

**Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Ciências Sociais Aplicadas  
Departamento de Ciências Administrativas  
Programa de Pós-Graduação em Administração**

**Carolina Magda da Silva Roma**

**Uma Nova Proposta de Cálculo do Prêmio de Risco:  
Uma Análise no Mercado de Capitais Brasileiro**

**Recife - PE  
2013**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO - PROPAD

CLASSIFICAÇÃO DE ACESSO A TESES E DISSERTAÇÕES

Considerando a natureza das informações e compromissos assumidos com suas fontes, o acesso a monografias do Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal de Pernambuco é definido em três graus:

- “Grau 1”: livre (sem prejuízo das referências ordinárias em citações diretas e indiretas);
- “Grau 2”: com vedação a cópias, no todo ou em parte, sendo, em consequência, restrita à consulta em ambientes de biblioteca com saída controlada;
- “Grau 3”: apenas com autorização expressa do autor, por escrito, devendo, por isso, o texto, se confiado a bibliotecas que assegurem a restrição, ser mantido em local sob chave ou custódia.

A classificação desta dissertação se encontra, abaixo, definida por sua autora.

**Solicita-se aos depositários e usuários sua fiel observância, a fim de que se preservem as condições éticas e operacionais da pesquisa científica na área de administração.**

---

Título da monografia: Uma Nova Proposta de Cálculo do Prêmio de Risco: Uma Análise no Mercado de Capitais Brasileiro.

Nome da autora: **Carolina Magda da Silva Roma**

Data da aprovação:

Classificação, conforme especificação acima:

Grau 1     

Grau 2     

Grau 3     

Recife,      de fevereiro de 2013

Assinatura da autora

**Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Ciências Sociais Aplicadas  
Departamento de Ciências Administrativas  
Programa de Pós-Graduação em Administração**

**Carolina Magda da Silva Roma**

**Uma Nova Proposta de Cálculo do Prêmio de Risco:  
Uma Análise no Mercado de Capitais Brasileiro**

Orientador Prof. Dr. Marcos Roberto Gois de Oliveira

Dissertação elaborada como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Administração, área de concentração em Estratégia, Finanças e Sustentabilidade, do Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal de Pernambuco.

**Recife - PE  
2013**

Catálogo na Fonte  
Bibliotecária Ângela de Fátima Correia Simões, CRB4-773

R756u Roma, Carolina Magda da Silva  
Uma nova proposta de cálculo do prêmio de risco: uma análise no mercado de capitais brasileiro / Carolina Magda da Silva Roma. - Recife : O Autor, 2013.  
125 folhas : il. 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Marcos Roberto Gois de Oliveira.  
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CCSA. Administração, 2013.  
Inclui bibliografia e apêndices.

1. Capital de risco. 2. Distribuição (Teoria da probabilidade). 3. Mercado de capitais. I. Oliveira, Marcos Roberto Gois de (Orientador). II. Título.

658.15 CDD (22.ed.) UFPE (CSA 2013 – 030)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Ciências Sociais Aplicadas  
Departamento de Ciências Administrativas  
Programa de Pós-Graduação em Administração - PROPAD

# **Uma Nova Proposta de Cálculo do Prêmio de Risco: Uma Análise no Mercado de Capitais Brasileiro**

**Carolina Magda da Silva Roma**

**Dissertação submetida ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação em  
Administração da Universidade Federal de Pernambuco e aprovada em 29 de janeiro de  
2013.**

Banca Examinadora:

Prof. Marcos Roberto Gois de Oliveira, Dr., UFPE (Orientador)

Prof. Adiel Teixeira de Almeida Filho, Dr., UFPE (Examinador Externo)

Prof. Charles Ulisses de Montreuil Carmona, Dr., UFPE (Examinador Interno)

Prof. José Lamartine Távora Júnior, Dr., UFPE (Examinador Externo)

*Dedico ao meu querido Deus Todo Poderoso, pelo dom da vida que todos os dias proporciona; ao meu amado pai, Ademir Paulo (in memoriam); a minha sábia mãe, Magda e a minha maravilhosa irmã, Paula.*

*Portanto, agora existem estas três coisas: a fé, a esperança e o amor. Porém, a maior delas é o amor*

1 Coríntios 13:13

# Agradecimentos

Primeiramente, a Deus, pela família, pelos sonhos, pela ajuda para completar mais esta etapa da jornada e, como se não bastasse, obrigada, Pai, simplesmente por existir.

Ao meu pai, Ademir Paulo Roma (*in memoriam*), por tudo que me ensinou, por todo o amor que nos foi dado, por todo o zelo e incentivo aos estudos, pois foi muito bom ter desfrutado o prazer de ser uma de suas filhas e sempre seguirás vivo em meu coração.

A minha mãe, Magda da Silva, que também nos incentivou a estudar, a buscar novos horizontes e sempre foi muito mais que uma amada mãe, mas companheira, amiga e fiel escudeira para toda a vida. Obrigada pelas asas para eu voar!

A minha querida irmã, Paula Magda da Silva Roma, que sempre esteve comigo, que me mostrou o caminho quando eu não sabia trilhá-lo sozinha, que nunca abriu mão de, mesmo longe, estar sempre presente e me ajudar. Não tenho palavras para expressar o quanto você e nossos pais foram essenciais durante toda a minha vida.

À sra. Gilda e família que, mesmo sem nos conhecermos, me receberam em sua casa, quando cheguei pela primeira vez em Recife. Sou muito grata por tudo que vocês fizeram, por acreditarem nos meus ideais e pela contribuição sem igual para o presente existir.

Aos meus amigos Karina Carvalho, Kécia Galvão, Augusto Santana, Ricardo Galvão, Marcelino Caetano, Valéria Saturnino e Odilon Saturnino, Denise Andrade, Tomás Santos e Werbert, Vicente Melo e a todos os colegas do mestrado. Obrigada pela amizade, pois vocês tornaram tudo mais simples e transformaram os dias em intensas alegrias. Especialmente, quero agradecer a Karina e sua família, por me acolherem tão bem, por me aceitarem como “agregada”, pela confiança depositada e por me mostrarem que não importa de onde viemos ou para onde vamos, quando se decide guardar uma pessoa no coração.

Ao professor e orientador Marcos Roberto Gois de Oliveira, quero registrar meu muito obrigada por tudo que me ensinou, pelo encorajamento, pelo ensinamento do caminho certo, pelos mais diversos conselhos, por fazer parte desta história e por ser muito mais que um orientador e chefe, por ser um bom amigo.

Ao professor Charles Carmona e à professora Joséte Florêncio, por tudo que ensinaram, pelo que transmitiram e incentivaram. Foi muito importante o convívio com vocês para o crescimento não apenas profissional, mas, sobretudo, o pessoal. Cada aula e cada conversa foram essenciais para que este trabalho fosse sido finalizado. Obrigada.

Aos professores do PROPAD, Pierre Lucena, Débora Dourado, Marcos Feitosa, Bruno Campello e André Leão, que estimularam o senso crítico e aprendizagem.

A Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), pela infraestrutura e bons professores; aos funcionários da secretaria, pelas informações prestadas, sempre com

qualidade e à FACEPE, pelo auxílio financeiro e pela flexibilidade, na pessoa do Sr. Arnobio, quando precisei.

Agradeço a todos que, de forma direta ou indireta, contribuíram e auxiliaram nesta jornada.

Agradeço a Deus, pelos momentos vividos e espero que muitos outros estejam por vir.

## Resumo

Com a presente pesquisa se propôs a apresentar uma nova maneira de mensurar o prêmio de risco e analisar qual a melhor distribuição de probabilidade contínua que modela os dados estudados para o período completo e segmentações. Mehra e Prescott (1985) analisaram o prêmio de risco histórico por quase um século e obtiveram um resultado não suportado pela teoria econômica financeira, o qual foi denominado *Equity Premium Puzzle* (EPP). O prêmio de risco é estudado por diversos pesquisadores ao redor do mundo, porém, ainda hoje, não há consenso sobre como mensurá-lo, sendo classicamente entendido como o retorno de um ativo mais arriscado sobre um ativo livre de risco. Ele é uma variável integrante no cálculo do *Capital Asset Pricing Model*, ou Modelo de Precificação de Ativos (CAPM), comumente utilizado em finanças. Assim, buscou-se uma nova maneira de obter o prêmio de risco a partir da equação diferencial estocástica do movimento browniano geométrico (MBG). Para tanto, o prêmio foi calculado pela razão entre a diferença no retorno do índice Ibovespa (IBOV), para duas ações com maior participação no respectivo índice, baseado na última carteira de 2012, a Vale do Rio Doce (VALE5) e a Petrobrás (PETR4) e também para a empresa com maior participação no índice de consumo, a AmBev (AMBV4) e o ativo livre de risco tendo, neste caso, sido escolhido o Certificado de Depósito Interfinanceiro (CDI), com volatilidade para janeiro de 1998 a julho de 2012. As distribuições do prêmio de risco utilizadas neste trabalho foram gaussiana, Gama, T de Student, Weibull e logística. A volatilidade foi mensurada pelo software *Matlab*, com uma rotina que altera o modelo ARMA+ família GARCH e a distribuição do termo de erro com a gaussiana e T de Student, para que fosse escolhido aquele que melhor captura as características das séries. Os resultados apontaram um prêmio de risco pela média aritmética para os períodos completos em torno de 5,4% para o IBOV, 8,6% para a AMBV4, 7,7% para a VALE5 e 5,8% para a PETR4. Quanto à distribuição de probabilidade, predominaram, em muitos dos períodos segmentados escolhido pelos testes de aderência Anderson-Darling (A-D), Kolmogorov-Smirnov (K-S) e Qui-Quadrado ( $\chi^2$ ), em primeiro lugar, a logística e, em segundo, a T de Student.

**Palavras-chave:** Prêmio de risco. Distribuição de probabilidade. Modelos ARMA+GARCH. Testes de aderência. Volatilidade. Mercado de Capitais.

## Abstract

This research proposes to introduce a new way of measuring the equity risk premium and analyze the best continuous probability distribution that models the data for the entire period studied and segmentations. Mehra and Prescott (1985) analyzed the historical equity risk premium for nearly a century and achieved a result unsupported by financial economic theory which was named The Equity Premium Puzzle (EPP). The equity risk premium is studied by many researchers around the world, but still there is no consensus on how to measure it. The risk premium is classically understood as the return of a more risky asset on a riskless asset. It is a member variable in calculating the Capital Asset Pricing Model (CAPM), commonly used in finance. Thus, we sought a new way to get the risk premium from the stochastic differential equation of the geometric brownian motion (GBM). In order to do so, the premium is calculated by dividing the difference in Ibovespa return (IBOV), for two stocks with greater participation in the respective index based on the latest portfolio of 2012, Vale do Rio Doce (VALE5) and Petrobras (PETR4) and also for the company with the highest participation rate in consumption index, AmBev (AMBV4) and the risk-free asset, which in this case was chosen the Interbank Deposit Certificate (CDI). The distributions of the equity risk premium used in this work were the Gaussian, Gamma, Student's T, Weibull and Logistics. Volatility was measured by Matlab software with a routine that alters the ARMA model + GARCH family and the distribution of the error term with the Gaussian and Student's T so that the one which best capture the characteristics of the series could be chosen. The results showed an equity risk premium by the arithmetic mean for the full periods around 5.4% to IBOV, 8.6% to AMBV4, 7.7% to VALE5 and 5.8% to PETR4. As for the probability distribution, that which prevailed in many of the targeted periods chosen by the adherence tests Anderson-Darling (AD), Kolmogorov-Smirnov (KS) and Chi-square ( $\chi^2$ ) was first the Logistic and the second one was the Student's T.

**Keywords:** Equity risk premium. Probability distribution. ARMA+GARCH models. Adherence test. Volatility. Capital Market.

## Lista de Figuras

Figura 1	Função densidade da probabilidade e função densidade cumulativa empírica	39
Figura 2	Distribuição T de Student	41
Figura 3	Distribuição Gama	43
Figura 4	Distribuição Weibull	45
Figura 5	Distribuição Logística	46
Figura 6 (a)	Autocorrelação Total – Ibovespa	80
Figura 6 (b)	Autocorrelação Parcial – Ibovespa	80
Figura 7 (a)	Autocorrelação Total do Quadrado do Retorno – Ibovespa	81
Figura 7 (b)	Autocorrelação Parcial do Quadrado do Retorno – Ibovespa	81
Figura 8 (a)	Autocorrelação Total das Inovações Padronizadas – Ibovespa	83
Figura 8 (b)	Autocorrelação Total do Quadrado das Inovações Padronizadas – Ibovespa	84
Figura 9 (a)	Autocorrelação Total – AMBV4	86
Figura 9 (b)	Autocorrelação Parcial – AMBV4	87
Figura 10 (a)	Autocorrelação Total do Quadrado do Retorno - AMBV4	87
Figura 10 (b)	Autocorrelação Parcial do Quadrado do Retorno - AMBV4	88
Figura 11 (a)	Autocorrelação Total das Inovações Padronizadas - AMBV4	90
Figura 11 (b)	Autocorrelação Total do Quadrado das Inovações Padronizadas - AMBV4	90
Figura 12 (a)	Autocorrelação Total – VALE5	92
Figura 12 (b)	Autocorrelação Parcial – VALE5	93
Figura 13 (a)	Autocorrelação Total do Quadrado do Retorno - VALE5	93
Figura 13 (b)	Autocorrelação Parcial do Quadrado do Retorno - VALE5	94
Figura 14 (a)	Autocorrelação Total das Inovações Padronizadas - VALE5	95
Figura 14 (b)	Autocorrelação Total do Quadrado das Inovações Padronizadas - VALE5	96
Figura 15 (a)	Autocorrelação Total – PETR4	98
Figura 15 (b)	Autocorrelação Parcial – PETR4	98
Figura 16 (a)	Autocorrelação Total do Quadrado do Retorno - PETR4	99
Figura 16 (b)	Autocorrelação Parcial do Quadrado do Retorno - PETR4	99
Figura 17 (a)	Autocorrelação Total das Inovações Padronizadas - PETR4	101
Figura 17 (b)	Autocorrelação Total do Quadrado das Inovações Padronizadas - PETR4	101



## Lista de Quadros

Quadro 1	Estimativas do prêmio de risco para os EUA e Reino Unido	61
Quadro 2	Amostra da pesquisa	68
Quadro 3	Output do Matlab para o LBQ Teste	71
Quadro 4	Formação do melhor modelo para a volatilidade	73
Quadro 5	Fluxograma dos procedimentos metodológicos	77
Quadro 6	Teste Q para análise da autocorrelação na série do Ibovespa	82
Quadro 7	ARCHTEST para análise de heteroscedasticidade na série do Ibovespa	82
Quadro 8	Teste Q para análise da autocorrelação na série da AMBV4	88
Quadro 9	ARCHTEST para análise de heteroscedasticidade na série da AMBV4	89
Quadro 10	Teste Q para análise da autocorrelação na série da VALE5	94
Quadro 11	ARCHTEST para análise de heteroscedasticidade na série da VALE5	95
Quadro 12	Teste Q para análise da autocorrelação na série da PETR4	100
Quadro 13	ARCHTEST para análise de heteroscedasticidade na série da PETR4	100
Quadro 14	Média e Desvio-Padrão do Prêmio de Risco	104
Quadro 15	Matriz de correlação do Prêmio de Risco	106
Quadro 16	Distribuição do Prêmio de Risco segundo os critérios de aderência para segmentação pelo preço de fechamento	107
Quadro 17	Distribuição do Prêmio de Risco segundo os critérios de aderência para segmentação pelo período da crise de 2008	109

## Lista de Tabelas

Tabela 1	Propriedades da distribuição gaussiana	38
Tabela 2	Estatística descritiva do Ibovespa	78
Tabela 3	Estatística descritiva da AMBV4	84
Tabela 4	Estatística descritiva da VALE5	91
Tabela 5	Estatística descritiva da PETR4	96

## Lista de Gráficos

Gráfico 1	Distribuição de frequência da série do Ibovespa	79
Gráfico 2	Distribuição de frequência da série da AMBV4	85
Gráfico 3	Distribuição de frequência da série da VALE5	91
Gráfico 4	Distribuição de frequência da série da PETR4	97
Gráfico 5	Segmentação do Ibovespa pelo preço de fechamento	102
Gráfico 6	Segmentação da AMBV4 pelo preço de fechamento	103
Gráfico 7	Segmentação da VALE5 pelo preço de fechamento	103
Gráfico 8	Segmentação da PETR4 pelo preço de fechamento	104

# Sumário

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>18</b>
1.1 Apresentação do Problema de Pesquisa	18
1.2 Justificativa da Pesquisa	21
1.3 Objetivos	23
1.3.1 Objetivo Geral	24
1.3.2 Objetivos Específicos	24
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO</b>	<b>25</b>
2.1 Apresentando o conceito de risco	25
2.2.1 Teoria do Portfólio	27
2.2 <i>Capital Asset Pricing Model (CAPM)</i>	28
2.3 Modelos de Volatilidade	30
2.4 Distribuições Contínuas de Probabilidade	37
2.4.1 Distribuição Gaussiana (Normal)	38
2.4.2 Distribuição T de Student	39
2.4.3 Distribuição Gama	42
2.4.4 Distribuição Weibull	44
2.4.5 Distribuição Logística	45
2.5 Prêmio de Risco	47
2.5.1 Mensurando o Prêmio de Risco	51
2.5.1.1 Prêmio Histórico	51
2.5.1.2 Maneiras alternativas de calcular o Prêmio de Risco	53
<b>3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS</b>	<b>64</b>
3.1 Caracterização da Pesquisa	64
3.2 Movimento Browniano Geométrico (MBG)	65
3.2.1 Proposta de cálculo do Prêmio de Risco	66
3.3 Variáveis de Pesquisa e Dados	68
3.4 Procedimento de Análise dos Dados	69
3.4.1 Estimação dos Modelos de Volatilidade	72
3.5 Hipóteses de Pesquisa	76
<b>4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS</b>	<b>78</b>
4.1 Ibovespa (IBOV)	78
4.2 AMBEV (AMBV4)	84

4.3 Vale do Rio Doce (VALE5)	91
4.4 Petrobrás (PETR4)	96
4.5 Distribuições Contínuas de Probabilidade para o Prêmio de Risco	102
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>111</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>115</b>
<b>APÊNDICE A – ROTINA DO PROGRAMA MATLAB PARA A VOLATILIDADE</b>	<b>125</b>

# 1 Introdução

---

Apesar de vivermos em um mundo no qual as informações são rapidamente transmitidas, ainda há uma falta de entendimento comum sobre a palavra risco. A todo instante o governo, as empresas e os demais agentes estão se posicionando de maneira a limitar sua exposição a esta variável. Os investidores, por sua vez, também parecem demandar um prêmio para investir em ativo de renda variável, com a característica de ser mais arriscado, em contraposição a um investimento mais seguro, como o Certificado de Depósito Interfinanceiro (CDI) e os títulos remunerados pelo governo federal.

Nesta parte introdutória faz-se a apresentação do problema de pesquisa, da justificativa que direciona as motivações para este trabalho e dos próprios objetivos geral e específicos que se pretendeu alcançar ao término do estudo.

## 1.1 Apresentação do Problema de Pesquisa

O risco está presente, no cotidiano, em muitas das atividades que são exercidas. Sua mensuração é, em alguns casos, de tamanha complexidade que envolve análises estatísticas robustas e monitoramento constante de pessoal especializado.

Para Jorion (2003, p.3), o risco é entendido como “a volatilidade de resultados inesperados, normalmente relacionada ao valor de ativos ou passivos de interesse”. Isso quer dizer que o risco significa a possibilidade de se obter um resultado diferente do esperado, variabilidade do retorno e, por conseguinte, deve ser monitorado continuamente.

A volatilidade afeta a percepção do investidor, a qual, em momentos de crise, pode variar substancialmente, dada a caracterização de um período de grande incerteza nos mercados, pois, como se sabe, quando há uma desconfiança dos investidores e o risco atribuído é considerado alto, o retorno exigido também se eleva.

Vale ressaltar que tais momentos de crise podem influenciar além das fronteiras dos próprios países em têm início, inundando outras economias. Em um ambiente de globalização financeira, as crises podem impactar severamente. Conforme apontam Cunha e Prates (2001), um dos efeitos da internacionalização está no grau de susceptibilidade dos países aos choques. Como exemplos, citam-se a crise do *subprime*, nos Estados Unidos, em 2008 e a recente crise

da dívida na Zona do Euro (2012), tendo a Grécia atraído a atenção de todo o mundo para a sua desconfortável situação, dentre outras.

Trazendo para o campo das finanças, como era de se esperar, o mercado de capitais também sofre alterações com o indício de qualquer crise ou incerteza em relação ao futuro. A volatilidade presente nos mercados afeta diretamente a percepção que o investidor tem do mesmo, dos ativos que pretende investir e, em linhas gerais, por buscar um aumento da sua riqueza e não estar propenso a obter prejuízos, ele irá tratar de tomar uma decisão que renda o máximo de retorno possível, dado o grau de incerteza que está disposto a aceitar.

Entra em cena, então, o estudo do prêmio de risco, que é um conceito diretamente ligado ao adicional que o investidor recebe por alocar seus recursos em ativos com um grau maior de risco ou, em outras palavras, o excesso de retorno que determinado ativo mais arriscado proporciona sobre outro que é livre de risco.

Mehra e Prescott (1985) publicaram um artigo intitulado *The equity Premium: a puzzle*, no qual os autores encontraram um prêmio de risco no mercado norte-americano, com um alto coeficiente de aversão ao risco, que não era suportado pelas teorias existentes. Até os dias atuais, ainda são encontrados trabalhos revisitando o tema prêmio de risco, tentando evidenciar soluções para o *puzzle*, contudo, ainda sem consenso.

Comumente, o prêmio tem sido mensurado simplesmente pela diferença entre o rendimento de um ativo representativo da carteira de mercado, como, no caso norte-americano, o *Standard&Poor's 500* e, no caso brasileiro, o Índice da Bolsa de Valores de São Paulo (IBOVESPA) e a *proxy* de um ativo livre de risco.

Contudo, pode-se encontrar em vários trabalhos, como o de Damodaran (2011), que esta maneira de mensuração, conhecida na literatura por abordagem histórica, tem algumas características que, algumas vezes, influenciam o seu uso. Pelo que o autor aponta, o período escolhido das observações e o ativo livre de risco que está sendo empregado podem proporcionar que resultados divergentes sejam encontrados pelos pesquisadores, além do fato da necessidade do espaço temporal precisar ser longo para se afastar das movimentações de curtíssimo prazo.

Assim, muitos autores têm proposto maneiras alternativas para o cálculo do prêmio de risco. Alguns fazem uso de regressão, utilizando dados como os fundamentos das empresas, outros fazem pesquisas para entender qual o prêmio que os profissionais têm utilizado e suas

perspectivas sobre este e ainda há os que se fundamentam no modelo de dividendo descontado, como será visto no transcorrer do trabalho.

A partir de tudo o que foi abordado até o presente momento, nesta investigação buscou-se analisar o comportamento do prêmio de risco no Brasil. Utilizando-se as técnicas econométricas, espera-se computá-lo, baseando-se na equação diferencial estocástica (SDE) do movimento browniano geométrico. Segundo Aiube (2013, p. 213), Bachelier (1900) foi o primeiro a introduzir o processo browniano em finanças com a equação do movimento browniano aritmético para a modelagem de preços de ativos.

Em contrapartida, a equação do movimento browniano geométrico contorna este problema, devido ao uso de uma função exponencial, permitindo apenas valores positivos. Aiube (2013, p.94) credita a Samuelson (1965) o primeiro uso do MBG com modelagem de preços e, depois disso, Black e Scholes (1973) e Merton (1973), que analisaram opções. A equação do movimento browniano geométrico foi utilizada no presente trabalho com os dados do retorno da *proxy* da carteira de mercado, retorno da *proxy* do ativo livre de risco escolhido e mensuração da volatilidade.

É útil ressaltar que a consideração de maneiras diferentes de mensuração do risco dá-se no conhecimento de que as séries financeiras têm algumas características peculiares que, muitas vezes, não são atendidas pelos modelos padrões de cálculo da volatilidade, que é um parâmetro não observável, devendo, portanto, ser estimado.

Como forma mais usual de se estimar a volatilidade, tem-se o desvio padrão, uma medida da estatística descritiva que considera os desvios ao redor da média, porém, tem a desvantagem de ponderar igualmente as informações passadas das atuais.

Uma proposta que minimiza esta deficiência encontra-se no *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA), ou técnica de alisamento exponencial, utilizado pela instituição financeira JP Morgan, que pondera diferentemente as observações mais antigas das atuais com um fator de decaimento denominado lambda ( $\lambda$ ). O valor mais atribuído pelos pesquisadores da área de finanças ao peso segue o padrão do banco JP Morgan, com um  $\lambda = 0,96$ .

Todavia, ainda assim, esta última medida é passível de críticas, uma vez que muitos dados financeiros têm a característica de heterocedasticidade, ou seja, uma variância que não é constante ao longo do tempo. Uma vez que duas das irregularidades apresentadas pelas séries são a ausência de normalidade nos retornos e a homocedasticidade, conforme abordado

por Taylor (1986), outros modelos que consideram estas características foram introduzidos e são amplamente utilizados, como os derivados do modelo *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH), proposto por Engle (1982), tais como o *Generalized ARCH* (GARCH), desenvolvido por Bollerslev (1986). Neste trabalho, para mensurar a volatilidade, foram adotados três modelos de tal família, que são o GARCH, o EGARCH e o GJR.

De posse deste parâmetro, tornou-se possível fazer uso da metodologia apresentada para levantar o prêmio de risco. Adicionalmente, após o cômputo do prêmio de risco, buscou-se avaliar se houve mudanças nas distribuições de probabilidade contínua escolhidas pelos testes de aderência, durante o período completo e o segmentado. As distribuições utilizadas foram gaussiana, T de Student, logística, Weibull e Gama.

Assim, diante do exposto é factível a pesquisa que tem o objetivo de investigar o seguinte problema de pesquisa: a partir da nova proposta de mensuração do prêmio de risco, qual o prêmio de risco mensurado pela equação do movimento browniano geométrico para o índice Ibovespa (IBOV), AMBEV Companhia de Bebidas das Américas (AMBV4), Vale do Rio Doce (VALE5), Petrobrás (PETR4) e, conseqüentemente, quais são as distribuições de probabilidade contínuas que melhor aderem (*goodness of fit*) a este prêmio? Portanto, neste trabalho propõe-se uma maneira alternativa de se calcular o prêmio de risco, levando em consideração o aspecto da volatilidade do ativo avaliado que, conseqüentemente, afeta o retorno exigido pelo investidor.

## 1.2 Justificativa da Pesquisa

Uma das características do mercado de capitais, em qualquer lugar do mundo, é a volatilidade, pois esse mercado é um dos primeiros a sofrer oscilações, ao sinal de qualquer ruído. Ele surgiu devido à necessidade inerente de nova fonte de financiamento, em virtude da capacidade limitada dos bancos de atender a todos os deficitários. Ele é sensível e, segundo a Hipótese de Eficiência de Mercado, as novas informações que chegam são rapidamente incorporadas aos preços (OLIVEIRA, 2009, p.136).

Os investidores estão atentos, acompanhando os eventos que são espalhados agilmente pela mídia. Estão sempre buscando oportunidades de lucro. Como já afirmava Markowitz (1952), eles querem sempre ganhar mais e não menos, portanto, mensurar o ganho adicional de se investir em ativo de renda variável sobre ativo de renda fixa é oportuno, haja vista que o

investidor buscará alocar o mais eficientemente possível seus recursos. Este “a mais” é o que, na literatura, se designa como prêmio de risco.

Os autores nacionais e, fundamentalmente, os internacionais são enfáticos em apontar o prêmio de risco como uma variável de aspecto central no campo das finanças. Pástor e Stambaugh (1998), Fama e French (2002), Campbell (2008) e Damodaran (2011) são alguns exemplos de pesquisadores que ressaltam o importante papel exercido pelo prêmio.

Mas, um questionamento relevante é o seguinte: como é que se distribui este prêmio de risco ao longo do tempo? E, mais profundamente, como mensurá-lo? Este é o foco deste trabalho e, devido ao papel do mercado de capitais no cenário econômico, não somente do país que atua, mas também com seu papel dentro do contexto global, é interessante que inúmeras pesquisas sejam conduzidas, visando entender variáveis correlacionadas a ele.

Tem-se observado que, com o passar do tempo, há um incremento na participação dos investidores estrangeiros no Brasil. A partir de 2005, também se pode verificar um aumento na quantidade de pessoas físicas investindo na Bolsa de Mercadorias e Futuros de São Paulo (BM&FBOVESPA). Portanto, evidenciar o prêmio de risco é importante para o entendimento do mercado de capitais, durante o passar do tempo.

A este fator acrescenta-se que, mesmo tendo sido descoberto no trabalho de Mehra e Prescott (1985) um *puzzle* em relação ao prêmio, ainda há, passados 27 anos desde a publicação do artigo original no *Journal of Monetary Economics*, uma falta de consenso sobre a maneira mais adequada para a sua mensuração, estando sujeito a variações segundo as metodologias propostas.

No Brasil, por exemplo, Gonçalves Junior et al (2011) mensuraram o prêmio de risco a partir de três métodos, a saber: histórico, implícito ou prospectivo, usando o modelo de Gordon (1962) modificado e por meio do CAPM, que denominam de indireto, para o período de 1996 a 2008. Os autores encontraram um prêmio de risco variando de 5% a 7%, para IBrX e FGV-100, na primeira metodologia; 3,35%, na segunda e valores negativos na última. Enquanto isso, Costa, Gomes e Pupo (2012), por meio de uma metodologia diferente, baseando-se no modelo de Mehra e Prescott (1985) e Mehra (2003), encontraram um prêmio *ex post* e *ex ante*, nulo e positivo, respectivamente. Assim, os resultados são distintos e, apesar de haver métodos mais utilizados de mensuração, não há consenso entre os especialistas.

Outra linha de arguição quanto à importância dada para fundamentar este trabalho está no fato de que o próprio prêmio de risco é um dos elementos que compõem a maneira mais

utilizada para estimar o custo de capital próprio, que é o *Capital Asset Pricing Theory* (CAPM), desenvolvido por Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966).

Dadas as premissas subjacentes do CAPM, pode-se afirmar que o modelo admite retornos sob a hipótese de normalidade, fato não suportado pelas análises dos retornos dos ativos (MANDELBROT, 1963; FAMA, 1965; BOOTHE; GLASSMAN, 1987; BINGHAM; KIESEL, 2001; HAAS; PIGORSCH, 2007). Há ainda que se acrescentar que, no próprio trabalho de Black e Scholes (1973) sobre opções, também se faz a mesma consideração. Por isso, autores como Hamada e Valdez (2004) utilizaram distribuições elípticas<sup>1</sup>, juntamente com o CAPM, ao contrário da normal e obtiveram resultado satisfatório.

Por meio do CAPM define-se o custo de capital próprio que, por sua vez, irá impactar diretamente no resultado da empresa, servindo como base para a aceitação ou a rejeição de orçamento de projetos. Dessa forma, uma nova metodologia proposta para mensurar o prêmio de risco tem um aspecto crucial na gestão dos investimentos, buscando alocá-los de maneira mais eficientemente possível.

Assim, nesta pesquisa, foram utilizadas, como distribuição do termo de erro para modelar a volatilidade nos modelos da família GARCH, a gaussiana e também a T de Student e, para a análise do prêmio de risco, além destas, utilizaram-se Gama, Weibull e logística, visando menos restrição nos parâmetros.

Ainda outra contribuição acadêmica desta pesquisa é que propôs apresentar, por meio desta metodologia, uma base comparativa para os resultados observados, principalmente, para o Ibovespa, índice representativo da carteira brasileira, sobre o qual vários estudos são realizados. Complementarmente, por meio da análise das funções de distribuição de probabilidade geradas pelos prêmios de risco dos ativos, será possível enriquecer o entendimento acerca desta variável, seu comportamento e identificar se houve alterações na variável com o passar do tempo, quando da decisão de exigir prêmios maiores ou não, para alocar capital em ativos mais arriscados.

## 1.3 Objetivos

Os objetivos de um trabalho norteiam os esforços a serem realizados. Por meio deles é apresentada a finalidade do estudo em um contexto amplo e também específico. Por isso,

---

<sup>1</sup> Segundo Hamada e Valdéz (2004, p.1), as distribuições elípticas, que incluem a normal, são mais flexíveis tanto para modelagem de caudas grossas quanto para valores extremos nos retornos e, ainda assim, conseguem manter algumas propriedades da gaussiana.

identificar corretamente os objetivos configura-se como um dos pontos iniciais para os quais os esforços do pesquisador devem ser concentrados, uma vez que uma má especificação pode comprometer o resultado final da pesquisa.

Neste trabalho apresenta-se uma nova proposta de mensuração do prêmio de risco, haja vista a falta de consenso dos especialistas sobre uma forma padrão de cálculo desta variável que, conforme foi mencionado, tem papel de destaque nas finanças.

A seguir descrevem-se os objetivos, geral e específicos, que conduziram a presente dissertação.

### **1.3.1 Objetivo geral**

Este trabalho tem o objetivo de apresentar uma proposta de mensuração do prêmio de risco por meio do modelo browniano geométrico (MBG) e analisar as distribuições de probabilidade contínuas estimadas para os períodos completos e segmentados.

### **1.3.2 Objetivos específicos**

Para atingir o objetivo geral, os seguintes objetivos específicos são delineados:

- Selecionar o modelo de volatilidade da família GARCH mais indicado à carteira;
- Estimar o prêmio de risco por meio da equação diferencial estocástica (SDE);
- Realizar segmentação das séries para análise do prêmio de risco;
- Modelar o prêmio de risco por meio de distribuições de probabilidade contínuas.

Este trabalho está estruturado da seguinte forma: no capítulo 2, primeiramente, abordam-se a volatilidade e as diferentes medidas para mensurá-la, por meio da família GARCH. Logo após, apresentam-se as distribuições contínuas de probabilidade para as quais foram realizados os testes para aderência do prêmio de risco. Para finalizar, a definição de prêmio de risco, a sua contextualização e algumas maneiras para computá-lo também são citadas. No capítulo 3 serão apresentados os procedimentos para que a variável prêmio de risco seja calculada. No capítulo 4, os resultados são analisados e discutidos, e, finalizando, encontram-se as considerações finais do trabalho.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

---

Neste capítulo apresenta-se a literatura desenvolvida, ao longo do tempo, sobre o tema em foco. Esta seção está estruturada da seguinte maneira: na primeira parte é realizada uma apresentação de alguns conceitos de risco, a contribuição da Teoria do Portfólio para o entendimento desta variável e é abordado também o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), que se configura como um dos modelos mais utilizados para precificação de ativos e que considera o prêmio de risco em sua metodologia de cálculo. Em seguida, contextualiza-se sobre a volatilidade e os modelos comumente utilizados para a sua mensuração e as distribuições de probabilidade gaussiana, T de Student, Gama, Weibull e logística. Para finalizar, realiza-se um levantamento sobre o prêmio de risco, a partir de seu significado, importância e algumas maneiras de mensurá-lo.

### 2.1 Apresentando o conceito de risco

Comumente, o assunto risco é abordado na economia e no cotidiano das pessoas, contudo, o significado dado a esta palavra é difícil de ser caracterizado com um sentido único para todos. Para Securato (1993, p. 28), risco é “probabilidade de ocorrência do evento gerador da perda ou da incerteza”. Assim, este autor, admitindo que, na busca pelos objetivos pretendidos, podem ocorrer situações de sucesso (S) ou fracasso (F), definidas por ele como “eventos que nos permitem atingir os objetivos” e “eventos que não nos permitem atingir os objetivos”, respectivamente e os resultados finais que podem ser atingidos (U), define que (p.28)

$$F \cup S = U \quad \text{e} \quad F \cap S = \emptyset \quad (1)$$

Ou, ainda, sabendo que  $P(F)$  é a probabilidade de fracasso e  $(PS)$  é a probabilidade de sucesso, tem-se que  $Risco = P(F)$  ou  $Risco = 1 - P(S)$ .

O risco também é entendido baseando-se no conceito de desvio padrão, que mensura a variação do dado em torno da média, isto é, o grau de dispersão dos dados. Quanto maior o

desvio padrão, maior será o risco do ativo, pois há uma maior variabilidade de o resultado esperado ser atingido.

A fórmula do desvio padrão é dada por

$$\sigma = \sqrt{E(X^2) - E(X)^2} \quad (2)$$

em que

$\sigma$  = desvio padrão;

$E(X)$  = retorno esperado

Alguns autores ilustram a diferença existente entre o conceito de risco e de incerteza. Sá (1999) distingue risco como uma situação em que a distribuição de probabilidade é conhecida *a priori*, isto é, tem-se o total conhecimento das probabilidades dos resultados que podem ser obtidos. Já em eventos nos quais esta distribuição de probabilidades não tem como ser conhecida, ocorre a incerteza; em tais situações, o mais coerente que se pode fazer é utilizar dados históricos com a mesma natureza do fenômeno como fonte de aproximação (p. 28).

Bodie e Merton (2002) também advogam a favor da distinção entre os conceitos de incerteza e risco. Para os autores, todo risco é uma incerteza, mas não o contrário, isto é, o indivíduo pode estar em uma situação de incerteza que não ocasione necessariamente estar em um momento de risco. Assim, “risco é a incerteza que importa porque afeta o bem-estar das pessoas” (p. 258).

Então, havendo configurado algumas definições para o risco, convém distingui-lo em duas partes para se computar o risco total envolvido: o risco sistemático (não diversificável) e o risco não sistemático (diversificável). O primeiro reflete aquela parte do risco comum a todas as organizações, independentemente da área de atuação, podendo ser citadas, como exemplos, a política monetária do país, as crises financeiras, a mudança de governo, a taxa de juros, a legislação, etc. O segundo é a parte do risco associada a uma empresa ou segmento específico, tais como política interna da empresa, decisões da diretoria, greve, etc. Assim, por meio da diversificação, busca-se eliminar a parte do risco não sistemático, isto é, aquela parte associada à determinada empresa.

### 2.1.1 Teoria do Portfólio

Harry Markowitz publicou, em 1952, o artigo *Portfolio Selection*, no *The Journal of Finance*, em que apresenta as bases para o que é denominado de moderna teoria de finanças. O modelo de média-variância do autor, até os dias atuais, é amplamente citado, visto sua relevante contribuição para a área.

Markowitz (1952) relata que o indivíduo sempre está disposto a ganhar mais e não menos. A relação risco-retorno preconizada pelo autor estabelece que o retorno exigido pelo investidor varia em função do risco e, assim, maiores retornos serão requeridos de títulos cujo risco atribuído é de grandeza mais elevada. A fronteira eficiente construída pelo autor é aquela que apresenta o menor risco para um dado retorno esperado ou o maior retorno para um certo nível de risco.

A grande contribuição do autor é definir o risco de uma carteira não como a média ponderada do risco dos ativos isoladamente, mas inserindo o conceito de covariância entre eles. O conceito de covariância ou correlação refere-se a como estes ativos variam, um em relação ao outro. A correlação entre dois ativos varia de 1 a -1. No primeiro caso, os ativos têm correlação positiva e variam na mesma direção. Por exemplo, a variação frente a duas ações com tal correlação mediante um choque sofrido se dará na mesma direção para ambas. A correlação zero indica que os ativos não têm um comportamento relacionado entre si. E, no último caso, os ativos variam com uma correlação negativa, isto é, em sentido oposto. Por exemplo, a divulgação de uma mudança na política cambial pode fazer com que certa empresa X seja beneficiada e outra Y seja fortemente afetada, prejudicando seu resultado líquido. O ideal, então, é que o investidor analise sua carteira, investindo em ativos correlacionados negativamente para tentar minimizar as perdas.

No trabalho de Markowitz (1952) é analisada apenas a carteira formada com ativos de risco e as medidas básicas de retorno e risco são calculadas conforme a seguir:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n X_i E(R_i) \quad (3)$$

$$VAR(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij} \quad (4)$$

Com as restrições de

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1 \quad (5)$$

$$X_i \leq 1 \quad (6)$$

em que

$E(R_p)$  = retorno esperado da carteira;

$VAR(R_p)$  = variância da carteira;

$X_i$  = peso de participação do ativo  $i$  na carteira;

$E(R_i)$  = retorno esperado do ativo  $i$ ;

$\sigma_{ij}$  = covariância entre dois ativos, quando  $i \neq j$  e variância quando  $i = j$ .

Isto significa que o retorno esperado da carteira é dado pelo retorno de um respectivo ativo ponderado por sua participação na carteira. O risco da carteira, por sua vez, é calculado não apenas pela ponderação entre o risco individual de cada ativo com sua participação, mas também considera a covariância (variância) entre os pares de ativos. Dessa maneira, busca-se maximizar a relação retorno-risco, de forma a trazer maiores ganhos para o investidor.

## 2.2 Capital Asset Pricing Model (CAPM)

Após lançada a teoria de seleção de portfólio de Markowitz (1952), Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossim (1966) desenvolveram, independentemente, o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), ou Modelo de Precificação de Ativos. Esse é um dos modelos mais utilizados em finanças para avaliação de ativos, sendo estudado por inúmeros pesquisadores em todo o mundo. Foi em 1990 que Sharpe, Markowitz e Miller foram agraciados com o prêmio Nobel por suas contribuições à área financeira.

O CAPM tem as seguintes premissas básicas (COPELAND, WESTON e SHASTRI, 2005 – tradução livre):

1. investidores são indivíduos avessos ao risco que maximizam a utilidade esperada de sua riqueza;
2. investidores são tomadores de preços e têm expectativas homogêneas sobre o retorno dos ativos, que tem uma distribuição normal conjunta;
3. existe um ativo livre de risco pelo qual investidores podem emprestar ou tomar emprestadas quantias ilimitadas a uma taxa livre de risco;

4. a quantidade de ativos é fixa. Também, todos os ativos são negociáveis e perfeitamente divisíveis;
5. os mercados de ativos são sem fricção e a informação é sem custo e simultaneamente disponível para todos os investidores;
6. não há imperfeições de mercado, como impostos, regulações ou restrições sobre venda a descoberto.

Desta maneira, Copeland, Weston e Shastri (2005, p. 148) ressaltam que o CAPM não pode ser verificado sem a condição de eficiência da carteira de mercado, pois, partindo do ponto de que os investidores, ao montar suas carteiras de investimento, irão todos escolher portfólios eficientes, isto é, aqueles situados sobre a fronteira eficiente, e tendo em vista que a carteira de mercado representa todas essas participações, conseqüentemente, a carteira de mercado também será eficiente. Assim, os autores afirmam que *“in theory, when all individuals have homogeneous expectations, the market portfolio must be efficient”* (p. 148).

A equação do CAPM é

$$R_i = R_f + \beta(R_m - R_f) \quad (7)$$

em que

$R_i$  = retorno do ativo;

$R_f$  = retorno do ativo livre de risco;

$\beta$  = medida do risco sistêmico;

$R_m$  = retorno de um índice representativo da carteira de mercado;

$R_m - R_f$  = prêmio de risco

O beta é dado pela seguinte fórmula:

$$\beta = \frac{COV(R_i, R_m)}{\sigma^2(R_m)} \quad (8)$$

A diferença  $R_m - R_f$ , na expressão no CAPM, é a variável prêmio de risco que, neste trabalho, pretende ser mensurada, contudo, a partir de um novo enfoque. A grande utilidade

do CAPM é que, por meio da fórmula dada, pode-se computar o retorno de um ativo ou o custo de capital dado linearmente em função do beta. O beta representa o quociente entre a covariância de um ativo,  $i$ , com o representativo da carteira de mercado,  $m$ . Assim, quando este for 0 (zero), o retorno do ativo dependerá, exclusivamente, do retorno do ativo considerado livre de risco. Se beta for igual a +1 ou a -1, o risco do ativo é de mesma proporção que o risco de mercado. Se o beta for  $>1$  ou  $<1$ , o ativo é mais arriscado que o próprio risco de mercado.

A Linha de Mercado de Títulos (*Security Market Line – SML*) reflete a relação linear existente na equação do CAPM, mostrando o retorno do ativo em função do ativo livre de risco, beta (que representa o risco não diversificável, o coeficiente angular na regressão) e o prêmio de risco. Segundo Kopittke e Freitas (2001), alterações na SML podem ser decorrentes, ou devido a, de expectativas inflacionárias, haja vista a influência no ativo livre de risco ou por aversão ao risco, por parte dos investidores.

Porém, outras ampliações do CAPM foram sendo realizadas para tentar ampliar a análise em diferentes condições. Como exemplo, tem-se o *Consumption Capital Asset Pricing Model* (CCAPM) que, segundo Domingues (2000), foi iniciado nas pesquisas de Merton (1973) e Breeden (1979), para abranger a intertemporalidade. A partir deste modelo Mehra e Prescott (1985) calcularam o prêmio de risco no mercado americano. Têm-se também, como variantes, o *Conditional CAPM* e o *Downside CAPM* (D-CAPM).

Em diversos trabalhos, de autores de diversos países, têm sido efetivamente estudados o CAPM e sua validade, como, por exemplo, Black, Jensen e Scholes (1972), Petit e Westerfield (1974), Reinganum (1981), Ansari (2000), Fama e French (2004), Agrawal, Mohapatra e Pollak (2012), dentre inúmeros outros. No Brasil, também é amplamente estudado por autores como Kopittke e Freitas (2001), Silva (2003), Alves (2007) e Silva, Salazar e Calegario (2008), dentre outros.

## 2.3 Modelos de volatilidade

Uma vez que o conceito de risco, a Teoria do Portfólio e o CAPM foram abordados buscando contextualizar a presente pesquisa, dá-se espaço agora para tratar da volatilidade que, em outras palavras, significa o risco, seja de um ativo ou de uma carteira, sendo para tanto apresentados alguns modelos da família GARCH.

Um dos pressupostos que devem ser atendidos ao realizar uma regressão *cross-section* é que os erros precisam seguir uma distribuição normal. Contudo, há algumas peculiaridades que podem ser encontradas nos dados financeiros que não atendem a tal pressuposto. Em realidade, diversos autores têm estudado o tema, tais como Fama (1965) e Mandelbrot (1963) e, pelas evidências empíricas, percebe-se que nem sempre é atendida a pressuposição de os erros seguirem uma distribuição gaussiana, variância constante, sem a existência de assimetria e três de curtose.

Outro ponto interessante, que também é tido como pressuposto, é a volatilidade, isto é, a variância é homocedástica. Ser homocedástico significa dizer, de maneira simples, que a variância é constante ao longo do tempo. Entretanto, o que, novamente, as evidências apontam é a uma teoria em que a "variância varia", havendo, portanto, a presença da heterocedasticidade.

Dentre os fatos estilizados dos retornos tem-se que, geralmente, são não autocorrelacionados; a distribuição incondicional apresenta caudas mais pesadas do que uma distribuição normal e, em geral, são leptocúrticas e algumas séries de retorno são não lineares, isto é, respondem diferentemente aos choques positivos e negativos (MORETTIN e TOLOI, 2006, p.12). Dessa maneira, houve a necessidade de elaborar e aprofundar estudos que incorporassem essas características. Sobre este ponto, Lambert e Laurent (2002, p.3) argumentam que há dois motivos principais que levam a buscar novas soluções com pressuposições que se aproximem mais da realidade das inovações (erros), em que

*the first raison d'être, is to have more efficient estimates (which is of prime importance for statistical inference) (...) this leaves the door open for other distribution functions and/or other estimation techniques. Second, accounting for asymmetry and fat-tails is relevant for financial applications (LAMBERT e LAURENT, 2002, p.3)*

Engle (1982) propôs o modelo não linear na variância, denominado *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH) que, inicialmente, foi introduzido para estimar a inflação. Este modelo possibilitou levar em consideração algumas das qualidades dos dados financeiros descritas anteriormente, como os *clusters* de volatilidade. No ARCH, em alguns casos, é preciso uma quantidade suficiente de *lags*, isto é, defasagens, tornando o  $q$  muito alto.

Um modelo ARCH ( $q$ ) matematicamente descrito é apresentado em Morettin e Tolo (2006) e encontra-se a seguir. Ressalta-se que, até a descrição do EGARCH, as expressões foram retiradas desses mesmos autores.

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t \quad (9)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_r X_{t-r}^2 \quad (10)$$

$$\varepsilon \sim N(0,1) \quad (11)$$

Neste modelo,  $X_t$  corresponde aos retornos;  $\varepsilon_t$  refere-se a uma sequência de variáveis aleatórias que são independentes e identicamente distribuídas, tendo média zero e variância um, e que  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$  e  $i > 0$ , explicam Morettin e Toloí (2006, p.363). Na segunda equação, Engle (1982) formulou o ARCH entendendo a variância em função dos erros quadráticos passados.

Entretanto, apesar da inovação do modelo, este ainda não conseguia refletir todas as necessidades peculiares das finanças, pois; como os erros são elevados ao quadrado, não há como diferenciar os impactos dos choques positivos e negativos, e; sendo assim, a característica assimetria não é atendida até aquele momento. Assim,

se admitirmos que  $X_t$  siga um modelo ARCH, as caudas serão mais pesadas do que as da normal, o que é uma propriedade vantajosa do modelo. Por outro lado, uma desvantagem é que trata os retornos positivos e negativos de forma similar, já que quadrados dos retornos entram na fórmula da volatilidade (Morettin e Toloí, 2006, p.365).

Outro modelo foi proposto, em 1986, por Bollerslev, sendo uma ampliação do modelo anteriormente descrito. Nele, não é preciso um número elevado de *lags*, sendo mais flexível e parcimonioso, ou seja, menos parâmetros serão estimados, o que possibilita minimizar o erro da equação. O modelo que está sendo discutido neste momento é denominado, na literatura, de *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH).

A formalização matemática do GARCH (p,q) pode ser visualizada a seguir.

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t \quad (12)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} \quad (13)$$

$$\varepsilon \sim N(0,1) \quad (14)$$

Aqui,  $\varepsilon_t$  tem o mesmo significado do ARCH, isto é, são variáveis aleatórias i.i.d, com média zero e variância um,  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$ ,  $\beta_j \geq 0$ ,  $\sum_{i=1}^q (\alpha_i + \beta_j) < 1$  e  $q = \max(p, q)$ , conforme descrevem Morettin e Tolo (2006, p.383). Como se pode perceber, o GARCH estabelece que a variância no determinado período de tempo (t) é não somente dependente dos erros quadráticos passados, mas também é composta pela própria variância passada.

Os problemas de agrupamento de volatilidade e leptocurtose são resolvidos pelo GARCH, mas, novamente, fica pendente a questão referente à assimetria. O GARCH, de maneira semelhante ao anterior, eleva os erros ao quadrado e, portanto, não faz distinção entre os impactos positivos e negativos.

Para dar continuidade à busca por modelos que satisfaçam às características dos dados financeiros, vieram à tona modelos que se baseiam em diferentes distribuições de probabilidade, uma vez que a hipótese de gaussianidade é rejeitada. Um destes exemplos é o *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (EGARCH), desenvolvido por Nelson, em 1991, que não eleva os erros ao quadrado, mas os trata de maneira exponencial, permitindo que haja uma identificação do comportamento dos choques positivos e negativos sobre a volatilidade. A seguir, observa-se a sua descrição matemática.

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t \quad (15)$$

$$\ln(h_t) = \alpha_0 + \alpha_1 g(\varepsilon_{t-1}) + \beta_1 \ln(h_{t-1}) \quad (16)$$

$$\varepsilon \sim N(0,1) \quad (17)$$

Conforme apontam Morettin e Tolo (2006, p.392),  $\varepsilon_t$  são i.i.d com média zero e desvio padrão 1 e  $g(\cdot)$  refere-se à curva de impacto de informação dada por

$$g(\varepsilon_t) = \theta \varepsilon_t + \gamma \{|\varepsilon_t| - E(|\varepsilon_t|)\} \quad (18)$$

em que  $\theta$  e  $\gamma$  são os parâmetros reais e  $|\varepsilon_t| - E(|\varepsilon_t|)$  são as próprias variáveis aleatórias i.i.d com média zero.

Outros modelos que capturam a assimetria são o GJR, nome que reúne as iniciais dos nomes dos pesquisadores que o desenvolveram (Glosten, Jagannathan e Runkle, 1993) e o *Threshold ARCH* (TARCH), de Zakoian (1994). O GJR se diferencia do TARCH, conforme relatam Margarido, Azevedo e Shikida (2012), devido ao fato de o primeiro fazer especificação na variância condicional e o outro, no desvio padrão condicional.

A volatilidade de um modelo TARCH (1,1), descrita por Otuki et al (2008, p.74), é matematicamente representada por

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \lambda_1 d_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (19)$$

sendo  $\sigma^2$  a variância condicional;  $\alpha_0$  uma constante;  $\varepsilon_{t-1}$  o erro no período t-1;  $\alpha, \beta$  e  $\lambda$  parâmetros do modelo;  $\sigma_{t-1}^2$  a variância condicional em t-1 e  $d_{t-1}$  a variável *dummy* introduzida para fazer a diferenciação dos impactos positivos ou não. Assim,  $d_{t-1} = 1$ , caso ocorra o choque negativo  $\varepsilon_{t-1}$  na  $\sigma^2$  ( $\varepsilon_{t-1} < 0$ ) e  $d_{t-1} = 0$ , caso haja o choque positivo  $\varepsilon_{t-1}$  na  $\sigma^2$  ( $\varepsilon_{t-1} > 0$ ), explicam os autores.

Neste mencionado trabalho de Otuki et al (2008), foi identificado que o EGARCH e o TARCH são alternativas ao GARCH para levar em conta a assimetria, pois a volatilidade é maior após impactos negativos do que positivos, com a mesma magnitude, sendo importante considerar este fator. Os autores compararam o GARCH (1,1), o EGARCH (1,1) e o TARCH (1,1), estudando a assimetria em três índices de mercado: o Ibovespa, da bolsa de valores brasileira; o Merval, da Argentina e o Inmex, do México, analisando o período entre 2000 a 2005. Dentre os principais resultados, evidenciou-se o efeito assimétrico para os três mercados e, ainda, a persistência nos choques, o que quer dizer que uma notícia no período t estará refletida nos próximos períodos, impactando-o, até que seja dissipada. Ainda sobre a assimetria encontrada nos mercados, os autores ressaltam que o período de análise não foi configurado por uma conjectura de abalos na economia, sendo, portanto, evidenciado tal efeito, mesmo em momentos mais estáveis.

Silveira et al (1997) contribuíram com os estudos sobre o efeito assimétrico analisando os retornos históricos para seis ações negociadas no BOVESPA, no período de 04/01/1994 a 08/11/1996, que foram: Eletrobrás ON (ELET3), Eletrobrás PN (ELET6), Petrobrás PN (PETR4), Telebrás ON (TEL3) e Telebrás PN (TEL4). Os autores realizaram uma comparação entre os modelos GJR-GARCH, proposto por Glosten, Jagannathan e Runkle, em 1993, e o EGARCH, que atendem à assimetria, com os derivados da família GARCH, que são o IGARCH com e sem constante<sup>2</sup> e o próprio GARCH (1,1). Dentre os achados, os autores afirmam que, para a maioria das ações investigadas para o período compreendido, houve a presença da assimetria, principalmente quando os impactos são de uma ordem mais elevada, diferenciando ainda mais aqueles que consideram tal efeito dos que não o levam em consideração.

Porém, outros dois achados neste estudo apontam para outras análises. Os autores realizaram a composição de uma carteira teórica com investimento de R\$ 1.000.000,00 e calcularam o Value-at-Risk (VaR) da carteira, comparando o VaR do IGARCH sem constante (*Riskmetrics*) com cada um dos outros quatro modelos, constatando que o modelo *Riskmetrics*, que apresenta decaimento exponencial, obteve performance mais satisfatória. Outro argumento que eles apresentaram favorecendo o uso da *Riskmetrics* é que, se a hipótese de normalidade condicional dos retornos é aceita, o mesmo também apresentou resultado melhor em relação aos demais. Finalizando, os autores ressaltam que é necessário avaliar com cautela os ganhos de uma acuracidade mais apropriada da volatilidade pelos modelos que contemplam a assimetria dentre os que ganham na rapidez computacional, como o de decaimento exponencial.

Ceretta e Costa Jr. (1999) analisaram os dados financeiros de fechamento de seis bolsas: Bovespa, México, Argentina, Chile, Colômbia e Peru, de 1995 a 1998. Estes autores utilizaram o modelo GJR-GARCH (1,1) para verificar a existência da assimetria e lançaram duas hipóteses a respeito do comportamento dos erros: que estes seguissem uma distribuição normal e, posteriormente, que seguissem a distribuição t. Para a estimação dos parâmetros, utilizaram o método de máxima verossimilhança. Nos achados encontrados, constatou-se a assimetria, tendo os dados apresentado uma característica de leptocurtose. Utilizando a distribuição gaussiana e a t, não se obtiveram interpretações divergentes relevantes quanto aos resultados. Os autores, contudo, ressaltam que, devido às observações dos gráficos da

---

<sup>2</sup> Silveira et al (1997) ressaltam que o IGARCH sem constante é similar ao do *RiskMetrics*, como pode ser visto: IGARCH sem constante:  $\sigma^2 = A_1 \varepsilon_t^2 + (1 - A_1) \sigma_{t-1}^2; \theta \equiv A_1$

variância condicionada, parece que o modelo não capturou as variações ocorridas de maneira satisfatória.

Em Ding, Granger e Engle (1993) encontram-se as bases do modelo *Asymmetric Power* (APARCH). Conforme apresentado pelos autores, este modelo é uma versão ampliada do ARCH que leva em consideração outros sete modelos, a saber:

- (1) modelo ARCH, de Engle ( $p$ )m com  $\delta = 2$ ,  $\gamma_i = 0$ ,  $i=1, \dots, p$ ,  $\beta_j = 0$ ,  $j=1, \dots, q$  no modelo novo;
- (2) modelo GARCH, de Bollerslev ( $p,q$ ) com  $\delta = 2$ ,  $\gamma_i = 0$ ,  $i=1, \dots$ ;
- (3) GARCH, de Taylor/Schwert em modelo de desvio padrão deixando  $\delta = 1$ ,  $\gamma_i = 0$ ,  $i=1, \dots, p$ ;
- (4) modelo GJR, com o  $\delta = 2$ , no qual, se  $0 \leq \gamma_i < 1$ , fornece exatamente o referido modelo e, quando  $-1 < \gamma_i < 0$ , permite que os choques positivos tenham um impacto maior sobre a volatilidade;
- (5) modelo TARCH, de Zakoian, quando  $\delta = 1$ ,  $\beta_j = 0$ ,  $j=1, \dots, q$ . Se deixar o  $\beta_j \neq 0$ ,  $j=1, \dots, q$ , se obtém uma classe de TARCH mais geral;
- (6) modelo NARCH, de Higgins e Bera, deixando  $\gamma_i = 0$ ,  $i=1, \dots, p$ , e  $\beta_j = 0$ ,  $j=1, \dots, q$ ;
- (7) modelo log ARCHm de Pantula (1986) e Geweke (1986) quando  $\delta \rightarrow 0$ .

O APARCH é formalmente apresentado a seguir, como no artigo de Ding, Granger e Engle (1993, p.98).

$$\varepsilon_t = s_t e_t \quad e_t \sim N(0,1) \quad (20)$$

$$s_t^\delta = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^q \beta_j s_{t-i}^\delta \quad \text{em que} \quad (21)$$

$$\alpha_0 > 0, \delta \geq 0$$

$$\alpha_0 \geq 0, i = 1, \dots, p$$

$$-1 < \gamma_i < 1, i = 1, \dots, p$$

$$\beta_j \geq 0, j = 1, \dots, q$$

Os autores explicam (p.98) que o modelo estabelece uma transformação Box-Cox do processo de desvio padrão condicional e dos resíduos absolutos assimétricos e que, ao se fazer uso desta transformação, é possível que modelos não lineares sejam linearizados. Um exemplo do uso deste modelo pode ser encontrado no trabalho de Barba, Ceretta e Vieira (2010).

Alternativamente, uma maneira muito comum e amplamente utilizada de se calcular a variabilidade dos retornos ao redor da média é o desvio padrão. Contudo, tal método tem a desvantagem de ponderar igualmente todas as observações que estão sendo analisadas, o que, muitas das vezes, não é adequado. Já no modelo RiskMetrics, o *Exponential Weighted Moving Average* (EWMA) atende a essa desvantagem ao fazer uma ponderação diferenciada entre os dados mais atuais e os mais antigos.

## 2.4 Distribuições Contínuas de Probabilidade

Neste trabalho, para analisar os diferentes tipos de funções de distribuição de probabilidade contínuas, foram utilizados cinco tipos específicos, que são: Gama, Weibull, logística, gaussiana e T de Student.

Conforme comenta Spiegel (1978, p.55), tratar sobre distribuição de probabilidade contínua é estudar a probabilidade de uma determinada variável estar compreendida entre dois valores, e não um único apenas, pois se assim o fosse, a probabilidade de ser aquele respectivo valor, em geral, seria zero. Ainda, o autor afirma que: há uma função  $f(x)$  que

$$1. f(x) \geq 0 \tag{22}$$

$$2. \int_{-\infty}^{\infty} f(x)d(x) = 1 \tag{23}$$

e que a probabilidade de uma determinada variável ( $X$ ) estar entre dois valores ( $c$  e  $f$ ) é

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)d(x) \tag{24}$$

Ao estudar uma função que se enquadra nas propriedades 1 e 2 (Equações 17 e 18), a mesma já é considerada uma função densidade e utiliza-se a Equação 19 para trabalhar as probabilidades (p.55). Neste trabalho, os dados são predominantemente contínuos e assim também as distribuições para modelá-los.

### 2.4.1 Distribuição Gaussiana (Normal)

Um pressuposto geral, que por muito tempo tem sido adotado nos estudos das séries financeiras, é o de que os erros seguem uma distribuição normal. A função densidade desta distribuição está matematicamente escrita a seguir.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)} \quad -\infty < x < \infty, \sigma > 0 \quad (25)$$

E, se considerada a padronizada com média zero e desvio padrão 1, tem-se

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{x^2}{2}\right] \quad (26)$$

A notação utilizada para descrevê-la é  $x \sim N(\mu, \sigma)$ , representando que  $x$  segue uma distribuição gaussiana com média  $\mu$  e desvio padrão,  $\sigma$ . Adicionalmente, há, na literatura, a distribuição normal padronizada que tem média constante e desvio padrão de valor 1. Na tabela a seguir apresentam-se as propriedades da distribuição gaussiana.

Tabela 1 - Propriedades da distribuição gaussiana

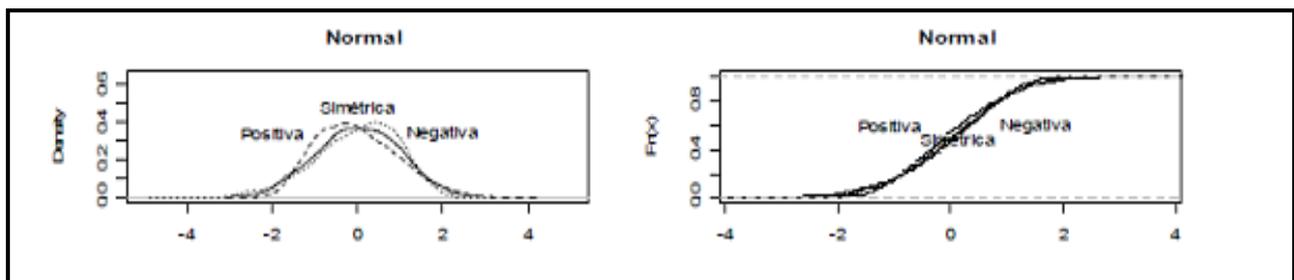
Média	$\mu$
Variância	$\sigma^2$
Desvio padrão	$\sigma$

Coefficiente de assimetria	$\alpha_3 = 0$
Coefficiente de curtose	$\alpha_4 = 3$
Função geratriz de momentos	$M(t) = e^{\mu t + (\sigma^2 t^2 / 2)}$
Função característica	$\phi(\omega) = e^{i\mu\omega - (\sigma^2 \omega^2 / 2)}$

Fonte: Spiegel (1978, p.159).

Na Figura 1 é mostrado o gráfico da distribuição normal em três moldes: normal simétrica e mesocúrtica, normal assimétrica positiva mesocúrtica e normal assimétrica negativa mesocúrtica.

Figura 1 - Função densidade da probabilidade e função densidade cumulativa empírica



Fonte: Adaptado de Barba, Ceretta e Vieira (2010, p. 6).

## 2.4.2 Distribuição T de Student

A distribuição T de Student normalizada para ter variância unitária, conforme mostra Charnes (2007, p. 228), é definida como

- função densidade de probabilidade

$$f(t) = \begin{cases} \frac{\Gamma\left(\frac{d+1}{2}\right)}{\sqrt{d\pi}\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)\left(1+\frac{z^2}{d}\right)^{\frac{d+1}{2}}} & -\infty < x < \infty \\ 0 & \end{cases} \quad (27)$$

$$\text{sendo } z = \frac{x-m}{s} \text{ e } \Gamma[\cdot] \text{ a função gama.} \quad (28)$$

- função de probabilidade acumulada

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \tan^{-1}\left(\frac{z}{\sqrt{d}}\right) + \frac{z\sqrt{d}}{d+z^2} \times \sum_{j=0}^{(d-3)/2} \frac{a_j}{\left(1+z^2/d\right)^j} & \text{quando } d \text{ é ímpar e } -\infty < x < \infty \\ \frac{1}{2} + \frac{z}{2\sqrt{d+z^2}} \times \sum_{j=0}^{(d-2)/2} \frac{b_j}{\left(1+z^2/d\right)^j} & \text{quando } d \text{ é par e } -\infty < x < \infty \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (29)$$

$$\text{sendo } z = \frac{x-m}{s}, a_j = \lfloor 2_j / (2_j + 1) \rfloor a_{j-1}, a_0 = 1, b_j = \lfloor (2_j - 1) / 2_j \rfloor b_{j-1} \text{ e } b_0 = 1.$$

- média e desvio padrão

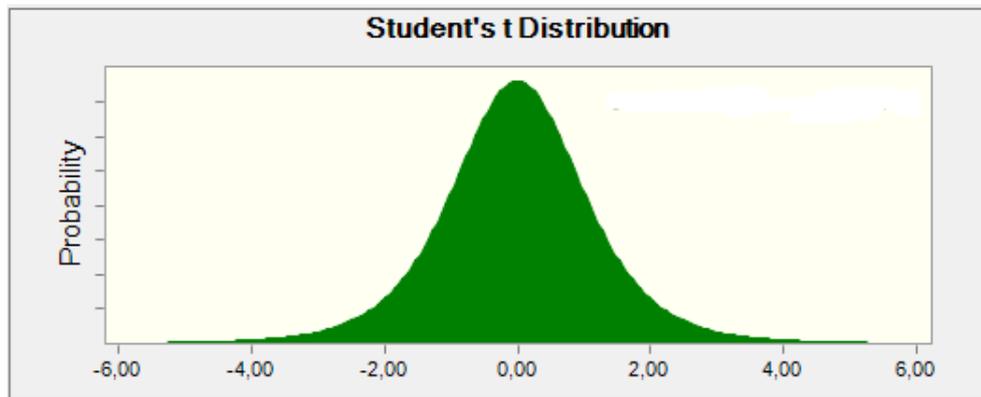
$$\mu = m \text{ para } d > 1 \quad \sigma = \sqrt{sd/(d-2)} \text{ para } d > 2 \quad (30)$$

Os parâmetros da T de Student são: ponto médio,  $m$ , sendo  $-\infty < m < \infty$ ; o escalar,  $s$ , com  $s > 0$  e o grau de liberdade com,  $d$ , um inteiro sendo  $0 < d \leq 30$ .

O mesmo autor (p. 229) ainda toma como casos especiais desta distribuição a de Cauchy, quando  $m=0$  e  $d=1$ .

Na Figura 2 é possível visualizar a distribuição T de Student com  $m=0$ ,  $s=1$  e  $d=5$ , rodada pelo software Crystal Ball 1.11.

Figura 2 – Distribuição T de Student



Fonte: Adaptado de Charnes (2007, p.228)

Lambert e Laurent (2002, p.3) afirmam que, no trabalho de Bollerslev (1987), foi, primeiramente, utilizada a distribuição t, juntamente com o modelo GARCH, para, assim, considerar o excesso de curtose (incondicional) apresentado nos dados.

Bollerslev (1987) realizou uma ampliação do ARCH para permitir que os erros sigam uma distribuição t condicionalmente, uma vez que, por tal modelo, esses seguem a gaussiana. Além disso, o autor faz com que a variância condicional seja entendida como no GARCH, isto é, seja também relacionada às variâncias condicionais passadas. Assim, o autor aplica o GARCH-t.

Ainda, Lambert e Laurent (2002, p. 3) continuam apontando que *the Student density is now very popular in the literature due to its simplicity and because it often outperforms the Gaussian density. However, the main drawback of this density is that it is symmetrical while financial time series can be skewed.*

Assim, Hansen traz a distribuição t assimétrica (1994, p.710), sendo matematicamente definida como

$$g(z|\eta, \lambda) = \begin{cases} bc \left(1 + \frac{1}{\eta-2} \left(\frac{bz+a}{1-\lambda}\right)^2\right)^{-(\eta+1)/2} & z < -a/b \\ bc \left(1 + \frac{1}{\eta-2} \left(\frac{bz+a}{1+\lambda}\right)^2\right)^{-(\eta+1)/2} & z \geq -a/b \end{cases} \quad (31)$$

sendo  $2 < \eta < \infty$  e  $-1 < \lambda < 1$ .  $g(z|\eta)$  é uma função que tem densidade contínua, tem moda única em  $-a/b$  e com sinal oposto ao parâmetro  $\lambda$ . Assim sendo, quando  $\lambda > 0$ , a moda estará para a esquerda de zero e, portanto, haverá assimetria para a direita. Quando  $\lambda < 0$ , ocorre o contrário, explica o autor. A seguir, têm-se as equações para as constantes  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

$$a = 4\lambda c \left( \frac{\eta - 2}{\eta - 1} \right) \quad (32)$$

$$b^2 = 1 + 3\lambda^2 - a^2 \quad (33)$$

$$c = \frac{\Gamma\left(\frac{\eta + 1}{2}\right)}{\sqrt{\pi(\eta - 2)}\Gamma\left(\frac{\eta}{2}\right)} \quad (34)$$

O autor também comenta e, posteriormente, demonstra que esta função densidade tem média zero e variância unitária, e que a mesma se diferencia da distribuição  $t$  definindo  $\lambda = 0$ .

Neste trabalho, Hansen (1994) procura expandir o modelo de Engle e permite trabalhar com “formas de distribuição que variam com o tempo na densidade condicional e com assimetria na função densidade”, (tradução nossa, p. 707). Ele faz uso da distribuição  $t$  e da  $t$  assimétrica para dois conjuntos de dados.

### 2.4.3 Distribuição Gama

A função densidade, média e desvio padrão, a função geratriz de momentos e a função característica desta variável, conforme apresentado em Charnes (2007, p. 213), são:

- função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\left(\frac{x-L}{s}\right)^{\beta-1} e^{-\frac{x-L}{s}}}{\Gamma(\beta)s} & x > L \\ 0 & \end{cases} \quad (35)$$

sendo a letra grega  $\Gamma[\cdot]$  a função Gama;

- função de distribuição cumulativa: somente quando  $\beta$  for um inteiro.

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{x-L}{s}} \sum_{i=0}^{\beta-1} \frac{\left(\frac{x-L}{s}\right)^i}{i!} & x > L \\ 0 & \end{cases} \quad (36)$$

- média e variância:

$$\mu = s\beta \quad \sigma = s\sqrt{\beta} \quad (37)$$

Os parâmetros desta função são: localização,  $L$ , escala,  $s$ , sendo  $s > 0$ , e a forma  $\beta$ , com  $\beta > 0$ .

O autor ainda aponta (p. 214) como casos especiais quando:

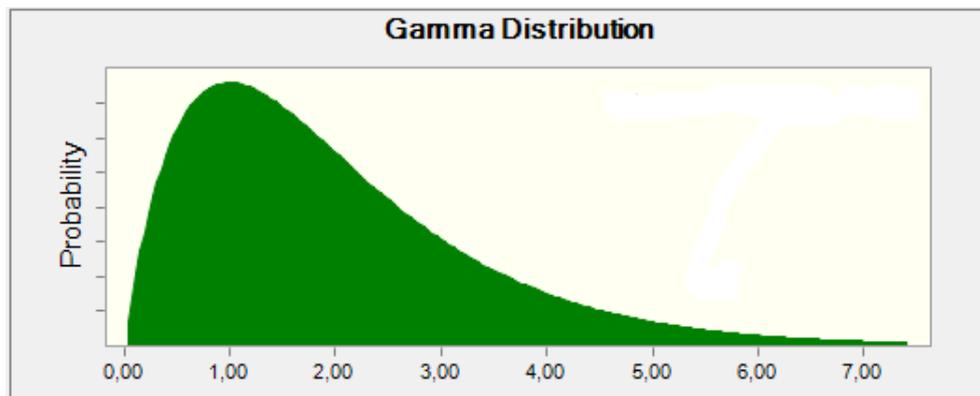
$L = 0$ ,  $\beta = 1$  e escalar  $s$ , a distribuição exponencial;

$L = 0$ ,  $\beta = k$  ( $k$  sendo um inteiro positivo) e escalar  $s$ , a distribuição  $k$  - Erlang;

$L = 0$ ,  $\beta = k/2$  ( $k$  sendo um inteiro positivo) e escalar  $s = 2$ , a distribuição qui-quadrado, com  $k$  graus de liberdade.

Na Figura 3, encontra-se a apresentação da distribuição Gama para  $L = 0$ ,  $s = 1$  e  $\beta = 2$ .

Figura 3 – Distribuição Gama



Fonte: Adaptado de Charnes (2007, p. 213).

Alguns trabalhos que fazem uso desta distribuição, além do foco puramente financeiro, são os de Pichitlamken (2003), Dourado Neto et al (2005), Batista (2006), Jimenéz e Mencía (2007), etc.

## 2.4.4 Distribuição Weibull

Frequentemente utilizada para modelar falhas, conforme apresentado em Charnes (2007, p.232), a distribuição Weibull tem as seguintes características:

- função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\beta}{s} \left( \frac{x-L}{s} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x-L}{s}\right)^\beta} & x \geq L \\ 0 & \end{cases} \quad (38)$$

- função de distribuição cumulativa:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\left(\frac{x-L}{s}\right)^\beta} & x \geq L \\ 0 & \end{cases} \quad (39)$$

- média e desvio padrão:

$$\mu = L + s\Gamma\left[\frac{\beta+1}{\beta}\right] \quad \sigma = s\sqrt{\left(\Gamma\left[\frac{\beta+2}{\beta}\right] - \left\{\Gamma\left[\frac{\beta+1}{\beta}\right]\right\}^2\right)} \quad (40)$$

em que

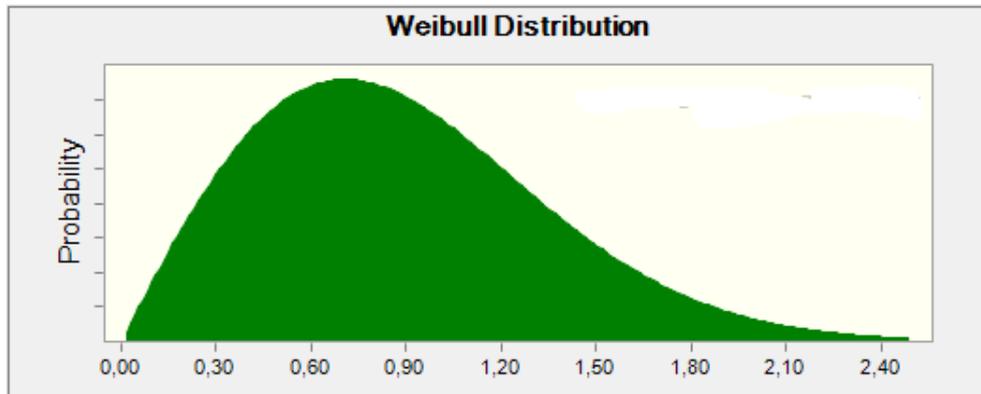
$\Gamma[.]$  = função gama,

e, quando  $\beta = 2$ , torna-se como caso especial a distribuição Rayleigh.

Para a Weibull, os parâmetros são: localização ( $L$ ), que está situado em um intervalo de  $-\infty < L < \infty$ ; escala ( $s$ ), em que  $s > 0$  e forma ( $\beta$ ), sendo  $\beta > 0$ , conforme apresentado pelo autor (p.232).

Na Figura 4 observa-se a representação da função Weibull, quando  $L=0$ ,  $s=1$  e  $\beta=2$ .

Figura 4 – Distribuição Weibull



Fonte: Adaptado de Charnes (2007, p.232)

Exemplos associados ao uso desta distribuição podem ser encontrados, considerando o aspecto financeiro e outros tantos, no trabalho de Brito e Assaf Neto (2005) e de Papa (2007), e nas pesquisas de Perdoná e Louzada Neto (2008, Martins, Werner e Pinto (2010), Caron (2010), etc.

### 2.4.5 Distribuição Logística

A seguir, observam-se as características da distribuição logística, segundo apresentado em Charnes (2007, p.217). São elas:

- função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sech}^2 \left[ \frac{x - \mu}{2s} \right]}{4s} & -\infty < x < \infty \end{cases} \quad (41)$$

em que  $\operatorname{sech}$  = significa a função secante hiperbólica, também podendo a FDP ser expressa como

$$f(x) = \left\{ \frac{z}{s(1+z)^2} \quad -\infty < x < \infty \right. \quad (42)$$

sendo  $z = e^{-(x-\mu)/s}$ ;

- função de distribuição cumulativa:

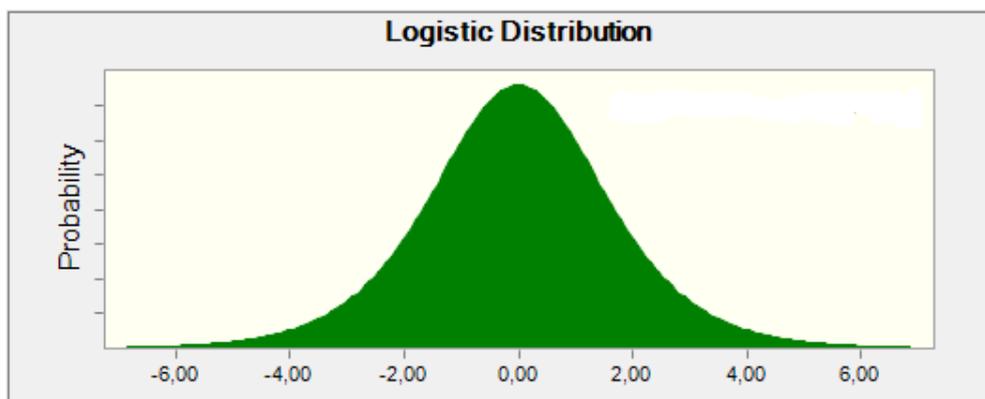
$$F(x) = \left\{ 1 - \frac{1}{1+z} \quad -\infty < x < \infty \right. \quad (43)$$

- Média e desvio padrão

$$\mu = \mu \quad \sigma = \frac{\pi s}{\sqrt{3}} \quad (44)$$

Os parâmetros desta distribuição são média,  $\mu$ , e escala,  $s$ . Sua representação, quando  $\mu = 0$  e  $s = 1$ , pode ser observada na Figura 5.

Figura 5 – Distribuição logística



Fonte: Adaptado de Charnes (2007, p. 218)

Pesquisadores como Lima, Vidal e Suslick (2006) fizeram a escolha da distribuição logística para fitar dados de porosidade de camada de rocha por meio do teste de aderência de

Kolmogorov-Smirnov (K-S). Para estimar os parâmetros da distribuição, os autores citam que, dentre os métodos, há o de máxima verossimilhança (*maximum-likelihood estimation*, MLE) e regressão, por exemplo, utilizaram o primeiro.

Para dados financeiros, Stephens (1979) realizou testes de aderência para distribuição logística e Silveira e Castro Junior (2009) modelaram o retorno do Ibovespa e S&P 500 com e sem ajuste pela inflação igualmente por meio do método MLE, para o período de janeiro de 1986 a abril de 2006. Os autores evidenciaram que distribuições de caráter menos restritivo nos parâmetros de assimetria e curtose, apresentados na série de dados, fazem o melhor ajuste, tal como a log-logística e a logística.

Por fim, deve-se ressaltar que outros tipos de distribuição são possíveis, como apresentado nos trabalhos de Verhoeven e McAleer (2003), Fischer, Gao e Herrmann (2010), Kim, Rachev e Chung (2007) e Mittnik e Paolella (2003), dentre muitos outros.

## 2.5 Prêmio de Risco

Agora que já foram abordados alguns dos possíveis modelos determinísticos para o cálculo da volatilidade, serão contextualizados o prêmio de risco e suas diferentes formas de mensuração que têm sido utilizadas por diferentes pesquisadores no mundo.

Mehra e Prescott, em 1985, analisando uma série histórica dos dados americanos, encontraram um prêmio de risco que somente seria justificado por um coeficiente de aversão ao risco muito alto por parte dos investidores, o que não é suportado pela teoria. A partir do artigo publicado por estes autores, denominado *The equity Premium: a puzzle*, muitas outras pesquisas têm sido desenvolvidas buscando encontrar uma resposta para este problema.

Neste artigo seminal, e amplamente citado dentro do tema em questão, é utilizada uma variação do modelo de Lucas (1978), tendo sido calculado o prêmio de risco, voltando-se para um aspecto mais econômico, utilizando o CCAPM e a função de utilidade do tipo *constant risk averse* (CRRA). Os valores obtidos pelos autores para o prêmio que vigorou nos Estados Unidos, historicamente, esteve na média de 6,18%, obtida pela diferença entre o retorno da *Standard and Poor's Composite Stock Price Index 500*, com média de 6,98% e o retorno do ativo livre de risco, *T-bill*, cuja média encontrada foi de 0,80%, para o período de 1889 a 1978.

Porém, um ponto interessante e destacado por Mehra (2003) diz respeito ao fato de que o *puzzle* não é de ordem qualitativa, mas tão somente quantitativa. O autor explica que *the puzzle arises from the fact that the quantitative predictions of the theory are an order of magnitude different from what has been historically documented* (p.60). Em outras palavras, não é qualitativo, pois se sabe que os retornos das ações devem ser superiores aos do ativo livre de risco, mas é quantitativo porque o prêmio obtido historicamente não coincide com o que foi obtido por meio da metodologia utilizada, pois seria necessário um alto coeficiente de aversão para igualar com o histórico, e esse grau não é suportado pela teoria econômica financeira.

Damodaran (2011, p.13) atribui a Mehra e Prescott (1985) a abertura da investigação se os prêmios de risco encontrados são compatíveis com o olhar sob a luz da teoria. Ele ainda continua afirmando que

*it is not quite clear what to make of the equity risk premium puzzle. It is true that historical risk premiums are higher than could be justified using conventional utility models for wealth. However, that may tell us more about the dangers of using historical data and the failures of classic utility models than they do about equity risk premiums.*

Dessa forma, estudos diversos têm apontado pontos positivos e negativos sobre o prêmio calculado historicamente e em muitas pesquisas busca-se apresentar alguma solução para o *puzzle* encontrado.

Convém, neste momento, apresentar mais formalmente o que é o prêmio. O prêmio de risco ou, em inglês, *equity risk premium*, é a diferença entre o retorno de um ativo mais arriscado, tal como uma ação, e o ativo considerado livre de risco, tal como a taxa Selic ou poupança. Como apresentado em Harris e Marston (1999, p.3),

$$r_p = k - i \quad (45)$$

em que

$r_p$  = advém do inglês *risk premium*;

$k$  = retorno esperado;

$i$  = retorno do ativo livre de risco.

Ele pode ser entendido como uma medida de percepção do risco, pois representa um percentual médio que o investidor recebe por deixar de investir em um ativo cujo retorno é seguro para investir em um ativo de renda variável. É algo muito intuitivo para qualquer indivíduo que irá fazer um investimento e, para tanto, precisa analisar a relação custo/benefício da decisão. Se o ativo no qual deseja alocar seus recursos for considerado por ele mais arriscado, haverá uma demanda por um prêmio maior, para compensar as possíveis perdas.

Diversos autores, tais como Damodaran (2011), Harris e Marston (1999) e Kyriacou, Madsen e Mase (2004), têm sido enfáticos ao afirmarem que o prêmio de risco tem um papel central e de suma importância dentro das finanças.

Damodaran (2011), sobre o prêmio de risco, afirma que é importante olhar para os seus determinantes, para os fatores que impactam no prêmio de risco, além do fato de sua própria relevância. Sobre este último ponto, o autor afirma que (p.3)

*the equity risk premium reflects fundamental judgments we make about how much risk we see in an economy/market and what price we attach to that risk. In the process, it affects the expected return on every risky investment and the value that we estimate for that investment. Consequently, it makes a difference in both how we allocate wealth across different asset classes and which specific assets or securities we invest in within each asset class.*

Assim, o investidor procura analisar o retorno para investir em ativos mais arriscados em troca de um investimento mais seguro, como títulos da dívida soberana<sup>3</sup>.

Com respeito aos determinantes para o prêmio de risco, o autor cita alguns exemplos a serem considerados, tais como a aversão ao risco, o risco econômico, o papel da informação, a liquidez, os eventos catastróficos (como as crises) e o componente irracional/comportamental do investidor (DAMODARAN, 2011, tradução nossa), fatores influenciam a escolha do ativo a ser investido.

---

<sup>3</sup> Há uma extensa literatura a respeito da *proxy* para o ativo livre de risco que melhor possa representá-lo, contudo, não será tratado neste trabalho.

Ainda não está disponível na literatura uma metodologia consensual de estimação do prêmio de risco. Observam-se diferentes formas para tentar mensurá-lo, mas sensíveis a alguns fatores, como o período amostral sob o qual os cálculos são realizados e o ativo livre de risco que está sendo considerado. No caso americano, muitos autores usam a taxa de juros de curto prazo, *T-bill*, pois argumentam que ela está livre de flutuações. Damodaran (2011) adverte sobre o uso desta taxa mencionada e do uso da *T-bond*, a taxa de juros de longo prazo. Ademais, outro ponto dentro desta análise que tem sido debatido é a observância quanto ao uso da média que melhor representará o prêmio, isto é, se é a média aritmética ou a geométrica no cálculo do prêmio.

Ibbotson e Chen (2001, p.2) traçaram quatro grupos de pesquisas que têm sido realizadas para a estimação do prêmio de risco. A primeira tem se dedicado ao retorno histórico da diferença entre o retorno de ações e de um ativo livre de risco. A segunda utiliza o *supply side model*, modelos que lançam um olhar sob a perspectiva dos fundamentos das empresas, como os dividendos e os lucros, dentre outros. Depois, têm-se os estudos voltados para a mensuração a partir do *demand side models*, isto é, do ponto de vista do exigido pelos investidores para aceitarem investir em ativos de renda variável. E, por último, no quarto grupo, há aqueles que pesquisam as opiniões de profissionais da área sobre o prêmio de risco que percebem no mercado.

Mehra (2003) faz uma subdivisão em dois tipos de mensuração do prêmio, o *ex post* e *ex ante*. O *ex ante* retrata a mensuração do prêmio que irá vigorar no futuro, baseado nos aspectos da realidade vivenciada corrente. O *ex post* é a mensuração do prêmio que vigorou historicamente. Então, qual dessas duas seria a melhor? Mehra (2003) contribui afirmando que tal determinação depende do horizonte de planejamento. Sanvicente e Minardi (2006) também apontam para a mesma resposta. Isto quer dizer que, para um investimento de longo prazo, o prêmio que leva em consideração os dados históricos para um longo período é preferível, mas, se há o interesse de um planejamento para o curto prazo, por exemplo, o prêmio esperado para o próximo ano, o prêmio *ex ante* é uma medida mais adequada. Além disso, o autor continua ressaltando que, mesmo que o prêmio corrente seja de grandeza menos elevada, não se pode afirmar que o prêmio histórico tenha sido muito superior, nem que, com o passar do tempo, ele tenha decrescido (MEHRA, 2003, p. 66). O prêmio histórico, conforme será visto, advém de uma metodologia *ex post*.

## 2.5.1 Mensurando o Prêmio de Risco

### 2.5.1.1 Prêmio Histórico

O prêmio de risco histórico é a forma mais comum de mensuração da variável em análise. O procedimento para obtê-la é muito simples porque trata da diferença histórica obtida entre o retorno da carteira de mercado e o retorno do ativo livre de risco, ao longo do tempo, algo que é disponível amplamente.

Ibbotson e Sinquefield (1976) fizeram uma análise para o período de 1926 a 1974, calculando retornos históricos anuais para cinco ativos, a saber: ações ordinárias, títulos americanos de longo prazo, títulos corporativos americanos de longo prazo, títulos de curto prazo (*T-bills*) e inflação. Complementarmente, construíram mais sete séries que representavam os retornos reais (ajustados para inflação) para os quatro primeiros ativos citados, o ganho de se investir em ações sobre as *T-bills* (que os autores denominaram *risk premia*), nos títulos do governo de longo prazo sobre as *T-bills* (*maturity premia*) e nos títulos corporativos sobre os do governo sendo ambos de longo prazo (*default premia*). Os autores constataram que, para o período, o *risk premia* calculado com base na média geométrica anual dos retornos foi de 6,1% ao ano, enquanto, na média aritmética, obtiveram-se 8,8% ao ano.

No Brasil, Goulart e Paiva (2005) analisaram o prêmio de risco medido pelo Ibovespa e FGV-100 com relação aos títulos do governo, à taxa Selic e à poupança, para o período de 1986 a 2004. Eles construíram janelas compreendendo análises anuais, semestrais e mensais, como também analisaram a diferença entre o Ibovespa e a poupança a partir de 1983 e realizaram divisões conforme a volatilidade (baixa, média e alta) e o antes e após o Plano Real. Os autores, no transcorrer do trabalho, argumentam sobre o ativo a ser usado como *proxy* para o verdadeiro ativo de risco. O prêmio de risco que os autores calcularam foi obtido pela mesma equação apresentada em Ibbotson e Sinquefield (1976), a qual é denominada de prêmio relativo, e pode ser verificada abaixo.

$$PR_{0,n} = \frac{(1 + RR_{0,n}^{IA})}{(1 + RR_{0,n}^{TJ})} - 1 \quad (46)$$

em que

$PR_{0,n}$  = prêmio de risco no período de 0 a n;

$RR_{0,n}^{IA}$  = taxa de retorno do índice de ações no período de 0 a n;

$RR_{0,n}^{TJ}$  = taxa de juros no período de 0 a n.

Os resultados encontrados por Goulart e Paiva (2005, p. 10) apontam para uma variação do prêmio de risco em bases anuais, considerando valores já deflacionados, no intervalo de -7,80%, para a diferença entre taxa Selic e o Ibovespa e um prêmio de 8,84%, para poupança e o FGV-100. Os autores argumentam que, no período, foi encontrado um rendimento da taxa Selic (9,11%) superior ao dos índices Ibovespa (0,61%) e FGV-100 (8,68%), uma alta diferença, quando comparados os retornos destes dois índices e um retorno real negativo para a poupança (-0,15%). Por isso, ocorreram as diferenças nos prêmios calculados.

Fazendo análise por períodos de investimento para observar a distribuição do prêmio de risco pela estatística descritiva, isto é, a média e o desvio padrão apresentados, obteve-se que, para os intervalos (anual com início em junho e outro em dezembro, semestral e mensal), houve uma média quase zero e elevados valores de desvios em torno da média. Outro ponto destacado por Goulart e Paiva (2005) é que, no período após a implantação do Plano Real, houve um prêmio menor, que eles argumentam poder ser explicado por um aumento na expectativa de estabilidade econômica. Por fim, os autores também corroboram a afirmação de que incremento no risco reflete no aumento do prêmio exigido por parte dos investidores.

Em linhas gerais, tem-se que prêmio de risco calculado historicamente necessita compreender uma base de dados ampla, sendo, geralmente, utilizadas as séries em termos anuais para evitar maiores distorções, devido às grandes instabilidades que existem no curto prazo. Esta metodologia tem sido criticada por ser suscetível a não representar a realidade, o que pode ser ainda mais agravado em países mais emergentes, cujos dados apresentam alta volatilidade, sendo menos representativa do real prêmio de risco. Também há estudos nos quais se verificou que o prêmio varia com o tempo e, assim, não seria adequado supor que o prêmio histórico seja garantia de continuar a vigorar no mercado. No artigo de Mehra e Prescott (1985), os cálculos envolveram o prêmio histórico e há afirmações na literatura de que este foi o motivo de se ter encontrado o *puzzle*.<sup>4</sup>

---

<sup>4</sup> Por *puzzle*, entende-se a divergência encontrada entre o obtido matematicamente pela diferença entre o ativo de renda variável e o livre de risco com o que é suportado pela teoria econômica financeira.

### 2.5.1.2 Maneiras alternativas de calcular o Prêmio de Risco

Outras maneiras de mensurar o prêmio de risco têm sido utilizadas, buscando ou solucionar o *puzzle* proposto por Mehra e Prescott (1985) ou, simplesmente, estudar o tema e contribuir para literatura.

Harris e Marston (1999), para calcular o prêmio, partiram de uma derivação da estimação *ex ante* pelo modelo de dividendo descontado. Para tanto, utilizaram estimativas apresentadas por analistas como expectativas dos lucros, sendo este trabalho, conforme eles ressaltam, uma ampliação de pesquisas próprias realizadas anteriormente. Segundo eles, há dois motivos principais que tornam esta abordagem atraente, a saber: possibilita uma base comparativa com o calculado pelo prêmio histórico e, por este meio, podem-se analisar alterações no prêmio de risco ao longo do tempo, (p.2).

A metodologia de cálculo dos prêmios envolve o modelo de crescimento de dividendo ou fluxo de caixa descontado. Sobre tal, Sanvicente e Minardi (2006) afirmam que o modelo de dividendo descontado é, na literatura, o mais usado para estimar prêmios *ex ante*. Assim, o retorno exigido foi calculado por (p.4)

$$k = \left( \frac{D_1}{P_0} \right) + g \quad (47)$$

em que

$D_1$  refere-se ao dividendo por ação a ser recebido no tempo 1;

$P_0$  é o preço da ação no momento zero;

$g$  trata da taxa de crescimento que é esperada no dividendo por ação.

Para calcular  $g$ , Harris e Marston (1999) utilizaram as projeções de lucro dos analistas para o horizonte de cinco anos a partir do IBES Inc.<sup>5</sup> O período de análise foi de 1982 a 1998 e encontrou-se um prêmio médio de 7,14%, obtido pela diferença entre o retorno do S&P 500 e os títulos de longo prazo. Eles também realizaram regressões para analisar a relação entre algumas *proxies* para o risco, que são o *spread* entre títulos corporativos e do governo, o

---

<sup>5</sup> O *Institutional Broker's Estimate System IBES Inc.*, segundo o dicionário de negócios, é uma base de dados que contém estimativas a respeito de lucros futuros, feitas por analistas, para diversas empresas negociadas em bolsa.

índice de confiança do consumidor, as medidas de dispersão das previsões geradas pelos analistas e a volatilidade implícita das opções da S&P 500 mais no dinheiro (p. 6).

Alguns dos achados dos autores apontam que: o prêmio de risco estimado se aproximou do obtido pela média histórica aritmética do diferencial entre o retorno sobre ações e os títulos de longo prazo americano, que correspondeu a 7,5%, no período de 1926 a 1998; que o  $k$  (custo de capital próprio) permaneceu constante por um longo espaço de tempo; que o prêmio de risco varia e que tais variações se relacionam tanto com a taxa de juros quanto com as proxies mencionadas anteriormente.

Sanvicente e Minardi (2006, p.7) utilizaram outra forma de calcular a taxa de crescimento,  $g$ , sendo encontrada por

$$g = \text{ROE} \times b \quad (48)$$

em que

ROE = retorno sobre patrimônio líquido;

$b$  = taxa de lucro retido.

Nesse trabalho, o período de análise para a estimação foi de 1986 a 2005, encontrando-se um prêmio de risco estimado (média de 16,71% e desvio padrão de 12,68%) menos volátil que o realizado (média de 31,83% e desvio padrão de 98,48), o que contribuiu para as contestações sobre o prêmio histórico. Dentre outras análises, também realizaram uma regressão do prêmio de risco contra a variação do PIB e a variação da moeda americana com a brasileira, que apresentou relação negativa entre o prêmio e o PIB, contudo, sendo estatisticamente significativa somente a 10%.

Um achado de igual maneira relevante dos autores é que, ao utilizarem a mesma metodologia de cálculo, contudo a partir da construção fundamentada em dados mensais, para o espaço temporal de 1998 a 2005, sendo o prêmio de risco mensurado pela diferença entre o retorno da *proxy* da carteira de mercado e um título americano com prazo de 10 anos, *Treasury Notes*, perceberam, na carteira de mercado estimada, um retorno exigido mais

elevado em três momentos de maior tensão no mercado: eventos políticos, crises e atentado que marcaram essa fase histórica.

Outro método de se obter o prêmio é via regressão, como pode ser encontrado no trabalho de Goval e Welch (2004). Os autores relatam que nesta metodologia é regredida uma variável independente defasada sobre a taxa de retorno do mercado de ações ou sobre o próprio prêmio (p.1), como mostrado a seguir (GOVAL e WELCH, 2004, p.1).

$$Rm(t) - Rf(t) = \gamma_0 + \gamma_1[x(t-1)] + \varepsilon(t) \quad (49)$$

em que

$\gamma_1$  retrata a significância de  $x$  na previsão do prêmio de risco.

Os autores citam que algumas das variáveis que diversos pesquisadores têm utilizado na estimativa do prêmio de risco são: *dividend price ratios, dividend yields, earnings-price ratios, dividend payout ratios, net issuing ratios, book-market ratios, interest rates (in various guises)* e *consumption-based macroeconomic ratios (cay)*, (p.1).

Para estudar o prêmio, além dessas variáveis, eles também utilizaram dois métodos que dependem de múltiplas variáveis. Uma delas é a *model selection*, na qual, se há  $K$  variáveis, eles calculam  $2^k$  modelos que representam as possíveis combinações de tais variáveis. Os pesquisadores explicam que o critério de escolha se baseia naquela com menor erro de previsão *out-of-sample* (fora da amostra) em cada período  $t$ . Adicionalmente, o outro é uma regressão *kitchen sink*, em se faz uso da variável consumo, riqueza e relação de renda (*consumption, wealth, income ratio - cay*) com os dados até o período corrente, para evitar o *look-ahead bias* (viés de olhar para frente) (Goval e Welch, 2004, p.6).

Os autores tiveram o interesse de observar como estas variáveis, que se encontravam categorizadas como bons preditores *in-sample*, iriam se comportar na previsão fora da amostra (*out of sample*), analisando o horizonte compreendido de 1871 até 2003 do índice americano S&P 500, com a taxa do ativo livre de risco sendo a de curto prazo, *T-bill*. Tais variáveis, incluindo os dois métodos, entram na regressão como as variáveis independentes, e

o prêmio de risco é a própria variável dependente. Em suma, constataram que nenhuma delas obteve desempenho satisfatório e que

*most variables are just worse than the prevailing historical equity premium average as a predictor, and some even economically significantly so (...) for all practical purposes, the equity premium has not been predictable, and any belief about whether the stock market is now too high or too low has to be based on theoretical prior, not on the empirically variables we have explored” (GOVAL e WELCH, p.2, 2004).*

O’Hanlon e Steele (2000) calcularam o custo de capital próprio baseando-se no modelo de Ohlson (1989 e 1995) sobre a relação entre fundamentos contábeis e o preço das ações. O período de amostra que eles utilizaram para tanto compreendeu os anos de 1968 a 1995. O custo de capital foi calculado conforme segue:

$$ROE_{i,t} = \gamma_{3,i} + \gamma_{4,i}SURG_{i,t} + \varepsilon_{i,t} \quad (50)$$

em que

ROE = *return on equity* (retorno sobre o patrimônio líquido);

$\gamma_3$  = termo intercepto que estima o custo de capital;

*SURG* = *scaled unrecorded goodwill*;

$\varepsilon_{i,t}$  = termo de erro.

O ROE é resultado da divisão entre o que os autores denominaram de *ordinary profit* (lucros normais) no período t e o valor patrimonial contábil no fim do período t-1. A medida de ganhos contábeis corresponde ao lucro reportado exclusivo de itens extraordinários menos preferência de dividendos é denominada de lucros normais.

Já o *SURG*, explicam os autores, representa a diferença escalar entre o valor de mercado do custo de capital e o valor patrimonial deste. Esta medida é encontrada pela diferença entre a capitalização do mercado e o valor patrimonial contábil (*equity*), ambos no fim do período t e o quociente com esta última no fim do período t-1.

Vale ressaltar que ambos os coeficientes ( $\gamma_3$  e  $\gamma_4$ ) devem ser positivos para que se possa entender  $k_i = \gamma_3$  como o custo de capital, advertem os autores. Na pesquisa, de 180 empresas, 8 foram retiradas por não terem o segundo coeficiente positivo e, assim, não puderam entrar nos cálculos do prêmio de risco.

Segundo O'Hanlon e Steele (2000), o custo de capital é uma função da estimação da regressão dos fundamentos contábeis: rentabilidade contábil contra o *URG*. O custo de capital da empresa  $i$  ( $k_i = \gamma_3$ ) serve de insumo para o cálculo do prêmio de risco pelo modelo CAPM. Assim, tem-se:

$$k_i = r_f + b_i(R_m - r_f) + e_i \quad (51)$$

em que

$r_f$  = retorno do ativo livre de risco;

$b_i$  = beta da companhia  $i$ ;

$R_m$  = retorno esperado sobre a carteira de mercado;

$R_m - r_f$  = prêmio de risco.

Dessa forma, eles acrescentam que uma regressão do  $k_i$  contra o beta da companhia dá luz à equação

$$k_i = \alpha_1 + \alpha_2 b_i + e_i \quad (52)$$

em que o  $\alpha_1$  é uma estimação do  $r_f$ . Já o termo  $\alpha_2$  representa uma mensuração empírica do prêmio de risco.

O beta utilizado nos cálculos é estimado a partir do método de coeficientes agregados de Dimson (1979), usando uma regressão multivariada. A equação utilizada para tanto foi

$$r_{i,s} = \alpha_i + b_{A,i} m_{s-1} + b_{B,i} m_s + b_{C,i} m_{s+1} + \eta_{i,s} \quad (53)$$

$$b_i^d = b_{A,i} + b_{B,i} + b_{C,i} \quad (54)$$

em que  $r_{i,s}$  é o retorno da ação da companhia  $i$  para o mês  $s$ , e  $m_{s-1}, m_s, m_{s+1}$  correspondem aos próprios retornos do índice *FT- Actuaries All Share Total Return Index*, nos meses  $s-1$ ,  $s$  e  $s+1$ ; os coeficientes gerados pela regressão são dados por  $\alpha_i, b_{A,i}, b_{B,i}$  e  $b_{C,i}$ ;  $\eta_{i,s}$  refere-se ao termo de erro da equação e  $b_i^d$  é o beta de Dimson para a companhia  $i$ , explicam os autores no trabalho.

Além de todo esse procedimento metodológico, os autores ainda realizaram uma série de testes adicionais e concluíram que as estimativas envolvendo os resultados principais e outras suposições forneceram um prêmio entre 4% a 6%, para o Reino Unido, o que, segundo eles, corrobora a ideia de que o prêmio *ex ante* é de ordem menor que o prêmio histórico.

No trabalho de Ibbotson e Chen (2001) para o cálculo do prêmio de risco, utilizou-se uma mescla da abordagem histórica e abordagem do lado da oferta (*supply side approaches*), para o período de 1926 a 2000. Neste trabalho, conforme apontado, diferentemente de outros autores, consideraram-se, nas previsões, a eficiência de mercado e um prêmio de risco constante. O retorno histórico foi decomposto em algumas variáveis, que são: inflação, lucros, dividendos, relação preço/lucro, *dividend payout*, patrimônio líquido, retorno sobre o patrimônio e PIB per capita, estudando tais fatores e suas relações com a estrutura (*framework*) de longo prazo do lado da oferta.

Para computar o prêmio de risco, os pesquisadores partiram de uma perspectiva *ex ante*, isto é, calcularam mensurações do prêmio que passaria a vigorar. Os pesquisadores afirmam que se podem fazer estimações de longo prazo do retorno da ação (*equity return*), com base nos modelos de lado da oferta e comentam que os investidores no longo prazo não devem esperar da companhia retornos (*equity return*) muito acima ou abaixo do que essas são realmente capazes de gerar.

Ibbotson e Chen (2001) relatam que o *supply of equity return* (oferta de retorno de ações - SR) pode ser dividido em dois componentes: retornos correntes na forma de dividendos e crescimento da produtividade de longo prazo na maneira de ganhos de capital. Assim, utilizando-se três modelos do lado da oferta, o Método 3F - *Forward-Looking Earnings Model*; o Método 4F - *Forward-Looking Dividends Method* (também denominado de modelo de crescimento de dividendo constante ou modelo de Gordon) e o Método 6F - *Forward-Looking GDP Per Capita Model*, eles estimaram a oferta de retorno de ações de

longo prazo para cada modelo e, igualmente, o prêmio de risco pelas equações apresentadas a seguir.

$$\overline{SR} = \left[ (1 + \overline{CPI})^x (1 + \overline{g_{REPS}}) - 1 \right] + \overline{Inc} + \overline{Rinv} \quad \text{Método 3F} \quad (55)$$

$$\overline{SR} = \left[ (1 + \overline{CPI})^x (1 + \overline{g_{RDiv}}) - 1 \right] + \overline{Inc} + \overline{Rinv} \quad \text{Método 4F} \quad (56)$$

$$\overline{SR} = \left[ (1 + \overline{CPI})^x (1 + \overline{Rg_{GDP/POP}}) - 1 \right] + \overline{Inc} + \overline{Rinv} \quad \text{Método 6F} \quad (57)$$

em que

$SR = supply\ of\ return$  (oferta de retorno);

$CPI =$  índice de preços do consumidor;

$G_{REPS} =$  crescimento do lucro real por ação;

$G_{RDiv,t} =$  taxa de crescimento de dividendo após a inflação;

$Rg_{GDP/POP} =$  taxa de crescimento real da produtividade geral da economia;

$Inc = income\ return$  (retorno do lucro) que, por sua vez, é distribuído na forma de dividendos;

$Rinv =$  retorno do reinvestimento.

E o prêmio de risco para cada um dos métodos é dado por

$$\overline{SERP} = \frac{(1 + \overline{SR})}{(1 + \overline{CPI})^x (1 + \overline{RRf})} - 1 \quad (58)$$

em que

$SERP = supply\ side\ equity\ risk\ premium$  (prêmio de risco);

$RRf =$  taxa livre de risco real.

O prêmio estimado encontrado pelos autores para o longo prazo está na ordem de 4% para a média geométrica e 6% para a aritmética, ambos considerando o primeiro e o terceiro modelo, tendo os autores apresentado alguns argumentos relacionados ao fato de preferirem estes e não o modelo de dividendos, os quais podem ser conferidos no trabalho original. Ademais, eles ressaltam que as estimativas somente estão em torno de 1,25% abaixo do estimado historicamente. No cálculo do *equity risk premium* (ERP), que vigorou entre 1926 a 2000, utilizou-se a Fórmula 32, definida por Ibbotson e Sinquefeld (1976).

É interessante observar que, neste trabalho, conforme apontado pelos pesquisadores, utilizaram-se dados históricos mesclados com a abordagem do lado da oferta para estimar o prêmio de risco futuro das ações (*equity risk premium forward looking*). Uma das conclusões a que chegaram é a de que *contrary to several recent studies on equity risk premium that declare the forward looking equity risk premium to be close to zero or negative, we find the long-term supply of equity risk premium is only slightly lower than the straight historical estimate* (IBBOTSON e CHEN, 2001, p.15).

Welch, em 2001, publicou uma pesquisa que envolveu 226 professores de finanças e 284 professores de economia, totalizando 510 entrevistados. Esta foi uma atualização de uma pesquisa anterior, cujo tema era entender qual o consenso dos profissionais a respeito do prêmio de risco. O autor argumenta que, confrontando com a pesquisa publicada em 2000 sobre o tema, na atual não houve estimativas tão otimistas do prêmio.

Dentre os que responderam ao questionário, o autor destaca que 122 já tinham participado na pesquisa feita no ano 2000, publicada no *The Journal of Bussiness*, sendo que, deste total, 15 se consideram mais otimistas em suas estimativas para o prêmio, 76 disseram estar otimistas de igual maneira e 30 afirmaram não estarem mais tão otimistas como antes (p. 7).

O autor constatou que o prêmio de risco teve um decréscimo no último biênio ou triênio anterior à atual pesquisa (correspondendo a 1998 ou 1999), um período em que, segundo ele, houve baixo prêmio de risco realizado, estando agora entre 3% a 3,5%, para o período de um ano e 5% a 5,5%, para 30 anos (média aritmética).

Uma atualização desta pesquisa foi realizada em dezembro de 2007 e publicada logo no início de 2008, mostrando que o pessimismo aumentou, dentre os participantes, em torno de 0,5%. Welch explica que não defende que o consenso sobre o prêmio de risco deveria ser

entendido como a melhor estimativa, mas que *this consensus estimate should be seen as the best “common practices” estimate for use in an academic setting* (2008, p. 2).

Neste trabalho, em uma das análises, compararam-se as estimativas entre os 369 professores da área de finanças dos Estados Unidos e os outros 219 participantes. Foi constatado, para os primeiros, que o consenso é o prêmio de um ano e o prêmio de trinta anos pela média geométrica em torno de 5%; a aritmética, para 30 anos, entre 0,7% e 0,8% e uma postura mais conservadora para o outro grupo, em que muitos se descreveram como professores estrangeiros, relata Welch (2008, p.5).

No Quadro 1, de maneira geral, é apresentado um levantamento com os valores mensurados do prêmio de risco para os Estados Unidos e o Reino Unido, segundo o ano da pesquisa, juntamente com o nome do autor e os tipos de abordagem explícita na coluna observações.

Quadro 1- Estimativas do prêmio de risco para os EUA e o Reino Unido

<b>Autor</b>	<b>EUA</b>	<b>Reino Unido</b>	<b>Obs.</b>
Dimson et al (2003)	4,40%	3,80%	<i>Ex post</i> , 1900-2002, em US\$, real.
Ibbotson Associates (1992, como citado em Damodaran, 2001)	6,10%	4,61%	<i>Ex post</i> , 1970-1996, moeda local, nominal
Claus e Thomas (2001)	3,40%	2,81%	<i>Ex ante</i> , 1985-1998, moeda local, nominal
Salomons e Grootveld (2003)	3,66%	4,41%	<i>Ex post</i> , 1976-2001 (ao ano, em US\$, nominal)
Canova e Nicoló (2003)	5,68%	5,15%	<i>Ex post</i> , 1971-1999, moeda local, real
Pastor et al. (2008)	2,60%	2,90%	<i>Ex ante</i> , 1990-2002, moeda local, nominal.

Fonte: Adaptado de Gonçalves Junior et al. (2011).

No Brasil, alguns autores apontam indícios, em suas pesquisas, da não existência do *puzzle* do prêmio de risco no mercado local, podendo ser citado como exemplo o trabalho de Catalão e Yoshino (2006), os quais analisaram a fronteira de média-variância do fator de desconto estocástico para o retorno e o prêmio das ações.

Issler e Piqueira (2000) também apontaram para o mesmo resultado. Eles fizeram estimações dos parâmetros presentes no CCAPM, usando o Método Generalizado dos Momentos (GMM) com três funções utilidade, a saber: *constant relative risk aversion* (CRRA), utilidade de hábito externo e a de aversão ao desapontamento (Kreps-Porteus). Os parâmetros em questão foram o coeficiente de aversão ao risco, a taxa de desconto de utilidade futura e a elasticidade intertemporal de substituição no consumo.

Sobre o GMM, os autores explicam que por esse método é possível estimar os parâmetros e, adicionalmente, é possível colocar em teste as restrições das respectivas equações de Euler de cada um dos modelos, fornecendo, como resultado, um teste para o *equity premium* no mercado local (p.3).

Para finalizar essa parte, faz-se oportuno mencionar uma discussão que tem sido também realizada por diversos pesquisadores da área, que se refere ao viés de sobrevivência. Há argumentos de que o prêmio de risco dos Estados Unidos é diferenciado do obtido por demais países devido à sua maior amplitude e estabilidade ao longo dos tempos. Se forem observados os fatos históricos de guerras e das revoluções enfrentadas por diversos países, é fácil perceber que os EUA tiveram uma melhor performance, mesmo que não esperada. Ao que se pode constatar, este é um país que vem sendo denominado da grande potência mundial, que tem o centro financeiro mundial, que tem recebido altos investimentos e, assim, uma grande prosperidade, ao contrário, por exemplo, do Japão, afetado por guerra e períodos de estagnação econômica.

Para estudar este tema, inúmeras pesquisas têm sido realizadas, visando analisar a veracidade de tal afirmação. Dentre elas encontra-se o trabalho de Kyriacou, Madsen e Mase (2004), que verificam se o retorno das ações americanas apresentava viés de sobrevivência e não encontraram evidências a este favor. Dentre suas análises, estes autores calcularam a média aritmética para dezesseis países, com dados, para alguns deles, retrocedendo desde 1871 e se estendendo até 2002, e comparando o prêmio histórico pela diferença tanto de títulos americanos de curto como de longo prazo. Os trabalhos amplamente citados de Brown, Goetzmann e Ross (1995) e Jorion e Goetzmann (1999) também tratam do viés de sobrevivência.

Por fim, Mehra (2003, p.65) menciona que há um grupo de pesquisadores que acreditam na não existência do puzzle. Sobre isso, o autor argumenta, ressaltando que *before the equity premium is dismissed, not only do researchers need to understand the observed phenomena, but they also need a plausible explanation as to why the future is likely to be any different from the past* (p. 67). Assim, antes de se rejeitar a ideia do prêmio, é necessário pesquisá-lo, entendê-lo e buscar argumentações coerentes para seu desfecho.

Como se observou, alguns autores se debruçaram sobre o prêmio de risco mensurado a partir de perspectivas *ex ante* e *ex post*, contudo, sem haver um consenso entre os mesmos. A maneira histórica de mensuração, por exemplo, é alvo de críticas, como a de não representar o prêmio que vigorou e por ser sensível ao período amostral e ativo livre de risco utilizado. Outras metodologias utilizam como *input* as estimativas de analistas e que podem, em determinados casos, ser mais difíceis de obter.

Portanto, um importante fator a se destacar neste trabalho é que a intenção principal é fornecer uma nova maneira de cálculo do prêmio de risco e que, por isso, não se pretende afirmar, nesta presente pesquisa, a superioridade deste método em detrimento de outro(s), mas contribuir para a academia com uma nova luz sobre o assunto.

## 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

---

Com a apresentação dos estudos de vários autores que se debruçaram sobre a análise da volatilidade, distribuições contínuas de probabilidade e prêmio de risco, apresentando os conceitos adotados que situam o leitor no presente estudo, faz-se relevante abordar o método trilhado para mensurar a variável objeto deste trabalho.

Neste capítulo apresentam-se os procedimentos metodológicos adotados neste estudo, iniciando com a caracterização da pesquisa, para, logo em seguida, apresentar as variáveis utilizadas, os dados, as hipóteses testadas, os procedimentos de análise dos dados, o método de estimação dos modelos de volatilidade e, por fim, a proposta de cálculo do prêmio de risco para o mercado de capitais brasileiro.

### 3.1 Caracterização da Pesquisa

Por pesquisa, Gil (2002, p.17) argumenta que é “procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos”. Diante de uma proposta instigante, que necessita ser analisada, entendida e aprimorada, o indivíduo pode realizar pesquisas para conhecer ou aprofundar conhecimentos acerca do objeto de estudo e, para tanto, necessita fazer uso de uma metodologia apropriada para tentar alcançar estas respostas.

A palavra metodologia, segundo Demo (1995, p.11), significa “estudo dos caminhos, dos instrumentos usados para se fazer ciência”. Dessa maneira, o pesquisador deve considerar os diferentes métodos existentes que mais se ajustem ao fenômeno que está sendo estudado. A necessidade de se caracterizar uma pesquisa tem como uma das causas a importância de entender a natureza da pesquisa em questão.

Assim, tem-se que este trabalho baseia-se no método dedutivo e pós-positivista. Quanto aos fins, o presente trabalho é de cunho descritivo e explicativo e, quanto aos meios, enquadra-se como *ex post facto* e bibliográfico. A abordagem do problema é uma pesquisa de cunho quantitativo, haja vista que abrange aspectos que podem ser quantificáveis, cujas correlações podem ser analisadas e que se podem fazer inferências estatísticas (SILVA; MENEZES, 2001).

### 3.2 O Modelo Browniano Geométrico (MBG)

O movimento browniano descreve o comportamento de partículas que foi observado pelo botânico Robert Brown, em 1827, ao perceber um movimento aleatório, inicialmente em grãos de pólen de plantas. Einstein, em 1905, elaborou uma teoria acerca do movimento browniano (SALINAS, 2005), porém, foi por meio do trabalho de Bachelier (1900), em sua tese de doutoramento intitulada *Theorie de la Spéculation*, que o mesmo foi introduzido em finanças (AIUBE, 2013, p. 213). Segundo este autor, um processo browniano padrão ou processo padrão de *Wiener* possui as seguintes características (p. 88):

1. a média de  $B_t$  (processo estocástico) é zero -  $E(B_t) = 0$ ;
2. a variância de  $B_t$  é  $\sigma^2 B_t = E[(B_t - E(B_t))^2] = E[B_t^2] = t$ ;
3. a covariância entre  $B_t$  e  $B_s$   $Cov(B_t - B_s) = E(B_t B_s) = \min(t, s)$ ;
4. não é diferenciável em nenhum trecho, pois os incrementos são independentes, ocorrendo saltos ou quebras e a condição para a diferenciação de que os limites à esquerda e à direita sejam iguais não ocorre;
5. o processo é autossimilar, ou seja, mesmo que na visualização de intervalos pequenos o aspecto de certa forma possa ser parecido, ainda assim não são as iguais;
6. o processo não tem variações limitadas em  $[0, T]$ .

Aiube (2013) aponta Samuelson (1965) como o primeiro a utilizar propriamente o movimento browniano geométrico. Mas, o modelo ficou mais famoso pela sua utilização no artigo de Black e Scholes (1973) e Merton (1973).

Black e Scholes (1973), estudando derivativos, propuseram o preço de um ativo seguindo o movimento browniano geométrico e calculado por Lamy (2008, p. 5),

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t \quad (59)$$

em que

$S_t$  = preço do ativo no momento  $t$ ;

$d_t$  = variação no tempo;

$dS_t$  = variação no preço do ativo em  $d_t$ ;

$\mu$  = parâmetro de tendência;

$\sigma$  = volatilidade;

$dW_t$  = processo de Wiener ou processo de movimento browniano com  $N(0, d_t)$ .

Assim, pode-se, agora, derivar para o procedimento do movimento browniano geométrico na presente pesquisa, para o cálculo do prêmio de risco.

### 3.2.1 Proposta de cálculo do Prêmio de risco

Em finanças, pode-se constatar que muitos dos modelos adotados estão alicerçados na hipótese de eficiência do mercado (HME). Segundo Oliveira e Carmona (2008, p.4) e Oliveira, Carmona e Távora Junior (2006, p.183), há diferentes maneiras desta hipótese ser apresentada, com diversas suposições de restrições, mas estas podem ser resumidas em dois pontos, a saber:

- o passado histórico é totalmente representado pelo preço presente, que não retém informação muito defasada;
- os mercados respondem imediatamente a qualquer nova informação sobre o preço do ativo.

Os autores apresentam que o resultado dessas duas afirmações converge para a equação diferencial estocástica (SDE), definida por:

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dz_t \quad (60)$$

Nesta relação, o primeiro componente refere-se à variável previsível, em que  $\mu$  representa a taxa média de incremento que o preço do ativo ( $S_t$ ) pode sofrer. A segunda diz respeito a novas informações que continuamente são incorporadas no preço do ativo, que na SDE está representada pela parte  $\sigma dz_t$ . O símbolo  $\sigma$  é a volatilidade e o  $dz_t$  trata de uma

variável aleatória que poderá advir de uma distribuição normal, explicam os autores. Ressalta-se que, dentre os termos envolvidos para resolver o cálculo do preço do ativo, somente a volatilidade é o parâmetro que não se pode observar, sendo necessário fazer inferências sobre a mesma.

Sendo assim, o prêmio de risco será interpretado como a parte  $dz_t$  na equação. A seguir, demonstram-se as manipulações matemáticas para se chegar à equação para mensurar o prêmio de risco.

$$\sigma \cdot dz_t = \frac{dS_t}{S_t} - \mu dt \quad (61)$$

$$dz_t = \frac{1}{\sigma} \left( \frac{dS_t}{S_t} - \mu \right)$$

$$dz_t = \frac{1}{\sigma} \left( \frac{dS_t}{S_t} - R_f \right)$$

$$dz_t = \frac{1}{\sigma} (R_m - R_f)$$

em que

$\sigma$  = volatilidade

$dz_t$  = prêmio de risco;

$\frac{dS_t}{S_t}$  = diferenciação do preço do ativo;

$R_m$  = retorno da carteira de mercado;

$R_f$  = retorno do ativo livre de risco.

O prêmio será calculado de maneira diária, com base nos retornos históricos do Ibovespa, Vale do Rio Doce, Petrobrás, AmBev e do CDI, constituindo uma série de prêmios, gerada a partir do comportamento não somente da diferença estabelecida entre a carteira de

mercado e o ativo livre de risco, mas do quociente desta relação com a volatilidade estimada a partir de diferentes modelos da família GARCH, escolhidos pela rotina do programa.

A seguir, analisa-se o comportamento do prêmio entre períodos, a partir de uma segmentação baseada no gráfico do preço de fechamento.

### 3.3 Variáveis de pesquisa e dados

A seguir, descrevem-se as variáveis que fazem parte do trabalho proposto.

Índice Bovespa (IBOVESPA) é o índice representativo da carteira de mercado, composto pelas ações mais líquidas em negociação. Ele é rebalanceado quadrimestralmente para atender aos critérios de sua metodologia de cálculo que, desde 1968, ano que passou a ser adotado, não sofreu alterações, segundo o site da Bolsa.

Adicionalmente, também são avaliadas ações das empresas Vale do Rio Doce, Petrobrás e AmBev Companhia de Bebidas da América, para ampliar o escopo da análise.

A escolha dos ativos mencionados contribui para a pesquisa no sentido de possibilitar maiores comparações das funções de distribuição de probabilidade contínuas, baseando-se no prêmio de risco. O critério de seleção foi dado por meio da empresa com maior participação na composição dos índices, baseando-se na última carteira formada do ano de 2012.

No Quadro 2 encontram-se listadas as ações alvo do trabalho, os seus respectivos códigos e a participação no respectivo índice.

Quadro 2 – Amostra da pesquisa

<b>Empresa</b>	<b>Índice</b>	<b>Código</b>	<b>Participação (%)</b>
-	Ibovespa	IBOV	Carteira complete
VALE	Ibovespa	VALE5 (PNA N1)	9,129
PETROBRÁS	Ibovespa	PETR4 (PN)	8,221
AMBEV	Consumo	AMBV4 (PN)	17,014

Fonte: Site da BM&F BOVESPA, 2012

O Certificado de Depósito Interfinanceiro (CDI) é a *proxy* do ativo livre de risco adotado neste estudo. Ele representa o rendimento do ativo livre de risco. Segundo Silva (2009, p.61), o CDI foi criado em meados dos anos 1980 e os bancos o emitem com a finalidade de captar ou de aplicar os recursos que estão em excesso. A autora explica que, de maneira geral, os bancos fazem transações entre si, buscando dar liquidez para uma instituição que esteja em necessidade. Portanto, o CDI é uma das aplicações financeiras mais utilizadas, em virtude do seu baixíssimo nível de risco.

Os dados referentes ao histórico dos ativos em análise foram retirados do *Infomoney*, exceto para o CDI, obtido a partir do site da Câmara de Custódia e Liquidação de Títulos (Cetip). O período base para a coleta das informações é de 5 de janeiro de 1998 a 31 de julho de 2012, contudo, a AMBEV abriu capital somente em setembro de 1999 e, por isso, somente entrou na amostra a partir do dia 22 daquele mês e ano. Buscou-se, com a escolha do período amostral, retroceder a um espaço temporal de praticamente quinze anos, para ampliar o escopo de análise.

Conforme já mencionado, para calcular o prêmio histórico, é necessária uma amostra grande. Gonçalves Junior et al. (2011) fazem a mesma consideração sobre o uso de séries longas para cômputo do prêmio histórico, apontando autores como Siegel (1992) e Arnott e Bernstein (2002), que utilizaram dados de até duzentos anos anteriores para fazer a análise, o que se torna inviável no caso brasileiro, pela indisponibilidade de dados para este período e a alta instabilidade presente nas séries. Entretanto, na presente pesquisa, também se buscou retroagir a um período de tempo maior, compreendendo praticamente quatorze anos de dados diários.

### **3.4 Procedimento de análise dos dados**

Para realizar este trabalho, os softwares estatísticos utilizados para a análise propriamente dos dados foram o *Matlab* 7.12.0 (R2011a) e o Oracle Crystal Ball 11.1. A partir do primeiro, fez-se a análise do melhor modelo ARMA + GARCH + distribuição do termo de erro que modela a série de dados e, posteriormente, utilizou-se o segundo software para a análise das distribuições do prêmio de risco.

Assim, antes de se iniciar, calculou-se a primeira diferenciação da série de preço de fechamento para encontrar o retorno a partir da expressão matemática descrita a seguir.

$$R_{e,t} = \frac{P_{e,t} - P_{e,t-1}}{P_{e,t-1}} \quad (62)$$

em que

$R_{e,t}$  = retorno nominal da ação correspondente na data t;

$P_{e,t}$  = preço de fechamento da ação na data t;

$P_{e,t-1}$  = preço de fechamento da ação na data t-1.

Logo depois, o passo realizado foi uma análise pré-estimação. Esforços para analisar a possível existência de raiz unitária, com os testes *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) e o *Phillips-Perron* (PP) e estacionaridade, com o teste *Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin* (KPSS) dos dados, também foram conduzidos. É oportuno destacar que ambos os tipos de testes possuem hipóteses nulas e alternativas inversas, conforme apresentado em Brooks (2002, p.382). Assim,

ADF/PP	KPSS
$H_0 = y_t \sim I(1)$	$H_0 = y_t \sim I(0)$
$H_1 = y_t \sim I(0)$	$H_1 = y_t \sim I(1)$

Enquanto aceitar a hipótese nula em ADF/PP significa haver raiz unitária, no teste KPSS, aceitá-la remete à série ser estacionária.

O teste de Jarque-Bera também foi aplicado para testar a hipótese de normalidade dos dados, observando a capacidade da série de dados de reproduzir a distribuição gaussiana. As hipóteses testadas são:

$H_0$  = hipótese nula de que a série segue uma distribuição gaussiana (normal) de probabilidade;

$H_1$  = hipótese alternativa de que a série segue uma distribuição de probabilidade diferente da gaussiana.

Então,

se  $p\text{-valor} > 0,05 \rightarrow$  aceita-se a hipótese nula;

se  $p\text{-valor} \leq 0,05 \rightarrow$  rejeita-se a hipótese nula.

Os gráficos da autocorrelação total (*Autocorrelation Function* – ACF) e parcial (*Partial Autocorrelation Function* – PACF) foram plotados para cada uma das séries. Para o teste, um valor estatisticamente significativo da autocorrelação serial é dado quando se encontra fora do intervalo de  $\pm 1,96 * 1 / (T)^{\frac{1}{2}}$ .

O teste Ljung-Box foi realizado para a análise de autocorrelação nos resíduos, conhecido como LBQ Test. O teste apresenta como hipótese nula a não existência de autocorrelação e, como hipótese alternativa, o contrário. O teste é calculado a partir da seguinte expressão:

$$Q = T(T + 2) \sum_{k=1}^L \left( \frac{\rho(k)^2}{(T - k)} \right) \quad (63)$$

em que  $Q$  representa o teste Ljung-Box com distribuição qui-quadrado,  $T$  é o tamanho da amostra,  $L$  são as defasagens e  $\rho(k)$  é o coeficiente de autocorrelação na defasagem  $k$  (MATHWORKS R2012b). No output do *Matlab*, conforme mostrado nos resultados, são apresentados quatro argumentos, conforme se observa no Quadro 3.

Quadro 3 – Output do Matlab para o LBQ Test

Output	Descrição
H	Vetor booleano de decisão com quantidade igual ao número de <i>lags</i> . Quando H=1, rejeita-se a hipótese de não haver autocorrelação nos lags. Se H=0, não se pode rejeitar a hipótese nula.
p-value	Vetor de p-valor para o qual se pode rejeitar ou não a hipótese nula.
Qstat	Vetor da Estatística-Q
critical values	Vetor de valores críticos para o teste, determinado pelo nível de significância.

Fonte: Site Ibbtest MathWorks R2012b

Na série também foi verificado se existe o efeito ARCH, isto é, se os resíduos apresentam uma variância inconstante ao longo do tempo, conhecido como

heteroscedasticidade. O cálculo é simples, bastando regredir o quadrado dos resíduos sobre sua própria defasagem.

$$\hat{u}_t^2 = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{u}_{t-1}^2 + \gamma_2 \hat{u}_{t-2}^2 + \gamma_3 \hat{u}_{t-3}^2 \dots \gamma_n \hat{u}_{t-n}^2 + v_t \quad (64)$$

em que  $v_t$  é um termo de erro. As hipóteses testadas encontram-se a seguir.

$$H_0 = \gamma_1 = 0 \text{ e } \gamma_2 = 0 \text{ e } \gamma_3 = 0 \dots \gamma_n = 0 \quad (65)$$

$$H_1 = \gamma_1 \neq 0 \text{ ou } \gamma_2 \neq 0 \text{ e } \gamma_3 \neq 0 \dots \gamma_n \neq 0 \quad (66)$$

Então, resumidamente, o teste verifica a necessidade de fazer uso da família GARCH.

### 3.4.1 Estimação dos modelos de volatilidade

A estimação do modelo, em alguns casos, torna-se complicada, devido à dificuldade em determinar a ordem precisa, sugerindo, então, os critérios de informação para possibilitar esta tarefa. Brooks (2002, p. 264) apresenta o *Akaike's Information Criteria* (AIC) e o *Schwarz's Bayesian Information Criteria* (SBIC), que minimizam os valores do critério de informação, sendo computado a partir das expressões a seguir.

$$AIC = \ln(\hat{\sigma}^2) + \frac{2k}{T} \quad (67)$$

$$SBIC = \ln(\hat{\sigma}^2) + \frac{k}{T} (\ln T) \quad (68)$$

em que  $\hat{\sigma}^2$  significa o estimador para a variância do erros da regressão  $\mu_t$ ,  $k$  é o número de parâmetros e  $T$  é o número de observações. Alguns programas podem gerar resultados diferentes para o critério de informação. Por exemplo, no software estatístico do Eviews, os critérios são calculados com um pequeno ajuste, pois são computados a partir da função *log-likelihood*, que é baseada em uma estimação por *maximum likelihood* (Brooks, 2002, p. 265).

Sendo assim, Brooks (2002, p. 265), apresenta que as expressões do AIC e SBIC para o caso particular do Eviews são dadas por

$$AIC_{\ell} = -2\ell / T + \frac{2k}{T} \quad (69)$$

$$SBIC_{\ell} = -2\ell / T + \frac{k}{T} (\ln T) \quad (70)$$

$$\text{sendo } l = -\frac{T}{2} (1 + \ln(2\pi) + \ln(\hat{u}'\hat{u}/T)) \quad (71)$$

O modelo a ser escolhido é o que apresenta um menor valor AIC ou SBIC, porém, não há um consenso, na literatura, sobre qual destes é o melhor. O mais utilizado é o AIC e, portanto, também foi o escolhido nesta pesquisa. Cabe salientar que diferentes critérios poderiam ter sido utilizados para esta escolha, tais como a Razão de Máxima Verossimilhança (RMV). Outro ponto de destaque é que a ordem do modelo escolhida pelo critério SBIC é sempre igual ou inferior à do AIC, visto que nele ocorre uma penalização pelo acréscimo de parâmetros no modelo (BROOKS, 2002, p. 257).

Assim, para a estimação da volatilidade, foi suposta uma ordem de um modelo ARMA(1,1) até um ARMA(2,2), para o IBOV, VALE5 e PETR4 e até um ARMA(3,3), para AMBV4. Nesta última, foi utilizada uma ordem maior para a correção da autocorrelação no *lag* de número 15, pois, com ordens menores, não foi possível. Também foram testados diferentes modelos da família GARCH visando ajustar a dependência serial na equação da variância. Adicionalmente, como a proposta desta pesquisa também foi trabalhar com distribuições, variações na própria distribuição do termo de erro foram realizadas. Barba, Ceretta e Vieira (2010) apontam para poucos estudos que focam em diferentes modelagens para o erro. Portanto, poderá haver combinações de modelos para a distribuição gaussiana e a T de Student. No Quadro 4 apresenta-se o modelo estimado.

#### Quadro 4 – Formação do melhor modelo para a volatilidade

Modelo ARMA de ordem (1,1) até (3,3) + família GARCH (GARCH, EGARCH e GJR) de ordem (1,1) até (3,3) + Distribuições do erro (gaussiana e T de Student)

Fonte: Autoria própria, 2012.

Sintetizando, tem-se uma pesquisa em que se buscou escolher aquele modelo que apresentou bom ajuste aos dados, observando, como critérios preliminares, zerar a autocorrelação no 5º (quinto) *lag* para evitar a escolha de modelos que ainda apresentassem autocorrelação nos dados, a significância dos coeficientes e, por último, escolheu-se o modelo com menor valor AIC. Para constatar se o modelo responde adequadamente as características da série na equação da média e variância, fez-se a análise pós-estimação, para verificar se ele não apresentou autocorrelação nos resíduos padronizados (resíduos/sigma) e nos resíduos padronizados ao quadrado (resíduos/sigma)<sup>2</sup>, pelo LBQ Test.

Após a correta especificação do modelo para extrair o sigma ( $\sigma$ ), pode-se obter o prêmio de risco e segmentá-lo. A decisão da segmentação foi baseada no comportamento do preço de fechamento das séries estudadas, levando em consideração como se apresentaram nos praticamente quatorze anos de análise abrangidos por esta pesquisa.

Uma segunda segmentação realizada concentrou-se no antes, no durante e no após a crise de 2008. A divisão do período entre crise seguiu as mesmas datas do artigo “Modelagem da volatilidade em períodos de crise”, de Barba, Ceretta e Vieira (2010). Os autores mencionados, por sua vez, escolheram o período de crise baseado em Baba e Packer (2009), para a data de início e Bartram e Bodnar (2009), para o fim. Assim, no caso específico desta pesquisa, tem-se o primeiro período de janeiro de 1998 (e 22 de agosto de 1999 para a AMBV4) a 6 de agosto de 2007; 7 de agosto de 2007 a 27 de outubro de 2008 e, pós-quebra do banco Lehman Brothers, de 28 de outubro de 2008 ao julho de 2012. Esta segmentação foi realizada apenas para verificar os ajustes das distribuições aos prêmios.

Depois disso, pode-se utilizar o Crystal Ball versão 11.1, para alcançar a função de distribuição de probabilidade contínua mais adequada. O comando no programa é apresentado como *Define assumption < Distribution Gallery < Fit*.

Neste ponto, o usuário precisa inserir o intervalo de observações (*range*), as distribuições com as quais pretende trabalhar e o teste de aderência (*goodness of fit*). Há a opção de que, caso o pesquisador já tenha conhecimento dos parâmetros da distribuição que melhor fitam o dado foco de sua pesquisa, podem-se travar estes valores e também se pode solicitar que sejam apresentadas todas as estatísticas do ajuste, isto é, os valores após o modelamento da distribuição mais o p-valor apenas do modelo escolhido para rankear a melhor distribuição.

Um ponto de destaque que permite aumentar a robustez da pesquisa é que o Crystal Ball faz o *goodness of fit* a partir de três diferentes testes, porém, amplamente utilizados, ficando a cargo do pesquisador escolher entre Anderson-Darling (A-D), Kolgomorov-Smirnov (K-S) e Qui-quadrado ( $\chi^2$ ).

Segundo o Engineering Statistics Handbook (2012), o primeiro é um melhoramento do K-S, pois permite pesos maiores para as caudas. O teste A-D analisa se uma série de dados advém de uma determinada distribuição que está sendo testada pela hipótese nula. O teste, basicamente, é definido por

$$A^2 = -N - S \quad (72)$$

$$S = \sum_{i=1}^N \frac{(2i-1)}{N} [\ln F(Y_i) + \ln(1 - F(Y_{N+1-i}))] \quad (73)$$

em que F representa a distribuição teórica que está sendo verificado o ajuste dos dados. O teste compara valores críticos para cada distribuição em verificação e, assim, tem-se que realizar este procedimento comparativo para o número de distribuições testadas. Evidência contra a hipótese nula ocorre quando a estatística do teste, A, é maior que o valor crítico, aponta o Handbook (2012).

O teste K-S computa a distância máxima entre a distribuição cumulativa empírica e a teórica, para também verificar se a série que se deseja modelar provém de uma distribuição especificada. O cálculo do teste é definido, pelo Handbook (2012), como

$$D = \max\left(F(Y_i) - \frac{i-1}{N}, \frac{i}{N} - F(Y_i)\right), \quad 1 \leq i \leq N \quad (74)$$

sendo F a distribuição teórica testada. Se o valor de D, que representa a estatística do teste, exceder o valor crítico tabelado, então, se rejeita a hipótese nula de aquela série ser modelada pela distribuição contínua em análise. Convém destacar que os dois testes mencionados são apenas para distribuições contínuas.

Já o Qui-quadrado, segundo Raychaudhuri (2008), pode ser utilizado para distribuições contínuas e discretas. Para tanto, o autor acrescenta que se devem dividir as observações em intervalos e comparar-se o ajuste dos dados nestes intervalos à distribuição que está sendo testada. Segundo o Engineering Statistics Handbook (2012), o teste é computado por

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k (O_i - E_i)^2 / E_i \quad (75)$$

sendo  $k$  as classes em que os dados são separados,  $O_i$  a frequência observada dos dados para a classe e  $E_i$  a frequência esperada. Esta última é obtida por meio da seguinte equação:

$$E_i = N(F(Y_u) - F(Y_l)) \quad (76)$$

Em que  $F$  representa a função de distribuição cumulativa,  $Y_u$  é o limite superior e  $Y_l$ , o inferior da classe  $i$  e, por último,  $N$  é o tamanho dos dados. A hipótese nula do teste pode ser rejeitada, caso a estatística do teste,  $\chi^2$ , seja de magnitude maior que o valor tabelado, acrescenta o Handbook (2012).

Assim, neste trabalho, foram aplicados os três testes, para identificar aqueles que aceitassem a hipótese nula de a série seguir a distribuição teórica definida. Quando o modelo oferecia mais de uma distribuição com p-valor que indica aceitação de  $H_0$ , então, optou-se por aquela de maior p-valor e com melhor ajuste visual. As distribuições utilizadas neste trabalho foram gaussiana, T de Student, Weibull, Gamma e logística.

Por fim, como análise adicional dos prêmios de risco, fez-se uma matriz de correlação, encontrada por meio da equação

$$Correl(X, Y) = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}} \quad (77)$$

em que  $\bar{x}$  é a média da variável  $X$  e  $\bar{y}$  a média de  $Y$ . Este procedimento foi realizado para averiguar o grau de correlação entre os prêmios mensurados.

### 3.3 Hipóteses de Pesquisa

As hipóteses de pesquisa norteadoras neste trabalho estão listadas a seguir. A primeira hipótese foi formulada buscando verificar se os prêmios seguem uma distribuição gaussiana, haja vista ser essa uma distribuição amplamente utilizada como pressuposto nos dados financeiros. Na segunda, objetivou-se aprofundar o entendimento do problema de pesquisa sobre o comportamento da melhor distribuição de probabilidade contínua que modela os

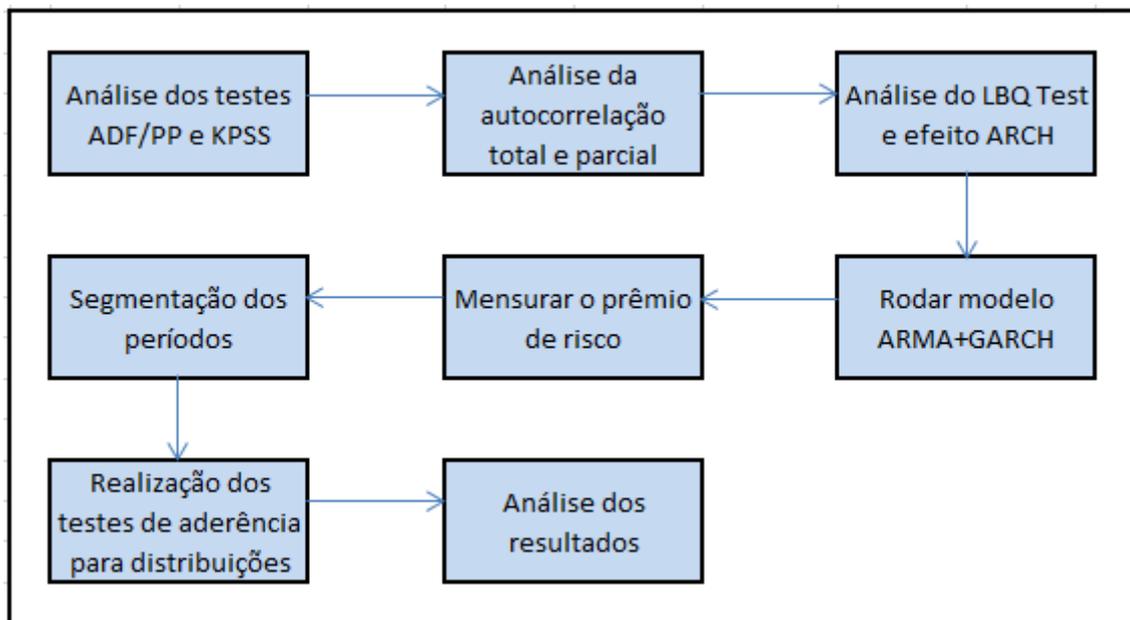
dados, averiguando se, ao longo da análise, há alterações neste ajustamento. Buscou-se, por meio da metodologia escolhida, apoiar ou refutar as hipóteses, de forma que os resultados convirjam para os objetivos específicos elencados. Assim, tem-se que

H(1) - a distribuição do prêmio de risco segue uma distribuição estatística diferente da gaussiana;

H(2) - as funções de distribuição de probabilidade permanecem constantes ao longo das segmentações identificadas.

Por fim, para sintetizar os procedimentos abordados até agora, optou-se por elaborar um fluxograma o qual pode ser observado no Quadro 5.

Quadro 5 – Fluxograma dos procedimentos metodológicos



Fonte: Autoria própria, 2012.

## 4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

---

Neste capítulo apresentam-se os resultados da pesquisa. Iniciou-se com a estatística descritiva da série do retorno empregada para Ibovespa (IBOV), AMBEV (AMBV4), Vale do Rio Doce (VALE5) e Petrobrás (PETR4), teste de normalidade, a representação gráfica da autocorrelação total e parcial, teste Ljung-Box e efeito ARCH. Logo depois, são apresentados o prêmio de risco para os períodos completos e segmentados e as distribuições de probabilidade contínua que os modelaram.

### 4.1 Ibovespa (IBOV)

A série do retorno do Ibovespa estudada apresenta 3.608 observações, pois foi necessário fazer ajustes nos dados, para sincronizar as datas com o histórico do CDI e, assim, entrar como *input* na análise do prêmio de risco.

Na Tabela 2 apresentam-se as principais medidas estatísticas.

Tabela 2 – Estatística descritiva do Ibovespa

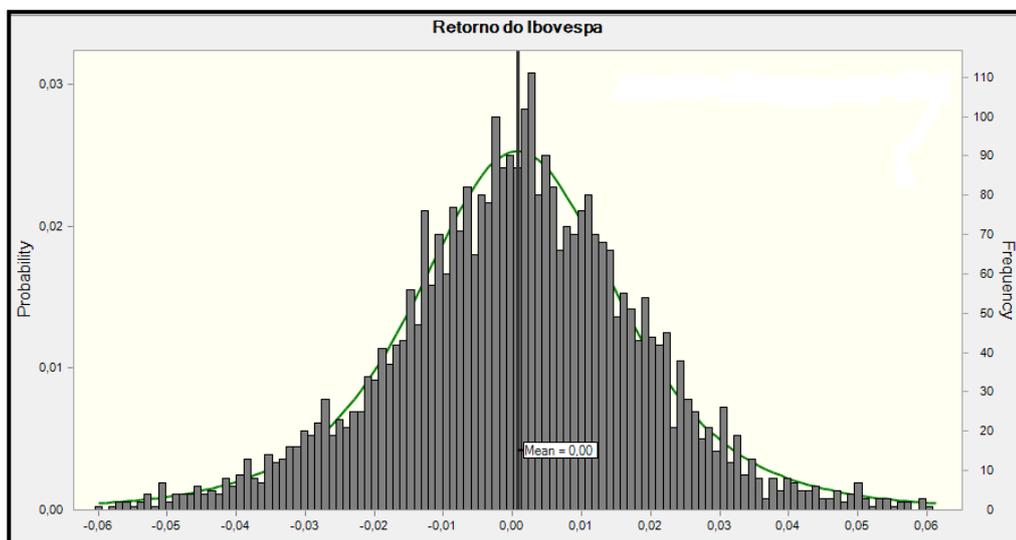
IBOV	
Média	0,000701
Mediana	0,001062
Máximo	0,333992
Mínimo	-0,158267
Desvio padrão	0,021858
Assimetria	1,087081
Curtose	22,89857

Fonte: Autoria própria, 2012

Assim, é possível observar que os dados têm uma média quase que zero e baixíssima dispersão. Em se tratando de assimetria, visto que, para uma distribuição normal, o padrão é de parâmetro zero, os dados apresentaram uma pequena assimetria de 1, 087081. Para a

curtose, cujo padrão da distribuição normal é no valor de três, os dados mostraram elevada curtose. A seguir, apresenta-se o comportamento da série de janeiro de 1998 até julho de 2012.

Gráfico 1 – Distribuição de frequência da série do Ibovespa



Fonte: Autoria própria, 2012.

No caso particular, o teste rejeitou a hipótese nula, a 1%, com o resultado do teste Jarque-Bera de 60252,24 e um  $p$ -valor de 0,0000. Este achado de que as séries financeiras têm, como uma de suas características, o fato de não serem distribuídas seguindo a gaussiana, é corroborado por Fama (1965).

Os testes ADF/PP rejeitam a hipótese nula de que os dados tenham raiz unitária, com a estatística do teste apresentando valor muito mais negativo [-59,52326], a 1% de significância [p-valor de 0,001] que os valores críticos [-3,431976, -2,862144 e -2,567135]. Já o teste KPSS aceita a hipótese nula de estacionaridade. Com isso, pode-se notar que não houve conflitos no resultado dos testes, conforme mencionado anteriormente, uma vez que aceitar a hipótese nula em um deles implica em rejeitá-la no seguinte, caso bem especificado o teste.

Para testar a autocorrelação serial, foi plotada a autocorrelação total e parcial na série do retorno do Ibovespa e computou-se o teste Ljung-Box, observando-se a estatística Q, cujos valores, dentro do intervalo de -0,033 a 0,033, estão considerados dentro dos limites.

Figura 6 (a) - Autocorrelação total - Ibovespa

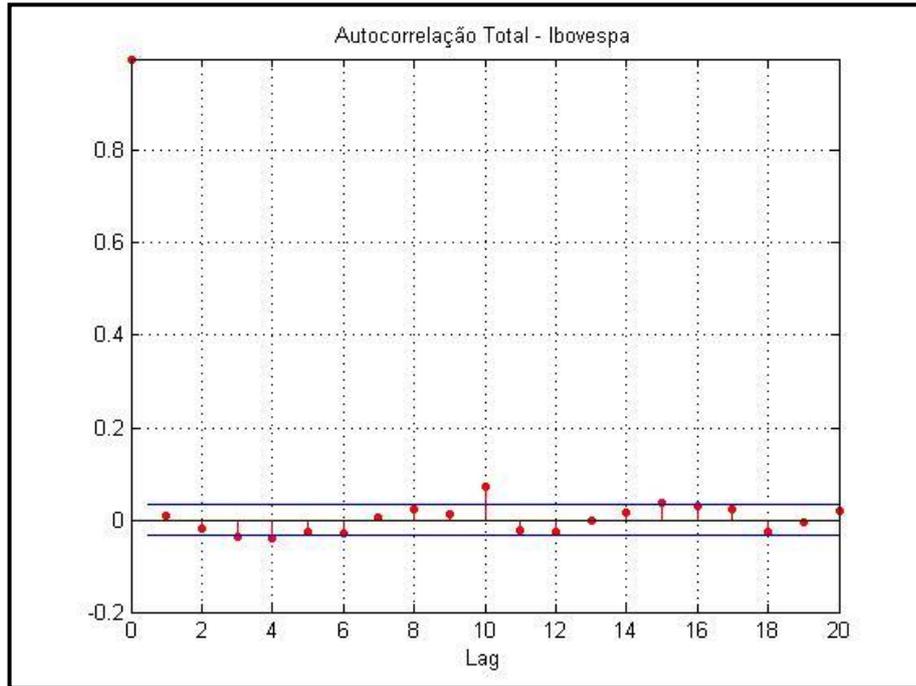
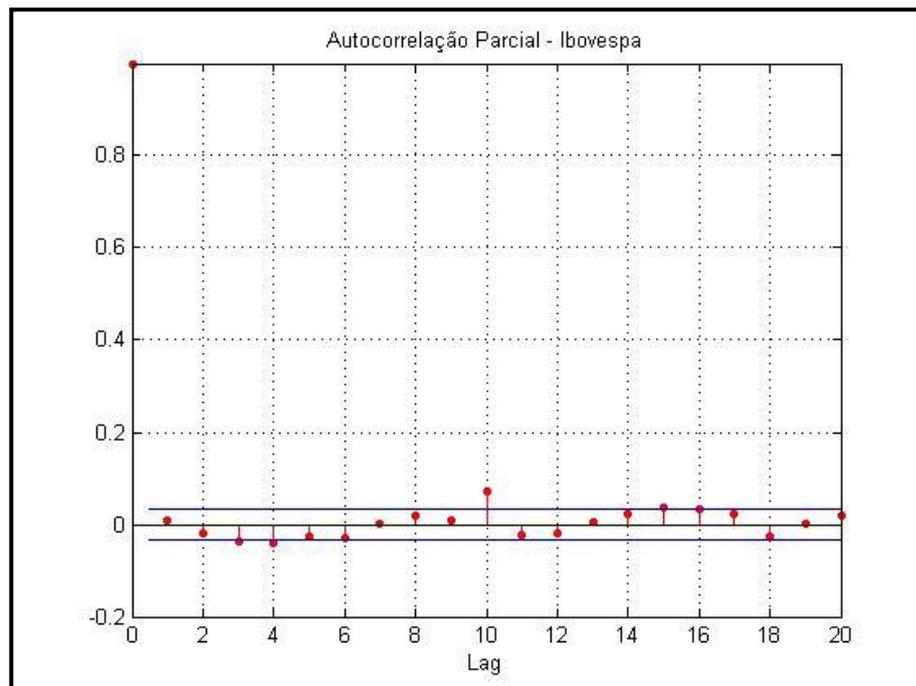


Figura 6 (b) – Autocorrelação parcial - Ibovespa



Fonte: Autoria própria, 2012.

Para aprofundar, testou-se também a análise da autocorrelação total e parcial para o quadrado dos retornos, para verificar se há a existência de algum efeito na variância dos dados, portanto,

Figura 7 (a) – Autocorrelação total do quadrado do retorno - Ibovespa

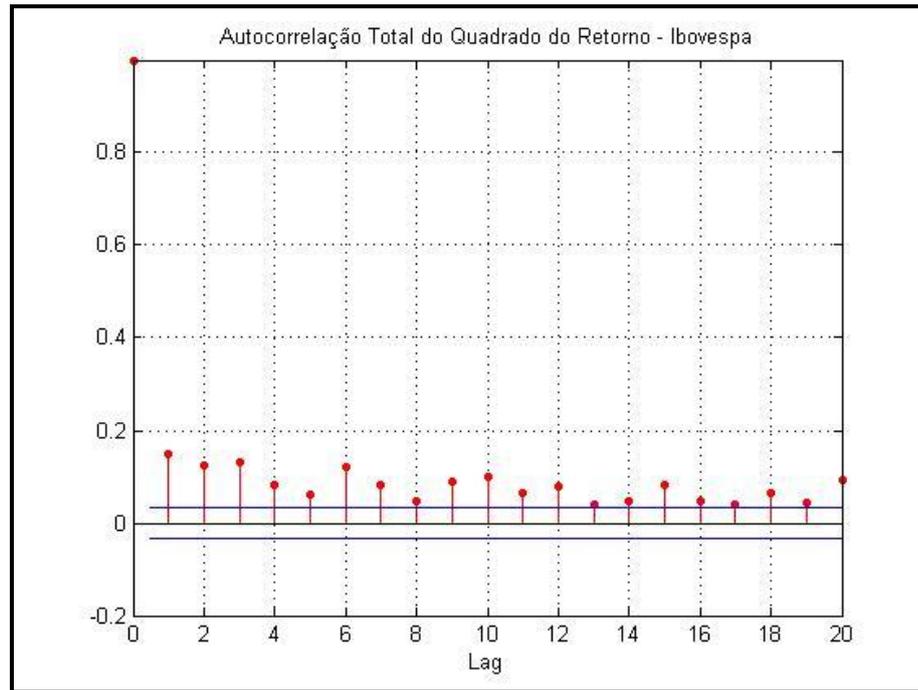
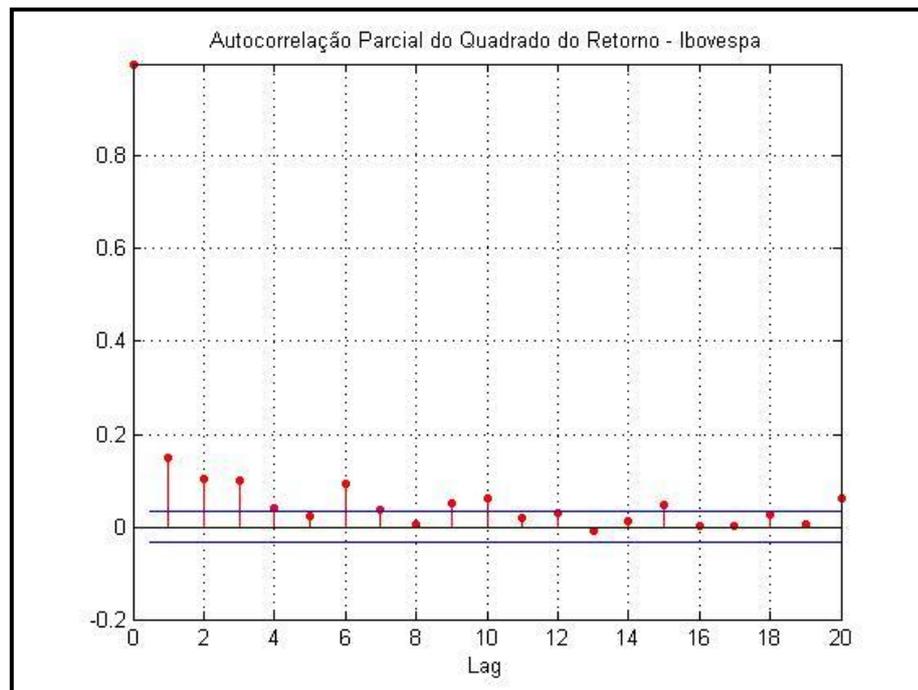


Figura 7 (b) – Autocorrelação parcial do quadrado do retorno - Ibovespa



Fonte: Autoria própria, 2012.

Agora, é perceptível que as observações estão fora do limite de intervalo, necessitando de algum modelo que considere sua variância. No Matlab, os resultados para autocorrelação são apresentados pelo Ljung Box Q Test (LBQ Test), segundo o comando no programa.

Foram utilizados os *lags* 04, 10 e 15, para calcular a estatística. Como era de se esperar, os resultados apontam autocorrelação em todas as defasagens computadas, conforme apresentado no Quadro 6. A hipótese nula é rejeitada pelo vetor booleano de decisão e p-valor. Outro argumento que permite fazer inferências é comparando-se a Estatística-Q > valor crítico.

Quadro 6 – Teste Q para análise de autocorrelação na série do Ibovespa

Teste	(retorno – media [retorno])			(retorno – media[retorno]).^2		
	04	10	15	04	10	15
Defasagem						
Hipótese nula	1	1	1	1	1	1
p-valor	0,0097	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Estatística-Q	15,1606	40,4961	50,3986	242,0403	395,0652	472,8877
Valor crítico	11,0705	18,3070	24,9958	11,0705	18,3070	24,9958

Fonte: Autoria própria, 2012.

De igual maneira, o teste ARCHTEST foi conduzido para verificar a heteroscedasticidade dos dados. É útil destacar que o mesmo não fornece indícios sobre autocorrelação e, para tanto, fez-se uso do LBQ Teste, seguindo orientações do próprio manual do programa. Como esperado, encontram-se evidências de uma variância que varia com o tempo em todas as defasagens, precisando de modelos que capturem essa volatilidade.

Quadro 7 – ARCHTEST para análise de heteroscedasticidade na série do IBOV

Defasagem	04	10	15
Hipótese nula	1	1	1
p-valor	0,0000	0,0000	0,0000
Estatística	165,7917	220,4866	232,8884
Valor critic	11,0705	18,3070	24,9958

Fonte: Autoria própria, 2012.

Portanto, foi aconselhável utilizar o processo do tipo autorregressivo e de média móvel (Autoregressive Moving Average – ARMA) na equação da média, para computar a correlação presente no retorno e da família GARCH, para a variância. O ARMA (2,2), com GARCH (1,2) e distribuição do termo de erro pela T de Student, foi o escolhido pela rotina do programa, dentre as variadas combinações interações testadas.

Para verificar se o programa estava bem especificado, aplicou-se o LBQ Test nos resíduos padronizados (inovação/sigma) e também no quadrado destes resíduos. Percebeu-se que não havia mais agrupamento de volatilidade e, tampouco, autocorrelação, conforme Figura 8.

Figura 8 (a) – Autocorrelação total das inovações padronizadas - Ibovespa

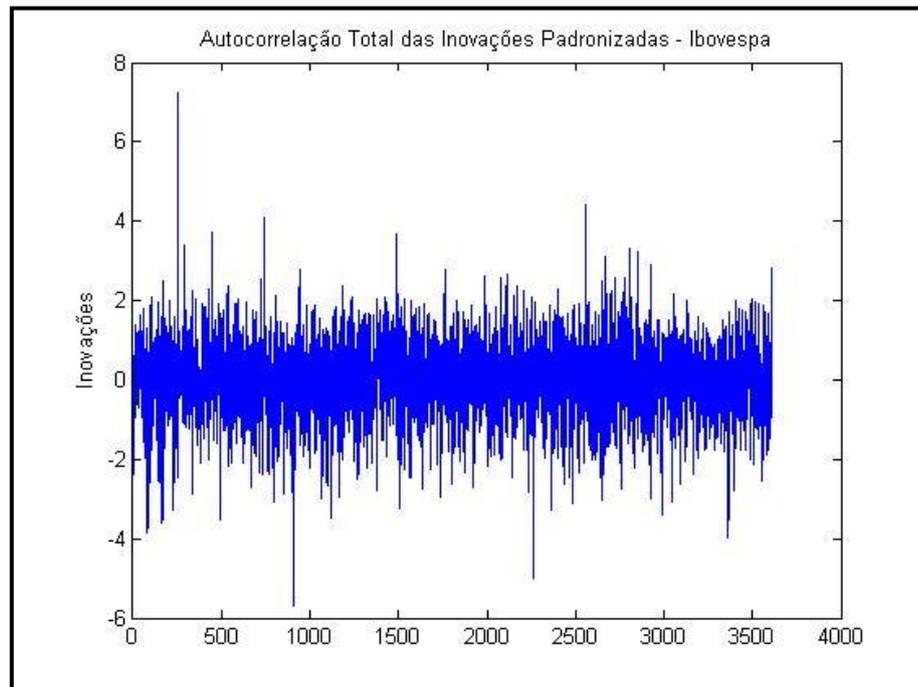
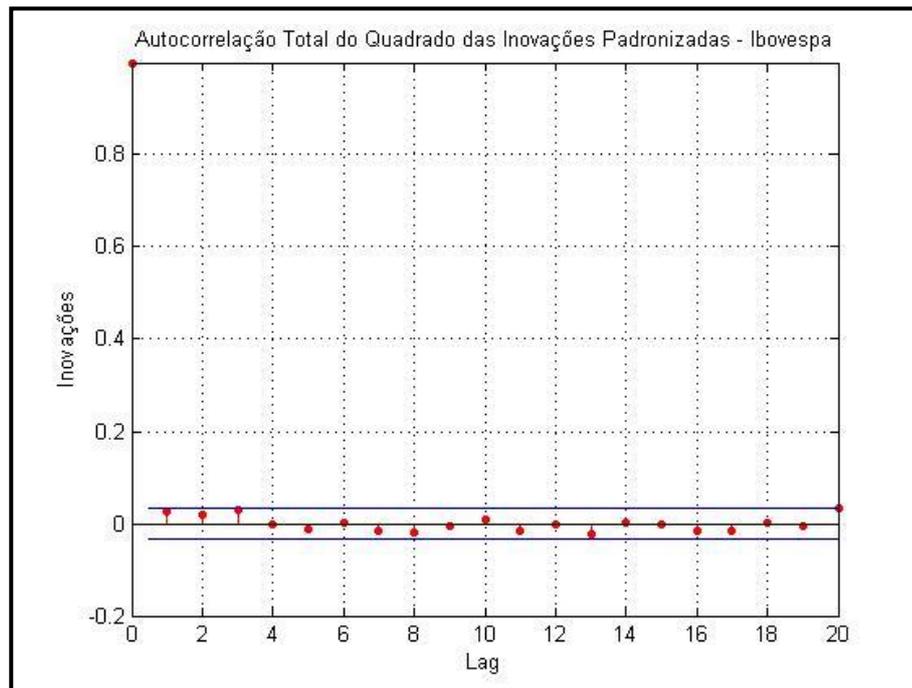


Figura 8 (b) – Autocorrelação total do quadrado das inovações padronizadas - Ibovespa



Fonte: Autoria própria, 2012.

Portanto, este modelo é definido para a série de retorno do Ibovespa em questão, para que seja computado o sigma, elemento de input para o cálculo do prêmio de risco, proposta central desta pesquisa.

## 4.2 AMBEV (AMBV4)

Para o ativo da American Beverage Company (AmBev), ou Companhia de Bebidas das Américas, o AMBV4, o total de observações foi de 3.187 e também houve a necessidade de excluir datas, devido à conciliação com os dados diários do CDI. A estatística descritiva para os dados é apresentada na Tabela 3.

Tabela 3 – Estatística descritiva da AMBV4

AMBV4	
Média	0,001350
Mediana	0,000000

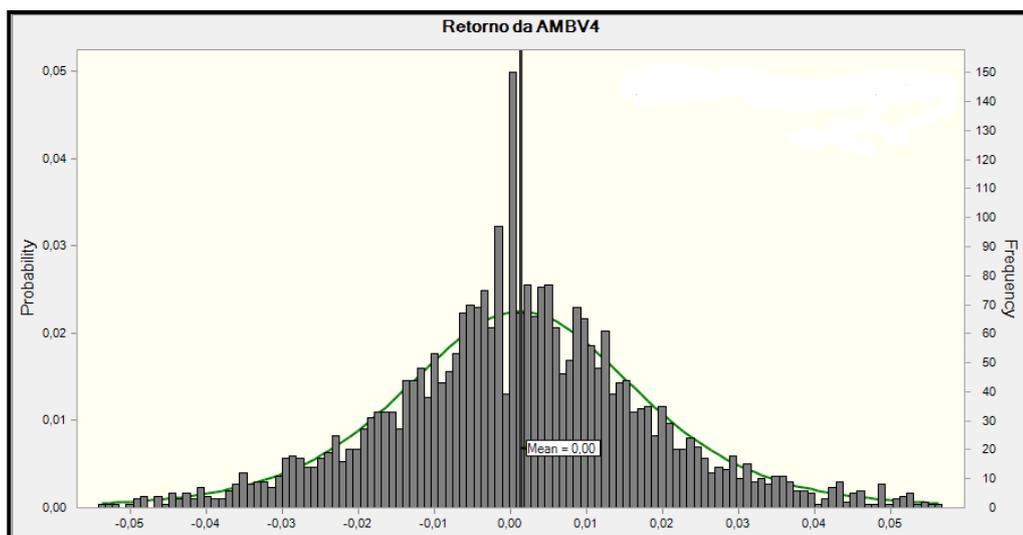
Máximo	0,142259
Mínimo	-0,164835
Desvio padrão	0,020329
Assimetria	0,169302
Curtose	10,00880

Fonte: Autoria própria, 2012.

O ativo obteve média e desvio padrão de baixa ordem. A assimetria, igualmente, não foi acentuada, porém, houve uma elevada curtose nos dados, visto que o ideal é um valor zero para assimetria e três para curtose, na gaussiana.

A AmBev surgiu como fruto da fusão da Companhia Cervejaria Brahma e da Companhia Antártica Paulista, em julho de 1999. A empresa passou por um período de tensão envolvendo a fusão/aquisição, visto que unificava duas grandes empresas e concorrentes na produção de bebidas (CAMARGOS; BARBOSA, 2005). Assim, com este período de início de negociações na bolsa, a série apresentou vários retornos nulos. No Gráfico 2 apresenta-se a distribuição de frequência ajustada, isto é, data inicial a partir de junho de 2000, com o objetivo de minimizar o pico do histograma no valor zero.

Gráfico 2 – Distribuição de frequência da série da AMBV4



Fonte: Autoria própria, 2012.

O teste Jarque-Bera aplicado rejeitou a hipótese de normalidade, a 1%, obtendo um parâmetro de 6538,388 e um  $p$ -valor de 0,0000.

Quanto à presença de raiz unitária na série, os testes ADF, pelo critério do Schwarz, apresentaram valor muito menor [-42,33685] que os valores críticos [-3,432214, -2,862249 e -2,567192] e o teste PP, pelo método Bartlett Kernel, rejeitou a hipótese nula de raiz unitária e o teste KPSS aceitou a hipótese nula de estacionariedade na série. Para a autocorrelação total e parcial, o intervalo definido de  $\pm 1,96 * 1 / (T)^{\frac{1}{2}}$  se situou entre - 0,035 a 0,035.

Figura 9 (a) – Autocorrelação total - AMBV4

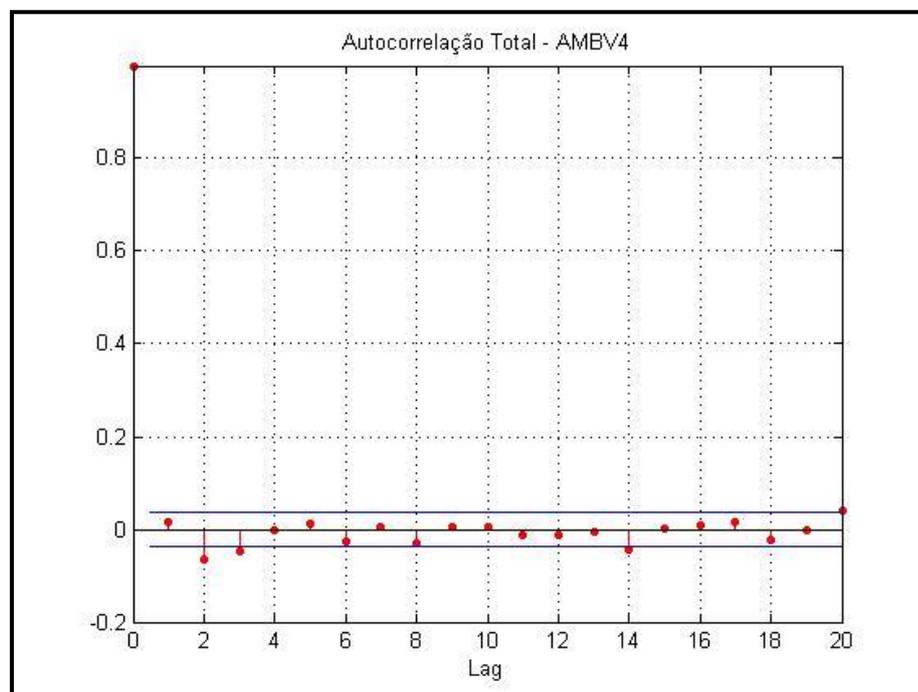
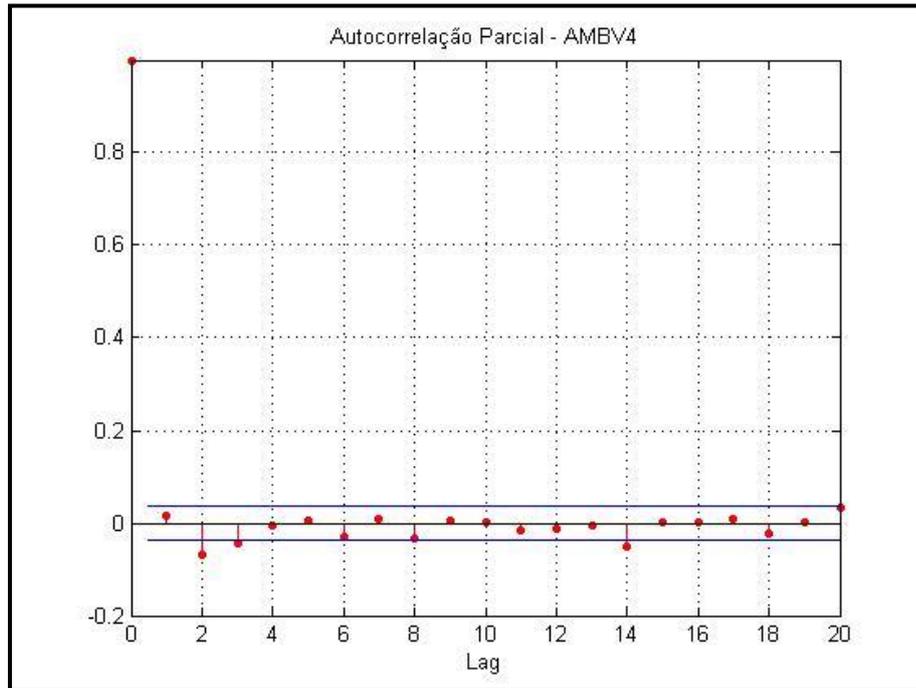


Figura 9 (b) – Autocorrelação parcial - AMBV4



Fonte: Aatoria própria, 2012.

Porém, já para os quadrados, é possível visualizar um comportamento de segunda ordem, conforme os Gráficos 10 (a) e (b).

Figura 10 (a) – Autocorrelação total do quadrado do retorno - AMBV4

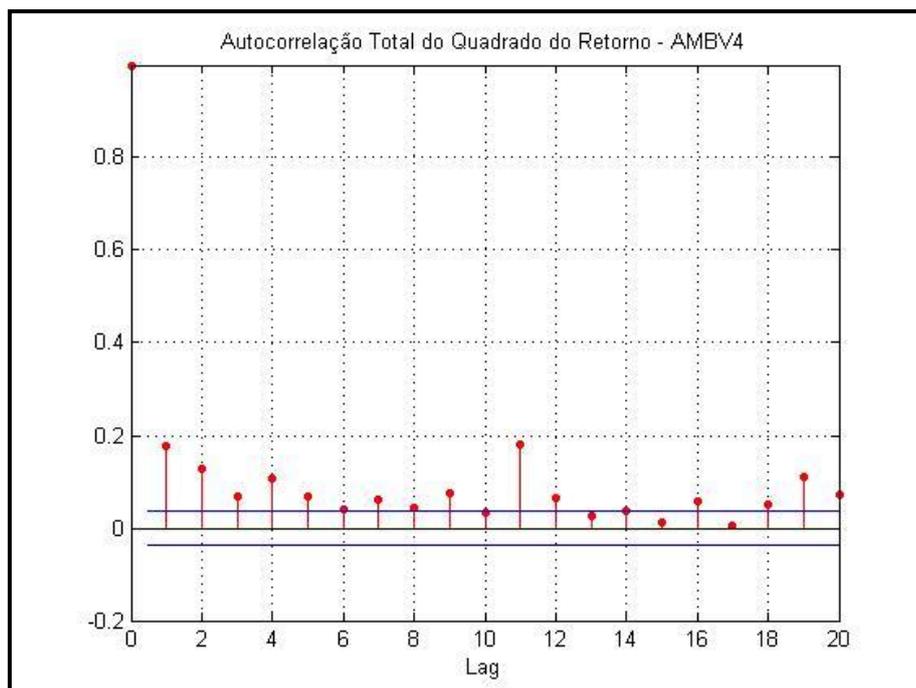
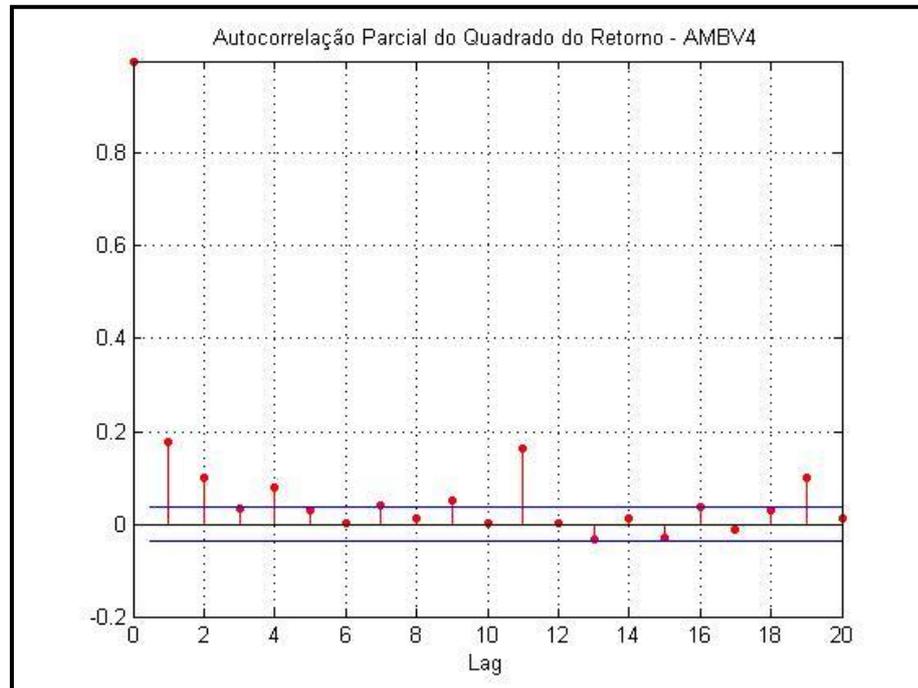


Figura 10 (b) – Autocorrelação parcial do quadrado do retorno - AMBV4



Fonte: A autoria própria, 2012.

O teste Ljung-Box foi realizado, fornecendo subsídio para a rejeição da hipótese nula de não haver autocorrelação, a 1%. O mesmo teste foi aplicado para o quadrado da diferença entre o retorno da série e a sua respectiva média, confirmando o resultado.

Quadro 8 – Teste Q para análise de autocorrelação na série AMBV4

Teste	(retorno – média[retorno])			(retorno – média[retorno]). <sup>2</sup>		
	04	10	15	04	10	15
Hipótese nula	1	1	1	1	1	1
p-valor	0,0005	0,0021	0,0023	0,0000	0,0000	0,0000
Estatística-Q	22,2468	27,5367	35,1401	223,4871	270,5338	399,7785
Valor crítico	11,0705	18,3070	24,9958	11,0705	18,3070	24,9958

Fonte: A autoria própria, 2012.

O ARCHTEST identificou a existência de heteroscedasticidade na série, conforme abaixo no Quadro 9.

Quadro 9 – ARCHTEST para análise de heteroscedasticidade na série AMBV4

Defasagem	04	10	15
Hipótese nula	1	1	1
p-valor	0,0000	0,0000	0,0000
Estatística	159,4411	172,9817	263,8037
Valor critic	11,0705	18,3070	24,9958

Fonte: Autoria própria, 2012.

Portanto, após a bateria de testes realizados, foi necessário utilizar um modelo ARMA+GARCH para a correção da série, para, assim, extrair o sigma para o cálculo do prêmio de risco. O software fez, novamente, diversas combinações de modelos, ordens de modelo e distribuição do termo de erro com as imposições necessárias.

Aqui, diferentemente da série anterior, houve a necessidade de permitir que o programa variasse até a ordem 3 nos termos  $p$  e  $q$  do modelo, visto que a autocorrelação dos resíduos padronizados ainda permanecia na 15 e 20 defasagem do correlograma. O modelo escolhido, então, foi um ARMA(3,3) e GJR (3,1) com a distribuição gaussiana.

Novamente, o LBQ Teste é aplicado nos resíduos padronizados e quadrado dos resíduos padronizados, para confirmar o ajuste do modelo. Percebeu-se que não houve agrupamento na volatilidade ou presença de autocorrelação, exceto na defasagem 20.

Figura 11 (a) – Autocorrelação total das inovações padronizadas – AMBV4

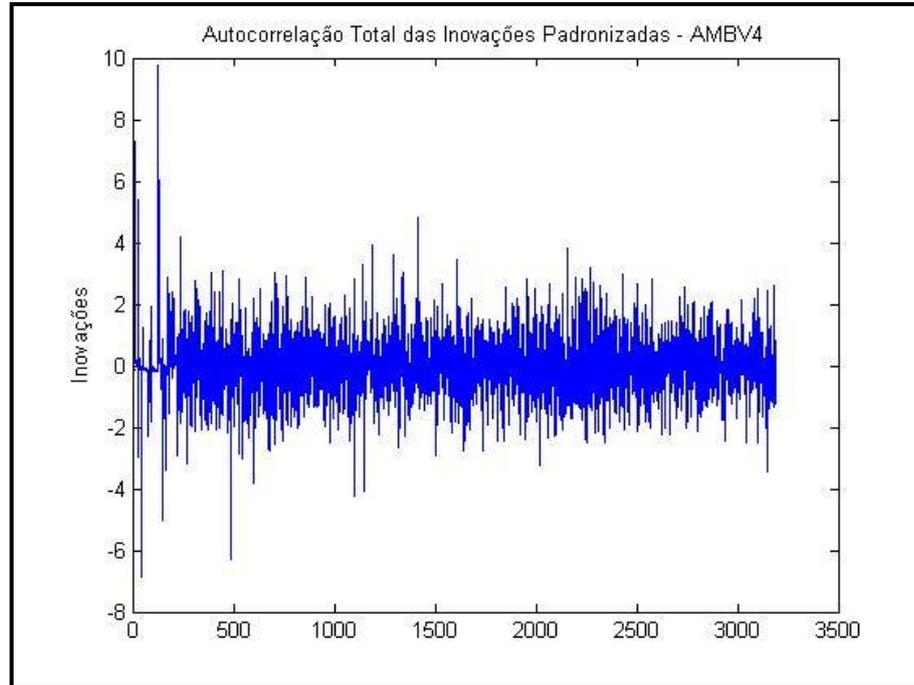
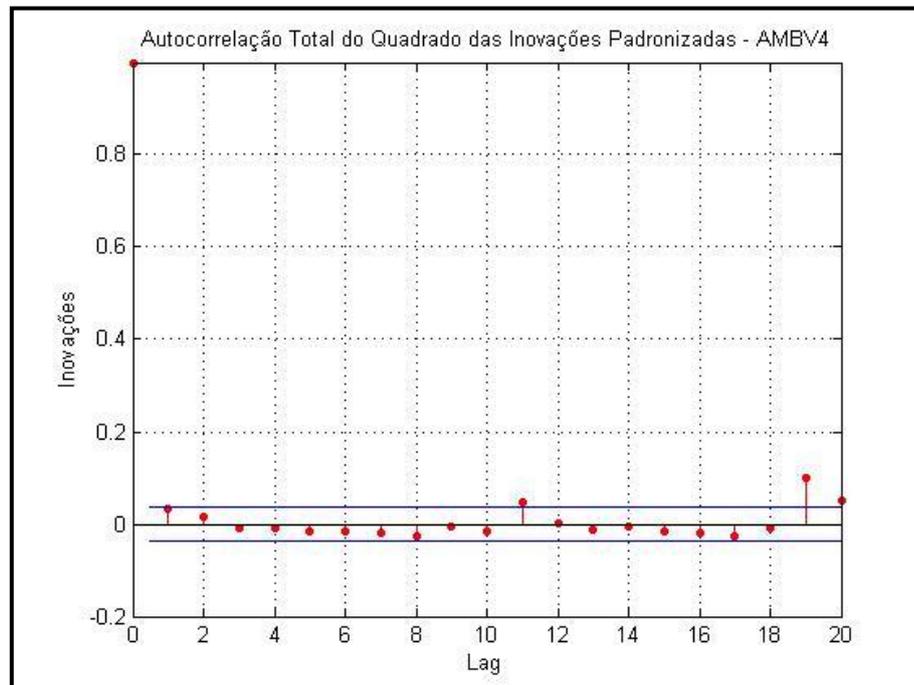


Figura 11 (b) – Autocorrelação total do quadrado das inovações padronizadas – AMBV4



Fonte: Autoria própria, 2012.

### 4.3 Vale do Rio Doce – VALE5

A VALE5 apresentou um total de 3.608 observações durante o período. Para esta companhia, também houve a necessidade de se retirar algumas observações, para conciliar as datas com os retornos do ativo livre de risco. A estatística descritiva se encontra na Tabela 4.

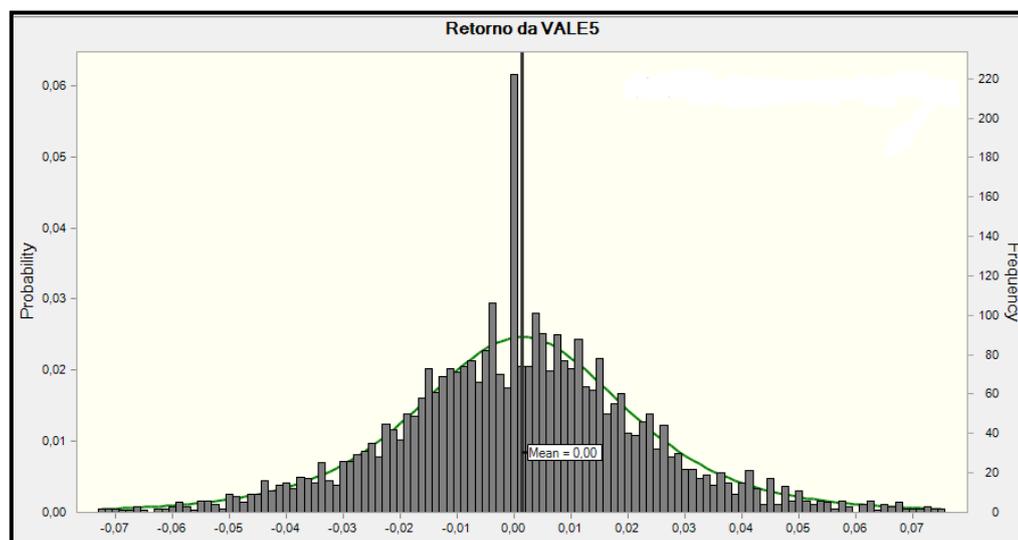
Tabela 4 – Estatística descritiva da VALE5

VALE5	
Média	0,001386
Mediana	0,000000
Máximo	0,480000
Mínimo	-0,151736
Desvio padrão	0,026562
Assimetria	1,915347
Curtose	35,37739

Fonte: Autoria própria, 2012.

Assim, os dados apresentaram média próxima de zero e desvio-padrão baixo. Houve uma leve assimetria nos dados e um elevado coeficiente para a curtose, de 35,37739, muito distante do parâmetro ideal, isto é, houve a presença de caudas pesadas. Para melhor visualizar o comportamento, apresenta-se o histograma no Gráfico 3.

Gráfico 3 – Distribuição de frequência da série da VALE5



Fonte: Autoria própria, 2012.

Como já apontou a estatística descritiva, o teste para normalidade de Jarque-Bera apresentou valor de 159799,8, com um p-valor baixíssimo de 0,00000 que rejeita a hipótese nula, a 1%.

O teste ADF sumarizou um valor [-60,73985] no nível crítico de [-3,431976, -2,862144 e -2,567135], apontando rejeição da hipótese nula. O teste PP igualmente rejeitou que, na série, haja a presença de raiz unitária, que é bastante importante; caso contrário, teria que ser, primeiramente, resolvido este problema, antes de seguir com as análises. O teste KPSS, por tomar o inverso da hipótese nula dos anteriores, aceita a estacionariedade da série.

As análises para a autocorrelação total e parcial para identificar processo AR e/ou MA comportou-se conforme mostrado na Figura 12.

Figura 12 (a) – Autocorrelação total – VALE5

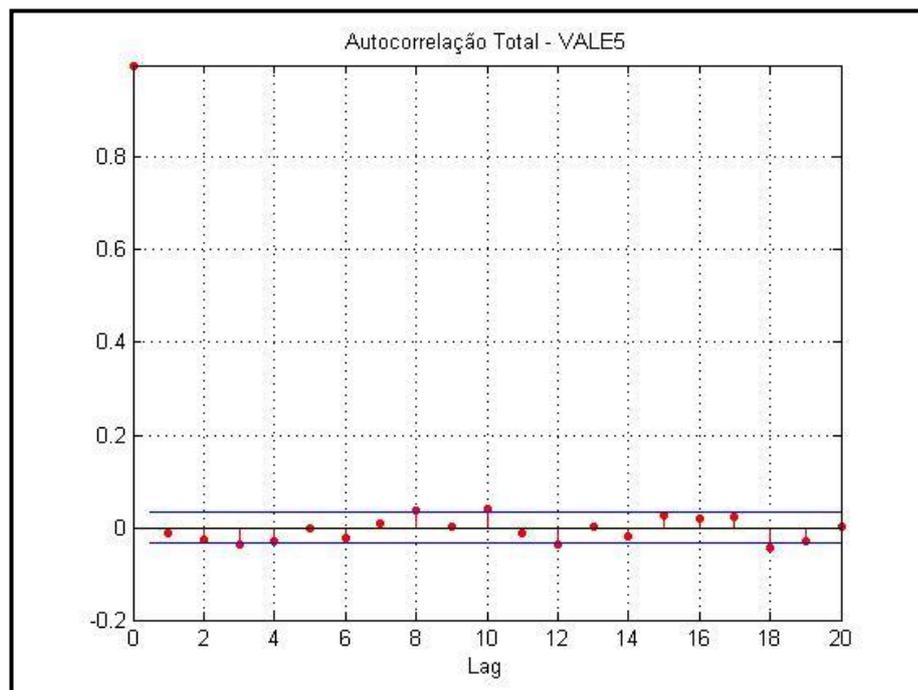
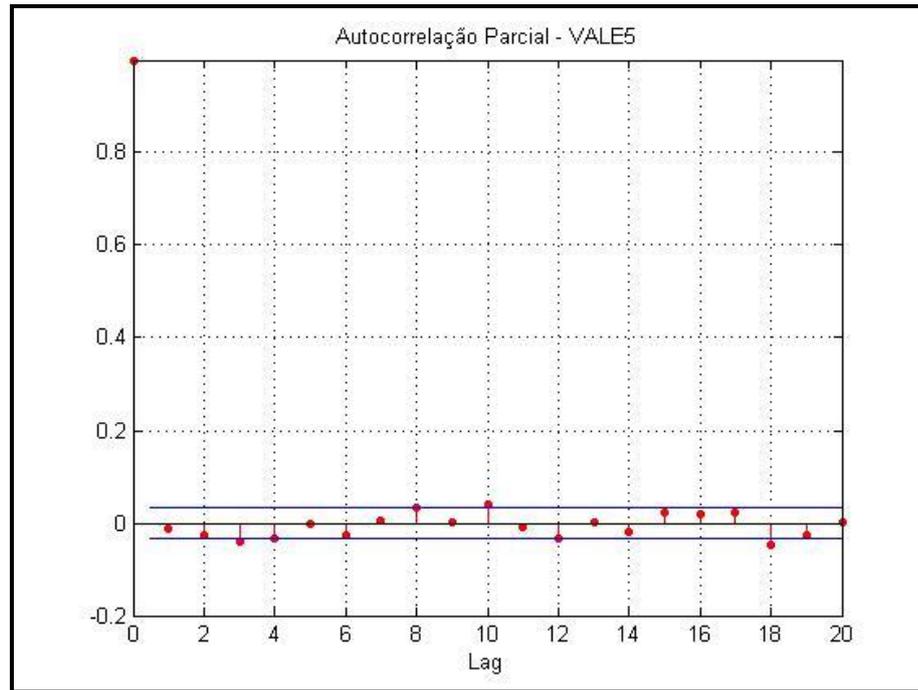


Figura 12 (b) – Autocorrelação parcial – VALE5



Fonte: Autoria própria, 2012.

O retorno da VALE5 aparentemente não apresenta autocorrelação serial. Porém, ao se observar o quadrado destas correlações, é possível visualizar a necessidade de modelos que considerem sua variância, conforme Figuras 13 a e b.

Figura 13 (a) – Autocorrelação total do quadrado do retorno – VALE5

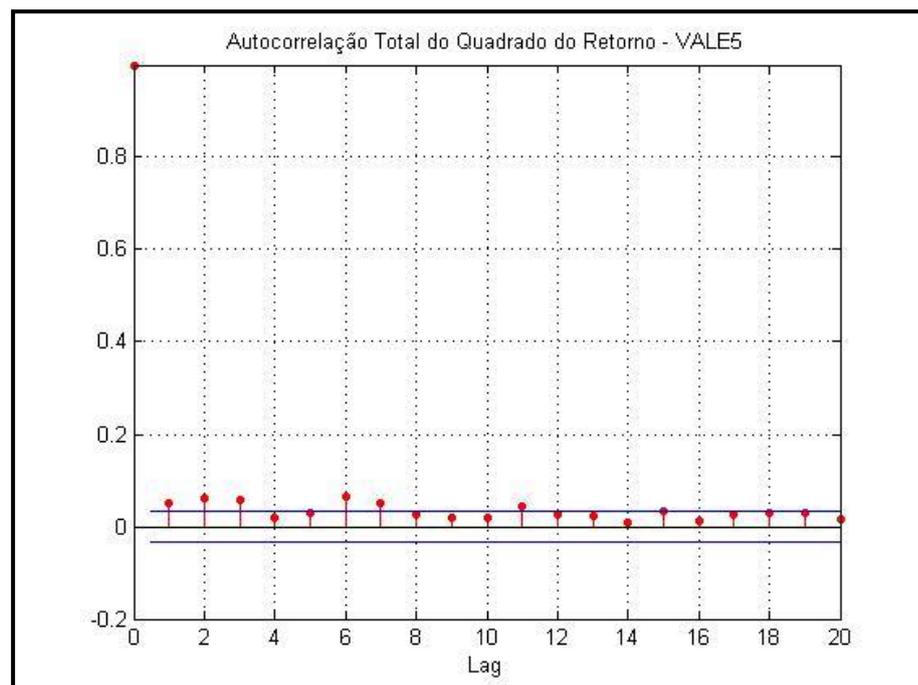
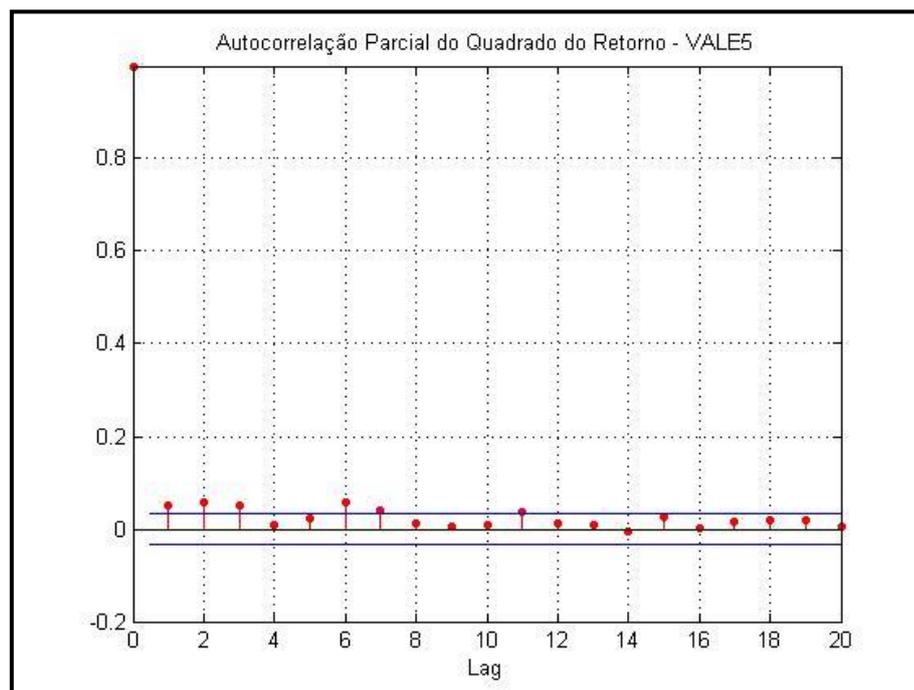


Figura 13 (b) – Autocorrelação parcial do quadrado do retorno – VALE5



Fonte: Autoria própria, 2012.

O LBQ Teste para quantificar a autocorrelação apresentou um decisor booleano 1 para todos os *lags* trabalhados e p-valor abaixo de 0,05, indicando que a série tem dependência serial, sendo correlacionada.

Quadro 10 – Teste Q para análise de autocorrelação na série da VALE5

Teste	(retorno – média(retorno))			(retorno – média(retorno)).^2		
	04	10	15	04	10	15
Defasagem	04	10	15	04	10	15
Hipótese nula	1	1	1	1	1	1
p-valor	0,0359	0,0060	0,0030	0,0000	0,0000	0,0000
Estatística-Q	11,9194	24,6780	34,3841	39,1862	68,3215	84,8030
Valor crítico	11,0705	18,3070	24,9958	11,0705	18,3070	24,9958

Fonte: Autoria própria, 2012.

Já no teste para verificar se há efeito ARCH na série, o mesmo resultado das análises anteriores foi detectado: heteroscedasticidade, apontando para o uso de modelos que considerem esta variação na variância ao longo do tempo.

Quadro 11 – ARCHTEST para análise de heteroscedasticidade na série da VALE5

Defasagem	04	10	15
H	1	1	1
p-valor	0,0000	0,0000	0,0000
Estatística	33,3182	52,1628	60,7868
Valor critic	11,0705	18,3070	24,9958

Fonte: Autoria própria, 2012.

Assim, os modelos mais adequados, utilizando os critérios econométricos por meio do *Matlab*, foram ARMA(2,1) e GJR (1,1) com a distribuição T de Student. Cabe salientar que, conforme levantado na análise descritiva, a série apresenta assimetria, o que é corroborado pela escolha de um modelo que faça distinção entre os choques positivos e negativos e com coeficiente de assimetria significativa. O teste LBQ Teste foi novamente realizado depois da aplicação do modelo. Os resíduos padronizados retirados contribuem atestando a validade no modelamento para correção.

Figura 14 (a) – Autocorrelação total das inovações padronizadas – VALE5

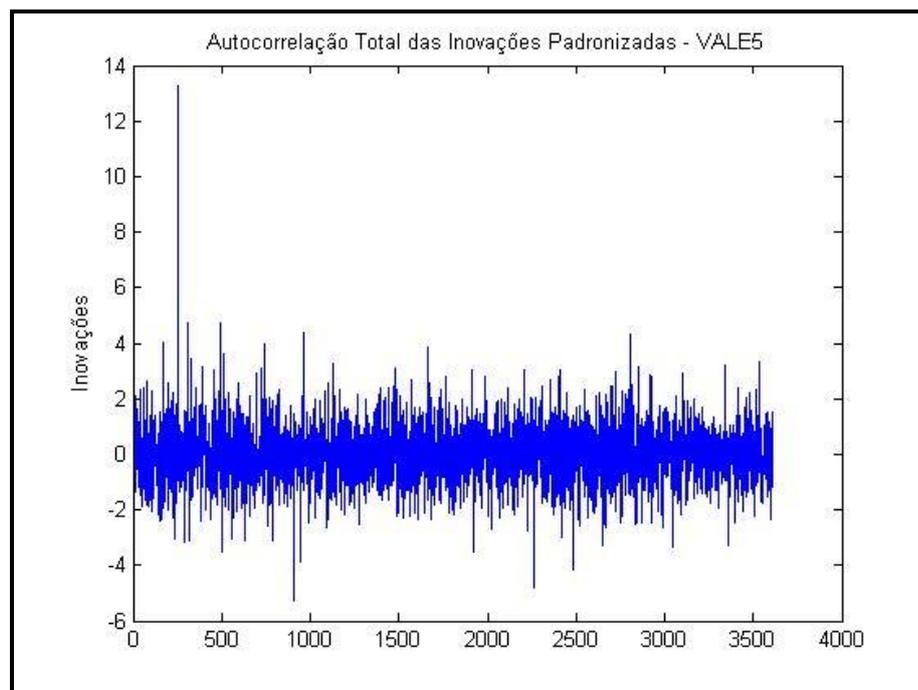
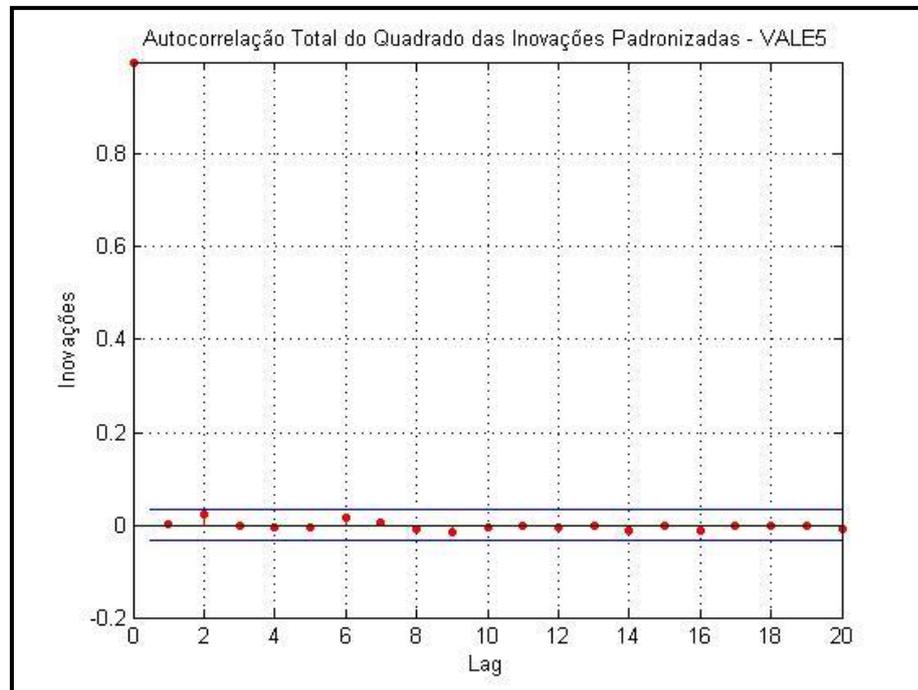


Figura 14 (b) – Autocorrelação total do quadrado das inovações padronizadas – VALE5



Fonte: Autoria própria, 2012

Portanto, a partir desta definição, pode ser calculado o sigma para construção do prêmio de risco.

#### 4.4 Petrobrás – PETR4

A companhia participou da análise com 3.608 observações, tendo sido realizado o procedimento de alinhamento da série com o CDI para análise do prêmio de risco. A estatística descritiva pode ser observada na Tabela 5.

Tabela 5 – Estatística descritiva da PETR4

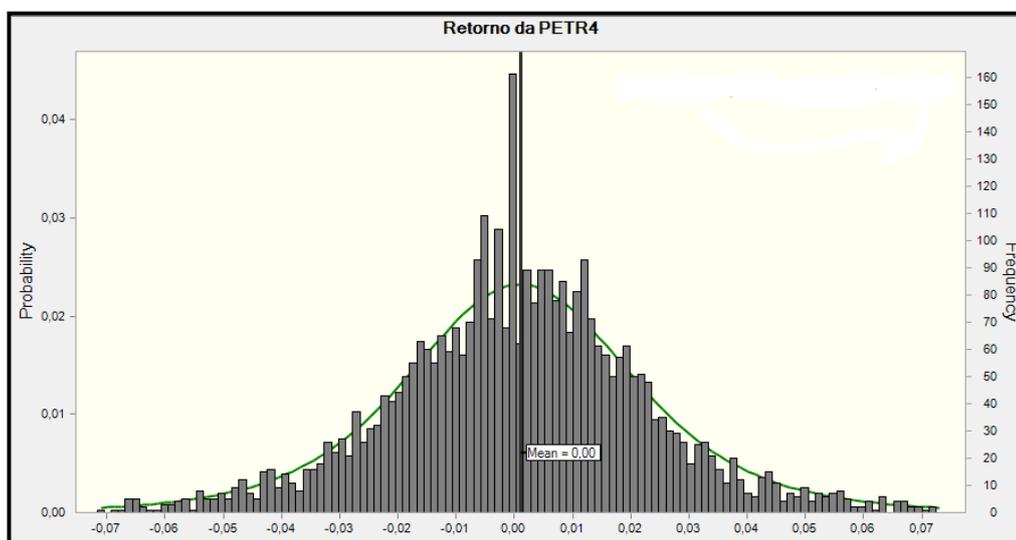
PETR4	
Média	0,000998
Mediana	0,000301
Máximo	0,203390
Mínimo	-0,191781
Desvio padrão	0,025959

Assimetria	0,221732
Curtose	9,363977

Fonte: Autoria própria, 2012.

A empresa apresentou, ao longo dos quatorze anos analisados, média e desvio padrão de baixa ordem, como também evidenciou assimetria nos dados e um coeficiente de curtose em torno de três vezes maior que o da distribuição gaussiana. O histograma está representado no Gráfico 4.

Gráfico 4 – Distribuição de frequência da série PETR4



Fonte: Autoria própria, 2012.

A hipótese de normalidade foi rejeitada pelo teste Jarque-Bera, a 1%, com um valor de 6118,095 e um p-valor de 0,000000, o que já era esperado, devido à própria análise anterior sobre a estatística descritiva.

O teste ADF possui um valor inferior [-55,22711] ao seu valor crítico [-3,431976, -2,862144 e -2,567135] e um p-valor menor que 0,05. O teste PP corrobora, identificando não haver raiz unitária presente. Adicionalmente, o KPSS sinaliza estacionariedade.

As funções de autocorrelação total e parcial mostraram-se, de certa maneira, dentro dos limites, apesar de o primeiro, o terceiro e o décimo *lags* encontrarem-se como significativos para ambas.

Figura 15 (a) – Autocorrelação total - PETR4

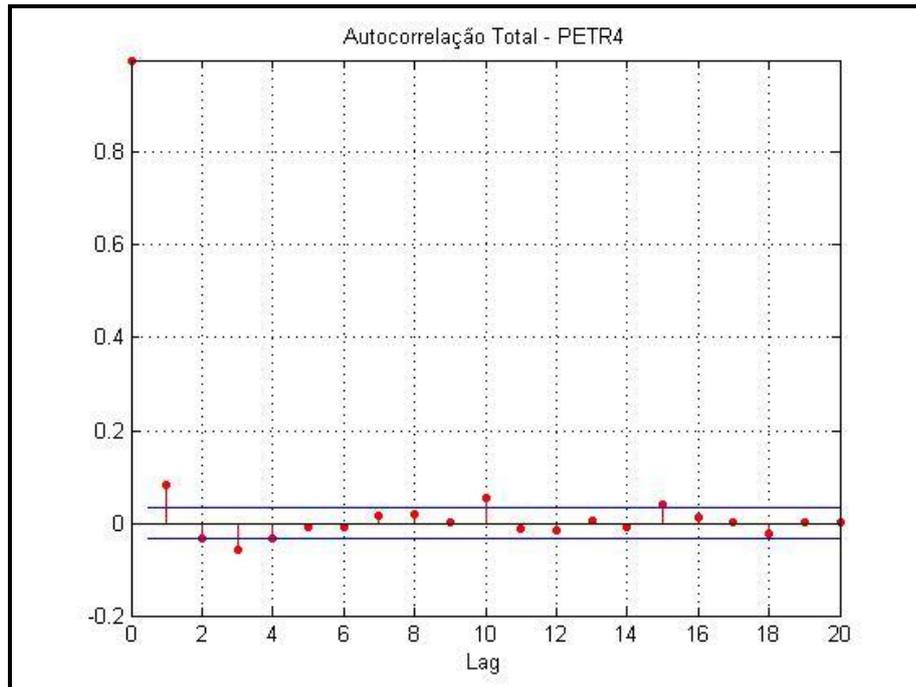
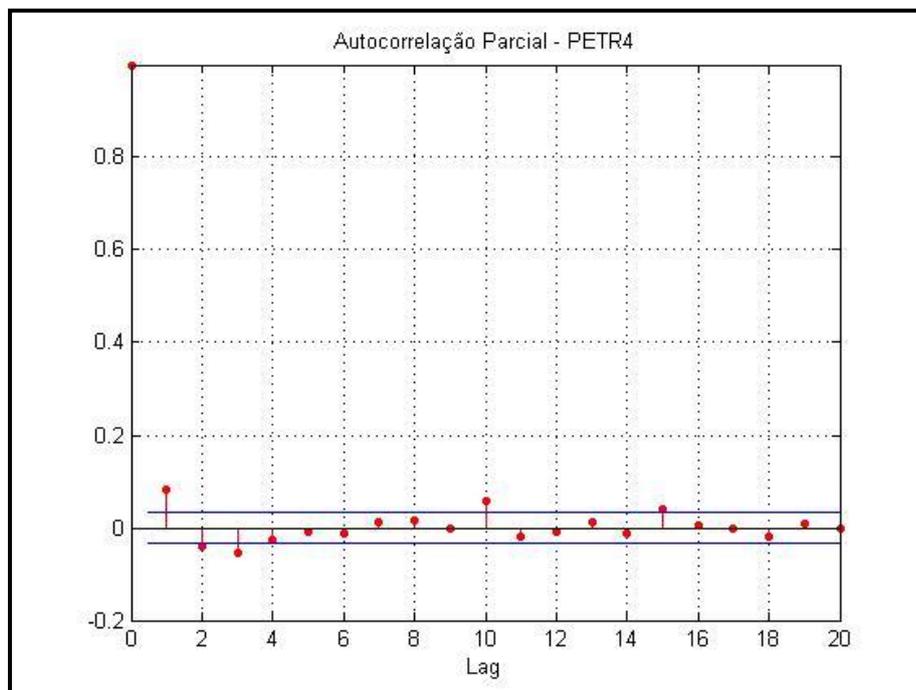


Figura 15 (b) – Autocorrelação parcial - PETR4



Fonte: Autoria própria, 2012.

O quadrado do retorno confirma a presença de variância, requerendo um modelamento para a mesma. As defasagens encontram-se fortemente significativas fora do limite de intervalo.

Figura 16 (a) – Autocorrelação total do quadrado do retorno – PETR4

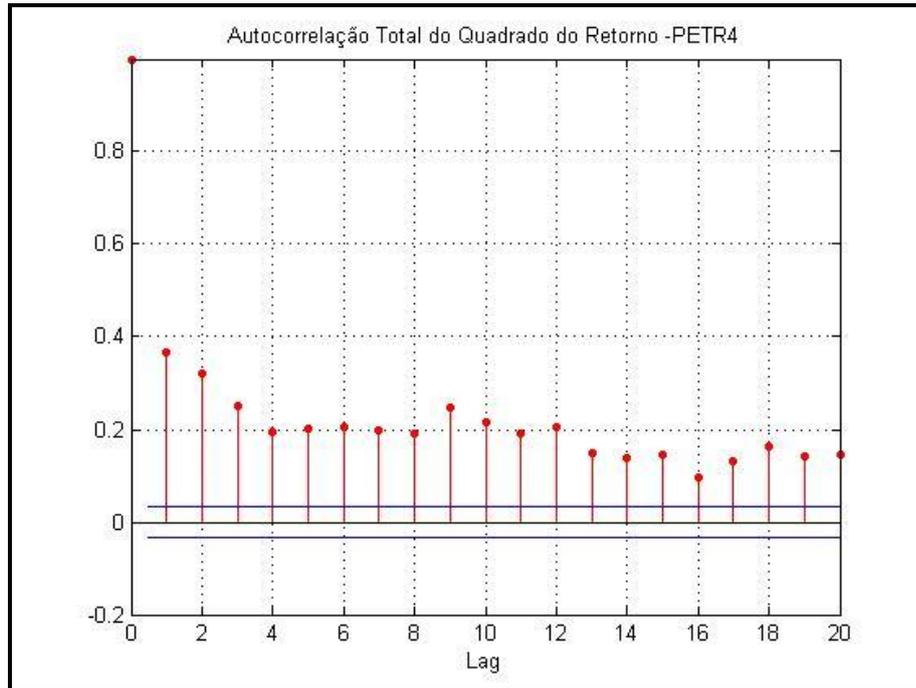
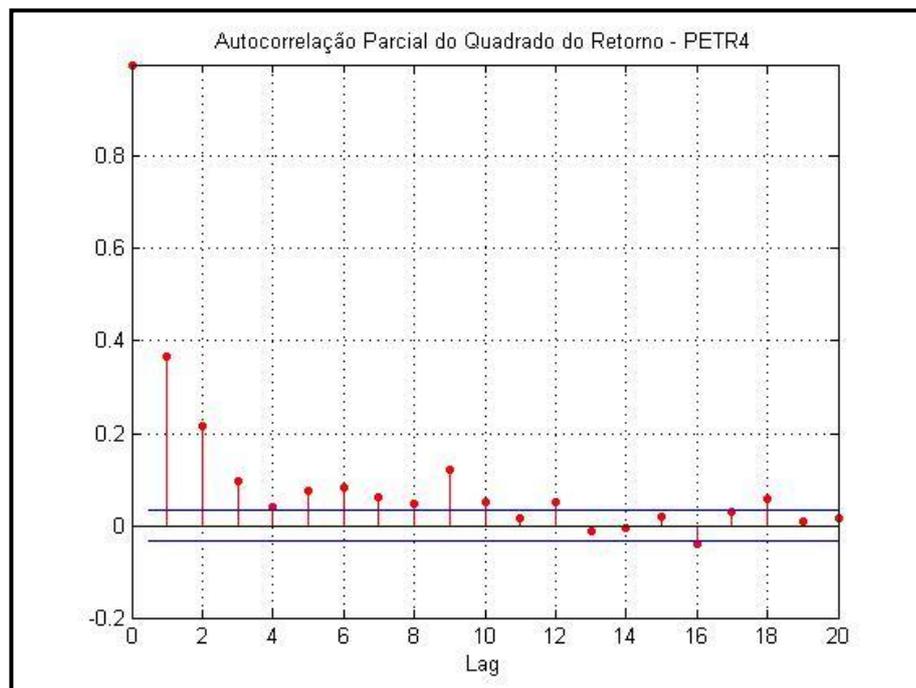


Figura 16 (b) – Autocorrelação parcial do quadrado do retorno – PETR4



Fonte: Autoria própria, 2012.

O LBQ Test rodado apresentou forte correlação na série dos dados, indicando a viabilidade de um processo do tipo ARMA para a modelagem. Os resultados para o teste encontram-se no Quadro 12.

Quadro 12 – Teste Q para análise de autocorrelação na série da PETR4

Teste	(retorno – media[retorno])			(retorno – media[retorno]).^2		
	04	10	15	04	10	15
Defasagem	04	10	15	04	10	15
Hipótese nula	1	1	1	1	1	1
p-valor	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Estatística-Q	45,5482	59,0053	66,4807	1,3893	2,2123	2,7340
Valor crítico	11,0705	18,3070	24,9958	0,0111	0,0183	0,0250

Fonte: Aatoria própria, 2012.

O ARCHTEST corroborou a necessidade de utilizar uma estrutura GARCH no estudo apontado pelo correlograma e, agora, por este respectivo método que contabiliza efeito ARCH. Os resultados estão descritos no Quadro 13.

Quadro 13 – ARCHTEST para análise de heteroscedasticidade na série da PETR4

Defasagem	04	10	15
Hipótese nula	1	1	1
p-valor	0,0000	0,0000	0,0000
Estatística	684,3844	770,4092	780,0979
Valor critic	11,0705	18,3070	24,9958

Fonte: Aatoria própria, 2012.

Portanto, o programa definiu, por meio do critério de Informação AIC e considerando as imposições realizadas, que os melhores modelos foram um ARMA(2,1) e um GARCH (1,1) com a T de Student. Os resíduos padronizados apontam que a série foi corrigida com estes modelos e ordens.

Figura 17 (a) – Autocorrelação total das inovações padronizadas – PETR4

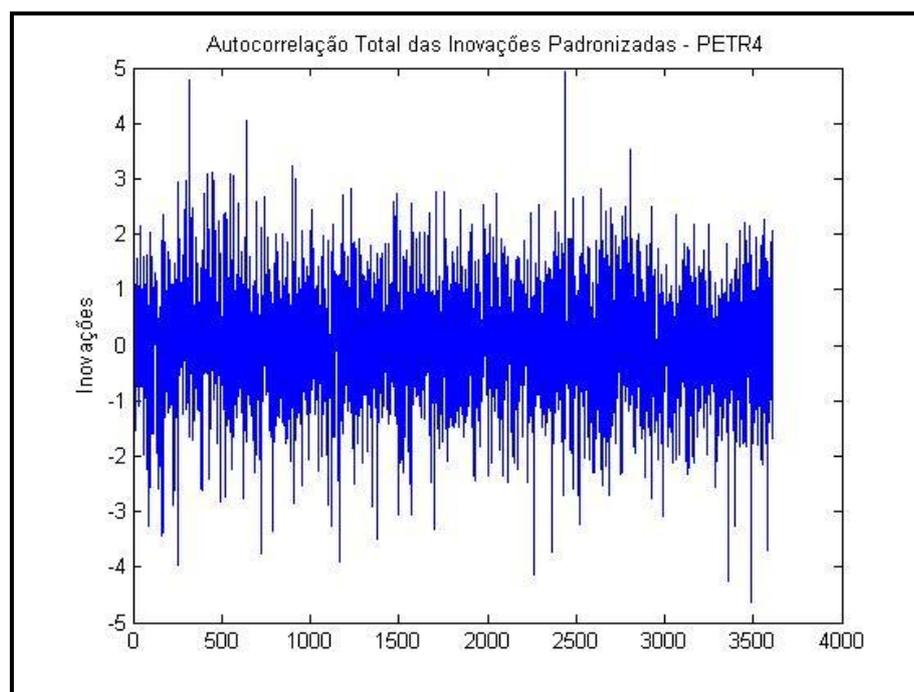
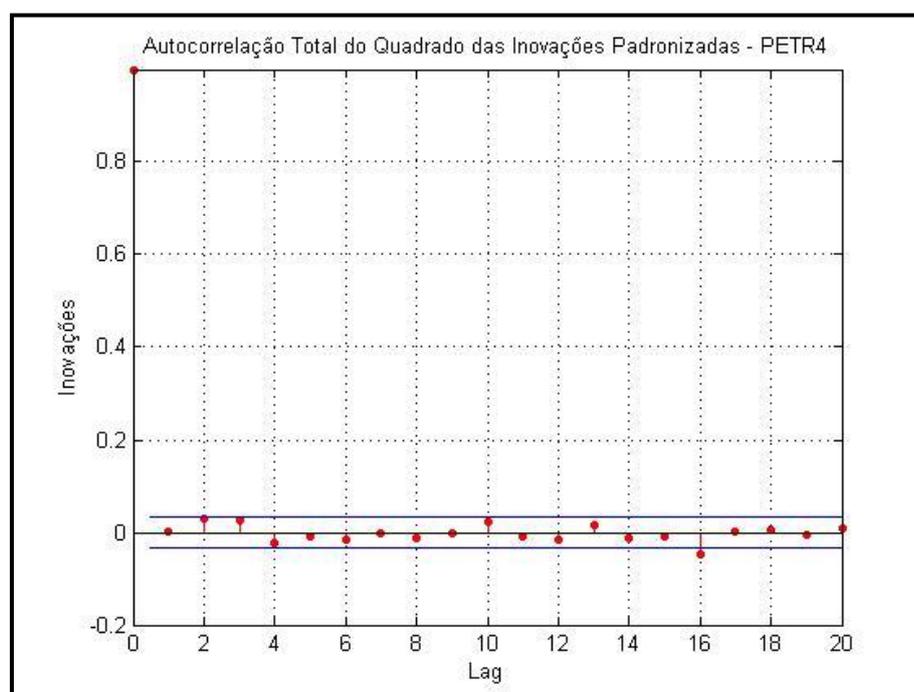


Figura 17 (b) – Autocorrelação total do quadrado das inovações padronizadas – PETR4



Fonte: Autoria própria, 2012.

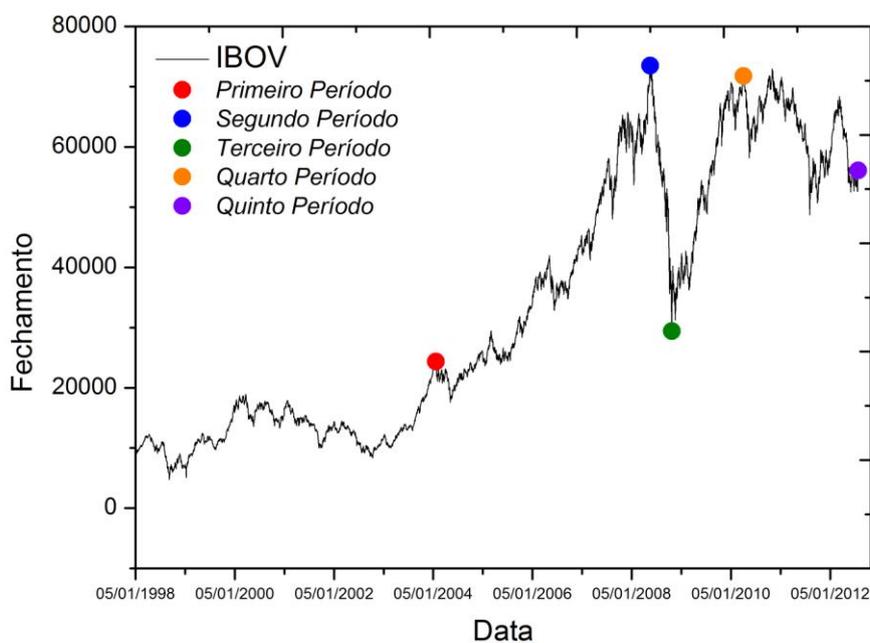
Com estas informações, pode-se, igualmente, extrair a volatilidade da série para o cômputo do prêmio de risco para o ativo.

## 4.5 Distribuições Contínuas de Probabilidade para o Prêmio de Risco

Após o cálculo de cada um dos modelos, pode-se extrair o sigma ( $\sigma$ ), isto é, a volatilidade da série de dados, considerando suas características. Como, no presente trabalho, o prêmio foi computado pela diferença entre o retorno do índice Ibovespa (ativo) e o CDI dividido pela volatilidade, conforme apresentado na Equação 65, obteve-se uma nova série, a do prêmio de risco, com a mesma quantidade de dados do retorno.

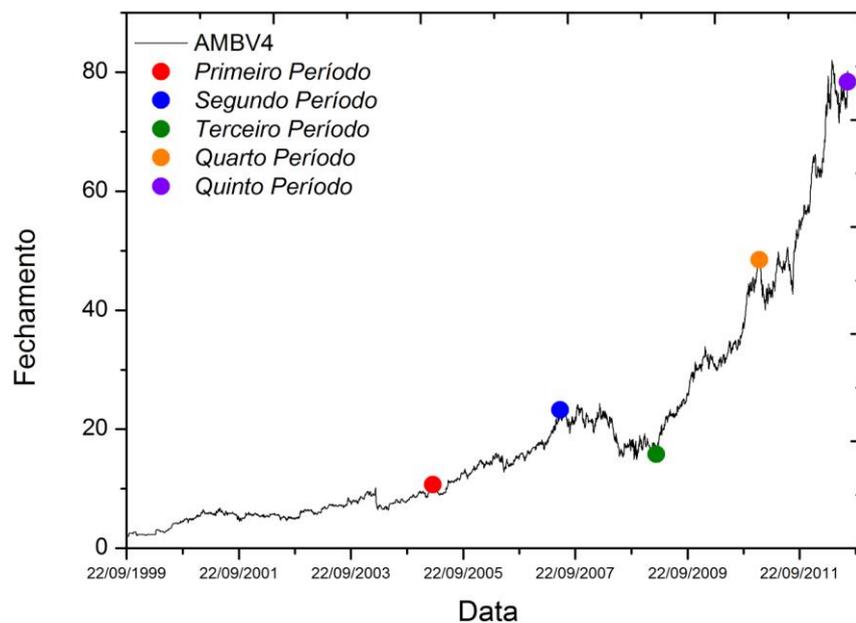
O prêmio, posteriormente, foi dividido em alguns períodos identificados por um ajuste visual do gráfico do preço de fechamento do Ibovespa e das ações. Portanto, antes de se apresentar os resultados das distribuições, serão apresentadas as segmentações realizadas.

Gráfico 5 – Segmentação do Ibovespa pelo preço de fechamento



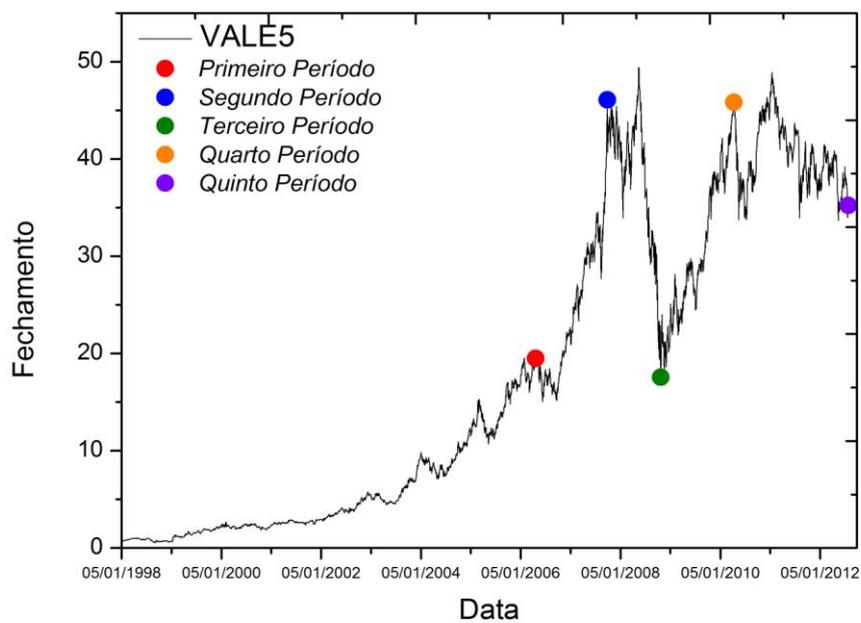
Fonte: Autoria própria, 2012.

Gráfico 6 – Segmentação da AMBV4 pelo preço de fechamento



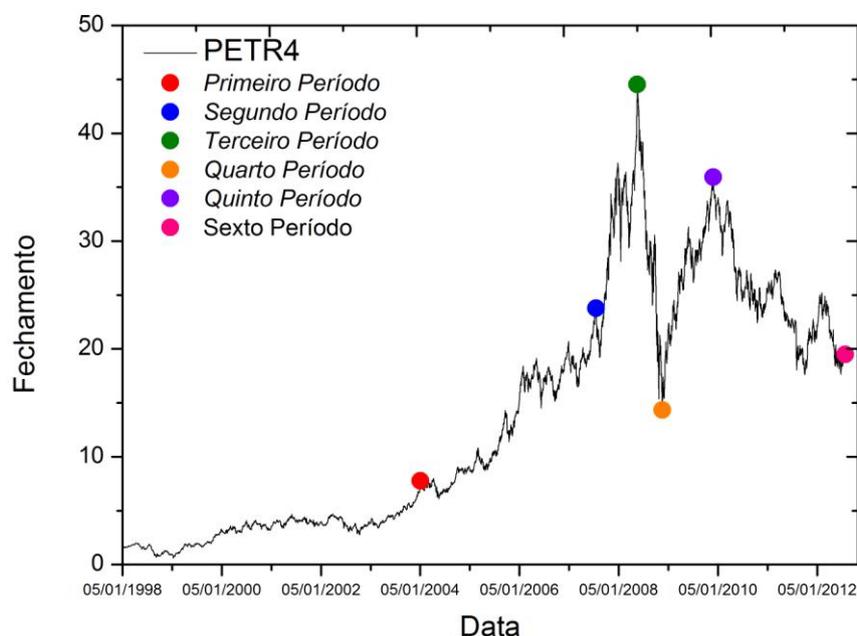
Fonte: Autoria própria, 2012.

Gráfico 7 – Segmentação da VALE5 pelo preço de fechamento



Fonte: Autoria própria, 2012.

Gráfico 8 – Segmentação da PETR4 pelo preço de fechamento



Fonte: Autoria própria, 2012.

De maneira geral, estes são os períodos que foram analisados visando aprofundar a análise. Para os primeiros resultados, fez-se a análise descritiva dos prêmios de risco, apresentando a média e, logo abaixo, o respectivo desvio padrão para o determinado período. Assim, obtiveram-se os resultados mostrados no Quadro 14.

Quadro 14 – Média e desvio padrão do prêmio de risco

Períodos	Resultado	IBOV	AMBV4	VALE5	PETR4
Completo	Média	5,4%	8,6%	7,7%	5,8%
	Desvio padrão	117,9%	114,4%	115,1%	112,8%
1	Média	6,7%	6,6%	10,3%	7,7%
	Desvio padrão	133,9%	128,3%	124,1%	125,7%
2	Média	8,7%	13,7%	15,7%	10,2%
	Desvio-padrão	101,9%	95,3%	104,4%	97,9%
3	Média	-32,8%	-3,7%	-13,2%	12,5%
	Desvio padrão	118,9%	111,3%	106,2%	110,8%
4	Média	16,7%	16,1%	15,6%	-28,3%
	Desvio padrão	105,8%	102,8%	105,2%	113,6%
5	Média	-3,5%	12,7%	-1,9%	20,2%
	Desvio padrão	105,8%	103,6%	95%	104,7%
6	Média	**	**	**	-5,3%
	Desvio padrão	**	**	**	101,9%

\*\* Não houve segmentação;  
Fonte: Autoria própria, 2012.

Pelos dados do Quadro 4, pode-se verificar que o prêmio entre o índice Ibovespa e os outros ativos variou em média aritmética de um valor máximo em percentual de 20,2%, na PETR4 e um mínimo de -32,8%, no IBOV. A medida de volatilidade adotada apresentou um desvio máximo ao redor da média de 133%, para o IBOV no primeiro período e um mínimo de 95%, no quinto, para a VALE5.

O menor prêmio de risco do IBOV, conforme mencionado, que também é o menor de toda a amostra, aconteceu no final do mês de maio a outubro de 2008, fato este, provavelmente, justificado pela crise do *subprime* que ocorria nos Estados Unidos e que impactou outras fronteiras em diferentes proporções, como a própria brasileira. O segundo menor prêmio foi a PETR4, também no período de 2008. Este é mais um dos indícios de que o mercado de capitais é muito sensível ao humor dos investidores, que estão alertas para os fatos da economia, da política, da legislação, etc., estudando e prontos para rever suas estratégias, de forma a minimizar suas perdas.

O terceiro período, para a VALE5 e AMBV4 e o quarto, para a PETR4 compreendem também este período conturbado de 2008 e representam uma queda na média dos prêmios de risco diários de -13,2%, -3,7% e -28,3%, respectivamente, que também pode ter como uma das causas à influência da economia americana.

A desregulamentação dos mercados tem se revelado oportuna à medida que descentraliza as decisões e as fontes de financiamento. Cunha e Prates (2001, p.153), em relação à globalização financeira, argumentam que, ao contrário do que muitos analistas afirmam, esse processo não foi resultado das forças de mercado a favor da liberalização ou de avanços tecnológicos, mas fruto de um “conjunto de decisões políticas dos países centrais e, principalmente, dos EUA a partir do final dos anos 1960, com o objetivo de assegurar a supremacia do dólar no sistema monetário e financeiro internacional”. Como resultado, os mercados estão cada vez mais interligados influenciando as outras economias ao seu redor e recebendo influência das mesmas.

Para os períodos completos, a variação do prêmio de risco foi de baixa ordem, visto que esteve no intervalo de 5,4% a 8,6%. Para aprofundar esta análise, fez-se uma matriz de correlação entre os prêmios de risco para a amostra, exceto para a AMBV4, devido à restrição de não conter o mesmo número de observações dos demais. O resultado está apresentado no Quadro 15.

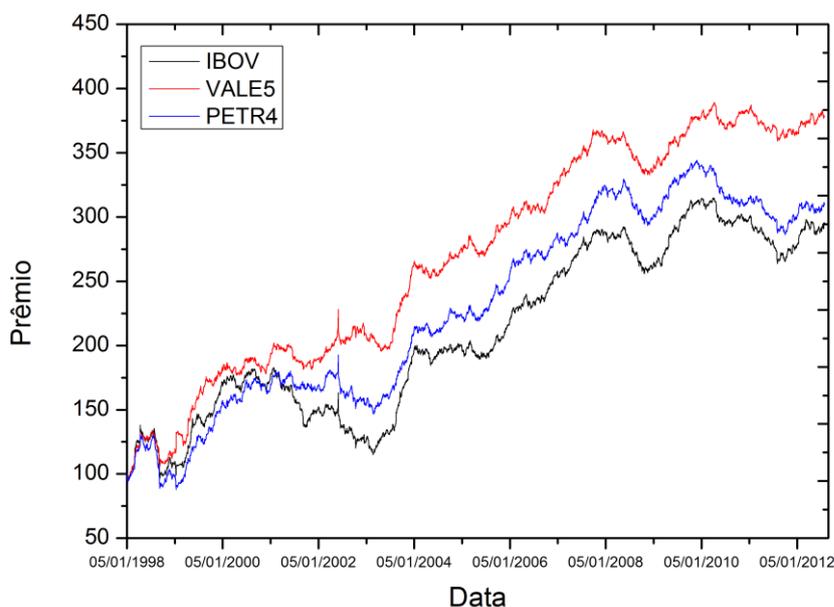
Quadro 15 – Matriz de correlação do Prêmio de Risco

Amostra	IBOV	VALE5	PETR4
IBOV	1,00	0,72	0,79
VALE5	0,72	1,00	0,61
PETR4	0,79	0,61	1,00

Fonte: Autoria própria, 2012.

Os dados apresentaram forte e positiva correlação entre os prêmios de risco do Ibovespa com a VALE5 e PETR4, e moderada e positiva correlação entre a VALE5 e PETR4. Para representar visualmente o resultado, foi elaborado um gráfico, sendo necessário escalar os prêmios de risco partindo de um número escolhido arbitrariamente. Neste caso, tomou-se o 100 (cem) e as variações que ocorreram no prêmio de risco a partir desta base. Este resultado pode ser observado pela própria tendência apresentada no gráfico da Figura 18.

Figura 18 – Evolução das séries do prêmio de risco



Fonte: Autoria própria, 2012.

Pode-se verificar que os prêmios para IBOV, VALE5 e PETR4 apresentaram uma queda no período entre 2002 a meados de 2003 e comportamento similar, principalmente frente à crise de 2008.

Partindo-se para a análise das distribuições de probabilidade e a interpretação dada para possível mudança nos seus parâmetros, que pode ser justificada por algum acontecimento

histórico que refletiu diretamente no mercado de capitais, visto que as variáveis estão sujeitas a HME, em que as informações são rapidamente incorporadas aos preços.

Portanto, no Quadro 16 encontram-se os principais resultados da pesquisa.

Quadro 16 – Distribuição do prêmio de risco segundo os critérios de aderência para segmentação pelo preço de fechamento

	Períodos	Resultado	IBOV	AMBV4	VALE5	PETR4
Anderson-Darling (A-D)	Completo	Distribuição p-valor	Sem ajuste	Sem ajuste	Sem ajuste	Sem ajuste
	1	Distribuição p-valor	Sem ajuste	Sem ajuste	Sem ajuste	Sem ajuste
	2	Distribuição p-valor	Logística 0,151	Logística 0,645	Logística 0,524	Logística 0,658
	3	Distribuição p-valor	Logística 0,866	Sem ajuste	Weibull 0,476	Logística 0,947
	4	Distribuição p-valor	Sem ajuste	Logística 0,081	Logística 0,313	Normal 0,590
	5	Distribuição p-valor	Logística 0,270	Logística 0,076	Logística 0,286	Sem ajuste
	6	Distribuição p-valor	**	**	**	Logística 0,558
Kolmogorov-Smirnov (K-S)	Completo	Distribuição p-valor	*Logística 0,108	Sem ajuste	*Logística 0,056	Logística 0,173
	1	Distribuição p-valor	*Logística 0,148	Sem ajuste	Sem ajuste	Sem ajuste
	2	Distribuição p-valor	Logística 0,214	Logística 0,273	Normal 0,420	Logística 0,555
	3	Distribuição p-valor	Logística 0,950	Logística 0,051	Weibull 0,249	Logística 0,981
	4	Distribuição p-valor	Logística 0,058	Logística 0,253	Logística 0,364	Weibull 0,637
	5	Distribuição p-valor	Logística 0,193	Logística 0,342	Logística 0,326	Sem ajuste
	6	Distribuição p-valor	**	**	**	Logística 0,174

Qui-Quadrado	Completo	Distribuição p-valor	Sem ajuste	Sem ajuste	*T de Student 0,293	T de Student 0,828
	1	Distribuição p-valor	Sem ajuste	Sem ajuste	Sem ajuste	T de Student 0,721
	2	Distribuição p-valor	Logística 0,354	Logística 0,078	Normal 0,242	Normal 0,397
	3	Distribuição p-valor	Logística 0,815	Logística 0,237	Weibull 0,507	T de Student 0,974
	4	Distribuição p-valor	Logística 0,083	Logística 0,432	Logística 0,695	Weibull 0,685
	5	Distribuição p-valor	T de Student 0,190	T de Student 0,276	Logística 0,490	Sem ajuste
	6	Distribuição p-valor	**	**	**	Logística 0,951

\* Valores encontrados depois de retirados *outliers* da série

\*\* Não houve segmentação

\*\*\* Valores com significância a 5%

Fonte: Autoria própria, 2012.

Como, para alguns períodos, não houve ajuste identificado pelos três testes de aderência, buscou-se eliminar da série os *outliers* afastados mais que três desvios padrão da média para verificar se, após esta exclusão, poderia ser encontrado algum ajuste. Este procedimento foi realizado somente para os sete períodos, para os quais, conjuntamente, os três testes não apontaram distribuições teóricas com probabilidade significativa para aceite da hipótese nula. Porém, observou-se que, mesmo após esta tentativa, apenas para quatro períodos foram identificadas as distribuições contínuas. Tal procedimento baseou-se no trabalho de Silveira e Castro Junior (2009).

Outra segmentação realizada deu-se frente à crise de 2007-2008 do *subprime*, sendo a amostra deste trabalho dividida em períodos antes da crise, durante a crise e após o pedido de concordata do banco Lehman Brothers. Os resultados das distribuições dos prêmios para estes períodos estão representados no Quadro 17.

Quadro 17 – Distribuição do prêmio de risco segundo os critérios de aderência para segmentação pelo período da crise de 2008

	Períodos	Resultado	IBOV	AMBV4	VALE5	PETR4
Anderson-Darling (A-D)	Antes da crise	Distribuição p-valor	Sem ajuste	Sem ajuste	Sem ajuste	Sem ajuste
	Durante a crise	Distribuição p-valor	Sem ajuste	Logística 0,093	Logística 0,173	Normal 0,429
	Pós-quebra do banco Lehman Brothers	Distribuição p-valor	Sem ajuste	Sem ajuste	Logística 0,053	Logística 0,116
Kolmogorov-Smirnov (S-V)	Antes da crise	Distribuição p-valor	*Logística 0,143	Sem ajuste	Sem ajuste	Sem ajuste
	Durante a crise	Distribuição p-valor	Weibull 0,183	Logística 0,347	Logística 0,292	Normal 0,605
	Pós-quebra do banco Lehman Brothers	Distribuição p-valor	Sem ajuste	Sem ajuste	Logística 0,068	Sem ajuste
Qui – Quadrado	Antes da crise	Distribuição p-valor	*Logística 0,271	Sem ajuste	Sem ajuste	*T de Student 0,089
	Durante a crise	Distribuição p-valor	Normal 0,558	Logística 0,228	Logística 0,163	Gama 0,594
	Pós-quebra do banco Lehman Brothers	Distribuição p-valor	Logística 0,071	T de Student 0,637	Logística 0,587	Logística 0,278

\* Valores encontrados depois de retirados *outliers* da série

\* \* Não houve segmentação

\*\*\* Valores com significância a 5%

Fonte: Autoria própria, 2012.

Novamente, optou-se por excluir os *outliers* distantes mais que três desvios padrões da média. Agora, dentre os quatro cortes que não apresentaram ajuste para os testes, encontrou-se apenas uma modelagem para as duas séries.

Os resultados apontaram que, para alguns períodos, principalmente o completo, não houve ajuste de qualquer uma das distribuições que foram utilizadas neste trabalho. O p-valor do teste rejeitou a hipótese nula de aqueles dados serem provenientes de tais distribuições até ao nível de 1%. Assim, provavelmente, as distribuições teóricas condizentes com a estrutura destes dados diferem das utilizadas na presente pesquisa.

Em seguida, uma das distribuições que mais se repetiram, não somente ao longo do tempo, mas também entre o índice e as ações, foi a logística, apresentando, para alguns casos, p-valor altamente significativo, a 5% de significância.

Observou-se que, em alguns períodos, houve mais de uma distribuição significativa, a 5% e, conforme explicitado na metodologia, quando ocorreu de mais de uma hipótese nula

aceita, a melhor distribuição foi escolhida baseada no maior p-valor do teste de aderência e ajuste visual como critério válido adotado para minimizar interposições.

Sobre isso, Charnes (2007, p.61) comenta que, na análise do *output* do software, não se deve tomar o maior rank como a aderência mais adequada, afirmando que “*do not assume that the highest ranking distributions in the table necessarily correspond to the best distributions for use in your model*”. *The choice of the best distribution depends on its use in your model and the judgment of a subject matter expert (SME)*. Assim, ressalta-se a importância de se conhecer as características dos dados com os quais se está trabalhando, o papel da expertise do pesquisador em trabalhar com distribuições e o próprio ajuste qualitativo.

Outro ponto de destaque argumentado pelo autor é que o pesquisador pode decidir por outra distribuição diferente da apontada pelo Crystal Ball. Portanto, um ajuste qualitativo, tal como o “eyeball test”, é sempre útil visto que uma especificação dos parâmetros da distribuição deve ser a mais acurada possível. Para Charnes (2007, p.60), este teste é um dos melhores para verificar o ajuste dos dados, pois se baseia na comparação da função de distribuição empírica e na função de distribuição acumulada das distribuições disponíveis no Crystal Ball. O ajuste visual das distribuições para os períodos apresentados encontra-se no Apêndice.

Para concluir, verificou-se que, para a primeira hipótese testada no trabalho, para quase a totalidade dos períodos, a hipótese nula de normalidade testada pode ser rejeitada, uma vez que a distribuição gaussiana não se mostrou a mais adequada. A segunda hipótese, vista no sentido restrito de não haver alterações no prêmio, pode ser rejeitada, contudo, ao se observar as segmentações que, para as séries, foram cinco divisões, com exceção para a PETR4 com seis subperíodos, ainda assim, a distribuição logística foi preponderante, seguida pela distribuição T de Student.

## 5 Considerações Finais

---

Há mais de 25 anos, os pesquisadores Rajinish Mehra e Edward C. Prescott analisaram o comportamento histórico do prêmio de risco por, aproximadamente, um século, isto é, o adicional de retorno que um ativo de renda variável proporcionou sobre um ativo de renda fixa, considerado livre de risco. Eles encontraram uma performance muito superior à que poderia ser explicada pelos pressupostos da literatura econômica financeira, o que veio a ser denominado de Equity Premium Puzzle (EPP).

Este quebra-cabeça instigou diversos estudos com diferentes linhas, alguns deles apontando que o fato de Mehra e Prescott, em 1985, terem encontrado esta enorme diferença no prêmio, deu-se, por exemplo, pelo fato de eles utilizarem uma função de utilidade do tipo *constant relative risk aversion* (CCRA), que considera a elasticidade de substituição intertemporal como o inverso do coeficiente de aversão relativa ao risco, enquanto outros consideraram que foi devido à consideração de um mercado sem fricções.

Apesar de todos os estudos apresentados academicamente ao longo das décadas, ainda não há consenso sobre qual a melhor maneira de mensurá-lo. Este trabalho foi realizado com o objetivo de apresentar uma maneira alternativa para mensurar o prêmio de risco que vigorou no Brasil, tanto para o índice representativo da carteira de mercado, o Ibovespa, quanto para outros dois ativos escolhidos com base no critério de maior participação na última carteira formada de 2012 do índice Ibovespa, (Companhia Vale do Rio Doce e Petrobrás) e um terceiro baseado no índice de Consumo (AmBev).

Para tanto, analisaram-se alguns dos principais modelos para estimar a volatilidade, tendo sido focado na família GARCH. As distribuições contínuas de probabilidade testadas neste trabalho para o ajuste do prêmio de risco também foram abordadas, assim como a contextualização do prêmio de risco, com o conceito e as metodologias que são lançadas para computá-lo.

Os resultados da pesquisa para responder aos objetivos específicos elencados mostraram que a seleção do melhor modelo para estimar a variância das séries para o Ibovespa foi um modelo  $ARMA(2,2)+GARCH(1,2)$ ; para a VALE5, um  $ARMA(2,1)+GJR(1,1)$ ; para a PETR4, um modelo  $ARMA(2,1)+GARCH(1,1)$  e para a AMBV4, um  $ARMA(3,3)+GJR(3,1)$ , tendo apenas na AMBV4 sido utilizada a gaussiana como distribuição do termo de erro.

A incorporação de modelos para além do tradicional desvio padrão e alisamento exponencial (EWMA), como a família GARCH, mostrou-se significativa. Esta nova proposta de mensuração do prêmio de risco revela a contínua necessidade de estudos que mensurem este excesso de retorno sobre o ativo livre de risco, como uma variável extremamente exposta a políticas governamentais, econômicas e as mais variadas ações das empresas e *stakeholders*.

As segmentações do preço de fechamento traçadas para a análise do prêmio de risco mostraram uma queda no mercado com a crise do *subprime*. Os mercados estavam sendo afetados por pessimismo e, com o temor de se espalhar uma crise de confiança, houve retirada de capital do país, pelos investidores estrangeiros, para conter os efeitos daquela que se tornou uma das piores crises desde 1929, quando houve a quebra da bolsa de valores americana. Os gráficos elaborados para os retornos do IBOV, VALE5 e PETR4 evidenciaram claramente a queda dos preços em meados de 2007 a 2008.

Em se tratando dos períodos segmentados pelo preço de fechamento, o Ibovespa apresentou o menor prêmio de risco de toda a amostra, -32,8%, neste período. O Brasil, exportador de produtos primários, sofreu, mesmo que com menor impacto, os efeitos da crise, estando o Banco Central à frente de medidas para retomar o crescimento da economia com isenções fiscais (como a redução do Imposto sobre Operações Financeiras, o IOF), acesso ao crédito, injeção de enormes quantias de recursos financeiros para os bancos e ações na política cambial, dentre outras. Enquanto isso, o maior prêmio médio nas divisões foi para a PETR4, com 20,2%, que é uma das empresas brasileiras mais valiosas, em valor de mercado e de alta participação percentual no índice Ibovespa.

Dentre as distribuições estudadas propondo a modelagem do prêmio, os resultados apontaram para a distribuição contínua logística como a mais adequada e, em segundo lugar, a T de Student, para o ajuste dos dados para alguns períodos segmentados. Isso significa que a consideração de outras distribuições para a análise dos resultados foi muito útil, pois elas apontaram outras alternativas de distribuição diferentes da gaussiana.

Dessa maneira, o objetivo geral traçado nesta pesquisa pode ser concluído com a mensuração do prêmio de risco pelo modelo browniano geométrico proposto e, com esta apuração, a estrutura do mecanismo probabilístico que poderia reproduzir tais observações foram definidas.

Como limitações deste trabalho, cita-se, primeiramente, o uso de séries diárias, que afetam, a curto prazo, o cálculo da volatilidade. Séries com intervalos de tempo maiores afastariam o contato com o humor passageiro no mercado de capitais, identificando tendências permanentes. Outra limitação foi o uso das distribuições contínuas de

probabilidade. Nesta pesquisa somente foram analisados cinco tipos de distribuição de probabilidade, o que, de certa maneira, restringiu os resultados, visto que, em alguns períodos, principalmente o completo, não houve ajuste por nenhum dos três testes de aderência utilizados. O acontecimento pode ter ocorrido devido ao fato de que o verdadeiro mecanismo probabilístico que geraria resultados da estatística p-valor significantes, na comparação da distribuição cumulativa com uma determinada distribuição ou na diferença entre a frequência esperada e observada, não foi colocado sob hipótese de teste.

Contudo, é possível afirmar que tais limitações não prejudicaram o desenvolvimento da pesquisa, visto que, em aspectos econométricos, buscou-se alinhar a literatura existente para minimizar propagação de erros e houve uma distribuição que fortemente se sobressaiu, frente às demais.

Assim, como sugestões de trabalhos futuros, pode-se ampliar o escopo da análise, realizando-se testes para outros índices, calculados internamente, além do mercado nacional, para utilizar uma base comparativa por meio desta nova proposta de mensuração, como também incorporar outras distribuições de probabilidade contínuas à análise. Ainda para a volatilidade, podem ser incorporados modelos de volatilidade estocástica, diferente da família GARCH, uma modelagem determinística, isto é, cujas informações passadas são utilizadas.

Pode-se, conjuntamente, trabalhar com médias geométricas, que fornecem um valor médio igual ou inferior à média aritmética, e utilizar retornos em bases mensais, para se afastar da volatilidade de curto prazo. O uso de séries em base mensal é observado comumente em pesquisas brasileiras e, principalmente, em bases anuais, na literatura internacional sobre prêmio de risco, conforme apresentado no transcorrer do levantamento bibliográfico.

A impossibilidade de, no caso brasileiro, serem utilizadas séries com horizonte de longo prazo é, em grande parte, devido ao fato de ser um mercado emergente, que vivenciou vários planos econômicos, com a adoção de instrumentos para conter a hiperinflação, que somente começou a se estabilizar após o Plano Real. Ademais, não há registro de séries históricas longas; a Selic e o FGV100<sup>6</sup>, por exemplo, começaram a entrar em vigor somente em 1986 e o próprio Ibovespa foi criado em 1968.

Buscando ainda maior detalhamento, como sugestão para outros trabalhos, é possível deflacionar o retorno do ativo mais arriscado e do livre de risco, para verificar o prêmio de

---

<sup>6</sup> O site do Instituto Brasileiro de Economia ([www.portalibre.fgv.br](http://www.portalibre.fgv.br)), da Fundação Getúlio Vargas (FGV), detalha os critérios adotados para a formação da carteira que representa 100 papéis de empresas privadas não financeiras.

risco com retornos reais e outros tipos de segmentação, com critérios baseados na volatilidade ou outra medida estatística.

Adicionalmente, pode-se tentar agregar o Método de Simulação de Monte Carlo (MSMC) para realizar simulações do prêmio de risco e, por meio desta análise, comparar o prêmio histórico com o projetado ou qualquer outro modelo de simulação.

## Referências

AGRAWAL, M.; MOHAPATRA, D.; POLLAK, I. **Empirical evidence against CAPM: relating alphas and returns to betas**. 2012. Disponível em: <[http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=2021216](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2021216)>. Acesso em 02 fev. 2013.

AIUBE, F. A. L. **Modelos quantitativos em Finanças com enfoque em commodities**. Porto Alegre: Bookman, 2013.

ALVES, J. S. Análise comparativa e teste empírico da validade dos modelos CAPM tradicional e condicional: o caso das ações da Petrobrás. **Revista Ciências Administrativas**, Fortaleza, vol. 13, n. 1, p. 147 – 157, 2007.

ANSARI, V. A. Capital asset pricing model: should we stop using it? **Vikalpa**, vol. 25, n. 01, p. 55 – 64, 2000.

BACHELIER, L. **Théorie de la Spéculation**. Annales de l'École Normale Supérieure, v.3, n. 17. Paris: Gauthier-Villars, p. 21 – 86, 1900.

BATISTA, M. S. **Análise de incerteza no escoamento simulado com o modelo distribuído NAVMO**. 2006, 133f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós- Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Campina Grande – Campus I. Campina Grande: UFCG, 2006.

BARBA, F. G. de.; CERETTA, P. S.; VIEIRA, K. M. Modelagem da volatilidade em períodos de crise: análise das distribuições alternativas nos BRIC e EUA. In: SEMINÁRIOS EM ADMINISTRAÇÃO, 13., 2010, São Paulo. **Anais...**, São Paulo: SEMEAD, 2010.

BINGHAM, N. H.; KIESEL, R. Semi-parametric modelling in finance: theoretical foundations. **Quantitative Finance**, v. 2, p. 241- 250, 2002.

BLACK, F.; JENSEN, M. C.; SCHOLES, M. The capital asset pricing model: some empirical tests. In: JENSEN, M. C. (Ed). **Studies in the theory of capital markets**. New York: Praeger Publishers, p. 79 – 121, 1972.

\_\_\_\_\_; SCHOLES, M. “The Pricing of option and Corporate Liabilities”. **The Journal of Political Economy**, vol. 81, n. 3, p. 637 - 657, 1973.

BODIE, Z.; MERTON, R. C. **Finanças**. Bookman: Porto Alegre, 2002.

BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31, p. 307 – 327, 1986.

\_\_\_\_\_. A conditionally heteroskedastic time series model for speculative prices and rates of return. **The Review of Economics and Statistics**, v. 69, n.3, p. 542 – 547, 1987.

BOLSA DE MERCADORIAS E FUTUROS DE SÃO PAULO (BM&F Bovespa). Disponível em: <<http://www.bmfbovespa.com.br/indices/ResumoIndice.aspx?Indice=Ibovespa&Opcao=0&idioma=pt-br>> . Acesso em: 02 mar. 2012.

BOOTHE, P.; GLASSMAN, D. The statistical distribution of exchange rates: Empirical evidence and economic implications. **Journal of International Economics**, v. 22, n. 3–4, p. 297–319, 1987.

BREEDEN, D. T. An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment opportunities. **Journal of Financial Economics**, v. 7, n. 03, p. 265 – 296, 1979.

BRITO, G. A. S.; ASSAF NETO, A. Modelo de Risco de Portfólio para Carteiras de Crédito a Empresas. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE FINANÇAS, 5., 2005, São Paulo. **Anais...** São Paulo: SBFIN, 2005.

BROOKS, C. **Introductory Econometrics for Finance**. São Paulo: Cambridge University Press, 2002.

BROWN, S. J.; GOETZMANN, W. N.; ROSS, S. A. Survival. **The Journal of Finance**, v. 50, n. 3, p. 853 – 873, 1995.

CAMARGOS, M. A.; BARBOSA, F. V.; Da fusão Antarctica/Brahma à fusão com a Interbrew: uma análise da trajetória econômico-financeira e estratégia da AMBEV. **Revista de Gestão USP**, v. 12, n.3, p. 47-63, 2005.

CÂMARA DE CUSTÓDIA E LIQUIDAÇÃO DE TÍTULOS (Cetip). Disponível em: <<http://www.cetip.com.br/>>. Acesso em: 04 ago. 2012.

CAMPBELL, J. Estimating the equity premium. **Canadian Journal of Economics Revue Canadienne d'Économique**, v. 41, p. 1-21, 2008.

CARON, R. **Regressão de dados binários**: distribuição Weibull. 2010, 51f. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Estatística da Universidade Federal de São Carlos. São Carlos: UFSCar, 2010.

CATALÃO, A. B.; YOSHINO, J. A. Fator de desconto estocástico no mercado acionário brasileiro. **Estudos Econômicos**, v. 36, n. 3, p. 435-463, 2006.

CERETTA, P. S.; COSTA JUNIOR, N. C. A. Influência de eventos positivos e negativos sobre a volatilidade dos mercados na América Latina. **Caderno de Pesquisas em Administração**, v.1, n. 03, p. 35 – 41, 1999.

CHARNES, J. M. **Financial modelling with Crystal Ball and Excel**. New Jersey: Wiley Finance Series, 2007.

COPELAND, T. E.; WESTON, J. F.; SHASTRI, K. **Financial Theory and Corporate Policy**. 4ª ed. Pearson Addison-Wesley, 2005.

COSTA, L. A.; GOMES, F. A. R.; PUPO, R. C. R. Análise do *Equity Premium Puzzle* no Brasil no período pós-plano real. In: ENCONTRO DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM ADMINISTRAÇÃO, 36., Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: ENANPAD, 2012.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa**: métodos qualitativo, quantitativo e misto. 2ª ed. Porto Alegre: Artmed/Bookman, 2007.

CUNHA, A. M.; PRATES, D. **Instabilidade e Crises**: os Avanços Teóricos e as Limitações Políticas para o Desenvolvimento dos Países Periféricos. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL “DESENVOLVIMENTO NO NOVO SÉCULO” – Centenário do nascimento de Raúl Prebisch, 30 ago. – 1 set. Rio de Janeiro, 2001.

DAMODARAN, A. **Equity risk premiums (ERP)**: Determinants, estimation and implications – The 2011 edition. 2011. Disponível em: < [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=1769064](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1769064)> Acesso em: 05 fev. 2012.

DEMO, P. **Metodologia científica em Ciências Sociais**. 3ª ed. São Paulo: Atlas, 1995.

DING, Z.; GRANGER, W. J.; ENGLE, R. F. Long memory properties of stock market returns and a new model. **Journal of Empirical Finance**, v.1, p. 83 – 106, 1993.

DOMINGUES, G. B. **Estimação de um modelo intertemporal de preços de ativos e consumo (CCAPM) para o Brasil – 1986/98**. Texto para Discussão n. 763. 2000. Disponível em: <[http://www.ipea.gov.br/pub/td/td\\_2000/td0763.pdf](http://www.ipea.gov.br/pub/td/td_2000/td0763.pdf)>. Acesso em: 05 fev. 2013.

DOURADO NETO, D.; ASSIS, J.P.; TIMM, L. C.; MANFRON, P. A.; SPAROVEK, G.; MARTIN, T. N. Ajuste de modelos de distribuição de probabilidade a séries históricas de precipitação pluvial diária em Piracicaba- SP. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, v.13, p.273-283, 2005.

ENGINEERING STATISTICS HANDBOOK. Disponível em: <<http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>>. Acesso em: 27 dez. 2012.

ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. **Econometrica**, v. 50, n. 4, p. 987 – 1007, 1982.

FAMA, E. The behavior of stock market prices. **Journal of Business**, v. 38, n. 1, p. 34 – 105, 1965.

\_\_\_\_\_; FRENCH, K. The Equity Premium. **The Journal of Finance**, v. 57, n. 2, p. 637 – 659, 2002.

\_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_. The capital asset pricing model: theory and evidence. **The Journal of Economic Perspectives**, v. 18, n. 03, p. 25 – 46, 2004.

FISCHER, M.; GAO, Y.; HERRMANN, K. **Volatility models with innovations from new maximum entropy densities at work**. IWQW Discussion Paper, n. 3, 2010. Disponível em: <<http://www.econstor.eu/dspace/bitstream/10419/30185/1/621629820.pdf>>. Acesso em: 10 dez. 2012.

GIL, A. C. **Como elaborar Projetos de Pesquisa**. 4ª ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GLOSTEN, L. R.; JAGANNATHAN, R.; RUNKLE, D. E. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. **The Journal of Finance**, v. 48, n. 5, p. 1779-1801, 1993.

GONÇALVES JUNIOR, W. G.; ROCHMAN, R. R.; EID JUNIOR, W.; CHALELA, L. R. Estimando o prêmio de mercado brasileiro. **Revista de Administração Contemporânea (RAC)**, v.15, n. 5, p. 931-954, 2011.

GOULART, A. M. C.; PAIVA, E. V. S. Prêmio de risco no mercado de renda variável brasileiro (1986 a 2004). In: CONGRESSO USP DE CONTROLADORIA E CONTABILIDADE, 5., 2005, São Paulo. **Anais...** São Paulo: USP, 2005.

GOVAL, A.; WELCH, I. **A comprehensive look at the empirical performance of Equity Premium prediction**. Working paper n. 10483, National Bureau of Economic Research, 2004.

HAAS, M.; PIGORSCH, C. Financial economics, fat-tailed distributions. **Encyclopedia of Complexity and Systems Science**, v. 4, p. 1 – 56, 2007.

HAMADA, M.; VALDÉZ, E. **CAPM and option pricing with elliptical distributions**. Research Paper n. 120, Quantitative Finance Research Centre, 2004. Disponível em: <[http://business.uts.edu.au/qfrc/research/research\\_papers/rp120.pdf](http://business.uts.edu.au/qfrc/research/research_papers/rp120.pdf)>. Acesso em: 18 nov. 2012.

HANSEN, B. E. Autoregressive conditional density estimation. **International Economic Review**, v. 35, n.3, p. 705 – 730, 1994.

HARRIS, R.; MARSTON, F. **The market risk premium: expectational estimates using analysts' forecasts**. Working paper n. 99-08, Darden graduate school of business, 1999. Disponível em: <[http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=252671](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=252671)>. Acesso em: 13 ago. 2012.

IBBOTSON, R. G.; CHEN, P. **The supply of stock market returns**. Yale International Center for Finance, p. 1 – 28, 2001.

\_\_\_\_\_.; SINQUEFIELD, R. A. Stocks, bonds, bills and inflation: Year-by-year historical returns (1926-1974). **The Journal of Business**, v. 49, n.1, p. 11-47, 1976.

IBES. In: **Dicionário de Negócios**. Disponível em: <<http://www.allbusiness.com/glossaries/i/b/e/s-international-inc/4949851-1.html>>. Acesso em: 07 abr. 2012.

ISSLER, J. V.; PIQUEIRA, N. S. Estimando a aversão ao risco, a taxa de desconto intertemporal e a substitutibilidade intertemporal do consumo no Brasil usando três tipos de função utilidade. **Ensaio Econômico**, n. 387, 2000.

JIMENÉZ, G.; MENCÍA, J. **Modelling the distribution of credit losses with observable and latent factors**. Documento de trabajo n. 0709.2007. Banco de España. Disponível em: <<http://www.bde.es/f/webbde/SES/Secciones/Publicaciones/PublicacionesSerias/DocumentosTrabajo/07/Fic/dt0709e.pdf>>. Acesso em: 27 dez. 2012.

JORION, P. **Value-at-Risk: A nova fonte de referência para a gestão de risco financeiro**. 2ª ed. São Paulo: BM&F Bovespa, 2003.

\_\_\_\_\_; GOETZMANN, W. N. Global stock markets in the twentieth century. **The Journal of Finance**, v. 54, n.3, p. 953 – 980, 1999.

KIM, Y. S.; RACHEV, S. T.; CHUNG, D. M. **The modified tempered stable distribution, GARCH Models and option pricing**. 2007. Disponível em: <<http://www.ams.sunysb.edu/~rachev/publication/KimRachevChung.pdf>>. Acesso em: 05 mar. 2012.

KOPITTKE, B. H.; FREITAS, S. C. Considerações acerca do Capital Asset Pricing Model (CAPM) e sua utilização nos dias atuais. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DA PRODUÇÃO, 21., 2001, Salvador. **Anais...** Bahia: ENEGEP, 2001.

KYRIACOU, K.; MADSEN, J.; MASE, B. **The equity premium**. Economics and Finance Section, Public Policy Discussion Papers 04-10, Brunel University, 2004. Disponível em: <<http://bura.brunel.ac.uk/bitstream/2438/3556/1/04-10.pdf>>. Acesso em: 14 abr. 2012.

LAMBERT, P., LAURENT, S. **Modeling skewness dynamics in series of financial data using skewed location-scale distributions**. Working Paper, Université Catholique de Louvain and Université de Liège. 2002.

LAMY, J. **Testing geometric Brownian motion: an analytical look at the Black Scholes option pricing model**. University of Maryland College Park, 2008. Disponível em: <<http://econweb.umd.edu/~vegh/courses/econ396-397/papers/julian.pdf>>. Acesso em: 08 de fev. 2013.

LIMA, G. A. C.; VIDAL, A. C.; SUSLICK, S. B. Análise de impactos da metodologia de estimativa da porosidade em reservas de petróleo por meio de Simulação de Monte Carlo. **Revista Escola de Minas (REM)**, v. 59, n. 2, p. 239-246, 2006.

LINTNER, J. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. **Review of Economics and Statistics**, v. 47, n.1, p. 13-37, 1965.

MANDELBROT, B. The variation of certain speculative prices. **The Journal of Business**, vol. 36, n.4, p. 394 – 419, 1963.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 6ª ed. São Paulo: Atlas, 2009.

MARGARIDO, M. A.; AZEVEDO, P. F.; SHIKIDA, P. F. A. Eficiência e coordenação oligopolista no mercado de etanol anidro no Estado de São Paulo: uma aplicação dos modelos ARCH/IGARCH. In: KON, A.; BORELLI, E. (Org.). **Indústria, tecnologia e trabalho: desafios da economia brasileira**. São Paulo: EITT/PUC- SP, v.1, p. 293-317, 2012.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, vol.7, n.1, p. 77-91, 1952.

MARTINS, V. L. M.; WERNER, L.; PINTO, F. T. Uso da simulação de Monte Carlo para avaliação de confiabilidade de um produto. In: SIMPÓSIO DE ADMINISTRAÇÃO DA PRODUÇÃO, LOGÍSTICA E OPERAÇÕES INTERNACIONAIS, 13., 2010, São Paulo. **Anais...** São Paulo: SIMPOI, 2010.

MATHWORKS R2012b. Disponível em: <<http://www.mathworks.com/help/econ/lbqtest.html>>. Acesso em 26 dez. 2012

MEHRA, R.; PRESCOTT, E. C. The equity premium: a puzzle. **Journal of monetary economics**, v. 15, p.145 – 161, 1985.

\_\_\_\_\_. The equity premium: Why is it a puzzle? **Financial Analysts Journal**, v. 59, p. 54-69, 2003.

MERTON, R. C. An intertemporal capital asset pricing model. **Econometrica**, v. 41, n. 5, p. 867 – 887, 1973.

MITTNIK, S.; PAOLELLA, M. S. **Prediction of financial downside risk with heavy tailed conditional distributions**. 2003. Disponível em: <[http://www.nccrfinrisk.uzh.ch/media/pdf/wp/WP341\\_10.pdf](http://www.nccrfinrisk.uzh.ch/media/pdf/wp/WP341_10.pdf)> Acesso em: 05 mar. 2012.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de séries temporais**. 2ª ed. São Paulo: Egard Blucher, 2006.

MOSSIN, J. Equilibrium in a Capital Asset Market. **Econometrica**, v. 34, n. 4, p. 768-783, 1966.

NELSON, D. B. Conditional Heteroskedasticity in asset returns: a new approach. **Econometrica**, v. 59, n.2, p. 347 – 370, 1991.

O'HANLON, J.; STEELE, A. Estimating the equity risk premium using accounting fundamentals. **Journal of Business Finance and Accounting**, v. 27, n. 9-10, p. 1051-1083, 2000.

OLIVEIRA, M. R. G. As hipóteses dos mercados eficientes. In: CARMONA, C. U. M. (Org). **Finanças Corporativas e Mercados**. São Paulo: Atlas, 2009.

\_\_\_\_\_; CARMONA, C. U. M. Value at risk dinâmico aplicado à taxa de câmbio de países latino-americanos: um estudo multiperíodo entre os modelos heterocedásticos e homocedástico. **Revista de Administração Eletrônica**, v.1, n. 2, p. 1 – 21, 2008.

\_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_. TÁVORA JUNIOR, J. L. Value at risk dinâmico: Um estudo comparativo entre os modelos heterocedásticos e a simulação de Monte Carlo. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 4, n. 2, p. 181-202, 2006.

OTUKI, T. F.; RADAVELLI, C. H.; SEABRA, F.; COSTA JUNIOR, N. C. A. da. Assimetria na volatilidade dos retornos revisitada: Ibovespa, Merval e Inmex. **Revista de Gestão USP**, v. 15, n. 4, p. 71 – 84, 2008.

PAPA, M. C. O. **Estudo do Efeito das Incertezas na Variável de Estresse em Ensaios Acelerados**. 2007, 117f. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Produção da Faculdade de Engenharia, Arquitetura e Urbanismo da Universidade Metodista de Piracicaba. Santa Bárbara D'Oeste: Unimep, 2007.

PÁSTOR, L.; STAMBAUGH, R. The equity premium and structural breaks. **The Journal of Finance**, v. 56, n. 4, p. 1207 – 1239, 2001.

PERDONÁ, G. S. C. ; LOUZADA NETO, F. Interval estimation for the modified Weibull model distribution parameters for censored data: a simulation study. **Tendências em Matemática Aplicada e Computacional**, v. 9, p. 437-446, 2008.

PETIT, R.; WESTERFIELD, R. Using the capital asset pricing model and the market model to predict security returns. **The Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 9, n. 4, p. 579 - 605, 1974.

PICHITLAMKEN, J.; DESLAURIERS, A.; L'ECUYER, P.; AVRAMIDIS, A. **Modelling and simulation of a telephone call center**. Proceedings of the 2003 Winter Simulation Conference, 2003.

REINGANUM, M. R. A new empirical perspective on the CAPM. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 16, n. 04, p. 439 – 642, 1981.

SÁ, G. T. **Administração de Investimentos, Teoria de Carteiras e Gerenciamento do Risco**. Rio de Janeiro: Qualitymark, 1999.

SALINAS, S. R. A. Einstein e a Teoria do movimento browniano. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 27, n. 2, p. 263 – 269, 2005.

SANVICENTE, A. Z.; MINARDI, A. Análise da série histórica de prêmios pelo risco de mercado estimados pelo modelo de dividendos descontados. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE FINANÇAS, 6., 2006, Vitória. **Anais...** Espírito Santo: SBFIN, 2006.

SECURATO, J. R. **Decisões financeiras em condições de risco**. São Paulo: Atlas, 1993.

SHARPE, W. F. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. **The Journal of Finance**, v.19, n. 3, p. 425-442,1964.

SILVA, E. L. da; MENEZES, E. M. M. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. 3ª ed. Florianópolis: Laboratório de Ensino a Distância da UFSC, 2001.

SILVA, E. C. **Capital asset price model**: Uma avaliação do modelo de formação de preço de ativos de capitais no mercado de ações no Brasil. 2003, 49f. Dissertação (Mestrado). Curso de Mestrado Profissional em Gestão e Estratégia em Negócios da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Seropédica: UFRRJ, 2003.

SILVA, S. S.; SALAZAR, G. T.; CALEGÁRIO, C. L. L. Comparação entre diferentes modelos de precificação de ativos com risco: CAPM e variantes. **Revista Eletrônica de Administração**, v.12, n. 13, p. 1 – 18, 2008.

SILVA, A. C. Certificado de Depósito Interbancário: O grande comércio de dinheiro. **Revista das Faculdades Santa Cruz**, v. 7, n. 2, p. 61 – 62, 2009.

SILVEIRA, M. A. C da; BARCINSKI, A.; ALMEIDA, B. C. D. P.; GARCIA, M. G. P. Estimação da volatilidade do retorno das ações brasileiras - Um método alternativo à família GARCH. **Resenha BM&F**, n.116, p. 21 - 39, 1997.

SILVEIRA, H. P.; CASTRO JUNIOR, F. H. F. Modelagem das distribuições das taxas de retorno dos índices Ibovespa e S&P 500. **Revista de Administração Mackenzie**, v. 10, n. 1, p. 114 – 133, 2009.

SPIEGEL, M. R. **Probabilidade e Estatística**. Coleção Schaum. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 1978.

STEPHENS, M. A. Tests of fit for the logistic distribution basead on the empirical distribution function. **Biometrika**, v. 66, n. 3, p. 591-595, 1979.

TAYLOR, S.J. **Modelling Financial Time Series**. Chitester: John Wiley, 1986.

VERGARA, S. C. **Projetos e Relatórios de Pesquisa em Administração**. 12<sup>a</sup> ed. São Paulo: Atlas, 2010.

VERHOEVEN, P.; MCALEER, M. **Fat tails and asymmetry in financial volatility models**. Center for International Research on the Japanese Economy Discussion Paper, n.CIRJE – F-211, 2003. Disponível em: <<http://www.cirje.e.u-okyo.ac.jp/research/dp/2003/2003cf211.pdf>>. Acesso em: 02 jun. 2012.

WELCH, I. **The equity premium consensus forecast revisited**. Cowles Foundation Discussion Paper n. 1325, 2001. Disponível em: <[http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=285169](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=285169)>. Acesso em: 29 abr. 2012.

\_\_\_\_\_. **The consensus estimate for the equity premium by academic financial economists in December 2007**. 2008. Disponível em: <[http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=1084918](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1084918)>. Acesso em: 17 abr. 2012.

ZAKOIAN, J. M. Treshold heteroskedasticity models. **Journal of economic dynamics and control**, v. 18, p. 931 – 955, 1994.

## APÊNDICE A – Rotina do Programa *Matlab* para a volatilidade

O programa foi dividido em duas partes – a e b. A parte (a) sintetiza os procedimentos pré-estimação, incluindo a autocorrelação total e parcial, o quadrado destas correlações e os testes Ljung-Box e ARCHTEST. Na parte (b), o programa faz a seleção do melhor modelo ARMA+família GARCH , com variações na estrutura do termo de erro para a gaussiana e a T de Student e, por último, novamente, faz-se o teste para averiguar a autocorrelação nas inovações padronizadas e no quadrado destas.

% Entrando com os dados da amostra

```

%%%%%%%%%%%%%%Programa 1 – Parte a%%%%%%%%%%%%%%
close all
clc

[fname, pathname] = uigetfile('*','Entre com o arquivo de dados do retorno');
if fname == 0
    return;
end;
ret= xlsread(fname);
J = size(ret,1);

figure
autocorr(ret)
ylabel("")
title('Autocorrelação Total - AMOSTRA')
hold on

figure
parcorr(ret)
ylabel("")
title('Autocorrelação Parcial - AMOSTRA')
hold on

% % % % Confirmando a Correlação no Quadrado dos retornos % % %
figure
autocorr(ret.^2)
ylabel("")
title('Autocorrelação Total do Quadrado do Retorno -AMOSTRA')
%
figure
parcorr(ret.^2)
ylabel("")
title('Autocorrelação Parcial do Quadrado do Retorno - AMOSTRA')

```

Quantificando a correlação

### LBQ Test

```
[H, pValue, Qstatistic, criticalValue] = lbqtest(ret - mean(ret), [5 10 15]',0.05);
[H, pValue, Qstatistic, criticalValue]
[H, pValue, Qstatistic, criticalValue] = lbqtest((ret - mean(ret)).^2, [5 10 15]',0.05);
[H, pValue, Qstatistic, criticalValue]
```

### Engle's ARCHTEST

```
[H, pValue, testStatistic, criticalValue] = archtest(ret - mean(ret), [5 10 15]',0.05);
[H, pValue, testStatistic, criticalValue]
```

Programa 2 – Parte b

```
models = char('garch', 'gjr', 'egarch');
distributions = char('gaussian', 't');
```

Selecionando o modelo

```
RI = 3;
MI = 3;
PI = 3;
QI = 3;
c = 0;
for l = 1:size(models,1)
    for j = 1:size(distributions,1)
        for r = 1:RI;
            for m = 1:MI;
                for p = 1:PI;
                    for q = 1:QI;
                        c = c + 1;
                        teste=sprintf('Progress: ARMA(%1.0f,%1.0f,%1.0f)-%s(%1.0f,%1.0f,%1.0f) -
%s distribution\n', r, m, 0, strcat(models(l,:)), p, q, 0, strcat(distributions(j,:)));
                        disp(teste);
                        spec =
garchset('VarianceModel',strcat(models(l,:)), 'Distribution',strcat(distributions(j,:)), 'R',r, 'M',m, '
P',p, 'Q',q, 'Display', 'off');
                        [Coeff,Errors,LLF,Innovations,Sigma,Summary] = garchfit(spec, ret);
                        [Innovations.^2 Sigma];
                        N = garchcount(Coeff);
                        [AIC, BIC]=aicbic(LLF,N,quant_dados);
                        [H,pvalue,Qstatistic,CriticalValue] = lbqtest((Innovations./Sigma).^2,
[5]',0.05);
                        if H==0 % Primeira condição: Que zere o H
                            p_ri(c) = r;
                            p_mi(c) = m;
                            p_pi(c) = p;
                            p_qi(c) = q;
                            criterioaic (c) = AIC;
                            modelo1 (c)=l;
```

```

        modelo2 (c)=j;
        modelo3 (c)=r;
        modelo4 (c)=m;
        modelo5 (c)=p;
        modelo6 (c)=q;
    end;
end;
end;
end;
end;
end;
end;

selecao = [p_pi' p_qi' criterioaic'];
quan_modelos = size (criterioaic,2);
menoraic = criterioaic (1);
y = 1;
for i = 2:quan_modelos;
    if menoraic > criterioaic(i);
        menoraic = criterioaic (i);
        y = i;
    end;
end;
disp('Melhor modelo ARMA - GARCH pelo critério de AIC')
modelo_aic=char(models(modelo1(y)))
distribuicao_aic= char(distributions(modelo2(y)))
arma1_aic=modelo3(y)
arma2_aic=modelo4(y)
garch1_aic=modelo5(y)
garch2_aic=modelo6(y)

crit1= criterioaic';
e = [p_ri' p_mi' p_pi' p_qi' crit1];

%%%%%% Melhor Modelo%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
disp('Melhor modelo ARMA - GARCH pelo critério AIC')
spec1 = garchset('VarianceModel','model','Distribution','R',2,'m',1,'P',1,'Q',1,'Display','off');
[coeff1,Errors1,LLF1,Innovations1,Sigma1,Summary1] = garchfit(spec1, ret);
garchdisp(coeff1,Errors1)
%Sigma1
N = garchcount(coeff1);
[AIC, BIC]=aicbic(LLF1,N,quant_dados);
[AIC, BIC]
[H,pvalue,Qstatistic,CriticalValue] = lbqtest((Innovations1./Sigma1), [5 10 15],0.05);
[H,pvalue,Qstatistic,CriticalValue]
[H,pvalue,Qstatistic,CriticalValue] = lbqtest((Innovations1./Sigma1).^2, [5 10 15],0.05);
[H,pvalue,Qstatistic,CriticalValue]

```