UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

MARIANA KAROLINE LEMOS DA SILVA

DESAFIO DAS OPERAÇÕES: UM RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DAS OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS

RECIFE
2023

MARIANA KAROLINE LEMOS DA SILVA

DESAFIO DAS OPERAÇÕES: UM RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DAS OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática - CCEN da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rogerio da Silva Ignácio
Coorientador: Prof. Dr. Tarcisio Rocha dos Santos

RECIFE
2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Silva, Mariana Karoline Lemos da.
Desafio das Operações: Um recurso didático para o ensino das operações com Números Inteiros / Mariana Karoline Lemos da Silva. - Recife, 2023.
44 : il.

Orientador(a): Rogerio da Silva Ignacio
Cooorientador(a): Tarcisio Rocha dos Santos
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Matemática - Licenciatura, 2023.
Inclui referências.

1. Números Inteiros. 2. Jogos. 3. Obstáculos Epistemológicos. 4. Obstáculos Didáticos. I. Ignacio, Rogerio da Silva. (Orientação). II. Santos, Tarcisio Rocha dos. (Coorientação). IV. Título.

370 CDD (22.ed.)

MARIANA KAROLINE LEMOS DA SILVA

DESAFIO DAS OPERAÇÕES: UM RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DAS OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática - CCEN da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciada em Matemática**.**

Aprovado em: 21 de dezembro de 2023

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. Dr. Rogerio da Silva Ignácio (Orientador)

Universidade Federal de Pernambuco

____

Prof. Dra. Paula Moreira Baltar Bellemain (Examinador Externo)

Universidade Federal de Pernambuco

____

Prof. Dr. Airton Temístocles Gonçalves de Castro (Examinador Interno)

Universidade Federal de Pernambuco

Dedico este trabalho a minha mãe, uma verdadeira heroína. Mesmo enfrentando o desafio de cuidar de 5 filhos, nunca deixou que nos faltasse nada, especialmente o amor. Sua força foi a base que me impulsionou a prosseguir nos meus estudos e a alcançar meus objetivos.

AGRADECIMENTOS

*Agradeço primeiramente a **Deus**, que me guiou em cada decisão a ser tomada durante esse processo, sobretudo durante a minha vida. Sem Ele eu não teria conseguido nada disso, pois nos momentos que me faltaram motivação Ele me sustentou, não deixando que eu desistisse, acalmando meu coração e as minhas ansiedades. A Ele devo toda honra e glória, pois nunca me deixou só.*

*Agradeço a minha mãe, **Valquíria**, pois, independente das dificuldades durante estes anos, nunca me deixou faltar amor. Ela é a minha maior fonte de inspiração como mulher em busca dos meus objetivos. A ela devo todo respeito, amor e gratidão, porque sua sabedoria, expressada por seus conselhos, me guiaram em toda minha vida.*

*Agradeço aos meus irmãos**: Natália, Gutemberg, Camily** e **Victor**. Pois, embora tenhamos nossos desentendimentos, eles são a minha vida e tudo o que sou e faço também é por eles.*

*Agradeço ao meu padrasto, **Neto**, por acreditar que eu tenho capacidade de conquistar o mundo se eu estiver determinada a isso. A ele sou grata pelo cuidado, carinho e pelo apoio de sempre.*

*Agradeço ao meu orientador, **Rogerio Ignácio**, a quem sou grata a Deus por ter permitido que eu o conhecesse. Uma das pessoas que mais acreditou no meu potencial durante a minha formação, deixando uma marca que jamais será apagada. Agradeço pela paciência em me ensinar a como ser uma professora melhor. És uma inspiração para mim.*

*Agradeço ao meu coorientador**, Tarcisio Rocha**, por ter visto algo de especial em mim que eu nem sabia que existia. O título de coorientador é pouco para tudo o que ele foi na minha formação como professora. Agradeço pelos conselhos, por me apoiar, por me incentivar desde o 1º período a escrever sobre minhas experiências e opiniões. Certamente, Tarcisio foi a chave que virou e fez com que eu me apaixonasse ainda mais pela Educação Matemática.*

*Agradeço à professora **Paula Baltar** que, ao longo da disciplina de Laboratório de Educação Matemática durante a pandemia, acolheu a minha timidez em falar, tornando as aulas leves e enriquecedoras. Posteriormente, como coordenadora de área do PIBID, contribuiu ainda mais para a formação da minha identidade docente. A ela devo a minha gratidão por todos os ensinamentos, conselhos, experiências e abraços que acalentaram a minha trajetória.*

*Agradeço aos professores **Aline Barbosa, César Augusto, Érica Correia, Manoel Lemos, Paulo Roberto, Peter Malcolm, Pedro Braga** e **Sylvia Regina**, que foram destaques na minha graduação. Cada um com personalidades e metodologias diferentes contribuiu para minha formação e são fontes de inspiração.*

*Agradeço ao meu professor do PREVUPE-Moreno, **Laelso Junior**, que me incentivou a cursar Licenciatura em Matemática, quando meu objetivo era cursar Letras. Ele desempenhou um papel fundamental na minha mudança de curso durante o SISU,* *mostrando um lado da Matemática que eu não conhecia em toda a educação básica. Agradeço pela motivação e por enxergar um potencial em mim para a Matemática.*

*Agradeço aos meus amigos e colegas de curso, especialmente **Joás Lima, Alex Victor, José Adriano, Jadson, Guilherme** e **Thiago Alves**, por tornarem os meus dias na universidade mais leves. Levarei todos para a vida.*

*Agradeço aos meus melhores amigos, especialmente **Vitória de Kássia** e **Felipe Andrade**, por estarem comigo mesmo quando estive distante.*

*Agradeço aos **professores Bruno Leite, Dierson Carvalho, Evanilson L. Alves, Frank Bellemain, Iolanda A. C. Almeida e Ivanildo F. de Carvalho**, criadores do jogo Desafio das Operações, o qual é objeto de pesquisa deste TCC.*

Tudo tem o seu tempo determinado, e há tempo para todo propósito debaixo do céu: tempo de nascer e tempo de morrer; tempo de plantar e tempo de arrancar o que se plantou.

Eclesiastes 3: 1-2

RESUMO

O presente Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) investigou o potencial didático do jogo Desafio das Operações para o ensino das operações com Números Inteiros, partindo da compreensão de que as dificuldades recorrentes dos estudantes nesse conteúdo não se configuram como erros aleatórios, mas podem ser sintomas de Obstáculos Epistemológicos e Didáticos. Nessa perspectiva, os obstáculos são tomados como justificativa central da pesquisa, ao considerar que tais dificuldades não são superadas apenas por explicações reiteradas ou pela repetição de exercícios, mas exigem situações que permitam ao estudante explicitar, confrontar e reconstruir seus conhecimentos. O jogo Desafio das Operações, presente no livro Jogos com Sucata na Educação Matemática, integrante do Projeto Rede, foi selecionado por favorecer a criação de desafios que tornam visíveis essas dificuldades, possibilitando a exploração da decomposição aditiva e multiplicativa, da ampliação dos conjuntos numéricos, da propriedade comutativa e das quatro operações. A fundamentação teórica articula aspectos históricos da construção dos Números Inteiros e contribuições de matemáticos, como Hankel e Caraça, para a formalização das regras operatórias, bem como referenciais da Didática da Matemática sobre Obstáculos Epistemológicos e Didáticos. Metodologicamente, realizou-se um levantamento das habilidades da BNCC para o 7º ano do Ensino Fundamental, seguido da adaptação e aplicação do jogo em uma turma da rede pública. Os resultados indicaram que o recurso contribui tanto para o ensino das operações com Números Inteiros quanto para a explicitação de indícios de obstáculos que podem orientar o professor a repensar suas escolhas didáticas, evitando a perpetuação dessas dificuldades.

Palavras-chave: Números Inteiros. Jogos. Obstáculos Epistemológicos. Obstáculos Didáticos.

ABSTRACT

This Final Course Project (TCC) investigated the didactic potential of the "Operations Challenge" game for teaching operations with integers, based on the understanding that students' recurring difficulties in this content are not random errors, but may be symptoms of epistemological and didactic obstacles. From this perspective, these obstacles are taken as the central justification for the research, considering that such difficulties are not overcome simply by repeated explanations or the repetition of exercises, but require situations that allow the student to explain, confront, and reconstruct their knowledge. The "Operations Challenge" game, present in the book "Games with Scrap Materials in Mathematics Education," part of the Rede Project, was selected because it favors the creation of challenges that make these difficulties visible, enabling the exploration of additive and multiplicative decomposition, the expansion of number sets, the commutative property, and the four operations. The theoretical framework articulates historical aspects of the construction of integers and contributions from mathematicians, such as Hankel and Caraça, to the formalization of operational rules, as well as references from the Didactics of Mathematics on Epistemological and Didactic Obstacles. Methodologically, a survey of the BNCC (Brazilian National Curriculum Base) skills for the 7th grade of Elementary School was carried out, followed by the adaptation and application of the game in a public school class. The results indicated that the resource contributes both to the teaching of operations with integers and to the explication of signs of obstacles that can guide the teacher to rethink their didactic choices, avoiding the perpetuation of these difficulties.

Keywords: Integers. Games. Epistemological Obstacles. Didactic Obstacles.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figuras

Quadros

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

No que se refere a minha experiência como estudante na Educação Básica, recordo-me das lições dos professores quando afirmavam que havia duas regras de operações com Números Inteiros. No caso da adição, orientava-se que, diante de números de mesmo sinal, deveria ser realizada a soma, preservando-se o sinal comum, enquanto, em situações envolvendo sinais diferentes, recomendava-se a subtração, mantendo-se o sinal do número de maior módulo. Na segunda, válida para a multiplicação e divisão, dever-se-ia: efetuar a operação (multiplicação ou divisão) e aplicar o sinal segundo uma lógica informada (sinais iguais resultam em positivo e sinais diferentes, resultam em negativo). Em momento algum havia distinção do uso do sinal de menos como operador de subtração e o uso como indicador de número negativo, o que gerava incompreensões sobre a natureza das operações e do uso das regras.

Essa incompreensão com as regras, vivenciada durante minha formação na Educação Básica, reapareceu posteriormente quando, enquanto participante do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) e, mais tarde, do Programa de Residência Pedagógica (PRP), tive a oportunidade de acompanhar aulas de Matemática em uma escola da rede pública de ensino. Nessa experiência, defrontei-me com situações recorrentes em que os estudantes apresentavam dificuldades em realizar operações com números negativos. Dificuldades semelhantes às observadas em sala de aula são corroboradas por Meister (2009), ao analisar a compreensão dos Números Inteiros por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. Segundo o autor:

> Na análise do questionário respondido pelos alunos, apenas três, de 31, responderam o que são os números inteiros com todas as suas características. Outra dificuldade apresentada é a distinção entre o sinal da operação a ser realizada. Entretanto, a maior dificuldade está na operação com os números inteiros. A maioria dos alunos generalizou as regras ensinadas para realizar multiplicação, causando equívocos nas operações de adição e subtração. (Meister, 2009, p. 20)

Trazendo essa análise para um contexto mais amplo, Glaeser (1985) destaca que o ensino e a aprendizagem dos Números Inteiros envolvem dificuldades que não são exclusivas dos estudantes contemporâneos, mas que se assemelham àquelas enfrentadas por matemáticos ao longo da história na construção desse conceito. Segundo o autor, muitas das dificuldades observadas em sala de aula não devem ser compreendidas como erros aleatórios ou desprovidos de sentido, mas como obstáculos que emergem do próprio processo de construção do conhecimento matemático.

Entre esses obstáculos, o autor evidenciou a dificuldade de afastar-se de um sentido excessivamente concreto atribuído aos seres numéricos, a dificuldade em atribuir significado a quantidades negativas isoladas — frequentemente percebidas como desprovidas de sentido fora de contextos específicos — e o desejo de um modelo unificador, caracterizado pela tentativa de fazer funcionar um modelo aditivo considerado "válido" também para explicar situações do campo multiplicativo, para as quais tal modelo não se aplica adequadamente.

Ainda, o mesmo autor ressalta que "foram revelados por perto de 20 sintomas que nem sempre podem ser relacionados cada um a um único obstáculo determinado" (Glaeser, 1985, p. 40). Logo, neste trabalho não se pretende caracterizar obstáculos, mas provocar reflexões e levantar possíveis indícios que podem estar presentes na Educação Básica.

Portanto, diante das dificuldades observadas, compreendemos que, para alcançar os objetivos educacionais, o docente de Matemática necessita adotar uma abordagem mais atenta e ampla, a fim de lidar com as dificuldades que os estudantes enfrentam, em particular, em relação às operações com Números Inteiros.

Neste contexto, estamos alinhados com as conclusões de Grando (2000), que propõe o uso de jogos no ensino de Matemática como um meio eficaz para fomentar o engajamento e facilitar a aprendizagem. De acordo com essa autora, as crianças trazem consigo um conhecimento prévio de jogos e brincadeiras que praticam em seus lares, conhecimento esse que merece ser incentivado também na escola, a fim de que se estabeleça uma ponte entre o saber cotidiano e o conhecimento matemático escolar, favorecendo a participação ativa dos estudantes e a construção de significados para os conceitos trabalhados.

Em particular, durante a minha participação no Programa de Residência Pedagógica, fui convidada a integrar um encontro de socialização com o objetivo de apresentar um jogo que seria exposto na Semana Pedagógica do Centro de Educação da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). O encontro contou com a presença de coordenadores, preceptores, supervisores, residentes, pibidianos e integrantes do Laboratório de Ensino de Matemática (LEMAT-DMAT-UFPE). No âmbito do meu percurso acadêmico, tive contato com o livro Jogos com Sucata na Educação Matemática, integrante do Projeto Rede (Gitirana et al., 2018), cujo objetivo foi a criação de jogos confeccionados com sucata, passíveis de adaptação às diferentes realidades escolares e de construção pelos próprios estudantes. Nesse contexto, optei por apresentar o jogo Desafio das Operações[1] (D.O) no referido encontro,

[1] Este jogo tem a autoria de Bruno Leite, Dierson Carvalho, Evanilson L. Alves, Frank Bellemain, Iolanda A. C. Almeida e Ivanildo F. de Carvalho.

experiência que despertou o interesse em investigar mais aprofundadamente seu potencial didático no ensino de Matemática.

Desse modo, o objetivo deste trabalho foi investigar o potencial didático do jogo Desafio das Operações para o ensino das operações com Números Inteiros, por meio de sua experimentação em sala de aula com estudantes do 7º ano de uma escola da rede pública, na qual atuei como residente, buscando analisar indícios de Obstáculos Epistemológicos e Didáticos associados às dificuldades recorrentes nesse conteúdo. Também se buscou apresentar sugestões de adaptação do recurso à luz das habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), destacando, entre suas finalidades educacionais, o desenvolvimento da decomposição aditiva e multiplicativa dos Números Inteiros, a ampliação dos conjuntos numéricos, a compreensão da propriedade da comutatividade e das quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão).

2. OBJETIVOS

2.1 Geral

Investigar o potencial didático do jogo Desafio das Operações para o ensino das operações com Números Inteiros.

2.2 Específicos

- Realizar uma pesquisa sobre Obstáculos Epistemológicos e Didáticos e relacioná-los com dificuldades sobre Números Inteiros;
- Aplicar o jogo e uma ficha de atividades a estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental;
- Propor novas adaptações para o D.O.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A fundamentação teórica deste trabalho organiza-se em quatro eixos. Inicialmente, apresentam-se aspectos históricos relacionados à construção do conceito de Números Inteiros e à formalização das operações, com o intuito de evidenciar resistências e dificuldades que acompanharam esse processo. Em seguida, discute-se a noção de Obstáculos Epistemológicos e Didáticos no âmbito da Didática da Matemática, com base principalmente nas contribuições de Brousseau (1997) e de Glaeser (1999, apud Almouloud, 2022), os quais podem trazer como sintomas as dificuldades persistentes dos estudantes. Por fim, aborda-se a habilidade (EF07MA04) da BNCC que servirá como norte para o uso de jogos no ensino de Matemática, em especial o Desafio das Operações, enquanto recurso didático que se mostra pertinente para a criação de situações de desafio capazes de tornar visíveis tais dificuldades, justificando sua escolha como objeto de investigação neste trabalho e favorecendo reflexões sobre a prática docente no ensino dos Números Inteiros.

3.1 Os Números Inteiros

A construção histórica do conceito de Números Inteiros revela um processo marcado por resistências, reformulações conceituais e avanços graduais ao longo do tempo. Desde as antigas civilizações, era natural associar o conceito de número a um instrumento para contagem, medição e resolução de problemas. Nesse contexto, a introdução dos números negativos suscitou questionamentos acerca de sua legitimidade enquanto números.

Isto aconteceu porque a dificuldade de aceitação dos números negativos envolveu um questionamento ainda mais amplo: qual a definição de número? Essa questão, conforme Fossa (2010 apud Moura, 2015), encontra-se intrinsecamente relacionada à ausência de uma compreensão clara acerca do próprio conceito de Matemática. Nesse sentido, ao discutir uma definição contemporânea de Matemática, o autor a compreende como: "as áreas de investigação que validam as suas proposições através do método axiomático" Fossa (2004, apud Moura, 2015, p. 3).

Nesse percurso histórico, Moura (2015) aponta que a Geometria ocupou um lugar de destaque por tratar de elementos que poderiam ser representados de forma concreta e visualizados com maior facilidade. Essa característica contribuiu para que fosse a primeira área a se organizar a partir de um sistema de axiomas, servindo de referência para as demais áreas matemáticas. Nesse contexto, o autor destaca que "a axiomatização, tanto da álgebra como da aritmética, acontece junto com a ampliação do conceito de número para além da representação de quantidades e medidas" (Moura, 2015, p. 13) e aprofunda essa discussão ao evidenciar as implicações desse atraso na formalização algébrica, afirmando que:

> A ausência de um fundamento axiomático para a álgebra [...] configurou-se no principal empecilho à aceitação dos números negativos, pois a necessidade de interpretações geométricas para demonstrações e conceitos algébricos fazia com que os negativos [...] não fossem legitimados como elementos matemáticos, uma vez que era impossível interpretá-los geometricamente. (Moura, 2015, p. 14)

No entanto, ao longo do tempo, observou-se um aumento de indícios que passaram a favorecer a aceitação dos números negativos, tanto no âmbito das práticas sociais — como nas situações de crédito e débito — quanto no campo da Matemática formal, especialmente a partir do surgimento de raízes negativas em equações do terceiro grau. Neste sentido, os números negativos passaram a assumir, inicialmente, um caráter essencialmente instrumental, sendo mobilizados para a resolução de problemas específicos. Como ainda afirma Moura (2015):

> Da matemática prática podemos destacar, por exemplo, a nova estrutura mercantil do fim do século XIII, que acarretou uma maior complexidade do contexto contábil e, consequentemente, possibilitou o aparecimento de uma estrutura de crédito que dava significado aos negativos (Moura, 2015, p.13).

Esse movimento contribuiu, gradualmente, para o enfraquecimento da exigência de uma interpretação geométrica para os conceitos algébricos e para uma progressiva desvinculação entre Álgebra e Geometria. No entanto, esse processo não ocorreu de forma imediata, estendendo-se até o século XIX.

Diante desse percurso histórico marcado por resistências em torno da legitimidade dos números negativos como números propriamente ditos, torna-se evidente a relevância de investigar e compreender essas dificuldades, que, por sua vez, podem estar relacionadas àquelas vivenciadas na Educação Básica.

Sendo assim, com o progresso das discussões, emergiu uma compreensão formal dos Números Inteiros. Caraça (1951) define a partir da diferença entre dois números reais, afirmando que "sejam a e b dois números reais quaisquer, à diferença $a - b$ chamaremos número relativo, que diremos positivo, nulo ou negativo, conforme for $a > b, a = b, ou\ a < b$". (Caraça, 1951, p. 97).

No que se refere à formalização das operações com Números Inteiros, Hankel, segundo Neto (2010), em 1867, buscou compreender e justificar as operações com números negativos sem recorrer a interpretações geométricas, baseando-se exclusivamente nas propriedades aditivas e multiplicativas previamente aceitas para o conjunto dos Números Reais positivos. A ideia central consistiu em estender tais propriedades, originalmente válidas para os números reais positivos, ao conjunto dos números reais como um todo.

Entre essas propriedades, destaca-se inicialmente a existência do elemento neutro da adição, representado pelo zero, tal que, para qualquer número real a, tem-se que $a + 0 = a$. Associada a essa propriedade está a existência do inverso aditivo, isto é, para todo número a, existe um número $-a$, tal que $a + (-a) = 0$. Além disso, assumiu-se a validade da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, expressa por $a(b + c) = ab + ac$, bem como o fato de que o produto de qualquer número por zero é igual a zero.

A partir dessas propriedades, foi possível para Hankel justificar de forma lógica a chamada regra de sinais. Considerou-se, inicialmente, que $b + (-b) = 0$. Multiplicando ambos os lados dessa igualdade por um número real a obteve $a \times [b + (-b)] = a \times 0$. Como o produto de qualquer número por zero é zero, tem-se $a \times 0 = 0$. Aplicando a propriedade distributiva à expressão da esquerda da igualdade, resulta $ab + a(-b) = a \times 0$, que pode ser reescrito como $ab + a(-b) = 0$. Para que essa soma seja igual a zero, é necessário que $a(-b)$ seja o inverso aditivo de ab, ou seja, conclui-se que $a(-b) = -(ab)$.

Dessa forma, o produto de um número positivo por um número negativo resulta em um número negativo, não por convenção, mas por consequência das propriedades algébricas adotadas.

De maneira análoga, considerou-se a expressão $a + (-a) = 0$. Multiplicando ambos os lados por $-b$ obtém-se $-b[a + (-a)] = 0(-b)$. Como $0(-b) = 0$, tem-se novamente uma igualdade nula. Aplicando a propriedade distributiva, a expressão da esquerda da igualdade, resulta que $(-b)a + (-b)(-a) = 0$ (*). Como já se estabeleceu anteriormente que $(-b)a = -(ba)$, a igualdade (*) só é satisfeita se $(-b)(-a) = ba$. Desse modo, o produto de dois números negativos resulta em um número positivo.

Essas conclusões de Hankel, citadas por Neto (2010), referem-se à regra de sinais para multiplicação que tanto ouvimos “Menos com menos dá mais e mais com menos dá menos”.

Por outro lado, utilizando as mesmas premissas, Caraça (1951) estabelece formalmente as operações de adição e subtração entre números relativos. Considerando números escritos na forma de diferenças, isto é, sejam p, q, r, e s números relativos:

- $(p - q) + (r - s) = p - q + r - s = (p + r) - (q + s)$
- $(p - q) - (r - s) = p - q - r + s = (p + s) - (q + r)$.

Em particular, sejam a e b números inteiros,

- $a + (-b) = a + (0 - b) = a - b$
- $a - (-b) = a - (0 - b) = a + b$

Essas igualdades mostram que somar um número negativo equivale a subtrair o número positivo de mesmo módulo, assim como subtrair um número negativo equivale a somar o número positivo de mesmo módulo, resultado que decorre das definições e propriedades algébricas assumidas.

As afirmações apresentadas podem, atualmente, serem demonstradas com base em noções da Álgebra Abstrata, como as estruturas de grupo e anel, o que confere pleno rigor matemático às regras operatórias envolvendo Números Inteiros. Contudo, tais demonstrações não serão aprofundadas neste trabalho, uma vez que o foco da investigação não reside na formalização algébrica em si, mas na compreensão das dificuldades que ainda persistem, nos dias atuais, no contexto escolar. Busca-se, sobretudo, analisar de que modo essas dificuldades se manifestam no processo de ensino e aprendizagem dos Números Inteiros e como o professor pode repensar suas escolhas didáticas, especialmente por meio da utilização de recursos que explicitem tais entraves.

3.2 Obstáculos Epistemológicos e Didáticos

Compreender os fatores que influenciam o processo de aprendizagem dos estudantes constitui um aspecto central da prática docente. Tradicionalmente, o erro foi concebido como indicativo de fracasso, incapacidade ou limitação do estudante. Nesse texto, apoiamo-nos nas ideias da Didática da Matemática de que o erro tem um papel essencial na aquisição de conhecimentos. Por isso, torna-se essencial distinguir erro de obstáculo. Conforme destaca Brousseau (1983), o erro não decorre apenas do acaso, mas pode ser consequência de um conhecimento anteriormente válido, que funcionava em determinado contexto, mas que se mostra inadequado quando mobilizado em uma nova situação. Esses erros não são aleatórios; ao contrário, revelam regularidades e persistências, que podem caracterizar-se como sintomas de obstáculos. Como afirma o autor:

> O erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do acaso [...], mas o efeito de um conhecimento anterior que, por um tempo, era interessante e conduzia ao sucesso, mas agora se mostra falso ou simplesmente inadaptável. Os erros desse tipo não são erráticos e imprevisíveis, mas se constituem em obstáculos. Tanto na ação do mestre como na do aluno, o erro é constitutivo do sentido do conhecimento adquirido (Brousseau, 1983, p.171 apud Almouloud, 2022, p.193-194).

Sob essa ótica, o erro persistente não deve ser tratado como uma simples falha a ser corrigida, mas como um indício de um obstáculo. Almouloud (2022) reforça essa ideia ao afirmar que os erros expressam concepções espontâneas que, ao se integrarem a uma rede coerente de representações cognitivas, podem dificultar a aquisição de novos conhecimentos. Em outras palavras, “os obstáculos estão relacionados a conhecimentos provisórios, que constituem entraves à aquisição de conhecimentos posteriores” Glaeser (1999, apud Almouloud, 2022, p. 195).

De acordo com Brousseau (1997), os obstáculos de aprendizagem podem ter diferentes origens: *ontogenéticas*, relacionadas a limitações do desenvolvimento do sujeito; *didáticas*, decorrentes das escolhas pedagógicas realizadas no processo de ensino; e *epistemológicas*, que reproduzem dificuldades históricas enfrentadas na construção dos próprios conceitos matemáticos. Os *Obstáculos Epistemológicos*, em particular, desempenham um papel formativo no desenvolvimento do conhecimento e podem ser identificados na história da Matemática. Nas palavras do autor:

> Aqueles dos quais não se pode nem se deve escapar, devido ao seu papel formativo no conhecimento que se procura. Eles podem ser encontrados na história dos próprios conceitos. Isto não significa que devamos ampliar o seu efeito ou reproduzir no contexto escolar as condições históricas sob as quais foram vencidos. (BROUSSEAU, 1997, p. 87, tradução nossa).[2]

Na aprendizagem de Números Inteiros, as dificuldades recorrentes dos estudantes, como erros nas operações e dificuldades na atribuição de sentido aos números negativos, não devem ser compreendidas como simples falhas de explicação ou falta de atenção. Tais erros podem ser sintomas de Obstáculos Epistemológicos, uma vez que refletem a mobilização de conhecimentos do conjunto dos números naturais, que deixam de ser funcionais quando o conjunto numérico é ampliado.

Ainda, há fortes indícios de que o conhecimento consolidado sobre os números naturais funcione como um Obstáculo Epistemológico à compreensão dos inteiros, especialmente dos números negativos. Além disso, é possível considerar que determinadas escolhas didáticas, ao não explicitar as rupturas conceituais envolvidas nessa ampliação, possam contribuir para o reforço desses obstáculos, dando origem a Obstáculos Didáticos. Nessa perspectiva, o conhecimento, por parte do professor, acerca de Obstáculos Epistemológicos envolvidos na construção dos Números Inteiros pode favorecer reflexões sobre práticas pedagógicas que, mesmo de forma não intencional, tendem a perpetuar determinadas dificuldades.

A título de exemplificação, Almouloud (2022) aponta a recorrência histórica de Obstáculos Epistemológicos associados a diferentes conceitos matemáticos, entre os quais se destacam:

- O estatuto de números

[2] Obstacles of really epistemological origin are those from which one neither can nor should escape, because of their formative role in the knowledge being sought, They can be found in the history of the concepts themselves, This doesn’t mean that we must amplify their effect or reproduce in the school context the historical conditions under which they were vanquished.

- O zero
- O infinito
- O conceito de função
- O conceito de probabilidade

Ressalta-se, contudo, que tais aspectos não constituem o foco desta pesquisa**,** sendo mencionados apenas para indicar que os Obstáculos Epistemológicos não se restringem aos Números Inteiros, mas atravessam diferentes conceitos matemáticos, abrindo possibilidades para investigações futuras.

3.3 Os Números Inteiros na BNCC

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o estudo dos Números Inteiros está inserido na unidade temática Números, tendo como objetos de conhecimento: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações. Para o 7º ano do Ensino Fundamental, destacam-se as habilidades (EF07MA03), que envolve a comparação e a ordenação de Números Inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, bem como sua associação à reta numérica e o uso em situações de adição e subtração, e (EF07MA04), que propõe a resolução e a elaboração de problemas que envolvam operações com Números Inteiros (Brasil, 2018).

No entanto, considerando as dificuldades recorrentes observadas no trabalho com as operações, especialmente no que se refere ao uso dos sinais e à atribuição de sentido ao conceito, o foco deste trabalho recai sobre a habilidade (EF07MA04), que orienta o desenvolvimento desta investigação.

Percebemos que podemos criar um caminho de contextualização para as operações com números negativos na Matemática escolar usando o jogo como um contexto capaz de articular os elementos da habilidade EF07MA04, no que se refere às quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão).

3.4 O uso de jogos como recurso didático

Para enfrentar os desafios que surgem no ensino dos Números Inteiros, uma alternativa consiste na utilização de materiais manipulativos, entre os quais se destacam os jogos didáticos. De acordo com Grando:

> Entendemos que há uma necessidade de se compreender que o uso de materiais manipulativos possibilita aos alunos uma visualização e uma possibilidade de

> representação de relações matemáticas que algumas vezes desejamos, enquanto professores, que o aluno compreenda (GRANDO, 2015, p.3).

O uso desses materiais se justifica por ensejar uma abordagem que estimule o interesse e a compreensão desses conceitos matemáticos, pois, conforme a mesma autora:

> Os jogos, as brincadeiras, enfim, as atividades lúdicas exercem um papel fundamental para o desenvolvimento cognitivo, afetivo, social e moral das crianças, representando um momento que necessita ser valorizado nas atividades infantis (GRANDO, 2000, p.18).

No entanto, apesar das vantagens dos jogos educativos, é importante compreender como utilizá-los para lidar com essas dificuldades de aprendizagem que os alunos podem enfrentar durante a educação básica. Nesse sentido, a criteriosa seleção dos jogos pelo professor deve vir acompanhada do domínio de suas regras, de seus objetivos e de um planejamento que explicite a intencionalidade didática da proposta. Ao mesmo tempo, faz-se necessário preservar o caráter lúdico da atividade, uma vez que é justamente esse aspecto que favorece o engajamento dos alunos. Assim, o desafio docente consiste em buscar um equilíbrio entre a dimensão pedagógica e a dimensão lúdica do jogo, de modo que ele não se reduza nem a um simples passatempo, nem a um exercício desprovido de sentido para os estudantes.

Em particular, ao ser convidada, no âmbito das atividades do Programa de Residência Pedagógica, para apresentar um jogo relacionado a um conceito de minha escolha, identificou-se, no jogo Desafio das Operações, a oportunidade de explorar uma alternativa didática para o ensino das operações com Números Inteiros de uma forma diferente daquelas que experimentei em minha trajetória escolar e acadêmica.

3.5 O jogo Desafio das Operações

O jogo *Desafio das Operações* (ALVES et al, 2013) integra o Projeto Rede, que teve como um dos seus objetivos a criação de jogos com sucata que fossem adaptados a cada realidade de sala de aula e confeccionados pelos estudantes. Como resultado das ações desse projeto, foi publicado um livro intitulado “Jogos com Sucata na Educação Matemática” (GITIRANA et al, 2018) o qual contém vários jogos, dentre estes, o Desafio das Operações.

Este recurso é formado por um tabuleiro, que pode ser feito com um papelão, fichas com números (que podem ser feitas com emborrachado) e marcadores (tampinhas de garrafa), como ilustramos na figura 1 abaixo:

Figura 1 -Tabuleiro do jogo Desafio das Operações

Fonte: (ALVES et al, 2018)

As fichas são divididas em dois conjuntos, sendo o primeiro o Conjunto Operação (C.O) – em vermelho – e o segundo o Conjunto Resultado (C.R), enquanto que os marcadores indicam as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão).

3.5.1 Regras do jogo

1. Jogam-se dois ou mais jogadores, de forma alternada (a ordem pode ser decidida jogando "par ou ímpar");

2. O primeiro jogador inicia colocando um dos marcadores sobre uma das fichas do C.R assegurando-se de que existe solução possível;

3. O segundo jogador precisará identificar no C.O quais são os dois números que, ao realizar a operação escolhida pelo oponente, resultam no número desafiado;

4. Caso o segundo jogador acerte, retira uma das fichas do tabuleiro, caso erre, o jogador 1 é quem retira uma das fichas;

5. Caso algum dos jogadores coloque um marcador em um número que não possui solução com a operação indicada, o jogador desafiado ganha a rodada se conseguir justificar a impossibilidade (O professor servirá como mediador nestes casos), caso não consiga, a jogada é anulada;

6. Não é permitido realizar operações com números fora do conjunto operação e nem com números iguais;

7. Ganha quem conseguir retirar mais da metade das fichas primeiro.

Por exemplo, utilizando os números da Figura 1, vamos supor que o primeiro jogador coloque o operador de multiplicação na ficha de número 18. Então, o segundo jogador precisará reconhecer que os dois números são 3 e 6. Caso acerte, ele retira uma das fichas do tabuleiro, caso erre, o jogador 1 é quem retira uma das fichas.

Cabe destacar que podem ocorrer situações em que o jogador responsável por propor o desafio indique uma operação cujo resultado não seja possível a partir das fichas disponíveis no Conjunto Operação, seja por engano com o marcador ou por erro no cálculo. Nesses casos, entende-se que o desafio foi formulado de maneira incorreta e, portanto, a pontuação é nula. Nessas situações, o professor atua como mediador, intervindo para analisar a validade do desafio, orientar os estudantes quanto ao erro cometido e promover a discussão matemática envolvida.

3.5.2 Análise didática do jogo

Levando em consideração as regras do jogo Desafio das Operações, foram elencadas algumas finalidades educacionais:

- Desenvolver a decomposição aditiva e multiplicativa de números inteiros, de forma mental ou escrita;
- Compreender extensões de conjuntos numéricos;
- Reconhecer operações que são comutativas;
- Somar, subtrair, multiplicar e dividir por cálculo mental;
- Resolver problemas utilizando as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) não necessariamente por cálculo mental;
- Mapear possibilidades.

É importante destacar que as finalidades didáticas do jogo D.O estão alinhadas às habilidades previstas na BNCC para o 7º ano, especialmente à habilidade EF07MA04, uma vez que a dinâmica se estrutura a partir da resolução de problemas apresentados sob a forma de desafios propostos pelos próprios jogadores. Para responder a esses desafios, os estudantes precisam mobilizar as operações com Números inteiros, testar possibilidades, validar resultados e justificar suas escolhas, envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão.

Além disso, o jogo D.O foi estruturado em dois níveis, que se diferenciam pelo conjunto numérico mobilizado em cada uma delas. Enquanto o primeiro trabalha exclusivamente com números naturais, a segunda incorpora operações envolvendo Números

Inteiros. Essa configuração possibilita ao professor adequar o uso do jogo às necessidades da turma, além de favorecer uma transição gradual entre os conjuntos numéricos.

Quando o jogo é desenvolvido apenas com números naturais, as possibilidades de resultados ficam mais restritas, especialmente no que se refere à subtração, já que, nesse conjunto, nem todas as diferenças são possíveis. Essa limitação pode ser explorada didaticamente, pois evidencia que determinadas operações não possuem a propriedade de fechamento em determinados conjuntos. Sendo assim, ao introduzir os Números Inteiros, essa restrição é superada, uma vez que a subtração passa a ser possível independentemente do minuendo ou do subtraendo.

De modo semelhante, a operação de divisão pode conduzir a resultados que não pertencem ao conjunto dos Números Inteiros, exigindo, em determinados casos, a ampliação do conjunto numérico para os números racionais. Com isso, ao ampliar o conjunto numérico trabalhado, ampliam-se significativamente os resultados possíveis nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, o que torna o jogo mais desafiador.

A escolha por trabalhar com uma quantidade reduzida de números no tabuleiro não é aleatória. Do ponto de vista didático, essa decisão contribui para que os estudantes consigam explorar as combinações possíveis sem que a atividade se torne excessivamente complexa ou cansativa, sobretudo nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Outro aspecto relevante diz respeito à possibilidade de obtenção de um mesmo resultado por meio de diferentes operações. Por exemplo, o número 18 pode ser obtido por meio de uma multiplicação entre 3 e 6 ou na adição de 6 e 12. Essa característica do jogo cria oportunidades para discutir mapeamento de possibilidades, e as propriedades das operações, como a comutatividade da adição e da multiplicação.

A organização das fichas em ordem crescente e a diferenciação visual entre o Conjunto Operação e o Conjunto Resultado também possuem implicações didáticas importantes. Essas escolhas favorecem a localização dos números, a comparação entre valores e a percepção de ordem. Além disso, o uso de materiais simples e reaproveitáveis reforça a viabilidade do jogo no contexto escolar, permitindo sua adaptação a diferentes realidades sem comprometer seus objetivos pedagógicos.

No que se refere à dinâmica do jogo, a exigência de que os desafios propostos tenham solução e a possibilidade de justificar a impossibilidade de determinadas jogadas deslocam o foco do simples acerto ou erro para a argumentação e a validação matemática. Nessas situações, a mediação do professor torna-se fundamental, não para fornecer respostas prontas, mas para estimular a reflexão, a explicitação dos raciocínios e a análise das estratégias utilizadas pelos estudantes.

3.5.3 Composição do jogo

Como citado anteriormente, o tabuleiro original é composto por três fichas no C.O e nove fichas no C.R. Isto se justifica porque esta configuração foi criada para ser trabalhada com alunos dos primeiros anos do ensino fundamental, então os resultados precisam pertencer ao conjunto dos números naturais. Assim, com o C.O = {3,6,12}, temos o C.R = {2,3,4,6,9,15,18,36,72}, pois, os resultados das operações de subtração $(3 - 6, 6 - 12, 3 - 12)$ e de divisão $(3 \div 6, 3 \div 12, 6 \div 12)$ não pertencem ao conjunto dos naturais. Todavia, como este trabalho possui foco nos Números Inteiros, denominamos de "Elementos Variáveis" e "Elementos Invariáveis" algumas configurações do jogo original os quais modificamos ou não, a fim de alcançar objetivos elencados:

I. *Elementos Variáveis*

Os elementos variáveis serão as configurações do jogo original que estão passíveis de serem modificadas e que de fato modificamos. Sendo eles: os números escolhidos no C.O e no C.R (podendo ser positivo ou negativo); os números que compõem o C.R poderão conter todos os possíveis resultados ou apenas um recorte do conjunto total.

Em particular para este trabalho, foram mesclados os números negativos e positivos em ambos os conjuntos (operação e resultado), pois a ideia é que os alunos realizem a regra de sinais.

II. *Elementos Invariáveis*

Os elementos invariáveis foram as configurações do jogo original que mantivemos da mesma forma. Tais como: a quantidade de fichas tanto no conjunto operação quanto no conjunto resultado (pois tivemos o intuito de reutilizar as fichas), as operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) e todas as regras.

4. METODOLOGIA

A metodologia desta pesquisa é de natureza qualitativa, de modo que inicialmente foi feita uma pesquisa sobre os desafios relacionados aos Números Inteiros e Obstáculos Epistemológicos e Didáticos. Após isso, foi feito um levantamento das habilidades relacionadas a esse conjunto na BNCC para a turma do 7º ano do ensino fundamental. Com base nesse levantamento, o jogo Desafio das Operações foi confeccionado e aplicado (primeira etapa) com o intuito de alcançar a habilidade (EF07MA04) e investigar dificuldades conceituais, juntamente com uma ficha de atividades com situações de jogo (segunda etapa), cujo intuito foi verificar possíveis relações com Obstáculos Epistemológicos e Didáticos.

Antes da aplicação, fomos guiados pelo seguinte questionamento: "Quais dificuldades são reveladas pelos alunos em relação ao conceito de Número Inteiro e às suas operações? " E "De que forma elas podem se relacionar com as dificuldades anteriormente vivenciadas por matemáticos do passado? ". Com essas perguntas em mente, aplicamos três versões do jogo com dois grupos diferentes, cujos resultados da experimentação nos deram subsídios para refletir sobre práticas pedagógicas que possam vir a contribuir com a não perpetuação de obstáculos. Ademais, este trabalho traz como uma das principais contribuições a proposta de novas adaptações para o jogo.

A atividade investigativa foi realizada em um colégio da rede pública de Pernambuco, enquanto estava no Programa de Residência Pedagógica, com quatro estudantes do 7º ano do ensino fundamental. A escolha dos estudantes considerou a disponibilidade e a participação ativa durante as aulas, aspectos que favoreceram a observação das estratégias, argumentações e dificuldades apresentadas ao longo da atividade

4.1 Primeira etapa

A primeira etapa consistiu da aplicação do jogo. Para este momento, utilizamos três configurações durante uma aula de oficina de Matemática[3]. Para um bom funcionamento, os alunos foram divididos em duas duplas (A e B), e cada dupla (Aluno 1 e 2, Aluno 3 e 4) recebeu um tabuleiro com duas configurações – uma nível 1 e outra nível 2. A ideia se deu em montar dois tipos de composições utilizando o verso das mesmas fichas.

A configuração nível 1 — que foi comum às duas duplas — tinha como conjunto operação C.O = {3,6,12} e como conjunto resultado C.R = {2,3,4,6,9,15,18,36,72}, o mesmo serviu de base para explicação do funcionamento do jogo. Esta configuração está presente no capítulo VII do livro, enquanto que as demais configurações nível 2 foram adaptações com fins de expandir o conjunto numérico. Segue abaixo o tabuleiro nível 1 utilizado com as duas duplas (A e B) e o mapeamento das possíveis jogadas:

[3] As oficinas de matemática são ambientes destinados a estudantes que não estão conseguindo acompanhar o andamento dos conteúdos nas aulas regulares. Elas ocorrem em um contraturno e não possuem um currículo linear, de modo que as dificuldades dos alunos guiam o planejamento do professor.

Figura 2 - Tabuleiro nível 1 comum às duas duplas

Fonte: Autoria própria

Quadro 1 - Mapeamento dos possíveis resultados com o tabuleiro nível 1

Números dois a dois	Adições	Subtrações	Multiplicações	Divisões
3 *e* 6	$3 + 6 =$ $6 + 3 = 9$	$3 - 6 = -3$ $6 - 3 = 3$	$3 x 6 =$ $6 x 3 = 18$	$3 \div 6 = \frac{1}{2}$ $6 \div 3 = 2$
3 *e* 12	$3 + 12 =$ $12 + 3 = 15$	$3 - 12 = -9$ $12 - 3 = 9$	$3 x 12 =$ $12 x 3 = 36$	$3 \div 12 = \frac{1}{4}$ $12 \div 3 = 4$
6 e 12	$6 + 12 =$ $12 + 6 = 18$	$6 - 12 = -6$ $12 - 6 = 6$	$6 x 12 =$ $12 x 6 = 72$	$6 \div 12 = \frac{1}{2}$ $12 \div 6 = 2$

Fonte: Autoria própria

Observa-se, a partir do mapeamento realizado, que alguns resultados aparecem repetidamente, uma vez que podem ser obtidos por diferentes operações ou por distintas combinações entre os mesmos números devido à propriedade comutativa da multiplicação e adição. Apesar disso, utilizou-se apenas uma ficha para um mesmo resultado, evitando repetições no Conjunto Resultado e favorecendo uma organização mais clara do jogo.

Além disso, alguns resultados possíveis, especialmente aqueles provenientes de subtrações e divisões que não pertencem ao conjunto dos números naturais, não foram incluídos no nível 1 do jogo. Essa escolha está relacionada ao fato de que esse nível foi concebido para trabalhar exclusivamente com números naturais, respeitando o fechamento desse conjunto. Cabe destacar que, mesmo com apenas três números no Conjunto Operação, o número de resultados possíveis já se mostra significativo, o que evidencia a complexidade das combinações envolvidas e justifica a necessidade de uma seleção criteriosa dos resultados apresentados no tabuleiro, com vistas à objetivos pedagógicos específicos.

Na sequência, apresenta-se a configuração utilizada pela dupla A no nível 2 do jogo, e o mapeamento dos possíveis resultados, no qual o Conjunto Operação foi composto pelos números C.O = $\{-10, -2, 7\}$ e o Conjunto Resultado pelos valores C. R= $\{-70, -17, -14, -12, -3, 5, 8, 9, 17\}$.

Figura 3 - Tabuleiro nível 2 utilizado com a dupla A

Fonte: Autoria própria

Quadro 2 - Mapeamento dos possíveis resultados com o tabuleiro nível 2 da dupla A

Números do C.O	**Adição** $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})$	**Subtração** $(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})$	**Subtração** $(\boldsymbol{b} - \boldsymbol{a})$	**Multiplicação** $(\boldsymbol{a}\ x\ \boldsymbol{b})$	**Divisão** $(\boldsymbol{a} \div \boldsymbol{b})$	**Divisão** $(\boldsymbol{b} \div \boldsymbol{a})$
- 10 e - 2	- 12	-8	8	20	5	$\frac{1}{5}$
- 10 e 7	- 3	-17	17	-70	$\frac{-10}{7}$	$-\frac{7}{10}$
- 2 e 7	5	- 9	9	-14	$\frac{-2}{7}$	$-\frac{7}{2}$

Fonte: Autoria própria

Diferentemente do nível 1, no nível 2 passaram a ser considerados resultados negativos. No entanto, da mesma forma, os resultados fracionários foram incluídos apenas no mapeamento, com o intuito de explicitar as possibilidades das operações, mas não foram inseridos no Conjunto Resultado, já que o objetivo didático foi trabalhar exclusivamente com Números Inteiros. Além disso, em função da reutilização das fichas do tabuleiro do nível 1, nem todos os resultados possíveis foram contemplados, garantindo-se, ainda assim, condições para a exploração das regras de sinais.

Por fim, segue abaixo o mapeamento das possibilidades de resultados com o tabuleiro utilizado com a dupla B. O conjunto operação foi C.O = {- 8, -3, -2} e o conjunto resultado foi C.R = {-11, -10, - 6, - 5, - 1, 1, 4, 6, 24}. Como ilustram a figura 4 e o quadro 3 abaixo:

Figura 4 - Tabuleiro nível 2 utilizado com a dupla B

Fonte: Autoria própria

Quadro 3 - Mapeamento dos possíveis resultados com o tabuleiro nível 2 da dupla B

Números do C.O	**Adição** $(a + b)$	**Subtração** $(a - b)$	**Subtração** $(b - a)$	**Multiplicação** $(a \times b)$	**Divisão** $(a \div b)$	**Divisão** $(b \div a)$
- 8 e - 3	- 11	- 5	5	24	$\frac{8}{3}$	$\frac{3}{8}$
- 8 e - 2	- 10	- 6	6	16	4	$\frac{1}{4}$
- 3 e - 2	- 5	- 1	1	6	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$

Fonte: Autoria própria

Uma observação importante refere-se ao fato de que o número zero não foi incluído nas configurações do C.O pelos criadores do jogo, com o intuito de evitar o surgimento de algumas dificuldades — como divisões por zero e ambiguidades em determinadas operações — que não constituem o foco central da proposta didática. No entanto, destaca-se que, a depender dos objetivos do professor, a inclusão do zero pode ser pertinente, uma vez que sua exploração envolve conceitos que não são triviais e podem favorecer discussões matemáticas relevantes.

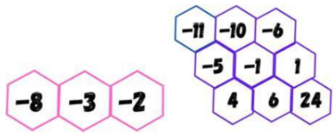
No que se refere à coleta de dados, esta foi realizada por meio de anotações das jogadas e dos argumentos apresentados pelos alunos ao longo da aplicação do jogo, além da análise dos registros produzidos em uma ficha de atividades contendo situações de jogo, apresentada a seguir.

4.2 Segunda etapa

A segunda etapa consistiu na aplicação de uma ficha de atividade com cinco questões envolvendo situações de jogo. Com isso, cada estudante recebeu a ficha para ser respondida de forma individual e sem o uso da calculadora. Segue abaixo a primeira questão:

Figura 5 – Questão 1 da ficha de atividades

1º) João e Juliete estavam jogando o jogo Desafio das Operações que tinha as seguintes configurações, em rosa o conjunto operação e em azul o conjunto resultado:



a) Caso João utilize o indicador da operação de **subtração** no número -1, quais os números Juliete deverá responder?

b) Existe outra possibilidade de chegar a esse número sem fugir das regras do jogo?

c) Juliete colocou o indicador de **adição** no número -10 e desafiou João. É possível que ele acerte? Se sim, quais números ele poderá dizer?

Fonte: Dados da pesquisa

A Questão 1 foi elaborada com o objetivo de verificar, inicialmente, se os estudantes compreenderam as regras do jogo Desafio das Operações e a dinâmica entre o conjunto operação e o conjunto resultado. Na letra (a), a tarefa proposta exige que o aluno identifique, a partir de uma operação previamente indicada, quais números do conjunto operação podem produzir o resultado apresentado. Nesse sentido, a questão permite observar se o estudante compreende o funcionamento básico do jogo, bem como a relação entre operadores, números disponíveis e resultado desafiado.

Ao questionar se existe outra possibilidade de chegar ao mesmo resultado, a letra (b) amplia o nível de exigência cognitiva da atividade. Essa proposição convida o estudante a ir além da verificação imediata da jogada, estimulando a exploração de novas combinações e possibilidades permitidas pelas regras do jogo. Desse modo, a questão favorece o mapeamento de operações e a compreensão de que um mesmo resultado pode ser obtido por diferentes operações e pares de números.

Na sequência, ao propor uma situação envolvendo a operação de adição, a letra (c) permite verificar se, dadas determinadas configurações do conjunto operação, existem ou não soluções possíveis para o resultado apresentado. Essa verificação contribui para que o aluno reflita sobre a viabilidade das jogadas e compreenda que nem todo desafio proposto necessariamente admite solução dentro das regras estabelecidas.

Figura 6 - Questão 2 da ficha de atividades

2º) Considere a seguinte configuração para esse jogo:

a) Juliete foi desafiada a descobrir quais são os números que ao serem **multiplicados** resultam em -24. Ajude ela a ganhar a pontuação nessa rodada

b) De quais formas podemos chegar nos números indicados no conjunto resultado (em azul)?

- -24: ____________________
- -16: ____________________
- -6: ____________________
- -5: ____________________
- 4: ____________________
- 5: ____________________
- 6: ____________________
- 16: ____________________
- 24: ____________________

c) Sugira dois números que poderiam fazer parte do conjunto resultado.

Fonte: Dados da pesquisa

Na Questão 2, mantém-se uma configuração semelhante à da questão anterior, utilizando o mesmo conjunto operação. No entanto, o conjunto resultado apresentado inclui o número -24, que não pertence ao mapeamento das operações possíveis com os números disponíveis, funcionando, portanto, como distrator[4]. Sua presença tem a finalidade de provocar a análise cuidadosa das regras operatórias e dos sinais envolvidos.

Na letra (a)**,** o desafio proposto exige que o estudante analise a operação de multiplicação considerando as regras de sinais. Embora os números -8 e -3 pertençam ao C.O e sua multiplicação resulte em 24, o resultado solicitado é -24. Assim, a situação permite verificar se o aluno reconhece que, com os números disponíveis, não há combinação possível

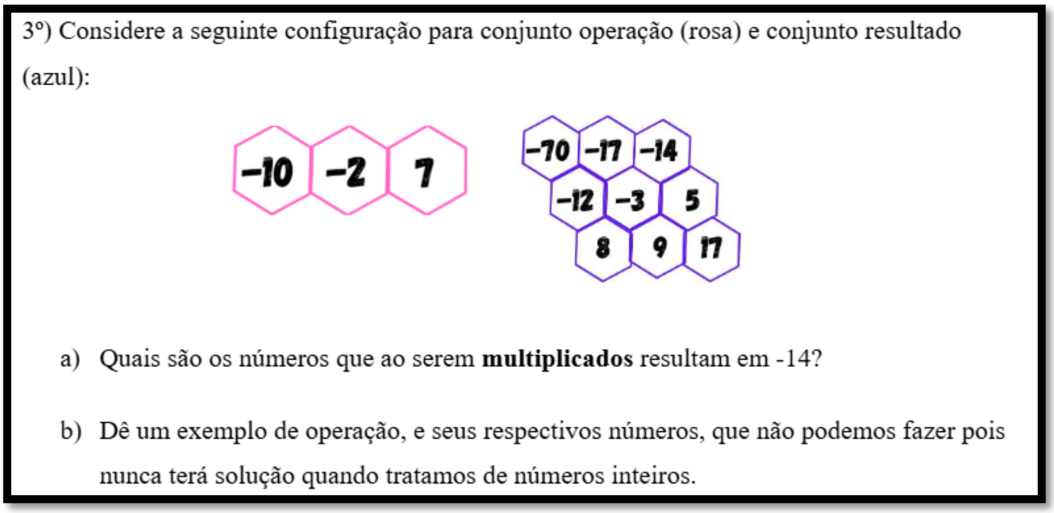
[4] Erros frequentemente cometidos pelos alunos

que produza esse resultado negativo por multiplicação. Dessa forma, a resposta esperada não é a indicação de um par de números, mas o reconhecimento da impossibilidade da jogada, conforme as regras estabelecidas durante a aplicação do jogo.

Na letra (b), ao solicitar que o estudante indique de quais formas é possível chegar aos números apresentados no C.R, a questão demanda a análise das combinações possíveis entre os números do C.O e as operações permitidas. Nesse contexto, o aluno precisa verificar quais resultados admitem solução e quais não admitem, confrontando os números apresentados com seus próprios cálculos. Essa etapa favorece a mobilização de estratégias de cálculo e a verificação da coerência entre operações, números e resultados.

Por fim, na letra (c)**,** ao solicitar que o estudante sugira dois números que poderiam integrar o C.R, a questão convida o aluno a ampliar a análise realizada anteriormente. A partir das combinações possíveis entre os números do C.O, espera-se que ele identifique resultados viáveis que não foram incluídos na configuração apresentada.

Figura 7 - Questão 3 da ficha de atividades


3º) Considere a seguinte configuração para conjunto operação (rosa) e conjunto resultado (azul):

a) Quais são os números que ao serem **multiplicados** resultam em -14?

b) Dê um exemplo de operação, e seus respectivos números, que não podemos fazer pois nunca terá solução quando tratamos de números inteiros.

Fonte: Dados da pesquisa

Nesta questão, propõe-se uma nova configuração dos conjuntos operação e resultado, exigindo que os estudantes mobilizem e reforcem a compreensão das regras de sinais na multiplicação, em especial o fato de que o produto entre um número negativo e um positivo resulta em um número negativo. Assim, ao buscar quais números do conjunto operação podem resultar em -14 por meio da multiplicação, o aluno precisa identificar que -2 e 7 satisfazem esta condição.

Na letra (b)**,** a questão convida os estudantes a refletirem sobre operações que não admitem solução no conjunto dos Números Inteiros. Assim, ao solicitar um exemplo de operação que não terá solução, espera-se que o aluno perceba que determinadas divisões exigiriam a ampliação do conjunto para os números racionais. Um exemplo possível é a divisão de −2 por 7, que resulta em uma dízima e, portanto, não pertence ao conjunto dos Números Inteiros, tampouco ao conjunto resultado apresentado. Essa reflexão contribui para que os estudantes compreendam que nem toda operação entre inteiros permanece fechada nesse conjunto.

Figura 8 - Questão 4 da ficha de atividades

4º) Crie uma configuração para o jogo Desafio das Operações utilizando números inteiros em ordem crescente, tanto para o conjunto operação quanto para o conjunto resultado. Obs.: Utilize as quatro operações básicas.

Fonte: Dados da pesquisa

Na quarta questão, os estudantes são convidados a criar uma configuração própria para o jogo, respeitando as regras previamente estabelecidas. Embora os elementos não sejam explicitados no enunciado, espera-se que sejam mantidos invariantes o uso das quatro operações básicas, a ausência do zero, e a ordenação crescente dos números e a mesma quantidade de elementos nos conjuntos operação e resultado.

Os elementos variáveis dizem respeito à escolha dos números inteiros e a cardinalidade de cada conjunto, permitindo diferentes configurações válidas. Nesse sentido, respostas distintas podem ser aceitas, desde que respeitem as regras do jogo. Por exemplo, ao escolher o conjunto operação {1, 2}, o conjunto resultado pode incluir números como {−1, 1, 2, 3}, obtidos a partir das operações permitidas.

Figura 9 - Questão 5 da ficha de atividades

5º) Rosilda e Valquiria resolveram criar um tabuleiro do Jogo Desafio das Operações e estavam aproveitando algumas fichas de outros jogos. Estas fichas eram 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 15, 16, 18, 24, 32, 36, 48, 56, 64, 68, 72. Sendo um tabuleiro composto por 4 fichas em que incidem as operações e 12 fichas com resultados, que números poderiam ser escolhidos para cada conjunto de fichas?

Fonte: Dados da pesquisa

A quinta questão, adaptada do livro *Jogos com Sucata na Educação Matemática*, propõe a organização de uma configuração para o jogo Desafio das Operações a partir de um conjunto prévio de fichas já determinado. Diferentemente da questão 4, o conjunto operação e o conjunto resultado não são escolhidos livremente, mas devem ser identificados pelos estudantes, respeitando a condição de que quatro fichas componham o conjunto operação e que as demais doze fichas sejam, necessariamente, resultados de pelo menos uma das quatro operações básicas realizadas entre os números escolhidos para o conjunto operação.

Assim, o objetivo central da questão consiste em identificar quais quatro números podem integrar o conjunto operação de modo que nenhuma das fichas restantes fique sem justificativa**,** isto é, todas devem poder ser obtidas como resultado de alguma operação válida entre os números selecionados. Essa exigência demanda dos estudantes a realização de testes, verificações e validações, favorecendo o raciocínio combinatório e o cálculo.

Do ponto de vista didático, a questão reforça a importância de o professor definir previamente os elementos variáveis e invariáveis do jogo, de acordo com os objetivos pretendidos. Tal definição pode contribuir para evitar ambiguidades na compreensão das regras e favorecer uma exploração mais produtiva das operações com Números Inteiros.

5. ANÁLISE DE DADOS

A aplicação do jogo Desafio das Operações teve duração aproximada de duas horas e teve como objetivo observar como os estudantes mobilizam conhecimentos relativos às operações com Números Inteiros, bem como identificar indícios de possíveis Obstáculos Didáticos e Epistemológicos que emergem durante a interação com o jogo. No início da atividade, os estudantes apresentaram dificuldades para compreender as regras do jogo, especialmente aquelas relacionadas à dinâmica dos desafios e às condições de pontuação, o que é esperado em situações didáticas novas, nas quais os alunos ainda estão se apropriando das regras implícitas e explícitas da situação proposta. Após algumas rodadas, no entanto, essas dificuldades iniciais foram sendo gradualmente superadas, à medida que os alunos se familiarizavam com o funcionamento do jogo.

Inicialmente, foi aplicado o nível 1, envolvendo apenas números naturais, de forma simultânea com as duas duplas. Nesse momento, os integrantes das duplas A e B manifestaram dificuldades em realizar cálculos mentais das quatro operações básicas, sobretudo da divisão. Ao perceber que essas dificuldades desviavam o foco da pesquisa — que não se centrava nos números naturais — foi disponibilizada uma folha A4 para que os estudantes realizassem os cálculos por escrito, de modo a evitar que dificuldades operatórias com números naturais interferissem na análise das operações com Números Inteiros, foco desta pesquisa.

Com esse apoio, os jogadores passaram a elaborar estratégias próprias, como a construção da tabuada de multiplicação dos números do conjunto operação, o que evidencia uma tentativa de sistematização dos resultados possíveis e de antecipação das respostas durante os desafios. Ainda assim, observaram-se dificuldades recorrentes nas quatro operações, o que acabou deslocando o trabalho com números negativos para os minutos finais da aplicação.

Uma regra que precisou ser constantemente retomada foi a regra 6**,** que proíbe operar com números que não pertencem ao conjunto operação e com valores iguais. Essa tentativa foi recorrente, especialmente quando os estudantes desafiavam operações de multiplicação envolvendo o número 9.

Considerando que, no nível 1, o C.O foi composto pelos números 3, 6 e 12, uma estratégia bastante comum foi a elaboração completa das tabuadas desses números (por exemplo, 3 × 1 até 3 × 10). Essa escolha tornou as rodadas mais lentas e previsíveis. Além disso, como ambos os jogadores frequentemente utilizavam a mesma estratégia, a condição de ser desafiado passou a ser vantajosa, já que aumentavam as chances de acerto. Diante disso, alguns estudantes passaram a desafiar propositalmente números do conjunto resultado que não possuíam solução.

Entretanto, nesses casos, os jogadores frequentemente esqueciam a regra 5, segundo a qual, quando não há solução possível, o jogador desafiado pontua caso consiga justificar corretamente a impossibilidade. Essa dificuldade inicial parece estar associada à compreensão global do funcionamento do jogo, uma vez que os estudantes demoraram a perceber que bastava operar os três números dois a dois, utilizando apenas as quatro operações básicas, sem recorrer a números externos ao tabuleiro.

Um exemplo interessante ocorreu quando o primeiro desafio proposto pelo Aluno 1, da dupla A, foi identificar dois números que, ao serem multiplicados, resultassem em 9. O jogador desafiado argumentou corretamente que isso só seria possível caso fosse permitida a repetição de números, o que é vedado pelas regras. Com isso, pontuou e retirou uma ficha do tabuleiro, evidenciando um uso adequado da justificativa como critério de validação da resposta.

Essa possibilidade de retirar qualquer ficha se revelou problemática, pois permitia ao jogador eliminar desafios que não sabia resolver. Do ponto de vista didático, uma alternativa seria restringir a retirada apenas à ficha utilizada na rodada, garantindo que todos os tipos de desafios previamente mapeados fossem enfrentados.

Em outra rodada, um desafio envolveu a operação de subtração no número 4. O jogador desafiado afirmou não haver solução, justificando que "3 − 6 = 3, 12 − 6 = 6 e 12 − 3 = 9". Essa argumentação revelou que o estudante não distinguia adequadamente expressões como 3 − 6 e 6 – 3. Esse tipo de dificuldade pode ser interpretado como um indício de obstáculo didático, possivelmente relacionado a abordagens de ensino que não enfatizaram suficientemente o caráter não comutativo dessa operação.

Após algumas rodadas, os estudantes perceberam que não era necessário construir tabuadas completas. Em um desafio posterior, ao identificar os números cuja subtração resultava em 3, os jogadores não apresentaram dificuldades. Esse momento foi aproveitado para discutir explicitamente quais operações são comutativas (adição e multiplicação) e quais não são (subtração e divisão), reforçando conceitos matemáticos subjacentes às regras do jogo.

Ao avançar para o nível 2, com o conjunto operação C. O = $\{-10, -2, 7\}$, um estudante da dupla A desenhou a reta numérica como recurso de apoio, tanto para ordenar os números quanto para auxiliar na visualização das operações como deslocamentos. Em uma das rodadas, ao serem questionados sobre a operação que gerava mais dificuldades, os estudantes apontaram a subtração.

Em um dos desafios, houve discussão em torno de expressões como $7-(-2)$ com respostas oscilando entre 9 e 5. Para auxiliar na compreensão, foram utilizadas situações contextualizadas de crédito e débito, recurso historicamente empregado para dar sentido aos números negativos. Ainda assim, observou-se que os estudantes frequentemente não diferenciavam o sinal de menos enquanto operador da subtração e enquanto indicador de número negativo, especialmente em operações envolvendo adição e subtração.

Essa dificuldade pode ser interpretada como um indício de Obstáculo Epistemológico**,** na medida em que dialoga com problemas históricos relacionados à legitimação dos números negativos como números em si, e não apenas como números positivos acompanhados de um sinal. Ao mesmo tempo, não se pode descartar a possibilidade de obstáculos didáticos, caso essas distinções não tenham sido suficientemente exploradas ao longo da escolarização dos estudantes.

Com a dupla B, cujo conjunto operação era $\{-8, -3, -2\}$, observou-se que o Aluno 3 apresentou dificuldades recorrentes em desafios envolvendo divisão, o que resultou em perdas frequentes. No entanto, na revanche, os jogadores passaram a evitar desafios envolvendo divisão, o que favoreceu o aluno que anteriormente apresentava dificuldades.

Cabe destacar que, em algumas situações, quando o aluno não conseguia propor um desafio, foi permitida a opção de passar a vez. No entanto, essa escolha assumiu um caráter estratégico, pois colocava o jogador na posição de desafiado. Como o conjunto operação era composto por nove fichas — um número ímpar — e considerando que o desafiado tendia a acertar os desafios, essa posição acabou se tornando vantajosa no decorrer do jogo. Além disso, permitir jogadas aleatórias reduziu o espaço para o uso de estratégias e do conhecimento matemático, sugerindo que, em versões futuras, a impossibilidade de desafiar poderia resultar em perda de pontos ao invés de pular a vez.

Outra regra que precisou ser repensada foi a retirada livre de fichas, pois os estudantes tendiam a eliminar aquelas associadas às suas maiores dificuldades. Uma alternativa seria restringir a retirada à ficha da rodada. Contudo, como um mesmo resultado pode ser obtido por mais de uma operação, essa modificação também apresenta limitações. Nesse sentido, vislumbra-se a possibilidade de uma versão digital do jogo, na qual o sistema indicaria se ainda existem operações possíveis associadas a uma ficha, facilitando a mediação do professor.

Após o término do jogo, foi aplicada uma ficha de atividades composta por situações diretamente relacionadas à dinâmica vivenciada. A análise das produções escritas revelou que, embora todos os estudantes tenham conseguido responder parcialmente às primeiras questões, a maioria deixou itens em branco, possivelmente em razão do tempo insuficiente e das dificuldades encontradas tanto durante o jogo quanto nos primeiros exercícios da ficha. A seguir, são destacadas observações pontuais de cada aluno, privilegiando os episódios que mais evidenciaram indícios de possíveis obstáculos.

No caso do Aluno 1, observou-se que ele identificou corretamente que não havia possibilidade de obter -24 por meio de uma multiplicação com o conjunto operação dado. Entretanto, ao afirmar que -8 e -2 poderiam resultar em -10 por meio de uma adição, e registrando a operação como $-8 - (-2) = -10$, evidenciou a confusão entre o sinal enquanto operador e enquanto indicador de número negativo. Essa dificuldade reapareceu em seus registros de rascunho, nos quais surgiram igualdades como $-8 + (-3) = -5$ e $-2 - (-3) = -5$, além da omissão de parênteses. Tais registros dialogam com as dificuldades históricas apontadas por Glaeser (1985) e podem ser interpretadas, à luz de Brousseau (1997), como sintomas da mobilização inadequada de conhecimentos anteriormente válidos, especialmente relacionados às chamadas “regras de sinais”.

O Aluno 2 deixou a maior parte da ficha sem respostas, mas solucionou corretamente a letra A da terceira questão, identificando que −2 e 7 resultam em −14 por meio da multiplicação. Embora pontual, essa resposta indica compreensão localizada da regra de sinais, ao mesmo tempo em que o grande número de itens em branco sugere dificuldades na sistematização das possibilidades e na articulação das operações, aspecto recorrente em situações que exigem noções combinatórias.

Já o Aluno 3 apresentou um desempenho mais consistente. Na primeira questão, identificou corretamente os números −3 e −2 como responsáveis pelo resultado −1 em uma subtração, embora tenha inicialmente registrado a operação de forma inadequada (−3 −2 = −1), riscando-a em seguida. Ainda, demonstrou compreender a adição de números negativos ao afirmar corretamente que −8 + (−2) = −10. E, na terceira questão, reconheceu que a divisão entre 7 e 2 não seria possível no conjunto dos inteiros, por resultar em um número “quebrado”, evidenciando compreensão da necessidade de expansão do conjunto numérico para os racionais. As dificuldades do Aluno 3 concentraram-se sobretudo em operações com sinais diferentes na multiplicação e divisão, o que reforça a presença de lacunas já descritas por Meister (2009) e amplamente discutidas na introdução deste trabalho.

Por fim, o Aluno 4 respondeu corretamente a primeira questão e demonstrou domínio das regras de sinais, especialmente na multiplicação, ao justificar que −24 não poderia ser obtido porque “negativo com negativo dá positivo”. Em seus registros, resolveu adequadamente diversas situações envolvendo produtos de números negativos, mas restringiu-se quase exclusivamente à multiplicação, deixando de considerar outras operações possíveis, o que sugere uma limitação na exploração do conjunto de operações disponíveis. Além disso, ao afirmar que 7÷10 não seria possível por não resultar em um número inteiro, evidenciou compreensão acerca do conjunto dos inteiros não ser fechado para a divisão.

De modo geral, a análise da ficha, associada às anotações de rascunho e às observações durante o jogo, permitiu identificar situações concretas que exemplificam indícios de possíveis obstáculos, especialmente relacionados à distinção entre sinal e operação, ao uso indevido das regras de sinais e à necessidade de ampliação do conjunto numérico.

Nesse sentido, a análise das ações dos estudantes durante o jogo e na resolução da ficha dialoga diretamente com a perspectiva de Brousseau (1997), segundo a qual o erro não deve ser interpretado como falha pontual, mas como efeito da mobilização de conhecimentos anteriormente válidos em contextos restritos, que se tornam inadequados ou insuficientes quando se muda o contexto problemático. Assim, os erros observados — como a confusão entre o sinal de menos enquanto operador de subtração e enquanto indicador de número negativo — são compreendidos como sintomas possíveis de obstáculos, coerentes com aqueles descritos historicamente na construção dos Números Inteiros.

5.1 Sugestões de adaptações

Após a aplicação do jogo *Desafio das Operações*, realizou-se uma análise dos aspectos que se mostraram adequados e daqueles que podem ser aprimorados em futuras aplicações. Um primeiro ponto refere-se à necessidade de disponibilizar aos estudantes uma tabuada impressa caso o foco seja as operações com números negativos. Com esse suporte, evita-se que dificuldades com fatos básicos da multiplicação interfiram na resolução dos desafios propostos.

Outro aspecto diz respeito às regras do jogo. Na versão aplicada, ao acertar um desafio, o estudante podia retirar qualquer ficha do tabuleiro. Na prática, essa regra possibilitou que alguns jogadores evitassem deliberadamente números que envolviam desafios mais complexos, "driblando" situações para as quais não possuíam estratégias. Como alternativa, propõe-se que o jogador retire exclusivamente a ficha correspondente ao resultado obtido na rodada, garantindo que os desafios sejam efetivamente enfrentados e discutidos.

Cabe destacar, ainda, que a concepção original do jogo prevê que o conjunto resultado (C.R) seja composto por todos os resultados possíveis obtidos a partir das operações realizadas com os números do conjunto operação (C.O). No entanto, nesta aplicação, foi feita uma escolha didática ao se trabalhar com apenas nove fichas no C.R, em função da reutilização de materiais disponíveis. Tal decisão, embora funcional, constitui uma limitação da proposta original e deve ser explicitada pelo professor que deseje aplicar o jogo, para que os estudantes compreendam a adaptação realizada.

No que se refere à viabilidade em turmas numerosas, identificou-se como limitação o acompanhamento constante do professor para verificar a correção das jogadas. Como alternativa intermediária — anterior à implementação de uma versão digital — sugere-se a utilização de cartões-resposta, nos quais constem as possíveis operações que conduzem a cada resultado do C.R. Dessa forma, o professor pode validar as jogadas com maior agilidade, ao mesmo tempo em que os alunos têm acesso a um recurso de verificação sobre as operações realizadas.

Por fim, percebeu-se que o potencial didático do jogo poderia ser ampliado com o desenvolvimento de uma versão digital, a qual permitiria maior variedade de composições numéricas no C.O e no C.R, bem como a organização do jogo em níveis progressivos de dificuldade, conforme o tipo de desafio e habilidade a ser explorada.

Abaixo constam algumas sugestões de composições do jogo Desafio das Operações, separadas por nível 1 e nível 2:

5.1.1 Nível 1

O Nível 1 tem como principal objetivo favorecer a exploração das operações com Números inteiros (positivos e negativos), garantindo que todos os elementos do conjunto resultado sejam, de fato, resultados possíveis obtidos a partir das operações realizadas com os números do conjunto operação. Nesse nível, mantêm-se a quantidade de números que compõem o C.O (e, consequentemente, o número de fichas), e permanecem como elementos invariáveis as operações consideradas (adição, subtração, multiplicação e divisão).

O professor pode, por exemplo, escolher um C.O composto por três números inteiros, positivos ou negativos — salientando que essa quantidade também pode ser ajustada conforme o objetivo didático — e mapear previamente todos os resultados possíveis. Um exemplo de composição seria:

- **C.O** = $\{-12, 3, 6\}$
- **C.R** = $\{-72, -36, -18, -15, -9, -6, -4, -3, -2, 2, 3, 9, 15, 18\}$

Nesse caso, o professor pode realizar um recorte intencional do conjunto de resultados, selecionando aqueles que melhor se adequam ao nível da turma e ao tempo disponível, ou usar todo o conjunto.

5.1.2 Nível 2

No Nível 2, mantém-se a estrutura básica do jogo, mas acrescenta-se um novo elemento didático: a inclusão de distratores no conjunto resultado. Esses distratores correspondem a resultados que não podem ser obtidos corretamente, mas que refletem erros frequentemente cometidos pelos estudantes, em particular, relacionados às regras de sinais.

Por exemplo, ao utilizar o mesmo conjunto operação C.O = $\{-12, 3, 6\}$, o professor pode incluir no C.R o número 4 como distrator, considerando a possibilidade de o estudante dividir -12 por 3 e, por uma compreensão inadequada das regras de sinais, afirmar que o resultado seja 4. De forma semelhante, números como 72 ou 36 podem surgir como distratores associados a erros comuns em multiplicações e divisões envolvendo sinais.

A presença desses distratores transforma o jogo em um instrumento diagnóstico, permitindo ao professor identificar dificuldades relacionadas:

- Ao uso incorreto das regras de sinais;
- À confusão entre o sinal enquanto operador e enquanto indicador de número;
- À generalização inadequada de propriedades das operações.

Cabe observar que, com a inclusão desses elementos, pode ocorrer de algumas partidas não apresentarem vencedor. Nesses casos, o professor pode ajustar a regra de vitória, por exemplo, estabelecendo que vença o jogador que retirar a maior quantidade de fichas válidas ou reduzindo o número necessário para vencer, considerando a quantidade de distratores inseridos. Um exemplo de composição para este nível seria:

- **C.O** = $\{-12, 3, 6\}$
- **C.R** = $\{-72, -36, -18, -15, -9, -6, -4, -3, -2, 2, 3, 9, 15, 18, 36, 72\}$

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo deste trabalho, investigou-se o potencial do jogo *Desafio das Operações* como recurso didático para o ensino das operações com Números inteiros, tomando como eixo de análise as dificuldades envolvendo este conceito e sua relação com possíveis indícios de Obstáculos Epistemológicos e Didáticos. Para sustentar essa investigação, realizou-se previamente um estudo teórico acerca das dificuldades históricas e conceituais relacionadas à aceitação e ao uso dos números negativos, dialogando com autores como Glaeser e Brousseau, bem como com relatos oriundos de experiências pessoais e de pesquisas descritas na introdução.

Dessa forma, o objetivo proposto — investigar o potencial do jogo — foi alcançado na medida em que a aplicação possibilitou observar, em situações concretas, como os estudantes mobilizam conhecimentos e estratégias, às vezes adequadas, outrora incorretas quando o conjunto numérico é expandido. Nesse sentido, um dos principais potenciais do jogo evidenciados nesta pesquisa reside justamente na sua capacidade de trazer à tona dificuldades conceituais, como a confusão entre o sinal de menos enquanto operador e enquanto indicador de número negativo, a generalização indevida da comutatividade e o uso mecânico das chamadas “regras de sinais”.

Essas manifestações não foram tratadas como falhas individuais ou erros isolados, mas como sintomas possíveis de obstáculos, coerentes com aqueles descritos historicamente na construção dos Números Inteiros. Todavia, importa destacar que não se pretendeu, neste trabalho, classificar ou determinar se tais dificuldades são de origem estritamente epistemológica ou didática, mas evidenciar indícios que emergem quando os estudantes são colocados em situações de desafio, nas quais precisam justificar, argumentar e validar suas próprias estratégias. Tal perspectiva reforça a importância de um olhar atento do professor para esses momentos, compreendendo-os como oportunidades privilegiadas de aprendizagem.

No que se refere às escolhas didáticas realizadas, é necessário explicitar que, embora a concepção original do jogo preveja que o conjunto resultado (C.R) seja composto por todos os resultados possíveis obtidos a partir do conjunto operação (C.O), optou-se, nesta aplicação, por trabalhar com apenas nove fichas no C.R, em função da reutilização de materiais disponíveis. Trata-se, portanto, de uma adaptação consciente, que, embora funcional para os objetivos da pesquisa, constitui uma limitação a ser considerada em aplicações futuras.

Outro aspecto relevante diz respeito à relação do jogo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). As situações propostas, tanto no jogo quanto na ficha de atividades, possibilitaram o desenvolvimento da habilidade (EF07MA04), relacionada às operações com Números Inteiros, à elaboração e resolução de problemas e à argumentação matemática.

Entretanto, a aplicação também revelou limites importantes. O tempo destinado à atividade — duas horas para o jogo e a ficha — mostrou-se insuficiente diante da riqueza de situações que emergiram. Além disso, embora o jogo tenha se mostrado eficaz na identificação de dificuldades, em alguns momentos o aumento do grau de desafio impactou negativamente o engajamento e a autoestima dos estudantes. Tal constatação reforça a necessidade de adequação do nível do jogo ao perfil da turma, bem como a compreensão de que a superação de lacunas conceituais profundas demanda tempo e continuidade. Nesse sentido, este trabalho pode ser compreendido como uma proposta de sequência didática, a ser desenvolvida ao longo de vários encontros, e não como uma intervenção pontual.

Por fim, as reflexões realizadas ao longo deste estudo apontam para a necessidade de pensar caminhos que promovam maior autonomia dos estudantes e menor dependência da validação constante do professor. A criação de cartões-resposta, gabaritos explicativos ou mesmo uma versão digital do jogo são possibilidades que emergem como desdobramentos desta investigação. Tais recursos poderiam não apenas tornar a dinâmica mais fluida em turmas numerosas, mas também favorecer processos de autorregulação, comparação de estratégias e discussão coletiva.

Portanto, longe de encerrar a discussão, este trabalho se propõe a provocar novas reflexões sobre o ensino dos Números Inteiros, sobre o papel do erro e dos obstáculos no processo de aprendizagem e sobre o potencial dos jogos matemáticos como instrumentos de investigação didática. As análises aqui apresentadas sinalizam caminhos para futuras pesquisas e reforçam a importância de práticas pedagógicas que considerem, de forma cuidadosa as dificuldades conceituais enfrentadas pelos estudantes.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. *Fundamentos da didática da Matemática*. 2. ed. Curitiba: Ed. UFPR, 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2018.

BROUSSEAU, G. *Theory of didactical situations in mathematics: didactique des mathématiques*, 1970 - 1990; Dordrecht: Kluwer, 1997.

CARAÇA, B. J. *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa: s.n., 1951.

GITIRANA, V. et al. (org.). *Jogos com sucata na educação matemática*. Recife: Ed. UFPE, 2018. Disponível em: https://editora.ufpe.br/books/catalog/book/211. Acesso em: 14 dez. 2023.

GLAESER, G. *Epistemologia dos números relativos*. Boletim do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEM), n. 17, 1985.

GRANDO, R. C. *O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula*. Campinas: [s.n.], 2000.

GRANDO, R. C. *Recursos didáticos na educação matemática: jogos e materiais manipulativos*. Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica, v. 5, n. 2, p. 393–416, 2015. DOI: 10.36524/dect.v5i02.117.

MEISTER, J. C. *Estudando dificuldades na compreensão de números inteiros*. 2009. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

MOURA, A. M. F. *A rejeição inglesa aos números negativos: uma análise das obras dos principais opositores de 1750–1830.* 2015. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2015.

NETO, F. T. R. *Dificuldades na aprendizagem operatória de números inteiros no ensino fundamental*. 2010. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2010.