

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA
CURSO DE MESTRADO**

JOÃO SILVA ROCHA

**Aprendizagem de Matemática na Educação a Distância *online*:
especificações de uma *interface* que facilite o tratamento algébrico
para aprendizagem colaborativa entre pares**

**RECIFE
2012**

João Silva Rocha

**Aprendizagem de Matemática na Educação a Distância *online*: especificações
de uma *interface* que facilite o tratamento algébrico para aprendizagem
colaborativa entre pares**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

Orientador: Prof. Dr. Franck Gilbert René Bellemain

Recife
Fevereiro de 2012

Catálogo na fonte
Bibliotecária Andréia Alcântara, CRB-4/1460

R672a	Rocha, João Silva. Aprendizagem de matemática na educação a distância online: especificações de uma interface que facilite o tratamento algébrico para aprendizagem colaborativa entre pares / João Silva Rocha. – Recife: O autor, 2012. 151 f. ; 30 cm. Orientador: Franck Gilbert René Bellemain. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2012. Inclui bibliografia e Anexos. 1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Álgebra. 3. Educação a distância. 4. UFPE - Pós-graduação. I. Bellemain, Franck Gilbert René. II. Título. CDD 372.7 (22. ed.) UFPE (CE2012-41)
-------	---



ALUNO

JOÃO SILVA ROCHA

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO

“APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA ONLINE: ESPECIFICAÇÕES DE
UMA INTERFACE QUE FACILITE O TRATAMENTO ALGÉBRICO PARA APRENDIZAGEM
COLABORATIVA ENTRE PARES.”

COMISSÃO EXAMINADORA:

Presidente e Orientador

Prof. Dr. Franck Gilbert René Bellemain

Examinadora Externa

Prof^a. Dr^a Marilena Bittar

Examinador Externo

Prof. Dr. Airton Temístocles Gonçalves de Castro

Examinadora Interna

Prof^a. Dr^a. Verônica Gitirana Gomes Ferreira

Recife, 27 de fevereiro de 2012.

DEDICATÓRIA

A todos que fizeram parte da nossa vida nessa jornada, aos colegas de turma, à dona Eliane Pinto de Moraes pelo incentivo que sempre nos proporcionou, aos familiares e amigos, aos meus pais Ivaldo Figueredo Rocha e Jacira da Silva Rocha, aos meus irmãos, tios e sobrinhos, por fim, à minha amada esposa Michelle Barros da Silva e ao nosso filho João Victor que aguardamos com muito amor.

AGRADECIMENTOS

Ao Senhor da minha vida, em quem confio e acredito na sua existência, por possibilitar devidas capacidades no decorrer deste curso.

Ao estimado professor Dr. Franck Gilbert René Bellemain pela honra em tê-lo como orientador, por trabalharmos juntos, pelas imensas contribuições, apoio e observações ao longo não apenas deste trabalho conclusivo, mas também nas orientações das disciplinas que nos ajudaram a guiar a pesquisa.

A UFRJ pela disponibilidade de uma sala virtual para nosso estudo da simbologia algébrica.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica - EDUMATEC por proporcionarem um curso de extrema qualidade.

Ao prof. Dr. Sérgio Paulino Abranches pelas oportunidades que tive em estudar diversas disciplinas e pelas críticas ao nosso pré-projeto para ingresso no EDUMATEC.

Sem esquecer, agradeço à querida professora Dr^a Maria Auxiliadora Padilha por tudo que me proporcionou desde o curso de atualização em que tive oportunidade de tê-la como professora e pela continuidade neste mestrado.

Agradeço ainda a todos os profissionais que trabalharam e trabalham na secretaria do EDUMATEC, que gentilmente sempre sanaram nossas dúvidas e estavam prontos para nos responder com cordialidade, respeito e eficiência.

À Professora e amiga Maria da Conceição Bezerra da Silva, Cristiane Arimatéa Rocha pelas dicas e avaliações no pré-projeto, bem como incentivo à leitura e estudo.

Aos participantes das coordenações do programa que sempre fizeram o máximo para que continuássemos tendo as melhores condições no curso.

Aos colegas Evanilson, Izauriana Borges, Fernanda Sá Barreto, Priscilla, D. Kátia, Cecília, Tânia e Dayse Bivar que estiveram sempre presentes nos estudos em grupo e nas horas de descontrações.

“Só o conhecimento liberta!”
Iago

RESUMO

Neste trabalho propomos especificar *interfaces* de comunicação facilitando a organização de atividades de aprendizagem colaborativa de conteúdos matemáticos, mais especificamente de conteúdos que necessitem da manipulação da linguagem algébrica, num contexto de ensino a distância computadorizado. No quadro teórico, estudamos algumas características e implementações informáticas da linguagem algébrica a partir do histórico da evolução da escrita algébrica baseando-nos em Ferreira, Boyer, Coxford, Fiorentini, Lins e Nicaud, e seus colaboradores. Estudamos ainda as evoluções históricas do Ensino a Distância computadorizado e, particularmente, os princípios e ferramentas dos AVAs de apoio à colaboração e aprendizagem colaborativa tomando como base os estudos de Nunes, Carvalho, Fisher, Bairral, e Kenski, e seus colaboradores. Utilizamos como procedimento metodológico a análise da filmagem de uma atividade que utilizam a escrita e o pensamento algébrico, respondida em pares por seis sujeitos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco – IFPE, na modalidade a distância, a análise de conteúdo da entrevista semi-estruturada realizada com os mesmos e a análise da digitação de uma questão em três plataformas escolhidas que possuem a simbologia matemática. A pesquisa revelou que apesar de já existir recursos de edição de simbologia matemática disponíveis para as atividades assíncronas, como o fórum, as mesmas precisam de ajustes para serem utilizadas em atividades síncronas como o *chat*. Particularmente, faz-se necessário que os recursos de edição simbólica sejam mais flexíveis para permitir não apenas a edição, mas também a reedição/manipulação no que já foi escrito. Constatou-se também a necessidade de outros recursos que proporcionam maior agilidade e facilidade na comunicação síncrona entre pares. Desta forma, a resolução presencial da atividade, a entrevista semi-estruturada realizada com os estudantes e a digitação da atividade na plataforma apontou algumas funcionalidades básicas necessárias para criação de um ambiente computacional para proporcionar um aprendizado colaborativo síncrono/assíncrono de matemática. Conclui-se que uma *interface* que permita um diálogo entre pares favorecendo a aprendizagem colaborativa não deve deter-se apenas a recursos de simbologia, inserção de gráficos, entre outros, mas deve-se também possuir uma flexibilidade para que a interação a distância venha a ocorrer de forma mais dinâmica, logo é necessário a realização de outras pesquisas que testem as implementações ora sugeridas, buscando encontrar as ferramentas que efetivamente proporcionem o aprendizado colaborativo síncrono.

Palavras-chave: linguagem algébrica, aprendizagem colaborativa, *interface* para aprendizagem colaborativa em matemática, educação a distância.

ABSTRACT

In this work we propose to specify interfaces of communication in order to facilitate the organization of collaborative learning activities for mathematical content, specifically subjects that requires the manipulation of algebraic language in a context of computerized distance learning. In the theoretical framework, we study some features and implementations of computer algebraic language from the historical evolution of writing based on some algebraic Ferreira, Boyer, Coxford, Fiorentini, Lins and Nicaud, and colleagues. We also study the historical developments of Distance Teaching through computer and particularly the principles and tools of VLEs to support collaboration and collaborative learning drawing on the studies of Nunes, Carvalho, Fisher, Bairral and Kenski, and colleagues. The methodological procedure used to analyze the shooting of an activity that uses writing and algebraic thinking, answered in pairs by six people from the course of Mathematics at Federal Institute of Education, Science and technology of Pernambuco – IFPE, in the distance, content analysis of semi-structured interview conducted with the same analysis and typing a question into three platforms that have chosen the mathematical symbols. The survey revealed that although there has been a symbolism that resources are used asynchronous tools such as forum, they need adjustment, too, for use synchronously in a chat, requiring flexibility to not only editing, but also the reprint / manipulation in what has been written. It was also the need for other resources that provide greater flexibility and ease of synchronous communication between peers. Thus, the resolution of classroom activity, the semi-structured interview with the students and the typing of the activity on the platform pointed out some basic features needed to create a computing environment to provide a collaborative learning synchronous / asynchronous math. It follows that an interface that allows a dialogue between pairs favoring collaborative learning should not only to hold resources symbology, inserting graphics, among others, but must also have a flexibility so that the interaction distance will to occur more dynamically, so it is necessary to carry out further research to test implementations sometimes suggested trying to find the tools that effectively provide synchronous collaborative learning.

Keywords: algebraic language, collaborative learning, interface for collaborative learning in mathematics, distance education.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	9
1. PROBLEMÁTICA.....	11
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
2.1 Notação Matemática.....	17
2.2 A Educação a Distância	29
2.3 Ambientes Virtuais.....	34
2.4 Aprendizagem Colaborativa	41
2.4.1 Ferramentas de Colaboração	47
3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	55
4 PRÉ-EXPERIMENTAÇÃO	56
4.1 O Ambiente Virtual MOODLE.....	56
4.2 O uso da simbologia algébrica em disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática do IFPE na modalidade a distância <i>online</i>	61
5 ALGUMAS PESQUISAS NA ÁREA.....	72
6 METODOLOGIA	77
6.1 Percurso metodológico.....	77
6.2 Sujeitos da pesquisa	79
6.3 A análise de conteúdo	81
6.4 A análise <i>a priori</i>	83
6.4.1 Descrição das questões	85
6.5 Aplicativos utilizados	90
7 ANÁLISE DOS DADOS	91
8 ESPECIFICAÇÕES DA INTERFACE	131
9 CONSIDERAÇÕES FINAIS	137
REFERÊNCIAS	139
ANEXO 01 – Questões para serem resolvidas pelos estudantes	149
ANEXO 02 – Guia de entrevista semi-estruturada	151

INTRODUÇÃO

Neste trabalho propomos especificar as características de *interfaces* de comunicação que viabilizam a organização de atividades de aprendizagem colaborativa de conteúdos matemáticos, mais especificamente de conteúdos que necessitem da manipulação da linguagem algébrica, num contexto de ensino a distância computadorizado.

Trata-se de uma etapa num trabalho mais amplo no qual se pretende implementar as *interfaces* específicas e testar as mesmas num contexto de aprendizagem colaborativa no intuito de validá-las e formular novas especificações. Nesse processo em espiral¹ de desenvolvimento de tecnologias, típico no desenvolvimento de software educativos (como foi o caso do Cabri-géomètre (BELLEMAIN, 1992)), tínhamos a intenção inicial de efetuar uma volta completa, ou seja, conceber, realizar, experimentar e analisar uma proposta de *interface*. Rapidamente, percebemos que nossa pretensão não se enquadrava no tempo disponível para uma pesquisa de mestrado e nós nos concentramos na fase inicial da concepção que trata da elaboração de especificações a partir:

1. do entendimento da complexidade da escrita matemática;
2. de como as expressões algébricas podem ser representadas no computador;
3. das necessidades de usuários manipulando essas expressões num contexto de resolução colaborativa de problema.

Nesse sentido, buscamos os seguintes procedimentos:

No referencial teórico discorreremos sobre a evolução da escrita algébrica selecionando alguns fatos que ocorreram até a nossa escrita atual. Finalizamos com a introdução dos expoentes fracionários que foram utilizados por Isaac Newton, sendo assim trazemos algumas reflexões sobre o que isso causou no pensamento algébrico e também como são as representações de objetos matemáticos no computador.

¹ Utilizamos espiral pois iremos especificar, para em seguida testar e depois retomar as especificações para aperfeiçoamento, se necessário e assim iniciar o processo novamente (especificar, testar, aperfeiçoar/especificar)

Em seguida abordamos a educação a distância em seus aspectos históricos, buscando verificar a cooperação no ensino da matemática e os recursos existentes para o diálogo com a simbologia algébrica. Abordamos ainda a respeito dos ambientes virtuais que são largamente utilizados em cursos *online*, buscando identificar suas características.

Tecemos algumas reflexões acerca da aprendizagem colaborativa e também da aprendizagem colaborativa mediada por computadores (CSCL) para depois expor algumas das ferramentas de colaboração como o *chat* e o fórum, a passagem da *web* 1.0 para a *web* 2.0 e por fim fizemos uma breve reflexão sobre a edição de expressões matemáticas no computador.

No capítulo 3 apresentamos nossos objetivos.

No capítulo 4 conhecemos o Ambiente Virtual Moodle e posteriormente traremos recortes de um diálogo que é trecho de um *chat* de um componente curricular do curso de Licenciatura em Matemática do IFPE, em que educador e estudantes utilizam/recriam uma “álgebra retórica” para se comunicarem nesse bate-papo de tira-dúvidas, bem como a utilização de outros programas de linguagem algébrica, como, por exemplo, o uso do Equation Editor instalado no Microsoft Office 2003, postado em um fórum.

No capítulo 5 expomos algumas pesquisas que abordam a mesma temática que estamos utilizando e que contribuem para esta.

No capítulo 6 discorreremos sobre a metodologia que utilizamos neste trabalho, em que partimos do percurso metodológico à escolha dos sujeitos desta pesquisa, à resolução de questões de matemática e à entrevista e, por fim, abordamos sobre a análise de conteúdo que utilizamos para analisar a entrevista. Também discorreremos sobre a análise *a priori*, uma etapa da Engenharia Didática, que fizemos das questões escolhidas para cada dupla de estudante resolver.

No capítulo 7 analisamos os dados coletados a partir da metodologia adotada, buscando observar também como funcionam e quais recursos oferecem às *interfaces* que utilizamos para nossa pesquisa.

No capítulo 8, baseados nas resoluções, entrevistas e análise dos dados traremos as especificações da nossa *interface*.

Por fim, no capítulo 9 traremos as nossas considerações finais a partir do trabalho realizado e apontaremos outras possibilidades de pesquisas.

1. PROBLEMÁTICA

Em nossa prática docente, no Curso de Licenciatura em Matemática na modalidade a distância do Centro Federal de Educação e Tecnologia de Pernambuco – CEFET-PE², observamos grandes dificuldades dos estudantes nas interações à distância envolvendo o simbolismo matemático. Essas dificuldades não somente dizem respeito aos conteúdos matemáticos contemplados, mas também no uso da *interface* de comunicações síncronas disponibilizados pelo computador.

Com efeito, a equipe responsável pelas disciplinas de Matemática Elementar I e II, Cálculo I e II, teve sua atenção voltada por conta da evasão gradativa na participação no *chat*³ ao longo dos 4 (quatro) primeiros períodos do curso em que essas disciplinas foram ministradas⁴.

Do nosso ponto de vista, os momentos de *chat* deveriam ser os mais enriquecedores para a construção do conhecimento pelas interações que eles propiciam entretanto os mesmos não tiveram esse aporte.

Mesmo considerando como importante as interações à distância proporcionadas pelo *chat*, nossa equipe⁵ ficava com certo alívio com essa evasão uma vez que apresentávamos também dificuldades ao tentar dar explicações sobre assuntos de matemática por este recurso (*chat*), visto que a plataforma utilizada no IFPE não possui, até o presente momento, ferramentas adequadas para edição da simbologia matemática.

Uma rápida investigação mostrou que essas dificuldades não eram somente nossas nem dos nossos estudantes, mas também de educadores de outras disciplinas como Elementos de Lógica e Teoria dos Conjuntos, Geometria, Geometria Analítica e Álgebra Linear. A primeira questão que surgiu nesse ponto foi tentar conhecer os motivos dos estudantes em se afastar dos *chats*.

Com isso, saber quais os motivos que dizem respeito aos meios de comunicação disponibilizados pelo computador para permitir ou facilitar, a interação

² Atualmente Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco – IFPE

³ O *chat* é uma sessão de bate papo (chamada de tutoria *online*) em que os professores responsáveis pelas disciplinas ficam de plantão na sala de *chat* da plataforma Moodle (o ambiente virtual de aprendizagem utilizado no IFPE) para debaterem com os estudantes possíveis dúvidas que os mesmos precisem sanar ou conversar com os professores.

⁴ Essas disciplinas foram ministradas pela mesma equipe de professores.

⁵ Referimos-nos a nossa equipe pois para cada disciplina era preciso um professor formador e mais um tutor a distância para cada pólo, nesse caso tínhamos 3 pólos.

a distância entre estudantes e educadores em atividades matemáticas tornou-se uma questão que buscamos investigar durante nossa prática docente.

Isso se deve ao fato de que já havíamos percebido que os estudantes tinham dificuldades em compreender o que escrevíamos nos *chat*, pois na ausência de ferramentas adequadas de edição matemática junto à necessidade de escrever de forma linear parecia dificultar ou até mesmo comprometer a compreensão do tema abordado para esses estudantes.

Dessa maneira, desde 2008 comentamos em relatório final de disciplina que a falta de recurso para a simbologia matemática no *chat* provocava uma grande evasão na nossa tutoria *online*⁶, entretanto, a resposta que tivemos informalmente foi que realmente não havia essa ferramenta e que procurássemos outra forma para tentar sanar a questão da evasão.

Analizando as dificuldades da nossa prática docente e com estudos posteriores em formações continuadas e no curso de mestrado, observamos que nosso problema geral está em primeiro momento focado na edição de expressões algébricas no computador, entretanto, não apenas na edição, mas também, na manipulação dessas expressões.

Nota-se que fazemos uma distinção entre edição e manipulação das expressões matemáticas, uma vez que acreditamos que as atividades cognitivas associadas a cada uma dessas ações são significativamente diferentes. Na nossa visão, a edição de expressões trata da digitalização de expressões já elaboradas através de ferramentas de *interface* que proporcionem a escrita das mesmas de maneira organizada, bonita (*Pretty Print*) e correta.

Essas *interfaces* são de muito valor para produzir textos matemáticos no computador, sobretudo, para usuários que não dominam, e não precisam dominar, as linguagens computacionais de descrição de objetos matemáticos como o Latex ou o MathML.

Já a manipulação de expressões é a elaboração e modificação das mesmas diretamente no computador. Essa elaboração/modificação pode envolver diversas atividades cognitivas como, entre muitas outras, modelização, tratamento (desenvolvimento, fatoração, simplificação etc) e exige provavelmente ferramentas

⁶ Na tutoria *online* cada membro da equipe de uma disciplina marca um horário de *chat* com duração de duas horas consecutivas uma vez por semana para sanar as dúvidas dos estudantes de forma síncrona.

de *interface* com maior flexibilidade e maior riqueza de interpretação de ações do usuário (manipulação direta) para constituir um suporte efetivo a raciocínios envolvendo expressões algébricas.

Fazendo um comparativo com nosso contexto do IFPE de ensino de matemática a distância, associamos as situações que necessitam de uma edição de expressões às atividades de fóruns e *wikis*, por exemplo, que são recursos assíncronos em que o indivíduo vai escrever algo que já está organizado, ou seja, precisamos de uma ferramenta para digitalizar a escrita matemática.

Por outro lado, associamos as situações que necessitam de uma elaboração/modificação de expressões às atividades de *chat*, por exemplo, que são recursos síncronos em que consideramos que indivíduos devem poder escrever colaborativamente algo que está em processo de elaboração.

Preocupados com a tutoria online em disciplina de matemática e a utilização do *chat* na mesma, com a distinção anterior, chegamos a precisar nosso problema que é basicamente determinar os meios que permitam:

- Primeiro *fazer matemática* no computador, em que o *fazer matemática* não é somente escrever matemática, mas também explorar e resolver problemas; com a restrição que estamos focados nas situações que envolvem o simbolismo matemático,
- Segundo resolver colaborativamente e a distância esses problemas de matemática no computador;

Para o primeiro ponto percebemos em nossa prática docente no IFPE que o uso de *interfaces* que parecem/utilizam linguagem de programação tem uma taxa de rejeição elevada provavelmente pelo fato dos usuários/estudantes não dominarem essa linguagem. Isso se comprova quando em conversa informal com os estudantes quando relatavam que não conseguiam muitas vezes compreender a escrita $(x+5)^{(1/2)}$ que representa a raiz quadrada da soma de x com 5.

De igual modo nas salas de bate papo havia constantes perguntas sobre o uso desse tipo de escrita, em que vários estudantes que participavam afirmavam que não compreendiam e perguntavam o significado desse tipo de escrita, ocorrendo em diversas oportunidades a saída do estudante e, posteriormente, o mesmo fazia um pedido para que lhe fosse enviado algo digitado no Word, uma vez

que esse editor de texto possui o Equation Editor para que o estudante pudesse compreender e sanar suas dúvidas.

Diante do exposto justifica-se a necessidade de se ter uma *interface user-friendly*⁷, uma vez que a mesma é mais conveniente quando são destinados a estudantes que não possuem domínio de determinados programas que utilizam linguagens específicas como o Latex, por exemplo.

Ainda com relação ao aprendizado de matemática, acreditamos que é interessante que os sujeitos aprendam matemática fazendo matemática, explorando conceitos e ideias matemáticas bem como resolvendo problemas (LINS & GIMENEZ, 1997; PONTE *et al*, 1998; ABRANTES, 1999; LINS, 2001).

Já para o segundo ponto, a colaboração envolvendo expressões algébricas num contexto de aprendizagem a partir de uma atividade exploratória mediada pelo computador, faz-se necessário uma *interface ad hoc*⁸ que permita efetivamente essa atividade. No contexto da EaD *online*, uma colaboração efetiva que consista num raciocínio, numa atividade exploratória coletiva e distante, deve se apoiar sobre os protocolos e ferramentas disponíveis na *web 2.0*.

De fato, já existem soluções para que seja inserida a simbologia matemática tanto para fóruns quanto para *chats*, como o Dragmath⁹, entretanto, percebemos a falta de uma flexibilidade na reedição de expressões por conta das *interfaces* existentes para que essas soluções sejam um suporte satisfatório em atividades de colaboração entre pares distantes para a resolução de problemas de matemática (num curso de Licenciatura em Matemática, por exemplo).

Do ponto de vista de digitação de expressões matemáticas/algébricas, mesmo que exista uma gama de software para edição dessas expressões, os mesmos são mais destinados a passar a limpo, ou seja, digitar textos com a simbologia algébrica, mas não para mediar um raciocínio algébrico, o que demonstra a necessidade de uma espécie de caderno de borrão informatizado para álgebra, com ferramentas que permitam uma atividade exploratória de problema como situações envolvendo expressões algébricas no computador e não apenas a digitação ou escrita da matemática.

⁷ Interface amigável para o usuário. Interface de fácil utilização.

⁸ Para fim específico. Para isto. Para esta finalidade.

⁹ <http://www.dragmath.bham.ac.uk/>

Desse modo, tanto no contexto da Educação a distância *online* – EaD *online* como no contexto do uso do computador, podemos distinguir as atividades em assíncronas (fórum e wiki) e síncronas (*chat*), em que na primeira precisamos somente de uma *interface* para passar a limpo (escrever/digitar), ou seja, um editor de texto e para a segunda precisamos de uma *interface* que medie o raciocínio algébrico.

Outra questão que se deve destacar é o aprendizado da Matemática que é bastante pesquisado no campo da Educação Matemática, sendo assim, acredita-se que se aprende álgebra fazendo (explorando, resolvendo problemas de) álgebra (LINS e GIMÉNEZ, 1997).

Para este trabalho, partiremos da hipótese de que um *chat* que permita a edição e reedição de fórmulas/equações/expressões matemáticas (tratamento algébrico) proporciona a comunicação e a aprendizagem colaborativa na educação a distância *online* com o uso da *web*.

A partir da nossa hipótese podemos elencar as seguintes questões que determinam nossa problemática:

- Quais dificuldades referentes à comunicação síncrona podem aparecer em ambientes virtuais de cursos na modalidade de educação a distância que necessitem da linguagem algébrica para uma aprendizagem colaborativa?
- A elaboração e utilização de uma *interface* que favoreça tanto a edição quanto a reedição de fórmulas matemáticas durante o diálogo proporcionará a aprendizagem colaborativa a partir da interação entre os envolvidos?

Com as duas questões apresentadas pode-se perceber que o foco é levantar e sistematizar as ações efetuadas pelos sujeitos numa situação de exploração/resolução (de forma colaborativa) de problema de álgebra para especificar as *interfaces* de um sistema que permita a resolução de atividades (de forma colaborativa) no contexto da EaD *online*, com isso podemos traçar o objetivo geral deste trabalho que é determinar quais são as características necessárias em uma *interface* para permitir atividades algébricas exploratórias no computador no contexto da EaD *online*.

De certo modo, pretendemos, em longo prazo, reproduzir as capacidades exploratórias que já são oferecidas na *geometria dinâmica* no domínio da álgebra,

ou seja, termos uma *álgebra dinâmica* para o aprendizado de matemática sendo trabalhado em grupo, de forma colaborativa e à distância.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Notação Matemática

Na história, encontramos evidências que demonstram que o desenvolvimento da Álgebra está ligado a diferentes aspectos culturais de diversos povos. Isso também se deve à tendência humana de generalização da aritmética a novas configurações abstratas, que proporcionou o surgimento desse ramo da matemática, a Álgebra.

A origem da palavra Álgebra, não se sujeita a uma etimologia nítida, em vários livros e artigos que relatam sobre a história da mesma observamos que essa palavra é uma variante latina da árabe *al-jabr*, usada no título do livro *Hisab al-jabr w'as-muqabalah*, escrito em Bagdá, por volta do ano 825 pelo matemático Mohammed ibn-Musa al-Khowarizmi (BAUMGART, 1992; BOYER, 1974) e tratava dos procedimentos de restauração (a transposição de termos de um membro para outro da equação) e de redução de equações (redução dos termos semelhantes) para a obtenção de suas raízes. A tradução do título do livro é ciência da restauração (ou reunião) e redução¹⁰ (FERREIRA e NOGUEIRA, 2009).

Embora em suas origens a palavra Álgebra refira-se a equações, seu significado é mais amplo atualmente, sendo necessário um enfoque em duas fases para que tenhamos uma definição satisfatória, sendo a Álgebra Antiga (elementar) é o estudo das equações e métodos de resolvê-las e, a Álgebra Moderna (abstrata) é o estudo das estruturas matemáticas, como grupos, anéis, corpos, entre outros.

Durante muito tempo, a palavra Álgebra designava a parte da matemática que estuda as operações entre números e, principalmente, a resolução de equações. Logo, pode-se utilizar a definição de álgebra como “um sistema matemático utilizado para generalizar algumas operações matemáticas permitindo que letras ou outros símbolos substituam os números” (VALE et al, 2005), dessa forma a álgebra é uma generalização da aritmética.

¹⁰ O título do livro poderia ter outra tradução que seria a Ciência da transposição e do cancelamento que conforme Boher temos a transposição de termos subtraídos para o outro membro da equação e o cancelamento de termos semelhantes (iguais) em membros opostos da equação. Nota-se assim, que não se trata de criação da álgebra pra uma melhor notação matemática ou passar a limpo, mas sim de manipulações algébricas.

Já para Coxford (1995) a álgebra é pensada como

a arte de manipular somas, produtos e potências de números. As regras para essas manipulações valem para todos os números, de modo que as manipulações podem ser levadas a efeito com letras que representam os números. Revela-se então que as mesmas regras valem para diferentes espécies de números [...] e que as regras inclusive se aplicam a coisas [...] que de maneira nenhuma são números. (COXFORD, 1995, p. 9)

Nota-se que Coxford (1995) estende o conceito, não ficando apenas numa generalização aritmética, e sim, em algo mais amplo, tendo em vista a vasta aplicabilidade da álgebra.

Percebemos ainda que essas concepções também são conhecidas como uma tendência tradicional – em que a álgebra era uma aritmética universal ou generalizada – e, uma tendência moderna – em que a álgebra seria um sistema cujos símbolos e regras operatórias sobre eles são de natureza essencialmente arbitrária sujeitos apenas à existência de consistência interna (FIORENTINI, 1993).

Para Lins e Gimenez (1997) “a álgebra consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade” (p. 137).

De fato, vemos que a álgebra foi surgindo para dar uma generalização, muitas vezes, a problemas propostos em épocas passadas, daí constatamos que o pensamento algébrico¹¹, apesar de ter sua própria evolução, necessitava ainda de uma linguagem mais sintética que pudesse exprimir as diferentes coisas que apareciam nesses problemas.

Dessa maneira, vemos que o desenvolvimento da álgebra tem se estruturado a partir de diversas contribuições das mais diversas culturas, em que nos baseamos em Fiorentini (1993) ao destacar que podemos falar da álgebra egípcia, babilônica, pré diofantina, diofantina, chinesa, hindu, arábica, entre outras.

Sendo assim, é possível observar que há dois fatores que contribuíram fundamentalmente para o desenvolvimento da álgebra: o primeiro, a tendência a aperfeiçoar as notações, de modo a permitir tornar o trabalho com as operações (e equações) cada vez mais simples, rápido e o mais geral possível.

¹¹ Conceberemos a ideia de pensamento algébrico como sendo o pensar aritmeticamente, internamente e analiticamente (LINS, 2001, p. 59).

Já no segundo nota-se a necessidade de introduzir novos conjuntos de números, com o consequente esforço para compreender sua natureza e sua adequada formalização.

Exemplificando, pensemos um pouco nos símbolos que também foram sendo construídos e utilizados. Desta forma, escolheremos o símbolo de igualdade “=” para nosso exemplo em que o mesmo foi utilizado primeiramente pelo inglês Robert Record em 1557, aparecendo em seu livro “*Whetstone of witte*”, considerado o primeiro tratado inglês de álgebra.

Para o autor, este símbolo condizia ao que representa, ou seja, o mesmo acredita que duas coisas não podem ser “tão” iguais do que duas retas paralelas. Este símbolo se generalizou ao final do século XVII.

... foi utilizada pela primeira vez pelo inglês Robert Recorde em 1.557, apareceu em seu livro “*O aguzador do ingênuo*” sendo o primeiro tratado inglês de álgebra; segundo o autor, elogiou este símbolo porque duas coisas não podem ser iguais que duas retas paralelas, o símbolo se generalizou ao final do século XVII. Descartes utilizou um signo semelhante ao símbolo do infinito. (PINEDO, 2001, p. 6)

Verifiquemos ainda que este símbolo voltou a aparecer novamente em 1618. Outros matemáticos, como a exemplo de Kepler, Galileo, Cavalieri, Pascal e Fermat, utilizavam alguma forma retórica como *aequales*, *esgale*, *faciunt*, *gheljck* ou ainda, abreviando *aeq* e não um símbolo para o igual (MILIES, S.d).

Dando continuidade à escrita algébrica, iremos verificar que no seu processo de evolução a álgebra é comumente dividida em três momentos (ou fases): a retórica ou verbal (primitiva), a sincopada (intermediário) e a simbólica (final).

Na primeira fase, a retórica, não eram utilizados símbolos matemáticos, ou sequer o uso de abreviações de palavras para expressar o pensamento algébrico (FIORENTINI, 1993), com isso, as operações e algoritmos eram descritos na linguagem natural¹². Como exemplo dessa álgebra, temos a álgebra dos egípcios, babilônicos e a pré-diofantina.

A fase sincopada teria surgido com Diofanto de Alexandria, sendo frequentemente chamado de pai da álgebra, muito embora Boyer (1996) conteste que Diofanto seja o pai da álgebra. Por outro lado, sabe-se que Diofanto foi o primeiro a introduzir um símbolo para a incógnita – a letra ‘sigma’ (ξ) do alfabeto

¹² Nota-se que as resoluções tanto poderiam ser realizadas na linguagem falada quanto na escrita.

grego – e também utilizou uma forma mais abreviada e concisa para expressar suas equações (FIORENTINI, 1993).

É relatado ainda o uso desse tipo de álgebra em outras culturas e também por algebristas italianos (FIORENTINI, 1993). Diofanto utilizava letras para representar a incógnita de uma equação. Alguns historiadores acreditam que ele utilizava a letra grega (ξ) talvez por ser a última letra da palavra *arithmos* (BOYER, 1996). Ele utilizava ainda nomes para as potências, tais como quadrado (Δ^y), cubo (K^y), entre outros.

Na fase simbólica, considerada como a fase na qual as ideias algébricas são expressas somente por símbolos, ou seja, sem recorrer ao uso da palavra, atribui-se a Viète a responsabilidade da criação de novos símbolos na álgebra, pois além de utilizar os sinais de mais (+) e menos (-), introduziu as vogais para representar constantes e consoantes para incógnitas, também utilizava $\textcircled{2}$ em vez de Q (para quadrado) e o três (dentro de uma circunferência) para o cubo, entre outros.

A consolidação da linguagem simbólica se dá com a publicação de *La Géométrie*, em 1637 de René Descartes, na qual utiliza as últimas letras do alfabeto (x, y, z) como incógnitas/variáveis e as primeiras letras do alfabeto (a, b, c, d) como quantidades fixas.

Concluindo nossa história sobre a evolução da escrita algébrica, percebemos que o final desse progresso se deu com Isaac Newton, baseando-nos na afirmativa de Milies:

O progresso final, em relação ao uso da notação consistiu em usar uma letra também para representar o *grau* de uma equação. Nossa notação moderna que utiliza expoentes negativos e fracionários foi introduzida por **Isaac Newton** (1642-1727) numa carta dirigida a Oldenburg, então secretário da Royal Society, em 13 de junho de 1676, onde diz:

'Como os algebristas escrevem a^2 , a^3 , a^4 , etc., para aa , aaa , $aaaa$, etc., também eu escrevo $a^{1/2}$, $a^{2/3}$, $a^{5/4}$ para $\sqrt{a}$, $\sqrt[3]{a^2}$, $\sqrt[4]{a^5}$; e escrevo a^{-1} , a^{-2} , a^{-3} para $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{aa}$, $\frac{1}{aaa}$, etc.' (S.d, p. 10).

Nota-se que com a finalização da evolução da escrita algébrica tivemos o avanço de uma linguagem/simbologia que passou da forma linear (álgebra retórica e sincopada) para uma linguagem em duas dimensões (escrita nas direções horizontal e vertical com o uso dos expoentes, por exemplo).

Outro fator importante dessa evolução é que passamos do relato de cálculos, em que os problemas muitas vezes eram resolvidos de forma oral/escrita como uma

descrição detalhada (como se estivesse explicando algo de forma oral a alguém tal qual uma receita de bolo) ou com subsídios da geometria, como no caso de equações de segundo grau. Dessa forma, o texto servia de explicação e registro para o que era feito, mas não servia para calcular.

Como exemplo pode-se novamente citar a resolução de equações de segundo grau que na álgebra retórica era resolvida da forma que se ia ditando os procedimentos até chegarmos à solução, como podemos ver o exemplo citado na Revista do Professor de Matemática no artigo de Fragoso (2000) das páginas 20 a 25 (vinte a vinte e cinco)¹³. Utilizaremos como exemplo a seguinte pergunta proposta:

“Qual é o lado de um quadrado em que a área menos o lado dá 870?”
(FRAGOSO, 2000)

A resolução é feita como uma receita em que podemos compreender melhor observando nas linhas a seguir a resolução proposta no artigo:

Tome a metade de 1 (coeficiente de x) e multiplique por ela mesma, (0,5x0,5=0,25). Some o resultado a 870 (termo independente). Obtém-se um quadrado (870,25 = 29,5²) cujo lado somado à metade de 1 vai dar (30) o lado do quadrado procurado. (FRAGOSO, 2000)

Nota-se assim que com o avanço da escrita algébrica o cálculo passa a ser feito diretamente na linguagem (simbologia). No caso do exemplo citado pode-se transferir da linguagem materna para a linguagem simbólica matemática e a partir disso resolver as equações fazendo as manipulações diretamente nos símbolos, em que o problema mostrado pode ser solucionado ao escrevermos com a simbologia, resultando em $x^2 - x = 870$.

Vejamos que a solução baseada em símbolos (linguagem simbólica) proporciona uma gama de regras para o uso dos mesmos, bem como uma semântica que, se por um lado facilita a compreensão das informações, por outro acaba criando uma forma própria de vida (semântica) que pode proporcionar alguns entraves de aprendizagem da álgebra uma vez que o símbolo carrega uma parte da complexidade dos conceitos que são representados por ele, o que nessa evolução passou a ser o próprio raciocínio, visto que, de certa forma, os símbolos passam da designação dos objetos (grandezas, etc.) a ser o próprio objeto, ou seja, a sintaxe

¹³ Disponível em:

http://200.189.113.123/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/veiculos_de_comunicacao/RPM/RPM43/RPM43_04.PDF.

Outro exemplo pode ser visto no site <http://educador.brasilecola.com/estrategias-ensino/resolvendo-geometricamente-uma-equacao-2-grau.htm>

representando as relações entre os objetos simbolizados (MIGUEL, FIORENTINI e MIORIM, 1992).

Como exemplo para esses entraves citaremos, baseados em diversas pesquisas (MIGUEL, FIORENTINI e MIORIM, 1992; LINS E GIMENEZ, 1997; MONDINI e BICUDO, 2010), a situação em que o estudante pode manipular a sintaxe (fatorar uma expressão, simplificar, dividir...), mas, por outro lado, pode não compreender o que significa, ou seja, o que esses objetos simbolizam, uma vez que parece ser mais simples fazer manipulações (nos símbolos como uma fatoração) do que compreender o que está ocorrendo ao se manipular esses objetos (determinando a área ou o lado de um quadrilátero, por exemplo).

A partir disso podemos perceber algumas funções do simbolismo tais quais a de descrever como o que é resolvido na linguagem natural (álgebra retórica), a de representar o que de certa forma é feito na álgebra sincopada e a função de calcular que surge com o simbolismo moderno e as regras para o cálculo e manipulações dos mesmos.

Notação no computador

Investigamos como as expressões são representadas no computador, sendo assim, buscamos compreender como a inserção da escrita algébrica está modelizada internamente. Sabemos ainda que com a representação matemática realizada no computador surgem novamente algumas questões que já levantamos anteriormente como o de descrever/comunicar que acontece na álgebra retórica e, o de calcular/manipular como na álgebra simbólica.

Sendo assim, podemos abordar as formas de representação no computador em linha, ou seja, em string utilizado para descrever, na forma de polish reverse utilizado para calcular, em caixas que é utilizado para modelizar/editar e na forma de grafo utilizado para calcular, manipular e editar.

Traçando um paralelo com o que vimos sobre a evolução da escrita algébrica podemos verificar que para a escrita no computador temos uma gama de *softwares* que permitem a escrita da linguagem algébrica, por outro lado a reescrita ou manipulação da mesma não parece ser fácil de desenvolver. Abordaremos agora as formas de representação no computador que citamos anteriormente para que possamos compreender o funcionamento “interno” de alguns *softwares*.

Notação por *String*

Neste trabalho estamos chamando de notação por *string* as notações lineares tais como a representação funcional (*functional representations*), a própria representação linear, a representação pela linguagem *Latex* e as recentes representações para computador que são usadas para internet com extensões em XML.

Note que para esse tipo de notação podemos fazer um paralelo com a álgebra retórica no sentido de que ambas servem para descrever a situação algébrica que está ocorrendo. No caso mais específico da notação em *string* ela serviria para que pudéssemos escrever uma expressão via código fonte para posterior publicação na linguagem natural (álgebra simbólica), ou seja, para passarmos a limpo.

Nesse sentido, notamos que é mais consistente trabalhar com a linguagem computacional em *string* visto que os códigos inseridos ao ser interpretados pelo compilador exibiriam uma escrita legível e bonita, por outro lado não parece ser tão fácil manipular esses códigos para quem não conhece a linguagem, sendo assim o usuário terá que aprendê-la para, então, poder utilizá-la.

Já a escrita linear (em *string*), ou seja, que é em caracteres como uma linguagem de programação, chamaremos de escrita de uma dimensão. Como comparativo notemos que essa escrita serve para descrever o pensamento tal qual a escrita matemática da álgebra retórica.

Apesar da provável dificuldade nessa escrita isso não a exclui, pois as linguagens em códigos podem ser interpretadas por programas específicos. Como exemplo, podemos escrever a mesma expressão algébrica $\frac{2x^3}{6}$ com o código `$$ /frac{2pow{x, 3} } {6} $$` ou `$$ /frac{2x^3} {6} $$`, ou ainda de outra forma dependendo do programa que estiver sendo utilizado. Ainda como exemplo podemos escrever para $x+y^3$ em notação funcional da seguinte forma **`+(x, ^(y, 3))`**, **`sum(x, power(y, 3))`**, **`(+ x (^ y 3))`** e em notação linear ficaria **`x+y^3`**, em *Latex* **`$x+y^3$`** e nas linhas a seguir temos o exemplo utilizando a escrita em *OpenMath* que é a recente representação computacional (com extensão XML):

```
<OMOBJ>
  <OMA>
    <OMS cd="arith1" name="plus"/>
    <OMV name="x"/>
```

```

<OMA>
  <OMS cd="arith1" name="power"/>
  <OMV name="y"/>
  <OMI>3</OMI>
</OMA>
</OMA>
</OMOBJ>

```

Poderíamos utilizar o mathML ou openMath que consideramos como uma versão textual do text&Box view que falaremos mais adiante. Em geral, a interpretação do texto mathML produz objetos que ficam numa árvore de dependência (grafo) que também abordaremos posteriormente.

Nota-se que com essas notações verificamos quanto a legibilidade que Nicaud e Bouhineau (2007) aponta a partir de sua própria opinião, conforme quadro 1 a seguir.

Quadro 1 - adaptação do quadro exposto por Nicaud e Bouhineau (2007)

Representação	Exemplo	Legibilidade (homem)	Legibilidade (computador)
Linguagem natural	A soma de x com y elevado a terceira	10%	1%
Representação natural	$x+y^3$	100%	1%
Representação funcional	sum(x, Power (y, 3))	10%	100%
Representação linear	$x+y^3$	50%	100%
Latex	$x+y^3$	10%	100%
OpenMath e MathML	Ver códigos anterior	1%	100%

Não concordamos com o autor quando se refere à linguagem natural em que a legibilidade desta pelo homem é considerada como apenas 10%, uma vez que acreditamos que linguagem linear possui a mesma ou até menor legibilidade (homem) que a linguagem natural, sendo assim, poderíamos considerar essa porcentagem de legibilidade (homem) igual tanto para a linguagem natural quanto para a representação linear.

Por outro lado há de se concordar que essa legibilidade não seria 100% uma vez que há estudos de representação semiótica (MACEDO, 1994; DUVAL, 1995; SANTAELLA, 1999; ANDRADE, 2010; COSTA, 2010) que mostram a dificuldade que estudantes possuem em passar de uma linguagem para outra (linguagem materna para linguagem algébrica, por exemplo) em que se faz necessário um trabalho para que os estudantes consigam articular entre as diferentes representações.

Notação polonesa inversa (reverse polish notation)

É também conhecida como notação pós-fixada (*postfix*), sendo inventada por Charles Hamblin para habilitar o armazenamento de memória de endereço zero. Essa notação deriva da notação polonesa ou notação de prefixo (*prefix*) que é uma forma de notação para lógica, aritmética e álgebra. A notação polonesa não precisa de parênteses ou outros delimitadores para indicar os cálculos que devem ser realizados primeiramente e mesmo assim não há ambiguidade quanto à ordem de resolução.

A notação polonesa foi criada por Jan Lukasiewicz para simplificar a lógica nas sentenças matemáticas. Essa notação não é muito usada na matemática convencional.

A notação polonesa reversa (ou inversa) é empregada para calcular e foi utilizada em calculadoras em que os dados eram inseridos e guardados em espaços alocados especificamente para isso e posteriormente ao receberem os comandos de operação (soma, subtração, entre outros) é apresentado o resultado a partir dos dados que foram inseridos.

Vamos compreender o que acontece internamente numa calculadora ao utilizar essa notação e mostrar graficamente o que acontece na *polish reverse*¹⁴.

Sendo assim, para se realizar a soma entre o número 2 e 5, pressiona-se o botão 2, em seguida o botão 'seta para cima', depois o botão 5 e posteriormente o botão que continha o sinal de soma (+). O que acontecia era o armazenamento das informações em que na sequência da figura 5 temos os espaços vazios, depois a inserção do número 2, em seguida a inserção do número 5 e o número 2 já no nível acima por ter sido pressionado a 'seta para cima', em seguida era mostrado no visor o resultado da operação (7).

¹⁴ **notação polonesa reversa:** é a notação polonesa com os operadores aparecendo após os operandos (usada em máquinas de calcular). Exemplo:

Notação simbólica (matemática): $\frac{a \cdot b - c \cdot d}{e \cdot f}$

Infix - notação tradicional (matemática): $((a*b)-(c*d))/(e*f)$

Prefix - notação polonesa: $/ - * a b * c d * e f$

Postfix - notação polonesa reversa: $a b * c d * - e f * /$

Nosso objetivo neste trabalho não é de aprofundar sobre a notação polonesa reversa, com isso, nos deteremos aos exemplos aqui citados. Pode-se encontrar também como polonesa inversa (*polish inverse*) que possui o mesmo significado da polonesa reversa.

Pode-se verificar um pouco mais sobre essa notação utilizada nas calculadoras HP no link a <http://www.hp.com/latam/br/produtos/calculadoras/rpn.html>

Note que caso queira fazer uma operação utilizando o resultado (7), teria que pressionar a 'seta para cima', depois o novo número e em seguida a operação desejada. A figura 1 mostra como acontece internamente a *polish reverse* (notação polonesa reversa).

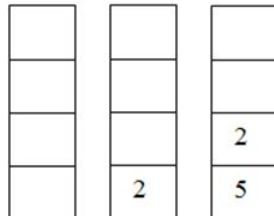


Figura 01 – processo interno (*polish reverse*) realizado por uma calculadora para calcular 2+5

Os botões pressionados seguiram a ordem 2 $\uparrow$ 5 e ao se pressionar o sinal de adição (+) o resultado é mostrado no visor da calculadora, não indo este resultado (7) para os espaços reservados (memória de endereço zero), entretanto, caso queira armazenar este resultado deve-se pressionar o botão que contém a 'seta para cima' ($\uparrow$) para que posteriormente possa fazer outra operação com este resultado (7).

Conforme exposto anteriormente essa notação é bastante útil para a realização de cálculos sendo utilizada por calculadoras. Fazendo nossa comparação com a álgebra, essa notação já poderia se encaixar na álgebra simbólica tendo em vista sua peculiaridade e semântica em calcular expressões matemáticas.

Notação por caixa (Text&Box view)

Alguns programas possuem uma *interface* apresentada ao usuário de forma mais amigável, como um teclado virtual em que o usuário vai preenchendo as caixas que o programa cria a partir desse teclado. Para melhor compreensão do que foi exposto ilustraremos na figura 02 a seguir.

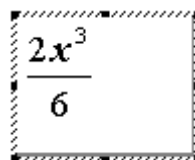


Figura 02 – Caixas criadas

Algumas *interfaces* possuem um teclado virtual em que há alguns botões que ao serem “pressionados” pelo *mouse* é exibida algumas opções de “caixas” para serem inseridos os dados/informações pelo usuário. A essa forma chamamos de princípio da escrita algébrica no computador formado por ‘caixas’ conforme é utilizado no trabalho de Nicaud e Bouhineau (2007).

Para essa escrita podemos utilizar o termo ‘escrita em duas dimensões’ uma vez que nessa escrita o leitor tanto insere dados/informações de forma linear (horizontal) como de forma vertical quando temos um expoente ou uma fração, por exemplo.

Esta notação serve para modelizar e editar expressões algébricas em que o usuário vai inserindo as caixas de acordo com as necessidades, ou seja, se precisa de um expoente insere uma caixa para isso, ou como no caso de uma fração em que são inseridas as caixas do numerador e denominador simultaneamente.

Podemos ainda representar a expressão da figura 02 de outra forma em que as caixas podem ser vistas conforme a figura 03.

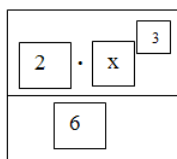


Figura 03 – expressão mostrando as caixas.

Nota-se que dependendo do programa a ser utilizado o mesmo pode separar o $2x$ por um sinal de multiplicação (X ou um ponto) ou pode considerar o $2x$ como um único número e não como a multiplicação entre 2 e x .

É claro que o usuário tem a possibilidade também de inserir o sinal de multiplicação entre o 2 e o x em programas que não separam a expressão pelo sinal de multiplicação.

Estruturação das expressões em grafos

Outra forma de representar a expressão que estamos comentando, seria a ‘representação gráfica’ que é feita como uma árvore em que seus ramos são as caixas separadas e a mesma pode ser percorrida em qualquer sentido (de baixo para cima e de cima para baixo), essa representação é a que chamamos de grafo. Nota-se que cada caixa é criada a partir da inserção de uma nova operação (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação, entre outras).

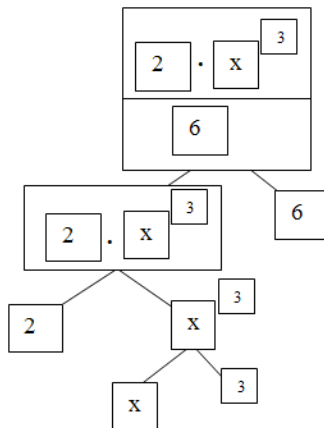


Figura 04 – representação gráfica da expressão em forma de grafo

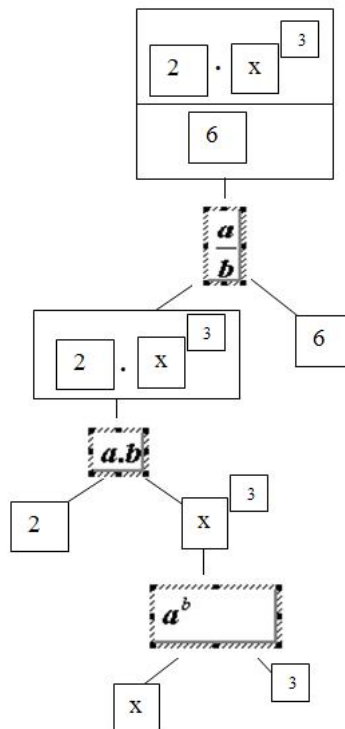


Figura 05 – representação gráfica da expressão com a criação das caixas de edição (com grafos).

Percebamos ainda que para as representações expostas anteriormente (figuras 02 a 05) pode-se considerar que temos uma *interface user-friendly* e que as possíveis alterações feitas nas caixas da figura 02 alteram o código fonte. Para que não ocorram erros de interpretação ao fazer as alterações nas caixas o programa deverá também ser *user-significant*, entretanto, deve-se garantir ainda o dinamismo na manipulação das expressões algébricas para que possamos ter um sistema de álgebra dinâmica, tal qual comentamos anteriormente.

2.2 A Educação a Distância

Neste momento trazemos um breve histórico da Educação a Distância – EaD, em que abordaremos sobre a mesma desde sua primeira notícia até chegarmos à educação a distância *online* que utiliza de diversas tecnologias e recursos como livros impressos e digitais, vídeos, som, imagens, *web*, *chats*, plataformas de ensino, entre outros. Entretanto, para a maior parte dos cursos da educação a distância *online* a *web* é o recurso mais utilizado para contato e postagem de atividades.

Ressaltamos que não é por conta do avanço da *web* que as demais formas de educação a distância deixaram de existir (telecursos, cursos por correspondências, entre outros), elas continuam (co)existindo podendo ou não utilizar outras tecnologias e como exemplo bastante conhecido citaremos o Telecurso 2000 que é transmitido por diversos canais de TV (a TV Globo, o Canal Futura, a TV Cultura e outros) e ainda possui sua *homepage*, ambiente virtual e outros recursos que estão expostos em seu *site*¹⁵.

Como sugerimos no início deste capítulo, a primeira notícia que se teve sobre a Educação/Ensino a Distância - EaD, ou seja, um método de ensinar à distância, encontramos na literatura sobre o anúncio de aulas por correspondência que seriam ministradas por Caleb Philips, em 20 de março de 1728, na *Gazette* de Boston, nos Estados Unidos (NUNES, 2009) como sendo essa a primeira notícia. Pouco depois de um século, em 1840, Isaac Pitman ofereceu um curso de taquigrafia por correspondência na Grã-Bretanha. Outros cursos também surgiram em 1880 (preparatório para concursos), 1884 (curso de contabilidade), 1891 (segurança de minas). É comum encontrarmos na literatura que em meados do século passado, na Grã-Bretanha, foram oferecidos cursos de extensão pelas universidades de Oxford e Cambridge.

Nota-se que desde 1884 já aparece um curso que vai utilizar a simbologia matemática (curso de contabilidade) sendo este curso realizado à distância e por correspondência. Nesse sentido, pode-se supor que o curso provavelmente trazia em seus materiais impressos exemplos de como realizar determinados cálculos e as dúvidas seriam sanadas por correspondências ou com exemplos detalhados.

Outro marco importante para a educação a distância é o uso do rádio para cursos em 1928, pela BBC, sendo utilizada esta tecnologia por outros países,

¹⁵ Site: <http://www.telecurso2000.org.br/>

inclusive pelo Brasil, desde a década de 1930. Neste curso, além do material impresso para que o estudante pudesse acompanhar o curso, havia a explanação pelo rádio.

Notemos que várias metodologias e tecnologias foram utilizadas e até incorporadas ao longo do tempo e, entre elas, o ensino por correspondência é um marco muito forte, sendo influenciadas, com o passar do tempo, pelos novos meios de comunicação de massa. Na década de 1950, a televisão passa a ter seu espaço na EaD, sendo testada em 1930 na Inglaterra. Entretanto, alcançou êxito na Alemanha e só depois da Segunda Guerra Mundial é que ela começou a surgir como um novo meio de comunicação.

É do período de meados da década de 1960 até o início da década de 1980 em que a televisão educativa teve seu auge (FARIA e SILVA, 2007). Mesmo com esse avanço tecnológico as aulas eram ministradas de um para muitos, ou seja, um professor explanava o conteúdo e os estudantes participavam apenas como 'ouvintes' expectadores da TV, ficando novamente sem haver uma interação com o professor ou com outros colegas a menos que estivessem reunidos em espaços específicos para isso, ou possuísem telefone para interagir (dependendo da proposta do curso).

Por outro lado, a educação a distância (EaD) no Brasil só veio ter sua definição a partir do ano de 1996, com a Lei de Diretrizes e Base da Educação – LDB baseada no artigo 80 e regulamentada no Decreto nº 5622, de 20/12/2005, em que a EaD é definida como um modelo de ensino-aprendizagem apoiado em recursos didáticos e tecnológicos específicos:

Para fins deste Decreto, caracteriza-se a educação a distância como modalidade educacional na qual a mediação didático-pedagógica nos processos de ensino e aprendizagem ocorre com a utilização de meios e tecnologias de informação e comunicação, com estudantes e professores desenvolvendo atividades educativas em lugares ou tempos diversos (BRASIL, 2005).

No cenário atual, percebemos o uso crescente das tecnologias de comunicação, especialmente da informática com a telecomunicação, ou seja, o uso da telemática. Salientamos ainda, que Nunes (2009, p. 3) afirma que mais de 80 países adotam a educação a distância em todos os níveis, sejam em sistemas de ensino formais ou não e, que atendem a milhões de estudantes. Foi com o avanço tecnológico das últimas décadas que a educação a distância tomou um novo impulso com o uso dessas tecnologias de comunicação como o rádio e a televisão

associados aos materiais impressos já existentes e logo depois, pela *internet* o que favoreceu o crescente aumento e a democratização do acesso à educação.

Apesar desse avanço, parece-nos que as ferramentas e formatos das diversidades tecnológicas para a EaD são de certa forma muito genéricas, não tendo muitos recursos voltados para se trabalhar as especificidades dos conteúdos matemáticos. Pesquisas voltadas para esta área devem ser incentivadas e divulgadas, tendo em vista a necessidade dessas ferramentas em cursos que necessitem trabalhar com a simbologia matemática.

Notamos que dentre as tecnologias citadas na EaD a que parece ter um maior potencial para a matemática (no caso da simbologia) é o uso do computador, por outro lado parece-nos que os mesmos são mais utilizados como repositório de materiais do que as ferramentas para colaboração entre os participantes.

Entretanto, já há pesquisas que indicam soluções para a comunicação com a simbologia matemática e também outras para a geometria com o uso da geometria dinâmica (MATTOS et al, 2008; ANDRADE, 2010; ASSIS, 2010).

Carvalho (2009) corrobora com a nossa ideia em relação ao planejamento de um curso que, por mais bem elaborado que seja, necessita de constantes adaptações e ajustes durante o seu percurso, uma vez que determinadas estratégias que funcionam no ensino presencial podem não funcionar na EaD. Para isso, o professor formador precisa aprender determinadas estratégias referentes não apenas ao uso das tecnologias, mas também sobre como os estudantes aprendem em um ambiente virtual – AVA que tem como foco a atividade realizada por meio da tecnologia, no qual as interações que são feitas pelos recursos disponíveis nestes ambientes proporcionam as trocas individuais e a formação de grupos.

Desta maneira, para que a aprendizagem ocorra, os envolvidos têm que participar do ambiente virtual, significando a atuação dos mesmos nesse ambiente, ou seja, trocando experiências e informações, debatendo e buscando soluções. Notamos assim a importância dada ao ambiente de aprendizagem, que também é um elemento importante na educação a distância *online*.

Para nosso estudo, tomaremos por base a questão de como os estudantes aprendem matemática, como interagem *online* com o uso do computador e como resolvem/discutem problemas entre pares.

Sendo assim, nesse processo podemos afirmar que todos são aprendizes na busca de uma metodologia, de estratégias e de ações de aprendizagem eficazes.

Dessa forma, notemos que o foco não é a quantidade de informações transmitidas, e sim, o sucesso do estudante que é o aprendizado.

Com o avanço tecnológico, podemos perceber uma modificação nas relações de aprendizagem, o que possibilitou um grande impulso para o desenvolvimento da Educação a Distância como a modalidade capaz de aproveitar a inserção tecnológica da sociedade informacional (CARVALHO, 2008). Com isso, a implantação de cursos de graduação nessa modalidade em instituições públicas teve um considerável aumento nos últimos anos, o que acarretou vários aprofundamentos de estudo em EaD. Carvalho (2008) afirma que

A busca por um modelo na educação a distância e respostas rápidas, foi substituída pela compreensão de que somente a construção coletiva e adequada das propostas pedagógicas ao perfil dos alunos em cada localidade possibilitará o sucesso da EAD (p. 2).

Sendo assim, podemos notar vários modelos de EaD e uma gama de ambientes virtuais de ensino disponíveis para a mesma, sendo provável que observando-se o comportamento dos internautas conseguiremos encontrar caminhos para construir ferramentas eficazes para o desenvolvimento da aprendizagem em ambientes virtuais.

Por outro lado, vale lembrar que os estudantes da EaD nem sempre são internautas, logo, é necessário o desenvolvimento da cultura digital e a inserção daqueles que pretendem estudar nessa modalidade, uma vez que o processo de ensino e aprendizagem com o uso das mídias não é igual ao que estamos habituados a ter durante nossa formação básica, ou seja, o ensino/educação presencial.

Dessa maneira, o estudante precisa estruturar a aquisição do conhecimento através de elementos recentes na nossa cultura, tais como a navegação, os *sites*, *blogs*, entre outros. Essa estrutura irá permitir uma interatividade baseada no lúdico, o que amplia assim as possibilidades de aprendizagem (CARVALHO, 2008).

Percebemos ainda que o ensino a distância permite a personalização do ensino, com a construção de cursos variados, sendo a administração do tempo realizada segundo o ritmo de aprendizagem do estudante nos horários compatíveis. Vamos salientar que embora a educação a distância transmita uma ilusão de facilidade para o processo de ensino e aprendizagem na administração do tempo, num curso à distância, os estudos lhes exigirão muito tempo seja pela quantidade de leituras ou de outros procedimentos existentes.

Nota-se que pelas características inerentes da educação a distância, os estudantes precisam se adaptar ao novo método de aprendizagem que é exigido nessa modalidade de ensino, uma vez que o ensino e a aprendizagem de forma oral, com professores debatendo e explicando aos estudantes, foram substituídos por ensino e aprendizagem através da escrita, em que se utilizam fóruns, *chats*, *wikis*, diários, entre outros recursos de escrita.

Para que um estudante aproprie-se de determinado saber e com isso construa competências cognitivas, é preciso que ele estude e que se empenhe em uma atividade intelectual, neste sentido, fica claro que os mesmos precisam possuir tempo disponível para estudos, bem como saber administrar esse tempo, para que possam tirar maior proveito e conseguir chegar ao seu objetivo, que é a aprendizagem.

Verifiquemos que a mudança na educação impõe um desafio para os docentes que Behrens (2000, p.73) soube muito bem definir: “O desafio imposto aos docentes é mudar o eixo do ensinar para optar pelos caminhos que levam ao aprender. Na realidade, torna-se essencial que professores e alunos estejam num permanente processo de aprender a aprender”, baseando-nos neste desafio, apontamos a perspectiva de aprendizagem colaborativa, em que professores e estudantes devem buscar utilizá-la não apenas em cursos presenciais, mas, também, nos cursos de Educação a Distância.

Entretanto, sabemos que não é a tecnologia que vai resolver ou solucionar o problema educacional no Brasil, mas, acreditamos que ela pode colaborar para o desenvolvimento educacional. Como também sabemos que a tecnologia na educação não é neutra e podemos recair no diálogo com o “velho” autoritarismo, com uma roupagem nova, cibernética, hipertextual, entretanto, podemos ter uma educação a distância usando a *internet* que trabalhe na perspectiva emancipadora, libertadora, realmente dialógica tal qual Paulo Freire prega em seus livros. No caso de cursos que utilizem a simbologia matemática, a tecnologia deve proporcionar a comunicação entre os participantes, oferecendo um dinamismo na manipulação da escrita para que o conhecimento possa ser construído, provavelmente, com menos dificuldades.

Na mídia, disseminam-se ideias em que as novas tecnologias favorecem a comunicação para todos, promovendo a interatividade e a democracia, entretanto vale ressaltar que apesar de favorecer a comunicação, isso não implica a inclusão

digital nem tampouco a democratização para todos, uma vez que se faz necessário incluir as pessoas digitalmente para que os benefícios proporcionados pelas tecnologias sejam de utilidade para as mesmas.

É importante perceber que estar inserido na sociedade informacional significa estar conectado na rede mundial. As pessoas que não possuem acesso à informação estão marginalizadas nesta sociedade, sendo classificadas como “excluídos digitais”, mesmo as que estão conectadas e que participam da rede mundial podem estar também fazendo parte do grupo dos *excluído digital* (CAZELOTO, 2008). Não iremos nos aprofundar neste tema uma vez que a inclusão digital não é foco deste trabalho.

Retornando nossa abordagem para os cursos à distância *online*, é bastante comum o uso de um Ambiente Virtual de Aprendizagem - AVA, uma vez que esses ambientes incorporam uma série de serviços ou ferramentas que, com o passar do tempo, vão melhorando individualmente.

Algumas das vantagens desses ambientes é que os estudantes podem estar em qualquer lugar (no pólo de apoio presencial, em casa, no trabalho, na rua), e a possibilidade de que educadores, também, em qualquer lugar possam igualmente participar, além da flexibilidade no tempo e no procedimento de ensino e aprendizagem. A utilização do AVA pode possibilitar a aprendizagem colaborativa dependendo da proposta do curso, do educador, da interação do estudante no ambiente e das especificidades das ferramentas utilizadas. Por outro lado, no caso dos excluídos digitais, o uso do ambiente virtual não implicará necessariamente na inclusão dos mesmos, mas eles deverão possuir uma formação inicial de informática para que possam participar do AVA.

2.3 Ambientes Virtuais

Como nosso foco é a Educação a Distância *online* (mediada por computador), teceremos comentários sobre os ambientes virtuais de aprendizagem (AVAs) tendo em vista sua importância nessa modalidade de educação.

Os ambientes virtuais de aprendizagem possuem a característica de criação de sala de aula virtual¹⁶ para que professores formadores e tutores possam acompanhar os estudantes em suas atividades pedagógicas. Baseados em Kenski (2005-2006), vemos que nos ambientes virtuais de aprendizagem (AVAs):

os alunos acessam diretamente textos, desenhos, fotos, animações, sons e vídeos, na própria página do curso na Internet. Podem salvar os arquivos disponíveis ou imprimir-los. Interagir com professores e os outros alunos em chats e *fóruns* de discussão. Criar suas próprias apresentações, nos mais variados suportes, e veiculá-las pelo ambiente. Testes, exercícios e demais atividades individuais e/ou em grupos são possíveis de serem executadas e enviadas imediatamente para o professor ou para todos os participantes. Os alunos podem comentar as atividades e contribuições de seus colegas, criando um clima de trocas intelectuais em que todos cooperam para a aprendizagem dos demais (p. 8).

Quando falamos em ambiente de aprendizagem, *a priori*, o que nos vem à mente é o espaço da sala de aula, com professores e estudantes, bancas e quadros, compondo o espaço físico em que, provavelmente, deve acontecer o processo de ensino e de aprendizagem. Para Costa e Oliveira (2004, p. 118), os ambientes de aprendizagem são “espaços das relações com o saber [...] ambientes que favorecem a construção do conhecimento”.

Sendo assim, percebemos que um ambiente de aprendizagem compreende várias dimensões que vão desde os diferentes tipos de materiais didáticos até a relação entre educadores, estudantes, e metodologias de ensino. Essas dimensões têm por finalidade desenvolver a construção do conhecimento.

Na EaD *online*, em que o ensino e a aprendizagem, na sua maioria, ocorrem em Ambientes Virtuais de Aprendizagens (AVAs), os recursos didáticos podem encontrar-se dispostos em contextos diferentes, permeados pela dinâmica do virtual, caracterizados principalmente pela separação (espaço e tempo) entre aquele que ensina e aquele que aprende.

Lembramos que a construção ou utilização de um AVA não garante a qualidade do processo de aprendizagem, isso se deve muito à sua forma de utilização por parte do professor formador e pela dinâmica adotada. Nota-se ainda que mesmo ferramentas de colaboração como fórum, *wiki* e *chat* não garantem a colaboração dependendo da proposta e dinâmica utilizada, mesmo com estudos

¹⁶ Essas salas são espaços criados na web (*sites*) ou podemos dizer que elas são criadas no ciberespaço que é “o universo das redes digitais como lugar de encontros e de aventuras, terreno de conflitos mundiais, nova fronteira econômica e cultural”. (LEVY, 1998a, p. 104).

apontando que essas ferramentas são potenciais e proporcionam a prática colaborativa. Ainda podemos notar que as especificidades de determinados cursos acarretam na criação de ferramentas que proporcionem o diálogo adequado entre os participantes.

No que tange aos ambientes digitais/virtuais de aprendizagem, podemos definir os mesmos como

sistemas computacionais disponíveis na internet, destinados ao suporte de atividades mediadas pelas tecnologias de informação e comunicação. Permitem integrar múltiplas mídias, linguagens e recursos, apresentar informações de maneira organizada, desenvolver interações entre pessoas e objetos de conhecimento, elaborar e socializar produções tendo em vista atingir determinados objetivos (ALMEIDA, 2003, p. 331).

[...] consistem em mídias que utilizam o ciberespaço para veicular conteúdos e permitir interação entre os atores do processo educativo. Porém a qualidade do processo educativo depende do envolvimento do aprendiz, da proposta pedagógica, dos materiais veiculados, da estrutura e qualidade de professores, tutores, monitores e equipe técnica, assim como das ferramentas e recursos tecnológicos utilizados no ambiente. (PEREIRA; SCHMITT; DIAS, 2007, p. 4).

O sistema por si só não necessariamente favorecerá a aprendizagem, mas é preciso que haja o envolvimento dos participantes nesse processo.

No que se refere à proposta pedagógica do curso, a mesma deve estar voltada para a valorização do processo de comunicação com a garantia do diálogo entre os participantes, o que irá diferenciar o ambiente virtual de um simples site que visa ser um depósito de conteúdos.

Notemos que com a evolução das ferramentas de comunicação e o advento da *web 2.0* o uso inadequado de determinada ferramenta pode acarretar em uma prática não construtivista ou até não proporcionar aprendizagem, logo, deve-se aproveitar essa passagem da *web 1.0* para a *2.0* e explorar as novas ferramentas e evoluções das que já existiam para se conseguir uma aprendizagem mais efetiva visto que anteriormente o que havia era uma *web* voltada para o repositório de materiais e na *web 2.0* contamos com o dinamismo e a interatividade.

Podemos ainda tecer comentários sobre as formas de educação virtual pois possuem diretrizes que podem ser divididas em três categorias tais como baseadas nos trabalhos do *Center for Curriculum Transfer and Technology* e de Santoro, Borges e Santos (1998), sendo elas: Características gerais, Ferramentas de apoio

ao professor e Ferramentas de apoio ao estudante que podem ser resumidas no quadro 2 proposto por Santos (1999, p. 87).

Quadro 2 – Diretrizes para análise de formas de educação virtual

CARACTERÍSTICAS GERAIS DO AMBIENTE	
Suporte ao trabalho educacional	
Enfoque pedagógico adotado ou subjacente	Instrucionista Construtivista
Tipo de Tarefa	Desenvolvimento de conteúdos curriculares Desenvolvimento de meta-habilidades cognitivas • Aprendizagem de conceitos • Solução de problemas • Desenvolvimento de projetos • Construção de conhecimento • Fórum de discussões
Formas de Interação	Assíncrona Síncrona
Qualidade ou Grau de Interação	Pequena Média Grande
Atividades de Trabalho Cooperativo	Coordenação de atividades Tomada de decisão Representação dos conhecimentos Memória de grupo <i>Awareness</i>
Usabilidade	
Customização do ambiente a diferentes situações educacionais e diferentes usuários	
Facilidade de uso para educadores e estudantes	
Facilidade de aprendizagem	
Consistência de <i>interface</i>	
Estabilidade do ambiente	
Existência de mecanismos de segurança (senha)	
Necessidade de conhecimento de HTML	
FERRAMENTAS DE APOIO AO EDUCADOR	
Suporte ao planejamento das atividades educacionais	
Suporte à confecção de atividades educacionais	
Monitoramento das atividades	
Suporte ao progresso do estudante	
Facilidades multimídia para a apresentação da atividade educacional	
Apoio para propostas de trabalhos em grupo	
Importação de recursos didáticos	
Suporte para desenvolvimento de atividades em diferentes formatos pedagógicos	
Suporte para desenvolvimento de atividades usando recursos didáticos variados	
Acompanhamento do progresso do estudante	
FERRAMENTAS DE APOIO AO ESTUDANTE	
Compartilhamento Assíncrono	E-mail BBS <i>Newsgroups</i>
Compartilhamento síncrono	<i>Chat</i> Editor Cooperativo Compartilhamento de aplicações Videoconferência
Auto-avaliação	
Trilha de progresso	
<i>Bookmarks</i>	
Máquina de busca para localização de material educacional	
Anotações individualizadas	

Acreditamos que o aprendizado em um Ambiente Virtual de Aprendizagem também pode ser focado na realização de atividades colaborativas utilizando o enfoque sócio-interacionista (VYGOTSKY, 1998; PALLOF e PRATT, 2002), que de certa forma é diferente quando estamos de modo presencial com horários e datas pré-determinadas e na modalidade a distância temos a queda da barreira tempo/espaço e as interações podem fluir a todo o momento. Salientamos ainda que o uso de Editor Cooperativo (*wiki*), do *chat* e do fórum pode impulsionar a realização dessas interações.

Por outro lado, o ambiente virtual pode ser utilizado como um espaço para reforçar a transmissão passiva de conteúdos, uma vez que isso depende de quem o utiliza e o modo de utilização. Por isso reforçamos que o papel dos tutores e do professor formador são indispensáveis, cabendo-lhes a tarefa de planejar, instigar a participação e as discussões, acompanhar e analisar a construção do conhecimento individualmente e coletivamente dos estudantes nos espaços de interação disponibilizados no ambiente virtual.

Segundo Rangel (2009, p.45)

num ambiente virtual de ensino-aprendizagem, professor e aluno invertem o protagonismo dentro do cenário educativo. Nele será o aluno o eixo central de toda a atividade pedagógica, e não mais o professor. Desta forma o aluno [...] passa a desempenhar uma atividade ativa no que se refere ao seu processo educativo.

Nesse sentido, os ambientes virtuais de aprendizagem também precisam atender às necessidades voltadas ao contexto institucional, imediato e individual (FILATRO, 2008).

No contexto institucional, o ambiente precisa integrar-se a outros sistemas como o sistema de gestão acadêmica no ensino superior, no caso do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco (IFPE) o ambiente virtual precisa se integrar ao sistema de controle acadêmico do mesmo (antes SCAU e atualmente Q-Acadêmico).

Para os técnicos/administradores a facilidade de manutenção deve ser uma característica distintiva de um ambiente virtual (AVA). Já no contexto imediato, o AVA precisa ser simples e fácil de usar quanto à criação de cursos, configuração de ferramentas e suporte aos estudantes. Por fim, no contexto individual, precisa ter uma *interface* de navegação agradável e fácil, bem como *feedbacks* e *layout* consistentes (ASSIS, 2010).

Notemos que estes ambientes permitem também o gerenciamento de cursos e atividades, o acompanhamento dos estudantes durante o curso, a publicação e o acesso aos conteúdos, atividades e avaliações, a utilização de diversas ferramentas de comunicação, entre outras funcionalidades. A maioria dos AVAs apresentam funcionalidades e recursos semelhantes, podendo diferenciar em sua concepção pedagógica uma vez que

Os recursos dos ambientes virtuais de aprendizagem são basicamente os mesmos existentes na internet (correio, fórum, bate-papo, conferência, centro de recursos etc.). Esses ambientes têm a vantagem de propiciar a gestão da informação segundo critérios preestabelecidos pela organização, definidos de acordo com as características de cada software (ALMEIDA, 2003, P. 119).

No que tange a proposta de ensino e aprendizagem, Valente (2002) mostra três princípios educacionais que podem ser observados nos modelos mais comuns dessas propostas mediadas por computador, sendo:

O primeiro, o Broadcast, que segundo Valente (2002), os cursos com este formato partem da concepção bancária de educação (FREIRE, 1975). Neste modelo, a comunicação é basicamente unilateral e massiva, no qual tanto a figura do professor/tutor como o material instrucional é o centro do curso deste modelo. Já o segundo princípio é chamado de Virtualização da sala de aula, este formato de curso utiliza a tecnologia como recurso didático, reproduzindo no ambiente virtual os modelos tradicionais de sala de aula. Por fim temos o Estar junto virtual, em que o ambiente é estruturado na colaboração entre os participantes, e tanto a troca quanto a construção e reconstrução coletiva de conhecimento são fundamentais.

Quanto à forma de interação, Sartori (2006) apresenta três modos de Interação para a EaD partindo do ponto de vista histórico, comunicacional, da concepção pedagógica e das interações entre estudantes, tutores e a instituição.

Ainda com relação aos espaços virtuais, os mesmos são sistemas que favorecem a aprendizagem com o uso da Internet que gradativamente foi evoluindo e tornando-se um meio comum de troca de informações e de acesso a especialistas de diferentes áreas, proporcionando formação de grupos de trabalho cooperativos, rompendo as barreiras geográficas e o tempo, liberando acessos a arquivos de informações e compartilhamento em tempo real.

Não podíamos falar de ambiente virtual de aprendizagem para EaD no contexto atual sem refletirmos, também, sobre o avanço da *web*. De fato, Lévy (2000) aponta a existência de uma *Internet* colaborativa que possibilita a

disseminação da inteligência coletiva. Seu pensamento nos leva à reflexão de que a *internet* é um meio pelo qual uma grande quantidade de práticas sociais, culturais, políticas e econômicas fluem, tratando-se de um espaço interativo (de trocas, de criação e geração), além de servir como armazenamento de informações, tornando-se uma grande ferramenta de colaboração entre os participantes. Sabendo disso e baseando-nos em Carvalho (2008) que afirma que o internauta estrutura a aquisição do conhecimento pelos elementos de nossa cultura como a navegação, os *sites*, *blogs*, *chats* e *downloads*, que permitem uma interatividade baseada na ludicidade, acreditamos que a utilização da *internet* proporciona uma ampliação das possibilidades de aprendizagem e que é preciso buscar o lúdico que existe na *web* para agregar ao processo de ensino-aprendizagem propostos nos ambientes virtuais.

Diante do que foi exposto neste capítulo, notamos que, com a mudança da *web* 1.0 para a 2.0 e a criação de ambientes virtuais, os cursos da EaD *online* passam de uma abordagem instrucionista para uma abordagem construtivista, surgindo assim a pergunta: o que significa o construtivismo a distância no ensino da matemática?

Pesquisas afirmam que o aprendizado baseado na aprendizagem colaborativa é mais eficaz (MORAES e PAZ-KLAVA, 2004; FREIRE, 1975) uma vez que os estudantes podem entre si e/ou junto aos educadores construir o conhecimento por meio da interação entre si e, no caso da educação a distância, faz-se necessário o uso de *wiki*, fóruns e *chats* que são algumas das ferramentas de comunicação e colaboração assíncrona/síncrona disponíveis. É claro que, para o ensino da matemática, essas ferramentas necessitam de recursos para a simbologia utilizada nesta ciência, entretanto, acreditamos que a necessidade não é apenas para edição dos símbolos, mas também para que os participantes possam manipular as expressões criadas por essas ferramentas.

2.4 Aprendizagem Colaborativa

Estamos focados na aprendizagem da matemática na EaD *online*, acreditando assim que a aprendizagem colaborativa é de fundamental importância

tanto pelas peculiaridades que EaD pode proporcionar quanto pela matemática. Defendemos que na EaD deve-se trabalhar com a aprendizagem colaborativa e iremos tecer alguns comentários sobre o que seria a aprendizagem colaborativa e também sobre a CSCL (Computer-Supported Collaborative Learning) aplicados a aprendizagem de matemática no contexto da EaD *online*.

Lembremos que o conceito de aprendizagem colaborativa não é algo recente e está relacionado com o sentido de aprender trabalhando em grupo. Este conceito já foi testado e implementado por teóricos, pesquisadores e professores desde o século XVIII (LEITE et al, 2005). Entretanto, esse tipo de aprendizagem ganha popularidade entre os professores do Ensino Superior apenas na década de 90, em que os autores “David, Roger Johnson e Karl Smith adaptaram a aprendizagem cooperativa para a sala de aula das faculdades e escreveram um livro chamado *Aprendizagem Ativa: Cooperação na Sala de Aula Universitária*” (IRALA e TORRES, 2004 apud LEITE et al, 2005, p. 3).

Salientamos ainda que os conceitos de aprendizagem cooperativa e colaborativa para alguns autores são sinônimos, entretanto para outros, apresentam diferenças nas perspectivas teóricas e práticas. A aprendizagem colaborativa fundamenta-se “a partir da zona de desenvolvimento proximal – ZDP de Vygotsky e também na proposta de operações em conjunto encadeadas logicamente, de Piaget” (CARVALHO, 2009).

A zona de desenvolvimento proximal (ZDP) pode ser sintetizada como a distância entre o nível atual de desenvolvimento do indivíduo determinado pela capacidade de resolver um determinado problema sozinho e, o nível de desenvolvimento potencial desse indivíduo, determinado através da resolução de problema com a orientação de outro, sendo adequada para a diferença entre a aprendizagem colaborativa e aprendizagem cooperativa.

Na colaboração todos trabalham juntos resolvendo um mesmo problema, já na cooperativa há uma divisão do trabalho e cada um trabalha na parte que lhe foi atribuída.

Para compreendermos o que iremos tratar como aprendizagem colaborativa veremos os conceitos expressos a seguir:

aprendizagem colaborativa é uma técnica ou proposta pedagógica na qual **estudantes ajudam-se no processo de aprendizagem, atuando como parceiros entre si e com o professor, com o**

objetivo de adquirir conhecimento sobre um dado objeto [grifos meus] (CAMPOS et al, 2003, p. 26)

A aprendizagem colaborativa é um processo de reaculturação que ajuda os estudantes a se tornarem membros de comunidades de conhecimento cuja propriedade comum é diferente daquelas comunidades a que já pertence. Assume, portanto, que o conhecimento é socialmente construído e que a aprendizagem é um processo sociolingüístico. (ALCÂNTARA, et al apud SIQUEIRA, 2003, p. 23)

consiste em **resolver em grupo um problema particular**, cuja solução não parece ser evidente. Os estudantes devem consultar-se mutuamente e avaliar diferentes parâmetros. Ou seja, por aprendizagem em colaboração compreende-se como “[...] **aprendizagem individual que ocorre como resultado de processo em grupo** [grifos meus]” (KAYE, 1992, apud PETERS, 2004, p. 180).

Com base nesses conceitos, podemos tomar a definição de Silva (2010) em que a mesma define a aprendizagem colaborativa como a “forma de aprendizagem desenvolvida por meio do trabalho em grupo e pela troca entre os pares, em que as pessoas envolvidas neste processo aprendem juntas” (p. 30). Sendo assim, ela é um processo no qual os membros de um grupo ajudam-se mutuamente para atingir determinado objetivo, tendo a característica da presença de questionamentos e discussões de casos de problemas complexos, proporcionando a construção do conhecimento sob várias facetas (FISHER et al, 2002).

Logo, ressaltamos que os papéis dos envolvidos nesse processo fogem à regra dos papéis tradicionalistas de aprendizagem, uma vez que, estudantes e professores (os agentes desse processo), devem possuir uma nova postura, a fim de que se possa aprender colaborativamente, já que a base desse tipo de aprendizagem está na interação e troca entre os envolvidos nesse processo.

Notemos que para se trabalhar com a aprendizagem colaborativa alguns autores afirmam que devemos buscar a visão da totalidade e a superação da reprodução, ou seja, do ensino tradicional, para a produção do conhecimento (paradigma inovador). Behrens (2002) considera que para se trabalhar de modo colaborativo precisamos ter como referência uma prática embasada num paradigma emergente, que é “um paradigma inovador que venha atender aos pressupostos necessários às exigências da sociedade do conhecimento” (p. 85).

Para se trabalhar com base numa proposta inovadora de aprendizagem colaborativa, o educador terá de ajudar os estudantes na adaptação dessa proposta, uma vez que nem sempre os estudantes se encontram preparados para trabalhar de

forma colaborativa, tendo em vista, o ensino tradicional ainda muito arraigado em escolas de Ensino Fundamental e Médio e, em muitos casos, há a incidência em determinados componentes curriculares do Ensino Superior. Para que isso ocorra, o educador tem o papel fundamental de ser o facilitador e o mediador desse processo, ficando sempre atento às atitudes dos estudantes para que possa inserir os mesmos no processo de colaboração.

A aprendizagem colaborativa passa da perspectiva individual para a aprendizagem em grupo, em que a valorização do trabalho individual muda para a valorização do trabalho colaborativo. Pallof e Pratt (2002) corrobora com nossa ideia de que os estudantes ao trabalhar em conjunto, ou seja, de forma colaborativa, produzem um conhecimento mais profundo, deixando “de ser independentes para se tornarem interdependentes” (p. 141), mas, não é porque a aprendizagem é dada em grupo que a mesma será colaborativa, muitas vezes, o trabalho em grupo é feito de forma individual, com divisão de tarefas para os membros do grupo em que cada um faz o seu e ao fim junta-se tudo o que foi produzido, sem haver a colaboração na perspectiva que definimos anteriormente, ocorrendo assim a cooperação.

Notemos ainda que o trabalho colaborativo não deve acontecer apenas no ensino presencial, mas também na modalidade de Educação a Distância *online*, em que os envolvidos no processo necessitam de plataformas de ensino–aprendizagem que propiciem a aprendizagem colaborativa, uma vez que a aprendizagem deve ser vista como um processo de negociação constante entre os envolvidos e que os mesmos devem partilhar o conhecimento diferente da forma que estão habituados (tradicional/individual), buscando um esforço para resolver problemas em conjunto. Salientamos que a colaboração como estratégia para a aprendizagem só tem sentido se a mesma tiver significação para os estudantes em sua construção da aprendizagem, por isso, é importante que se utilize a resolução de problemas que instiguem a curiosidade e o interesse desses estudantes.

Acreditamos ainda que a cooperação se “satisfaz”¹⁷ com o debate em fórum, em que cada um pode postar informando/postando o que já foi realizado, por outro lado, a colaboração vai necessitar do poder “raciocinar” coletivamente, necessitando assim a interação de forma síncrona entre os envolvidos.

¹⁷ Neste sentido acreditamos que a cooperação acontece com o debate em um fórum, não sendo necessariamente preciso outra ferramenta ou recurso.

É nesse sentido que temos a CSCL (Computer-Supported Collaborative Learning¹⁸), que utiliza a estratégia educativa colaborativa e dispõe os recursos informáticos para serem usados como mediadores do processo de ensino-aprendizagem. Com o uso da CSCL pretende-se que os ambientes de aprendizagem colaborativos sejam ricos em possibilidades e propiciem o crescimento do grupo.

Esse aprendizado colaborativo apoiado por computadores é um campo de pesquisa que estuda como as tecnologias de computador podem ser utilizadas para auxiliar no aprendizado de um determinado grupo, ou seja, os recursos tecnológicos atuando como mediadores do processo de ensino e aprendizagem. Vale lembrar que a criação de *softwares* que possibilitem o ensino colaborativo requer resolução de questões relativas à forma de interação entre os participantes, o que vai requerer estudos inerentes ao processo de ensino que devem ser estudados e avaliados por parte de quem vai criar e utilizar esses *softwares*.

Para Sá e Coura-Sobrinho (2006):

A CSCL é apoiada pela também teoria de Vigotsky de *Zona de Desenvolvimento Proximal*, conceituada pela distância entre o real e atual de conhecimentos de uma criança determinado pela resolução de problemas de modo independente e o nível de desenvolvimento potencial determinado pela resolução de problemas sob a orientação de adultos ou em colaboração com companheiros mais capacitados. Com relação às teorias do *Construtivismo e aprendizagem auto regulada* de Piaget, a CSCL encontra referência no sentido de que o aluno constrói de forma ativa seu conhecimento e, de forma colaborativa, ele é capaz de interrelacionar informações (p. 5).

Para este autor, outras teorias também são suportes para a CSCL, tais como a Teoria da Flexibilidade Cognitiva (SÁ e COURA-SOBRINHO, 2006; SPIRO et al, 1988; SPIRO et al, 1995) que se baseia na capacidade individual de reestruturação do próprio conhecimento, adequando às diversas situações vivenciadas, a Teoria do Conhecimento Situado que considera que o conhecimento humano é dinamicamente reconfigurado, não podendo ser visto como algo que existe independentemente de uma interação ou de um ambiente, a Teoria da Aprendizagem baseada na Resolução de Problemas que tem como propósito adquirir competências para se adaptar a mudanças, lidar com problemas, raciocinar criticamente, observar os pontos de vista dos outros, colaborando em grupo e se auto-avaliando e a Teoria do Conhecimento Distribuído que embora não esteja bem definida, enfatiza a interação

¹⁸ Aprendizagem colaborativa mediada por computador

entre indivíduos, o ambiente e os artefatos culturais, considerando que o desenvolvimento e o ganho de conhecimento pelo indivíduo não deve ser eventos isolados, mas um processo recíproco.

Apresentaremos o quadro 3 a seguir em que Tarouco et al (2001) descreve características e relações de uma aprendizagem colaborativa apoiada por computador.

Quadro 3 – características e relações da CSCL

CSCL – Computer Supported Collaborative Learning	
Características	- Se faz no setor educacional; - Tem como objetivo apoiar grupos de alunos na tarefa de aprenderem através da colaboração mútua; - Focaliza nos conteúdos o que está sendo comunicado.
Efeitos durante o processo	- colaboração sem restrição de local e horário; - melhor acompanhamento por parte do orientador; - participações mais homogêneas.
Efeitos conseqüentes do processo	- desenvolvimento da habilidade da escrita; - maior reflexão.
Requisitos dos projetos	- suporte à discussão; - acesso compartilhado aos trabalhos desenvolvidos; - identificação, alocação e monitoração das tarefas; - desenvolvimento e revisão do trabalho.
Atividades básicas a serem apoiadas	- comunicação: base para as interações sociais; - negociação: apoio à resolução de conflitos; - coordenação; - planejamento e acompanhamento das atividades; - percepção: provê maior sinergia do grupo; - compartilhamento: criação de uma base de dados que atue como “memória do grupo”; - construção colaborativa de conhecimentos: aprendizagem ativa através de ações construtivistas; - representação dos conhecimentos: desenvolvimento da escrita, maior reflexão, compartilhamento do conhecimento; - avaliação colaborativa: maior participação ativa, revisão, discussão e aperfeiçoamento dos conhecimentos compartilhados do grupo.

Nota-se ainda que a CSCL impõe a colaboração entre os estudantes. Eles não reagem isoladamente a conteúdos publicados, mas aprendem através das suas perguntas, buscando conjuntamente linhas de raciocínio e ensinando um ao outro. Ressaltamos que para a CSCL o foco da aprendizagem é aprender através da colaboração com os outros estudantes em vez de diretamente com o educador. Nesse sentido o computador é quem vai proporcionar a colaboração através da comunicação e apoio à interação dos estudantes seja por meio de *e-mails*, *chats*, fóruns de discussão, mensagens instantâneas, videoconferência, entre outros, bem como a combinação de diversos meios de comunicação com funcionalidades especiais adicionadas.

Com isso, percebe-se também a importância do uso do *chat* e a necessidade da simbologia algébrica para a colaboração e comunicação entre estudantes num curso de Licenciatura em Matemática na modalidade de EaD *online*, por exemplo. Deste modo temos que buscar as soluções e propostas já existentes para a comunicação e uso da simbologia algébrica, verificando se as mesmas possibilitam a colaboração entre pares ao resolverem determinada atividade.

2.4.1 Ferramentas de Colaboração

Para tecer comentários sobre as ferramentas de colaboração em um ambiente virtual iremos comentar primeiro sobre a evolução da *internet* que com a passagem da *web* 1.0 para a *web* 2.0 tivemos um fator relevante que foi a colaboração, em que o usuário passou de um mero leitor para ser (co)autor das páginas dispostas na *internet*.

Sendo assim, podemos compreender a *internet*, ou seja, os endereços eletrônicos, como sendo nós da rede (teia mundial) em que os *links* podem direcionar para páginas do mesmo *site* ou de outro endereço, possibilitando o avanço da leitura de uma forma não linear. Dessa maneira o leitor agora torna-se autor, que interage, modifica e cria novos textos em contextos singulares proporcionados pela Web 2.0¹⁹, além de possibilitar o compartilhamento de ideias na própria rede com os demais internautas. Sendo assim, crescem e multiplicam-se dados, informação, conhecimentos e saberes.

Baseando-nos em Carvalho (2008) podemos afirmar que com o surgimento do Napster e o do Blogger em 1999 e, da Wikipedia em 2001, houve uma mudança de paradigma que originou o conceito de escrita colaborativa, uma vez que antes do surgimento dessas ferramentas os espaços para publicação e produção de conteúdos pelos internautas eram bastante limitados. Há vários questionamentos sobre essa terminologia, entretanto não há dúvida que a atual *web* possui características muito diferentes da que tínhamos na década de 90. Sendo assim, tomemos por base as palavras de Lévy

As novas possibilidades de criação coletiva distribuída, aprendizagem cooperativa e colaboração em rede oferecida pelo

¹⁹ este conceito surgiu pela primeira vez em 2004 (CARVALHO, 2008).

ciberespaço colocam novamente em questão o funcionamento das instituições e os modos habituais de divisão do trabalho, tanto na empresa como nas escolas. (LÉVY, 2000, p.98)

A partir do exposto, elaboramos o quadro 4 a seguir com os modos de interação comparando a *Web 1.0* e a *Web 2.0*.

Quadro 4 – Possibilidades de Modos de Interação para a Educação a Distância na *Web 1.0* e na *Web 2.0*

Modos de Interação	Na Web 1.0 - um para todos	Na Web 2.0 - todos podem interagir
Características	Sites pessoais Publicação Gerenciamento de conteúdos Copiador de conteúdo Conteúdo pelo conteúdo (estático) Entrega de pacotes (conteúdo, atividade, etc.) Comunicação de massa Centralização Individualização Não interação coletiva Flexibilidade Assincronia	Blogs Participação Wikis Criador de conteúdo Conteúdo manipulado pelo usuário Comunicação síncrona e assíncrona Interação coletiva intensa Descentralização Flexibilidade Não massificação
Concepção Pedagógica	Bancária: entrega de conteúdos Cibernética: instrução Programada	Dialógica: construção coletiva do conhecimento

Com este quadro podemos perceber que a educação foi bastante beneficiada, uma vez que essas novas aplicações da *Web 2.0* facilitam a cooperação entre pares, não exigindo do usuário uma alfabetização tecnológica avançada e as ferramentas que hoje existem, estimulam a experimentação e geração de conhecimentos individuais e/ou coletivos.

Entretanto ressaltamos, que mesmo hoje, possuindo os benefícios proporcionados pela *Web 2.0*, o cuidado no planejamento para a criação de cursos em Ambientes Virtuais de Aprendizagens é evidenciado por Santos (2003) ao sugerir que, na montagem dos mesmos, as características a seguir sejam contempladas:

- i) sites hipertextuais que agreguem intratextualidade, multivocalidade, navegabilidade, mixagem e multimídia;
- ii) comunicação interativa síncrona e assíncrona;
- iii) atividades de pesquisa que estimulem a construção do conhecimento a partir de situações-problema, na qual o sujeito possa contextualizar questões globais e locais do seu objeto cultural;
- iv) ambiência para avaliação formativa, onde os saberes sejam construídos num processo comunicativo de negociações e onde a

tomada de decisões seja uma prática constante para a (re)significação processual de autorias e co-autorias;
v) conexões lúdicas, artísticas e navegações fluidas. (SANTOS, 2003, p. 8)

Os recursos *online* da *Web* 2.0 otimizaram a gestão da informação, favoreceram a formação de redes de inovação e conhecimento com base na reciprocidade e na cooperação, com isso, a formação dos professores através da modalidade a distância permite a consolidação da cultura digital (CARVALHO, 2009). Entretanto, essa modalidade já absorve o estudante dentro da sociedade informacional, que obrigatoriamente fará uso das ferramentas tecnológicas, que são aprimoradas ao longo de sua aprendizagem. Os cursos de licenciatura à distância (*online*) usam Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVAs) como plataformas de comunicação com seus estudantes, que apresentam uma estrutura com ferramentas semelhantes aos formatos de produção e publicação de textos e imagens usados na *web*. Sabemos que mais importante do que o uso destas ferramentas é a concepção de colaboração e compartilhamento que as mesmas podem proporcionar, sendo estes, elementos que devem estar internalizados na prática do educador que deverá montar sua sala de forma que a colaboração possa acontecer (CARVALHO, 2009). Para Carvalho (2009) o conceito de aprendizagem colaborativa, embora bem estruturado do ponto de vista acadêmico, ainda está em estágio inicial em sua aplicação pedagógica nas escolas de Ensino Fundamental e Médio. Dessa maneira é comum encontrarmos estudantes que irão ter resistência a trabalhar colaborativamente, uma vez que sua base está arraigada em trabalho individual ou até mesmo cooperativo²⁰ em que cada um faz uma parte da tarefa e por fim junta-se todas as partes formando o trabalho final.

Reforçamos que o ensino à distância não se trata de transpor o ensino presencial para um modelo virtual com suas limitações e problemas de uma sala de aula convencional, mas, de empreender uma nova estrutura de aprendizado. Salientamos que ainda existem propostas de educação baseadas no “princípio fordista da massificação e reprodução da força de trabalho” conforme é apontado por Carvalho (2009, p. 192). Os envolvidos (educadores e estudantes) nesta realidade social e econômica não percebem em seu cotidiano os efeitos da globalização e da sociedade de informação e o pouco que absorvem não é

²⁰ Nota-se aqui outra distinção entre colaboração e cooperação.

apropriado em seu benefício, tornando-se elementos de exclusão (CARVALHO, 2009). Com isso, a formação dos educadores na modalidade à distância, deve incorporar elementos essenciais da aprendizagem colaborativa promovendo uma mudança, tornando o educador um autor e condutor no seu processo de aprendizagem e isso é possível graças a formações continuadas, espaços para debates e reflexões, estudos em grupos e cursos de aperfeiçoamentos voltados para esta área.

Diante do exposto percebe-se a necessidade que os ambientes virtuais possuam ferramentas, no caso específico de um curso de Licenciatura em Matemática à distância *online*, de edição e manipulação algébrica inseridas em seus aplicativos de comunicação (fórum, *wiki* e *chat*).

Wiki, fórum e chat

Em ambientes virtuais de aprendizagem (AVA) podemos encontrar algumas ferramentas de aprendizagem colaborativa, a exemplo temos o fórum, o bate papo e a *wiki*, para nosso estudo vamos focar apenas duas ferramentas, que são o *chat* (bate papo) e o fórum, mas frisaremos que a ferramenta *wiki* funciona de modo que quando um participante está escrevendo, a mesma fica travada e outro usuário só pode inserir suas contribuições (digitar/alterar algo) quando o que já está trabalhando nessa ferramenta terminar de utilizá-la.

Os softwares Wiki prestam-se ao desenvolvimento colaborativo do conteúdo. Uma característica da Wiki é a facilidade de edição e a possibilidade de criação de textos de forma coletiva e livre, outra característica é que ela não é hierárquica e dá ênfase à cooperação, em que os usuários podem inserir ou excluir informações, independente de sua condição no grupo (educador ou estudante); é transparente, pois identifica o registro de cada uma das alterações realizadas, indicando quem realizou e o momento; é um espaço em que deve existir ética, pois, como já citamos, há liberdade para qualquer ação dentro do ambiente (escrita, modificação, apagar); é reservado a grupos, sendo o acesso livre e restrito ao grupo, com utilização de senhas (PINHO *et al*, 2007).

Apesar do fórum ser uma ferramenta que tem a funcionalidade de comunicação assíncrona, o *chat* de comunicação assíncrona e a *wiki* como ferramenta de escrita colaborativa, vemos possibilidades de se aprender colaborativamente utilizando, também, as duas primeiras ferramentas.

Sendo assim, vamos comentar neste momento sobre o fórum de discussões que conforme Furtado *et al* (2004)

pode ser identificado como um espaço onde ocorre diálogo de forma assíncrona e as mensagens dos participantes ficam disponíveis para todos os demais ao mesmo tempo. O fórum de discussões é organizado em tópicos que podem ser ordenados, utilizando-se como critério, por exemplo, as últimas respostas enviadas. Os tópicos são agrupados por assunto, podendo-se também criar categorias de fórum (fórum privado, aberto, de acesso restrito a um grupo, etc). (FURTADO *et al*, 2004, p. 283).

Notemos que nos fóruns, os participantes utilizam a linguagem escrita, podendo ter também a possibilidade de anexarem arquivos para se expressarem e se comunicarem. Dessa maneira, o fórum estabelece um meio de comunicação entre os participantes, uma comunicação existente entre o processo de formação do conhecimento e a aprendizagem colaborativa entre eles. Vale lembrar ainda que segundo Bairral (2007, p. 71) “o fórum de discussão é uma ferramenta comunicativa que todos podem acessar, ver o que está sendo discutido e participar da discussão com um tempo próprio para reflexão e resposta”. Tendo essa característica, notamos que em um fórum de discussão podemos escrever determinada mensagem após uma reflexão mais aprofundada do tema proposto ou de mensagens já postadas, podendo ainda realizar em primeiro momento alguns rascunhos para em seguida passar a limpo e postar a contribuição sobre o objeto de estudo proposto.

Nas ferramentas *chat* e fórum, podemos perceber que os estudantes e educadores podem interagir de forma síncrona e assíncrona respectivamente, uma vez que a disponibilidade por meio da internet garante o acesso contínuo e sem definições de horários (para o fórum) e local (para ambos).

Vale saber que o *chat* é uma

Forma de comunicação através de rede de computadores, similar a uma conversação, na qual se trocam, em tempo real, mensagens escritas: bate-papo *online*, bate-papo virtual, papo *online*, papo virtual.

Forma de comunicação a Distância utilizando computadores ligados à internet, na qual o que se digita no teclado de um deles aparece em tempo real no vídeo de todos os participantes do bate-papo. (HOUAISS, 2001).

Podemos encontrar outras definições para o *chat* em diversas pesquisas científicas em que as mesmas se referem como instrumento que permite uma forma de comunicação síncrona entre os participantes, interação em tempo real de várias pessoas.

O *chat* foi criado em 1988, na Finlândia, na Universidade de Oulu, quando Jarkko Oikarinen escreveu o primeiro Internet Relay Chat (IRC). Oikarinen tinha como objetivo ampliar os serviços de *e-mail* da época para uma modalidade de comunicação síncrona, para que as mensagens pudessem ser postadas e lidas em tempo real, diferentemente da comunicação de mensagens de *e-mail*.

Logo, um *chat*, voltado para a educação, pode ser utilizado com um espaço para discussão de conceitos relacionados a um determinado tema, como pode ser um momento de encontro utilizado para estimular o estabelecimento de vínculos entre os participantes do curso, entretanto, segundo Torres e Silva (2008) os resultados são importantes e o sucesso depende do professor que diante das particularidades da sua turma vai decidir os espaços que podem ser criados para uma possível intervenção no processo de ensino e aprendizagem.

Edições de expressões matemáticas

Neste tópico buscaremos compreender como acontece a edição de expressões matemáticas no computador, para isso, iremos levantar as nossas questões de pesquisa que determinamos no início deste trabalho.

A primeira questão apresentada leva-nos a elencar quais dificuldades encontramos na comunicação síncrona que podem aparecer em ambientes virtuais de cursos na modalidade de educação a distância *online* que necessitem da linguagem algébrica para uma aprendizagem colaborativa.

Já a segunda questão que propomos busca investigar se a elaboração e utilização de uma *interface*, que favoreça tanto a edição quanto a reedição de fórmulas matemáticas durante o diálogo, proporcionará a aprendizagem colaborativa a partir da interação entre os envolvidos.

Com base nessas questões salientamos que a atividade feita em um *chat* torna-se mais complexa do ponto de vista da edição de fórmulas matemáticas, uma vez que a ferramenta síncrona proporciona a interação entre os pares em tempo real, o que pode acarretar na escrita/digitação do pensamento ainda um pouco desorganizado, sendo bem diferente de um fórum em que digitamos quando já temos realizado nossas reflexões, nossas correções e nesse momento estamos apenas passando a limpo determinado comentário (resolução de algum problema/atividade) que foi proposto.

Abordamos isso, visto que a maioria de editores de equações matemáticas parte da lógica de programação de caixas, ou seja, caso queira digitar uma determinada expressão, como por exemplo $\frac{(-x)^2 + y^4}{2}$, temos uma caixa para a fração $\frac{a}{b}$ que receberá o denominador 2, neste caso e o numerador $(-x)^2 + y^4$. A caixa é aberta pelo programa como podemos ver na figura 06.



Figura 06 – Caixa de digitação de fração de um editor de texto.

Entretanto, para a soma que tem no numerador é esperado $c + d$, ou seja, um valor para a parcela c e outro para a parcela d e na parcela c temos as entradas dos parênteses e do expoente e temos ainda para a parcela d a entrada do y e seu expoente. Em alguns programas, no caso do programa que estamos utilizando para ilustrar a caixa para a soma não aparece, entretanto, as caixas para o parênteses expoentes aparecem como podemos ver na figura 07:

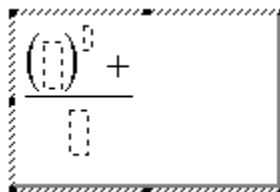


Figura 07 – Caixas disponibilizadas pelo editor de texto para digitação do numerador com caixa para os parênteses e expoente.

Com base nas figuras 06 e 07, vistas anteriormente, notamos que nem sempre na hora de digitar algo numa conversa síncrona possuímos o pensamento já estruturado acerca do que queremos escrever e compartilhar, e, desta maneira, precisamos fazer alterações no que acabamos de enviar para o outro ou, no caso de uma colaboração, muitas vezes se faz necessária a alteração ou digitação de algo a mais do que foi enviado para a tela de apresentação²¹ pelo outro colega, o que

²¹ Chamamos neste trabalho de tela de apresentação ou tela pública a tela de diálogo em que aparece as mensagens que foram enviadas aos participantes em um *chat*.

acarreta uma poluição no diálogo corrente e perda de tempo, pois é necessário digitar tudo novamente para novo envio.

Em suma, o que expomos é que a *interface* não deve apenas fornecer possibilidades de escrita da simbologia matemática, mas também, a possibilidade de alterações nessas simbologias uma vez que nem sempre o raciocínio está estruturado em forma organizada e linear, mas, em geral, temos partes do raciocínio sendo escrito e desenvolvido durante a colaboração.

3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

A partir do levantamento teórico e do que acabamos de expor no capítulo anterior, podemos explicitar nossos objetivos específicos, uma vez que nosso objetivo geral é o de determinar quais são as características necessárias em uma *interface* para permitir atividades algébricas exploratórias no computador no contexto da EaD *online*. Sendo assim, traçamos os seguintes objetivos específicos:

- Analisar algumas *interfaces* existentes na busca de diagnosticar as possibilidades e dificuldades na escrita algébrica.
- Investigar as necessidades apresentadas por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco - IFPE, ao participarem de *chats*.
- Analisar a resolução de uma atividade presencial entre duplas de estudantes para diagnosticar quais ferramentas são necessárias para se trabalhar expressões algébricas em um ambiente virtual.
- Especificar uma *interface* a partir das necessidades detectadas na pesquisa.

4 PRÉ-EXPERIMENTAÇÃO

Neste capítulo exporemos alguns trechos de um diálogo realizado entre educador e estudantes, a partir de uma atividade dada em que os mesmos trabalharam com as ferramentas de colaboração fórum e *chat*, para o ensino e aprendizagem de matemática na plataforma Moodle do IFPE. Nesse trecho, os participantes dialogam sobre as questões/atividades propostas, tentando assim, utilizar a simbologia algébrica para a aprendizagem e debate do(s) assunto(s) proposto(s).

Antes de mostrarmos o diálogo iremos conhecer o ambiente virtual Moodle que foi a *interface* utilizada.

4.1 O Ambiente Virtual MOODLE

A nossa escolha pelo ambiente virtual de aprendizagem (AVA) MOODLE se deve ao fato do mesmo ser utilizado no nosso campo de pesquisa que é o curso de Licenciatura em Matemática oferecido pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco - IFPE.

Essa plataforma de ensino, o MOODLE²² (*Modular Object Oriented Dynamic Learning Environment*)²³, é um ambiente de aprendizagem à distância que foi desenvolvido pelo australiano Martin Dougiamas em 1999 e segundo Filatro (2008) o MOODLE está entre os principais ambientes utilizados atualmente. Ele é um LMS (*Learning Management System*)²⁴, ou seja, um Sistema Gerenciador de Cursos, que dispõe de um conjunto de ferramentas que podem ser selecionadas pelo professor de acordo com os objetivos do curso, promovendo o planejamento, implementação e gestão do aprendizado, seja em cursos à distância ou semipresenciais, ou ainda para complementação e debates em cursos presenciais.

Esse sistema foi desenvolvido sob a teoria construtivista social ou sócio-construtivista (LOPES, 2007; SILVA, 2010), a qual defende a construção de

²² <http://www.moodle.org> ou www.moodlebrasil.net/moodle/login/index.php

²³ Ambiente de Aprendizagem Dinâmico Modular Orientado a Objeto

²⁴ Sistema de Gerenciamento de Aprendizagem

conhecimento de forma colaborativa, para isso, os cursos podem utilizar diferentes ferramentas tais como fóruns, diários, *chats*, questionários, entre outros. Apesar de ser idealizado na década de 90 e desenvolvido em 1999, a primeira versão deste programa foi lançada em 2002, uma vez que várias versões foram produzidas e descartadas até a versão 1.0 que foi aceita e bastante utilizada (OLIVEIRA, 2008; FERNANDES et al, 2010).

Esse sistema de gerenciamento é uma das plataformas mais utilizadas no mundo, uma vez que é um software de fonte aberta (*open source software*²⁵), sob as condições de *GNU (General Public License)*, podendo ser baixado, utilizado e modificado gratuitamente. Sendo assim, o MOODLE conta com uma comunidade de usuários e, cada usuário pode contribuir colaborando para o seu desenvolvimento de forma a corrigir eventuais problemas (*bugs*), modificar seu código fonte, acrescentar módulos específicos, experimentar possibilidades pedagógicas, entre outros. Ele pode ser utilizado em sistemas operacionais diversos, como o Windows, Linux, Mac OS X, entre outros.

Também pode ser utilizado em sistemas que suportem a linguagem PHP (*Hypertext Preprocessor*). Esse sistema possui traduções para 75 idiomas diferentes. Como o MOODLE fica hospedado em um servidor, os participantes podem ter acesso à plataforma de qualquer lugar com acesso à *internet*. Outra vantagem em relação a outros sistemas gerenciadores de cursos, é que o MOODLE é um software livre que apresenta muitas funcionalidades sendo desenvolvido como um sistema *web*, não exigindo grandes conhecimentos de informática, apresentando atividades que os estudantes podem acessar e executá-las de modo remoto e de modo síncrono ou assíncrono.

O MOODLE, diferente de outros sistemas que valorizam as ferramentas computacionais que disponibilizam, sugere uma estrutura (*framework*) combinando tanto recursos quanto atividades que promovem a aprendizagem, podendo ser estruturado basicamente por tópicos/módulos, semanas ou social, em que o formato social é baseado nos recursos de interação entre os participantes e não em um conteúdo estruturado como no formato semanal e o de tópicos/módulos. Na estrutura semanal é informado o período que o curso irá se realizar (data de início e

²⁵ Sendo um software open source (sob a GNU Public License), qualquer pessoa pode participar do desenvolvimento do Moodle. Apesar de ser protegido por direito autoral, o usuário está autorizado a copiar, modificar e usar o Moodle desde que a licença original e os direitos autorais não sejam modificados ou removidos.

quantidade de semanas), já no modular/tópicos deve ser informado a quantidade dos módulos. Salientamos que o MOODLE proporciona a criação de ambientes centrados na aprendizagem e não nas ferramentas computacionais. Existem outros formatos conforme podemos ver na figura 08 que retiramos do tópico de ajuda do ambiente MOODLE do IFPE.

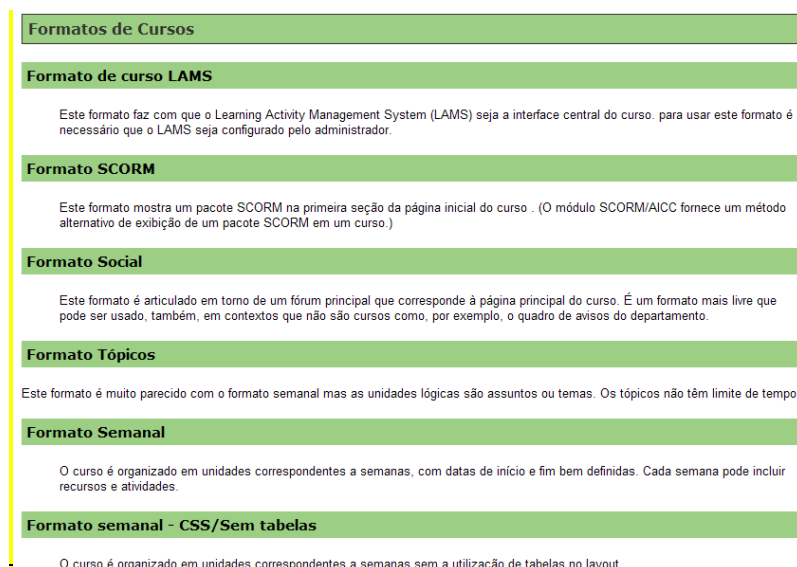


Figura 08 – Formatos de Cursos

Esses formatos podem ser escolhidos a partir das configurações das salas, para a criação da mesma. Em geral, como um componente curricular tem um início e dura em média 8 a 10 semanas, o formato semanal é o comumente utilizado no IFPE conforme podemos ver na figura 09.

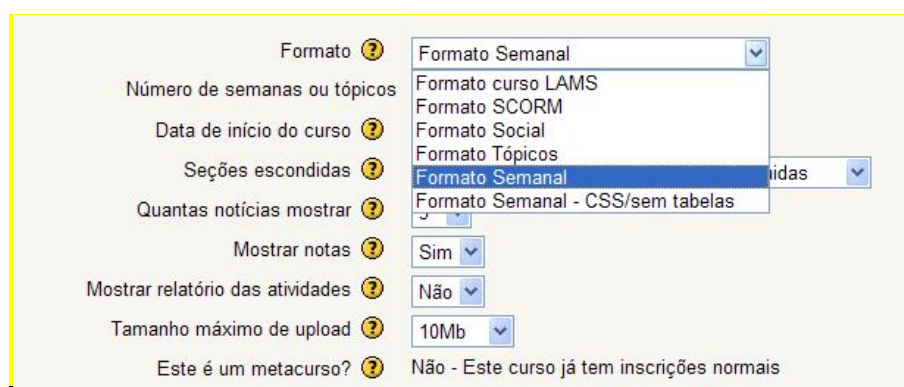


Figura 09 – Escolha de formato da disciplina de um curso no menu configurações do MOODLE do IFPE.

Este ambiente possui as principais funcionalidades de um ambiente virtual de aprendizagem, possuindo as ferramentas de comunicação, avaliação, administração e organização. O MOODLE é um recurso que engloba várias ferramentas, tais como

fóruns, *chats*, biblioteca virtual, material didático-pedagógico, entre outros. Cada ferramenta tem uma utilidade específica contribuindo para interação dos participantes e acesso aos materiais elaborados pelos educadores. É possível ainda compartilhar materiais de estudo, montar listas de discussões, fazer testes de avaliação e pesquisas de opinião, coletar e revisar tarefas, acessar e registrar notas, verificar o acesso dos participantes no ambiente e outras funcionalidades. Esses recursos podem ser selecionados de acordo com a necessidade e objetivos do educador. Mostraremos a seguir a tela de visualização do participante e acompanhamento do mesmo.



Figura 10 – Tela de visualização do participante.

Relatório de atividades		
Relatório de outline	Relatório completo	Logs de hoje
Todos os acessos	Nota	
Semana 0		
ATALHOS EQUATION (até a versão do Word 2003)	2 visitas	terça, 7 setembro 2010, 19:35 (184 dias 15 horas)
LIVROS DA DISCIPLINA	14 visitas	quarta, 12 janeiro 2011, 10:16 (58 dias)
Contrato Pedagógico	1 visitas	quarta, 19 janeiro 2011, 15:37 (50 dias 19 horas)
FÓRUM CONTRATO PEDAGÓGICO	4 mensagens	sábado, 9 outubro 2010, 17:00 (152 dias 17 horas)
Video Contrato Pedagógico	3 visitas	segunda, 11 outubro 2010, 03:43 (151 dias 7 horas)
*****VEJA QUEM É SEU TUTOR*****	3 visitas	segunda, 25 outubro 2010, 11:14 (136 dias 23 horas)
FÓRUM GERAL	15 mensagens	domingo, 5 dezembro 2010, 16:53 (95 dias 17 horas)
Semana 1		
PLANO DA SEMANA 01	3 visitas	quarta, 19 janeiro 2011, 15:37 (50 dias 19 horas)
REFLEXÃO: NOVA GRAFIA E MATEMÁTICA	1 visitas	sábado, 2 outubro 2010, 09:55 (160 dias)
SOLUÇÕES DA SEMANA 01	8 visitas	terça, 18 janeiro 2011, 10:06 (52 dias)
ATIVIDADE DA SEMANA 01	13 visitas	terça, 18 janeiro 2011, 10:06 (52 dias)
ENVIO da Atividade da Semana 01	-	-
Fórum de DÚVIDAS da semana 1	40 mensagens	domingo, 17 outubro 2010, 16:50 (144 dias 17 horas)
Tutoria online da semana 1	-	-

Figura 11 – Tela de Relatório das atividades do participante

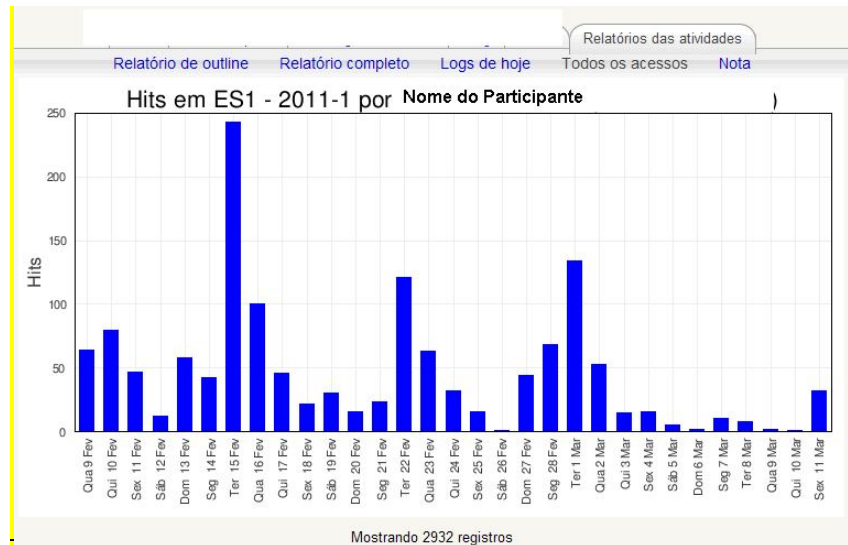


Figura 12 – hits do participante na sala virtual

Relatório de notas - nome do estudante				
Item de avaliação	Categoria	Nota	Avaliação	
ENVIO da Atividade da Semana 01	Plataforma (3,0)	23,0	Muito Bom	
ENVIO da Atividade da Semana 02	Plataforma (3,0)	13,0		
ENVIO da Atividade da Semana 03	Plataforma (3,0)	11,0		
ENVIO da Atividade da Semana 04	Plataforma (3,0)	9,0		
ENVIO da Atividade da Semana 05	Plataforma (3,0)	-		
ENVIO da Atividade da Semana 06	Plataforma (3,0)	3,0		
Envio da tarefa da semana 07	Plataforma (3,0)	0,0		
Avaliação de desempenho na plataforma (0,2)	Plataforma (3,0)	10,0		
Média da Plataforma	Plataforma (3,0)	1,2		
Avaliação Presencial (7,0)	Exames Presenciais (7,0)	25,0		
2ª Chamada (7,0)	Exames Presenciais (7,0)	-		
Média Presencial	Exames Presenciais (7,0)	1,8		
Média	Avaliações	3,0		
Nota do exame final	Exame Final (10,0)	45,0		
Exame Final	Exame Final (10,0)	4,5		
POSTAR AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO NA PLATAFORMA AQUI	Matemática Elementar I			
Média Final	Matemática Elementar I	3,7		

Figura 13 – relatório de notas do estudante

Esses recursos podem ser compreendidos como conteúdos instrucionais estáticos, como páginas de texto, arquivos disponíveis para *download* e páginas *web*. Já as atividades podem ser classificadas como interativas ou sociais. As interativas representam oportunidades de interação com um tutor / professor formador / estudante / conteúdo instrucional. Já as atividades sociais são as que favorecem a construção coletiva do conhecimento, como os *chats*, os fóruns e as *wikis*²⁶.

²⁶Como já abordamos anteriormente, podemos considerar a *wiki* como uma coleção de documentos criados de forma coletiva.

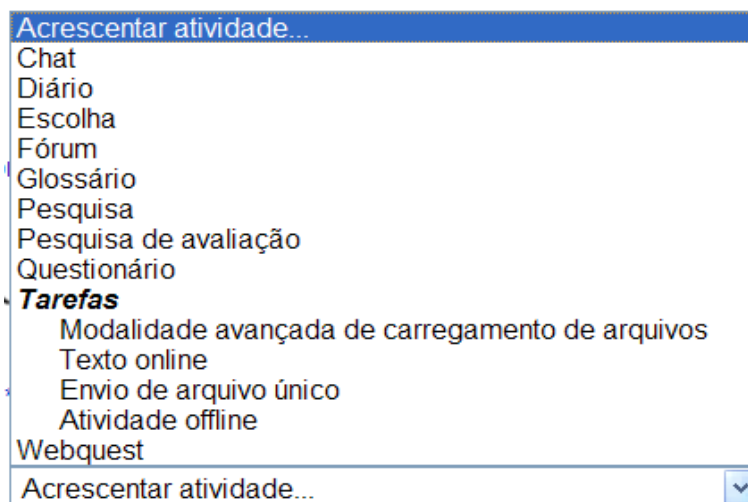


Figura 14 – Menu de atividades da plataforma MOODLE do IFPE.

4.2 O uso da simbologia algébrica em disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática do IFPE na modalidade a distância *online*

Voltando novamente para a escrita algébrica que também são utilizadas em ambientes virtuais na educação a distância em aprendizagens mediadas pelo uso do computador, nos basearemos em Bellemain (2004), quando afirma que não se pode tratar de forma separada a evolução do simbolismo e a evolução do pensamento algébrico, uma vez que eles evoluíram juntos e de forma dialética. Desta forma, “o simbolismo evoluiu para ser mais funcional e permitir ao cálculo algébrico ser mais eficiente” (BELLEMAIN, 2004, p. 157). Já a evolução do cálculo algébrico foi possível graças a “utilização e estudo das regras de manipulação do simbolismo” (BELLEMAIN, 2004, p. 157).

Bellemain (2004) ainda considera quatro etapas na evolução do pensamento algébrico, sendo a álgebra das grandezas, dos números, dos objetos matemáticos e as estruturas algébricas. De igual modo, considera também quatro etapas na evolução do simbolismo, acompanhando a evolução do pensamento algébrico, que são o sistema de numeração, a álgebra retórica, a álgebra sincopada e a álgebra simbólica.

Com isso, percebemos que a maioria dos conteúdos de álgebra abordados trata de resoluções típicas de situações padrões, como a resolução de equação do primeiro grau, segundo grau, sistema linear, fatoração, funções, entre outros.

Bellemain (2004) afirma que o ensino da álgebra aparece “focalizado sobre a sistematização de certas manipulações, sem necessariamente que seja abordada a significação dessas” (p. 159). É bem notável essa prática tanto nos Ensinos Fundamental e Médio, como também no Ensino Superior; entretanto salientamos que muitas vezes um estudante acaba por chegar ao Ensino Superior sem ao menos lembrar que existem essas manipulações, provavelmente pela não abordagem ao significado das mesmas.

Notemos que a falta de simbologia gera dificuldades para o estudante podendo até mesmo interferir na compreensão da ideia representada pelo símbolo. Deste modo, acreditamos que a linguagem matemática desenvolveu-se com o intuito de facilitar a comunicação do conhecimento matemático entre as pessoas, ficando notório que a simbologia algébrica facilita a transposição de informações da linguagem natural para a linguagem simbólico-formal matemática.

Sabemos que os estudantes de cursos superiores já possuem o conhecimento da linguagem algébrica simbólica, uma vez que os mesmos já utilizaram parte dela na educação básica, entretanto, em determinados espaços virtuais de aprendizagem se faz necessário o estudante criar e compreender novas notações, diga-se de passagem, às vezes até sincopadas, para poderem dialogar entre si e com os educadores das disciplinas.

Com o exposto no parágrafo anterior, vamos verificar alguns trechos de conversas e mensagens trocadas entre estudantes e educadores do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco - IFPE, do curso de Licenciatura em Matemática, do componente curricular Matemática Elementar I e II e em Cálculo I, de forma que iremos perceber como tem sido feito o uso dessa escrita algébrica nesses cursos na modalidade EaD, com o uso do ambiente virtual de aprendizagem MOODLE.

A seguir traremos alguns trechos da conversa do estudante A (eA) e do estudante B (eB) com o professor²⁷ P1, em 2009.1 (ME I):

...

eA - Mas para o 4º quadrante, teremos x positivo e y negativo?

...

P1 - é isso que você tem que saber, se for isso, teremos $x > 0$ e y

²⁷ Utilizaremos o termo professor por se tratar de professor formador do IFPE.

(Neste diálogo o professor escreveu “é isso que você tem que saber, se for isso, teremos $x > 0$ e $y < 0$ ”, entretanto o ambiente virtual utilizado, apaga qualquer caractere ou palavra escrita após o sinal de menor que “<”)

...
P1 - ficando $2x-6 > 0$ (resolve esta e depois resolve a outra) $x^2 - 5x + 4$

(Note que o professor utiliza uma linguagem algébrica $2x-6 > 0$ e, uma outra notação utilizada em informática $x^2...$)

Com o trecho da conversa podemos perceber que o ambiente rejeita o restante do texto inserido após o símbolo ‘menor que’, provavelmente porque o símbolo < é o caractere de abertura de TAG HTML e o *chat* interpreta o < nesse sentido, ou seja, ele dá prioridade a interpretação HTML em relação com a interpretação matemática, mostrando assim a precariedade do *chat* para essa escrita. Nota-se ainda que não há instrumentos de construção, nesse caso do plano cartesiano, para que os envolvidos possam observar a figura na plataforma, pois, neste diálogo os participantes estão observando o livro impresso.

A falta de ferramentas para uso da fração também dificulta a escrita no ambiente, conforme trecho da conversa que segue, em que o professor tenta explicar a posição do sinal negativo na frente da fração e não no numerador “ $-\frac{8-3}{12}$ ”:

...
P1 - cuidado na notação - fração (8-3), pois é como se diminuísse e depois colocasse o sinal de menos

...
P1 - é como se fosse -1 ((8-3)/12)

Em outro *chat*, notamos novamente a escrita sendo utilizada de uma forma não convencional, o que causava abandono do *chat* por alguns estudantes:

...
P1 - $(x^2-2)*(2x-1)$ fica, $x^2 * 2x - x^2*(-1) - 2*2x - 2*(-1)$

...
eA - quest 4 $g(x)$ é = (x=3)

...
P1 - notem que tem $g(f(x))$, então vcs podem fazer $x=f(x)$, aí substitui na segunda função

...
P1 - $g(f(x))=2 f(x)-1$ (substitui em $g(x)$)

...
P1 - ora, como agora vcs tem, $g(f(x))$ dado anteriormente e acharam novamente $g(f(x))$, é só igualar as funções

...
eA - mas $f(x-3)=2x^2=2 g(x)$ não fica = (x+3)?

eC - Que sinal é este que fica depois do 2x

...

P1 - 3^2 = três ao quadrado

Com o exposto, notamos que esta escrita sem o uso convencional da simbologia algébrica proporciona dificuldade de interpretação para estudantes que não estejam habituados com a escrita utilizada pelo professor. Nesta questão que utilizamos de exemplo, os mesmos discutem a resolução algébrica sobre a composição de funções.

Em 2009.2²⁸ já na disciplina Matemática Elementar II - ME II, que dá continuidade aos assuntos da anterior, temos alguns diálogos em que os estudantes já passam a conhecer a linguagem, visto o uso do software Winplot e Graphmatica for Windows:

...

eD - é assim multiplicação da 2 +R2 tudo dentro do radical por ele mesmo

P1 - esse segundo numero dois é um expoente?

P1 - $\sqrt{2+\sqrt{2}}$?

P1 - $\sqrt{}$ =raiz quadrada

...

eD - $\sqrt{2+\sqrt{2}} \times \sqrt{2+\sqrt{2}}$

...

P1 - nesse caso vc pode usar $\sqrt{2+\sqrt{2}}^2 = 2+\sqrt{2}$

...

eD – entendi

Em 2010.1, em (CAL I), num fórum, vemos o estudante eE, utilizando:

“Não é que eu fiz assim.....

$3x - 3 < 0,03 \Rightarrow 3x < 3,03 \Rightarrow x < 1,01$

mas agora eu entendi

$0 < |x-a| < \varepsilon$ (faz de conta que é epsilon)

e a é =1

então

$x - a = 1,01 - 1 = 0,01$

eu acertei no valor de x mas errei no valor de epsilon que mancada”

Notamos que em fóruns apesar do uso de uma linguagem “forçadamente nova”, ainda podemos enviar arquivos com a notação da álgebra simbólica, sem ser necessário o uso adaptado da linguagem algébrica.

Num bate papo desta disciplina destacamos:

²⁸ 2009.2 é o período em que a disciplina foi cursada, ou seja, segundo semestre de 2009.

eF - onde temos $f(x) = 3$ elevado a $-x$

(Notemos um uso retórico por parte do estudante)

...
P2 - Assim, fica $f(x) = 1 / 3^x$

(Notemos agora que o professor se utiliza uma linguagem simbólica adaptada)

Em outra disciplina de CAL I, notamos uma estudante aproveitando a tecla 1, 2, 3 do teclado (que pressionadas com ctrl+alt, gera um expoente).

eM - o 1º deu (-3) o limite de $x^2 - 4 = -3$ é diferente de $f(1)$, não entendi pq -3 menor que 1. Existe ou não???

Em outro chat, note que a estudante eH não utiliza a notação adaptada (computacional).

eH - aí vai ficar $2x^2 - x - 1 - 2x^2 - x - 1/h$

Em outro semestre, o de 2010.2, o professor P1, utilizou também o fórum, tendo em vista a incorporação de arquivos ou figuras para melhor uso da simbologia. A exemplo disso temos parte de um material postado no fórum de ME I (Matemática Elementar I) conforme verificamos na figura 15.

Capítulo 7
2) (U. E. LONDRINA) Em R^2 , sejam $(2m+n; m-4)$ e $(m+1; 2n)$ dois pares ordenados iguais. Então, m^n é igual a:

a. -2 b. 0 c. $\frac{1}{2}$ d. 1 e. $\sqrt{2}$

$(2m+n; m-4) = (m+1; 2n)$

$\begin{cases} 2m+n = m+1 \\ m-4 = 2n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n = 1 \\ m-2n = 4 \end{cases}$

3) colocamos as incógnitas no primeiro membro e depois pegamos a segunda equação e subtraímos da segunda ($m-m=0$, desapareceu; $-2n-n$ resultou em $-3n$; e $4-1=3$)

$\Rightarrow -3n=3 \Rightarrow n=-1$

4) resolvendo esta equação temos que $n=-1$ (sexta série)

1) No par ordenado $(a,b)=(c,d)$, só serão iguais se "a" for igual a "c" e se "b" for igual a "d". NESTE CASO $a=c$, temos $2m+n = m+1$

2) NESTE CASO $b=d$, temos $m-4 = 2n$. Como as soluções devem satisfazer os valores de m e de n que são comuns nos dois pares ordenados e tanto na abscissa (x) como na ordenada (y), monta-se UM SISTEMA DE EQUAÇÕES (ver este assunto em livro da sexta série)

5) Substituindo o valor encontrado de n (que é -1) na equação, teremos $m=2$

Logo, $m+n=1$, então $m-1=1 \Rightarrow m=2$

Figura 15 – Parte de material com caixa de textos explicando o que acontece na resolução de uma questão da disciplina Matemática Elementar I

Entretanto mesmo com essa melhora um dos estudantes revela que a explicação oral ainda é algo marcante e necessário, tendo em vista suas formações no ensino presencial e mudança para a EaD.

*eI - “Olá, boa tarde professor!
Foi uma boa idéia, sendo que, muitas pessoas não irão entender o arquivo!
Seria uma boa, postar tipo uma miniaula, gravada pela web, aí seria mais viável!”*

Vale mostrar o que o estudante eJ, utiliza para fazer um pouco do estudo do sinal:

eJ - -----o----- (supor que seja o ponto $x > 2$)

(Note que ele utiliza a letra O como sendo a raiz da função dada, e daí começa a explicitar os valores de $x > 0$ para essa função.) De igual modo o estudante eK utiliza o símbolo ($\sqrt{}$) para o radical em uma mensagem enviada ao professor P1.

*eK - Professor, para obter a raiz quadrada de 38 usamos a fatoração, que implica $2 \times 19 = 38$. A dúvida é: Quando os números implicam o mesmo problema do número 38, na soma de radicais, posso excluir o radical desse número e somar com o anterior?
ex. $\sqrt{(26 + \sqrt{38})} = \sqrt{64}$.*

Notemos que os *chats* ou salas de bate-papo possibilitam em ambientes computacionais projetados para aprendizagem, como no caso dos AVAs, a interação síncrona entre os participantes do curso, ou seja, entre os estudantes e educadores, bem como para os estudantes entre si, em cursos de educação a distância, presencial ou misto. As salas de bate-papo do MOODLE exigem que educador e estudantes estejam conectados ao mesmo tempo para que haja a atividade em tempo real.

Sendo assim, o educador deve organizar o horário e as datas das sessões de bate-papo, por outro lado, os *chats* estão sempre abertos para os participantes, pois o MOODLE não limita o acesso ao ambiente somente nos horários estabelecidos pelo professor na configuração do bate-papo, dessa maneira, os estudantes podem marcar e conversar mesmo sem a presença dos educadores do componente curricular.

Reforçamos que se o *chat* é básico, ou seja, serve apenas para a digitação de textos e palavras e não possui recurso (um teclado virtual) que desenvolva a comunicação com objetos matemáticos, proporciona um diálogo matemático de

difícil compreensão, causando desestímulo para os participantes e posterior abandono/evasão.

Acrescentamos ainda que mesmo se os objetos matemáticos não fossem um problema – e não é para componentes curriculares ou tópicos que não necessitem de simbologia matemática – mesmo assim, alguns cuidados devem ser tomados num *chat*, tais como a viabilidade de cumprir o horário fixado entre a maioria dos estudantes, a quantidade de estudantes que estarão presentes no *chat*, a seleção das questões mais importantes para serem discutidas com os estudantes, entre outros. Isso deve ser observado, pois quem procura um curso à distância precisa da interatividade, uma vez que se faz necessário deixar o estudante sempre desafiado para que possa estar instigado a pesquisar, estudar e participar do curso.

Lembremos que o objetivo da criação do *chat* era estender os serviços dos programas BBS²⁹ (os *e-mails*), para comunicações em tempo real. A princípio, funcionava só na rede pessoal de Jarkko, que era chamada *tolsun.oulu.fi*. Depois de fazer contatos com amigos norte-americanos, em novembro de 1988 a novidade estava ligada à *internet* (MARCUSCHI, 2005).

Desta maneira, podemos perceber que o *chat* é utilizado desde o início da década de 90 na *internet*, e é considerado um ambiente que facilita a comunicação *online* entre todos os presentes na sala, sendo assim, um recurso de comunicação síncrona, ou seja, comunicação em tempo real, em que os participantes recebem mensagens no momento que alguém as enviou.

A aplicação do *chat* como ferramenta na educação permite informações compartilhadas em tempo real, gerando debates, discussões e análise de alguns problemas como já abordamos anteriormente. Tecendo mais comentários sobre os *chats*, é bom perceber que os *chats* educacionais apresentam algumas características tais como:

- Os usuários se conhecem ou são identificados por seus nomes, uma vez que estão, em geral, em salas virtuais ou foram convidados para o mesmo.
- O acesso é limitado a um determinado grupo de estudantes.
- Não é hábito usar apelidos, e sim, seu próprio nome.
- O anonimato não é bem-vindo e em alguns casos impossível, como no caso de algumas plataformas.

²⁹ Bulletin Board System

- Sua intencionalidade está relacionada a conteúdos que dizem respeito ao grupo participante.
- Podem funcionar como plantão de dúvidas e/ou aconselhamento.
- Por definição, há a figura do professor/mediador e os demais participantes são classificados como estudantes.

Reforçamos que no caso de algumas plataformas de ensino, os usuários são da mesma sala virtual e quando acessam o *chat*, automaticamente seu nome de usuário já aparece junto a sua foto, não podendo o usuário ficar anônimo ou usar um *nickname*, podendo ainda ter outros participantes como os coordenadores de curso e administradores do sistema.

Moran (2007) faz um comentário em relação aos *chats*:

Vários colegas meus criticam a utilização do *chat* como uma ferramenta dispersiva, superficial e com dificuldade de aprofundamento. Se os alunos se motivam com o *chat*, ele pode ser também utilizado como um instrumento de avaliação, principalmente do curso (MORAN, 2007, p. 122)

Na figura 16 temos uma sessão de *chat* no MOODLE, em que aparece o professor formador da disciplina. Note que o formato é aparecer a foto de quem escreveu, juntamente com o seu nome e do lado direito da tela temos os participantes do *chat*.

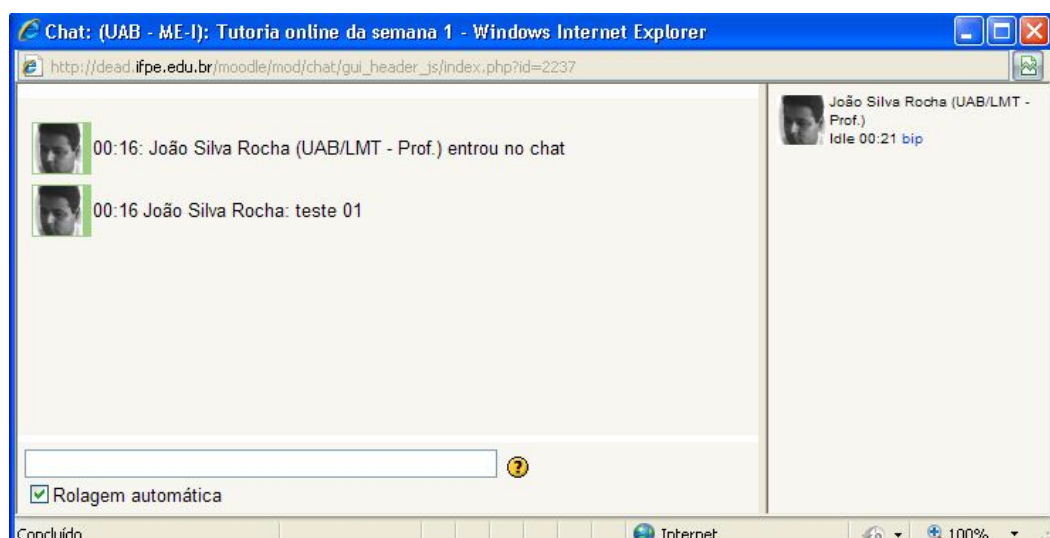


Figura 16 – tela do *chat* do MOODLE

O *chat* do MOODLE não oferece recursos diferentes (como o: grita com, fala para, flerta com, sorri para...), entretanto você pode modificar as letras para que as mesmas apareçam em tamanho diferenciado, ou em negrito, para isso deve-se usar

código HTML, o que não é tão fácil para quem sabe apenas digitar³⁰. No MOODLE temos o histórico do *chat* que fica registrada toda conversa que aconteceu naquele dia/sessão, entretanto, é óbvio que se faz necessário pelo menos a presença de dois participantes para que o mesmo fique registrado nas sessões encerradas.

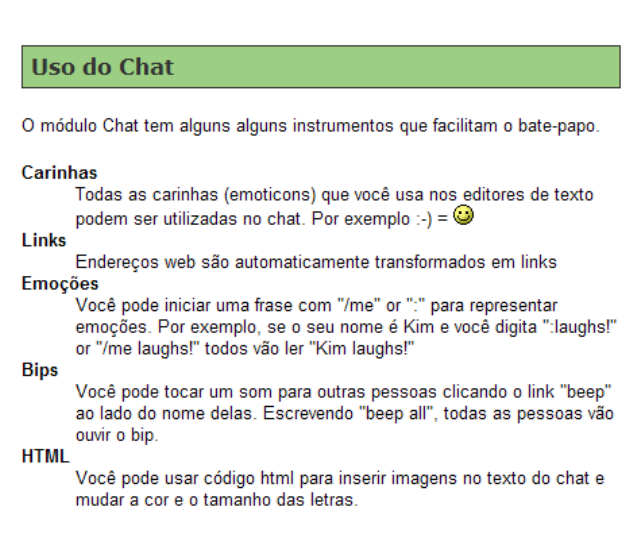


Figura 17 – tópico de ajuda do *chat*

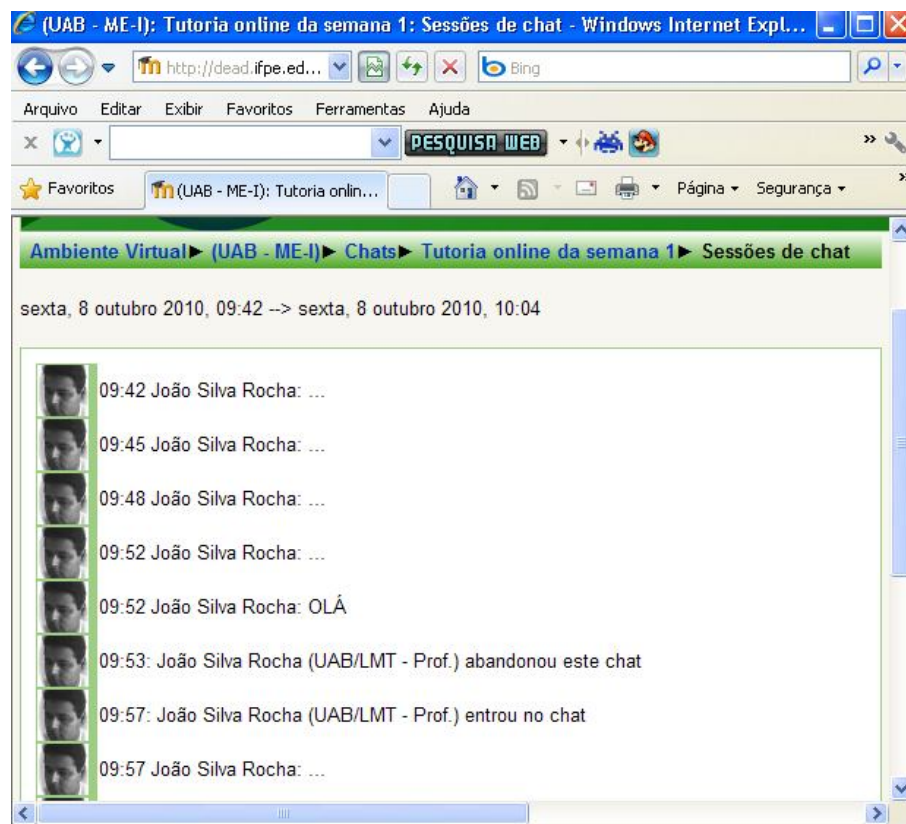


Figura 18 – tela de sessão encerrada de um *chat*.

³⁰ Neste sentido estamos nos referindo a usuários que possuem conhecimento básico em informática como o curso de digitação.

Passaremos neste momento a comentar sobre o fórum, que também é uma ferramenta de interação e permite que os usuários enviem e recebam mensagens compartilhadas que podem ser comentadas por todos. Entretanto, no MOODLE, caso os estudantes estejam em grupos separados, os mesmos não verão mensagens de estudantes que estejam em outro grupo, pois na configuração da sala podemos criar grupos para facilitar a localização/agrupamento de estudantes, tais como grupo por pólo, por tutor, ou qualquer outra restrição dependendo da necessidade e prerrogativa do professor formador que cria a sala.

Num fórum, a atividade central deve ser alimentada por um debate de um determinado tema e ao se introduzir um assunto novo, por qualquer membro do grupo, os demais membros iniciam as reflexões sobre o tema. Num fórum a redação da postagem pode ser feita com cuidado, bem estruturada, podendo passar por uma revisão antes de ser enviada, o que não acontece no *chat*. Lembremos que no fórum, os participantes devem postar a(s) sua(s) atividade(s)/consideração(ões) e voltar novamente em outros momentos para discutir as contribuições que foram postadas pelos demais participantes. Se esse retorno não acontecer a interação será prejudicada.

Vale lembrar que o fórum ocorre de maneira assíncrona, ou seja, os participantes poderão contribuir no horário que lhes convier. Na figura 19 temos um exemplo de fórum em que foi proposta uma pesquisa para os estudantes.



Figura 19 – Fórum temático da disciplina Matemática Elementar I

Para responder a um comentário basta clicar³¹ em “Responder” abaixo da mensagem do participante que desejamos responder. Notemos ainda que o fórum, no MOODLE utilizado pelo IFPE, também não possui uma simbologia matemática, entretanto, podemos anexar algum arquivo ao digitar nossa mensagem no fórum e dessa maneira os demais participantes poderão baixar o arquivo e ler o que está proposto. Dessa forma, alguns estudantes fazem suas considerações em um documento do Microsoft Word, utilizando o editor de equações matemáticas ou o Equation Editor e enviam seus documentos anexados para o fórum, outros optam por enviar um arquivo digitalizado³² com sua própria escrita.

Nota-se assim, que tanto num bate papo quanto num fórum de discussão há a necessidade da existência de ferramentas que proporcionem a escrita da matemática e, pelo que vimos, percebe-se a necessidade além da possibilidade da escrita utilizando a simbologia, que é a de fazer alterações em expressões criadas por outro participante, proporcionando assim não apenas o ganho de tempo como também melhor interação para atividades resolvidas de forma colaborativa. Com isso, notamos ainda a necessidade de uma *interface* que favoreça essa interação é necessária em cursos como os de Licenciaturas em Matemática para que educadores e estudantes possam juntos (mesmo à distância) discutir/debater sobre os mais variados assuntos, tendo mais uma possibilidade de construção do conhecimento.

³¹ Utilizaremos a onomatopéia “clicar” para substituir a palavra “apertar” ou pressionar o botão com o *mouse*.

³² Utilizam um *scanner* e enviam como figura o que escreveram manualmente.

5 ALGUMAS PESQUISAS NA ÁREA

Neste capítulo buscaremos elencar alguns artigos que apontam pesquisas significativas para o nosso trabalho e que tragam referências sobre o uso do *chat* e do fórum para a matemática, selecionando aqueles que trazem comentários substanciais sobre o uso da simbologia matemática e que contribuam para o embasamento desta pesquisa.

Vale salientar que pesquisamos com a ferramenta (buscador) Google e buscando as palavras chave '*chat*, fórum e educação a distância'. Buscamos varrer sites disponíveis nas primeiras páginas de busca a fim de encontrarmos os artigos publicados em encontros. Para os artigos disponibilizados, ou seus resumos, buscamos enfocar os trechos que nos interessam e deixamos o endereço da *internet* que disponibilizam esses artigos.

A seguir temos as descrições dos artigos encontrados que foram selecionados:

Borba, Maltempi e Malheiros (2005) trazem neste artigo sobre o projeto TIDIA – Tecnologia da Informação no Desenvolvimento da Internet Avançada, em que mostra alguns projetos que estão sendo realizados. Neste artigo, os autores tratam sobre uma ferramenta muito utilizada nos cursos *online*, os *chats*. Entretanto, os mesmos ao fazerem um levantamento, notaram que não existe a possibilidade de se inserir símbolos matemáticos ao se comunicar por esta ferramenta.

O trabalho de Vergara Nunes, Souza e Dandolini (2005) apresenta o laboratório de ensino de matemática a distância e sua ferramenta *chat* será desenvolvida não apenas com inserção de fórmulas e equações matemáticas editáveis mas de forma que o professor possa não apenas moderar e sim administrar a sala. Esse sistema terá também suporte para vídeo e voz.

Ainda em 2005 Borba e Santos apresentam uma pesquisa em que notamos novamente o uso do fórum e o reforço da necessidade da simbologia matemática quando os mesmos afirmam “A discussão matemática, nesse espaço, ocorreu por meio da escrita, porém desprovida do simbolismo que a matemática exige. Pode-se dizer que é uma outra oralidade, uma vez que não existe a possibilidade de se expressarem por meio da língua falada, como se faz usualmente”.

O trabalho de Zulatto (2006) fornece um estudo voltado para o uso do software de geometria dinâmica, o Geometricks, em um curso oferecido pela Fundação Bradesco para professores de Matemática. As aulas ocorriam aos sábados por videoconferência ou *chat*. No caso da videoconferência a mesma possuía um recurso que foi denominado de “passar a caneta” em que quem estivesse de posse da caneta poderia fazer alteração na figura que estava exposta na tela. De igual modo, o uso do microfone poderia também ser passado para outro participante e o mesmo utilizar para se expressar. Já no caso do *chat* a dinâmica se dava de outra forma, pois, os participantes poderiam se manifestar a qualquer momento sem ter que esperar a sua vez. Nota-se ainda que parte deste artigo está no livro Educação a Distância *online*, de Borba, Malheiros e Amaral (2011).

Ainda em 2006, Santos cita outras pesquisas em que “Lopes (2004) discute a viabilidade da implementação de processos avaliativos em ambientes virtuais, abordando como tema matemático as transformações geométricas. E da mesma forma, Bello (2004), investiga a possibilidade de construção de conhecimento em um ambiente virtual de ensino e aprendizagem, focando a colaboração entre os alunos”. De igual modo ao que já foi abordado em outras pesquisas de Borba, nesta temos a confirmação de que o *chat* utilizado é basicamente textual não permitindo que a simbologia, característica da linguagem matemática, seja explicitada. “É possível dizer que em alguns momentos trata-se de uma outra oralidade e, em outros, de uma outra escrita” (SANTOS, 2006, p. 7).

Em 2006, de igual modo ao anterior, Zulatto e Borba apresentam um trabalho realizado com um software de geometria em que também era possível “passar a caneta” para outro participante, ou seja, a tela era comum para todos que estavam nesse curso e o que estava de posse da caneta poderia fazer as alterações na figura e os demais podiam observar o que estava sendo feito.

Em 2006, Guimarães *et al* apresentam um artigo sobre a aprendizagem cooperativa de geometria em que trabalha com o tabulae colaborativo. Nessa pesquisa o *chat* é utilizado para o diálogo entre os participantes, mas essa ferramenta não possui a simbologia matemática para a edição das expressões algébricas utilizadas.

Silva e Basso (2006) abordam o ECO – Editor Científico On line, que é criado para comunicação síncrona para Matemática e Física. Neste artigo os autores apontam as dificuldades de um *chat* comum que pode ser inserido uma equação ou

escrita em forma de figura (transformar em imagem para compartilhar), com isso, a solução que apresentam é um sistema que não utiliza o Mathml por motivo da complexidade dos códigos que o mesmo requer. Esse programa cria textos formatados a partir de *tags* HTML, com a possibilidade de inserir caracteres Unicode. Permite ainda o envio de imagens durante o diálogo.

Ainda em 2006, Moares em sua dissertação aponta soluções para a discussão e aprendizagem colaborativa de forma síncrona utilizando o Tabulae (software para geometria dinâmica). Vale ressaltar que o referido autor é o criador do Tabulae.

Em 2007, Zulatto apresenta sua tese complementando mais algumas ideias que havia iniciado e exposto em 2006, relativo ao curso de formação continuada para professores.

Mattos et al (2008) apresentam o MathChat trazendo um resgate histórico em que afirmam que sua primeira versão foi implementada em Java, tendo o Maple como sistema de computação algébrica – CAS (que são sistemas manipuladores de expressões algébricas). Para a nova versão os mesmos estão utilizando o Maxima, outro CAS, que diferentemente do Mapple, é livre, e de código-fonte aberto. O MathChat pode ser incorporado ao Moodle, o mesmo a comunicação de fórmulas, expressões matemáticas e imagens de curvas e superfícies, associados a uma ferramenta de *Chat*. Neste programa, os autores afirmam que

A integração com o CAS Maxima é feita a partir de linhas de comandos em qualquer parte da mensagem que são substituídas pelo resultado do comando. O mesmo acontece com as expressões matemáticas, que utiliza as funcionalidades no formato LaTeX para serem substituídas pela estrutura MathML através do sistema ASCIIMathML (p. 5).

Sendo assim esse *chat* permite três tipos de informações, que são o texto comum, as expressões matemáticas e os comandos do Maxima.

Powell e Bairral (2009) apontam uma pesquisa feita em colaboração do Brasil com os EUA e utilizam o *Chat* no VMT - Virtual Math Teams que possui um espaço para trabalho interativo, *chat* e uma *wiki*. Na parte interativa (whiteboard) há várias ferramentas para construção de objeto/desenho.

Já em 2009, Grützmán e Rabassa Colvara apresentam seu relato sobre o ambiente utilizado no CLMD – Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal de Pelotas. Neste curso utilizam o Moodle e para a webconferência o Treina Tom que associado a uma mesa digitalizadora permite ao

professor escrever à mão e disponibilizar na tela principal essa produção. Pode-se usar também a lousa digital que possui a mesma função que a mesa digitalizadora.

O trabalho de Campos et al (2001) nos fornece um estudo relativo a construção de uma atividade geométrica entre pares em uma *interface* em que a principal é o NetMeeting 3.0 que pode ser obtido na Internet e permite o compartilhamento da área de trabalho, voz, *Chat* e imagens. Essa estrutura foi chamada de TELE-AMBIENTE que é um ambiente virtual criado para o curso CADINET. Neste trabalho busca-se encontrar a importância da comunicação visual, auditiva e compartilhamento da área de trabalho, uma vez que acreditam que a comunicação face a face (*face to face*) é importante visto que já foi tese de um estudo voltado para Física. Neste estudo verifica-se o trabalho com o Cabri-Géomètre e os autores percebem que apesar de não ser muito ergonômico o uso do software por haver trocas de janelas os mesmos concluem que a interação com uso do vídeo e do áudio ajuda bastante, pois fadiga menos, uma vez que há menos energia despendida ao falar e maior gasto quando se digita.

Em 2010, Esteves apresenta sua dissertação e na mesma afirma que “Outra prática interessante, possível de se implementar em um *chat*, é a utilização de softwares matemáticos quando se trabalha conteúdos matemáticos como funções, geometria, dentre outros. Este recurso possibilita a interpretação visual do problema proposto e proporciona condições de análise que instigam o aluno a questionamentos que o auxiliam no desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem” (p. 29). Em outro momento, o mesmo autor afirma que “Cabe destacar, entretanto, que muitos alunos apresentam dificuldades no manuseio de softwares que geram símbolos e fórmulas, tais como Látex, WinEdit e outros” (p.29). Verifica-se que não é objeto de estudo desse autor da questão a escrita matemática no *chat*, mesmo assim, o mesmo já aponta que há possíveis soluções para este caso.

Em 2010, Andrade (disponível em http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=194673) apresenta um protótipo para se trabalhar Vetores, entretanto, no que se diz respeito à simbologia matemática o *chat* apresenta dificuldades por não possuir as ferramentas necessárias.

Ainda em 2010, ASSIS aponta as dificuldades do fazer Matemática *online* com a utilização das ferramentas existentes que não apresentam os recursos para a escrita matemática, suporte para cálculos, construção de gráficos, entre outros.

Em 2011, Rocha e Bellemain apresentam um artigo que busca verificar as dificuldades que estudantes encontram em *chat* comum para o aprendizado da matemática, buscando levantar as necessidades para a obtenção de um *chat* que facilite o tratamento algébrico.

6 METODOLOGIA

Neste capítulo trataremos a metodologia desta pesquisa, sendo assim iniciaremos com nosso percurso metodológico para em seguida abordar as demais etapas.

Como queremos compreender e sistematizar as interações na resolução de problemas envolvendo a álgebra em uma situação de colaboração presencial, iremos analisar a resolução de uma atividade presencial entre duplas de estudantes para diagnosticar quais ferramentas são necessárias para se trabalhar expressões algébricas em um ambiente virtual.

Dessa forma teremos que construir uma situação para essa análise e pensamos na aprendizagem colaborativa para que tenhamos efetivamente uma colaboração entre os pares de estudantes, buscando verificar como está ocorrendo a manipulação algébrica, sendo assim, propomos algumas condições para provocar a colaboração que são: a resolução de problemas, o uso de espaço único para os estudantes resolver a questão (quadro branco), o detalhamento da questão tanto oral quanto escrito, o consenso nas respostas e percurso de resolução das mesmas.

6.1 Percurso metodológico

Esta pesquisa se compôs pela intervenção com três duplas de estudantes. Filmamos as mesmas resolvendo uma questão algébrica escolhida para cada uma delas.

Cada questão era distinta para cada dupla, mesmo assim, podemos comparar a resolução entre as duplas, uma vez que o nosso olhar está voltado para o uso da simbologia algébrica.

Vale salientar que antes da aplicação dessas questões, foi realizada a análise *a priori* das mesmas, uma das etapas da Engenharia Didática, para analisá-las de forma a perceber como os estudantes iriam discutir e resolvê-las.

As duplas de estudantes deveriam resolver as questões de Matemática conjuntamente de forma a chegarem num consenso em suas resoluções e,

posteriormente, mostrar as respostas, bem como a maneira que construíram para se chegar à mesma, podendo ao longo desse desenvolvimento fazer uso da colaboração³³. Nesta etapa as duplas de estudantes tiveram ao seu dispor, para o desenvolvimento de suas respectivas questões, um quadro branco com pincéis vermelhos, pretos e azuis e também um caderno para cada participante que poderiam servir de rascunho para expressar suas ideias individuais caso quisessem utilizar, ou seja, os sujeitos resolveram as questões de forma presencial com as ferramentas clássicas para esse tipo de atividade.

Após chegarem a um consenso nas suas respostas e terminarem de resolver a questão proposta, verificamos tanto a produção da dupla no quadro branco, bem como as produções individuais no caso de algum estudante ter feito uso do caderno de rascunho, entretanto, nenhuma das duplas optou por utilizar o caderno de rascunho, dessa forma, analisamos apenas a produção realizada no quadro branco.

Analisamos ainda a filmagem que fizemos das duplas buscando verificar o modo que os estudantes escreviam e como interagiam no que escreviam³⁴, a fim de encontrarmos algumas especificações para a *interface*.

Ressaltamos que, talvez, pelo nível de dificuldade para se resolver a questão escolhida para a primeira dupla, os mesmos solicitaram resolver outra questão, sendo assim, escolhemos outra questão e a dupla considerou mais fácil para resolver. As demais duplas resolveram apenas uma questão, sendo que uma dessas duplas resolveu a questão escolhida de duas formas diferentes.

Em um segundo momento foi realizado uma entrevista semi-estruturada em que buscamos esclarecer algumas dúvidas de nossa interpretação, bem como tentar identificar quais foram as dificuldades encontradas na resolução da questão por cada sujeito, quais dificuldades em se trabalhar em dupla e quais seriam as ferramentas necessárias, caso eles estivessem resolvendo a atividade colaborativamente em um sistema computacional. Foi a partir dessa entrevista que fizemos nossa análise de conteúdo das respostas que os sujeitos forneceram para termos mais subsídios na especificação da *interface*.

Optamos pela entrevista semi-estruturada por entendermos também que ela “ao mesmo tempo que valoriza a presença do investigador, oferece todas as perspectivas possíveis para que o informante alcance a liberdade e a

³³ Nesse sentido, estamos nos referindo a aprendizagem colaborativa.

³⁴ Manipulação/alteração na sua escrita algébrica ou do seu par.

espontaneidade necessárias” (TRIVIÑOS, 1987, p.146). Reforçamos ainda que a entrevista trata-se de uma discussão orientada a objetivos definidos em que o entrevistado irá discorrer sobre temas que resultaram em dados que foram utilizados nesta pesquisa (ROSA & ARNOLDI, 2006).

Outra etapa importante para esta pesquisa foi a escolha de uma das questões que uma dupla resolveu para o pesquisador digitar nas *interfaces* ora existentes. Digitamos a questão utilizando a ferramenta fórum dos ambientes Moodle tanto da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE quanto o da Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ. Nessa etapa pudemos verificar as potencialidades e alguns entraves no uso dessas ferramentas, encontrando assim, mais especificações para a *interface*.

Optamos por uma metodologia qualitativa embora façamos uso de dados quantitativos na análise das entrevistas (MORAES, 1999). As informações foram processadas em contagem no próprio editor de texto visto a escolha de apenas três duplas, ou seja, seis sujeitos selecionados para esta pesquisa.

A coleta dos dados foi feita em momentos diferentes e nas salas de aula dos respectivos pólos de apoio presencial em que os sujeitos estudam, sendo coletados através da observação (filmagem da resolução) e por meio da entrevista³⁵ que foi aplicada após a resolução de uma questão escolhida para cada dupla participante.

Logo após a entrevista partimos para a transcrição da filmagem que foi realizada, tanto da entrevista quanto do diálogo presente na solução das questões, uma vez que as mesmas devem ser registradas e transcritas integralmente incluindo as hesitações, risos, silêncios e os estímulos do entrevistador (BARDIN, 2009).

6.2 Sujeitos da pesquisa

A nossa pesquisa foi desenvolvida com três duplas de estudantes do curso de Licenciatura em Matemática do IFPE selecionados pela interação que os mesmos possuem no ambiente virtual, ou seja, participação ativa no ambiente - durante os componentes curriculares ministrados pelo pesquisador - buscando sempre debater questões com os educadores (professor formador e tutores do curso) e demais

³⁵ A entrevista também foi filmada.

estudantes de curso, o domínio básico da informática e a intenção de colaborar com esta pesquisa.

Definidos os primeiros critérios, foi escolhida uma dupla do pólo Ipojuca em que os participantes estavam cursando o oitavo período, sendo que um deles mora em Recife e o outro em Olinda. A segunda dupla escolhida foi do mesmo pólo, mas com estudantes de sexto período para se fazer o confronto de suas sugestões para a *interface*³⁶ com as dos estudantes do oitavo. Já a terceira dupla escolhida era do oitavo período e estudam no pólo de Santana do Ipanema, sertão de Alagoas, escolhidos para o confronto, também, das sugestões apresentadas para a *interface* pelos estudantes que moram mais próximos (capital do estado) procurando observar se há diferenças consideráveis entre as necessidades das duplas ao responderem as suas respectivas atividades.

Acreditamos que a escolha desses participantes é uma amostra significativa uma vez que cremos que os mesmos podem colaborar de forma crítica, especialmente quando relatam suas dificuldades quanto ao uso de uma *interface* (entrevista) na situação de *chat*, tendo em vista a experiência dos mesmos, ao longo do curso de Licenciatura em Matemática, no uso dessas ferramentas com ausência da simbologia algébrica.

Uma característica interessante nestes estudantes é que os mesmos foram estudantes de cursos presenciais por toda educação básica e alguns deles já são formados em cursos superiores presenciais. Sendo assim, resolver determinado problema utilizando lápis e papel é uma atividade habitual na vida dos sujeitos escolhidos.

Por outro lado, esses estudantes fazem parte de um curso à distância, o que de certa maneira é uma novidade para os mesmos e o ambiente virtual do curso que os mesmos frequentam não possui simbologia matemática para edição.

³⁶ Apesar de utilizarmos questões diferentes para as duplas, buscamos o confronto das ideias no sentido de estamos nos referindo aos possíveis recursos que os mesmos sugeriram após realizar a atividade proposta.

6.3 A análise de conteúdo

Após a coleta das informações, ou seja, da resolução das questões e da entrevista semi-estruturada observamos e descrevemos as estratégias utilizadas para resolver as questões, procurando encontrar características para que pudéssemos refletir sobre a especificação de uma *interface* para escrever as expressões algébricas do ponto de vista do desenvolvimento das atividades síncronas, em tempo real e não do ponto de vista de passar a limpo/digitalizar, com o uso de ferramentas assíncronas, ou seja, uma atividade que já foi resolvida.

A nossa metodologia utilizou a análise de conteúdo que, segundo Bardin (2009), “é um conjunto de técnicas de análise das comunicações” (BARDIN, 2009, p. 33) e tem como finalidade interpretar essas comunicações através de uma descrição objetiva, quantitativa e sistemática do conteúdo manifesto nas mesmas. Dessa forma, observamos a partir das entrevistas quantas vezes determinada palavra ocorreu, criando assim dimensões e categorias e verificando a importância dessas palavras na comunicação. No nosso caso, a comunicação analisada foi a transcrição da entrevista realizada entre os participantes.

Esse método divide-se em etapas:

i) Organização da análise

Essa por sua vez organiza-se em três pólos em que o primeiro é a pré-análise que é a fase de organização e tem por objetivo tornar operacionais e sintetizar as ideias iniciais. Já o segundo pólo é a exploração do material e inicia-se quando as operações da pré-análise forem concluídas, esta fase consiste nas operações de codificar, decompor ou enumerar em função de regras formuladas. Já o terceiro pólo é o tratamento dos resultados obtidos e interpretação consiste, como o nome já diz em utilizar o tratamento estatístico em que é possível construir quadros, diagramas, figuras e modelos a partir das informações obtidas.

ii) A codificação

Corresponde a transformar os dados em texto, permitindo chegar a uma representação do conteúdo. Essa etapa corresponde a outras três escolhas: o recorte que é a escolha das unidades, a enumeração que é a escolha das regras de contagem e a classificação que é a escolha das categorias.

iii) A categorização

Essa etapa não é obrigatória, muito embora, segundo Bardin (2009) a maioria dos procedimentos de análise organiza-se em redor desse processo. Ela é uma operação de classificação dos elementos de um conjunto por diferenciação e reagrupamento segundo o gênero.

iv) A inferência

É a indução/dedução a partir dos fatos, dos dados recolhidos. Nesta fase investigam-se as causas, que são as variáveis inferidas, a partir dos efeitos (variáveis de inferência).

v) A informatização da análise das comunicações

Nesta quinta etapa utilizamos o próprio Microsoft Word que pelas características dos dados recolhidos e necessidades desta pesquisa foi adequado, não necessitando assim de outro *software*. Ressaltamos ainda que existe uma gama de *softwares* específicos que para o tratamento dos dados transcritos para a análise de conteúdo.

Na primeira etapa, que é a fase de organização, constituímos e organizamos o material de trabalho, que em nosso caso foram as resoluções das atividades e a transcrição das entrevistas.

Na segunda etapa fizemos a operação de análise do texto de forma sistemática em função das categorias que formamos na fase de organização, assim definimos as unidades de registro que foram constituídas de palavras ou temas. Definindo a unidade de registro partimos para a terceira etapa e posteriormente para a quarta em que trabalhamos na definição das categorias e no tratamento dos resultados, as inferências e as interpretações.

Como as categorias obtidas são as unidades de análise, as mesmas foram submetidas a operações estatísticas de forma que permitam ressaltar as informações necessárias ao nosso trabalho. Em seguida, foram feitas as inferências e as interpretações para que possamos especificar nossa *interface*.

6.4 A análise *a priori*

Para a resolução das questões que foram propostas para os estudantes fizemos apenas a análise *a priori*, uma das etapas da Engenharia Didática³⁷, com o intuito de verificar as possíveis soluções que podem ser encontradas ao se resolver as questões escolhidas.

Vale lembrar que a Engenharia Didática é uma das metodologias tratadas na Didática da Matemática e tem como característica uma forma particular de organizar os procedimentos metodológicos de pesquisas desenvolvidas no contexto de sala de aula. Ela possibilita uma sistematização metodológica para a realização da pesquisa, levando em consideração as relações de dependência entre teoria e prática.

No nosso trabalho faremos uso da segunda fase da engenharia didática que consiste na análise *a priori* que se faz sobre o saber em estudo, neste caso, sobre as questões que escolhemos. Nessa fase ficaremos na etapa de descrição do objeto.

Alguns procedimentos são importantes, tais quais:

- a análise das atividades;
- a delimitação de diversas variáveis de controle;
- a micro didáticas, que são relativas à organização local da engenharia, ou seja, à organização de uma sessão ou de uma fase.

Lembramos que as questões foram resolvidas presencialmente com ferramentas tradicionais como lápis, papel, borracha, quadro branco, pincel para quadro branco e apagador.

Como trabalhamos com a simbologia algébrica, escolhemos questões que podem ser resolvidas com manipulações algébricas. Essas questões costumam ser classificadas em livros didáticos do Ensino Fundamental em uma das categorias apresentadas na figura 20.

- Classificação das Expressões Algébricas

³⁷ Segundo Artigue (1996) é um esquema experimental baseado em realizações didáticas na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências de ensino (p. 196).

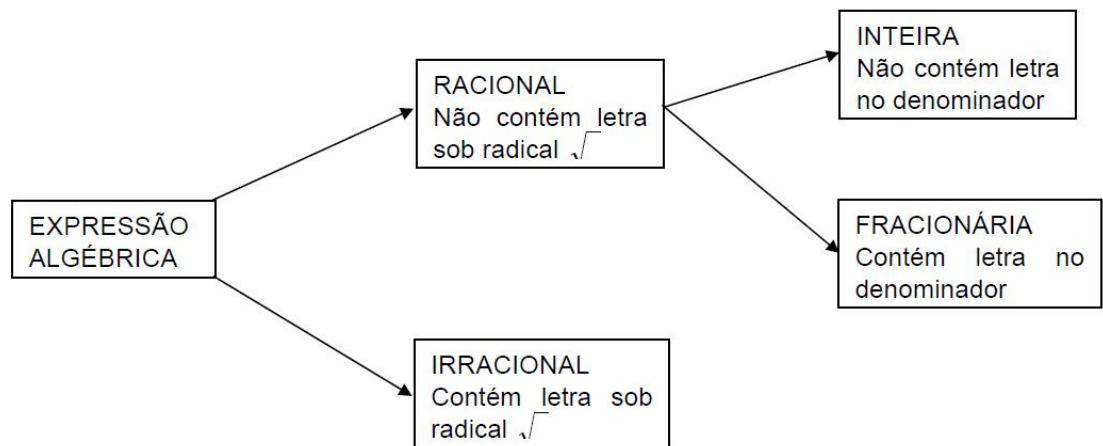


Figura 20 – Classificação das expressões algébricas no Ensino Fundamental.

Salientamos ainda as categorias elencadas não abrange todas as expressões algébricas, a exemplo, a expressão $2^x = x^2$ não pode ser classificada a primeiro olhar em uma das categorias acima.

Para este trabalho utilizaremos questões que possam envolver:

- Cálculo de expressões algébricas - Operações algébricas (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação) e Fatoração algébrica – cálculos algébricos/numéricos em que consiste transformar uma expressão/número em um produto ou simplificar uma expressão.
- Resolução de equações (polinomiais, irracionais, fracionárias, literais, sistemas de equações).
- Demonstrações.
- Mudança de forma/linguagem – passagem de linguagem algébrica para linguagem natural ou geométrica e vice-versa.
- Modelizações - consiste em utilizar a linguagem algébrica para expressar um determinado acontecimento. Como exemplo, podemos citar a mudança de linguagem numérica ou natural para a linguagem algébrica ou uma demonstração (Funções, Sequências, Progressões, Matrizes).

Sendo assim, utilizamos problemas que se enquadram em uma dessas categorias e nas linhas a seguir apresentaremos a análise *a priori* das questões que os estudantes resolveram. As demais questões que propomos estarão no apêndice com suas respectivas soluções.

6.4.1 Descrição das questões

As duplas de estudantes resolveram questões diferentes, sendo assim, das questões que tomamos para nossa pesquisa, apenas algumas delas foram escolhidas. De igual modo, faremos uma descrição de como as questões poderiam ser resolvidas com o uso de um editor de texto, uma vez que iremos escolher uma das questões para digitar no fórum que possui um editor de texto com a simbologia matemática.

A questão de número um foi escolhida para a dupla do sexto período do pólo Ipojuca. Como já citamos anteriormente esta dupla de estudante solicitou ao pesquisador outra questão para responder e a mesma foi atendida. Escolhemos duas questões para a dupla resolver, uma vez que a primeira questão foi resolvida por teste de alguns exemplos. A primeira questão escolhida foi:

Atividade 1. Observe as afirmações abaixo. Verifique se são verdadeiras e justifique suas respostas através de provas matemáticas.

1. A soma de dois números pares é sempre par.

Para a primeira questão escolhida prevemos que a resolução de forma experimental, por tentativas (teste de alguns números (exemplos) para tentar generalizar), seja utilizada pelos estudantes. Entretanto, a solução utilizando artifícios algébricos comprovaria se as afirmativas são verdadeiras ou falsas, nesse caso, se tomarmos o número par na forma algébrica $2n$ e manipular com o pedido, encontramos rapidamente a solução correta, que é verdadeira.

Os itens da atividade 1 poderiam ser feitos desta maneira:

1.1 Dados: $2a$ e $2b$ com a e b pertencentes aos inteiros, então $2a+2b = 2.(a+b)$ que é par.

Ou desta:

1.2 Considere os números pares: n_1 e n_2 , ora se n_1 e n_2 são números pares, então, podem ser escritos da forma $n_1=2k_1$ e $n_2=2k_2$ então $2k_1 + 2k_2 = 2.(k_1 + k_2)$ que é par, logo n_1+n_2 é par.

Caso a dupla estivesse resolvendo a questão num editor com a simbologia matemática, deveria inserir os dígitos $2a$, em seguida inserir o símbolo de adição para depois digitar $2b$. Dependendo do editor, o mesmo iria inserir o sinal de multiplicação entre 2 e o a , ficando $2.a$.

Por fim teríamos uma série de caixas criadas para a inserção do que foi proposto, mas caso seja usado grafos os passos diferenciariam em alguns momentos.

A segunda questão escolhida para esta dupla, foi a questão 3 que podemos classificar como uma questão que envolve o Cálculo de expressões algébricas, uma vez que a primeira questão era do tipo de Demonstração. Na questão 3, o estudante deverá fatorar a expressão para em seguida fazer a operação indicada e simplificar a mesma, uma vez que são questões comumente vistas no oitavo ano, é provável que os mesmos consigam desenvolver utilizando esta técnica sem procurar outra forma. Outra forma de resolver é encontrando as raízes, como é feito também no nono ano e, a partir daí, fatorar para depois simplificar. Poderão ainda tentar dividir os polinômios.

A questão escolhida foi:

Atividade 3. Simplifique a expressão algébrica abaixo:

$$1. \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1} \div \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 1}$$

Resolução:

$$3.1a \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1} \div \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 1} = \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(x-1)} \cdot \frac{x-1}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x+1}$$

3.1b encontrando as raízes de $x^2 - 1$ que é $+1$ ou -1 , podemos fatorar o polinômio escrevendo da forma $(x-1)(x+1)$, daí encontrando as raízes dos demais polinômios poderemos escrever os mesmos de forma fatorada e resolver como já fizemos anteriormente, ou seja, $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1} \div \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 1} = \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(x-1)} \cdot \frac{x-1}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x+1}$.

De igual modo, se fosse utilizado um editor de equações matemáticas, os estudantes deveriam primeiro inserir a fração, para em seguida preencher o numerador e depois o denominador (podendo fazer em ordem inversa). Depois iriam inserir o sinal de divisão para em seguida inserir a nova fração. Poderiam ainda fazer fração de fração.

A questão cinco, a seguir, foi escolhida para a dupla do oitavo período do pólo Ipojuca.

Na questão cinco trouxemos problemas de álgebra aplicados à geometria, que pode se encaixar tanto em Mudança de forma/linguagem como em Modelização

em que o estudante terá que desenhar, nomear os elementos e tentar demonstrar as fórmulas comumente utilizadas no Ensino Fundamental. Para esta questão, desenhando o triângulo equilátero e sua altura, o mesmo utilizará o Teorema de Pitágoras para conseguir determinar esta altura, ou as relações trigonométricas, utilizando seno ou cosseno do ângulo de 30° ou 60° para assim resolver a questão.

Atividade 5. Atividades com polígonos.

1. Desenhe um triângulo equilátero de lado k e calcule sua altura.

Resolução:

- 5.1 Determinar a altura do triângulo equilátero.

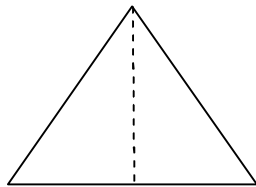


Figura 21 – triângulo equilátero para resolução da questão.

Como a altura h de um triângulo equilátero é também, mediana e bissetriz, o triângulo dado é 'dividido' (por estas cevianas) em dois triângulos retângulos e os ângulos formados serão de 30° , 90° e 60° . Nesse triângulo retângulo formado um dos catetos vai medir h e o outro $k/2$, visto que cada lado do triângulo equilátero mede k , assim, uma das soluções poderá ser:

$$a) \quad k^2 = \left(\frac{k}{2}\right)^2 + h^2, \text{ resolvendo o teorema de Pitágoras obteremos } h = \frac{k\sqrt{3}}{2}$$

$$b) \quad \text{sen}60^\circ = \frac{h}{k} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{k} \Rightarrow h = \frac{k\sqrt{3}}{2}$$

Com o uso do editor de equações, os estudantes teriam dificuldade em fazer o desenho, sendo assim, necessário também um programa ou módulo específico instalado na plataforma (Moodle) para que os estudantes fizessem o desenho solicitado e em seguida inserissem a resolução algébrica da questão.

No caso da solução **a**, dependendo do editor utilizado, primeiro deve ser inserida a caixa para a potência (base e expoente), em outro pode primeiro ser digitado a base e depois inserida a caixa do expoente (elementos independentes), o restante da digitação seguiria de forma análoga. Vale lembrar que caso o estudante digite primeiro a base e depois insira o expoente, alguns editores inseriam uma caixa

dupla, sendo uma para a base e outra para o expoente, ficando o número antes dessa caixa dupla.

Para a solução **b** a forma seria análoga à questão 3 resolvida por outra dupla de estudantes.

Já a questão escolhida para a dupla do oitavo período do pólo Santana do Ipanema, foi um sistema de equações que era a sexta questão e envolve a Resolução de equações.

Atividade 6. Determine a solução de:

$$1. \begin{cases} x - y = 7 \\ xy = 60 \end{cases}$$

Na sexta questão trouxemos o sistema de equações exposto nas linhas anteriores na qual os estudantes irão utilizar as técnicas que são usadas no nono ano ou poderão ainda utilizar por tentativas. Os mesmos podem utilizar escalonamento, mas logo de início podem perceber que não é a técnica mais adequada para isso. Poderão utilizar o método da comparação ou o da substituição para resolver as questões propostas, escolhendo ainda qualquer uma das incógnitas a isolar ou qualquer uma das equações.

$$6.1 \begin{cases} x - y = 7 \\ xy = 60 \end{cases}$$

$$x = 7 + y \Rightarrow (7 + y) \cdot y = 60 \Rightarrow y^2 + 7y - 60 = 0 \Rightarrow$$

$$y' = -12 \Rightarrow x = -5$$

$$y'' = 5 \Rightarrow x = 12$$

$$S = \{(12, 5), (-5, -12)\}$$

Poderão isolar o x ou o y da segunda equação e substituir na primeira equação, trabalhando com uma equação fracionária para encontrar seus respectivos valores.

Para resolver esse sistema com um editor de texto o usuário precisa tomar certo cuidado, uma vez que os editores ao inserirem caixas vão requerer atenção para evitar o digitar e apagar constante dos dados inseridos proporcionando além da perda de tempo, desestímulo pelo usuário (estudante do curso) em usar o editor.

Não há dificuldades para digitar cada etapa da resolução do sistema proposto, entretanto, ao se inserir os parênteses o programa utilizado (Equation

Editor) cria uma caixa dentro do mesmo para que o usuário digite a expressão que deseja. No caso das chaves para o sistema de equações, dependendo do editor, o usuário deverá escolher apenas o 'abre chave', que vai aparecer uma caixa para digitar a primeira equação, depois pressionar a tecla *enter* para que o editor crie outra caixa abaixo da primeira e aumente verticalmente 'a chave' ficando como vimos neste texto.

Com a descrição das atividades é perceptível que se os estudantes fossem resolver essas questões precisariam negociar num momento de *chat* (que não possua a simbologia algébrica) o uso de uma álgebra 'sincopada' ou da álgebra simbólica.

Dessa forma podemos observar, analisar e discutir as limitações e o uso da linguagem, obtendo subsídios para descrever ferramentas e recursos que serão necessários na *interface* que iremos propor, uma vez que nosso interesse nesta pesquisa não é a construção do conhecimento com análise de erros ou acertos por parte dos sujeitos, ou seja, o importante não é o acerto ou erro das questões e sim, como as interações acontecem de forma prática de modo presencial, com o uso das suas anotações particulares e o uso do quadro branco, comparando com a escrita de uma das questões numa plataforma, em que poderemos identificar os possíveis entraves da *interface* a ser utilizada em comparação ao que se conseguiria fazer no papel.

A questão escolhida foi digitada pelo pesquisador em três plataformas MOODLE (mas com algumas diferenças), utilizando assim as ferramentas que hoje já existem para edição de matemática.

Como a plataforma MOODLE que utilizamos possui ferramenta de edição da simbologia matemática, utilizaremos tanto o MOODLE³⁸ do mestrado EDUMATEC como da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ. Após digitar a questão fizemos uma reflexão sobre as ferramentas que ajudariam numa construção colaborativa, comparando com os dados/resultados que obtivemos na observação das resoluções dos estudantes, buscando o que poderia maximizar a colaboração e quais dificuldades encontradas no uso dessas ferramentas.

³⁸ Iremos abordar nas próximas linhas sobre esta plataforma/ambiente virtual.

6.5 Aplicativos utilizados

Para este trabalho analisamos três fóruns, das plataformas Moodle já mencionadas, com ferramentas de simbologia matemática para resolver uma das atividades que foi proposta para os estudantes, com o intuito de observar as principais funcionalidades e possíveis limitações de cada fórum, buscando a reflexão no caso de serem usados na construção síncrona da atividade e os cuidados necessários ao uso deste aplicativo.

Os aplicativos que utilizamos para estudo são ferramentas do ambiente virtual de aprendizagem MOODLE, que já conhecemos no capítulo anterior.

Lembramos ainda que os fóruns utilizados para esta pesquisa são do ambiente virtual MOODLE sendo um deles o MathMoodle da Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ (MOODLE 1.8.2) que utiliza o Maxima, um CSA (sistema de computação algébrica) que funciona em diversas plataformas e é um software livre. O Maxima (um CSA) é semelhante ao Matlab e ao Mathematica, ou seja, seu CSA é especializado em operações simbólicas e também com recursos numéricos, sendo um sistema de propósito geral, e cálculos de casos especiais tais como a fatoração de números grandes, a manipulação de polinômios extremamente grandes, entre outros.

O segundo fórum que utilizamos é do MOODLE 2.0 e foram instalados no *site* do Laboratório de Ensino da Matemática e Tecnologia - LEMATEC da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE que utiliza o CKEditor^{TM39} que por sua vez abre o Dragmath para digitarmos os símbolos matemáticos.

O terceiro fórum também foi do MOODLE 2.0 da UFPE no mesmo *site*, entretanto, este fórum possui a instalação de outras funcionalidades para a escrita da matemática, bem como a inserção de figuras e gráficos, apresentando assim uma ferramenta mais robusta e com mais recursos, sendo esta solução proposta recentemente (05 de agosto de 2011) no fórum do Moodle.org⁴⁰.

Deixaremos para expor e analisar esses aplicativos no capítulo da análise dos dados, em que mostraremos algumas telas dos mesmos fazendo uma breve análise para que se possa conhecer melhor o que já temos de solução no uso da simbologia algébrica para cursos que utilizam o ambiente virtual de aprendizagem Moodle.

³⁹ <http://ckeditor.com/>

⁴⁰ <http://moodle.org/mod/forum/discuss.php?d=182627>. Acesso em janeiro de 2012.

7 ANÁLISE DOS DADOS

Seguindo a metodologia adotada filmamos três duplas de estudantes resolvendo questões previamente escolhidas, sendo assim, apresentaremos nas próximas linhas nossa análise e resultados em que na primeira parte iremos apresentar a análise de conteúdo das entrevistas realizadas junto aos sujeitos desta pesquisa em que buscaremos as sugestões dadas pelos sujeitos, bem como buscaremos analisar a filmagem procurando observar os procedimentos e ações utilizados pela dupla para encontrarmos ferramentas necessárias para a *interface*.

Análise de conteúdo

A análise de conteúdo das entrevistas nos levou a elencar as seguintes dimensões:

1. Dificuldade em resolver questão;
2. Dificuldade na escrita algébrica;
3. Trabalhar de forma colaborativa;
4. Ferramentas para resolver na Plataforma;
5. Limitação para responder na plataforma;
6. Outros recursos necessários.

Nota-se que essas dimensões foram retiradas a partir das perguntas realizadas aos sujeitos da pesquisa.

- 1) Sentiram **dificuldade em resolver** essa questão?
- 3) Tiveram **dificuldade na escrita algébrica** e na argumentação?
- 4) Conseguiram **trabalhar de forma colaborativa** para a resolução desta questão?
- 6) Se fosse para ser trabalhado numa troca de mensagem do MOODLE, quais **ferramentas** vocês iriam precisar **para** que pudessem **resolver** a questão de forma colaborativa?
- 7) De que maneira você acha que um *chat* que não possua recurso de simbologia matemática **limitaria** a construção colaborativa?
- 9) Você identifica alguma **limitação no chat** do MOODLE ou num *chat* que possua a simbologia matemática, **acrescentando alguma funcionalidade** para o mesmo? Quais?

Nota-se que outras questões também enfocam as dimensões elencadas anteriormente, porém as que foram citadas não excluem as questões que omitimos. No decorrer das argumentações utilizadas pelos sujeitos da pesquisa podemos ter respostas que foram utilizadas ou obtidas de outras questões e que servem para nosso estudo.

Dimensão 1 – Dificuldade em resolver a questão

Essa dimensão foi definida através dos seguintes trechos identificados como unidades de registro: “houve um pouco mais de dificuldade; não senti dificuldade; por causa do tempo que a gente não utiliza esse conteúdo; foi tranquila; senti de início; a princípio sim”.

Notamos assim, que 5 dos 6 estudantes afirmam que não possuem dificuldades para responder a questão que lhes foram propostas, entretanto, 2 dos 6 estudantes afirmaram que a princípio sentiram dificuldade, mas depois nota-se que os mesmos conseguiram interpretar e encontrar um caminho para a solução das mesmas. Apenas uma dupla, no caso dois estudantes dos seis envolvidos, afirmaram que em uma das questões sentiram dificuldade por desconhecer alguma propriedade para resolver a questão e por não estarem em sala de aula utilizando o conteúdo abordado.

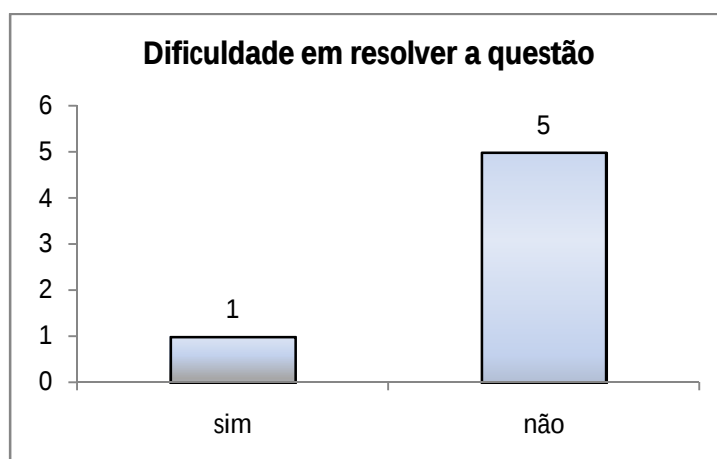


Gráfico 01 – Dimensão 1

Quadro 5 – Respostas utilizadas na **Dimensão 1**

Sujeito	Resposta dada a questão 1 - Sentiram dificuldade em resolver essa questão?
S1	É..., na primeira questão, <u>houve um pouco</u> mais de dificuldade por... é não ter um pouco de prática nas propriedades, é... da soma. Quanto a segunda, foi mais tranquila é... não teve tanta dificuldade, pois é uma questão bem simples de ser resolvida. Poderia ter usado a... outros métodos, mas, deu pra fazer sim, tranquilo.
S2	<u>Sim</u> por causa do tempo que a gente não utiliza esse tipo de conteúdo, já que a gente está fora de sala de aula.
S3	Não, <u>não senti nenhuma dificuldade</u> .
S4	<u>Não</u> .
S5	<u>A princípio, não né</u> (sic)? Que teve só aquela confusão, a gente estava trocando a variável que na verdade, se eu isolo o x, vou trabalhar com y, se eu isolo y, trabalho com x, só que eu isolei x, aí houve aquela confusão, mas até... quando foi percebido o erro, foi tranquilo.
S6	Senti, <u>de início senti</u> .

Podemos criar três categorias a partir das respostas dadas pelos sujeitos, sendo elas:

Categoria a – Com dificuldade

Nesta categoria podemos verificar que o sujeito S1 apresentou ao resolver a primeira questão, bem como o sujeito S2, entretanto, na segunda questão resolvida por esta dupla, apenas o sujeito 2 continuou apresentando dificuldades quando afirma “Sim por causa do tempo que a gente não utiliza esse tipo de conteúdo”.

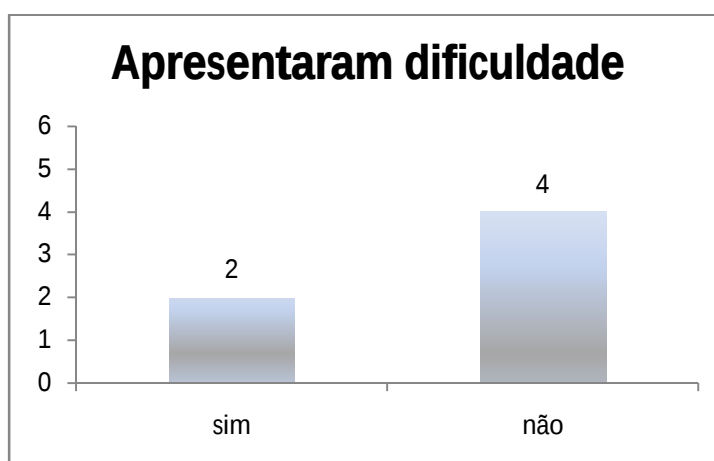


Gráfico 02 – Categoria a

Categoria b – Sem dificuldade

Nesta categoria apenas dois sujeitos foram enfáticos nas suas respostas, sendo o sujeito 3 e 4. Outros sujeitos sentiram determinada dificuldade ou no início ou em algum momento, mas foram supridas, uma vez que estavam respondendo em dupla. Já o sujeito 1, também foi enfático em não ter dificuldade em resolver a segunda questão escolhida para ele e seu par.

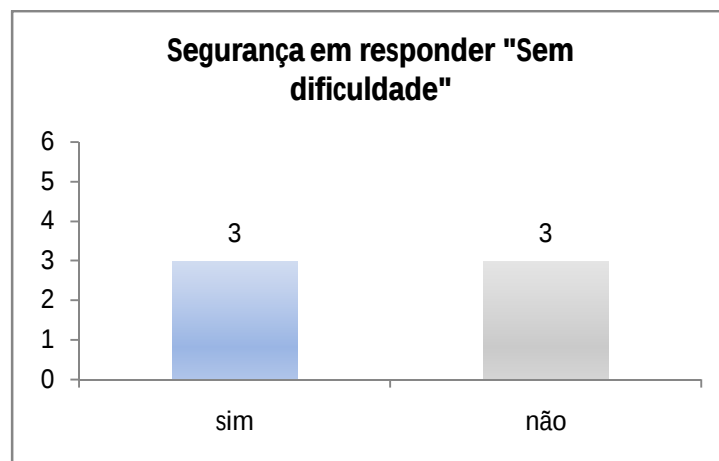


Gráfico 03 – Categoria b

Categoria c - Dúvida

Nesta categoria podemos perceber que o sujeito 5 fica em dúvida se os momentos que teve dificuldade em resolver a questão seria um motivo para responder sim ou não. De igual modo o sujeito 6, afirma que teve dúvida, mas como a dúvida foi superada o mesmo afirma "Senti, de início senti".

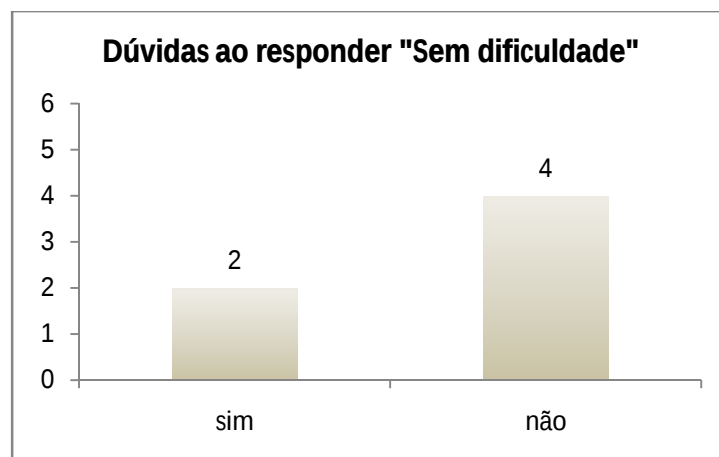


Gráfico 04 – Categoria c

Análise do vídeo

Utilizando o vídeo em que os estudantes resolvem as questões e analisando o mesmo, podemos perceber que uma dupla, apesar de acontecer um erro na resolução, não apresentou dúvidas em resolver a questão enquanto outra dupla demorou mais tempo para resolver a questão por não conseguirem identificar o erro cometido. Outra dupla, ao resolver uma das questões utilizou tentativa demonstrando assim um provável esquecimento de como se expressar algebricamente para resolver a primeira questão proposta.

Com base nas respostas poderíamos estabelecer outra dimensão que seria **domínio de conteúdo** que percebemos ter sido predominante na maioria dos estudantes ao lidarem com suas respectivas questões muito embora essa característica dos sujeitos não foi de interesse nessa pesquisa, pois como já argumentamos, estamos interessados que os sujeitos aprendam matemática fazendo matemática e não necessariamente em sujeitos que possuam um domínio elevado dos conteúdos que eles irão manipular.

Dimensão 2 – Dificuldade na escrita algébrica

Ao indagar sobre a escrita algébrica, apenas um dos seis participantes afirma que teve um pouco de dificuldade dizendo que: "... Faltou algumas coisas (sic) que, pra fazer uma demonstração mais tranquila. A segunda, faltou mais um pouco de, é ... didática digamos assim, pra ser resolvida, não é? A gente usou é ... mais a matemática e não escreveu, argumentou coerentemente".

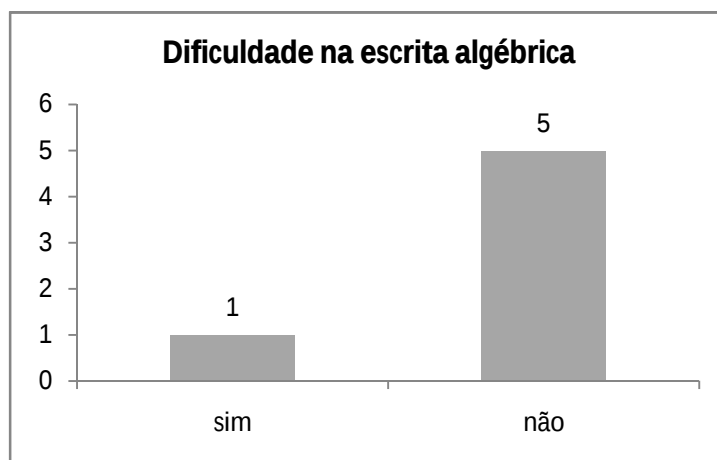


Gráfico 05 – Dimensão 2: resposta dos estudantes

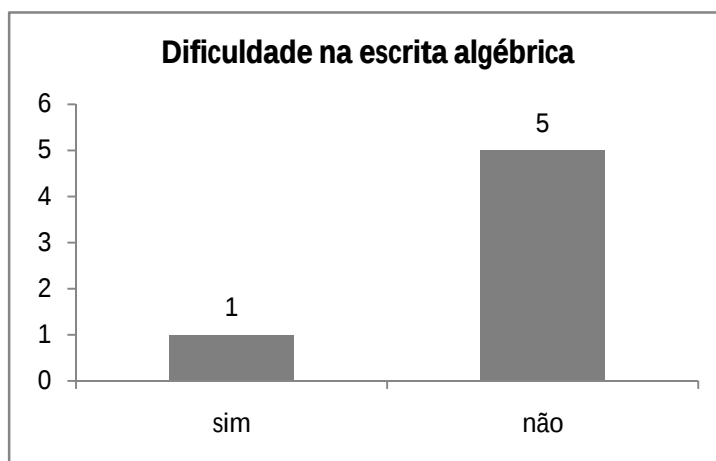


Gráfico 06 – Dimensão 2 a partir das respostas dos sujeitos

Quadro 6 – Respostas utilizadas na **dimensão 2**

Sujeito	Resposta dada a questão 3 - Tiveram dificuldade na escrita algébrica e na argumentação?
S1	Sim, é... na primeira questão assim, um pouco de... da contextualização da questão, é como... mostrar, de acordo como se deveria não é? Faltou algumas coisas que, pra fazer uma demonstração mais tranquila. A segunda, faltou mais um pouco de, é... didática digamos assim, pra ser resolvida não é? A gente usou é... mais a matemática e não escreveu, argumentou coerentemente.
S2	Não
S3	Não
S4	Também não, estava bem explicado
S5	Não, não.
S6	A escrita? Não, não.

Análise do vídeo

Ao analisar o vídeo percebemos que ainda que uma parte dos estudantes tenha em determinado momento algum entrave para responder às questões que lhe foram propostas, mesmo assim, no geral, os sujeitos desta pesquisa não tiveram dificuldade para utilizar a linguagem algébrica. Por outro lado, apesar do sujeito 2 responder que não apresentou dificuldade, notamos que o mesmo, na maior parte do tempo, ficou mais observando e tirando dúvidas do que resolvendo a questão junto com sua dupla. Já o sujeito 4 apesar de responder dando a entender que a escrita algébrica e argumentação estava relacionada com o enunciado da questão notamos que o mesmo participou ativamente respondendo, sugerindo e debatendo com sua dupla.

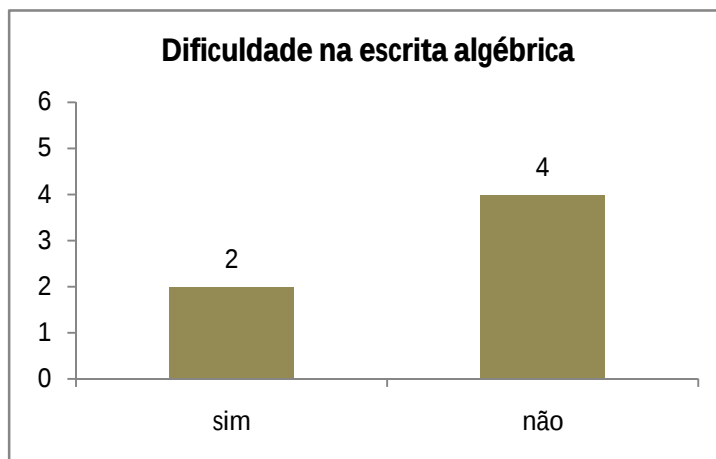


Gráfico 7 – Dimensão 2 a partir da análise do vídeo

A partir das respostas e análise do vídeo, notamos que a maior parte dos estudantes conseguiram resolver as questões não apresentando dificuldades para resolver as mesmas. Isso talvez se deva ao fato de estarem trabalhando com questões comumente utilizadas no ensino Fundamental e Médio ou por estarem em fase adiantada em seus cursos. Na análise do vídeo, verificamos que os mesmos conseguiram utilizar de forma coerente e adequada a simbologia algébrica sem dificuldades, mostrando a utilização da álgebra simbólica, ou seja, em que as ideias desenvolvidas são expressas somente por símbolos que, graças Viète, René Descartes, Isaac Newton e outros que criaram e utilizaram novas notações para facilitar a comunicação e a escrita da matemática ao longo do tempo (BOYER, 1996; FIORENTINI, 1993; MILIES S.d; PINEDO, 2001).

Dimensão 3 – Trabalhar de forma colaborativa

Para esta dimensão todos afirmaram que conseguiram trabalhar de forma colaborativa em que um tentava ajudar o outro em determinado momento, utilizando assim uma troca de ideias ao longo da resolução.

As ideias de aprendizagem colaborativa apresentadas pelos estudantes seguem nas próximas linhas de acordo com as informações coletadas e segundo o pensamento de cada um, baseados no momento em que estiveram respondendo a questão proposta:

Quadro 7 – Respostas utilizadas na **dimensão 3**

Sujeito	Resposta dada a questão 4 - Conseguiram trabalhar de forma colaborativa para a resolução desta questão?
S1	A troca de conhecimento, não é? Tem um, é... uma vivência assim de conhecimento, trocar informação, pra que torne-se mais dinâmico.
S2	É... interagindo um com o outro. Tentando junto chegar ao resultado. Às vezes concordando, às vezes discordando da forma de resolver, mas tentando juntos colaborativamente. Um auxiliar o outro no desenvolvimento da questão.
S3	Um ajudando ao outro como a melhor maneira de resolver a questão, uma cooperação. Aí vai agilizando, você vai verificando uma outra, você pode dizer, você pode errar, você pode corrigir e assim vai interagindo até o chegar ao resultado final.
S4	Acredito que seja cada um ter uma linha de raciocínio e cada um tentar complementar o raciocínio do outro. Um vai citando algumas partes e você vai tentando complementar, cada um fazendo um pouquinho... em conjunto.
S5	É... um dando ideia ao outro, não é? Tentando responder da melhor forma possível. Procurando um método mais adequado para a solução do problema.
S6	É uma troca de experiência com o outro, um ajudando ao outro, eu estou fazendo ele vai ajudando, eu estou errando ele justifica, mostra o erro... nós dois juntos conseguimos fazer a questão.

Categoria d – segurança na justificativa

Nessa categoria, notamos que ao responder a questão, os sujeitos tentaram justificar suas respostas, buscando exemplificar para demonstrar se trabalharam ou não de forma colaborativa. Pelas palavras do sujeito 5, nota-se que o mesmo não está confuso no que seria a aprendizagem colaborativa quando mesmo afirma "... um dando ideia ao outro, não é?" e "procurando um método mais adequado para a solução do problema".

Análise do vídeo

Baseando-nos nas respostas e na filmagem podemos perceber que os estudantes conseguiram trabalhar de forma colaborativa, ainda que aparentemente na maioria das duplas, ambos conseguiriam responder a questão proposta sem necessitar do auxílio de outro. Lembrando que a mesma ocorreu conforme Silva (2010) que nos mostra a aprendizagem colaborativa como a "forma de aprendizagem desenvolvida por meio do trabalho em grupo e pela troca entre os pares, em que as pessoas envolvidas neste processo aprendem juntas" (p. 30), também colaboram com a definição e características abordadas por Behrens (2002),

Campos et al (2003), Alcântara et al *apud* Siqueira (2003), Kaye (1992) *apud* Peters (2004). Apesar de alguns estudantes já conhecerem a questão, mesmo assim, tentaram ao longo da resolução trocar ideias com o parceiro, buscando alternativas e opiniões para a forma de solucionar e o consenso para a solução final da questão que lhes foram proposta.

Dimensão 4 – ferramentas para resolver na plataforma

Nesta dimensão procuramos obter a percepção dos estudantes para quais seriam as ferramentas necessárias na escrita algébrica numa plataforma para a comunicação em um *chat*.

Algumas propostas surgiram como:

- 1) uma caixa de texto/programa – com a simbologia matemática bem ágil e que facilitasse a digitação
- 2) elementos gráficos para desenho
- 3) escrita manual em um *scanner* para inserção da simbologia

Desta forma, vamos elencar três categorias que achamos interessantes nessa dimensão.

Categoria e - necessidade

Todos os estudantes sugerem alguma característica para a *interface*, sendo assim, notamos que há necessidades de inserção de ferramentas para facilitar a comunicação ou ainda, com a facilidade de manuseio. Quando o sujeito 3 afirma que necessita de algo que “facilitasse a digitação”, já outro sujeito afirma que precisa de algo parecido com o Equation Editor que ajudaria pois poderia ao acionar o programa, automaticamente se escreve as equações.

Categoria f – simbologia

Nessa categoria cinco dos seis estudantes abordam a necessidade da simbologia matemática como sendo uma ferramenta importante para a comunicação e resolução das atividades em uma plataforma utilizando o *chat*.

Categoria g - agilidade

Nesta categoria dois estudantes afirmam claramente que o programa deve ser ágil, como o sujeito 4 quando diz “Um editor de texto bem ágil” e o sujeito 3

“alguma coisa para que você, facilitasse a digitação, ou então colocasse algum, de uma maneira mais rápida é, a resolução da questão”. Já o sujeito 6, apesar de não falar a palavra agilidade, deixa implícito quando afirma que “Um programa, que a gente pudesse colocar as fórmulas, principalmente a equação de segundo grau”, ou seja, a inserção de fórmulas pré-existentes já agilizaria o processo em vez de ter que digitar a mesma todas as vezes que precisar.

Podemos perceber melhor nossas afirmativas, tanto para a dimensão quanto para as suas categorias, observando o quadro 8 com as respostas dos sujeitos.

Quadro 8 – Respostas utilizadas na **dimensão 4**

Sujeito	Resposta dada a questão 6 - Se fosse para ser trabalhado numa troca de mensagem do MOODLE, quais ferramentas vocês iriam precisar para que pudessem resolver a questão de forma colaborativa?
S1	“A ferramenta, talvez um programa específico”. “Teria que ter é... símbolos, símbolos matemáticos, gráficos. Para ser demonstrado melhor não é?”
S2	“Uma caixa de texto”. “Para que a gente pudesse escrever, com a simbologia matemática, facilitaria também, utilizando os símbolos”.
S3	As ferramentas... eu, teria que ter uma simbologia, alguma coisa para que você, facilitasse a digitação, ou então colocasse algum, de uma maneira mais rápida é, a resolução da questão. Uma outra maneira poderia ser, se, não sei se existe esse recurso, é a questão de uma escrita manual, usando tipo um <i>scanner</i> .
S4	Um editor de texto bem ágil, e que tivesse alguns elementos possíveis matemáticos, e gráficos também, pudesse permitir a elaboração de algum desenho se comparado ao que a gente fez, não é?
S5	Primeiramente acho que deveria ter um programa adequado a... como, por exemplo, o Equation não é? Já vem assim, já baixo lá, então agente só... acionar o programa e automaticamente se escrever as equações e digitar lá não é? Porque a gente digita uma questão e quando bota lá no moodle não vai, chaves, colchetes, essas coisas. Principalmente quando é fração, expoente... se for um expoente acima de parece que é 4 ou é 3, aí só vai como um chapeuzinho, não é? Não vai.
S6	Um programa, que a gente pudesse colocar as fórmulas, principalmente a equação de segundo grau que envolve o delta e na plataforma não tem esse programa, não tem os símbolos, que tivesse os símbolos.

Desta maneira, notamos que todos os estudantes foram unânimes quanto à necessidade básica de uma *interface* que permita a inserção da simbologia algébrica e três dentre os seis reforçaram que fosse de uma maneira ágil, ou seja, que o programa não fosse lento e que fosse de fácil manuseio para os usuários. No gráfico

a seguir vemos as necessidades elencadas pelos sujeitos a partir da reflexão de suas experiências no uso do Moodle comparando com a resolução da sua questão.

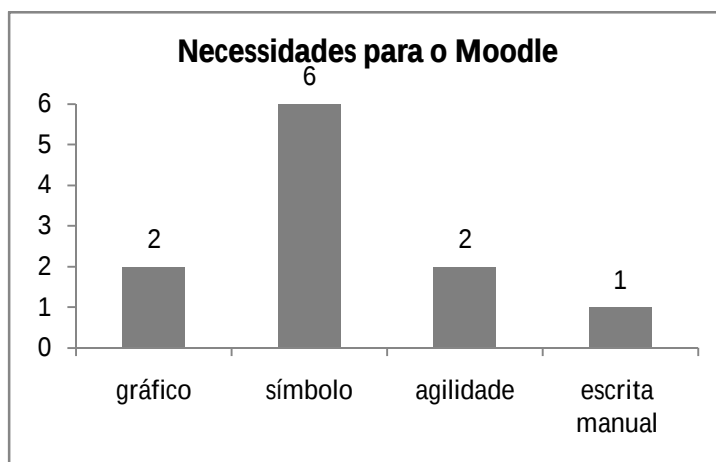


Gráfico 8 – Dimensão 4

Fica perceptível em vários momentos das respostas dos estudantes que os mesmos insinuam a criação de um programa específico que favoreça o trabalho em duplas a trabalharem em colaboração, não sendo suficiente apenas a vontade de trabalhar de forma colaborativa, mas com ferramentas que permitam essa colaboração no sentido defendido por Campos et al (2003), Fisher *et al* (2002), Behrens (2002), entre outros. Nota-se ainda que a CSCL possui como foco a colaboração entre os envolvidos, ou seja, os estudantes aprenderem um com o outro em vez de diretamente com o educador, nesse sentido a interação em questão seria proporcionada através de um *chat* que facilitasse a escrita e o uso da simbologia algébrica.

Mesmo com as informações apresentadas pelos sujeitos, sentimos a necessidade de colher mais informações que nos ajudassem na elaboração dos requisitos da *interface* e, para isso, continuamos questionando os estudantes a respeito do *chat* na plataforma que os mesmos utilizam.

Dimensão 5 – limitação para responder na plataforma

Todos os estudantes apontaram diversas dificuldades que encontraram ao utilizar a plataforma e mais especificamente no uso do *chat*.

Apesar de podermos dividir em algumas categorias, iremos abordar de forma mais geral esta dimensão.

Desta maneira partiremos baseados em Costa e Oliveira (2004, p. 118) que afirma que os ambientes de aprendizagem são “espaços das relações com o saber” e que esses espaços devem favorecer a construção do conhecimento. Sendo assim, os estudantes apontam suas necessidades para uma *interface* que possa proporcionar essa relação com o saber, favorecendo a construção do conhecimento, que neste caso é conhecimento matemático a partir da resolução de alguma questão.

Por outro lado Bellemain (2004) corrobora com nossa ideia de que a evolução do simbolismo permite a eficiência do cálculo algébrico que por sua vez evoluiu graças às regras e manipulações no simbolismo. Pensamos assim que de maneira análoga, as *interfaces* de manipulação algébricas devam evoluir por motivos da necessidade de manipulação no seu simbolismo.

Veremos no quadro 9 algumas considerações que os estudantes responderam quanto ao uso da plataforma.

Quadro 9 – Respostas utilizadas na **dimensão 5**

Sujeito	Resposta dada a questão 7 - De que maneira você acha que um <i>chat</i> que não possua recurso de simbologia matemática limitaria a construção colaborativa?
S1	É... escrever na plataforma, é muito difícil você criar uma mensagem para outro de acordo com o que você está pensando naquele momento. É difícil passar tudo para o computador, não é?
S2	Porque quando estamos juntos, um próximo ao outro, você pode apagar, e... recomeçar. E no <i>chat</i> <u>o que você escreve vai ficar daquela forma, você não tem como alterar.</u>
S3	Ele limita em virtude, por causa dos símbolos matemáticos, né? Você vai querer usar algo que quer se expressar e não consegue por não ter esse tipo de material, aí fica muito limitado, então <u>tem que usar palavras</u> , e às vezes, você usando as palavras leva até um erro.
S4	“A dificuldade de a gente fazer as expressões algébricas, frações, parênteses, raízes, esses símbolos que a gente termina escrevendo raiz quadrada porque não pode colocar o símbolo.” “Que ele <u>permitisse usar os símbolos</u> matemáticos que ficasse mais simples e até importar algum elemento gráfico, como um exercício de geometria.”
S5	Porque no <i>chat</i> não tem essa... ferramenta nenhuma, para você... então seria interessante que no <i>chat</i> tivesse uma caixinha lá que você pudesse acessar...pra poder enviar sua mensagem também, com essa.... ou seja, a solução seria um... realmente mesmo <u>um programinha lá que você acessasse aqui rápido</u> você digitasse uma equação e enviasse e professor enviasse também, da mesma forma. Porque, às vezes, você... mesmo que você digite lá no outro, quando você joga lá no lugar no <i>chat</i> não vai... muitas vezes vai um monte de quadrinhos, aí a exemplo não vai nada, a gente fica até a dificuldade de fórum para postar alguma dúvida, tirar alguma dúvida, por quê? Porque na hora que você envia para lá, aí só vai os quadrinhos. Às vezes a atividade, a atividade presencial, atividade valendo a nota, a gente não pode nem botar o desenvolvimento lá no, no documento do Word, porque os outros, todo mundo vai ver. Aí eu acho essa dificuldade.
S6	não funcionaria

Analisando a fala do sujeito 02: “... quando estamos juntos, um próximo ao outro, você pode apagar e... recomeçar. E no *chat* o que você escreve vai ficar daquela forma, você não tem como alterar”. Nesse aspecto percebe-se que o sujeito da pesquisa demonstra a dificuldade que a plataforma possui em alterar tanto a sua escrita como a escrita do seu parceiro depois que enviam algo que digitaram para a tela de mensagem comum a todos (tela pública).

Já quando analisamos as palavras “... escrever na plataforma, é muito difícil você criar uma mensagem para outro de acordo com o que você está pensando

naquele momento (*sic*). É difícil passar tudo para o computador, não é?” Nesse caso é notável que o estudante esteja se referindo à lógica de escrita da caixa dos softwares como o Equation Editor, tal qual já abordamos anteriormente, sendo assim, se faz necessária uma *interface* com uma flexibilidade maior que ao inserir a raiz cúbica de 5, possa-se corrigir até na tela comum a todos (tela pública) e trocar, por exemplo, para a raiz quarta de cinco terços, sem ser necessário apagar tudo o que já foi digitado anteriormente.

Em “Que ele permitisse usar os símbolos matemáticos que ficasse mais simples e até importar algum elemento gráfico, como um exercício de geometria” percebe-se que se conhecendo o ambiente virtual que os estudantes utilizam, notamos a real necessidade de importar um elemento gráfico, pois já ajudaria bastante para a compreensão e interpretação de determinadas questões de matemática, especialmente aquelas que necessitam de figuras ou gráficos.

“... realmente mesmo um programinha lá que você acessasse aqui rápido você digitasse uma equação e enviasse e professor enviasse também (*sic*), da mesma forma...” este sujeito aponta a necessidade de um programa específico, mas defende a questão da facilidade para se digitar, não adiantando, por exemplo, um programa robusto que o torne lento ou de difícil manuseio.

Dimensão 6 - outros recursos necessários

Sentimos ainda a necessidade de tentar explorar ao máximo as sugestões dos sujeitos envolvidos na pesquisa no sentido de encontrar suas dificuldades e contribuições para uma melhor proposta de *interface* que venha a facilitar a aprendizagem colaborativa numa situação síncrona, para isso iremos elencar a última dimensão da nossa análise de conteúdo. No quadro 10 a seguir temos as respostas dos estudantes.

Quadro 10 – Respostas utilizadas na **dimensão 6**

Sujeito	Resposta dada a questão 9 - Você identifica alguma limitação no <i>chat</i> do MOODLE ou num <i>chat</i> que possua a simbologia matemática, acrescentando alguma funcionalidade para o mesmo? Quais?
S1	“É assim <u>tipo a web conferência</u>. É... agora assim não totalmente uma <i>web conferência</i>, mas uma maneira de como você <u>enviar arquivo instantâneo</u>, ida e volta, é teria mais facilidade para fazer isso.” “É... poderia uma dúvida, é... digamos assim, um arquivo.” “Aí, tiver um canto específico para você é... teve uma dúvida naquela apresentação, aí não deu para você... mas aí você poderia copiar, e ter um canto para mandar aquela dúvida, sem precisar de escrever volte tal <i>slide</i>.”
Trecho da conversa entre P e S2	S2: Porque quando estamos juntos, um próximo ao outro, você pode <u>apagar, e... recomendar</u>. E no <i>chat</i> o que você escreve vai ficar daquela forma, você não tem como alterar. P: Então você acha que no caso precisaria dessa flexibilidade para... S2: É poder apagar P: Poder um mexer do lado e me mexer do outro, não é?⁴¹
S3	No caso, seria, ao meu ver, como eu falei, o ideal é que fosse uma <u>forma manuscrita</u> para facilitar o desenho da própria expressão, figura, símbolos matemático, seria a melhor solução. Uma segunda opção seria <u>o uso de símbolos já pré-definidos</u> onde você <u>pudesse arrastar de uma maneira simples</u> e objetiva <u>sem precisar gastar muito tempo</u> de elaboração.
S4	“Um editor de texto <u>bem ágil</u>, e que tivesse alguns elementos possíveis matemáticos, e gráficos também, pudesse permitir a elaboração de algum desenho se comparado ao que a gente fez, não é?” “Que ele permitisse usar os símbolos matemáticos que ficasse mais simples e até importar algum elemento gráfico, como um exercício de geometria.” “...tudo tem que ser praticamente digitado, raiz quadrada, potencia, ou então usar algumas convenções, o modo limitador é isso.”
Resposta de S5 e diálogo de S5 e o pesquisador	Veja só... a simbologia... no <i>chat</i> se tivesse essa parte não é? (fazendo gesto de uma barra de ferramentas). Eu acredito que... tendo a simbologia completa já é um grande passo. Porque você tem as ferramentas ali, além de interagir com o professor, às vezes se você não souber utilizar a ferramenta o professor vai... a exemplo de agora de análise real que a gente está pagando, é manda fazer uns gráficos que a gente baixa lá... tem o Winplot, só que tem equações que a gente coloca lá e não sabe fazer essa questão, até mesmo a questão de simbologia... Porque tem uns negócios de botar os expoentes, se não botar o... umas coisinhas, se pegar uma equação como está e colocar lá não vai. Tem que ter um, você tem que ter um conhecimento bom, básico daquilo ali. Então se fosse, questão de ah colocou lá no moodle, no <i>chat</i>, e que tivesse ali um passo a passo não é? Para o aluno, já criar, fazer, porque nem todo mundo tem a prática de digitar, até mesmo quando envolve muitos símbolos, só que eu me acostumei já, rápido. A questão mais agora é, utilizar o gráfico, para fazer gráfico. É que tem equações ... P: você acha que precisa de alguma coisa também para gráficos para poder visualizar a função? S5: Para gráficos, justamente, porque as vezes você, por exemplo, tipo essa equação que a gente resolveu aí... seria interessante o gráfico né?, já pensou o cara pegar também, resolver a equação, fazer o graficozinho dele lá no programa mesmo? Seria interessante.
S6	Precisaria de um programa adequado. Ter as simbologias. Algébricas.

⁴¹ A afirmativa do pesquisador baseia-se no gesto feito pelo sujeito movendo a mão como se levasse um elemento de um lado para outro.

Categoria h – semelhanças

Nesta categoria iremos abranger as respostas que foram semelhantes à outras dadas por outros sujeitos ou em outras dimensões.

O sujeito 3 insiste na ideia da escrita manual, bem como acrescenta um recurso que foi sugerido pelo sujeito 6, em que faremos o confronto de ideias nesse momento, uma vez que o sujeito 3 e 6 apesar de estarem no mesmo período são de pólos diferentes (capital e interior). De igual modo os sujeitos 4 e 5 apontam a mesma ideia e possuem a mesma característica dos sujeitos 3 e 6.

Ainda ressaltamos que na dimensão anterior o sujeito 4 cita uma funcionalidade que é agora abordada pelo sujeito 1, ou seja, a funcionalidade de envio de arquivo (gráfico, figura, entre outros). O interessante é que esses sujeitos são da capital (pólo Ipojuca) e estão em períodos diferentes, o que nos leva mais uma vez a comparar os estudantes entre períodos e entre “distâncias⁴²”.

Aspectos da dimensão 6

Analisando trechos das respostas temos que o sujeito 1 faz um comparativo com a *web* conferência, afirmando que “É assim tipo a *web* conferência. É... agora assim não totalmente uma *web* conferência, mas uma maneira de como você enviar arquivo instantâneo, ida e volta, teria mais facilidade para fazer isso.” Note que na afirmativa do sujeito 1 o mesmo relata uma característica da *web* conferência que é utilizada no IFPE em que pode-se alternar os arquivos apresentados na mesma, ou seja, a apresentação de um *slide* para um outro programa que está funcionando na área de trabalho do usuário. Com esta funcionalidade, acreditamos que numa situação de *chat* os participantes poderiam exibir algo a mais que o diálogo e aprender fazendo e manipulando programas e arquivos necessários para aquele diálogo. Em suas afirmativas, o mesmo também relata que seria bom poder copiar e colar ou manipular algo que foi enviado para a tela principal do *chat* (tela pública).

O sujeito 3 acredita que a escrita via *scanner*, com um programa que reconheça a escrita manual do usuário e transforme na simbologia matemática, seria o ideal. Podemos verificar quando em suas palavras o mesmo afirma “...acho que uma forma manual escrita em que você pudesse desenhar e o outro pudesse também interagir no seu desenho... não sei se é possível”. Acreditamos que a

⁴² Estudantes que moram mais próximo a capital pernambucana e estudantes que moram no sertão de Alagoas.

maioria dos estudantes concorda com a sugestão dada pelo sujeito 3 sendo a mesma importante, pois este é mais um recurso que pode proporcionar a aprendizagem colaborativa.

Já o sujeito 5 apresenta outra ferramenta para a *interface* quando afirma "... tem o Winplot, só que tem equações que a gente coloca lá e não sabe fazer essa questão, até mesmo a questão de simbologia. Porque tem uns negócios de botar os expoentes, se não botar umas coisinhas, se pegar uma equação como está e colocar lá não vai." (sic). Notemos que não basta apenas a inserção de outros recursos ou programas, mas que os mesmos possam interagir entre si, ou seja, ao inserir 3 elevado ao quadrado (3^2) a forma de escrever deveria ser a mesma e não necessitar a alteração de linguagem para 3^2 .

Notemos que com a análise das categorias apresentadas os estudantes expuseram as dificuldades e possíveis ferramentas necessárias para uma comunicação síncrona em uma plataforma de ensino que conforme Costa e Oliveira (2004) os ambientes virtuais devem proporcionar a construção do conhecimento e para Assis (2010) a *interface* de navegação deve ser agradável e fácil, possuindo ainda *feedbacks* e *layout* consistentes. Como Almeida (2003) já afirma que os recursos dos ambientes virtuais são os mesmos que existem na internet, incluindo aí o *chat*, notamos que a adequação de algumas de suas ferramentas para a comunicação de componentes curriculares específicos, como alguns de cursos de Licenciaturas ou Bacharelados em exatas, devem proporcionar a simbologia algébrica (teclado virtual) bem como uma flexibilidade para um debate de questões como as que apresentamos na análise *a priori*, por exemplo.

Com isso, baseando-nos nesta análise, na filmagem dos estudantes respondendo uma questão de matemática e comparando com a resolução nas *interfaces* existentes que escolhemos para este estudo, especificaremos algumas ferramentas necessárias que permitam a aprendizagem colaborativa entre pares em um *chat* levando em conta, também, as diretrizes para análise de formas de educação virtual com enfoque pedagógico construtivista, a interação síncrona, com qualidade de interação de média a grande, buscando verificar a questão da usabilidade que apontamos no quadro 2 do capítulo 2.3, entretanto, ainda iremos explicitar as observações das resoluções e a *interface* que utilizamos para digitalizar algumas das questões.

Observação das resoluções

Buscando atingir o nosso terceiro objetivo específico, nesta etapa iremos descrever sobre a filmagem da resolução das questões resolvidas pelas duplas de estudantes, buscando trazer elementos da observação que fizemos de como é desenvolvida a escrita algébrica pelos sujeitos.

Com a filmagem da resolução buscamos observar como os estudantes utilizam e escrevem a álgebra, nesse sentido, notamos que 5 dos 6 estudantes escrevem de forma muito similar quanto ao inserir, por exemplo, uma fração em que os 5 estudantes escreviam primeiro o numerador, depois inseriam o traço da fração (barra horizontal) e em seguida o denominador. Apenas um estudante, na maioria da sua escrita, inseria primeiro a barra horizontal para em seguida inserir o numerador e por fim o denominador. Mesmo assim, o mesmo estudante, em alguns momentos, escrevia como os demais sujeitos da pesquisa.

Quando mencionamos sobre primeiro escrever a barra de fração, estamos falando na lógica que alguns programas editores de textos matemáticos (edição algébrica) funcionam, ou seja, primeiro você deve criar a caixa da fração (neste caso que estamos tomando como referência) para em seguida escrever o numerador e depois o denominador. Se por acaso for escrito primeiro o numerador, então o usuário deverá selecionar (iluminar) o texto digitado para em seguida inserir a caixa da fração e por fim digitar o(s) valor(es) do denominador. Para melhor compreensão observemos a figura 22a e 22b a seguir com uma situação hipotética. Nota-se na figura 22a que o sujeito primeiro vai digitando o numerador, para em seguida inserir o traço da fração e posteriormente inserir o denominador. Já na situação da figura 22b o sujeito insere primeiro o traço da fração, depois vai preenchendo o numerador para em seguida partir para preenchimento do denominador da fração.

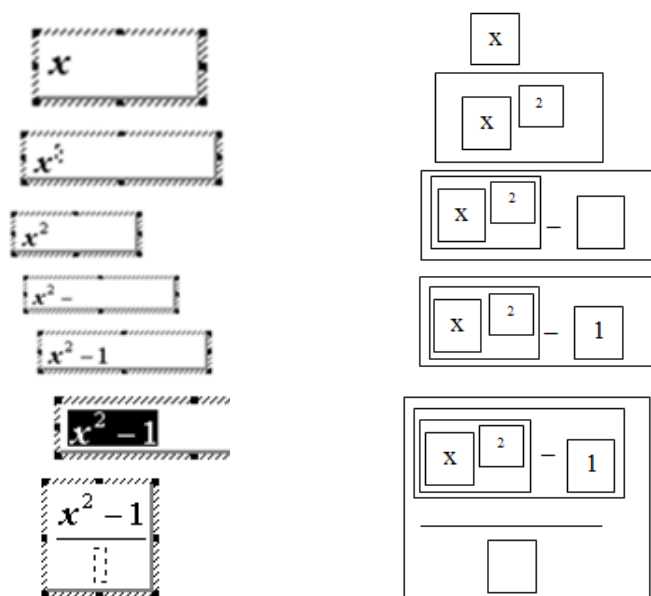


Figura 22a – digitação de expressão e sua representação em caixas

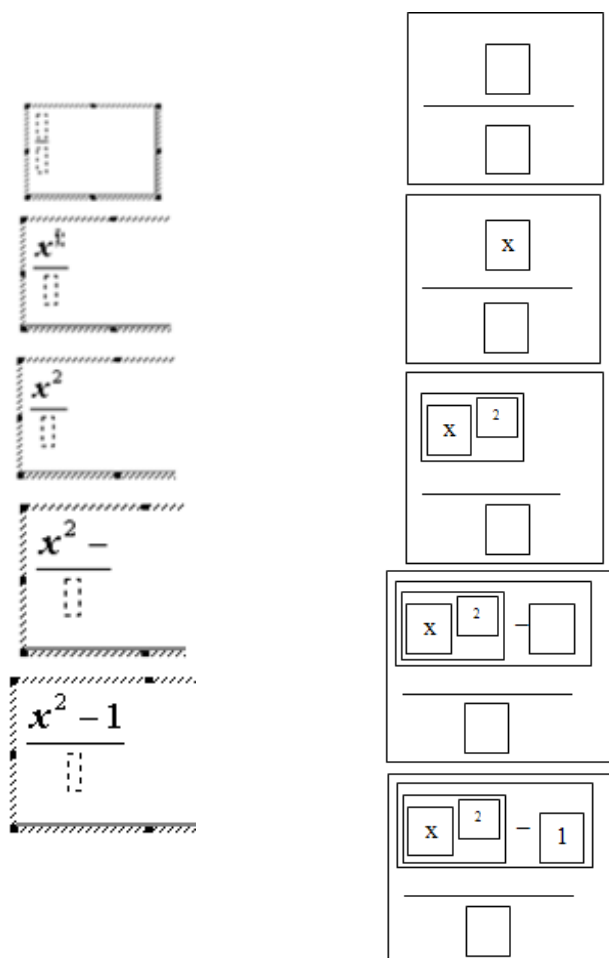


Figura 22b – digitação de expressão e sua representação em caixa

Analisando as questões que foram respondidas por cada uma das duplas, podemos enunciar alguns elementos que procurávamos para embasar os recursos da *interface* que será proposta. Na primeira dupla notamos que os estudantes mesmo escrevendo ao quadro, quando algo estava errado iam logo apagando o que escreveram. Escreviam ainda algumas de suas falas como exemplo “Se a razão de dois números é par”. Ao escreverem a potência utilizam primeiro a escrita da base, logo em seguida escrevem o expoente. Em outro momento do desenvolvimento da questão um dos sujeitos escreve n^3+x , em seguida apaga o expoente 3 e escreve o expoente 2, ficando n^2+x .

Podemos ainda fazer uma reflexão no caso das mudanças na digitação de uma expressão, ou seja, as mudanças de forma que podemos ver na utilização de grafos (figura 23). O exemplo que vamos utilizar são as expressões $2xa+2xb$ e $2x(a+b)$.

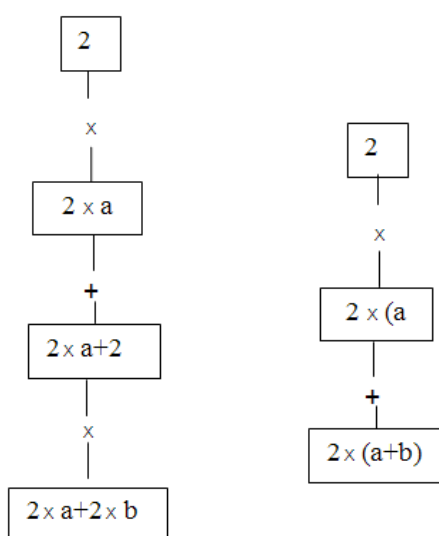


Figura 23 – representação por grafo das expressões $2xa+2xb$ e $2x(a+b)$

Nessa representação podemos notar a diferença nas etapas caso um determinado estudante queira modificar sua escrita realizada num computador, numa situação de *chat*, por exemplo. Modificar ‘ $2xa$ ’ para ‘ $2x(a$ ’ vai implicar no final da expressão em uma operação a menos, visto que os parênteses por possuírem o papel de associação e hierarquia dispensarão o outro sinal de multiplicação.

Outra questão foi respondida pela mesma dupla e pode-se perceber o passo a passo da escrita de um dos sujeitos, conforme figura 24:

$$\begin{array}{c} (x^2 \\ (x-1)(\\ (x-1)(x+1) \end{array}$$

Figura 24 – transcrição da escrita do estudante

Em determinados softwares o que aparece é a inserção dos parênteses () de uma única vez e não o abrir parênteses, depois fechar parênteses como o estudante redigiu. Outro fato importante que já citamos é a escrita da fração, em que primeiro escreve-se o numerador, depois a linha horizontal da fração e por fim escreve-se o denominador como na figura 25:

$$\frac{(x-1)(x+1)}{}$$

Figura 25 – inserção de uma fração

O uso do corte para simplificar a fração foi utilizado pelo estudante, ou seja, a marcação de quem está sendo simplificado como na expressão da figura 26:

$$\frac{(x \cancel{-1})(x+1)}{(x-1)(x-1)} \div \frac{(x+1)(x+1)}{(x-1)}$$

Figura 26 – cancelamento/simplificação de fração

Na outra dupla notamos que aconteceram outras escritas interessantes, como exemplo traremos apenas algumas das que parecem mais relevantes para a especificação da plataforma.

Uma delas é quando um estudante desenha a figura no quadro e outro traça a altura, em seguida, o primeiro estudante (que desenhou a figura) escreve a medida de cada lado, montando assim a figura que irão analisar para demonstrar a medida da altura do triângulo equilátero (a questão 5 escolhida para uma das duplas).

Neste caso (questão 5), os estudantes escrevem a hipotenusa (a) e os catetos (b e c) um abaixo do outro, buscando nomear esses elementos a partir do triângulo retângulo que encontram após terem traçado a altura, ficando:

$$\begin{array}{l} a=k \\ b= \\ b=h \\ c=k/2^{43} \end{array}$$

⁴³ “S3: Bom, a hipotenusa é o ângulo, é o lado oposto ao ângulo de 90 graus, então será o lado k , o a vai ser igual a k . E o b e o c será os outros lados, qualquer um que escolher. Vamos chamar logo o lado b de h e o c $k/2$ ”

O interessante é que depois do sujeito 3 escrever os elementos anteriores, o sujeito 4 fala e escreve (circula) no que já estava escrito:

S4: “fazendo a substituição aqui, né” (sic)

(o sujeito circula para o teorema de Pitágoras)

“fica k^2 , $h^2+h/2$ também ao quadrado. Vamos desenvolver, né?” (sic)

Note que aparece aqui uma ferramenta importante quando estamos resolvendo determinada questão que é frisar algum elemento escrito para chamar a atenção. Essa ação de circular as partes que a dupla considerava mais importantes repetiu-se ao longo do desenvolvimento dessa questão.

É nesta questão que o sujeito 3 escreve de forma diferente dos demais estudantes como a sequência da escrita que podemos ver na figura 27:

$$h^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$h^2 = \frac{4k^2 - k^2}{\square}$$

$$h^2 = \frac{4k^2 - k^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{3k^2}{4}$$

$$h = \sqrt{\frac{3k^2}{4}}$$

Figura 27 – sequência escrita da questão

Em primeiro momento o sujeito escreve o traço da fração, depois insere o numerador e após isso o denominador, por fim, o mesmo insere o radical.

Em um trecho da conversa dos estudantes para resolverem a etapa que já expomos, temos:

“S4: Quatro menos um (riscando $\frac{4k^2 - k^2}{4}$)

S3: Dá 3k ao quadrado dividido por 4...

S4: Divido por 4. Depois tira a raiz.

S3: Tira a raiz. Igual a raiz quadrada de 3, k ao quadrado sobre 4.

S4: Pronto.”

Em uma parte da resolução da última dupla, a interação de ambos no objeto escrito é elemento fundamental em uma *interface* para a colaboração dos participantes, como veremos a seguir:

“S6: (escreve) $x' = \frac{-7-5}{2} = \frac{-12}{2} =$

S5: (apaga e escreve) Isso aqui vai ficar menos. Entendeu aí?

$x' = \frac{-7+5}{2}$ (apaga o mais, ficando:) $x' = \frac{-7\ 5}{2}$

S6: (risos) xis um né, mas e xis dois não é menos?

Aí seria menos dois por um (apontando para x') (reescreve o sinal de +) $x' = \frac{-7+5}{2}$

E doze por dois...

Seria menos seis. (escrita completa) $x' = \frac{-7-5}{2} = \frac{-12}{2} = -6$

Tem alguma coisa errada”. (sic)

Fica perceptível a forma de interação no mesmo objeto em que um dos sujeitos escreve, o outro apaga, o outro volta e reescreve, e depois complementa a escrita enquanto ambos pensam na resolução da questão.

Resolução na plataforma

Como parte do primeiro objetivo específico, foi escolhida uma das questões para ser respondida nas plataformas selecionadas para este estudo, sendo assim, destacaremos nas linhas a seguir as resoluções digitadas nas mesmas utilizando o fórum e seus respectivos recursos para a escrita algébrica.

Na exposição das linhas a seguir, conheceremos também cada aplicativo que foi utilizado para a digitalização da questão escolhida.

MathMoodle

A primeira plataforma é o MathMoodle que é um dos projetos do Laboratório de Pesquisa e Desenvolvimento em Ensino de Matemática e Ciências – LIMC da Universidade Federal do Rio de Janeiro, que pode ser visitado através do endereço <https://limc.ufrj.br>. A página inicial de acesso desta plataforma está situada no endereço eletrônico <https://limc.ufrj.br/mathmoodle/login/index.php>. Após o *login* e entrar no fórum da sala virtual, teremos a tela a seguir.

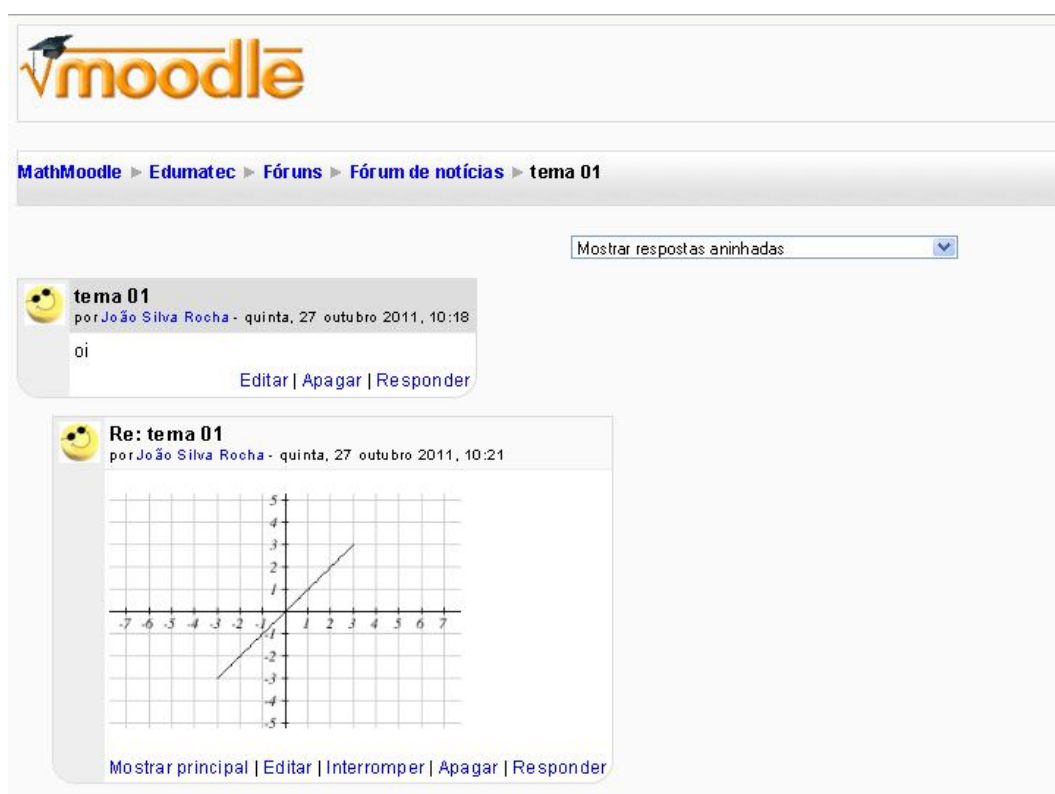


Figura 28 – página de exibição do tema do fórum de notícias (acesso em 15/11/2011 às 20h)

O fórum MathMoodle da UFRJ possui um editor de gráficos, bem como um compilador de fórmulas matemáticas inseridas conforme podemos verificar na figura 29.

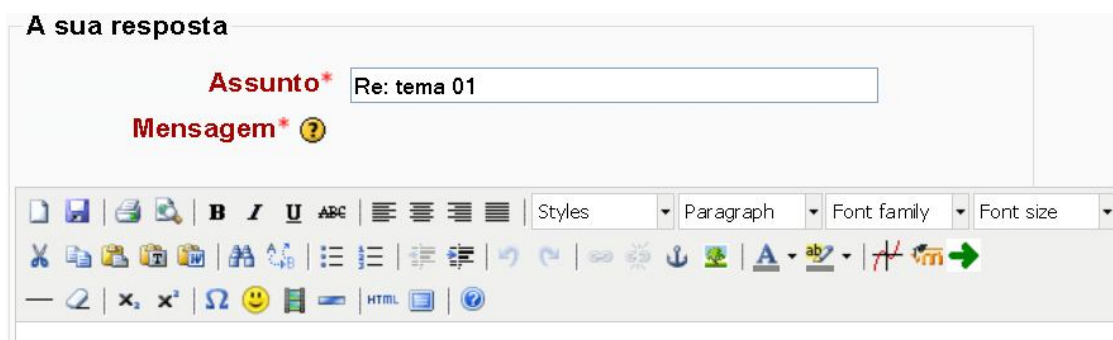


Figura 29 – ampliação da barra de ferramentas do fórum (acesso em 15/11/11 às 20h)

Notemos que nesta barra de ferramentas temos alguns botões específicos que auxiliam na escrita da matemática, como os botões que veremos adiante nas figuras 30 a 33. Percebe-se que o botão Add/Edit Graph é utilizado para editar e construir gráficos, já o botão Insert Equation serve para inserirmos as expressões

algébricas com a simbologia matemática. Os botões de subscrito e sobrescrito funcionam do mesmo modo dos botões que o Microsoft Word possui.



Figura 30 - botão Add/Edit Graph



Figura 31 - botão Insert Equation



Figura 32 - executar MathWriting

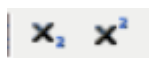


Figura 33 - Botões de subscrito e sobrescrito

Fizemos um teste digitando a princípio uma equação de segundo grau em que utilizamos apenas o teclado do computador e o botão sobrescrito, depois “clicamos” no botão *Insert Equation* e foi aberta uma aba abaixo da caixa de digitação, que depois, ao “clique” no botão Executar MathWriting, a caixa abaixo da caixa de digitação apresentou a interpretação de como seria mostrado aos demais participantes do fórum quando enviássemos o que digitamos.

É importante perceber que ao enviarmos a mensagem para o fórum, provavelmente devido a conexão da internet, a plataforma leva um determinado tempo (alguns segundos) para interpretar o que digitamos conforme mostramos na sequência das figuras 34 a 36.

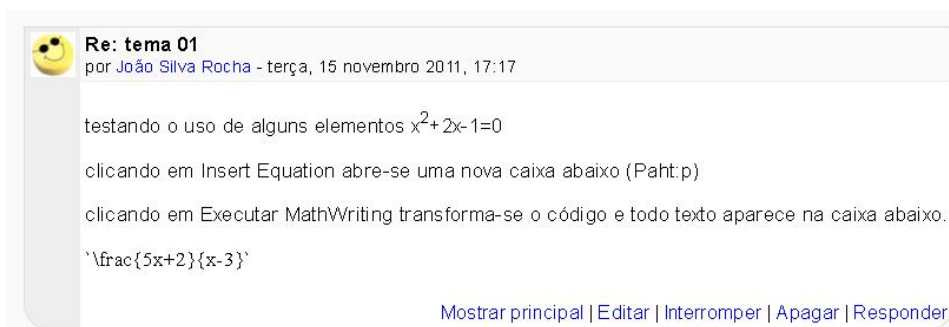


Figura 34 – mensagem recém enviada ao fórum para os participantes

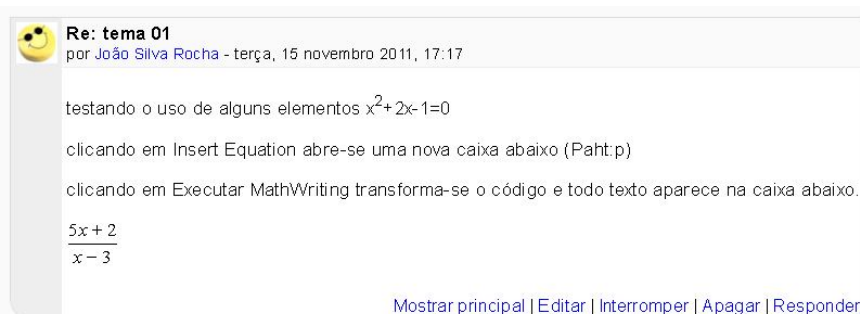


Figura 35 – mensagem decodificada depois de alguns segundos

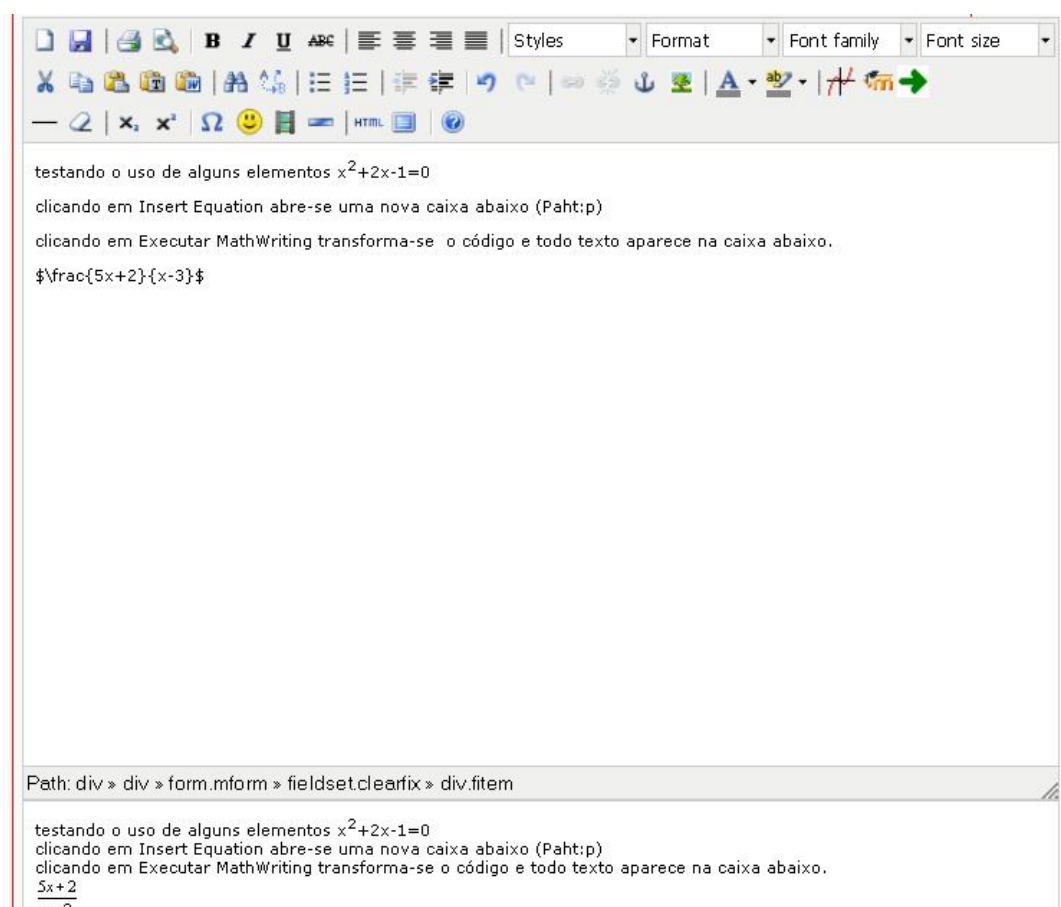


Figura 36 – caixa de edição e de exibição da escrita no fórum

Ainda utilizando este aplicativo fizemos alguns testes para conhecer a forma de digitação e depois digitamos a questão que os estudantes resolveram presencialmente. A questão foi escrita a partir da digitação do código abaixo:

`\frac{x^2-1}{x^2-2x+1}\div\frac{x^2+2x+1}{x-1}`

`\frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(x-1)}\div\frac{(x+1)(x+1)}{x-1}`

`\frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(x-1)}\times\frac{x-1}{(x+1)(x+1)}`

`\frac{1}{1}\times\frac{1}{x+1}`

`\frac{1}{x+1}`

Com este código (representação/escrita linear, unidimensional ou em *string*), obtivemos o seguinte resultado na tela conforme figura 37 (representação em duas dimensões).

$$\frac{\frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1} \div \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 1}}{\frac{(x + 1)(x - 1)}{(x - 1)(x - 1)} \div \frac{(x + 1)(x + 1)}{x - 1}} = \frac{(x + 1)(x - 1)}{(x - 1)(x - 1)} \times \frac{x - 1}{(x + 1)(x + 1)} = \frac{1}{1} \times \frac{1}{x + 1} = \frac{1}{x + 1}$$

Figura 37: impressão feita pelo MW Maxima da UFRJ.

Notemos que foi aceita uma cópia e posterior colagem (copia/cola) do símbolo de dividir ($\div$) sendo impresso quando clicamos o botão processar, entretanto, quando clicamos em editar o que já foi escrito, antes do processamento da linguagem utilizada, o programa exibe para o símbolo de dividir ($\div$) o código “÷”, o código completo quando clicamos o botão editar aparece a seguir:

```
$\frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$&divide;$\frac{x^2+2x+1}{x-1}$ $\frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(x-1)}$&divide;$\frac{(x+1)(x+1)}{x-1}$ $\frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(x-1)}$x$\frac{x-1}{(x+1)(x+1)}$ $\frac{1}{1}$x$\frac{1}{x+1}$ $\frac{1}{x+1}$
```

A tela de digitação no Maxima é exibida abaixo, juntamente com a imagem depois que clicamos o botão processar que podemos verificar na figura 38.

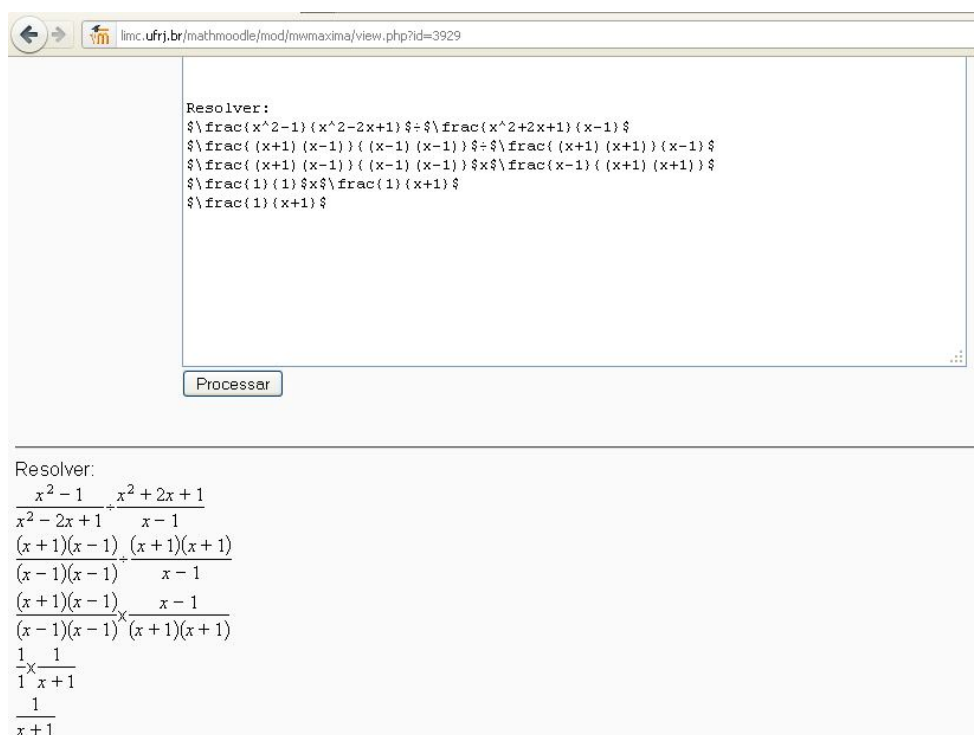


Figura 38: Tela da *interface* do MathMoodle da UFRJ.

Nas figuras 39 e 40 temos a tela do fórum do MathMoodle da UFRJ quando inserimos o código e clicamos para processar a imagem (figura 45) e depois de processada aparece a imagem (figura 46) relativa ao respectivo código.

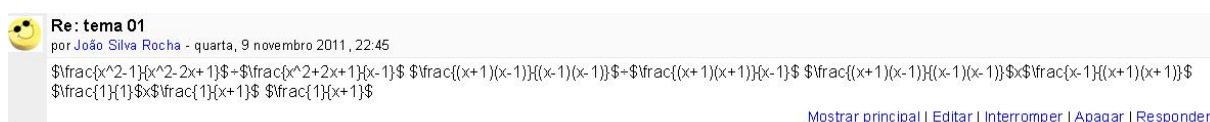


Figura 39 – tela do fórum do MathMoodle com a escrita da mensagem recém-enviada.

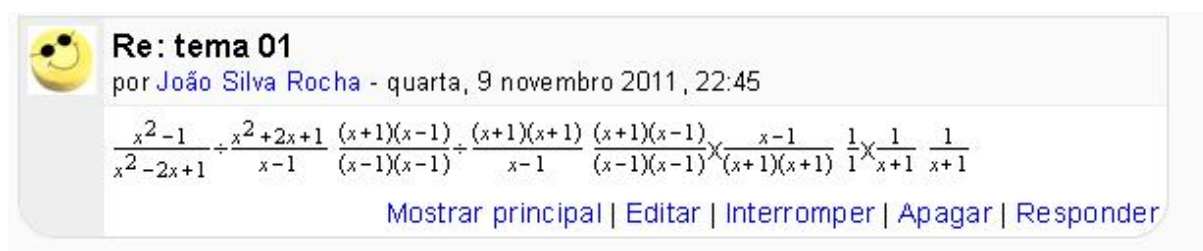


Figura 40 – tela do fórum do MathMoodle depois de processada a mensagem.

Já a segunda plataforma utilizada foi Moodle 2.0, do LEMATEC que descreveremos a seguir.

MOODLE 2.0 – LEMATEC- CKEditor™

A nossa segunda plataforma é a plataforma do mestrado EDUMATEC e seu acesso é feito pelo endereço www.lematec.net/moodle2ckeditor/ apresentando a seguinte tela para fórum conforme a figura 41.

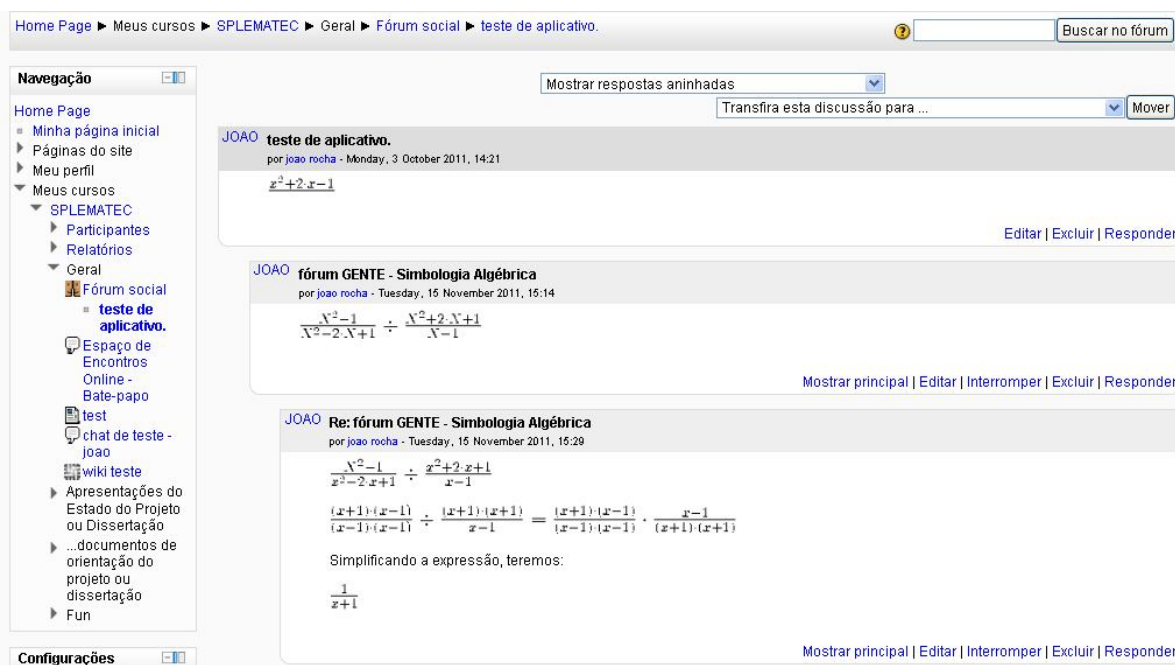


Figura 41 – tela do fórum da sala SPLEMATEC

Ao abrirmos o fórum para digitar uma nova mensagem ou responder alguma mensagem no MOODLE 2.0 do EDUMATEC temos a tela do fórum em que o botão $\sqrt{x}$ é o botão para iniciar o Dragmath, conforme mostra a figura 42.

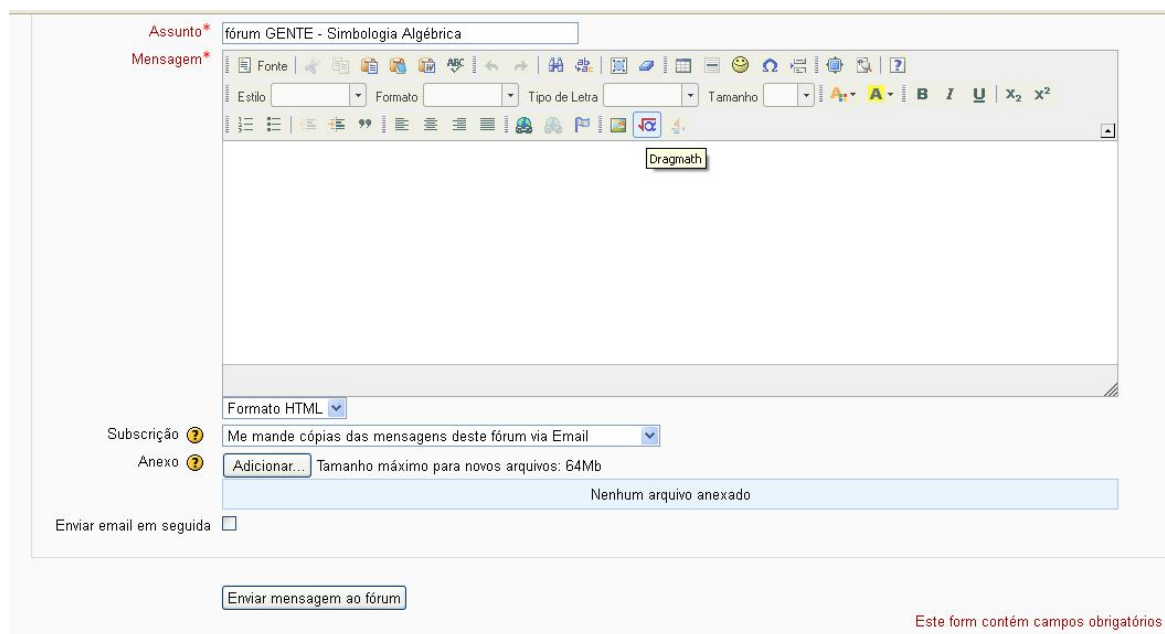


Figura 42: fórum do GENTE – UFPE evidenciando o botão do Dragmath

Já na próxima imagem (figura 43) teremos a janela ativa do Dragmath após clicarmos o botão $\sqrt{\alpha}$.

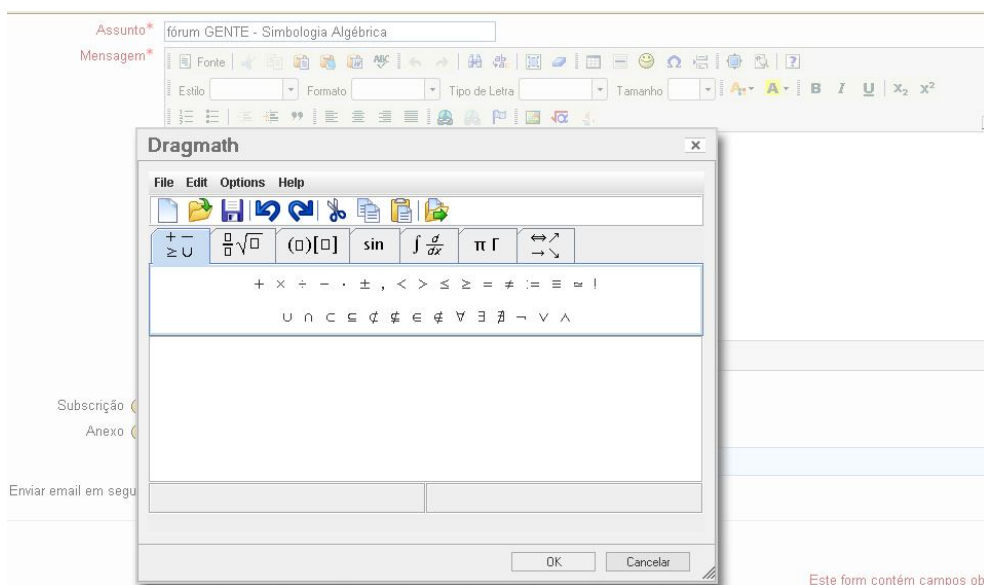


Figura 43 – janela do Dragmath

Como exemplo, inserimos a fração e aparece no editor conforme a figura 44. Nota-se ainda a formação de caixas a serem preenchidas tanto no numerador quanto no denominador da fração.

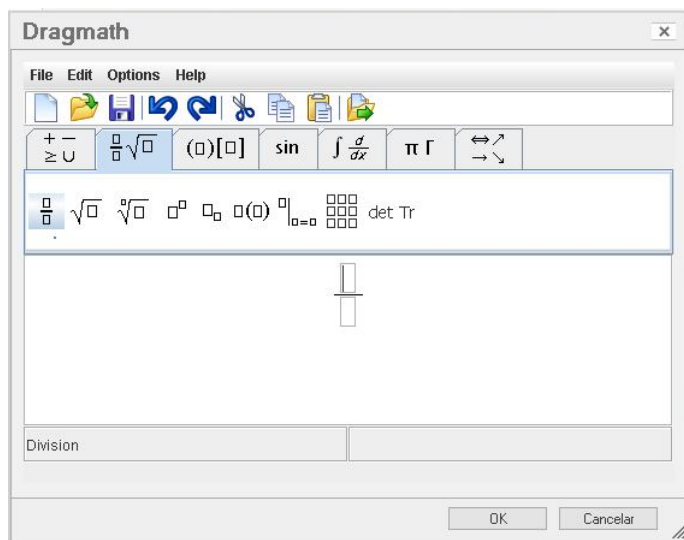


Figura 44 – inserção da fração no Dragmath

Dando continuidade a digitação da questão escolhida, utilizando o Dragmath teremos a expressão conforme ilustra a próxima imagem (figura 45).

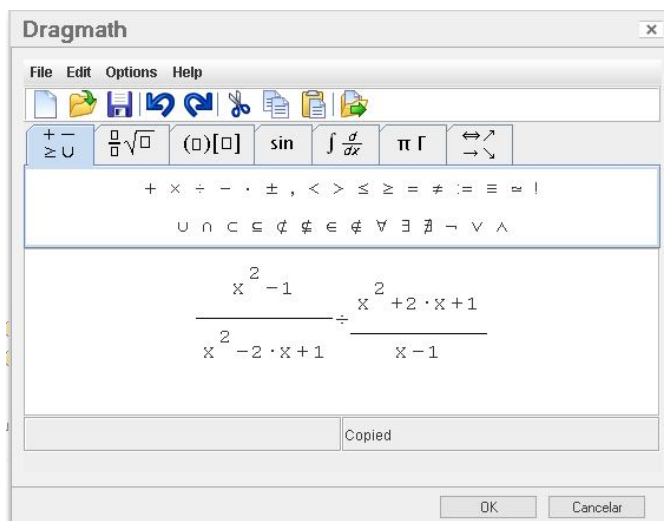


Figura 45 – questão digitada na janela do Dragmath

Ao “clique” o botão OK, é enviado um código fonte para a tela do fórum, conforme figura 46, em que poderemos ainda continuar a escrever alguma explicação no fórum e só depois de terminar a mensagem e enviar ao fórum é que a mesma será novamente transformada em imagem (escrita em duas dimensões).

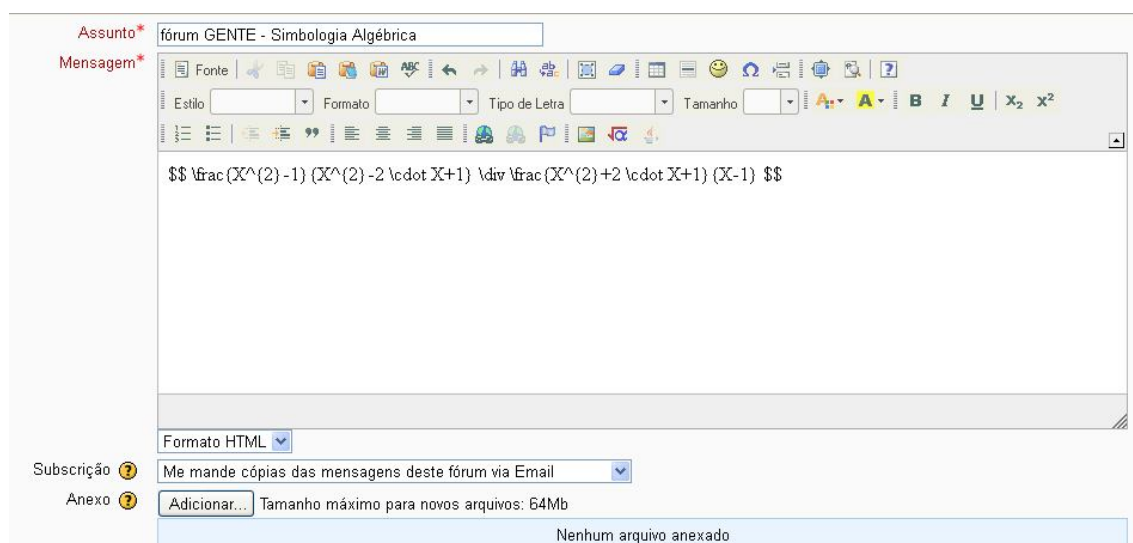


Figura 46 – tela do fórum depois de digitado a equação.

A figura 47 a seguir mostra a resolução completa da questão proposta depois de digitada no Dragmath, antes de ser enviada ao fórum para leitura dos participantes. O Dragmath transforma a expressão algébrica em um código fonte e depois interpreta e transforma esse código em imagem como na figura 58 que mostra como ficou a mensagem depois que “clique” em SALVAR MUDANÇAS, sendo assim, enviada para todos os participantes.

A sua resposta

Assunto* Re: fórum GENTE - Simbologia Algébrica

Mensagem*

Estilo Formato Normal Tipo de Letra Tamanho **B** *I* U x_2 x^2

$$\frac{(x^2-1)(x^2-2x+1)}{(x^2-2x+1)(x-1)} \div \frac{(x^2+2x+1)(x-1)}{(x-1)(x-1)}$$

$$\frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(x-1)} \div \frac{(x+1)(x+1)}{x-1} = \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(x-1)} \cdot \frac{x-1}{(x+1)(x+1)}$$

Simplificando a expressão, teremos:

$$\frac{1}{x+1}$$

body p

Formato HTML

Subscrição Me mande cópias das mensagens deste fórum via Email

Anexo Adicionar... Tamanho máximo para novos arquivos: 64Mb

Nenhum arquivo anexado

Salvar mudanças

Figura 47 – Término da escrita no Dragmath.

JOAO Re: fórum GENTE - Simbologia Algébrica

por joao rocha - Tuesday, 15 November 2011, 15:29

$$\frac{x^2-1}{x^2-2x+1} \div \frac{x^2+2x+1}{x-1}$$

$$\frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(x-1)} \div \frac{(x+1)(x+1)}{x-1} = \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(x-1)} \cdot \frac{x-1}{(x+1)(x+1)}$$

Simplificando a expressão, teremos:

$$\frac{1}{x+1}$$

Figura 48 – mensagem exibida depois de clicar em Salvar Mudanças

Reforçamos que quando digitamos alguma expressão no Dragmath, conforme a figura 45, utilizamos seu teclado virtual para a digitação da maioria dos objetos matemáticos. Percebemos que a manipulação de alguns objetos não é tão simples no que se refere à flexibilidade no caso de algum erro, por outro lado, o programa aceita os comandos de retornar à ação.

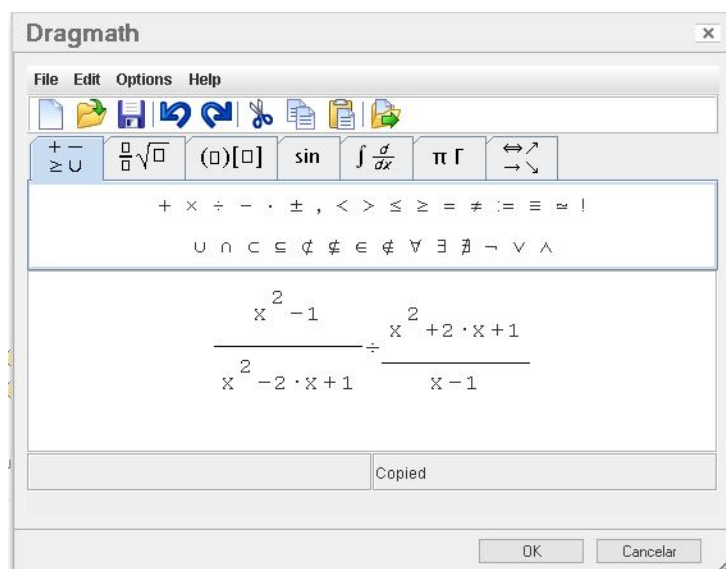


Figura 49 – parte da questão digitada

Vale salientar que ao finalizar a digitação de uma questão e clicar o botão OK, o Dragmath envia um código fonte para a tela do fórum, visto na figura 46, em que poderemos ainda continuar a escrever alguma explicação adicional sem a simbologia algébrica, entretanto, notamos que só depois de terminar a mensagem e enviar ao fórum é que o código (representação/escrita linear, unidimensional ou em *string*) será transformado em simbologia algébrica (representação em duas dimensões).

Por outro lado, caso precise fazer uma alteração na expressão editada, o Dragmath não irá identificar o código que ele mesmo criou (processou) transformando na tela da figura 47, entretanto, o usuário espera que o programa volte para a tela da figura 45, ou seja, como o programa não faz o esperado nos restam duas opções, uma delas é que teremos que refazer a expressão ou então teremos que manipular nos códigos (representação/escrita linear, unidimensional ou em *string*) que o Dragmath criou.

MOODLE 2.0 – LEMATEC – moodle2math

Esse editor possui as mesmas características visuais da tela inicial da plataforma que acabamos de abordar, entretanto, seu endereço é <http://lematec.net/moodle2math/> porém, possui mais recursos que o apresentado anteriormente, sendo possível não apenas a inserção da simbologia matemática, mas possui botões para inserção equações, símbolos/caracteres especiais, gráficos

de barras, setores e de funções e desenho de figuras,. As figuras 50 a 56 exibem a tela do fórum e seus botões para edição de matemática.

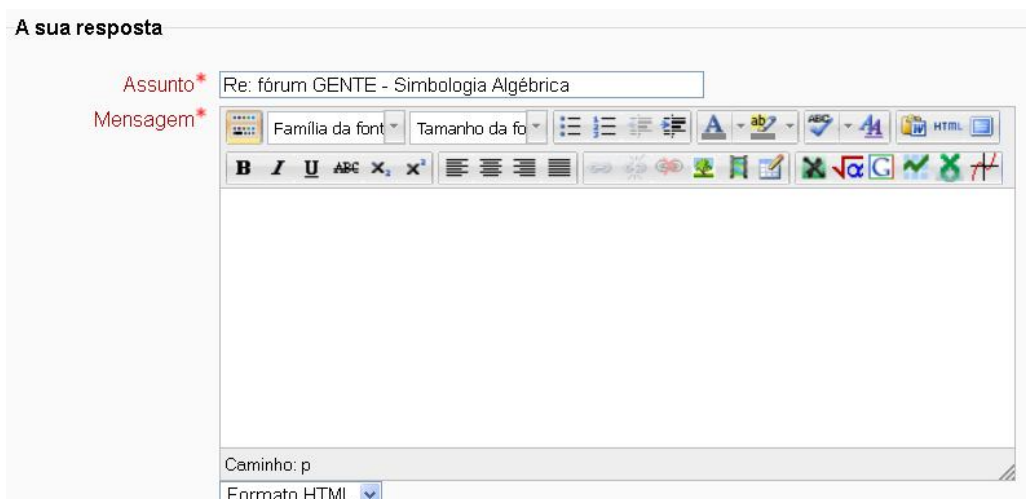


Figura 50 - Tela de edição do fórum



Figura 51 - botão Insert Mathjax



Figura 52 - botão Inserir Equação



Figura 53 - botão Googletex



Figura 54 - botão Google Charts



Figura 55 - botão GEONExT



Figura 56 - botão AsciiSvg

Nas linhas a seguir, bem como nas figuras 57 a 60 iremos mostrar cada aplicativo que será aberto ao clicar os botões que apresentamos anteriormente e algumas de suas janelas. Ao clicar o botão AsciiSvg temos a caixa de diálogo para inserção de gráficos de funções conforme figura 57.

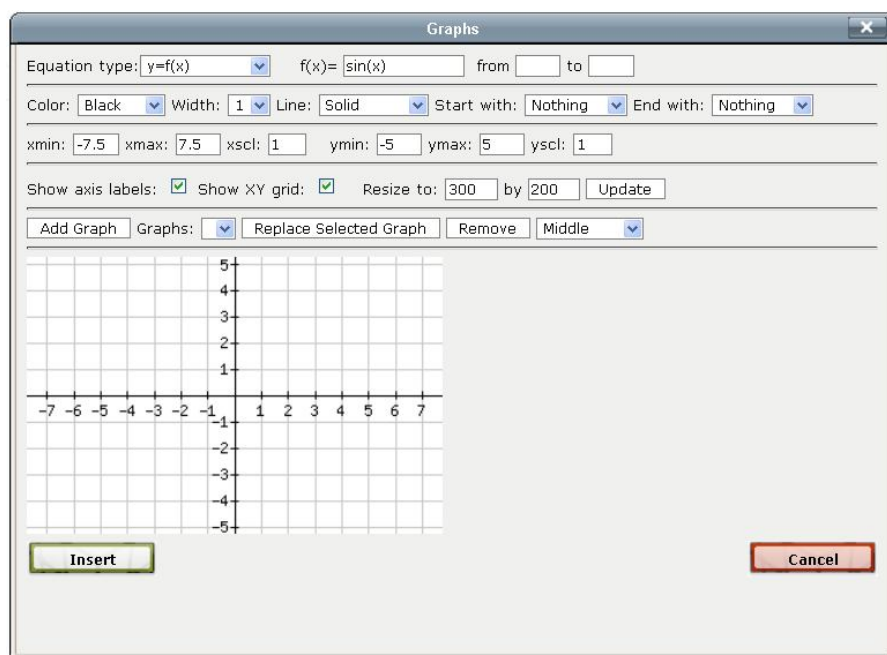


Figura 57 – tela do AsciiSvg

Clicando o botão GEONExT temos sua tela inicial para desenhar figuras conforme figura 58.

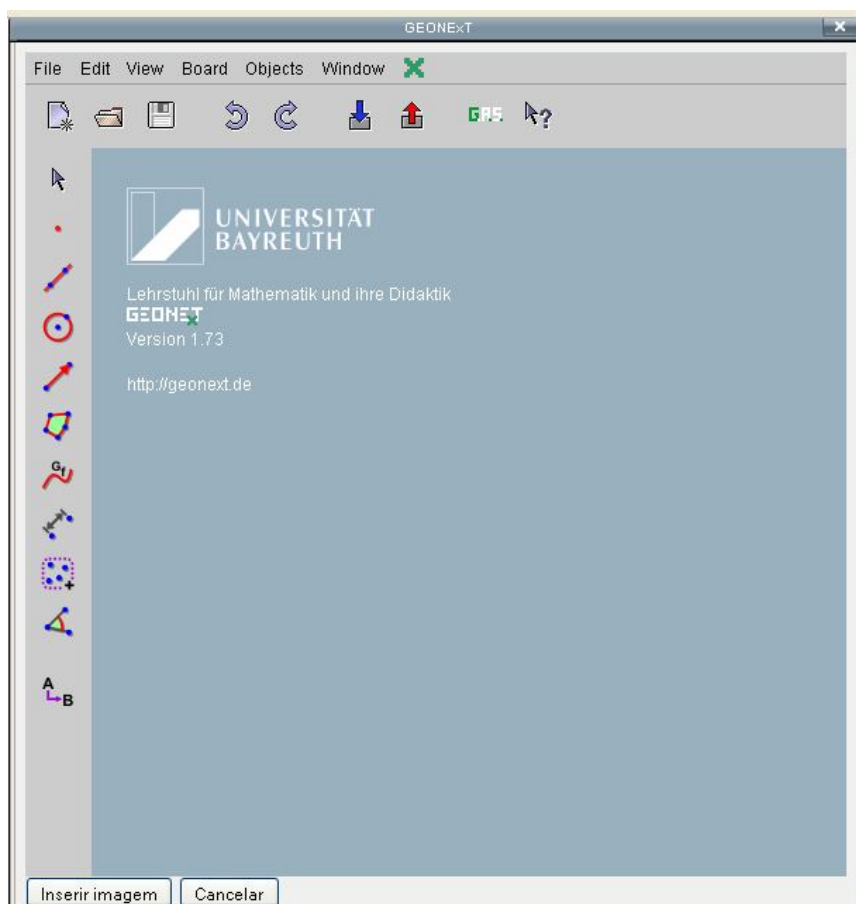


Figura 58 – tela do GEONExT

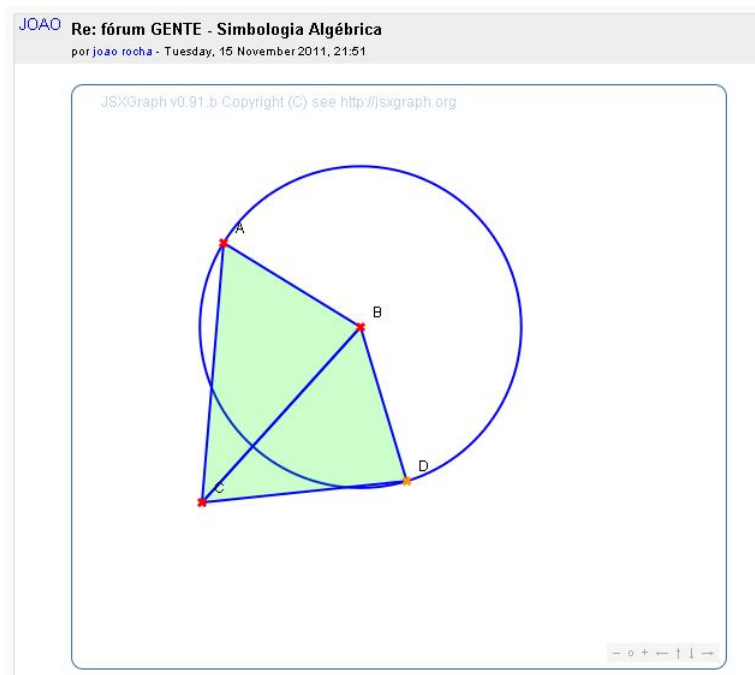


Figura 59 – desenho do GEONExT inserido no fórum para teste



Figura 60 – tela do Google Charts

Das figuras 61 a 67 mostraremos algumas telas do Googletex buscando mostrar alguns de seus menus (Tab).

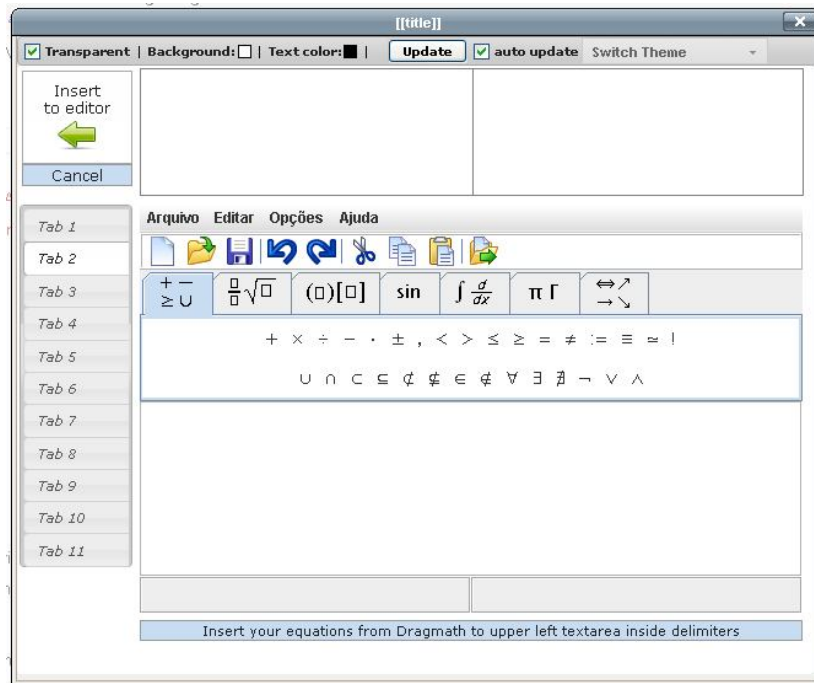


Figura 61 – tela do Googletex Tab 2

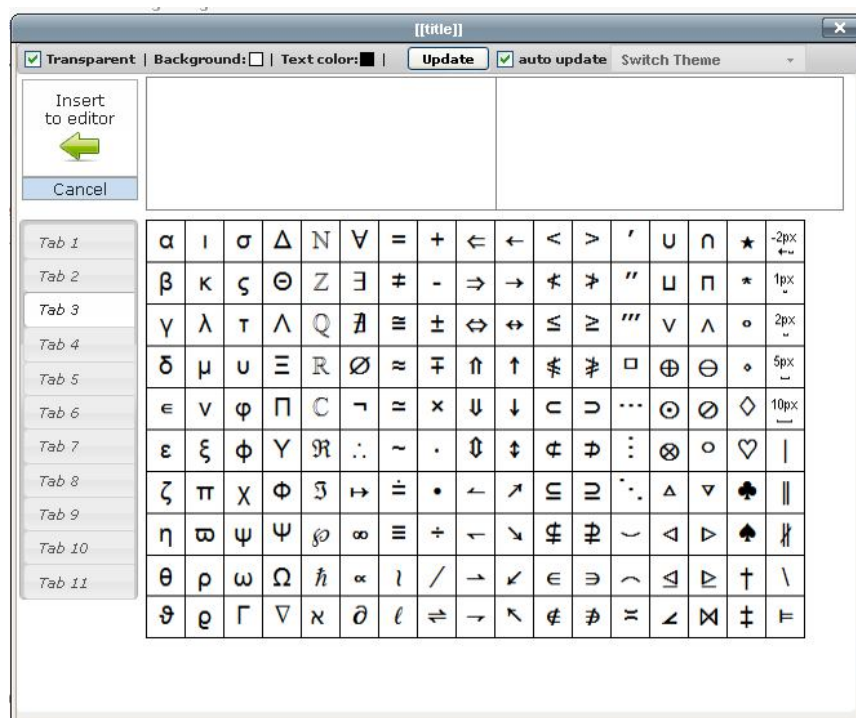


Figura 62 – tela do Googletex Tab 3

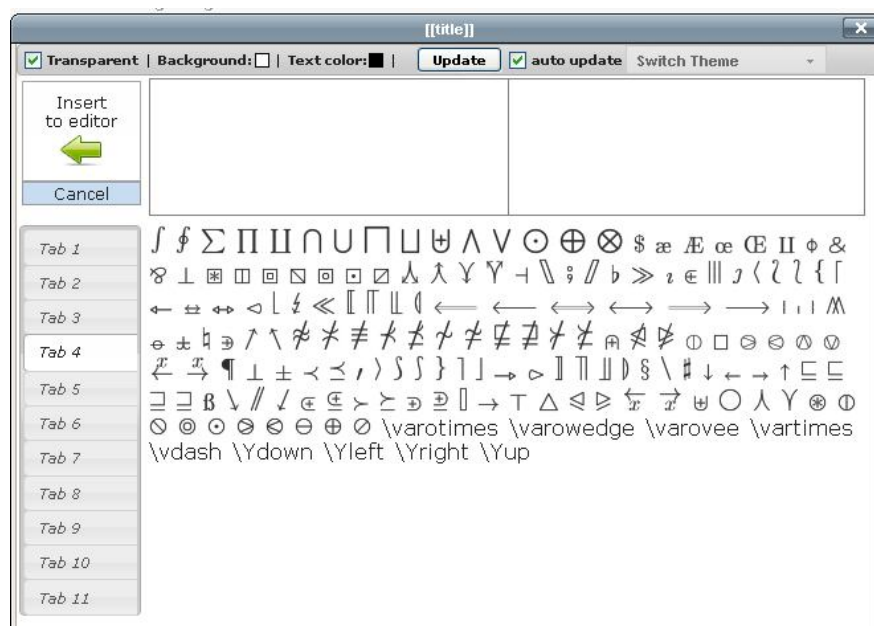


Figura 63 – tela do Googletex Tab 3 ainda em carregamento da página

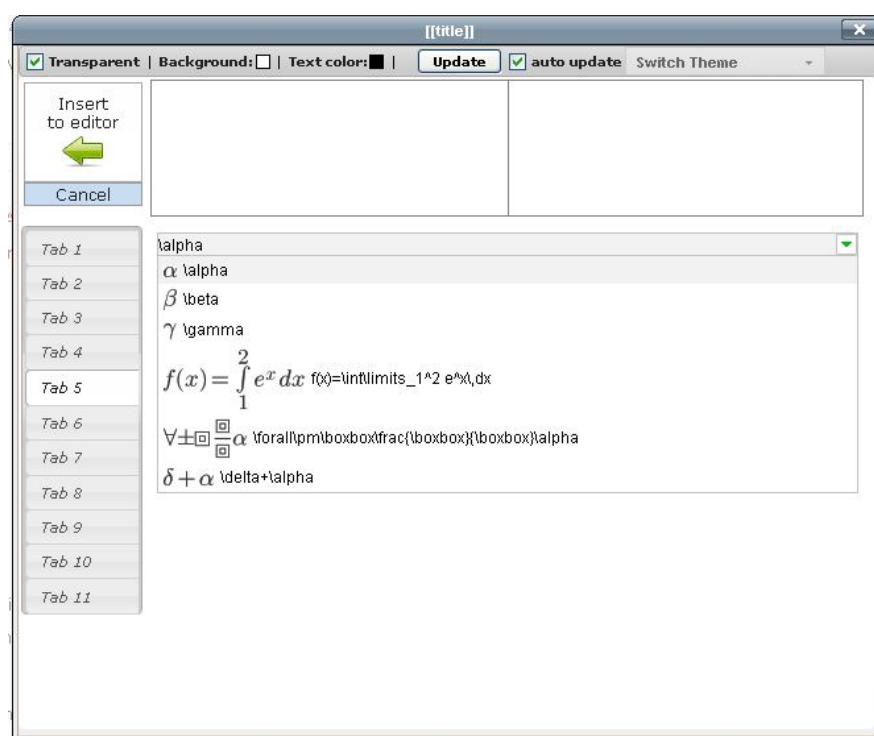


Figura 64 – tela do Googletex Tab 5

Já no botão inserir equação temos novamente o dragmath conforme mostra a figura 65.

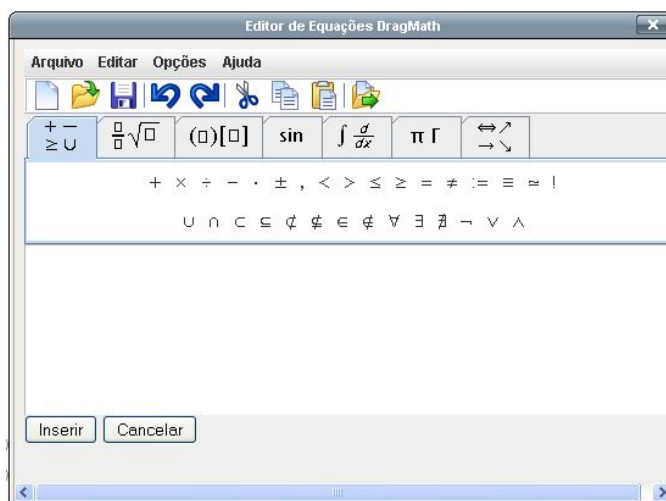


Figura 65 – tela do DragMath

Notamos que o MathJax é, em sua estrutura, similar ao Googletex, para isso exibiremos apenas a tela inicial (figura 66) do mesmo. Notamos ainda que do tab 6 ao tab 11 aparece a mesma imagem para inserção conforme imagem 67.



Figura 66 – tela do MathJax

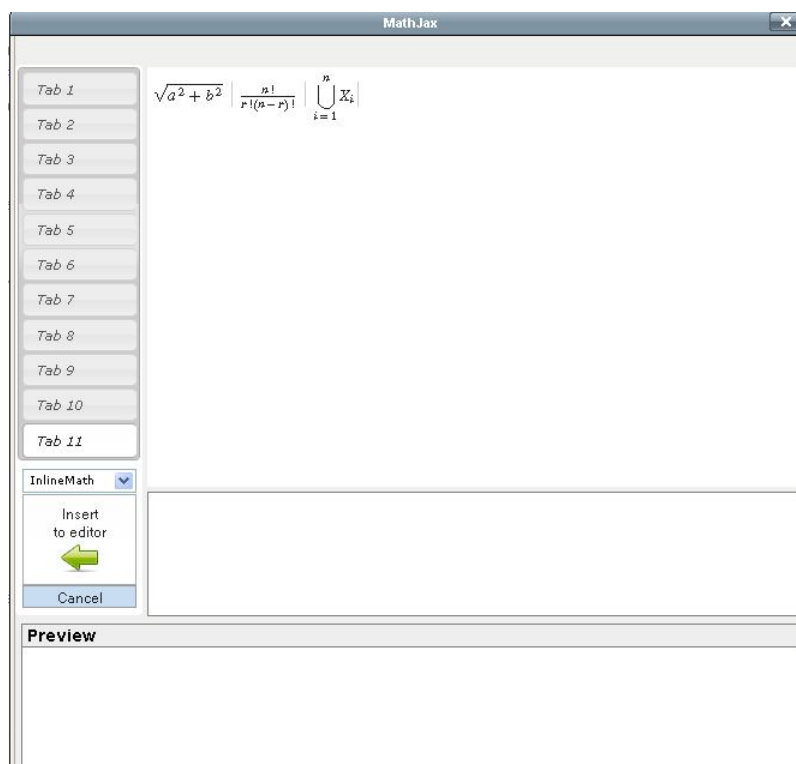


Figura 67 – tela Tab 11 do MathJax

Como o editor do fórum para a simbologia algébrica deste aplicativo utiliza também o Dragmath, as considerações anteriores servem para o mesmo, o diferencial é que este apresenta uma gama de outras ferramentas que para questões de geometria, por exemplo, ajuda bastante, assim como questões que necessitem da inserção de gráficos de funções, gráficos estatísticos (barra, setor) entre outros. Por outro lado, a manipulação dessas ferramentas pode acarretar lentidão no sistema ou maior tempo para aprendizado na utilização desta plataforma por parte dos usuários.

Salientamos que esta é a solução mais recente que encontramos no que se refere a inserção da simbologia matemática na plataforma Moodle, sendo divulgada em meados de 2011 (05 de agosto de 2011) e disponibilizada para fóruns e *wikis*. Apesar de não encontrarmos aplicativo algum que exibisse essas ferramentas em um *chat* até o presente momento, acreditamos que essas soluções quando inseridas devem dar suporte, pelo menos, ao primeiro passo que é a escrita/diálogo com a simbologia matemática, chegando assim mais próximo do que estamos propondo que é o nosso caderno de borrão para a álgebra.

8 ESPECIFICAÇÕES DA INTERFACE

Baseando-se nas etapas vivenciadas, no referencial teórico e em nossos objetivos, podemos elencar alguns elementos de importância para o nosso estudo, no que se refere às especificações de uma plataforma síncrona que facilite a aprendizagem colaborativa entre pares. Para essa especificação, utilizaremos também, a observação do vídeo em que os estudantes resolveram as questões em dupla, em que a forma de escrever, apagar, manipular, alterar algo que o colega fez, entre outros, serão de extrema importância para esta *interface* que iremos propor.

No primeiro momento podemos pensar além da tela comum de diálogo, que chamaremos de tela pública, como sendo o espaço que os participantes enviam seus textos. Temos ainda a tela de participantes em que aparece a foto de cada participante do *chat* e temos também a caixa de digitação, mas podemos ter ainda um “espaço de borrão”, como uma espécie de inventário em que o estudante pode ir guardando suas ideias, caso não queira mostrar aos demais.

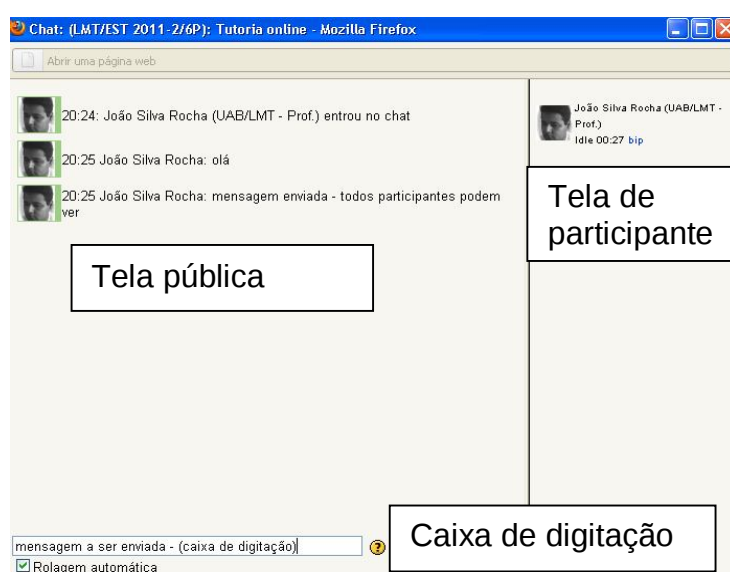


Figura 68: Tela do *chat* do MOODLE

A figura 68 mostra o que temos hoje no *chat* do IFPE, sendo assim, elencaremos as características e ferramentas que existem e as que podem ser acrescentadas na plataforma:

- 1) Tela pública – conforme figura 68 é o espaço em que aparecem as mensagens que foram digitadas e enviadas para que todos os participantes possam ler. Essa funcionalidade já é comum em todo o *chat*;

- 2) Tela de digitação – tela em que os participantes digitam suas mensagens, também pode ser chamada de tela de edição. Nesta tela, para a nossa *interface*, é interessante que ao invés do editor abrir janelas para a inserção de simbologia, o mesmo pudesse permitir que a escrita seja realizada diretamente na tela de digitação, sendo assim, poderíamos manipular outros programas como exemplo do Winplot ou o Asciisvg para construção de gráficos, ou como o Geogebra ou o GEONExT, podendo ainda abrir uma caixa de diálogo para anexar algum arquivo (doc, pdf, jpg etc) que se queira compartilhar;
- 3) Tela(s) de borrão - Faz-se necessária ainda uma tela ou janela para que os participantes guardem suas ideias para manipular em outro momento, ou por não querer apresentar a princípio a todos, sem ser preciso apagar para digitar e enviar outra mensagem. Esta sugestão surge do recurso disponibilizado na atividade presencial em que os estudantes tiveram um caderno de borrão para fazer suas anotações e já foi introduzida na criação do Tabulae interativo;
- 4) Tela de assunto em discussão – as ideias principais que forem sendo tratadas e aprovadas durante o debate podem ficar num espaço reservado para que, outro participante ao entrar, possa atualizar-se das ideias principais e do andamento da questão que estiver sendo debatida. Esta funcionalidade apesar de não ser referenciada por estudante algum, é fruto da análise de *chat* do IFPE em que estudantes chegavam depois de se iniciar uma discussão e ficavam sem compreender o que estava acontecendo;
- 5) Atalhos – além da opção do participante poder criar novas teclas de atalho para uso em cada sessão de *chat*, a *interface* deve disponibilizar algumas teclas padrões. A importância das mesmas é a agilidade na digitação, proporcionando uma melhor interação. Essa sugestão também não foi inserida pelos estudantes, entretanto, julgamos importante uma vez que os mesmos insistiram em falar na agilidade em escrever.

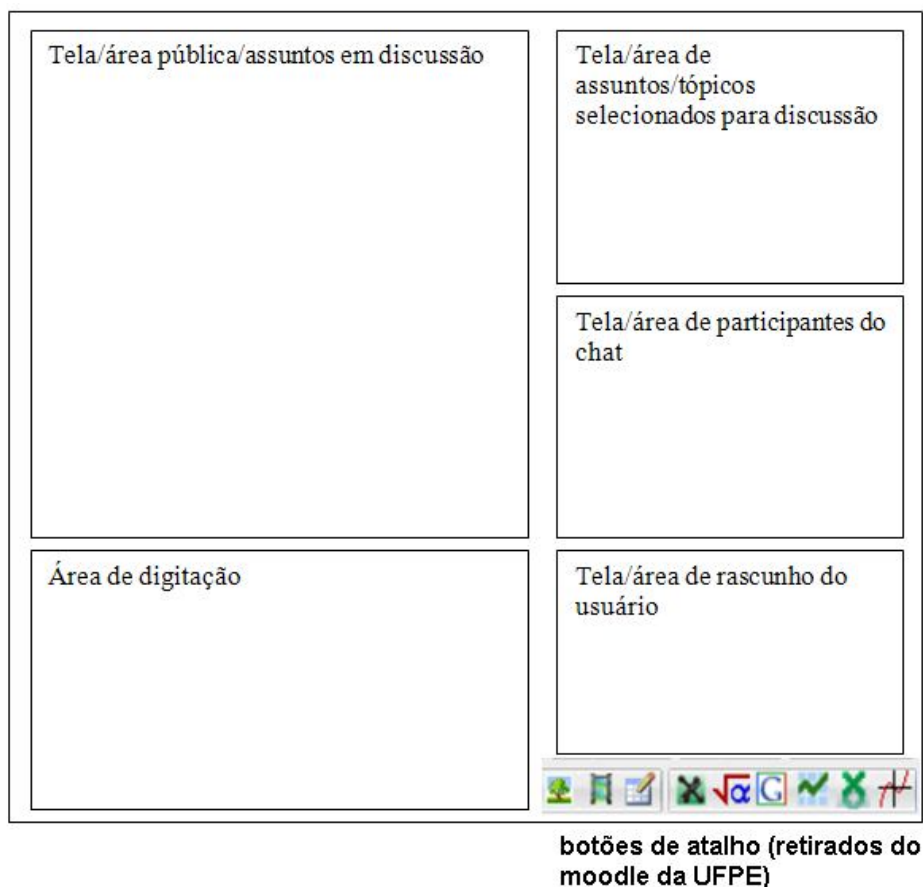


Figura 69 – sugestão de tela de *chat* a partir das especificações.

- 6) Passar a caneta – funcionalidade opcional para modificação de algum recurso por outro participante que não seja o primeiro expositor das ideias, sendo uma forma de organizar a escrita, ou seja, dois não manipularem ao mesmo tempo um mesmo objeto, mas cada um manipula e o outro pode manipular após o primeiro ter terminado. O objeto pode ser uma expressão, um gráfico de funções, um gráfico estatístico, uma figura geométrica desenhada por um programa borrão de geometria, entre outros. Esta funcionalidade já existe em algumas plataformas e foi citada neste trabalho e reforçada na filmagem quando os estudantes davam uma parada e deixavam o outro continuar a questão;
- 7) Caneta para circular/marcador de texto – uma caneta para marcar o texto escrito ou para circular alguma conclusão que os participantes queiram destacar mesmo que não queiram enviar para a “tela de assunto em discussão” (item 4). Este marcador é uma variante da anterior, entretanto,

a sugestão é feita baseada na filmagem das resoluções em que duplas de sujeitos circulavam respostas do seu par.

- 8) Flexibilidade na manipulação dos objetos – ao ter escrito, por exemplo, $\sqrt{3x^{2+y}}$ e enviado para a tela pública, um dos participantes do *chat* (o que enviou a mensagem ou outro) pode manipular o objeto, selecionando a parte que se queira alterar e efetuar a troca do item desejado sem precisar digitar tudo novamente, ficando o que os participantes querem realmente.

Por exemplo, trocar o que foi digitado $\sqrt{3x^{2+y}}$ para $\sqrt[5]{\left(3x^{\frac{2}{y}}\right)^2}$, essa

flexibilidade deve estar presente em todas as especificações já citadas anteriormente, ou seja, para alterar gráficos, figuras, sejam na parte pública, de edição ou de discussão. Lembramos que muitas dessas alterações, no caso das algébricas, já são possíveis no novo editor de matemática do Microsoft Word 2007. Nesse sentido, a *interface* teria que minimizar a lógica de programação (caixa). Lembramos que este recurso surge a partir da análise do vídeo, em que os sujeitos apagavam apenas uma parte e alteravam para o valor correto (que queriam escrever);

- 9) Teclados virtuais – exhibe teclados virtuais específicos para simbologia algébrica, estatística, entre outras. Esta funcionalidade surge a partir da análise das interfaces e também das entrevistas;
- 10) Menu de desambiguação – caso alguém tenha digitado, por exemplo, o número 2 e queira agora selecionar uma fração, o programa abrirá uma pergunta para saber se o número 2 seria o numerador ou o denominador. Outro exemplo que podemos citar é no caso de ser inserida uma raiz quadrada e o que se desejasse fosse uma raiz cúbica, então, o programa perguntaria se seria para inserir o radical existente dentro do radical que já está inserido ou se era para trocar o radical pelo novo ou ainda se é para o antigo radical ficar inserido no novo. Este recurso é uma variação do item 9 e também foi perceptível essa manipulação nos diálogos da última dupla de estudantes;
- 11) Inserção e interpretação de escrita e desenho – os participantes poderiam utilizar uma mesa digitalizadora em que o programa interpretasse e transformasse o que foi escrito em uma simbologia algébrica, bem como, o

que foi desenhado possa ser inserido em um programa específico como o GEONExT para que os participantes possam depois manipular via programa. A inserção de desenho muitas vezes se torna mais rápida feita à mão caso o estudante não tenha muita habilidade no uso do GEONExT ou de outro programa específico, conforme aponta o sujeito 3 da nossa pesquisa;

- 12) Figuras pré-determinadas – para a matemática básica existe uma gama de figuras que são comumente utilizadas em geometria, como polígonos regulares, quadriláteros, triângulos e outros. Para isso, o programa deveria ter a opção para escolha de algumas figuras que pudessem ser inseridas sem que seja preciso fazer toda a construção geométrica da mesma. Pode-se acrescentar alguns recursos como, por exemplo, o de desenhar/inserir a altura do polígono em relação ao lado AB, traçar a bissetriz de um ângulo, entre outros, como sugere os sujeitos (4 e 5) da pesquisa;
- 13) Arquivo de som – como no Messenger o estudante poderia pressionar uma tecla específica e falar, e ao soltar poderia em seguida enviar para o outro participante, conforme citou o sujeito 1;
- 14) Webcam – podendo ser ativada durante o *chat* servindo ainda para se mostrar alguma imagem ou figura caso não se tenha uma mesa digitalizadora, ou *scanner*, ou não possuir (afinidades com) o programa específico. Esta funcionalidade tanto foi sugerida pelo sujeito 1 quanto pelo sujeito 4;
- 15) Interpretação de simbologia algébrica – utilizando-se o Equation Editor e o MSN Messenger, podemos digitar uma equação (no Equation Editor) e segurando a mesma e puxando para a caixa de digitação do MSN Messenger essa equação será transformada em uma figura (extensão jpg) e pode ser enviada para o outro participante do bate papo. Nossa *interface* deveria não apenas reconhecer esse texto, mas, também, interpretá-lo de forma que o mesmo não fosse transformado em figura e sim flexível (passível de manipulação), podendo sofrer alterações pelo usuário na caixa de edição, ou até mesmo na tela de exibição, conforme sugestão dada pelos sujeitos.

Salientamos que para a inserção desses recursos é necessário a inserção de vários programas (módulos) e que o *browser* consiga interpretar esses códigos e aceitar os mesmos. Com a inserção desses programas (módulos), deve se tomar cuidado com a compatibilidade dos programas trabalharem juntos, a exemplo, um *software* de geometria dinâmica como o Geogebra não pode dar conflito ao trabalhar junto com um plotador de gráficos como Winplot, para isso, deve-se testar antes de implementar as funcionalidades buscando solucionar esses problemas, conforme percebemos no momento que estávamos implementando os módulos na plataforma da UFPE.

Ainda podemos ter, a partir da análise das interfaces, o uso do Winplot, por exemplo, com alguma escrita algébrica, que será melhor se esse programa aplicasse como o uso de expoentes de um editor de texto matemático, por exemplo, possibilitasse a escrita de x^2 e não com a entrada x^2 (notação linear), sendo assim, esse plotador de gráficos reconheceria a notação da função $f(x) = x^2$ e interpretaria montando a figura da função quadrática correspondente.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na conjuntura atual com o crescente e contínuo desenvolvimento da Educação a Distância, mais especificamente a *online*, fica perceptível que o desenvolvimento tecnológico voltado para solucionar alguns entraves, como o de comunicação no nosso caso, é de extrema importância. Para isso, pesquisas voltadas para essa área em que a questão do ensino e da aprendizagem está intimamente ligada à comunicação entre os participantes nessa modalidade de ensino, faz-se necessário para que o entendimento possa, provavelmente, acontecer de forma mais eficaz e com certa agilidade, o investimento em pesquisas.

Este trabalho aborda um pequeno campo da comunicação voltado para a escrita da simbologia algébrica, pois, em um curso de Licenciatura em Matemática como o objeto desta pesquisa percebe-se claramente a dificuldade em se trabalhar questões de Matemática com os estudantes, dificultando em muitos casos a compreensão de determinadas questões, ou até mesmo do aprendizado dos assuntos/conteúdos. Ao utilizar a entrevista com os sujeitos da pesquisa percebemos que as respostas dos mesmos validam a hipótese quando afirmamos que um *chat* que permita a edição e reedição de fórmulas/equações/expressões matemáticas (tratamento algébrico), que em vários momentos se faz necessário num curso que trabalhe com esse tipo de linguagem como os cursos de licenciaturas em Matemática e Física, por exemplo, facilita a comunicação e a aprendizagem colaborativa na educação a distância com o uso da *web*.

Por outro lado nota-se que não é só a questão da simbologia por si só, mas também a questão do manuseio da ferramenta que pode não ajudar em determinado momento por questão dos participantes não se apropriarem da mesma. Para isso, uma *interface* amigável, que seja flexível quanto à escrita e que seja rápida, ajudará bastante o processo de ensino e aprendizagem dos participantes, podendo até propiciar a aprendizagem colaborativa entre pares. Dessa maneira ao investigarmos as necessidades dos estudantes do curso de Licenciatura do IFPE ao participarem de *chat*, bem como ao analisar a resolução das questões que as duplas resolveram e analisar as soluções existentes para a escrita da simbologia algébrica, pudemos assim elencar algumas características a partir dos dados coletados.

Neste estudo apresentamos algumas soluções já existentes para a simbologia algébrica. Sendo assim, percebemos que pesquisas nessa área estão ocorrendo e a busca de soluções cada vez mais completa e melhor estão surgindo com brevidade. Os programas existentes atualmente, bem como os que foram utilizados neste trabalho, já trazem solução para a educação a distância e proporcionam a visualização de fórmulas e equações matemáticas. Por outro lado no que se refere à flexibilidade para alteração tanto de fórmulas matemáticas como para a interação e manipulação de objetos de geometria faz-se necessário um maior estudo para avanço nessa área. Com isso não estamos criticando as soluções existentes, e sim, buscando que as mesmas possam facilitar ainda mais a aprendizagem colaborativa.

Acreditamos que este trabalho apresente algumas discussões iniciais acerca do que pode ser pesquisado, servindo de início para que outras pesquisas possam surgir para aprofundar o tema e para fazer outros testes específicos, tais como, o uso de algumas soluções existentes, os entraves que os estudantes e professores podem ter no uso dessas ferramentas, o uso do fórum para o debate de algumas questões, a inserção das ferramentas existentes no *chat*, o acréscimo das funcionalidades que foram propostas, entre outras.

REFERÊNCIAS

ABRANTES, P. **Gestão flexível do currículo**. Lisboa : Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica, 1999.

ALMEIDA M. E. B. Educação a distância na Internet: abordagens e contribuições dos ambientes digitais de aprendizagem. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 29, n. 3, p. 327-340, jul./dez. 2003.

ANDRADE, J. P. G. **Vetores**: interações à distância para aprendizagem de álgebra linear. 2010.125 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

ARTIGUE, M.; DOUADY, R.; MORENO, L. **Ingeniería didáctica en educación matemática**: un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Bogotá : Una Empresa Docente ; México : Grupo Editorial Iberoamérica, 1996.

ASSIS, C. F. C. **Diálogo didático matemático na EaD**: uma perspectiva para o ensino e aprendizagem em fóruns no Moodle. 2010. 302 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

BAIRRAL, M. A. **Discurso, interação e aprendizagem matemática em ambientes virtuais a distância**. Seropédica, RJ : Edur, 2007.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa : Edições 70, 2009.

BAUMGART, J. K. **Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula**. Álgebra. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual. 1992.

BEHRENS, M. A. **O paradigma emergente e a prática pedagógica**. Curitiba : Champagnat, 2000.

_____. Projetos de aprendizagem colaborativa num paradigma emergente. In: MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 5. ed. São Paulo : Papyrus, 2002. p. 85.

BELLEMAIN, F. **Conception, réalisation et expérimentation d'un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie: Cabri-géomètre**. 1992. 292 f. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) - Université Joseph Fourier, Grenoble, 1992.

_____. Papel do reconhecimento de formas algébricas no ensino. In: COLÓQUIO DE HISTÓRIA E TECNOLOGIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA, 2., 2004, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro : UERJ, 2004. p. 155-162.

BORBA, M. C.; MALTEMPI, M. V.; MALHEIROS, A. P. S. Internet avançada e educação matemática: novos desafios para o ensino e aprendizagem on-line. **RENOTE - Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 3, n. 1, maio, 2005. Disponível em: <www.cinted.ufrgs.br/renote/maio2005/artigos/a28_edumatematica.pdf>. Acesso em: 30 nov. 2011.

BORBA, M. C.; SANTOS, S. C. Educação matemática: proposta e desafios. **EccoS Revista Científica**, São Paulo, v. 7, n. 2, p. 291-312, jul./dez. 2005.

BOYER, C. B. **História da matemática**. São Paulo : Edgard Blücher. 1974.

_____. **História da matemática**. São Paulo : Edgard Blücher, 1996.

BRASIL. Lei nº 5.622, de 19 de dezembro de 2005. Regulamenta o art. 80 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 20 dez. 2005. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2004-2006/2005/decreto/D5622.htm>. Acesso em: 10 jan. 2011.

CAMPOS, F. C. A.; SANTORO, F. M.; BORGES, M. R. S.; SANTOS, N. **Cooperação e aprendizagem on-line**. Rio de Janeiro: DP&A, 2003. (Educação à distância).

CAMPOS, M. O. C. *et al.* Que Recursos podem Contribuir para Otimizar a Aprendizagem em um Ambiente Virtual? 15. , 2001, São Luís. **Anais...** São Luís: 2001. p. 594.

CARVALHO, A. B. G. Concepções de aprendizagem e o uso da tecnologia na educação à distância: das máquinas de ensinar ao conceito de aprendizagem colaborativa. In: ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORTE E NORDESTE, 19., 2009, João Pessoa. **Educação, direitos humanos e inclusão social**: [anais...] João Pessoa : Ed. UFPB, 2009. Disponível em <<http://anabeatrizgomes.blogspot.com/p/artigos.html>>. Acesso em: 16 jan. 2011.

_____. **A educação à distância e a formação de professores na perspectiva dos estudos culturais**. 2011. 216 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2009. Disponível em <<http://anabeatrizgomes.blogspot.com/p/dissertacao-e-tese.html>>. Acesso em: 16 jan. 2011.

_____. A web 2.0, educação à distância e o conceito de aprendizagem colaborativa na formação de professores. In: SIMPÓSIO HIPERTEXTO E TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO: MULTIMODALIDADE E ENSINO, 2., 2008, Recife. **Anais eletrônicos...** Recife: UFPE, Núcleo de Estudos de Hipertexto e Tecnologia Educacional, 2008. Disponível em <<http://anabeatrizgomes.blogspot.com/p/artigos.html>>. Acesso em: 16 jan. 2011.

CAZELOTO, E. **Inclusão digital**: uma visão crítica. São Paulo : SENAC, 2008.

COSTA, J. W.; OLIVEIRA, M. A. M. (Org.). **Novas linguagens e novas tecnologias**: educação e sociabilidade. Petrópolis, RJ : Vozes, 2004.

COSTA, W. R. **Investigando a conversão da escrita natural para registros em escrita algébrica em problemas envolvendo equações de primeiro grau**. 2010. 106 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnologia) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). **As idéias da álgebra**. São Paulo : Atual, 1995.

DUVAL, R. **Sémiosis et pensée humaine**: registres semiotiques et apprentissages intellectuels. Berne ; New York : P. Lang, 1995.

ESTEVES, F. R. **Discutindo o papel das tecnologias informacionais e comunicacionais na formação de professores de matemática**: uma proposta para um curso de licenciatura em matemática na modalidade EaD. 2010. 38 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010. Disponível em: <http://www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/Diss_Fausto.PDF>. Acesso em: 30 jan. 2012.

FARIA, M. A; SILVA, R. C. S. EAD: o professor e a inovação tecnológica. In: **Revista Brasileira de Aprendizagem Aberta e a Distância**, São Paulo, dez. 2007. Disponível em: <http://www.abed.org.br/revistacientifica/Revista_PDF_Doc/2007/2007_EaD_o_professor_e_a_inovacao_Monica_Faria.pdf>. Acesso em: 01 dez. 2011.

FERNANDES, R. R.; FERNANDES, A. P. L. M.; SILVA, A. C. M.; ARAÚJO, M. O.; CAVALCANTE, M. C. T. Moodle: uma ferramenta on-line para potencializar um ambiente de apoio à aprendizagem no curso Java Fundamentos (JSE). In: SIMPÓSIO DE EXCELÊNCIA EM GESTÃO E TECNOLOGIA (SEGeT), 7., 2010, Resende, RJ. Disponível em: <http://www.aedb.br/seget/artigos10/22_SegetMoodle_Tl.pdf>. Acesso em: 01 dez. 2011.

FERREIRA, L. L. A.; NOGUEIRA, C. M. I. O desenvolvimento da linguagem algébrica e sua compreensão por meio da álgebra geométrica. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (EPREM), 10.; FÓRUM ESTADUAL DAS LICENCIATURAS EM MATEMÁTICA, 4., 2009, Guarapuava, PR. **A educação matemática no Paraná - 20 anos: avanços, desafios e perspectivas**. Guarapuava : Universidade Estadual do Centro-Oeste, 2009. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/540-4.pdf>>. Acesso em: 01 dez. 2011.

FILATRO, A. **Design instrucional na prática**. São Paulo : Pearson Prentice Hall, 2008.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar. **Pró-Posições**, Campinas, SP, v. 4, n. 1, p. 78-91, mar. 1993.

FISCHER, F.; BRUHN, J.; GRASEL, C.; MANDL, H. Fostering collaborative knowledge construction with visualization tools. **Learning and Instruction**, Oxford, v. 12, n. 2, p. 213-232, Apr. 2002.

FRAGOSO, W. C. Uma abordagem histórica da equação do 2º grau. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 43, p. 20–25, 2000.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 3. ed. Rio de Janeiro : Paz e Terra, 1975.

FURTADO, E.; MATTOS, F. L.; LIMA, S. F. F.; RODRIGUES, D. W. T. A importância do Projeto da Interação Humana Centrado na Comunidade para melhorar a usabilidade e sociabilidade em fóruns de discussão. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 15., 2004, Manaus. **Anais ...** Manaus : UFAM, 2004. Disponível em: <<http://br-ie.org/pub/index.php/sbie/article/view/329/315>>. Acesso em: 02 dez. 2011.

GRÜTZMANN, T. P.; RABASSA COLVARA, M. S. O ambiente de ensino-aprendizado no CLMD. In: CONGRESSO NACIONAL DE AMBIENTES HIPERMÍDIA PARA APRENDIZAGEM, 4., 2009, Florianópolis. Disponível em: <http://wright.ava.ufsc.br/~alice/conahpa/cd_conahpa2009/papers/final138.pdf>. Acesso em 22 fev. 2011.

GUIMARÃES, L. C.; BARBASTEFANO, R. G.; MATTOS, F. R. P.; MORAES, T. G. Aprendizagem cooperativa à distância em matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006, Águas de Lindóia, SP. **Anais...** Águas de Lindóia, SP : Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2006. Disponível em: <<http://tecmat-ufpr.pbwiki.com/f/R0187-1.pdf>>. Acesso em 20 fev. 2011.

HOUAISS, A.; VILLAR, M.; FRANCO, F. M. M. **Dicionário eletrônico Houaiss da língua portuguesa**. São Paulo : Objetiva, 2001. 1 CD-ROM.

KENSKI, V. M. Gestão e uso das mídias em projetos de educação à distância. **Revista E-Curriculum**, São Paulo, v. 1, n. 1, dez. 2005. Disponível em: <<http://www.pucsp.br/ecurriculum>>. Acesso em: 25 fev. 2011.

LEITE, C. L. K.; PASSOS, M. O. A.; TORRES, P. L.; ALCÂNTARA, P. R. **A aprendizagem colaborativa na educação à distância on-line**. Curitiba : Universidade Católica do Paraná, 2005. Disponível em: <<http://www.abed.org.br/congresso2005/por/pdf/171tcc3.pdf>>. Acesso em: 20 fev. 2011.

LÉVY, P. **Cibercultura**. 2. ed. São Paulo : Ed 34, 2000.

LINS, R. C. The production of meaning for algebra: a perspective base on a theoretical model of semantic fields. In: SUTHERLAND, R.; ROJANO, T.; BELL, A.; LINS, R. (Ed.). **Perspectives on school algebra**. Dordrecht : Kluwer Academic, 2001. p. 37-60. (Mathematics education library).

LINS, R. C.; GIMÉNEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. São Paulo : Papirus, 1997.

LOPES, M. S. S. **Avaliação da aprendizagem em atividades colaborativas em EAD viabilizada por um fórum categorizado**. 2007. 168 f. Dissertação (Mestrado em Informática) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 2007.

MACEDO, L. **Ensaaios construtivistas**. 2. ed. São Paulo : Casa do Psicólogo, 1994.

MARCUSCHI, L. A. Gêneros textuais emergentes no contexto da tecnologia digital. In: MARCUSCHI, L. A.; XAVIER, A. C. (Org.). **Hipertexto e gêneros digitais**: novas formas de construção do sentido. 2. ed. Rio de Janeiro: Lucerna, 2005. p. 13-67.

MATTOS, F. R. P.; GUIMARAES, L. C.; BARBASTEFANO, R. G.; DEVOLDER, R. G.; DIAS, U. MathChat: um módulo de chat matemático integrado ao Moodle. In: COLÓQUIO DE HISTÓRIA E TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA, 4., 2008, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro : UFRJ, 2008. p. 1-8.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo? **Pró-Posições**, Campinas, v.3, n., 7, p. 39-54, mar. 1992.

MILIES, C. P. **Breve história da álgebra abstrata**. [2004]. Disponível em: <<http://www.bienasbm.ufba.br/M18.pdf>>. Acesso em: 11 nov. 2010.

MONDINI, F.; BICUDO, M. A. V. A presença da álgebra nos cursos de licenciatura em matemática no Estado do Rio Grande do Sul. **Acta Scientiae. Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, Canoas, RS, v. 12, n. 2, p. 43-54, jul./dez. 2010.

MORAES, M.; PAZ-KLAVA, C. R. **Comunidades interativas de aprendizagem**. Palhoça: UnisulVirtual, 2004.

MORAES, T. G. **Um modelo para colaboração síncrona em geometria dinâmica**. 2006. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

MORAES, R. Análise de conteúdo. **Revista Educação**, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999.

MORAN, J. M. **A educação que desejamos**: novos desafios e como chegar lá. Campinas : Papirus, 2007.

NICAUD, J. F.,. Natural editing of algebraic expressions. In MATHEMATICAL USER-INTERFACES WORKSHOP (MathUI); MATHEMATICAL KNOWLEDGE MANAGEMENT CONFERENCE, 6., 2007, Schloss Hagenberg, Linz, Austria. **Proceedings...** Disponível em: <<http://www.activemath.org/workshops/MathUI/07/proceedings>>. Acesso em: 20 nov. 2012.

NUNES, I. B. A história da EAD no mundo. In: LITTO, F. M.; FORMIGA, M. **Educação à distância: o estado da arte**. São Paulo : Pearson Prentice Hall, 2009. p. 2-8.

OLIVEIRA, C. **Criação de uma proposta de metodologia de implantação de EAD em ferramenta Moodle**. Santa Catarina : Instituto Superior Tupy, 2008.

PALLOF, R.; PRATT, K. **Construindo comunidades de aprendizagem no ciberespaço: estratégias eficientes para a sala de aula *on-line***. Porto Alegre : Artmed, 2002.

PEREIRA, A. T. C.; SCHMITT, V.; DIAS, M. R. A C. Ambientes virtuais de aprendizagem. In: PEREIRA, A. T. C. (Org.). AVA - **Ambientes virtuais de aprendizagem em diferentes contextos**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2007.

PETERS, O. **A educação a distância em transição: tendências e desafios**. São Leopoldo, RS : Unisinos, 2004.

PINEDO, C. J. Q. História das equações In: ENCONTRO REGIONAL DE ESTUDANTES DE MATEMÁTICA DA REGIÃO SUL (EREMATSUL), 7., 2001, Pato Branco, PR. **Atas...** Pato Branco, PR : CEFET - PR Pato Branco, 2001. v. 1, p. 5–15.

PINHO, D. S.; RIBAS, E.; RIBLAHM, R. A. Objeto educacional: uma proposta para licenciatura em matemática. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA, 12., 2007, Curitiba. **Anais eletrônicos**. Curitiba, 2007. Disponível em: <<http://www.abed.org.br/congresso2007/tc/418200711733AM.pdf>>. Acesso em: 20 nov. 2012.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; CUNHA, M. H.; SEGURADO, M. I. **Histórias de investigações matemáticas**. Lisboa : Instituto de Inovação Educacional, 1998.

POWELL, A. B.; BAIRRAL, M. A. Investigando a aprendizagem matemática de alunos e professores colaborando e resolvendo problemas em um cenário virtual. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACION MATEMÁTICA , 6., 2009, Puerto Montt, Chile . Disponível em: <http://cibem6.ulagos.cl/ponencias/COMUNICACIONES/ARTUR%20POWELL/Powell_e_Bairral_extenso_mini-curso_VI_CIBEM_2009.pdf>. Acesso em: 15 abr. 2011.

RANGEL, M. V. M. S. Fluxo interativo em curso de espanhol on-line: análise da distância transacional. In: SOTO, U.; GREGOLIN, I.; MAYRINK, M.; JUNGER, C. V.; RANGEL, M. **Novas tecnologias em sala de aula: (re)construindo conceitos e práticas**. São Carlos: Clara Luz, 2009. p.43-59.

ROCHA, J. S.; BELLEMAIN, F. G. R. Aprendizagem de matemática na educação à distância: especificações de uma interface que facilite o tratamento algébrico para aprendizagem colaborativa entre pares. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 15., 2011, Campina Grande, PB. **Anais...** Campina Grande, PB : Universidade Estadual da Paraíba, 2011.

ROSA, M. V. F. P. C.; ARNOLDI M. A. G. C. **A entrevista na pesquisa qualitativa: mecanismos para a validação dos resultados**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

SÁ, R.; COURA-SOBRINHO, J. **Aprendizagem colaborativa assistida por computador – cscl: primeiros olhares**. CEFET- MG, 2006. Disponível em: <http://www.senept.cefetmg.br/galerias/Arquivos_senept/anais/terca_tema1/TerxaTema1Arquivo15.pdf>. Acesso em: 22 ago. 2010.

SANTAELLA, L. **O que é semiótica**, São Paulo : Brasiliense, 1999.

SANTORO, F.; BORGES, M. R. S; SANTOS, N. Um framework para estudo de ambientes de suporte à aprendizagem cooperativa. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO (SBIE), 9., 1998, Fortaleza, CE. **Anais...** Fortaleza, 1998.

SANTOS, E. O. Ambientes virtuais de aprendizagem: por autorias livre, plurais e gratuitas. **Revista da FAEEBA: educação e contemporaneidade**, Salvador, v.12, n. 18, 2003. Disponível em: <<http://www.comunidadesvirtuais.pro.br/hipertexto/home/ava.pdf> >. Acesso em: 10 jan. 2011.

SANTOS, N. Estado da arte em espaços virtuais de ensino e aprendizagem. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, Florianópolis, SC, n. 4, p. 75-94, abril 1999. Disponível em: <<http://bibliotecadigital.sbc.org.br/?module=Public&action=SearchResult&author=1511>>. Acesso em: 6 mar. 2011.

SANTOS, S. C. Ciberespaço: um ambiente para a produção matemática a distância? In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2006, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte : UFMG, Faculdade de Educação, 2006. 1 CD-ROM.

SARTORI, A. S. A comunicação na educação à distância: o desenho pedagógico e os modos de interação. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS DA COMUNICAÇÃO, 29., 2006, Brasília, DF. **Estado e comunicação: anais...** Brasília, DF : Intercom, 2006. 1 CD-ROM

SILVA, A. M. B. **Desenvolvimento profissional e aprendizagem colaborativa no ambiente virtual de aprendizagem Moodle. 2010.** 158 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnologia) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

SILVA, V. T.; BASSO, M. V. A. ECO: comunicação síncrona para matemática e física. **RENOTE - Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 4, n. 2, dez. 2006. Disponível em: <<http://seer.ufrgs.br/renote/article/viewFile/14148/8083>>. Acesso em: 10 mar. 2012.

SIQUEIRA, L. M. M. **A metodologia de aprendizagem colaborativa no programa de eletricidade no Curso de Engenharia Elétrica.** 2003. 118 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2003.

SPIRO, R. J.; COULSON, R. L.; FELTOVICH, P. J.; ANDERSON, D. K. Cognitive flexibility theory: advanced knowledge acquisition in ill-structured domains. In: ANNUAL CONFERENCE OF COGNITIVE SCIENCE SOCIETY, 10., 1988, Hillsdale, NJ. **Proceedings of the ...** Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates, 1988. p. 375-383.

SPIRO, R. J.; FELTOVICH, P. J.; JACOBSON, M. J.; COULSON, R. L. **Cognitive flexibility, constructivism, and hypertext: random access instruction for advanced knowledge acquisition in ill-structured domains.** 1995. Disponível em: <<http://www.ilt.columbia.edu/ilt/papers/Spiro.html>>. Acesso em: 05 ago. 2010.

TAROUCO, L. M. R.; OTSUKA, J.; VIT, A. R. D. **Suporte para atividades de grupo.** Pós-Graduação Informática na Educação/UFRGS. 2001. Disponível em: <<http://penta2.ufrgs.br/edu/colaborede/groupware/index.htm>>. Acesso em: 03 dez. 2011.

TORRES, A. A.; SILVA, M. L. R. O ambiente Moodle como apoio a educação à distância. In: SIMPÓSIO HIPERTEXTO E TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO, 2., 2008, Recife. **Anais eletrônicos.** Recife : Universidade Federal de Pernambuco, 2008. Disponível em: <<http://www.ufpe.br/nehte/simposio2008/anais/Aline-Albuquerque-Torres-e-Maria-Luzia-Rocha.pdf>>. Acesso em: 20 fev 2011.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo : Atlas, 1987.

VALE, I. *et al.* Os padrões no ensino e aprendizagem da álgebra. In: **Encontro de Investigação em Educação Matemática**. 2005. Disponível em: <<http://www.spce.org.pt/sem/13iv.pdf>>. Acesso em 11 nov. 2010.

VALENTE, J. A. A espiral da aprendizagem e as tecnologias da informação e comunicação: repensando conceitos. In: JOLY, M. C. R. A. (Org). **A tecnologia no ensino**: implicações para a aprendizagem. São Paulo : Casa do Psicólogo, 2002. Cap. I, p. 15-37.

VERGARA NUNES, E. L.; SOUZA, J. A.; DANDOLINI, G. A. Laboratório de ensino de matemática à distância. **RENOTE - Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v.3, n. 1, p.1 - 7, maio, 2005.
(http://www.cinted.ufrgs.br/renote/maio2005/artigos/a46_laboratorio_matematica_revisado.pdf).

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo : Martins Fontes, 1998.

ZULATTO, R. B. A. Concepções norteadoras do design de um Curso à Distância em Matemática. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2006, Belo Horizonte. Disponível em: <<http://www.fae.ufmg.br/ebiapem/completos/06-16.pdf>>. Acesso em: 01 maio de 2011.

_____. **A natureza da aprendizagem matemática em um ambiente online de formação continuada de professores**. 2007. 174 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2007.

ZULATTO, R. B. A.; BORBA, M. C. Diferentes mídias, diferentes tipos de trabalhos coletivos em cursos de formação continuada de professores a distância: pode me passar a caneta, por favor? In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006, Águas de Lindóia, SP. Disponível em: <<http://tecmat-ufpr.pbworks.com/f/R0082-1.pdf>>. Acesso em: 02 maio 2011.

ANEXO 01 – Questões para serem resolvidas pelos estudantes

Atividade 1. Observe as afirmações abaixo. Verifique se são verdadeiras e justifique suas respostas através de provas matemáticas.

1. A soma de dois números pares é sempre par.
2. A soma de três números pares é sempre par.
3. A soma de n números pares é sempre par.

Atividade 2. Resolva os problemas, justificando suas respostas.

1. A soma de três números consecutivos é sempre múltiplo de três?
2. A soma de quatro números consecutivos é sempre múltiplo de quatro?
3. A soma de 5 números consecutivos é sempre múltiplo de cinco?

DESAFIOS: Verifique se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa e apresente uma justificativa matemática para cada resposta.

A soma de uma quantidade ímpar de números ímpares é sempre um número ímpar.

A soma de n números inteiros consecutivos é sempre um múltiplo de n , se n é par.

A soma de n números inteiros consecutivos é sempre um múltiplo de n , se n é ímpar.

Atividade 3. Simplifique a expressão algébrica abaixo:

1. $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1} \div \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 1}$
2. (UNIFOR-CE) $\frac{a^2 + ab}{a^2 - b^2} - \frac{a^2 + ab}{a^2 + 2ab + b^2}$

Atividade 4. Encontre o valor de:

1. $\frac{(2004)^3 - (1003)^3 - (1001)^3}{2004 \times 1003 \times 1001}$
2. $\left(\frac{2^{2007} + 2^{2005}}{2^{2006} + 2^{2008}} \right) \times 2006$

Atividade 5. Atividades com polígonos.

1. Desenhe um triângulo equilátero de lado k e calcule sua altura.

2. Desenhe um triângulo, um quadrado, um pentágono e um hexágono. Trace suas diagonais e a partir disso deduza uma fórmula para encontrar as diagonais de um polígono.

Atividade 6. Determine a solução de:

1.
$$\begin{cases} x - y = 7 \\ xy = 60 \end{cases}$$

2.
$$\sqrt{x-1} + 3 = x$$

3. A diferença entre dois números é 3. A soma de seus quadrados é 17. Qual é o maior desses números?

ANEXO 02 – Guia de entrevista semi-estruturada

- 1) Sentiram dificuldade em resolver essa questão?
- 2) Quais foram as dificuldades encontradas?
- 3) Tiveram dificuldade na escrita algébrica e na argumentação?
- 4) Conseguiram trabalhar de forma colaborativa para a resolução desta questão?
- 5) O que você entende por trabalhar de forma colaborativa?
- 6) Se fosse para ser trabalhado numa troca de mensagem do MOODLE, quais ferramentas vocês iriam precisar para que pudesse resolver a questão de forma colaborativa?
- 7) De que maneira você acha que um *chat* que não possua recurso de simbologia matemática limitaria a construção colaborativa?
- 8) Quais seriam os recursos necessários para se conseguir essa construção colaborativa?
- 9) Você identifica alguma limitação no *chat* do MOODLE ou num *chat* que possua a simbologia matemática, acrescentando alguma funcionalidade para o mesmo? Quais?