Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Ciências Sociais Aplicadas
Departamento de Ciências Administrativas
Programa de Pós Graduação em Administração - PROPAD

Bruno Wanderley de Freitas

Contratos futuros de açúcar: uma análise comparativa entre as estratégias de hedge

Recife, 2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO

CLASSIFICAÇÃO DE ACESSO A TESES E DISSERTAÇÕES

Considerando a natureza das informações e compromissos assumidos com suas fontes, o acesso a monografias do Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal de Pernambuco é definido em três graus:
- "Grau 1": livre (sem prejuízo das referências ordinárias em citações diretas e indiretas);
- "Grau 2": com vedação a cópias, no todo ou em parte, sendo, em conseqüência, restrita a consulta em ambientes de biblioteca com saída controlada;
- "Grau 3": apenas com autorização expressa do autor, por escrito, devendo, por isso, o texto, se confiado a bibliotecas que assegurem a restrição, ser mantido em local sob chave ou custódia;

A classificação desta dissertação se encontra, abaixo, definida por seu autor.

Solicita-se aos depositários e usuários sua fiel observância, a fim de que se preservem as condições éticas e operacionais da pesquisa científica na área da administração.

Título da Dissertação: **Contratos futuros de açúcar: uma análise comparativa entre as estratégias de hedge**

Nome do Autor: Bruno Wanderley de Freitas

Data da aprovação: 28 de março de 2011

Classificação, conforme especificação acima:

Grau 1 ☒

Grau 2 ☐

Grau 3 ☐

Recife, 28 de março de 2011

Assinatura do autor

Bruno Wanderley de Freitas

Contratos futuros de açúcar: uma análise comparativa entre as estratégias de hedge

ORIENTADORA: Profa. Dra. Josete Florêncio dos Santos

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Administração – PROPAD da Universidade Federal de Pernambuco, como requerimento parcial para obtenção do título de Mestre em Administração.

Recife, 2011

Freitas, Bruno Wanderley de
Contratos futuros de açúcar: uma análise comparativa entre as estratégias de hedge. - Recife : O Autor, 2011.

82 folhas : fig. e tab.

Orientadora: Profª. Drª Josete Florêncio dos Santos
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CCSA. Administração, 2011.

Inclui bibliografia e anexos.

1. Hedge. 2. Cointegração. 3. Garch. 4. Risco. 5. Mercado futuro. I. Santos, Josete Florêncio dos. II. Título.

658 CDD (22.ed.) UFPE/CSA 2011- 122

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Ciências Sociais Aplicadas
Departamento de Ciências Administrativas
Programa de Pós-Graduação em Administração - PROPAD

Contratos Futuros de Açúcar: uma análise comparativa entre estratégias de Hedge

Bruno Wanderley de Freitas

Dissertação submetida ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal de Pernambuco e aprovada em 28 de março de 2011.

Banca Examinadora:

Profa. Josete Florencio dos Santos, Doutora, UFPE, (Orientadora)

Profa. Myrian Beatriz Eiras das Neves, Doutora, BACEN, (Examinadora Externa)

Prof. Charles Ulises De Montreuil Carmona, Doutor, UFPE, (Examinador Interno)

A Deus que sempre está me guiando.

A minha avó Maria Dirce (in memoriam).

Agradecimentos

À minha orientadora Joséte Florencio que me acolheu, cobrou e me auxiliou em toda minha trajetória no curso de mestrado. Agradeço também a sua paciência e compreensão por eu não conseguir estar presente nos corredores do departamento quando necessário.

Ao professor Charles Carmona que também me apoiou e manteve a porta de sua sala aberta para dar conselhos de vida e de estudos. Ao senhor também o meu muito obrigado.

Aos colegas de curso que tive oportunidade de conhecê-los durantes as aulas. Compartilhamos algumas aflições, desejos e ansiedades, mas no final tudo deu certo.

Aos colegas da Datagro, que me ajudaram a não deixar a peteca cair. Agradeço em especial ao Dr. Plínio Nastari que apoiou e incentivou a realização desse projeto.

Aos meus eternos amigos, que sempre se mostraram felizes a cada passo conquistado em minha vida pessoal e profissional.

À minha mãe que sempre esteve ao meu lado, que sempre se preocupou comigo, que acreditou em mim e que sempre me defendeu mesmo quando não havia razão. Também não posso esquecer o meu pai e o meu irmão. Amo vocês.

À Monique, que com seu amor e carinho sempre foi uma fonte de motivação. Teremos muitas outras conquistas juntos e muitos sonhos a serem concretizados. Também te amo muito.

Resumo

Apesar do Brasil ser o maior produtor e exportador de açúcar do mundo, o mercado interno brasileiro sofre com a ausência de um mercado de futuros com liquidez dentro do país para esse produto em questão. Para contornar esse problema, agentes passaram a negociar contratos futuros de açúcar em Nova Iorque a fim de amenizar a exposição aos riscos oriundos do mercado à vista. Dessa forma, o presente trabalho teve como objetivo avaliar qual seria a melhor estratégia de *hedge* para aquele agente que mantém uma posição de açúcar no mercado brasileiro. Feita uma revisão da literatura especializada, decidiu-se realizar estimações dos modelos de hedge com o intuito de sugerir a melhor estratégia a ser tomada mediante, também, a um contexto de volatilidade. Dois principais modelos foram discutidos e estimados: um modelo VEC, o que fornece a taxa ótima de hedge estático, e outro modelo que incorpora o conteúdo informacional da variabilidade dos preços, que é o modelo GARCH BEKK diagonal. Os resultados apontaram que realmente a atuação em mercados futuros reduz o risco do agente frente à exposição completa no mercado à vista, porém foi inconclusivo ao se tratar com freqüências diferentes das amostras. Mas ao se trabalhar com dados mensais, sugere-se que o mais aconselhável é avaliar constantemente a posição de contratos futuros, principalmente para aquelas empresas de grande porte que estejam dispostas a arcar com os custos operacionais de obter essa informação.

Palavras-Chave: Hegde. Cointegração. GARCH. Risco. Mercado Futuro.

Abstract

Although Brazil is the largest producer and exporter of sugar in the world, the Brazilian domestic market suffers from the absence of a futures market with liquidity into the country for this product. To circumvent this problem, agents began to negotiate sugar futures contracts in New York in order to mitigate exposure to hazards from the spot market. Thus, this study aimed to evaluate what is the best hedging strategy for that agent who holds a position of sugar in the Brazilian market. A review of the literature, we decided to perform estimations of the models of hedging in order to suggest the best strategy to be taken also by means of a context of volatility. Two main models have been discussed and estimated: a VEC model, which provides the optimal rate of static hedge, and another model that incorporates the informational content of price variability, which is the GARCH BEKK diagonal model. The results showed that indeed the performance in futures markets reduces the risk of the agent against the full exposition in the spot market, but was inconclusive when dealing with different frequencies of the samples. But when working with monthly data, it is suggested that the best is constantly evaluating the position of futures contracts, especially for those large companies who are willing to pay the operating costs of obtaining this information.

Key-Words: Hedge. Cointegration.GARCH. Risk. Future Market.

Lista de Figuras

Figura 1 (2) Curva de Risco-Retorno e estratégias de Hedge 26
Figura 2 (4) Logaritmo dos preços futuros e à vista de açúcar cru 54
Figura 3 (4) Logaritmo dos retornos dos preços futuros e à vista de açúcar cru 55
Figura 4 (4) Evolução das estratégias dinâmica e estática de *hedge* (dados diários) 62
Figura 5 (4) Evolução das estratégias dinâmica e estática de *hedge* (dados mensais) 68
Figura 6 (4) Evolução das estratégias dinâmica e estática de *hedge* – abril/06 a outubro/10 71

Lista de Tabelas

Tabela 1 (1) Volume de contratos futuros de açúcar cristal negociados na BM&F 16
Tabela 2 (4) Estatísticas descritivas (Dados diários) 55
Tabela 3 (4) Resultados do Teste de Raiz Unitária de Dickey-Fuller 56
Tabela 4 (4) Ordem de integração das séries avaliadas 57
Tabela 5 (4) Resultados do Teste de Raiz Unitária de Dickey-Fuller (ECM) 58
Tabela 6 (4) Resultados do Teste de Cointegração de Johansen 58
Tabela 7 (4) Modelo VEC 59
Tabela 8 (4) Teste ARCH-LM sobre os resíduos do modelo VEC 60
Tabela 9 (4) Estimativas dos parâmetros do modelo GARCH BEKK (1,1) Diagonal 61
Tabela 10 (4) Estatísticas descritivas (dados mensais) 63
Tabela 11 (4) Resultados do Teste de Raiz Unitária de Dickey-Fuller 64
Tabela 12 (4) Resultados do Teste de Raiz Unitária de Dickey-Fuller ECM 65
Tabela 13 (4) Resultados do Teste de Cointegração de Johansen (dados mensais) 65
Tabela 14 (4) Modelo VEC (dados mensais) 66
Tabela 15 (4) Teste ARCH-LM sobre os resíduos do modelo VEC (dados mensais) 67
Tabela 16 (4) Estimativas dos parâmetros do modelo GARCH BEKK (1,1) Diagonal 67
Tabela 17 (4) Efetividade do hedge (dados diários) 69
Tabela 18 (4) Efetividade do hedge (dados mensais) 70
Tabela 19 (4) Efetividade do hedge – abril/06 a outubro/10 72

Sumário

1 Introdução **13**

1.1 A contextualização do tema e a problematização 14
1.2 Objetivos 16
1.3 Justificativa e contribuição do estudo 17

2 Referencial teórico **18**

2.1 Conceito de hedge 18
2.2 Razão ótima de hegde 21
2.2.1 Caso Estático 22
2.2.1.1 Hedge de Variância Mínima 23
2.2.1.2 Maximização da Utilidade 24
2.2.2 Caso Dinâmico 28
2.3 Trabalhos empíricos 32

3 Metodologia **37**

3.1 Dados 37
3.2 Análise de séries temporais 39
3.2.1 Teste da raiz unitária 39
3.2.2 Teste de cointegração e mecanismo de correção de erro 41
3.2.3 Teste de heterocedasticidade 43
3.3 Modelos de estratégias de hedge 46
3.3.1 Cobertura e exposição completa 46
3.3.2 Hedge estático: Mínimos Quadrados Ordinários 47
3.3.3 Hedge dinâmico: GARCH bivariado BEKK diagonal 48
3.4 Análise comparativa da eficácia dos modelos de hedge 49
3.4.1 Redução da variância 49
3.4.2 Value at Risk 50

4 Discussão dos resultados **54**

4.1 Estimação dos modelos 54
4.2 Comparação entre as estratégias de hedge 68

5 Conclusões **73**

6 Referências **76**

ANEXOS **81**

1 Introdução

O mercado agrícola é caracterizado pela enorme variação de seus preços, resultante dos riscos que esta atividade apresenta no âmbito da sua oferta e demanda. Diante do cenário de considerável volatilidade de preço peculiar desse setor, os agentes procuram minimizar o risco através da realização de *hedge* nos mercados futuros ou de opções.

Ederington (1979) afirma que a razão para a existência de um mercado de futuros é permitir o *hegde* possibilitando àqueles que negociam com commodities a transferência do risco da mudança de preços aos especuladores que arcam com esses riscos. Além da proteção contra risco de preços, Montezano (1987) aponta que os benefícios da utilização dos mercados futuros consistem na redução dos custos de transação e do aumento do grau de competitividade no mercado físico em decorrência de uma maior visibilidade de preços.

Com uma operação de *hedge* estruturada, uma das primeiras questões a ser respondida diz respeito ao número ideal de contratos a ser assumido no mercado futuro, como forma de minimizar o risco (SEPHTON, 1993). No caso de um produtor que queira realizar a venda de uma *commodity* em uma data futura, por exemplo, o risco de uma provável queda de preço na data da venda pode ser reduzido assumindo uma posição vendida no mercado futuro.

Uma vez que a realização do *hedge* de toda produção pode ser muito onerosa, o produtor precisa escolher uma proporção de sua posição à vista a ser assumida no mercado futuro, a fim de minimizar parte do risco, como destacado em Silveira (2002). Esta proporção é conhecida como razão ótima de *hedge.*

Conforme Hull (2005), a razão de *hedge* é dada pela relação entre o tamanho da posição no mercado futuro e o tamanho da exposição ao risco. Porém, se o objetivo for o de minimizar o risco, a relação de um para um entre as posições a vista e em futuros não é necessariamente ótima, visto que o preço futuro não espelha perfeitamente o preço spot.

A noção de *hedge* ótimo foi desenvolvida primeiramente com os trabalhos de Working (1962) e Johnson (1960) que usaram a noção da teoria dos portifólios de Markowitz para descrever a razão ótima de *hegde* como aquela que maximiza a utilidade do agente. Através da definição da função utilidade do produtor, é possível encontrar o número de contratos

futuros que maximize essa utilidade, de modo a minimizar o risco dessa carteira, ou melhor, que minimize a variância da posição do *hedger*.

A partir desse conceito, Hull (2005) define a razão ótima de *hedge* como o produto entre o coeficiente de correlação entre os preços a vista e futuros de um determinado ativo e a razão entre os desvios-padrão dos preços a vista e futuros.

Primeiros trabalhos empíricos, como os de Ederington (1979), Myers e Thompson (1989), utilizaram a teoria da regressão simples para a determinação do *hedge* ótimo, cuja mensuração se dá através da inclinação da reta que melhor se ajusta à regressão da variação do preço à vista contra a variação do preço futuro. Contudo, vários autores questionaram o método de mínimos quadrados ordinários (MQO).

Cecchetti, Cumby e Figlewski (1988), por exemplo, apontaram que as séries de preços de muitas commodities são heterocedásticas, com presença de autocorrelação serial. Isso significa que a razão ótima de *hedge* deveria ser determinada como uma função da matriz de covariância condicional dos preços à vista e futuros. Assim, a proporção ótima de contratos a ser mantida no mercado de futuros deveria se alterar, visto que a distribuição condicional dos ativos tende a mudar com o tempo, à medida que novas informações são incorporadas pelos preços. Baillie e Myers (1991), Myers (1991) expandiram esta noção ao proporem o uso do GARCH introduzido por Bollerslev (1986) para um contexto multivariado.

Com base nos trabalhos de Engle (1982), Engle , Granger (1987), Kroner e Sultan (1993) apontaram para o fato de que os preços futuros e à vista costumam ser cointegrados, visto que as séries tendem a possuir comportamento não estacionário, o que exige, portanto, o aprimoramento das modelagens para a estimativa do hedge ótimo.

As próximas seções deste estudo estão organizadas de modo a fornecer o entendimento mínimo necessário sobre a tomada de decisão em mercados futuros, em especial ao mercado de açúcar. Na seção 2 foram descritas as formulações teóricas da razão ótima de hedge, bem como uma revisão dos artigos e demais trabalhos pertinentes ao tema. Em seguida, na seção 3 sedimenta a proposta do estudo, assim como a origem dos dados e o tratamento utilizado. Na seção 4 procede-se a discussão dos resultados, e na seção 5 encerra-se com as conclusões.

1.1 A contextualização do tema e a problematização

A utilização de futuros de açúcar cotados nos EUA para o cálculo da razão ótima de *hedge* nesse estudo se fundamenta na importância desse produto brasileiro no balanço internacional da *commodity* e da falta de um mercado futuro de maior liquidez no Brasil para o produto em questão.

O Brasil desponta como o principal produtor mundial de açúcar, com 37,9 milhões de toneladas produzidas em 2010/11, ou 23,1% da produção mundial. Desse total, mais de dois terços ou 25,3 milhões de toneladas são direcionados para a exportação, o que representa 49,9% das exportações mundiais do produto (DATAGRO, 2011). Apesar do papel de destaque da indústria brasileira no mercado internacional, desde março de 2009 não são mais registrados negociações de contratos de açúcar cristal na BM&F, única bolsa brasileira onde se podia transacionar contratos futuros de açúcar.

Em setembro de 1995 a BM&F lançou o contrato futuro de açúcar cristal[1], com o produto cotado em dólar e o contrato liquidado por entrega física. Mais tarde, o contrato seria reformulado, para contemplar sua liquidação financeira, com base num indicador calculado pela Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz” - ESALQ, que representa a média de preços do produto no Estado de São Paulo.

Em novembro de 1999, o contrato futuro de açúcar foi objeto de nova reformulação, deixando de ser liquidado pelo indicador e passando a ter a sua liquidação com a entrega da mercadoria, dentro das especificações estabelecidas pela BM&F. Desde então, o mercado de açúcar da BM&F alcançou o seu auge quando mais de 110 mil contratos foram futuros negociados em 2002. Porém a partir de 2008 o volume de negócios sofreu forte redução, quando a partir de março de 2009 deixou de ser comercializado.

[1] Açúcar cristal especial, com mínimo de 99,7 graus de polarização, máximo de 0,08% de umidade, máximo de 150 cor ICUMSA, para entrega no Município de São Paulo (SP). Cotação: US$/saca de 50 quilos, livre de impostos e tarifas.

Tabela 1 – Volume de contratos futuros de açúcar cristal negociados na BM&F

Mês	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Jan	946	5.478	4.486	4.641	79.366	1.481	3.826	6.292	7.008	5.746	1.348	12	-
Fev	729	1.481	3.252	5.013	8.228	1.427	2.297	7.148	4.085	5.092	2.015	162	-
Mar	1.401	1.619	1.886	7.793	5.119	2.398	4.648	8.173	5.450	7.629	1.482	50	-
Abr	1.272	981	4.161	6.112	4.707	2.107	2.751	4.725	3.072	3.714	445	-	-
Mai	1.644	1.102	5.147	9.472	4.083	2.591	2.027	5.621	7.075	3.284	470	-	-
Jun	1.463	1.986	4.855	11.368	4.168	4.617	3.441	5.065	7.042	3.428	213	-	-
Jul	2.190	1.889	4.489	6.645	3.463	5.848	5.972	5.574	7.365	2.814	90	-	-
Ago	2.795	2.225	2.757	8.146	1.961	3.521	6.230	5.391	9.322	3.378	704	-	-
Set	4.108	5.101	4.039	10.096	2.485	4.399	6.240	3.711	5.951	2.744	74	-	-
Out	3.958	2.952	3.358	6.820	4.048	4.808	4.707	4.988	5.098	4.837	136	-	-
Nov	4.700	4.246	6.526	6.936	1.304	4.184	1.673	4.410	3.633	801	-	-	
Dez	4.874	4.704	7.596	10.862	824	3.668	4.805	4.289	4.926	1.645	62	-	
Total	**30.080**	**33.764**	**52.552**	**93.904**	**119.756**	**41.049**	**48.617**	**65.387**	**70.027**	**45.112**	**7.039**	**224**	**-**

Fonte: BM&F

A queda de liquidez nos contratos futuros de açúcar no Brasil pode ser em parte justificada pela ausência de financiadores. Os financiadores são instituições financeiras como bancos de investimento ou fundos que tomam a dianteira na negociação dos contratos nos mercados futuros, comprando a produção do produtor e se encarregando do acompanhamento, custos e margens de garantia que a negociação em bolsa determina. É através dessas instituições que os mercados futuros agropecuários mais líquidos do mundo funcionam, já que o produtor rural geralmente está mais preocupado com sua atividade produtiva do que com a complexidade dos mercados futuros.

Outra causa a ser apontada é a maior utilização de contratos a termo para a venda do produto no mercado interno, direcionando as negociações em contratos futuros no mercado de Nova Iorque. Como a indústria açucareira do Brasil tem concentrado suas forças no mercado externo, as necessidades dos exportadores brasileiros passaram a se adequar mais às especificações do contrato de Nova Iorque. Em 2010, das 27,99 milhões de toneladas exportadas, 20,94 milhões foram de açúcar cru cotado em centavos de dólares por libra peso, produto este objeto de negociação na ICE Futures U.S, enquanto na BM&F o objeto de negociação era o açúcar cristal cotado em dólares por saca de 50 quilos, que é um açúcar de melhor qualidade que o cru, mas inferior ao refinado (DATAGRO, 2011).

Em função do insuficiente volume de negócios na BM&F, os agentes do setor têm buscado proteção por meio da negociação de contratos futuros em Nova York, sendo cada vez mais necessários o estudo e a busca por ferramentas efetivas que permitam determinar o nível de risco que se deseja incorrer nesse mercado.

1.2 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho consiste em comparar a efetividade entre diferentes estratégias de hedge aplicadas ao mercado futuro de açúcar.

Para tanto, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

a) Realizar testes estatísticos tais como a investigação da presença de raiz unitária das séries históricas a fim de identificar se existe uma relação de cointegração entre as mesmas, de modo a estimar modelos que não descartem a relação de longo prazo das séries;
b) Encontrar as razões de hedge conforme as estratégias de hedge (cobertura ou exposição completa, estática e dinâmica) definidas pela literatura;
c) Comparar a efetividade de cada estratégia de proteção do ponto de vista de redução de risco em relação à posição totalmente desprotegida do mercado à vista e à cobertura completa.

1.3 Justificativa e contribuição do estudo

Torna-se importante tanto para o consumidor como para o produtor de uma determinada *commodity* conhecer a melhor estratégia que possa lhe auxiliar no envolvimento com o mercado de futuros, de modo a beneficiar o planejamento e a análise do desempenho da sua atividade.

Os avanços nos volumes de negociações realizadas nos mercados futuros nos últimos anos demonstram o aumento da preocupação dos *hedger* no gerenciamento dos riscos envolvidos na atividade agropecuária. Dessa forma, o uso efetivo de contratos futuros em decisões de *hedge* tem-se tornado o centro do debates para encontrar a taxa de *hedge* ótima em pesquisas financeiras empíricas.

Este trabalho, portanto, buscará subsídios a este debate para o caso do produtor brasileiro de açúcar em um contexto em que a ausência de um mercado de futuros adequado dentro do país tende a induzir os agentes a buscarem outras praças de negociação a fim de reduzir os riscos peculiares à atividade produtora agrícola.

2 Referencial teórico

2.1 Conceito de Hedge

A origem e a considerável expansão do mercado de derivativos estão relacionadas diretamente com a busca de proteção dos agentes econômicos frente à forte volatilidade dos preços dos produtos agrícolas comercializados no mercado a vista. Shouchana (2004) conceitua o mercado de derivativos como um ótimo instrumento para a gestão de riscos de preços das mercadorias, que de maneira integrada com o mercado físico, visa atender a expectativa dos agentes sobre o gerenciamento dos riscos de suas atividades.

Um derivativo é um contrato financeiro, cujo valor deriva de um ativo subjacente, preço de *commodity*, taxa de juros ou índice. Esse ativo geralmente é designado como termo, futuro, opção e *swap* (DODD; GRIFFITH-JONES, 2007). Os contratos a termo, o de futuros e os swaps são variantes uns dos outros e representam a compra e a venda incondicional dos riscos. As opções têm uma estrutura diferente, pois permitem a negociação condicional dos riscos (CARMONA, 2009).

Um contrato a termo é um acordo entre duas partes para comprar e vender uma mercadoria ou um ativo em data futura preestabelecida e por um determinado preço. Esses contratos podem ser feitos sob medida, para satisfazer às especificações exatas das partes contratantes cada vez que uma transação é realizada (HULL, 2006).

Um contrato futuro é similar a um contrato a termo, mas com três diferenças importantes (BRIGHAM; EHRHARDT, 2007):

1. Contratos futuros são atualizados pelo mercado em uma base diária, o que significa que são monitorados os ganhos e as perdas, e deve ser investido dinheiro para cobrir perdas. Isso reduz bastante o risco de inadimplemento que existe no caso dos contratos a termo.

2. Com futuros, a entrega física do ativo básico quase nunca é feita – as duas partes simplesmente pagam com dinheiro pela diferença entre o preço contratado e o preço real na data de expiração.

3. Os contratos futuros geralmente são instrumentos padronizados negociados em bolsas, enquanto os contratos a termo não são comercializados após eles terem sido firmados.

A principal característica dos futuros então consiste em negociar no presente o valor futuro de um determinado ativo-objeto em bolsa através de um acordo entre um vendedor e um comprador, o que resultará em um jogo de soma zero, em que, desconsiderando os custos de transação[2], as perdas auferidas por uns equivalem exatamente aos ganhos por outros (Farhi, 1999).

De acordo com Ederington (1979), a razão fundamental para a existência de um mercado de futuros consiste em facilitar os mecanismos de *hegde*[3]. Em finanças, chama-se cobertura (*hedge*, em inglês) ao instrumento que visa proteger operações financeiras contra o risco de grandes variações de preço de determinado ativo.

Farhi (1999, p.94) estabelece uma definição clara sobre *hedge*:

> As operações de cobertura de riscos (hedge) consistem, essencialmente, em assumir, para um tempo futuro, a posição oposta à que se tem no mercado à vista. A operação de cobertura de riscos do produtor (no caso do mercado de commodities) ou do agente que tenha uma posição comprada no mercado à vista é denominada de hedge de venda. O risco desse agente consiste na queda dos preços; para proteger-se desse risco, ele deve efetuar uma operação de venda nos mercados de derivativos. No caso do transformador (também, no mercado de commodities) ou de todo agente com posição vendida no mercado à vista, a operação de cobertura é chamada de hedge de compra, já que seu risco é de uma alta dos preços contra o qual ele se protege assumindo posição comprada nos mercados de derivativos.

O *Future Industry Institute* (2002) comenta que um modo de definir *hedge* é distinguí-lo de especulação[4]. Hedge e especulação são dois usos polares dos mercados de futuros. Um especulador usa um contrato de futuros para se beneficiar das movimentações de preços, enquanto um investidor que busca proteção, para se proteger contra as movimentações de preço.

A diferença entre *hedge* e especulação também se relaciona ao risco existente antes da abertura de uma posição a futuro ou em opções. O especulador não possui uma posição de

---

[2] Os custos de transação incluem corretagens e, possivelmente, juros sobre depósitos de margem.

[3] Se *hedge* é a defesa, *hedging* é o ato de fazer *hedge* e *hedger* é quem pratica a ação (CORRÊA; RAÍCES, 2005).

[4] No Brasil, Oliveira e Novaes Filho (2008) fazem um exame interessante sobre o uso de derivativos de câmbio para *hedge* ou especulação. Utilizando dados de empresas brasileiras com capital aberto em 2002, os resultados mostraram que a existência de dívida externa e o tamanho da empresa afetaram positivamente a probabilidade de *hedge*, enquanto as receitas de exportação afetaram positivamente a probabilidade de especulação. Como conclusão, os autores apontaram que em momentos de alta volatilidade, as empresas buscam o mercado de derivativos para especulação.

risco inicial: ele a estabelece ao comprar ou vender futuros ou opções, na expectativa de realizar lucro. O *hedge*, por outro lado, tem uma posição de risco inicial, resultante de alguma atividade comercial ou de investimento.

Por outro lado, a inclusão da classe de especuladores no mercado de futuros beneficia o próprio *hedger*, que, através de um mercado de maior liquidez, colabora na transferência do risco da mudança de preços para os próprios especuladores que queiram arcar como esses riscos (EDERINGTON, 1979). Working (1953) já alertava que uma das principais condições para um desenvolvimento de um mercado de futuros está na existência de agentes intermediadores.

Existe também a figura do arbitrador que tentará obter ganhos proporcionados pelas diferenças de preços de um ativo existentes no seu mercado de referência e no seu mercado derivativo. Fortuna (2008) avalia que a participação do arbitrador é importante, pois, ao atuar, ele ajusta o preço do ativo, eliminando temporariamente a possibilidade de arbitragem.

Para realizar *hedge* com futuros, deve-se assumir uma posição no contrato futuro apropriado que tenha quase o mesmo tamanho da posição à vista. O produtor de açúcar, por exemplo, pode compensar a exposição de seu estoque existente ao vender uma quantidade certa de contratos futuros. Ao fazê-lo, ele trava um preço de venda para sua safra, independentemente do que ocorrerá com os preços à vista depois do *hedging* ser estabelecido.

Uma proteção comprada é análoga a uma proteção vendida para um comprador de um ativo. Considere o caso, por exemplo, de um exportador que recebe ordem para vender açúcar para embarque em quatro meses. O preço pelo qual concorda em exportar o açúcar é fixo. Como o exportador não sabe qual será o preço a vista do produto daqui a quatro meses, ele então assume uma posição comprada no mercado futuro de açúcar, ao mesmo tempo em que firma o contrato a termo de açúcar. Ao adquirir o açúcar no mercado à vista, o exportador encerrará sua posição comprada em futuros de açúcar.

Muitos são os motivos pelos quais os agentes do mercado utilizam futuros e opções para o *hedge* frente às oscilações adversas de preços não antecipadas no mercado à vista, tais como a proteção de margens de lucro operacionais, estabilização dos fluxos de caixa das empresas e principalmente a transferência de risco (FUTURE INDUSTRY INSTITUTE, 2002). Em adição, Montezano (1987) aponta que os benefícios da utilização dos mercados futuros consistem na redução dos custos de transação e do aumento do grau de competitividade no mercado físico em decorrência de uma maior visibilidade de preços.

Até aqui, supôs-se que os preços nos mercados à vista e a futuro sobem e caiem exatamente na mesma proporção. Certamente, há uma tendência para que os preços nos dois mercados oscilem na mesma direção, uma vez que ambos devem vender praticamente pelo mesmo preço conforme se aproxima o vencimento do futuro. Mas os preços à vista podem variar mais ou menos rapidamente do que os futuros. Assim, o hedge pode não proporcionar proteção total contra oscilações adversas por vários motivos (HULL, 2005):

a) O ativo cujo preço precisa ser hedgeado pode não ser exatamente o mesmo que está especificado no contrato futuro;

b) O hedger pode não ter certeza quanto à data em que o ativo deverá ser comprado ou vendido;

c) A operação de hedge pode requerer que o contrato futuro seja encerrado bem antes de sua data de vencimento.

Em síntese, a redução de risco através do *hedge* fundamenta-se na correlação entre o preço do contrato futuro e o preço à vista, já que a tal relação entre ambos os mercados permite que a perda financeira em um mercado seja compensada pelo ganho em outro mercado. Porém, como apontou Hull (2005), se o objetivo for o de administrar risco a relação um para um não é necessariamente ótima, pois os movimentos dos preços à vista e futuros não são exatamente iguais e, portanto, o gerenciamento do risco requer a determinação da razão ótima de *hedge*.

Visto que o preço futuro não retrata perfeitamente o preço spot, o objetivo é, portanto, determinar o tamanho da posição que necessita ser tomada no mercado de futuros, como uma proporção da posição comprada do ativo no mercado à vista, e que maximize a utilidade do agente (minimizando o risco e maximizando rentabilidade da carteira).

Na próxima seção discutiremos as discussões sobre o conceito de hedge ótimo.

2.2 Razão Ótima de *Hedge*

Conforme Chen et al. (2003), o conceito básico de *hedge* é reduzir ou eliminar as flutuações do valor do portfólio, cujo investimento é composto pela combinação entre posições no mercado a vista e de futuros. Mas especificamente, considere um portfólio que

consiste em C_S unidades da posição comprada no mercado à vista e C_f unidades da posição vendida no mercado futuro. Seja S_t e F_t os preços do ativo no mercado à vista e no de futuros, respectivamente. Já que os contratos futuros são usados para reduzir as flutuações no mercado à vista, o resultado do portfólio é conhecido como portfólio *hedgiado*. Assim, o retorno do portfólio *hedgiado*, R_h, é dado por (CHEN et al., 2003):

$$R_h = \frac{C_S S_t R_S - C_f F_t R_f}{C_s S_t} = R_s - hR_f \qquad (1)$$

onde $h = C_f F_t / C_S S_t$ é a razão de *hedge*, e $R_S = (S_{t+1} - S_t)/S_t$ e $R_f = (F_{t+1} - F_t)/F_t$ são os retornos das posições no mercado à vista e de futuros, respectivamente. Alternativamente, a razão do *hedge* é discutida em termos de variação de preços ao invés de retornos. Neste caso, o desempenho do portfólio *hedgiado*, ΔV_H, e a razão de *hedge*, H, são respectivamente dados por:

$$\Delta V_H = C_S \Delta S_t - C_f \Delta F_t \text{ e } H = \frac{C_f}{C_S} \qquad (2)$$

onde $\Delta S_t = S_{t+1} - S_t$ e $\Delta F_t = F_{t+1} - F_t$.

O principal objetivo do *hedge* é escolher a melhor razão de *hedge* (*h*) para o portfólio. Segundo Chen et al. (2003), a razão ótima de *hedge* dependerá de uma particular função objetiva a ser otimizada. Além disso, a razão ótima de *hedge* pode ser estática (constante) ou dinâmica. Na seção 2.2.1 e 2.2.2 discutiremos ambos os casos.

2.2.1 Caso Estático

A razão ótima de *hedge* é estática quando esta permanece a mesma ao longo do tempo. Duas principais discussões na literatura especializada são revistas nos próximos tópicos.

2.2.1.1 *Hedge* de Variância Mínima

O trabalho de Johnson (1960), considerado pioneiro nesse estudo, com base na Teoria dos Portfólios de Markowitz[5], derivou a razão de *hedge* através da minimização do risco do portfólio, onde o risco é dado pela variância do valor da carteira.

Caso o investidor realiza *hedge* de uma parcela h^* de sua posição à vista no mercado de futuros, o retorno esperado já discutido na introdução dessa seção da posição *hedgiada* é dada por (JOHNSON, 1960):

$$E(R_h) = E(R_s) - hE(R_f) \tag{3}$$

onde R_S é a taxa de retorno da posição a vista e R_f é a taxa de retorno da posição em futuros

A variância do retorno para a carteira *hedgiada* é dada, portanto, por:

$$\begin{aligned} Var(R_h) &= Var(R_S - hR_f) \\ &= Var(R_S) - h^2 Var(R_f) - 2hCov(R_S, R_f) \\ \sigma_h{}^2 &= \sigma_S{}^2 + h^2\sigma_f{}^2 - 2h\sigma_{S,f} \end{aligned} \tag{4}$$

onde $\sigma_S^2, \sigma_f^2 \, e \, \sigma_{S,f}$ são as variâncias da posição à vista e da posição em futuros e a covariância entre as duas posições, respectivamente.

Como a covariância entre duas variáveis é igual ao produto da correlação e dos desvios-padrão, a equação (4) também pode ser expressa assim:

$$\sigma_h^2 = \sigma_S^2 + h^2\sigma_f^2 - 2h\rho\sigma_S\sigma_f \tag{5}$$

onde ρ é o coeficiente de correlação.

Dado que retorno da carteira *hedgiada* está exposto ao risco causado por variações não antecipadas da diferença de preços entre o mercado à vista e de futuros, Johnson (1960, p.145) indica que a razão ótima de *hedge* que minimiza este risco é determinada pela derivada de (4) em respeito à "*h*". Igualando a zero, obtemos:

[5] A Teoria Moderna do Portfólio explica como investidores racionais irão usar o princípio da diversificação para otimizar as suas carteiras de investimentos, e como um ativo arriscado deve ser precificado, estabelecendo que decisões relacionadas à seleção de investimentos devam ser tomadas com base na relação risco-retorno. Para mais detalhes, ver Markowitz (1952).

$$\sigma_h^{\ 2} = \sigma_S^{\ 2} + h^2\sigma_f^{\ 2} - 2h\sigma_{S,f}$$

$$\frac{\delta\sigma_h^2}{\delta h} = 2h\sigma_f^2 - 2\sigma_{S,f} = 0$$

$$h^* = \frac{\sigma_{S,f}}{\sigma_f^2} \tag{6}$$

Ou seja, a razão ótima de hedge é igual à covariância dos retornos do mercado à vista e de futuros dividido pela variância do mercado de futuros.

Alternativamente, essa expressão pode ser definida como:

$$h^* = \frac{Cov(R_S, R_f)}{Var(R_f)} = \rho\frac{\sigma_S\,\sigma_f}{\sigma_f^2} = \rho\frac{\sigma_S}{\sigma_f} \tag{7}$$

Assim, se os preços futuros têm uma volatilidade maior (como geralmente é o caso) ou igual à volatilidade dos preços a vista, a taxa ótima de hedge não poderá ser maior que a correlação entre os mercados[6]. Isso significa dizer que h^* será menor que 1,0.

A adoção do cálculo da razão ótima de hedge através da abordagem da mínima variância é de fácil compreensão. Contudo, a abordagem de minimização de risco sem levar em consideração o retorno esperado da carteira pode não ser a melhor escolha (CECCHETTI; CUMBY; FIGLEWSKI, 1988). No equilíbrio, os ativos de risco são precificados de modo que o retorno compense uma maior taxa de risco, conforme a aversão ao risco do investidor. Ou seja, a composição do hedge passaria a depender também do grau de aversão ao risco, cuja discussão é objetivo da próxima seção.

2.2.1.2 Maximização da Utilidade

Vários estudos têm incorporado tanto o risco como o retorno na derivação da taxa ótima de hedge, como Baillie e Myers (1989) e Benninga, Eldor e Zilcha (1984). Seguindo a linha, Hsin et al. (1994) derivou a razão ótima de hedge via maximização da utilidade da carteira do investidor, onde tal utilidade é dada como uma função linear do retorno esperado R_h e da variância Var (R_h) de acordo com a equação (8) abaixo.

$$E(u) = E(R_h) - \frac{\Theta}{2}Var(R_h) \tag{8}$$

[6] Quando h^* for igual a 1,0, considera-se que o hedge é perfeito, onde toda a posição a vista é *hedgiada*.

onde Θ é o grau absoluto de aversão ao risco ($\Theta > 0$).

Conforme Hsin et al. (1994), o problema passa então a maximizar a utilidade em relação à *h*

$$\max_h = \max_h \left[E(R_h) - \frac{\Theta}{2} Var(R_h) \right] \tag{9}$$

resolvendo, obtemos a taxa ótima de hedge

$$\max_h = \max_h \left[E(R_S) - hE(R_f) - \frac{\Theta}{2}\left(\sigma_S^2 + h^2\sigma_f^2 - 2h\sigma_{S,f}\right) \right]$$

$$\frac{\delta E(u)}{\delta h} = -E(R_f) - h\Theta\sigma_f^2 + \Theta\sigma_{S,f} = 0$$

$$h\Theta\sigma_f^2 = \Theta\sigma_{S,f} - E(R_f)$$

$$h^* = \frac{\Theta\sigma_{S,f}}{\Theta\sigma_f^2} - \frac{E(R_f)}{\Theta\sigma_f^2}$$

$$h^* = \frac{\sigma_{S,f}}{\sigma_f^2} - \frac{E(R_f)}{\Theta\sigma_f^2} \tag{10}$$

Dada a função utilidade do investidor, diferentes curvas de utilidade podem ser geradas e a taxa ótima de hedge pode ser encontrada através da tangência das curvas de utilidade e da fronteira eficiente de investimento, ou melhor, pela igualdade entre a taxa de substituição do investidor e a inclinação da curva de possibilidade de risco-retorno. A razão ótima de mínima variância é denotada por h* na figura 1 e h** é a razão ótima de hedge pela maximização da utilidade (CECCHETTI; CUMBY; FIGLEWSKI, 1988).

Um problema associado a essa abordagem é saber o parâmetro do grau de aversão individual ao risco (CHEN et al, 2003). Assim, diferentes investidores escolherão diferentes taxas ótimas de *hedge* dependendo dos valores de seus parâmetros de aversão ao risco.

Percebe-se que a partir da equação (10) que se o parâmetro que mensura o risco tender ao infinito $(\Theta \to \infty)$ ou que o retorno no mercado de futuros seja igual à zero $(R_f = 0)$, então a taxa ótima de *hedge* sugerida pela abordagem da maximização da utilidade será a mesma que a calculada pela minimização da variância.

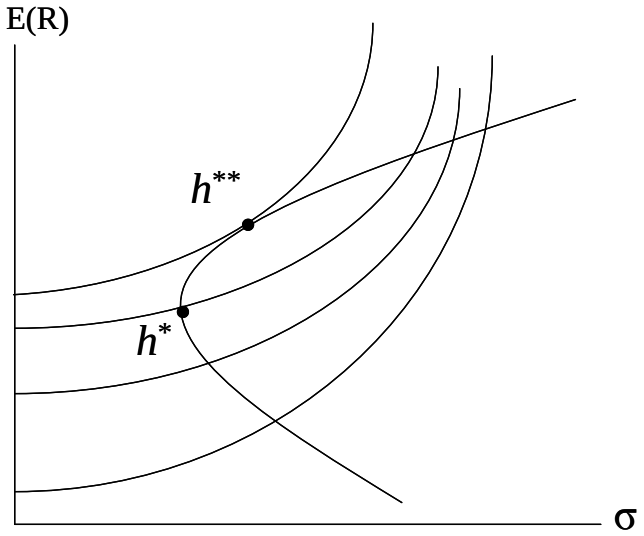


Figura 1: Curva de Risco-Retorno e estratégias de Hedge
Fonte: Cecchetti, Cumby & Figlewski, 1988, pag. 624

A primeira premissa afirma apenas o alto grau de aversão ao risco do investidor. Já a segunda não impõe qualquer condição sobre a aversão ao risco. Como bem apontou Kroner e Sultan (1993), isso significa que mesmo que o investidor seja infinitivamente avesso ao risco, a taxa de *hedge* dada pela variância mínima será a mesma que a estimada pela maximização da utilidade desde que os preços futuros sigam um processo *Margingale* (MCCURDY; MORGAN, 1988).

A essência de um processo estocástico do tipo de *Martingale* é dada por (MCCURDY; MORGAN, 1988):

$$E\left(P_{t+\Delta t} / P_t, P_{t-\Delta t,\ldots}\right) = P_t \qquad (11)$$

ou seja,

$$E\left(P_{t+\Delta t} - P_t / P_t, P_{t-\Delta t,\ldots}\right) = 0\,. \qquad (12)$$

onde P_t representa o preço do ativo no tempo *t*, Δt é a variação de tempo. Desta forma, a hipótese de *Martingale* (equação 11) diz que o preço esperado para o tempo $t+1$, condicionado aos valores passados, é equivalente ao preço no tempo *t*. De acordo com a expressão (12), espera-se que a variação do preço do ativo, condicionada aos valores já ocorridos, seja nula. Conforme McCurdy e Morgan (1988), isto significa que a probabilidade

do preço aumentar ou reduzir é idêntica, ou seja, se os preços são processos estocásticos do tipo *Martingale*[7], mudanças nos preços devem ser aleatórias.

Assim, se os preços futuros seguem um processo *Martingale*, não será necessário então conhecer o parâmetro de aversão ao risco do investidor para achar a razão ótima de *hedge*, já que não existe viés no mercado de futuros, ou seja, $E(F_1)=F_0$.

Alguns trabalhos que serão discutidos mais adiante como de Ederington (1979) e Myres e Thompson (1989) buscaram estimar a taxa ótima de *hedge* de mínima variância de um modo convencional através da regressão da mudança dos preços à vista sobre mudança dos preços futuros utilizando Mínimos Quadrados Ordinários (MQO). Especificamente, a equação da regressão pode ser escrita como:

$$\Delta S_t = \alpha + \beta \Delta F_t + e_t \tag{13}$$

Por definição, o coeficiente de inclinação da reta de regressão é igual à relação entre a covariância das variáveis explicativa e dependente e a variância da variável explicativa. Portanto, a taxa de *hedge* de mínima variância é dada pelo coeficiente β.

Contudo, muitos estudos como Abitante (2008) e Lima e Ohashi (1999) mostraram que tanto os preços físicos quanto os futuros de commodities são usualmente cointegrados, tornando espúria a estimação do modelo de MQO, já que este obscurece a relação de longo prazo entre estas varáveis. Assim, como bem apontou Lien (1996), torna-se necessário examinar a possibilidade de relação de co-integração entre os preços, como sugere a hipótese de mercados eficientes.

Diante desse impasse, Lien e Leo (1994) sugeriram, portanto, que a razão ótima de hedge deveria ser estimada a partir de um modelo Vetorial de Correção de Erro (VEC). Assim, a simples equação (13) seria transformada no seguinte modelo (14):

$$\begin{cases} \Delta S_t = \alpha_{0S} + \alpha_{1S} Z_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \beta \Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^{k} \beta \Delta F_{t-i} + \varepsilon_{St} \\ \Delta F_t = \alpha_{0f} + \alpha_{1f} Z_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \beta \Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^{k} \beta \Delta F_{t-i} + \varepsilon_{ft} \end{cases} \tag{14}$$

[7] A condição de *Martingale* também é tida como uma condição necessária para a hipótese de mercados eficientes, onde o preço do ativo reflete toda a informação disponível. O valor esperado da variação de preços futuros condicional aos preços passados passa a ser, portanto, nulo. Desta forma, o mercado mais eficiente é aquele no qual as variações de preços são completamente imprevisíveis. Logo, o melhor previsor para o preço de um ativo *k* passos à frente é o preço corrente. Ver McCurdy e Morgan (1988).

onde S_t e F_t são os preços do açúcar no período t no mercado à vista e de futuros, respectivamente e Δ é o operador da primeira diferença. α_0 é o intercepto e β_{si}, β_{fi}, α_{1f} e α_{1s} são parâmetros positivos. ε_{ft} e ε_{st} são os termos dos ruídos brancos (i.d.d)[8]. Já Z_{t-1} é o termo de correção de erro que mede como a variável dependente reage aos desvios dos períodos anteriores fruto do equilíbrio no longo prazo. Este termo é expresso pela seguinte equação:

$$\Delta Z_{t-1} = S_{t-1} + \delta \Delta F_{t-1} \tag{15}$$

em que δ é o vetor de cointegração.

Como o termo ΔF_t não consta como variável independente na equação que tem o termo ΔS_t como dependente, mas apenas suas defasagens de ordem *m*, a taxa ótima de *hedge* passa a ser mensurada de outra maneira. Se $Var(\Delta S_t) = Var(\varepsilon_{st}) = \sigma_s^2$, $Var(\Delta F_t) = Var(\varepsilon_{ft}) = \sigma_f^2$ e $Cov(\Delta S_t, \Delta F_t) = Cov(\varepsilon_{ft}, \varepsilon_{st}) = \sigma_{sf}$, é possível obter a matriz de variância e covariância do modelo:

$$\sum = \begin{bmatrix} \sigma_s^2 & \sigma_{sf} \\ \sigma_{fs} & \sigma_f^2 \end{bmatrix}, \forall, \sigma_{sf} = \sigma_{sf} \tag{17}$$

o que permite obter, portanto:

$$h^* = \frac{\sigma_{s,f}}{\sigma_f^2} \tag{18}$$

Uma das principais hipóteses que esse modelo leva em consideração é a homocedasticidade dos resíduos, resultando numa taxa ótima de hedge constante ao longo do tempo.

2.2.2 Caso Dinâmico

Até o momento foi examinada a situação em que a taxa de *hedge* é fixada em nível ótimo. No entanto, o risco dos ativos tende a se alterar à medida que uma nova informação chega ao mercado (SEPHTON, 1993). Dessa forma, a taxa de *hedge* passa a depender da distribuição condicional dos movimentos dos preços da commodity que variam com o tempo,

[8] Vetores aleatórios independentemente e identicamente distribuídos (i.d.d.).

o que significa dizer que além da cointegração entres as variáveis, deve-se levar em conta também o caráter heterocedástico dos resíduos.

Trabalhos que mais adiante serão discutidos como o de Cecchetti, Cumby e Figlewski (1988), Myers e Thompson (1989) e Baillie e Myers (1991) demonstraram empiricamente que modelos que incorporam a variância e a covariância condicional dos preços são mais adequados para se determinar a taxa ótima de *hegde*.

Considere, portanto, que o retorno do portfólio seja denotado pela seguinte equação (BAILLIE; MYERS, 1991):

$$R_t^h = R_t^S - h_{t-1} R_t^f \tag{19}$$

onde R_t^h, R_t^S, R_t^f são os retornos do portfólio, da posição à vista e da posição em futuros entre $t-1$ e t, respectivamente, e h_{t-1} taxa de *hedge*[9] no tempo $t-1$.

Assumindo que o investidor decida sua posição de *hedge* no tempo *t* maximizando sua função de utilidade esperada,

$$E_t U\left(R_t^h \middle| \Omega_{t-1}\right) = E\left(R_t^h \middle| \Omega_{t-1}\right) - \frac{\Theta}{2} Var\left(R_t^h \middle| \Omega_{t-1}\right) \tag{20}$$

onde o risco agora é condicionado pela informação disponível no tempo $t-1$ (Ω_{t-1}).

Note que os operadores da esperança e da variância são descritos em *t*, o que significa que eles são calculados conforme a informação condicional no tempo *t*. Maximizando novamente a função utilidade, mas dessa vez no tempo *t*, obtém-se a seguinte expressão para a mensuração da taxa de *hedge* dinâmico:

$$h_t^* \middle| \Omega_{t-1} = \frac{\sigma_{S,f} \middle| \Omega_{t-1}}{\sigma_f^2 \middle| \Omega_{t-1}} - \frac{E\left(R_f \middle| \Omega_{t-1}\right)}{\Theta \sigma_f^2 \middle| \Omega_{t-1}} \tag{21}$$

assumindo que os preços futuros seguem um processo *Martingale* $\left(E_t\left(F_{t+1}\right) = F_t\right)$, então

$$h_t^* \middle| \Omega_{t-1} = \frac{\sigma_{S,f} \middle| \Omega_{t-1}}{\sigma_f^2 \middle| \Omega_{t-1}} \tag{22}$$

Conforme mencionados por Kroner e Sultan (1993), essa última equação é similar à encontrada pelo método convencional, cujo nível ótimo é constante, sendo que desta vez a

[9] Pode-se considerar uma posição vendida no mercado de futuros para o caso de um produtor que esteja interessado em se proteger contra uma queda inesperada do preço do ativo-objeto.

variância e a covariância são condicionadas às novas informações incorporadas aos preços. Sob esta hipótese, a taxa de *hedge* não passa a ser mais constante, dado que os termos de erro são heterocedásticos.

O ajustamento sugerido pela literatura especializada para o cálculo da razão de *hedge* baseada em novas informações pode ser feito através do uso de modelos que permitem a mensuração das estruturas das variâncias e covariâncias condicionais ao tempo, tais como os modelos ARCH e GARCH. Esses modelos permitem, portanto, calcular o *hedge* dinâmico, que é um *hedge* ajustado às novas informações incorporadas pelos preços (BUENO, 1999). Caso os preços sejam cointegrados, deve-se, portanto, adicionar ao modelo (14) uma estrutura GARCH, conforme o trabalho proposto por Kroner e Sultan (1993).

Quando vários processos estocásticos são considerados para a variância condicional, existe, portanto, uma estrutura que permite que a variância condicional de cada série seja contaminada não só por seus valores passados, como também pelas variância e covariância condicionais das demais. Engle (2001) frisou bem o fato de que a volatilidade de uma ação individual pode ser influenciada pela volatilidade de outra ação, o que motiva, portanto, o uso de uma estrutura multivariada do modelo GARCH.

Considerando que um modelo GARCH pode ser comparado a um modelo ARMA para a volatilidade e que modelos ARMA podem ser tratados conjuntamente como um VARMA, facilmente se concebe a ideia de tratar conjuntamente modelos GARCH de uma forma vetorial.

O modelo mais geral para o GARCH multivariado é conhecido pela representação $vech(\sum_t)$ formalizada por Bollerslev, Engle e Wooldridge (1988).

$$
\begin{aligned}
& y_t = b + \delta \sum_t \omega_{t-1} + \varepsilon_t \\
& vech(\Sigma_t) = W + \sum_{i=1}^{q} A_i vech\left(\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-1}^{'}\right) + \sum_{j=1}^{p} B_i vech\left(\sum_{t-i}\right) \\
& \varepsilon_t \left| \Psi_{t-1} \approx N\left(0, \sum_t\right)\right.
\end{aligned}
\tag{23}
$$

onde *vech* é um operador que toma a porção triangular superior da matriz e posiciona cada elemento em um vetor coluna, enquanto $\sum_t$ é a matriz de covariâncias condicionais no período t e ε_t um vetor de termos de erro. Já W é um vetor $\left(\frac{N(N+1))}{2}\right)$ e A_i e B_i matrizes de dimensão $\left(\frac{N(N+1)}{2} x \frac{N(N+1)}{2}\right)$. Para garantir que a matriz de covariância entre duas

variáveis seja positiva definida, Bollerslev et. al. (1994) indicam que os coeficientes de W têm que ser positivos e os das matrizes A_i e B_i não negativos.

Essa representação tem duas principais desvantagens (ENGLE e KRONER, 1995). A primeira se refere ao grande número de parâmetros a serem estimados, que é dada por $\frac{N(N+1)}{2}\left[1+\frac{N(N+1)(p+q)}{2}\right]$. Assim, um modelo GARCH (1,1) bivariado possui 21 parâmetros para serem estimados.

A fim de reduzir este esforço, Bollerslev, Engle e Wooldridge (1988) estudaram o GARCH(1,1) Multivariado diagonal, em que as matrizes A_i e B_i são diagonais, reduzindo o número de parâmetros a estimar para 1/2N(N+1)/1+(1+1). A partir deste modelo, cada elemento σ_{ijt} da matriz de covariâncias condicionais $\sum_t$ depende somente de σ_{ijt-1} e $\varepsilon_{it-1}\varepsilon'_{jt-1}$.

A outra desvantagem está relacionada à dificuldade de se garantir que a matriz de variância-covariância seja positiva definida. Engle e Kroner (1995) apresentaram um modelo parcimonioso que ao mesmo tempo garante que as matrizes de coeficientes sejam positivas definidas, levando a valores previstos da volatilidade positivos, a que designaram de representação BEKK[10]. O modelo BEKK(p,q) pode ser representado por:

$$\Sigma_t = C'C + \sum_{i=1}^{q} A_i' \varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-1}' + \sum_{j=1}^{p} B_j' \Sigma_{t-j} B_j \qquad (24)$$

onde C, A_i e B_j são matrizes de tamanho NxN e C é uma matriz triangular positiva definida. No caso de um modelo bivariado como é proposto pelo presente trabalho as matrizes podem ser escritas como

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}. \qquad (25)$$

Note que o número de parâmetros livres em cada matriz de coeficientes é apenas 4, representando os 8 parâmetros do modelo (21), excluindo as constantes.

A estimação do modelo utiliza o método da máxima verossimilhança sob a hipótese de erros gaussianos. Apesar das evidências de que os dados não sejam aproximadamente

[10] BEKK é uma sigla derivada do *working paper* que antecede Engle e Kroner (1995), e que sintetiza o trabalho no *Multivariate Simultaneous Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* de Yoshi Baba, Robert Engle, Dennis Kraf e Ken Kroner.

normais, Jeantheau (1998) provou a consistência dos estimadores de máxima verossimilhança para modelos GARCH multivariados.

Considerando que as matrizes A_i e B_i sejam diagonais, o modelo para um contexto bivariado BEKK diagonal pode por fim ser representado matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{ss,t} & \sigma_{sf,t} \\ \sigma_{fs,t} & \sigma_{ff,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} \\ 0 & c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{s,t-1}^2 & \varepsilon_{s,t-1}\varepsilon_{f,t-1} \\ \varepsilon_{f,t-1}\varepsilon_{s,t-1} & \varepsilon_{f,t-1}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix}$$
$$+ \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{ss,t-1} & \sigma_{sf,t-1} \\ \sigma_{fs,t-1} & \sigma_{ff,t-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} \end{bmatrix} \quad (26)$$

Considerando o modelo bivariado de preços à vista e futuro, a taxa dinâmica de hedge baseada em momentos condicionais pode ser obtida através da matriz de covariância condicional Σ, expressa por:

$$h_t^* = \frac{\sigma_{sf,t}}{\sigma_{ff,t}} \quad (27)$$

em que $\sigma_{sf,t}$ é a covariância condicional entre os preços à vista e futuros e $\sigma_{ff,t}$ é a variância condicional dos preços futuros, ambos mensurados no tempo *t*.

Discussões sobre o uso do método BEKK podem ser encontradas em outros trabalhos que também trataram de mensurar a melhor estratégia de *hedge*, tais como Tanaka (2005), Bitencourt et al. (2006) e Müller et al. (2008)

O método GARCH BEKK também chegou a ser mais utilizada para outros interesses, como é o caso do trabalho de Chan, Karolyi e Stulz (1992) onde os autores utilizaram o método BEKK para a construção do CAPM condicional multivariado. O método BEKK também foi bastante utilizado para inferir causalidades entre as variâncias, a exemplo dos trabalhos de Galvão, Portugal e Ribeiro (2000) e Francescato (2006).

2.3 Trabalhos empíricos

Estimar a razão ótima de *hedge* de mínima variância despertou a atenção de vários pesquisadores no âmbito internacional e também na academia brasileira. Ao passo que a pesquisa econométrica evoluiu em métodos mais sofisticados e eficientes, a literatura sobre

hedge ótimo acabou convergindo para o argumento de que a melhor estratégia de *hedge* é aquela que fosse capaz de reduzir em maior proporção os riscos inerentes ao mercado à vista.

Ederington (1979) foi um dos primeiros trabalhos empíricos onde estabeleceu que a razão de *hedge* ótima devesse ser estimada via regressão linear, utilizando os mínimos quadrados ordinários (MQO), da variação dos preços a vista em relação à variação de preços futuros. O coeficiente da variação do preço futuro forneceria a razão de *hedge* ótima e, o R^2, forneceria a eficiência do *hedge*, ou seja, a redução percentual da variância do portfólio protegido em relação variância do portfólio não protegido. O autor utilizou dados semanais dos preços futuros de trigo, milho e também de contratos futuros cujo ativo objeto era o título da dívida norte-americana T-Bill, entre janeiro de 1976 e dezembro de 1977. Os resultados mostraram que as taxas de *hedge* obtidas eram estatisticamente diferentes de zero e que a efetividade do *hedge* crescia de acordo com a maturidade do contrato. Mesmo que a abordagem de Ederington (1979) teve elevada aceitação no período imediato a sua publicação, muitas críticas foram feitas ao seu trabalho a medida que o campo das séries temporais sugeriam abordagens mais sofisticadas e eficientes.

Antes da introdução de métodos econométricos mais sofisticados para a mensuração do *hedge* ótimo, Myers e Thompson (1989) apontavam para a questão de que a covariância entre variável dependente e explicativa e a variância da variável explicativa na determinação do *hedge* ótimo seriam momentos condicionais que dependem do conjunto de informações disponíveis no momento em que é tomada uma posição de *hedge*.

O *hedge*, portanto, deveria ser ajustado permanentemente com base nas informações disponíveis e, assim calculado a partir da variância e covariância condicionais. A abordagem generalizada desenvolvida por Myers e Thompson (1989) permitiu uma maior flexibilidade na especificação do modelo onde as abordagens dos mínimos quadrados ordinários para obter a razão de *hedge* ótima são casos especiais sob um cenário particular de restrições na determinação do equilíbrio entre os mercados a vista e de futuros

Mesmo relaxando a hipótese de que a taxa de *hedge* seria constante ao longo do tempo, a abordagem sugerida por Myers e Thompson (1989) não permitia identificar a estrutura da distribuição das séries de preços, ou seja, calcular regulamente a taxa ótima de *hedge* sem conhecer a distribuição estatística dos preços. O modelo ARCH desenvolvido pioneiramente por Engle (1982) e depois generalizado por Bollerslev (1986), além de outras extensões, possibilitou essa abordagem.

Cecchetti, Cumby e Figlewski (1988), por exemplo, apontaram que os preços de muitas commodities são heterocedásticas, com presença de autocorrelação serial. Isso significa que a razão ótima de *hedge* deve ser determinada como uma função da matriz de covariância condicional dos preços à vista e futuros. Assim, a proporção ótima de contratos a ser mantida no mercado de futuros deve se alterar, visto que a distribuição condicional dos ativos tende a mudar com o tempo, à medida que novas informações são incorporadas pelos preços.

Estes autores utilizaram modelos ARCH univariados para calcular a covariância condicional entre os preços futuros e à vista. Contudo, Baillie e Myers (1991) e Myers (1991) apontaram uma relativa ineficiência no uso da abordagem ARCH e aplicaram o modelo GARCH multivariado para estimar a taxa ótima de *hegde*.

Myers (1991) estudou métodos para estimar a razão ótima de hedge para uma série histórica de trigo, com fortes evidências para rejeitar a hipótese de matriz de covariância constante. Para tanto, utilizou modelos GARCH e os comparou com a abordagem de regressão simples que considera a volatilidade constante ao longo do tempo. Myers (1991) neste estudo demonstrou que modelo do tipo GARCH apresentou hedge com melhor eficiência, mas observou também que esta melhoria foi marginal com relação aos modelos tradicionais. Isto sugere, portanto, de acordo com Myers (1991), que assumir a condição de variância constante e utilizar modelos lineares de regressão é uma maneira aceitável para subsidiar a tomada de uma estratégia de *hedge*.

Por outro lado, Sephton (1993) conduziu uma modelagem GARCH multivariada com os futuros de canola e de trigo cotados a Winnipeg Commodity Exchange e concluiu que a taxa ótima de *hedge* baseada no modelo GARCH (1,1) apresentou uma melhor performance do que a taxa estimada por mínimos quadrados.

Em linha com o trabalho de Sephton (1993), Bera et al. (1997) demonstraram que os estimadores dos MQO não são os mais apropriados para a determinação da razão ótima de *hedge*, pois inferem que esta razão é constante com o tempo e alternativamente testaram modelos GARCH bivariados para poder lidar com o problema de heterocedasticidade dos resíduos. Importante ressaltar que neste estudo, assim como Hanson e Myers (1996), ambos alertam para o fato de que várias das *commodities* agrícolas violam a premissa de normalidade.

No Brasil, o número de estudos que procuraram discutir a melhor estratégia de hedge é relativamente extenso. Um trabalho considerado pioneiro na literatura nacional foi o de Bueno (1999). Nele, o autor tratou logo de verificar se a estratégia de hedge derivada de modelos GARCH multivariados de fato seriam superiores à abordagem estática e também em relação ao *hedge* ingênuo. Os dados utilizados se referiram ao mercado de câmbio no Brasil. Os resultados apontaram que o método GARCH multivariado é mais eficiente do que o método de mínimos quadrados ordinários.

Guimarães (2005), tendo como base as observações relatadas por Myers e Thompson (1989), demonstrou que as regressões com as mudanças dos preços resultaram em estimativas da razão de *hedge* próximas daquelas obtidas com o modelo geral e que estas diminuem com o aumento do horizonte de *hedge*. Fineli et al. (1999) e Pinto (2001) realizaram estudos sobre efetividade das estratégias de *hedge* para o café no Brasil por meio MGO, cujos resultados apontaram uma importante redução do nível de risco quando se adotada uma posição no mercado de futuros na BM&F. Já Marques et al. (2008) sugeriram um modelo alternativo à abordagem de mínima variância para a mensuração do hedge ótimo para o mercado futuro de boi gordo através do momento parcial inferior. Os autores concluíram que o modelo proposto se mostrou ser eficiente ao elevar o retorno da carteira sem aumentar o risco.

Tanaka (2005) deu novamente destaque aos modelos GARCH. Utilizando dados sobre o câmbio brasileiro, o autor apontou a superioridade do modelo de volatilidade sobre o método de mínimos quadrados ordinários. O modelo utilizado foi semelhante à de Bueno (1999), embora a estimação fosse realizada através do GARCH BEKK diagonal para a razão de *hedge*. A redução do risco para a carteira *hedgeada* foi mais significativa pelo método dinâmico do que pela estratégia estática e também sem cobertura. Dessa forma, a utilização de modelos que considerem novas informações existentes mais uma vez se mostrou favorável.

O estudo de Müller et al. (2008) teve como objeto de estudo o *hedge* do café arábica no Brasil. Foram compararam estratégias estáticas por meio da modelagem Vetorial de Correção de Erro (VEC) e dinâmicas de *hedge* através do método BEKK diagonal. A base de dados foi construída com logaritmos das médias semanais do indicador Esalq para o preço à vista e preço futuro da BM&F.

O uso da modelagem VEC se justifica devido à presença de cointegração entre as séries. Ao rodar o modelo, foi possível calcular um *hedge* ótimo de 84% para o mercado de café no Brasil. Contudo ao mensurar a estratégia dinâmica mediante o modelo BEKK diagonal (1,1), conclui-se que sua adoção se mostrou superior à estratégia estática.

Bitencourt et al. (2006) por sua vez procuraram analisar qual a melhor estratégia para o mercado de boi gordo no Brasil e compararam duas metodologias: a estática calculada por MGO e a dinâmica estimada através do BEKK bivariada (1,1). Os resultados permitiram concluir que a razão ótima de hedge estimativa por MGO foi menos eficiente do que o calculado pela modelagem BEKK bivariado.

Na literatura brasileira que buscou tratar sobre o hedge ótimo, podemos apontar alguns trabalhos cujos resultados indicaram baixas taxas de hedge. Lazzarini (2010) ao trabalhar com dados de preços do boi gordo calculou taxas dinâmicas que variaram de 94,98% a -2,66%. O autor percebeu que uma maneira de contornar tal problema seria trabalhar com dados mensais ou até semanais.

Tonin et al. (2009) procuraram mensurar a melhor estratégia com base em modelos estáticos para o mercado de milho na região de Maringá (PR). Os autores concluíram que ao ser adotada uma cobertura equivalente a 12,34% da posição à vista havia uma melhora na efetividade do hedge em 29,16% com

Houve um trabalho que também utilizou séries de preços do açúcar, que foi o de Raabe et al. (2006). Os resultados mostraram que o melhor *hedge* deveria ser realizado na bolsa da BM&F com um nível de cobertura de 52,15%, o que proporcionaria menor nível de risco ao agente. Por outro lado, para as bolsas de Londres e Nova York, as taxas ótimas de hedge foram menores, 29,4% e 6,06%, respectivamente, o que ao mesmo tempo fornecia maior variância na carteira do que aquela cuja proteção fora realizada na BM&F.

3 Metodologia

No presente capítulo são apresentados os procedimentos necessários para que se possa efetuar uma avaliação sobre a efetividade das diferentes estratégias de hedge sugeridas pela literatura. A princípio faz-se uma descrição do banco de dados seguidos pelos métodos de séries temporais utilizados para avaliar as séries de preços. A partir de então, os modelos propostos para encontrar as razões de hedge são brevemente discutidos, visto que suas características já foram apresentadas no referencial teórico.

Após a estimação dos modelos, a proposta será discutir qual estratégia de hedge oferece maior redução de risco em relação ao mercado à vista. Serão comparados, portanto, os índices de efetividade entre o hedge dinâmico e o estático. Para efeito desta avaliação, foi adotado um cenário hipotético de que os contratos são totalmente divisíveis e que não há custos de transação.

A programação utilizada para a efetuação dos testes e rodagens dos modelos será o EViews 6.0. Para os procedimentos de avaliação da eficácia do hedge será utilizado o software Excel 2007.

3.1 Dados

Para a realização do experimento de determinação da razão ótima de hedge para o açúcar brasileiro, serão utilizadas basicamente duas bases de dados: o indicador de preços do açúcar cristal Cepea/ESALQ[11] para o estado de São Paulo, que será utilizado para simular os preços à vista, e a cotação de ajuste diário do açúcar bruto na bolsa de Nova York (ICE Futures U.S.).

A fim de amenizar as distorções entre os mercados, a série histórica de preços do açúcar *spot* foi convertida em termos equivalentes ao contrato de açúcar cru da *Ice Futures*.

[11] O Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA) é parte do Departamento de Economia, Administração e Sociologia (DEAS) da Esalq/USP.

Essa série foi disponibilizada pela DATAGRO[12], que levou em consideração parâmetros específicos da região canavieira de Ribeirão Preto, SP, tais como frete da usina até o porto de Santos e demais custos logísticos (levantamento até o navio, perdas no transporte), além do prêmio de polarização do açúcar cristal, dos impostos e da taxa diária de câmbio. Assim, o açúcar cristal foi transformado na mesma base especificada pelo contrato futuro (açúcar cru de cana-de-açúcar com 96 graus de polarização cotado em centavos de dólar por libra peso, FOB[13]).

Os contratos futuros de açúcar cru de Nova Iorque são transacionados na ICE Futures U.S. e possuem quatro maturidades durante o ano: Março, Maio, Julho e Outubro. São cotados em centavos de Dólar por libra peso (US$ c/lb). A data do vencimento para a liquidação do contrato é relativa ao primeiro dia útil do mês em questão. Serão utilizadas cotações referentes aos primeiros vencimentos por estes apresentarem maior liquidez.

Antes de iniciar o trabalho, as séries foram transformadas em logaritmos naturais sem qualquer diferenciação. A partir desse tratamento, serão realizados os testes de raiz unitária para analisar se as tendências das séries são constantes e se as duas variáveis cointegram, isto é, se elas possuem um relacionamento de longo prazo. Após realizar os testes estatísticos, será necessário utilizar o retorno logarítmico dos preços do açúcar o que permitirá trabalhar com um portfólio *hedgiado* conforme modelo (3) descrito na seção 2.2.1.1. Os retornos dos preços à vista e futuros serão calculados pelas seguintes equações, respectivamente:

$$s_t = \ln(S_t / S_{t-1}) \tag{28}$$

$$f_t = \ln(F_t / F_{t-1}) \tag{29}$$

A série de dados utilizada foi diária, totalizando 2124 observações no período entre 19/02/2002 a 28/10/2010. A opção em trabalhar com dados diários se baseia no fato de que os agentes revêem suas posições no mercado futuro dia a dia.

Dessa forma, adotaram-se as seguintes notações para as séries:

i) S_t é o preço do açúcar no mercado à vista no período *t*;

[12] Empresa de consultoria especializada no mercado de açúcar e etanol. Ver www.datagro.com.br

[13] *Free on Board (FOB):* categoria designada à mercadoria cuja entrega é feito pelo exportador, desembaraçada, a bordo do navio indicado pelo importador, no porto de embarque. Esta modalidade é válida para o transporte marítimo ou hidroviário interior. Todas as despesas, até o momento em que o produto é colocado a bordo do veículo transportador, são da responsabilidade do exportador. Ao importador cabem as despesas e os riscos de perda ou dano do produto a partir do momento que este transpuser a amurada do navio.

ii) F_t é o preço do açúcar no mercado futuro no período *t*;

iii) lnS_t é o logaritmo do preço do açúcar no mercado à vista no período *t*;

iv) lnF_t é o logaritmo do preço do açúcar no mercado futuro no período *t*;

v) s_t é o logaritmo do retorno do preço do açúcar no mercado à vista no período *t*;

vi) f_t é o logaritmo do retorno do preço do açúcar no mercado futuro no período *t*;

Contudo, também foi calculada uma média mensal desses dados entre fevereiro de 2002 a outubro de 2010, totalizando 104 observações, visto que a quebra da expectativa intertemporal com a mudança de contratos faz com que a variância da série dos retornos futuros aumente consideravelmente, diminuindo assim a taxa de *hedge* (LAZZARINI, 2010).

Por fim, as séries foram subdivididas em dois subperíodos. O primeiro subperíodo, que é entre fevereiro de 2002 e março de 2006, será utilizado para rodar os modelos e o outro subperíodo fora da amostra será entre abril de 2006 e outubro de 2010.

3.2 Análise de séries temporais

Além de avaliar estatísticas básicas (média, mediana, desvio-padrão, curtose, máximo e mínimo), no que tange aos modelos de proteção, deve ser ressaltado que a validade dos resultados por eles obtidos depende de alguns pressupostos estatísticos, dos quais três deles merecem especial atenção: a estacionariedade, a cointegração e a heterocedasticidade.

Para alcançar os objetivos propostos, a metodologia empregada neste trabalho inicia com os testes de raiz unitária em séries temporais. Essa metodologia foi proposta inicialmente nos trabalhos de Fuller (1976) e Dickey e Fuller (1979; 1981). A segunda parte é composta pelos testes de cointegração entre as variáveis, desenvolvidos por Engle e Granger (1987). Por último, será realizado o teste de heterocedasticidade.

3.2.1 Teste da raiz unitária

A ordem de integração de uma variável diz respeito o número de vezes que a série deve ser diferenciada para que ela se torne estacionária. Conforme Gujarati (2000), a estacionariedade significa que uma série obtém média e variância constantes ao longo do

tempo. Engle e Granger (1987) definiram que uma série é dita integrada de ordem *d*, denotada por $x_t \sim I(d)$, se esta série com representação ARMA (processos Auto-Regressivos de Médias Móveis) for estacionária após *d* diferenciações. Ou seja, se uma variável for integrada de ordem 1, então esta série precisa ser diferenciada apenas uma vez para se torna estacionária.

Vários estudos tratam de estabelecer procedimentos para verificar a ordem de integração de uma série temporal. Dentre os procedimentos existentes, os de Fuller (1976), complementados pelos de Dickey e Fuller (1981), têm sido bastante utilizados. Pressupondo que a série é gerada por um processo auto-regressivo de ordem *p* [AR(*p*)], o seguinte modelo pode ser usado para identificar a existência da raiz unitária:

$$\Delta x_t = \alpha + \beta T + \eta x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \theta_i \Delta x_{t-1} + e_t \qquad (30)$$

Sendo:

$$\eta = \sum_{i=1}^{p} \rho_i - 1;$$

$$\theta_i = -\sum_{j=i+1}^{p} \rho_j ;$$

T = tendência determinística do modelo.

Nesse caso, a presença de raiz unitária é testada sob a hipótese nula de H_0: $\eta = 0$. O teste de raiz unitária para este caso é conhecido como Teste de Dickey-Fuller Aumentado (ADF), já que em testes envolvendo apenas processos AR(*p*) desconsiderando comportamentos auto-regressivo de ordens superiores não captarão adequadamente a presença da raiz unitária.

Diversos procedimentos têm sido utilizados para a determinação do valor de p, tais como os critérios de Akaike (AIC) e Schwarz (SC):

$$AIC = \ln \varepsilon^2 + \left(\frac{2}{n} \right) (\textit{número de parâmetros}) \qquad (31)$$

$$SC = \ln \varepsilon^2 + \left(\frac{\ln n}{n} \right) (\textit{número de parâmetros}) \qquad (32)$$

Em que ε^2 é a soma dos quadrados dos resíduos do processo auto-regressivo de ordem p e *n* refere-se ao número de observações da amostra.

Realizando ajustamentos sucessivos, toma-se o modelo mais adequado aquele que apresentar o menor valor para ambos os critérios. O teste Q de Ljung Box também será realizado a fim de identificar a existência ou não de autocorrelação das séries como procedimento auxiliar na determinação do valor de *p*.

Portanto, se a hipótese H_0: $\eta = 0$ não puder ser rejeitada, fica evidente que o processo gerador possui raiz unitária *I*(1), o que significa que não se deve trabalhar com a série em nível, mas sim com ela diferenciada. Se essa hipótese mais uma vez não for rejeitada, continua-se o processo até que o teste apresente-se significativo.

3.2.2 Teste de cointegração e mecanismo de correção de erro

Se as variáveis são integradas de mesma ordem, o próximo passo será testar a existência de cointegração entre elas, o que significa que ambas as variáveis têm uma relação de longo prazo (ENGLE; GRANGER, 1987). Usualmente são aplicadas duas metodologias para estimar os parâmetros de cointegração das variáveis, que são o método de Engle e Granger (1987) e de Johansen (JOHANSEN; JUSELIUS, 1990).

Conforme Alexander (2005), a utilização do método de Engle e Granger é preferível em relação ao de Johansen quando há apenas duas variáveis explicativas, já que é de mais fácil aplicação e interpretação. Além disso, o critério de mínima variância de Engle e Granger passa a ser mais importante do que o de máxima estacionariedade de Johansen em um contexto de gerenciamento de riscos.

Dessa forma, adotar-se-á o procedimento de Engle e Granger. Então, caso as variáveis sejam caracterizadas por um processo *I(1)*, estima-se a seguinte equação de MQO para testar se estas variáveis são cointegradas:

$$y_t = \alpha + \delta x_t + e_t \qquad (33)$$

Feito isso, testa-se o resíduo estimado (e_t) para identificar se é estacionário [*I(0)*] ou não através do teste de raiz unitária. Assim, as variáveis serão cointegradas com vetor de cointegração (1, $-\delta$) caso cada série siga um processo *I(1)* e os resíduos forem estacionários.

Ao se transformar as variáveis não estacionárias em variáveis estacionárias, perdem-se, conseqüentemente, todas as relações de longo prazo sugeridas pela teoria econômica. (BITTENCOURT, 1995). Sendo assim, uma solução para tal problema é o uso de um modelo de *Mecanismo de Correção de Erros* (ECM), sugerido previamente por Engle e Granger (1987) que recupera esse desvio de trajetória de longo prazo das variáveis.

A partir de então, procede a inclusão do resíduo da equação de cointegração defasado em um período para a estimação do modelo econométrico especificado nas diferenças, originando o *Modelo com Correção de Erro*, cuja equação obedece a seguinte estrutura de Vetorial de Correção de Erro (VEC):

$$\begin{aligned} \Delta x_t &= \alpha_1 + \sum_{i=1}^{m_1} \beta_{1i} \Delta x_{t-1} + \sum_{i=1}^{m_2} \beta_{2i} \Delta y_{t-1} + \pi_1 z_{t-1} + e_{1t} \\ \Delta y_t &= \alpha_2 + \sum_{i=1}^{m_3} \beta_{3i} \Delta x_{t-1} + \sum_{i=1}^{m_4} \beta_{4i} \Delta y_{t-1} + \pi_2 z_{t-1} + e_{2t} \end{aligned} \qquad (34)$$

onde:

$z_{t-1} = \ln(y_{t-1}) - \delta \ln(x_{t-1})$ é o termo de correção de erro.

Ainda segundo Alexander (2005), em uma análise de cointegração entre duas séries pouco importa qual variável deve ser tomada como dependente, já que há apenas um vetor de cointegração que, quando estimado por uma regressão de *x* em *y* é o mesmo do que *y* em *x*.

Mesmo tendo como suficiente o teste de cointegração de Engle e Granger, o presente estudo insistirá em fazer também o teste de cointegração de Johansen (1988), apenas a fim de ratificar a justificativa em utilizar um vetor de correção de erros quando for necessário. Geralmente essa abordagem é mais indicada para modelos com mais de duas variáveis explicativas.

O procedimento de Johansen é baseado na seguinte equação:

$$\Delta y_t = \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + ... + \Gamma_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + \Pi y_{t-1} + \mu + \varphi d_t + \varepsilon_t \qquad (35)$$

onde y_t é um vetor com *k* variáveis, $\varepsilon_t \sim N(0, \Sigma)$ e $E(e_t, e_s) = 0$ para qualquer *t* diferente de s e d_t é um vetor de variáveis binárias para captar a variação estacional.

Considerando que r seja o rank ou o posto da matriz Π, então a matriz Π tem r autovalores diferentes de zero. Esse método testa se os coeficientes da matriz Π contêm as informações de longo prazo sobre as variáveis envolvidas. Pode-se proceder de três maneiras,

considerando o rank ou posto (r) da matriz apresentada. Primeiro, se a matriz for de posto completo ou Π = n, ou se existem n colunas linearmente independentes, as variáveis em x_t serão I(0) ou estacionárias. Segundo, se o posto da matriz for igual a zero ou posto (Π) = 0, não existe nenhum vetor de co-integração. Terceiro, se o posto ($\Pi = r \leq n-1$) existem n – 1 vetores de co-integração. O posto de g indica o número de relações que co-integram.

Conforme Johansen e Juselius (1990), o número de relações pode ser mensurado a partir de dois testes de razão de verossimilhança: o teste do Traço e do Máximo Valor, respectivamente:

$$\lambda_{trace} = -T \sum_{i=r+1}^{p} \ln(1 - \hat{\lambda}_i) \tag{36}$$

e

$$\lambda_{\max} = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1}) \tag{37}$$

A estatística do Traço testa a hipótese nula de que não existem relações de cointegração, ou seja, o número de relações de co-integração é menor ou igual a r; a hipótese alternativa é genérica, quando se testa a hipótese nula de r = 0, a hipótese alternativa é de que r > 0.

A estatística do Máximo Valor testa a hipótese nula de o número de relações de co-integração ser igual a r, e a hipótese alternativa testa a possibilidade de o número de relações de cointegração ser igual a r + 1.

3.2.3 Teste de heterocedasticidade

Normalmente a variância tem um comportamento invariável no tempo, sendo a mesma para várias observações em uma série. Com a introdução dos modelos de heterocedasticidade condicional auto-regressiva (ARCH) por Engle (1982), foi possível demonstrar que a variância pode se comportar de forma variável no tempo, sinalizando a auto-correlação nos resíduos de uma série temporal qualquer. Desta forma, o teste ARCH proposto por Engle (1982) tem por finalidade verificar se uma série de dados possui a estrutura heterocedástica auto-regressiva nos seus retornos.

Em 1982, Robert Engle publicou um trabalho seminal na academia em que sugeriu que a variância condicional de uma variável dependeria de seus valores de uma maneira auto-

regressiva. Seu modelo conhecido por ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) expressa a variância condicional como sendo uma defasagem distribuída do quadrado dos retornos passados. A ideia básica, portanto, foi que o retorno na série é não-correlacionado serialmente, mas a volatilidade (variância condicional) depende de retornos passados por meio de uma função quadrática.

O modelo ARCH(q) é definido como:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + ... + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 \quad (38)$$

A equação (18) diz que a variância de ε_t, σ^2, tem dois componentes, sendo que o primeiro é uma constante e o outro é a novidade do último período sobre a volatilidade, que se modelo com o resíduo quadrado do último período (o termo ARCH). Observe que nesse modelo ε_t é heterocedástico condicional a ε_{t-1} (ENDERS, 2004). Se a variância condicional de ε_t for expressa em função apenas de um termo da volatilidade passada, teremos o modelo ARCH(1):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (39)$$

De modo a garantir que a variância condicional seja positiva, é necessário impor as seguintes restrições sobre os parâmetros do modelo: $\alpha_0 > 0$ e $\alpha_1 \geq 0$ (ENDERS, 2004). Como a variância não condicional de ε_t é dada por:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1} \quad (40)$$

então mais uma restrição deve ser imposta $\alpha_1 < 1$.

A estimação do modelo ARCH é feita por máxima verossimilhança (ENDERS, 2004), o qual permite que sejam estimados ao mesmo tempo os parâmetros da equação do nível da série y_t e da equação de sua variância condicional σ^2. Assumindo que o modelo a ser estimado seja dado pelas seguintes equações:

$$y_t = x_t \beta + \varepsilon_t \quad (41)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (42)$$

Ao estimar o modelo devem-se incorporar as restrições sobre os parâmetros do ARCH(q) vistas acima, as quais são necessárias para que as variâncias condicional e não condicional de ε_t sejam positivas e finitas.

Muitas vezes há razão para crer que a variância de ε_t dependa de volatilidade de muitos períodos de tempo para trás, como é o caso de séries diárias ou semanais. O problema nesse caso é que é preciso estimar um grande número de parâmetros e isso pode ser difícil de fazer com precisão. Contudo, conforme ressaltaram Pindyck e Rubinfeld (2004), se reconhecemos que a equação (29) é simplesmente um modelo de defasagem distribuída para σ^2, vemos que podemos substituir muitos desses valores defasados de ε_t^2 por um ou dois valores defasados de σ_t^2. Isso nos leva ao modelo de heterocedasticidade condicional auto-regressiva generalizada (modelo GARCH).

O modelo linear ARCH foi generalizado por Bollerslev (1986), de uma maneira análoga à extensão dos modelos AR (*Autoregressive*) para os modelos ARMA (*Autoregressive Moving Average*). Tais modelos tratam de séries univariadas. Bollerslev (1986) propôs que a volatilidade condicionada pode ser uma função não apenas dos quadrados dos retornos passados (ε_t^2), como também dos seus próprios valores (σ_t^2), passando os modelos assim construídos a ser denominados *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH). A variância passou a ser dada da seguinte forma:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^q \qquad (43)$$

Para que a variância condicional seja positiva as restrições paramétricas devem satisfazer α_i >0, i = 1,2,.....q ; $\beta^j > 0$, j = 1,2,....,p e $\alpha_i + \beta_j < 1$.

Assim sendo, σ_t^2 segue um modelo GARCH (p,q), onde q representa a ordem do componente ARCH e p a ordem do componente GARCH.

Enders (2004) recorda que quando λ_1 é menor que 1, a equação (35) pode ser reescrita como:

$$\sigma_t^2 = \frac{\alpha_0}{1-\lambda_1} + \alpha_1 \sum_{j=1}^{\infty} \lambda_1^{j-1} \varepsilon_{t-j}^2 \qquad (44)$$

Ou seja, a variância de hoje vai depender de todas as volatilidades passadas, mas com ponderações que declinam geometricamente (ENDERS, 2004).

O modelo GARCH (1,1) é a versão mais simples e mais utilizada em séries financeiras. Tomando a hipótese de que os erros são normalmente distribuídos, a variância é dada por:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2, \qquad (45)$$

O coeficiente α_1 mede a magnitude que um choque no retorno hoje afeta a volatilidade do retorno do dia seguinte. A medida de persistência da volatilidade é revelada pela soma $(\alpha_1 + \beta_1)$, ou seja, a taxa que reflete como o impacto de um choque no retorno hoje se propaga ao longo do tempo, sobre a volatilidade dos retornos futuros. A estimação também pode ser realizada através da máxima verossimilhança (BOLLERSLEV, 1986).

A fim de apenas testar a presença de heterocedasticidade nas séries, é proposta a aplicação do modelo ARCH-LM (ARCH *Lagrange Multipliers*) sobre os resíduos da equação 13 e da equação 14 quando houver a presença de cointegração entre as variáveis. Neste teste é realizada uma regressão da variância dos erros sobre seus valores defasados. Sob a hipótese nula de homocedasticidade os parâmetros da regressão serão iguais a zero. Através do correlograma de autocorrelação parcial dos erros será definido o número total de defasagens.

3.3 Modelos de estratégias de hedge

Após realizar os testes estatísticos necessários para o conhecimento das características das séries, passa-se, portanto, a estimar os modelos de estratégias de hedge. Quatro estratégias de hedge serão avaliadas: cobertura completa, exposição completa, hedge estático e hedge dinâmico.

3.3.1 Cobertura e exposição completa

A exposição completa ao mercado físico se refere à prática de não atuação no mercado futuro, o que significa que sua razão de hedge será nula em todo o período estudado (*h=0*). Já a estratégia de cobertura completa está relacionada à posição que o agente toma no mercado

futuro em igual proporção a sua posição no mercado à vista, ou seja, a sua razão de hedge é igual a um (*h=1*).

3.3.2 Hedge estático: Mínimos Quadrados Ordinários

Para Ederington (1979), a razão ótima de hedge constante é obtida através do coeficiente de inclinação de uma regressão entre a variação logarítmica dos preços futuros e à vista.

O modelo de regressão é representado por:

$$\Delta p_t = c + h^* \Delta f_t + \varepsilon_t \tag{46}$$

em que ε_t é o erro da estimação da regressão e Δp_t e Δf_t representam as variações dos preços futuros e à vista, respectivamente. h^* é a razão ótima de hedge de mínima variância.

Este modelo é conhecido como estático por sugerir uma estratégia de *buy and hold*, ou comprar e manter. Na prática, essa atitude tem sido muito criticada pelos agentes do mercado financeiro, dado que seus adeptos acreditam que os preços dos ativos tendem a refletir todas as informações públicas a respeito das condições do mercado, podendo ser surpreendidos por movimentos inesperados de alta ou de baixa.

De toda a maneira, pretende-se avaliar sua efetividade em termos de redução de riscos. Para tanto, caso os testes confirmem a presença de cointegração entre as variáveis em questão, passa-se a especificar o modelo através de um Mecanismo de Correção de Erros. Tal modelo assume um sistema Vetorial de Correção de Erro (VEC) descrito anteriormente em (14) ou na seguinte forma:

$$\begin{cases} \Delta S_t = \alpha_{0S} + \alpha_{1S}(\ln S_{t-1} - \delta \ln F_{t-1}) + \sum_{i=1}^{k} \beta \Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^{k} \beta \Delta F_{t-i} + \varepsilon_{St} \\ \Delta F_t = \alpha_{0f} + \alpha_{1f}(\ln S_{t-1} - \delta \ln F_{t-1}) + \sum_{i=1}^{k} \beta \Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^{k} \beta \Delta F_{t-i} + \varepsilon_{ft} \end{cases} \tag{47}$$

onde $(\ln S_{t-1} - \delta \ln F_{t-1})$ é o termo de correção de erro.

Este modelo permite apenas a estimação da razão ótima de hedge por meio da matriz de variância e covariância (17).

3.3.3 Hedge dinâmico: GARCH bivariado BEKK Diagonal

Como fora discutido em tópico anterior, a estruturação de um hedge que leva em consideração novas informações incorporadas pelos preços pode ser calculado através de modelos GARCH. Myers (1991), Bera et al. (1997) são alguns dos trabalhos que procuraram relatar a superioridade dessa estratégia em relação ao modelo tradicional de Ederington (1979).

Vários autores, como Bollerslev (1986), Sephton (1993), Kroner e Sultan (1993), Alexander (2005), Bueno (1999) e Bonomo (2004) apontam que a ordem (p,q) mais simples do modelo GARCH – o GARCH (1,1) – é o suficiente para relatar o comportamento da volatilidade condicional de muitas séries temporais financeiras, além de que também essa especificação é tida como mais parcimoniosa em relação aos demais modelos.

Levando em conta a suspeita de que os preços à vista e futuros são usualmente cointegrados, procede-se uma especificação por meio de um Mecanismo de Correção de Erros semelhante à equação (34) demonstrada na seção anterior, mas com uma estrutura de resíduos GARCH.

Seguindo a sugestão de Kroner e Sultan (1993), foi fixado um vetor de cointegração (1,-1), visto que tal restrição simplifica os procedimentos econométricos necessários para a estimação do modelo, tendo como base estimativas preliminares na literatura cujos resultados apontavam um coeficiente δ significativamente próximo a -1.

Supondo a heterocedasticidade dos resíduos, as variâncias condicionais passam a ser modeladas por um processo GARCH bivariado BEKK diagonal (1,1):

$$\Sigma_t = C'C + \sum_{i=1}^{q} A_i' \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' + \sum_{j=1}^{p} B_j' H_{t-j} B_j \qquad (48)$$

onde C, A_i e B_j são matrizes de tamanho NxN e C é uma matriz triangular positiva definida. A estimação do modelo utiliza o método da máxima verossimilhança sob a hipótese de erros gaussianos.

Adotando a hipótese de que ε_t tem distribuição Normal condicional, a função de verossimilhança em logaritmo a ser maximizada é (ENGLE, 1982):

$$\ln L(y/x;\theta) = -\frac{T}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\ln\sigma_t^2 - \frac{1}{2}\sum\frac{(y_t - x_t\beta)^2}{\sigma_t^2} \qquad (49)$$

onde $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 (y_{t-1} - x_{t-1}\beta)^2$.

Como fora discutido na seção 2.2.2, a especificação GARCH bivariado BEKK diagonal (1,1) foi adotada devido a sua parcimônia, além de garantir matrizes de covariância positivas semidefinidas.

Realizada a estimação do modelo, as razões de hedge serão mensuradas através da divisão da covariância condicional dos resíduos das duas equações da média pela variância condicional dos resíduos da equação cuja variável dependente é a série de retornos dos preços futuros.

3.4 Análise comparativa entre os modelos de hedge

Como a intenção é propor um método que subsidie as decisões do agente econômico ao se posicionar no mercado de futuros, é importante estimar, portanto, o quanto a atitude baseada na nova avaliação de *hedge* irá reduzir os seus riscos em relação ao mercado à vista. Para tanto, serão mensurados dois indicadores de efetividade do hedge: o simples cálculo de redução da variância e *Value at Risk* (*VaR*) da carteira.

Dessa forma, o indicador de efetividade das estratégias de *hedge* baseou-se na competição entre as estratégias, cuja comparação teve como base a proporção de redução de riscos quando comparados com a variabilidade dos preços no mercado à vista.

3.4.1 Redução da variância

Uma forma de avaliação é observar o quanto cada estratégia de *hedge* consegue efetivamente minimizar os riscos, já que o propósito do *hedge* é de reduzir sua exposição à volatilidade do mercado. A tarefa passa a ser então identificar reduções de variabilidade em comparação à volatilidade do mercado à vista de um ativo.

De posse das estimações das razões ótimas de hedge, será possível construir uma carteira de *hedge* formada por dois ativos: um relativo à exposição à vista e outro relativo à posição em contratos futuros, cujo tamanho é determinado pela razão ótima de *hedge*. Dessa forma, o retorno da carteira poderá ser calculado através da seguinte expressão:

$$R_t = X_s\left(s_{t+1} - hf_{t+1}\right) \tag{50}$$

em que X_s é o tamanho da exposição assumida no mercado à vista.

Tendo obtido a medida de retorno da carteira, pode-se assim obter a medida de risco a ela associada através do cálculo da variância da série de retornos.

A partir de então, a efetividade do *hedge* será avaliada através da proporção da variância que é eliminada em relação ao mercado à vista (HULL, 2005). Sendo assim, a posição desprotegida (*h=0*) é tomada como benchmark e a medida de efetividade de um dado modelo é dada pela seguinte equação:

$$RR = \frac{\sigma_s - \sigma_h}{\sigma_s} \tag{51}$$

onde RR é a redução de riscos; σ_s é o desvio-padrão do mercado à vista quando não é tomada nenhuma posição em futuros e σ_h é o desvio-padrão da estratégia de *hedge* tomada. De acordo com Bueno (1999), quanto maior este indicador (maior redução de risco, ou seja, da variância), mais efetiva é a estratégia de *hedge*.

3.4.2 *Value at Risk*

Para aprimorar mais esta avaliação, também será aplicado o *VaR* (*Value at Risk*) a fim de perceber se de fato a estratégia de hedge adotada provocou uma redução do valor em risco.

O conceito de *VaR* foi introduzido originalmente pelo grupo de pesquisa do banco J.P. Morgan (1994), hoje conhecido por RiskMetrics. A idéia básica era obter uma medida de risco consolidado para diversos ativos, que pudesse ser usada como padrão de comparação entre carteiras. De fato, o modelo foi rapidamente adotado por várias instituições financeiras e se tornou linguagem corrente nas discussões sobre risco de mercado.

O conceito de *Value at Risk* define a maior (ou pior) perda esperada dentro de determinados período de tempo e intervalo de confiança (JORION, 2003). Considerando-se que W_0 é o valor da carteira no momento inicial e R como sua taxa de retorno no final do horizonte do tempo, o valor esperado da carteira será $W = W_0(1+R)$. Dado que, para determinado nível de confiança *c*, o menor valor da carteira é $W^* = W_0(1+R^*)$, então o *VaR* é definido como a perda da carteira relativa à média:

$$VaR = E(W) - W^* = -W_0(R^* - \mu) \quad (52)$$

A fim de identificar o valor mínimo *W**, o *VaR* pode ser derivado da distribuição de probabilidade do valor futuro da carteira, *f(w)*. Assim, a determinado nível de confiança *c*, deseja-se descobrir a pior realização possível, *W**, tal que a probabilidade de se exceder esse valor seja *c*:

$$c = \int_{W^*}^{\infty} f(w)dw \quad (53)$$ ou,

alternativamente, de que a probabilidade de um valor menor que *W** seja 1- *c*:

$$1 - c = \int_{-\infty}^{W^*} f(w)dw = P(w \leq W^*) = p \quad (54)$$

O valor *W** é denominado “quantil” da distribuição. Neste caso não se usou o desvio-padrão para determinar o *VaR*.

A suposição de normalidade da distribuição dos retornos simplifica o cálculo do *VaR* de forma considerável. Neste caso, o *VaR* pode ser calculado diretamente a partir do desvio-padrão da carteira, utilizando-se um multiplicador correspondente ao nível de confiança. Essa abordagem é conhecida como paramétrica por tentar ajustar uma distribuição paramétrica aos dados (JORION, 2003).

Em primeiro lugar, é necessário transformar a distribuição geral *f(w)* em uma distribuição normal padronizada $\Phi(\varepsilon)$, em que a média de ε seja zero e seu desvio -padrão seja 1. *W** é associado ao retorno crítico *R** tal que *W** = W_0 *(1 + R*)*. Geralmente, *R** é negativo e também pode ser escrito como - |*R**|. Pode-se, além disso, associar *R** a um fator $\alpha > 0$, proveniente de uma normal padronizada, por meio de (Jorion, 2003, p. 99):

$$-\alpha = \frac{|R^*| - \mu}{\sigma} \quad (55)$$

Para encontrar o *VaR* de uma variável normal padronizada, escolhe-se o nível de confiança desejado. A partir da equação (43), o retorno crítico é dado por:

$$R^* = -\alpha\sigma + \mu \quad (56)$$

Supondo-se que os parâmetros μ e σ estejam ex pressos em bases anuais e que intervalo de tempo considerado seja Δt (em anos), temos que o *VaR* em relação à média é:

$$VaR = -W_0(R^* - \mu) = W_0\alpha\sigma\sqrt{\Delta t} \quad (57)$$

O *VaR* é, portanto, um múltiplo do desvio-padrão da distribuição, multiplicado por um fator de ajuste que está diretamente relacionado ao nível de confiança e ao horizonte temporal.

Jorion (2003) recomenda os métodos paramétricos pela facilidade de entendimento da técnica pelos gestores de risco. Basicamente, o método consiste em voltar no tempo e computar as variâncias e as covariâncias para todos os fatores de risco, que também são tomados como normalmente distribuídos.

Entretanto, conforme Alexander (2005), o método paramétrico apresenta limitações, principalmente quando se depara com distribuições de retornos que apresentam caudas grossas ou pesadas. Após realizar os testes sobre as séries, foi observado de antemão que a hipótese de normalidade entre as variáveis fora rejeitada, o que implica que a utilização de um método não paramétrico seria mais aconselhável. Por se tratar de um método simples de se empregar, foi escolhido o método da simulação histórica.

A simulação histórica consiste em implementar diretamente a avaliação plena sobre dados de séries temporais de retornos e perdas, de modo a desenhar uma distribuição de ganhos e perdas. Neste caso, não é feita nenhuma hipótese sobre a distribuição de ganhos e perdas, com a finalidade de calcular de forma não paramétrica um quantil correspondente a probabilidade do VaR (α%) e com um horizonte de tempo desejado.

Na prática, devem-se reordenar as amostras dos retornos, ganhos ou perdas da menor para a maior assim:

$$R_t = \{R_1, R_2, R_3, ..., R_n\} \, onde \, R_1 \leq R_2 \leq R_3 \leq ... \leq R_n \tag{58}$$

Em seguida deve-se extrair o quantil da distribuição com probabilidade α%:

$$VaR(\alpha\%) = Percentil_{\alpha}(R_t) \, para \, n \, ímpar \tag{59}$$

Feita a mensuração do *VaR*, por fim surge então a necessidade de se calcular o *VaR* incremental, que consiste na mudança do valor da carteira após alteração em sua posição inicial. Esta metodologia pode ser usada para avaliar o impacto total de uma determinada transação na carteira *p*. A nova transação é representada pela posição *a*, que é o vetor de exposições adicionais aos fatores de risco, medida em unidades monetárias. O ideal é que o *VaR* da carteira seja medido na posição inicial, VaR_p, e depois novamente na posição final VaR_{p+a}. O *VaR* incremental é então obtido como:

$$VaR_{incrtemental} = VaR_{p+a} - VaR_p \tag{60}$$

Se o *VaR* diminuir depois da suposta transação, ela é dita redutora de risco ou *hedge*; se o *VaR* aumentar, a transação é agravadora de risco (JORION, 2003).

Para este estudo, portanto, supõem-se que a taxa de *hedge* dinâmica estimada via modelos GARCH permitirá uma maior redução do risco da carteira do investidor do que a estratégia de *hedge* sugerida pelo modelo de regressão simples e, também, em relação à cobertura completa de todos os ativos. Presume-se tal hipótese ao perceber que o *hedge* dinâmico incorpora o conteúdo informacional sobre a volatilidade, uma vez que as mudanças nas condições voláteis do mercado alteram também os riscos dos agentes que atuam em mercado futuros.

Por fim, seria interessante processar um modelo de *backtesting* sobre os resultados. Porém, tal procedimento exigiria modelos que fossem capazes de prever a volatilidade no futuro, mesmo adotando a divisão de janelas dos dados, isso porque a posição de hedge que deve ser tomada é calculada com dados até t e efetivada em $t + 1$. Isto significa que devem ser realizadas previsões de variância e covariância condicionais um passo à frente.

O *backtesting* consiste em usar uma série histórica de cotações, que cobre determinado período, para verificar os resultados que seriam produzidos por determinada estratégia se fosse usada naquele período. Após mensuradas as estratégias de hedge com base na volatilidade dos preços entre fevereiro de 2002 e março de 2006, deixando outras 44 observações fora da amostra para efeitos de previsão. Se os resultados se mantiverem semelhantes aos que haviam sido obtidos entre fevereiro de 2002 e março de 2006, é esperado que de abril de 2006 em diante os resultados continuem a ser ao menos semelhantes aos que foram obtidos no passado.

4 Discussão dos resultados

4.1 Estimação dos modelos

Pela figura 2 aparentemente as séries andam juntas evidenciando o fato de que o ativo financeiro Açúcar Cru da ICE Futures é um bom ativo para se fazer hedge, pois quanto maior a correlação de dois ativos maior será a eficiência do hedge. Contudo, em alguns pontos do gráfico a série de preços futuros parece se deslocar das séries de preços à vista.

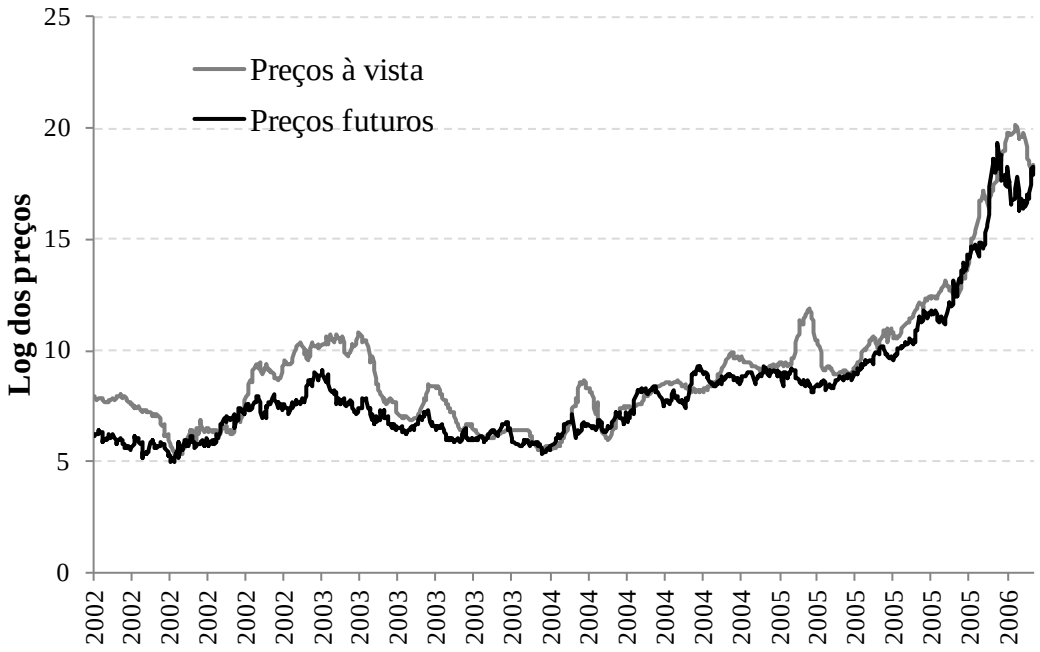


Figura 2 – Logaritmo dos preços futuros e à vista de açúcar cru entre 19/02/2002 e 19/03/2006 (dados diários).

Através da Figura 3 pode ser observado que os retornos ressaltam características voláteis, uma vez que há momentos em que a variabilidade é maior seguido por momentos de menor intensidade.

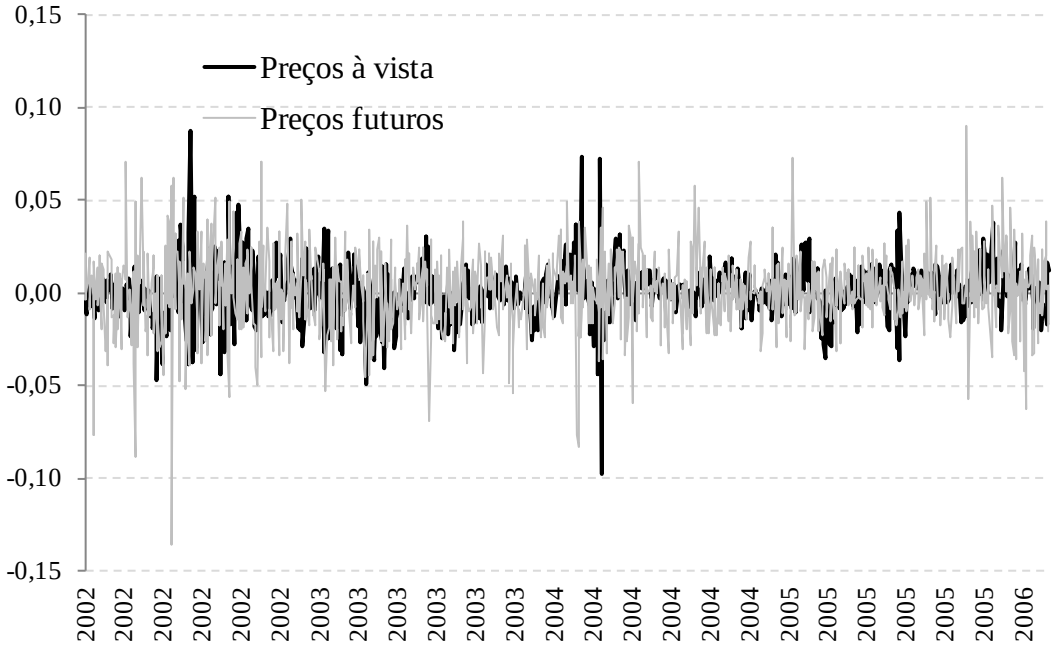


Figura 3 – Logaritmo dos retornos dos preços futuros e à vista de açúcar cru entre 19/02/2002 e 19/03/2006 (dados diários).

Abaixo na tabela 1 estão as estatísticas descritivas das séries em nível, em logaritmo e em retorno.

Tabela 2 – Estatísticas descritivas (Dados diários)

A tabela descreve as estatísticas calculadas sobre o preço do açúcar no mercado à vista (*S)*, o preço do açúcar no mercado futuro (*F)*, o logaritmo do preço do açúcar no mercado à vista (*lnS)*, o logaritmo do preço do açúcar no mercado futuro (*lnF)*, o logaritmo do retorno do preço do açúcar no mercado à vista (s_t), o logaritmo do retorno do preço do açúcar no mercado futuro (*f)*.

	F	***S***	***LNF***	***LNS***	***f***	***s***
Média	11,5440	13,0355	2,3592	2,4746	0,0007	0,0007
Mediana	10,1900	11,3500	2,3214	2,4295	0,0007	0,0009
Máximo	29,9000	33,2000	3,3979	3,5026	0,1306	0,0935
Mínimo	4,9900	5,2200	1,6074	1,6521	- 0,1357	- 0,0976
Desvio-padrão	5,1168	5,9859	0,4090	0,4240	0,0235	0,0142
Assimetria	1,2039	1,2544	0,3658	0,3164	- 0,1962	- 0,1307
Curtose	4,0929	4,2636	2,4026	2,5070	5,8583	9,3343
Jarque-Bera	618,523	697,998	78,913	56,930	736,309	3.555,295
valor-p	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
Obs	2123	2123	2123	2123	2123	2123

Fonte: Elaboração do autor

As séries em nível e em retorno dos logaritmos apresentam valores expressivos de curtose, o que indica uma distribuição de probabilidade leptocúrtica. Mais especificamente sobre as séries de retorno, além de leptocúrticas, a distribuição de probabilidade exibe uma assimetria à esquerda.

A partir desses resultados, é de se imaginar que as séries não mostrem uma distribuição normal de probabilidade. O teste de Jarque-Bera ratifica essa noção, dado que a estatística de todas as séries foi bem alta e o valor-p igual a zero, o que significa que a hipótese nula de normalidade das séries é rejeitada. No Anexo I podem ser encontrados os histogramas de cada série.

Antes de iniciar ponderações adicionais sobre a distribuição de probabilidade das séries, é necessário examinar o grau de integração dos dados para identificar quais séries são ou não estacionárias, de modo, a saber, se as séries são cointegradas. Cabe destacar que a denominação de uma variável precedida pela letra (d) indicará que está transformada pelo operador das primeiras diferenças.

Como fora discutido em capitulo anterior, foi utilizado o teste de raiz unitária Dickey-Fuller Ampliado (ADF) para avaliar a estacionariedade das séries em três versões: sem constante, com constante e com constante e tendência. Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 3.

Tabela 3 – Resultados do Teste de Raiz Unitária de Dickey-Fuller (dados diários)

A tabela descreve o teste de raiz unitária sobre o preço do açúcar no mercado à vista (*S)*, o preço do açúcar no mercado futuro (*F)*, o logaritmo do preço do açúcar no mercado à vista (*lnS)*, o logaritmo do preço do açúcar no mercado futuro (*lnF)*, o logaritmo do retorno do preço do açúcar no mercado à vista (s_t), o logaritmo do retorno do preço do açúcar no mercado futuro (*f)*.

Variáveis	Sem constante		Com constante		Com constante e tendência	
	t-ADF	p-valor	t-ADF	p-valor	t-ADF	p-valor
F	1,1211	0,9325	-0,2484	0,9298	-1,7836	0,7126
S	0,9952	0,9161	-0,2002	0,9360	-1,9535	0,6257
LnF	1,1976	0,9412	-0,7213	0,8395	-2,3294	0,4172
LnS	1,2194	0,9435	-0,3646	0,9126	-2,1059	0,5416
f	-47,0935	0,0001	-47,1221	0,0001	-47,1196	0,0000
s	-16,1386	0,0000	-16,1933	0,0000	-16,2217	0,0000
dF	-46,1577	0,0001	-46,1855	0,0001	-46,2005	0,0000
dS	-9,8330	0,0000	-9,9032	0,0000	-9,9859	0,0000
dLnF	-47,0935	0,0001	-47,1221	0,0001	-47,1196	0,0000
dLnS	-16,1386	0,0000	-16,1933	0,0000	-16,2217	0,0000

Fonte: Elaboração do autor

Conforme os resultados obtidos, não se rejeita a hipótese nula de que os preços futuros e à vista tenham raiz unitária, passando a serem consideradas integradas de primeira ordem ou I(1). Porém essa hipótese foi rejeitada quando foram testados os retornos. Ou seja, as séries de futuros e à vista são não estacionarias em nível e estacionárias em retorno. A Tabela 3 resume a ordem de integração das séries avaliadas. Não houve presença de autocorrelação serial conforme teste Q de Ljung Box. As estatísticas foram testadas a um nível de significância de 1%.

Tabela 4 – Ordem de integração das séries avaliadas

A tabela descreve o teste de raiz unitária sobre o preço do açúcar no mercado à vista (*S)*, o preço do açúcar no mercado futuro (*F)*, o logaritmo do preço do açúcar no mercado à vista (*lnS)*, o logaritmo do preço do açúcar no mercado futuro (*lnF)*, o logaritmo do retorno do preço do açúcar no mercado à vista (s_t), o logaritmo do retorno do preço do açúcar no mercado futuro (*f)*.

Variáveis	Ordem de Integração	Classificação
F	I(1)	Não estacionária
S	I(1)	Não estacionária
LnF	I(1)	Não estacionária
LnS	I(1)	Não estacionária
f	I(0)	Estacionária
s	I(0)	Estacionária
dF	I(0)	Estacionária
dS	I(0)	Estacionária
dLnF	I(0)	Estacionária
dLnS	I(0)	Estacionária

Fonte: Elaboração do autor

Sendo as variáveis integradas de mesma ordem, deve-se fazer os testes de cointegração para analisar as relações de longo prazo entre elas. Seguindo os procedimentos de Engle e Granger (1987), o próximo passo, portanto, é regredir as variáveis em nível logarítmico de tal modo que possam ser avaliados os resíduos provenientes dessa estimação. Caso os resíduos forem estacionários, considera-se, então, que os preços futuros e à vista de açúcar cru são cointegradas.

Os resultados da regressão linear simples de longo prazo foram encontrados segundo a expressão abaixo (todas as informações sobre a estimação da regressão encontram no Anexo II):

$$\ln F = \underset{(4,726)}{0,0708} + \underset{(154,968)}{0,9247} \ln S \qquad (61)$$

Depois de estimar a equação de longo prazo, o próximo passo é analisar o nível de integração dos resíduos obtidos na expressão (5). Para tanto, foi aplicado novamente o teste ADF sobre tais resíduos. Os resultados se encontram na Tabela 5 a seguir.

Tabela 5 – Resultados do Teste de Raiz Unitária de Dickey-Fuller Ampliado sobre os resíduos da equação (61).

Estatística ADF (Dickey-Fuller Ampliado) sobre os resíduos de correção de erros (ECM)

Variáveis	Sem constante		Com constante		Com constante e tendência	
	t-ADF	p-valor	t-ADF	p-valor	t-ADF	p-valor
Resíduos (ECM)	-5,1177	0,0000	-5,1166	0,0000	-5,1471	0,0001

Fonte: Elaboração do autor

Portanto, como as variáveis que participam da equação de cointegração são integradas de mesma ordem I(1) e seus resíduos são estacionários em nível, conclui-se, assim, que tais variáveis são cointegradas, o que significa a necessidade de se incluir um Mecanismo de Correção de Erros (ECM) para recuperar a relação de longo prazo entre as variáveis regredidas.

Antes de iniciar a estimação do Modelo com Correção de Erro, procede-se apenas por precaução o teste de cointegração segunda a metodologia sugerida por Johansen (1988), a fim de ratificar o resultado obtido anteriormente por Engle e Granger (1987). Os resultados do teste de Johansen se encontram na tabela 6.

Tabela 6 – Resultados do Teste de Cointegração de Johansen

Tabela abaixo mostra a quantidade de vetores de cointegração utilizados para o modelo de correção de erros

Nº de vetores de cointegração	Teste do traço da matriz			
	Raiz característica	λ_{trace}	Valor crítico (5%)	P-valor
= 0	0,0297	64,8933	15,4947	0,0000
≤ 1	0,0004	0,9262	3,8415	0,3358
Nº de vetores de cointegração	**Teste do máximo valor**			
	Raiz característica	$\lambda_{máx}$	Valor crítico (5%)	P-valor
= 0	0,0297	63,9671	14,2646	0,0000
≤ 1	0,0004	0,9262	3,8415	0,3358

Fonte: Elaboração do autor

Os testes do traço e do máximo autovalor apresentaram valores significativos para a hipótese nula de que não há vetor de cointegração contra a hipótese alternativa de que há um vetor de cointegração a 1% de significância estatística. Sendo assim, deve-se mesmo levar em conta no modelo um vetor de cointegração.

A partir de então, primeiro foi estimado o modelo VEC, que é um sistema vetorial com correção de erro. Conforme os critérios de Akaike e Schwarz, foi determinado que 4 defasagens devem ser incluídas no modelo. Na Tabela 7 são apresentadas as estimativas dos parâmetros.

Tabela 7 – Resultados do modelo de regressão vetorial entre preços futuros (*f*) e à vista (*s*) com correção de erros e suas respectivas defasagens.

As variáveis *f* e *s* são os preços futuros e à vista, respectivamente, com suas respectivas defasagens

Vetor de cointegração					
	f	***Constante***	***s***		
	1,0000	0,000484	-0,254101		
			[-4.50097]		
Modelo VEC					
	f	***s***		***f***	***s***
Vetor 1	-1,0852	0,039384	Constante	0,0450	0,0208
	[-21.1567]	[-1.26097]		[0.02711]	[0.06710]
f(-1)	0,0612	-0,026042	*s(-1)*	-0,2190	-0,806994
	[1.33316]	[-0.93599]		[-5.96369]	[-36.2585]
f(-2)	0,0357	-0,013178	*s(-2)*	-0,1537	-0,558005
	[0.90535]	[-0.55092]		[-3.46701]	[-20.7703]
f(-3)	0,0383	0,0110	*s(-3)*	-0,0334	-0,382846
	[1.20595]	[0.57208]		[-0.75633]	[-14.3181]
f(-4)	0,0632	0,029571	*s(-4)*	-0,0217	-0,168563
	[2.86287]	[2.20992]		[-0.60739]	[-7.79309]
Log likelihhod = 10965.19					
Akaike = -10.33352					
Schwarz = -10.27474					

Fonte: Elaboração do autor

As estatísticas *t* entre estão entre colchetes, o que nos permite observar a presença de 10 parâmetros estatisticamente significativos ao nível de 5%.

A partir dos resíduos do modelo poderemos obter a seguinte matriz de variância e covariância abaixo:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_s^2 & \sigma_{sf} \\ \sigma_{fs} & \sigma_f^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.020378 & 0.005322 \\ 0.005322 & 0.055489 \end{bmatrix} \quad (62)$$

o que permite, portanto, calcular a posição de hedge a ser tomada no mercado de futuros:

$$h^* = \frac{\sigma_{s,f}}{\sigma_f^2} = \frac{0.005322}{0.055489} = 0.09591 \quad (63)$$

De acordo com a estimação feita através do modelo VEC, a taxa ótima de *hedge* é de apenas 9,59%, valor esse considerado relativamente pequeno comparado com as taxas de *hedge* que são praticadas no mercado. A maior empresa de comercialização de açúcar do Brasil, a Copersucar, por exemplo, fechou o ano comercial de 2009/10 com 5,2 milhões de toneladas de açúcar comercializadas, da quais 1,93 milhão de toneladas foram fixadas em contratos futuros, o que corresponde a 37,1% (COPERSUCAR, 2010).

Porém, como há uma suspeita de que existe autocorrelação na variância dos resíduos do modelo VEC estimado anteriormente, necessita-se, portanto, realizar o teste ARCH-LM sobre esses erros e verificar se há realmente heterocedasticidade condicional. Este teste nos permitirá identificar a necessidade do uso de modelos GARCH para a estimação da razão ótima de hedge. Foi escolhido o número máximo de 15 defasagens após a observação dos correlogramas destas variáveis. Na tabela 8 abaixo se encontram os resultados dos testes feitos com cada uma das séries de resíduos do modelo bivariado.

Tabela 8 – Teste ARCH-LM sobre os resíduos do modelo vetorial entre os preços futuros (*f*) e à vista (*s*) com correção de erros.

As variáveis *f* e *s* são os preços futuros e à vista, respectivamente

	Variável dependente	
Estatísticas	***s***	***f***
F	1513,688	2107,436
valor-p	0,0000	0,0000
Nº Obs *R^2	1927,647	1974,517
valor-p	0,0000	0,0000

Fonte: Elaboração do autor

Por meio a estatística F, pode-se rejeitar a hipótese nula de homocedasticidade sob um nível de significância de 1%, o que significa dizer que existe volatilidade condicional em ambas as

séries, ou seja, que há presença de efeitos ARCH no modelo de correção de erros trabalhando anteriormente. Para tanto, as próximas estimativas de *hedge* ótimo serão feitas com métodos multivariados para a volatilidade condicional, conforme modelo apresentado na revisão teórica do presente estudo.

Tomou-se como o modelo o BEKK (1,1) com matriz de coeficientes diagonal. Os resultados se encontram na Tabela 9 abaixo.

Tabela 9– Estimativas dos parâmetros do modelo GARCH BEKK (1,1) Diagonal

Os parâmetros c11, c21, c22, a11, a22, b11, b22 são estimados na matriz do modelo Bekk diagonal

Parâmetros	**Estimativas**	**Erro-Padrão**	**valor-p**
c11	0,01543	0,000515	0,0000
c21	0,01664	0,000604	0,0000
c22	0,00027	0,000954	0,0072
α11	0,95890	0,084575	0,0000
α22	0,95275	0,084397	0,0000
β11	0,31027	0,025691	0,0000
β22	0,32209	0,025921	0,0000

Fonte: Elaboração do autor

Os resultados podem ser representados matricialmente através da equação (64) abaixo:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{ss,t} & \sigma_{sf,t} \\ \sigma_{fs,t} & \sigma_{ff,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.01543 & 0 \\ 0.01664 & 0.00027 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.01543 & 0.01664 \\ 0 & 0.00027 \end{bmatrix} +$$
$$+ \begin{bmatrix} 0.95890 & 0 \\ 0 & 0.95275 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{s,t-1}^2 & \varepsilon_{s,t-1}\varepsilon_{f,t-1} \\ \varepsilon_{f,t-1}\varepsilon_{s,t-1} & \varepsilon_{f,t-1}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.95890 & 0 \\ 0 & 0.95275 \end{bmatrix} + \qquad (64)$$
$$+ \begin{bmatrix} 0.31027 & 0 \\ 0 & 0.32209 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{ss,t-1} & \sigma_{sf,t-1} \\ \sigma_{fs,t-1} & \sigma_{ff,t-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.31027 & 0 \\ 0 & 0.32209 \end{bmatrix}$$

A partir desse resultado pode se calcular a razão ótima de *hedge* através da divisão de cada observação da covariância entre os preços futuros e a vista e a variância dos preços futuros. A razão ótima de *hedge* estimada por esse método está ilustrada na Figura 4 abaixo.

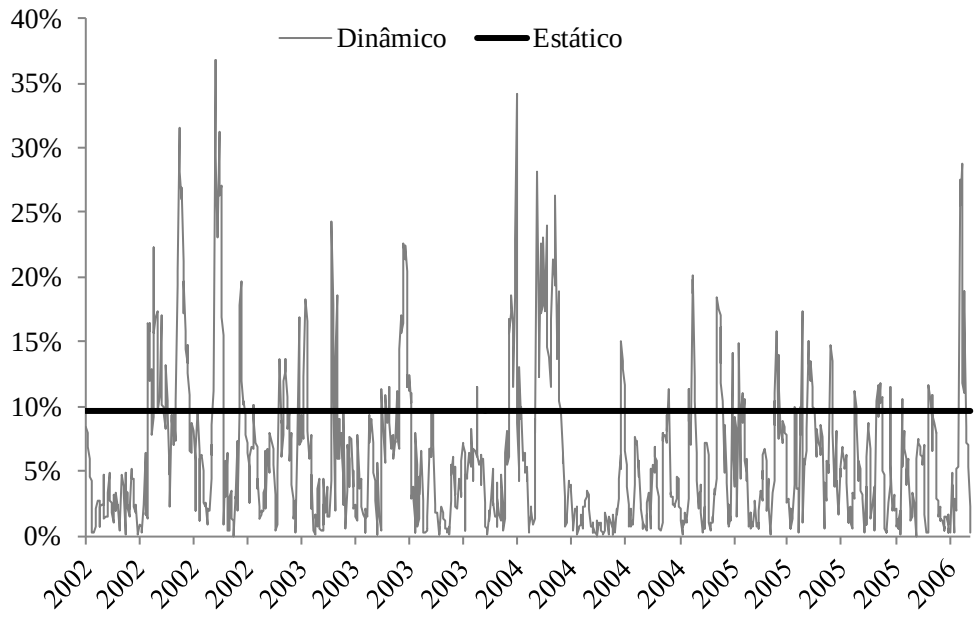


Figura 4 – Evolução das estratégias dinâmica e estática de *hedge* (dados diários).

Ao analisar o gráfico, percebe-se que essa taxa ainda varia em um patamar muito pequeno apesar de seu valor máximo ser de 0,36825 e o seu mínimo ser de 0,00027, o que por sua vez significa que em algum momento a estratégia mais aconselhada para reduzir o risco seria não manter momentaneamente nenhuma posição em futuros. Tirando uma media aritmética na estratégia dinâmica, podemos perceber que em geral o agente tenderia a manter uma posição no mercado de futuros próxima a 7,25% em relação a sua posição no mercado à vista, nível este bem próximo ao sugerido pela estratégia estática.

Apesar dos mercados futuros e à vista de açúcar estarem bem correlacionados ($\rho = 0.9562$) no período estudado, a adoção de uma maior cobertura no mercado de futuros talvez esteja comprometida pela elevada volatilidade dos preços dos contratos futuros relativamente aos preços no mercado à vista, ao contrário do que a literatura tem dito a respeito, cujo principal argumento para busca de uma cobertura no mercado futuro é o ambiente de incertezas no mercado à vista.

Contudo, como bem apontou Lazzarini (2010), ao se trabalhar com dados diários, percebe-se que em geral são encontradas estimativas de taxas ótimas de *hedge* menores do que as praticadas no mercado, visto que a quebra da expectativa intertemporal com a mudança de contratos faz com que a variância da série dos retornos futuros aumente consideravelmente, diminuindo assim a taxa de *hedge*.

A ausência de mecanismos nos modelos que tratassem sobre a sazonalidade dos preços também pode influenciar nos resultados. Como o açúcar é uma commodity agrícola, as cotações costumam obedecer a ciclos de baixa e de alta conforme os períodos de safra e entressafra do país. Contudo, os ciclos de sazonalidade no Brasil não exatamente coincidem com o ciclo internacional, por mais que o Brasil seja o principal produtor mundial. Há de considerar também que séries com alta freqüência de dados interferem no comportamento sazonal das informações, o que implica que o esforço em dessazonalizar as séries pouco influenciariam os resultados (ENDERS, 2000).

Assim, conforme fora apontado por Lazzarini (2010), uma maneira de estimar taxas de hedge seria com dados agregados, como médias semanais, quinzenais ou mensais.

Portanto, antes de iniciar as discussões para saber qual a melhor estratégia, resolveu-se, então, estimar os mesmos modelos para uma base de dados de médias mensais dos preços do açúcar.

Tabela 10 – Estatísticas descritivas (dados mensais)

A tabela descreve as estatísticas calculadas sobre o preço do açúcar no mercado à vista (*S)*, o preço do açúcar no mercado futuro (*F)*, o logaritmo do preço do açúcar no mercado à vista (*lnS)*, o logaritmo do preço do açúcar no mercado futuro (*lnF)*, o logaritmo do retorno do preço do açúcar no mercado à vista (s_t), o logaritmo do retorno do preço do açúcar no mercado futuro (*f)*.

	F	***S***	***LNF***	***LNS***	***f***	***s***
Média	11,7391	13,2994	2,3737	2,4925	0,0145	0,0141
Mediana	10,4300	11,6100	2,3447	2,4516	0,0094	0,0081
Máximo	28,4000	33,2500	3,3464	3,5041	0,2129	0,2385
Mínimo	5,4000	5,6100	1,6864	1,7254	- 0,3229	- 0,3877
Desvio-padrão	5,3014	6,2214	0,4164	0,4304	0,0880	0,1040
Assimetria	1,2104	1,2771	0,3561	0,3257	- 0,3025	- 0,4980
Curtose	4,0242	4,2954	2,4471	2,5337	4,4029	4,4895
Jarque-Bera	29,652	35,202	3,489	2,754	10,018	13,778
valor-p	0,00000	0,00000	0,17469	0,25234	0,00668	0,00102
Obs	103	103	103	103	103	103

Fonte: Elaboração do autor

Para tanto, foram realizados também os testes estatísticos de raiz unitária e de cointegração dessas séries.

Tabela 11 – Resultados do Teste de Raiz Unitária de Dickey-Fuller (dados mensais)

A tabela descreve o teste de raiz unitária sobre o preço do açúcar no mercado à vista (*S)*, o preço do açúcar no mercado futuro (*F)*, o logaritmo do preço do açúcar no mercado à vista (*lnS)*, o logaritmo do preço do açúcar no mercado futuro (*lnF)*, o logaritmo do retorno do preço do açúcar no mercado à vista (s_t), o logaritmo do retorno do preço do açúcar no mercado futuro (*f).*

Variáveis	Sem constante		Com constante		Com constante e tendência	
	t-ADF	p-valor	t-ADF	p-valor	t-ADF	p-valor
F	0,4436	0,8082	-1,1899	0,6766	-3,1138	0,1087
S	0,6347	0,8518	-0,7557	0,8268	-2,7890	0,2048
LnF	1,0221	0,9186	-1,1024	0,7127	-2,8589	0,1803
LnS	0,8833	0,8979	-0,9202	0,7782	-2,9370	0,1555
f	-6,5918	0,0000	-6,7184	0,0000	-6,7043	0,0000
s	-6,8549	0,0000	-6,9343	0,0000	-6,9545	0,0000
dF	-5,8307	0,0000	-5,9102	0,0000	-5,9502	0,0000
dS	-4,9600	0,0000	-5,0477	0,0000	-5,1400	0,0003
dLnF	-6,5918	0,0000	-6,7184	0,0000	-6,7043	0,0000
dLnS	-6,8549	0,0000	-6,9343	0,0000	-6,9545	0,0000

Fonte: Elaboração do autor

Como era esperado, as séries em nível e logaritmo apresentam raiz unitária. Quando diferenciadas apenas uma vez, elas se tornam estacionárias, o que significa que as séries são I (1). A partir desse resultado, surge a necessidade de avaliar se as séries em questão são cointegradas. Os resultados dos testes de Engle e Granger e de Johansen são apresentados nas Tabelas 12 e 13.

Primeiro foi realizado o teste ADF sobre os resíduos de uma regressão linear simples entre as séries conforme a equação (62) abaixo, conforme Engle e Granger (1987).

$$\ln F = \underset{(0,612)}{0,0316} + \underset{(38,194)}{0,9390} \ln S \qquad (65)$$

Os resultados do teste ADF se encontram na Tabela 12 a seguir.

Tabela 12 – Resultados do Teste de Raiz Unitária de Dickey-Fuller ECM (dados mensais)

Estatística ADF (Dickey-Fuller Ampliado) sobre os resíduos de correção de erros (ECM)

Variáveis	Sem constante		Com constante		Com constante e tendência	
	t-ADF	p-valor	t-ADF	p-valor	t-ADF	p-valor
Resíduos (ECM)	-5,6612	0,0000	-5,6365	0,0000	-5,6191	0,0001

Fonte: Elaboração do autor

Como os resíduos são estacionários, conclui-se que ambas as séries são cointegradas a longo prazo. O teste de Engles e Granger já seria o suficiente para saber que um Mecanismo de Correção de Erros deve ser incluído na equação (62), ainda assim foi rodado o teste de Johansen de cointegração apenas para reforçar os resultados. O teste de Johansen se encontra na Tabela 13.

Tabela 13 – Resultados do Teste de Cointegração de Johansen (dados mensais)

Tabela abaixo mostra a quantidade de vetores de cointegração utilizados para o modelo de correção de erros

Nº de vetores de cointegração	Teste do traço da matriz			
	Raiz característica	λ_{trace}	Valor crítico (5%)	P-valor
= 0	0,1685	19,1662	15,4947	0,0133
≤ 1	0,0090	0,8958	3,8415	0,3439
Nº de vetores de cointegração	**Teste do máximo valor**			
	Raiz característica	$\lambda_{máx}$	**Valor crítico (5%)**	**P-valor**
= 0	0,1685	18,2703	14,2646	0,0110
≤ 1	0,0090	0,8958	3,8415	0,3439

Fonte: Elaboração do autor

Semelhante aos resultados do teste realizados com dados diários, pode-se observar que com dados mensais também se rejeita a hipótese nula de que não há vetor de cointegração. Dessa forma, um modelo VEC com os dados mensais foi estimado.

Tabela 14 – Modelo VEC (dados mensais)

Os parâmetros c11, c21, c22, a11, a22, b11, b22 são estimados na matriz do modelo Bekk diagonal

Vetor de cointegração					
	f	***Constante***	***s***		
	1,0000	-0,0319594	-0,940421		
			[-28.8376]		
Modelo VEC					
	f	***s***		***f***	***s***
Vetor 1	-0,0097	0,5042533	Constante	0,0113	0,0108
	[-0.07931]	[4.54111]		[1.32650]	[1.40323]
f(-1)	0,4209	0,2344418	*s(-1)*	-0,1387	0,6431569
	[2.82364]	[1.73437]		[-1.14265]	[5.84158]
f(-2)	0,0867	0,0170322	*s(-2)*	0,0852	-0,130363
	[0.57270]	[0.12410]		[0.87243]	[-1.47249]
Log likelihhod = 243.41415					
Akaike = -4.5375					
Schwarz = -4.1750					

Fonte: Elaboração do autor

Foram consideradas 2 defasagens conforme critérios de Akaike e Schwarz. Assim, foi obtida a matriz de variância e covariância dos resíduos do modelo VEC estimado com dados mensais.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_s^2 & \sigma_{sf} \\ \sigma_{fs} & \sigma_f^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.006879 & 0.002737 \\ 0.002737 & 0.005657 \end{bmatrix} \tag{66}$$

O que fornece a seguinte estimativa de *hedge* ótimo:

$$h^* = \frac{\sigma_{s,f}}{\sigma_f^2} = \frac{0.002737}{0.006879} = 0.3979 \tag{67}$$

Tal modelo, portanto, sugere que a melhor estratégia de *hedge* que minimiza os riscos é cobrir 39,79% do volume exposto no mercado à vista em contratos futuros.

Por outro lado, foram testados se há presença de um processo autoregressivo da variância dos resíduos do modelo VEC. Para tanto, procedeu-se o teste ARCH-LM.

Tabela 15 – Teste ARCH-LM sobre os resíduos do modelo VEC (dados mensais)

As variáveis *f* e *s* são os preços futuros e à vista, respectivamente

	Variável dependente	
Estatísticas	***s***	***f***
F	5,15269	5,15269
valor-p	0,0000	0,0000
Nº Obs $*R^2$	45,77036	45,77036
valor-p	0,0001	0,0001

Fonte: Elaboração do autor

A hipótese nula de homocedasticidade também foi rejeitada para as séries de médias mensais a um nível de significância de 1%. Desse modo, passa-se a estimar o melhor *hedge* cem linha com a volatilidade condicional através do modelo BEKK diagonal (1,1) conforme descrito na revisão de literatura.

Tabela 16– Estimativas dos parâmetros do modelo GARCH BEKK (1,1) Diagonal (dados mensais)

Os parâmetros c11, c21, c22, a11, a22, b11, b22 são estimados na matriz do modelo Bekk diagonal

Parâmetros	**Estimativas**	**Erro-Padrão**	**valor-p**
c11	0,06130	0,000515	0,0001
c21	0,03915	0,000604	0,0912
c22	0,05406	0,000954	0,0002
α11	0,47808	0,084575	0,0010
α22	0,40912	0,084397	0,0017
β11	0,28711	0,025691	0,0489
β22	0,07330	0,025921	0,0773

Fonte: Elaboração do autor

Mais uma vez as estimativas podem ser representadas por uma matriz (68).

$$\begin{bmatrix} \sigma_{ss,t} & \sigma_{sf,t} \\ \sigma_{fs,t} & \sigma_{ff,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.06130 & 0 \\ 0.03915 & 0.05405 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.06130 & 0.03915 \\ 0 & 0.05405 \end{bmatrix} +$$
$$+ \begin{bmatrix} 0.47808 & 0 \\ 0 & 0.40912 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{s,t-1}^2 & \varepsilon_{s,t-1}\varepsilon_{f,t-1} \\ \varepsilon_{f,t-1}\varepsilon_{s,t-1} & \varepsilon_{f,t-1}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.47808 & 0 \\ 0 & 0.40912 \end{bmatrix} + \quad (68)$$
$$+ \begin{bmatrix} 0.28711 & 0 \\ 0 & 0.07330 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{ss,t-1} & \sigma_{sf,t-1} \\ \sigma_{fs,t-1} & \sigma_{ff,t-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.28711 & 0 \\ 0 & 0.07330 \end{bmatrix}$$

Dividindo a covariância entre os preços futuros e à vista pela variância dos preços futuros, pode ser estimada a razão ótima de *hedge* para cada mês. A Figura 6 ilustrar a evolução das proporções a serem tomadas no mercado de futuros mensalmente.

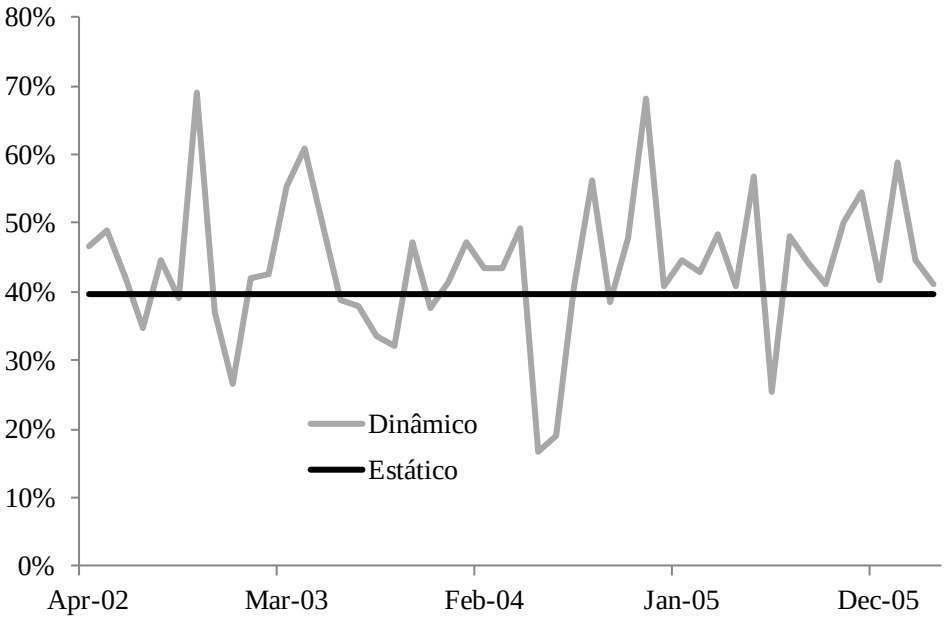


Figura 5 – Evolução das estratégias dinâmica e estática de *hedge* (dados mensais).

Tomando séries de médias mensais, foi possível estimar razões ótimas de hedge que variaram de 13,05% a 75,07% com uma média de 45,63%. Percebe-se, portanto, que ambos os modelos estimados com dados mensais ofereceram taxas de hedge mais compatíveis com as usadas no mercado.

Enfim, com os resultados em mãos e apesar de algumas limitações neste presente estudo, uma avaliação da efetividade do *hedge* será feita no próximo tópico.

4.2 Comparação entre as estratégias de hedge

Tendo em mãos as razões de hedge estimadas na etapa anterior, resta saber qual seria a melhor estratégia a ser adotada no mercado a fim de reduzir ao máximo o nível de risco associado à exposição completa no mercado à vista.

Para fins de cálculo, foi assumida a hipótese de uma posição de 100.000 contratos, o que significa 5 milhões de toneladas de açúcar, além de assumir também que não há custos de transação e que os contratos são plenamente divisíveis.

Ao contrário do que se esperava, ao se trabalhar com dados diários, observa-se que uma cobertura completa iria proporcionar maior redução na exposição ao risco. A redução da

variância seria de 26,3% em relação a uma situação em que não houve atuação em mercados futuros. Através do calculo do VaR incremental, o valor de completa cobertura mostra a maior redução de risco entre outras estratégias.

Por fim, cabe ressaltar que a adoção de uma estratégia dinâmica, onde diariamente deveria haver um reposicionamento no mercado de futuros, foi o modelo que apresentou pior desempenho, o qual proporcionou redução de apenas 14,1% do risco. Porém, como fora discutido na seção anterior, ao se trabalhar com dados diários, foi possível estimar taxas de hedge relativamente baixas, visto que a maior freqüência da amostra provocou aumento mais que proporcional da volatilidade do mercado futuro ante a covariância entre os mercados futuros e à vista.

Além disso, como bem alertou Müller et al. (2008) , a adoção de uma estratégia dinâmica neste caso poderia ser pouco indicado, por considerar elevados custos por transacionar constantemente no mercado de futuros.

Tabela 17 – Efetividade do *hedge* (dados diários)

A estratégia h=0 se refere à exposição completa, h=1 cobertura completa, h=9,59% à estratégia estática e por último a estratégia dinâmica.

	Desvio-Padrão	**Redução da variância**	**Value at Risk (US$)**	**VaR incremental**
h = 0	598.687	0,0%	2.993.833.479	-
h = 1	441.390	26,3%	2.204.884.493	(788.948.986)
Estático (h = 9,59%)	502.485	16,1%	2.514.043.346	(479.790.133)
Dinâmico	524.530	14,1%	2.622.751.018	(371.082.461)

Fonte: Elaboração do autor

Por outro lado, para dados mensais, de imediato se pode observar que a estratégia dinâmica foi mais efetiva para reduzir os riscos no mercado de açúcar em relação à posição desprotegida frente às demais estratégias, conforme era esperado. Contudo, sua superioridade não foi significativamente maior quando comparada com a estratégia estática, com uma diferença de apenas 3,6 pontos percentuais em termos de redução da variância, resultado este em linha com os encontrados por Myers (1991), cujas conclusões apontaram para uma melhoria marginal dos modelos GARCH comparativamente aos modelos que não consideraram o componente volátil dos dados. Assim, adotar uma estratégia de hedge constante ao longo do tempo também seria aceitável.

Novamente através da mensuração do VaR incremental, foi possível perceber que a estratégia que apresentou maior redução de risco foi a dinâmica, seguida pela estratégia estática e depois pela completa cobertura do mercado.

Tabela 18– Efetividade do *hedge* (dados mensais)

A estratégia h=0 se refere à exposição completa, h=1 cobertura completa, h=39,79% à estratégia estática e por último a estratégia dinâmica.

	Desvio-Padrão	**Redução da variância**	**Value at Risk (US$)**	**VaR incremental**
h = 0	622.139	0,0%	3.110.693.031	-
h = 1	531.796	14,5%	2.658.979.622	(451.713.409)
Estático (h = 39,79%)	424.674	31,7%	2.123.369.591	(987.323.441)
Dinâmico	402.675	35,3%	2.013.376.558	(1.097.316.474)

Fonte: Elaboração do autor

Mas de qualquer maneira, presume-se que é melhor fazer o *hedge* do que se manter desprotegido no mercado. Ao tomar uma cobertura completa independente das características da relação entre as duas séries, já é possível reduzir em 14,5% a volatilidade da carteira totalmente desprotegida.

O tamanho e a freqüência adequados da janela de estimação poderão servir de discussão em trabalhos futuros sobre o tema de melhor estratégia de *hedge*. Informações em períodos muitos distantes podem refletir indesejadamente na tomada de decisão no momento *t*, isso porque na estimativa de hoje podem estar incluídos ruídos relativos a acontecimentos antigos e que não necessariamente impactam mais nas tomadas de posição de hedge no período contemporâneo.

Os modelos ARCH e GARCH são mais inclinados a corrigir essa incorporação de ruídos remotos visto que o comportamento auto-regressivo da matriz de covariância dá mais importância a acontecimentos mais recentes, enquanto os demais modelos não dispõem de tal característica, muito embora a escolha da freqüência dos dados tenda a impactar também na estimação dos parâmetros.

Dessa forma, percebe-se que adotar qualquer posicionamento no mercado de contratos futuros é preferível a permanecer em situação completamente descoberta no mercado à vista. Reajustar o tamanho de sua exposição no mercado à vista constantemente ou manter uma mesma estratégia ao longo do tempo irá depender de qual freqüência será tomada. Além

disso, seria interessante aprimorar também os modelos acima estimados com parâmetros que permitissem a avaliação sazonal dos dados.

A decisão sobre qual melhor forma de atuação no mercado de futuros também poderia está relacionado ao porte do agente comercializador. Considerando um cenário de dados mensais, em grandes empresas talvez seja mais interessante revisar e reajustar sua posição em contratos futuros com certa freqüência, podendo aproveitar os ganhos marginais por essa atuação. Já em empresas de pequeno a médio porte, presume-se que uma atuação estática seria mais aceitável devido aos custos de transação. Daí, portanto, a necessidade de elaborar trabalhos futuros cujas avaliações possam incorporar realidades operacionais.

Último passo agora seria processar um modelo de *backtesting* sobre os resultados. Conforme foi apontado acima, os resultados extraídos a partir dos dados mensais foram mais satisfatórios e condizentes com a realidade das *tradings* de açúcar. Com base neste modelo, foram feitas estimativas ex-ante sobre as variâncias e as covariâncias entre os preços futuros e à vista entre abril de 2006 e outubro de 2010, que é o período fora da amostra. Dividindo, portanto, a covariância entre os preços futuros e à vista pela variância dos preços futuros, pode ser estimada a razão ótima de *hedge* para os dados fora da amostra. A Figura 7 ilustrar a evolução das proporções a serem tomadas no mercado de futuros mensalmente.

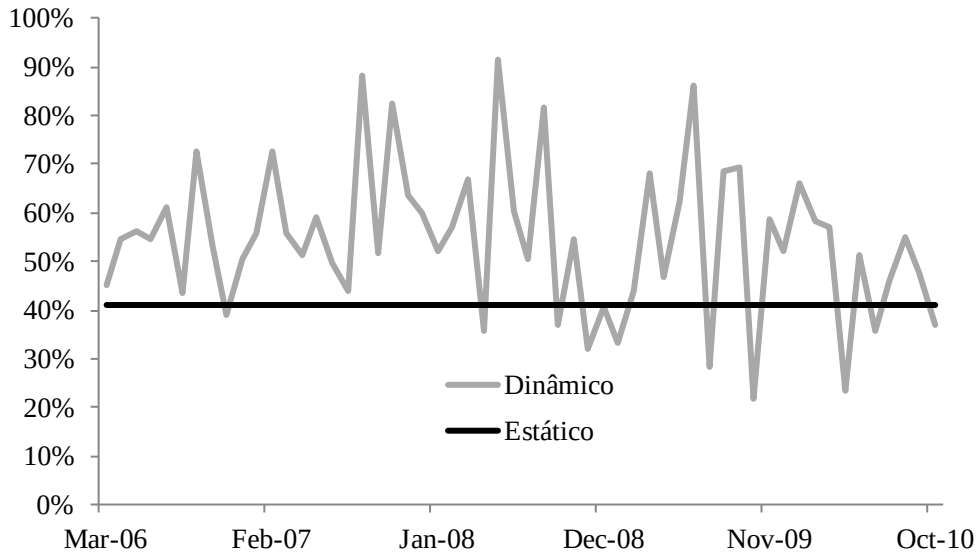


Figura 6 – Evolução das estratégias dinâmica e estática de *hedge* – abril/06 a outubro/10

Tomando séries de médias mensais, foi possível estimar razões ótimas de hedge que variaram de 21,82% a 91,34% com uma média de 54,30%. Percebe-se, portanto, que ambos os modelos estimados com dados mensais ofereceram taxas de hedge mais compatíveis com as usadas no mercado.

Fazendo uma avaliação da efetividade do hedge, percebe-se mais uma vez que a adoção do hedge dinâmico traz benefícios marginais em relação ao hedge estático, muito embora reduza em mais de 14 pontos percentuais o risco de se manter totalmente protegido no mercado.

Tabela 19 – Efetividade do *hedge* – abril/06 a outubro/10

A estratégia h=0 se refere à exposição completa, h=1 cobertura completa, h=39,79% à estratégia estática e por último a estratégia dinâmica.

	Desvio-Padrão	**Redução da variância**	**Value at Risk**	**VaR incremental**
h = 0	599.929	0,0%	2.923.903.303	-
h = 1	486.879	18,8%	2.501.201.556	(422.701.747)
Estático (h = 39,79%)	414.159	31,0%	1.955.524.734	(968.378.569)
Dinâmico	402.302	32,9%	1.857.414.606	(1.066.488.697)

Fonte: Elaboração do autor

No período dentro da amostra, foi calculado um Var na adoção da estratégia dinâmica em US$ 2,03 bilhões, mas no período fora da amostra a estratégia dinâmica foi bem mais favorável ao reduzir as perdas para US$ 1,86 bilhão a um nível de 5% confiança. Os resultados também sugerem que a prática de hedge é altamente recomendada, seja a estratégia qual for necessária e apropriada pelo investidor.

5 Conclusões

O presente trabalho se dedicou a comparação dos métodos de estimação da razão ótima de *hedge para o mercado de açúcar*. Para tanto, inicialmente foi realizada uma revisão teórica sobre a noção de hedge ótimo segundo os principais trabalhos da literatura especializada no tema, o que reforçou a noção de que o agente comercializado ao buscar maximizar sua utilidade está na verdade tentando apenas encontrar uma melhor maneira de se proteger dos riscos oriundos do mercado à vista. O hedge propicia essa proteção ao abrir uma posição no mercado de futuros travando um preço pelo qual o agente avalia como suficiente para cobrir ao menos os custos.

Diante da oportunidade de se proteger diante das incertezas do mercado agrícola, surge a questão de qual a melhor maneira de atuar no mercado de futuros. Segundo a literatura, a cobertura completa não necessariamente promove a maior proteção contra a volatilidade do mercado à vista, e muito menos se o agente decidir se manter completamente desprotegido. Assim, estimar a melhor estratégia de hedge se tornou necessária.

Primeiros estudos na literatura aconselharam que talvez a melhor maneira de atuação no mercado de futuros é montar apenas uma vez uma cobertura em proporção h da exposição total à vista sem olhar para o conteúdo informacional recente do mercado, denominando-se assim como uma estratégia estática. Por outro lado, trabalhos com Myers (1991) e Krones e Sultan (1993) criticaram que a exposição ao mercado à vista deve ser constantemente avaliada, o que significa a necessidade de se levar em conta a covariância condicional dos preços. Dessa forma, esses autores sugeriram uma atuação mais dinâmica no mercado de futuros.

Conforme um estudo sobre os modelos propostos para estimar a melhor estratégia, tanto estratégias estática ou dinâmica, deparou-se com a questão de que as séries não são estacionárias em nível, o que significou que foi preciso saber se os preços futuros e à vista do açúcar eram cointegrados. Os testes comprovaram que sim e dessa forma um mecanismo de correção de erros teve que ser levado em consideração nas estimativas dos parâmetros.

Primeiramente foram utilizados dados diários dos preços e os resultados mostraram alguns problemas ao se trabalhar com esse tipo de freqüência da amostra. As taxas de hedge ótimo estimadas pelos modelos se apresentaram bem abaixo das praticadas pelo mercado, tanto em modelos estático como em dinâmico, muito embora este último leve em consideração a volatilidade dos dados.

A fim de contornar este problema, passou-se a trabalhar com dados de médias mensais desses preços e os resultados se mostraram mais em linha com o esperado. A proposta de hedge dinâmico foi a que proporcionou a maior redução dos riscos, embora em proporção ligeiramente diferente promovido pela estratégia estática. Myers também já alertava para este ponto, ao argumentar que seria aceitável decidir uma única vez o tamanho da posição à vista a ser protegida no mercado de futuros, embora se reconheça os efeitos heterocedásticos das variáveis.

Muitas questões ainda foram levantadas ao final do presente estudo, sugerindo que o trabalho de pesquisa sobre este assunto está longe de chegar a um consenso definitivo. Primeiramente porque cada mercado guarda características próprias, embora todos estejam inseridos no contexto das finanças, o que significa que para cada ambiente em questão (mercado agrícola de soja, boi gordo, açúcar, milho, assim como mercado cambial e de ações) estão abertas as discussões sobre a melhor proposta de *hedge*.

Um segundo problema levantado por este estudo está relacionado ao tamanho e a freqüência ideal de dados que se deve trabalhar. Resultados preliminares apontam que o tamanho mais enxuto da amostra possa ser mais adequado, já que informações mais remotas do mercado pouco ou nada valem para subsidiar as decisões no momento *t*.

Ainda como sugestão para trabalhos futuros, seria de grande interesse a investigação dos aspectos sazonais em mercado agrícolas, o que talvez aprimoraria as estimativas de razoes de *hedge*.

Mesmo assim, pode-se observar que qualquer estratégia de hedge é preferível à atitude de não tomar nenhuma cobertura do mercado à vista, embora decisões baseadas em modelos estáticos e/ou dinâmicos se apresentam superiores à cobertura total do mercado.

Por fim, foi realizado um backtesting sobre as estratégias de hedge mensuradas no período dentro da amostra, entre fevereiro de 2002 e março de 2006 para o período fora da amostra, entre abril de 2006 e outubro de 2010. Os resultados apenas confirmaram a hipótese inicial de que a estratégia dinâmica forneceria menores perdas em relação às demais

estratégias de hedge, muito embora a redução de risco sugerida pelo modelo dinâmico é marginalmente superior aos resultados promovidos pelo modelo estático.

Mesmo assim, o VaR calculado fora da amostra para o modelo dinâmico foi menor que o VaR calculado dentro da amostra. Apesar da crise de 2008, os fundamentos do mercado despertavam mais preocupações, o que incentivou o mercado a precificar tais questões como oferta e demanda do que exatamente ser levado pelo nervosismo no mercado financeiro. A partir de 2008 o mundo passou a enfrentar forte déficit no balanço de açúcar, em função da quebra de safra na Índia e China, ao mesmo tempo em que a demanda mundial continuaria crescendo.

Importantes decisões nesta etapa referem-se a quanto destinar de cada produto comercializado para o mercado à vista tanto interno quanto externo e quanto destinar para o mercado futuro de maneira a se aproveitar as melhores condições de preços de venda no mercado e cumprir com as obrigações de pagamentos.

Observam-se também decisões referentes a quanto de cada produto deve ser estocado aguardando uma alta em seus preços, o que certamente interfere na distribuição de lucros e custos na fase de comercialização.

Tem-se assim um importante elo entre as decisões comerciais a se tomar e as decisões de planejamento, programação e controle da produção. Dessa forma, departamentos industrias e comerciais devem estar em constante sintonia para que se consiga chegar ao ótimo da solução previsto pela estratégia adotada pela empresa.

Isso tudo no meio sucroalcooleiro é feito em grande parte com o auxilio de corretoras, consultorias comerciais especializadas e também através da experiência e sensibilidade dos gestores das usinas. Porem em muitas situações ocorre um desbalanceamento entre o que o setor comercial deseja como plano de negócio e o que os setores industrial e agrícola conseguem fornecer dos produtos requeridos a custos competitivos e no tempo e quantidades corretos. Contudo, a estratégia de hedge passa por um processo de decisão bastante sintonizado com a volatilidade do mercado e especialmente com os fundamentos.

Referências

ABITANTE, K. G. Co-integração entre os mercados sport e futuro: evidências dos mercados de boi gordo e soja. **Revista de Economia e Sociologia Rural**, vol. 46, nº 01, p. 075-096, jan/mar, 2008.

ALEXANDER, C. **Modelos de mercado**: um guia para a análise de informações financeiras. São Paulo: BM&F, 2005.

BAILLIE, R. T.; MYERS, R. J. Bivariate Garch Estimation of the Optimal Commodity Futures Hedge. **Journal of Applied Econometrics**, vol. 6, p. 109-124, 1991.

BABA, Y., ENGLE, R. F., KRAFT, D. F.; KRONER, K. F. Multivariate simultaneous generalized ARCH, Mimeo, Department of Economics, University of California, San Diego, 1997.

BERA, A. K.; GARCIA, P.; ROH, J. Estimation of Time-Varying Hedge Ratios for Corn and Soybeans: BGARCH and Random Coefficient Approaches. **OFOR Paper Number** 97-06, dec, 1997.

BITENCOURT, W. A.; SILVA, W. S.; SÁFADI, T. Hedge Dinâmicos: Uma evidência para os contratos futuros brasileiros. **Organizações Rurais & Agroindustriais**, v.8, n.1, p 71-78, 2006.

BITTENCOURT, M.V.L. **Formação de preços e caracterização do mercado de frango em São Paulo**. Piracicaba. Dissertação – Escola Superior de Agricultura Luiz Queiroz, Universidade de São Paulo, 1995.

BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity**. Journal of Econometrics**, v.31, n.3, p.307-327, 1986.

BOLLERSLEV, T.; ENGLE R. F.; WOOLDRIDGE, J. M. A capital Asset Pricing Model with Time Varying Covariances. **Journal of Political Economy**, vol. 96, n.º 1, p. 116-131, 1988.

BOLLERSLEV, T., ENGLE, R.; NELSON, D. ARCH Models. **Handbook of Econometrics**, v.4, R.F.Engle e D.L. McFadden, p: 2969-3038, 1994.

BONOMO, M. A. C. (Org.). **Finanças aplicadas ao Brasil**. 2. ed. Rio de Janeiro: FGV Editora, 2004.

BRIGHAM, E. F.; EHRHARDT, M. C. **Administração financeira: teoria e prática**. 10. ed. São Paulo: Thomson Learning, 2007.

BUENO, R. D. L. S. **GARCH Multivariado e Taxa Ótima de "Hedge"** [Dissertação de Mestrado]. São Paulo: IPE/FEA-USP, 1999.

CARMONA, C. U. M. Derivativos Financeiros. In: CARMONA, C. U. M (Org.). **Finanças Corporativas e Mercados**. 1. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

CECCHETTI, S. G., CUMBY, R. E.; FIGLEWSKI, Stephen. Estimation of the Optimal Futures Hedge. **The Review of Economics and Statistics**, p. 623- 630, 1988.

CHAN, K. C.; KAROLYI, G. A.; STULZ, R. M. Global Financial Markets and the Risk Premium on US Equity. **Journal of Financial Economics**, v. 32, p.132-167, 1992.

CHEN, S-S; LEE, C-F; SHRESTHA, K. Futures hedge ratios: a review. **The Quarterly Review of Economics and Finance**. Vol 43, p. 433 – 465, 2003.

COPERSUCAR. Demonstrações Financeiras Consolidadas em 31 de março de 2010 e 2009, junho, 2010.

CORRÊA, A. L.; RAÍCES, C. **Derivativos agrícolas**. São Paulo: Globo, 2005.

DATAGRO. Estimativa de safra 2010/11, nº 10, Janeiro, 2011. Disponível em http://www.datagro.com.br/relatorio/2559/estimativa-da-safra-201011-15deg-estimativa. Acesso em: 17 out.2010.

DODD, R.; GRIFFITH-JONES, S. Report on derivatives markets: stabilizing or speculative impact on Chile and a coparison with Brazil. Santiago: **Cepal e Nações Unidas**, maio, 2007.

EDERINGTON, L. H. The hedging performance of the new futures markets. **The Journal of Finance**. Vol 34, March, No. 1. p. 157-170, 1979.

ENDERS, W. **Applied econometric time series**. 2.ed. John Wiley & Sons, 2004.

ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of U.K. inflation. **Econometrica** 55, 251-276, 1982.

ENGLE, R. F.; KRONER, K. F. Multivariate Simultaneous Generalized ARCH. **Econometric Theory**, vol. 11, p. 122-150, 1995.

ENGLE, R. E.; GRANGER, C. Cointegration and error correction: representation, estimation and testing. **Econometrica**, v. 55, p. 251-276, 1987.

FINELI, D.H.; MARQUES, P.V.; MACHADO, H.M. O risco de base e a efetividade do hedge para negócios do café em Minas Gerais. **Organizações Rurais e Agroindustriais**, Lavras, v. 1, n. 1, p. 42-50, 1999.

FORTUNA, E. **Mercado Financeiro: produtos e serviços**. 17. ed. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2008.

FARHI, M. Derivativos financeiros: hedge, especulação e arbitragem. **Revista Economia e Sociedade**, IE/Unicamp, Campinas (13), p.93-114, dez, 1999.

FRANCESCATO, M. **O impacto dos mercados de açúcar e petróleo americano na volatilidade do açúcar brasileiro.** [Dissertação de Mestrado]. São Paulo: IBMEC, 2006.

FUTURES INDUSTRY INSTITUTE. **Curso de futuros e opções**. São Paulo: BM&F, 2002.

GALVÃO, A. B. C.; PORTUGAL, M. S.; RIBEIRO, E. P. Volatilidade e Causalidade: Evidências para o mercado à vista e futuro de índice de ações no Brasil. **Revista Brasileira de Economia**, vol. 54, n.1, p. 38-56, 2000.

GRANGER, C. W. J. Developments in the study of cointegrated economic variables. **Oxford Bulletin of Economics and Statistics**, v. 48, p. 213-228, 1986.

GUIMARÃES, R. L. **Razão ótima de hedge em função do horizonte de hedge e da periodicidade dos dados: uma aplicação no mercado de boi gordo brasileiros**. [Dissertação de Mestrado]. São Paulo: FGV, 2005.

HANSON, S. D.; MYERS, R. J. Optimal Dynamic Hedging in Unbiased Futures Markets. **American Journal of Agricultural Economics** ,v. 78, p. 13-20, feb, 1996.

HSIN, C. W.,KUO, J.; LEE, C. F. A new measure to compare the hedging effectiveness. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, 19, 101-112, 1994.

HULL, John C. **Fundamentos dos mercados futuros e de opções**. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2005.

JEANTHEAU, T. Strong consistency of estimators for multivariate GARCH models. **Econometric Theory**, [S.1.], v. 14, p. 70-86, 1998.

JOHANSEN, S. Statistical analysis of cointegration vectors. **Journal of Economics Dynamics and Control**, v. 12, n.2/3, p.231-254, 1988.

JOHNSON, L. L. The Theory of Hedging and Speculation in Commodity Futures. **Review of Economic Studies**, vol. 27, p.p. 139-51, 1960.

JORION, P. **Value at Risk**: a nova fonte de referência para a gestão de risco financeiro. 2 ed. São Paulo: BM&F, 2003.

KRONER, R. W.; SULTAN, J. Time-varying distributions and dynamic with foreing currency futures. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, 28, p. 535-551, 1993.

LAZZARINI, D. A. B. **A taxa ótima de hedge no mercado brasileiro de boi gordo:** uma abordagem com BEKK, DCC e BEKK com dummies de safra e entressafra [Dissertação de Mestrado]. São Paulo: Escola de Economia de São Paulo – FGV, 2010.

LIEN, D. D. The Effect of the Cointegration Relationship on Futures Hedging. **Journal of Futures Markets**, Vol. 16, No. 7, p.773-780, 1996.

LIEN, D. D.; LUO, X. Multi-period hedging in the presence of conditional heteroscedasticity. **The Journal of Futures Markets**. v. 12, p. 927-955, 1994.

LIMA, R. C.; OHASHI, A. The efficient market hypothesis and the dynamic behavior of sugar future prices. **Revista Econômica do Nordeste**, Fortaleza, v.30, p. 484-493, dez, 1999.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

MARQUES, P. V.; MARTINES, J. G. CRUZ, J. C. Razão de hedge ótima de mínimo MPI (momento parcial inferior) no mercado futuro de boi gordo na BM&F. XLVI Congresso da Sociedade Brasileira de Economia, Administração e Sociologia, Rio Branco, Acre, 2008.

McCURDY, T. H.; MORGAN, I. Testing the Martingale Hypothesis in Deutsche Mark Futures with Models Specifying the Form of Heteroskedasticity. **Journal of Applied Econometrics**, 3 (April-June), 187-202, 1988.

MAcKINNON, J. G. Critical values for cointegration tests. In: ENGLE, R. F.; GRANGER, W.J. **Long-run economic relationships**: readings in cointegration. New York: Oxford University Press. P. 267-76, 1991.

MONTEZANO, R. M. **Introdução aos Mercados Futuros de Índices de Ações**. São Paulo: BM&F/IBMEC, 1987.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C.M.C. *Análise de séries temporais.* São Paulo: Edgard Blücher, 2004.

MÜLLER, C. A. S.; MOURA, A. D.; LIMA, J. E. Análise comparativa entre estratégias de hedge com base em modelos estáticos e dinâmicos para contratos futuros de café arábica. In: **CONGRESSO BRASILEIRO DE ECONOMIA E SOCIOLOGIA RURAL**, XLVI., 2008, Rio Branco. *Anais*... Rio Branco: Sociedade Brasileira de Economia, Administração e Sociologia Rural, p. 21, 2008.

MYERS, R. J. Estimating Time-Varying Optimal Hedge Ratios on Future Markets. **The Journal of Futures Markets**, vol. 11, n.º 1, p. 39-53, 1991.

MYERS, R. J.; THOMPSON, S.R. Generalized Optimal *Hedge* Ratio estimation. **American Journal of Agricultural Economics**, Vol. 71. p.858-867, 1989.

PINDYCK, R. S.; RUBINFELD, D. J. **Econometria: Modelos e Previsões**. 4.ed Rio de Janeiro: Elsevier, 2004.

PINTO, W.J. **Relação de preços e hedging no mercado de café**. Dissertação (Mestrado em Economia Rural) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 2001.

RAABE, J. P.; STADUTO, J. A. R.; SHIKIDA, P. F. A. A efetividade de hedge do mercado futuro de açúcar nos mercado de Nova York, Londres e da BM&F. **Revista de Economia e Administração**, v. 5, n.3, p. 338-357, 2006.

SEPHTON, P. S. Hedging wheat and canola at the Winnipeg commodity exchange. **Applied Financial Economics**, *3*, 67–72, 1993.

SILVEIRA, R. F. L. **Análise das operações de cross hedge do bezerro e do hedge do boi gordo no mercado futuro da BM&F**. Dissertação (Mestrado em Economia Aplicada) – Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2002.

SILVA NETO, Lauro de Araújo. **Derivativos: definições, empregos e risco**. 3.ed. São Paulo: Atlas, 2000.

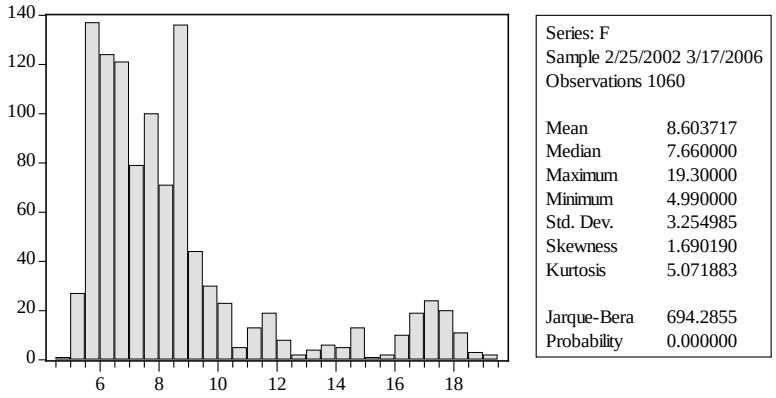
TANAKA, Y. **Estimação da razão ótima de Hedge para o dólar futuro usando um modelo MGARCH_BEKK-Diagonal**. Dissertação (Mestrado profissionalizantes em economia e finanças). Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro, RJ, 2005.

TONIN, J. M.; BRAGA, M L.; COELHO, A. B. Efetividade de hedge do milho com contratos futuros da BM&F: uma aplicação para a região de Maringá, PR. **Revista de Economia**, v. 35, n. 31, p. 115-140, 2009.

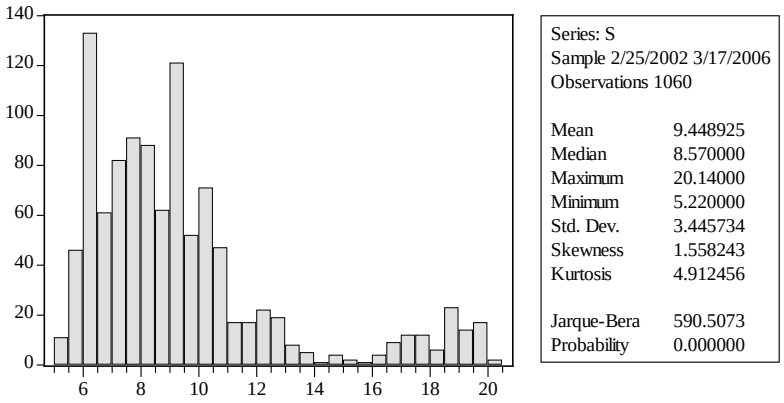
WORKING, H. Futures Trading and Hedging. **The American Economic Review**, June: 312-343, 1953.

_____. New Concepts Concerning Futures Markets and Prices. **The American Economic Review**, vol. 52, p.p. 432-59, 1962.

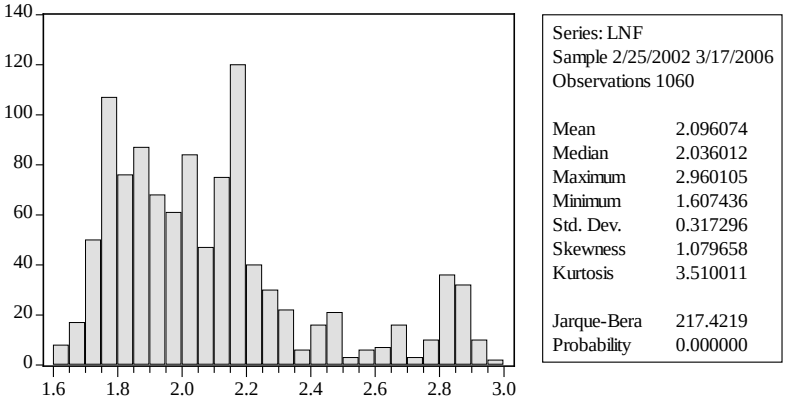
ANEXO A - Histograma das series (dados diários)



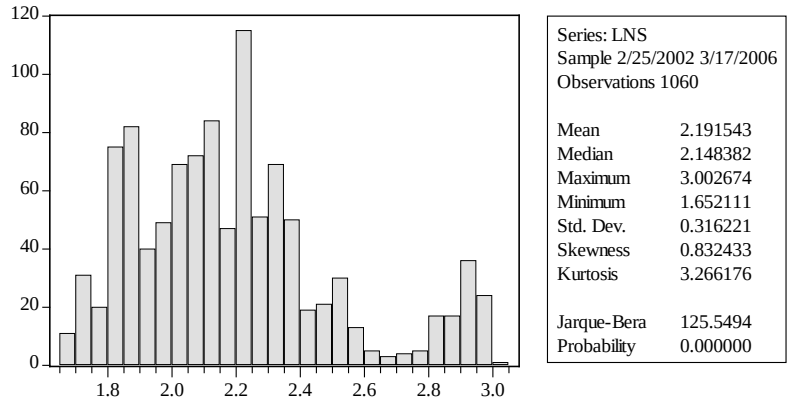
A - Histograma dos preços futuros do açúcar em nível (base diária)



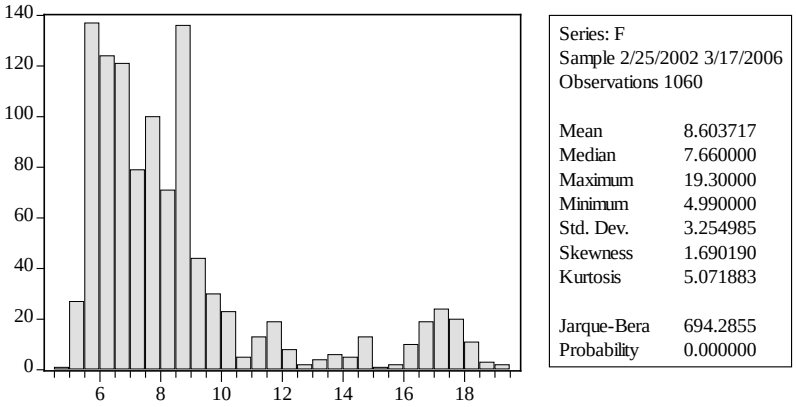
B - Histograma dos preços à vista do açúcar em nível (base diária)



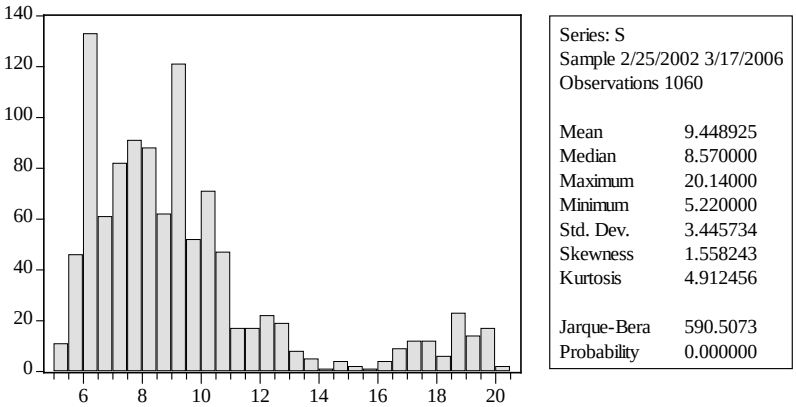
C - Histograma dos preços futuros do açúcar em logaritmo (base diária)



D - Histograma dos preços à vista do açúcar em logaritmo (base diária)



E - Histograma dos retornos dos preços futuros do açúcar (base diária)



F - Histograma dos retornos dos preços à vista do açúcar (base diária)