



www.ufpe/ppgedumatec
e-mail: edumatec@ufpe.br
Fone/Fax: (81) 2126.8952

MARIA BETÂNIA EVANGELISTA DA SILVA

**APRENDENDO A REPRESENTAR ESCALAS EM
GRÁFICOS: um estudo de intervenção**

Recife
2014

MARIA BETÂNIA EVANGELISTA DA SILVA

**APRENDENDO A REPRESENTAR ESCALAS EM
GRÁFICOS: um estudo de intervenção**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

Orientadora: Dr^a Gilda Lisbôa Guimarães

Recife
2014

Catálogo na fonte
Bibliotecária Andréia Alcântara, CRB-4/1460

- S586a Silva, Maria Betânia Evangelista da.
Aprendendo a representar escalas em gráficos: um estudo de intervenção / Maria Betânia Evangelista da Silva. – Recife: O autor, 2014.
140 f.: il. ; 30 cm.
- Orientadora: Gilda Lisbôa Guimarães.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2014.
Inclui Referências.
1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Estatística – Estudo e ensino. 3. Ensino fundamental. 4. UFPE - Pós-graduação. I. Guimarães, Gilda Lisbôa. II. Título.
- 372.7 CDD (22. ed.) UFPE (CE2014-17)



Maria Betânia Evangelista da Silva

“APRENDENDO A REPRESENTAR ESCALAS EM GRÁFICOS: um estudo de intervenção”

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a conclusão do Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica.

Aprovada em: 24/02/2014

COMISSÃO EXAMINADORA:

Presidente e Orientadora
Profa. Dra. Gilda Lisbôa Guimarães
UFPE

Examinadora Externa
Profa. Dra. Clélia Maria Ignatius Nogueira
UEM

Examinadora Interna
Profa. Dra. Cristiane Azevêdo dos Santos Pessoa
UFPE

Recife, 24 de fevereiro de 2014.

*Dedico este trabalho ao meu amado avô Júlio, a
pessoa que tive como referência de pai, embora hoje
não esteja entre nós, contudo vive presente nas
minhas mais queridas lembranças.*

AGRADECIMENTOS

A Deus, Pai eterno, que sempre esteve e está presente comigo e por ter me concedido esta grande bênção que foi a realização deste trabalho;

A minha mãe Nelma, a minha irmã Nichelli, a minha avó Benedita e a toda minha família que sempre me apoiou com demonstração de carinho e amizade, pessoas fundamentais na minha vida;

A Gilda Guimarães, minha orientadora, por ter acreditado na possibilidade da realização desse estudo, pela paciência, pelo incentivo, pela dedicação e principalmente, por ter partilhado comigo suas ideias, conhecimentos e experiências, pois a partir delas aprendi a fazer e gostar de pesquisa. Fico profundamente feliz por ter a oportunidade de trabalhar com ela e por ter sua amizade.

Aos colegas do grupo de estudo GREF (Grupo de Estudo em Educação Estatística no Ensino Fundamental) com quem tive o prazer de conviver durante este período, pela amizade, compreensão e ajuda;

Aos 69 alunos que participaram desse estudo e seus respectivos professores. Pela compreensão e disponibilidade em ajudar na realização das atividades, pois sem eles esta pesquisa não seria possível;

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação de Educação Matemática e Tecnológica - EDUMATEC, pela demonstração de dedicação e profissionalismo em seus ensinamentos, tão importantes na minha formação intelectual e profissional e, principalmente, aos da linha de processos, pela valiosa contribuição durante os encontros de Seminários.

As professoras Cristiane Pessoa e Clélia Ignatius, por terem aceitado participar da minha banca de qualificação e de defesa. Pelas críticas e sugestões apresentadas, as quais contribuíram de forma efetiva na elaboração final deste trabalho;

Aos queridos colegas do curso de mestrado e, em especial, a Lucicleide, Fernando, Marlene, Joseane e todos os outros com quem tive a imensa alegria de conviver durante todo o curso;

Aos amigos Fabíola e Paulo, parceiros de viagens, pela paciência, amizade, incentivo e companheirismo;

Aos queridos amigos, Bezinho, Ivanildo, Aldy, Vera, Nilda, Suame, Arnóbio, Jailton, Janaína, Patrícia, Joana que de alguma forma contribuíram para a realização desse trabalho, agradeço pelo incentivo, apoio, atenção e paciência;

Enfim, a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para tornar esse sonho realidade.

RESUMO

A crescente necessidade de se discutir questões relacionadas à Estatística, principalmente nos meios educacionais, se justifica pela constante utilização de dados estatísticos em nosso cotidiano. Assim, é de extrema importância saber ler, interpretar e fazer inferências de informações que aparecem em gráficos, tabelas, dentre outros recursos. Entretanto, pesquisas relatam a dificuldade de alunos em compreender escalas representadas em gráficos. Isso é preocupante, pois a escala se constitui em um dos componentes fundamentais para se entender os dados representados em gráficos. Essa pesquisa teve como objetivo investigar a influência de uma intervenção de ensino sobre escalas representadas em gráficos de barras e linhas, com alunos do 5º ano, a partir de três tipos de atividade que exploravam o conceito de escala: medidas de comprimento (MC), reta numérica (RN) e mapas (MP). Participaram do estudo 69 alunos de três escolas públicas da Região Metropolitana do Recife. Foi realizado um pré-teste, uma intervenção de ensino e um pós-teste com cada grupo. Com intuito de avaliar o conhecimento dos alunos, o pré-teste e o pós-teste continham oito questões que envolviam interpretação e construção de escala em gráficos. A intervenção de ensino realizada em cada turma ocorreu em dois dias, com aproximadamente uma hora de duração cada um. Nessa intervenção, apesar das atividades para cada turma apresentarem contextos diferentes, foi realizada da mesma forma, sendo um dia com atividades de interpretação de escalas e no outro de construção de escalas. Durante as mesmas, a pesquisadora/professora buscou ressaltar a unidade da escala e a proporcionalidade existente na mesma. Os resultados revelaram que os alunos apresentaram um fraco desempenho no pré-teste, demonstrando dificuldades para representar, localizar, analisar, comparar e construir escalas em gráficos. Porém, após apenas as duas sessões de intervenção, no pós-teste foram observados avanços significativos na aprendizagem de todos os grupos. Os alunos passaram a compreender significativamente melhor sobre essa representação, tanto para localizar, como analisar e construir. Apesar das atividades abordarem contextos diferentes, não foi encontrado um tipo específico de estratégia de resolução em função dos grupos. Assim, podemos afirmar que alunos dos anos iniciais quando levados a refletir sobre escalas demonstram capacidade e facilidade para aprender, evidenciando, assim, a necessidade de um trabalho sistemático com os mesmos nas escolas, para que eles possam ser leitores e produtores críticos de informações veiculadas em gráficos.

Palavras-chave: Escala; Gráficos; Anos iniciais do Ensino Fundamental; Estatística, Matemática.

ABSTRACT

The increasing need to discuss issues related to statistics, especially educational environments, is explained by the constant use of statistical data in our daily lives. Thus, it is highly important to know how to read, interpret, and infer information from the graphs, tables and so forth. Nevertheless, research has shown the difficulties students face to understand scales represented in graphs. This is bewildering since a scale is one of the fundamental components to understand data represented in graphs. This research aimed to investigate the influence of a teaching intervention on scales represented in bars and lines graphs, with students of the fifth grade of primary school, from three types of activities that explored the notion of scale: length measures (LM), number line (NL), and charts (CHT). Sixty-nine students from three public schools of the metropolitan region of Recife took part in the study. A pretest, an intervention and a posttest were applied to each group. For the purpose of assessing students' knowledge, eight questions involving interpretation and construction of scales in graphs were added in the pretest and the posttest. The teaching intervention was carried out in two days in each class, with approximately one hour each. Although the activities for each class had different contexts, the intervention was performed in the same way, being one day for the interpretation of scales and the other for their construction. During the activities, the researcher/teacher sought to emphasize the unity of the scale and the proportionality within it. The results revealed that students showed a weak performance in the pretest, displaying difficulties representing, locating, analyzing, comparing and building scales in graphs. However, after only two intervention sessions, significant progress was observed in the learning of all groups at posttest. The students came to understand this representation considerably better, and learned how to identify, analyze and build. Although the activities tackle a different context, no particular type of resolution strategy was found. Thus, we can state that students show significantly superior performance when brought to reflect on scales in the early years, demonstrating this way the need for a systematic work in schools so that they can become critical readers and producers of information conveyed in graphs.

Keywords: Scale; Graphs; primary School; Statistics, Mathematics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Exemplo de gráfico com escala unitária	30
Figura 1.2: Exemplo de gráfico com escala não unitária	31
Figura 1.3: Exemplo de gráfico de linha com escala interrompida.....	31
Figura 1.4: Exemplo gráfico com ausência de escala.....	32
Figura 1.5: Erro na construção da escala	34
Figura 1.6: Atividade realizada na intervenção - Manipulação da posição dos dados	35
Figura 1.7: Gráficos com os mesmos dados, mas com intervalos escalares diferentes	38
Figura 1.8: Atividade de construção de gráfico com erro na escala.....	38
Figura 1.9: Não registrar os números que compõem a escala do gráfico.	39
Figura 1.10: Registrar os valores na escala um-a-um.....	38
Figura 1.11: Registrar na escala os valores numéricos disponíveis no enunciado na sequência correta, mas sem respeitar a proporção existente entre eles	40
Figura 1.12: Registrar na escala os valores numéricos na sequência que eles aparecem no enunciado.....	39
Figura 1.11: Escalas heterogêneas, erro de proporcionalidade.....	42
Figura 1.12: Repetiam duas vezes no eixo x os valores da escala.....	43
Figura 1.13: Atividade que precisava estabelecer uma escala	45
Figura 1.14: Atividades que exploram o conceito de escala por ano escolar.....	46
Figura 2.1: Esquema de distribuição dos alunos na pesquisa	50
Figura 2.2: Primeiras questões dos testes – Representar valores na escala em gráfico de barras	52
Figura 2.3: Segundas questões dos testes – Representar valores na escala em gráfico de linha.....	53
Figura 2.4: Terceiras questões dos testes - Interpretar valores na escala no gráfico de barras.....	54

Figura 2.5: Quartas questões dos testes – Interpretar valores na escala no gráfico de linha	55
Figura 2.6: Quintas questões dos testes – Identificar os erros da escala	56
Figura 2.7: Sextas questões dos testes – Fazer a correspondência entre o gráfico e a tabela que representa os mesmos dados	57
Figura 2.8: Sétimas questões dos testes – Intervalos escalares distintos	58
Figura 2.9: Oitavas questões dos testes – Construção de gráfico a partir de uma tabela	58
Figura 2.10: Primeira atividade de interpretar escala no contexto de medida de comprimento	61
Figura 2.11: Segunda atividade de interpretar escala no contexto de medida de comprimento	62
Figura 2.12: Terceira atividade de interpretar escala no contexto de medida de comprimento	63
Figura 2.13: Primeira atividade de construção de escala no contexto de medida de comprimento	64
Figura 2.14: Segunda atividade de construção de escala no contexto de medida de comprimento	64
Figura 2.15: Primeira atividade de interpretar escala no contexto de reta numérica.	65
Figura 2.16: Segunda atividade de interpretar escala no contexto de reta numérica	66
Figura 2.17: Terceira atividade de interpretar escala no contexto de reta numérica.	67
Figura 2.18: Primeira atividade de construção de escala no contexto de reta numérica	67
Figura 2.19: Segunda atividade de construção de escala no contexto de reta numérica	68
Figura 2.20: Primeira atividade de interpretar escala no contexto de mapa	69
Figura 2.21: Segunda atividade de interpretar escala no contexto de mapa	70
Figura 2.22: Terceira atividade de interpretar escala no contexto de mapa.....	71
Figura 2.23: Primeira atividade de construção de escala no contexto de mapa	72
Figura 2.24: Segunda atividade de construção de escala no contexto de mapa	73
Figura 3.1: Primeira questão do pré-teste e do pós-teste	81
Figura 3.2: Segunda questão do pré-teste e do pós-teste	82

Figura 3.3: Terceira questão do pré-teste e do pós-teste	84
Figura 3.4: Quarta questão do pré-teste e do pós-teste	87
Figura 3.5: Quinta questão do pré-teste e do pós-teste.....	90
Figura 3.6: Sexta questão do pré-teste e do pós-teste	93
Figura 3.7: Sétima questão do pré-teste e do pós-teste	94
Figura 3.8: Oitava questão do pré-teste e do pós-teste	96
Figura 3.9: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Representou os valores apresentados nas barras/eixos na escala do gráfico de barras</i> ” (aluno 16 – pré-teste).	101
Figura 3.10: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Representou os valores solicitados na escala do gráfico de barras na ordem em que são apresentados no enunciado da questão</i> ” (aluno 47 – pré-teste).	102
Figura 3.11: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Representou os valores solicitados na escala do gráfico na ordem crescente e sem proporcionalidade</i> ” (aluno 02 – pós-teste).....	102
Figura 3.12: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Representou os valores solicitados na escala, colocando-os em ordem crescente e com proporcionalidade</i> ” (aluno 45 – pós-teste).....	103
Figura 3.13: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Representou os valores apresentados nos pontos/eixos na escala do gráfico de linha simples</i> ” (aluno 17 – pré-teste).	105
Figura 3.14: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Representou os valores solicitados na escala do gráfico de linha simples na ordem em que são apresentados no enunciado da questão</i> ” (aluno 45 – pré-teste).	105
Figura 3.15: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Representou os valores solicitados na escala do gráfico na ordem crescente, mas sem proporcionalidade</i> ” (aluno 02 - pré-teste).	106
Figura 3.16: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Representou os valores solicitados na escala em ordem crescente e com proporcionalidade</i> ” (aluno 03 – pré-teste).....	106
Figura 3.17: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Colocou valores aleatórios</i> ” (aluno 46 - pré-teste).	109
Figura 3.18: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Colocou valores que apareceu na escala/eixo</i> ” (aluno 29 – pré-teste).	109
Figura 3.19: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Identificou, equivocadamente, a subdivisão da escala de uma em uma unidade, para localizar os valores solicitados</i> ” (aluno 09 – pré-teste).	110

Figura 3.20: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Localizou os valores solicitados</i> ” (aluno 51 – pós-teste)	110
Figura 3.21: Exemplo do tipo de resposta “ <i>colocou números aleatórios para quantificar valores pontuais no comportamento das variáveis representadas nos pontos do gráfico</i> ” (aluno 47 – pré-teste).....	112
Figura 3.22: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Colocou números presentes na escala/eixo</i> ” (aluno 45 – pré-teste).....	112
Figura 3.23: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Contou a subdivisão da escala de uma em uma unidade</i> ” (aluno 11 – pré-teste)	113
Figura 3.24: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Localizou os valores solicitados</i> ” (aluno 68 – pós-teste)	113
Figura 3.25: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Não localizou os erros cometidos no gráfico</i> ” (aluno 01 – pré-teste).....	117
Figura 3.26: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Localizou, apenas um erro cometido no gráfico</i> ” (aluno 61 – pós-teste).....	117
Figura 3.27: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Localizou os dois erros cometidos no gráfico</i> ” (aluno 06 – pós-teste)	118
Figura 3.28: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Não localizou a tabela correspondente ao gráfico</i> ” (aluno 45 – pré-teste)	120
Figura 3.29: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Localizou a tabela correspondente ao gráfico</i> ” (aluno 65 – pós-teste)	120
Figura 3.30: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Escolheu o gráfico errado</i> ” (aluno 24 – pré-teste)	122
Figura 3.31: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Escolheu o gráfico certo, mas não forneceu uma justificativa adequada a situação</i> ” (aluno 55 – pós-teste)	122
Figura 3.32: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Escolheu o gráfico certo, e forneceu uma justificativa adequada a situação</i> ” (aluno 39 – pós-teste)	123
Figura 3.33: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Fez uma lista com as informações da tabela</i> ” (aluno 24 – pré-teste)	124
Figura 3.34: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Colocou os valores em cima das barras, mas sem proporcionalidade</i> ” (aluno 39 – pós-teste).....	125
Figura 3.35: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Fez barras com escalas, mas sem proporcionalidade</i> ” (aluno 02 – pós-teste)	126
Figura 3.36: Exemplo do tipo de resposta “ <i>Fez barras proporcionais com e sem escala</i> ” (aluno 60 – pós-teste).....	126

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 3.1: Média de acertos por fase (pré-teste e pós-teste).....	75
Gráfico 3.2 Média de acertos nos testes por grupo e por fase	77
Gráfico 3.3 Percentuais de acertos na 1ª questão por turma e por fase.....	82
Gráfico 3.4: Percentuais de acertos na 2ª questão por turma e por fase.....	83
Gráfico 3.5: Percentuais de acertos entre a 1ª e 2ª questão por grupo e por fase ...	83
Gráfico 3.6: Percentuais de acertos na 3ª questão por turma e por fase.....	85
Gráfico 3.7: Percentuais de acertos da 1ª e 3ª questão por grupo e por fase.....	86
Gráfico 3.8: Percentuais de acertos na 4ª questão por turma e por fase.....	87
Gráfico 3.9: Percentuais de acertos entre a 3ª e 4ª questão por grupo e por fase ...	88
Gráfico 3.10: Percentuais de acertos da 2ª e 4ª questão por grupo e por fase.....	89
Gráfico 3.11: Percentuais de acertos na 5ª questão por grupo e por fase - um e dois erros localizados.....	91
Gráfico 3.12: Percentuais de acertos na 6ª questão por turma e por fase	93
Gráfico 3.13: Percentuais de acertos na 7ª questão por turma e por fase.....	95
Gráfico 3.14: Percentuais de acertos na 8ª questão por turma e por fase	97
Gráfico 3.15: Percentuais de acertos entre a 6ª e 8ª questão por grupo e por fase..	98
Gráfico 3.16: Percentuais dos tipos de estratégias utilizadas pelos alunos dos três grupos na resolução da 1ª questão por grupo e por fase	101
Gráfico 3.17: Percentuais dos tipos de estratégias utilizadas pelos alunos dos três grupos na resolução da 2ª questão por grupo e por fase	104
Gráfico 3.18: Percentuais dos tipos de estratégia utilizados pelos alunos dos três grupos na resolução da 1ª e 2ª questão por grupo e por fase	107
Gráfico 3.19: Percentuais dos tipos de estratégia utilizados pelos alunos dos três grupos na resolução da 3ª questão por grupo e por fase	108
Gráfico 3.20: Percentuais dos tipos de estratégias utilizados pelos alunos dos três grupos na resolução da 4ª questão por grupo e por fase	111
Gráfico 3.21: Percentuais dos tipos de estratégias utilizados pelos alunos dos três grupos na resolução da 3ª e 4ª questão por grupo e por fase	114

Gráfico 3.22: Percentuais dos tipos de estratégias utilizados pelos alunos dos três grupos na resolução da 5ª questão por grupo e por fase	116
Gráfico 3.23: Percentuais dos tipos de estratégias utilizados pelos alunos dos três grupos na resolução da 6ª questão por grupo e por fase	119
Gráfico 3.24: Percentuais dos tipos de estratégias utilizados pelos alunos dos três grupos na resolução da 7ª questão por grupo e por fase	121
Gráfico 3.25: Percentuais dos tipos de estratégias utilizados pelos alunos dos três grupos na resolução da 8ª questão por grupo e por fase	124

LISTA DE QUADRO E TABELAS

Quadro 3.1: Critérios de correção por questão no pré-teste e no pós-teste	74
Tabela 3.1: Desempenho dos grupos por fase.....	78
Tabela 3.2: Percentuais e acertos por grupo, por questão e por fase	79

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	19
CAPÍTULO 1.....	23
O Ensino de Estatística.....	23
O Conceito de Escala	25
Escala representadas em gráficos	28
Estudos sobre atividades de interpretação e construção de escalas representadas em gráficos.....	33
A compreensão de alunos de diferentes escolaridades sobre escala	33
A compreensão de professores sobre escala	41
Escala e livro didático	44
CAPÍTULO 2.....	49
Objetivo Geral.....	49
Objetivos específicos	49
METODOLOGIA	49
Participantes	49
Procedimento.....	50
Pré-teste e Pós-teste	51
Intervenções de Ensino	59
Intervenção com o grupo Medidas de Comprimento – MC	61
Intervenção com o grupo Reta Numérica - RN	65
Intervenção com o grupo atividades de mapas – MP	68
CAPÍTULO 3.....	74
RESULTADOS.....	74
Média de acertos no Pré-teste e no Pós-teste	75

Percentual de acertos dos grupos em cada questão do Pré-teste e do Pós-teste.	79
Tipos de estratégias utilizadas pelos alunos ao responderem as questões do pré-teste e do pós-teste	100
CAPÍTULO 4.....	129
CONSIDERAÇÕES FINAIS	129
REFERÊNCIAS	136

INTRODUÇÃO

A crescente necessidade de se discutir as questões relacionadas à Estatística, principalmente nos meios educacionais, se justifica pela constante utilização de dados estatísticos em nosso cotidiano. Assim, é de extrema importância saber ler, interpretar e fazer inferências de informações que aparecem em gráficos e tabelas, dentre outros recursos.

Como afirmam Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), a Estatística exerce um papel essencial na educação para a cidadania. Essa pode ser considerada uma importante ferramenta para a realização de projetos e investigações em diversos campos, sendo usada no planejamento, na coleta e análise de dados, nas realizações de inferências para se tomar decisões com o intuito de apoiar afirmações em diversas áreas, como saúde, educação, ciência e política.

Para Barros, Martins e Pires (2009), o uso de ferramentas estatísticas contribui de forma significativa para que o cidadão se aproprie das informações apresentadas e, a partir daí, possa tomar decisões de forma consciente.

Nesse contexto, o ensino da Estatística pode possibilitar ao aluno condições para que ele possa analisar e tirar conclusões de situações diversas que são apresentadas através de gráficos e tabelas, bem como ser capaz de fazer afirmações conscientes e críticas e tomar decisões que busquem o bem estar de todos.

Entretanto, como é evidenciado pelo o Indicador de Alfabetismo Funcional - INAF (2011), apenas 27% da população brasileira é capaz de interpretar informações apresentadas em gráficos, sendo que destes, 62% tem mais que Ensino Médio. Assim, a compreensão de gráficos não tem sido um conhecimento que as experiências de vida têm ajudado a construir. A instrução formal é necessária para explicar os níveis de alfabetismo da população brasileira, ou seja, quanto maior a escolarização, maior é a probabilidade de alcançar os níveis mais altos de alfabetismo.

Assim, a escola exerce um papel essencial nesse processo de apropriação dos conteúdos estatísticos, visto que através de proposta de atividades

investigadoras e estimulantes, permite ao aluno observar e construir eventos possíveis, por meio da coleta e da organização dos dados (LOPES, 2008).

O ensino de Estatística teve sua inclusão no currículo brasileiro a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática - PCN (BRASIL, 1997). Esse documento aponta como objetivo que o aluno deve construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente em seu cotidiano. Assim, nossos alunos devem ser levados a interpretar, avaliar e inferir sobre as informações contidas em diferentes recursos estatísticos que aparecem diariamente em jornais, revista e outdoor, por exemplo.

Como argumenta Lopes (2008), os conceitos estatísticos precisam ser abordados desde os primeiros anos de escolaridade, para que o aluno possa ter um entendimento mais amplo dos problemas do mundo em que vive. Quando confrontado com diversas situações-problema contempladas em sua realidade social, o aluno passa a ter condições de escolher melhor suas estratégias para discutir e resolver tais situações, contribuindo para a evolução do seu processo reflexivo.

No entanto, revisando a literatura percebemos que várias pesquisas apontam que alunos e professores apresentam dificuldades com relação à interpretação e construção de gráficos (GUIMARÃES, 2002; LEMOS, 2002; ALBUQUERQUE, 2010; LIMA, 2010). Essas dificuldades ficam mais evidentes quando eles precisam lidar com escalas utilizadas nas representações gráficas.

A compreensão da escala pode ser considerada um instrumento fundamental para o entendimento das informações presentes nos gráficos e, portanto, devemos estar atentos à veracidade de tais informações. Dependendo da forma com que a escala seja manipulada pode gerar imagens distorcidas sobre as informações que são exibidas na representação e pode levar o leitor a tirar conclusões imprecisas de um determinado assunto.

Como argumentam Albuquerque (2010) e Silva (2012), as dificuldades com a escala estão presentes tanto nas atividades que requerem a habilidade de interpretação de gráficos quanto nas de construções, principalmente quando os valores a serem trabalhados não estão explícitos.

Guimarães (2002), Albuquerque (2010), argumentam que os alunos não compreendem que existe uma continuidade numérica entre os intervalos da escala e

apresentam muitas dificuldades para estabelecer a proporcionalidade entre os valores de uma escala. Assim, ressaltam a necessidade de um trabalho sistemático e inter-relacionado, no qual leve o aluno a refletir sobre a importância e a funcionalidade da utilização da escala, bem como, compreender a grandeza comprimento, discutindo as unidades de medida e suas sub-unidades.

A utilização da escala perpassa por diferentes conteúdos matemáticos, como proporcionalidade, leitura de mapas e gráficos, medidas de comprimento, construção de figuras e outros. Essas várias formas de uso de escala evidenciam uma função articuladora importante tanto com a Matemática, quanto com as outras áreas do conhecimento, como Geografia, Cartografia, Engenharia, etc. Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática - PCN (BRASIL, 1997), inclusive indicam que o aprendizado da escala pode ser desenvolvido em todos os blocos de conteúdos (Número e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, Tratamento da Informação), possibilitando uma riqueza de conexão entre esses conteúdos. Entretanto, o conceito de escala nem sempre é explorado de forma intencional e sistemática, como argumentam Melo e Bellemain (2004).

Diante desse contexto, essa pesquisa buscou investigar as contribuições de uma intervenção de ensino sobre escalas representadas em gráficos de barras e linhas, com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental a partir de três tipos de situações de intervenção que abordam o conceito de escala: medidas de comprimento, reta numérica e mapas.

Através de um trabalho intencional e sistemático, procuramos gerar discussões e reflexões sobre a funcionalidade e importância desse conceito, buscando favorecer o aprendizado dos alunos.

São apresentados no primeiro capítulo reflexões sobre o uso de escalas representadas em gráficos e a aprendizagem dos alunos, e, por fim, estudos que analisam o conceito de escala em livros didáticos com o objetivo de analisar o que vem sendo proposto nas salas de aula.

O segundo capítulo é destinado à metodologia, na qual são apresentados os objetivos da pesquisa, o perfil dos três grupos que fizeram parte desse estudo, bem como os procedimentos referentes à coleta dos dados: os dois testes (pré e pós) e a intervenção de ensino, tendo como referência as três situações exploradas em cada grupo.

No terceiro capítulo são apresentados os resultados e as discussões, comparando o desempenho dos alunos nos diferentes momentos e em função das habilidades requeridas em cada questão, e entre questões. Por fim, apresentamos também uma reflexão sobre as estratégias utilizadas pelos alunos ao responderem as atividades propostas.

Finalmente, no quarto capítulo são expostas nossas considerações acerca dos principais resultados encontrados em nessa pesquisa, na qual buscamos responder as questões que motivaram a realização desse estudo, bem como suas contribuições para as práticas educacionais e discussões sobre o tema em questão.

CAPÍTULO 1

Neste capítulo iremos apresentar algumas considerações acerca do ensino de Estatística, bem como reflexões sobre o conceito de escala e sua funcionalidade na representação gráfica. Também abordaremos estudos que investigaram a utilização da escala em gráfico e a aprendizagem dos alunos e professores. Por fim, abordaremos algumas pesquisas que analisaram o uso de escala em livros didáticos de Matemática.

O Ensino de Estatística

O reconhecimento da importância da Estatística em nossa sociedade vem aumentando nos últimos anos. A crescente utilização dos recursos estatísticos se deve principalmente aos avanços tecnológicos apresentados pela sociedade, os quais possibilitam lidarmos com uma grande quantidade de informações.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) as tecnologias da informação e comunicação (TIC) se constituem como um elemento indispensável no trabalho da Estatística, uma vez que permitem a realização de cálculos, e facilitam o uso de uma grande variedade de formas de representações, que até então não eram possíveis.

A Estatística permeia a vida dos cidadãos permitindo conhecer, por exemplo, a inflação mensal, a popularidade dos políticos, as tendências de mercado de produtos de consumo, e outros eventos. Cientes disso, os meios de comunicação de massa frequentemente exploram dados estatísticos, com o intuito de repassar informações de forma resumida e rápida. Monteiro e Ainley (2007) ressaltam que a imprensa, com frequência, faz uso de gráficos estatísticos com intuito de ilustrar os argumentos jornalísticos para o público. Entretanto, afirmam que nem sempre as informações apresentadas pela mídia são repassadas de forma imparcial, visto que os gráficos estatísticos utilizados pelos meios de comunicação podem ser empregados também para enfatizar e/ou disfarçar alguns aspectos da informação.

As escalas representadas nos gráficos, por exemplo, podem fornecer imagens distorcidas sobre uma determinada informação. Cavalcanti, Natrielli e Guimarães (2010), ao analisarem os gráficos veiculados na mídia impressa,

considerando três tipos de suportes, constataram que 39% desses gráficos apresentavam escalas com proporcionalidades inadequadas, as quais poderiam levar os leitores a compreensões equivocadas da real informação que deveria ser apresentada em tais matérias.

Para que esses erros não passem despercebidos é necessário que haja uma prática de ensino que permita a análise das informações, para que os leitores possam exercer seu papel perante a sociedade de forma crítica, ponderada e reflexiva. Diante disso, é cada vez mais necessário que os cidadãos tenham um maior conhecimento acerca dos recursos estatísticos, de suas especificidades, para que consigam entender e analisar criticamente as informações mostradas em qualquer tipo de representação gráfica.

Watson (1997) sugere inclusive que os gráficos incomuns e enganosos que aparecem na mídia impressa possam ser utilizados como excelente exemplo para motivar e desafiar os alunos na aprendizagem estatística.

Nesse sentido, vários pesquisadores (BOAVENTURA e FERNANDES, 2004; PONTES, BROCARD e OLIVEIRA, 2009; AZCÁRATE e CARDEÑOSO, 2011) vêm defendendo que a Estatística deve ser vista como linguagem de descrição e interpretação da realidade, bem como merece uma atenção no âmbito escolar. No mundo das informações em que estamos inseridos, torna-se cada vez mais urgente o acesso do cidadão a questões sociais e econômicas em que tabelas e gráficos sintetizam informações, índices são comparados e analisados para defender ideias.

Conforme Arteaga e Batanero (2010) a inclusão de conteúdos estatísticos nas escolas vêm aumentando. As orientações curriculares propõem uma mudança de abordagem, de forma que os conteúdos estatísticos sejam apresentados, não apenas como uma ferramenta para resolver problemas, mas também como um instrumento valioso para compreender e analisar a realidade. Entretanto, para essas propostas serem realizadas é necessário preparar os professores em termos de conhecimento estatístico. Essa é uma preocupação assumida pelo IASE (Associação Internacional para Estatística da Educação) e ICMI (Comissão Internacional de Instrução Matemática).

A preocupação se justifica tendo em vista que diversos estudos apontam que os professores apresentam pouco domínio das competências estatísticas (MONTERIRO e SELVA, 2001; MONTEIRO e AINLEY, 2007; ARTEAGA e BATANERO, 2010), refletindo negativamente na aprendizagem dos alunos.

Nesse sentido, no Brasil, desde 1997, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997) já defendiam que o ensino dos conceitos estatísticos deve ser focado na compreensão e na tomada de decisões de cunho político e social. Além disso, os alunos devem ser conduzidos a fazerem leitura e interpretação de informações complexas, muitas vezes contraditórias, que incluem dados estatísticos e índices divulgados pelos meios de comunicação. Os PCN defendem a importância da introdução do estudo de Estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental, enfatizando que os alunos devem coletar e organizar dados, para que possam desenvolver suas capacidades de analisar, refletir, criticar e intervir nas informações apresentadas.

Campos, Jacobini, Wodewotzki e Ferreira (2011) defendem um ensino de Estatística voltado para coleta de dados, com diferentes formas de interpretação e com o uso da habilidade de escrever e de comunicar. Ao contrário do que muitos pensam, a Estatística não se resume a números, fórmulas e cálculos. Silva (2012) argumenta que o ensino de Estatística precisa ser redirecionado nas instituições de ensino, no sentido de estimular os alunos a elaborarem questionamentos, estabelecerem relações e levantarem previsões de sua realidade.

De acordo com Lopes (2008; 2010), as propostas curriculares de Matemática têm procurado justificar a importância e a relevância do ensino de Estatística na formação dos estudantes. Assim, pontuando o que eles devem conhecer e os procedimentos que devem desenvolver para uma aprendizagem significativa, a qual leva em consideração situações familiares aos alunos, que sejam contextualizadas e investigativas. Além disso, ressalta a importância de se promover atividades interdisciplinares e intradisciplinares, direcionando a Estatística para ser trabalhada conjuntamente com outros domínios da Matemática, como a proporcionalidade, a geometria ou as medidas.

Assim sendo, oportunizar em sala de aula um ambiente que propicie aos alunos vivenciarem sua realidade social e que os levem a refleti-la, é de fundamental importância para o seu desenvolvimento intelectual.

O Conceito de Escala

O conceito de escala pode ser utilizado em diferentes áreas de conhecimento, como Geografia, Matemática, Cartografia, Engenharia, entre outras. De forma

intencional ou não, lidamos constantemente com a noção de escala em nosso dia-a-dia mediante a leitura de mapas, gráficos, planta de imóvel, instrumentos de medições e outros.

Em relação à Matemática, o conceito de escala é trabalhado quando são abordados números racionais, proporcionalidade, semelhança, leitura de gráficos, comprimento, área, estruturas multiplicativas, construção de figuras, com foi verificado por Melo e Bellemain (2006). Em relação aos conteúdos da geometria, estabelece uma articulação com semelhanças de figuras planas, ampliação e redução na construção de figuras em escala (planta, croquis e mapas). No campo das grandezas geométricas, a escala se apresenta como uma razão entre comprimentos, ou entre medidas de comprimentos, sendo de fundamental importância à aprendizagem sobre escala e a gestão de unidades.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997), fazem referência ao conceito de escala em todos os eixos - espaço e forma, grandezas e medidas, tratamento da informação e números e operações, como mostram as descrições abaixo:

Identificar características das figuras geométricas, percebendo semelhanças e diferenças entre elas, por meio de composição e decomposição, simetrias, ampliações e reduções (Brasil, 1997, p. 56 – Objetivos da Matemática para o segundo ciclo – Espaço e forma).

Proporcionam melhor compreensão de conceitos relativos ao espaço e às formas. São contextos muito ricos para o trabalho com os significados dos números e das operações, da ideia de proporcionalidade e escala, e um campo fértil para uma abordagem histórica (Brasil, 1997, p. 38 – Bloco grandezas e medidas).

Hábito em analisar todos os elementos significativos presentes em uma representação gráfica, evitando interpretações parciais e precipitadas (Brasil, 1997, p. 62 - Conteúdos Atitudinais – Tratamento da informação).

Contagem em escalas ascendentes e descendentes de um em um, de dois em dois, de cinco em cinco, de dez em dez, etc., a partir de qualquer número dado. [...] o trabalho com escalas em mapas (a escala é de 1 cm para 100 m) (Brasil, 1997, p. 50 – 68 – Bloco números e operações - naturais).

Percebe-se que o conceito de escala é mencionado de forma explícita nos PCN nos eixos de grandezas e medidas, números e operações, de forma implícita, em espaço e forma e tratamento da informação. Como observado por Albuquerque

(2010), embora o trabalho com escalas seja determinante para o entendimento das informações presentes em gráficos, o desenvolvimento da compreensão da escala não é abordado diretamente nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Entretanto, ressaltamos que os PCN foram publicados em 1997, ou seja, há mais de 16 anos, e que mais recentemente esse eixo vem sendo pesquisado e ensinado na formação de professores.

Como argumentam Melo e Bellemain (2006), mediante a leitura da planta de um imóvel estamos realizando uma manipulação da noção de escala mentalmente, imaginando o tamanho do imóvel em função da escala definida. Da mesma forma, isso ocorre quando construímos uma maquete ou quando ampliamos ou reduzimos objetos ou imagens. É uma relação ou uma razão entre as dimensões gráficas (do modelo) e as dimensões naturais (do objeto real) que, necessariamente, devem respeitar um valor numérico que determina a proporção entre as dimensões gráficas e as dimensões naturais. Esse tipo de situação refere-se à escala numérica.

Segundo Melo (2004), uma escala pode ser classificada em dois tipos: a numérica e a gráfica. Para Carvalho e Araújo (2008) a escala numérica faz referência ao número de vezes que a realidade foi reduzida ou ampliada. É representada por uma fração, na qual o numerador corresponde à distância no mapa e o denominador corresponde à distância real. A escala numérica pode ser representada por expressões, como: 1:100 ou 1/100 ou ainda $\frac{1}{100}$, e diz-se “um para cem”, ou seja, o tamanho real sofreu uma redução de 100 vezes para ser representado no papel.

Já a escala gráfica pode ser definida como sendo uma representação gráfica de várias distâncias sobre uma linha reta graduada. Pode ser representada por um segmento reto dividido em submúltiplos da unidade escolhida, graduada da esquerda para a direita. Essa é considerada mais simples que a escala numérica, uma vez que, nela não há necessidade de fazer conversão de unidades de medida.

Diante dessas reflexões iniciais acerca do conceito de escala e sua importância, no que se refere a sua conexão e aplicação em diferentes conteúdos matemáticos, acreditamos ser fundamental focar nossas discussões sobre escalas utilizadas nas representações gráficas, especificamente os de barras e de linhas, uma vez que nos propomos a investigar o desenvolvimento dos alunos sobre a compreensão de escalas representadas em gráficos.

Escalas representadas em gráficos

Como argumenta Rego (2004), a representação gráfica se constitui numa linguagem prática, com o objetivo de interpretar, compreender e explicar os acontecimentos do mundo ou da realidade, permitindo, às vezes, chegar com maior segurança e rapidez à solução de situações da vida cotidiana. Desse modo, torna-se imprescindível que os indivíduos conheçam o suficiente sobre essa representação, para que possam compreender as informações apresentados em gráficos e serem capazes de interpretá-las e tirarem suas próprias conclusões.

Dessa forma, é de fundamental importância que a escola possibilite uma aprendizagem que promova a habilidade de ler, interpretar e construir gráficos, considerando as especificidades da representação.

Apesar dessa relevância que é dada ao gráfico, diversos estudos analisaram o entendimento de alunos e professores acerca dele, tanto nas atividades que requerem a habilidade de construção, quanto nas de interpretação (GUIMARÃES, 2002; LIMA, 2010; SILVA, 2012; LEMOS, 2002; ARTEAGA e BATANERO, 2010). Esses estudos apontam que as dificuldades para lidar com essa representação estão relacionadas aos aspectos relevantes que a compõem: nomeação dos eixos, títulos, descrição das variáveis e, principalmente, a escala.

A escala constitui um componente fundamental para o entendimento dos dados apresentados em uma representação gráfica. Conforme Guimarães (2002), a elaboração de um gráfico exige a compreensão da escala ou da unidade com a qual essa é organizada, uma vez que ela é uma das questões relevantes para entender as informações representadas nas exposições gráficas.

Como argumentam Friel, Curcio e Brigh (2001), a escala pode ser considerada um importante componente da estrutura do gráfico. Muitas vezes os estudantes são capazes de desenhar ou ler uma determinada informação na escala, mas têm pouca ideia de como escolher uma escala adequada para um determinado conjunto de dados a serem representados no gráfico.

Guimarães (2002) ressalta que lidar com escala é uma dificuldade encontrada por alunos. Essa dificuldade está relacionada à compreensão da continuidade da reta numérica e não com a função da escala. Para essa autora, a leitura ou a construção de uma escala não é uma tarefa simples, principalmente quando os

valores não estão explícitos. Acredita-se que a dificuldade dos alunos pode estar associada à compreensão dos valores contínuos apresentados na escala, uma vez que é necessário que se estabeleça a proporcionalidade entre os pontos explícitos na escala adotada.

Rego (2004) acredita que existem alguns fatores que podem interferir nos processos que conduzem à compreensão gráfica. Muitas vezes, esses fatores podem estar associados a problemas conceituais em outras áreas da Matemática. Os obstáculos que podem interferir na leitura e construção gráficas são: conceituação do cálculo de porcentagem, de frações, compreensão dos números racionais e sua representação na reta, percepção da natureza das grandezas, assimilação do processo de medir, do sistema métrico decimal, uso de escalas e execução de operações geométricas complexas, tais como subdividir uma unidade de escala. Usar e construir escalas são considerados aspectos em que os alunos apresentam sérias dificuldades. Essas, por sua vez, são provavelmente relacionadas a um entendimento deficiente das representações geométricas dos números racionais e reais na reta numérica. Já os problemas conceituais em interpretação gráfica podem variar, dependendo da situação representada no gráfico.

Santana (2007) observou que os alunos do Ensino Médio também não sabem lidar com as escalas dos gráficos. As principais dificuldades encontradas relacionavam-se a confundir eixos; não identificar as unidades de medida para cada eixo; omitir as escalas; não especificar a origem; não fornecer divisões suficientes sobre as escalas dos eixos. Isso é muito preocupante, pois se espera que alunos dessa escolaridade já tenham um conhecimento mais aprofundado, visto que diante das proporções dos PCN de Matemática, esse conteúdo deve ser trabalhado desde os anos iniciais.

Segundo Pagan (2010) a construção da escala é um dos pontos importantes ao iniciar-se a construção de um gráfico. Porém, a sua graduação é um tipo de erro cometido pelos alunos nesse processo. Assim, o desconhecimento da escala e a calibração da mesma foram observados por Magina, Cazorla, Leite e Pagan (2009) com alunos de diversos anos de escolaridade ao construírem gráficos.

Como podemos observar, apesar da importância das escalas nas representações gráficas, elas se constituem como um marcador de dificuldades enfrentadas por alunos de diferentes níveis de ensino, tanto em atividades que requerem a habilidade de construção quando nas que solicitam a interpretação.

Desse modo, lidar com a escala em gráficos não é uma atividade fácil para os alunos. Essa dificuldade pode se acentuar dependendo do tipo de escala utilizado, podendo ser unitária e não unitária, como foi visto nos estudos realizados por Lima (2005) e Chagas (2010).

Uma escala é considerada unitária quando sua graduação se apresenta de 1 em 1 unidade, como mostra o gráfico da Figura 1.1. Nesse tipo de escala os intervalos entre os números apresentados são sempre números decimais.

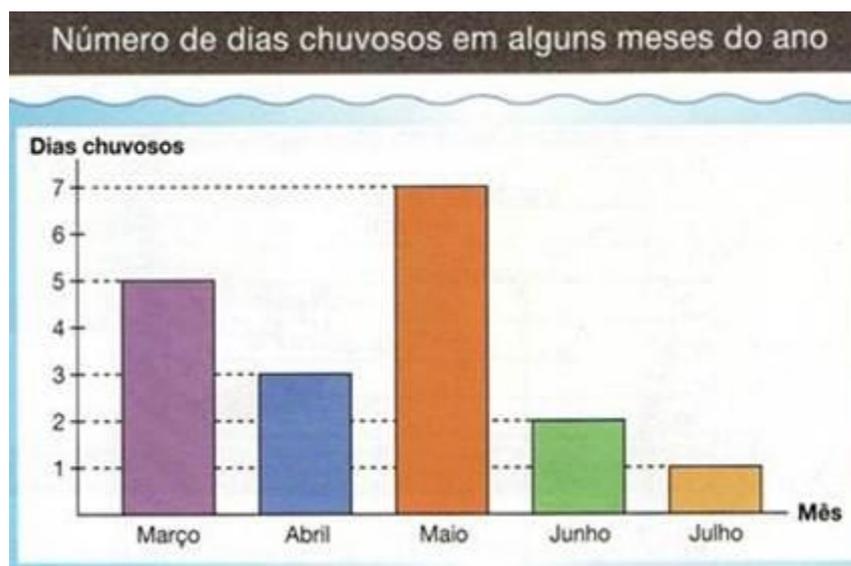


Figura 1.1: Exemplo de gráfico com escala unitária

Fonte: Passos & Passos (2011a, p. 160) - Livro Didático De olho no futuro – 4º ano

Uma escala não unitária pode ser graduada de diferentes formas como, por exemplo, 2 em 2, 20 em 20, múltiplos de 10, entre uma infinidade de outras opções, como é observado o gráfico da Figura 1.2, que apresenta uma escala graduada de 1000 em 1000 unidades.



Figura 1.2: Exemplo de gráfico com escala não unitária

Fonte: Padovan, Guerra & Milan (2011a, p.223) - Livro Didático Projeto Prosa – 4º ano

Segundo Fernandes (1999), os valores comparados nos gráficos de barras são frequências absolutas ou relativas. Um gráfico construído para mostrar grandezas absolutas deve ter uma linha zero claramente definida, e uma escala de quantidades ininterrupta. Caso contrário, a leitura e a interpretação do gráfico podem ficar distorcidas.

As escalas representadas nos gráficos de linhas apresentam uma peculiaridade diferente das apresentadas nos gráficos de barras, visto que esse tipo de gráfico mostra a tendência (comportamento) de uma variável em relação ao tempo.

Conforme Albuquerque (2010), dependendo da gama de valores a serem representados, costuma-se desenhar, junto à origem do eixo desejado, uma linha em ziguezague ou interromper a escala no início do mesmo. Como exemplo, a Figura 1.3, que teve sua escala interrompida para poder comportar os valores.



Figura 1.3: Exemplo de gráfico de linha com escala interrompida

Fonte: Passos & Passos (2011a, p. 124) - Livro Didático De olho no futuro – 4º ano

A omissão ou ausência da escala no eixo é outro aspecto que pode influenciar na interpretação dos dados dos gráficos. Isso ocorre com bastante frequência nos gráficos veiculados na mídia impressa, como foi observado por Cavalcante, Natrielli e Guimarães (2010). As autoras constataram que apenas 6% dos gráficos analisados, considerando três tipos de suporte, apresentavam escalas explícitas, e a maioria apresentava os valores nas próprias barras. Acrescido a isso, as autoras ressaltam que 39% dos gráficos apresentavam erros nas medidas da escala. Para elas esse percentual é muito alto, pois atualmente, diante da alta tecnologia utilizada na arte gráfica, esse tipo de erro não deveria ocorrer.

No exemplo da Figura 1.4, temos uma atividade retirada de um livro didático do 4º ano. Nela, a escala do gráfico foi omitida e os valores foram dispostos nas barras. Observa-se que uma delas, a referente à coleta seletiva do município de São Paulo, apresenta erro (intencional) de proporcionalidade.

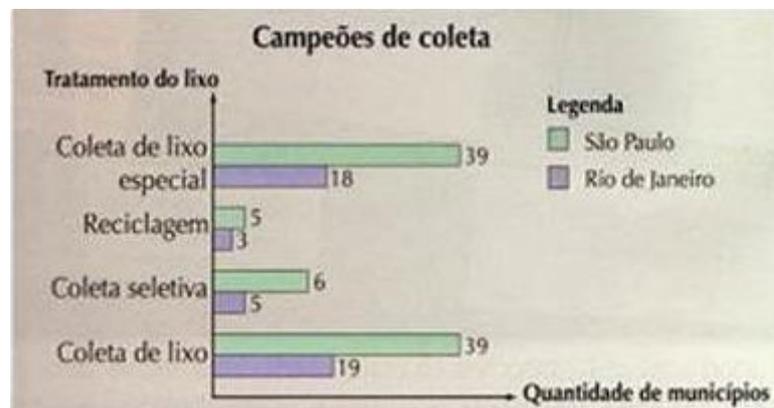


Figura 1.4: Exemplo gráfico com ausência de escala

Fonte: Smole, Diniz & Vlademir (2011a, p. 87) - Livro Didático Saber Matemático - 4º ano

Nessa Figura 1.4 o valor da barra indica 6 (seis), porém a mesma deveria ser 15 (quinze). O objetivo dessa atividade é de que o aluno reflita sobre os valores apresentados nas barras, chamando sua atenção para a identificação do erro cometido.

Outro aspecto que merece nossa atenção é quanto à manipulação da escala, uma vez que Monteiro (1999; 2006a; 2006b) percebeu que os gráficos vêm sendo utilizados frequentemente pelos meios de comunicação de massa, para transmitir informações variadas a uma grande quantidade de pessoas. No entanto, quando tais informações são inseridas em um contexto determinado da reportagem, o gráfico pode ser usado como um instrumento que, de acordo com a intencionalidade de

quem manipula as informações, pode encobrir ou realçar determinados aspectos da notícia. Diante disso, o autor ressalta a necessidade do ensino sobre gráficos ser baseado em situações que possibilitem uma reflexão sobre essa representação e para que possamos entender a complexidade de elementos e processos envolvidos que incluem a interpretação de gráficos.

Desse modo, compreender o conceito de escala é fundamental para que os alunos possam avaliar de forma crítica as informações mostradas nesse tipo de representação, bem como para que não tenham uma visão equivocada do que está sendo apresentado.

Na seção seguinte, exibiremos alguns estudos que focam a compreensão de alunos e professores sobre escalas representadas em gráficos, tanto nas atividades de construção quanto nas de interpretação, e como os livros didáticos trabalham esse conceito.

Estudos sobre atividades de interpretação e construção de escalas representadas em gráficos

Como já foi dito anteriormente, a escala pode ser considerada um componente essencial para estruturar o gráfico. Além disso, é um elemento fundamental para o entendimento das informações que são apresentadas nessa representação. No entanto, ao revisarmos a literatura, percebemos em alguns estudos que alunos e professores mostram dificuldades para lidar com esse componente.

A compreensão de alunos de diferentes escolaridades sobre escala

Guimarães, Ferreira e Roazzi (2001) e Guimarães (2009) realizaram uma pesquisa com 107 alunos do 4º ano de Ensino Fundamental, buscando investigar a compreensão dos mesmos em cinco atividades, sendo três atividades de leitura/interpretação de gráficos e duas de construção de gráficos a partir de dados apresentados em tabela. Os autores perceberam que lidar com a escala não é uma tarefa fácil para os alunos. Principalmente quando os mesmos tiveram que interpretar valores implícitos, e argumentam que essa dificuldade pode estar

relacionada à compreensão dos valores contínuos apresentados na reta numérica e, portanto, é necessário que se estabeleça uma proporcionalidade entre os valores explicitados.

Nas atividades de leitura/interpretação de gráficos, apenas 42% dos alunos acertaram a questão referente à localização de uma categoria em função de uma frequência. Os autores perceberam que esse baixo rendimento dos alunos deu-se pelo fato de que o valor solicitado na frequência não estava explícito na escala. No entanto, eles não tiveram dificuldade em localizar pontos no gráfico, quando os valores a serem encontrados estavam explícitos na escala.

Nas atividades de construção de gráficos, os alunos apresentaram dificuldades para construir a escala, principalmente quando a correspondência de uma unidade para um quadrado da malha quadriculada não era possível. Ou seja, quando os valores a serem representados eram superiores à altura da malha quadriculada oferecida, os alunos apresentavam dificuldades em atribuir um valor a cada quadradinho que fosse diferente de um. A Figura 1.5 mostra a solução de um aluno na qual ele pinta um quadrado para cada valor unitário até o esgotamento da quantidade a ser representada, utilizando os quadradinhos que estão próximos.

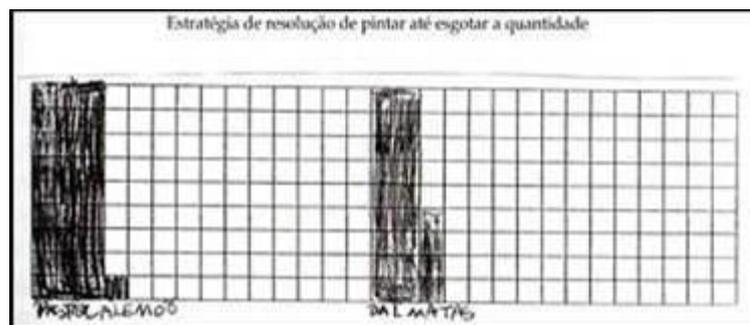


Figura 1.5: Erro na construção da escala

Fonte: Guimarães (2009, p. 165)

Além disso, foi observado que não existe, necessariamente, uma relação entre ler e construir uma escala, pois alunos que tiveram um bom desempenho nas questões de interpretação de escala não souberam construir uma escala adequadamente e vice-versa. O fato de estabelecer uma escala adequada não leva a utilizá-la corretamente. Alguns alunos fizeram registros de escala (numeram ao lado da barra), porém, não tinham ligação com os dados representados,

demonstrando que os mesmos podiam criar escalas, mas não necessariamente sabiam utilizá-las.

Lima (2005) e Lima e Magina, (2010) investigaram o conhecimento de alunos do 5º ano sobre média aritmética. As autoras destacam que leitura de dados representados em gráficos com escala não unitária configura uma dificuldade enfrentada pelos alunos, pois apenas 8,7% dos alunos acertaram localizar um valor implícito na escala. Buscando superar essa dificuldade, realizaram uma intervenção de ensino sobre representação gráfica em um ambiente informatizado (Tabletop), que permitia alterar a ordem dos dados das variáveis, possibilitando uma aproximação ou afastamento dos dados com relação à escala, de acordo com a escolha dos alunos (Figura 1.6).

A manipulação da posição dos dados, que ora estavam próximos da escala, ora estavam distantes, foi determinante para que os alunos conseguissem ler os dados implícitos na escala do gráfico. Para as autoras, a intervenção de ensino em um ambiente informatizado pode ter favorecido a compreensão dos alunos com relação à localização de pontos implícitos na escala. Além disso, chamam a atenção para o fato de que o emprego de diferentes escalas nas situações propostas pode ter contribuído para a compreensão da leitura de escala não unitária por parte dos alunos.

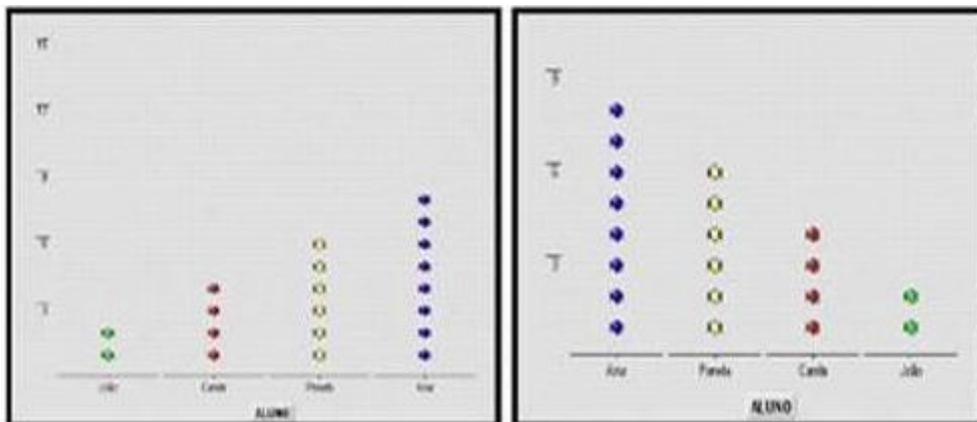


Figura 1.6: Atividade realizada na intervenção - Manipulação da posição dos dados

Fonte: Silva e Magina (2010, p. 5)

Medici (2007) buscou conceber uma sequência didática, para introduzir conceitos estatísticos a 57 alunos do 6º ano. Relata que metade dos alunos investigados apresentou dificuldade com as definições e a representação da escala.

Os principais problemas encontrados estavam relacionados a não colocar marcadores de cada valor da escala; a marcações com medidas diferentes entre elas; e a medida entre o 0 e 1 diferente das demais. A autora acredita que através de exercícios de construção de escalas em gráficos, bem como comparações de gráficos que apresentem as mesmas informações, mas com escalas diferentes, é possível fazer com que os alunos percebam a necessidade e a importância desse recurso para a representação.

Magina, Cazorla, Leite e Pagan (2009) investigaram o nível de compreensão de 418 alunos do 5º, 8º e 10º ano em atividades de conversão de registro de representação semiótica em tabelas e gráficos. Ao analisarem os tipos de erros cometidos na conversão de tabela para gráfico, verificaram que os alunos tinham dificuldades para calibrar a escala, tanto nos gráficos de barras simples quanto nos de dupla entrada. Além disso, observaram que os erros cometidos não desaparecem ao longo da escolaridade e, em alguns casos, os alunos dos anos iniciais (5º ano) se saíram melhor que os dos anos finais (10º ano). Para as autoras, a conversão de dados contidos em tabelas para gráficos demanda um conhecimento sobre calibração de escala, isto é, verificar a ordem de grandeza dos valores numéricos envolvidos, levando em consideração os valores máximos e mínimos, bem como lidar com a proporcionalidade.

Albuquerque (2010) acredita que vários fatores podem influenciar na compreensão dos alunos com relação à leitura e interpretação da escala utilizada em gráficos, tais como: tipo de gráfico (barras ou linhas), e intervalo escalar (unitária ou não-unitária); valores implícitos ou explícitos; e a localização de frequência a partir de uma categoria e vice-versa. Para tal, realizou um estudo com crianças dos anos iniciais (3º e 5º anos) e adultos desses mesmos anos que frequentavam turmas de EJA (Módulos I e II)¹. A opção de investigar esses dois grupos foi em função de verificar se a vivência influenciaria no desempenho dos alunos.

A autora observou que os alunos apresentaram desempenho melhor quando interpretaram dados em gráficos de barras do que linhas, e acredita que esse melhor desempenho nos gráficos de barras pode estar associado à familiaridade que os

¹ A Educação de Jovens e Adultos (EJA) está organizada em: Módulo I correspondente a 1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental, Módulo II ao 4º e 5º anos, Módulo III ao 6º e 7º anos e o Módulo IV 8º e 9º anos.

mesmos têm com esse tipo de gráfico, uma vez que aparecem com maior frequência nos livros didáticos e na mídia impressa.

Seus resultados mostraram que o percentual de acertos dos alunos foi considerado baixo, principalmente nas questões em que as escalas eram não unitárias (10,5% nos gráficos de barra e 8,6% nos de linha). Já no gráfico com escala unitária, os percentuais de acertos foram de 27% (barras) e 5,3% (linha). A localização de valores explícitos na escala foi bem mais fácil para os alunos do que a de implícitos, argumentando novamente sobre a dificuldade dos mesmos em estabelecer uma proporcionalidade entre os pontos explicitados na escala adotada. E localizar frequência a partir de uma categoria foi mais difícil do que localizar categoria a partir de uma frequência.

Ao comparar o desempenho dos alunos em função da escolaridade, Albuquerque, (2010) constatou que os alunos do ensino regular apresentaram melhor desempenho do que os da Educação de Jovens e Adultos. Os alunos que frequentavam Módulos I e II apresentaram o pior resultado. Logo, a experiência de vida não contribuiu de forma significativa para o aprendizado sobre escala. Diante disso, a autora ressalta a necessidade da escola trabalhar de forma sistematizada a compreensão da escala representada em gráfico e os outros conteúdos relacionados ao seu uso.

A autora investigou, ainda, como os alunos compreendiam os dados apresentados com intervalos escalares diferentes (Figura 1.7). Os resultados demonstraram que nenhum aluno foi capaz de perceber que a diferença era devido aos intervalos adotados nas escalas dos gráficos. Os que consideraram o gráfico 2 como correto, argumentando que nesse gráfico a quantidade de votos era maior, apontaram para a escala que indicava 100%. Já os que optaram pelo gráfico 1, diziam que “*é mais alto*”; “*porque Pedro tem 15*”. Houve ainda quem apresentasse como justificativa resposta do tipo: “*Porque Pedro é mais simpático*”; ou “*Porque ele é campeão*”.

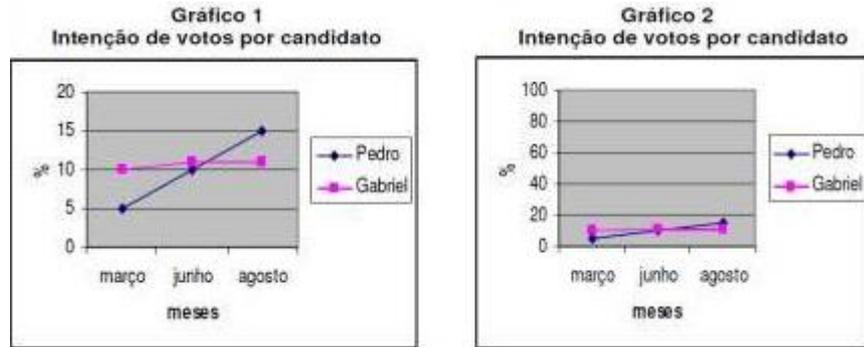


Figura 1.7: Gráficos com os mesmos dados, mas com intervalos escalares diferentes

Fonte: Albuquerque (2010, p. 46)

Lima, (2010) realizou um estudo com alunos do EJA de diferentes níveis de ensino (anos iniciais, anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio) e verificou que a construção de escala nos gráficos foi uma dificuldade encontrada para todos os alunos. Quando os valores a serem representados não podiam corresponder a uma unidade do papel milimetrado, os estudantes representavam os valores da escala de forma aproximada. Dessa forma, não tinham o cuidado de criar a distância proporcional nem por agrupamento e nem em milímetros, ficando evidente a grande dificuldade que os alunos sentiram para construir escalas, principalmente quando eram não unitárias.

Além disso, os alunos tiveram dificuldade de representar o zero e estabelecer uma linha da base (eixo das abscissas), como mostra a Figura 1.8. A autora afirma que o papel do professor é extremamente importante para auxiliar os alunos na reflexão sobre a construção da proporcional dos valores da escala, bem como ajudá-los a refletir sobre o que é preciso para se construir uma escala adequada.

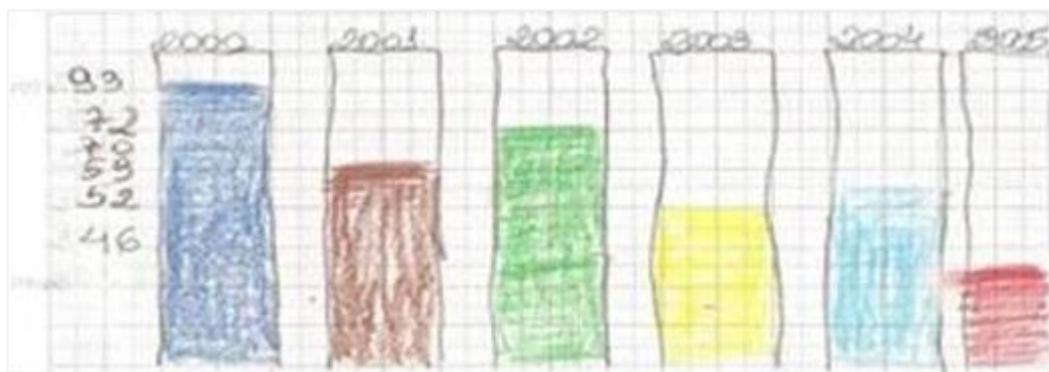


Figura 1.8: Atividade de construção de gráfico com erro na escala

Fonte: Lima (2010, p. 122)

Chagas (2010) buscou investigar os conceitos e procedimentos mobilizados por duas duplas de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental ao resolverem questões que envolviam leitura, interpretação e construção de gráficos. Identificou que os alunos apresentaram dificuldades em localizar valores implícitos na escala. Além disso, percebeu que os mesmos ignoraram a categoria com frequência nula, apesar de lerem o valor zero. Assim, eles não admitem o zero como frequência, considerando sempre outra coluna, a de menor valor. Na atividade de construção de gráfico, os alunos apresentaram dificuldades para distribuir proporcionalmente os espaços da escala não unitária. Para a autora, a dificuldade com a escala de valores não unitários pode ser em função de uma ausência de raciocínio proporcional.

Silva (2012) realizou um estudo com 32 alunos do 3º e do 5º ano, e afirmou que, independente do tipo de representação tomada como ponto de partida, seja em atividades de construção de gráfico, a partir de tabela ou a partir da língua natural, as dificuldades enfrentadas pelos estudantes estão relacionadas à manutenção da proporção entre os valores numéricos.

A autora encontrou quatro tipos de estratégias que os alunos utilizaram ao construir as escalas: não registrar os números que compõem a escala do gráfico (Figura 1.9); registrar os valores na escala um-a-um (Figura 1.10); registrar na escala os valores numéricos na sequência que eles aparecem no enunciado (Figura 1.11); registrar na escala os valores numéricos disponíveis no enunciado na sequência correta, mas sem respeitar a proporção existente entre eles (Figura 1.12).

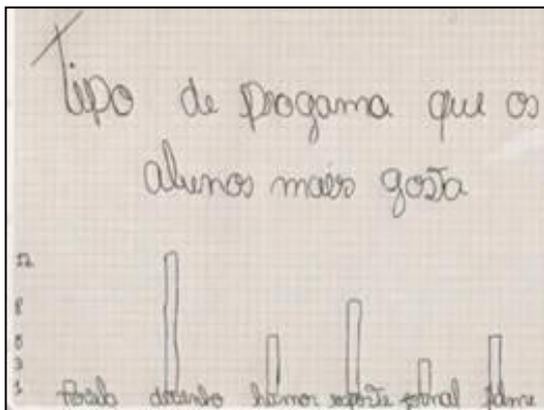


Figura 1.9: Não registrar os números que compõem a escala do gráfico.

Fonte: Silva (2012, p. 99)

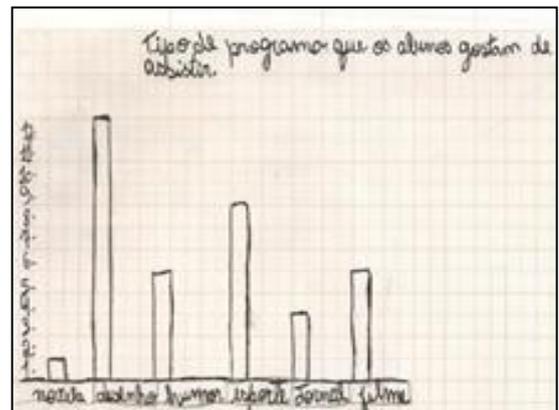


Figura 1.10: Registrar os valores na escala um-a-um.

Fonte: Silva (2012, p. 99)

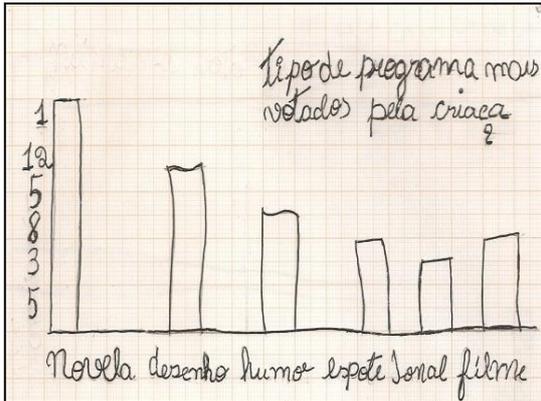


Figura 1.10: Registrar na escala os valores numéricos disponíveis no enunciado na sequência correta, mas sem respeitar a proporção existente entre eles.

Fonte: Silva (2012, p. 99)

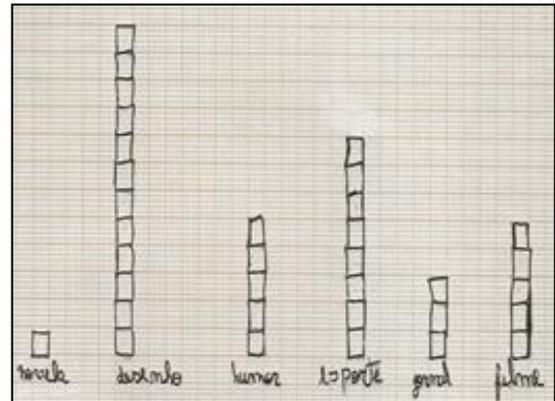


Figura 1.12: Registrar na escala os valores numéricos na sequência que eles aparecem no enunciado.

Fonte: Silva (2012, p. 99)

Nas atividades de construção de escala, a proporcionalidade entre os valores a serem representados foi a principal dificuldade apresentada pelos alunos. Como argumenta Silva (2012), a construção da escala se configura como sendo o tipo de dificuldade mais frequente na construção de gráficos. Pois, os estudantes acabam colocando os valores numéricos da escala na ordem correta, mas não respeitam a proporção existente entre o posicionamento dos números na escala e a ordem em que eles aparecem no enunciado da questão, desconsiderando com isso a sequência numérica no momento de compor a escala do gráfico.

Bezerra e Guimarães (2013)² investigaram a compreensão de alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) sobre localização de valores implícitos e explícitos representados na escala em gráficos de barras e linhas. Participaram desse estudo 37 alunos, sendo 15 participantes da Fase IV (equivalente ao 9º ano do Ensino Fundamental) e 22 alunos do Módulo III (correspondente ao 3º ano do Ensino Médio). Considerando os níveis de escolaridade, tipos de gráfico e leitura de valores explícitos/implícitos.

Em relação ao desempenho dos alunos em função da escolaridade, observou-se que os estudantes do Ensino Médio apresentaram percentual de acerto de 75%, e os do Ensino Fundamental obtiveram 66%. Isso mostra que a escolaridade é o um fator para desenvolver a habilidade de interpretação de valores

² Utilizaram o mesmo teste do estudo de Albuquerque (2010).

na escala. Ao analisar o desempenho em função do tipo de gráfico, constatou-se que os alunos se apresentaram melhor nas atividades de interpretação de escala em gráficos de barras do que nas de linhas, em ambos os anos escolares, mostrando assim, que as informações representadas em escala do gráfico de barras são mais fáceis dos alunos interpretarem do que quando representadas em gráficos de linhas.

Por fim, as autoras analisaram o desempenho dos alunos em função do valor explícito ou implícito na escala. Perceberam que, independente de ano escolar, localizar valores explícitos na escala foi mais fácil para os alunos do que os implícitos. O que colabora com a ideia de que os alunos tem dificuldade em estabelecer a proporcionalidade entre os valores que aparecem na escala.

No tópico seguinte apresentamos alguns estudos que focam a compreensão de professores e futuros professores sobre escala.

A compreensão de professores sobre escala

A dificuldade com a escala não é exclusiva dos alunos. Monteiro e Selva (2001), Lemos (2002), Bruno e Espinel (2005), Arteaga e Batanero (2010), Arteaga, Batanero, Ortiz e Contreras (2011), entre outros autores observaram as mesmas dificuldades ao investigar professores.

Monteiro e Selva (2001) constataram que valores implícitos foram uma dificuldade enfrentada pelos docentes em formação ao realizarem atividade de interpretação de gráficos. Os resultados apontaram que os professores sentiram dificuldades em compreender as escalas e os eixos. Além disso, embora reconheçam que esse seja um conteúdo necessário e importante para a formação dos alunos, não se sentiam preparados para trabalhar com esse conteúdo em sala de aula.

Lemos (2002) realizou uma pesquisa com 28 alunos do curso de Pedagogia. Dentre os resultados encontrados, constatou que os graduandos não apresentaram familiaridade com a leitura da escala representada em gráficos. Essa dificuldade ocorreu nas situações em que era solicitada a localização de variação. Os graduandos não compreendiam que os valores encontravam-se no intervalo, entre um número e outro. Assim, os resultados encontrados reforçam a ideia de que leitura e interpretação de escalas representadas em gráficos não são atividades fáceis, tanto para alunos como para futuros professores.

Bruno e Espinel (2005) também investigando futuros professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, observaram que os mesmos não foram capazes de lidar com intervalos escalares na interpretação de números sobre uma reta. Da mesma forma, quando solicitados a construir um gráfico, criaram escalas inadequadas, nas quais não era possível fazer uma diferenciação entre os dados apresentados, dificultando a compreensão das informações presentes nos gráficos.

Arteaga e Batanero (2010) realizaram um estudo com 207 futuros professores do Ensino Fundamental, com o objetivo de verificar se os mesmos utilizavam gráficos para comparar dados e como os construía. Os resultados mostraram diversos tipos de erros na construção dos gráficos, sendo 19% dos erros nas escalas. Foram encontradas falhas ou falta de habilidade para estabelecer a proporcionalidade na representação dos números naturais ou intervalos, omissão na representação da frequência nula e etiquetas de valores confusos ou inexistentes.

Arteaga et al (2011) buscaram investigar a competência de futuros professores de educação primária (equivalente aos anos iniciais do Ensino Fundamental) em atividade de construção de gráficos. Observaram que 10,5% dos participantes escolheram uma escala inadequada para a finalidade pretendida, uma vez que as mesmas não cobriam toda a gama de variação da variável representada ou eram muito amplas, omitiam as escalas em algum dos eixos ou em ambos e não especificavam a origem das coordenadas. Em algumas construções, utilizaram escalas heterogêneas, mostrando falha no raciocínio proporcional, representando segmentos de comprimento com intervalos entre 1 e 5, 5 e 14 e entre 14 e 19, como mostra a Figura 1.13.

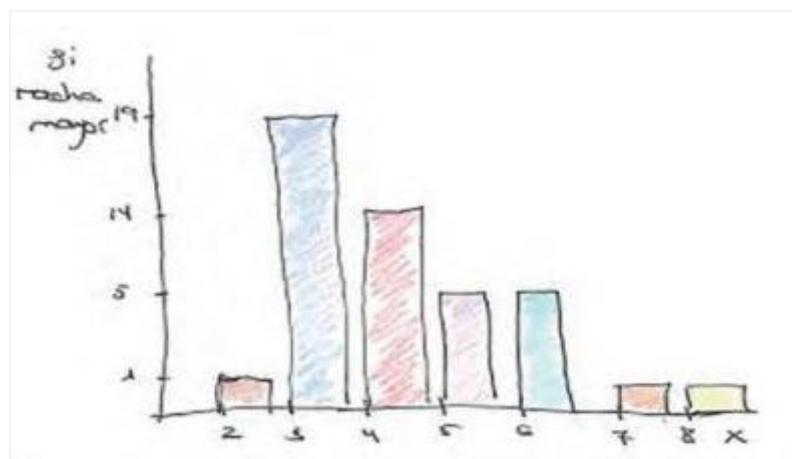


Figura 1.11: Escalas heterogêneas, erro de proporcionalidade

Fonte: Arteaga et al, (2011, p. 43)

Em outros casos, os professores, para comparar duas variáveis, repetiam duas vezes no eixo “x” os valores da escala para que as variáveis ficassem em lugares distintos, em vez de representá-las nos gráficos sobrepostas na mesma escala, como mostra o exemplo da Figura 1.14.

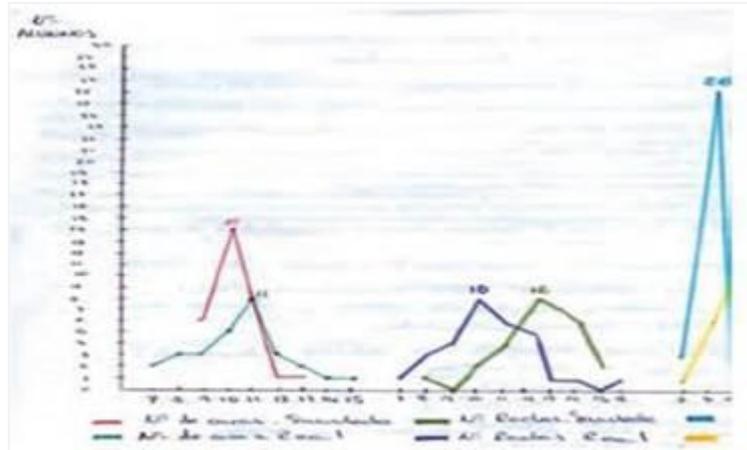


Figura 1.12: Repetiam duas vezes no eixo x os valores da escala

Fonte: Arteaga et al, (2011, p. 46)

Infelizmente, não só futuros professores, mas também professores em exercício apresentam dificuldades com a escala. Cabral e Selva (2011) investigaram 12 professores do Ensino Fundamental (4º e 5º ano), analisando questões sobre gráficos de barras e linhas. As autoras ressaltaram que os professores raramente analisam as escalas apresentadas e, quando fazem, atribuem contagem equivocada dos valores apresentados nas barras e não a erros na escala. Os professores não conseguem analisar criticamente uma atividade que precisa fazer referência à escala em gráficos, bem como não conseguem identificar os erros dos alunos em atividades que precisam recorrer ao uso da escala. Os resultados dessa pesquisa indicaram que apesar da importância que é dada à interpretação de gráficos, os professores ainda apresentam dificuldades com a escala.

Para Silva (2012), as atividades de construção de escala nos gráficos, desenvolvidas pelos professores em sala de aula, devem proporcionar a construção e interpretação não apenas de escalas unitárias, mas também de escalas não unitárias, havendo com isso uma reflexão sobre as unidades de representação utilizadas. Desse modo, é preciso que os professores desenvolvam atividades que propiciem aos estudantes a compreensão do conceito de escala, uma vez que essa

pode ser considerada um elemento fundamental para a compreensão das representações gráficas.

Apresentaremos na próxima seção alguns estudos que abordam o conceito de escala nos livros didáticos.

Escala e livro didático

O livro didático pode ser considerado um importante instrumento para que os professores planejem as suas situações de ensino. Em alguns casos ele é o único recurso do professor, determinando os conteúdos a serem ensinados.

De acordo com o Guia de Livros Didáticos publicado pelo PNLD 2013 de Matemática (2012, p.10):

Cabe à escola, em particular ao professor, a condução do processo de ensino e aprendizagem, assim como o acompanhamento do desenvolvimento dos alunos. O livro didático participa desse processo como um recurso auxiliar na condução do trabalho didático. Ele é mais um interlocutor que passa a dialogar com o professor e com o aluno. Nesse diálogo, tal texto é portador de uma perspectiva sobre o saber a ser estudado e sobre o modo de se conseguir compreendê-lo mais eficazmente.

Para Guimarães, Gitirana, Cavalcanti e Marques (2007), a maioria dos professores utiliza exclusivamente os livros didáticos para conduzir e/ou elaborar as abordagens de ensino. Desse modo, acreditamos ser de grande relevância buscar na literatura com que frequência e de que forma é abordado o conceito de escala nos livros didáticos, principalmente nas representadas em gráficos.

Melo e Bellemain (2006), ao analisarem o conceito de escala em livros didáticos de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental, perceberam que esse conceito não possui um espaço exclusivo, pois é utilizado em vários momentos, estabelecendo conexões com vários outros conceitos, tais como: área, volume, proporção, mapas, e outros. Dessa forma, observaram um forte potencial desse conceito como articulador entre os conteúdos relacionados às estruturas multiplicativas, das grandezas, leitura de gráficos, aos números racionais e da geometria. Entretanto, para as autoras, apesar dessa riqueza de conexões possíveis, percebe-se que o conceito de escala nem sempre é suficientemente explorado de forma explícita na escola.

Guimarães, Gitirana, Cavalcanti e Marques (2007), analisaram 17 coleções de livros didáticos de Matemática recomendadas pelo PNLD 2004 para as séries iniciais do Ensino Fundamental. Foram encontradas 2080 atividades que envolviam representação gráfica e/ou tabela, das quais apenas 26% referiam-se a representação em gráfico. O gráfico de barras foi o mais frequente em todos os anos de escolaridade, e os gráficos de setor e de linhas começaram a ser trabalhados a partir do 3ª ano. As atividades que solicitavam a construção de gráficos representaram 46% das atividades de gráficos, sendo que 27% pediam que os alunos construíssem um gráfico a partir de uma tabela ou que apenas preenchessem um gráfico a partir de dados fornecidos. Assim, apenas 37 das 2080 atividades relacionadas à representação em gráficos e tabelas, encontradas nas coleções analisadas, solicitavam que os alunos elaborassem e construíssem um gráfico, como mostra a Figura 1.15, precisando assim estabelecer uma escala, nomear as categorias e definir um título.

1. Você vai fazer uma pesquisa na escola ou na classe para saber a opinião das pessoas sobre algum fato importante.

a) Junte-se a um ou mais colegas e com eles escolha um tema para ser pesquisado (time de futebol preferido, disciplina preferida, programas de tevê preferidos etc.). O grupo formula perguntas para a coleta de dados.

b) Cada elemento do grupo anota em seu caderno as respostas dadas pelos entrevistados, numa tabela como esta abaixo, feita por Danilo.

Tema da pesquisa: Times de futebol preferidos.
Pergunta: Para qual time você torce?
Público: Colegas de sala.

Time preferido	Quantidade de torcedores
Flamengo	36
Vasco	18
Fluminense	22
Botafogo	2
Total	78

2. Converse com seus colegas e com seu professor sobre qual é a melhor maneira de apresentar os dados da sua pesquisa e construa, em seu caderno, um gráfico com os dados da sua tabela.

* Escolha um tipo de gráfico e uma escala adequada, dê um título ao gráfico e faça uma legenda, se necessário.

Figura 1.13: Atividade que precisava estabelecer uma escala

Fonte: Guimarães, Gitirana, Cavalcanti e Marques (2007, p. 15)

Bivar e Selva (2011) analisaram as atividades que envolviam gráficos e tabelas em cinco coleções de livros didáticos de Matemática do 1º ao 5º ano, aprovadas pelo PNLD 2010. Foram observadas que as escalas dos gráficos presentes nesses livros já se encontravam delimitadas, cabendo ao estudante

completar as informações que faltavam nas representações. As autoras concluíram que as atividades que requerem a construção de escalas são pouco exploradas nos livros didáticos, e quando isso ocorre, não exigem um conhecimento mais profundo por parte do aluno.

Evangelista e Guimarães (2013) investigaram em que situações eram apresentadas os conceitos de escala nos volumes do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental de cinco coleções de livros didáticos de Matemática, recomendados pelo PNLD 2013. Nesse levantamento foram encontradas 316 atividades relativas ao tema, das quais 51,3% do total faziam parte dos volumes do 4º ano e 48,7% dos livros didáticos do 5º ano, mostrando que em ambas as escolaridades são propostas atividades relacionadas à escala.

As atividades levantadas nos livros foram agrupadas de acordo com o conceito de escala. Eram trabalhadas: atividades relacionadas a medidas de comprimento, reta numérica, gráfico e a mapas. Além disso, observou-se uma diversidade de situações nas quais a escala estava sendo utilizada, sendo inseridos em diferentes eixos da Matemática: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, Tratamento da Informação. As autoras observaram que as atividades que envolviam medidas de comprimento (37%) e representação gráfica (34%) apresentaram-se com uma maior frequência do que as de reta numérica (14%) e mapas (15%). Como mostra o na Figura 1.16.

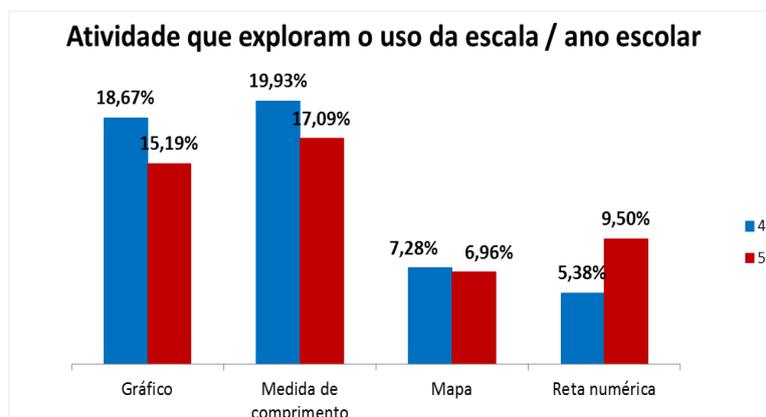


Figura 1.14: Atividades que exploram o conceito de escala por ano escolar

Fonte: Evangelista e Guimarães (2013, p. 3)

Percebeu-se que não existe grande diferença entre os anos de escolaridade em função da frequência com que são propostas as atividades que exploram o conceito de escala nas diferentes situações encontradas (gráficos, medidas de comprimento, reta numérica e mapas). Entretanto, há uma diferença em relação ao tipo de situação na qual são propostas as atividades, visto que a escala apresentada em gráficos ou em exercícios com medida de comprimento são as mais frequentes.

Entre as atividades de medidas de comprimento, foram categorizados cinco tipos de atividades: medir (47%), converter em outra unidade (27%), estimar medida (10%), construir instrumento de medida (3%) e comparar medidas (13%). Tais resultados mostram que esse tipo de atividade enfatiza mais a habilidade de interpretação do que de construção de escala. Isso é muito preocupante, pois se espera que os alunos desenvolvam igualmente as habilidades.

Nas atividades de escalas representadas em gráficos foram observados três tipos de problemas: interpretação de escala (68%), construção de escala (24%) e completar gráfico (8%). Desse modo, observa-se que as atividades de interpretação de escala são mais abordadas do que as demais habilidades.

Quanto à unidade escalar representada nos gráficos, foi visto que 53% dos gráficos encontrados apresentavam escalas unitárias e 47% não unitária. Percebeu-se com isso um maior cuidado dos livros didáticos em trabalhar tanto um tipo quando o outro, permitindo assim que os alunos explorassem as duas formas. Porém, apesar dessa variedade possibilitar uma reflexão sobre diferentes escalas, essa não é uma proposta explícita nos livros, cabendo ao aluno relacionar as atividades e perceber essa variedade.

Em relação às atividades com mapas, foram encontrados dois tipos: as que utilizam as informações do mapa, mas não se referem à escala (82%), e as que apresentam um mapa e fazem referência a escala (18%). Tais dados mostraram que a maioria das atividades que envolvem mapas não levam os alunos a refletirem sobre as escalas apresentadas nos mesmos.

Já as questões de escalas representadas em reta numérica, foram divididas em dois grupos: construir uma reta numérica (19%) e representar ou localizar valor em uma reta numérica (81%). Como ocorre nas atividades de medida de comprimento, as atividades de reta numérica exploram mais o conceito de interpretação de escala do que o de construção.

Assim, percebe-se que o conceito de escala pode possibilitar articulações com vários conceitos matemáticos, uma vez que a mesma é trabalhada em diferentes conteúdos. No entanto, observou-se que a habilidade de interpretação é mais explorada do que a de construção. Diante disso, as autoras ressaltam que os dois tipos de atividade são igualmente importantes e que alunos desde pequenos devem ser levados a desenvolvê-las. Assim, acredita-se ser fundamental a proposição de atividades de construção de escalas, o que provavelmente ajudará os alunos a compreenderem melhor como interpretar.

A partir desse levantamento, elaboramos nosso instrumento de coleta e definimos os tipos e as situações de ensino a serem trabalhadas na intervenção, sendo elas: medidas de comprimento, reta numérica e mapas.

CAPÍTULO 2

Objetivo Geral

Investigar as contribuições de uma intervenção de ensino sobre escalas representadas em gráficos de barras e linhas, com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, a partir de três situações: atividades com medidas de comprimento, reta numérica e mapas.

Objetivos específicos

- Analisar o desempenho dos alunos antes e depois de serem submetidos às situações de ensino na intervenção.
- Comparar o desempenho dos grupos em função dos três tipos de abordagens para a aprendizagem de escala: medidas de comprimento, reta numérica e mapas.
- Verificar se as situações de ensino utilizadas na intervenção influenciaram nas estratégias de resolução das atividades propostas aos alunos.

METODOLOGIA

Participantes

A pesquisa foi realizada em três turmas de diferentes escolas públicas da Região Metropolitana do Recife, escolhidas por conveniência. Participaram 69 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, sendo um grupo da rede municipal de ensino do Recife composto por 24 alunos e dois da rede municipal de ensino de Olinda, sendo um com 23 alunos e outro com 22. Escolhemos desenvolver nossa pesquisa com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, pois é o último ano dos anos iniciais no qual os alunos são formados por professores Pedagogos. Os grupos

também foram selecionados por conveniência, de acordo com a disponibilidade dos professores em participar da coleta de dados.

Procedimento

O procedimento desenvolvido para a coleta de dados ocorreu em três etapas distintas: a primeira consistiu na aplicação do pré-teste (diagnóstico), na segunda, realizamos a intervenção de ensino e na terceira foi a realização do pós-teste (contraprova).

Todas as etapas realizadas na coleta de dados, pré-teste, intervenção de ensino e pós-teste foram desenvolvidas na sala de aula e no período normal de aula dos alunos. A coleta de dados foi realizada integralmente pela pesquisadora.

Na Figura 2.1 temos o esquema de distribuição dos participantes e das três etapas que consistiram todo o processo da coleta de dados.



Figura 2.1: Esquema de distribuição dos alunos na pesquisa

Para avaliar o nível de conhecimento dos alunos antes de submetê-los à intervenção de ensino, solicitamos aos mesmos que respondessem, individualmente, a um pré-teste envolvendo atividades de interpretação e construção de escalas representadas em gráficos de barra e de linhas.

Na segunda etapa, buscamos promover, através de atividades direcionadas e sistematizadas, a aprendizagem dos conceitos de escalas em duas situações: interpretação e construção. Os alunos foram organizados em duplas, escolhidas aleatoriamente, para participarem da intervenção de ensino. Embora não fosse nosso objetivo, optamos em organizar os alunos em duplas, pois se esperava que as trocas de ideias entre os participantes contribuíssem para a compreensão do conceito de escala.

Cada grupo teve um tipo de abordagem para a aprendizagem de escala na intervenção: o grupo denominado MC participou da intervenção de ensino com atividades de medidas de comprimento (MC). Já a intervenção de ensino do grupo RN foi com questões que envolviam o uso da reta numérica (RN). Por fim, o grupo MP trabalhou as atividades com mapas (MP).

Ao final da intervenção foi realizado um pós-teste, similar ao pré-teste, para avaliar se houve avanço de aprendizagem por parte dos alunos, após terem sido submetidos à intervenção de ensino. As questões trabalhadas nos testes tiveram como foco os conceitos de escala em diferentes situações-problema representadas em gráficos de barras e de linhas.

Pré-teste e Pós-teste

Os dois testes que fizeram parte de nossa pesquisa eram compostos por oito questões. Como a finalidade dos mesmos era investigar o nível de conhecimento dos alunos antes e depois de serem submetidos à intervenção de ensino, todas as questões de ambos os testes eram similares e apresentavam diferentes situações-problema que exploravam o conceito de escalas representadas em gráficos. As oito questões trabalhadas no pré-teste e no pós-teste foram selecionadas e/ou adaptadas de atividades exploradas em livros didáticos do 4º e do 5º ano de escolaridade de cinco coleções aprovadas pelo PNLD 2013.

O pré-teste foi realizado no primeiro dia do processo de coleta de dados. Após o processo de intervenção de ensino em cada um dos grupos, que durou aproximadamente três semanas, realizamos o pós-teste com os alunos que participaram de todas as etapas anteriores (pré-teste e intervenção). Em cada teste, os alunos receberam um caderno com as questões para serem respondidas

individualmente. A realização dos testes teve aproximadamente 1 hora e 20 minutos e, apenas quando solicitada, a pesquisadora realizou a leitura dos enunciados das questões ao aluno solicitante. Além disso, os participantes tiveram à sua disposição régua, lápis e borracha para auxiliar na resolução das questões propostas.

Todas as questões trabalhadas seguiram a mesma ordem para todos os alunos em ambos os testes (pré e pós-teste). Para fins de comparação, cada questão dos testes será exposta lado a lado.

1ª Questão

A primeira questão do pré-teste e do pós-teste buscou observar a habilidade dos alunos em representar adequadamente valores na escala em gráfico de barras. Esperava-se que os alunos respeitassem a ordem de grandeza dos números e a proporcionalidade existente entre os mesmos. O gráfico da atividade do pré-teste foi retirado do livro didático “De olho no futuro”³ – 5º ano, e o do pós foi construído a partir de uma adaptação do pré-teste, realizada pela pesquisadora.

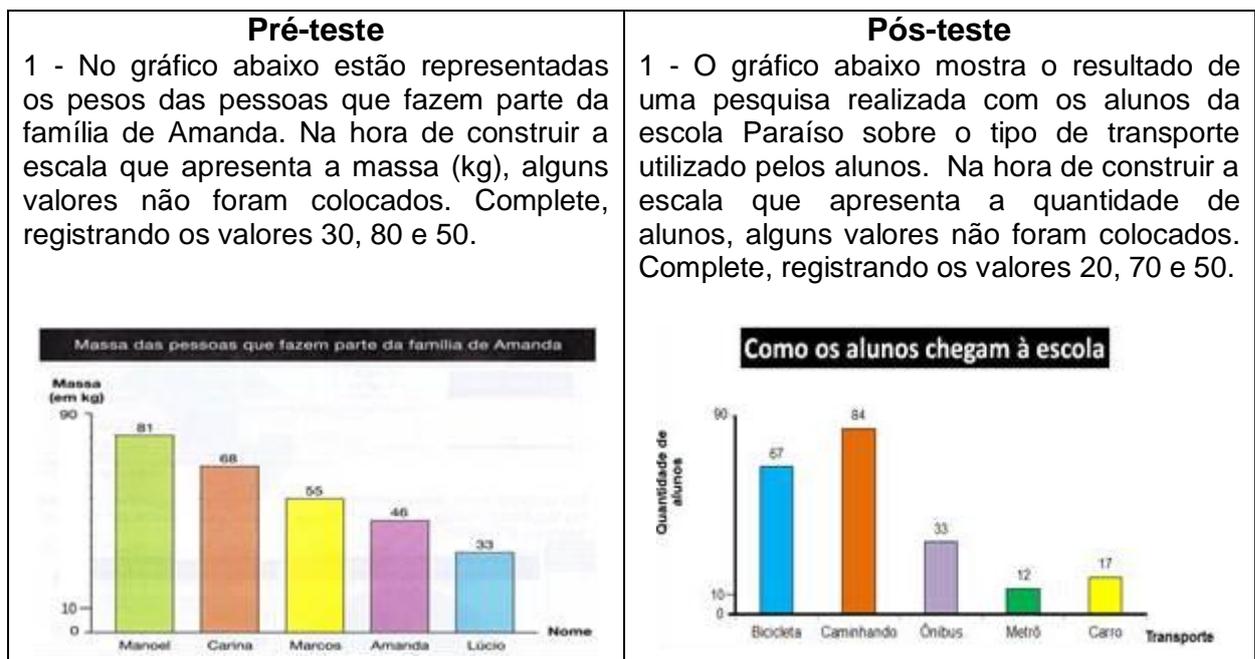


Figura 2.2: Primeiras questões dos testes – Representar valores na escala em gráfico de barras

³ Fonte: Passos & Passos, (2011b). Livro didático “De olho no futuro” – 5º ano, (p. 206).

2ª Questão

A segunda questão dos dois testes objetivou avaliar a habilidade dos alunos em representar adequadamente valores na escala do gráfico de linha simples. Nessa atividade, os valores a serem colocados no eixo vertical foram fornecidos pelo enunciado da questão e esperava-se que os alunos, ao representá-los, tivessem a preocupação de respeitar a ordem de grandeza dos números e a proporcionalidade existente entre os valores. O gráfico do pré-teste foi retirado do estudo de Lima (2010)⁴, teve alguns valores da escala excluídos, e o do pós foi uma adaptação do pré, realizada pela pesquisadora, conforme pode ser visualizado na Figura 2.3.

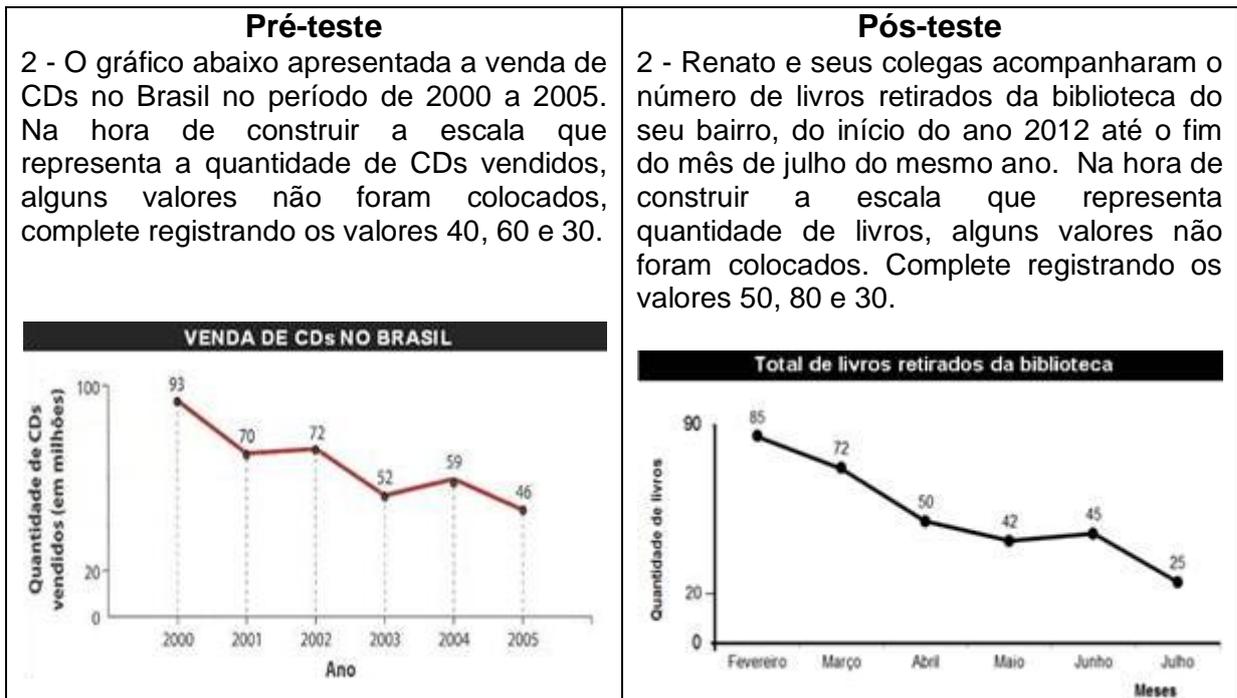


Figura 2.3: Segundas questões dos testes – Representar valores na escala em gráfico de linha

3ª Questão

A terceira questão explorava a capacidade dos alunos em localizar valores implícitos na escala do gráfico de barras. A atividade do pré-teste foi adaptada do

⁴ Fonte: Lima, I. B. Investigando o desempenho de jovens e adultos na construção e interpretação de gráficos. Dissertação (mestrado) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco. CE, (2010, p. 153).

livro didático “De olho no futuro”⁵ – 4º ano, tendo alguns valores suprimidos, que inicialmente se encontravam em cima das barras do gráfico, e a do pós foi uma adaptação do pré-teste, realizada pela pesquisadora.

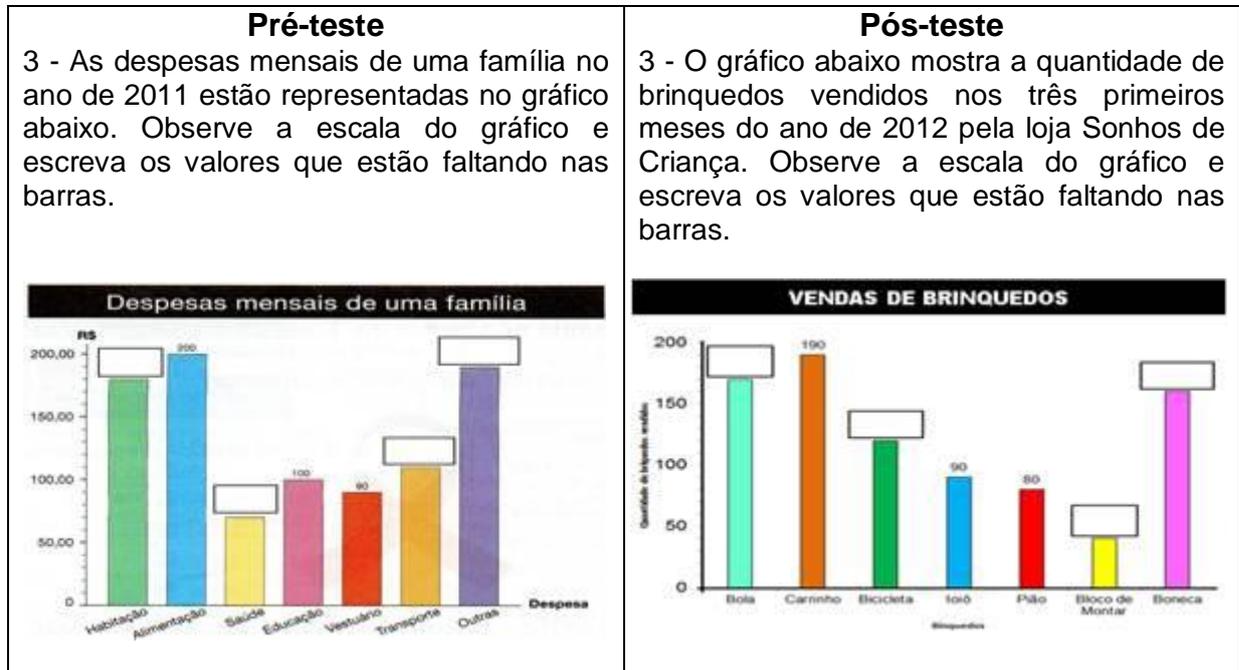


Figura 2.4: Terceiras questões dos testes – Interpretar valores na escala no gráfico de barras

4ª Questão

A quarta questão dos dois testes objetivou avaliar a capacidade dos alunos em localizar valores implícitos na escala de gráfico de linha simples. O gráfico do pré-teste foi retirado do livro didático “De olho no futuro” – 4º ano⁶ e trazia seus valores em cima dos pontos. Alguns desses valores foram retirados. A mesma exclusão ocorreu com o gráfico do pós-teste, que é uma adaptação do pré-teste, formulado pela pesquisadora. A partir da leitura da escala, que estava graduada de 50 em 50 unidades, os alunos deveriam indicar os valores que foram retirados, conforme é possível observar na Figura 2.5.

⁵ Fonte: Passos & Passos, (2011a). Livro didático “De olho no futuro” – 4º ano (p. 123).

⁶ Fonte: Passos & Passos, (2011a). Livro didático “De olho no futuro” – 4º ano (p. 122).

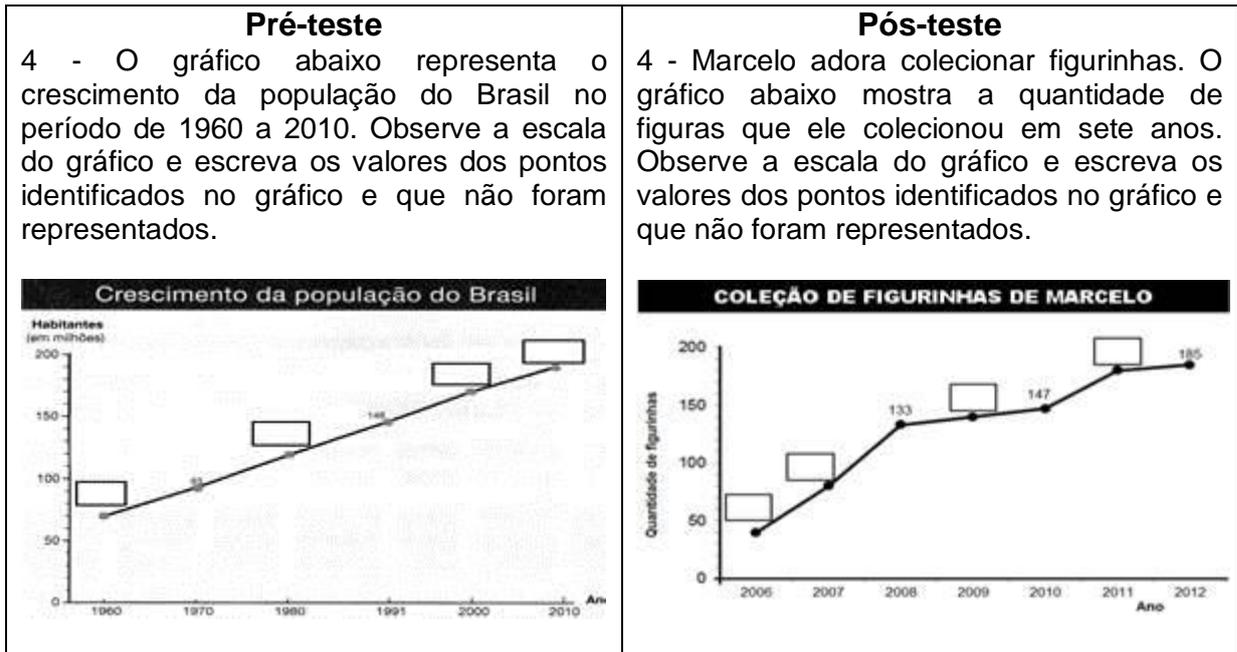


Figura 2.5: Quartas questões dos testes – Interpretar valores na escala no gráfico de linha

5ª Questão

A quinta questão dos dois testes buscou observar a capacidade dos alunos para identificar erros cometidos intencionalmente em gráfico de barras. A atividade do pré-teste foi retirada do livro didático “Saber Matemático” – 4º ano⁷, e a do pós é uma adaptação do pré-teste, formulada pela pesquisadora. Os alunos teriam que analisar as informações representadas nos gráficos e perceberem que duas barras estavam com os valores incorretos. No caso do gráfico do pré-teste, a categoria “coleta seletiva - Pernambuco” e a “coleta de lixo - Paraíba”, e no gráfico do pós-teste, a categoria “Pesqueira - temperatura mínima” e a “Gravatá - temperatura máxima” apresentavam alturas de barras desproporcionais às escalas adotadas, que estavam graduadas de 5 em 5 unidades, conforme Figura 2.6.

⁷ Fonte: Smole, Diniz & Vlandemir (2011a). Livro didático “Saber Matemático” – 4º ano (p. 87)

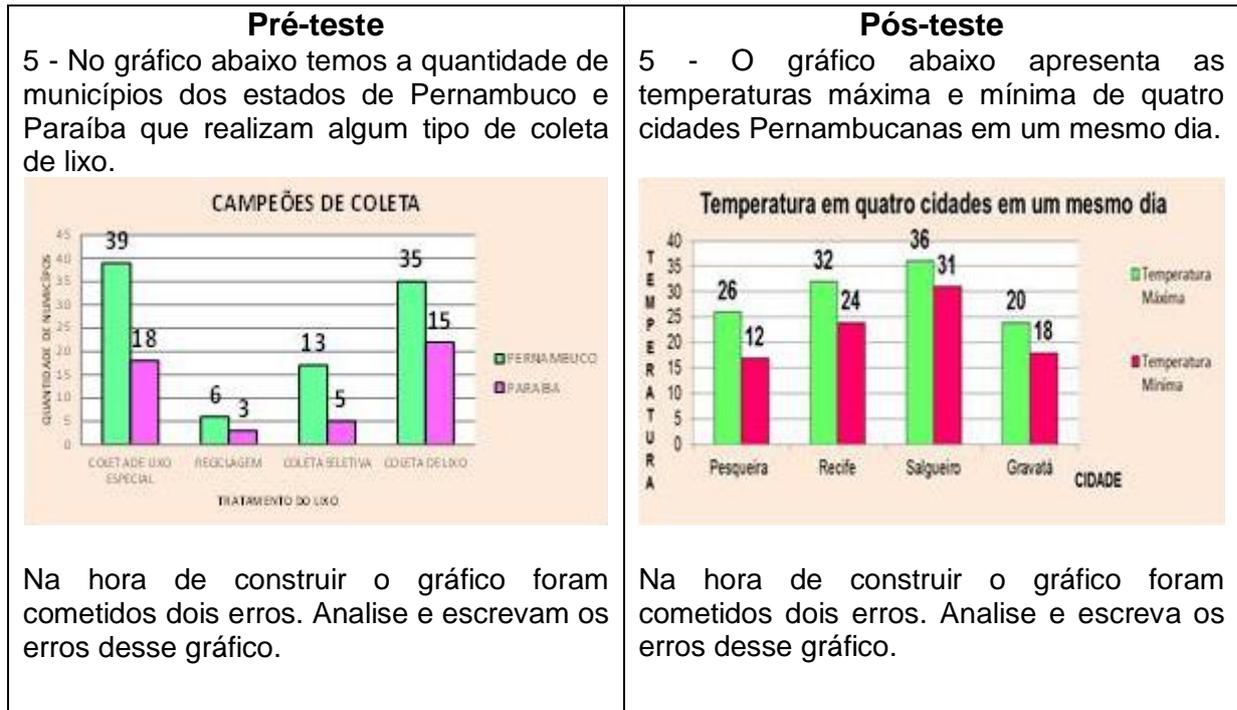


Figura 2.6: Quintas questões dos testes – Identificar os erros da escala

6ª Questão

A sexta questão do pré e do pós-teste objetivava avaliar a habilidade dos alunos em analisar os valores representados no gráfico, tendo como referência a sua escala, e indicar dentre as tabelas, aquela que apresentava os dados presentes na imagem. A atividade do pré-teste foi adaptada do estudo de Pereira (2009)⁸, e a do pós é uma adaptação do pré, formulada pela pesquisadora. Os gráficos de barras utilizados nas atividades estavam com escalas graduadas de 10 em 10 unidades. Na construção desses gráficos, os valores de três barras estavam implícitos (5, 15, 25), uma barra apresentava frequência nula e, outra apresentava valor explícito indicado pelo valor 10, como é verificado na Figura 2.7.

⁸ Fonte: Pereira, S. A leitura e interpretação de tabelas e gráficos para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. (2009). Dissertação - Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC – SP, (2009, p. 73).

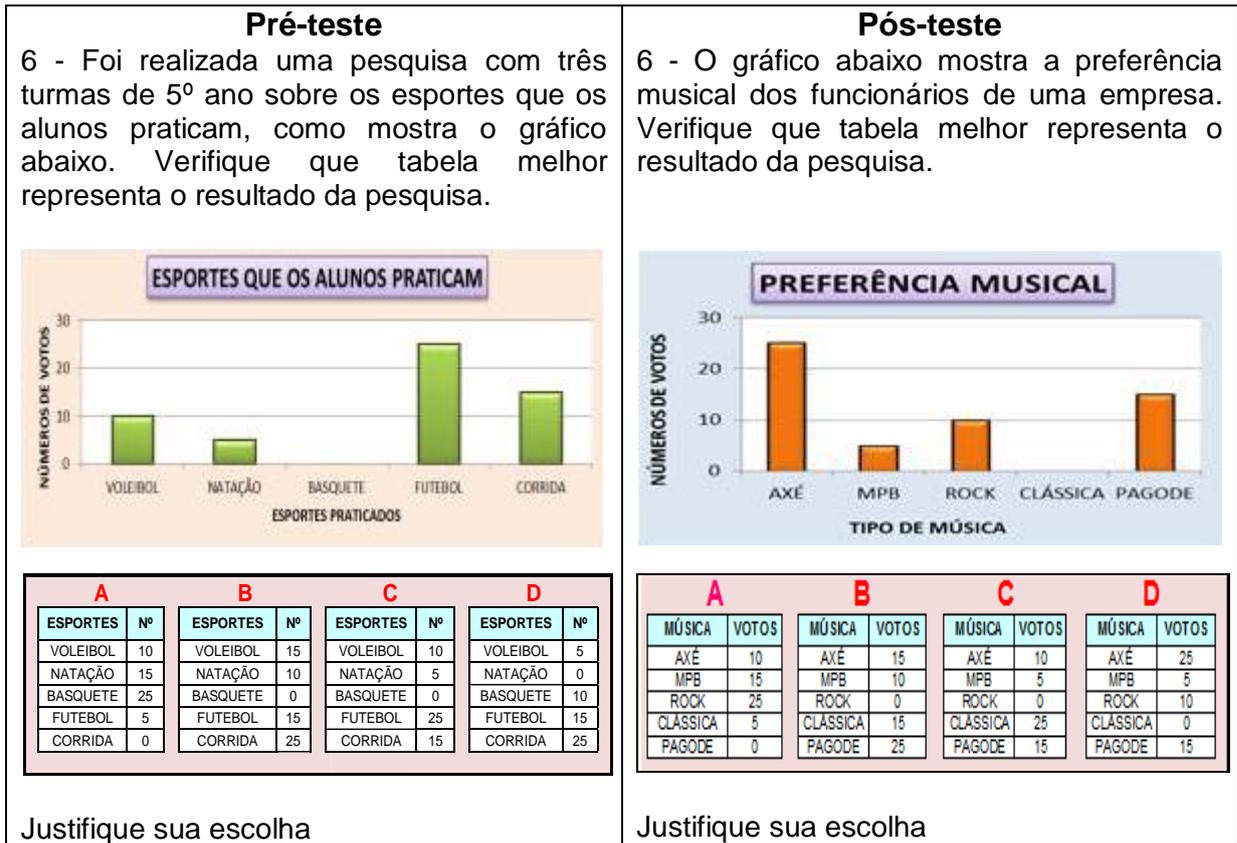


Figura 2.7: Sextas questões dos testes – Fazer a correspondência entre o gráfico e a tabela que representa os mesmos dados

7ª Questão

Para a sétima questão dos dois testes, a finalidade foi investigar como os alunos compreendiam dois gráficos com as mesmas informações, porém com intervalos escalares diferentes, fazendo com que, visualmente, os gráficos parecessem ter informações distintas. A atividade do pré-teste foi retirada do estudo de Albuquerque (2010)⁹ e a do pós é uma adaptação realizada pela pesquisadora. Esperava-se que os alunos percebessem que o gráfico 1, por ter um intervalo de escala menor, “passasse” a ideia de vantagem em relação ao gráfico 2, mas que, no entanto, ambos apresentavam as mesmas informações, conforme é possível observar na Figura 2.8.

⁹ Albuquerque, R. G. C. Como adultos e crianças compreendem a escala representada em gráficos. Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e tecnológica - Universidade Federal de Pernambuco. CE, Albuquerque (2010, p. 46).

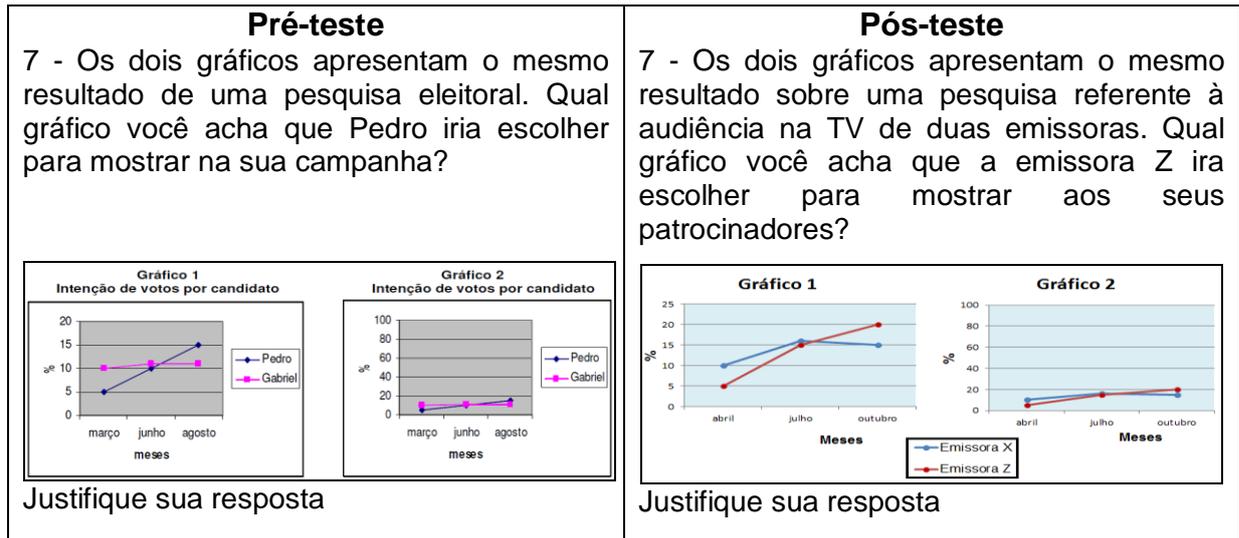


Figura 2.8: Sétimas questões dos testes – Intervalos escalares distintos

8ª Questão

Com relação à oitava questão do pré e do pós-teste, o objetivo era investigar a capacidade dos alunos em construir um gráfico a partir de dados apresentados em uma tabela. A atividade do pré-teste foi adaptada do livro didático “De olho no futuro”¹⁰ – 5º ano e a do pós-teste foi realizada a partir de uma adaptação do pré. Esperava-se que, ao construir esse gráfico, os alunos estabelecessem adequadamente a proporcionalidade dos valores a serem representados na escala e nas barras, conforme é possível observar na Figura 2.9.

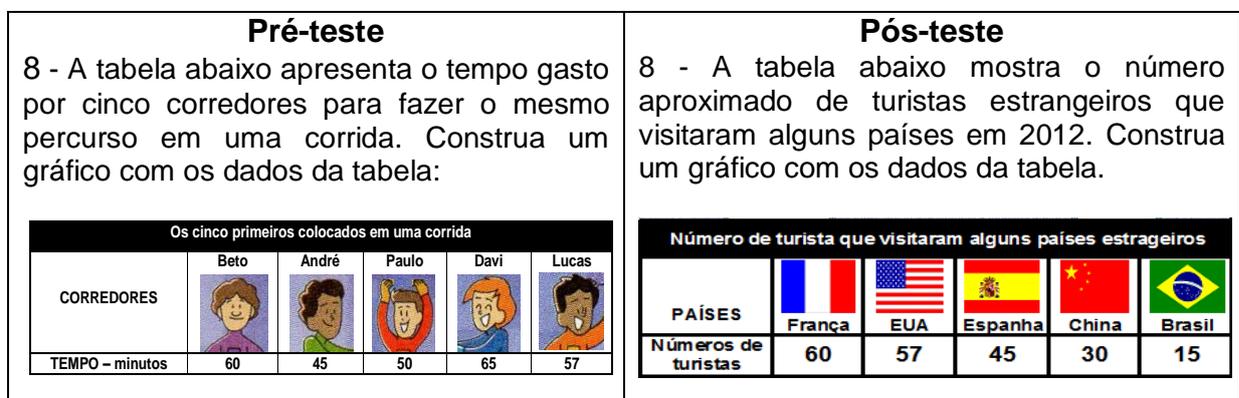


Figura 2.9: Oitavas questões dos testes – Construção de gráfico a partir de uma tabela

¹⁰ Fonte: Passos & Passos, (2011b). Livro didático “De olho no futuro” – 5º ano (p. 173).

Intervenções de Ensino

Para a elaboração das atividades trabalhadas na intervenção de ensino, consideramos o levantamento realizado por Evangelista e Guimarães (2013) em 5 (cinco) coleções de livros didáticos de Matemática, recomendados pelo PNLD 2013, nos volumes do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental. As autoras investigaram em que situações eram exploradas o conceito de escala e perceberam que era apresentado em atividades que envolviam representações em gráficos, medida de comprimento, reta numérica e mapas.

Optamos por realizar a intervenção de ensino considerando os três tipos de situações acima mencionados que não envolviam diretamente a representação em gráficos, para justamente investigar a possibilidade dessas atividades, usualmente propostas nos livros didáticos, contribuir com a aprendizagem de leitura e interpretação de escalas em gráficos de barras e de linhas.

Desse modo, em cada um dos grupos/turmas de 5º ano do Ensino Fundamental de escolas públicas, foi realizada uma intervenção variando o tipo de situação que explorava o conceito de escala: Medida de Comprimento (MC), Reta Numérica (RN) e Mapa (MP). Ao final desse tópico, apresentaremos e discutiremos cuidadosamente todas as atividades desenvolvidas nas sessões de intervenção de ensino dos grupos.

A intervenção de ensino foi elaborada tendo como referência as habilidades exploradas no pré-teste e pós-teste: representar, localizar, analisar, comparar e construir escalas com diferentes intervalos.

O processo de intervenção realizado nos grupos pela pesquisadora foi o mesmo, mudando apenas as situações de uso do conceito de escala – atividades de medida de comprimento, reta numérica e mapas.

As sessões de intervenção de ensino ocorreram simultaneamente nos grupos, e foram agendadas previamente com as professoras de cada turma, que estiveram presentes como ouvintes. Todas as atividades desenvolvidas nessa etapa da pesquisa aconteceram entre os meses de abril e maio de 2013, o intervalo entre um encontro e outro foi de uma semana, aproximadamente.

Optamos por organizar os alunos em duplas, escolhidas aleatoriamente no primeiro encontro da intervenção, e essa seleção foi mantida no encontro seguinte.

Como trabalhamos com alunos de escolas públicas que apresentavam frequências irregulares, em alguns casos tivemos que realizar as sessões de intervenção, num momento a parte, com alguns alunos que faltaram uma ou outra sessão. Isso ocorreu em todos os grupos com três ou quatro participantes, para garantir que todos os alunos participassem de todas as sessões. A opção de organizar os alunos em dupla se deu em função de incentivar os diálogos entre os participantes o que poderia promover um maior aprendizado sobre escala.

A intervenção de ensino foi realizada pela pesquisadora em dois dias distintos. Cada sessão teve a duração aproximada de 1 hora e 20 minutos. No primeiro dia, nos três grupos foram trabalhadas atividades envolvendo *interpretação* de valores na escala e, no segundo dia, foram exploradas atividades de *construção* de escalas.

Nas sessões, foi entregue para cada dupla um caderno com as atividades e era solicitado às mesmas que respondessem uma questão por vez. A pesquisadora realizava a leitura das questões. Após a execução de cada atividade era realizada uma correção coletiva no quadro sobre a questão, estimulando uma reflexão por parte dos alunos acerca do que foi explorado no exercício. Em seguida, era apresentada a segunda questão e, assim, sucessivamente.

A reflexão da correção das atividades buscou trabalhar com os valores apresentados na escala e suas subdivisões. A pesquisadora chamava a atenção para os valores explícitos e quais poderiam ser os valores intermediários em função da proporcionalidade, tendo, prioritariamente, como referência a metade, metade da metade e intervalos múltiplos de 10 e 5.

Assim, eram realizados questionamentos aos grupos, tais como:

- 1) Entre os números 10 e 20 temos que valores?
- 2) Entre os números 0 e 50 qual o número que está na metade desse caminho?
- 3) Esse número está próximo do valor 30. Que número pode ser esse?
- 4) Essa sequência de números vai de quanto em quanto?
- 5) O número 19 é mais próximo do valor 10 ou 20? E se fosse o número 38...?
- 6) A distância entre os números 0 e 5 e dos números 10 e 15 são iguais ou diferentes?

Os valores representados nos questionamentos variavam de acordo com as situações exploradas em cada atividade, e com o intervalo representado nas escalas utilizadas.

Intervenção com o grupo Medidas de Comprimento – MC

1º dia – Interpretação de valores nas escalas no contexto de medida de comprimento - MC

No primeiro dia de intervenção de ensino, trabalhamos com três tarefas que exploravam as seguintes habilidades: determinar distâncias de um percurso a partir de uma referência, medir segmentos utilizando escala graduadas de 10 em 10 unidades, comparar e analisar medidas iguais, mas com intervalos escalares diferentes.

1ª Atividade

A primeira atividade trabalhada no início da intervenção de ensino com o grupo MC teve por finalidade fazer com que os alunos determinassem a distância entre os trechos de um percurso a partir de referenciais. Para isso, era necessário que os alunos compreendessem que a escala utilizada nesse itinerário estava graduada de 100 em 100 unidades, embora os valores dessas graduações não estivessem visíveis na escala.

Os alunos em duplas eram estimulados a responderem as indagações presentes na questão, buscando refletir sobre os valores apresentados nas medições realizadas, bem como das subdivisões existentes entre cada trecho do percurso, e a proporcionalidade entre os valores explorados nesse percurso.

Marcos vive a 500 metros da escola. Ele fez um desenho explicando a distância entre a casa dele e a escola e percebeu que, dividindo essa distância em partes iguais, ele poderia marcar a posição da casa de seu melhor amigo, Guilherme, da padaria e da praça da igreja. Diante disso, responda:

- Qual a distância entre a casa de de Guilheme e a escola?
- Qual a distância entre a padaria e a praça da igreja?
- Qual a distância entre a casa de Marcos e a praça da igreja?
- Qual a distância entre a padaria e a escola?

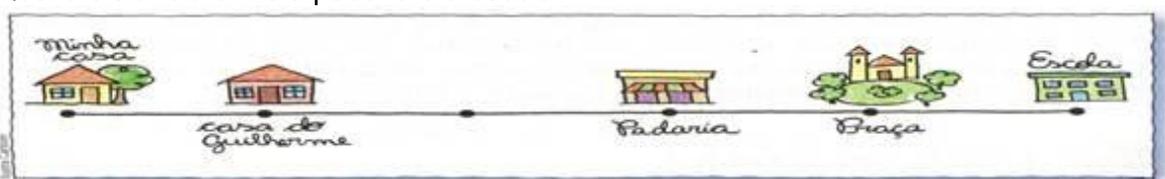


Figura 2.10: Primeira atividade de interpretar escala no contexto de medida de comprimento¹¹

¹¹ Fonte: Smole, Diniz e Vlademir, (2011a). Atividade adaptada do livro didático Saber Matemática – 5º ano (p. 122).

2ª Atividade

A segunda atividade teve a finalidade de levar as duplas a medir, utilizando uma escala graduada de 10 em 10 unidades. Nas medições eram explorados valores explícitos, representados pelas tiras de cor amarela e marrom e valores implícitos, expressos nas cores azul, verde e rosa.

Diante disso, os alunos foram levados a refletirem sobre os valores explícitos e implícitos, buscando compreender a importância de se estabelecer a proporcionalidade entre esses valores, tendo como referência a metade, conforme é apresentado na Figura 2.11:



Figura 2.11: Segunda atividade de interpretar escala no contexto de medida de comprimento¹²

3ª Atividade

A terceira atividade trabalhada na intervenção do grupo MC teve por finalidade fazer com que os alunos medissem e comparassem as distâncias de dois pontos com comprimentos iguais, mas com escalas distintas. Essas apresentavam intervalos distintos, sendo que uma estava graduada de 10 em 10 unidades e a outra de 20 em 20 unidades.

Esperava-se que a partir da medição, os alunos passassem a perceber que, embora os tamanhos dessas medidas fossem visualmente diferentes, as informações nas escalas eram iguais, em virtude de suas graduações. Como os valores finais das medições não estavam explícitos nas escalas adotadas, os alunos precisavam estabelecer a proporcionalidade entre os valores, levando os mesmos a refletirem sobre isso, conforme é possível observar na Figura 2.12:

¹² Fonte: Passos & Passos, (2011a). Atividade adaptada do livro didático De olho no futuro – 4º ano, (p. 27).

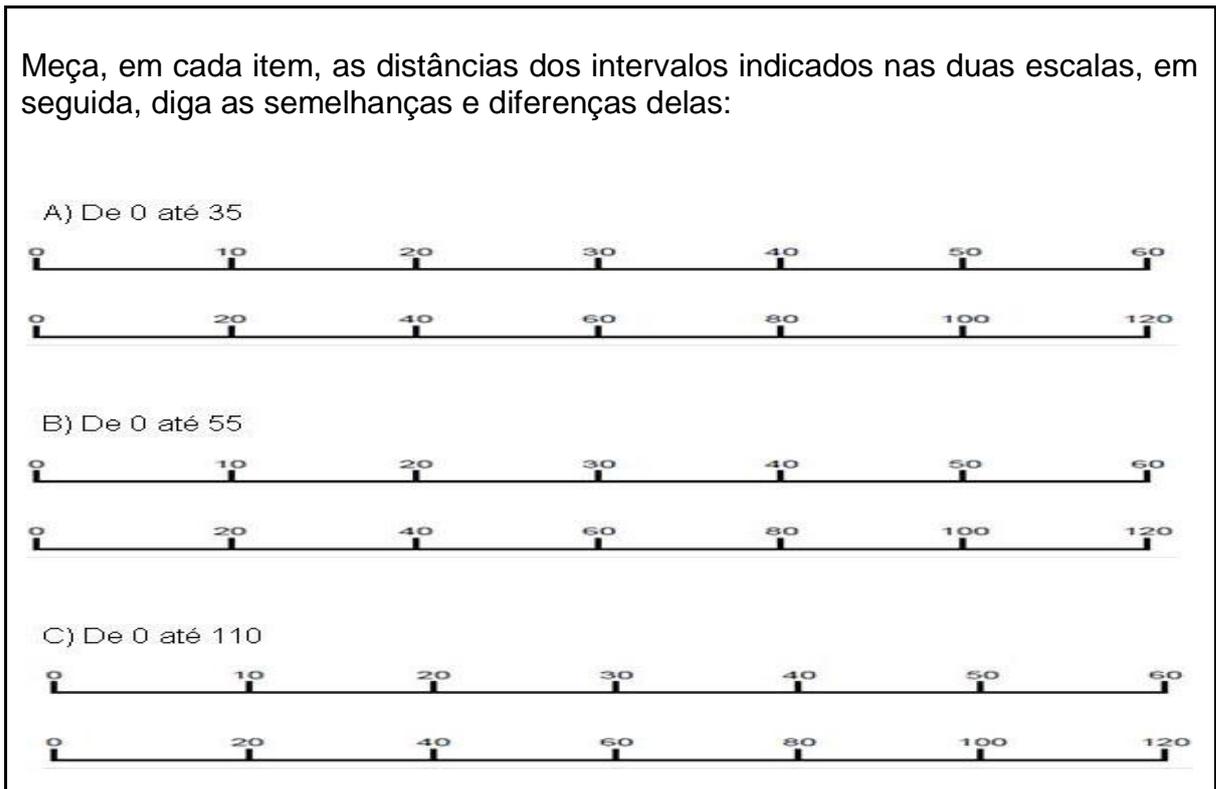


Figura 2.12: Terceira atividade de interpretar escala no contexto de medida de comprimento¹³

2º dia – Construção de escalas no contexto de medida de comprimento - MC

1ª Atividade

A atividade trabalhada nesse segundo dia de intervenção teve por finalidade fazer com que os alunos construíssem uma escala de 50 centímetros de comprimento, graduada de 10 em 10 unidades a partir de informações apresentadas numa tabela e que estabelecessem, na própria escala, as distâncias solicitadas entre os pontos iniciais e finais.

A partir dessa atividade, a pesquisadora buscou desenvolver o conceito de proporcionalidade entre cada valor a ser representado na escala, intervalos múltiplos de 10, e valores explícitos e implícitos, conforme é visto na Figura 2.13.

¹³ Fonte: Silva (2014) – Atividade elaborada pela pesquisadora.

Construa uma escala com 50 centímetros de comprimento, graduada de 10 em 10 unidades. Meça na mesma as distâncias indicadas na tabela abaixo:

Meça as distâncias indicadas abaixo	
Ponto inicial	Ponto final
10	25
20	25
25	30
30	45
35	50

Figura 2.13: Primeira atividade de construção de escala no contexto de medida de comprimento¹⁴

2ª Atividade

Trabalhamos nessa atividade a construção de uma escala de 40 centímetros de comprimento, graduada de 5 em 5 unidades. As duplas tiveram que estabelecer na escala as variações de temperaturas mínima e máxima, de cinco cidades brasileiras (Recife, Belo Horizonte, Natal, São Paulo e Manaus) que foram apresentadas em uma lista.

Assim como na atividade anterior, buscamos explorar a reflexão sobre noção de proporcionalidade entre cada valor a ser representado na escala, com intervalos múltiplos de 05, valores explícitos e implícitos, e aproximados, como é apresentado na Figura 2.14.

Construa uma régua com 40 centímetros de comprimento, graduada de 5 em 5 unidades. Meça na mesma, a variação entre as temperaturas mínimas e máximas das cidades listadas abaixo:

Recife = 25°C --- 32°C
Belo Horizonte = 20°C --- 26°C
Natal = 25°C --- 30°C
São Paulo = 20°C --- 27°C
Manaus = 30°C --- 35°C

Figura 2.14: Segunda atividade de construção de escala no contexto de medida de comprimento¹⁵

¹⁴ Fonte: Silva (2014) - Atividade elaborada pela pesquisadora.

¹⁵ Fonte: Silva (2014) - Atividade elaborada pela pesquisadora.

Intervenção com o grupo Reta Numérica - RN

1º dia – Interpretação de valores nas escalas no contexto de reta numérica - RN

Foram realizadas no primeiro dia da intervenção de ensino, com a situação de reta numérica, três atividades que tinham como finalidades trabalhar as seguintes habilidades: localizar e representar valores em reta numérica, com diferentes graduações, bem como analisar e comparar segmentos com tamanhos iguais marcados em retas que apresentavam intervalos distintos. Apresentaremos as atividades trabalhadas com as duplas desse grupo.

1ª Atividade

A primeira atividade teve como objetivo fazer com que os alunos identificassem e representassem valores que estavam faltando nas retas numéricas. Os participantes tiveram que lidar com três tipos de graduação escalar: de 5, de 20 e de 50 unidades.

Para isso, era necessário compreender a noção de proporcionalidade, tendo como referência a metade e metade da metade. Bem como valores múltiplos de 5, de 10, e de 20. Chamávamos a atenção das duplas com relação aos valores explícitos e implícitos, fazendo os mesmos refletirem sobre números existentes entre os intervalos de cada graduação, conforme é possível observar na Figura 2.15.

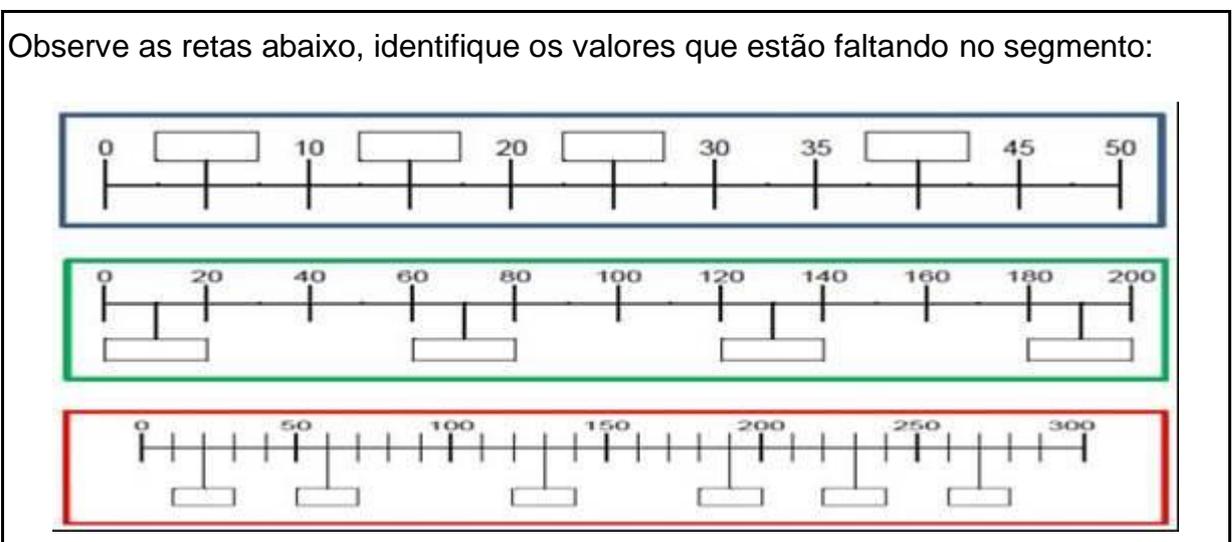


Figura 2.15: Primeira atividade de interpretar escala no contexto de reta numérica¹⁶

¹⁶ Fonte: Padovan, Guerra, Milan, e Monteiro. Atividade adaptada do livro didático Projeto Prosa – 4º ano, (p. 165).

2ª Atividade

A segunda atividade de reta numérica teve por finalidade explorar representações de valores em duas escalas com intervalos diferentes, sendo que a primeira estava graduada de 20 em 20 unidades e a segunda estava de 50 em 50 unidades.

Nessa atividade, os alunos foram levados a refletirem sobre os valores explícitos presentes nas escalas e quais poderiam ser os intermediários em função da proporcionalidade. Trabalhando a ideia de metade, metade da metade e intervalos múltiplos de 5, e de 10, como é possível verificar na Figura 2.16.

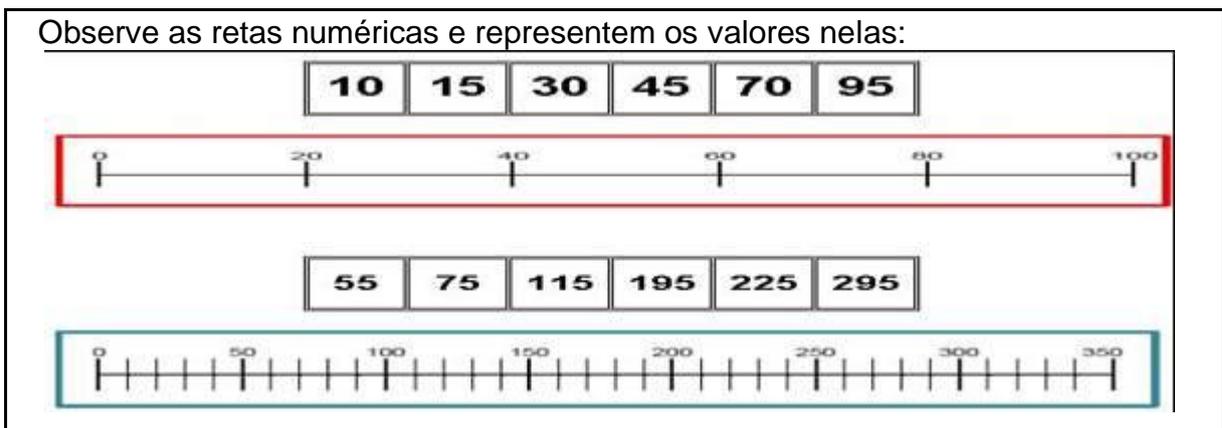


Figura 2.16: Segunda atividade de interpretar escala no contexto de reta numérica¹⁷

3ª Atividade

Essa terceira atividade teve como objetivo analisar e comparar segmentos de tamanhos iguais, mas em escalas de intervalos diferentes. O primeiro segmento se estendia de 0 a 25, o segundo de 0 a 45 e o terceiro de 0 a 55.

Como as retas apresentavam graduações diferentes, as duplas precisavam perceber que a diferença entre uma e outra era em função dos intervalos escalares e não em decorrência da extensão dos segmentos, pois ambas apresentavam a mesma informação. Para isso, era fundamental que os alunos refletissem sobre a manipulação dos intervalos das retas, como é possível observar na Figura 2.17.

¹⁷ Fonte: Smole, Diniz e Vlademir, (2011a). Atividade adaptada do livro didático Saber Matemático – 4º ano, (p. 165).

Nas retas abaixo estão destacados alguns segmentos. Compare os pares de retas, e informe o que há de igual e diferente em cada par:



Figura 2.17: Terceira atividade de interpretar escala no contexto de reta numérica¹⁸

2º dia – Construção de escalas no contexto de reta numérica - RN

No segundo dia de intervenção com retas numéricas, foram exploradas duas atividades que desenvolviam a habilidade de construção de retas, sendo uma graduada de 10 em 10 unidades e a outra de 5 em 5. Além disso, as duplas tiveram que representar, em cada reta construída, os valores que foram fornecidos na questão.

1ª Atividade

Essa atividade, trabalhada com o grupo RN (Figura 2.18) tinha como proposta a construção de uma reta numérica, graduada de 10 em 10 unidades, e a representação de alguns valores nela.

Buscamos, através de questionamentos realizados durante a execução da atividade, levar os alunos a refletirem sobre a proporcionalidade existente entre cada valor a ser representado na escala, bem como os intervalos múltiplos de 10, e valores próximos aos explícitos, como os números 3 e 47.

Construa uma reta numérica, graduada de 10 em 10 unidades e represente os números abaixo:

05

15

25

32

40

47

Figura 2.18: Primeira atividade de construção de escala no contexto de reta numérica¹⁹

¹⁸ Fonte: Silva (2014). Atividade elaborada pela pesquisadora.

¹⁹ Fonte: Silva (2014). Atividade elaborada pela pesquisadora.

2ª Atividade

A atividade teve como objetivo fazer com que as duplas construíssem uma reta numérica que comportasse a frequência de esportes preferidos dos alunos, representada em uma tabela fornecida pela questão, sendo graduada de 5 em 5 unidades.

Nessa atividade, a pesquisadora trabalhou com os alunos os conceitos relacionados à proporcionalidade entre os valores representados na reta numérica e suas subdivisões, bem como valores próximos aos explícitos, tendo, prioritariamente, como referência a metade, metade da metade, números e intervalos múltiplos de 5. Conforme Figura 2.19.

Construa uma reta numérica graduada de 5 e 5 unidades, e represente os valores da tabela nela:

Lazer preferido pelas crianças	
Lazer	Número de crianças
Esporte	20
Leitura	6
Internet	43
TV	18
Jogos eletrônicos	31

Figura 2.19: Segunda atividade de construção de escala no contexto de reta numérica²⁰

Intervenção com o grupo atividades de mapas – MP

1º dia – Interpretação de valores nas escalas no contexto de mapas - MP

Com relação ao primeiro encontro de intervenção de ensino com os alunos que trabalharam com mapas, foram exploradas três atividades que tinham por finalidade trabalhar as habilidades de interpretar valores marcados em segmentos, representados em dois mapas. Assim como, determinar a localização de pontos implícitos que foram marcados em um mapa de uma rua qualquer, tendo como referência os valores explícitos representados, e representar alguns valores em um segmento traçado em um mapa. Seguem as atividades exploradas.

²⁰ Fonte: Silva (2014). Atividade elaborada pela pesquisadora.

1ª Atividade

A primeira atividade trabalhada com o grupo MP teve por finalidade explorar a interpretação de valores destacados em segmentos traçados através de dois mapas distintos, Recife e Olinda, com graduações de escalas diferentes, sendo que a referente ao mapa de Recife estava graduada de 10 em 10 unidades, e a de Olinda estava de 50 em 50 unidades. Nessa atividade, abordamos os conceitos referentes a valores explícitos e implícitos, buscando levar os alunos a refletirem sobre a importância de se estabelecer a proporcionalidade entre esses valores, tendo como referência valores intermediários, como é apresentado na Figura 2.20.

Os pontos destacados nas escalas dos mapas representam as localizações aproximadas de alguns pontos comerciais dos bairros das duas cidades, Olinda e Recife, identifique cada ponto:

Mapa 1: Recife



Mapa 2: Olinda



Figura 2.20: Primeira atividade de interpretar escala no contexto de mapa²¹

²¹ Fonte: Mapa retirado do Google Maps.

2ª Atividade

A segunda atividade teve como objetivo fazer com que as duplas determinassem a localização de pontos que foram marcados numa escala graduada de 40 em 40 unidades, traçada no mapa de um bairro qualquer.

Esperava-se que as duplas localizassem os valores implícitos que correspondiam à prefeitura, biblioteca, escola e ao metrô, tendo com referências os valores explícitos nas graduações da escala. Procuramos trabalhar com os alunos desse grupo a noção de proporcionalidade, valores intermediários e próximos. Conforme Figura 2.21.

Nesse mapa, cada centímetro corresponde a 20 metros. Meça com uma régua as distâncias dos pontos destacados no mapa: prefeitura, biblioteca, escola e metrô.

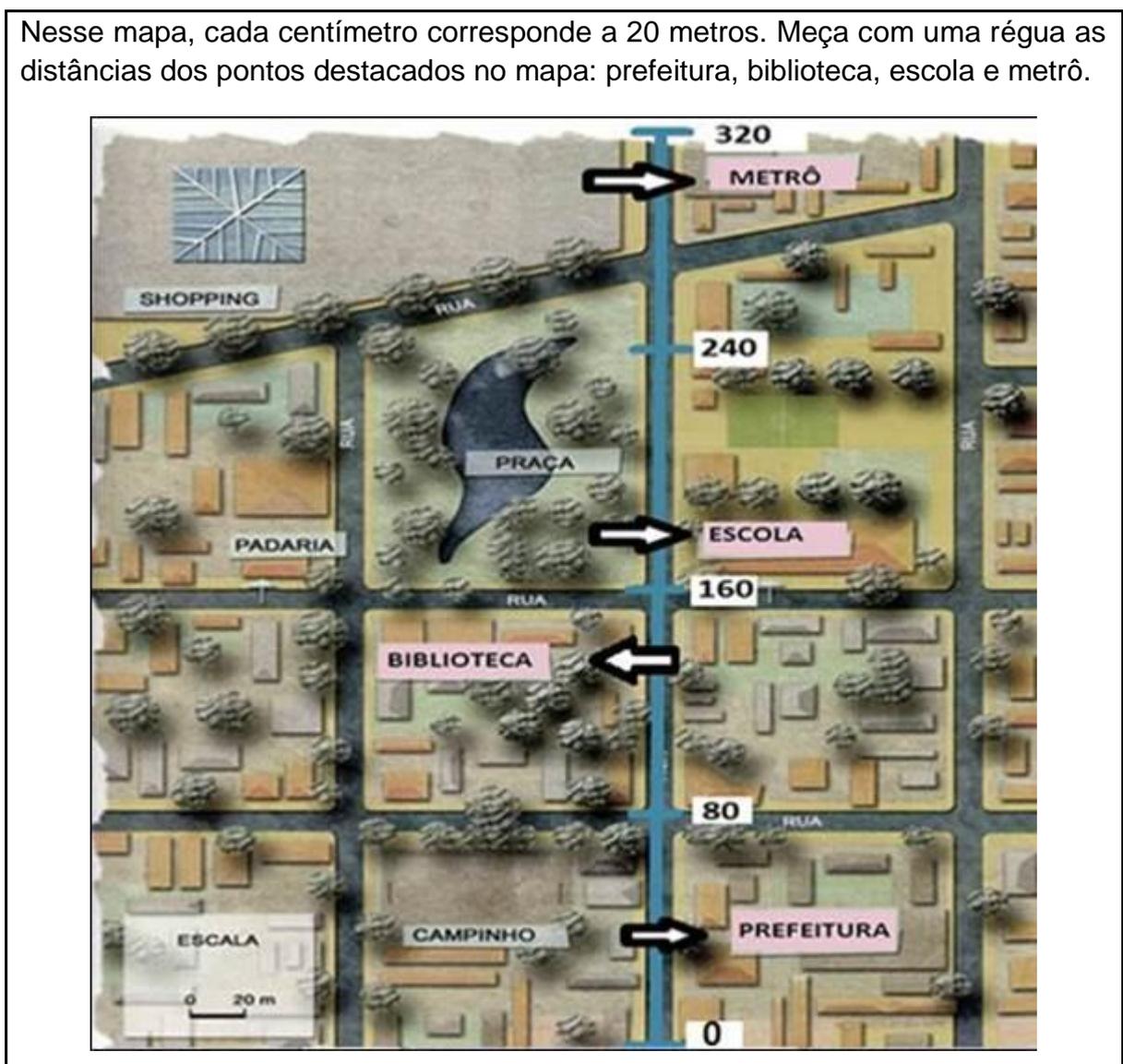


Figura 2.21: Segunda atividade de interpretar escala no contexto de mapa²²

²² Fonte: Aidar, (2011a). Atividade adaptada do livro didático - A aventura do saber matemática – 4º ano, (p. 113).

3ª Atividade

Nessa terceira atividade de intervenção com situações de mapa, a finalidade foi trabalhar representações de valores em uma escala traçada no mapa de Pernambuco, graduada de 100 em 100 unidades. Os valores a serem representados na escala desse mapa foram fornecidos na questão a partir de uma tabela, que apresentava a localização (km) aproximada de algumas cidades Pernambucanas. (Figura 2.22).

Para poder representar os valores solicitados na atividade, foram explorados os conceitos baseados na proporcionalidade, tendo como referências os valores explícitos, bem como valores intermediários e próximos.

Nesse mapa, foi traçada uma reta dividida em 6 partes, cada pedaço corresponde a 100 km. Marque na mesma, as distâncias aproximadas de algumas cidades que estão representadas no quadro abaixo.

Cidades
Gravatá = 90 km
Caruaru = 140 km
Pesqueira = 220 km
Arcoverde = 260 km
Custódia = 490 km

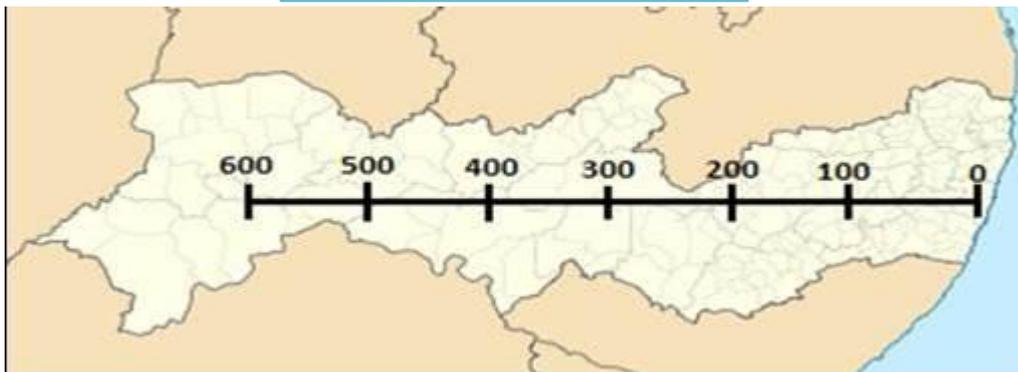


Figura 2.22: Terceira atividade de interpretar escala no contexto de mapa²³

2º dia – Construção de escalas no contexto de mapas - MP

No segundo dia de intervenção de ensino realizado, com os alunos do grupo MP, foram trabalhadas duas atividades que exploravam a habilidade de construção de escala em mapas. Após a construção da cada escala, as duplas deveriam no primeiro mapa representar alguns valores, e no segundo determinar o local de

²³ Fonte: Mapa retirado wikipedia.

alguns estabelecimentos de um bairro qualquer. Seguem as duas atividades desenvolvidas nesse encontro.

1ª Atividade

Trabalhamos nessa atividade a construção de uma escala 25 em 25 unidades, que indicava o percurso entre as cidades A, B e C. Nesse traçado as duplas deveriam representar alguns valores que foram fornecidos na questão.

Buscamos explorar nessa atividade a noção de proporcionalidade entre os valores a serem representados na escala, tendo como referência a noção de números próximos, valores intermediários e múltiplos de 5. Na Figura 2.23 apresentamos a atividade trabalhada nesse encontro.

Um geógrafo mediu a distância entre a cidade A e a cidade C e viu que a mesma era de 50 xililins (uma medida inventada por ele). Trace uma reta entre as cidades A e C, passando por B. Represente os seguintes valores e diga qual a distância entre o ponto A e B.

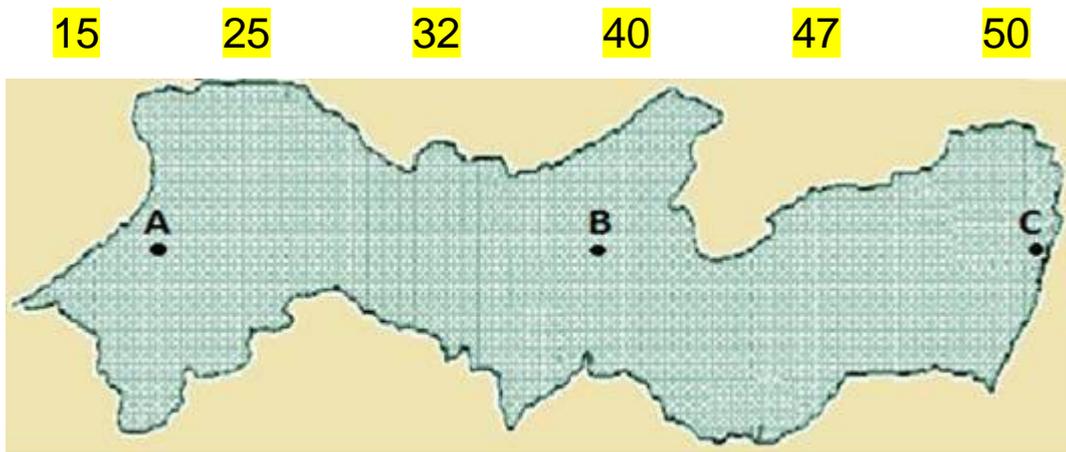


Figura 2.23: Primeira atividade de construção de escala no contexto de mapa²⁴

2ª Atividade

Teve por finalidade fazer com que os alunos construíssem uma escala entre os pontos A e B, graduada de 40 em 40 unidades, e localizassem alguns estabelecimentos de um bairro (padaria, correio, escola e posto de gasolina). Conforme é possível observar na Figura 2.24.

²⁴ Fonte: Mapa adaptado do site: <http://www.prppg.ufrpe.br/old/cbg/localizacao.html>

Foi explorada nessa atividade, assim como na questão anterior, a noção de proporcionalidade entre os valores a serem representados na escala, tendo o cuidado de chamar a atenção dos alunos com relação aos valores intermediários, próximos, ideia de metade e metade da metade.

A Rua Bahia do mapa abaixo tem aproximadamente 160 metros de comprimento. Desenhe uma reta entre os pontos A e B, divida esse segmento em 4 partes iguais, graduado de 40 em 40 unidades. Em seguida, localize nela os seguintes estabelecimentos:

Padaria



Correio



Escola



Posto de gasolina



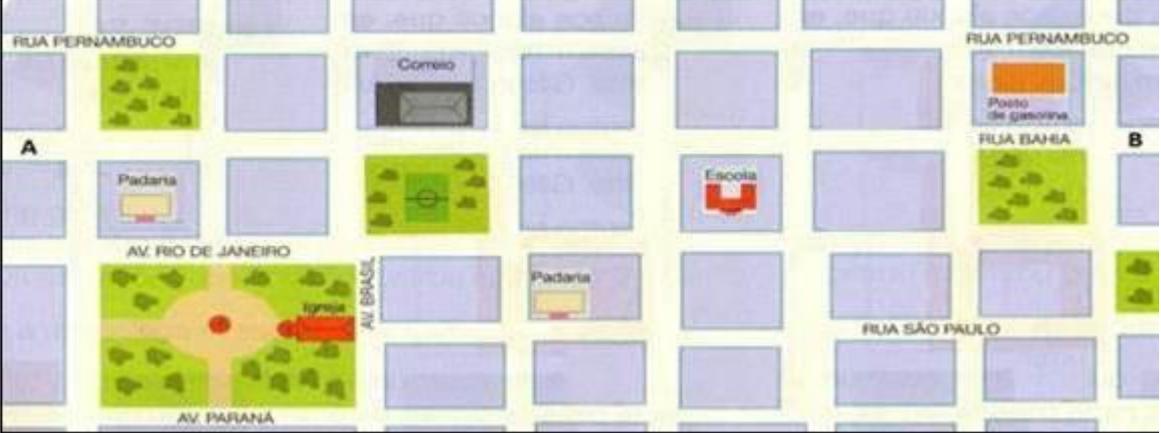


Figura 2.24: Segunda atividade de construção de escala no contexto de mapa²⁵

Apresentaremos no capítulo a seguir os resultados obtidos pelos grupos na fase de pesquisa, bem como a discussão dos mesmos.

²⁵ Fonte: Aidar, (2011a). Atividade adaptada do livro didático A aventura do saber – matemática – 4º ano (p. 135).

CAPÍTULO 3

RESULTADOS

Iniciamos as análises dos dados investigando o desempenho dos 69 alunos do 5º ano que participaram de todas as etapas do nosso estudo (pré-teste, intervenção de ensino e pós-teste).

Para isso, classificamos as respostas dadas pelos alunos como corretas ou incorretas, tendo como referências os critérios expostos no Quadro 3.1. A pontuação do aluno poderia variar entre 0 e 9 pontos, dependendo da quantidade de acertos. As questões receberam 1 (um) de pontuação cada. Exceto a 5ª questão, na qual o aluno podia receber uma pontuação de 0 a 2, pois consideramos a localização de um erro (1 ponto) ou dos dois erros (2 pontos).

Quadro 3.1: Critérios de correção por questão no pré-teste e no pós-teste

Questão	Pontuação	Descrição da resposta correta
1ª	01 ponto	Representar os valores solicitados em ordem crescente e com proporcionalidade na escala do gráfico de barras simples.
2ª	01 ponto	Representar os valores solicitados em ordem crescente e com proporcionalidade na escala do gráfico de linha simples.
3ª	01 ponto	Localizar alguns valores implícitos na escala do gráfico de barras simples.
4ª	01 ponto	Localizar alguns valores implícitos na escala do gráfico de linha simples.
5ª (um erro)	01 ponto	Localizar 01 erro existente no gráfico de barras duplas em função das proporcionalidades das barras X escala.
5ª (dois erros)	02 pontos	Localizar 02 erros existentes no gráfico de barras duplas em função das proporcionalidades das barras X escala.
6ª	01 ponto	Estabelecer a correspondência adequada do gráfico com uma tabela, tendo como referência a escala.
7ª	01 ponto	Indicar e justificar adequadamente o gráfico que forneceria visualmente uma vantagem a uma determinada empresa ou candidato em função da escala.
8ª	01 ponto	Construir um gráfico de barras com proporcionalidade adequada.

Média de acertos no Pré-teste e no Pós-teste

O Gráfico 3.1 apresenta as médias de acertos dos alunos em função do desempenho obtido no pré-teste e no pós-teste.

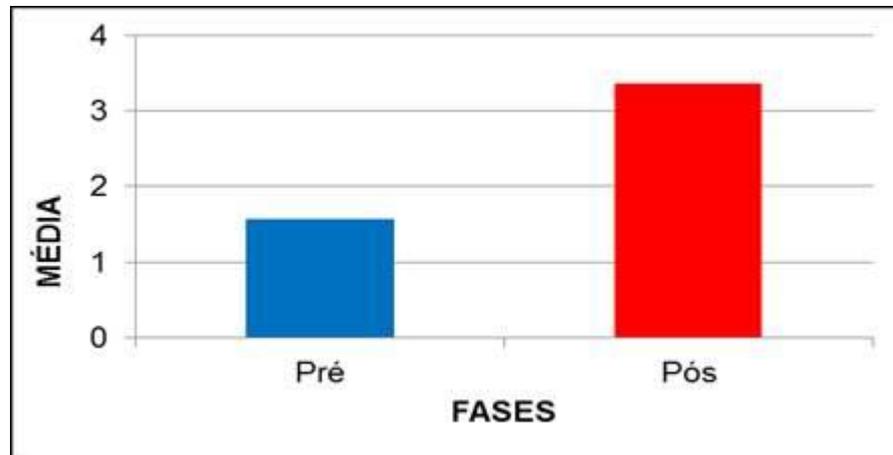


Gráfico 3.1: Média de acertos por fase (pré-teste e pós-teste)

A média de acertos dos alunos no pré-teste foi de 1,57 e, após a realização da intervenção de ensino, os participantes conseguiram melhorar sua média de acerto no pós-teste para 3,36 de um total de 9 pontos. Observa-se no Gráfico 3.1 um avanço considerável no desempenho dos alunos entre as fases (pré-teste e pós-teste).

Para verificar se houve diferença significativa entre as médias de acertos dos alunos entre os dois testes (pré e pós) realizamos o teste *t* para média emparelhadas (*Paired Samples Test*). O teste *t*, para dados relacionados ou emparelhados, é utilizado quando os participantes tomam parte de ambas às condições.

Desse modo, de acordo com o teste *t* para médias emparelhadas entre os pré-teste e pós-teste, verificamos que existe uma diferença significativa, segundo o T-Test [$t(68) = -8,431$; $p \leq .000$]. O nível de significância para o teste foi de 95% ($p < 0,05$).

Desse modo, a intervenção de ensino auxiliou significativamente na aprendizagem dos alunos sobre escalas representadas em gráficos de barras e de linha simples. Esse avanço é um aspecto bastante positivo, uma vez que, com

apenas dois dias de intervenção, conseguimos promover um aprendizado sobre escala aos participantes.

Entretanto, durante a execução do pré-teste, a pesquisadora observou um desconforto dos alunos diante das atividades propostas, evidenciando o desconhecimento dos mesmos sobre representação em gráfico. Essa observação foi reforçada por conversas informais, com as professoras, sobre o que vinham trabalhando com seus alunos, e ficou evidente que as mesmas não vêm abordando um trabalho com Estatística, como é mostrado nos comentários abaixo:

“Eu ainda não trabalhei esse conteúdo com os alunos” (Professor da turma MC)

“Esse conteúdo só é visto depois que trabalho as operações” (Professora da turma RN)

“Priorizo outros conteúdos” (Professora da turma MP)

Tais declarações vêm confirmar que os conteúdos estatísticos são deixados de “lado” ou não têm sua devida importância no planejamento, visto que não são priorizados. A ausência de um trabalho sistemático a respeito vem comprometendo o aprendizado dos alunos, como é evidenciado por diversos estudos (Guimarães, 2002; Santana, 2007; Albuquerque, 2010; Lima, 2010; Silva, 2012, Bezerra e Guimarães, 2013; e outros).

Uma vez constatado um desempenho significativamente superior entre as médias de acertos apresentadas nas duas fases (pré-teste e pós-teste), passamos a analisar o desempenho dos alunos em função do tipo de situação apresentado na intervenção de ensino a que cada turma foi submetida. Assim sendo:

- Grupo MC - Grupo de alunos que participaram da intervenção de ensino com atividades de Medida de Comprimento;
- Grupo RN - Grupo de alunos que participaram da intervenção de ensino com atividades de Reta Numérica;
- Grupo MP - Grupo de alunos que participaram da intervenção de ensino com atividades de Mapas.

Esses contextos, trabalhados por nós, são os mesmos utilizados nos livros didáticos, como evidenciam Evangelista e Guimarães (2012). Além disso, o trabalho com escala também é proposto no ensino de Estatística. Porém, optamos em não realizar intervenção com atividades envolvendo gráficos, para investigarmos se atividades relacionadas aos outros eixos da matemática (grandezas e medidas,

números e operações e geometria) podiam auxiliar na compreensão de escalas representadas em gráficos.

O Gráfico 3.2 apresenta as médias de acertos dos alunos de cada grupo em função do desempenho obtido antes e depois das intervenções de ensino (pré-teste e pós-teste).

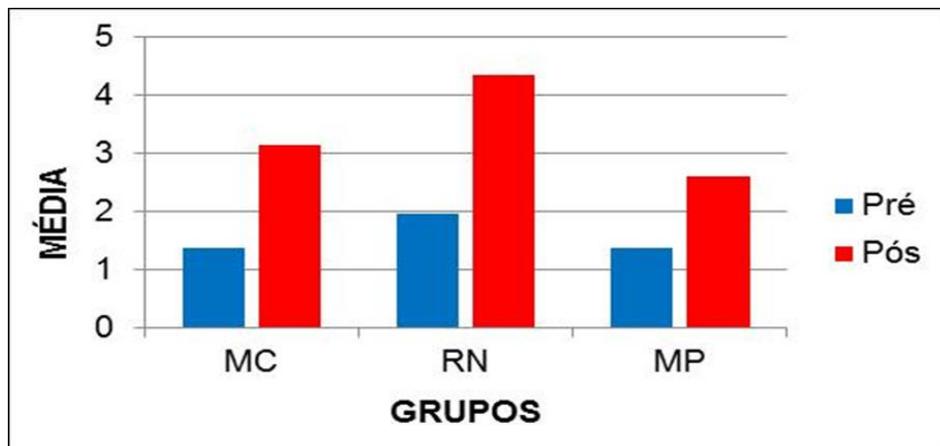


Gráfico 3.2 Média de acertos nos testes por grupo e por fase

As médias de acertos dos três grupos no pré-teste são semelhantes, como pode ser observado no Gráfico 3.2. Para comparar a média de acerto entre os três grupos no pré-teste e no pós-teste realizamos o teste Anova (Análise de Variância). Segundo Dancey e Reidy (2006), é um teste paramétrico equivalente ao teste t , e é usado quando queremos avaliar se existe diferença significativa entre as médias três ou mais condições.

De acordo com o teste da Anova, nenhum grupo apresentou um desempenho significativamente diferente dos outros [$F(2,68) = 1,285$; $p = .283$]. Esse dado é bastante importante, uma vez que expressa que os três grupos apresentaram desempenho semelhante, antes da realização das intervenções de ensino.

Esse estudo tinha como objetivo investigar a pertinência de três tipos de situações apresentadas na intervenção de ensino para a aprendizagem sobre escala. Assim, comparar o desempenho de cada grupo é fundamental. A Tabela 3.1 apresenta as médias de acertos por grupo (MC, RN e MP) nas fases (pré-teste e pós-teste).

Tabela 3.1: Desempenho dos grupos por fase

Fase/grupo	MC	RN	MP
Pré-teste	1,38	1,96	1,36
Pós-teste	3,13	4,35	2,59

Observa-se que as médias de acertos no pós-teste são superiores às do pré-teste para todos os grupos. Segundo o teste de médias emparelhadas, a diferença de desempenho entre o pré-teste e o pós-teste foi bastante significativa para todos os grupos: grupo MC [$t(23) = -4,143$; $p \leq .000$], o grupo RN [$t(22) = -7,497$; $p \leq .000$] e grupo MP [$t(21) = -3,813$; $p < .001$].

Dessa forma, há indícios de que a intervenção realizada em cada um dos grupos contribuiu efetivamente na aprendizagem sobre escalas representadas em gráficos dos alunos, independente do tipo de situação apresentada na intervenção de ensino de cada grupo.

Tais resultados nos parecem muito importantes, uma vez que expressam a facilidade que as crianças apresentam em aprender sobre escalas quando são estimuladas de forma sistemática. Com apenas duas sessões de intervenção, duas aulas de aproximadamente 2 horas, todas as turmas apresentaram um desempenho significativamente superior, com relação ao que tinham anteriormente.

Entretanto, apesar de todos os grupos apresentarem desempenho significativamente superior no pós-teste, o avanço entre as turmas foi diferente. Ao compararmos o desempenho dos três grupos no pós-teste, encontramos diferenças estatísticas entre os mesmos, mostrando que um grupo aprendeu mais do que os demais [$F(2,68) = 4,379$; $p = .016$].

O grupo RN apresentou um desempenho significativamente superior ao grupo MP de acordo com o T-teste [$t(43) = 3,088$; $p = .004$], demonstrando que a situação de ensino relacionada a atividades de reta numérica, utilizada na intervenção, pode ter auxiliado de forma mais efetiva aos alunos do grupo RN do que as atividades com mapas realizadas com o grupo MP. Entre os demais grupos não foram encontradas diferenças significativas: entre MC e RN [$t(45) = -1,862$; $p = .069$] e entre MC e MP [$t(44) = 0,921$; $p = .362$].

Entretanto, apesar da aprendizagem dos alunos de todos os grupos, demonstrada no pós-teste ter melhorado, fato que nos deixa bastante esperançosas

com a possibilidade de aprendizagem sobre escalas, ressaltamos que as médias de acertos são ainda baixas para todos os grupos, uma vez que o escore máximo era de 9 pontos. Esse resultado é preocupante, pois se espera que alunos do 5º ano que têm contato desde os primeiros anos de escolaridade com conteúdos estatísticos, apresentem desempenhos dessa magnitude. Assim, apesar do sucesso da intervenção em todos os grupos, ainda existe muito a ser feito no que se refere à aprendizagem sobre escala nas escolas.

Percentual de acertos dos grupos em cada questão do Pré-teste e do Pós-teste

Uma vez analisado o desempenho por grupo antes e depois da intervenção de ensino (pré e pós), passamos a analisar o desempenho em cada uma das questões em função das fases. Essa análise poderá evidenciar se as situações apresentadas na intervenção levaram a tipos de aprendizagens diferentes, o que poderá também explicar o melhor desempenho da turma que participou da intervenção com atividades de reta numérica (RN).

Desse modo, na Tabela 3.2 apresentamos os percentuais de acertos obtidos pelos três grupos (MC, RN e MP) em função de cada questão explorada nas fases (pré-teste e pós-teste).

Tabela 3.2: Percentuais e acertos por grupo, por questão e por fase

Grupos	MC		RN		MP	
	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós
1ª	12,5	45,8	34,8	56,5	13,6	31,8
2ª	12,5	41,7	21,7	65,2	13,6	31,8
3ª	8,3	58,3	8,7	52,2	9,1	27,3
4ª	12,5	29,2	17,4	43,5	9,1	13,6
5.1ª	8,3	20,8	26,1	52,2	27,3	54,5
5.2ª	12,5	16,7	0,0	26,1	0,0	9,1
6ª	50,0	45,8	65,2	78,3	54,5	63,6
7ª	0,0	0,0	4,3	17,4	0,0	0,0
8ª	8,3	37,5	17,4	17,4	9,1	18,2
TOTAL	15,3	36,1**²⁶	21,8	48,3**	15,1	28,8**

²⁶ Diferença de desempenho muito significativa ($p \leq .000$)

Observa-se também na Tabela 3.2 que todos os grupos tiveram um desempenho melhor no pós-teste em todas as questões. A única exceção é para o grupo MC na sexta questão, o qual apresentou um pequeno decréscimo em relação ao pré-teste.

Os três grupos no pré-teste apresentaram melhor desempenho na 6ª questão. Dessa forma, mais da metade dos alunos já eram capazes, antes da intervenção, de fazerem adequadamente a correspondência entre dados apresentados em um gráfico e em uma tabela.

Por outro lado, todos os grupos apresentaram, nas duas fases, muita dificuldade na 7ª questão. Os alunos não foram capazes de perceber que a diferença entre os dois gráficos consistia na manipulação das escalas que apresentavam intervalos distintos. Essa questão, de fato, também foi considerada bem difícil para crianças e adultos, que fizeram parte do estudo realizado por Albuquerque (2010).

Assim, iremos a seguir analisar mais detalhadamente o desempenho dos grupos em cada questão por fase e verificar em quais delas, as situações de ensino usadas nas intervenções foram mais efetivas na aprendizagem sobre escalas.

Como cada questão envolvia uma habilidade diferente em relação à escala representada em gráficos, fizemos uma análise de cada uma delas, em função dessas habilidades, da seguinte forma:

1ª questão – Representar valores na escala de um gráfico de barras;

2ª questão – Representar valores na escala de um gráfico de linha simples;

3ª questão – Localizar valores implícitos na escala de um gráfico de barras;

4ª questão – Localizar valores implícitos na escala de um gráfico de linha simples;

5ª questão – Localizar erros de escala nos valores expressos nas barras;

6ª questão – Fazer a correspondência entre valores expressos em um gráfico para uma tabela;

7ª questão – Comparar os mesmos dados apresentados em gráficos com escalas diferentes;

8ª questão – Construir gráfico a partir de uma tabela.

Na 1ª questão, foi solicitado aos alunos que representassem três valores na escala dos gráficos de barras simples, previamente designados, como podemos observar na Figura 3.1.

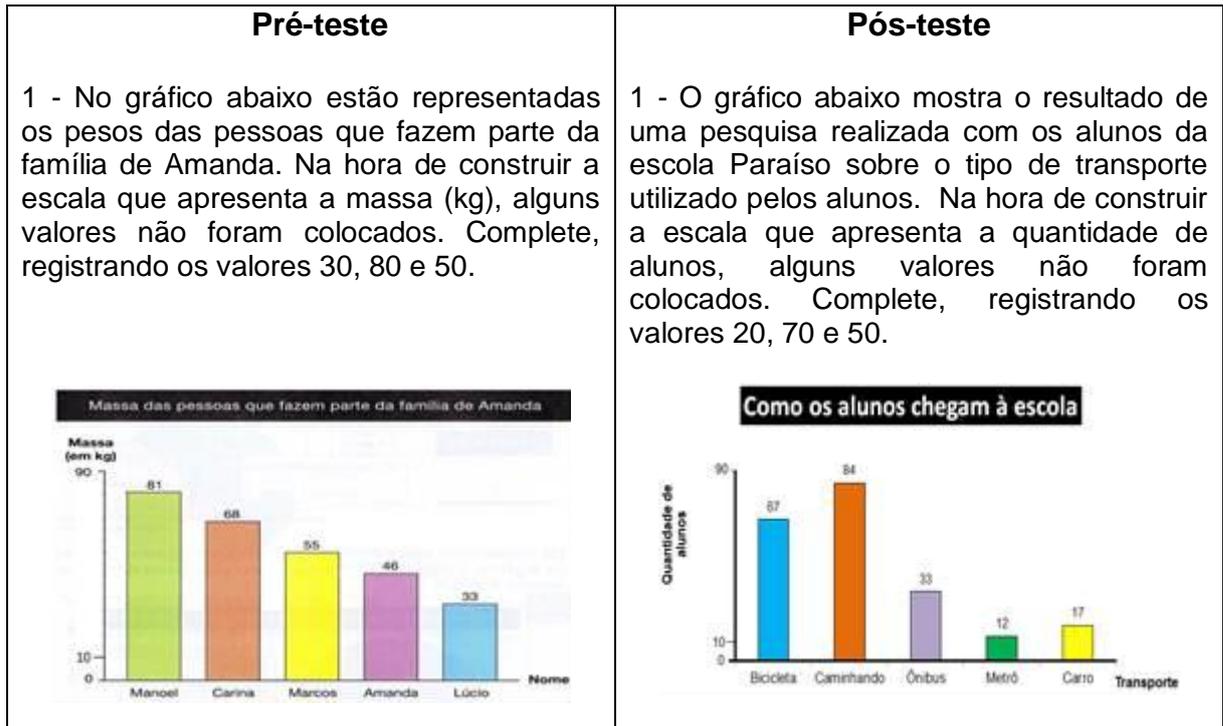


Figura 3.1: Primeira questão do pré-teste e do pós-teste

No Gráfico 3.3 temos os resultados obtidos pelos três grupos (MC, RN e MP) na primeira questão no pré-teste e pós-teste. No pré-teste os grupos MC e MP apresentaram um fraco desempenho. No entanto, no pós-teste constatamos um progresso em todos os grupos. Para comparar o percentual de desempenho obtido pelos grupos entre o pré-teste e pós-teste realizamos o teste de proporção McNemar.

Conforme Viali (2008), o teste McNemar é usado para analisar frequências (proporções) de duas amostras relacionadas, ou seja, verificar a significância de mudança, particularmente aplicáveis para avaliar a eficiência de situações “antes” e “depois”, em que cada indivíduo é utilizado como o seu próprio controle.

Desse modo, apenas o grupo MC apresentou uma diferença significativa ($p = .008$, $n = 24$) entre o pré-teste e pós-teste, conforme o teste de McNemar. Já os grupos RN ($p = .125$, $n = 23$) e MP ($p = .219$, $n = 22$) não apresentaram diferenças significativas entre as fases.

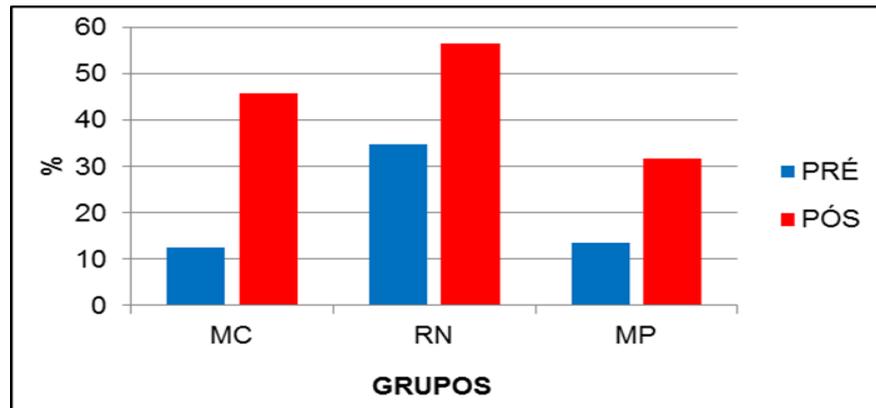


Gráfico 3.3 Percentuais de acertos na 1ª questão por turma e por fase

Na 2ª questão, a exemplo da primeira, foi solicitado aos alunos que representassem três valores na escala, só que nesse caso tínhamos um gráfico de linha simples, conforme a Figura 3.2.

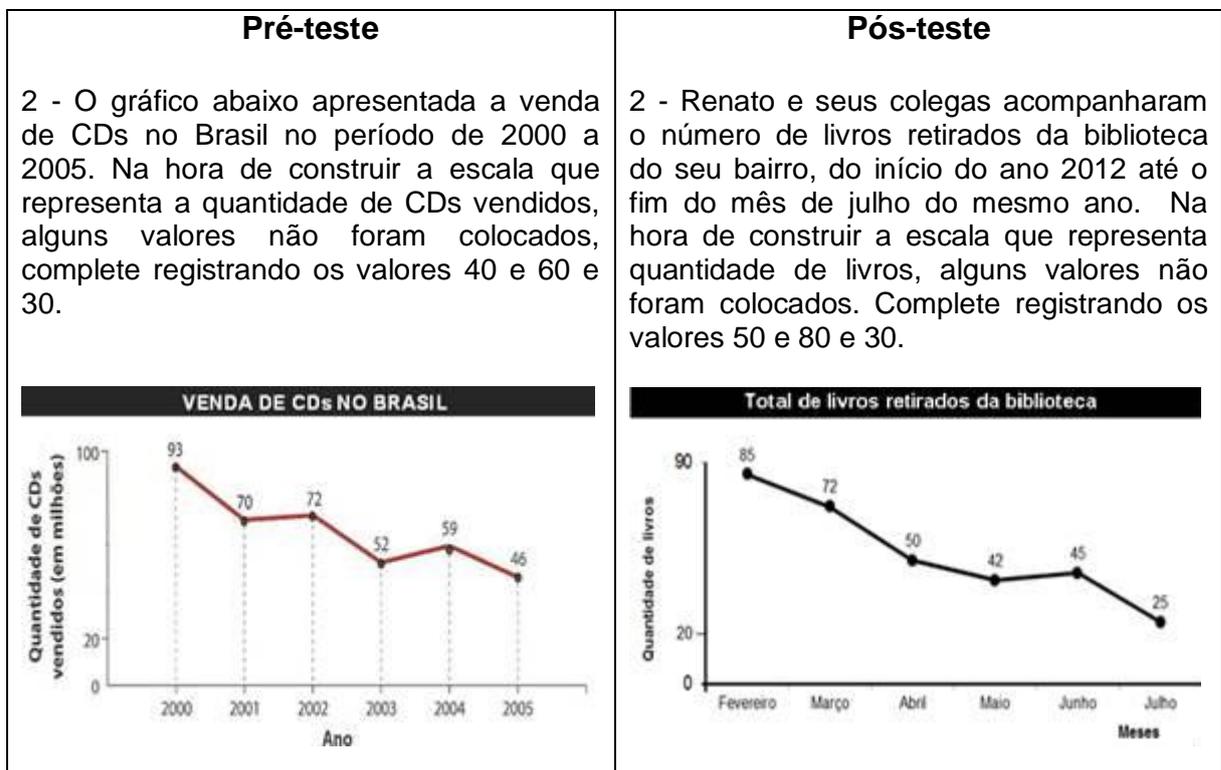


Figura 3.2: Segunda questão do pré-teste e do pós-teste

Observa-se no Gráfico 3.4 que, novamente, no pré-teste todos os grupos apresentaram um baixo desempenho, mas no pós-teste constatamos avanços em todas as turmas. Os grupos MC e RN apresentaram diferença significativa entre as fases (pré e pós), de acordo com o teste de McNemar ($p = .039$, $n = 24$) e ($p = .002$, $n = 23$) respectivamente. Já o grupo MP, apesar do avanço, não apresentou uma diferença significativa ($p = .289$, $n = 22$) no desempenho entre o pré e pós-testes.

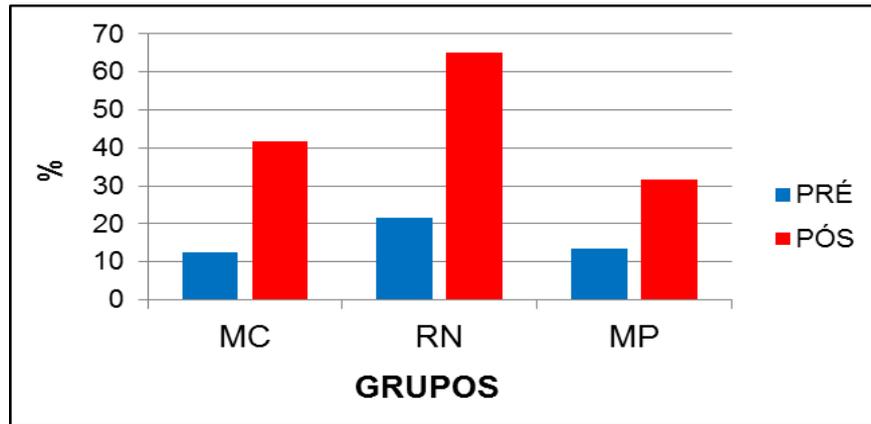


Gráfico 3.4: Percentuais de acertos na 2ª questão por turma e por fase

Como na 1ª e na 2ª questão trabalhamos a mesma habilidade, diferenciando apenas o tipo de gráfico, é importante realizarmos uma comparação entre as mesmas.

Segundo Albuquerque (2010) os alunos tem mais facilidade em interpretar informações representadas em gráficos de barras do que em gráficos de linha. Essa situação pode ser explicada pela pouca frequência de atividades nos livros didáticos de Matemática que explorem os gráficos de linhas, como foi levantado por Guimarães, Gitirana, Cavalcanti e Marques (2007). Acrescido a isso, os gráficos de barras também são os mais explorados pela mídia impressa, o que os torna mais familiares para os alunos do que os de linhas.

Desse modo, verificamos a importância em comparar o desempenho dos grupos na 1ª questão (gráfico de barras) e na 2ª questão (gráfico de linha simples).

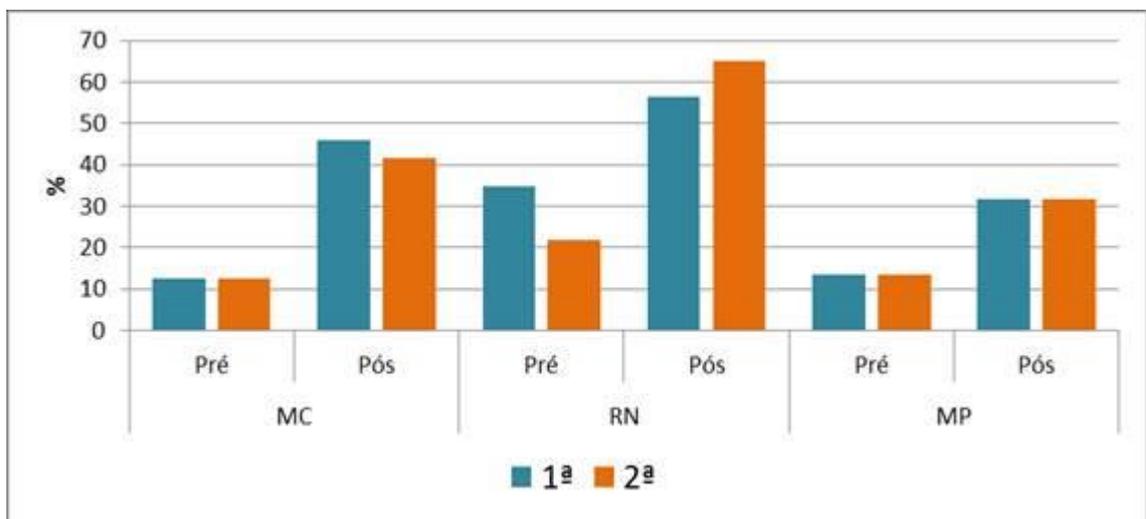


Gráfico 3.5: Percentuais de acertos entre a 1ª e 2ª questão por grupo e por fase

De acordo com o Gráfico 3.5, observamos que no pré-teste o grupo MC e o MP obtiveram o mesmo percentual de acerto nas duas questões (12,5% e 13,6% respectivamente). Já o grupo RN apresentou resultados um pouco diferentes, mas não são estatisticamente diferentes conforme o teste de McNemar no pré RN ($p = .375$, $n=23$) e no pós RN ($p = .500$, $n=24$). Assim, constatamos que, independente do tipo de gráfico (barras ou linha) utilizado nas atividades do pré-teste, que exploravam representações de valores na escala, os grupos não apresentaram diferenças significativas em seus desempenhos.

Desse modo, contrariando os estudos anteriores, os alunos de todos os grupos não apresentaram desempenho diferenciado em função do tipo de gráfico ser de linha ou de barras.

Na 3ª questão, foi solicitado aos alunos que localizassem valores implícitos na escala de um gráfico de barras, conforme podemos observar na Figura 3.3.

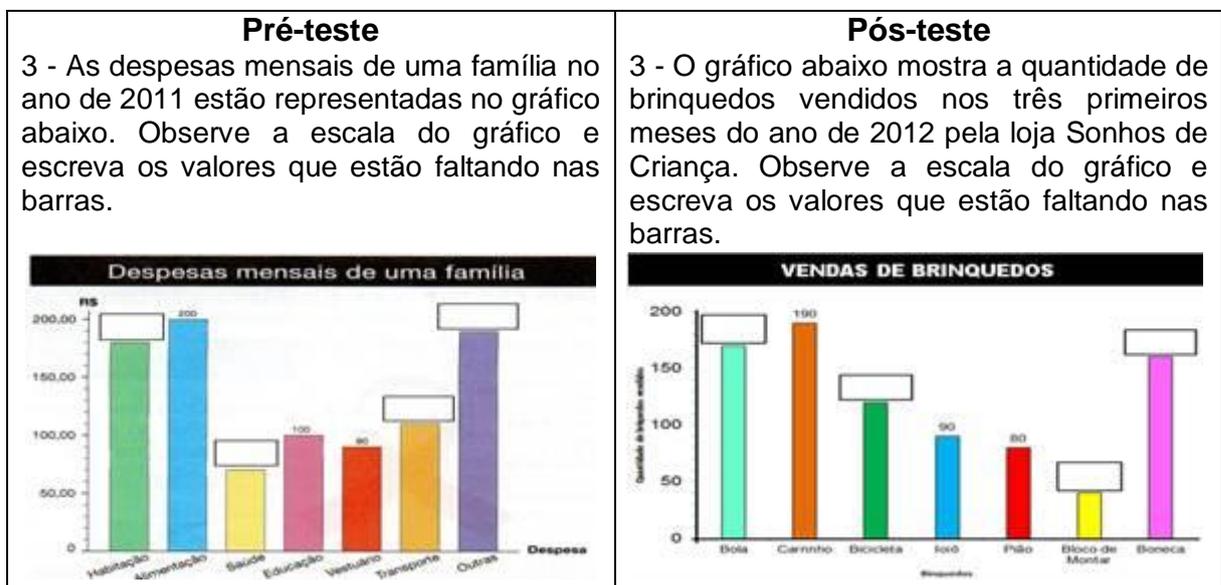


Figura 3.3: Terceira questão do pré-teste e do pós-teste

Observa-se no Gráfico 3.6 que no pré-teste todos os grupos apresentaram um fraco desempenho, mas, após a intervenção de ensino, constatamos progresso em todos os grupos no pós-teste. Os grupos MC ($p \leq .000$, $n=24$) e RN ($p = .006$, $n=23$) apresentaram diferenças significativas entre o pré e pós, conforme o teste de McNemar, o que não ocorreu no grupo MP ($p = .219$, $n=22$), apesar do avanço.

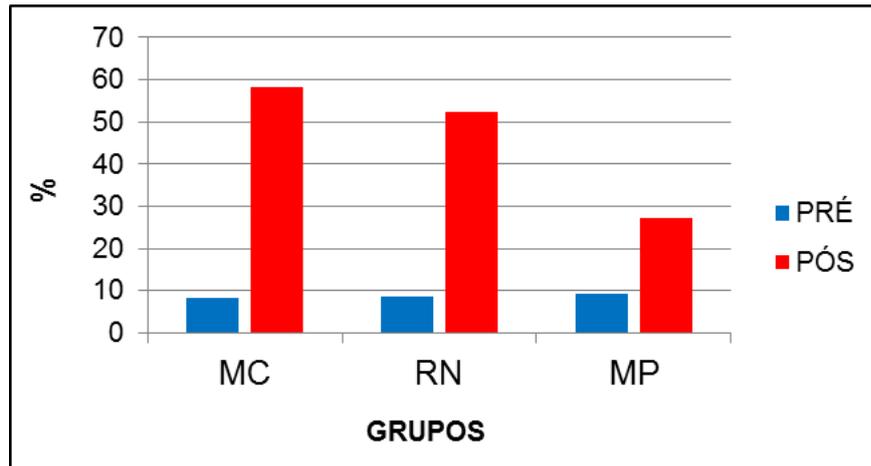


Gráfico 3.6: Percentuais de acertos na 3ª questão por turma e por fase

Guimarães (2002) trabalhando com alunos do 4º ano, Albuquerque (2010) com alunos do 5º ano e Lima (2005) também com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental afirmaram que localizar valores implícitos na escala é uma habilidade que os alunos sentem bastante dificuldade. Esses autores argumentam que essa dificuldade pode estar relacionada à compreensão dos valores contínuos apresentados numa reta numérica e à necessidade em se estabelecer a proporcionalidade entre os pontos.

Também observamos essas dificuldades no pré-teste, entretanto, quando os alunos foram trabalhados de forma sistemática, passaram a apresentar um desempenho bem superior. Esses resultados indicam que as intervenções de ensino, a qual os alunos foram submetidos, contribuíram consideravelmente para que os mesmos localizassem os valores implícitos na escala do gráfico de barras. A partir desses resultados, fica explícita a possibilidade de alunos dos anos iniciais compreenderem uma escala, evidenciando-se, assim, a necessidade de um trabalho mais intenso nas escolas relativo ao tema.

Diante disso, é importante realizarmos uma comparação entre a 1ª e a 3ª questão, uma vez que apresentavam o mesmo tipo de gráfico (barras), mas exploram habilidades distintas, representar ou localizar valores na escala.

Apresentamos no Gráfico 3.7 os resultados obtidos pelos grupos na 1ª questão (representar) e na 3ª questão (localizar) no pré e no pós-teste.

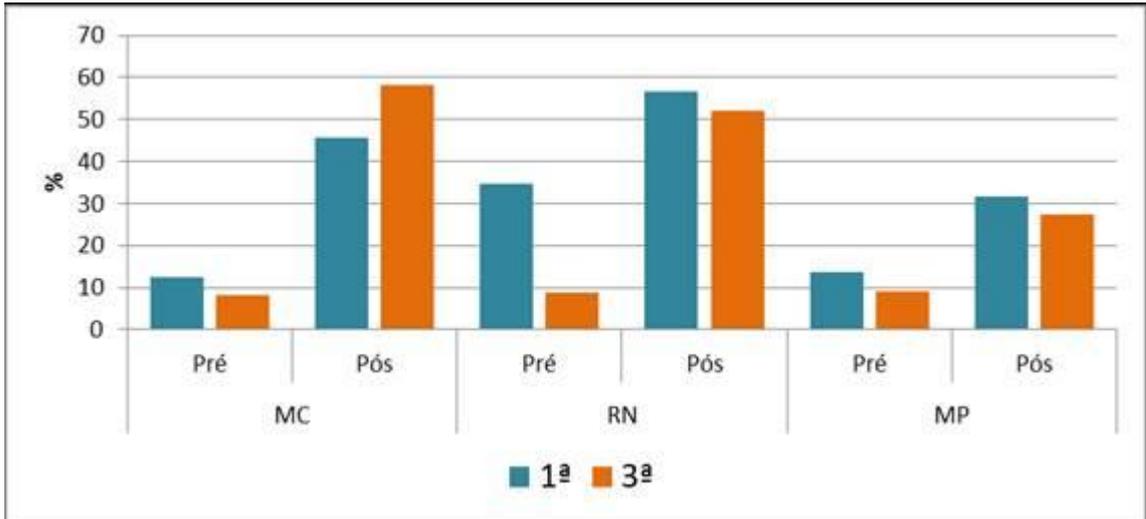


Gráfico 3.7: Percentuais de acertos da 1ª e 3ª questão por grupo e por fase

Observamos que a atividade responsável por explorar a habilidade de representar valores na escala do gráfico de barras foi mais fácil no pré-teste para os alunos de todos os grupos realizarem do que a de localizar, principalmente os do grupo RN, que apresentou uma diferença significativa entre os resultados apresentados nessas questões ($p = .031$, $n = 23$), conforme foi visto a partir do teste de McNemar. Já os grupos MC ($p = 1.000$, $n = 24$) e MP ($p = 1.000$, $n = 22$) não apresentaram diferenças significativas entre as duas questões no pré-teste.

No pós-teste, observa-se que o grupo MC apresentou melhor desempenho na questão de localizar valores na escala (3ª). Os grupos RN e MP, como no pré-teste, apresentaram desempenho melhor na questão que explorava representação na escala (1ª). Apesar dessas diferenças, de acordo com o teste de McNemar nenhum grupo apresentou desempenho significativo, sendo o MC ($p = .453$, $n = 24$), o RN ($p = 1.000$, $n = 23$) e o MP ($p = 1.000$, $n = 22$).

Desse modo, observou-se que, após o trabalho sistemático realizado com esses grupos, a partir da concretização da intervenção, os alunos apresentaram um avanço no seu desempenho em ambas as questões, independente das habilidades exigidas nessas atividades. Além disso, houve diminuição na diferença apresentada pelo grupo RN no pré-teste, que era significativa, o que mostra que os alunos foram igualmente capazes de aprender a representar e localizar valores na escala.

Na 4ª questão foi solicitado aos alunos que localizassem valores implícitos na escala de um gráfico de linha simples, conforme Figura 3.4.

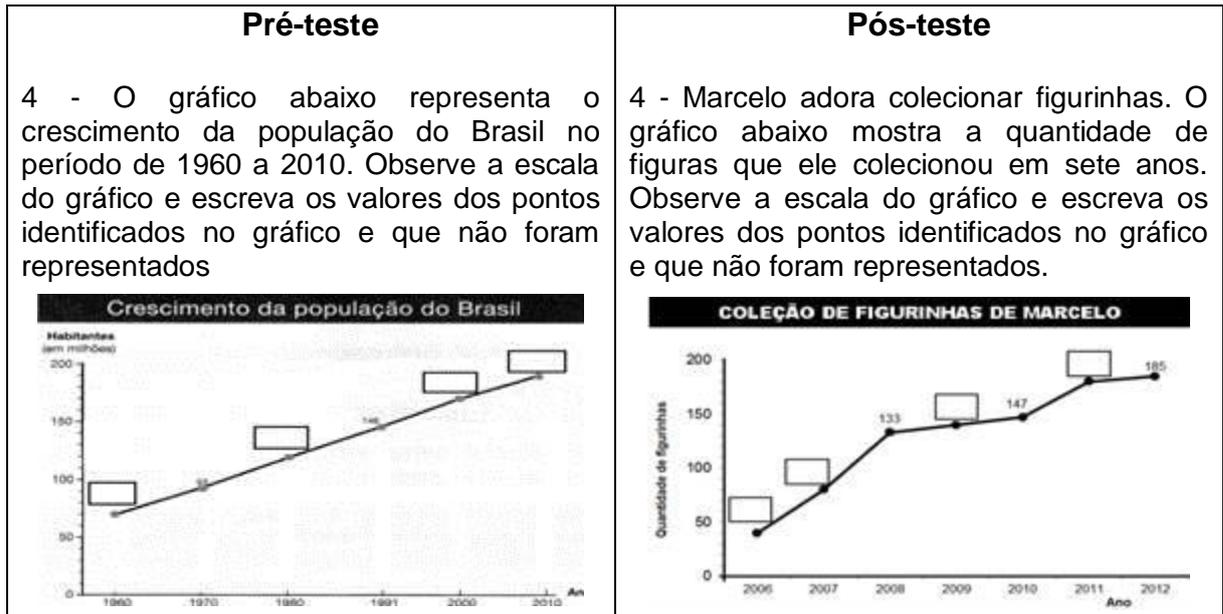


Figura 3.4: Quarta questão do pré-teste e do pós-teste

No Gráfico 3.8, que representa os resultados relativos à 4ª questão, observa-se que todos os grupos apresentaram um fraco desempenho no pré e, após a intervenção, conseguiram avançar no pós-teste. O desempenho das turmas no teste inicial foi muito baixo, sendo inferior a 18% de acerto. Mostrando assim que localizar valores implícitos na escala do gráfico de linha não foi uma atividade fácil para os alunos dos três grupos.

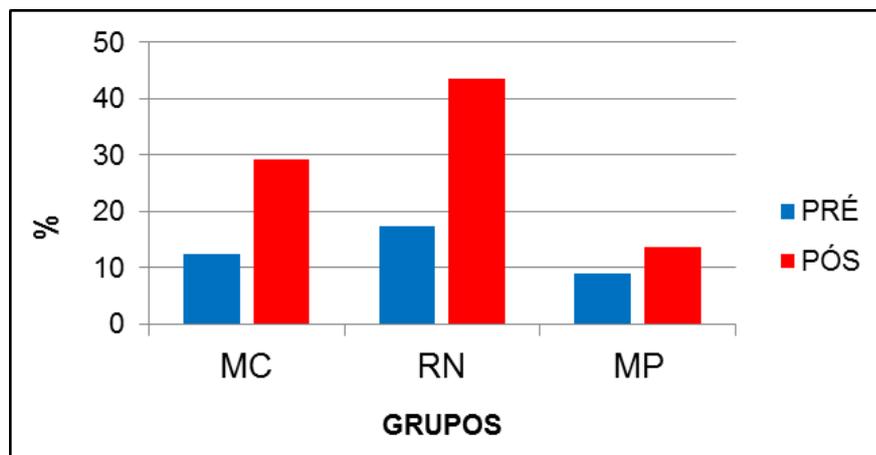


Gráfico 3.8: Percentuais de acertos na 4ª questão por turma e por fase

Apesar do avanço do grupo MC, não foi encontrada diferença significativa ($p = .219$, $n = 24$) entre as fases, da mesma forma que a discreta melhora do grupo MP também não apresenta diferença significativa MP ($p = 1.000$, $n = 22$). Já o grupo RN apresentou uma diferença significativa ($p = .031$, $n = 23$) a partir do teste de McNemar.

Como a 3ª e a 4ª questão exploram a mesma habilidade, localizar valores implícitos na escala, sendo um tipo de gráfico para cada uma, é importante realizarmos uma análise comparativa entre o desempenho dos grupos nas duas atividades.

Desse modo, apresentamos no Gráfico 3.9 os percentuais de acertos obtidos pelos grupos na 3ª e na 4ª questão no pré e pós-teste.

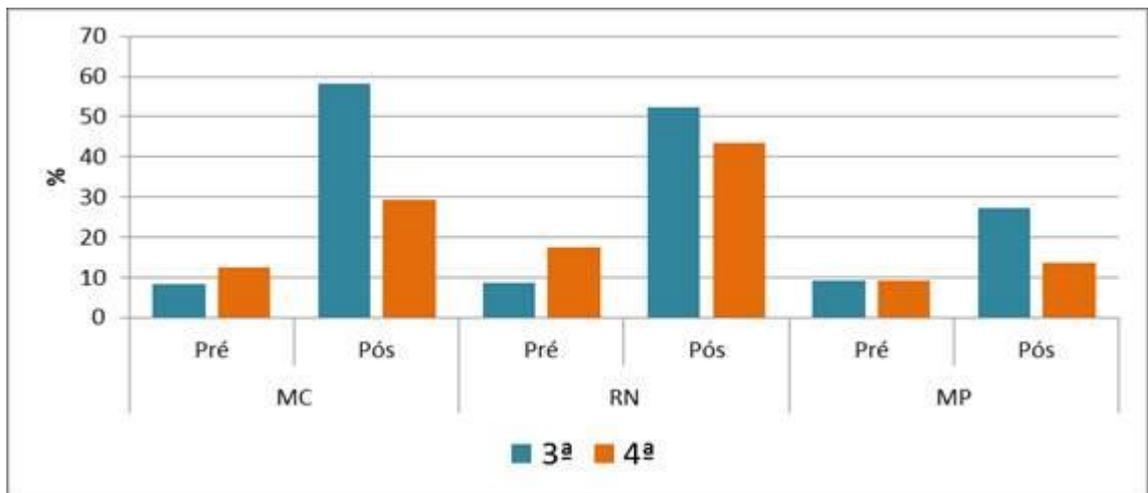


Gráfico 3.9: Percentuais de acertos entre a 3ª e 4ª questão por grupo e por fase

Observamos que o desempenho dos grupos no pré-teste na 3ª e 4ª questão foi semelhante. A partir do teste McNemar, verifica-se que não existe diferença significativa entre as duas questões para todos os grupos, sendo que MC ($p= 1.000$, $n=24$), RN ($p= .625$, $n=23$) e MP ($p= .219$, $n=22$).

No pós-teste o desempenho apresentado pelos três grupos na 3ª questão foi superior ao da 4ª. Assim, após a intervenção de ensino, todos os grupos passaram a localizar valores no gráfico de barras melhor que no de linha. O grupo MC apresentou, inclusive, um desempenho significativamente diferente entre as duas questões ($p= .016$, $n=24$), a partir do teste McNemar. Já os demais grupos (RN e MP), embora tenham apresentado resultados superiores na 3ª questão, não se mostraram significativos ($p= .687$, $n=23$) e ($p= .250$, $n=22$).

Desse modo, constatamos que os grupos conseguiram avançar com relação às habilidades de localizar valores implícitos na escala, após a intervenção, tendo o grupo MC apresentado uma maior facilidade em localizar valores em um gráfico de barras do que em um de linha.

Da mesma forma, acreditamos ser importante realizar uma comparação entre os resultados obtidos na 2ª e na 4ª questão, uma vez que as atividades apresentam gráficos de linha simples, mas habilidades diferentes: representar ou localizar valores na escala.

Desse modo, apresentamos no Gráfico 3.10 os resultados obtidos pelos grupos na 2ª questão (representar) e na 4ª questão (localizar).

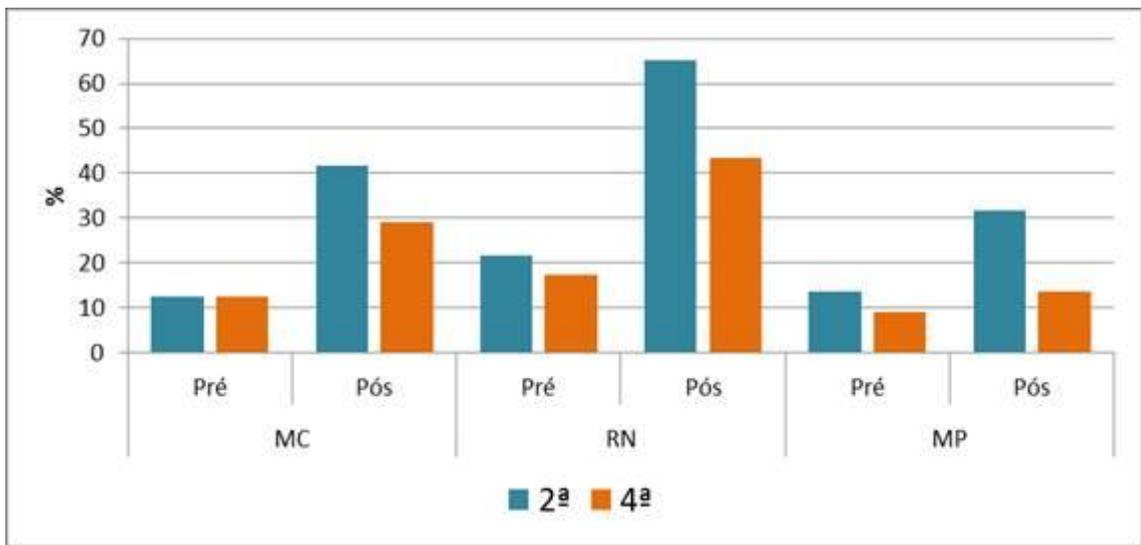


Gráfico 3.10: Percentuais de acertos da 2ª e 4ª questão por grupo e por fase

Verificamos que os grupos apresentam no pré-teste um percentual um pouco melhor na 2ª atividade, que explorava representação de valores na escala. Porém, a partir do teste McNemar, verificamos que essas diferenças não são significativas, sendo MC ($p= 1.000$, $n=24$), RN ($p= 1.000$, $n=23$) e MP ($p= 1.000$, $n=22$). No pós-teste observamos que novamente os grupos apresentaram um melhor desempenho na 2ª questão, entretanto, essas não são significativas MC ($p= .508$, $n=24$); RN ($p= .180$, $n=23$); e MP ($p= .125$, $n=22$).

Assim, observamos que o tipo de habilidade explorada na questão 2 e 4 não foi determinante para influenciar o desempenho dos grupos, quando as informações estavam representadas nos gráficos de linha simples. Também constatamos que, por não apresentar desempenho significativamente diferente entre as questões, as atividades exploradas na intervenção com os grupos, auxiliaram, tanto na representação quanto na localização de valores implícitos na escala de gráficos de linha simples.

Bruno e Espinel (2005) também encontraram que os alunos têm pouco domínio em relação à reta numérica. Os resultados mostraram que interpretar pontos na reta numérica é uma atividade mais fácil do que representá-los em uma escala sem graduação. Assim, estabelecer a proporcionalidade entre os valores de uma reta numérica é uma das maiores dificuldades. De acordo com Espinel (2007) a habilidade para representar números em uma reta condiciona a compreensão e a realização de gráficos estatísticos. Além disso, requer um claro conhecimento da ordem numérica.

Na 5ª questão, representada na Figura 3.5 foi solicitado aos alunos que localizassem erros de escala, que foram cometidos intencionalmente nos valores expressos nas barras do gráfico.

Como essa questão apresentava pontuações distintas, uma vez que os alunos poderiam acertar de 0 (zero) a dois erros, optamos em analisar os resultados obtidos pelos grupos em função dessa pontuação: localizaram um ou dois erros, antes e depois da intervenção aplicada (pré e pós-teste).

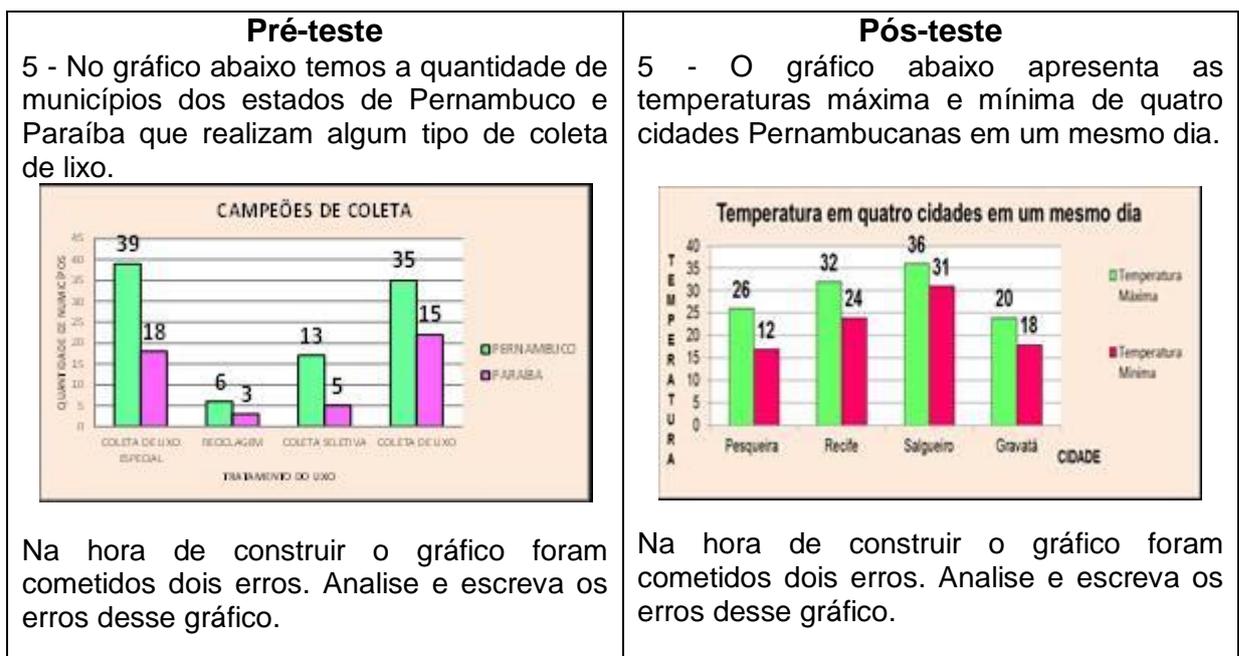


Figura 3.5: Quinta questão do pré-teste e do pós-teste

Desse modo, apresentamos no Gráfico 3.11 o desempenho dos grupos em função da localização de um ou dois erros.

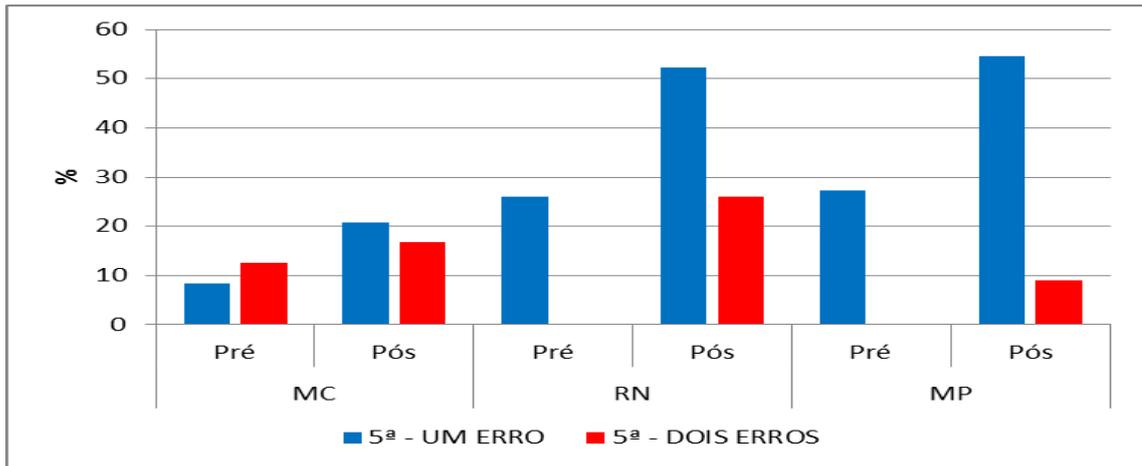


Gráfico 3.11: Percentuais de acertos na 5ª questão por grupo e por fase - um e dois erros localizados

Observamos que antes da realização da intervenção, em relação a acertar um erro, os grupos RN e MP tiveram desempenhos semelhantes e superiores ao do MC, o qual teve um percentual de acerto muito baixo (inferior a 10%). No pós-teste todos os grupos avançaram, principalmente RN e MP, visto que seus resultados foram superiores a 50%. A partir do teste McNemar constatou-se que, apesar do avanço dos grupos, não existe diferença significativa entre os resultados obtidos nessa questão, sendo MP ($p = .453$, $n=24$), RN ($p = .146$, $n=23$) e MP ($p = .109$, $n=22$).

Com relação ao desempenho dos grupos, referente à localização de dois erros, verificamos no pré-teste que apenas os alunos do grupo MC foram capazes de identificar os dois erros solicitados na questão. Após a realização da intervenção, todos os grupos avançaram e passaram a apresentar alunos que conseguiram localizar os dois erros cometidos no gráfico, principalmente a turma RN, que avançou mais. Analisado o resultado obtido pelo grupo MP, que teve acertos antes e depois da intervenção, observa-se que não existe diferença significativa entre os percentuais obtidos pelo grupo ($p = 1.000$, $n=24$), a partir do teste McNemar.

Acreditamos que a dificuldade dos alunos no pré-teste em localizar os erros pode ser em decorrência da falta de familiaridade dos mesmos com a escala. Cavalcanti, Natrielli e Guimarães (2010) afirmam que os gráficos vinculados pela mídia impressa priorizam colocar os valores em cima das barras, o que dispensa os leitores de compreenderem a escala, conseqüentemente podem não perceberem a ausência de proporção entre as barras e a escala do gráfico, levando-os a ter uma ideia equivocada das informações apresentadas.

Friel, Curcio e Brigh (2001) destacam a necessidade de reconhecer os elementos que estruturam um gráfico (eixo, escala, etiquetas e outros elementos específicos) e a inter-relação entre esses componentes e os efeitos desses na apresentação da informação em gráfico.

Outra análise realizada nessa questão foi o desempenho dos grupos em função da localização de um ou dois erros, antes e depois da aplicação das situações de ensino na intervenção. Constatamos que os grupos RN e MP apresentaram desempenhos semelhantes, referentes a encontrar, apenas um erro no pré-teste. Já o grupo MC, embora não tenha apresentado o melhor resultado dentre os grupos, foi o único que conseguiu obter percentual de acertos nas duas situações de localização (um e dois erros). Analisando o desempenho do grupo MC, que foi o único a obter acertos nas duas situações, constatamos que não existe diferença entre essas situações no pré-teste ($p= 1.000$, $n=24$), conforme o teste McNemar. Ou seja, a localização de um ou dois erros não influenciou o desempenho do grupo MC no pré-teste.

Da mesma forma, percebemos que após a aplicação das situações de ensino utilizadas na intervenção, os grupos conseguiram apresentar acertos nas duas situações da questão, localizando um ou dois erros existentes no gráfico. Observamos também que para os grupos localizarem um erro foi uma situação bem mais fácil do que localizarem os dois erros, principalmente RN e MP. Analisando estaticamente o desempenho dos grupos em função das localizações, constatamos que não existe diferença significativa entre essas duas situações para o grupo MP ($p= 1.000$, $n=24$), e para o RN ($p= .238$, $n=23$). Já o grupo MP apresentou diferença significativa ($p= .013$, $n=22$), a partir do teste McNemar. O que mostra que para o grupo MP localizar um erro foi muito mais fácil do que os dois.

Desse modo, percebemos que independente do teste aplicado, antes e depois das intervenções de ensino, o percentual de acerto dos grupos foi superior na situação de localizar um erro em comparação a dois erros, principalmente para o grupo MP no pós-teste. Além disso, percebemos que, após as intervenções, o desempenho dos alunos foi bem melhor. O que nos leva a acreditar que os tipos de abordagens, utilizadas na intervenção, possibilitaram aos grupos um ganho de aprendizagem sobre escala, no que se refere à capacidade de analisar e identificar os erros cometidos no gráfico.

Na 6ª questão foi solicitado aos alunos que realizassem a correspondência entre valores expressos em um gráfico para uma tabela, conforme Figura 3.6.

Pré-teste

6 - Foi realizada uma pesquisa com três turmas de 5º ano sobre os esportes que os alunos praticam, como mostra o gráfico abaixo. Verifique que tabela melhor representa o resultado da pesquisa.



A		B		C		D	
ESPORTES	Nº	ESPORTES	Nº	ESPORTES	Nº	ESPORTES	Nº
VOLEIBOL	10	VOLEIBOL	15	VOLEIBOL	10	VOLEIBOL	5
NATAÇÃO	15	NATAÇÃO	10	NATAÇÃO	5	NATAÇÃO	0
BASQUETE	25	BASQUETE	0	BASQUETE	0	BASQUETE	10
FUTEBOL	5	FUTEBOL	15	FUTEBOL	25	FUTEBOL	15
CORRIDA	0	CORRIDA	25	CORRIDA	15	CORRIDA	25

Justifique sua escolha

Pós-teste

6 - O gráfico abaixo mostra a preferência musical dos funcionários de uma empresa. Verifique que tabela melhor representa o resultado da pesquisa.



A		B		C		D	
MÚSICA	VOTOS	MÚSICA	VOTOS	MÚSICA	VOTOS	MÚSICA	VOTOS
AXÉ	10	AXÉ	15	AXÉ	10	AXÉ	25
MPB	15	MPB	10	MPB	5	MPB	5
ROCK	25	ROCK	0	ROCK	0	ROCK	10
CLASSICA	5	CLASSICA	15	CLASSICA	25	CLASSICA	0
PAGODE	0	PAGODE	25	PAGODE	15	PAGODE	15

Justifique sua escolha

Figura 3.6: Sexta questão do pré-teste e do pós-teste

No Gráfico 3.12, apresentamos os resultados obtidos pelos grupos na 6ª questão do pré-teste e do pós-teste.

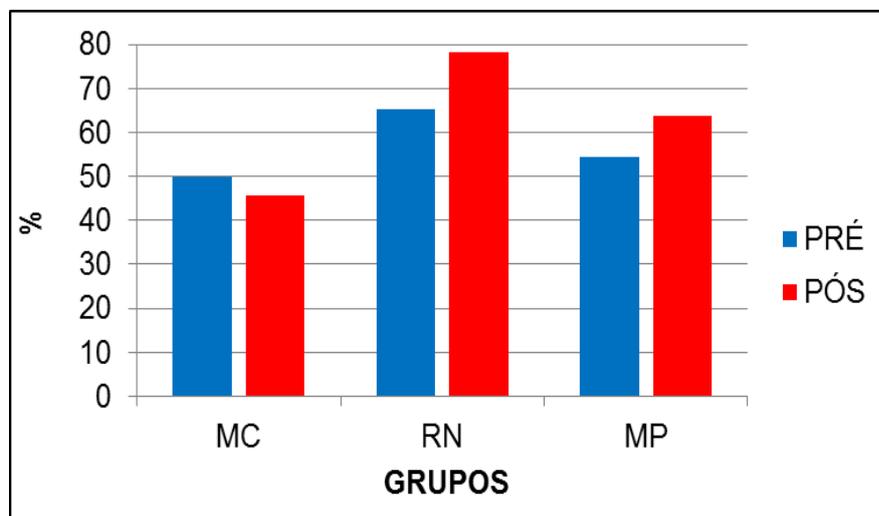


Gráfico 3.12: Percentuais de acertos na 6ª questão por turma e por fase

É possível observar que no pré-teste os grupos apresentaram percentuais de acertos iguais ou maiores que 50%. No pós-teste, os grupos MP e RN apresentaram um desempenho superior a 60%, com exceção do grupo MC que apresentou um desempenho um pouco inferior. Todas essas diferenças não se mostraram significativas de acordo com o teste McNemar MC ($p= 1.000$, $n=24$), RN ($p= .453$, $n=23$) e MP ($p= .625$, $n=22$). Dessa forma, como já foi comentado anteriormente, essa atividade foi a que apresentou os melhores desempenhos, desde o pré-teste.

Esses resultados reforçam os apresentados por Magina et al (2009) que argumentaram que 50% alunos do 5º ano conseguiram realizar de forma satisfatória conversões de gráficos para tabelas.

No entanto, Silva (2012) trabalhando com alunos do 3º e 5º ano percebeu que os mesmos tiveram bastantes dificuldades para realizar atividades de transformações de gráfico para tabela, sobretudo os do 3º ano, pois apenas 37% tiveram sucesso nesse tipo de atividade. Foi observado que a leitura de dados implícitos no gráfico de barras e a delimitação dos descritores constituíram-se em um tipo de dificuldade mais observada entre os alunos. Além disso, tais resultados mostram uma deficiência no que se refere à interpretação, uma vez que os alunos não foram capazes de representá-los adequadamente na tabela.

Na 7ª questão, representada na Figura 3.7, para os dois testes foram solicitados aos alunos que comparassem os mesmos dados apresentados nos dois gráficos com escalas diferentes, e solicitado que indicassem e justificassem o gráfico que apresentava uma vantagem em função do intervalo escalar.

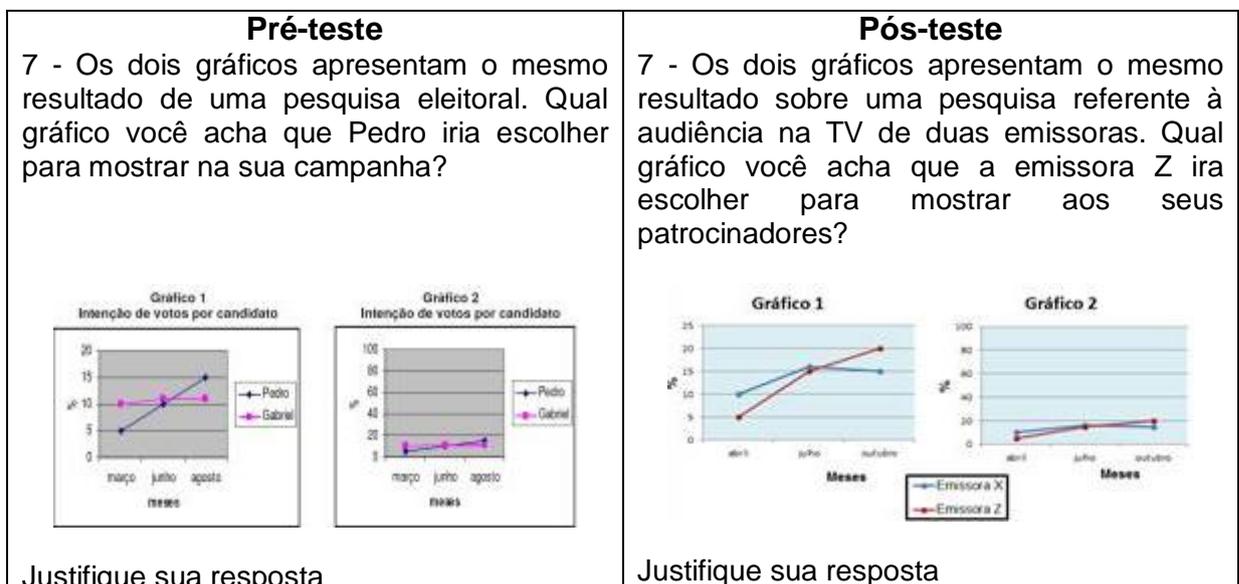


Figura 3.7: Sétima questão do pré-teste e do pós-teste

São apresentados no Gráfico 3.13 os resultados obtidos pelos grupos na 7ª questão do pré-teste e do pós-teste.

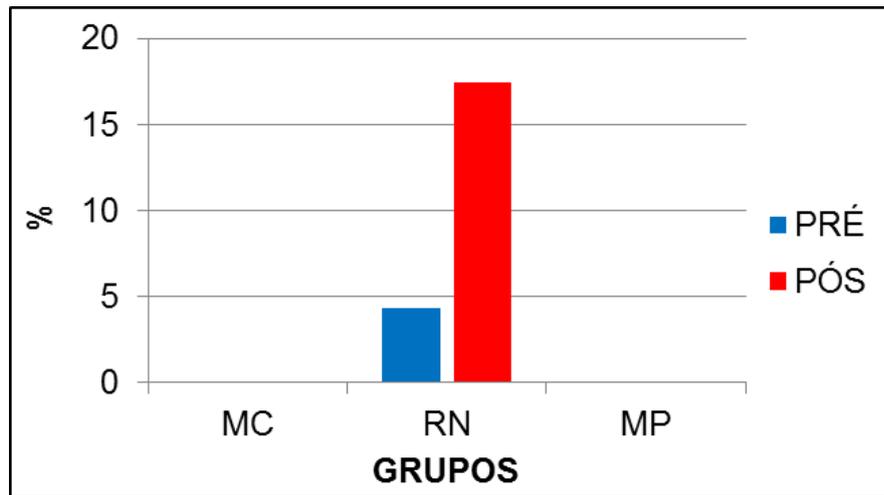


Gráfico 3.13: Percentuais de acertos na 7ª questão por turma e por fase

Embora, grande parte dos alunos dos três grupos tenha optado pelo gráfico 01 (um) que correspondia à resposta correta, a maioria apresentou justificativas inadequadas à situação solicitada, como:

“Porque tem mais” (aluno 09);

“Por que e melho pra ele” (aluno 34);

“Poque ele vai ganha” (aluno 67);

“Porque e a mesma quantidade” (aluno 01);

“Porque 1 tem um “X” maior que 2” (aluno 19);

“Gráfico 1 por que e de Pedro esta no maio voto” (aluno 20).

No pré-teste apenas um aluno conseguiu apresentar justificativa coerente (4,3%). No pós-teste quatro alunos justificaram corretamente a sua escolha (14,4%). De acordo com o teste McNemar realizado com os resultados apresentados por esse grupo, observa-se que não existe diferença significativa ($p = .375$, $n=23$). Esses apresentaram justificativas que apesar de não serem muito claras fazem referência à escala do gráfico que estava graduada de 5 em 5 unidade, como mostram os exemplos abaixo:

“O primeiro gráfico porque em 5 em 5 fica mas fazio” (aluno 26);

“Gráfico 1 por que ele é de 5 em 5” (aluno 39).

Dessa forma, é possível constatar que a 7ª questão foi uma atividade de difícil compreensão para os alunos das três turmas, principalmente os grupos MC e MP que não foram capazes de apresentar uma justificativa coerente à situação apresentada. O mesmo aconteceu no estudo realizado por Albuquerque (2010) com crianças e adultos com a mesma escolaridade dos nossos sujeitos.

Nesse sentido, Cavalcanti, Natrielli e Guimarães (2010) ressaltam a necessidade de se ter um olhar mais crítico sobre as informações que são veiculadas em nosso dia a dia. Além disso, advertem sobre a importância de compreender que os gráficos são frequentemente utilizados pela mídia impressa, que estão diretamente vinculados à intenção de quem estrutura a matéria, podendo enfatizar, mascarar ou omitir determinados aspectos da notícia.

Medici (2007) acredita que através de exercícios de construção de escalas em gráficos, bem como comparações de gráficos que apresentem as mesmas informações, porém com escalas diferentes, poderá fazer com que os alunos percebam a necessidade e a importância desse recurso para a representação.

Na 8ª questão dos dois testes foi solicitado aos alunos que construíssem um gráfico de barras a partir de uma tabela. Como pode se ver na Figura 3.8.

Pré-teste						Pós-teste					
8 - A tabela abaixo apresenta o tempo gasto por cinco corredores para fazer o mesmo percurso em uma corrida. Construa um gráfico com os dados da tabela:						8 - A tabela abaixo mostra o número aproximado de turistas estrangeiros que visitaram alguns países em 2012. Construa um gráfico com os dados da tabela.					
Os cinco primeiros colocados em uma corrida						Número de turista que visitaram alguns países estrangeiros					
CORREDORES											
TEMPO - minutos	60	45	50	65	57	60	57	45	30	15	

Figura 3.8: Oitava questão do pré-teste e do pós-teste

O Gráfico 3.14 apresenta os percentuais de acertos obtidos pelos grupos na 7ª questão do pré-teste e do pós-teste.

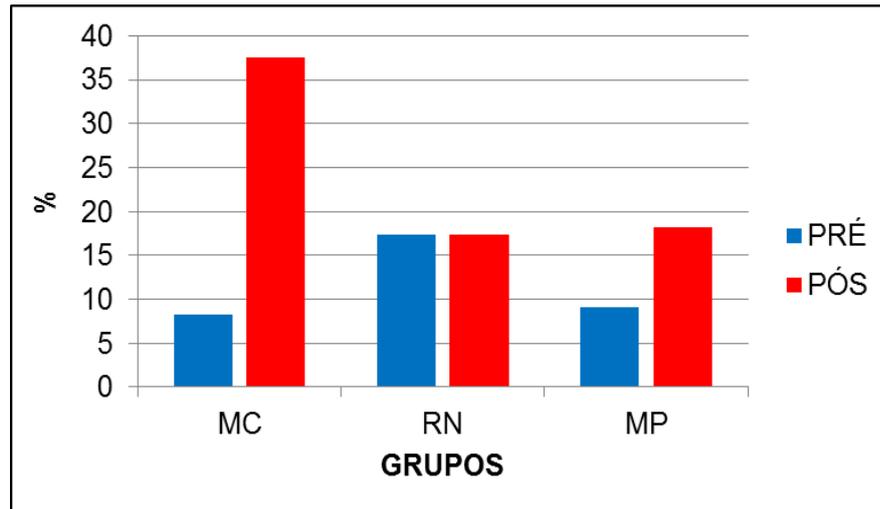


Gráfico 3.14: Percentuais de acertos na 8ª questão por turma e por fase

É possível verificar que no pré-teste, os grupos não apresentaram um bom desempenho. No entanto, após a intervenção de ensino, constatamos avanços no pós-teste de dois grupos: MC e MP. Já o RN não conseguiu melhorar seu desempenho, apresentando rendimento igual ao teste inicial. Analisando estatisticamente os resultados apresentados pelos grupos nessa 8ª questão antes e depois da intervenção de ensino, constatamos que o grupo MP não apresentou desempenho significativamente diferente, mas, o grupo MC apresentou diferença significativa ($p = .016$, $n = 24$) a partir do teste McNemar.

Nossos resultados colaboram com a ideia de que os alunos sentem bastantes dificuldades para construir gráficos com escalas proporcionalmente adequadas, como observado por Silva (2012) com alunos do 3º e 5º ano de escolarização e Lima (2010) com alunos da EJA (Fase 2 e 3, e Módulo 3).

Nesse sentido, Silva e Guimarães (2013) ressaltam a necessidade dos livros didáticos explorarem não só atividades de interpretação, mas também de construção de escala, possibilitando aos alunos condições de desenvolverem tanto uma habilidade quanto a outra, visto que ambas se completam.

Para entender melhor esses resultados, resolvemos comparar o desempenho dos alunos na 6ª questão, que explorava a habilidade de relacionar o gráfico à sua tabela, com a 8ª questão, que requeria a construção de um gráfico a partir de uma tabela.

No Gráfico 3.15 apresentamos os resultados obtidos pelos grupos na 6ª e na 8ª questão do pré-teste.

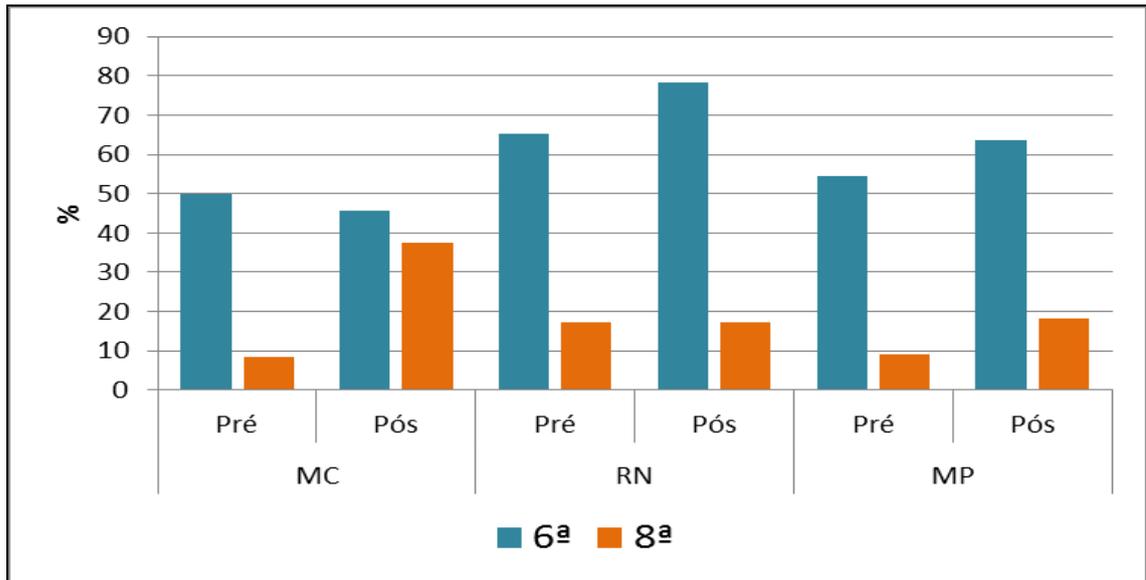


Gráfico 3.15: Percentuais de acertos entre a 6ª e 8ª questão por grupo e por fase

É possível observar que os grupos MC, RN e MP foram bem melhores na 6ª questão, apresentando percentuais de acertos iguais ou superiores a 50%. Já o desempenho dos grupos na 8ª questão do pré-teste foi considerado baixo, principalmente os grupos MC e MP, que obtiveram percentuais inferiores a 10%. Analisando estatisticamente os resultados obtidos nessas duas questões, a partir do teste NcNemar, constatamos que os grupos apresentaram desempenhos significativamente diferentes, sendo MP ($p = ,006$, $n=24$), RN ($p = .003$, $n=23$) e MP ($p = .006$, $n=22$), ou seja, fazer a correspondência do gráfico para a tabela foi uma tarefa bem mais fácil para os alunos de todos grupos realizarem do que construir um gráfico a partir de uma tabela.

Da mesma forma, analisamos os resultados obtidos pelos grupos na 6ª e na 8ª questão do pós-teste. É possível observar que os grupos tiveram desempenho superior na 6ª questão, principalmente RN e MP, que apresentaram diferença significativa entre essas duas atividades, sendo RN ($p \leq 000$, $n=23$) e MP ($p = .002$, $n=24$). Já o grupo MC apresentou resultados semelhantes nas duas questões, a diferença entre elas não é significativa ($p = .625$, $n=22$).

Desse modo, verificamos que independente das situações exploradas na intervenção de ensino, os percentuais de acertos dos grupos foram melhores na atividade que explorava a correspondência do gráfico com uma tabela, do que na de construir um gráfico a partir de uma tabela. Assim, essas atividades implicam em conhecimentos diferentes, embora explorem a representação em tabela, ou seja,

saber fazer a correspondência do gráfico com sua tabela não leva necessariamente a construir um gráfico a partir de uma tabela adequadamente.

Nossos resultados reforçam a ideia que construir gráfico a partir de uma tabela é mais difícil para os alunos do que o inverso. Magina et al (2009) também encontraram resultados semelhantes, inclusive com alunos de anos escolares mais adiantados (8º e 10º ano). Como já argumentado por Guimarães, Ferreira e Roazzi (2001), a construção de um gráfico requer um conhecimento sobre calibração de escala, isto é, verificar a ordem de grandeza dos valores numéricos envolvidos, levando em consideração os valores máximos e mínimos, e não menos importante, saber lidar com a proporcionalidade entre os valores a serem representados na escala do gráfico.

Para Chagas (2010) a dificuldade dos alunos com a escala de valores pode ser em função de uma ausência de raciocínio proporcional. Além disso, observou-se que essa dificuldade é mais evidente quando os estudantes tiveram que lidar com gráficos que apresentavam escalas não unitárias.

Guimarães, Gitirana, Cavalcanti e Marques (2007) e Bivar e Selva (2011) afirmam que esse tipo de atividade é pouco explorado nos livros didáticos de Matemática, os quais enfatizam atividades de interpretar e não de construir. Silva e Guimarães (2013), também ressaltam a necessidade de um maior destaque na proposição de atividades de construção de escalas, o que ajudará os alunos a compreenderem melhor como interpretar, pois a interpretação de escalas é uma habilidade tão importante quanto construir escalas, e que a compreensão de uma ajuda na compreensão da outra.

Como afirma Lima (2010), as dificuldades com a escala é um dos aspectos mais evidentes entre os estudantes na realização de atividades com gráficos. Nesse sentido, pode-se afirmar que o papel do professor é extremamente importante para auxiliá-los na reflexão sobre a construção proporcional dos valores da escala, bem como, a refletirem sobre o que é preciso para se construir uma escala adequadamente, chamando atenção para aspectos como a linha de base, o zero como marco inicial na decisão de que tipo de escala deverá ser adotado e como definir intervalos proporcionais entre os valores da escala.

Albuquerque (2010) ainda resalta a necessidade da escola propor um trabalho mais sistemático sobre as representações gráficas, chamando a atenção dos alunos a respeito dos componentes que compõem um gráfico, bem como levando

em consideração os vários tipos de gráficos (barras, linhas, pictograma e outros) e as diferentes unidades escalares (unitária e não unitária).

Diante dos nossos resultados, vimos que é possível promover a aprendizagem dos alunos sobre os conceitos relacionados à escala, através de diferentes contextos trabalhados em livros didáticos, como ficou evidente em nosso estudo. Uma vez que, exploramos três situações diferentes (medida de comprimento, reta numérica e mapas) em nossa intervenção de ensino e conseguimos avanços significativos com os três grupos, em pouco tempo, independente do tipo de atividade explorada.

Tipos de estratégias utilizadas pelos alunos ao responderem as questões do pré-teste e do pós-teste

Como foi visto no tópico anterior, apenas consideramos o acerto geral dos grupos nos dois testes, e em cada questão, que fez parte dos mesmos. Entretanto, entre acertos e erros, existem vários tipos de estratégias de resolução que podem nos levar a entendermos como os alunos do 5º ano compreendem o conceito de escala representada em gráfico de barras e de linha.

Ressaltamos que as questões trabalhadas em nossos testes exploravam habilidades distintas que, conseqüentemente, levariam os alunos a criarem diversos tipos de estratégias para a resolução de cada uma delas, as habilidades de cada questão formam:

- 1ª questão – Representar valores na escala de um gráfico de barras;
- 2ª questão – Representar valores na escala de um gráfico de linha simples;
- 3ª questão – Localizar valores implícitos na escala de um gráfico de barras;
- 4ª questão – Localizar valores implícitos na escala de um gráfico de linha simples;
- 5ª questão – Localizar erros de escala nos valores expressos nas barras;
- 6ª questão – Fazer a correspondência entre valores expressos em um gráfico para uma tabela;
- 7ª questão – Comparar os mesmos dados apresentados em gráficos com escalas diferentes;
- 8ª questão – Construir gráfico a partir de uma tabela.

Nesse sentido, no Gráfico 3.16 são apresentados os percentuais dos tipos de estratégias utilizadas pelos alunos de cada grupo (MC, MP e RN) ao responderem a 1ª questão antes e depois da intervenção de ensino (pré-teste e pós-teste).

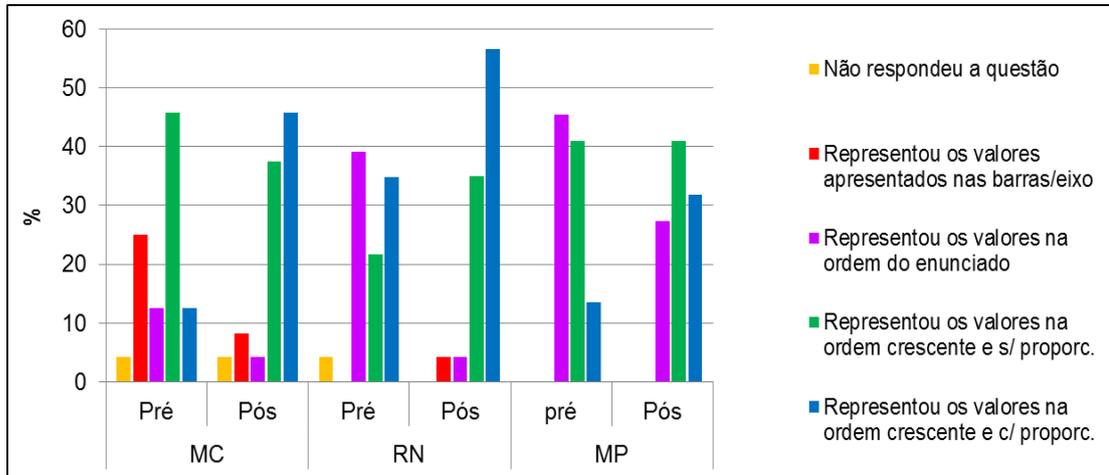


Gráfico 3.16: Percentuais dos tipos de estratégias utilizadas pelos alunos dos três grupos na resolução da 1ª questão por grupo e por fase

Na Figura 3.9, é apresentado um exemplo da categoria de resposta *representou os valores apresentados nas barras/eixos na escala do gráfico de barras*. Nesse exemplo, o participante não representou os valores solicitados pelo enunciado da questão na escala do gráfico (30, 50 e 80). Para responder a atividade, colocou os números que estão explícitos em cima das barras (33, 46, 55, 68 e 81).



Figura 3.9: Exemplo do tipo de resposta “Representou os valores apresentados nas barras/eixos na escala do gráfico de barras” (aluno 16 – pré-teste).

Na Figura 3.10 temos um exemplo do tipo de estratégia *representou os valores solicitados na escala do gráfico de barras na ordem em que são*

apresentados no enunciado da questão. Nesse exemplo, o participante compreendeu que deveria representar os valores 30, 50 e 80 na escala do gráfico. Porém, é possível observar que ele não considerou nem a grandeza numérica e nem a proporcionalidade dos valores, colocando exatamente como foi apresentado na ordem do enunciado da questão e sem proporção nos intervalos da reta.

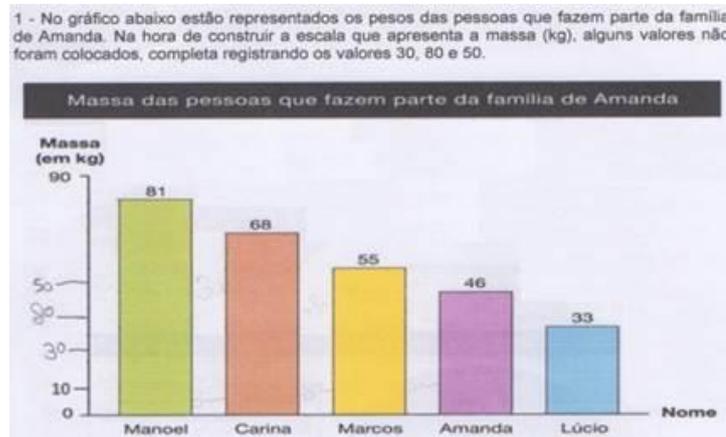


Figura 3.10: Exemplo do tipo de resposta “Representou os valores solicitados na escala do gráfico de barras na ordem em que são apresentados no enunciado da questão” (aluno 47 – pré-teste).

Na Figura 3.11 apresentamos um exemplo da categoria de resposta *representou os valores solicitados na escala do gráfico na ordem crescente e sem proporcionalidade*. No exemplo, o aluno representou os valores solicitados no enunciado da questão. Porém, embora tenha conseguido colocá-los na ordem crescente, respeitando a grandeza numérica, não foi capaz de respeitar a proporcionalidade dos números na escala do gráfico, deixando-os agrupados no início da mesma.

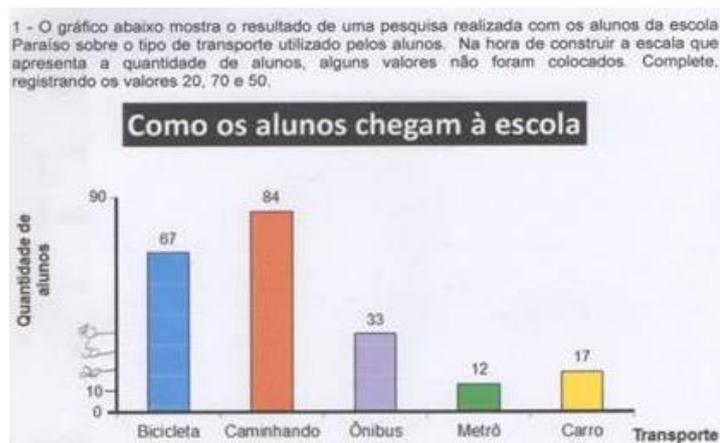


Figura 3.11: Exemplo do tipo de resposta “Representou os valores solicitados na escala do gráfico na ordem crescente e sem proporcionalidade” (aluno 02 – pós-teste)

A Figura 3.12 apresenta um exemplo da estratégia *representou os valores solicitados na escala, colocando-os em ordem crescente e com proporcionalidade*. É possível notar que o participante conseguiu representar corretamente os valores solicitados na escala do gráfico de barras, tendo o cuidado de colocá-los na ordem crescente e com uma preocupação de respeitar a proporcionalidade existente entre os mesmos. Percebemos ainda que a escala foi graduada de 10 em 10 unidades, tendo sido, apenas representados os valores solicitados pelo enunciado 20, 50 e 70.



Figura 3.12: Exemplo do tipo de resposta “Representou os valores solicitados na escala, colocando-os em ordem crescente e com proporcionalidade” (aluno 45 – pós-teste)

Podemos observar no Gráfico 3.16 que apenas o grupo MP apresentou no pós-teste um percentual alto (27,3%) de alunos utilizando a estratégia *representou os valores solicitados na escala do gráfico de barras na ordem em que são apresentados no enunciado da questão*. Esse grupo apresentou também um percentual alto de respostas que não consideravam a proporcionalidade entre os valores na escala (40,9%) em ambos os testes.

Essa dificuldade em representar números em uma reta de forma proporcional também foi encontrada por Bruno e Espinel (2005). Foi observado que os alunos têm pouco domínio em relação à reta numérica, visto que seus resultados demonstraram que interpretar pontos na reta numérica é uma atividade mais fácil do que representá-los em uma escala sem graduação.

Por outro lado, observa-se que houve uma melhora nesse grupo com relação à estratégia *representou os valores solicitados na escala, colocando-os em ordem crescente e com proporcionalidade*. Nos dois outros grupos, observa-se que o maior percentual é de respostas corretas no pós-teste, sendo que o grupo MC melhorou

significativamente, conforme o teste McNemar ($p = .008$, $n = 24$). Desse modo, podemos acreditar que as intervenções auxiliaram os grupos a terem um maior cuidado com a sequência numérica dos números e, principalmente com a proporcionalidade entre os valores a serem representados na escala.

No Gráfico 3.17 apresentamos os percentuais dos tipos de estratégias utilizadas pelos alunos de cada grupo ao responderem a 2ª questão antes e depois da intervenção de ensino.

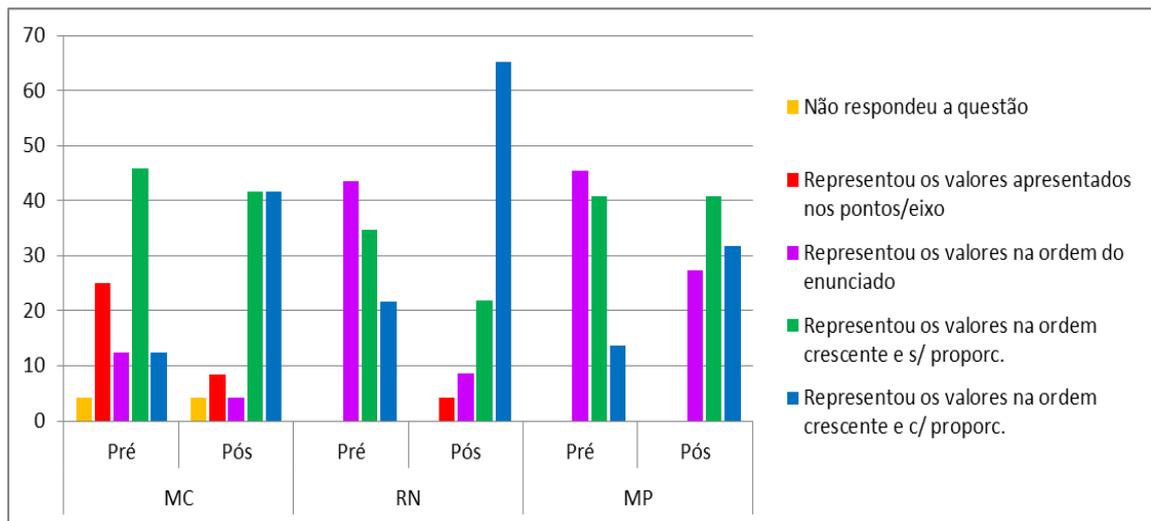


Gráfico 3.17: Percentuais dos tipos de estratégias utilizadas pelos alunos dos três grupos na resolução da 2ª questão por grupo e por fase

É possível observar na Figura 3.13 um exemplo da estratégia *representou os valores apresentados nos pontos/eixo na escala do gráfico de linha simples*. Observamos que o participante, ao responder essa atividade, não considerou os valores 30, 40 e 60, fornecidos pelo enunciado da questão. Ele representou na escala os números que foram explicitados nos pontos da linha do gráfico. Também notamos que não houve um cuidado com a grandeza numérica, uma vez que o aluno colocou o número 59 antes do 52, e o número 72 antes do 70, deixando claro que o participante teve dificuldades em perceber a importância da grandeza numérica desses valores.



Figura 3.13: Exemplo do tipo de resposta “Representou os valores apresentados nos pontos/eixos na escala do gráfico de linha simples” (aluno 17 – pré-teste).

Os demais exemplos são semelhantes aos apresentados para a primeira questão, representados agora na escala de um gráfico de linha. Na Figura 3.14 é apresentado um exemplo de resposta *representou os valores solicitados na escala do gráfico de linha simples na ordem em que são apresentados no enunciado da questão*.

Observamos que, ao responder a questão, o aluno representou os valores solicitados no enunciado, agrupando-os no início da escala do gráfico de linha. Notamos também que não existiu um cuidado em colocar os números na ordem crescente, não tendo respeitado a proporcionalidade existente entre os mesmos.



Figura 3.14: Exemplo do tipo de resposta “Representou os valores solicitados na escala do gráfico de linha simples na ordem em que são apresentados no enunciado da questão” (aluno 45 – pré-teste).

Na Figura 3.15 é apresentado um exemplo da estratégia *representou os valores solicitados na escala do gráfico na ordem crescente, mas sem proporcionalidade*. Percebemos que o participante se preocupou com a grandeza numérica, colocando-os em ordem crescente, porém não conseguiu respeitar a proporcionalidade entre os mesmos.



Figura 3.15: Exemplo do tipo de resposta “*Representou os valores solicitados na escala do gráfico na ordem crescente, mas sem proporcionalidade*” (aluno 02 – pré-teste).

Na Figura 3.16 é apresentado um exemplo da estratégia *representou os valores solicitados na escala, colocando-os em ordem crescente e com proporcionalidade*. O aluno colocou os valores solicitados pelo enunciado em ordem crescente e com proporcionalidade, graduando a escala de 10 em 10 unidades.



Figura 3.16: Exemplo do tipo de resposta “*Representou os valores solicitados na escala em ordem crescente e com proporcionalidade*” (aluno 03 – pré-teste).

Podemos constatar no Gráfico 3.17 que novamente no pós-teste, apenas o grupo MP apresentou muitos alunos (27,3%) representando os valores solicitados na escala do gráfico de linha simples na ordem em que são apresentados no enunciado da questão.

As respostas mais frequentes no pós-teste foram do tipo representar os valores solicitados na escala do gráfico na ordem crescente sem proporcionalidade e representar os valores solicitados na escala colocando em ordem crescente e com proporcionalidade. Os três grupos apresentaram melhoras após a intervenção principalmente os grupos MC e RN, que apresentaram desempenhos significativos entre as fases, conforme o teste McNemar ($p = .039$, $n=24$) e ($p = .002$, $n=23$) respectivamente.

Novamente, podemos perceber que as atividades trabalhadas nas intervenções de ensino contribuíram para que os grupos passassem a ter um maior cuidado com a sequência numérica e com a proporcionalidade existente entre os números a serem representados na escala do gráfico de linha.

No Gráfico 3.18, apresentamos os percentuais dos tipos de estratégias utilizados pelos alunos de cada grupo (MC, RN e MP) ao responderem a 1ª e 2ª questões antes e depois da intervenção de ensino, uma vez que essas questões solicitavam dos alunos que registrassem valores em uma escala, porém, variando o tipo de gráficos: barras e linha.

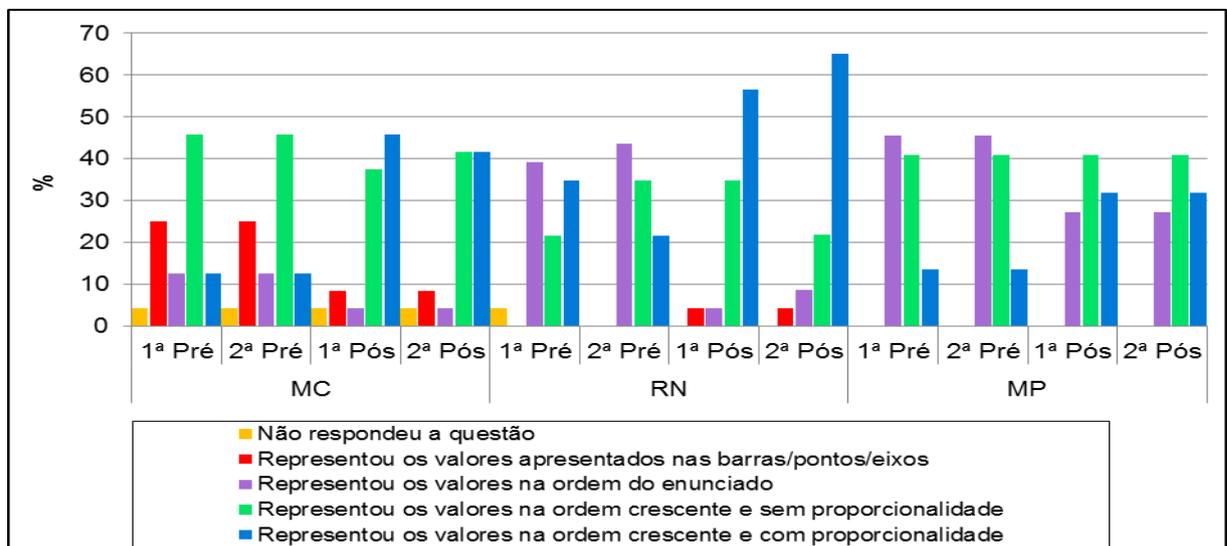


Gráfico 3.18: Percentuais dos tipos de estratégia utilizados pelos alunos dos três grupos na resolução da 1ª e 2ª questão por grupo e por fase

Observando o Gráfico 3.18, pode ser percebido que os tipos de respostas do grupo MC para a primeira e segunda questão tanto no pré-teste como no pós foram bastante semelhantes.

Com relação às respostas dos alunos do grupo RN na 1ª e na 2ª questões no pré-teste, nota-se que na 2ª questão (linha) um maior número de alunos já respondia adequadamente, enquanto na 1ª questão (barra) ainda havia alunos representando *na ordem crescente sem proporcionalidade*. No pós, observasse a mesma tendência para as duas questões.

Nossos resultados corroboram com os encontrados por Silva (2012), em que se percebeu que 58% dos alunos do 3º e 5º ano foram capazes de construir gráficos, registrando na escala apenas os números disponíveis no enunciado da questão na sequência correta.

Para grupo MP, notamos as mesmas tendências de repostas tanto no pré-teste como no pós-teste. Desse modo, percebemos que não houve comportamento diferente referente aos tipos de respostas dos alunos dos grupos em função do tipo de gráfico adotado na 1ª e 2ª questão (barras e linha). As diferenças são em relação à intervenção utilizada nesses grupos.

Apresentamos no Gráfico 3.19 os percentuais dos tipos de estratégias utilizados pelos alunos de cada grupo ao responderem a 3ª questão antes e depois da intervenção de ensino.

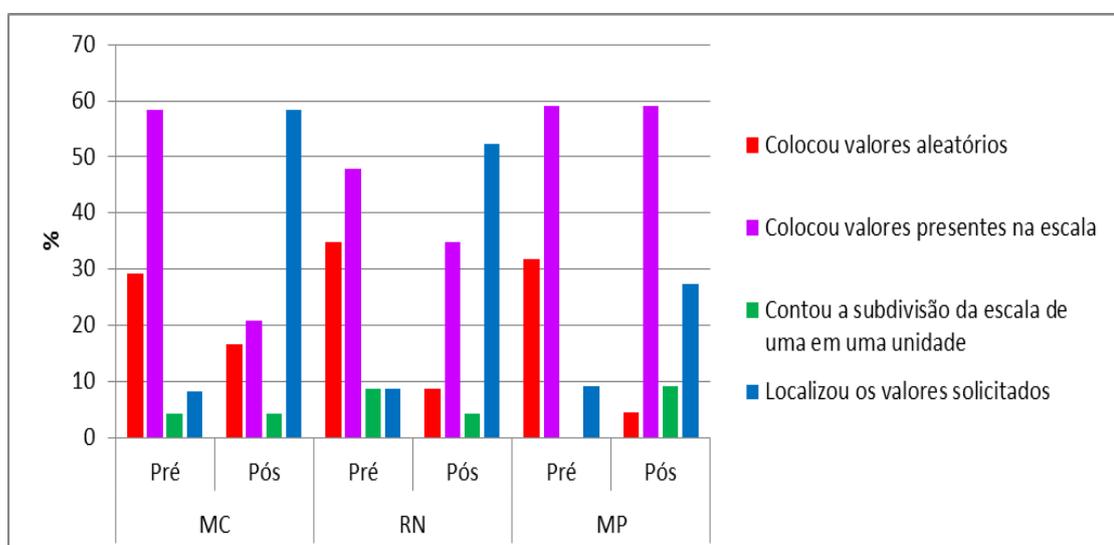


Gráfico 3.19: Percentuais dos tipos de estratégia utilizados pelos alunos dos três grupos na resolução da 3ª questão por grupo e por fase

A Figura 3.17 apresenta um exemplo do tipo de resposta *colocou valores aleatórios*. No exemplo, o aluno não foi capaz de localizar os valores implícitos na escala que estava graduada de 50 em 50 unidades. Colocou números aleatórios, que não tinham referência nem com a escala, nem com o enunciado da questão e nem aos valores das barras.



Figura 3.17: Exemplo do tipo de resposta “Colocou valores aleatórios” (aluno 46 – pré-teste).

Abaixo temos um exemplo do tipo de resposta *colocou valores presentes na escala*. Percebemos também que não existiu um cuidado em associar os valores das barras com suas respectivas alturas, ou seja, barras maiores com os números maiores e barras menores com os números menores. (Figura 3.18).

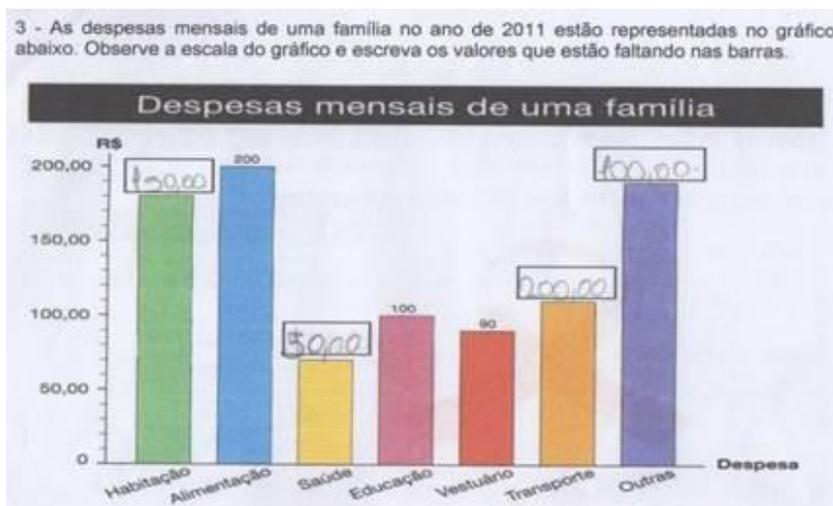


Figura 3.18: Exemplo do tipo de resposta “Colocou valores que apareceu na escala/eixo” (aluno 29 – pré-teste).

A Figura 3.19 mostra um exemplo do tipo de resposta *contou, equivocadamente, a subdivisão da escala de uma em uma unidade, para localizar os valores solicitados*. Notamos que nessa questão o aluno percebeu que a escala estava graduada de 50 em 50 unidades, mas não entende que estava também subdividida de 10 em 10 unidades. Ao responder a questão, utilizou como referência os valores explícitos na escala e conta cada subdivisão como sendo uma unidade, erradamente.

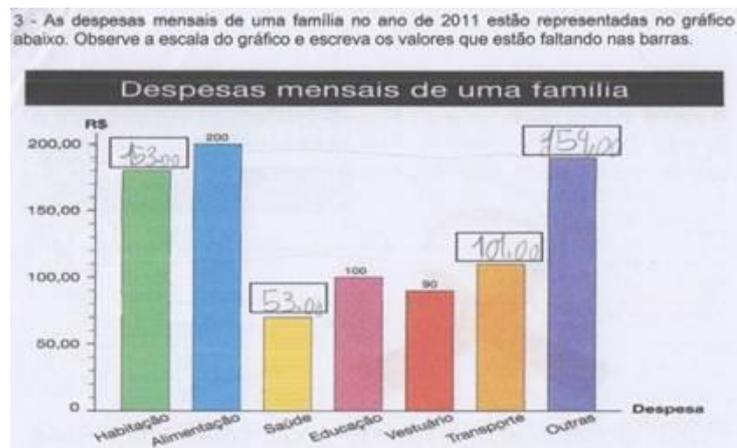


Figura 3.19: Exemplo do tipo de resposta “*Identificou, equivocadamente, a subdivisão da escala de uma em uma unidade, para localizar os valores solicitados*” (aluno 09 – pré-teste).

Na Figura 3.20 apresentamos um exemplo do tipo de resposta *localizou os valores solicitados*. No exemplo, notamos que o aluno localizou os quatro valores implícitos na escala corretamente.

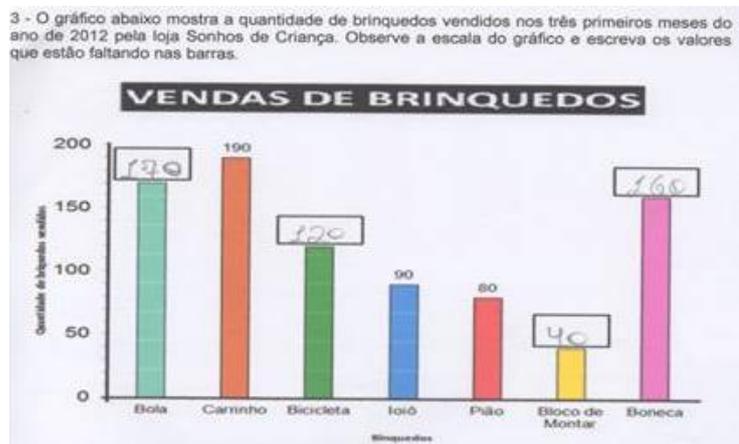


Figura 3.20: Exemplo do tipo de resposta “*Localizou os valores solicitados*” (aluno 51 – pós-teste)

No Gráfico 3.19 observa-se que o tipo de estratégia *colocou valores aleatórios para quantificar as variáveis representadas nas barras do gráfico*, foi utilizada pelos

três grupos no pré-teste e, após a intervenção de ensino, os percentuais de todos os grupos diminuíram.

Todos os grupos no pré-teste apresentaram aproximadamente 50% de alunos utilizando a estratégia *colocou valores presentes na escala para quantificar as variáveis representadas nas barras do gráfico*. No pós-teste não houve alteração para o grupo MP. Já para o grupo RN, menos alunos utilizaram essa estratégia e no grupo MC apenas alguns alunos continuaram utilizando.

A estratégia *contou a subdivisão da escala de uma em uma unidade* foi utilizada em todos os grupos no pré-teste e no pós por todos os grupos, porém de forma discreta.

Já em relação à estratégia *localizou os valores solicitados corretamente*, notamos que todos os grupos, após a intervenção de ensino, melhoraram consideravelmente seus percentuais, principalmente os grupos MC e RN, pois apresentaram desempenho significativo entre as fases, conforme teste McNemar, sendo MC ($p \leq .000$, $n=24$) e RN ($p = .006$, $n=23$).

Desse modo, acreditamos que as atividades exploradas nas sessões da intervenção de ensino contribuíram para que os alunos dos três grupos localizassem os valores implícitos na escala. Isso é muito importante, pois conforme Albuquerque (2010), Guimarães (2002), e Lima e Magina (2010) localizar valores implícitos na escala é uma atividade que os alunos sentem bastante dificuldade para realizar.

No Gráfico 3.20, apresentamos os percentuais dos tipos de estratégias utilizadas pelos alunos de cada grupo (MC, RN e MP) ao responderem a 4ª questão antes e depois da intervenção de ensino.

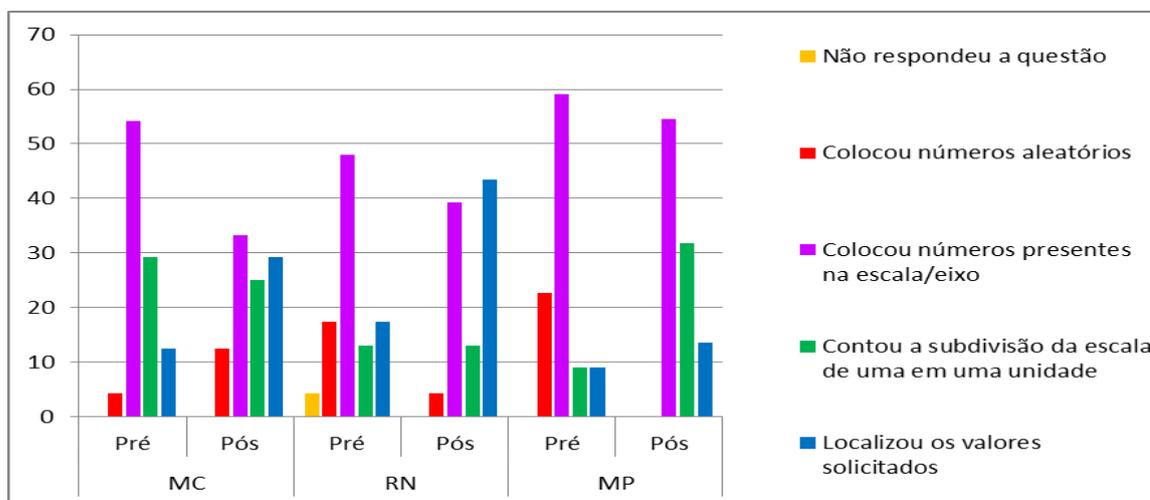


Gráfico 3.20: Percentuais dos tipos de estratégias utilizadas pelos alunos dos três grupos na resolução da 4ª questão por grupo e por fase

Na Figura 3.21 apresentamos um exemplo do tipo de resposta *colocou números aleatórios para quantificar valores pontuais no comportamento das variáveis representadas nos pontos do gráfico*. Nele, notamos que o aluno colocou números aleatórios, que não fazem referência aos eixos, para determinar os valores dos pontos da linha do gráfico.

Percebemos que o participante não se preocupou com a sequência numérica desses valores a serem representados dentro do quadro, pois representou de forma desordenada, uma vez que o 96 foi colocado antes do valor 93, já o número 97 foi representado depois do 146 e do 148, e o número 148 foi posicionado antes do 145 e do 146 (Figura 3.21).



Figura 3.21: Exemplo do tipo de resposta “*colocou números aleatórios para quantificar valores pontuais no comportamento das variáveis representadas nos pontos do gráfico*” (aluno 47 – pré-teste)

É possível observar na Figura 3.22 um exemplo da estratégia *colocou números presentes na escala/eixo*. Nesse exemplo, o aluno ao responder a questão colocou os números explícitos na escala (50, 100, 150 e 200).

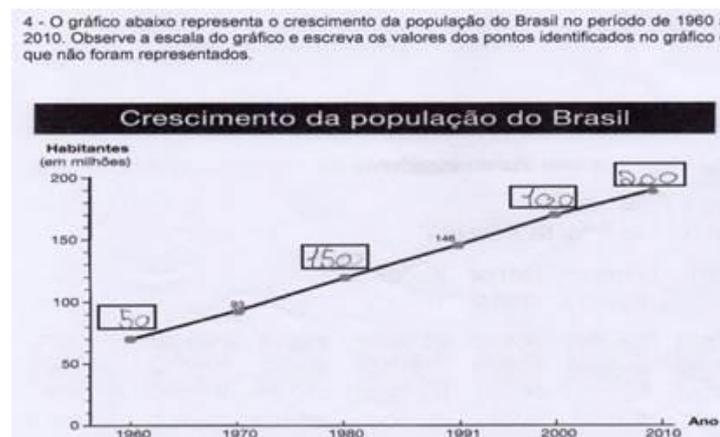


Figura 3.22: Exemplo do tipo de resposta “*Colocou números presentes na escala/eixo*” (aluno 45 – pré-teste)

Apresentamos na Figura 3.23 um exemplo da estratégia *contou a subdivisão da escala de uma em uma unidade*. Percebe-se que ao responder a atividade o aluno não considerou a escala, mas teve como referência os valores explícitos representados nos pontos da linha do gráfico, 93 e 146, e a partir deles trabalhou com a ideia de antecessor e sucessor, conforme é visto na figura abaixo.



Figura 3.23: Exemplo do tipo de resposta “*Contou a subdivisão da escala de uma em uma unidade*” (aluno 11 – pré-teste)

Apresentamos na Figura 3.24 um exemplo da estratégia de resposta *localizou os valores solicitados*. O participante conseguiu localizar os quatro valores implícitos na escala corretamente.



Figura 3.24: Exemplo do tipo de resposta “*Localizou os valores solicitados*” (aluno 68 – pós-teste)

Podemos observar no Gráfico 3.20 que a estratégia *colocou números presentes na escala/eixo* foi o tipo de resposta mais utilizado pelos alunos dos três grupos. Após a intervenção de ensino, notamos um discreto decréscimo nesses percentuais.

A categoria de resposta *contou a subdivisão da escala de uma em uma unidade* foi outro tipo de estratégia muito frequente. Já no pós-teste, os percentuais dos grupos MC e RN diminuíram, o que mostra que a intervenção contribuiu para que os grupos deixassem de utilizar esse tipo de resposta.

A estratégia correta *localizou os valores solicitados*, foi utilizada de forma discreta no pré-teste e após a intervenção de ensino houve um maior percentual de resposta em todos os grupos, principalmente, os alunos do grupo RN que apresentaram diferença significativa entre as fases, conforme o teste de McNemar ($p = .031, n=23$).

Novamente, percebemos que a intervenção de ensino auxiliaram os alunos dos três grupos a localizassem os valores implícitos na escala do gráfico de linha. dessa forma, quando ensinados, os alunos são capazes de localizar implícitos valores.

No Gráfico 3.21 apresentamos os percentuais dos tipos de estratégias utilizadas pelo os alunos de cada grupo (MC, RN e MP) ao responderem a 3ª e 4ª questões antes e depois da intervenção de ensino. Uma vez que, essas questões solicitavam dos alunos a localização de valores em uma escala, porém, variando o tipo de gráficos: barra e linha.

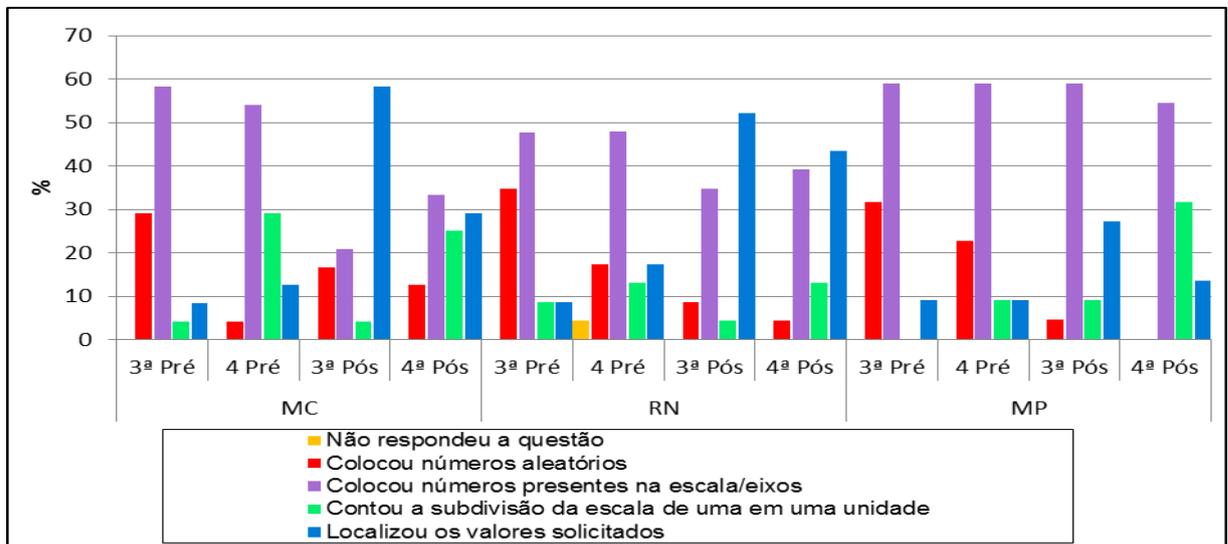


Gráfico 3.21: Percentuais dos tipos de estratégias utilizadas pelos alunos dos três grupos na resolução da 3ª e 4ª questão por grupo e por fase

A partir do Gráfico 3.21 é possível observar que a categoria de resposta *colocou números aleatórios*, foi mais frequente na 3ª questão do que na 4ª para todos os grupos. Também notamos que após a intervenção houve um decréscimo no percentual de frequência dessas questões.

Em relação à categoria *colocou números presentes na escala/eixo* observamos que foi muito utilizada pelos alunos nas duas questões e em ambos os testes. Vimos também que o tipo de resposta *contou a subdivisão da escala de uma em uma unidade* apresentou na 3ª questão o mesmo percentual em ambas as fases, já a 4ª houve uma diminuição no percentual, após a intervenção.

Com relação à categoria *localizou os valores solicitados* notamos que no pós-teste o percentual de frequência foi bem melhor do que no pré-teste, principalmente na 3ª questão que melhorou muito, apresentando diferença significativa ($p = .016$, $n = 24$), conforme o teste McNemar.

No que se refere ao grupo RN, notamos que foi muito utilizado o tipo de resposta *colocou números aleatórios* na 3ª questão no pré-teste. Após a intervenção houve uma diminuição desse tipo de resposta em ambas as questões. Já com relação à categoria *colocou números presentes na escala/eixo* foi bastante utilizada por esse grupo nas duas questões e em ambos os testes. Percebemos também que o tipo de resposta *contou a subdivisão da escala de uma em uma unidade* foi pouco frequente nas respostas dos alunos nas duas questões. Já em relação a *localizou os valores solicitados* apresentou uma melhora considerável, após a intervenção.

Já com o grupo MP, percebemos que houve uma diminuição do percentual de frequência após a intervenção em relação à categoria *colocou números aleatórios*. Já o tipo de resposta *colocou números presentes na escala/eixo* foi muito frequente nas duas questões e nos dois testes. E as categorias *contou a subdivisão da escala de uma em uma unidade* e *localizou os valores solicitados* apresentaram aumento nos seus percentuais depois da intervenção.

Desse modo, percebemos que, independente do gráfico usado nas questões, às estratégias utilizadas pelos alunos foram similares. Já a intervenção modificou o percentual de frequência desses tipos de respostas.

Como ficou evidente em nossos resultados, representar os números implícitos que aparecem na escala/eixo foi o tipo de estratégia mais utilizado pelos alunos, independente de grupo, quanto solicitados a localizarem valores na escala. Essa estratégia pode estar associada à dificuldade dos alunos em localizarem valores

implícitos. Sobre isso, Guimarães, Ferreira e Roazzi (2001), Lemos (2002), Lima e Magina (2010) e Albuquerque (2010), já tinham levantados a hipótese de que a localização de valores explícitos na escala é bem mais fácil para os alunos do que a de implícitos. Além disso, argumentaram que essa dificuldade se dá em função da necessidade de se estabelecer uma proporcionalidade entre os pontos explicitados na escala adotada.

Apresentamos no Gráfico 3.22 os percentuais dos tipos de estratégias utilizadas pelos alunos de cada grupo ao responderem a 5ª questão antes e depois da intervenção de ensino.

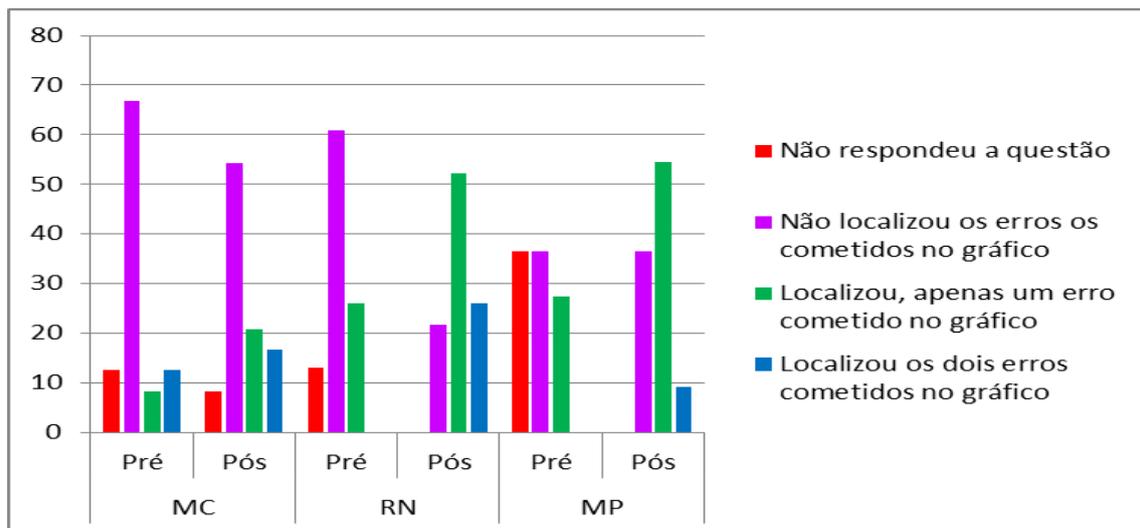


Gráfico 3.22: Percentuais dos tipos de estratégias utilizadas pelos alunos dos três grupos na resolução da 5ª questão por grupo e por fase

Apresentamos na Figura 3.25 um exemplo da estratégia *não localizou os erros cometidos no gráfico*. Nesse exemplo o aluno não conseguiu identificar os erros do gráfico em função dos valores em cima das barras e da escala. Ao responder a atividade, apenas informou o nome de duas categorias.

5 - No gráfico abaixo temos a quantidade de municípios dos estados de Pernambuco e Paraíba que realizam algum tipo de coleta de lixo.

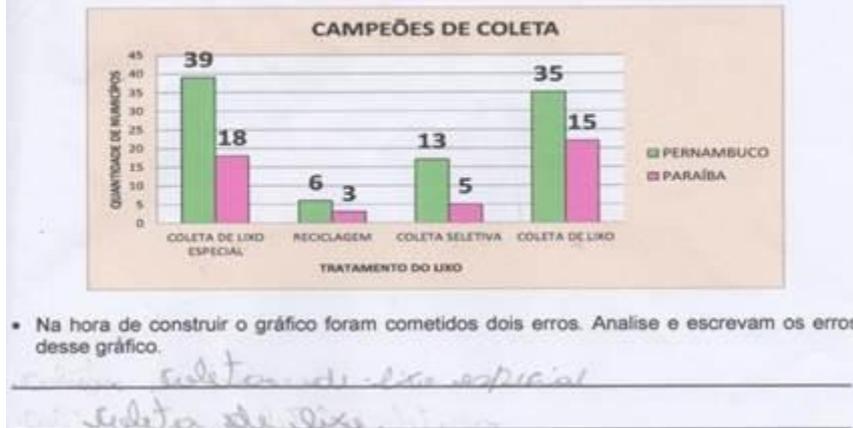


Figura 3.25: Exemplo do tipo de resposta “*Não localizou os erros cometidos no gráfico*” (aluno 01 – pré-teste)

É apresentado na Figura 3.26 um exemplo da estratégia de resposta *localizou, apenas um erro cometido no gráfico*. Observamos que o participante só conseguiu localizar um erro referente à temperatura máxima da cidade de Gravatá.

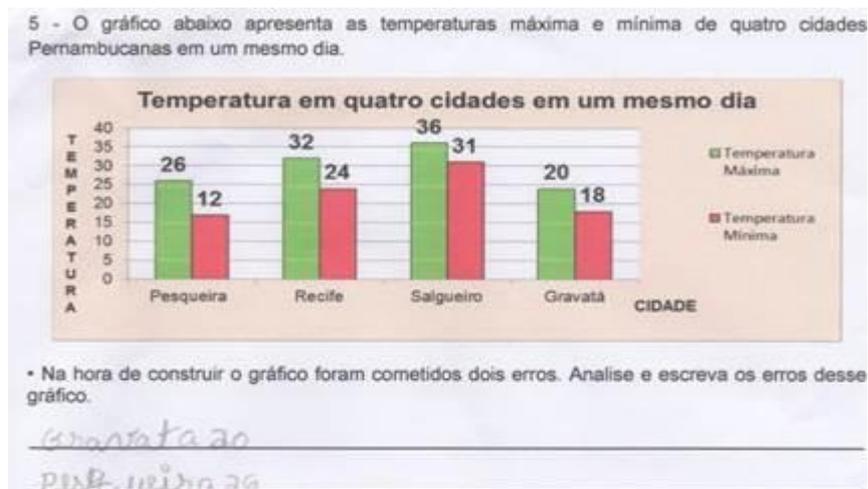


Figura 3.26: Exemplo do tipo de resposta “*Localizou, apenas um erro cometido no gráfico*” (aluno 61 – pós-teste)

É apresentado na Figura 3.27 um exemplo da estratégia *localizou os dois erros cometidos no gráfico*. Observamos que nesse exemplo o participante indica os dois erros que foram cometidos ao construir o gráfico, referente à escala e aos valores informados nas barras das categorias de temperatura máxima da cidade de Gravatá e a temperatura mínima da cidade de Pesqueira.

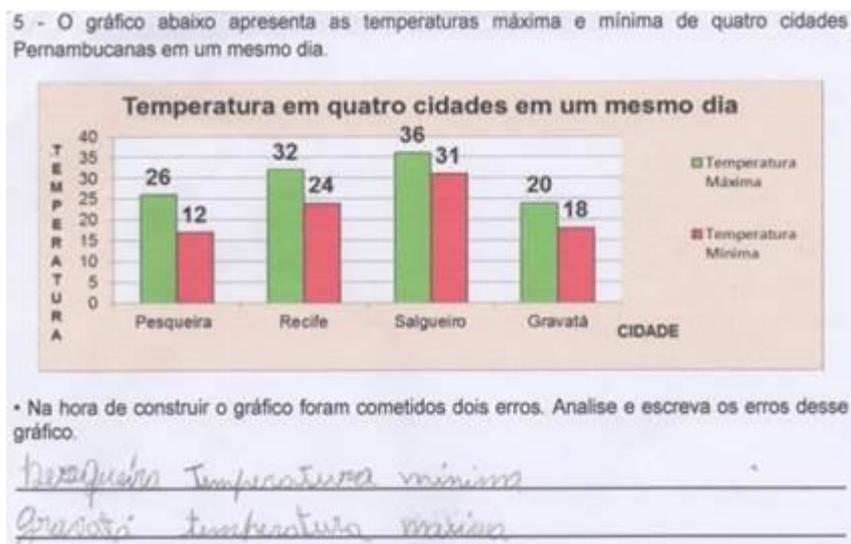


Figura 3.27: Exemplo do tipo de resposta “Localizou os dois erros cometidos no gráfico” (aluno 06 – pós-teste)

Observando o Gráfico 3.22 notamos que o percentual considerável de alunos do MP (36,4%) que não respondeu a 5ª questão no pré-teste, no pós-teste foi extinto. A categoria *não localizou os erros cometidos no gráfico*, foi muito frequente no pré-teste. Após a intervenção de ensino, não houve diferença para o grupo MP, apresentado discreta diminuição para o grupo MC e uma maior diminuição para o grupo RN. Já o tipo de resposta *localizou apenas um erro cometido no gráfico*, foi presente para todos os grupos no pré-teste, e após intervenção os percentuais dos grupos aumentaram consideravelmente.

Quanto à estratégia *localizou os dois erros cometidos no gráfico*, notamos que apenas poucos alunos do grupo MC conseguiram encontrar os dois erros do gráfico no pré-teste. Após a intervenção, observamos um aumento no percentual de todos os grupos. Ou seja, as atividades exploradas na intervenção contribuíram para que os alunos passassem a analisar mais atentamente o gráfico e perceberem erros cometidos em função da proporcionalidade das barras e da escala.

Cavalcanti, Natrielli e Guimarães (2010) ressaltam a necessidade dos alunos terem um olhar crítico sobre os gráficos vinculados pela mídia impressa, tendo em vista que em alguns casos, as informações representadas nessas representações não demonstram um rigor. Segundo essas autoras a mídia impressa vem utilizando com bastante frequência gráficos com valores em cima das barras, o que

consequentemente, faz com que o leitor não tenha a necessidade de consultar a escala.

Segundo Monteiro (1999; 2006a) a manipulação da escala do gráfico pode encobrir ou realçar determinados aspectos do que está sendo representado. Desse modo, a necessidade do ensino sobre os gráficos, suas especificações, podem contribuir para uma reflexão das informações repassadas, bem como possibilita entender sobre a complexidade de elementos e processos envolvidos que incluem a interpretação de dados representados em gráficos.

Apresentamos no Gráfico 3.23 os percentuais dos tipos de estratégias utilizadas pelos alunos de cada grupo ao responderem a 6ª questão antes e depois da intervenção de ensino.

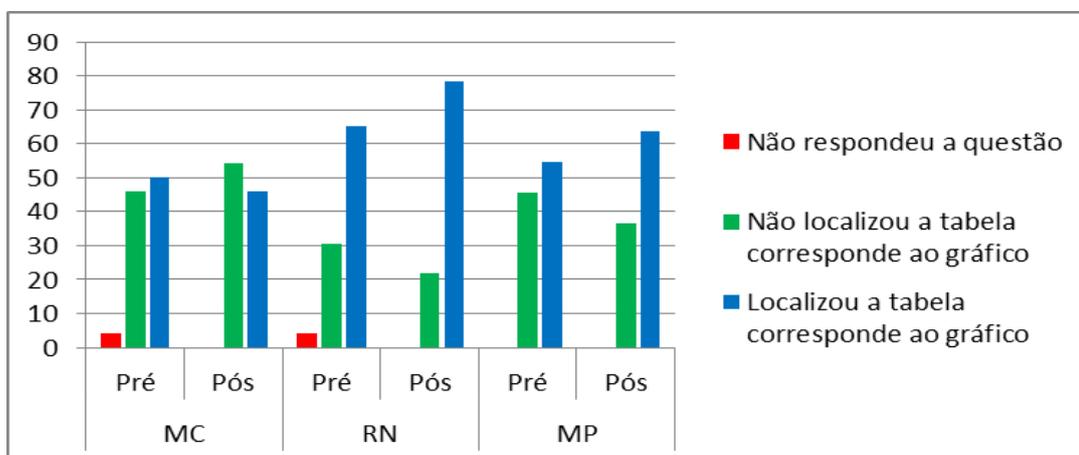


Gráfico 3.23: Percentuais dos tipos de estratégias utilizadas pelos alunos dos três grupos na resolução da 6ª questão por grupo e por fase

É possível observar na Figura 3.28 um exemplo da estratégia *não localizou a tabela correspondente ao gráfico*. Nesse exemplo, o participante ao responder a atividade, indicou a tabela “D”, erradamente, como sendo a que correspondia às informações representadas no gráfico “Que esportes os alunos praticam”. Notamos também que ao justificar sua escolha, o aluno não apresentou uma explicação coerente. Percebemos que ao justificar sua escolha o aluno não fez referência aos dados apresentados no gráfico/tabela, e nem aos valores da escala.

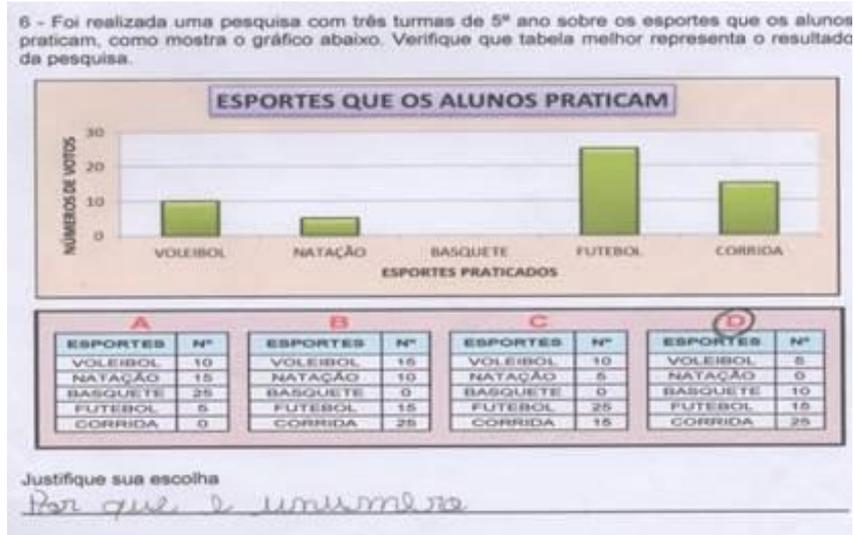


Figura 3.28: Exemplo do tipo de resposta “*Não localizou a tabela correspondente ao gráfico*” (aluno 45 – pré-teste)

Apresentamos na Figura 3.29 um exemplo do tipo de estratégia *localizou a tabela correspondente ao gráfico*. Nesse exemplo, é indicada a tabela correspondente aos dados presentes no gráfico, e apresentou uma justificativa adequada à sua escolha.

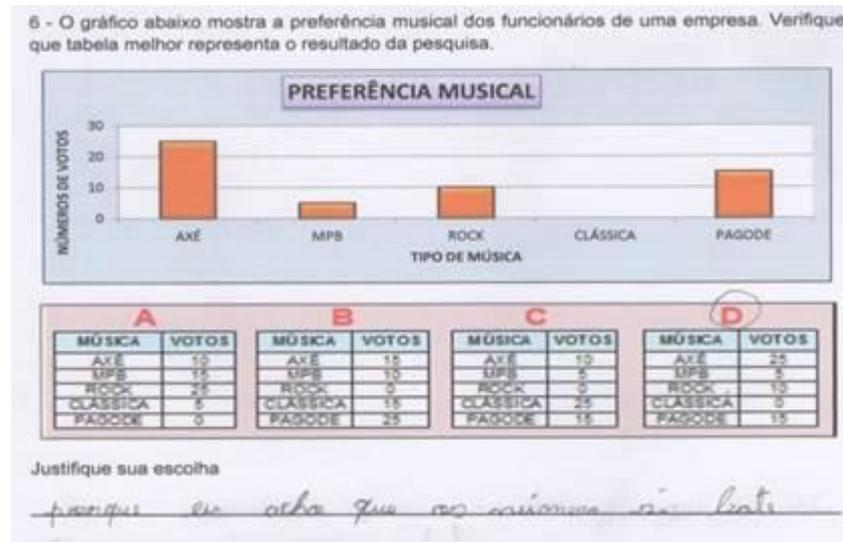


Figura 3.29: Exemplo do tipo de resposta “*Localizou a tabela correspondente ao gráfico*” (aluno 65 – pós-teste)

Nessa 6ª questão notamos, a partir do Gráfico 3.23, que já no pré-teste um bom percentual de alunos conseguiram fazer a correspondência entre a tabela com

o gráfico. No pós-teste chama atenção o aumento do grupo RN, uma vez que mais de 75% dos alunos desse grupos conseguiram fazer essa correspondência.

A atividade de transformação entre representações, de gráfico para tabela e vice versa. É tipo bastante trabalhado nos livros didáticos dos anos iniciais, o que se justificam bom desempenho dos alunos nesse tipo de atividade.

Guimarães, Gitirana, Cavalcanti e Marques (2007), analisaram 17 coleções de livros didáticos de Matemática recomendadas pelo PNLD 2004 para as séries iniciais do Ensino Fundamental. Foi constatado que mais metades das atividades que exploravam gráficos trabalhavam a habilidade de construírem um gráfico a partir de uma tabela e vice versa, ou apenas preencher um gráfico a partir de dados fornecidos. O que reforça nossa ideia de que bom desempenho dos nossos alunos nesse tipo de atividade se justifica pelo fator de ser uma atividade frequentemente vista nos livros didáticos.

São apresentados no Gráfico 3.24 os percentuais dos tipos de estratégias utilizadas pelos alunos de cada grupo ao responderem a 7ª questão antes e depois da intervenção de ensino.

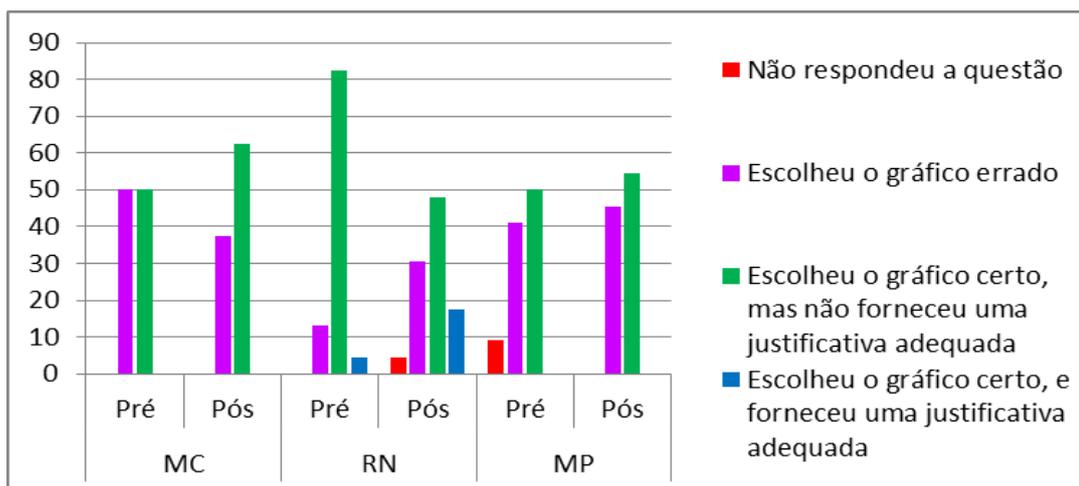


Gráfico 3.24: Percentuais dos tipos de estratégias utilizados pelos alunos dos três grupos na resolução da 7ª questão por grupo e por fase

Na Figura 3.30 apresentamos um exemplo da categoria de resposta *escolheu o gráfico errado*. Nesse exemplo, observamos que o participante não indicou o gráfico adequado à situação apresentada no enunciado da questão, e nem apresentou uma justificativa coerente à sua escolha.

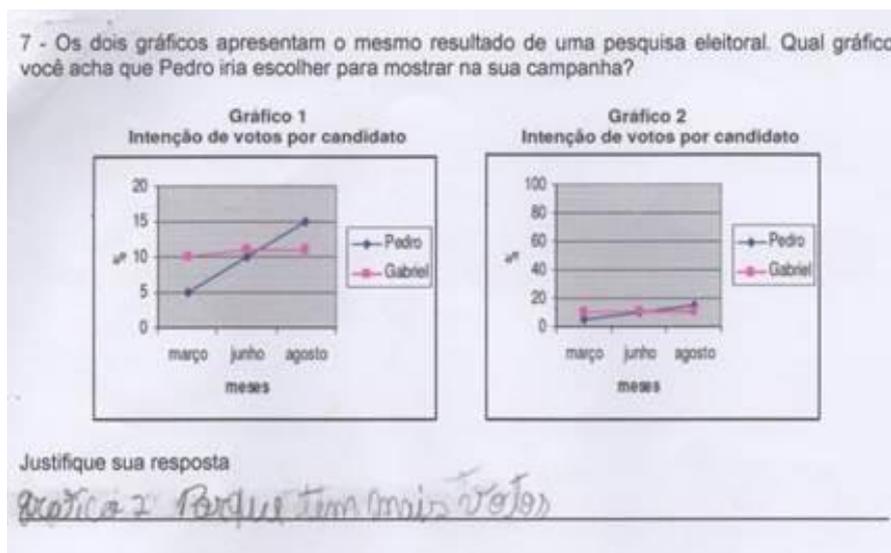


Figura 3.30: Exemplo do tipo de resposta “Escolheu o gráfico errado” (aluno 24 – pré-teste)

Apresentamos na Figura 3.31 um exemplo do tipo de resposta *escolheu o gráfico certo, mas não forneceu uma justificativa adequada à situação*. Notamos que, embora o participante tenha optado pelo gráfico 1, o mesmo não apresentou uma justificativa “*por que é a resposta certa*”. (SIC)

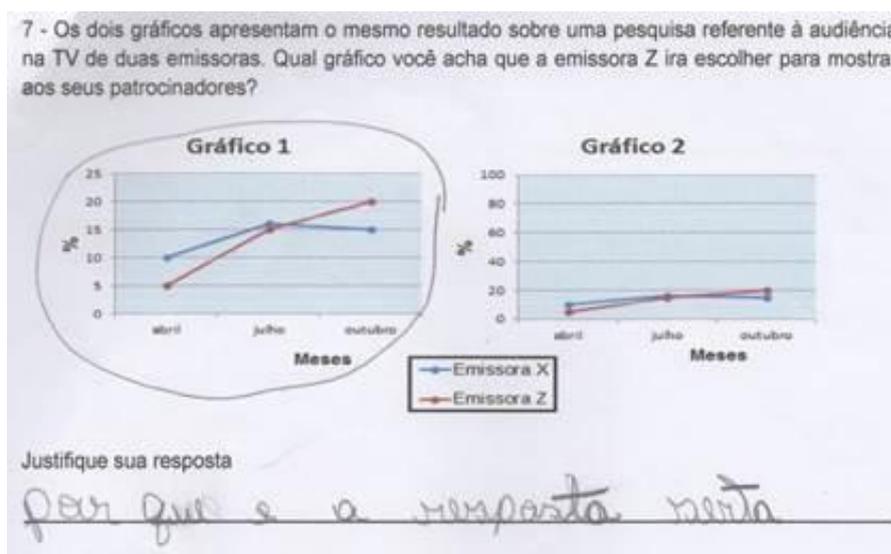


Figura 3.31: Exemplo do tipo de resposta “Escolheu o gráfico certo, mas não forneceu uma justificativa adequada a situação” (aluno 55 – pós-teste)

Na Figura 3.32 apresentamos um exemplo do tipo de estratégia *escolheu o gráfico certo e forneceu uma justificativa adequada à situação*. Nesse exemplo, o

aluno indicou corretamente o gráfico 1 e apresentou uma justificativa, embora não muito clara, que faz referência ao intervalo da escala.

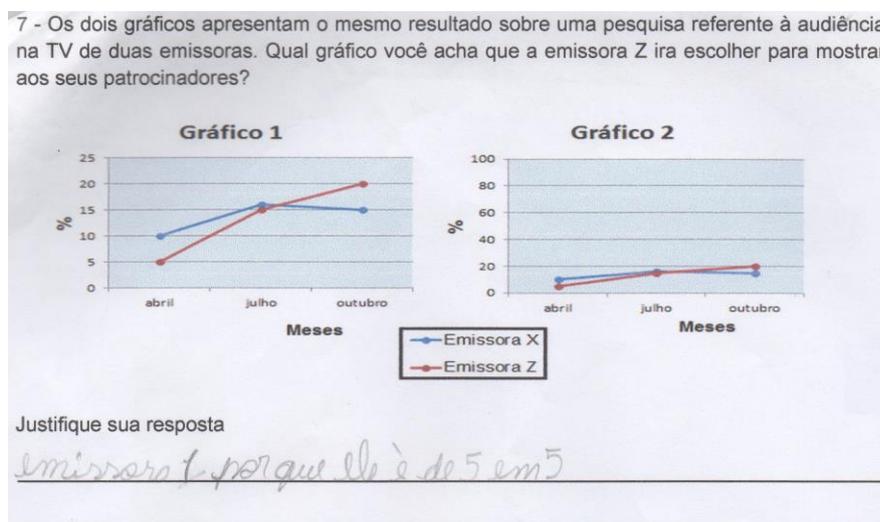


Figura 3.32: Exemplo do tipo de resposta “Escolheu o gráfico certo, e forneceu uma justificativa adequada a situação” (aluno 39 – pós-teste)

É possível notar no Gráfico 3.24 que a categoria *escolheu o gráfico errado*, foi um tipo de resposta muito frequente em todos grupos e nas duas fases (pré-teste e pós-teste). No pós-teste, apenas o grupo MC apresentou um decréscimo em seu percentual. Percebemos que a maioria dos alunos conseguiram indicar o gráfico correto, mas não apresenta uma justificativa adequada. Quanto a *escolheu o gráfico certo e forneceu uma justificativa adequada a situação*, constatamos que foi um tipo de estratégia pouco utilizada e apenas o grupo RN apresentou alunos que responderam adequadamente.

Dessa forma, tais resultados mostram que os alunos sentiram bastantes dificuldades para indicar e justificar adequadamente o gráfico adequado à situação solicitada. O mesmo ocorreu no estudo de Albuquerque (2010), em que constatou o fato de que os alunos crianças e adultos pouco letrados não foram capazes de perceber que a diferença apresentada nos dois gráficos era em função da escala adotada.

Watson (1997) e Cavalcanti, Natrielli e Guimarães (2010), já ressaltavam que a informação a ser transmitida pelo gráfico pode ser manipulada através das escalas adotadas, levando a necessidade de se ter cuidado com as escalas e refletir sobre isso com os alunos nas escolas.

Apresentamos no Gráfico 3.25 os percentuais dos tipos de estratégias utilizadas pelos alunos de cada grupo ao responderem a 8ª questão antes e depois da intervenção de ensino.

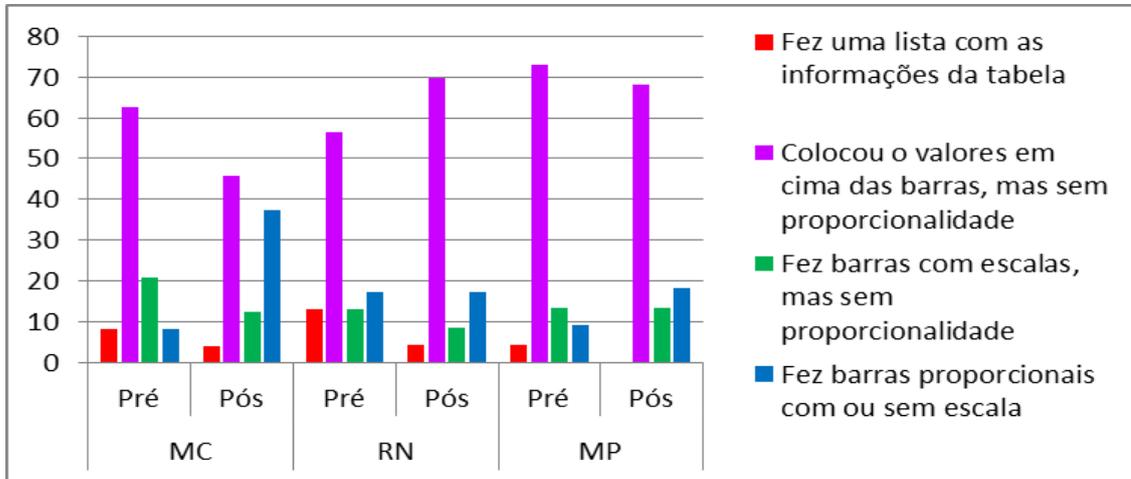


Gráfico 3.25: Percentuais dos tipos de estratégias utilizadas pelos alunos dos três grupos na resolução da 8ª questão por grupo e por fase

Na Figura 3.33 apresentamos um exemplo da categoria de resposta *fez uma lista com as informações da tabela*. Observamos que o participante não construiu o gráfico solicitado no enunciado da questão, apenas listou os nomes e o tempo que os corredores gastaram em uma corrida.

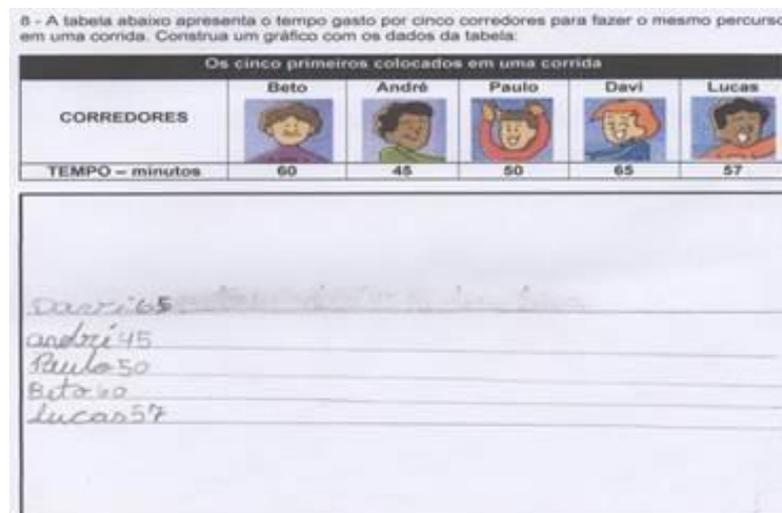


Figura 3.33: Exemplo do tipo de resposta “Fez uma lista com as informações da tabela” (aluno 24 – pré-teste)

Na Figura 3.34 apresentamos um exemplo da categoria de resposta *colocou os valores em cima das barras, mas sem proporcionalidade*. Nesse exemplo, notamos que o participante construiu as barras que representavam o tempo gasto pelos corredores em uma corrida, representou em cima das barras valores referentes aos tempos, mas não determinou a quem cada barra/tempo se destinava. Também não houve uma preocupação com a proporcionalidade das barras, visto que nas barras de alturas maiores o aluno determinou os valores menores e vice-versa.



Figura 3.34: Exemplo do tipo de resposta “Colocou os valores em cima das barras, mas sem proporcionalidade” (aluno 39 – pós-teste)

Apresentamos na Figura 3.35 um exemplo da categoria de resposta *fez barras com escalas, mas sem proporcionalidade*. Nesse exemplo, ao construir o gráfico o aluno não teve o cuidado de respeitar as proporcionalidades das barras, apenas as representou em ordem decrescente. Ao analisamos a construção da escala, percebemos que a graduação inicialmente estava de 15 em 15 unidades, mas entre o valor 45 e 60, o aluno representou o 57 referente ao número de turistas que visitaram o EUA. Além disso, as distâncias entre uma graduação e outra não foram proporcionais.

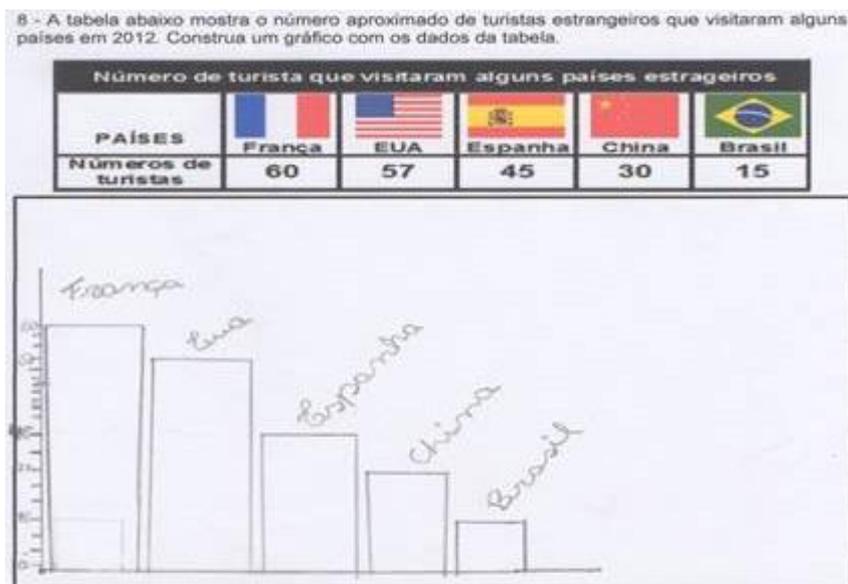


Figura 3.35: Exemplo do tipo de resposta “Fez barras com escalas, mas sem proporcionalidade” (aluno 02 – pós-teste)

Apresentamos na Figura 3.36 um exemplo da estratégia *fez barras proporcionais com e sem escala*. Percebemos que o aluno construiu uma escala graduada de 5 em 5 unidade, teve o cuidado de representar o 0 (zero), bem como utilizou a linha de grade horizontal para determinar a altura das barras. Além disso, representou em cima das barras os valores de cada categoria e teve uma preocupação com a proporcionalidade das barras/escala, conforme podemos verificar na figura a seguir.

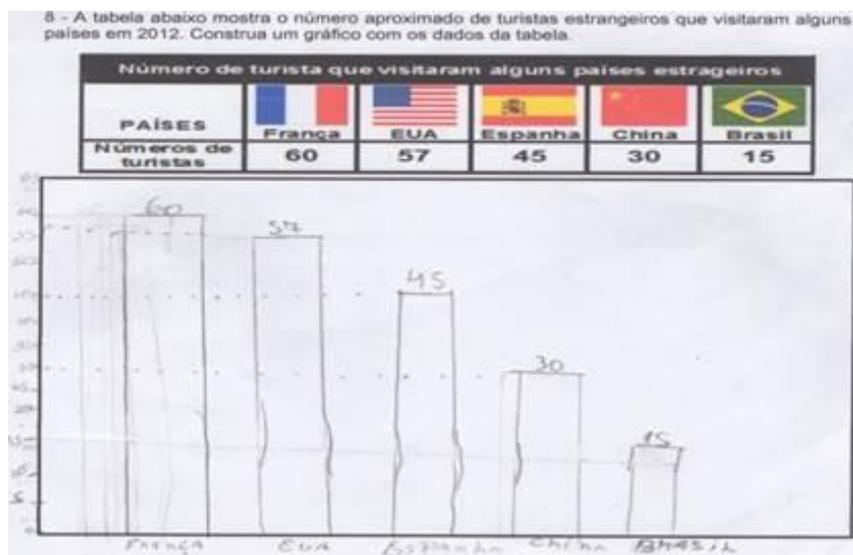


Figura 3.36: Exemplo do tipo de resposta “Fez barras proporcionais com e sem escala” (aluno 60 – pós-teste)

Observando o Gráfico 3.25, percebemos que todos os grupos tiveram alunos que construíram lista. Quanto à estratégia *colocou os valores em cima das barras, mas sem proporcionalidade*, constatamos que a grande maioria dos alunos utilizou esse tipo de estratégia e após a intervenção diminuiu os percentuais dos grupos MC e MP. Com relação à estratégia *fez barras com escalas, mas sem proporcionalidade*, observamos que em todos os grupos apareceu esse tipo de resposta. Já em relação ao MP, manteve o mesmo percentual apresentado no pré-teste (13,6%).

Silva (2012) também percebeu que os alunos que fizeram parte do seu estudo realizaram esse tipo de estratégia. Para a autora, o fato das crianças terem posicionado os números na escala não significa que elas tenham construído corretamente, uma vez que, grande parte dos estudantes apresentaram dificuldades em estabelecer a proporção entre os valores numéricos.

A estratégia *fez barras proporcionais com e sem escala*, foi utilizada pelos grupos em ambas as fases com baixa frequência. No pós-teste os grupos MP e MC apresentaram um melhor desempenho, principalmente os alunos do MC que apresentaram diferenças significativas conforme o teste McNemar ($p = .016$, $n = 24$).

As atividades trabalhadas nas três abordagens utilizadas na intervenção de ensino (Medida de Comprimento, Reta Numérica e Mapas) não levaram um grupo a utilizar um tipo específico de estratégia de resolução. Apenas encontramos percentuais de estratégias mais ou menos elevados, em diferentes questões trabalhadas nos testes. Assim, não podemos apontar se um tipo de abordagem é melhor do que o outro, mas que ambas as atividades utilizadas nas situações de intervenção possibilitaram aprendizado sobre escala.

Albuquerque (2010) já chamava nossa atenção quanto à possibilidade de crianças e adultos compreenderem uma escala apresentada em gráficos, apesar da grande dificuldade, visto que alguns participantes conseguiram responder corretamente. Além disso, salientou que estabelecer uma escala com proporcionalidade é uma atividade difícil de realizar, visto que a maioria dos alunos ou não criaram escala ou criaram escala sem proporcionalidade. O mesmo ocorreu nos resultados realizados por Guimarães (2002), Lima (2010), Chagas (2010) e Silva (2012), ao argumentar que a construção de escala em gráfico parece despertar dificuldades nos estudantes, uma vez que os mesmos não respeitam a sequência dos valores numéricos e a proporção entre eles.

Segundo Li e Shen²⁷ (1992, apud Arteaga e Batanero, 2010) os erros relacionados às escalas dos gráficos construídos podem ser em função da escolha de uma escala inadequada, por exemplo, o que não abrange o domínio de variação da variável representada na sessão, omissão de escalas em qualquer dos eixos ou ambos, não especificar a origem das coordenadas e a não graduações suficiente das divisões nas escalas (proporcionalidade).

Apesar dessas dificuldades levantadas pelos estudos anteriores, verificamos que os grupos participantes da nossa intervenção sobre escala apresentada em três diferentes abordagens, demonstraram aprendizados significativos. Isso mostra que a intervenção de ensino levou os alunos dos três grupos a diferentes aprendizagens sobre escala, visto que passaram a representar, localizar, analisar e construir escalas em gráficos.

Além disso, ressaltamos a necessidade da escola trabalhar de forma sistemática e inter-relacionada à compreensão da grandeza comprimento, discutindo as unidades de medida e suas subunidades, e associando ao trabalho essas escalas apresentadas em gráficos.

Desse modo, a partir das análises e discussões apresentadas nesse capítulo, acreditamos existir evidências de que é possível ensinar escala a alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Uma vez que ao abordamos esse conceito em três situações de ensino, em três turmas de diferentes escolas públicas, constatamos avanços significativos na aprendizagem dos alunos, evidenciando que se houver um processo sistemático de ensino, os alunos avançam.

²⁷ Li, K. Y. and Shen, S. M. (1992). Students' weaknesses in statistical projects. *Teaching Statistics*, 14, 2-8.

CAPÍTULO 4

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O reconhecimento da importância da Estatística em nossa sociedade vem ganhando destaque nos últimos anos. A crescente utilização dos recursos estatísticos se deve, principalmente, aos avanços tecnológicos apresentados pela sociedade, os quais possibilitaram lidarmos com uma grande quantidade de informações. A Estatística permeia a vida dos cidadãos como, por exemplo, a inflação mensal, a popularidade dos políticos, tendência do mercado de produto de consumo, e outros eventos.

Como afirmam Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), a Estatística exerce um papel essencial na educação para a cidadania. Ela pode ser considerada uma importante ferramenta para a realização de projetos e investigações em diversos campos, sendo usada no planejamento, na coleta e análise de dados, nas realizações de inferências para se tomar decisões com o intuito de apoiar afirmações em diversas áreas, como saúde, educação, ciência e política.

Diante dessa perspectiva, o ensino da Estatística vem sendo defendido para ser incluído nos currículos nacionais de Matemática desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Os currículos atuais enfatizam a necessidade dos alunos compreenderem as informações contidas em gráficos e tabelas, para que possam tomar decisões e realizem previsões que poderão influenciar de forma significativa tanto na vida do indivíduo, quanto da comunidade.

No entanto, vários estudos apontam que alunos e professores apresentam dificuldades com relação à interpretação e construção de escalas representadas em gráficos (GUIMARÃES, 2002; LEMOS, 2002; LIMA, 2005; BRUNO e ESPINEL, 2005; CAZORLA, LEITE e PAGAN, 2009; ARTEAGA, BATANERO, ORTIZ e CONTRERAS, 2011; ALBUQUERQUE, 2010; LIMA, 2010; BEZERRA e GUIMARÃES, 2013). Isso é muito preocupante, pois a escala é considerada um componente fundamental para se entender os dados representados nas representações gráficas.

Os estudos citados acima evidenciam a dificuldade dos alunos em lidarem com a leitura de escala, principalmente quando os valores estão implícitos. Na construção de escalas, os alunos apresentam dificuldades em representar uma graduação não unitária. Segundo Guimarães (2002), as dificuldades dos alunos em lidarem com escala pode ser associada à falta de conhecimento da continuidade dos valores em uma reta, fazendo com que não se estabeleça, de forma proporcional, a distância entre os valores explícitos e implícitos. Diante disso, a autora defende que os alunos devem ser levados a refletirem sobre a importância e a funcionalidade da escala, discutindo sobre a grandeza, comprimento, unidades de medida e suas sub-unidades.

O conceito de escala pode possibilitar articulações com vários conceitos matemáticos, uma vez que pode ser trabalhada através de diferentes conteúdos. Segundo Melo e Bellemain (2006) o conceito de escala permite uma riqueza de conexão entre os conteúdos, como geometria, proporcionalidade, semelhança, leitura de gráficos, comprimento, área, estruturas multiplicativas, construção de figuras e outros.

Nessa perspectiva, nossa pesquisa teve como objetivo investigar as contribuições de uma intervenção de ensino sobre escalas representadas em gráficos de barras e linha, com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Para isso, utilizamos três tipos de situações de intervenção que abordam o conceito de escala: medidas de comprimento, reta numérica e mapas.

A pesquisa foi realizada em três turmas de diferentes escolas públicas da Região Metropolitana do Recife, escolhidas por conveniência. Participaram 69 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, sendo um grupo da rede municipal de ensino de Recife, composta por 24 alunos, e dois da rede municipal de ensino de Olinda, sendo um com 23 alunos e outro com 22. Os grupos também foram selecionados por conveniência, de acordo com a disponibilidade dos professores em participar da coleta de dados.

O procedimento desenvolvido para a coleta de dados ocorreu em três etapas distintas: a primeira consistiu na aplicação do pré-teste (diagnóstico), na segunda, realizamos a intervenção de ensino, na terceira foi a realização do pós-teste (contraprova). Todas as etapas realizadas na coleta de dados, pré-teste, intervenção de ensino e pós-teste foram desenvolvidas na sala de aula e no período normal de aula dos alunos. A coleta de dados foi realizada integralmente pela pesquisadora.

Buscamos trabalhar nas sessões de intervenções de ensino o conceito de escala de forma intencional e sistemática, explorando as habilidades representar, localizar, analisar, comparar e construir escalas em diversas situações e com diferentes unidades escalares, possibilitando aos alunos reflexões sobre o tema em questão.

O processo de intervenção realizado nos grupos pela pesquisadora foi o mesmo, mudando apenas as situações de uso do conceito de escala – atividades de medida de comprimento, de reta numérica e de mapas.

Para investigar a contribuição das atividades trabalhadas na intervenção, elaboramos dois testes, aplicados antes e depois da intervenção de ensino, os quais continham oito questões que exploravam a capacidade dos alunos em resolver situações-problema de interpretação e construção de escalas representadas em gráficos de barras e de linhas. As questões trabalhadas nos testes foram selecionadas e/ou adaptadas de atividades exploradas em livros didáticos do 4º e do 5º ano de escolaridade de cinco coleções aprovadas pelo PNLD 2013.

Em cada teste, os alunos receberam um caderno com as questões para serem respondidas individualmente. A realização dos testes teve aproximadamente 1 hora e 20 minutos, e apenas quando solicitada, a pesquisadora realizou a leitura dos enunciados das questões ao aluno solicitante. Além disso, os participantes tiveram à sua disposição régua, lápis e borracha para auxiliar na resolução das questões propostas.

Inicialmente, observamos que os alunos obtiveram um desempenho fraco no pré-teste, com média de acerto de 1,57 pontos para um total de 9. Ficou evidente, assim, o desconhecimento dos alunos sobre o conceito de escala. As médias de acerto dos três grupos no pré-teste são semelhantes (MC 1,38; RN 1,96; e MP 1,36) e nenhum grupo apresentou um desempenho significativamente diferente dos outros. Esse dado é bastante importante, pois expressa que os três grupos apresentaram desempenho semelhante antes da realização das intervenções de ensino.

Após terem sido submetidos à intervenção de ensino, percebemos que houve um avanço significativo no desempenho dos alunos sobre escalas representadas em gráficos de barras e de linha simples, independente do tipo de situação explorada na intervenção. Tais resultados nos parecem muito importantes, uma vez que expressam a facilidade que as crianças apresentam em aprender sobre escalas

quando são estimuladas de forma sistemática. Com apenas duas sessões de intervenção, duas aulas de aproximadamente 2 horas, todas as turmas apresentaram um desempenho significativamente superior.

Entretanto, apesar do avanço apresentado pelos alunos no pós-teste, o desempenho ainda é fraco, visto que a média de acerto em cada grupo foi de 3,13 para o MC; 4,35 o RN; e 2,59 MP. Esse resultado é preocupante, pois se espera que alunos do 5º ano que têm contato, desde os primeiros anos de escolaridade, com conteúdos estatísticos, não apresentem desempenhos dessa magnitude. Assim, apesar do sucesso da intervenção em todos os grupos, ainda existe muito a ser feito, no que se refere à aprendizagem sobre escala nas escolas.

A escola tem um papel fundamental nessa aprendizagem, uma vez que a experiência de vida sozinha não leva à aprendizagem, como pode ser constatado nos estudos do INAF (2011), em que 27% da população brasileira é capaz de interpretar informações apresentadas em gráficos, sendo que desses, 62% tem Ensino Superior. Assim, cabe à escola levar os alunos a se apropriar, de forma efetiva, da compreensão de escala.

Buscamos comparar o desempenho dos grupos em função dos três tipos de abordagens para a aprendizagem de escala: medidas de comprimento, reta numérica e mapas. Observamos que o grupo que trabalhou com atividade contendo reta numérica (RN) avançou mais que o grupo MC, que trabalhou com medida de comprimento e significativamente superior ao grupo que utilizou atividades com mapas (MP).

Analisando mais especificamente o desempenho dos grupos em função das habilidades exploradas nas questões, notamos que em relação à capacidade de representar valores na escala de um gráfico de barras e de linha simples, foi observado que, após a intervenção de ensino, todos os grupos avançaram bastante, independente da representação utilizada no teste e das atividades trabalhadas na intervenção. A mesma situação ocorreu quando os alunos tiveram que localizar valores implícitos na escala de um gráfico de barras e de linha simples. Esses resultados nos fazem refletir sobre a possibilidade de se ensinar escalas aos alunos dos anos iniciais, a partir de atividades que exploram diferentes contextos, tipos de gráficos e habilidades.

Dessa forma, parece que uma intervenção sobre escalas pode eliminar diferenças encontradas em estudos anteriores (Bezerra e Guimarães, 2013 e Albuquerque, 2010) entre gráficos de barras e linhas.

Quanto à habilidade de localizar erros em uma escala em função de valores expressos na mesma, os resultados demonstraram que, após a intervenção, os alunos melhoraram muito, visto que mais da metade conseguiu localizar um erro. Isso mostra que as atividades exploradas durante as sessões de intervenção auxiliaram os alunos a analisarem mais criticamente o gráfico e perceberem erros em função da proporcionalidade das barras e da escala adotada. Cavalcanti, Natrielli e Guimarães (2010) já tinham chamado atenção quanto à necessidade dos alunos terem um olhar crítico sobre os gráficos vinculados pela mídia impressa, uma vez que nem sempre os dados são apresentados com rigor. A mídia impressa vem priorizando apresentar os valores em cima das barras, o que dispensa a compreensão da escala por parte dos leitores, mas abre espaço para manipulações de informações.

Quanto à capacidade dos alunos em realizar a correspondência entre valores expressos em um gráfico para uma tabela, percebemos que essa é um tipo de habilidade que a maioria dos participantes já dominava antes mesmo da intervenção de ensino. Magina et al (2009) também encontraram resultados satisfatórios ao realizar um estudo com alunos do 5º, 8º e 10º ano. Essa parece ser uma habilidade que vem sendo trabalhada na escola, dado que Silva (2012), trabalhando com alunos do 3º e 5º ano, percebeu que os alunos menores apresentavam mais dificuldades do que os alunos do 5º ano.

Em relação à capacidade de comparar os mesmos dados apresentados em gráficos com escalas diferentes, vimos pouco progresso nos alunos. Apenas alunos do Grupo RN conseguiram responder de forma correta essa atividade. Os resultados encontrados também reforçam os alcançados por Albuquerque (2010), que constatou a dificuldade de crianças e adultos em perceber que a manipulação dos intervalos das escalas “passa” a ideia de informações diferentes.

Por fim, analisamos a capacidade dos alunos em construir um gráfico a partir de uma tabela. Percebemos que muitos alunos sentiram bastante dificuldade para construir gráficos de barras com proporcionalidades adequadas. Tais dificuldades também foram elencadas por Guimarães (2002), Chagas (2010), Arteaga, Batanero, Ortiz e Contreras (2011), Pagan (2010) e Silva (2012) que perceberam que os

alunos não conseguiram estabelecer adequadamente a proporcionalidade entre os valores a serem representados na escala por alunos de diferentes escolaridades. Entretanto, os alunos grupos MC e MP apresentaram avanço após a intervenção de ensino, sendo para o grupo MP uma variação bastante significativa, demonstrando a capacidade dos alunos aprenderem rapidamente.

Evangelista e Guimarães (2013) e Silva (2012) destacam a necessidade de se trabalhar de forma proporcional atividades de construção e de interpretação de gráficos, visto que a relação entre construir e interpretar pode ajudar os alunos a compreenderem melhor as especificidades da representação.

Outro aspecto analisado diz respeito às estratégias de solução ou tipos de erros apresentados pelos grupos ao responderem as questões. Percebemos que as mesmas estratégias foram utilizadas pelos três grupos, e que após a intervenção de ensino foram observadas as mesmas estratégias, apenas aumentando ou diminuindo o percentual dos tipos de respostas, o que reforça a ideia de que outros fatores podem ter determinado a diferença de desempenho entre os grupos.

A partir das intervenções, os alunos deixaram de responder de forma aleatória e passaram a se preocupar com a sequência da grandeza dos números, mas a proporcionalidade entre os espaços ainda foi uma dificuldade. Por outro lado, muitos alunos passaram a compreender a importância da proporcionalidade expressa em uma escala, realizando as atividades de forma mais adequada, tendo o cuidado de representar, localizar, analisar, comparar e construir escalas corretamente.

Com os avanços apresentados pelos grupos, após a intervenção de ensino, podemos afirmar que alunos do 5º ano do Ensino Fundamental são capazes de aprender a construir e interpretar escalas representadas em gráficos de barras e de linhas, através de diferentes tipos de situações, independente dos valores estarem explícitos ou implícitos.

Como as atividades utilizadas na intervenção de ensino dos três grupos foram retiradas e/ou adaptadas de livros de didáticos, ressaltamos que as mesmas podem ser usadas pelos professores, frequentemente, em sala de aula. Acreditamos que se utilizadas de forma intencional e sistemática, é possível promover de forma rápida e significativa a aprendizagem dos alunos sobre escala.

Dessa forma, as crianças demonstram que podem aprender a representar valores em escalas e assim diminuir ou superar as dificuldades elencadas por diversos estudos sobre escala (GUIMARÃES, 2002; LEMOS, 2002; BRUNO e

ESPINEL, 2005; CAZORLA, LEITE, e PAGAN, 2009; ARTEAGA, BATANERO, ORTIZ, e CONTRERAS, 2011; ALBUQUERQUE, 2010; LIMA, 2010; LIMA e MAGINA, 2010; SILVA, 2012; BEZERRA e GUIMARÃES, 2013).

Esperamos que essa pesquisa possibilite a ampliação das discussões a respeito da importância de se ensinar o conceito de escala em diferentes contextos, com diferentes habilidades, tipos de gráfico e de unidade escalar, dado que esse conteúdo é fundamental para o entendimento de informações representadas em gráficos.

Além disso, esse estudo aponta caminhos para direcionar as práticas educacionais, pois apresentam alternativas de como trabalhar esse conteúdo em sala de aula, contribuindo desse modo, para a melhoria da compreensão dos alunos sobre escalas.

E, finalmente, os resultados e discussões apresentados aqui nos permitem sugerir a realização de outros estudos mais prolongados e com crianças menores, que investiguem a possibilidade de uma maior aprendizagem. É possível também investigar a influência de se explorar o conceito de escala utilizando conjuntamente os diferentes tipos de situações, ou seja, que os alunos tenham a oportunidade de estudarem através de mais de um contexto, visto que nosso estudo, apenas trabalhou um tipo de situação em cada turma.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, R. G. C. **Como adultos e crianças compreendem a escala representada em gráficos**. Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e tecnológica - Universidade Federal de Pernambuco. CE, 2010.

ARTEAGA, P.; BATANERO, C. **Evaluación de errores de futuros profesores en la construcción de gráficos estadísticos**. En M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. Sierra (Eds.). XII Simposio de las Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (p. 211-221). Lleida: SEIEM, 2010.

ARTEAGA, P.; BATANERO, C.; ORTIZ, J. J.; CONTRERAS, J. M. **Sentido numérico y gráfico estadísticos em la formación de profesoreS**. In: PUBLICACIONES de la Facultad de Educación y Humanidades del Campus de Melilla – Universidade de Granada N.º 41, novembro 2011, pg. 33 - 49. Disponível em: <<http://www.ugr.es/~batanero/ACULOS/Publicaciones41.pdf>>. Acessado em 20/09/2012.

AZCÁRETE, P.; CARDENOSO, J. M. **La Enseñanza de la Estadística a través de Escenarios: implicación en el desarrollo profesional**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 24, n. 40, p. 789-810, dez. 2011.

BARROS, P.; MARTINS, C.; PIRES, M. Moda, média e mediana: perspectivas dos alunos vs trabalho dos professores. In ProfMat, **Anais...Viana do Castelo**. 2009.

BEZERRA, L. e GUIMARÃES, G. **Compreensão de escalas representadas em gráficos por alunos adultos pouco escolarizados**. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), Actas de las Jornadas Virtuales em Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria (p 143-148). Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, 2013.

BIVAR, D; SELVA, A. Analisando atividades envolvendo gráficos e tabelas nos livros didáticos de matemática. In XIII CIAEM – Conferência Interamericana de Educação Matemática, **Anais...** Recife, 2011.

BOAVENTURA, M. G.; FERNANDES, J. **Dificuldades de alunos do 12.º ano nas medidas de tendência central: O contributo dos manuais escolares**. Em Actas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola (p. 103-126), 4004.

BRASIL, LDB. Lei 9394/96 – **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Disponível em: < www.planalto.gov.br >. Acesso em: 25/09/2013.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos: PNLD 2013: Alfabetização Matemática e Matemática**. – Brasília: Ministério da Educação, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação e Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetro Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental I – 1ª à 4ª série**. Brasília, DF, 1997.

BRUNO, A.; ESPINEL, M. C. **Recta numérica, escalas y gráficas estadísticas: un estudio con estudiantes para profesores.** Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática VII, 57-85, 2005.

CABRAL, K. B. S.; SELVA, A. C. V. **Interpretação de gráficos: explorando a concepção de professores.** In: XIII Conferencia Internacional de Educação Matemática - CIAEM. **Anais...**, Recife, 2011.

CAMPOS, C. R.; JACOBINI, O. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; Ferreira, D. H. L. Educação Estatística no Contexto da Educação Crítica. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 24, n. 39, p. 473-494, ago. 2011.

CARVALHO, E. A.; ARAÚJO, P. C. **Leituras cartográficas e interpretações estatísticas: Escalas.** EDUFRN - Natal, RN, 2008.

CAVALCANTI, M. R. G.; NATRIELLI, K. R. B.; GUIMARÃES, G. L. Gráficos na Mídia Impressa. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 23, nº 36, p. 733 a 751, agosto 2010.

CHAGAS, R. M. das. **Estatística para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental: um estudo dos conceitos mobilizados na resolução de problemas.** Dissertação de Mestrado Profissional de Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/rebeca_meirelles_chagas.pdf>. Acessado em 10/09/2012.

DANCEY, C. P. & REIDY, J. **Estatística sem matemática para psicologia.** Tradução Lori Viali. Porto Alegre: Artmed, 2006.

EVANGELISTA, M. B. Atividades de interpretação de gráficos de barras e linhas: o que sabem os alunos do 5º ano? En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales em Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (p 143-148). Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, 2013.

EVANGELISTA, M. B; e GUIMARÃES, G. L. Análise de atividade de livros didáticos de matemática do 4º e 5º ano que exploram o conceito de escala. In: VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática – CIBEM. **Anais...** Montevideo, 2013.

FERNANDES, E. M da G. P. **Estatística.** Universidade de Minho, Braga, 1999. Disponível em: < <http://www.norg.uminho.pt/aivaz/binaries/Aulas/hist%C3%B3ria.pdf>>. Acesso em: 03/01/2013.

ESPINEL, C. **Construcción y razonamiento de gráficos estadísticos en la formación de profesores.** Investigación en Educación Matemática 11, 99-119, 2007.

FRIEL, S.; CURCIO, F.; BRIGHT, G. **Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications.** Journal for Research in Mathematics Education 32(2), 124-158, 2001.

GUIMARÃES, G. L. **Categorização e representação de dados: o que sabem os alunos do Ensino Fundamental.** In: Borba, R.; Guimarães, G. (Orgs.). *A pesquisa em educação matemática: repercussões na sala de aula.* São Paulo: Cortez, 2009.

GUIMARÃES, G. L. **Interpretando e Construindo Gráficos de Barras**. Tese (Doutorado em Psicologia Cognitiva). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2002.

GUIMARÃES, G. L.; GITIRANA, V. G. F.; CAVALCANTI, M.; MARQUES, M. Livros didáticos de matemática nos anos iniciais: análise das atividades sobre gráficos e tabelas. In IX Encontro Nacional de Educação Matemática, **Anais...** Belo Horizonte, 2007.

GUIMARÃES, G. L.; FERRAIRA, V. G. G.; ROAZZI, A. Interpretando e Construindo Gráficos. In Anais da 24ª Reunião Anual da ANPED – GT Educação Matemática. **Anais...**, Caxambu (MG), 2001. Disponível em: <http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo/producoes/docs_24/interpretando.pdf>. Acessado em 16/04/2012.

GUIMARÃES, G.; e OLIVEIRA, I. **Construção de gráficos e tabelas**. In: Pacto nacional pela alfabetização na idade certa: Educação Estatística / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014.

INAF. Encontro nacional reúne instituições que combatem o analfabetismo funcional. **Boletim INAF**, 2011.

LEMOS, M. P. **Professorandos analisando atividades de interpretação de gráficos de barras**. Dissertação. Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Federal de Pernambuco. CE, 2002.

LIMA, I. B. **Investigando o desempenho de jovens e adultos na construção e interpretação de gráficos**. Dissertação (mestrado) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e tecnológica - Universidade Federal de Pernambuco. CE, 2010.

LIMA, R. C. R. **Introduzindo o conceito de média aritmética na 4ª série do Ensino Fundamental usando o ambiente computacional**. Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-graduação em Educação Matemática - Universidade Católica de São Paulo. 2005.

LIMA, R. C. R.; MAGINA, S. M. O uso de diferentes escalas na leitura de gráficos por crianças das séries iniciais do Ensino Fundamental. In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática – X ENEM. **Anais...**, Salvador, 2010. Disponível em: <<http://www.sbem.com.br/ocs/index.php/xenem/xenem/paper/view/1707>>. Acessado em 05/09/2012.

LOPES, C. E. A Educação Estatística no currículo de Matemática: um ensino teórico. In: 33ª reunião anual da Anped. **Anais...**, Caxambú – MG, 2010. Disponível em: <<http://www.anped.org.br/33encontro/app/webroot/files/file/Trabalhos%20em%20PDF/GT19-6836--Int.pdf>>. Acessado em 12/01/2013.

LOPES, C. E. **O Ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e na formação dos professores**. Cad. Cedes, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008 Disponível em <http://www.cedes.unicamp.br>. Acessado em 18/12/2012.

MAGINA, S.; CAZORLA, I.; LEITE, A. P.; PAGAN, A. **Conversão de registros na construção de tabelas e gráficos: estudo comparativo entre alunos do ensino básico**. In: VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, 2009, Puerto Montt. Sociedad Chilena de Educación Matemática, 2009. v. 01. p. 475-476.

MEDICI, M. **A construção do Pensamento Estatístico: organização, representação e interpretação de dados por alunos 5ª série do Ensino Fundamental**. Dissertação - Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Pontifca Universidade Católica de São Paulo – PUC – SP, 2007.

MELO, M. S. L. **Um estudo sobre o ensino e aprendizagem do conceito de escala, no quarto ciclo do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação. Centro de Educação. Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2004.

MELO, M. S. L.; BELLEMAIN, P. M. B. A abordagem do conceito de escala em livro didático para o terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: uma análise à luz da Teoria dos Campos Conceituais. In: Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEMAT. **Anais...**, Recife-PE, 2006.

MELO, M. S. L.; BELLEMAIN, P. M. B. Ensino e a aprendizagem do conceito de escala, no quarto ciclo do Ensino Fundamental, à luz da teoria dos campos conceituais. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM. **Anais...**, Recife, 2004.

MONTEIRO, C. E. F.; SELVA, A. C. V. Investigando a Atividade de Interpretação de Gráficos entre Professores do Ensino Fundamental. 24ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação – Anped. **Anais...**, Caxambu/MG, 2001.

MONTEIRO, C. E. F. Interpretação de Gráficos: Atividade social e conteúdo de ensino. In: XXII Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação em Educação - ANPED, **Anais...**, Caxambú – MG, 1999.

MONTEIRO, C. E. F. Investigando o Senso Crítico na Interpretação de Gráficos entre professores em formação inicial. In: Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação em Educação. **Anais...** Caxambú - MG, 2006a.

MONTEIRO, C. Estudantes de Pedagogia refletindo sobre gráficos da mídia impressa. In: Seminário internacional de Pesquisa em Educação Matemática – I SIPEMAT. **Anais...**, Recife, 2006b.

MONTEIRO, C., AINLEY, J. Investigating the interpretation of media graphs among student teachers. **International Electronic Journal of Mathematics Education** 2 (3), 188-207, 2007. Disponível em: < <http://www.iejme/>>. Acesso em: 30/04/2012.

PAGAN, M. A. **A Interdisciplinaridade como proposta pedagógica para o ensino de Estatística na Educação Básica**. Dissertação - Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Pontifca Universidade Católica de São Paulo – PUC – SP, 2010.

PEREIRA, S. **A leitura e interpretação de tabelas e gráficos para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental**. (2009). Dissertação - Mestrado Profissional em

Ensino de Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC – SP, 2009.

PONTES, J. P., BROCARD, J. & OLIVEIRA, H. **Investigações matemática na sala de aula**. 2ª edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

REGO, A. L. B. A representação gráfica no cotidiano e na sala de aula. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais...** Recife, 2004.

SANTANA, R. M. Categorización de la comprensión de gráficas estadísticas en estudiantes de secundaria (12-15). **Revista Electrónica De Investigación En Educación En Ciencias**, Argentina, v. 2, n. 2, p. 29-38, dez. 2007. Disponível em: < <http://reiec.sites.exa.unicen.edu.ar/ano-2-nro-2>>. Acesso em: 30/04/ 2012.

SILVA, D. B. **Analisando a transformação entre gráficos e tabelas por alunos do 3º e 5º ano do Ensino Fundamental**. Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e tecnológica - Universidade Federal de Pernambuco. CE, 2012.

SILVA, M. B. E.; GUIMARAES, G. L. O conceito de Escala em livros didáticos de Matemática do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental. In IX Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM, **Anais...** Curitiba, 2013.

VIALI, L. **Apostila Testes de Hipóteses Não Paramétricos**. Departamento de Estatística / UFRGS. Porto Alegre, 2008.

WATSON J. Assessing statistical literacy through the use of media surveys. In: Gal, I. e Garfield, J. (eds.). **The Assessment Challenge in Statistics Education**, IOS and Press International Statistical Institute: Amsterdam, 1997. p. 107-121.

Livros didáticos:

AIDAR, M. M. **A aventura do saber: Matemática 4º ano**. 1ª edição, São Paulo: Leya, 2011a.

AIDAR, M. M. **A aventura do saber: Matemática 4º ano**. 1ª edição, São Paulo: Leya, 2011b.

IMENES, L. M.; LELLIS, M.; MILANI, E. **Matemática - Imenes, Lellis e Milani: 4º ano**. 1ª edição, São Paulo, Editora Moderna, 2011a.

IMENES, L. M.; LELLIS, M.; MILANI, E. **Matemática - Imenes, Lellis e Milani: 5º ano**. 1ª edição, São Paulo, Editora Moderna, 2011b.

PADOVAN, D.; GUERRA, I. C.; MILAN, I.; MONTEIRO, P. **Projeto Prosa: Matemática 4º ano**. 2ª edição, São Paulo: Saraiva, 2011a.

PADOVAN, D.; GUERRA, I. C.; MILAN, I.; MONTEIRO, P. **Projeto Prosa: Matemática 5º ano**. 2ª edição, São Paulo: Saraiva, 2011b.

PASSOS, M. M.; PASSOS, A. M. **De olho no futuro: Matemática 4º ano**. 1ª edição, São Paulo: Quinteto Editorial, 2011a.

PASSOS, M. M.; PASSOS, A. M. **De olho no futuro: Matemática 5º ano**. 1ª edição, São Paulo: Quinteto Editorial, 2011b.

SMOLE, K. S.; DINIZ, I. M.; VLADEMIR, M. **Saber Matemático 4º ano**. 1ª edição, São Paulo: FTD, 2011a.

SMOLE, K. S.; DINIZ, I. M.; VLADEMIR, M. **Saber Matemático 4º ano**. 1ª edição, São Paulo: FTD, 2011b.