



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CAMPUS AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

DAVI EDINALDO CLEMENTE SILVA

**ANÁLISE DAS QUESTÕES DE PROBABILIDADE DA PROVA DE MATEMÁTICA
E SUAS TECNOLOGIAS DO ENEM À LUZ DAS DEMANDAS COGNITIVAS DE
BRYANT E NUNES**

CARUARU
2025

DAVI EDINALDO CLEMENTE SILVA

**ANÁLISE DAS QUESTÕES DE PROBABILIDADE DA PROVA DE MATEMÁTICA
E SUAS TECNOLOGIAS DO ENEM À LUZ DAS DEMANDAS COGNITIVAS DE
BRYANT E NUNES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Matemática-Licenciatura do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau de licenciado em matemática.

Área de concentração: Ensino
(Matemática).

Orientadora: Dr^a Ewellen Tenório de Lima

CARUARU

2025

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Silva , Davi Edinaldo Clemente .

Análise das questões de probabilidade da prova de matemática e suas tecnologias do ENEM à luz das demandas cognitivas de Bryant e Nunes / Davi Edinaldo Clemente Silva . - Caruaru, 2025.

73

Orientador(a): Ewellen Tenório de Lima

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Matemática - Licenciatura, 2025.

1. Probabilidades. 2. Ensino de matemática . 3. Demandas cognitivas . 4. Exame nacional do ensino médio . 5. Análise combinatória . 6. Letramento probabilístico . I. Lima, Ewellen Tenório de . (Orientação). II. Título.

510 CDD (22.ed.)

DAVI EDINALDO CLEMENTE SILVA

**ANÁLISE DAS QUESTÕES DE PROBABILIDADE DA PROVA DE MATEMÁTICA
E SUAS TECNOLOGIAS DO ENEM À LUZ DAS DEMANDAS COGNITIVAS DE
BRYANT E NUNES**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Coordenação do Curso de
Matemática-Licenciatura do Campus
Agreste da Universidade Federal de
Pernambuco – UFPE, na modalidade de
monografia, como requisito parcial para a
obtenção do grau de licenciado em
matemática.

Aprovada em: 25/07/2025

BANCA EXAMINADORA

Prof^a. Dr^a. Ewellen Tenório de Lima (Orientadora) Universidade
Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Valdir Bezerra dos Santos Júnior (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Me. Anderson Rodrigo Oliveira da Silva (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico este trabalho à memória de Iago Andrade de Melo, meu amigo que partiu, mas cuja força e coragem diante da vida seguem me inspirando todos os dias. Esta conquista é também sua.

“As pessoas só morrem quando são esquecidas”.
(Dr. Hiriluk)

AGRADECIMENTOS

Agradeço, em especial, à minha mãe, Iraci Francisca Clemente, que, apesar de todas as dificuldades da vida, nunca deixou faltar nada para que eu pudesse chegar até aqui. Agradeço também a todos os amigos que fiz nessa jornada e àqueles que já não estão mais comigo. Cada um de vocês foi importante para que esta conquista se tornasse possível.

“Devemos saber, Saberemos”
(Hilbert, 1930)

RESUMO

Este estudo analisou as questões de Probabilidade presentes nas provas do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) de 2020 a 2024, à luz das demandas cognitivas propostas por Bryant e Nunes. O objetivo principal foi identificar quais habilidades cognitivas foram exigidas dos estudantes, com foco na compreensão da aleatoriedade, cálculo do espaço amostral, comparação e quantificação de probabilidades. Considerando que o ENEM representava, naquele período, a principal via de acesso ao ensino superior no Brasil, seu formato e conteúdo exerceram significativa influência sobre o modo como os conteúdos matemáticos eram abordados nas escolas. Dessa forma, tornou-se fundamental investigar de que maneira a Probabilidade havia sido contemplada nesse exame. Assim, a pesquisa mapeou as questões, classificou-as conforme essas demandas e avaliou as implicações pedagógicas da ausência ou presença dessas demandas nas provas do ENEM. A metodologia baseou-se no levantamento, classificação e análise qualitativa das questões, visando à identificação das demandas cognitivas predominantes nas questões das provas. A ausência do conceito de correlação de maneira direta no Ensino Médio foi destacada como uma possível falha no currículo de Matemática, sugerindo a necessidade de revisões para melhor preparar os alunos para situações práticas do cotidiano que envolvem Probabilidade.

Palavras-chave: Probabilidade; Demandas Cognitivas; Exame Nacional do Ensino Médio.

ABSTRACT

This study analyzed the Probability questions present in the Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) from 2020 to 2024, in light of the cognitive demands proposed by Bryant and Nunes. The main objective was to identify which cognitive skills were required from students, focusing on the understanding of randomness, calculation of the sample space, comparison, and quantification of probabilities. Considering that the ENEM represented, at that time, the main gateway to higher education in Brazil, its format and content exerted significant influence on how mathematical content was addressed in schools. Thus, it became essential to investigate how Probability had been covered in this exam. The research mapped the questions, classified them according to these demands, and assessed the pedagogical implications of the absence or presence of these demands in the ENEM. The methodology was based on the survey, classification, and qualitative analysis of the questions, aiming to identify the predominant cognitive demands in the exam questions. The absence of the concept of correlation in a direct way in high school was highlighted as a possible gap in the Mathematics curriculum, suggesting the need for revisions to better prepare students for real-life situations involving Probability.

Keywords: Probability; Cognitive Demands; National High School Exam.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -	Q1.....	39
Figura 2 -	Q2.....	42
Figura 3 -	Q3.....	45
Figura 4 -	Q4.....	46
Figura 5 -	Q5.....	48
Figura 6 -	Q6.....	52
Figura 7 -	Q7.....	55
Figura 8 -	Q8.....	57
Figura 9 -	Q9.....	59
Figura 10 -	Q10.....	61
Figura 11 -	Q11.....	63
Figura 12 -	Q12.....	65
Figura 13 -	Questão ilustrativa sobre Correlação.....	72

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Demandas cognitivas	28
Quadro 2 - Habilidades da Competência de área 7 da prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM	31
Quadro 3 - Habilidades da Competência de área 7 da prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM segundo as demandas cognitivas de Bryant e Nunes	32
Quadro 4 - Habilidades da Competência de área 7 da prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM segundo as demandas cognitivas de Bryant e Nunes de maneira geral	33
Quadro 5 - Código das Questões	37
Quadro 6 - Classificação das Questões por Demandas Cognitivas	67

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	OBJETIVOS	16
2.1	OBJETIVO GERAL.....	16
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	16
3	UMA BREVE HISTÓRIA DA PROBABILIDADE.....	17
4	DEMANDAS COGNITIVAS E A AVALIAÇÃO DE PROBABILIDADE NO ENEM: UM ESTUDO A PARTIR DO REFERENCIAL DE BRYANT E NUNES.....	23
4.1	AS DEMANDAS COGNITIVAS E AS HABILIDADES DA MATRIZ DE REFERÊNCIA	23
4.2	ESTUDOS ANTERIORES.....	33
5	METODOLOGIA.....	36
6	ANÁLISE DAS QUESTÕES.....	39
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	71
	REFERÊNCIAS.....	74

1 INTRODUÇÃO

A Probabilidade, ramo da Matemática que lida com o estudo de fenômenos aleatórios, é muitas vezes vista como algo distante do cotidiano, ou limitada a jogos de azar e situações casuais. No entanto, ela está presente em praticamente todas as esferas da vida moderna, desde a previsão do tempo até o funcionamento de algoritmos de redes sociais, decisões econômicas e diagnósticos médicos.

O livro *O Andar do Bêbado*, de Leonard Mlodinow (2009), mostra como o acaso influencia profundamente nossas vidas, mesmo quando acreditamos estar no controle. Essa visão reforça a importância de ensinar Probabilidade não como algo abstrato ou técnico, mas como ferramenta essencial para compreender o mundo real e tomar decisões conscientes (BNCC, 2018).

A célebre frase de Albert Einstein, “Deus não joga dados”, ilustra o desconforto de muitos com o acaso, mas também convida à reflexão sobre como o ser humano busca compreender e dominar a incerteza. No contexto educacional, esse desafio se reflete na necessidade de preparar os estudantes não apenas para resolver exercícios mecânicos de Probabilidade, mas para interpretar e analisar criticamente dados e situações que envolvem incerteza, tomada de decisão e pensamento estatístico.

O ensino de Probabilidade e Estatística ganhou mais espaço no currículo escolar brasileiro com a introdução dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997), e posteriormente foi consolidado pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018), que organiza o ensino da Matemática em cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística. A BNCC reconhece a importância de desenvolver nos alunos a capacidade de lidar com situações de incerteza e variabilidade, habilidades cada vez mais exigidas no mundo atual. Ainda assim, apesar da presença formal dos conteúdos estocásticos (Estocástica é um termo usado para se referir ao ensino de Estatística interligado à Probabilidade), no currículo, o ensino dessa área ainda enfrenta grandes desafios em sala de aula, como a baixa formação específica dos professores, a falta de materiais didáticos adequados e a predominância de abordagens tradicionais, voltadas para o ensino determinista da Matemática.

Segundo Viali (2008a), as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs, 1996) dos cursos de licenciatura em Matemática não mencionam explicitamente a inclusão de

disciplinas voltadas para a Estatística ou a Probabilidade. Quando esses conteúdos aparecem na grade curricular, geralmente são oferecidos de forma conjunta com cursos como os de engenharia, o que resulta em uma abordagem metodológica inadequada para a formação de professores. Isso contribui para que o ensino da estocástica ocorra de maneira mecânica, focado apenas na aplicação de fórmulas, sem garantir ao aluno a compreensão efetiva dos conceitos de incerteza e variabilidade que caracterizam os fenômenos do mundo real.

A cultura matemática predominante no Brasil ainda privilegia o ensino dos conteúdos clássicos e determinísticos, como a Aritmética e a Álgebra, deixando a Estocástica em segundo plano. Muitos professores de Matemática se formam com pouca ou nenhuma disciplina voltada especificamente ao ensino de Probabilidade e Estatística, o que compromete sua segurança e preparo para trabalhar esses temas em sala de aula. Como aponta Lopes (2008), a formação inicial e continuada de professores muitas vezes negligencia a Estocástica, e isso tem reflexos diretos na prática pedagógica.

Esse cenário revela a urgência de repensar a forma como a Probabilidade é abordada na formação docente (inicial e continuada), assim como a necessidade de aprofundar as pesquisas que discutem o ensino e a aprendizagem desses conteúdos nas diferentes etapas da escolarização. Essa inserção favorece o desenvolvimento progressivo do pensamento probabilístico, contribuindo para que os estudantes adquiram competências necessárias à interpretação de dados, à compreensão da aleatoriedade e à tomada de decisões conscientes em situações do cotidiano.

Conforme destacado por Gal (2005), a “literacia probabilística” deve ser um objetivo educacional transversal, pois envolve não apenas o domínio de conceitos matemáticos, mas também a capacidade de aplicá-los em contextos reais — como análise de riscos, previsões estatísticas e interpretação crítica de informações midiáticas. O autor aponta que as lacunas na formação docente frequentemente resultam em abordagens superficiais, nas quais a Probabilidade é reduzida a fórmulas desconectadas de situações práticas. Isso reforça a importância de estratégias pedagógicas que integrem exemplos autênticos, como discussões sobre mudanças climáticas, probabilidade condicional em diagnósticos médicos ou análise de tendências socioeconômicas.

Além disso, Gal (2005) ressalta os dilemas instrucionais enfrentados por educadores, como a tensão entre o rigor conceitual e a acessibilidade do conteúdo, especialmente em turmas heterogêneas. Para superar tais desafios, sugere-se a incorporação de tecnologias digitais (simulações, jogos de probabilidade) e atividades colaborativas que estimulem a investigação. Nesse sentido, a pesquisa em Educação Estatística deve avançar na identificação de metodologias que equilibrem teoria e prática, garantindo que a Probabilidade seja um eixo mobilizador do letramento crítico, conforme demandado pela sociedade contemporânea.

Os resultados do estudo de Frei, Rosa e Biazi (2023) evidenciam a urgência de repensar o ensino de Probabilidade no Brasil, uma vez que esta, juntamente com Estatística, foi identificada como a área de maior dificuldade para os professores de Matemática. A menor carga horária dedicada a esses conteúdos nos cursos de Licenciatura, associada a lacunas na formação inicial e ausência de estratégias didáticas específicas, compromete a qualidade da aprendizagem. Além disso, a BNCC exige que tais conteúdos sejam trabalhados desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, o que acentua a necessidade de professores mais preparados para lidar com a incerteza e o tratamento de dados de forma contextualizada e significativa. Assim, torna-se imprescindível investir em formação continuada que, para além da abordagem teórica, contemple metodologias ativas e alinhadas às demandas reais da sala de aula (Frei; Rosa; Biazi, 2023).

Nesse sentido, a situação descrita pelo estudo aponta para um problema estrutural no ensino de Probabilidade, que não pode ser resolvido apenas pela inserção de mais conteúdos nos currículos. É necessário desenvolver políticas educacionais que ampliem o tempo de estudo dessas áreas, incentivem a produção de material didático contextualizado e promovam cursos preparatórios focados no raciocínio probabilístico e no pensamento estatístico. Como destacam os autores, a defasagem na formação de professores afeta diretamente a capacidade dos alunos de compreenderem e aplicarem conceitos fundamentais para a cidadania crítica e a tomada de decisões no cotidiano. Dessa forma, repensar o ensino de Probabilidade no Brasil é não apenas uma questão pedagógica, mas uma necessidade social urgente (Frei; Rosa; Biazi, 2023).

Diante desse contexto, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) surge como um importante meio para entender como a Probabilidade vem sendo avaliada

no cenário educacional brasileiro. O ENEM, criado com o objetivo de avaliar competências e habilidades dos estudantes ao final da Educação Básica, passou por várias reformulações ao longo dos anos e desde 2009 tem a atual estrutura, sendo uma das principais portas de entrada para o ensino superior no Brasil. A prova valoriza o raciocínio lógico, a interpretação e a aplicação dos conhecimentos em situações do cotidiano, o que torna a análise de suas questões uma estratégia eficaz para compreender como os conteúdos matemáticos, incluindo a Probabilidade, estão sendo mobilizados e exigidos dos estudantes. Além disso, as provas do ENEM influenciam diretamente as práticas pedagógicas nas escolas, pois professores e gestores escolares tendem a alinhar seus planejamentos aos conteúdos e formatos exigidos pela avaliação.

Neste cenário, torna-se relevante compreender quais tipos de habilidades cognitivas as questões de Probabilidade do ENEM realmente demandam dos alunos. Seriam elas baseadas apenas em cálculos e fórmulas? Ou exigem a compreensão da aleatoriedade, o raciocínio lógico e a análise crítica de situações-problema? É nesse ponto que a proposta de Bryant e Nunes (2012) sobre as demandas cognitivas no ensino da Probabilidade se mostra especialmente útil. À luz desses autores, é possível classificar as questões de Probabilidade de acordo com os níveis de raciocínio exigidos dos estudantes, levando em consideração elementos como a identificação do espaço amostral, a comparação de probabilidades, o entendimento da independência ou dependência entre eventos e a avaliação crítica dos dados.

Diante disso, esta pesquisa tem como objetivo analisar as questões de Probabilidade no ENEM, no período de 2020 a 2024, a fim de classificá-las com base nas demandas cognitivas propostas por Bryant e Nunes (2012). A intenção é mapear os tipos de raciocínio mais frequentemente solicitados, identificar possíveis lacunas no desenvolvimento de habilidades probabilísticas e, a partir disso, refletir sobre a formatação das questões de probabilidade propostas no ENEM.

Justifica-se a escolha deste tema em três dimensões: pessoal, acadêmica e educacional.

Em nível pessoal, a motivação parte do meu interesse pela área da Probabilidade e sua importância na construção do pensamento lógico-matemático. Esse interesse foi se fortalecendo ao longo da formação docente, especialmente

diante da constatação de que muitos alunos demonstram dificuldades quando confrontados com situações que envolvem incerteza, variação e tomada de decisões baseadas em dados.

No campo acadêmico, esta pesquisa visa contribuir para o aprofundamento teórico e metodológico sobre o ensino da Probabilidade, articulando as proposições de Bryant e Nunes (2012) com a realidade das avaliações externas, em especial o ENEM. Trata-se de um esforço para compreender de que maneira os conhecimentos estocásticos são mobilizados na prática avaliativa e quais as exigências cognitivas envolvidas.

Do ponto de vista educacional, este estudo busca oferecer subsídios para a reflexão crítica sobre a avaliação da Probabilidade na Educação Básica. Almeja-se contribuir para o aprimoramento da formação docente e para o desenvolvimento de propostas pedagógicas mais alinhadas às necessidades dos estudantes no contexto contemporâneo, promovendo uma aprendizagem mais significativa e contextualizada.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo principal é identificar quais habilidades cognitivas são exigidas dos estudantes, com foco na compreensão da aleatoriedade, cálculo do espaço amostral, comparação e quantificação de probabilidades

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Avaliar a distribuição das diferentes demandas cognitivas nas questões de Probabilidade ao longo dos anos;
2. Apontar tendências e padrões nas exigências cognitivas presentes nas questões de Probabilidade do ENEM.

3 UMA BREVE HISTÓRIA DA PROBABILIDADE

A história da probabilidade está intimamente ligada à tentativa humana de compreender o acaso e tomar decisões diante da incerteza. Em tempos antigos, povos como egípcios, gregos e romanos relacionavam eventos aleatórios à intervenção divina, não havendo ainda uma abordagem científica sistematizada (Eves, 2011). A origem dos estudos relacionados às leis da aleatoriedade e de Probabilidade estão associados aos jogos de azar, que remontam a um período entre 205 e 187 A.C com os cartões de Keno dos chineses da Dinastia Han (Robert, 2007, p. 130-131, tradução nossa), porém somente no século XVI a probabilidade teve uma definição formal.

Tal definição formal teve origem com o matemático italiano Girolamo Cardano (1501-1576), que no século XVI escreveu a obra *Liber de Ludo Aleae* (O Livro dos Jogos de Azar). Nela, Cardano introduziu conceitos fundamentais como a contagem de casos favoráveis e totais, antecipando ideias que hoje compõem a definição clássica de probabilidade. Ele é considerado o primeiro a aplicar um raciocínio matemático a jogos de azar, reconhecendo o papel da aleatoriedade de forma lógica e quantitativa (Vialli, 2008b; Eves, 2011).

Tem-se que a partir do século XVI, o matemático italiano Girolamo Cardano (1501-1576) estuda as estratégias de jogos de azar, pois vivia isto em seu cotidiano, já que um dos afazeres era jogar apostando financeiramente, o que lhe rendia estudar sobre as estratégias e probabilidade de certos eventos e situações ocorrerem nos jogos que apostava (Vasconcelos; Vasconcelos; Chaquiam, 2022, p. 36).

Antes disso, em 1494, Frei Luca Pacioli (1445-1517) havia proposto, em sua obra *Summa de Arithmetica* (Resumo da Aritmética), um problema envolvendo a divisão de apostas em jogos interrompidos. Embora não tenha apresentado uma solução matemática rigorosa, sua contribuição foi essencial para levantar questionamentos que mais tarde seriam fundamentais para o desenvolvimento da teoria (Eves, 2023).

Pacioli, em sua Suma, de 1494, foi um dos primeiros autores a introduzir o problema dos pontos num trabalho de matemática. O problema foi também discutido por Cardano e Tartaglia. Mas só se verificou um avanço efetivo quando, em 1654, o Chevalier de Méré, um hábil e experiente jogador, cujo raciocínio teórico

sobre o problema não coincidia com suas observações, propôs a Pascal. Este se interessou pelo problema e o levou ao conhecimento de Fermat. Seguiu-se uma notável correspondência entre os dois matemáticos, na qual o problema foi resolvido de forma correta, mas diferentemente por cada um deles (Eves, 2011, p. 365).

O avanço definitivo, no entanto, ocorreu no século XVII, mais precisamente em 1654, quando o jogador e nobre francês Antoine Gombauld, conhecido como Chevalier de Méré, submeteu dois problemas matemáticos a Blaise Pascal (1623-1662). A partir disso, estabeleceu-se uma célebre troca de correspondências entre Pascal e Pierre de Fermat (1601-1665), na qual se discutiam métodos matemáticos para resolver esses desafios envolvendo jogos de azar. Segundo Viali (2008a), essa correspondência é considerada o marco fundador da teoria da probabilidade, pois introduziu pela primeira vez conceitos como o cálculo de chances futuras baseado em eventos possíveis.

A contribuição de Pascal e Fermat não surgiu no vácuo, mas sim em um período de intensa efervescência intelectual, onde a matematização de fenômenos naturais ganhava espaço. Os dois pensadores perceberam que, por trás da aparente aleatoriedade dos jogos de azar, havia padrões matemáticos passíveis de sistematização. Essa percepção revolucionária transformou o "acaso" de um conceito filosófico em um objeto de estudo quantificável, inaugurando uma nova fronteira para as ciências exatas.

Contudo, a aceitação da Probabilidade como disciplina científica foi gradual. Inicialmente vista com desconfiança por sua associação a jogos e apostas, somente no século XVIII — com trabalhos como **Ars Conjectandi** de Jacob Bernoulli e **Théorie Analytique des Probabilités** de Laplace — consolidou-se seu rigor metodológico. Esse processo reflete um paradoxo intrínseco à Probabilidade: mesmo lidando com incertezas, ela exige um arcabouço lógico tão rigoroso quanto o da geometria euclidiana. Essa dualidade entre flexibilidade conceitual e precisão matemática permanece até hoje como um desafio central para seu ensino.

Desde então, a probabilidade tem se consolidado como base para a Estatística Inferencial, um campo que permite tirar conclusões sobre populações a partir de amostras, sendo amplamente utilizado em diversas áreas do conhecimento, como saúde, economia, educação e ciências sociais (Bussab; Morettin, 2017). Nesse

sentido, Probabilidade e Estatística se tornam ferramentas cruciais para compreender fenômenos incertos e tomar decisões fundamentadas, contribuindo significativamente para o avanço científico e tecnológico da sociedade.

Ao compreender a trajetória histórica da probabilidade e sua importância para o raciocínio lógico e a tomada de decisões fundamentadas, torna-se evidente a necessidade de que avaliações em larga escala contemplem esse campo do conhecimento. No Brasil, um dos instrumentos mais relevantes nesse sentido é o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), criado em 1998 pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) como uma avaliação diagnóstica, voltada a mensurar o desempenho dos concluintes do ensino médio em competências e habilidades essenciais para a vida cidadã (Brasil, 1998). Naquele período, o exame possuía apenas 63 questões objetivas e uma redação, aplicadas em um único dia, e não tinha como objetivo selecionar estudantes para o ingresso no ensino superior.

Com o passar dos anos, o papel do ENEM foi se ampliando, especialmente a partir de 2009, quando passou por uma profunda reformulação. Essa mudança atendeu a uma política de unificação dos processos seletivos para o ensino superior federal, resultando na adoção de um novo modelo com 180 questões objetivas, distribuídas em quatro áreas do conhecimento, mais a redação, aplicadas em dois dias consecutivos (Brasil, 2009). A partir dessa reformulação, o ENEM tornou-se não apenas um exame avaliativo, mas também um dos principais mecanismos de acesso ao ensino superior por meio do Sistema de Seleção Unificada (SISU), do Programa Universidade para Todos (ProUni) e do Fundo de Financiamento Estudantil (FIES), além de ter sido utilizado como certificação do ensino médio para maiores de idade até 2016, quando essa função passou a ser desempenhada prioritariamente pelo Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (Encceja).

A consolidação do ENEM como instrumento de seleção exigiu a criação de uma Matriz de Referência detalhada, alinhada às Diretrizes Curriculares Nacionais e à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), estabelecendo competências e habilidades específicas para cada área de conhecimento. No campo da Matemática e suas Tecnologias, essa matriz passou a incluir, de forma estruturada, conteúdos de Estatística e Probabilidade, reconhecendo a importância desses tópicos para a

interpretação de dados, a análise crítica de informações e a resolução de problemas reais. Essa evolução representa um avanço significativo, pois vincula diretamente a tradição histórica e conceitual da probabilidade — que remonta aos estudos de Cardano, Pascal e Fermat — às demandas contemporâneas da educação básica brasileira, em que o raciocínio estatístico é visto como ferramenta indispensável para a formação cidadã e o exercício pleno da participação social (Brasil, 2018; Brasil, 2023).

A Matriz de Referência do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), na área de Matemática e suas Tecnologias, está organizada em competências e habilidades que direcionam a elaboração das questões. Essa organização não busca apenas avaliar a memorização de fórmulas, mas propõe uma abordagem voltada ao desenvolvimento da capacidade de interpretar dados, resolver problemas, argumentar com base em evidências e aplicar os conhecimentos matemáticos em contextos reais. Assim, ela está alinhada aos cinco eixos cognitivos gerais do Enem: Dominar Linguagens, Compreender Fenômenos, Enfrentar Situações Problema, Construir Argumentação e Elaborar Propostas, que são comuns a todas as áreas do conhecimento (MEC, 2021).

No campo específico da Matemática, a competência de área de número 7 é a que se destaca para os estudos aqui apresentados. Ela propõe que o estudante demonstre compreensão de informações expressas em linguagem matemática e saiba utilizá-las na construção de argumentações, interpretação de fenômenos e resolução de problemas. Dentro dessa competência, encontram-se diversas habilidades, das quais se destacam para este trabalho: H27, H28, H29 e H30. Todas essas habilidades estão situadas dentro da unidade temática de Estatística e Probabilidade, e possuem forte conexão com os objetivos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Médio.

Competência de área 7 – Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística (Brasil, 2023, p. 7).

A habilidade H27 diz respeito à interpretação de informações apresentadas em tabelas e gráficos, o que requer do estudante a capacidade de extrair, analisar e

relacionar dados expressos por diferentes formas de representação visual. Essa habilidade está alinhada com as orientações da BNCC, que propõe o desenvolvimento da competência de analisar, interpretar e produzir informações expressas por meio de representações gráficas como gráficos de barras, colunas, linhas, setores, histogramas e tabelas. A BNCC (Brasil, 2018) busca promover o desenvolvimento do pensamento estatístico e da leitura crítica de dados, com foco na comunicação de conclusões com base em evidências numéricas e visuais, algo essencial na formação de um cidadão crítico e ativo.

Já a habilidade H28 envolve o uso de medidas de tendência central (média, moda, mediana) e medidas de dispersão (amplitude, desvio padrão, etc.) para a leitura e interpretação de dados. Esse tipo de conhecimento é amplamente valorizado pela BNCC, que defende a importância de compreender o significado e a aplicabilidade dessas medidas em contextos variados, permitindo ao estudante tomar decisões informadas e argumentar com base em dados estatísticos. A análise de diferentes conjuntos de dados e a comparação entre eles são práticas incentivadas para avaliar informações, interpretar situações do cotidiano e embasar raciocínios matemáticos consistentes.

A habilidade H29, por sua vez, propõe a resolução de problemas que envolvam cálculo de probabilidade de eventos aleatórios. Aqui, o foco está na compreensão de conceitos básicos como espaço amostral, eventos simples e compostos, e a probabilidade associada a cada um deles. A BNCC (Brasil, 2018) também contempla essas ideias ao incluir, entre seus objetivos, a necessidade de desenvolver no aluno a capacidade de lidar com situações de incerteza, utilizando noções de probabilidade para tomar decisões fundamentadas. Isso favorece uma Educação Matemática que prepara o estudante para interpretar riscos, previsões e estimativas, promovendo autonomia intelectual e responsabilidade na leitura de dados probabilísticos.

Por fim, a habilidade H30 se refere à resolução de problemas que envolvem noções de contagem e princípios da Análise Combinatória, como permutação, arranjo e combinação. Essa habilidade se conecta à proposta da BNCC de desenvolver estratégias de contagem baseadas nos princípios aditivo e multiplicativo, além de usar o raciocínio lógico e o pensamento algébrico para modelar e resolver problemas complexos. A análise combinatória permite ao estudante representar e calcular possibilidades, planejar estratégias e desenvolver o pensamento abstrato de forma

aplicada, o que é fundamental tanto para a matemática acadêmica quanto para a vida prática.

Ao observar o alinhamento entre a Matriz de Referência do ENEM e a BNCC, é possível perceber uma convergência clara em relação às finalidades da Educação Matemática no Ensino Médio. Ambas propõem uma abordagem que privilegia o desenvolvimento de competências voltadas à resolução de problemas, interpretação de dados, argumentação lógica e tomada de decisões conscientes, elementos essenciais para a formação de um cidadão preparado para enfrentar os desafios da sociedade contemporânea. A Estatística e a Probabilidade, nesse contexto, deixam de ser apenas conteúdos escolares e se transformam em ferramentas fundamentais para a leitura crítica do mundo, sendo capazes de promover não só o raciocínio matemático, mas também o empoderamento dos estudantes frente às situações da vida cotidiana.

4 DEMANDAS COGNITIVAS E A AVALIAÇÃO DE PROBABILIDADE NO ENEM: UM ESTUDO A PARTIR DO REFERENCIAL DE BRYANT E NUNES

A análise das questões de Probabilidade do ENEM à luz das demandas cognitivas propostas por Bryant e Nunes é oportuno para compreender como essas questões avaliam o raciocínio probabilístico dos estudantes e quais habilidades cognitivas são exigidas. Neste capítulo, serão apresentados textos relevantes que tratam das demandas cognitivas e como elas podem embasar a realização da presente pesquisa.

4.1 AS DEMANDAS COGNITIVAS E AS HABILIDADES DA MATRIZ REFERENCIAL

Bryant e Nunes (2012) afirmam que o amplo entendimento da Probabilidade está relacionado a quatro demandas cognitivas: aleatoriedade, espaço amostral, comparação/quantificação de probabilidades e correlações.

A compreensão da aleatoriedade é o pilar inicial para o estudo da Probabilidade. De acordo com Bryant e Nunes (2012), a primeira demanda cognitiva está diretamente ligada à capacidade de enxergar eventos aleatórios não como meras ocorrências imprevisíveis, mas como fenômenos cuja natureza indeterminada pode ser analisada para se tomar decisões e fazer inferências. Essa habilidade envolve a distinção entre eventos determinísticos e aleatórios, além do entendimento de que, apesar da incerteza sobre o resultado individual, a aleatoriedade possui propriedades passíveis de exploração.

Um exemplo prático de como essa demanda cognitiva pode ser avaliada em uma questão seria:

Questão: Ao lançar um dado de seis faces, qual das seguintes afirmações representa o conceito de aleatoriedade?

A) O dado sempre cairá com a face 6 virada para cima, pois é o maior número.

B) O resultado do lançamento pode ser qualquer número entre 1 e 6, mas não é possível saber qual será o número exato antes de o dado parar.

C) O resultado do lançamento pode ser determinado com antecedência, se tivermos o conhecimento suficiente sobre a força aplicada ao dado.

A resposta correta (B) exige que o estudante demonstre sua compreensão de

que a aleatoriedade não significa total imprevisibilidade, mas sim a impossibilidade de determinar um resultado específico. A questão não pede um cálculo de probabilidade, e sim a identificação da natureza de um evento aleatório, o que está alinhado com a definição de Bryant e Nunes (2012, p. 3, tradução livre) ao afirmarem que a demanda cognitiva 1 se concentra em "entender a natureza e as consequências da aleatoriedade e o uso da aleatoriedade em nossa vida cotidiana".

Entender a aleatoriedade é fundamental para ter uma boa base no estudo da Probabilidade. Assim, a primeira demanda cognitiva está relacionada à capacidade de entender eventos aleatórios como algo indeterminado, mas que apesar de sua natureza não determinista é possível usar a aleatoriedade em nosso dia a dia para prever eventos e tomar decisões. Compreendendo a aleatoriedade: entender a natureza e as consequências da aleatoriedade e o uso da aleatoriedade em nossa vida cotidiana (Bryant; Nunes, 2012, p. 3, tradução livre).

Por sua vez, a segunda demanda cognitiva apontada pelos autores, a construção do espaço amostral, é a base para a resolução dos problemas envolvendo probabilidades: é nele que estão todas as possibilidades no universo de determinado evento. Por muitas vezes essa construção é intuitiva, como por exemplo em clássicos problemas envolvendo diferentes tipos de bolas em uma urna: uma urna tem 4 bolas brancas e 3 bolas pretas, qual a probabilidade de, ao retirar uma bola ao acaso, ela ser preta? Para resolver problemas dessa natureza, é necessário aplicar conceitos básicos para a construção/entendimento do espaço amostral, como a compreensão de que apesar de terem somente 3 bolas pretas na urna, o espaço amostral é formado por todas elas, tendo 7 bolas no total.

Um exemplo clássico para ilustrar a necessidade da construção formal do espaço amostral é o lançamento de duas moedas. O espaço amostral não é meramente a observação dos resultados como "duas caras", "duas coroas" ou "uma cara e uma coroa". A listagem completa de todas as combinações possíveis é fundamental: (cara, cara), (cara, coroa), (coroa, cara) e (coroa, coroa). Esse procedimento evita a falha comum de não diferenciar a ordem dos eventos, mostrando que o resultado de "uma cara e uma coroa" pode ocorrer de duas maneiras distintas.

Calculando o espaço amostral: Reconhecer que o primeiro e essencial passo na resolução de qualquer problema de probabilidade é calcular todos os eventos e sequências de eventos possíveis que podem acontecer. O conjunto de todos

os eventos possíveis é chamado de ‘espaço amostral’ e calcular o espaço amostral não é apenas uma parte necessária do cálculo das probabilidades de um evento específico, mas também um elemento essencial para entender a natureza da probabilidade (Bryant; Nunes, 2012, p. 3, tradução livre).

Dessa maneira, essa demanda cognitiva, ao exigir a consideração de todas as possíveis sequências de eventos, também promove o desenvolvimento do pensamento sistemático e analítico. Estudantes que dominam essa habilidade conseguem evitar erros comuns, como ignorar eventos ou superestimar a probabilidade de certos resultados, uma vez que têm uma visão abrangente de todos os desfechos possíveis em um experimento aleatório. Além disso, o cálculo do espaço amostral auxilia no reconhecimento de padrões e regularidades, o que é crucial para a resolução de problemas de Probabilidade mais avançados. Ao internalizar a importância desse processo, o aluno não apenas resolve problemas de maneira mais eficaz, mas também adquire uma compreensão mais robusta da natureza da incerteza, o que é aplicável em diversas áreas do conhecimento e da vida prática.

A importância da Probabilidade na tomada de decisões reforça a relevância desse tema no currículo escolar. Segundo a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), o ensino da Matemática deve desenvolver competências relacionadas à análise e interpretação de dados e ao raciocínio probabilístico, já a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nessa perspectiva, os alunos, geralmente entre 6 e 14 anos, devem ser capazes de compreender e utilizar ideias de chance, incerteza e aleatoriedade para interpretar situações do cotidiano. Isso dialoga com o senso de justiça que costuma emergir nessa faixa etária, quando os estudantes comparam eventos para avaliar o que é justo ou não. O que fazem, de maneira intuitiva, é justamente estimar e comparar probabilidades, muitas vezes sem terem tido contato formal com o conceito. A capacidade de representar a probabilidade de ocorrência de um evento a partir de uma quantidade está relacionada à terceira demanda cognitiva apontada por Bryant e Nunes (2012).

Um exemplo simples que ilustra essa demanda cognitiva pode ser formulado a partir de um experimento com um dado de seis faces. Uma questão que demanda a quantificação da probabilidade seria: “Em um lançamento de um dado não viciado, qual a probabilidade de o resultado ser um número par?” Para responder, o estudante precisa não apenas identificar o espaço amostral (os números de 1 a 6) e

os eventos favoráveis (os números 2, 4 e 6), mas também expressar essa relação como uma quantidade. A resposta correta, $3/6$ ou $1/2$ ou 50%, demonstra a habilidade de quantificar a probabilidade de ocorrência de um evento. O comando “qual a probabilidade de...” é o indicativo direto de que a questão exige a aplicação da terceira demanda, pois solicita a transformação de uma relação de chance em uma medida numérica concreta, que pode ser usada tanto para comparação (por exemplo, “é mais provável que o resultado seja par do que o número 3”) quanto para a tomada de decisões.

Comparação e quantificação de probabilidades: Probabilidade é uma quantidade: é uma quantidade baseada em proporções, e é geralmente expressa como um número decimal, uma porcentagem ou uma razão. A solução para a maioria dos problemas de probabilidade repousa no cálculo de uma ou mais proporções, mas alguns podem ser resolvidos com base em relações simples como ‘mais’ ou ‘maior’ (Bryant; Nunes, 2012, p. 5, tradução livre).

A comparação entre eventos depende diretamente da segunda demanda, já mencionada, pois é com uma boa compreensão do espaço amostral que conseguimos uma visão geral de todas as possibilidades a fim de analisar qual a escolha melhor ou pior. Além disso, reconhecer a totalidade das possibilidades abre caminho para uma compreensão mais ampla da natureza estocástica de fenômenos, contribuindo para uma Educação Matemática que valoriza a análise crítica e reflexiva dos processos probabilísticos.

Paulo Freire (1970) em sua pedagogia crítica, enfatiza a importância do aprendizado que vá além da memorização mecânica, encorajando o diálogo e a reflexão sobre os conteúdos. Aplicando esse conceito à Probabilidade, o cálculo do espaço amostral não deve ser visto apenas como um passo técnico, mas como uma oportunidade para que os estudantes reflitam sobre as múltiplas possibilidades e seus significados, desenvolvendo assim uma compreensão mais profunda e crítica da realidade que a Matemática descreve.

Nesse sentido, o ensino da Probabilidade, alinhado com a visão de Freire, deve buscar promover um pensamento autônomo, onde os estudantes são incentivados a entender e questionar os processos, ao invés de simplesmente aplicá-los.

Ainda, a quarta demanda cognitiva apontada por Bryant e Nunes (2012)

depende de todas as três anteriores para ser compreendida: a correlação, em Probabilidade e Estatística, mede a força e a direção da relação linear entre duas variáveis aleatórias. Quando duas variáveis estão correlacionadas, o valor de uma tende a mudar de forma previsível com o valor da outra. A correlação pode ser positiva, quando o aumento de uma variável está associado ao aumento da outra, ou negativa, quando o aumento de uma resulta na diminuição da outra. Esse relacionamento é quantificado pelo coeficiente de correlação, que varia de -1 (correlação negativa perfeita) a 1 (correlação positiva perfeita), sendo 0 indicativo de ausência de correlação linear. Por exemplo, se o número de horas que um aluno estuda aumenta e suas notas também aumentam, isso indica uma correlação positiva entre essas variáveis.

Entendendo correlação (ou relações entre eventos): Uma associação entre dois tipos de eventos pode acontecer aleatoriamente ou, alternativamente, pode representar uma relação genuína. Para descobrir se existe uma relação não aleatória ou não, precisamos prestar atenção à relação entre as evidências que confirmam e as que não confirmam e verificar se a frequência dos casos confirmados poderia ter ocorrido por acaso. Isso significa que, para entender correlações, precisamos compreender todas as três ideias mencionadas acima (Bryant; Nunes, 2012, p. 4, tradução livre).

Apesar de sua relevância, o conceito de correlação não é abordado de forma explícita nos currículos nacionais da Educação Básica. No Ensino Fundamental, o tema sequer aparece, e no Ensino Médio surge apenas de maneira implícita, vinculado à análise de riscos e à tomada de decisões em contextos probabilísticos. Embora não se espere que os estudantes realizem os cálculos formais de correlação, como ocorre no Ensino Superior, é possível — como indicam Bryant e Nunes (2012) — desenvolver desde a infância a capacidade de analisar possíveis relações entre eventos. Essa abordagem favorece a construção de inferências informais e amplia a aplicação dos conceitos probabilísticos ao cotidiano dos alunos.

A ausência dessa perspectiva nos currículos reflete uma limitação na formação matemática oferecida, especialmente no que diz respeito à compreensão crítica das informações. Nesse sentido, uma alternativa viável seria a adoção de uma proposta de ensino mais integrada e interdisciplinar, como propõe Freire (1996), ao defender um conhecimento construído de forma holística, articulando saberes e possibilitando a leitura crítica da realidade.

No contexto específico do estado de Pernambuco, o currículo estadual inclui de forma mais direta a correlação em sua matriz curricular. Por exemplo, a habilidade (EM13MAT510PE49) prevê que os estudantes investiguem conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, conforme a lei de formação que determina o comportamento das variáveis, utilizando ou não tecnologias digitais para análise. Essa inserção é significativa pois amplia a exposição dos alunos a conceitos estatísticos relevantes que contribuem para o desenvolvimento do pensamento crítico e científico.

O Quadro 1, apresentado abaixo, sistematiza as demandas cognitivas discutidas e suas definições.

Quadro 1 – Demandas cognitivas

Demanda cognitiva	Definição
1	<i>Entendimento da aleatoriedade:</i> Entender o que é a aleatoriedade, quais são seus efeitos e de que forma ela está presente e influencia o nosso dia a dia.
2	<i>Construção do espaço amostral:</i> Compreender que o primeiro passo para resolver um problema de probabilidade é listar todos os possíveis eventos ou combinações que podem acontecer. Esse conjunto é chamado de “espaço amostral” e sua construção é fundamental tanto para calcular as probabilidades quanto para entender melhor o conceito de probabilidade.
3	<i>Comparação e quantificação de probabilidades:</i> As probabilidades se baseiam em proporções, que precisam ser calculadas para comparar dois ou mais eventos. Essas proporções podem ser representadas em forma de fração, decimal ou razão.
4	<i>Compreensão da correlação (ou das relações entre eventos):</i> Quando dois eventos estão associados, essa relação pode ser fruto do acaso ou indicar uma conexão real. Para identificar se a relação é genuína, é importante analisar as evidências que a confirmam ou negam e avaliar se a frequência dos casos observados poderia ter ocorrido por sorte. Para isso, é essencial compreender os conceitos anteriores de aleatoriedade, espaço amostral e probabilidades.

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Bryant e Nunes (2012) abordam a compreensão de Probabilidade em crianças,

destacando que “apesar da importância central da aleatoriedade e da probabilidade nas nossas vidas, é claro que as crianças, e muitos adultos também, muitas vezes têm grande dificuldade em pensar racionalmente e quantificar a probabilidade” (Bryant; Nunes, 2012, p. 3, tradução livre). Esse estudo é relevante para a presente pesquisa, pois oferece uma base para entender as dificuldades enfrentadas pelos estudantes nas questões de Probabilidade do ENEM, além de fundamentar a necessidade de uma avaliação mais aprofundada das demandas cognitivas.

[...] A probabilidade, como vimos, gera várias demandas cognitivas diferentes e a maioria dessas demandas é compartilhada com outros aspectos do desenvolvimento cognitivo sobre os quais sabemos muito. Probabilidade é uma quantidade intensiva, mas densidade e temperatura também o são. Análises do espaço amostral exigem raciocínio combinatório: assim como muitos ramos do pensamento científico. Acreditamos que muitas pessoas que fazem pesquisas sobre probabilidade têm prestado muito pouca atenção à pesquisa sobre esses tópicos relacionados e perderam informações potencialmente valiosas (Bryant; Nunes, 2012, p. 80, tradução livre).

Esse argumento corrobora a importância de se analisar o ensino da Probabilidade de maneira integrada, levando em consideração que muitos dos processos cognitivos envolvidos nesse campo estão associados a outras áreas do conhecimento. A ênfase nas relações entre probabilidade, raciocínio combinatório e outros conceitos científicos, como análise de dados e variabilidade, indica que o ensino da probabilidade, especialmente na educação básica, deve ser ampliado para incluir uma abordagem interdisciplinar. Isso pode contribuir para um desenvolvimento cognitivo mais robusto dos alunos, ao invés de uma visão fragmentada e isolada da probabilidade, como tem sido abordado tradicionalmente.

Nesse sentido, a análise histórica do ensino da Probabilidade, busca identificar como essa fragmentação surgiu e quais os impactos desse ensino limitado para o desempenho dos alunos em avaliações nacionais. Ao mapear e classificar as questões de probabilidade no ENEM, este estudo sugere que o ensino da disciplina precisa se alinhar mais diretamente com as demandas cognitivas necessárias para a compreensão ampla e profunda da Probabilidade. Um raciocínio probabilístico significativo envolve superar:

[...] intuições e o crescimento posterior em sua compreensão de probabilidade, medidas de uma coisa devem prever medidas de diferenças na outra em um estudo longitudinal. Assim, muitas

dessas informações longitudinais devem ser sobre diferenças individuais, pois, de acordo com a hipótese causal de Fischbein, as crianças que desenvolvem essas intuições relativamente cedo ou relativamente forte devem ser melhores do que outras na resolução de problemas de probabilidade meses e até anos depois (Bryant; Nunes, 2012, p. 14, tradução livre).

Este ponto é extremamente relevante para a realização da presente pesquisa, pois destaca que muitos alunos recorrem a estratégias intuitivas, o que pode distorcer a avaliação real de suas habilidades em Probabilidade. O uso dessas estratégias revela lacunas no ensino da temática, sugerindo que o sistema educacional precisa de uma abordagem mais conceitual. Isso é particularmente importante quando se trata de questões complexas do ENEM, que exigem raciocínio lógico e abstrato, e não apenas intuição baseada em eventos cotidianos. Portanto, a análise das demandas cognitivas pode ajudar a identificar até que ponto as questões do ENEM desafiam esse tipo de pensamento formal.

Piaget e Inhelder (1975) abordaram a questão da compreensão das crianças sobre a aleatoriedade de uma maneira diferente. Eles pregaram uma peça nas crianças ao mudar furtivamente um mecanismo completamente aleatório para um não aleatório, que sempre produzia o mesmo resultado. O mecanismo com o qual começaram era um disco com um ponteiro, que o experimentador ou a criança podiam girar. Este estava no centro de (e ligeiramente acima de) uma superfície circular, que era dividida em segmentos de tamanho igual (como fatias de bolo), cada um com sua própria cor distinta: em cima de cada um desses segmentos havia uma caixa distinta, e essas caixas podiam, e foram, movidas de um segmento para outro durante o experimento (Bryant; Nunes, 2012, p. 20, tradução livre).

A passagem acima reforça a importância de se criar um ambiente de aprendizado que desafie as percepções errôneas dos alunos sobre Probabilidade. No contexto do ENEM, isso se traduz na necessidade de questões que promovam uma compreensão crítica, além da mera aplicação de fórmulas. Ao investigar como as questões do ENEM se alinham com as demandas cognitivas de Bryant e Nunes, esta pesquisa busca identificar se o exame realmente desafia os estudantes a confrontarem suas noções preconcebidas sobre o acaso ou se ainda é dependente de memorização. Isso também destaca a importância de integrar atividades pedagógicas que incentivem os alunos a refletirem sobre situações probabilísticas de maneira mais profunda e contextualizada.

Quadro 2 – Habilidades da Competência de área 7 da prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM

Habilidade	Descrição da habilidade
H27	Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.
H28	Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.
H29	Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.
H30	Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.

Fonte: https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf.

Acesso em: 9 de jul. 2025.

As habilidades da Matriz de Referência do Enem relacionadas à Estatística e à Probabilidade — H27, H28, H29 e H30 —, podem ser classificadas segundo as quatro demandas cognitivas propostas por Bryant e Nunes (2012), podendo ser organizadas em níveis de complexidade cognitiva, sendo crescente a dificuldade de acordo com a demanda cognitiva.

A habilidade H27, que exige o cálculo de medidas de tendência central e de dispersão a partir de tabelas ou gráficos, mesmo que não esteja diretamente ligada ao conceito de Probabilidade, demanda raciocínio proporcional e quantitativo. O estudante precisa compreender proporções e interpretar dados numericamente, o que se alinha com a Demanda Cognitiva 3 – Comparar e quantificar probabilidades.

A habilidade H28 envolve a resolução de situações-problema que tratam de Estatística e Probabilidade. Para isso, o estudante precisa compreender o contexto, identificar os elementos envolvidos e organizar todos os possíveis resultados do experimento aleatório, o que corresponde à Demanda Cognitiva 1 (compreensão da aleatoriedade) e a demanda 2 (trabalhar o espaço amostral). Além disso, a habilidade também exige a Demanda Cognitiva 3, pois a construção consciente e a análise crítica do espaço amostral são fundamentais para solucionar o problema de forma mais elaborada e reflexiva.

Já a habilidade H29 propõe o uso da Estatística e da Probabilidade para a construção de argumentação. Isso exige que o estudante compreenda como a aleatoriedade influencia os resultados e como essa incerteza pode ser interpretada e utilizada em argumentos. Logo, ela se encaixa na Demanda Cognitiva 1 – Entender a

aleatoriedade.

Por fim a Habilidade 30 do Enem pode ser enquadrada nas quatro demandas cognitivas de Bryant e Nunes porque, ao avaliar propostas de intervenção na realidade com base em dados estatísticos e probabilísticos, o estudante precisa compreender a aleatoriedade envolvida (1ª demanda), identificar o espaço amostral para analisar diferentes cenários (2ª demanda), comparar e quantificar probabilidades para embasar decisões (3ª demanda) e interpretar possíveis relações entre eventos, verificando se há correlação ou apenas coincidência que pode trabalhar a 4ª demanda. Essa habilidade exige, portanto, um raciocínio completo e crítico sobre o uso da estatística e da probabilidade na vida real.

Para melhor visualização da classificação mencionada, é apresentado o quadro 2, que resume as informações sobre essas relações que serão retomadas no decorrer do trabalho quando as questões do ENEM forem classificadas de acordo com as demandas cognitivas da Probabilidade.

Quadro 3 – Habilidades da Competência de área 7 da prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM segundo as demandas cognitivas de Bryant e Nunes

Habilidade	Demanda cognitiva
H27	1, 2 e 3
H28	1, 2 e 3
H29	1
H30	1, 2, 3 e pode mobilizar a 4

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

A Habilidade 30 é a que pode mobilizar as quatro demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012), especialmente por contemplar situações que envolvem análise e interpretação de dados estatísticos, como é o caso da correlação. No entanto, como será apresentado na análise dos resultados, não foram identificadas questões no ENEM que tratem especificamente de correlação probabilística.

Ainda seria possível, com certas liberdades de interpretação, classificar cada habilidade com uma única demanda, aquela que mais se destaca em relação às demais, apenas para fins de uma análise mais geral. A seguir, apresenta-se o quadro que representa essa classificação.

Quadro 4 – Habilidades da Competência de área 7 da prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM segundo as demandas cognitivas de Bryant e Nunes de maneira geral

Habilidade	Demanda que mais se enquadra
H27	3
H28	2
H29	1
H30	4

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Nesse estudo, o quadro 3 foi utilizado para a classificação das questões.

4.2 ESTUDOS ANTERIORES

Alguns aspectos relacionados à aleatoriedade podem ser mais compreensíveis do que outros. Há afirmações, por exemplo, de que até mesmo bebês conseguem entender a relação entre incerteza e aleatoriedade. Um estudo realizado sugere que bebês reconhecem que escolhas feitas por indivíduos que não podem ver o que estão fazendo tendem a ser aleatórias e guiadas pela Probabilidade, enquanto aqueles que podem visualizar suas ações optarão pelos itens que desejam (Denison; Xu, 2009 *apud* Bryant; Nunes, 2012, p. 4, tradução livre). Contudo, limitações no delineamento desse estudo impedem conclusões definitivas acerca dessa questão.

Muitos problemas de Probabilidade exigem não apenas a listagem de todas as possibilidades no espaço amostral, mas também sua classificação. Esse segundo passo, frequentemente denominado agregação, pode apresentar grandes desafios para as crianças. Por exemplo, ao lançar dois dados simultaneamente, existem 36 resultados equiprováveis (como 1,1; 1,2; 1,3 etc.). Contudo, ao considerar a soma dos números lançados, temos apenas 11 resultados possíveis, que variam de dois a 12, e esses resultados não têm a mesma probabilidade de ocorrer: por exemplo, a soma sete é duas vezes mais provável que a soma quatro. Isso acontece porque apenas três das 36 combinações resultam em quatro, enquanto seis combinam para formar sete. Portanto, embora os resultados individuais sejam equiprováveis, os resultados agregados não são. Essa distinção pode ser uma fonte de dificuldade para algumas crianças (Abrahamson, 2009 *apud* Bryant; Nunes, 2012, p. 4, tradução livre), e investigar abordagens para lidar com isso poderia ser um tema interessante para futuras pesquisas.

O raciocínio proporcional, de modo geral, apresenta desafios significativos para crianças pequenas, especialmente no contexto da Probabilidade. Essa dificuldade é bem exemplificada em tarefas que exigem a comparação de diferentes probabilidades. Martignon e Krauss (2009) apresentam um caso envolvendo jovens de 15 anos: “A caixa A contém uma bolinha branca e duas pretas. A caixa B contém duas bolinhas brancas e cinco pretas. Você deve retirar uma bolinha de gude de uma das caixas com os olhos vendados. De qual caixa você deve retirar se quiser uma bolinha branca?” Para resolver esse problema, é essencial considerar a proporção de bolinhas brancas em cada caixa, e não apenas os números absolutos. A maioria dos jovens de 15 anos que enfrentou essa questão fez a escolha incorreta.

Outras pesquisas mencionadas por Bryant e Nunes (2012), como as conduzidas por Piaget e Inhelder (1975), Falk et al. (1980), Fischbein e Gazit (1984) e Falk e Wilkening (1998) mostram que a capacidade de realizar cálculos proporcionais em Probabilidade tende a melhorar com a idade. No entanto, não existem evidências que apoiem a ideia de Piaget de que quase todos eventualmente se tornam capazes de raciocinar proporcionalmente em relação às probabilidades. É possível que muitas pessoas nunca alcancem essa habilidade de forma eficaz (Martignon; Krauss, 2009 *apud* Bryant; Nunes, 2012, p. 6, tradução livre), o que evidencia o papel do ensino intencional de conceitos probabilísticos tendo em vista o desenvolvimento de diferentes habilidades e demandas cognitivas.

Ainda, o pensamento correlacional depende, em grande parte, da capacidade das crianças de perceber que a forma de determinar se uma associação é aleatória ou não envolve a consideração da quantidade relativa de evidências confirmatórias e não confirmatórias. No entanto, é desafiador avaliar essa quantidade sem registros sistemáticos e sua devida quantificação. Quando as pessoas utilizam raciocínio intuitivo simples, muitas vezes caem no viés de confirmação, ou seja, tendem a prestar mais atenção às evidências que corroboram suas crenças do que às que as contradizem (Wason, 1968; Evans, 1989; Nickerson, 1998 *apud* Bryant; Nunes, 2012). Um exemplo dessa tendência é a crença de que um jogador pode ter uma sequência de vitórias em um cassino, como se o resultado da roleta estivesse ligado às escolhas do jogador, ou a noção de que jogadores de basquete podem estar em um ‘bom momento’, onde ter marcado em uma tentativa anterior aumentaria as chances de marcar novamente (Gilovich *et al.*, 1985 *apud* Bryant; Nunes, 2012). Profissionais que

atuam em contextos clínicos precisam estar especialmente atentos a esse viés de confirmação, já que lidam com amostras tendenciosas de indivíduos, e é complicado evitar esse viés sem conduzir uma pesquisa sistemática (Chapman; Chapman, 1967, 1975 *apud* Bryant; Nunes, 2012, p. 7, tradução livre).

Em síntese, as obras mencionadas oferecem uma base teórica robusta para a análise das questões de Probabilidade do ENEM, revelando as complexidades do raciocínio dos estudantes e as habilidades cognitivas exigidas. A partir dessas leituras, será possível fundamentar a análise das questões do ENEM, identificando tanto as demandas cognitivas atendidas quanto aquelas que precisam ser mais exploradas no ensino.

A análise das questões de Probabilidade do ENEM revela uma preocupação com a diversidade de habilidades cognitivas que os alunos devem desenvolver, tendo-se em vista que o ensino visa, inclusive, preparar estudantes para provas dessa natureza, proporcionando a possibilidade de prosseguir os estudos no Ensino Superior. Os procedimentos metodológicos adotados são explicitados na seção que segue.

5 METODOLOGIA

A presente pesquisa é de natureza qualitativa, com caráter exploratório e descritivo, voltada para a análise de questões de Probabilidade do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), à luz das demandas cognitivas propostas por Bryant e Nunes (2012). Como ressaltam Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa busca compreender fenômenos em profundidade, considerando seus contextos e significados. Assim, o foco aqui não está em quantificar as questões, mas em interpretá-las e compreendê-las criticamente a partir de categorias previamente estabelecidas.

A investigação também se classifica como uma pesquisa documental. De acordo com Gil (2010), a pesquisa documental baseia-se na análise de materiais que ainda não receberam tratamento analítico, como é o caso das provas do ENEM.

A metodologia foi estruturada em três etapas principais. A primeira etapa foi dedicada à seleção das questões de Probabilidade das provas do ENEM aplicadas entre 2020 e 2024, utilizando como fonte o banco de questões disponível no site do INEP, todas as provas utilizadas são as primeiras aplicações e os cadernos amarelos.

Na segunda etapa, realizou-se a análise qualitativa das questões selecionadas, à luz de três das quatro demandas cognitivas identificadas por Bryant e Nunes: compreensão da aleatoriedade, construção do espaço amostral, comparação e quantificação de probabilidades.

Por fim, a terceira etapa consistiu na interpretação dos dados à luz dos referenciais teóricos, com o objetivo de identificar lacunas, padrões e possibilidades de melhoria no ensino da Probabilidade na Educação Básica. Ao compreender como o ENEM aborda as competências probabilísticas, espera-se contribuir para a reflexão sobre as práticas pedagógicas e as políticas curriculares, especialmente no que se refere ao desenvolvimento de habilidades cognitivas mais complexas. Com a finalidade de facilitar a identificação e a organização das questões, a análise foi delimitada ao período de 2024 a 2025.

Esse recorte temporal é particularmente pertinente, pois as provas mais recentes refletem as tendências e os padrões avaliativos atuais do exame, estando

em maior sintonia com as diretrizes do Novo Ensino Médio e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Adicionalmente, a escolha desse período possibilita uma análise aprofundada e detalhada das questões, garantindo que a pesquisa se mantenha relevante para as práticas educativas contemporâneas e para a reflexão sobre o atual cenário de ensino e aprendizagem da Matemática.

Com a finalidade de facilitar a identificação e a organização das questões analisadas neste trabalho, adotou-se uma nomenclatura padronizada. Em vez de mencionar repetidamente a localização completa de cada questão — como o número, o ano da prova, o dia de aplicação, o caderno e a cor —, foram atribuídos códigos simplificados a cada uma, seguindo uma sequência alfabético-numérica.

Por exemplo, a questão número 141 do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) 2020, aplicada no segundo dia, caderno 5 (cor amarela), aplicação regular, foi nomeada como Q1. A questão 160 da mesma edição e prova foi denominada Q2, e assim sucessivamente, até a questão Q12, que corresponde à questão 161 do Enem 2024, segundo dia, caderno 5 (cor amarela), aplicação regular.

Com o intuito de garantir a clareza e a rastreabilidade das informações, foi elaborado um quadro contendo a correspondência entre os códigos adotados (Q1 a Q12) e os dados oficiais das provas. Essa sistematização visa evitar repetições desnecessárias e proporcionar uma leitura mais objetiva e fluída ao longo do texto.

Quadro 5 – Código das questões

Prova	Questões	Código das questões
Enem 2020 – 2º Dia – Caderno 5 – Amarelo – Aplicação Regular	141 – 160 – 163	Q1 – Q2 – Q3, respectivamente
Enem 2021 – 2º Dia – Caderno 5 – Amarelo – Aplicação Regular	177	Q4
Enem 2022 – 2º Dia – Caderno 5 – Amarelo – Aplicação Regular	152 – 162	Q5 – Q6, respectivamente
Enem 2023 – 2º Dia – Caderno 5 – Amarelo – Aplicação Regular	149 – 157 – 166	Q7 – Q8 – Q9, respectivamente

Enem 2024 – 2º Dia – Caderno 5 – Amarelo – Aplicação Regular	140 – 149 – 161	Q10 – Q11 – Q 12 respectivamente
---	-----------------	-------------------------------------

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Ao término da análise das questões de probabilidade do ENEM entre 2020 e 2024, elaborou-se um quadro síntese que apresenta a frequência com que cada uma das quatro demandas cognitivas propostas por Bryant e Nunes foi mobilizada nas questões estudadas. Esse quadro permite visualizar de forma objetiva quais habilidades cognitivas têm sido mais exigidas dos estudantes nas provas analisadas. A sistematização dos dados evidencia que as demandas relacionadas à compreensão da aleatoriedade, à construção do espaço amostral e à quantificação e comparação de probabilidades são amplamente contempladas, enquanto a demanda referente à correlação permanece ausente em todas as questões, o que será retomado nas considerações finais como um ponto crítico a ser refletido no ensino e na avaliação da Probabilidade na Educação Básica.

A análise e discussão dos resultados obtidos é apresentada na seção a seguir.

6 ANÁLISE DAS QUESTÕES

Na presente seção as questões de Probabilidade selecionadas das provas das últimas cinco edições do Exame Nacional do Ensino Médio são apresentadas e analisadas. A análise de cada questão contempla, ainda, a discussão da resolução esperada para evidenciar as demandas cognitivas da Probabilidade estão associadas ao processo necessário para se chegar à alternativa correta, pontuando a questão.

Figura 1 – Q1

Questão 141

Amigo secreto é uma brincadeira tradicional nas festas de fim de ano. Um grupo de amigos se reúne e cada um deles sorteia o nome da pessoa que irá presentear. No dia da troca de presentes, uma primeira pessoa presenteia seu amigo secreto. Em seguida, o presenteado revela seu amigo secreto e o presenteia. A brincadeira continua até que todos sejam presenteados, mesmo no caso em que o ciclo se fecha. Dez funcionários de uma empresa, entre eles um casal, participarão de um amigo secreto. A primeira pessoa a revelar será definida por sorteio.

Qual é a probabilidade de que a primeira pessoa a revelar o seu amigo secreto e a última presenteada sejam as duas pessoas do casal?

- A $\frac{1}{5}$
- B $\frac{1}{45}$
- C $\frac{1}{50}$
- D $\frac{1}{90}$
- E $\frac{1}{100}$

Fonte:

https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2020_PV_impresso_D2_CD6.pdf

Acesso em: 15 de jul. 2025.

A primeira questão analisada neste trabalho, por coincidência, foi a única anulada entre as 12 selecionadas. Apesar da anulação, é possível inferir a intenção da banca e, a partir disso, justificar sua classificação segundo as demandas cognitivas 1, 2 e 3.

Inicialmente, propõe-se a resolução da maneira que parece ter sido esperada pela banca. A situação apresenta um grupo de dez pessoas, sendo um casal específico — que chamaremos de A e B — e mais oito participantes. A pergunta trata da probabilidade de que o sorteio do amigo secreto inicie com uma das pessoas do

casal e termine com a outra.

Vamos considerar o caso em que o sorteio começa com A e termina com B. Como o sorteio envolve uma sequência de revelações, em que cada pessoa indica outra sem repetições, tem-se:

A probabilidade de a primeira pessoa sorteada ser A é de $\frac{1}{10}$.

Em seguida, escolhem-se as oito pessoas restantes (excluindo A e B) para ocupar as posições intermediárias, o que pode ocorrer de 8! formas;

Por fim, B será a última da sequência, completando a cadeia. O número de sequências favoráveis é, portanto:

$$\frac{1}{10} \times \frac{8!}{9!} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{90}$$

Como também é possível o caso simétrico — início com B e término com A — dobramos esse valor:

$$2 \times \frac{1}{90} = \frac{2}{90} = \frac{1}{45}$$

Gabarito preliminar: alternativa B.

Assim, a probabilidade seria de $\frac{1}{45}$, de acordo com essa interpretação.

A resolução detalhada da questão demonstra que, embora o problema seja categorizado como de Probabilidade, a sua solução depende de maneira crucial da Análise Combinatória. A quantificação do espaço amostral e dos casos favoráveis, etapas essenciais para se chegar ao resultado final, exige o uso de conceitos como permutação. O cálculo do total de sequências possíveis para o sorteio, bem como o número de arranjos para as posições intermediárias, são determinados por meio de fatoriais (10!, 9!, 8!), o que evidencia a forte integração entre essas duas áreas da Matemática. Dessa forma, a questão ilustra como o raciocínio probabilístico, exigido pela terceira demanda cognitiva, não pode ser dissociado do pensamento combinatório, que atua como ferramenta indispensável para a correta construção e quantificação dos eventos, elemento central da segunda demanda. Esse tipo de questão sublinha a natureza interdisciplinar da matemática no ENEM, onde a

competência de articular diferentes conceitos é fundamental para a resolução de problemas complexos.

Na análise da demanda cognitiva, observa-se que a questão mobiliza às três primeiras. A primeira manifesta-se na compreensão da aleatoriedade presente na situação, aspecto recorrente em questões de probabilidade aplicadas no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). A segunda revela-se na necessidade de construção do espaço amostral a partir da estrutura apresentada, o que exige a organização dos possíveis casos em que o sorteio se inicia com um dos integrantes do casal e termina com o outro. Por fim, a terceira categoria é mobilizada no momento em que se solicita a quantificação da probabilidade, o que requer o cálculo da razão entre os casos favoráveis e o total de possibilidades. Ainda que o foco principal da questão esteja na elaboração do espaço amostral, a necessidade de quantificar evidencia a presença das três demandas cognitivas.

Contudo, embora a resolução acima considere uma interpretação plausível da intenção da banca, é fundamental compreender as razões que levaram à anulação da questão. Ao tratar do 'amigo secreto', a própria descrição do enunciado aponta para uma estrutura cíclica: cada pessoa revela o nome de outra até que todos tenham participado, ainda que o ciclo se feche prematuramente. Isso indica que o sorteio pode gerar ciclos parciais, ou seja, cadeias fechadas que não incluem todos os participantes, exigindo o reinício da dinâmica até que todos sejam contemplados.

Segundo o enunciado, o sorteio é realizado de modo que cada participante presenteia outro, revelando seu amigo secreto, até que todos sejam presenteados. Entretanto, a questão não esclarece se é possível que se formem ciclos internos antes que todos sejam contemplados. Em outras palavras, não é especificado se o sorteio pode resultar em pequenos ciclos fechados dentro do grupo, como, por exemplo, a situação em que três pessoas sorteiam entre si, formando um ciclo fechado que não inclui os demais participantes.

Essa ambiguidade gera incertezas sobre o comportamento da dinâmica estabelecida. Caso os ciclos fechados fossem permitidos, seria possível que o primeiro participante sorteado não estivesse necessariamente ligado diretamente à última pessoa a ser presenteada, contrariando a suposição da questão. Além disso, o problema também não determina explicitamente que a brincadeira prossegue até que

todos sejam apresentados em um único ciclo, o que seria necessário para que o enunciado tivesse uma interpretação única e objetiva, levando à resolução apresentada anteriormente.

Em problemas de Probabilidade envolvendo permutações ou ciclos em grupos, como neste caso, a consideração sobre ciclos fechados é fundamental para o correto desenvolvimento da solução. A inexistência dessa informação compromete a modelagem matemática necessária para o cálculo da probabilidade solicitada.

Por fim, para atender aos critérios de uma questão objetiva de concurso, seria imprescindível que o enunciado esclarecesse que o sorteio resultaria em um único ciclo fechado envolvendo todos os participantes ou se haveria a possibilidade de surgirem ciclos menores dentro do grupo total.

Assim, conclui-se que a questão, como apresentada, não fornece elementos suficientes para que se chegue a uma resposta inequívoca e, portanto, não pode ser resolvida corretamente dentro dos padrões esperados de um exame como o ENEM.

Figura 2 – Q2

Questão 160 

Suponha que uma equipe de corrida de automóveis disponha de cinco tipos de pneu (I, II, III, IV, V), em que o fator de eficiência climática EC (índice que fornece o comportamento do pneu em uso, dependendo do clima) é apresentado:

- EC do pneu I: com chuva 6, sem chuva 3;
- EC do pneu II: com chuva 7, sem chuva -4;
- EC do pneu III: com chuva -2, sem chuva 10;
- EC do pneu IV: com chuva 2, sem chuva 8;
- EC do pneu V: com chuva -6, sem chuva 7.

O coeficiente de rendimento climático (CRC) de um pneu é calculado como a soma dos produtos dos fatores de EC, com ou sem chuva, pelas correspondentes probabilidades de se ter tais condições climáticas: ele é utilizado para determinar qual pneu deve ser selecionado para uma dada corrida, escolhendo-se o pneu que apresentar o maior CRC naquele dia. No dia de certa corrida, a probabilidade de chover era de 70% e o chefe da equipe calculou o CRC de cada um dos cinco tipos de pneu.

O pneu escolhido foi

☐ A I.

☐ B II.

☐ C III.

☐ D IV.

☐ E V.

Fonte:

https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2020_PV_impresso_D2_CD6.pdf

Acesso em: 15 de jul. 2025.

Para resolver a questão, é necessário calcular o Coeficiente de Rendimento

Climático (CRC) de cada um dos cinco pneus apresentados, com base na probabilidade de chover no dia da corrida, que era de 70%, e na probabilidade de não chover, que era de 30%. O CRC é obtido ao se multiplicar o fator de eficiência climática com chuva pela probabilidade de chover e somar esse resultado ao produto do fator de eficiência sem chuva pela probabilidade de não chover. No caso do pneu I, o CRC resulta da multiplicação do valor seis por 70%, somado ao valor três multiplicado por 30%, obtendo-se um total de 5,1. Para o pneu II, multiplica-se o valor sete por 70% e soma-se ao produto de menos quatro por 30%, totalizando 3,7. O pneu III apresenta um CRC de 1,6, obtido a partir da soma de menos dois vezes 70% com 10 vezes 30%. O pneu IV resulta em 3,8, sendo duas vezes 70% somado a oito vezes 30%. Já o pneu V tem um CRC de menos 2,1, pois o valor negativo de seis é multiplicado por 70% e somado ao valor sete multiplicado por 30%. Após todos os cálculos, observa-se que o pneu I é o que apresenta o maior valor de CRC, sendo, portanto, o mais adequado para a corrida em questão.

Gabarito: alternativa A.

A resolução desta questão demonstra a aplicação prática do conceito de média ponderada, que é central para a tomada de decisão em situações de incerteza. O Coeficiente de Rendimento Climático (CRC) de cada pneu não é simplesmente a sua performance em um cenário isolado, mas sim uma média que considera a probabilidade de cada evento (chover ou não chover) como um peso. Ao atribuir um peso de 70% à eficiência com chuva e 30% à eficiência sem chuva, a questão exige que o estudante calcule um valor único que represente o desempenho esperado do pneu. Dessa forma, a média ponderada se revela como a ferramenta matemática ideal para sintetizar as informações, permitindo que se compare os pneus de forma justa e racional para identificar a melhor opção, uma vez que considera a probabilidade real de cada condição climática.

Na resolução dessa questão, embora não esteja explicitamente previsto na BNCC, surge um conceito fundamental da probabilidade: a esperança matemática. Esse conteúdo, que trata do valor esperado de uma variável aleatória, aparece de forma implícita quando o estudante precisa calcular o Coeficiente de Rendimento Climático (CRC) como uma média ponderada dos desempenhos dos pneus em diferentes condições climáticas. Aqui, as probabilidades atribuídas a cada evento —

chover ou não chover — funcionam como pesos que refletem a frequência esperada de cada cenário, caracterizando exatamente o cálculo da esperança matemática. Assim, o estudante utiliza uma noção probabilística avançada, que ultrapassa o ensino básico da probabilidade na BNCC, demonstrando a importância de incluir esse tipo de abordagem para uma compreensão mais completa e aplicada da probabilidade no ensino básico.

A questão envolve as demandas cognitivas 1, 2 e 3. A primeira é a compreensão da aleatoriedade, visto que o aluno precisa considerar que o clima é uma variável incerta e que as decisões devem ser tomadas com base em probabilidades. A segunda é a determinação do espaço amostral, pois é necessário reconhecer que existem duas possibilidades distintas de condição climática — chover ou não chover — e que ambas devem ser consideradas no cálculo. A terceira, e de grande destaque nesta questão, é a comparação e quantificação de probabilidades. Isso se evidencia no fato de que o aluno deve não apenas operar com as probabilidades dadas, realizando multiplicações e somas envolvendo números decimais, mas também comparar os valores finais obtidos para os cinco pneus, a fim de identificar qual deles apresenta o maior coeficiente. Essa etapa exige raciocínio proporcional e capacidade de comparação quantitativa entre diferentes cenários possíveis, caracterizando claramente a presença dessa demanda cognitiva.

Figura 3 – Q3

Questão 163

O Estatuto do Idoso, no Brasil, prevê certos direitos às pessoas com idade avançada, concedendo a estas, entre outros benefícios, a restituição de imposto de renda antes dos demais contribuintes. A tabela informa os nomes e as idades de 12 idosos que aguardam suas restituições de imposto de renda. Considere que, entre os idosos, a restituição seja concedida em ordem decrescente de idade e que, em subgrupos de pessoas com a mesma idade, a ordem seja decidida por sorteio.

Nome	Idade (em ano)
Orlando	89
Gustavo	86
Luana	86
Teresa	85
Márcia	84
Roberto	82
Heloísa	75
Marisa	75
Pedro	75
João	75
Antônio	72
Fernanda	70

Nessas condições, a probabilidade de João ser a sétima pessoa do grupo a receber sua restituição é igual a

- ☐ A $\frac{1}{12}$
- ☐ B $\frac{7}{12}$
- ☐ C $\frac{1}{8}$
- ☐ D $\frac{5}{6}$
- ☐ E $\frac{1}{4}$

Fonte:

https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2020_PV_impresso_D2_CD6.pdf

Acesso em: 15 de jul. 2025.

A tabela apresentada no enunciado indica que João pertence a um grupo com outras três pessoas com a mesma idade (75 anos): Heloísa, Marisa e Pedro. Até esse grupo, já foram listados seis idosos mais velhos do que João: Orlando, Gustavo, Luana, Teresa, Márcia e Roberto. Portanto, os integrantes do grupo de João ocuparão da sétima até a décima posição no recebimento da restituição.

Como a ordem entre os quatro idosos de 75 anos será definida por sorteio, cada um possui probabilidade igual de ocupar qualquer uma das posições entre a 7ª e a 10ª. Assim, a probabilidade de João ser o sétimo a receber é:

$$P = \frac{1}{4}$$

Gabarito: Letra E.

Essa questão exige a ativação das demandas cognitivas 1, 2 e 3. A demanda 1, relacionada à compreensão da aleatoriedade, está presente na necessidade de interpretar corretamente que, dentro do grupo com idades iguais, a ordem de restituição é definida por sorteio. A demanda 2 manifesta-se na construção do espaço amostral, ao reconhecer que João disputa com outras três pessoas, formando um total de quatro posições possíveis, das quais apenas uma o coloca como o sétimo a receber. Por fim, a demanda 3 é mobilizada no momento em que o estudante precisa calcular a probabilidade solicitada na questão, o que implica determinar a razão entre o número de casos favoráveis e o total de possibilidades.

Figura 4 – Q4

Questão 177 enem2021

O organizador de uma competição de lançamento de dardos pretende tornar o campeonato mais competitivo. Pelas regras atuais da competição, numa rodada, o jogador lança 3 dardos e pontua caso acerte pelo menos um deles no alvo. O organizador considera que, em média, os jogadores têm, em cada lançamento, $\frac{1}{2}$ de probabilidade de acertar um dardo no alvo.

A fim de tornar o jogo mais atrativo, planeja modificar as regras de modo que a probabilidade de um jogador pontuar em uma rodada seja igual ou superior a $\frac{9}{10}$. Para isso, decide aumentar a quantidade de dardos a serem lançados em cada rodada.

Com base nos valores considerados pelo organizador da competição, a quantidade mínima de dardos que devem ser disponibilizados em uma rodada para tornar o jogo mais atrativo é

- ☒ A 2.
- ☐ B 4.
- ☐ C 6.
- ☐ D 9.
- ☐ E 10.

Fonte:

https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2021_PV_impresso_D2_CD5.pdf

Acesso em: 15 de jul. 2025.

Seja 'n' o número de dardos lançados. A probabilidade de errar todos os lançamentos é dada por $\left(\frac{1}{2}\right)^n$. Logo, a probabilidade de acertar pelo menos um dardo é $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

Deseja-se que essa probabilidade seja maior ou igual a $\frac{9}{10}$. Assim, temos a seguinte desigualdade:

$$1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \geq \frac{9}{10}$$

Isolando a potência:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^n \leq \frac{1}{10}$$

Agora, testam-se valores de "n" até encontrar o menor valor que satisfaça essa condição:

$$\text{Para } n = 1: \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2} \rightarrow \text{maior que } \frac{1}{10}$$

$$\text{Para } n = 2: \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \rightarrow \text{ainda maior que } \frac{1}{10}$$

$$\text{Para } n = 3: \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} \approx 0,125 \rightarrow \text{ainda maior que } \frac{1}{10}$$

$$\text{Para } n = 4: \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} = 0,0625 \rightarrow \text{menor que } \frac{1}{10}$$

Logo, o valor mínimo de dardos que satisfaz a condição é $n = 4$.

Gabarito: alternativa B.

A resolução desta questão ilustra de forma clara a interconexão entre diferentes áreas da Matemática. Embora o problema seja de Probabilidade, sua solução depende de maneira fundamental do conhecimento e da aplicação de inequações. O raciocínio probabilístico é essencialmente mobilizado na etapa inicial, ao se traduzir a condição de “acertar pelo menos um dardo” para a forma de um evento complementar, gerando a desigualdade $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \geq \frac{9}{10}$. A partir desse ponto, o

desafio da questão não reside mais no cálculo de probabilidades, mas sim na resolução de uma inequação exponencial. A busca pelo valor mínimo de n que satisfaça a condição é, portanto, um processo puramente algébrico, no qual o estudante deve testar valores para encontrar o menor número inteiro que torne a desigualdade verdadeira. Isso reforça a característica do ENEM de exigir dos candidatos não apenas o domínio de conceitos isolados, mas a capacidade de integrar saberes matemáticos para resolver problemas de forma completa.

Essa questão envolve as demandas cognitivas 1 e 2. A demanda 1 é ativada na compreensão da incerteza e da aleatoriedade envolvida em cada lançamento de dardo. Já a demanda 2 se refere à construção do espaço amostral e à manipulação da estrutura probabilística da situação apresentada, por meio do uso de potências e complementaridade de eventos.

Figura 5 – Q5

QUESTÃO 152

A *World Series* é a decisão do campeonato norte-americano de beisebol. Os dois times que chegam a essa fase jogam, entre si, até sete partidas. O primeiro desses times que completar quatro vitórias é declarado campeão.

Considere que, em todas as partidas, a probabilidade de qualquer um dos dois times vencer é sempre $\frac{1}{2}$.

Qual é a probabilidade de o time campeão ser aquele que venceu a primeira partida da *World Series*?

☐ A $\frac{35}{64}$
☐ B $\frac{40}{64}$
☐ C $\frac{42}{64}$
☐ D $\frac{44}{64}$
☐ E $\frac{52}{64}$

Fonte:

https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2022_PV_impresso_D2_CD5.pdf

Acesso em: 15 de jul. 2025.

Seja o time que venceu a primeira partida o Time A. Com isso, ele já parte da segunda partida com uma vitória garantida. Como são necessárias quatro vitórias para conquistar o título, o Time A agora precisa vencer apenas mais 3 partidas.

O Time B, por sua vez, ainda precisa vencer 4 partidas completas, pois perdeu a primeira.

A pergunta é: qual é a probabilidade de o Time A chegar às 4 vitórias antes do Time B, levando em consideração que ele já venceu a primeira?

Esse é um problema clássico de probabilidade com processo de parada: a série termina assim que um time chega à quarta vitória, não necessariamente ao final de sete partidas. Por isso, não basta contar todas as combinações possíveis de 7 partidas: é necessário considerar apenas as sequências válidas, em que um dos times

chega a 4 vitórias primeiro.

Vamos fazer isso listando todos os possíveis caminhos de vitória para o Time A, a partir da segunda partida (ou seja, partindo da condição de que ele já venceu a primeira).

Passo 1: Listar todas as possibilidades em que o Time A vence a série.

Time A já tem 1 vitória, precisa de mais 3. Vamos calcular a quantidade de maneiras distintas de ele vencer a série com exatamente 3, 4, 5 ou 6 partidas jogadas (contando a partir da segunda), ou seja, a série terminaria na 4ª, 5ª, 6ª ou 7ª partida, respectivamente.

Caso 1 - Time A vence as próximas 3 seguidas Ou seja, vence por 4 a 0.

Só existe 1 sequência possível: A A A.

Como ele já venceu a primeira, basta vencer mais três em sequência.

$$\text{Probabilidade: } \binom{1}{2}^3 = \frac{1}{8}$$

Quantidade de caminhos: 1 Caso 2 - Time A vence 4 a 1

Ou seja, nas próximas 4 partidas, o Time A vence 3 e o Time B vence 1, com A vencendo a última.

Número de formas de organizar 3 vitórias de A e 1 de B nos primeiros 4 jogos (sem contar a primeira que ele já venceu):

Escolher 2 vitórias de A entre as 3 primeiras partidas (pois a última precisa ser de A):

→ Combinação de 3 posições para 2 vitórias de A: $C_{3,2} = 3$

$$\rightarrow \text{Probabilidade: } \binom{1}{2}^4 = \frac{1}{16}$$

$$\rightarrow \text{Caminhos: } 3 \times \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$$

Caso 3 - Time A vence 4 a 2

Nas próximas 5 partidas: Time A precisa vencer 3, Time B vence 2, com a

última vitória sendo de A.

Escolher 2 vitórias de A nas primeiras 4 partidas (a última é vitória de A):

$$C_{4,2} = 6$$

$$\rightarrow \text{Probabilidade: } \binom{1}{2}^5 = \frac{1}{32}$$

$$\rightarrow \text{Caminhos: } 6 \times \frac{1}{32} = \frac{6}{32}$$

Caso 4 - Time A vence 4 a 3

Ou seja, a série vai até a 7ª partida. A precisa de mais 3 vitórias nas 6 próximas, e B pode vencer 3. A última vitória deve ser de A.

→ Escolher 2 vitórias de A nas primeiras 6 partidas (a última é de A):

$$C_{5,2} = 10$$

$$\rightarrow \text{Probabilidade: } \binom{1}{2}^6 = \frac{1}{64}$$

$$\rightarrow \text{Caminhos: } 10 \times \frac{1}{64} = \frac{10}{64}$$

Passo 2: Somar as probabilidades favoráveis

Somando os casos em que o Time A sai vencedor:

$$\text{Caso 1: } \frac{1}{8} = \frac{8}{64}$$

$$\text{Caso 2: } \frac{3}{16} = \frac{12}{64}$$

$$\text{Caso 3: } \frac{6}{32} = \frac{12}{64}$$

$$\text{Caso 4: } \frac{10}{64}$$

$$\text{Total: } \frac{8}{64} + \frac{12}{64} + \frac{12}{64} + \frac{10}{64} = \frac{42}{64}$$

A probabilidade de que o time que venceu a primeira partida também vença a série é $\frac{42}{64}$, ou seja:

Gabarito: alternativa C.

A resolução desta questão demonstra de forma clara a interdependência entre a Probabilidade e a Análise Combinatória. Para calcular a probabilidade de o Time A vencer a série, a etapa mais crítica não é a aplicação direta de uma fórmula de probabilidade, mas sim a enumeração e a contagem de todos os possíveis caminhos de vitória. O uso de combinações ($C_{n,p}$) é o que permite identificar, de maneira sistemática, o número de sequências de jogos que levam ao triunfo do Time A, considerando as vitórias do Time B. Sem essa contagem precisa dos casos favoráveis, a probabilidade não poderia ser quantificada corretamente. A questão, portanto, sublinha que o domínio do cálculo de arranjos e combinações é uma habilidade fundamental para a resolução de problemas de probabilidade complexos, nos quais o espaço amostral não é trivial e exige um pensamento combinatório para ser construído de forma organizada e completa.

Esta questão mobiliza as demandas cognitivas de níveis 1, 2 e 3. A demanda 1 é acionada pela necessidade de compreensão do comportamento aleatório das partidas e da noção de incerteza envolvida em cada confronto. A demanda 2 se expressa no momento em que o estudante precisa organizar o espaço amostral

condicionado e calcular probabilidades compostas, considerando os diferentes cenários possíveis de término da série. Por fim, a demanda 3 é ativada quando se exige a quantificação da probabilidade final, por meio do cálculo da razão entre os casos favoráveis e o total de possibilidades. Trata-se de uma construção combinatória que demanda raciocínio lógico, domínio da estrutura probabilística e competência para efetuar a quantificação requerida.

Figura 6 – Q6

QUESTÃO 162

Em um jogo de bingo, as cartelas contêm 16 quadriculas dispostas em linhas e colunas. Cada quadricula tem impresso um número, dentre os inteiros de 1 a 50, sem repetição de número. Na primeira rodada, um número é sorteado, aleatoriamente, dentre os 50 possíveis. Em todas as rodadas, o número sorteado é descartado e não participa dos sorteios das rodadas seguintes. Caso o jogador tenha em sua cartela o número sorteado, ele o assinala na cartela. Ganha o jogador que primeiro conseguir preencher quatro quadriculas que formam uma linha, uma coluna ou uma diagonal, conforme os tipos de situações ilustradas na Figura 1.



Figura 1

O jogo inicia e, nas quatro primeiras rodadas, foram sorteados os seguintes números: 03, 27, 07 e 48. Ao final da quarta rodada, somente Pedro possuía uma cartela que continha esses quatro números sorteados, sendo que todos os demais jogadores conseguiram assinalar, no máximo, um desses números em suas cartelas. Observe na Figura 2 o cartão de Pedro após as quatro primeiras rodadas.

03	48	12	27
49	11	22	05
29	50	19	45
33	23	38	07

Figura 2

A probabilidade de Pedro ganhar o jogo em uma das duas próximas rodadas é

- A** $\frac{1}{46} + \frac{1}{45}$
- B** $\frac{1}{46} + \frac{2}{46 \times 45}$
- C** $\frac{1}{46} + \frac{8}{46 \times 45}$
- D** $\frac{1}{46} + \frac{43}{46 \times 45}$
- E** $\frac{1}{46} + \frac{49}{46 \times 45}$

Fonte:

https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2022_PV_impresso_D2_CD5.pdf

Acesso em: 15 de jul. 2025.

A resolução da questão começa com a análise do cartão de Pedro após as quatro primeiras rodadas, em que os números sorteados foram 03, 27, 07 e 48. O objetivo é calcular a probabilidade de ele vencer o jogo em uma das duas próximas rodadas, ou seja, na quinta ou na sexta rodada.

Probabilidade de vencer na 5ª rodada:

O primeiro passo é identificar as combinações de números que, caso sejam sorteadas, resultariam em uma vitória. Após as quatro rodadas, a única linha, coluna ou diagonal que está a um único número de ser completada é a primeira linha (03, 48, 12, 27). Como os números 03, 48 e 27 já foram sorteados, Pedro só precisa do número 12 para vencer.

O sorteio inicial contava com 50 números, mas 4 já foram retirados. Portanto, restam 46 números na urna. A probabilidade de o número 12 ser sorteado na quinta rodada é de 1 em 46.

Probabilidade de vencer na 6ª rodada:

Para que Pedro vença na sexta rodada, duas condições devem ser atendidas:

Ele não deve vencer na quinta rodada. Isso significa que o número 12 não foi sorteado. A probabilidade de isso acontecer é de $\frac{45}{46}$ (já que 45 números, dos 46 restantes, não são o 12).

Na sexta rodada, deve ser sorteado um número que complete uma de suas combinações de vitória. Para isso, o número sorteado na quinta rodada, que não foi o 12, deve ter deixado outra linha, coluna ou diagonal com apenas um número restante.

Analisando o cartão, observa-se que, além do 12, há outros quatro números que, se sorteados na quinta rodada, deixariam Pedro a uma única marcação de vencer:

Se o 05 ou o 45 for sorteado na 5ª rodada, a quarta coluna (27, 05, 45, 07) ficará a uma marcação de ser completada.

Se o 11 ou o 19 for sorteado na 5ª rodada, a diagonal principal (03, 11, 19, 07) ficará a uma marcação de ser completada.

A probabilidade de um desses quatro números (05, 45, 11, 19) ser sorteado na 5ª rodada é de $\frac{4}{46}$. Se um deles for sorteado, restarão 45 números na urna. A probabilidade de o número correspondente (o que completa a linha) ser sorteado na 6ª rodada é de $\frac{1}{45}$.

Portanto, a probabilidade de vencer na 6ª rodada é o produto dessas probabilidades: $\frac{4}{46} \times \frac{1}{45} = \frac{4}{46 \times 45}$.

Cálculo da probabilidade total:

A probabilidade de Pedro vencer em uma das duas próximas rodadas é a soma da probabilidade de vencer na 5ª rodada com a probabilidade de vencer na 6ª rodada.

Probabilidade Total = P(vencer na 5ª) + P(vencer na 6ª)

$$\text{Probabilidade Total} = \frac{1}{46} + \frac{4}{46 \times 45}.$$

Para simplificar a expressão:

$$\frac{1 \times 45}{46 \times 45} + \frac{4}{46 \times 45} = \frac{45 + 4}{46 \times 45} = \frac{49}{46 \times 45}$$

A expressão final corresponde à alternativa E, que está escrita de forma similar: $\frac{1}{46} + \frac{49}{46 \times 45}$.

Gabarito: Letra E.

Esta questão envolve as demandas cognitivas de níveis 1, 2 e 3. A demanda 1 manifesta-se na compreensão do contexto de aleatoriedade e do funcionamento do jogo de bingo. A demanda 2 expressa-se na construção do espaço amostral e na análise das probabilidades condicionais envolvidas. O estudante precisa reconhecer eventos compostos e calcular probabilidades sequenciais com base em eventos dependentes, o que exige uma abordagem combinatória e um raciocínio lógico apurado. Por fim, a demanda 3 é mobilizada quando se solicita a quantificação da probabilidade final, requerendo o cálculo da razão entre os casos favoráveis e o total de possibilidades.

Figura 7 – Q7**QUESTÃO 149**

No alojamento de uma universidade, há alguns quartos com o padrão superior ao dos demais. Um desses quartos ficou disponível, e muitos estudantes se candidataram para morar no local. Para escolher quem ficará com o quarto, um sorteio será realizado. Para esse sorteio, cartões individuais com os nomes de todos os estudantes inscritos serão depositados em uma urna, sendo que, para cada estudante de primeiro ano, será depositado um único cartão com seu nome; para cada estudante de segundo ano, dois cartões com seu nome; e, para cada estudante de terceiro ano, três cartões com seu nome. Foram inscritos 200 estudantes de primeiro ano, 150 de segundo ano e 100 de terceiro ano. Todos os cartões têm a mesma probabilidade de serem sorteados.

Qual a probabilidade de o vencedor do sorteio ser um estudante de terceiro ano?

- A $\frac{1}{2}$
- B $\frac{1}{3}$
- C $\frac{1}{8}$
- D $\frac{2}{9}$
- E $\frac{3}{8}$

Fonte:

https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2023_PV_impresso_D2_CD5.pdf

Acesso em: 15 de jul. 2025.

Para resolver o problema proposto, é necessário calcular o total de cartões que foram colocados na urna. Cada série possui um número diferente de estudantes e de cartões por estudante.

No primeiro ano, participam 200 estudantes, e cada um possui 1 cartão. Portanto, o total de cartões do primeiro ano é: $200 \text{ estudantes} \times 1 \text{ cartão} = 200$ cartões.

No segundo ano, são 150 estudantes, sendo que cada um possui 2 cartões. Assim, o total de cartões do segundo ano é:

$$150 \text{ estudantes} \times 2 \text{ cartões} = 300 \text{ cartões.}$$

No terceiro ano, há 100 estudantes, e cada um possui 3 cartões. Logo, o total de cartões do terceiro ano é:

$$100 \text{ estudantes} \times 3 \text{ cartões} = 300 \text{ cartões.}$$

Somando todas essas quantidades, obtém-se o número total de cartões na

urna:

$$200 + 300 + 300 = 800 \text{ cartões.}$$

A probabilidade de o estudante sorteado ser do terceiro ano corresponde à razão entre o número de cartões que representam o terceiro ano e o número total de cartões na urna. Sendo assim:

$$P(\text{terceiro ano}) = \frac{300}{800}$$

Simplificando essa fração, temos: $300 \div 100 = 3$ e $800 \div 100 = 8$, então:

$$P(\text{terceiro ano}) = \frac{3}{8}$$

Gabarito: Alternativa E.

A resolução dessa questão envolve as demandas cognitivas de níveis 1, 2 e 3. A demanda 1 é ativada quando o estudante compreende que, apesar de cada aluno possuir uma quantidade diferente de cartões, todos os cartões têm igual chance de serem sorteados, o que requer entendimento do caráter aleatório do processo. A demanda 2 manifesta-se na necessidade de calcular o espaço amostral total e identificar corretamente os casos favoráveis, realizando operações que envolvem contagem e proporção com base na estrutura do problema, caracterizando a habilidade de construção e uso do espaço amostral. Por fim, a demanda 3 é mobilizada ao se exigir a quantificação da probabilidade, por meio do cálculo da razão entre os casos favoráveis e o total de possibilidades.

Figura 8 – Q8

QUESTÃO 157

Ao realizar o cadastro em um aplicativo de investimentos, foi solicitado ao usuário que criasse uma senha, sendo permitido o uso somente dos seguintes caracteres:

- algarismos de 0 a 9;
- 26 letras minúsculas do alfabeto;
- 26 letras maiúsculas do alfabeto;
- 6 caracteres especiais !, @, #, \$, *, &.

Três tipos de estruturas para senha foram apresentadas ao usuário:

- tipo I: formada por quaisquer quatro caracteres distintos, escolhidos dentre os permitidos;
- tipo II: formada por cinco caracteres distintos, iniciando por três letras, seguidas por um algarismo e, ao final, um caractere especial;
- tipo III: formada por seis caracteres distintos, iniciando por duas letras, seguidas por dois algarismos e, ao final, dois caracteres especiais.

Considere p_1 , p_2 e p_3 as probabilidades de se descobrirem ao acaso, na primeira tentativa, as senhas dos tipos I, II e III, respectivamente.

Nessas condições, o tipo de senha que apresenta a menor probabilidade de ser descoberta ao acaso, na primeira tentativa, é o

- A** tipo I, pois $p_1 < p_2 < p_3$.
- B** tipo I, pois tem menor quantidade de caracteres.
- C** tipo II, pois tem maior quantidade de letras.
- D** tipo III, pois $p_3 < p_2 < p_1$.
- E** tipo III, pois tem maior quantidade de caracteres.

Fonte:

https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2023_PV_impresso_D2_CD5.pdf

Acesso em: 15 de jul. 2025.

A questão trata da probabilidade de acerto ao acaso, na primeira tentativa, de diferentes tipos de senha em um aplicativo de investimentos. As senhas podem ser formadas por 68 caracteres distintos, incluindo 10 algarismos, 26 letras minúsculas, 26 letras maiúsculas e 6 caracteres especiais. Três tipos de estruturas de senha são apresentados: o tipo I, composto por quatro caracteres distintos escolhidos livremente entre os 68 disponíveis; o tipo II, composto por cinco caracteres distintos, sendo os três primeiros letras (maiúsculas ou minúsculas), seguidos de um número e um caractere especial; e o tipo III, com seis caracteres distintos, sendo os dois primeiros letras, os dois seguintes algarismos e os dois últimos caracteres especiais.

Para o tipo I, todos os quatro caracteres são escolhidos entre os 68 disponíveis, sem repetição. Assim, o total de possibilidades é dado por $68 \times 67 \times 66 \times 65$, o que resulta em $4.556 \times 66 = 300.696$ e, em seguida, $300.696 \times 65 = 19.545.240$ senhas possíveis.

Para o tipo II, os três primeiros caracteres são letras. Como há 52 letras (26 minúsculas e 26 maiúsculas), e como não pode haver repetição, temos 52 opções para o primeiro caractere, 51 para o segundo e 50 para o terceiro. Isso gera $52 \times 51 \times 50 = 132.600$ combinações de letras. Como os três primeiros caracteres são letras, os números ainda estão todos disponíveis, portanto há 10 opções para o quarto caractere e 6 opções para o quinto, que deve ser um caractere especial. Multiplicando todas essas quantidades, obtém-se $132.600 \times 10 = 1.326.000$ e, finalmente, $1.326.000 \times 6 = 7.956.000$ senhas possíveis no tipo II.

No tipo III, os dois primeiros caracteres são letras, então há 52 opções para o primeiro e 51 para o segundo, resultando em $52 \times 51 = 2.652$ combinações de letras. Para os dois algarismos seguintes, há 10 opções para o primeiro e 9 para o segundo, totalizando $10 \times 9 = 90$. Para os dois caracteres especiais finais, há 6 opções para o primeiro e 5 para o segundo, resultando em $6 \times 5 = 30$. Multiplicando esses três resultados, obtém-se $2.652 \times 90 = 238.680$ e, em seguida, $238.680 \times 30 = 7.160.400$ senhas possíveis no tipo III.

Após os cálculos, é possível comparar os números totais de senhas possíveis em cada tipo. O tipo I apresenta 19.545.240 combinações, o tipo II apresenta 7.956.000, e o tipo III apresenta 7.160.400. Como a probabilidade de acertar uma senha ao acaso é o inverso do número de possibilidades, ou seja, um dividido pelo total de senhas possíveis, conclui-se que a menor probabilidade de acerto está associada ao tipo I, já que é esse que possui o maior número de combinações possíveis. Portanto, a ordem correta das probabilidades é p_1 menor que p_2 , que por sua vez é menor que p_3 , ou seja, $p_1 < p_2 < p_3$.

Garabito: Alternativa A.

Essa questão envolve três demandas cognitivas segundo a proposta de Bryant e Nunes. A primeira é a compreensão da aleatoriedade, já que o aluno precisa entender que o acerto de uma senha ao acaso depende de variáveis não controláveis. A segunda demanda refere-se à determinação do espaço amostral, pois o aluno deve identificar corretamente todas as possibilidades de combinação para cada tipo de senha, respeitando suas estruturas e restrições. A terceira demanda, e mais evidente nesse contexto, diz respeito à comparação e quantificação de probabilidades, já que

é necessário calcular o número total de possibilidades em cada estrutura, compará-las e, com base nisso, determinar qual senha tem a menor probabilidade de ser descoberta. Essa análise envolve raciocínio proporcional e tomada de decisão baseada em quantidades numéricas.

Figura 9 – Q9

QUESTÃO 166

Visando atrair mais clientes, o gerente de uma loja anunciou uma promoção em que cada cliente que realizar uma compra pode ganhar um voucher para ser usado em sua próxima compra. Para ganhar seu voucher, o cliente precisa retirar, ao acaso, uma bolinha de dentro de cada uma das duas urnas A e B disponibilizadas pelo gerente, nas quais há apenas bolinhas pretas e brancas. Atualmente, a probabilidade de se escolher, ao acaso, uma bolinha preta na urna A é igual a 20% e a probabilidade de se escolher uma bolinha preta na urna B é 25%. Ganha o voucher o cliente que retirar duas bolinhas pretas, uma de cada urna.

Com o passar dos dias, o gerente percebeu que, para a promoção ser viável aos negócios, era preciso alterar a probabilidade de acerto do cliente sem alterar a regra da promoção. Para isso, resolveu alterar a quantidade de bolinhas brancas na urna B de forma que a probabilidade de um cliente ganhar o voucher passasse a ser menor ou igual a 1%. Sabe-se que a urna B tem 4 bolinhas pretas e que, em ambas as urnas, todas as bolinhas têm a mesma probabilidade de serem retiradas.

Qual é o número mínimo de bolinhas brancas que o gerente deve adicionar à urna B?

- ☐ A 20
- ☐ B 60
- ☐ C 64
- ☐ D 68
- ☐ E 80

Fonte:

https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2023_PV_impresso_D2_CD5.pdf

Acesso em: 15 de jul. 2025.

Para resolver este problema, inicialmente é necessário calcular a probabilidade de ganhar o voucher nas condições iniciais do sorteio. A situação envolve duas urnas, A e B, cada uma com uma proporção conhecida de bolinhas pretas e brancas.

Na urna A, a probabilidade de retirar uma bolinha preta é de 20%, ou seja, 0,20. Já na urna B, a probabilidade de retirar uma bolinha preta é de 25%, o que equivale a 0,25. Como o sorteio consiste em retirar uma bolinha de cada urna e os eventos são independentes, a probabilidade de ganhar o voucher é o produto das probabilidades de retirar uma bolinha preta em cada urna. Assim, a probabilidade de ganhar o voucher inicialmente é 0,20 multiplicado por 0,25, resultando em 0,05 ou 5%.

No entanto, o gerente deseja que essa probabilidade seja reduzida para, no máximo, 1%, ou seja, 0,01. Para isso, ele decidiu aumentar o número de bolinhas brancas na urna B. Inicialmente, a urna B possui quatro bolinhas pretas. Para descobrir o total de bolinhas na urna B, utilizamos o dado de que a probabilidade inicial de retirar uma bolinha preta é de 25%. Isso significa que quatro bolinhas pretas correspondem a 25% do total, logo, o total de bolinhas na urna B é 16. Portanto, inicialmente há quatro bolinhas pretas e doze bolinhas brancas na urna B.

Considerando que o gerente adicionará bolinhas brancas, vamos representar por 'y' o número de bolinhas brancas que serão adicionadas. O novo total de bolinhas brancas na urna B será 12 mais y, e o total de bolinhas na urna B será 16 mais y.

O objetivo é que a nova probabilidade de ganhar o voucher, que é o produto da probabilidade de tirar uma bolinha preta da urna A e da nova probabilidade de tirar uma bolinha preta da urna B, seja menor ou igual a 1%, ou 0,01. Para isso, impõe-se que 0,20 multiplicado pela fração de quatro sobre (16 mais y) seja menor ou igual a 0,01.

Resolvendo essa condição, chega-se à seguinte sequência de passos:

0,20 vezes quatro resulta em 0,80. Isso deve ser menor ou igual a 0,01 multiplicado por (16 mais y). Desenvolvendo a equação, 0,80 deve ser menor ou igual a 0,16 mais 0,01 vezes y. Subtraindo 0,16 de ambos os lados, obtém-se que 0,64 deve ser menor ou igual a 0,01 vezes y. Dividindo 0,64 por 0,01, conclui-se que y deve ser maior ou igual a 64.

Portanto, o número mínimo de bolinhas brancas que o gerente deve adicionar à urna B para que a probabilidade de ganhar o voucher seja inferior ou igual a 1% é 64.

Gabarito: Alternativa C.

A questão mobiliza as demandas cognitivas 1 e 2. A demanda 1 manifesta-se na necessidade de compreender a aleatoriedade envolvida no sorteio, reconhecendo que o resultado depende de fatores imprevisíveis, próprios de um experimento aleatório. A demanda 2 é ativada quando o estudante precisa identificar e calcular o espaço amostral, determinando o número total de bolinhas em cada urna, tanto na

configuração inicial quanto após a adição das bolinhas brancas, o que exige a organização e análise de todas as possibilidades envolvidas.

Apesar de a resolução desta questão demandar a manipulação de conceitos de proporção para estabelecer uma condição de probabilidade (inferior a 1%), o comando da questão não solicita a quantificação explícita de uma probabilidade final. Por essa razão, a demanda cognitiva de nível 3 não é o foco principal da questão, ainda que elementos de seu raciocínio sejam empregados. A pergunta central do problema ("Quantas bolinhas brancas devem ser adicionadas?") direciona a atenção para a manipulação do espaço amostral — a demanda 2 — para que se atinja uma condição específica. A quantificação de probabilidade (demanda 3), nesse contexto, serve apenas como uma ferramenta para determinar a quantidade de bolinhas, e não como o objetivo final da resposta. Dessa forma, a questão se concentra na compreensão do conceito de probabilidade e na gestão do espaço amostral, não se classificando como uma questão que exige primariamente a quantificação de uma probabilidade.

Figura 10 – Q10

QUESTÃO 140

Para melhorar o fluxo de ônibus em uma avenida que tem dois semáforos, a prefeitura reduzirá o tempo em que cada sinal ficará vermelho, que atualmente é de 15 segundos a cada 60 segundos. Admita que o instante de chegada de um ônibus a cada semáforo é aleatório.

O engenheiro de tráfego da prefeitura calculou a probabilidade de um ônibus encontrar cada um deles vermelho, obtendo $\frac{15}{60}$. A partir daí, estabeleceu uma mesma redução na quantidade do tempo, em segundo, em que cada sinal ficará vermelho, de maneira que a probabilidade de um ônibus encontrar ambos os sinais vermelhos numa mesma viagem seja igual a $\frac{4}{100}$, considerando os eventos independentes.

Para isso, a redução do tempo em que o sinal ficará vermelho, em segundo, estabelecida pelo engenheiro foi de

- ☐ A 1,35.
- ☐ B 3,00.
- ☐ C 9,00.
- ☐ D 12,60.
- ☐ E 13,80.

Fonte:

https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2024_PV_impresso_D2_CD5.pdf

Acesso em: 15 de jul. 2025.

Para resolver a questão proposta, inicialmente é necessário interpretar o enunciado, que trata da otimização do fluxo de ônibus em uma avenida com dois

semáforos. O objetivo é determinar de quanto deve ser a redução no tempo em que cada semáforo permanece vermelho, de modo que a probabilidade de um ônibus encontrar ambos os sinais vermelhos em uma mesma viagem seja de $\frac{4}{100}$.

O tempo inicial de vermelho em cada semáforo é de 15 segundos, e o ciclo completo do semáforo é de 60 segundos. Dessa forma, a probabilidade inicial de um ônibus encontrar um semáforo vermelho é de $\frac{15}{60}$.

Como os semáforos operam de forma independente, a probabilidade de um ônibus encontrar os dois sinais vermelhos é o produto das probabilidades individuais, ou seja:

$$\frac{15}{60} \times \frac{15}{60}$$

A proposta do problema é reduzir o tempo de vermelho, indicado por x , em cada semáforo. Assim, o novo tempo de vermelho será $15 - x$, e a nova probabilidade de encontrar um sinal vermelho será:

$$\frac{15 - x}{60}$$

A probabilidade desejada de encontrar ambos os semáforos vermelhos é de $\frac{4}{100}$. Portanto, deve-se resolver a equação:

$$\left(\frac{15 - x}{60}\right)^2 = \frac{4}{100}$$

Extraindo a raiz quadrada de ambos os lados, obtém-se:

$$\frac{15 - x}{60} = \frac{2}{10}$$

Multiplicando ambos os lados por 60:

$$15 - x = 12$$

Finalmente, isolando, chegamos a:

$$x = 3$$

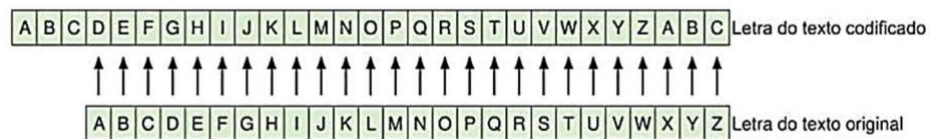
Gabarito: Alternativa B.

Esta questão se alinha às demandas de 1, 2 e 3 porque ela exige a compreensão da natureza aleatória da chegada do ônibus em relação ao estado do semáforo, a qual é a base para a definição de probabilidades. Implicitamente, o problema demanda a habilidade de considerar o espaço amostral de um ciclo de semáforo (60 segundos) e identificar o ‘evento favorável’ (o tempo em que o sinal está vermelho) para calcular a probabilidade. Finalmente, a questão é fundamentalmente sobre a quantificação de probabilidades, dada uma situação inicial e um objetivo, e a subsequente comparação dessas probabilidades para determinar uma variável de ajuste, demonstrando a necessidade de manipular e resolver equações probabilísticas para atingir um resultado prático.

Figura 11 – Q11

QUESTÃO 149

A criptografia refere-se à construção e análise de protocolos que impedem terceiros de lerem mensagens privadas. Júlio César, imperador romano, utilizava um código para proteger as mensagens enviadas a seus generais. Assim, se a mensagem caísse em mãos inimigas, a informação não poderia ser compreendida. Nesse código, cada letra do alfabeto era substituída pela letra três posições à frente, ou seja, o “A” era substituído pelo “D”, o “B” pelo “E”, o “C” pelo “F”, e assim sucessivamente.



Disponível em: www.codifica.ibict.br. Acesso em: 15 out. 2019.

Qualquer código que tenha um padrão de substituição de letras como o descrito é considerado uma Cifra de César ou um Código de César. Note que, para decifrar uma Cifra de César, basta descobrir por qual letra o “A” foi substituído, pois isso define todas as demais substituições a serem feitas.

Uma mensagem, em um alfabeto de 26 letras, foi codificada usando uma Cifra de César. Considere a probabilidade de se descobrir, aleatoriamente, o padrão utilizado nessa codificação, e que uma tentativa frustrada deverá ser eliminada nas tentativas seguintes.

A probabilidade de se descobrir o padrão dessa Cifra de César apenas na terceira tentativa é dada por

- A $\frac{1}{25} + \frac{1}{25} + \frac{1}{25}$
- B $\frac{24}{25} + \frac{23}{24} + \frac{1}{23}$
- C $\frac{1}{25} \times \frac{1}{24} \times \frac{1}{23}$
- D $\frac{24}{25} \times \frac{23}{25} \times \frac{1}{25}$
- E $\frac{24}{25} \times \frac{23}{24} \times \frac{1}{23}$

Fonte:

https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2024_PV_impresso_D2_CD5.pdf

Acesso em: 15 de jul. 2025.

A questão trata da Cifra de César, um tipo de substituição de letras em que cada letra do alfabeto é deslocada um número fixo de posições. Sabemos que o alfabeto possui 26 letras, e como qualquer letra pode ser associada à letra ‘A’, há 25 possibilidades válidas de codificação (desconsiderando o caso trivial em que a letra

‘A’ continua sendo ‘A’). O problema pede a probabilidade de se descobrir o padrão da cifra apenas na terceira tentativa, eliminando as opções incorretas anteriores.

Como se trata de um processo aleatório e sem repetição de tentativas, a chance de errar na primeira tentativa é de 24 em 25, pois apenas uma das 25 opções é a correta. Após essa tentativa fracassada, restam 24 possibilidades. Assim, a chance de errar novamente é de 23 em 24. Restando agora 23 opções, a chance de acertar na terceira tentativa é de 1 em 23. Multiplicando essas três probabilidades sucessivas, temos: 24 dividido por 25, vezes 23 dividido por 24, vezes 1 dividido por 23. Ao simplificar essa expressão, percebemos que os fatores 24 e 23 se cancelam entre numeradores e denominadores, e o resultado final é 1 dividido por 25. No entanto, a alternativa correta deve apresentar o processo sem essa simplificação, como descrito no enunciado. Por isso, a forma correta da resposta, do jeito que aparece nas alternativas, é 24 dividido por 25, vezes 23 dividido por 24, vezes 1 dividido por 23.

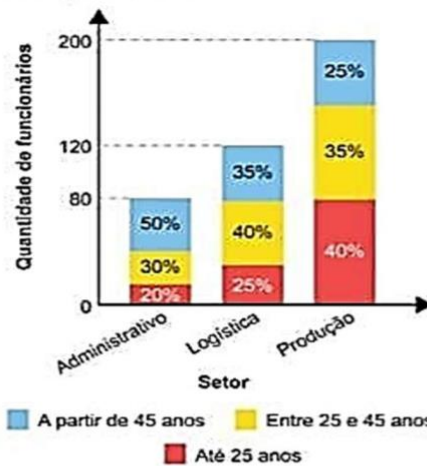
Gabarito: alternativa E.

Essa questão envolve as demandas cognitivas 1, 2 e 3. A demanda 1 manifesta-se na compreensão de que o processo de tentativa e erro é aleatório, envolvendo uma sequência de escolhas igualmente prováveis e sem reposição, o que evidencia o entendimento da aleatoriedade presente no contexto. A demanda 2 aparece quando o estudante precisa organizar corretamente o espaço amostral e identificar como as possibilidades se reduzem a cada tentativa incorreta, aplicando o princípio multiplicativo da probabilidade para resolver o problema. Por fim, a demanda 3 é ativada no momento em que se solicita a quantificação da probabilidade, exigindo o cálculo da razão entre os casos favoráveis e o total de possibilidades. Esse encadeamento de possibilidades e a construção da solução com base na análise de eventos sucessivos evidenciam a mobilização das três demandas cognitivas.

Figura 12 – Q12

QUESTÃO 161

Uma empresa tem 400 funcionários, distribuídos em três setores: administrativo, logística e produção. O gráfico apresenta a distribuição quantitativa desses funcionários, por setor e por faixa etária.



Uma viagem de férias será sorteada entre esses funcionários, de forma que todos terão igual probabilidade de serem sorteados.

A maior probabilidade é que o funcionário sorteado esteja na faixa etária

- entre 25 e 45 anos, pois é a faixa etária com maior quantidade de funcionários.
- entre 25 e 45 anos, pois é a única faixa etária cujas porcentagens são maiores do que as porcentagens mínimas de cada setor.
- até 25 anos, pois é a única faixa etária cujos percentuais associados aos setores aumentam com o aumento da quantidade de funcionários por setor.
- até 25 anos, pois é a faixa etária que apresenta maior quantidade de funcionários no setor de produção, que é o setor que emprega metade dos funcionários dessa empresa.
- a partir de 45 anos, pois a soma das porcentagens associadas a essa faixa etária é 110%, que é maior do que as respectivas somas associadas às outras faixas etárias, que são 105% e 85%.

Fonte:

https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2024_PV_impresso_D2_CD5.pdf

Acesso em 15 de jul. 2025.

Para resolver a questão proposta, inicialmente é necessário interpretar o gráfico fornecido, que apresenta a distribuição dos 400 funcionários de uma empresa em três setores: administrativo, logística e produção. Além disso, o gráfico discrimina a proporção de funcionários em cada setor de acordo com três faixas etárias: até 25 anos, entre 25 e 45 anos, e a partir de 45 anos.

No setor administrativo, há 80 funcionários. Desses, 20% têm até 25 anos, 30% estão entre 25 e 45 anos, e 50% têm a partir de 45 anos. Calculando as quantidades absolutas de funcionários por faixa etária nesse setor, obtém-se: 20% de 80 equivale

a 16 funcionários até 25 anos; 30% de 80 corresponde a 24 funcionários entre 25 e 45 anos; e 50% de 80 resulta em 40 funcionários com 45 anos ou mais.

No setor de logística, que possui 120 funcionários, 25% têm até 25 anos, 40% estão entre 25 e 45 anos, e 35% têm a partir de 45 anos. Assim, 25% de 120 equivale a 30 funcionários até 25 anos; 40% de 120 corresponde a 48 funcionários entre 25 e 45 anos; e 35% de 120 resulta em 42 funcionários com 45 anos ou mais.

No setor de produção, que totaliza 200 funcionários, 40% têm até 25 anos, 35% estão entre 25 e 45 anos, e 25% têm a partir de 45 anos. Com isso, 40% de 200 equivale a 80 funcionários até 25 anos; 35% de 200 resulta em 70 funcionários entre 25 e 45 anos; e 25% de 200 corresponde a 50 funcionários com 45 anos ou mais.

Somando as quantidades de cada faixa etária nos três setores, tem-se: para a faixa etária até 25 anos, 16 (administrativo) mais 30 (logística) mais 80 (produção) totaliza 126 funcionários. Para a faixa etária entre 25 e 45 anos, 24 (administrativo) mais 48 (logística) mais 70 (produção) totaliza 142 funcionários. Por fim, para a faixa etária a partir de 45 anos, 40 (administrativo) mais 42 (logística) mais 50 (produção) resulta em 132 funcionários.

Comparando os totais, observa-se que a faixa etária entre 25 e 45 anos possui o maior número de funcionários, com um total de 142 empregados. Dessa forma, a maior probabilidade de um funcionário sorteado estar nessa faixa etária ocorre porque ela contém a maior quantidade absoluta de funcionários na empresa.

Gabarito: Alternativa A.

Essa questão mobiliza as demandas cognitivas 1, 2 e 3. A demanda 1 manifesta-se na compreensão da aleatoriedade do sorteio, já que o estudante precisa entender que qualquer um dos 400 funcionários pode ser selecionado de forma equiprovável. A demanda 2 é ativada no momento em que o estudante precisa interpretar corretamente o gráfico apresentado e organizar os dados para construir o espaço amostral, identificando o número absoluto de funcionários em cada faixa etária a partir das porcentagens fornecidas. Por fim, a demanda 3 é evidenciada quando se solicita a quantificação da probabilidade de um funcionário sorteado pertencer a determinada faixa etária, o que exige o cálculo da razão entre o número de casos

favoráveis e o total de funcionários da empresa.

O quadro a seguir apresenta a frequência com que cada uma das quatro demandas cognitivas propostas por Bryant e Nunes foi identificada nas questões analisadas. A organização desses dados facilita a visualização das habilidades mais mobilizadas nas provas de probabilidade do ENEM entre 2020 e 2024. Observa-se que as três primeiras demandas — aleatoriedade, espaço amostral e quantificação/comparação de probabilidades — aparecem com recorrência significativa. Em contrapartida, a quarta demanda, que trata da compreensão de correlação entre eventos, não foi identificada em nenhuma das questões analisadas, fato que será retomado e problematizado nas considerações finais deste trabalho.

QUADRO 6 – Classificação das Questões por Demandas Cognitivas

Questão	Demandas cognitivas
Q9	1 e 2
Q1, Q2, Q3, Q4, Q5, Q6, Q7, Q8, Q10, Q11 e Q12.	1, 2 e 3

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Este trabalho evidenciou que as questões de probabilidade no ENEM, no período de 2020 a 2024, mobilizam majoritariamente as três primeiras demandas cognitivas propostas por Bryant e Nunes. Tal fato faz sentido, pois a maioria das questões do ENEM requer, inicialmente, a compreensão da aleatoriedade, seguida da construção do espaço amostral e, por fim, da quantificação da probabilidade — geralmente expressa na pergunta “qual é a probabilidade de...?”, mobilizando assim as demandas 1, 2 e 3, respectivamente. Apenas excepcionalmente encontram-se questões que se limitam às demandas 1 e 2, visto que a quantificação probabilística quase sempre é exigida. Além disso, as questões de Probabilidade têm uma estreita relação com a Análise Combinatória, uma vez que esta é fundamental para a construção do espaço amostral.

Nas questões analisadas, foi possível perceber grande destaque a essa demanda, pois construir o espaço amostral foi central na grande maioria delas. Os

espaços amostrais explorados eram compostos, demandando interpretação atenta e, por vezes, várias etapas de resolução para levantar o total de casos possíveis e o número de casos favoráveis em cada contexto. Dessa forma, a Análise Combinatória está praticamente sempre presente na resolução das questões, por meio do cálculo de permutações, combinações e contagens que estruturam os possíveis eventos.

Além disso, a análise indicou que a demanda cognitiva mais frequentemente mobilizada foi a compreensão da aleatoriedade, seguida da construção do espaço amostral e da comparação e quantificação das probabilidades. A presença da aleatoriedade em todas as questões era esperada, dado o fato de as questões de Probabilidade partem de contextos aleatórios e fenômenos que ocorrem ao acaso. Assim, entender a natureza desses problemas é o passo inicial para resolver qualquer problema probabilístico. O fato de o ENEM não explorar a correlação revela uma limitação importante na avaliação externa e reflete o currículo escolar brasileiro, que pouco aborda a compreensão de relações probabilísticas entre variáveis. Isso reforça a necessidade de repensar o ensino de Probabilidade nas escolas, propondo atividades que envolvam interpretação de gráficos de dispersão, raciocínio sobre dependência e independência de eventos, além da Análise Combinatória e da quantificação probabilística, pois essas outras possibilidades abrem espaço para evidenciar o papel da Probabilidade atrelado a áreas como a Estatística e como ferramenta à tomada de decisão, inclusive em contextos reais.

Outro aspecto curioso observado foi a presença do termo ‘chance’ na questão 166 do ENEM 2022, 2º dia, Caderno 5 – Amarelo, aplicação regular. Apesar de a questão não tratar diretamente do cálculo de probabilidades, é interessante destacar o uso desse termo em um enunciado da prova de Matemática e suas Tecnologias, já que, no levantamento feito nos últimos cinco anos, esse foi o único registro da palavra ‘chance’ nesse eixo da prova. O termo, por ser de uso mais cotidiano e informal, geralmente aparece associado à ideia de possibilidade ou de algo que pode acontecer, mas sem o rigor conceitual que a palavra ‘probabilidade’ carrega no contexto matemático. Expressões como ‘ter mais chance de’ ou ‘chance de ganhar’ são comuns no senso comum, mas não implicam, necessariamente, uma quantificação ou um modelo matemático formal. Ainda assim, sua presença isolada na edição de 2022 sugere que, embora o ENEM adote majoritariamente o termo

técnico ‘probabilidade’, o vocabulário cotidiano pode eventualmente surgir em enunciados que buscam aproximar o conteúdo matemático de situações do dia a dia.

Do ponto de vista etimológico, o termo ‘chance’ remonta ao século XIV, proveniente do francês antigo *cheance*, que significava ‘acidente, acaso, fortuna, sorte, situação, a queda de dados’, oriundo do latim vulgar *cadentia*, que quer dizer ‘aquilo que cai’. Esse termo derivava do latim *cadens*, participio presente de *cadere*, que significa ‘cair’, com origem na raiz indo-europeia *kad-* também associada ao ato de cair. Inicialmente, ‘chance’ era utilizado para designar algo que acontece de forma inesperada, imprevisível ou além do controle humano, sendo tanto um bom quanto um mau acontecimento (Etymonline, 2024a).

Já o termo ‘probabilidade’ surgiu no francês antigo *probabilite*, no século XIV, e no latim *probabilitatem* (nominativo *probabilitas*), que significa ‘credibilidade, probabilidade’, derivado de *probabilis*, relacionado ao verbo *probare*, que significa ‘provar’ ou ‘testar’. Por volta do século XV, o termo passou a significar a ‘probabilidade de ser realizado, aparência de verdade, qualidade de ser provável’ (Etymonline, 2024b).

No contexto da língua portuguesa brasileira, os termos ‘chance’ e ‘probabilidade’ são frequentemente utilizados como sinônimos no senso comum, mas apresentam distinções relevantes, sobretudo no campo acadêmico e científico. De acordo com o Dicionário Michaelis (2025), ‘chance’ é definida como: “1. Acaso favorável; 2. Uma ocorrência não prevista, não esperada; ensejo, oportunidade; 3. Condição do que é possível ou provável de acontecer” (Michaelis, 2025a). Trata-se, portanto, de um termo associado ao inesperado e ao fortuito, carregando um caráter mais subjetivo e intuitivo.

Já ‘probabilidade’ é conceituada como:

1. Qualidade do que é provável; 2. Perspectiva positiva de que alguma coisa aconteça ou seja factível; chance, possibilidade; 3. Possibilidade extremamente favorável da realização de um acontecimento, entre inúmeros possíveis, baseada na frequência relativa dos acontecimentos do mesmo tipo numa sequência de tentativas (Michaelis, 2025b).

Diferentemente de ‘chance’, ‘probabilidade’ remete a um conceito técnico, que busca mensurar, de forma objetiva e fundamentada, o grau de ocorrência de

determinado evento com base em cálculos matemáticos e análise de frequência. Assim, embora os dois termos possam se referir a possibilidades, 'probabilidade' confere precisão e fundamentação teórica, enquanto 'chance' permanece um termo de uso cotidiano, desprovido de rigor matemático.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo reafirma a predominância das três primeiras demandas cognitivas nas questões de Probabilidade do ENEM nas últimas cinco edições, especialmente o foco na construção do espaço amostral. Entretanto, chama atenção a ausência total da demanda cognitiva número 4, que envolve a compreensão de correlação entre eventos. Esta é uma limitação importante, já que interpretar relações entre variáveis é uma habilidade essencial para a formação de um pensamento matemático crítico e contextualizado. A ausência desse tipo de abordagem no ENEM revela não apenas uma lacuna na avaliação, mas também um reflexo do próprio ensino de Probabilidade nas escolas, que permanece preso à lógica da quantificação e da contagem, sem avançar para análises mais sofisticadas de dependência e interdependência entre fenômenos, que possuem importantes aplicações à Estatística e à tomada de decisão em contextos reais.

Essa limitação pedagógica e avaliativa merece ser problematizada, principalmente porque a compreensão da correlação amplia o papel da Matemática para além da aplicação mecânica de fórmulas. Ela permite que o estudante desenvolva ferramentas para interpretar o mundo real, como as relações entre variáveis em contextos de saúde pública, economia, ciência de dados e ciências sociais. A ausência desse tipo de demanda contribui para uma formação superficial, que não prepara o estudante para interpretar criticamente informações expressas em gráficos de dispersão, tabelas ou estudos estatísticos — elementos cada vez mais presentes no cotidiano.

A seguir, apresento uma questão que exemplifica como o tema de correlação poderia aparecer em uma prova como o Enem. Apesar de ainda ser pouco explorado explicitamente, o entendimento da correlação entre variáveis é essencial para a interpretação e análise de dados, competências cada vez mais valorizadas nas avaliações.

FIGURA 13 – Questão ilustrativa sobre Correlação

Um pesquisador coletou dados sobre a quantidade de horas que estudantes do ensino médio dedicam ao estudo por semana e suas respectivas notas em uma prova de matemática. A tabela abaixo mostra os dados de cinco estudantes:

Estudante	Horas de estudo por semana	Nota na prova (0 a 100)
A	5	60
B	8	75
C	2	40
D	10	85
E	4	55

Considerando os dados da tabela, é correto afirmar que:

- a) Existe uma forte correlação negativa entre o número de horas de estudo e a nota obtida na prova.
- b) Quanto maior o número de horas de estudo, maior tende a ser a nota na prova, indicando uma correlação positiva entre essas variáveis.
- c) Não há nenhuma relação entre o número de horas de estudo e a nota obtida.
- d) A nota na prova depende exclusivamente da quantidade de horas de estudo.
- e) O aumento nas horas de estudo implica necessariamente em uma nota maior na prova.

Gabarito: letra b

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Dessa forma, é urgente que tanto o ensino quanto as avaliações externas, como o ENEM, avancem para incluir situações-problema que explorem relações probabilísticas entre variáveis, fortalecendo a interface entre Probabilidade e Estatística. Para pesquisas futuras, sugere-se ampliar a análise para outros vestibulares nacionais, como os das universidades públicas e privadas, além de exames internacionais. Também seria relevante investigar as provas das principais olimpíadas de Matemática do país, como a OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas), a OBM (Olimpíada Brasileira de Matemática) e a Olimpíada Canguru, que podem apresentar abordagens diferentes e mais desafiadoras em relação às demandas cognitivas da Probabilidade. Outra possibilidade interessante seria o desenvolvimento de propostas de questões que abordem explicitamente a correlação, acompanhadas de investigações didáticas sobre como os estudantes compreendem e resolvem esse tipo de problema.

Por fim, recomenda-se levar essas discussões para o ambiente escolar, incorporando atividades que simulem situações reais de análise de dados, utilizando recursos como gráficos de dispersão, análises de séries temporais e investigações

sobre dependência e independência de eventos. Isso não só enriqueceria o ensino de Probabilidade, mas também fortaleceria a formação crítica dos estudantes frente à crescente demanda social por competências em leitura e interpretação de dados.

REFERÊNCIAS

BATANERO, Carmen. The teaching of probability: a review of the research. *Research in Mathematics Education*, p. 1-13, 2000.

BERNOULLI, Jacob. *Ars Conjectandi*. Tradução e edição moderna por H. N. Shapiro. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 2006.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 08 abr. 2025.

BRASIL. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica. Brasília: Ministério da Educação, 2013.

BRASIL. Matriz de Referência do ENEM. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP, [s.d.]. Disponível em: https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf. Acesso em: 08 abr. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. Proposta de recomendações ao Novo Enem. 2021. Disponível em: <https://portal.mec.gov.br/docman/novembro-2021-pdf/227221-proposta-de-recomendacoes-ao-novo-enem/file>. Acesso em: 11 ago. 2025.

BRYANT, Peter; NUNES, Terezinha. Children's understanding of probability: a literature review. *Nuffield Review*, 2012.

BUSSAB, Wilton de Oliveira; MORETTIN, Pedro Alberto. *Estatística básica*. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2017. ISBN 9788547220228.

CHANCE. In: ETYMONLINE. Online Etymology Dictionary. Disponível em: <https://www.etymonline.com/word/chance>. Acesso em: 17 jul. 2025.

CHANCE. In: MICHAELIS: moderno dicionário da língua portuguesa. 3. ed. São Paulo: Melhoramentos, 2019. Disponível em: <https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/Chance/>. Acesso em: 17 jul. 2025.

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. 5. ed. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FISCHBEIN, Efraim. The intuitive sources of probabilistic thinking in children. Dordrecht: Reidel, 1975.

FREIRE, Paulo. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. 43. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, Paulo. Pedagogia do oprimido. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1970.

FREI, Fernando; ROSA, Jussara Santos; BIAZI, Ângelo Henrique. Professores de Matemática estão preparados para o ensino de Estatística e Probabilidade? Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Brasília, v. 13, n. 2, p. 1-17, maio/ago. 2023. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/ripec/article/view/3378/2371>. Acesso em: 12 ago. 2025.

GAL, Iddo. Towards probability literacy for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In: Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning. Boston, MA: Springer US, 2005. p. 39-63.

GIL, Antonio Carlos. Como elaborar projetos de pesquisa. São Paulo: Atlas, 2010.

HERZOG, R. C. B. et al. Probabilidade na educação básica: uma proposta de jogo como recurso didático. Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, v. 10, n. 2, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.36397/emteia.v10i2.239544>. Acesso em: 08 abr. 2025.

LOPES, Celi Aparecida Espasandin. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação de professores. Cadernos CEDES, Campinas, v. 28, 2008.

LAPLACE, Pierre-Simon. Théorie analytique des probabilités. Reimpressão da edição de 1812. Paris: Springer, 1995.

MARTIGNON, Laura; KRAUSS, Stefan. Hands-on activities for probability instruction: challenges and reactions. Journal of Statistics Education, 2009.

MLODINOW, Leonard. O andar do bêbado: como o acaso determina nossas vidas. Tradução de Ivo Korytowski. Rio de Janeiro: Zahar, 2009.

PROBABILIDADE. In: MICHAELIS: moderno dicionário da língua portuguesa. 3. ed. São Paulo: Melhoramentos, 2019. Disponível em:

<https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/Probabilidade%20/>. Acesso em: 17 jul. 2025.

PROBABILITY. In: ETYMONLINE. Online Etymology Dictionary. Disponível em: <https://www.etymonline.com/word/probability>. Acesso em: 17 jul. 2025.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO E ESPORTES DE PERNAMBUCO (SEE-PE). Currículo do Estado de Pernambuco: Matriz Curricular da Educação Básica. Recife: SEE-PE, 2021. Disponível em: <https://www.educacao.pe.gov.br/portal/planejamento-e-avaliacao/curriculo-estadual>. Acesso em: 12 ago. 2025.

VASCONCELOS, V.; VASCONCELOS, G.; CHAQUIAM, C. Um percurso pela história da probabilidade. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, v. 9, n. 26, p. 36, 2022.

VIALI, Leandro. História da probabilidade. São Paulo: SBEM, 2008.

VIALI, Lori. O ensino de Estatística e Probabilidade nos cursos de Licenciatura em Matemática. In: XVIII SINAPE (Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística), 28 jul. a 01 ago. 2008, Estância de São Pedro, São Paulo. Anais [...]. 2008b.