para os genéticos conforme estimativa de Pedro; 18 para os peixes normais e 20 para os genéticos de acordo com Paulo.

Com a intervenção do pesquisador, os estudantes clicam na ferramenta média e são confrontados com os seus valores reais (ver extrato de falas e Figura 125).

Paulo: [clica na ferramenta média].

Pedro: Aeeeeeeee eu não disse que ia acertar? É 28 mesmo...[referindo-se ao tipo de peixe genético].

P.: Por quê?

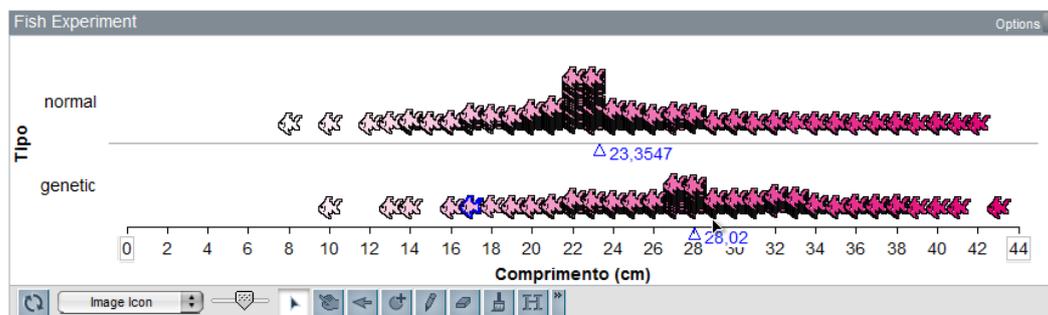
Pedro: Eu disse a tu que eu ia acertá!

Paulo: Errei...pensei que ia ser outro número [em relação a média real].

Pedro: Porque foi quase no meio [referindo-se a média de ambos os tipos de peixe].

Paulo: [Ficou em silêncio].

Figura 125 - Dot plot com a ferramenta média e stack acionadas por Pedro e Paulo (5ºano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



Essa dupla interpretou de forma coerente a questão, mesmo não acertando todos os valores e regiões para as médias reais. Eles se destacaram no que concerne ao número de representações utilizadas para interpretar a Q2, no total foram 10 representações, as oito primeiras já disponibilizadas na Figura 122 e mais as seguintes duas representações: *dot plot* simples e *dot plot* com ferramenta *stack* acionada (Figuras 124 e 125).

Ao finalizar a interpretação da Q2, a dupla mistura os plots, retornando à janela inicial com os 625 plots (Figura 99). O pesquisador introduz a Q3 (se a gente diminuir a quantidade de peixes vai aumentar ou diminuir o valor da média?) e solicita que a Dupla use a ferramenta *Samplesize* para diminuir o tamanho da amostra para 25 peixes.

Assim com as duplas anteriores, Pedro e Paulo por já estarem habituados a construir o dot plot, percebem que a única diferença é a quantidade de peixes envolvidos e assim elaboram o dot plot, clicando em seguida na ferramenta média. Nessa ocasião, o pesquisador solicita que eles localizem a média no gráfico (ver extrato de falas e Figura 126).

P.: Onde está localizada a média aí no gráfico?

Pedro: Pros peixe normal acho que 24 e pros genético, 26.

P: E você Paulo?

Paulo: Acho que 20 o normal e 24 o genético.

P: Por quê?

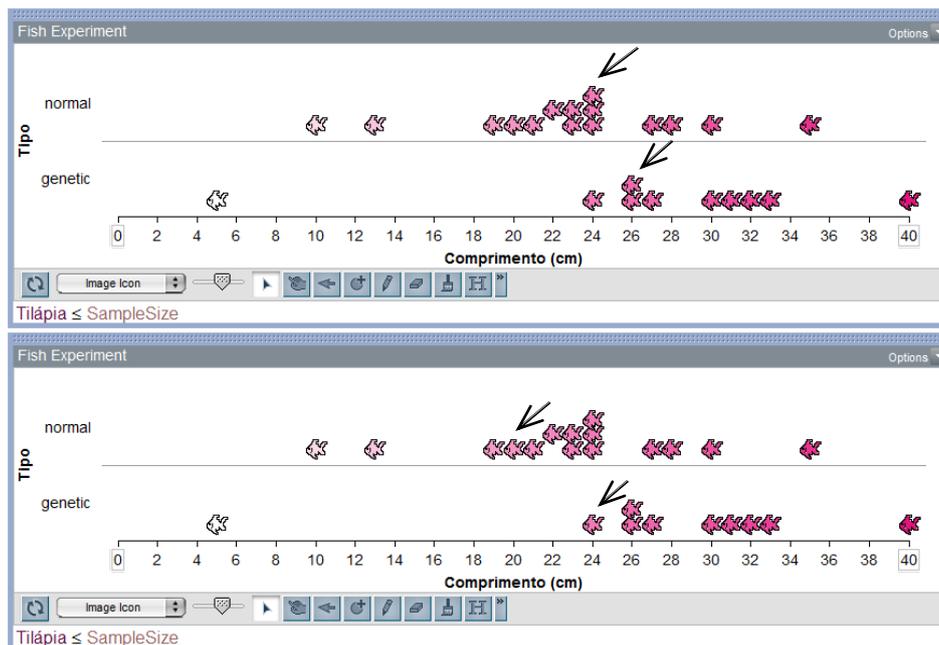
Paulo: Porque é a média tio, tem que dizer porque toda hora...

Pedro: É porque ficou mais pouco dos mais muitos [referindo-se a essa amostra em relação àquela com 625 peixes].

Pedro: Tá mais perto do meio professor.

P: OK!

Figura 126 - Localização simbólica da média no dot plot por Pedro e Paulo (5ºano,) respectivamente, na interpretação da Q3 da Situação AD-MD.



A estratégia de Pedro na Q2 com 625 peixes, e agora na Q3 com 25 peixes remete à consideração da ideia de meio. Observa-se que os valores escolhidos por ele foram os valores da moda para ambos os tipos de peixe. Mesmo raciocinando de maneira intuitiva, o estudante escolhe a moda e ainda faz referência ao meio da distribuição para localizar e estimar a média. O que revela uma resposta multiestructural.

Paulo mais uma vez não justifica a sua resposta, mas ao que parece ele escolheu valores que estavam entre aqueles máximos e mínimos. Além disso, ele não demonstra estratégia explícita para localizar e estimar numericamente a média, esboçando assim uma resposta de nível uniestructural. Nesse tipo de resposta, o estudante localiza e estima a média a partir de um aspecto apenas, mas sem fazer referência às medidas de tendência central e nem à massa de dados da distribuição.

A dupla elaborou quatro representações distintas na interpretação dessa situação as quais foram semelhantes àsquelas que eles elaboraram na interpretação da Q1 (Figura 107).

De um modo geral, as duplas do 5º ano apresentaram facilidade na produção e interpretação de gráficos nas três questões (Q1, Q2 e Q3) da situação de pesquisa amostras diferentes e médias diferentes. Além disso, souberam manusear as ferramentas do TinkerPlots apresentando em alguns momentos autonomia para tanto. Apenas a Dupla 3 Rose e Eva, apresentaram dificuldade na produção e interpretação dos gráficos da Q1. A ferramenta stack em particular, foi bastante utilizada por essas duplas.

Os estudantes fizeram associações entre o contexto do problema e a interpretação dos dados, concluindo de forma coerente o problema destacando nesse sentido que o pesquisador havia feito um bom negócio ao comprar os peixes geneticamente modificados. A conclusão da Dupla 1, notadamente a de Laís, evidenciou uma resposta mais elaborada, uma vez que a estudante avalia o problema a partir dos valores da média. Ela destaca que a negociação feita pelo fazendeiro foi “nem lá, nem cá”, o que possivelmente envolve a ideia de que a diferença na média de crescimento dos peixes geneticamente modificados foi pequena em comparação com a média dos peixes normais.

Com relação ao tamanho das amostras que variou nas três questões, nos chamou atenção a quantidade de representações elaboradas pela Dupla 4, Pedro e Paulo, que na Q2 com a amostra de 625 plots, elaboraram dez representações gráficas. Sendo que oito dessas foram elaboradas a partir da imagem dos 625 plots misturados.

Dando continuidade ao processo de interpretação da Situação 3 que envolve amostras diferentes e médias diferentes (AD-MD), a Dupla **Mario e Eri do 9º ano (Dupla 1)** inicia a interpretação da Q1, construindo o gráfico de escala intervalar com o atributo comprimento no eixo vertical e tipo de peixe no horizontal. Em seguida, já passam a fazer a leitura do gráfico (ver extrato de falas e Figura 127).

P.: E aí o que aconteceu?

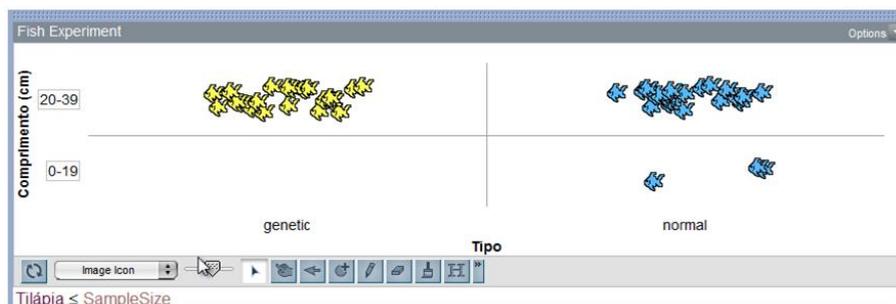
Mario: Aí separou os geneticamente modificados dos normais e o comprimento.

P.: E aí já dá para entender melhor os dados e tirar alguma conclusão?

Eri: [Fica observando o gráfico em silêncio].

Mario: Parece que tem mais geneticamente modificados, ali em cima de 20 e 39 são maiores do que os dois de baixo de 0 e 19.

Figura 127 - Gráfico de escala intervalar produzido pela dupla Mario e Eri (9º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.



Observa-se que Mario faz uma leitura literal dos dados, acompanhando a separação das variáveis nos intervalos maiores e menores e em seguida já interpreta o gráfico.

A Dupla constrói o *dot plot* e Mario reitera a sua conclusão inicial de que existem mais peixes genéticos do que normais. O pesquisador então solicita que eles localizem a média no gráfico (ver extrato de falas e Figura 128).

P.: Onde está localizada a média aí no gráfico?

Mario: Entre 20 e 32 para os genéticos e entre 20 e 30 para os normais.

P.: Eri?

Eri: Entre 21 e 30 para os genéticos e entre 20 e 25 para os normais.

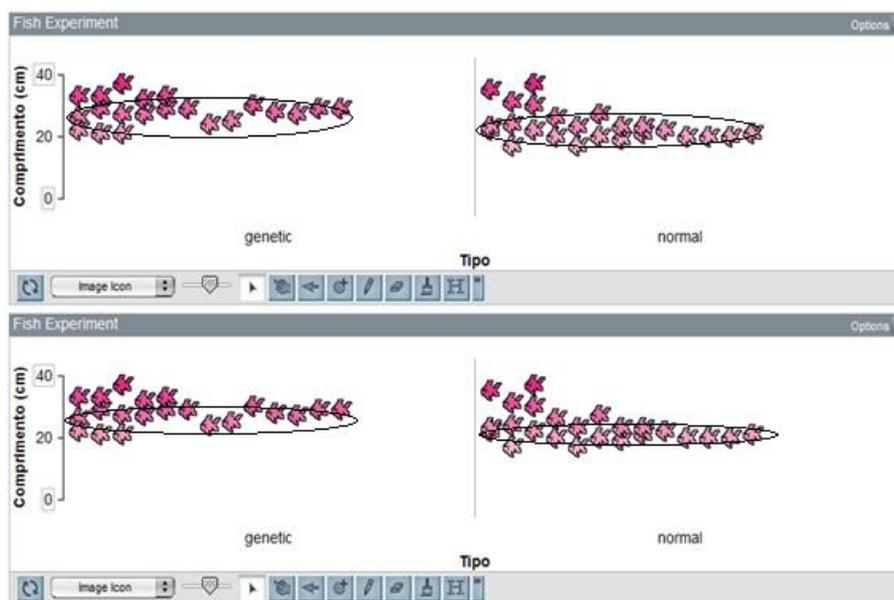
P.: Por quê?

Mario: Porque tem peixe que só aqui [referindo-se a massa de dados dos genéticos, isso é, a concentração de peixes] esses aqui estão só na mesma linha e os outros não [referindo-se aos plots agrupados no gráfico de ambos os tipos].

P.: E você Eri?

Eri: Porque aqui tem mais peixes [normais] e aqui é como uma linha [genéticos] [toma como base a resposta de Mario, reforçando o que ele disse].

Figura 128 - Localização simbólica da média no dot plot por Mario e Eri (9º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.



Os estudantes tomam como referência a massa de dados (concentração dos peixes em determinada região do gráfico) para localizar a média no gráfico e explicitam

essa estratégia ao justificarem suas respostas com base nas regiões de maior quantidade de peixes concentrados.

Ao estimarem numericamente as médias a Dupla 1 (9º ano) também se baseia na massa de dados (ver extrato de falas).

P.: Que números vocês acham que são as médias de comprimento dos peixes?

Mario: Na minha opinião seria 25 para os peixes genéticos e 20 para os peixes normais.

P.: E você?

Eri: O contrário, 20 para os genéticos e 25 para os normais.

P.: Porque vocês acham que são esses valores?

Mario: Porque se a gente olhar direito ali [na escala] é onde os peixes estão mais juntos um do outro.

Eri: Concordo com ele.

P.: Ok!

Observa-se que a dupla 1 considera que os plots mais próximos um do outro representam a média por estarem concentrados em um mesmo lugar.

Após clicarem na ferramenta média do *TinkerPlots*, a dupla 1 é confrontada com os valores reais e nessa ocasião o pesquisador os encoraja a comparar as suas estimativas com os dados do software (ver extrato de falas).

P.: Porque deu um pouco diferente da resposta de vocês?

Mario: É porque assim ficou mais difícil [referindo-se ao gráfico com a variável quantitativa no eixo vertical].

P.: Ele fez um bom negócio? (referindo-se ao Fazendeiro).

Mario: Ele fez um negócio ruim.

P.: Por quê?

Mario: Porque é pouca a diferença entre os dois [Em relação à pequena diferença entre as médias que era de 4,69 cm].

Eri: Concordo é isso.

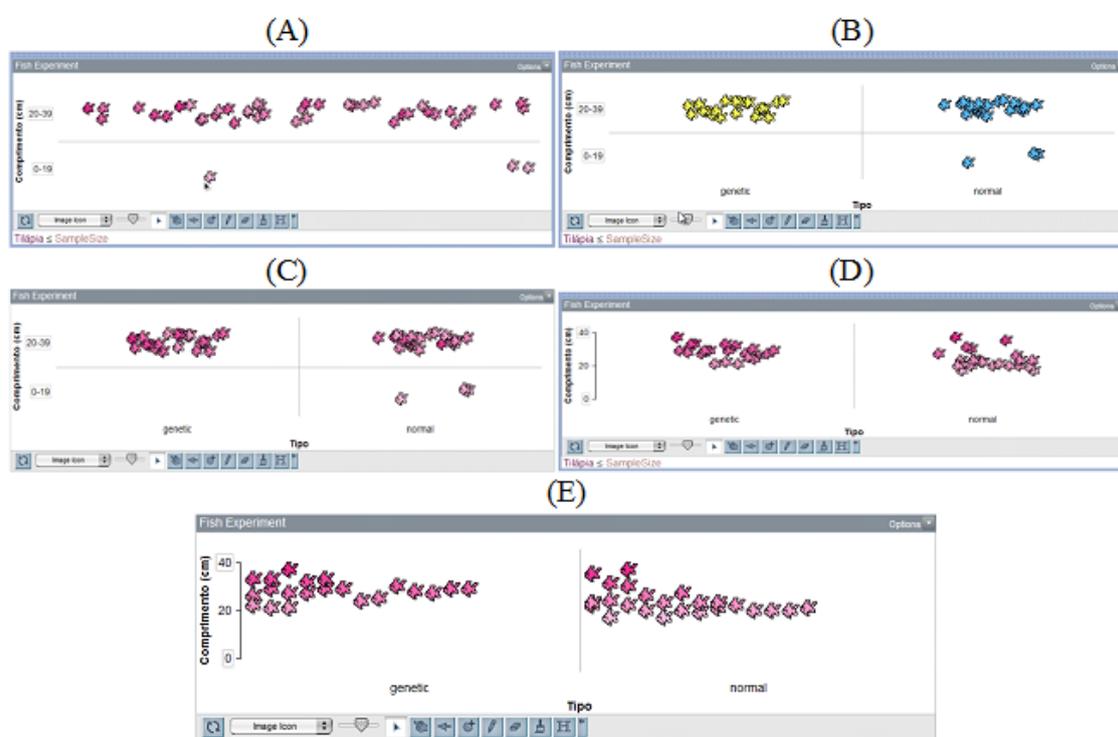
Observa-se que os estudantes fizeram uma estimativa adequada da média, mas o gráfico com a variável comprimento na vertical dificultou suas análises. A conclusão de Mario é adequada à Q1, pois de fato a diferença entre as médias de crescimento dos peixes é relativamente pequena. Uma reflexão desse nível só foi vista na (Dupla 2 do 5º ano Diva e Laís), o que demonstra que a questão possibilita diferentes interpretações, não podendo ser avaliada em termos de certo ou errado.

Os estudantes utilizaram a massa de dados (concentração dos plots) na escala para localizar e representar a média. Mario justifica a sua resposta e afirma que a média estaria localizada na massa de dados, que contemplavam a média e moda da distribuição estimando valores aproximados, assim esboçando uma resposta de nível multiestrutural, porque tem em sua essência a consideração das medidas de tendência central para a

concepção da média. Já Essa resposta é Eri não soube justificar a sua resposta e ao que parece se guiou pela resposta dada por Mario, assim desenvolvendo uma resposta de nível uniestrutural de acordo com a classificação de Watson (2006).

Os estudantes elaboraram 5 representações distintas na interpretação da Q1: gráfico de uma variável (comprimento) (A); gráfico de escala intervalar com atributo tipo de peixe selecionado (B); gráfico de escala intervalar com atributo comprimento selecionado (C); dot plot (D) e dot plot com ferramenta *stack* (E) (Figura 129).

Figura 129 - Representações utilizadas pela dupla Mario e Eri (9º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.



Os estudantes foram solicitados a misturar os plots e voltar à janela inicial do *TinkerPlots* com 45 dados (ver Figura 98, p.144). O pesquisador insere a Q2:(e se a gente aumentar a quantidade de peixes vai aumentar o valor da média? O que vai acontecer?) e solicita que eles usem a ferramenta *SampleSize* para aumentar o tamanho da amostra para 625 peixes (Figura 99, p145).

Ao visualizar a janela com os 625 plots misturados, a primeira reação da Dupla foi afirmar que a questão iria dar bem mais trabalho devido à quantidade de plots envolvidos.

Como já estavam familiarizados com o processo de interpretação e de manipulação das ferramentas do software, os estudantes imediatamente produzem o

gráfico de escala intervalar, inserindo o atributo comprimento no eixo vertical e tipo de peixe no horizontal; clicam ainda na ferramenta número (ver extrato de falas e Figura 130).

P.: Pronto, o que aconteceu aí?

Mario: Ele separou [os tipos de peixe e comprimento].

P.: Em que?

Mario: De 0 a 29 tem mais genético e normal. E de 30 a 59 tem mais genético do que normal...mais do que o dobro [referindo-se aos 94 peixes genéticos em relação aos 39 normais contidos no intervalo 30-59].

P.: E aí a gente já tem alguma compreensão sobre os dados?

Mario: É, vai dá o mesmo.

P.: Diga mais...

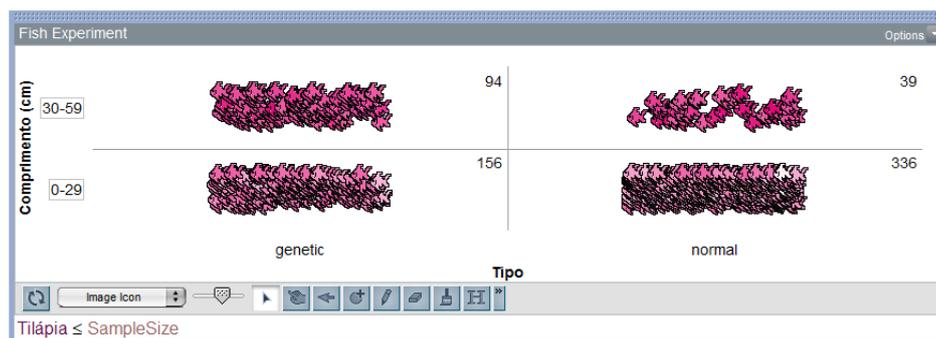
Mario: Tem mais peixes genéticos de 0 a 29 do que de 30 a 59. E tem menos peixes normal de 30 a 59, mas, tem muito mais normal de 0 a 29.

Eri: É isso mesmo.

P.: Quem irá crescer mais os normais ou genéticos?

Mario: Não sei ainda.

Figura 130 - Gráfico de escala intervalar produzido pela Dupla Mario e Eri (9º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



A dupla consegue fazer leitura entre os dados do gráfico. Mario inicialmente compara a quantidade de plots para os genéticos e normais nos dois intervalos, alternadamente. Contudo, o gráfico não ajuda a uma conclusão.

A dupla constrói o *dot plot* e clica na ferramenta *stack*, sem a intervenção do pesquisador. Eles então são indagados a localizarem a média no gráfico (ver extrato de falas e Figura 131).

P.: Onde está localizada a média?

Mario: Entre 10 e 40 para os normais e entre 20 e 40 para os genéticos.

Eri: Entre 19 e 38 para os genéticos e entre 15 e 38 para os normais.

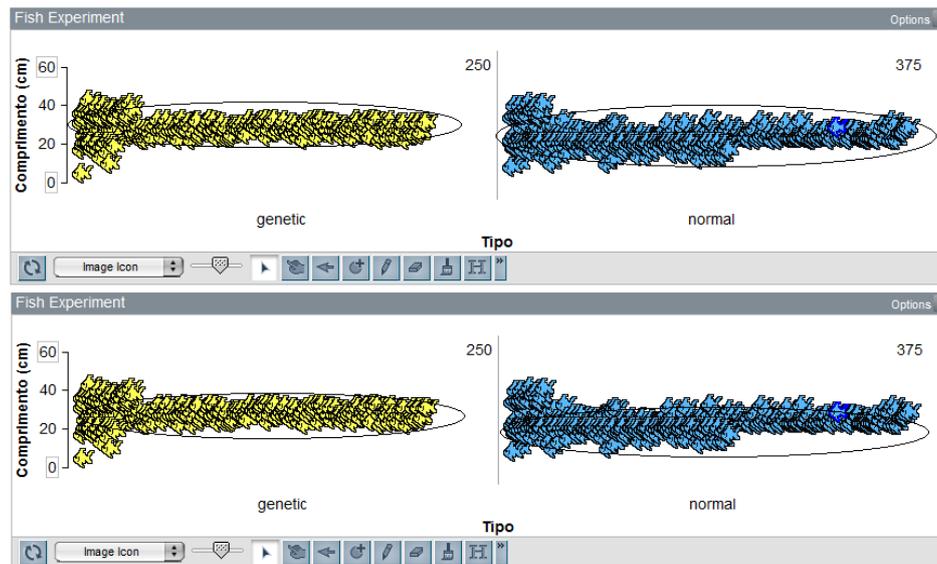
P.: Por quê?

Mario: Porque é onde está mais concentrado os peixes.

P.: E para você Eri?

Eri: É por que é onde tem mais peixe aqui no gráfico.

Figura 131 - Localização simbólica da média no dot plot por Mario e Eri (9º ano), respectivamente, na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



Na localização da média no gráfico, a dupla toma como base a massa de dados (concentração de plots). Essa forma de abordagem envolve a ideia de que “a média é um valor representativo dos dados, ou seja, é o valor que está mais próximo de todos”, conforme discutido por Strauss e Bichler (1988).

Os estudantes prosseguem na interpretação da Q2 e são solicitados pelo pesquisador a estimarem um valor numérico para os comprimentos dos peixes (ver extrato de falas).

P.: Quais valores vocês estimam para as médias de comprimento dos peixes?

Eri: Eu acho que para os normais 22 e para os genéticos 28.

P.: Eri?

Mario: Para os normais 25 e para os genéticos 30.

P.: Por quê?

Mario: É porque tem mais nessas partes [referindo-se a massa de dados das duas distribuições?].

Eri: É isso aí professor, pela quantade de peixes juntos!

Observa-se que as estimativas numéricas dos estudantes, situam-se aos valores reais. O pesquisador ainda questionou à Dupla 1 (9º ano) se o fazendeiro tinha realizado um bom negócio ou se fora enganado pelo vendedor (ver extrato de falas).

P.: Certo, e se fosse para você responder agora com esse cardume, o fazendeiro fez um bom negócio ou não?

Mario: Não!

Eri: [Fica em silêncio e com expressão de dúvida].

P.: Por quê?

Mario: Se ele estiver vendendo o geneticamente mais caro ele fez um bom negócio, mas se for o mesmo preço dos normais, não, porque os normais vendem mais e tem mais também aqui.

P.: E aí Eri, concorda com ele?

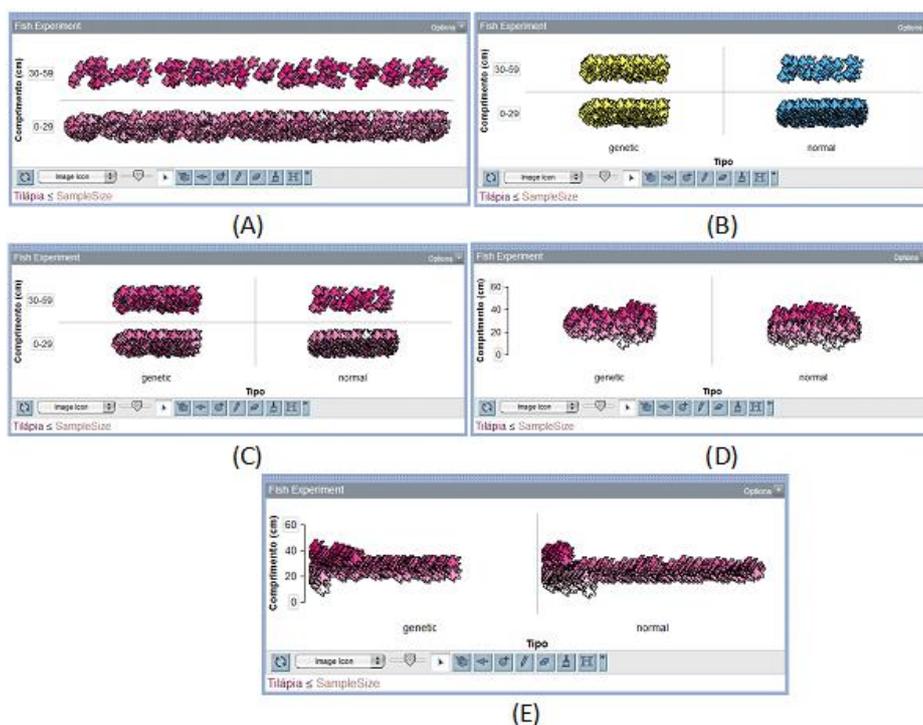
Eri: [Acena com a cabeça dizendo que sim].

O estudante Mario faz uma interpretação em relação ao seu ponto de vista e a partir dos seus conhecimentos prévios sobre o assunto. Nesse processo, ele inclui uma terceira variável que não estava nos dados: o valor da venda dos peixes. Conforme Curcio (1987), essa forma de leitura do gráfico é mais elaborada, pois envolve inferências, configurando-se numa leitura além dos dados.

Essa dupla esboçou a resposta de nível multiestrutural nas explorações sobre a média, porque se baseou na massa de dados para estimar simbólica e numericamente a média no gráfico. Na massa de dados encontra-se a moda que é uma das medidas de tendência central e de acordo com Watson (2006), quando o estudante interpreta a média levando em consideração outras medidas de tendência central, ele está desenvolvendo uma resposta de nível multiestrutural.

A dupla elaborou 5 representações distintas na interpretação da Q2: gráfico de uma variável (comprimento) (A); gráfico de escala intervalar com atributo tipo de peixe selecionado (B); gráfico de escala intervalar com atributo comprimento selecionado (C); dot plot (D) e dot plot organizado com ferramenta *stack* horizontal(E) (Figura 132).

Figura 132 -Representações utilizadas pela Dupla Mario e Eri (9º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



Para dar início a Q3, os estudantes foram solicitados a misturar os 625 plots e voltar à janela inicial do *TinkerPlots*. O pesquisador retoma insere a Q3 (se a gente diminuir a quantidade de peixes vai aumentar ou diminuir o valor da média?) e solicita que os estudantes usem a ferramenta *SampleSize*, só que para diminuir o tamanho da amostra para 25 peixes (ver Figura 102, p.148).

Mario e Eri, geram o gráfico de escala intervalar, com o atributo comprimento no eixo vertical e tipo de peixe no horizontal. Em seguida constroem o dot plot e já acionam a ferramenta *stack*. O pesquisador, então indaga sobre onde estaria localizada a média no gráfico (ver extrato de falas e Figura 133).

P.: Onde estaria localizada a média no gráfico?

Mario: Acho que entre 25 e 32 para os genéticos. Entre 20 e 31 para os normais.

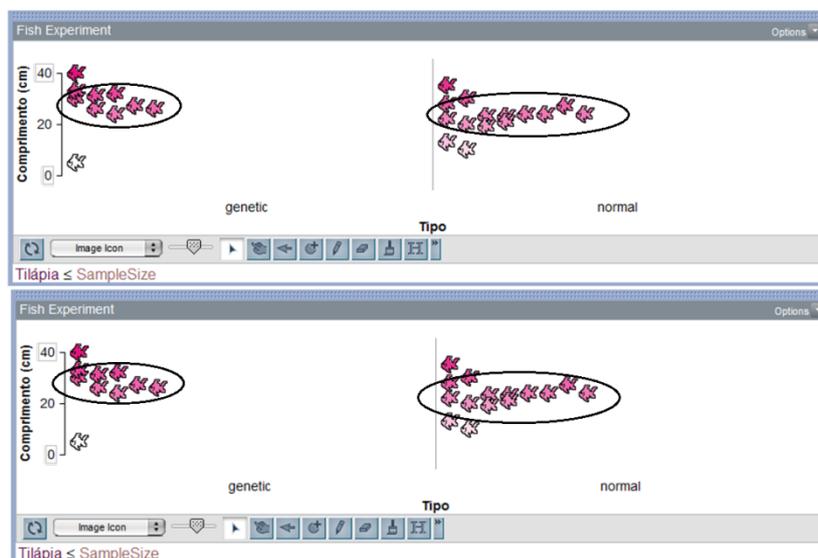
Eri: E eu acho que entre 22 e 37 para os genéticos. E entre 18 e 32 para os normais.

P.: Por quê?

Mario: Pela quantidade de peixes nessas partes.

Eri: É porque tem mais peixe aí! [Referindo-se as regiões circuladas].

Figura 133 - Localização simbólica da média no dot plot por Mario e Eri (9º ano) respectivamente, na interpretação da Q3 da Situação AD-MD.



A abordagem dos estudantes é baseada na massa de dados da distribuição que contempla o valor da média para ambos os tipos de peixe.

O pesquisador solicita que a Dupla estime as médias para os peixes normais e genéticos (ver extrato de falas).

P.: Que valores vocês estimam para as médias de comprimento dos peixes?

Mario: Para os normais 25 e para os genéticos 27.

Pesquisador: E ai Eri?

Eri: Os normais 23 e para os genéticos 27 também.

P.: Por quê?

Mario: É como na outra [refere-se a Q2], os peixes estão mais concentrado perto desses números que falamos, é o que eu acho.

Eri: É porque nessa parte eles estão mais alto, por isso acho que é ali.

A dupla justifica as suas respostas para as estimativas das médias também com base na concentração dos plots. Pelo fato da escala do *dot plot* estar na vertical, os intervalos ficaram de 20 em 20 e isso talvez tenha favorecido os estudantes no sentido deles terem uma noção dos números inseridos naquele intervalo, conseguindo de maneira exitosa fazer estimativas adequadas à situação.

A Dupla Mario e Eri (Dupla 1) se destacou na interpretação da Situação AD-MD, por terem conseguido nas três questões trabalhadas acertos parciais e totais em relação à localização e estimativa da média. A resposta dessa dupla esteve voltada para diferentes aspectos dos dados os quais eles buscaram integrar a partir da perspectiva da massa de dados e encontra-se, de acordo com a classificação de Watson (2006), num nível relacional. Além disso, eles não apresentam inconsistências na conclusão que extraem sobre dados.

Os estudantes elaboraram 5 representações distintas na interpretação dessa situação, similares àquelas que utilizaram na interpretação da Q1 (Figura 101).

A segunda dupla do **9º ano, Kátia e Fred (Dupla 2)**, inicia a interpretação da Q1 da terceira situação da pesquisa, construindo inserindo o atributo comprimento no eixo vertical (ver extrato de falas e Figura 134).

P.: O que aconteceu?

Kátia: Dividiu!

Fred: É.

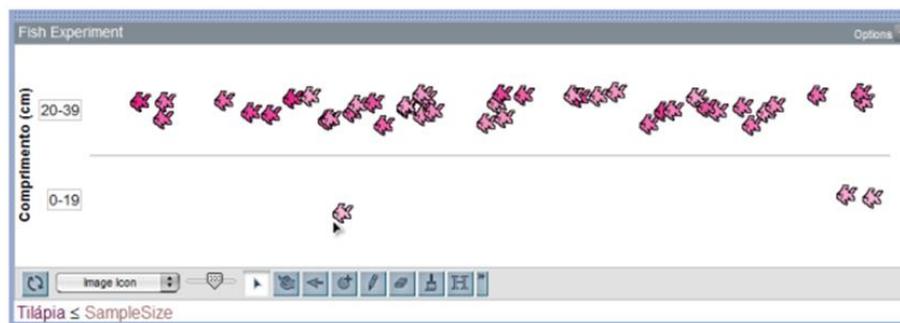
P.: O que é esse cm? (Referindo-se à sigla de centímetros para checar a compreensão da Dupla)

Fred: Centímetro.

Kátia: De 0 a 19 centímetros e de 20 a 39 centímetros.

Fred: É isso aí!

Figura 134 - Gráfico de uma variável produzido no TinkerPlots pela dupla Kátia e Fred (9º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.



Os estudantes inserem o atributo tipo de peixe no eixo horizontal gerando o gráfico de escala intervalar e em seguida já tiram as suas primeiras conclusões. Essa dupla tece uma discussão interessante a partir desse gráfico, conforme pode ser constatado no extrato de falas e Figura 135.

P.: O que aconteceu?

Kátia: Genetic e Normal.

P.: É porque está em Inglês. Muito bem Kátia e Fred, o que é que a gente pode entender com esses dados aí?

Kátia: Que é a mentira do homem lá para o fazendeiro.

P.: Do vendedor?

Kátia: Hurum...

P.: Por quê?

Kátia: Porque é maior.

P.: Os normais?

Kátia: Os normal são maior.

P.: Por quê?

Kátia: Eita porque, tudo tem por que...

Fred: Os genéticos. Os normais.

Kátia: São iguais o que?

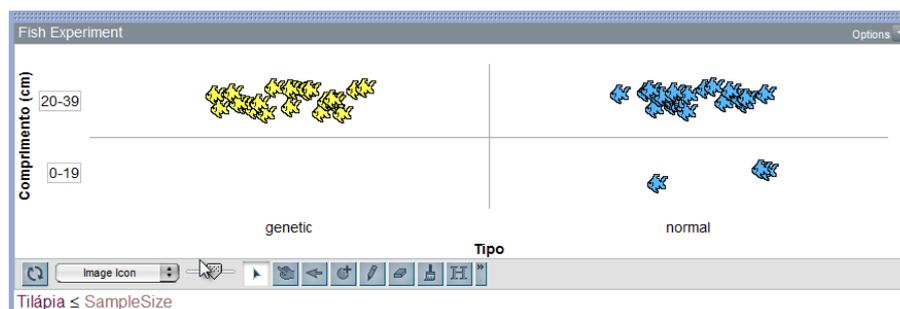
Fred: Não, os normais de 20 a 39 parece que estão em menor quantidade.

Kátia: Sim, mas não é pela quantidade não.

P.: E é por que então?

Kátia: Eu também não sei não...

Figura 135 - Gráfico de escala intervalar produzido pela dupla Kátia e Fred (9º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.



Essa passagem da entrevista é uma parte importante do processo interpretativo dessa Dupla na Q1, pois revela a construção de hipóteses pelos estudantes na tentativa deles compreenderem de maneira mais sistemática os dados. Nesse sentido, Fred ao referir que “os normais de 20 a 39 parece que estão em menor quantidade” já levanta uma hipótese importante na interpretação da questão. E que toma com base a quantidade de *plots*.

A dupla constrói o *dot plot* e é solicitada a localizar simbolicamente a média no gráfico (ver extrato de falas e Figura 136).

P.: Onde está localizada a média aí no gráfico?

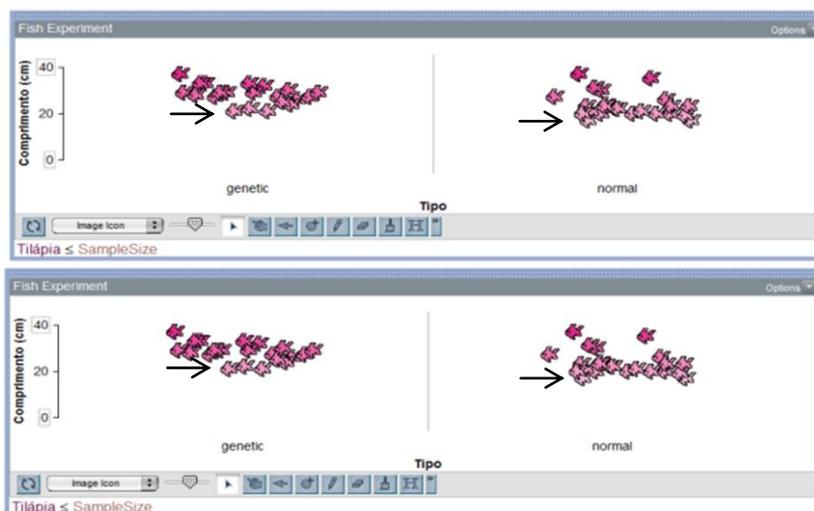
Kátia: Aqui no 21 para os genéticos e... no 18 ou 19 para os normal.

Fred: Pela quantidade que falei tá vendo. 21 também para os genético e 20 para os normais.

P.: Por quê?

Fred: Pela quantidade de peixes como eu falei [massa de dados].

Figura 136 - Localização simbólica da média no dot plot por Kátia e Fred (9º ano) respectivamente, na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.



Como podemos observar na Figura 136, os estudantes se embasaram nos plots de valores mínimos, para localizarem a média.

Quanto à estimativa numérica da média Kátia estima 19 para os normais e 21 para os genéticos, enquanto Fred estima o valor 18 para os normais e 19 para os genéticos.

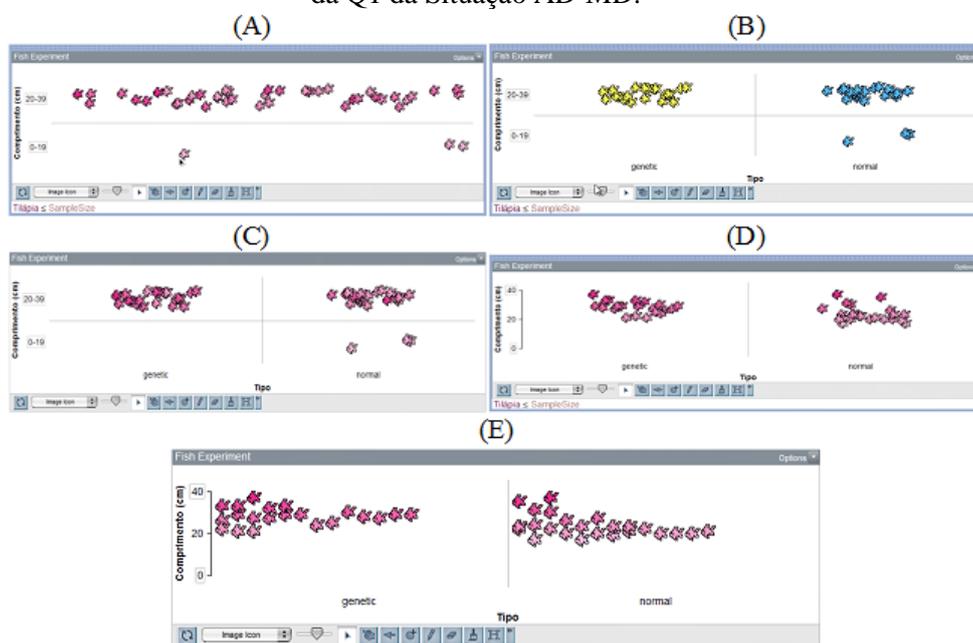
Logo após os estudantes terem dado as suas opiniões em relação às estimativas numéricas para a média, os mesmos clicaram na ferramenta média do *TinkerPlots* e foram assim confrontados com os valores reais. Eles perceberam que não acertaram os valores exatos, mas afirmaram que chegaram perto.

O pesquisador perguntou se o fazendeiro tinha realizado um bom negócio e os estudantes afirmaram que sim, porque os peixes genéticos tinham crescido mais do que os normais, fazendo assim uma interpretação coerente da Q1.

De um modo geral, a dupla se saiu bem na interpretação, mesmo não acertando os valores reais para as médias, mas imaginaram que a média estaria ligada de alguma maneira à massa de dados. Essa estratégia se mostrou bem forte para o estudante Fred que desde o começo da interpretação afirmava que estava se guiando pela quantidade de peixes, ou seja, pela concentração de peixes no gráfico. Essa dupla de acordo com a classificação proposta por Watson (2006) desenvolveu uma resposta de nível multiestrutural.

Os estudantes elaboraram 5 representações distintas na interpretação dessa situação: gráfico de uma variável (comprimento) (A); gráfico de escala intervalar com atributo tipo de peixe selecionado (B); gráfico de escala intervalar com atributo comprimento selecionado (C); dot plot (D); dot plot com ferramenta *stack* horizontal (E) (Figura 137).

Figura 137 - Representações gráficas utilizadas pela Dupla Kátia e Fred (9ºano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.



A dupla dá continuidade ao processo de interpretação de gráficos depois de realizar o aumento da amostra para 625, usando para tanto da ferramenta Samplesize do TinkerPlots. O pesquisador introduz a Q2 e logo em seguida, Kátia insere o atributo comprimento no eixo vertical e tipo de peixe no horizontal, gerando o gráfico de escala

intervalar. Eles também acionam a ferramenta número ao gráfico (ver extrato de falas e Figura 138).

P.: O que aconteceu?

Kátia: Meu Deus do céu! [Espanto ao ver a janela do TinkerPlots com os 625 plots misturados].

Fred: Tem muito bicho.

Kátia: Muito bicho o que?

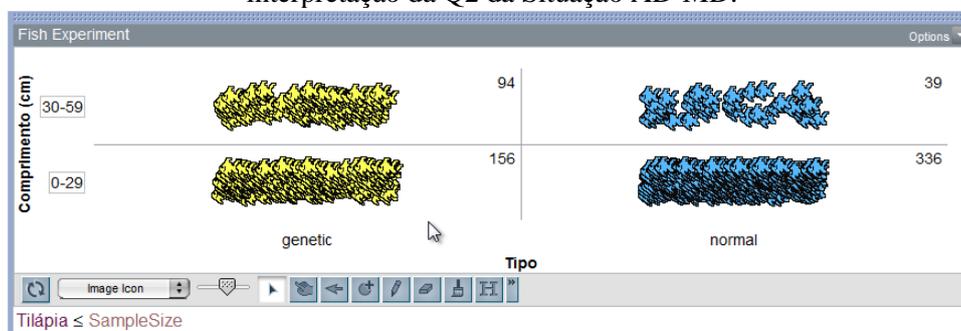
Fred: Muito peixe véi. Isso né bicho não é?

Fred: Esse número é o comprimento né? [variável comprimento].

Kátia: É menino...constrói o gráfico [referindo-se ao gráfico de escala intervalar) tu num sabe como é...Ou não aprendeu pelo amor de Deus!

Fred: Bota o outro gráfico que esse num tá dando para ver nada [referindo-se ao dot plot].

Figura 138 - Gráfico de escala intervalar produzido pela dupla Kátia e Fred (9º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



A dupla fica intrigada pelo número de peixes contido no gráfico e o estudante Fred solicita que sua colega crie o “outro”, referindo-se ao *dot plot*. Essa ação se deu talvez porque no gráfico acima, o atributo selecionado foi o tipo de peixe (variável qualitativa), não possibilitando a leitura a partir da ferramenta gradiente. Além disso, tem-se também a grande quantidade de peixes apresentada no gráfico.

A Dupla então constrói o *dot plot* e o pesquisador indaga onde estaria localizada a média no gráfico (ver extrato de falas e Figura 139).

P.: Onde estaria localizada a média aí no gráfico?

Kátia: Eu acho que de 40 a 60 para os genéticos e 25 para os normais.

P.: Fred?

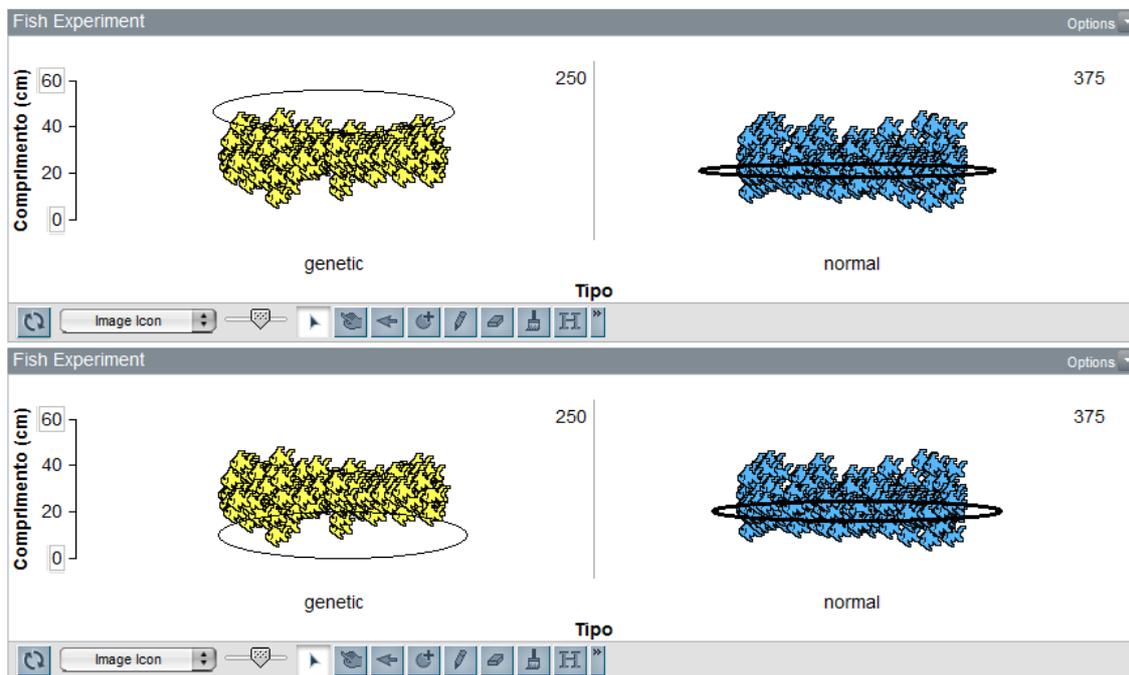
Fred: Acho que de 0 a 20 para os genéticos e de 20 a 25 para os normais .

P.: Por que?

Fred: Pela quantidade.

Kátia: Porque tá mais concentrado nos peixes aonde a gente disse.

Figura 139 - Localização simbólica da média no dot plot por Kátia e Fred (9º ano) respectivamente, na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



Os estudantes guiam-se por uma da massa de dados para o tipo de peixe normal e pelos valores máximos e mínimos para a localização dos genéticos. Com essa amostra de 625 peixes, o gráfico com a variável comprimento no eixo vertical é produzido com intervalos maiores, de 20 em 20, aspecto esse que pode ter tornado dificultoso para a Dupla utilizar, por exemplo, a ferramenta gradiente. Apesar dessa dificuldade, os estudantes localizaram a média de forma adequada para os peixes normais. Contudo, se distanciaram um pouco na região considerada para os peixes genéticos.

Quanto à estimativa numérica das médias, observa-se que os estudantes colocam em evidência a concentração de peixes (ver extrato de falas e Figura 140).

P.: Quais valores vocês acham que são as médias de comprimento dos peixes?

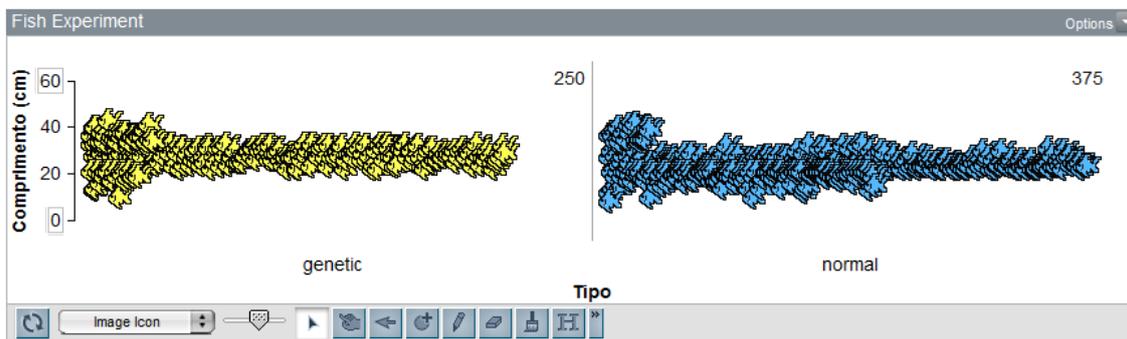
Kátia: Eu acho que 42 para os genéticos e 25 para os normais.

Fred: O meu é 25 para os genéticos e 20 para os normais, antes que o senhor pergunte é pela quantidade que eu acho...

P.: [risos].

Kátia: É porque tá mais concentrado como eu já falei.

Figura 140 - Dot plot com ferramenta stack acionada pela dupla Kátia e Fred (9º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



A dupla estimou os valores para as médias com base em suas localizações no gráfico, ou seja, Kátia estimou um valor próximo ao valor máximo para os peixes genéticos e estimou a partir da massa de dados para os normais. Fred estimou baseado na concentração de peixes, considerando os valores que estavam contemplados na massa de dados da distribuição. A estratégia utilizada pela dupla pode ser relacionada ao que Watson (2006) definiu como resposta Multiestrutural, porque intuitivamente eles tomam como referência a massa de dados contida no meio da distribuição e estimam um valor numérico dentro desse intervalo. Com exceção do caso de Kátia que estimou o valor máximo para os genéticos, a estratégia dos estudantes leva em consideração as medidas de tendência central: moda, mediana e a própria média, mas neste caso em específico, os estudantes se baseiam na moda, isso é no valor que aparece mais vezes na distribuição.

A Dupla 2 elaborou 5 representações distintas na interpretação da Q2, as quais foram similares àquelas utilizadas para interpretar da Q1 (ver Figura 137),fazendo-se uma ressalva para o fato do atributo selecionado no gráfico de escala intervalar ter sido o tipo de peixe para essa dupla, ao invés do atributo comprimento conforme consta na Figura 109.

Na análise da Q3 a dupla é solicitada a misturar os plots e a clicar na ferramenta Samplesize, diminuindo a amostra de 625 para 25 peixes.

O estudante Fred afirma veementemente que a média diminuirá para ambos os peixes, porque a quantidade de peixes diminuiu, mas Kátia discorda dessa afirmação (ver extrato de falas).

Fred: Agora a média diminui para os dois peixes, porque tem bem pouquinho.

Kátia: Não, não tem aquele ditado que é a ordem dos fatores não altera o resultado?

Fred: Tem.
Kátia Então?

Essa análise da Dupla é muito interessante e talvez tenha sido motivada por eles realizarem a modificação no tamanho da amostra a partir daquela trabalhada na Q2. Ao que parece Kátia compreendeu que independente da quantidade de plots no gráfico a média poderia seguir o mesmo padrão da questão anterior e não necessariamente diminuir.

Assim como as duplas anteriores, os estudantes já estavam habituados a construir o dot plot, dessa forma, a Dupla elaborou esse gráfico sem a intervenção do pesquisador. E de imediato acionou a ferramenta *stack* horizontal para que os dados ficassem organizados. O pesquisador então indaga onde estaria localizada a média (ver extrato de falas e Figura 141).

P.: Onde estaria localizada a média aí no gráfico?

Kátia: Eu acho que de 20 a 40 para os genéticos e de 15 a 38 para os normais.

P.: Fred?

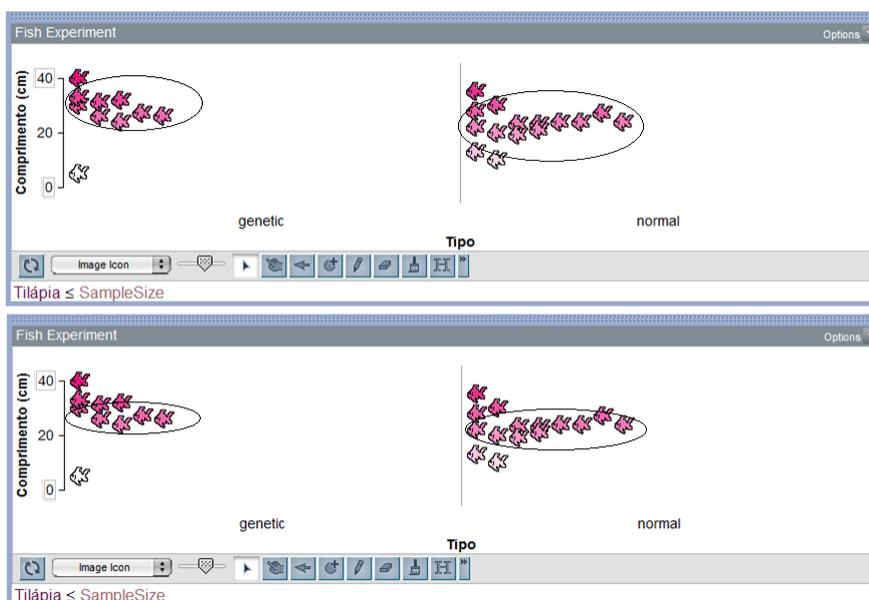
Fred: Acho que na parte do 15 e 30 para os peixes normais e de 20 e 30 para os genéticos.

P.: Por quê?

Kátia: Porque eles estão tudo próximo um do outro [refere-se à massa de dados].

Fred: Pela quantidade de peixes juntos.

Figura 141 - Localização simbólica da média no Dot plot por Kátia e Fred (9º ano) respectivamente, na interpretação da Q3 da Situação AD-MD.



A dupla faz a localização simbólica da média de forma adequada para a questão levando em consideração a massa de dados e reforçam, nesse sentido, que estão se guiando pela concentração de plots. Assim como na questão anterior a dupla desenvolveu respostas de nível multiestructural, porque utiliza a mesma estratégia para interpretar os dados, a partir das medidas de tendência central, mesmo que de maneira intuitiva.

O pesquisador solicita que os estudantes estimem valores para as médias de comprimento dos peixes normal e genético (ver extrato de falas).

P.: Quais seriam os valores das médias para os comprimentos dos peixes?

Kátia: Acho que 26 para os peixes genéticos e 16 para os normais.

Fred: Eita... acho que 31 para os genéticos e 28 para os normais.

P.: Por quê?

Fred: Lá vem ele com o porque...Eu já disse várias vezes que é pela quantidade....é isso.

Kátia: A concentração de peixes [risos].

Como podemos observar no extrato de falas acima, a dupla utiliza a estratégia baseada na “concentração e quantidade”, a qual vem sendo à base de suas respostas desde a Q1 dessa situação de pesquisa.

Ao clicar na ferramenta média, observam que acertaram alguns valores e se aproximaram de outros, tendo assim realizado uma interpretação adequada para a situação desenvolvida neste banco de dados.

Eles elaboraram 5 representações distintas na interpretação dessa situação de pesquisa, que foram similares as utilizadas para interpretar a Q1 desse banco de dados (ver Figura 137).

A terceira dupla do **9º ano, Sara e Maria (Dupla 3)**, insere o atributo tipo no eixo vertical, e comprimento no eixo horizontal, gerando assim o gráfico de escala intervalar e já passa a interpretar o gráfico (ver extrato de falas e Figura 142).

Maria: Ali tá maior [se referindo ao intervalo de 30 a 59].

Sara: Clica no tipo, Maria!

Maria: [Clica no atributo tipo].

P.: Já dá para tirar alguma conclusão? O que é que vocês estão entendendo dos dados?

Sara: Que o normal são maiores.

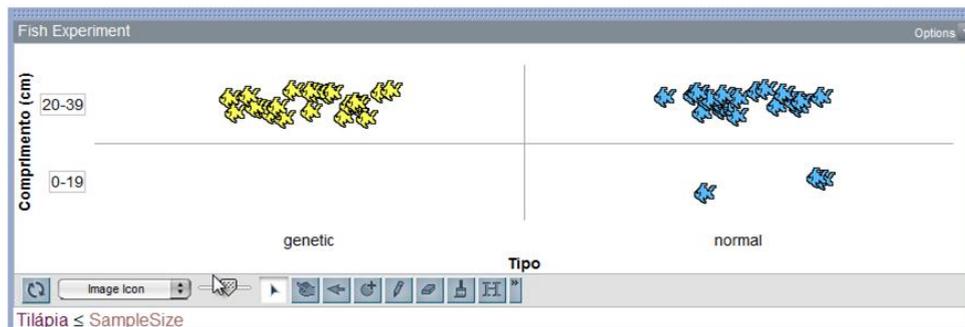
Maria: Que o genético é mais avançado!

P.: Por quê?

Maria: A porcentagem ali, tá mais!!! [A estudante considera porcentagem como uma maior quantidade de plots no intervalo de 30 - 59 dos peixes geneticamente modificados].

Sara: Nãããooo, é, foi mal.

Figura 142 - Gráfico de escala intervalar produzido pela dupla Sara e Maria (9º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.



A Dupla faz uma interpretação coerente de acordo com a quantidade de plots no intervalo 20-39.

A Dupla constrói o *dot plot* e imediatamente clica na ferramenta stack. Nessa ocasião, o pesquisador então solicita que elas localizem a média no gráfico (ver extrato de fala e Figura 143).

P.: Onde estaria localizada a média aí no gráfico?

Maria: No 20,5 para os peixe normal e uns 26,5 para os genético.

P.: Por quê?

Maria: Porque é onde está mais concentrado, pode ver aqui no 20,5 e pode ver que tem uma porção a mais e o 26,5 também ó, é a porção mais complicada.

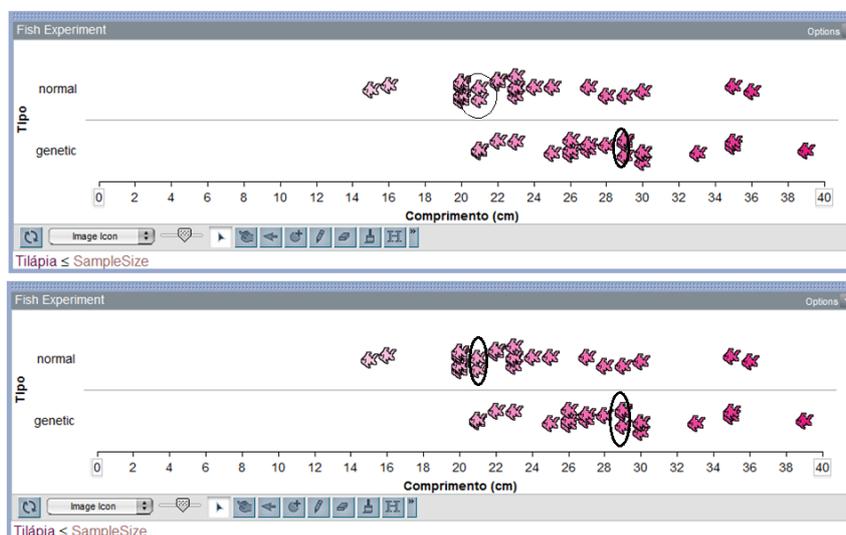
P.: Sara ?

Sara: Acho entre 20 e 22 para os normal e uns 28,5 para os genético.

P.: Por quê?

Maria: Porque eu acho que está concentrado aqui, bastante...

Figura 143 - Localização simbólica da média no dot plot por Sara e Maria (9º ano) respectivamente, na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.



As estudantes consideram a massa de dados para localizar a média e estimam plots próximos aos valores da média nessa região considerada. Sara clica na ferramenta *stack* vertical e afirmam que estão dentro da média do gráfico. O pesquisador solicita que elas estimem os valores para as médias dos comprimentos dos peixes (ver extrato de falas).

P.: O que aconteceu no gráfico?

Maria: Rááááacertei, 26 pros genético e 20 para os normais.

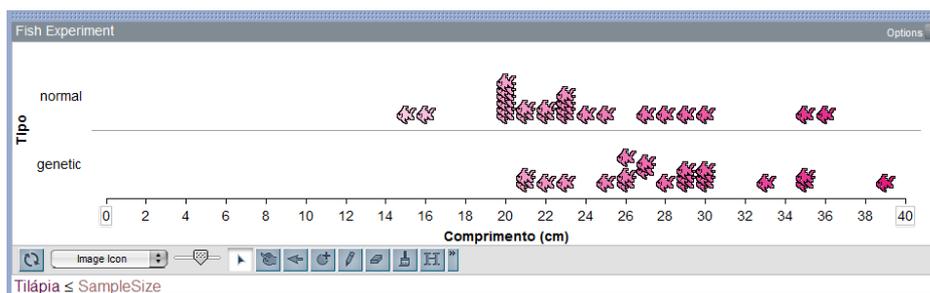
Sara: Eu vou no 26 também pro genético é 22,5 para os normais.

P: Sara ?

Sara: Porque tá concentrado aqui também [referindo-se aos plot de valor 23 dos peixes normais].

Observa-se que as estudantes consideram que acertaram a questão, porque ao clicarem na ferramenta *stack*, as suas estimativas numéricas se aproximaram do valor da massa de dados no gráfico (ver Figura 144).

Figura 144 - Dot plot com ferramenta *stack* vertical produzido pela dupla Sara e Maria (9º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.



As estudantes foram encorajados pelo pesquisador a clicarem na ferramenta média e a observarem a média real gerada pelo *software* e concluem ter chegado bem próximo do resultado correto.

Mesmo não acertando os valores exatos para as médias, as estudantes conseguiram interpretar de forma adequada essa questão, estabelecendo relações entre os plots contidos na massa de dados e estimando valores próximos aqueles da média. Pode-se dizer então, que elas apresentam a ideia de que a média é representada por apenas um valor, afirmando que o fazendeiro fez um bom negócio porque os peixes genéticos cresceram mais do que os normais. Essa forma de exploração sobre a média revela uma resposta de nível relacional.

As estudantes elaboraram 4 representações distintas na interpretação dessa situação, que foram similares às aquelas utilizadas pela dupla Hélio e Ana (ver Figura 107).

Por solicitação do pesquisador, a Dupla mistura os plots da Q1 e clica na ferramenta *Sample size* para aumentar o tamanho da amostra para 625 peixes. O pesquisador indaga inicialmente se a média será a mesma ou não com esse aumento no tamanho da amostra (ver extrato de falas).

P.: Por que mudou a quantidade de peixes, vocês acham que a média dos comprimentos mudará ou será parecida em relação à questão anterior?

Maria: Porque mesmo tendo normal e genético a quantidade, antes da gente ter aumentado era o normal que tinha mais e continuou normal [referindo-se a quantidade de peixes normais que é maior em termos absolutos do que os genéticos] E os genético continuou na mesma base.

Sara: Qual foi mesmo a pergunta?

P.: Agora que eu tenho um cardume de peixes que são 625, a média irá aumentar, diminuir ou continuará a mesma, ou será semelhante à outra que vimos na Q1? O que você acha?

Sara: Depende se os peixes forem maiores! Tem que ver! [faz referência à interpretação do gráfico].

Percebemos que as estudantes não tecem opiniões conclusivas sobre os dados, mas ponderam antes de falar e observam minuciosamente a quantidade de peixes na Q2 e na Q1 (Maria) e comprimento dos peixes (Sara).

As estudantes inserem o atributo tipo de peixe no eixo vertical e comprimento no eixo horizontal, gerando o gráfico de escala intervalar (ver extrato de falas e Figura 145).

P.: O que aconteceu aí no gráfico?

Sara: Ahhhhh mudou!

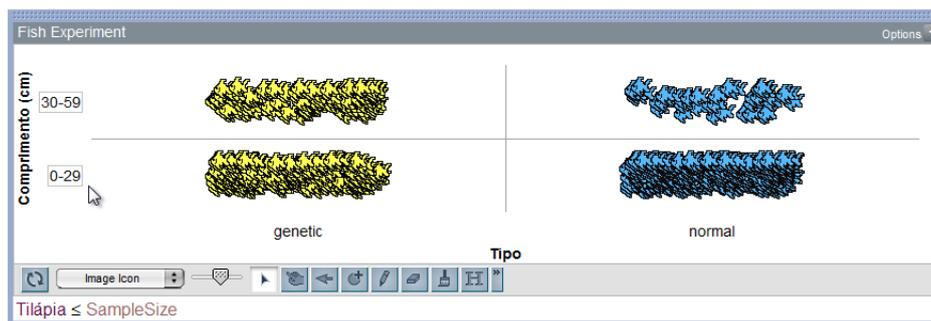
P.: Mudou o que?

Sara: Ah! O genético aqui e o normal aqui, não, pra mim continuou maiores e menores [Acompanhando a fala com o mouse, mostrando o intervalo 30-59 e o intervalo 0 -29].

Maria: Concordo com ela.

P.: Ok!

Figura 145 - Gráfico de escala intervalar produzido pela dupla Sara e Maria (9ºano) na interpretação da Situação AD-MD.



A Dupla constrói o *dot plot*, e o pesquisador solicita que elas localizem a média no gráfico (ver extrato de falas e Figura 146).

P.: Onde estaria localizada a média aí no gráfico?

Maria: Está muito difícil [referindo-se a quantidade de plots no gráfico].

Sara: Eu acho que uns 28 para os normal e 34,5 para os genéticos

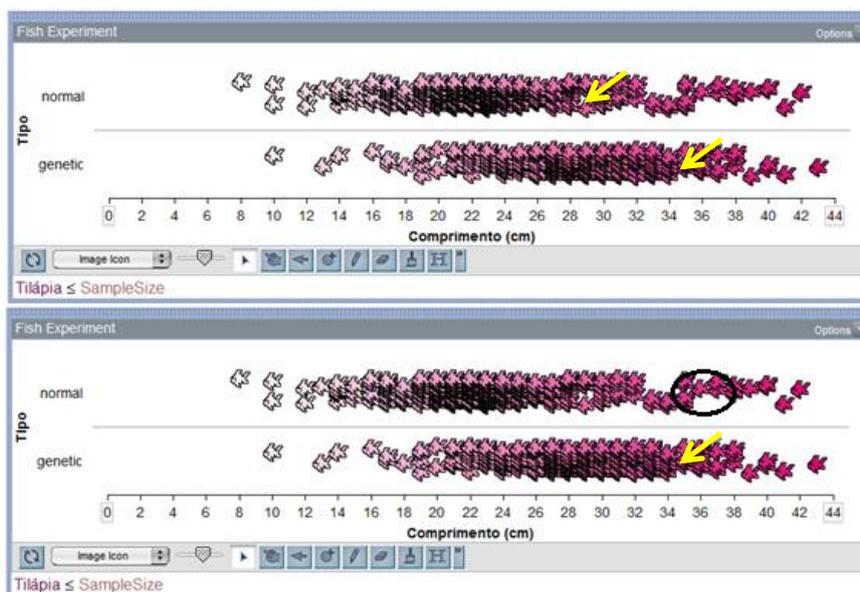
P.: Por quê? Pela concentração professor.

Maria: Acho que uns 34,5 para o genético e de 34,5 a uns 38 pros normais.

P.: Por quê?

Maria: Pela concentração também.

Figura 146 - Localização simbólica da média no dot plot por Sara e Maria (9ºano) respectivamente na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



As estudantes localizaram a média em plots específicos baseadas na massa de dados da distribuição. Maria circula alguns plots que não fazem parte da massa de dados, mas afirmou que escolheu as regiões baseada na concentração dos dados.

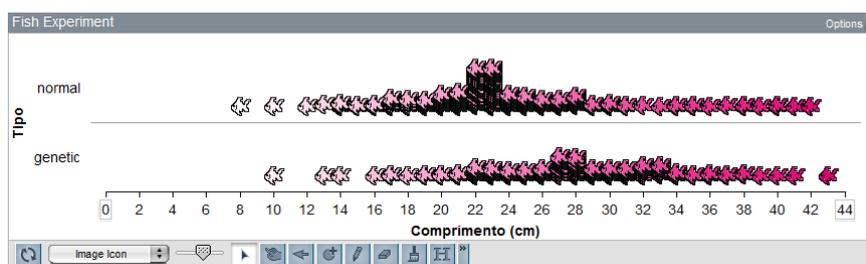
Logo após essa atividade de localização da média, a estudante Sara aciona a ferramenta *stack* no formato vertical e a dupla estima valores para a média (ver extrato de falas e Figura 146).

P.: Quais os valores que vocês acham que são as médias dos comprimentos dos peixes?

Maria: Olha a quantidade aqui é mais [referindo-se a moda da distribuição], Hum...normal é 22 e genético 28 mesmo.

Sara: Eu acho que é uns 22,5 para os normal e 28,5 para os genéticos, aqui tá mais alto, eu acho que é isso prof [referindo-se as modas das distribuições].

Figura 147 - Dot plot com a ferramenta *stack* acionada (9ºano) na interpretação da situação ADM.



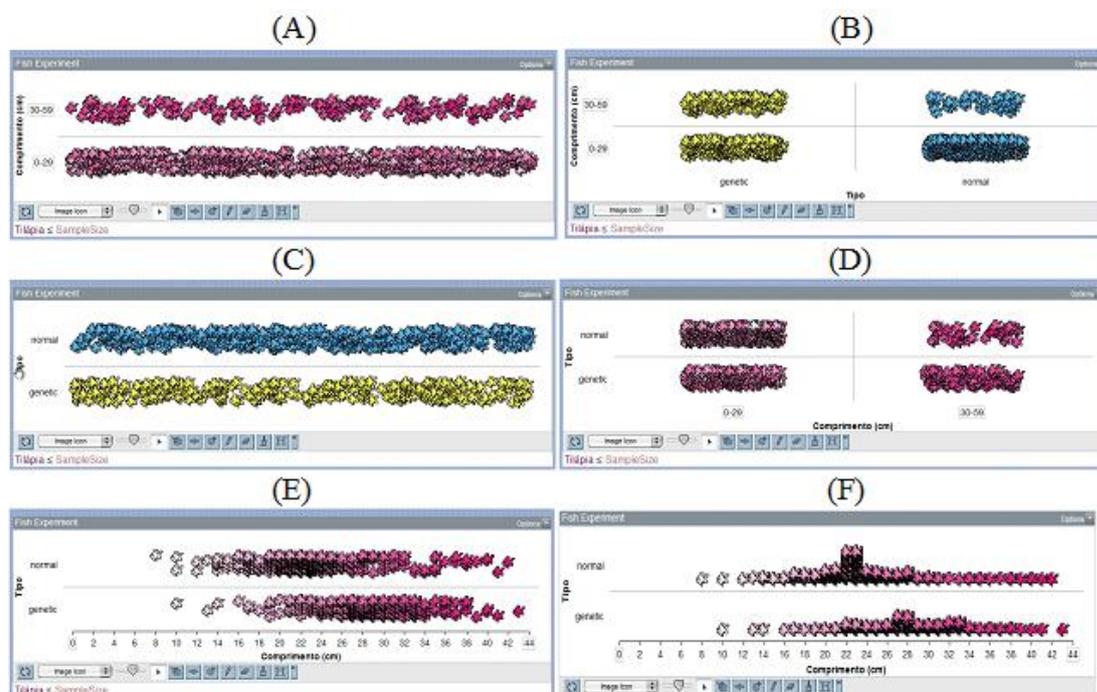
Observa-se que as distribuições organizadas no gráfico com a ferramenta *stack*, tem realçadas suas aparências uniformes. A média e a moda das distribuições são bem próximas (peixes genéticos: média: 28,2; moda: 28 e peixes normais: média: 23,34 e moda: 23). Nessa situação, tem-se uma integração entre os aspectos visuais e numéricos dessas duas medidas de tendência central, os quais foram adequadamente apreendidos pelos estudantes. Dessa forma, pode-se dizer que as explorações por essa dupla envolveu uma resposta de nível relacional.

Ao serem confrontadas com os valores reais das médias os estudantes demonstram satisfação pelo fato de suas estimativas terem sido certas para os genéticos e bem próximas para os normais. As estudantes afirmaram que o fazendeiro fez um bom negócio, levando em consideração o crescimento dos peixes genéticos.

Elaboraram 6 representações distintas na interpretação dessa situação: gráfico de uma variável (comprimento) (A); gráfico de escala intervalar com comprimento no eixo vertical e tipo de peixe no horizontal (B); gráfico de uma variável (tipo de peixe) (C);

gráfico de escala intervalar com comprimento no eixo horizontal e tipo de peixe no vertical (D); dot plot (E) e dot plot com ferramenta *stack* (Figura 148).

Figura 148 - Representações gráficas produzidas por Sara e Maria (9º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



Para introduzir a Q3, o pesquisador solicita que as estudantes misturem os plots da Q2 e posteriormente cliquem na ferramenta *SampleSize* para diminuir o tamanho da amostra de peixes, de 625 para 25. Em seguida, introduz a Q3 (se diminuir a quantidade de peixes o que vai acontecer?).

A dupla constrói o gráfico de escala intervalar com o tipo de peixe no eixo vertical e comprimento no horizontal. Em seguida sem a intervenção do pesquisador, já constroem o dot plot. Nesse momento, o pesquisador indaga a dupla onde estaria localizada a média no gráfico (ver extrato de falas e figura 149).

P.: Onde estaria localizada a média aí no gráfico?

Sara: Eu acho que 18 a uns 24 para os peixes normais e de 24 a 26,5 para os genéticos.

Maria: Acho que é uns... de 18 a 22 para os normal e os genéticos 26,5 como Sara.

P.: Por quê?

Sara: É porque esses peixes estão juntos.

Maria: Pertinhos um do outro, por isso.

P.: E porque não pode ser esses que estão separados? Ou um pouco mais distante?

Maria: Ahhh professor, é porque a cor tá um pouco mais forte é por isso.

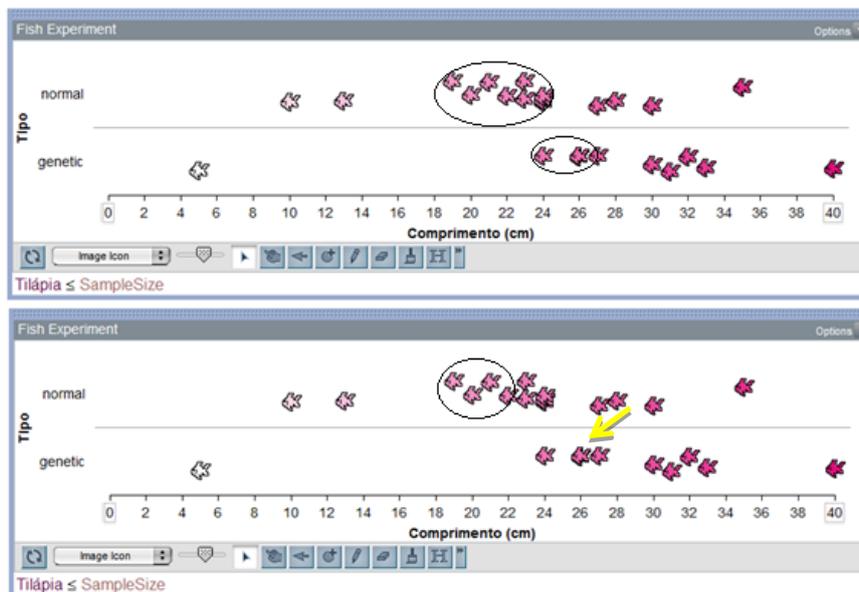
Sara: Acho que é porque tá no meio também...

P.: A média está próxima do meio?

Sara: É...é igual nos outros que a gente fez, a média tava sempre perto do meio, acho que é isso professor.

P.: Ok entendi.

Figura 149 - Localização simbólica da média no dot plot por Sara e Maria (9º ano) respectivamente, na interpretação da Q3 da Situação AD-MD.



A localização da média realizada pela dupla teve como norte a consideração da ferramenta gradiente e a compreensão da ideia de meio. A resposta da estudante Maria, por exemplo, se baseou também na massa de dados, isso é, na concentração de plots. Sara por sua vez, ao se referir a “meio”, mostra que está considerando ideias ligadas às medidas de tendência central. A ideia de meio foi uma estratégia já evidenciada em outras duplas na interpretação da situação 3, mas essa Dupla em especial faz menção explícita ao termo e localiza a média no gráfico a partir desse tipo de resposta.

Quanto às estimativas numéricas das médias, após a estudante Maria clicar na ferramenta *stack* no formato vertical, o pesquisador introduz essa questão (ver extrato de falas).

P.: Que valores vocês acham que são as médias de comprimento dos peixes?

Sara: Eu acho que 26,5 para os genéticos e 20 para os normais.

Maria: Eu acho que os genéticos é 26,5 também e os normal 22,5.

P.: Por quê?

Sara: Eeeita por que. Porque como já falamos, os peixinhos estão mais juntos ali [refere-se as regiões que contemplam os números escolhidos para as médias].

P.: E não era no meio?

Sara: Mas é porque vai depender se no meio tem peixinhos feito os normais aí...o outro não tá bem no meio...

Maria: é como ela disse, os peixinhos estão mais juntos aonde a gente falou aí no gráfico.

P.: Tá certo então.

Observa-se que a estudante Sara explica ao seu modo que a média só estaria localizada no meio, se houvesse peixes concentrados no meio da escala. Essa estudante se destacou na interpretação da situação 3 e de acordo com a classificação de Watson (2006) a mesma deu uma resposta de nível relacional, porque conseguiu perceber que a média poderia estar ligada ao meio da distribuição, mas só se a massa de dados estivesse presente no meio. Maria por sua vez, analisa a questão a partir da concentração de peixes, mas guiada pela ferramenta gradiente, isso é, pelas cores desenvolvendo assim uma resposta de nível multiestrutural na interpretação dessa questão.

Ao serem confrontadas com os valores da média disponibilizados pela ferramenta do *TinkerPlots* as estudantes ficam satisfeitas porque suas estimativas se aproximaram dos valores reais.

As estudantes elaboraram 4 representações distintas na interpretação dessa situação que se assemelharam com aquelas utilizadas pela dupla Hélio e Ana (Figura 106).

A última dupla do **9º ano, João e Alice (Dupla 4)**, inicia a Q1 fazendo a leitura do contexto da pesquisa para logo em seguida inserirem os atributos comprimento no eixo vertical e tipo de peixe no horizontal, construindo o gráfico de escala intervalar. Ocasão em que Alice interpreta o gráfico destacando primeiro a separação das variáveis e concluindo que tem mais peixe normal.

A Dupla constrói o dot plot e passa a realizar a atividade de localização da média (ver extrato de falas e Figura 150).

P.: Onde estaria localizada a média aí no gráfico?

João: Olha professor eu acho que está entre uns 28 e 30,5 para os genéticos e de 23 a 25,8 para os normais.

Alice: Eu acho que está entre 25 e 27,6 para os genéticos e entre 22 e 25,8 para os normais.

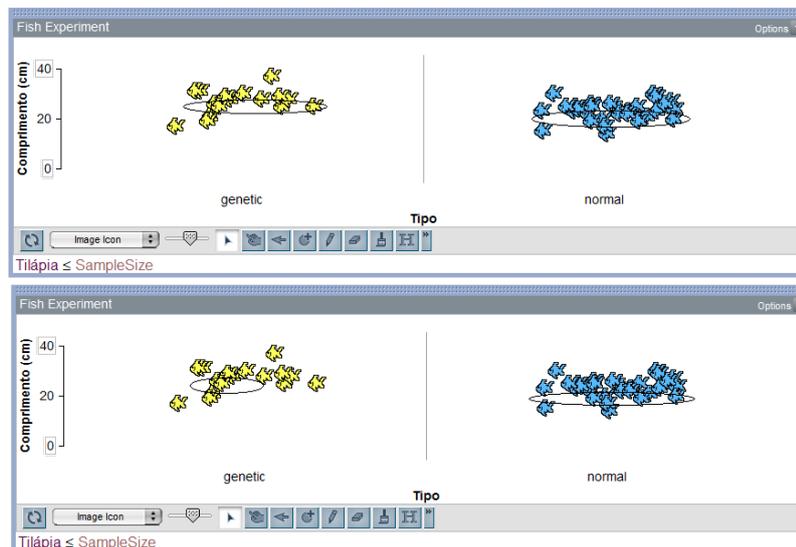
P.: Por que?

Alice: Os normais parece que vai ser maior, mas num sei ainda. João: Porque tá aqui na média, na faixa [referindo-se a região do gráfico situada entre 20 e 40. Clica com o mouse no meio da escala entre 20 e 40 e foi arrastando com o mouse até chegar aos peixes normais].

P.: E você Alice?

Alice: Eu acho que tá na linha né? [repete o procedimento de João, isso é, Clica com o mouse no meio da escala entre 20 e 40 e foi arrastando com o mouse até chegar aos peixes normais].

Figura 150 - Localização simbólica da média no dot plot por João e Alice (9º ano) respectivamente, na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.



Os estudantes tomam como base a massa de dados para considerar a região onde poderia estar localizada a média no gráfico. Observa-se que eles se engajam na atividade e suas justificativas são acompanhadas de ações com o *mouse*, onde eles fazem alusão à concentração de plots.

O pesquisador solicita que a Dupla estime os valores para as médias de comprimento dos peixes (ver extrato de falas e Figura 151).

P.: Qual seria o valor que vocês escolheriam para as médias de comprimento dos peixes?

João: Assim melhorou pra ver...[aciona a ferramenta stack e clica no comprimento] Genético 30,5 e normal 25,8.

Alice: O meu é 27,6 para os genéticos e 26,6 para os normal.

P.: Por quê?

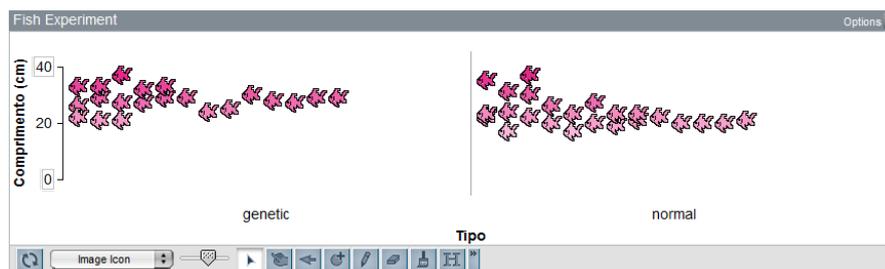
Alice: Porque tá aqui na média da faixa professor [Referindo-se a massa de dados].

João: Pera...o meu normal eu quero mudar para 28,9.

P.: Por quê?

João: Tem mais peixes ali...é por isso.

Figura 151 - Dot plot com ferramenta stack e atributo comprimento selecionado pela dupla João e Alice (9º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.

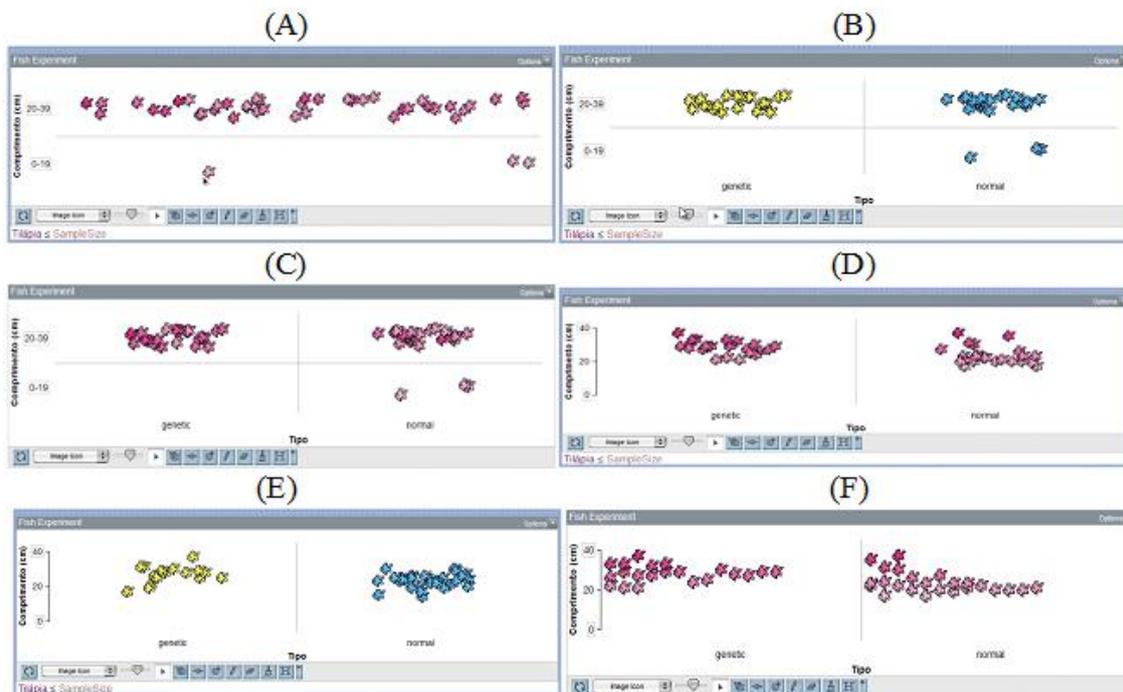


A dupla utiliza a massa de dados, para estimar os valores das médias. No *dot plot* com comprimento posicionado no eixo vertical, alguns peixes ficam sobrepostos mesmo sem ter o mesmo valor numérico devido ao espaço limitado na escala. Esse fator talvez tenha influenciado para que os estudantes escolhessem essa região para localizar a média e valores numéricos próximos a essa região. Nesse sentido, a dupla desenvolveu uma resposta de nível multiestrutural nas suas explorações sobre a média.

A dupla se mostrou satisfeita ao clicar na ferramenta média do *TinkerPlots* e perceberem que suas estimativas estiveram próximas dos valores reais. Eles concluem que o fazendeiro fez um bom negócio.

João e Alice elaboraram 6 representações distintas na interpretação da Q1: gráfico de uma variável (comprimento) (A); gráfico de escala intervalar com atributo tipo de peixe selecionado (B); gráfico de escala intervalar com atributo comprimento selecionado (C); *dot plot* (D) *dot plot* com atributo tipo comprimento selecionado (E) *dot plot* com ferramenta *stack* e tipo de peixe selecionado (Figura 152).

Figura 152 - Representações utilizadas pela dupla João e Alice (9º ano) na interpretação da Q1 da Situação AD-MD.



Os estudantes são orientados pelo pesquisador a misturarem os plots e a clicarem na ferramenta *SampleSize* para aumentar a amostra de peixes de 45 para 625. O pesquisador então introduz a Q2 (Se aumentarmos o número de peixes, quem vai crescer mais, os normais ou os geneticamente modificados?).

A dupla fica espantada com a quantidade de peixes na janela inicial do *TinkerPlots*, e logo em seguida João insere o atributo tipo no eixo vertical e comprimento no horizontal, concluindo que os peixes genéticos cresceram mais (ver extrato de falas e Figura 153).

P.: O que aconteceu aí?

João: Separou os peixes, mas tem mais peixes genéticos de 30 a 59 do que normal.

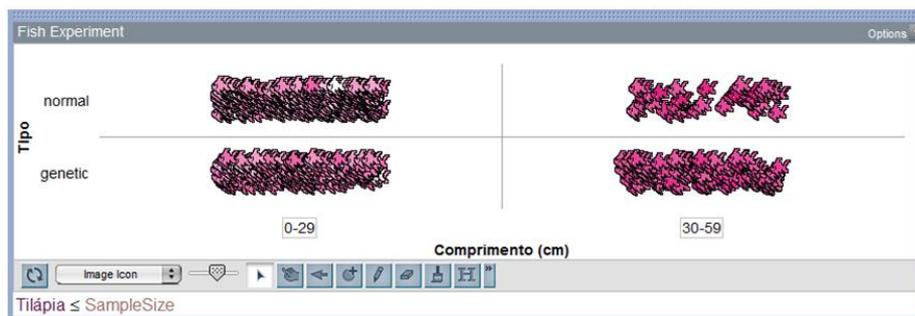
Alice: Tá difícil...mas acho que os genéticos vão crescer mais!

P.: Por quê?

João: A cor dos genéticos tá mais forte também.

Alice: Pois é, acho que eles são maiores mesmo [peixes genéticos].

Figura 153 - Gráfico de escala intervalar produzido pela dupla João e Alice (9ºano) na interpretação da Situação AD-MD.



Os estudantes tiraram as impressões iniciais baseados na ferramenta gradiente (cores) e também a partir da análise da massa de dados da distribuição. Sem a intervenção do pesquisador, constroem o *dot plot* e são solicitados a localizar a média no gráfico (ver extrato de falas e Figura 154).

P.: Onde estaria localizada a média aí no gráfico?

João: Tá muito difícil assim...

Alice: ãhhhhh...Tá muito difícil essa média.

P.: E agora?

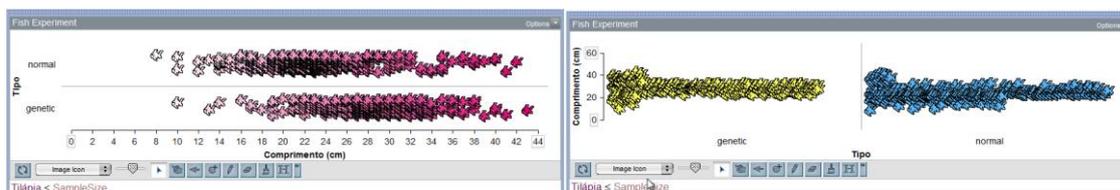
João: Tem não... [refere-se à dificuldade de localizar a média].

Alice: Tem não, não tem nem o número.

P.: E como vocês irão fazer?

João: Vamos mudar as coisas [refere-se a inversão no eixo das variáveis].

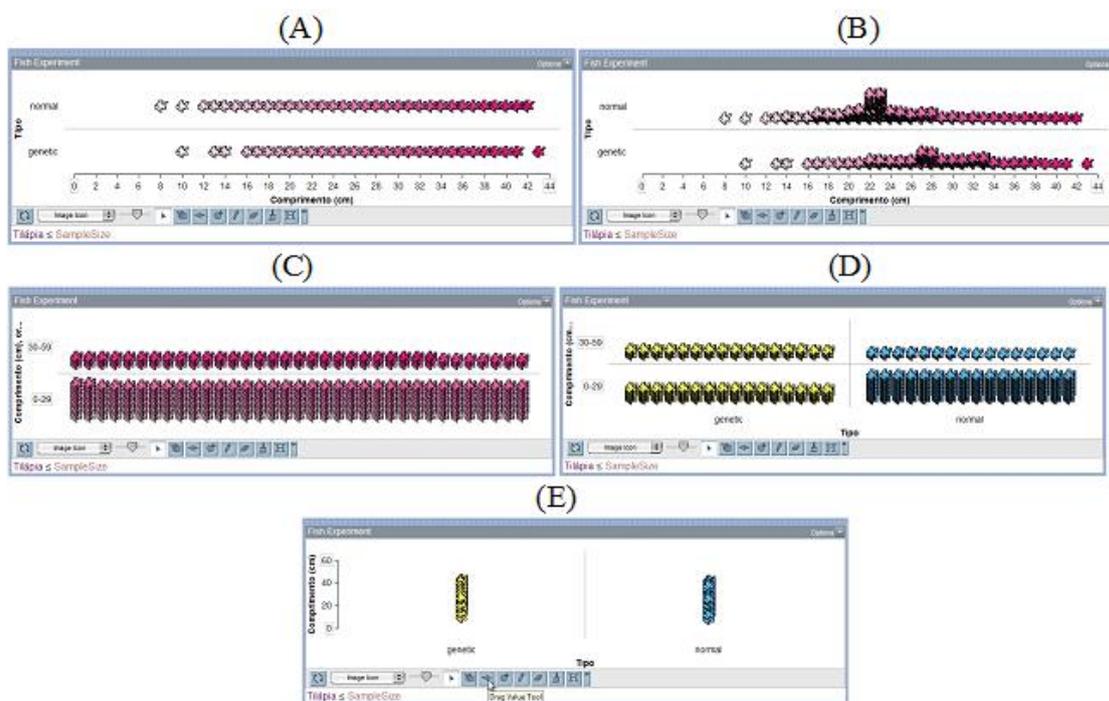
Figura 154 - Dot plots com comprimento, respectivamente, no eixo horizontal e vertical produzidos pela dupla João e Alice (9º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



Observa-se que a Dupla sentiu dificuldade em analisar o dot plot com a variável quantitativa no eixo horizontal. Vale salientar que essa Dupla nas questões anteriores só utilizou a variável quantitativa no eixo vertical, assim os estudantes não se adaptaram a esse formato. Então saíram clicando em diversas ferramentas para conseguirem construir o dot plot com a variável quantitativa no eixo vertical (comprimento) e a qualitativa no eixo horizontal (tipo de peixe). Nessa ocasião eles construíram as seguintes representações: Dot plot com ferramenta *stack* horizontal (A); dot plot com ferramenta *stack* vertical (B); gráfico de escala intervalar com atributo tipo de peixe

selecionado e ferramenta *stack* vertical (C); gráfico de escala intervalar e ferramenta *stack* vertical (D); *dot plot* organizado com ferramenta *stack* vertical (E) (Figura 155).

Figura 155 - Representações utilizadas no decorrer da interpretação de João e Alice (9º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



Com o *dot plot* apresentando o atributo comprimento no eixo vertical e tipo no horizontal e ferramenta *stack* acionada, os estudantes passam a realizar a atividade de localização da média. O pesquisador então indaga onde estaria localizada a média no gráfico (ver extrato de falas e Figura 156).

João: Aleluia...Graças a Deus chegamos ao tipo de gráfico certo...[referindo-se ao dot plot da figura 156].

Alice: É João, pensei que a gente não iria conseguir fazer ele [construir o gráfico].

P.: Onde estaria localizada a média aí no gráfico?

João: Deixa eu ver...

João: É aqui nesse monte de peixe em fileira...

Alice: Também acho João.

P.: Por quê?

João: É porque tem muito peixe aqui, então só pode ser aqui.

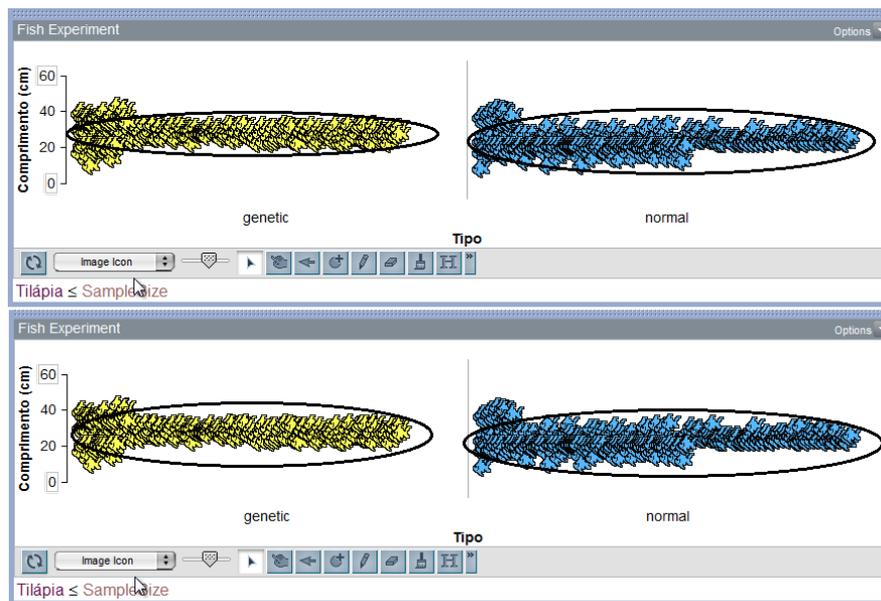
P.: Por que só pode ser aí?

João: Eita professor...porque é onde tá mais concentrado os peixes, por isso.

Alice: [risos] Concordo com ele professor.

P.: Está bem.

Figura 156 - Localização simbólica da média no dot plot por João e Alice (9º ano) respectivamente, na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



Quanto à estimativa da média, os estudantes também tomam como base a massa de dados e a distribuição dos plots no gráfico (ver extrato de fala).

P.: Qual seria o valor numérico que vocês acham para as médias dos comprimentos dos peixes?

João: Tá um pouco difícil, mas acho que é uns 26,7 para os genéticos e uns 23,4 para os normais.

P.: E você Alice?

Alice: Acho que uns 30,3 para os genéticos e uns 26,1 para os normais.

P: Por quê?

João: Como a gente disse é... tem muitos peixes, então a média está por ali!

Alice: é isso mesmo professor.

De acordo com a classificação de Watson (2006) pode-se dizer que essa dupla desenvolveu uma resposta de nível multiestructural, porque consideraram a massa de dados e intuitivamente associaram a ideia de média aos valores que estavam concentrados no meio da distribuição.

A Dupla aciona a ferramenta média e assim é confrontada com os valores reais para as médias de comprimento para os peixes normais e genéticos (Ver extrato de fala e Figura 157).

João: Aeeeeee....pelo menos uma!!!! [Acertou a estimativa em relação aos peixes normais].

Alice: Finalmente né???

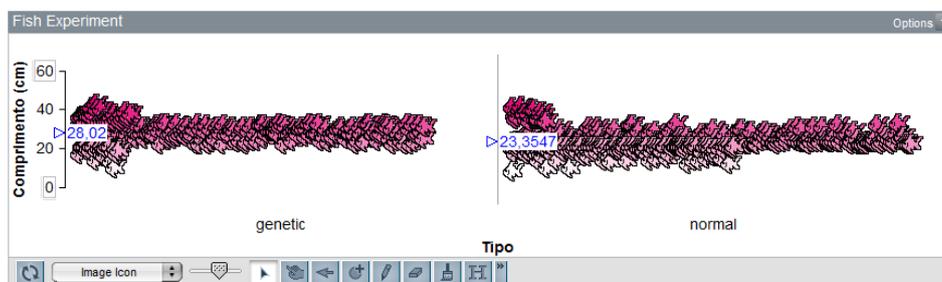
P.: Muito bem...E por que deu diferente os outros valores das médias, embora vocês tenham chegado muito próximo.

Alice: É porque é difícil professor...e a gente já conseguiu muito.

João: Ah professor foi aonde a gente disse...Mas acertar o valor exato em todas também é demais né!!!

P.: Tá certo pessoal.

Figura 157 - Dot plot com a ferramenta média acionada por João e Alice (9º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



A Dupla fica satisfeita com as suas estimativas. Contudo conclui a questão afirmando que o fazendeiro não fez um bom negócio (ver extrato de falas).

P.: O fazendeiro fez um bom negócio?

João: Pensando bem...não.

P: Por quê?

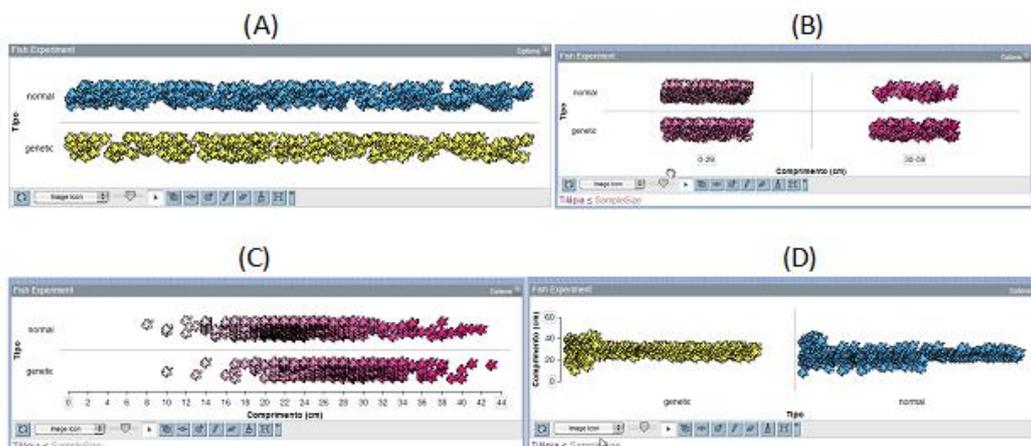
João: Porque era para os genético ter crescido muito mais...

Alice: Era mesmo, porque se for assim, como ele vai ter lucro?

P.: Entendi OK!

A dupla utilizou no total 9 representações no processo de interpretação da Q2 além das cinco representações gráficas mostradas na Figura 150, foram produzidas as seguintes: Gráfico de uma variável (tipo) (A); gráfico de escala intervalar com atributo comprimento selecionado (B); dot plot com ferramenta *stack* vertical (C) e dot plot com ferramenta *stack* vertical no eixo vertical (D) (Figura 158).

Figura 158 - Continuação das representações utilizadas no decorrer da interpretação de João e Alice (9º ano) na interpretação da Q2 da Situação AD-MD.



Em análise à Q3, João e Alice usam a ferramenta *SampleSize* para diminuir a quantidade de peixes de 625 para 25. O pesquisador retoma as conclusões dos estudantes relativas à Q2 e indaga: (se diminuir a quantidade de peixes o que vai acontecer?).

Os estudantes se mostraram bem tranquilos para o início dessa questão, talvez por que na questão anterior havia 625 peixes na visualização do gráfico. Eles inseriram o atributo comprimento no eixo vertical e tipo de peixe no horizontal, construindo o gráfico de escala intervalar. Em seguida já constroem o *dot plot*, ocasião em que o pesquisador solicita que realizem a atividade de localização da média (ver extrato de fala e Figura 159).

P.: Onde estaria localizada a média aí no gráfico?

João: Agora tá bem mais fácil, assim com pouco peixes... eu acho que de uns 30 a 36 para os genéticos e de uns 29 a 35,1 para os normais

Alice: Eu acho que de 30 a 33 para os genéticos e de uns 20 a 35 para os normal.

P.: Por quê?

João: Como são poucos peixes, a média vai ser os que estão mais juntos de novo professor.

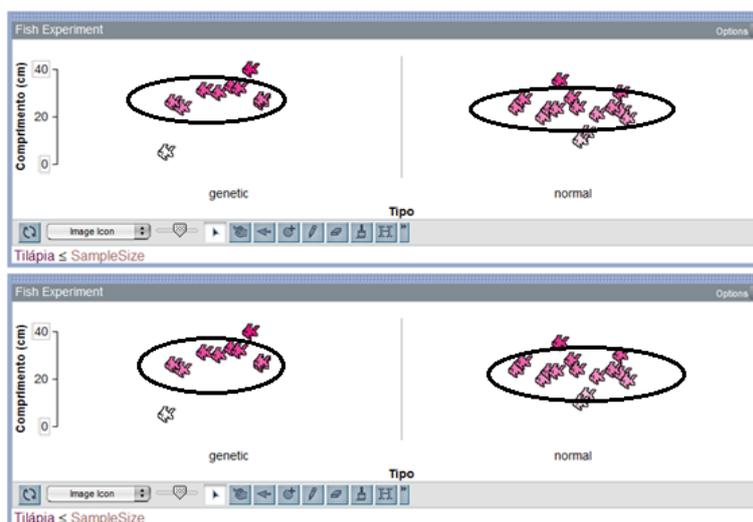
Alice: É professor e as cores estão ficando mais escuras também!!

P.: Por quê as cores ficam mais escuras?

João: Porque tá aumentando o tamanho dos peixes...

P.: OK

Figura 159 - Localização simbólica da média no gráfico por João e Alice (9º ano) respectivamente, na interpretação da Q3 da Situação AD-MD.



Os estudantes se guiam pela massa de dados e pela cor dos plots (ferramenta gradiente) para localizar a média. Quanto à estimativa numérica da média eles seguem a mesma linha de resposta, ou seja, se baseando na massa de dados (ver extrato de falas).

P.: Qual seria o valor numérico que vocês acham para as médias dos comprimentos dos peixes?

João: Eita de novo... 35,7 os genéticos e 35,1 os normais porque estão na mesma faixa de comprimento, na concentração.

Alice: Pera... acho que 33,8 para os genético e 35,1 também para os normal.

P.: Por quê vocês acham que são esses valores Alice?

Alice: Como João disse, pela concentração, estão na mesma faixa e pela cor que tá mais escura também.

P.: Tá ok.

Essa forma de abordagem dos estudantes para estimar a localização e valor da média leva a uma compreensão de resposta multiestrutural, pois a dupla toma como base a massa de dados que está de certa forma localizada no meio da distribuição e essa ideia de meio está associada à ideia de mediana.

Os estudantes clicam na ferramenta média e são confrontados com os valores disponibilizados pelo *software*. Eles concluem que o fazendeiro foi enganado (ver extrato de falas).

Pesquisador: Então com esse número de peixes 25 ele fez um bom negócio ou foi enganado pelo vendedor?

João: Foi enganado.

Alice: Foi enganado mesmo.

P: Por quê?

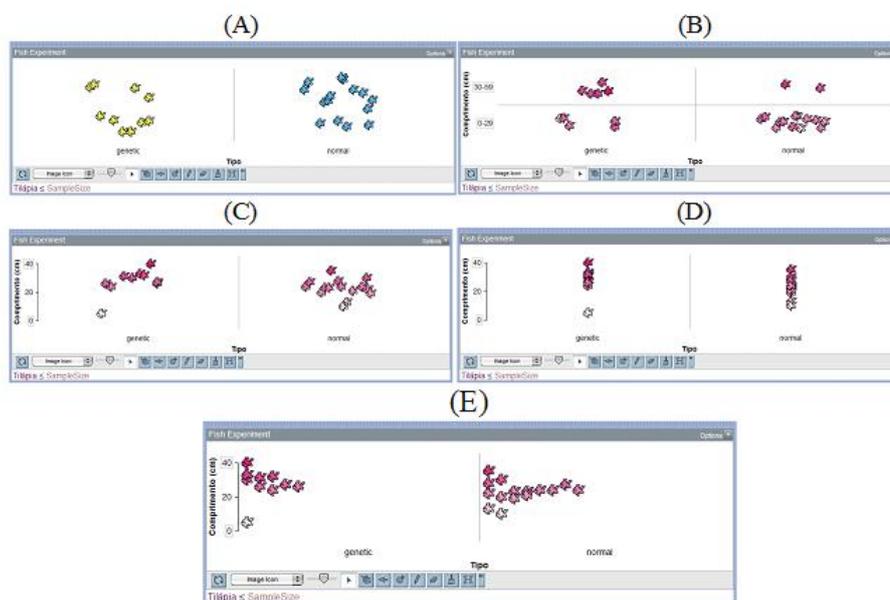
João: Porque os peixes genéticos cresceram pouco.

Alice: A mesma coisa do outro.

A Dupla concluiu que o fazendeiro foi enganado porque os peixes genéticos não cresceram muito em relação aos normais e assim como na questão anterior os estudantes consideraram que o fazendeiro não fez um bom negócio.

João e Alice elaboraram 5 representações distintas na interpretação da Q3: Gráfico de uma variável (tipo) (A); gráfico de escala intervalar (B); *dot plot* com atributo comprimento selecionado(C); *dot plot* com ferramenta *stack* vertical (D); *dot plot* com ferramenta *stack* horizontal (E) (Figura 160).

Figura 160 - Representações gráficas utilizadas pela dupla João e Alice (9º ano) na interpretação da Q3 da Situação AD-MD.



De um modo geral, as Duplas do 9º ano apresentaram facilidade na produção e interpretação de gráficos nas três questões (Q1, Q2 e Q3) da situação de pesquisa amostras diferentes e médias diferentes. Além disso, souberam manusear as ferramentas do *TinkerPlots* apresentando em alguns momentos autonomia para tanto.

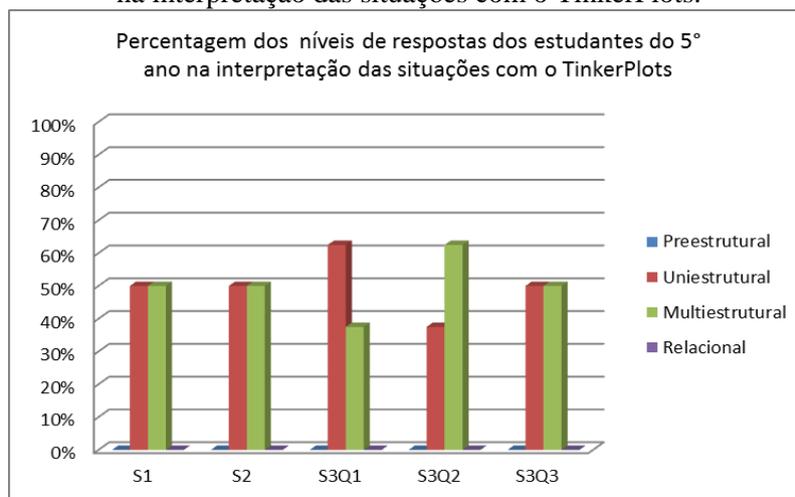
Com relação ao tamanho das amostras que variou nas três questões, nos chamou atenção a Q2, onde as Duplas se saíram bem e mostraram estratégias que estavam ligadas a consideração da massa de dados para realizarem as localizações e estimativas numéricas da média. Em particular, destacamos as respostas das Duplas em relação as explorações sobre a média. Os estudantes desenvolveram respostas de nível multiestrutural (Duplas 1, 2 e 4) e relacional a (Dupla 3 nas três questões e Dupla 1 na Q3).

É válido salientar que como a Situação 3 abrangeu a Q1, Q2 e Q3 os estudantes tiveram facilidade na construção do dot plot e se guiaram pela utilização das ferramentas stack e gradiente para interpretar os dados.

6.4 Algumas considerações de análise

Os gráficos das Figuras 161 e 162 mostram a percepção dos tipos de resposta dos estudantes do 5º e 9º ano, respectivamente, nas explorações sobre a média na interpretação de cada situação de pesquisa.

Figura 161 – Percentagem dos tipos de resposta dos estudantes do 5º ano na interpretação das situações com o TinkerPlots.

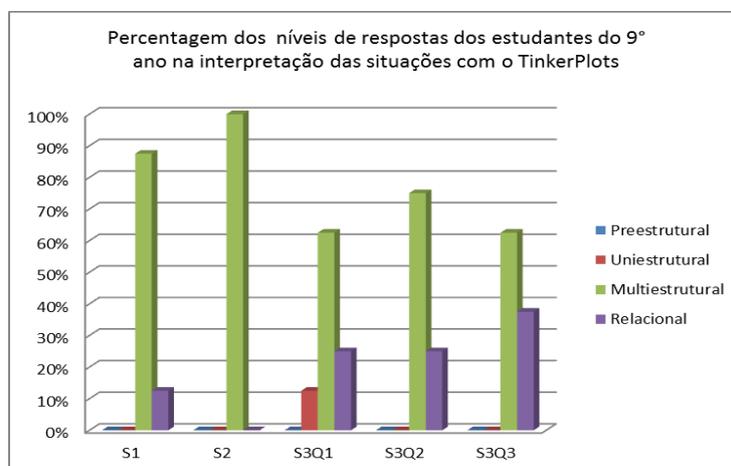


Fonte: Excel

Observa-se uma tendência dos estudantes do 5º ano analisarem as situações trabalhadas com o *TinkerPlots* a partir de respostas uni e multiestruturais. Nas situações S1, S2 e S3Q3 observa-se um equilíbrio entre esses níveis de resposta; 50% dos estudantes responderam num nível uniestrutural e 50% num nível 50% multiestrutural. Com relação a S3Q1 e S3Q2 observa-se uma inversão nos seus níveis de respostas. Na S3Q1 a maioria dos estudantes deu respostas uniestruturais (62,5%), enquanto na S3Q2 a maioria deu respostas multiestruturais (62,5%).

Esse cenário apresentam similaridades e diferenças para o caso dos estudantes do 9º ano, conforme pode ser observado no gráfico da Figura 162.

Figura 162 – Percentagem dos tipos de respostas dos estudantes do 9º ano na interpretação das situações com o TinkerPlots



Fonte: Excel

Observa-se uma tendência dos estudantes do 9º ano analisarem as situações trabalhadas com o *TinkerPlots* a partir de respostas multiestruturais. Esse tipo de resposta foi mais frequente nas situações S1 e S2. Nas situações S3Q1, S3Q2 e S3Q3 alguns estudantes desenvolveram também respostas relacionais.

Em termos gerais, percebe-se uma tendência dos estudantes responderem a terceira situação de pesquisa que envolve “amostras diferentes e médias diferentes”, a partir de um padrão de respostas multiestruturais e relacionais.

Nessa questão tem-se uma redução no tamanho da amostra que passa de 625 casos para 25 casos. Talvez para os estudantes do 9º ano pensar em diferentes tamanhos de amostras tenha facilitado a suas formas de pensar sobre a média.

Capítulo 7 - EXPLORAÇÕES SOBRE A MÉDIA PELOS DOIS GRUPOS DE ESTUDANTES

Nesse capítulo, analisamos como os estudantes do 5º e 9º anos realizaram explorações sobre a média, considerando suas respostas no teste diagnóstico, notadamente na questão 4d, a qual envolve a interpretação de gráficos (ver Apêndice B), em relação as respostas apresentadas durante o trabalho de interpretação com o *TinkerPlots*.

A nossa base de avaliação focalizou as respostas que eles desenvolveram antes, por ocasião do teste diagnóstico sobre média, com as respostas que eles desenvolveram depois, nas explorações simbólicas e numéricas da média, a partir das interpretações realizadas nas três situações de pesquisa com o *TinkerPlots*.

Como as atividades desenvolvidas pelos estudantes no ambiente do *TinkerPlots* estiveram fortemente associadas com a produção e interpretação de gráficos, destacamos também nessa análise a forma como eles se posicionaram sobre o trabalho com gráficos na entrevista realizada. Interessou-nos sobremaneira se eles realizaram ou não o desenho do gráfico.

Embora a proposta de classificação dos níveis de resposta de Watson (2006) sobre média não seja direcionada para atividades da média associada com gráficos, entendemos que essa perspectiva de análise contribui para termos uma ideia geral das formas de abordagens dos estudantes, particularmente nas possíveis mudanças de resposta considerando o antes e o depois.

Analisaremos inicialmente as interpretações dos estudantes do 5º ano e em seguida as do 9º ano. A Tabela 5 que segue apresenta um resumo do desempenho de cada estudante do 5º ano nas explorações sobre a média no “antes” e “depois”, especificando os resultados para cada situação de interpretação de gráficos com o *TinkerPlots*. A Figura 162 colocada em seguida, mostra os desempenhos globais dos estudantes, nas etapas antes e depois como um todo, buscando mostrar de forma visual as tendências observadas.

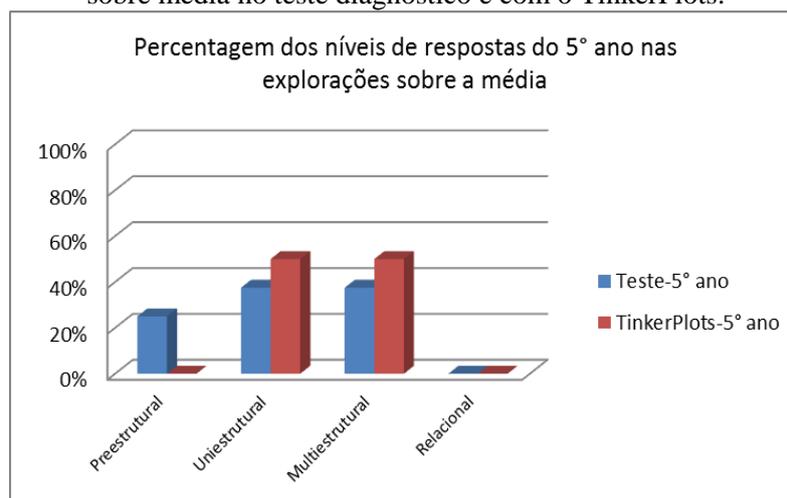
Utilizamos como forma de análise, as respostas que eles apresentaram em cada etapa da pesquisa e para tanto, utilizamos os mesmos códigos apresentados no Quadro 8 que encontra-se na metodologia (p. 73), preestrutural (código 0); uniestrutural (código 1); multiestrutural (código 2); e relacional (código 3).

Tabela 05 – Respostas das Duplas do 5º ano na questão 4d do teste diagnóstico e nas situações de interpretação com o TinkerPlots.

Duplas	Nomes	Desenho do gráfico	Tipo de resposta sobre a média					
			Teste (antes)	Interpretação com o TinkerPlots (depois)				
				Situação 1	Situação 2	Situação 3 (Q1)	Situação 3 (Q2)	Situação 3 (Q3)
1	Diva	Sim	0	2	1	1	2	2
	Laís	Sim	2	2	1	2	2	1
2	Hélio	Não	2	2	2	1	2	2
	Ana	Não	1	2	2	1	2	2
3	Rose	Sim	0	1	1	1	1	1
	Eva	Sim	2	1	1	1	1	1
4	Pedro	Não	1	1	2	2	2	2
	Paulo	Não	1	1	2	2	1	1

Percentagens dos tipos de resposta dos estudantes do 5º ano nas explorações sobre a média.

Figura 163 – Percentagem dos tipos de respostas dos estudantes do 5º ano nas explorações sobre média no teste diagnóstico e com o TinkerPlots.



Fonte: Excel

De acordo com os resultados apresentados na Tabela 5 e no gráfico da Figura 163, podemos observar que os níveis de respostas de respostas sobre a média dos estudantes do 5º ano no trabalho com o *TinkerPlots* foi superior àqueles níveis de respostas no teste diagnóstico. Na resolução da questão sobre a média no teste diagnóstico (questão 4d; N= 8), 25% dos estudantes se encontram no nível de resposta preestrutural, enquanto no trabalho com o *TinkerPlots* (N=40) nenhum estudante respondeu nesse nível. Mesmo não atingindo um nível de pensamento crítico sobre a média, uma vez que nenhum estudante apresentou resposta relacional, esses estudantes passaram a dar mais respostas multiestruturais.

Esse resultado revela que os estudantes do 5º ano apresentaram uma tendência a realizar explorações sobre a média a partir de algum aspecto conceitual quando estiveram trabalhando com o *TinkerPlots*.

Destacamos por exemplo, o caso da estudante Diva que no teste diagnóstico desenvolveu um nível de resposta preestrutural, pois considerou aleatoriamente vários plots para localizar simbolicamente a média, estimando também diferentes valores numéricos. No trabalho com o *TinkerPlots* essa estudante estimou o valor numérico da média de forma adequada na resolução da situação 2 (S2), mas sem relacionar com os aspectos simbólicos da média, apresentando dessa forma um nível de resposta uniestrutural. Essa mesma estudante também apresentou respostas de nível multiestrutural na situação 1 e na situação 3 (S3Q2 e S3Q3). Na (S3Q3), por exemplo, ela toma como base a massa de dados e a ferramenta gradiente, apresentando estimativas adequadas para a média usando explicitamente a ideia de meio. De acordo com Watson (2006) esse tipo de resposta caracteriza um nível de resposta multiestrutural por levar em consideração, mesmo que intuitivamente, a ideia de mediana que é uma das medidas de tendência central. Essa resposta de Diva emergiu a partir da atividade de produção e interpretação de gráficos no *TinkerPlots*, com o auxílio em também a partir da ferramenta gradiente.

Outro exemplo de evolução em relação ao nível de resposta de estudantes do 5º ano foi observado no caso da estudante Rose, que no teste desenvolveu um nível de resposta preestrutural e evoluiu para o nível de resposta uniestrutural. Em sua localização da média no gráfico com o *TinkerPlots*, a estudante chama atenção para a relação entre a massa de dados como sendo o local de maior concentração de plots (“é que tem mais peixes juntos nessa parte”). Essa estimativa de Rose para resolver a Q3 da situação 3, tomou como base os plots mais altos da distribuição, os quais em termos de medida de tendência central equivalem à moda da distribuição.

Fazendo uma relação com o teste diagnóstico, realizado com lápis e papel, percebemos que o gráfico nessas circunstâncias parece não chamar a atenção dos estudantes para investigarem o que está em suas entrelinhas. No *TinkerPlots* o estudante tem a possibilidade de trabalhar com representações variadas e usar ferramentas como gradiente e *stack* para organizar melhor os dados, o que os auxilia a desenvolverem uma maior percepção sobre os dados e a raciocinarem de forma mais sofisticada.

As ações de construção e interpretação de gráficos no *TinkerPlots*, contribuíram para que os estudantes entendessem em linhas gerais, que eles precisavam inserir as

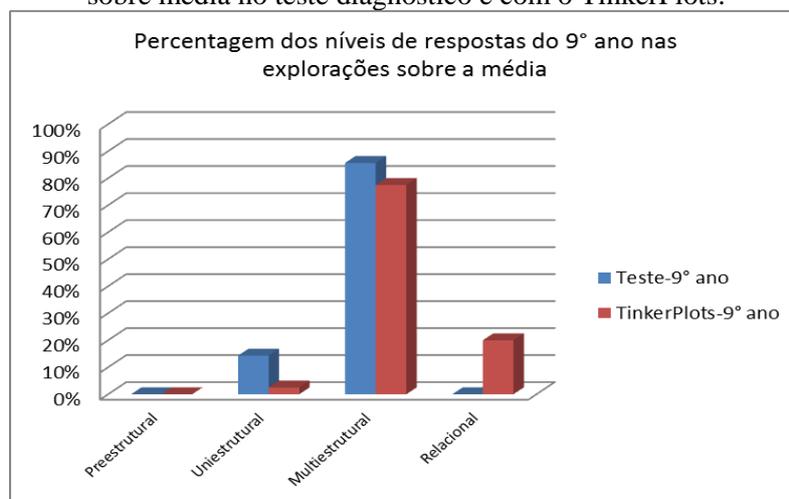
informações corretas (atributos) para que o gráfico de duas variáveis fosse elaborado e a atividade interpretativa tivesse início.

A Tabela 06 e o gráfico da Figura 164 apresentam os resultados para os estudantes do 9º ano nas duas etapas da pesquisa.

Tabela 6 – Respostas das Duplas do 9º ano na questão 4d do teste diagnóstico e nas situações de interpretação com o TinkerPlots.

Duplas	Nomes	Desenho do gráfico	Tipo de resposta sobre a média					
			Teste (antes)	Interpretação com o TinkerPlots (depois)				
				Situação 1	Situação 2	Situação 3 (Q1)	Situação 3 (Q2)	Situação 3 (Q3)
1	Mario	Sim	2	2	2	2	2	3
	Eri ⁸	Não	-	2	2	1	2	3
2	Kátia	Sim	2	2	2	2	2	2
	Fred	Sim	2	3	2	2	2	2
3	Sara	Sim	2	2	2	3	3	3
	Maria	Sim	2	2	2	3	3	2
4	João	Sim	2	2	2	2	2	2
	Alice	Sim	1	2	2	2	2	2

Figura 164 – Percentagem dos tipos de respostas dos estudantes do 9º ano nas explorações sobre média no teste diagnóstico e com o TinkerPlots.



Fonte: Excel

De acordo com os resultados apresentados na Tabela 6 e no gráfico da Figura 164, podemos observar que a maioria dos estudantes do 9º ano, desenvolveu respostas de nível multiestrutural assim como no teste, mas com o trabalho com o *TinkerPlots*, alguns conseguiram avançar para o nível de resposta relacional sobre a média, considerando os seus desempenhos no teste diagnóstico em relação às situações de

⁸ Esse estudante não respondeu ao teste diagnóstico e assim não está sendo considerado. O total de resposta para o 9º ano no teste diagnóstico é de 7 estudantes.

interpretação de gráficos com o *TinkerPlots*. Observa-se que na resolução da questão 4d (teste diagnóstico), 14,3% dos estudantes se encontram no nível uniestructural e 85,7% no nível multiestructural, mas é válido salientar que Eri não respondeu a questão 4D no teste diagnóstico. No trabalho com o *TinkerPlots* 2,5% das respostas foi de nível uniestructural, 77,5% dos estudantes desenvolveu respostas multiestructurais, seguidos de 20% que responderam de forma relacional. Em termos gerais, observa-se uma tendência dos estudantes a responderem em nível multiestructural, considerando aspectos de medidas de tendência central, ao realizarem explorações sobre a média com o *TinkerPlots*.

No total de respostas que os estudantes do 9º ano empreenderam no manuseio com o *TinkerPlots*, não foi observado respostas pré e uniestructurais. No trabalho com o *TinkerPlots* os estudantes responderam num nível mais elaborado, demonstrando assim um avanço em relação a compreensão do conceito de média articulado a interpretação de gráficos.

O estudante Eri, por exemplo, no teste diagnóstico (antes), não esboçou o desenho do gráfico e também não respondeu a questão 4d, demonstrando assim, ter algumas lacunas referentes ao conhecimento sobre média e também sobre gráficos. Ao trabalhar com o software *TinkerPlots*, Eri conseguiu evoluir para o nível de resposta multiestructural em quatro dos cinco problemas. Na Q3 da situação 3, em particular, o estudante desenvolveu um nível de resposta relacional, conseguindo localizar e estimar numericamente a média de forma adequada.

Na resolução da Q1 da situação 3 Eri afirmou “Porque aqui tem mais peixes [normais] e aqui é como uma linha [genéticos]” essa resposta levou em consideração a massa de dados da distribuição e intuitivamente a moda, ou seja, os valores que apareceram mais vezes. Na Q3 da situação 3 Eri desenvolveu um nível de resposta relacional, porque conseguiu analisar o gráfico levando em consideração a massa de dados e estimou o valor exato para as médias de comprimento dos peixes.

Desta forma, observamos que o uso do software *TinkerPlots* contribuiu para que Eri saísse do nível pré-estructural e chegasse ao nível multiestructural e em uma questão, no nível relacional. O processo de manipulação dos dados favoreceu ao estudante o teste de ideias, trilhando caminhos para que assim chegasse a uma conclusão que julgasse coerente. Essa ação de manipulação dos dados disponível no *TinkerPlots*, ajudou Eri a buscar novas possibilidades para entender os dados. Em sua trajetória de interpretação das situações de pesquisa, ele utilizou a ferramenta *stack* com o *dot plot*.

O estudante Mario por sua vez, se saiu bem no teste diagnóstico, seu nível de resposta foi classificada como multiestrutural. Esse estudante se destacou no que concerne ao desenho de gráficos, pois o mesmo trabalhou com diversos tipos demonstrando ter uma boa compreensão sobre esse tipo de representação. Esse estudante conseguiu chegar a um nível de resposta relacional na Q3 da situação 3 utilizando o *TinkerPlots*, é válido salientar que mesmo tendo uma boa compreensão sobre gráficos, o mesmo não chegou a desenvolver um tipo de resposta relacional no teste.

Em relação a sua interpretação no *software TinkerPlots*, o estudante se manteve no nível de resposta multiestrutural, uma vez que das 5 questões trabalhadas ele desenvolveu a resposta multiestrutural em 4 e na Q3 da situação 3 desenvolveu um nível de resposta relacional.

O estudante Fred por sua vez, respondeu o teste diagnóstico desenvolvendo uma resposta de nível multiestrutural, aonde ele considerou a massa de dados numa região que incluía o valor da média para os gráficos trabalhados no teste. Em sua interpretação no *software TinkerPlots*, o estudante se manteve no nível de resposta multiestrutural, das 5 questões trabalhadas ele desenvolveu respostas multiestruturais em quatro delas. Na situação 1 o estudante desenvolveu um nível de resposta relacional ao afirmar “Essas aqui são mais ou menos. Essas aqui são as maiores. Por conta desses, assim deu meio”, referindo-se aos plots situados no meio da escala, de cores mais escuras e que possuem maiores valores. Nesse sentido, ele faz uma análise do valor da média apresentado pelo *software*, destacando os valores baixos, intermediários e mais altos dos plots contidos na distribuição, destacando a noção de variabilidade dos dados. Para tanto, o estudante utilizou as ferramentas *stack* e *gradiente* para interpretar as questões.

Desta forma, Fred desenvolveu uma resposta relacional, a partir do qual ele analisou de forma intuitiva a variabilidade dos dados, estabelecendo relações entre os dados, não pelos dados em si, mas buscando identificar o valor da média e tomar decisões sobre o fato do fazendeiro ter feito ou não um bom negócio.

A estudante Sara por sua vez, respondeu o teste diagnóstico desenvolvendo uma resposta de nível multiestrutural, aonde ela circulou uma pequena parte da massa de dados numa região que incluía o valor da média e que se aproximava relativamente em relação ao valor real da média. Em sua interpretação no *TinkerPlots*, a estudante desenvolveu uma resposta de nível relacional em 3 das 5 situações, notadamente aquelas que envolveram “amostras diferentes e médias diferentes”.

A estratégia de Sara na resolução das questões onde desenvolveu o nível de resposta relacional era levar em consideração à distribuição dos plots no gráfico e observar que havia uma tendência da média estar localizada próxima a massa de dados, em específico próximo ao lugar da moda. Ao ser indagada pelo pesquisador a estudante afirmou “É...é igual nos outros que a gente fez, a média tava sempre perto do meio”. Ela se embasou na ideia de moda para fazer as suas estimativas, uma vez que utilizou a ferramenta *stack* que organizava os plots e assim se tornava perceptível o lugar de concentração dos plots, a estudante ainda relacionou a ideia de média a mediana utilizando o seu conhecimento prévio ao afirmar que média “não é o que tem mais, porque se fosse assim a nossa média seria 10 e não sete ou seis”. Nessa resposta a estudante explicitou de forma intuitiva que seus colegas tiravam várias notas “10”, mas tiravam outras como “6” e “7” e por isso a média não seria “10” porque acontece de maneira mais frequente, mas a média das notas seria influenciada pelas notas menores que “10” tiradas pelos estudantes da turma. A estudante compreendeu em sua trajetória interpretativa, e também explicitou, que a média não era o valor que aparecia mais vezes, mas um valor que estava perto da massa de dados.

Capítulo 8 - CONCLUSÕES

O objetivo desta pesquisa foi analisar explorações sobre média realizadas por estudantes do 5º ano e 9º ano do Ensino Fundamental na interpretação de gráficos no software *TinkerPlots*. Em particular, buscou-se caracterizar a compreensão inicial dos estudantes sobre o conceito de média; identificar explorações sobre média em diferentes situações de interpretação de gráficos com o software *TinkerPlots* e analisar as formas de exploração da média pelos dois grupos de estudantes. Os estudantes realizaram individualmente um teste sobre média, contendo questões relacionadas a diferentes contextos: familiar, média, cálculo da média e interpretação de gráficos. A questão de interpretação de gráficos, foi similar àquelas que eles iriam resolver com o *TinkerPlots*. O trabalho com esse software foi realizado em duplas e os problemas requeriam dos estudantes a percepção da relação entre variáveis, sendo uma qualitativa e outra quantitativa. Os problemas apresentaram três tipos de variações quanto ao valor das amostras e das médias: “amostras iguais e médias iguais”; “amostras iguais e médias diferentes” e “amostras diferentes e médias diferentes”.

A maioria dos estudantes do 5º ano não apresentou noções conceituais prévias sobre média, demonstrando um nível de resposta preestrutural, seguido de um nível uniestrutural e que reflete uma ideia coloquial e singular sobre a média. Esses níveis de respostas foram observados nos diferentes contextos das questões abordadas no teste diagnóstico.

Na questão 4d, similar àquelas realizadas com o *TinkerPlots*, e que requeria explorações sobre média na interpretação de gráficos, os estudantes demonstraram a mesma tendência quanto aos níveis de resposta.

Nenhum dos estudantes do 5º ano conseguiu resolver a questão que requeria o cálculo da média.

Quanto aos estudantes do 9º ano, como esperado, eles apresentaram uma maior frequência de respostas uniestruturais, seguido de respostas multiestruturais, que são mais elaborados e que envolvem considerações sobre medidas de tendência central. Apenas um estudante conseguiu resolver a questão sobre o cálculo da média.

A diferença nos níveis de respostas a partir do teste diagnóstico entre os estudantes do 5º e do 9º anos coloca em evidência a influência da escolarização na compreensão desse conceito. É um indicador também de que a compreensão do

conceito de média não consiste em algo que o estudante aprende ou não aprende, ele pode ser desenvolvido ao longo da escolarização.

Nas explorações sobre a média no *software TinkerPlots*, os estudantes do 5º ano avançaram em relação aos seus níveis de resposta identificados no teste diagnóstico. De uma tendência a respostas preestruturais, eles passaram a desenvolver respostas uniestruturais e multiestruturais. Os estudantes do 9º ano, também avançaram no trabalho com o *TinkerPlots*, evoluindo para respostas multiestruturais e em algumas situações para o relacional.

O trabalho com o *TinkerPlots* exige do estudante uma postura ativa em relação aos dados, uma vez que ele é confrontado com uma tela em branco onde devem ser inseridos os atributos adequados, para que assim possam iniciar a análise e interpretação dos gráficos. Nesse sentido, as duplas do 5º e 9º anos foram percebendo no decorrer das interpretações das três situações de pesquisa, que o processo de interpretação era composto de uma construção onde eles eram os agentes principais e que deveriam reagir em relação à situação posta.

Logo após a familiarização os estudantes demonstraram facilidade em inserir os atributos no gráfico, a clicarem e arrastar para que assim pudessem construir o gráfico de escala intervalar e posteriormente o dot plot. Estudos anteriores já apontavam para essa facilidade no manuseio com as ferramentas do *TinkerPlots*, para a interpretação de gráficos como é o caso daquele desenvolvido por Ben-Zvi (2006).

Podemos observar que nas explorações iniciais das situações de pesquisa, os estudantes de ambos os anos de escolarização davam muita ênfase aos aspectos quantitativos dos gráficos, ou seja, onde estivessem um número maior de plots, ali estaria a média. Essa estratégia de consideração da média como o valor que aparece mais vezes, foi observada nos estudos de Watson (2006) sobre média, que não contemplava a interpretação de gráficos. Em nosso contexto de pesquisa, os estudantes utilizavam como estratégia a consideração da massa de dados, que era onde estavam concentrados a maioria dos plots.

No processo interpretativo com o *TinkerPlots*, os estudantes primeiramente construíam o gráfico de escala intervalar e a grande maioria não teve dificuldades em interpretar esse tipo de gráfico. Mesmo aqueles estudantes que não apresentaram conhecimentos formalizados sobre gráficos nos seus desenhos, ou os que não realizaram o desenho, conseguiram construir e interpretar os gráficos.

Pudemos observar que em diversas passagens na abordagem inicial dos trabalhos com o *TinkerPlots*, os estudantes afirmavam que a média estava presente em determinado intervalo porque tinha mais plots naquela região. Nesse sentido, o gráfico de escala intervalar serviu para que os estudantes levantassem hipóteses sobre os dados, que foram sendo refletidas e revistas nas suas trajetórias de interpretação, até perceberem, espontaneamente ou por sugestão do pesquisador, que esse tipo de gráfico não apresentava evidências necessárias para eles concluírem suas interpretações. As interpretações das duplas nesse gráfico envolviam expressões como “separou” e “dividiu”, sendo a primeira mais comum e que denota que os estudantes estavam realizando uma leitura dos dados (CURCIO, 1987).

As explorações sobre a média a partir da construção do *dot plot* revelaram abordagens intuitivas e que envolveram interpretações e abrangeram leituras entre os dados e a partir dos dados. Um aspecto relevante observado nas interpretações com esse tipo de gráfico foi à evolução das respostas dos estudantes para analisar a forma das distribuições, destacando algumas regularidades ou mesmo *outliers*.

As noções conceituais sobre média emergiram mais associadas ao *dot plot*. Esse aspecto coloca em evidência a perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1991), qual seja: diferentes representações colocam em evidência as diferentes propriedades dos conceitos. Essa consiste em contribuição desse estudo e que pode ser destacada como reflexão para o desenvolvimento de atividades sobre média associadas a representações gráficas.

Observamos que alguns estudantes do 9º ano ao longo das suas trajetórias mudaram as suas estratégias iniciais, centrada na massa de dados da distribuição, para considerar regiões mais específicas para localizar a média no gráfico ou mesmo para localizar plots individuais, estimando a média com uma maior precisão. Esse processo foi considerado um refinamento nas suas respostas sobre a média e foi observado entre as duplas que ao final das interpretações trabalharam com a terceira situação de amostras diferentes e médias diferentes, onde observou-se uma tendência à inversão de suas respostas de nível multiestrutural para relacional (Figura 164).

Esse refinamento foi possibilitado em grande parte pelas ferramentas do *TinkerPlots*, em particular destacamos o uso da ferramenta *stack*, que contribuiu para os estudantes visualizarem a forma da representação como um todo, contribuindo para eles distinguirem regularidades e semelhanças a partir das quais realizaram inferências.

Essas regularidades e semelhanças citadas podem ser expressas também através da ferramenta gradiente, que pelo *dégradé* de cores que vai do atributo de menor para o de maior valor, variando a tonalidade da cor, contribuiu para que alguns estudantes justificassem a sua resposta afirmando que “a média tá aqui porque tá mais escuro ou aqui tá mais ou menos a cor”, notadamente entre aqueles do 5º ano. As ferramentas gradiente e *stack* tiveram um papel importante no processo de interpretação dos estudantes, uma vez que eles se guiaram por essas ferramentas para tecerem as suas respostas. Esse resultado, reforça os achados dos estudos de Lira (2010), Alves e Asseker (2011) que já haviam apontado à ferramenta gradiente como uma importante ferramenta na interpretação de gráficos no *TinkerPlots*.

Contudo, é válido salientar que essa ferramenta não foi muito utilizada como parâmetro na interpretação da segunda questão da situação 3 (S3Q2), que tinha uma amostra de 625 peixes. Por se tratar de uma amostra muito grande, os estudantes apresentaram certa dificuldade de analisar os dados e tomar decisões a partir do gradiente de cores. Assim, podemos inferir de acordo com as interpretações das duplas no contexto dessa questão, que essa ferramenta pode ser melhor adequada em questões que envolvam distribuições com amostras menores.

Quanto ao uso da ferramenta *stack*, a partir do momento em que eles clicavam nessa ferramenta, os plots eram agrupados e se organizavam de uma maneira que ficava perceptível a moda dos dados, ou seja, o valor que apareceu mais vezes. Após a observação da moda no gráfico, muitos estudantes se pautavam na maior concentração para afirmar que ali seria a média. Em algumas questões, como a S3Q3 mencionada, a sobreposição de plots nos gráficos, dificultaram as interpretações das duplas com base nas quantidades ou nas cores, levando-as a centrar-se na forma geral da distribuição.

Um outro olhar que o processo interpretativo com o *TinkerPlots* no proporcionou, foi o de colocar em evidência que mesmo aqueles estudantes que aparentemente não possuíam um conhecimento sobre gráficos, conseguiram se sair bem na construção e interpretação de dados no *software TinkerPlots*. Isso quer dizer que conhecer gráfico e seus elementos é fator importante no processo interpretativo dos estudantes, contudo esse conhecimento pode emergir a partir das suas construções e manipulações com as ferramentas do *TinkerPlots*.

Quanto à construção do conceito de média, de acordo com Watson (2006) esse se desenvolve longitudinalmente, ou seja, notadamente no decorrer dos anos de escolarização. Todavia, a partir dos resultados desse estudo, com o uso da tecnologia,

em particular do *software TinkerPlots*, os estudantes apresentaram evoluções nas suas formas de raciocinar sobre a média.

Uma implicação dos resultados obtidos neste estudo para o trabalho com o campo conceitual da média seria inserir no ensino formal atividades de explorações sobre média, associadas com a construção e interpretação de gráficos a partir do 5º ano, ao invés dessa articulação entre esses dois campos de conhecimento, consistir apenas em culminância da escolarização requerida para o Ensino Fundamental, como preconizado pelos PCN.

Destacamos, portanto, a importância da articulação desses dois campos conceituais, haja vista que os meios de comunicação de massa veiculam dados estatísticos através das suas diversas representações gráficas e sobre medidas de tendência central. Nesse sentido, se faz necessário um trabalho articulado e que possibilite a construção dos conceitos estatísticos mediados pela tecnologia da informação com o computador, em particular com o *software TinkerPlots*.

Estudos futuros são necessários para que seja explorado o potencial do *TinkerPlots* para o desenvolvimentos de outros conceitos estatísticos. Um exemplo seria analisar a influência dos tipos de escala na interpretação de gráficos.

Um último aspecto que destacamos é a pertinência do trabalho em duplas no *TinkerPlots*, no qual observou-se um processo colaborativo na construção do conhecimento, a partir do qual a visão de um estudante é apropriada ou revista pelo outro e vice-versa, sendo mediadas pelo uso do *software*. Contudo, a análise desse aspecto não foi objeto desta pesquisa, podendo também ser pensada em termos de pesquisas futuras.

REFERÊNCIAS

AINLEY, J. Re-viewing. Grafing: Tradicional and intuitive approaches. **For the learning of mathematics**, v.15 (2), p. 10-16, 1995.

AINLEY, J. Transparency in graphs and graphing tasks: an iterative design process, **Journal of Mathematical Behavior** n. 19, p. 365-84, 1999.

AINLEY, J.; NARDI, E.; PRATT, D.; Towards the construction of meaning for trend in active graphing. **International Journal of computers of mathematical learning**, V5(2), P. 2-24, 2000.

ALVES, I. A interpretação de gráficos em um ambiente computacional por alunos de uma escola rural do município de Caruaru - PE. 2011. 166 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Pernambuco, 2011.

AMARAL, F. M. Validação de Sequência Didática para (Re) construção de Conhecimentos Estatísticos por Professores do Ensino Fundamental. 2010. 109f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

ASSEKER, A. **O uso do TinkerPlots para a exploração de dados por professores de escolas rurais**. 2011. 158f. Dissertação (Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Pernambuco, 2011.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**, Ensino de 1a a 4a série. Brasília, MEC/ SEF, 1997.

_____. Secretaria de Educação do Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, 5ª a 8ª série**. Brasília: MEC-SEF. 1998.

BARIZON, E. Validação de uma escala de autorregulação de estratégias de aprendizagem estatística de estudantes da terceira série do ensino médio de São Paulo. 2011. 196f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2011.

BATANERO, C. Significado y comprensión de las medidas de posición central. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. **UNO: Revista de didáctica de las matemáticas**, N°. 25, (Ejemplar dedicado a: Contrucción de conocimientos matemáticos para el siglo XXI), 2000, pp. 41-58.

_____. **Didáctica de la estadística**. Grupo de Investigación en Educación Estadística. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, 2001.

BATANERO, C.; ESTEPA, A.; GODINO, J. D. Análisis exploratório de dados: sua possibilidades em La enseñanza secundaria. **Suma**, 9, p. 25 - 31.1991.

BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J. **Developing Students' Statistical Reasoning: Connecting Research and Teaching Practice**. The Netherlands: Kluwer, 2005.

BEN-ZVI, D. (2006). Scaffolding students' informal inference and argumentation. ICOTS, 7, 1-6. doi: 10.1.1.150.6177.

Biehler, R. (1995). Toward requirements for more adequate software tools that support both: Learning and doing statistics. Revised version of paper presented at ICOTS 4. Occasional Paper 157. Bielefeld: University of Bielefeld.

BIGGS, J. B., & COLLIS, K. F. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy*. New York: Academic Press.

CARVALHO, L. **O papel dos artefatos na construção de significados matemáticos por estudantes do Ensino Fundamental**. 2008, 239 f. Tese (Doutorado em Educação) — Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, CE, 2008.

CARVALHO, J. I. F. de. **Média Aritmética nos livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental**. 2011, 139 folhas. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

CAZORLA, I. M. Média aritmética: um conceito prosaico e complexo. In: IX Seminário de Estatística Aplicada, 2003, Rio de Janeiro. *Anais do IX Seminário de Estatística Aplicada*, Rio de Janeiro, 2003.

CURCIO, F. Comprehension of mathematical relationships expressed in graph. **Journal for research in mathematics education**. v.18, p.382-393, 1987.

CURCIO, F. R. (1989). Developing graph comprehension: Elementary and middle school activities. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. Dicionário Aurélio eletrônico: século XXI. Rio de Janeiro: Nova Fronteira/Lexicon Informática, 1999.

FRIEL, S.; CURCIO, F.; BRIGHT, G. Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. **Journal for Research in Mathematics Education**. V. 31, n.2, p, 124-158, 2001.

GARFIELD, J.; BEN-ZVI, D. The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking. The Netherlands: Kluwer, 2008.

GARFIELD, J.; BURRILL, G. Research on the role of technology in teaching and learning statistics. **International Statistical Institute** Voorburg, The Netherlands, 1997.

INTERNATIONAL ASSOCIATION FOR STATISTICAL EDUCATION, 2 – 6 July 2012, Cebu City, **Technology in Statistics Education: Virtualities and Realities**. Cebu City The Philippines, 2012. Disponível em:

<http://iase-eb.org/Conference_Proceedings.php?p=Technology_in_Statistics_Education_2012>. Acesso em: 21 jan. 2013.

KONOLD, C. Handling complexity in the design of educational software tools. In: In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON TEACHING STATISTICS – ICOTS, 7th, 2006, Salvador. Anais..., Salvador: IASE - ISI, 2006. p. 01-06 (ROSSMAN, A.; CHANCE, B.(Ed.)). Disponível em: <<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.110.1987&rep=rep1&type=pdf>>. Acesso em: 28 dez. 2009.

KONOLD, C., & Miller, C., D. (2005). TinkerPlots: Dynamic data exploration. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.

LEITE, A. P. **Estimativa das Medidas de Tendência Central Uma Intervenção de Ensino**. 2010. 161f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

LIRA, O. **O uso de ferramentas do software TinkerPlots para a interpretação de gráficos**. 2010. 197 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Pernambuco, 2010.

MAGINA, S; CAMPOS, T.M.M; NUNES, T; GITIRANA, V. **Repensando adição, subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais**. 2ª edição. São Paulo: PROEM, 2001.

MAGINA, S.; CAZORLA, I.; GITIRANA, V. & GUIMARÃES, G. *Conceptions And Misconceptions Of Average: A Comparative Study Between Teachers And Students*. Anais do ICME 11, p.1-8, 2008.

MAYÉN, S; COBO, B; BATANERO, C; BALDERAS, P. Compreensão das medidas de posição central em estudantes mexicanos. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**. n.9, abril, 2007, p.187-201.

MELO, M. C. M. **Fazendo média: compreensões de alunos e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 125 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Centro de Educação. Universidade Federal de Pernambuco. Recife/PE, 2010.

MORIN, E. **Introdução ao pensamento complexo**. Tradução: Eliane Lisboa. Porto Alegre, RS: Sulina, 2005.

MONTEIRO, C. E. F. **Investigating critical sense in the interpretation of media graphs**. 2005, 228 f. Tese (PhD in Education) – Institute of Education, University of Warwick, Coventry, Inglaterra, 2005.

MOKROS, J; RUSSELL, S. J. Children's Concepts of Average and Representativeness. **Journal for Research in Mathematics Education**, 26(1), p.20-39, 1995.

PERNAMBUCO. **Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco: matemática**. Secretaria de Educação. 134 p. Recife : SE. 2008.

SILVEIRA, E. M. **Elaboração e validação de uma escala de atitudes em relação à Estatística para o ensino médio**. 2011.152f.- Dissertação (Mestrado em Educação

Matemática) - Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2011.

STACK, S., WATSON, J., HINDLEY, S., SAMSON, P AND DEVLIN, R, ‘**What's average?**’, *Australian Mathematics Teacher*, **66**(3) pp. 7-16. ISSN 0045-0685 (2010)
NOVAES, D.V.; COUTINHO, C.Q.S. **Estatística para Educação Profissional**. São Paulo: Atlas, 2009.

WATSON, J. M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2006.

WATSON, J. M., & MORITZ, J.B. (1999). The beginning of statistical inference: Comparing two data sets. *Educational Studies in Mathematics*, *37*, 145–168.

WATSON, J. M.; MORITZ, J. B. The longitudinal development of understanding of average. **Mathematical Thinking and Learning**. 2 (1 e 2), 11-50. 2000.

WATSON, J., & DONNE, J. (2009). TinkerPlots as a Research Tool to Explore Student Understanding. *Technology Innovations in Statistics Education*, 3(1).

STRAUSS, S.; BICHLER, E. The development of children’s concepts of the arithmetic average. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 19, n. 1, 1988, p. 64-80.

TRIOLA, M. F. **Introdução à Estatística**. 7. Ed. Rio de Janeiro: LTC S/A, 1999.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. (ed). **Acquisition of mathematics concepts and process**. London: Academic Press, 1983, p. 128-175.

VERGNAUD, G. (1988). Multiplicative structures. In Hiebert, H. and Behr, M. (eds.). *Research Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum. pp. 141-161.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. *Recherches em didactique des mathématiques*, vol. 10`23, 133-170, Grenoble, La Pensée Sauvage éditions, 1991. In: *Didáctica das Matemáticas*. Direcção de Jean Brun. Horizontes Pedagógicos. 1996.

APÊNDICE A
SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO PARA A REALIZAÇÃO DA
PESQUISA EM UMA ESCOLA DA REDE PÚBLICA NO MUNICÍPIO DO
RECIFE



Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Educação
Pós-Graduação em Educação Matemática e
Tecnológica - EDUMATEC

Av. Acadêmico Hélio
Ramos, s/n, Cid.
Universitária
Fone/FAX (81) 2126-
8324

À Escola x.

Eu, Professora Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho, do Centro de Educação da Universidade Federal de Pernambuco, solicito permissão para que **Robson da Silva Eugênio**, mestrando da Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica realize nessa Instituição a coleta de dados da sua pesquisa de Dissertação intitulada “A exploração da média aritmética no *software TinkerPlots 2.0* por estudantes do ensino fundamental”. O objetivo da pesquisa é identificar e analisar o significado da média na trajetória de interpretação de gráficos produzidos no *TinkerPlots* por estudantes do Ensino Fundamental.

Para obtenção dos dados, o pesquisador deverá realizar algumas visitas a essa Instituição entre os dias 23 de maio e 14 de junho. Nessas ocasiões ele precisará entrevistar 16 estudantes, sendo oito do 5º ano e os demais do 9º ano. As entrevistas serão realizadas em duplas e acontecerão em três momentos para cada uma. No primeiro momento, a entrevista tem como foco a coleta de algumas informações sobre as experiências prévias dos estudantes a respeito do uso do computador e de conhecimentos sobre o Tratamento da Informação e da média. A segunda e terceira entrevistas envolverão aspectos relacionados ao trabalho específico com o uso do *software TinkerPlots*.

Adiantamos que todo o processo será conduzido a partir de um procedimento ético em pesquisa e que a identidade dos participantes assim como dessa Instituição serão preservadas em qualquer publicação onde os dados coletados sejam apresentados.

Agradecemos antecipadamente e nos colocamos à disposição para quaisquer esclarecimentos pelos e-mails: lmtilcarvalho@gmail.com e robsonseugenio@gmail.com.

Atenciosamente,

Recife, 21 de maio de 2012

APÊNDICE B
TESTE DIAGNÓSTICO SOBRE A MÉDIA

Dados de Identificação

Escola: -----

Nome: -----

Idade: -----

Data do Teste: ---/ --- /2012

Ano: -----

Teste sobre Média

1º) O que significaria para você se alguém lhe dissesse “*que você está na média*”.

2º) Uma pesquisa descobriu que “*estudantes brasileiros do ensino fundamental assistem uma média de 3 horas de TV por dia*”.

a) O que significa a palavra média nesta frase?

b) Como você acha que eles obtiveram esta média de 3 horas de TV por dia?

3º) Você está assistindo televisão e ouviu a seguinte notícia:

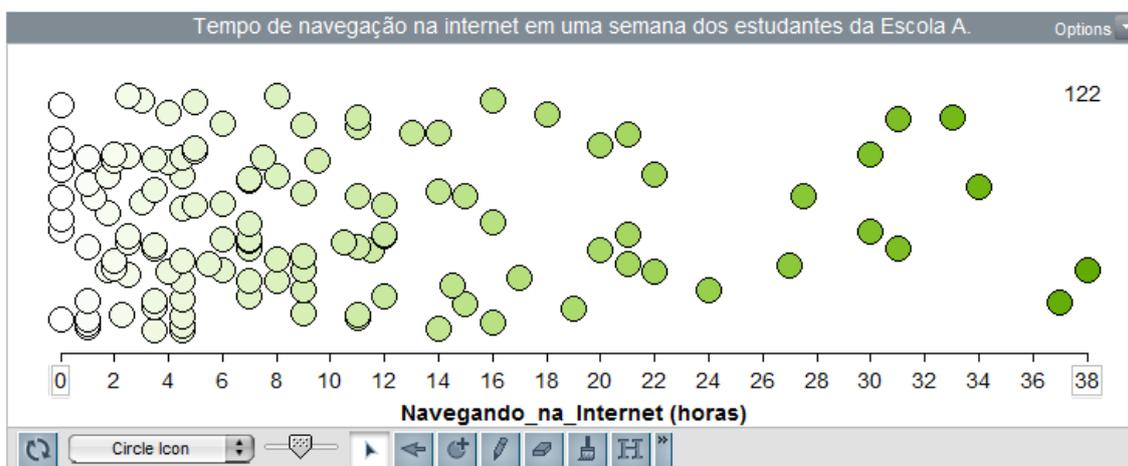
“ Em média, as famílias brasileiras têm 2,3 filhos “

a) O que você pode dizer sobre essa notícia?

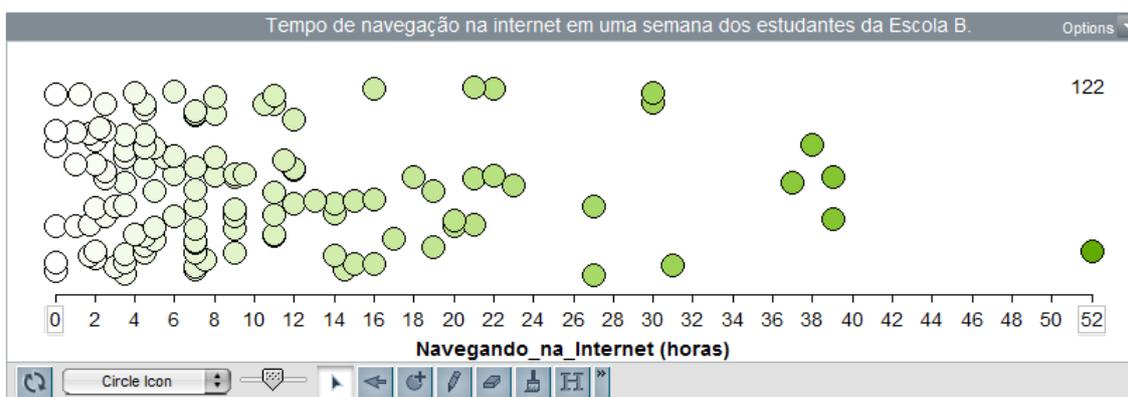
b) Por que a média é 2,3 e não um número como 1, 2, 3 ou 4?

4º) Foi realizada uma pesquisa com estudantes de duas escolas públicas da região metropolitana do Recife. Os pesquisadores perguntaram aos estudantes dessas escolas, quantas horas eles passavam por semana navegando na internet. Os resultados dessa pesquisa foram apresentados nos gráficos abaixo.

Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola A.



Tempo de navegação na internet em uma semana dos estudantes da Escola B.



Analisando os dados dos gráficos das escolas A e B responda as questões abaixo:

a) O que você pode dizer sobre o número de horas navegadas na internet durante uma semana pelos estudantes da escola A e escola B?

b) Qual o maior e o menor número de horas por semana que os estudantes da escola A navegam na internet?

Maior número de horas:----- Menor número de horas:-----

c) Qual o maior e o menor número de horas por semana que os estudantes da escola B navegam na internet?

Maior número de horas: ----- Menor número de horas: -----

d) Indique no gráfico qual seria a média de horas por semana que os estudantes das escolas A e B passam navegando na internet.

5º) Flávio trabalhava em uma loja de eletrodomésticos. No primeiro dia de trabalho ele entregou 4 geladeiras, no segundo 5, no terceiro 7 e no quarto 6. Qual foi a média de geladeiras entregues nesses dias?

APÊNDICE C
ENTREVISTA SEMI-ESTRUTURADA

Município: _____

Escola _____

- Dados de identificação

Idade / Gênero

Série/ Ano

Estuda nessa escola há quanto tempo

- Dados relacionados ao uso do computador

Possui Computador

Frequência de uso do computador

Programas que mais utiliza no computador

- Experiências em informática da educação

Possui experiência

Com que frequência usa os computadores da escola?

Em quais atividades você gostaria de usar o computador aqui na escola?

Por exemplo, em Matemática, você acha que seria bom usar o computador em quê

Você participa ou já participou de algum projeto no Laboratório de Informática da escola? Descreva a experiência

Sobre o Tratamento da Informação

I –Desenho do gráfico no papel (Entregar papel e lápis para o aluno e solicitar que ele desenhe um gráfico).

II- O que você entende por gráficos?

III- Você já estudou sobre gráficos dê um exemplo.

ANEXO I
CARTA DE ANUÊNCIA AUTORIZANDO A REALIZAÇÃO DA PESQUISA NA ESCOLA.



SECRETARIA DE EDUCAÇÃO ESPORTE E LAZER
DIRETORIA GERAL DE ENSINO E FORMAÇÃO DOCENTE

Recife, 23 de maio de 2012.

CARTA DE ANUÊNCIA

Informamos que **Robson da Silva Eugênio**, mestrando da Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnologia do Centro de Educação da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, está autorizado por esta Diretoria a realizar, na E.M. coleta de dados por meio de entrevistas com estudantes do Ensino Fundamental, a fim de subsidiar seu projeto de dissertação “A exploração da média aritmética no software TinkerPlots por estudantes do Ensino Fundamental”.

Atenciosamente,

Joana D'Arc de Andrade

Diretora Geral de Ensino e Formação Docente

Joana D'Arc de Andrade
Diretora Geral de Ensino
Mat. 55.251-2
Secretaria de Educação, Esporte e Lazer - PR

Recebido em 24/05/2012

Robson S. Eugênio