



Lizandro Nunes da Silva

Radiolocalização Híbrida aplicada a Redes Celulares: Integração de Trilateração e Otimização por Conjuntos de Enxames de Partículas Baseados em Memória



Universidade Federal de Pernambuco
secpos@cin.ufpe.br
<https://portal.cin.ufpe.br/pos-graduacao>

Recife

2025

Lizandro Nunes da Silva

**Radiolocalização Híbrida aplicada a Redes Celulares:
Integração de Trilateração e Otimização por Conjuntos
de Enxames de Partículas Baseados em Memória**

Trabalho apresentado ao Programa de Pós-graduação em Ciência da Computação do Centro de Informática da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Ciência da Computação.

Área Concentração: Redes de Computadores e Sistemas Distribuídos.

Orientador: Prof. Dr. Daniel Carvalho da Cunha.

Recife
2025

.Catalogação de Publicação na Fonte. UFPE - Biblioteca Central

Silva, Lizandro Nunes da.

Radiolocalização Híbrida Aplicada a Redes Celulares:
Integração de Trilateração e Otimização por Conjuntos de Enxames
de Partículas Baseados em Memória / Lizandro Nunes da Silva. -
Recife, 2025.

105f.: il.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro
de Informática, Programa de Pós-Graduação em Ciência da
Computação, 2025.

Orientação: Daniel Carvalho da Cunha.
Inclui referências.

1. Localização em redes celulares; 2. Otimização por enxame
de partículas; 3. Algoritmos em conjunto; 4. k-vizinhos mais
próximo; 5. Critérios regulatórios. I. Cunha, Daniel Carvalho
da. II. Título.

UFPE-Biblioteca Central



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE INFORMÁTICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Ata de Defesa de Tese de Doutorado do Centro de Informática da Universidade Federal de Pernambuco,
24 de novembro de 2025.

Ao vigésimo quarto dia do mês de novembro do ano de dois mil e vinte e cinco, às catorze horas, no Centro de Informática da Universidade Federal de Pernambuco, teve início a **sexcentésima octogésima segunda** defesa de tese do Doutorado em Ciência da Computação, intitulada **“Radiolocalização Híbrida aplicada a Redes Celulares: Integração de Trilateração e Otimização por Conjuntos de Enxames de Partículas Baseados em Memória”**, na área de concentração de Redes de Computadores e Sistemas Distribuídos, orientada pelo **professor Daniel Carvalho da Cunha** do candidato **Lizandro Nunes da Silva** o qual já havia preenchido anteriormente as demais condições exigidas para a obtenção do grau de doutor.. A Banca Examinadora, composta pelos professores Paulo Salgado Gomes de Mattos Neto, Renato Mariz de Moraes, ambos pertencentes ao Centro de Informática desta Universidade, Carmelo José Albanez Bastos Filho, pertencente à Escola Politécnica de Pernambuco da Universidade de Pernambuco, Francisco Madeiro Bernardino Júnior, pertencente a Escola de Tecnologia e Comunicação da Universidade Católica de Pernambuco e Waslon Terlizzi Araújo Lopes, pertencente ao Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Paraíba, sendo o primeiro presidente da banca examinadora, decidiu: **Aprovar** o trabalho. E para constar lavrei a presente ata que vai por mim assinada e pela Banca Examinadora. Recife, 24 de novembro de 2025.

Maria Lília Pinheiro de Freitas
(secretária)

Prof. Dr. Paulo Salgado Gomes de Mattos Neto
Centro de Informática/UFPE

Prof. Dr. Renato Mariz de Moraes
Centro de Informática/UFPE

Prof. Dr. Carmelo José Albanez Bastos Filho
Escola Politécnica de Pernambuco/UPE

Prof. Dr. Francisco Madeiro Bernardino Júnior
Escola de Tecnologia e Comunicação/UNICAP

Prof. Dr. Waslon Terlizzi Araújo Lopes
Departamento de Engenharia Elétrica / UFPB

Dedico este trabalho a minha esposa Mirtys e aos meus dois filhos Heitor e Otto.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, pois tudo é obra de suas mãos.

A minha mãe, pelo seu grande amor por mim.

A minha esposa, que ri, chora e me apoia incondicionalmente em tudo o que faço.

Ao meu filho Heitor, que um dia me disse: "Você consegue, pai."

Ao meu filho Otto, que me ensina diariamente a dar valor às pequenas coisas.

Ao meu irmão João Nunes e às minhas irmãs, Maria Nilta e Naninha, pelo incentivo.

A Nelson Mattos, pelo apoio e carinho para com os meus filhos.

A todos os meus professores da Escola Estadual de 1º e 2º Senador Argemiro de Figueiredo (EESAF), Escola Técnica Redentorista (ETER), Escola Politécnica de Pernambuco (POLI/UPE), Universidade Católica de Pernambuco (UNICAP) e do Centro de Informática (CIn/UFPE).

Ao meu orientador, Daniel Carvalho da Cunha, que, antes de tudo, é meu amigo e acreditou em mim.

A Robson Dias Alves Timóteo, meu amigo mais do que um irmão, que me ensinou que desistir não é uma opção. E a Gabriela, sua esposa, que sempre me incentivou.

Ao meu aluno, Raul Barreto, pela grande contribuição no desenvolvimento do trabalho.

Ao meu ilustre amigo Caio Marcelo Fernandes Barros, que, com suas palavras, orações, conselhos, consultas e ajudas técnicas, deixou meu fardo mais leve.

A José Mário Alexandre Melo de Oliveira, meu amigo e coordenador do curso de Telecomunicações do IFPE, pelo apoio incessante na minha caminhada no doutorado.

A João Paulo Trindade, grande consultor nas horas certas e incertas.

A Djalma, pelo apoio em um momento fundamental nesta caminhada do doutorado.

Ao professor Francisco Madeiro, que me abriu as portas da ciência.

Ao Professor Waslon Terlizzi, que me inspirou a ingressar na vida acadêmica.

À professora Renata Maria Cardoso Rodrigues de Souza, que, por meio do IBCIn, esteve ao meu lado e me deu suporte espiritual quando eu mais precisei.

A Emílio Honório de Melo e André Rolim, por me apoiarem na vida acadêmica.

A Bráulio Silva Barros, meu amigo número um, pelo incentivo constante à importância da educação.

A Daniel Bandeira e Maria Lília da Secretaria da pós-graduação do CIn/UFPE.

Ao Instituto Federal de Pernambuco - IFPE (Campus Recife).

Ao meu querido pastor Marcos Bittencourt, pelas orações e apoio espiritual.

Ao meu PGM, pelas orações e incentivos de sempre.

Aos invisíveis: os que preparam nossa comida, limpam nossas casas e salas de aula, nos transportam, nos cuidam quando adoecemos, nos ligam a Deus e permanecem ao nosso lado, mesmo quando não os percebemos.

*“Não tema as falhas: elas são inevitáveis.
O que verdadeiramente te define é a
forma como escolhe enfrentá-las.”*
(Lizandro Nunes)

RESUMO

A localização de dispositivos móveis em redes celulares é crucial tanto em aplicações críticas, como chamadas de emergência, quanto em serviços comerciais baseados em localização. Métodos clássicos de trilateração alcançam elevada acurácia em cenários externos, mas permanecem vulneráveis ao multipercuso das ondas de rádio e exigem a resolução de sistemas não lineares, comumente tratados por algoritmos bioinspirados, como o otimizador por enxame de partículas, os quais podem sofrer convergência prematura e, em variantes mais sofisticadas, incorrer em alto custo computacional. Para contornar essas limitações, esta tese propõe um algoritmo híbrido que integra trilateração, regressão pelo método dos vizinhos mais próximos e um conjunto adaptativo de variantes de otimizadores baseados em enxames de partículas, apoiado por uma janela de memória deslizante. Essa estratégia seleciona dinamicamente a abordagem mais adequada, preservando a acurácia e o baixo tempo de execução. Em experimentos com dados reais de redes de telefonia celular, observaram-se erros médios de 5,35 m em ambientes externos e 17,33 m em ambientes internos, em conformidade com os requisitos regulatórios internacionais, que exigem erros de localização menores que 50 m para 80% das chamadas telefônicas realizadas. Análises estatísticas corroboram a superioridade do algoritmo proposto em relação a variantes clássicas e híbridas de PSO, evidenciando sua simplicidade, robustez e escalabilidade como solução prática para localização em redes celulares.

Palavras-chaves: Localização em redes celulares, Otimização por enxame de partículas, Algoritmos em conjunto, k -vizinhos mais próximos, Critérios regulatórios.

ABSTRACT

The localization of mobile devices in cellular networks is crucial both for critical applications, such as emergency calls, and for commercial location-based services. Classical trilateration methods achieve high accuracy in outdoor scenarios but remain vulnerable to radio-wave multipath and require solving nonlinear systems, which are commonly handled by bio-inspired algorithms such as particle swarm optimization. These algorithms, however, may suffer from premature convergence and, in more sophisticated variants, incur high computational cost. To overcome these limitations, this thesis proposes a hybrid algorithm that integrates trilateration, nearest-neighbor regression, and an adaptive ensemble of particle-swarm-based optimizers supported by a sliding memory window. This strategy dynamically selects the most suitable approach, preserving accuracy and low execution time. In experiments with real cellular-network data, average errors of 5.35 m in outdoor environments and 17.33 m indoors were observed, complying with international regulatory requirements that demand localization errors below 50 m for 80% of emergency calls. Statistical analyses corroborate the superiority of the proposed algorithm over classical and hybrid PSO variants, highlighting its simplicity, robustness, and scalability as a practical solution for localization in cellular networks.

Keywords: Cellular network localization, Particle swarm optimization, Ensemble algorithms, *k*-Nearest neighbors, Regulatory requirements.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Evolução das gerações de partículas no algoritmo MB-EPSO.	40
Figura 2 – Fluxograma do algoritmo MB-EPSO.	41
Figura 3 – Número de sucessos do algoritmo MB-EPSO para diferentes tamanhos de janela de memória deslizante e tipos de função de teste do CEC2017.	43
Figura 4 – Melhor valor médio da função objetivo unimodal F_1 de 30 dimensões do CEC2017.	46
Figura 5 – Arquitetura geral de um sistema de localização remota. Adaptado de (PERAL-ROSADO et al., 2018).	50
Figura 6 – Trilateração de potência com três ERBs.	53
Figura 7 – Área urbana de Recife-PE onde as medições foram realizadas.	62
Figura 8 – Planta baixa da edificação do prédio do CIn-UFPE com a indicação dos pontos de medição indoor dos parâmetros RSSI e PD.	63
Figura 9 – Representação do algoritmo de localização HyMLoc, com ênfase nas fases off-line (treinamento) e on-line (teste).	65
Figura 10 – Diagrama ilustrativo da formação dos datasets DS-1, DS-2, DS-3, DS-4 e DS-5, considerando os folds da validação cruzada para $K = 5$	67
Figura 11 – Distribuição das estimativas dos pontos de teste antes (vermelho) e depois (azul) do ajuste estocástico da velocidade.	69
Figura 12 – Erro médio de localização para cada algoritmo baseado em PSO aplicado a cada um dos cinco datasets obtidos na validação cruzada.	70
Figura 13 – Mapa de calor dos erros médios de localização de cada algoritmo baseado em pso para cada fold de teste.	71
Figura 14 – Resultados dos testes pareados de Wilcoxon para todos os tamanhos de janela de memória considerados na aplicação do algoritmo HyMLoc.	73
Figura 15 – Distribuição do erro de localização e_d obtida para os algoritmos de localização baseados em PSO, considerando o cenário outdoor.	75
Figura 16 – Função de distribuição acumulada do erro de localização e_d obtida para os algoritmos de localização baseados em PSO, considerando o cenário outdoor.	76
Figura 17 – Ranking médio dos algoritmos obtidos com a aplicação do Teste de Friedman, considerando o cenário outdoor.	77

Figura 18 – Função de distribuição acumulada do erro de localização e_d obtida para os algoritmos de localização baseados em PSO, considerando o cenário indoor (requisitos da FCC indicados na região de cor laranja)	78
Figura 19 – Mapas de distribuição dos pontos estimados obtidos pelos algoritmos de localização em relação aos pontos reais de medição.	81
Figura 20 – Mapa de distribuição dos pontos estimados pelo algoritmo LIPS quando aplicado à localização em relação aos pontos reais de medição.	82

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Memória de sucessos e falhas do k -ésimo algoritmo PSO na g -ésima geração de partículas.	33
Tabela 2 – Trabalhos relacionados ao tema combinação de otimizadores.	37
Tabela 3 – Resultados experimentais dos algoritmos PSO para funções de teste CEC2017 de 30 dimensões.	44
Tabela 4 – Estatísticas do tempo de execução de todas as variantes do PSO consideradas neste trabalho para cada tipo de função do CEC2017.	47
Tabela 5 – Valores normalizados dos tempos de execução das variantes PSO acompanhados da respectiva redução percentual de tempo médio promovida pelo algoritmo MB-EPSO.	48
Tabela 6 – Características das técnicas de localização (RAMTOHUL; KHEDO, 2020).	52
Tabela 7 – Estatísticas do erro de localização e_d obtidas para diferentes tamanhos da janela de memória deslizante M no algoritmo MB-EPSO (fase on-line do algoritmo HyMLoc).	72
Tabela 8 – Estatísticas do erro de localização e_d obtidas para os algoritmos de localização baseados em PSO, considerando o cenário outdoor. .	74
Tabela 9 – Matriz de valores p dos algoritmos obtidos com a aplicação do teste de post-hoc de Nemenyi, considerando o cenário outdoor. .	77
Tabela 10 – Estatísticas do erro de localização e_d obtidas para os algoritmos de localização baseados em PSO, considerando o cenário indoor. .	78
Tabela 11 – Estatísticas do tempo de execução de todas as variantes PSO consideradas neste trabalho para cada tipo de cenário.	83
Tabela 12 – Valores normalizados dos tempos de execução e ganho percentual do HyMLoc, com médias por cenário e média geral.	84
Tabela 13 – Funções de benchmark CEC 2017 para otimização real de parâmetro único e com restrição de limites.	104

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- k-NN** *k-Nearest Neighbors* 21, 22, 54, 55, 56, 59, 60, 61, 63, 64, 84, 86, 87, 99, 100
- 3G** Terceira Geração 21, 62
- 3GPP** *Third Generation Partnership Project* 50
- 4G** Quarta Geração 21, 62, 63, 87
- 5G** Quinta Geração 21, 62, 63, 87
- 6G** Sexta Geração 87
- ADPSO** *Adaptive Dynamic Multi-Swarm PSO with Stagnation Detection and Spatial Exclusion* 36, 37
- AM** Aprendizagem de Máquina 23, 31, 35, 48, 52, 54, 55, 56, 58, 59, 99, 100
- AMSEPSO** *Adaptive Multistrategy Ensemble PSO with Signal-to-Noise Ratio Distance Metric* 35
- ANATEL** Agência Nacional de Telecomunicações 61
- AoA** *Angle of Arrival* 50, 51
- BP-NN** *Backpropagation Neural Networks* 56, 57
- BSA** *Backtracking Search Algorithm* 36
- CEC2013** *IEEE Congress on Evolutionary Computation 2013* 36
- CEC2014** *IEEE Congress on Evolutionary Computation 2014* 36
- CEC2017** *IEEE Congress on Evolutionary Computation 2017* 9, 22, 35, 36, 42, 43, 46, 48, 86, 101, 102, 103
- Cell ID** *Cell Identification* 20, 50, 51, 52
- CLPSO** *Comprehensive Learning Particle Swarm Optimization* 26, 27, 28, 31, 32, 37, 39, 42, 47, 48, 65, 68, 70, 71, 75, 79, 80, 83, 84
- COPSO-TVAC** *Chaotic Search, Opposition-Based Learning, and Time-Varying Acceleration Coefficient into PSO* 58, 59
- e-mPSOBSA** *Ensemble modified PSO and BSA* 36, 37
- EM** Estação Móvel 20, 49, 52, 53, 54, 56, 61, 63, 64, 66, 73, 74
- EPSO** *Ensemble Particle Swarm Optimizer* 31, 32, 34, 38, 39, 40, 42, 43, 46, 65, 68, 70, 71, 74, 75, 76, 79
- ERB** Estação Radiobase 20, 52, 54, 56, 57, 60, 61, 62, 63, 64, 73, 74, 99
- FCC** *Federal Communications Commission* 66, 77, 85, 86
- FDA** *Função de Distribuição Acumulada* 67, 75, 77
- FDRPSO** *Fitness-Distance-Ratio based Particle Swarm Optimization* 28, 31, 32, 37, 39, 42, 46, 48, 65, 68, 70, 71, 75, 76, 77, 79, 84
- GPS** *Global Positioning System* 49, 50, 52, 56, 57, 58
- HPSO-TVAC** *Hybrid Particle Swarm Optimization with Time-Varying Acceleration Coefficients* 29, 31, 32, 37, 39, 42, 65, 68, 70, 71, 75, 79, 80, 84

- HyMLoc** *Hybrid Memory-based Localization* 21, 22, 23, 60, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 99, 100
- IE** Inteligência de Enxames 24, 25, 54
- IEPSO** *Improved Ensemble Particle Swarm Optimizer* 34, 37
- LIPS** *Local Information Particle Swarm* 29, 30, 31, 32, 37, 39, 42, 48, 65, 82, 87
- MB-EPSO** *Memory-Based Ensemble Particle Swarm Optimization* 9, 21, 22, 37, 38, 39, 41, 42, 43, 46, 47, 48, 54, 59, 60, 64, 65, 68, 69, 71, 73, 74, 83, 84, 86, 87, 88, 99
- NFL** *No Free Lunch Theorem* 30, 31, 34, 37, 38
- NLOS** *Non-Line-of-Sight* 55, 58, 59
- PA** Período de Aprendizagem 32, 33
- PD** *propagation delay* 21, 50, 62, 63, 64, 86, 99
- PSO** *Particle Swarm Optimization* 11, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 46, 47, 48, 54, 56, 57, 58, 59, 60, 64, 68, 69, 70, 71, 74, 75, 77, 78, 79, 80, 83, 84, 86, 87
- PSO-BP** *Particle Swarm Optimization with Backpropagation Neural Networks* 57, 58, 59
- PSO-SSELM** *Particle Swarm Optimization with a Semi-Supervised Extreme Learning Machine* 57, 58, 59
- RF** Radiofrequênciа 20, 21, 52, 61, 63, 66
- RFD** Relação *fitness*–distância 28, 29
- RSSI** *Received Signal Strength Indicator* 21, 50, 51, 52, 55, 56, 57, 60, 62, 63, 64, 86, 99
- SA** *Simulated Annealing* 35
- SA-PSO** *Simulated Annealing-Particle Swarm Optimization* 35, 37
- SNR** *Signal-to-Noise Ratio* 35
- SS-ELM** *Semi-Supervised Extreme Learning Machine* 57, 58
- TDoA** *Time Difference of Arrival* 50
- ToA** *Time of Arrival* 50, 58
- WCDMA** *Wideband Code Division Multiple Access* 21, 61, 87
- Wi-Fi** *Wireless Fidelity* 49, 51, 87, 88
- WPSO** *Inertia Weight Particle Swarm Optimization* 26, 31, 32, 34, 37, 39, 42, 65, 68, 70, 71, 75, 76, 80

LISTA DE SÍMBOLOS

d	Dimensão, em que $d = 1, 2, \dots, D$
N	Conjunto total de partículas da população, em que $i = 1, 2, \dots, N$
$V_i^d(t + 1)$	Velocidade futura da i -ésima partícula
$V_i^d(t)$	Velocidade atual da i -ésima partícula
c_1	Coeficiente de aceleração referente ao fator cognitivo
$R_1^d(t)$	Variável aleatória uniformemente distribuída no intervalo uniforme $[0, 1]$
$pbest_i^d(t)$	Melhor posição prévia da i -ésima partícula
c_2	Coeficiente de aceleração referente ao fator social
$R_2^d(t)$	Variável aleatória uniformemente distribuída no intervalo uniforme $[0, 1]$
$R_{v,i}^d(t)$	Variável aleatória uniformemente distribuída no intervalo uniforme $[0, 1]$ de reinicialização de velocidade das partículas
$gbest^d$	Melhor posição já encontrada pelo enxame inteiro
$X_i^d(t)$	Posição atual da i -ésima partícula
$X_i^d(t + 1)$	Posição futura da i -ésima partícula
w	Peso de inércia
c	Coeficiente de aceleração referente ao fator cognitivo (CLPSO)
f_i	Função da melhor posição $pbest_i^d$
P_{ci}	Probabilidade de aprendizado
ps	Tamanho da população
c_3	Coeficiente de aceleração social local
$nbest_i^d$	Melhor posição da partícula vizinha que maximiza a RFD da componente social local
P_j	Melhor partícula vizinha considerada no cálculo da RFD
X_j	Partícula atual utilizada no cálculo da RFD

$R_{v,i}$	Número aleatório em $[0, 1]$ para o HPSO-TVAC
χ	Coeficiente de restrição
P_i^d	Posição de referência da i -ésima partícula
φ	Peso de aceleração
w_j	Peso adaptativo
n_{size}	Tamanho da vizinhança
$p_g^{(k)}$	Probabilidade de seleção de algoritmos PSO durante o período de aprendizagem, em que $k \in 1, 2, 3, \dots, K$
K	Número total de algoritmos no <i>ensemble</i>
g	g -ésima geração de partículas
$S_g^{(k)}$	Taxa de Sucesso
ϕ	Fator de suavização da taxa de sucesso $S_g^{(k)}$
G	Número total de gerações de partículas
$P_g^{(k)}$	Probabilidade de seleção de técnicas PSO com uso do algoritmo MB-EPSO
$R_g^{(k)}$	Nova taxa de sucesso
α_j	Fator de peso
\bar{t}	Valor médio do tempo de execução
σ_t	Desvio padrão do tempo de execução
(x, y)	Coordenadas geográficas
d	Distância Euclidiana entre dois pontos
$d_i(x, y)$	Distância teórica entre EM-ERB, em que $i = 1, 2, \dots, n$
d_i^*	Distância estimada entre EM-ERB, em que $i = 1, 2, \dots, n$
$J(x, y)$	Função de minimização do erro entre as distâncias d_i^* e d_i
A_i	Notação para ERB
$P(x, y)$	Coordenadas geográficas referentes a EM
k	k -vizinho mais próximo

\mathbf{X}_i	Instância i
\mathbf{X}_j	Instância j
$d(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j)$	Distância entre as instâncias i e j
$\hat{f}(\mathbf{X}_i)$	Valor predito para \mathbf{X}_i
$f(\mathbf{X}_i)$	Rótulo para \mathbf{X}_i
G_i	i -ésimo grupo de ERBBs, em que $i = 1, 2, 3$
E_i	Identificação individual de ERBs, em que $i = 1, 2, \dots, 9$
\mathbf{p}_t	4-tupla de medidas de campo
(x_t, y_t)	Coordenadas geográficas do ponto de medição de teste
\mathbf{q}_t	Vetor com valores de RSCP
\mathbf{d}_t	Vetor com valores de PD
$f_i(\cdot)$	Funções de hipótese, em que $i = 1, 2, \dots, q$
q	Quantidade de ERBs
e_d	Erro de localização em metros
$J(x_p, y_p)$	Função de minimização do erro e_d
$P(x_p, y_p)$	Coordenada geográfica estimada pelo MB-EPSO
$P^*(x_p^*, y_p^*)$	Coordenada geográfica estimada pelo k -NN
N_{treino}	Número de amostras de treino
N_{teste}	Número de amostras de teste
N	Número total de amostras
c	Número de atributos por amostra
M	Matriz de Medições ($N \times c$)
P	Matriz de Posições reais associadas às medições
ι	Modelo de otimização
\widehat{P}_t	Matriz de posições preditas ($N \times 3$)
ν	Fator de redução

(x_i, y_i)	Coordenadas geográficas das ERBs
CH_i	Número do canal
CI_i	Identificador da célula
X	Identificação do <i>fold</i>
p	Valor de p para os teste post-hoc de Nemenyi
$\bar{e_d}$	Valor médio do erro de localização
σ_{e_d}	Desvio padrão do erro de localização
$e_{d,min}$	Valor mínimo do erro de localização
$e_{d,max}$	Valor máximo do erro de localização

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
1.1	Motivação e justificativa	20
1.2	Objetivo geral e específico	22
1.3	Contribuições	22
1.4	Organização da tese	22
2	OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS	24
2.1	Otimização por enxame de partículas	25
2.2	Combinação de otimizadores	30
2.3	Revisão bibliográfica acerca de combinação de otimizadores	34
2.4	Resumo do capítulo	37
3	CONJUNTO DE OTIMIZADORES POR ENXAME DE PARTÍCULAS BASEADO EM MEMÓRIA	39
3.1	Descrição da proposta	39
3.2	Resultados	42
3.3	Resumo do capítulo	48
4	SISTEMAS DE RADIOLOCALIZAÇÃO	49
4.1	Sistemas de localização em redes celulares	49
4.2	Algoritmo k-vizinhos mais próximos	55
4.3	Sistemas de localização baseados em PSO	56
4.4	Resumo do capítulo	59
5	ALGORITMO HÍBRIDO DE LOCALIZAÇÃO BASEADO EM MEMÓRIA	60
5.1	Construção da base de dados	60
5.2	Descrição da proposta	63
5.3	Avaliação experimental	65
5.4	Resultados e discussão	68
5.4.1	Estratégia e efeitos do controle de velocidade das partículas em algoritmos baseados em PSO	68
5.4.2	Influência do tamanho da janela de memória	71
5.4.3	Desempenho nos ambientes <i>outdoor</i> e <i>indoor</i>	73
5.5	Resumo do capítulo	84
6	CONCLUSÕES	86

REFERÊNCIAS	89	
A	IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO HYMLOC	99
B	FUNÇÕES DE BENCHMARK CEC2017	101
B.1	Transformações gerais	101
B.2	Funções-base clássicas utilizadas	102
B.3	Lista das funções CEC2017	103

1 INTRODUÇÃO

*“Localizar é preciso,
viver não é preciso.”
(adaptada de Pompeu)*

1.1 Motivação e justificativa

A localização de dispositivos móveis em redes celulares consolidou-se como um requisito essencial para uma ampla gama de aplicações contemporâneas. Ela se faz presente em serviços críticos, como o atendimento a emergências e a segurança pública, e também em soluções comerciais voltadas para logística urbana e serviços personalizados baseados em localização. Em situações de crise, uma estimativa rápida e confiável da posição pode ser determinante para salvar vidas; no setor privado, por sua vez, conhecer e até prever a localização de clientes possibilita ações de *marketing* e gestão operacional mais assertivas (HUANG; GARTNER, 2018). Nesse contexto, diversas técnicas têm sido empregadas para resolver o problema de localização, como a identificação de célula (Cell ID, do inglês *Cell Identification*), que determina a célula à qual a estação móvel (EM) está conectada; o método de impressão digital de sinais (*fingerprinting*), que compara medições de radiofrequência (RF); a triangulação, baseada na estimativa de ângulos entre a EM e a estação radiobase (ERB); e a trilateração, que utiliza medições da potência do sinal de RF recebido pela EM (RAMTOHUL; KHEDO, 2020). Entre elas, a trilateração é reconhecida por apresentar boa acurácia em ambientes *outdoor*, mas sua utilização prática envolve a resolução de sistemas de equações não lineares, tarefa geralmente delegada a métodos bioinspirados, como a Otimização por Enxame de Partículas (PSO, do inglês *Particle Swarm Optimization*). O PSO é bastante utilizado para resolver sistemas não lineares porque não requer derivadas, lida bem com funções multimodais e evita a dependência de boas aproximações iniciais — limitações típicas de métodos clássicos como Newton-Raphson (RAPHSON, 1690) e Nelder-Mead (NELDER; MEAD, 1965). Seu mecanismo populacional favorece a busca global, reduz a probabilidade de convergência prematura e mantém baixo custo computacional (KENNEDY; EBERHART, 1995; EL-SHORBAGY, 2024).

Embora eficaz, o PSO apresenta fragilidades conhecidas, como a convergência prematura, e a perda de desempenho em ambientes de propagação heterogêneos — em especial, o ambiente interno (*indoor*)¹, afetado por multipercorso e atenuação — e a forte depen-

¹ A partir desse ponto, o termo *indoor* será utilizado para se referir ao ambiente interno.

dência de condições específicas de parametrização (WANG et al., 2021). Variantes mais complexas do PSO introduzem mecanismos adicionais — como operadores adaptativos, estruturas auxiliares de memória, rotinas de recombinação ou critérios de diversidade — que aumentam significativamente o número de operações realizadas em cada iteração. Esse acréscimo eleva o tempo total de processamento e o uso de memória, dificultando a aplicação desses métodos em cenários de tempo real ou em sistemas de larga escala, onde respostas rápidas e custo computacional reduzido são fundamentais (JAIN et al., 2022).

Diante desse desafio, esta tese propõe um método híbrido de localização capaz de conciliar a simplicidade de implementação, o baixo custo computacional e a robustez dos resultados, ou seja, mantendo o desempenho consistente mesmo diante de variações do ambiente e ruído nas medições. O núcleo da proposta é o algoritmo baseado em memória (MB-EPSO, do inglês *Memory-Based Ensemble Particle Swarm Optimization*), que introduz um mecanismo de memória deslizante responsável por armazenar as melhores gerações de partículas, evitando a perda de soluções relevantes ao longo da evolução (SILVA et al., 2024). Esse recurso permite a seleção adaptativa das variantes de PSO mais adequadas a cada momento, equilibrando a exploração e a intensificação do espaço de busca de forma dinâmica e reduzindo a probabilidade de estagnação prematura. Além disso, o algoritmo MB-EPSO incorpora um controle estocástico da velocidade das partículas para prevenir aglomerações em regiões de fronteira. Com base nesse otimizador, desenvolve-se o algoritmo híbrido de localização (HyMLoc, do inglês *Hybrid Memory-based Localization*), que integra técnicas clássicas de trilateração e regressão pelo método dos k -vizinhos mais próximos (k -NN, do inglês *k -Nearest Neighbors*), aplicadas à estimativa de distâncias a partir de medições reais dos níveis de intensidade dos sinais recebidos (RSSI, do inglês *Received Signal Strength Indicator*) e do atraso de propagação (PD, do inglês *propagation delay*). Avalia-se a solução por meio de dados coletados em campo em redes de terceira geração (3G), ou seja, (WCDMA, do inglês *Wideband Code Division Multiple Access*) no município de Recife, contemplando ambientes *indoor* e externos (*outdoor*)² de propagação de ondas de RF. Ressalta-se que a limitação da pesquisa ao cenário 3G decorreu da indisponibilidade de bases de dados reais em tecnologias celulares mais recentes, como quarta geração 4G e quinta geração 5G, impedindo a avaliação experimental do algoritmo nesses ambientes. Essa restrição, contudo, não compromete a generalidade da metodologia nem a validade dos resultados obtidos, uma vez que os principais parâmetros utilizados — como RSSI e PD — permanecem presentes nas gerações mais novas, assim como os princípios físicos de propagação das ondas eletromagnéticas. Portanto, mesmo restrita ao 3G, a investigação preserva sua aplicabilidade e pode ser estendida de forma direta a redes contemporâneas, desde que bases de dados adequadas estejam disponíveis.

² A partir desse ponto, o termo *outdoor* será utilizado para se referir a ambiente externo.

1.2 Objetivo geral e específico

O objetivo geral desta tese é investigar e propor um método de localização em redes celulares de baixo custo computacional em cenários reais. Para atingir esse objetivo, a pesquisa desenvolve um conjunto de metas específicas que incluem a análise das limitações de abordagens baseadas em trilateração e variantes tradicionais do PSO aplicadas à radiolocalização, o estudo de mecanismos baseados em memória e estratégias adaptativas capazes de melhorar a estabilidade e a convergência de algoritmos inspirados em enxame, e a investigação de formas de integração entre técnicas de regressão e métodos de otimização como alternativa para aprimorar estimativas de distância e posição. Além disso, contempla-se o projeto e a validação de um método híbrido adequado a cenários *indoor* e *outdoor*, com base em dados reais de redes celulares, bem como a comparação sistemática do seu desempenho com padrões de referência amplamente difundidos na literatura e a verificação da aderência da proposta às diretrizes e aos requisitos estabelecidos por normas regulatórias internacionais.

1.3 Contribuições

O presente trabalho traz as seguintes contribuições:

- Proposição do algoritmo MB-EPSO, que se baseia em um conjunto de variantes PSO auxiliadas por uma janela de memória deslizante, capaz de preservar soluções historicamente boas e aumentar a diversidade populacional, reduzindo a estagnação prematura;
- Seleção adaptativa de variantes de PSO a partir da janela de memória, escolhendo dinamicamente a estratégia mais adequada para cada fase da busca;
- Proposição do algoritmo híbrido de localização HyMLoc, que combina trilateração, regressão por k -NN e otimização via algoritmo MB-EPSO para estimar a posição de dispositivos móveis;

1.4 Organização da tese

A organização do texto da tese está da seguinte forma: o segundo capítulo apresenta os fundamentos da otimização por enxame de partículas, suas variantes e as principais abordagens de combinação de otimizadores. O terceiro capítulo é dedicado à formulação e à avaliação do algoritmo MB-EPSO, detalhando sua arquitetura, seu funcionamento e seus resultados em *benchmarks* reconhecidos, como, por exemplo, o congresso de computação evolucionária de 2017 (CEC2017, do inglês *IEEE Congress on Evolutionary Computation 2017*). Em seguida, o quarto capítulo introduz os sistemas de radiolocalização, revisando

métodos clássicos e destacando o papel da AM nesse domínio. O quinto capítulo concentra-se na proposta do algoritmo híbrido HyMLoc, explicando a metodologia, a construção da base de dados, os protocolos de avaliação e os resultados experimentais obtidos em comparação com outros métodos. Por fim, o sexto capítulo reúne as conclusões, sintetiza as contribuições alcançadas, discute as limitações do estudo, além de apresentar perspectivas para trabalhos futuros.

2 OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARCÍCULAS

“A otimização não é apenas resolver um problema: é encontrar harmonia entre simplicidade e eficiência.”

(Zbigniew Michalewicz)

Este capítulo tem início com uma breve descrição dos problemas de otimização e de suas principais características. Em seguida, discute a otimização por enxame de partículas, desde a sua formulação original até as variantes mais avançadas, desenvolvidas para mitigar suas limitações. Por fim, apresenta um estudo sobre estratégias de combinação de otimizadores, com ênfase na seleção autoadaptativa das variantes que compõem o conjunto de algoritmos analisados.

Problemas de otimização buscam soluções ótimas sob um conjunto de condições e restrições (AZEGAMI, 2020; NOCEDAL; WRIGHT, 2006). Em termos práticos, o objetivo é localizar pontos de mínimo ou de máximo de uma função objetivo. Trata-se de uma tarefa cotidiana, como, por exemplo, escolher o melhor trajeto ou a melhor relação custo-benefício e, ao mesmo tempo, central em áreas científicas como processamento de imagens, comunicações sem fio e sistemas de energia (SHAMI et al., 2022).

Para modelar um problema de otimização, recorre-se a uma função objetivo, também chamada *fitness*. Conforme descrito em Khouni e Menacer (2023), a função pode ser classificada quanto à topologia e à natureza. Do ponto de vista topológico, é **unimodal** quando possui um único ótimo global e **multimodal** quando apresenta múltiplos ótimos locais. Quanto à natureza, é **monoobjetiva** quando envolve uma única função objetivo, e **multiobjetiva** quando duas ou mais funções objetivo são otimizadas simultaneamente.

Para a resolução de problemas de otimização, isto é, a busca pela melhor solução, as técnicas baseadas em inteligência de enxames (IE), entre as quais se destacam a otimização por colônia de formigas, colônia artificial de abelhas, algoritmo do vagalume e PSO, configuraram-se como alternativas consolidadas na literatura (MCNULTY et al., 2024). Tomando particularmente o PSO, tal potencial decorre de sua simplicidade de implementação, exige poucos parâmetros, tem baixo custo computacional e alcança boa convergência em diferentes tipos de problemas. Sua estrutura flexível facilita a criação de variantes e híbridos, o que amplia seu uso em diversas áreas da engenharia e da ciência

de dados, consolidando-o como uma das meta-heurísticas mais populares e influentes da atualidade.(SCARDUA, 2021; SHAMI et al., 2022). Nesse contexto, na sequência, serão apresentados o algoritmo PSO, suas principais variantes, bem como estratégias de combinação entre elas.

2.1 Otimização por enxame de partículas

A otimização de problemas complexos consolidou-se como um dos principais focos em computação e inteligência artificial, impulsionada pela crescente necessidade de soluções eficientes e escaláveis em áreas tão diversas quanto engenharia (SIDDIQI et al., 2023), economia (SHEN; YAN; SHANG, 2024), logística (LO, 2022) e ciência de dados (TIJJANI; WAHAB; NOOR, 2024). Nesse cenário, o algoritmo PSO destaca-se por sua capacidade de explorar amplos espaços de busca de forma adaptativa e robusta, tornando-se uma ferramenta de grande relevância para enfrentar desafios contemporâneos de otimização.

De acordo com (KENNEDY; EBERHART, 1995), o algoritmo PSO está definido como uma técnica de busca e se enquadra em IE, pois se baseia em comportamentos da natureza, como, por exemplo, a migração de pássaros e a movimentação de cardumes de peixes em busca de alimento. Diferentemente de outros algoritmos evolucionários, no algoritmo PSO, não ocorrem mutações e cruzamentos. Essa característica confere ao método maior robustez e reduz a probabilidade de que a solução permaneça estagnada em mínimos locais. Além disso, o PSO desperta bastante interesse na comunidade científica dedicada à área de inteligência por enxames, devido à sua implementação relativamente simples e à elevada velocidade de convergência (WANG et al., 2021). A seguir, descrevem-se o funcionamento do PSO, suas vantagens e limitações, bem como estratégias propostas para superar seus principais desafios.

No PSO, cada partícula representa uma possível solução de um problema de otimização. Inicialmente, as partículas são distribuídas em um espaço de busca com valores iniciais aleatórios. Em seguida, a velocidade da partícula é atualizada de acordo com a melhor posição já alcançada pela partícula, denotada por p_{best} , e o melhor resultado global da partícula em toda a população, denotado por g_{best} (WANG et al., 2021). Assim, a velocidade e a posição da i -ésima partícula na d -ésima dimensão podem ser calculadas como

$$V_i^d(t+1) = V_i^d(t) + c_1 R_1^d(t)(p_{best}^d - X_i^d(t)) + c_2 R_2^d(t)(g_{best}^d - X_i^d(t)) \quad (2.1)$$

e

$$X_i^d(t+1) = X_i^d(t) + V_i^d(t+1), \quad d = 1, 2, \dots, D; i = 1, 2, \dots, N \quad (2.2)$$

em que D e N representam, respectivamente, o número de dimensões do problema e o número total de partículas da população. $X_i^d(t)$ e $V_i^d(t)$ são, respectivamente, as compo-

nentes atuais de posição e velocidade da i -ésima partícula na dimensão d na iteração t ; $X_i^d(t+1)$ e $V_{i+1}^d(t+1)$ serão, respectivamente, a velocidade e a posição futura da partícula; $pbest_i^d$ é a melhor posição já encontrada pela própria i -ésima partícula, e $gbest^d$ é a melhor posição global, ou seja, aquela já encontrada pelo enxame inteiro; c_1 e c_2 são coeficientes de aceleração; $R_1^d(t)$ e $R_2^d(t)$ são números aleatórios gerados dentro do intervalo uniforme $\mathcal{U}(0, 1)$. O termo $c_1 R_1^d(t)(pbest_i^d - X_i^d(t))$ é o componente cognitivo; força que direciona a partícula para a melhor solução que ela mesma descobriu no passado. Por outro lado, o termo $c_2 R_2^d(t)(gbest^d(t) - X_i^d(t))$ é o componente social; força que impulsiona a partícula para a melhor solução global do grupo. Assim, o PSO busca pela solução global ótima ajustando iterativamente a trajetória de cada partícula, de modo que ela se desloque em direção tanto à sua melhor posição já alcançada quanto à melhor posição encontrada pelo enxame em cada geração.

Apesar de suas vantagens, o algoritmo PSO apresenta como limitação a possibilidade de convergir prematuramente para mínimos locais. Para mitigar esse problema, diversas variantes foram propostas na literatura, visando aprimorar sua capacidade de exploração e evitar estagnação (MIRJALILI et al., 2020). Tais aprimoramentos, bem como a possibilidade de combinar diferentes variantes, conferem ao algoritmo elevada flexibilidade e adaptabilidade, tornando-o uma solução dinâmica e aplicável a uma ampla gama de problemas de otimização. Tendo isso em vista, apresentam-se a seguir cinco variações do algoritmo PSO.

Otimização por enxame de partículas com peso de inércia

Como um dos primeiros aprimoramentos do PSO original, foi introduzido um novo parâmetro denominado peso de inércia, denotado por w , proposto em (Shi; Eberhart, 1998), com o objetivo de mitigar a convergência prematura das partículas. Com essa modificação, a equação de atualização da velocidade passa a ser expressa por

$$V_i^d(t+1) = w V_i^d(t) + c_1 R_1^d(t)(pbest_i^d - X_i^d(t)) + c_2 R_2^d(t)(gbest^d - X_i^d(t)), \quad (2.3)$$

enquanto a atualização da posição permanece descrita pela Equação (2.2). De acordo com a Equação (2.3), valores mais elevados de w favorecem a exploração global do espaço de busca, ao passo que valores menores intensificam a exploração local. Esse aprimoramento ficou conhecido como PSO com peso de inércia (WPSO, do inglês *Inertia Weight Particle Swarm Optimization*).

Otimização por enxame de partículas com aprendizado comprehensivo

O algoritmo de otimização por enxame de partículas com aprendizado comprehensivo (CLPSO, do inglês *Comprehensive Learning Particle Swarm Optimization*, proposto em (TRELEA et al., 2007) e posteriormente aprimorado em (HUYNH et al., 2023), surgiu para

superar uma limitação do PSO clássico, no qual a trajetória de cada partícula em direção ao ótimo global é guiada apenas por suas próprias melhores posições locais e pela melhor posição global do enxame. Em problemas multimodais, essa estratégia pode levar à convergência para mínimos locais ou conduzir partículas a regiões distantes do ótimo global.

Contudo, no algoritmo CLPSO, a experiência de diferentes partículas é utilizada para guiar a atualização, permitindo que a partícula aprenda a partir de múltiplos valores de $pbest_i^d$ em diferentes dimensões. Assim, a velocidade da i -ésima partícula na d -ésima dimensão é atualizada por

$$V_i^d(t+1) = wV_i^d(t) + cR_1^d(t)(pbest_{f_i}^d - X_i^d(t)), \quad (2.4)$$

em que $f_i = f(\mathbf{x}_i)$ com $\mathbf{x}_i = [x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \dots, x_i^{(P)}]$ define qual é a melhor posição $pbest_i^d$ que a partícula i deve seguir em cada dimensão. A escolha dessa trajetória é determinada pela probabilidade de aprendizado P_{c_i} , dada por

$$P_{c_i} = 0,05 + 0,45 \frac{\left(\exp\left(\frac{10(i-1)}{ps-1}\right) - 1\right)}{(\exp(10) - 1)}, \quad (2.5)$$

sendo ps , o tamanho da população. Para cada dimensão, gera-se um número aleatório R_i^d entre 0 e 1, que é comparado a P_{c_i} . Quando a condição $R_i^d > P_{c_i}$ é satisfeita, a partícula não aprende de sua própria posição $pbest_i^d$, mas sim de um *exemplar* selecionado segundo o mecanismo do CLPSO. Para cada dimensão d , o processo ocorre da seguinte forma:

1. Selecionam-se aleatoriamente duas partículas k e j , distintas de i .
2. Compara-se o valor de *fitness* de seus respectivos *pbest*, isto é, $f(pbest_k)$ e $f(pbest_j)$.
3. A partícula cujo *pbest* apresentar melhor valor de *fitness* é escolhida como exemplar para aquela dimensão:

$$exemplar_i^d = pbest_{k \text{ ou } j}^d.$$

Dessa forma, diferentes dimensões de uma mesma partícula podem aprender com partículas distintas, o que contribui para aumentar a diversidade do processo de atualização e reduzir a probabilidade de convergência prematura.

Essa seleção é feita por meio de um torneio, no qual duas partículas são escolhidas aleatoriamente, e aquela que apresentar melhor desempenho fornece sua experiência. Dessa forma, $pbest_{f_i}^d$ passa a ser a nova referência que guiará a partícula no espaço de busca. Para evitar que a função objetivo siga trajetórias equivocadas, um conjunto de soluções é armazenado, garantindo que as partículas sejam guiadas por experiências consistentes até a estabilização da busca. Essa metodologia aumenta a robustez do algoritmo, preserva a diversidade da população e reduz a probabilidade de convergência prematura.

Por fim, uma formulação estendida do CLPSO foi proposta em (HUYNH et al., 2023), incorporando parâmetros adicionais, como os coeficientes de aceleração c_1 e c_2 , além do termo $gbest$, resultando na equação de velocidade

$$V_i^d(t+1) = wV_i^d(t) + c_1 R_1^d(t)(pbest_{f_i(d)}^d - X_i^d(t)) + c_2 R_2^d(t)(gbest^d - X_i^d(t)). \quad (2.6)$$

Em síntese, f_i e P_{c_i} preservam a diversidade ao permitir que diferentes dimensões “aprendam” com partículas distintas, reduzindo estagnação sem sacrificar a convergência (HUYNH et al., 2023).

Otimização por enxame de partículas baseado na relação distância-treino

Muitas aplicações baseadas em PSO sofrem com o problema da convergência prematura. Assim como o CLPSO, o algoritmo de otimização por enxame de partículas baseado na relação distância-treino (FDRPSO, do inglês *Fitness-Distance-Ratio based Particle Swarm Optimization*), proposto em (PERAM; VEERAMACHANENI; MOHAN, 2013) e posteriormente revisado em (SHAMI et al., 2022), foi desenvolvido para mitigar essa limitação. Em comparação ao PSO clássico, o FDRPSO incorpora um componente social adicional de aprendizado, fundamentado na experiência das partículas vizinhas ($nbest$), selecionadas segundo os seguintes critérios:

1. Proximidade em relação às partículas que estão sendo atualizadas;
2. Melhor valor de aptidão (*fitness*) quando comparado às partículas vizinhas.

A velocidade da i -ésima partícula na d -ésima dimensão é atualizada por

$$V_i^d(t+1) = wV_i^d(t) + c_1 R_1^d(t)(pbest_{f_i(d)}^d - X_i^d(t)) + c_2 R_2^d(t)(gbest^d - X_i^d(t)) + c_3(nbest_i^d - X_i^d(t)), \quad (2.7)$$

em que $c_1 = 1$, $c_2 = 2$ e $c_3 = 3$. Nesta formulação, $pbest_i^d$ representa o componente cognitivo, isto é, a própria experiência da partícula; $gbest^d$ corresponde ao componente social global, ou seja, a melhor experiência encontrada por todo o enxame até o momento; $nbest_i^d$ refere-se ao componente social local, obtido da partícula vizinha que maximiza a relação *fitness*-distância, denotada por RFD e definida por

$$\text{RFD}_{i \leftarrow j}^{(d)} = \frac{\text{Fitness}(P_j) - \text{Fitness}(X_j)}{|P_j^d - X_j^d|}, \quad (2.8)$$

em que j percorre vizinhos de i , $nbest_i^d$ é o vizinho que maximiza $\text{RFD}_{i \leftarrow j}^{(d)}$; o numerador representa a diferença de aptidão entre a melhor partícula P_j e a partícula atual X_j , enquanto o denominador corresponde à distância absoluta entre suas posições na dimensão d . O numerador, $\text{Fitness}(P_j) - \text{Fitness}(X_j)$, corresponde à melhoria esperada ao mover-se

da posição atual X_j para a melhor posição conhecida P_j . O denominador, $|P_j^d - X_j^d|$, representa o deslocamento na dimensão d entre essas posições. Assim, o valor da RFD reflete a relação entre ganho de aptidão e distância percorrida, orientando o enxame a priorizar movimentos que tragam maior benefício com menor deslocamento, o que aumenta a eficiência do processo de busca e reduz a probabilidade de movimentos desnecessários.

Otimização por enxame de partículas híbrida com controle de coeficientes de aceleração variáveis no tempo

O diferencial introduzido por esta variante do algoritmo PSO está no controle mais efetivo entre a exploração de mínimos locais e a convergência para o ótimo global. Para tanto, ele considera apenas os componentes cognitivo e social, cujo aprendizado se dá por partículas vizinhas, na estimativa da nova velocidade da partícula. As demais partículas, definidas no início da evolução, são reinicializadas mesmo quando estagnadas no espaço de busca (BASU, 2023). Devido à ausência do termo de inércia, ou seja, a velocidade anterior, as partículas tendem a deslocar-se rapidamente para um mínimo local e, em seguida, permanecer estagnadas por falta de estímulo adicional.

A otimização por enxame de partículas híbrida com controle de coeficientes de aceleração variáveis no tempo (HPSO-TVAC, do inglês *Hybrid Particle Swarm Optimization with Time-Varying Acceleration Coefficients*) tem como objetivo superar esse problema, fornecendo o impulso necessário para mover partículas paralisadas.

O algoritmo HPSO-TVAC controla explicitamente o equilíbrio exploração–intensificação ao variar c_1 e c_2 ao longo das iterações, dispensando o termo de inércia. A velocidade é atualizada por

$$V_i^d(t) = c_1(g) R_1^d(t) (pbest_i^d - X_i^d(t)) + c_2(g) R_2^d(t) (gbest^d - X_i^d(t)),$$

em que $c_1(g)$ e $c_2(g)$ cresce/decrece, respectivamente, conforme o valor da geração de partículas g , favorecendo a exploração no início e a intensificação no final. Em situações de estagnação, ou seja, em que $|V_i|$ é muito pequeno por várias iterações, reinicializa-se a magnitude por $R_{v,i}^d \sim \mathcal{U}(0, 1)$ para reativar a busca, conferindo maior diversidade e capacidade adaptativa ao processo de otimização.

Otimização por enxame de partículas com informação local

Ao contrário dos algoritmos de enxame previamente descritos, os quais utilizam a melhor experiência global das partículas ($gbest^d$) como referência para guiar toda a população, o algoritmo de otimização por enxame de partículas com informação local (LIPS, do inglês *Local Information Particle Swarm*) baseia-se na melhor experiência das partículas vizinhas ($nbest_i^d$). Nesse caso, são justamente as partículas mais próximas que direcionam a busca no espaço de soluções. Essa escolha visa tornar o algoritmo mais eficaz para aplicação em

problemas multimodais, ou seja, aqueles caracterizados pela presença de múltiplos ótimos locais (JI et al., 2023).

A seleção das partículas vizinhas é feita com base na distância Euclidiana entre partículas, de modo que as mais próximas são empregadas como guias para a partícula atual. Assim, a atualização da velocidade da i -ésima partícula na dimensão d é dada por

$$V_i^d(t+1) = \chi \left[V_i^d(t) + \varphi (P_i^d - X_i^d(t)) \right], \quad (2.9)$$

em que $\chi = 0,7298$ corresponde ao coeficiente de restrição, responsável por evitar velocidades excessivas e a consequente convergência prematura. A posição de referência P_i^d é calculada como

$$P_i^d = \frac{\sum_{j=1}^{n_{\text{size}}} w_j nbest_j^d}{\sum_{j=1}^{n_{\text{size}}} w_j}, \quad (2.10)$$

sendo φ , o peso de aceleração; w_j , peso adaptativo; $nbest_j^d$, a j -ésima vizinhança mais próxima do $pbest_i^d$ da i -ésima partícula; e $n_{\text{size}} \in \{2, \dots, 5\}$, o tamanho da vizinhança, que é conforme Ji et al. (2023) ajustado dinamicamente entre 2 e 5.

Dessa forma, o LIPS explora informações locais provenientes de partículas situadas na mesma região do espaço de busca. Esse mecanismo reforça a capacidade de exploração local do algoritmo, especialmente nas fases finais da busca, permitindo que as partículas convirjam para o ótimo global com maior exatidão, isto é, aproximando-se mais do valor ótimo, e com maior estabilidade, reduzindo oscilações e garantindo uma convergência menos sensível às variações estocásticas do algoritmo.

Em resumo, o PSO e suas variantes mostram a versatilidade dos algoritmos baseados em inteligência por enxame, oferecendo diferentes mecanismos para equilibrar exploração e intensificação no espaço de busca. Cada aprimoramento surge como resposta a limitações específicas, como a convergência prematura e a perda de diversidade, ampliando a aplicabilidade do método em cenários cada vez mais complexos. Essa evolução contínua estabelece o fundamento para estratégias mais avançadas, como a combinação adaptativa de otimizadores discutida na Seção 2.2.

2.2 Combinação de otimizadores

O problema da robustez e da universalidade dos algoritmos baseados em PSO tem sido amplamente discutido por pesquisadores, visto que, muitas vezes, tais métodos não estão preparados para lidar com a diversidade de problemas de otimização existentes (GBENGA; RAMLAN, 2016). Esse aspecto se relaciona diretamente ao teorema da inexistência do almoço grátis (NFL, do inglês *No Free Lunch Theorem*) (WOLPERT; MACREADY, 1997),

segundo o qual nenhum método, de forma isolada, apresenta desempenho superior em todos os tipos de problemas.

Nesse contexto, a combinação de algoritmos e modelos surge como uma alternativa consolidada na literatura, pois, em diversas áreas da ciência, tal estratégia tem se mostrado eficaz para gerar soluções adaptáveis a diferentes cenários. Por exemplo, em análises climáticas, conjuntos de modelos são empregados para reduzir a incerteza das previsões meteorológicas (HUANG; ZHAO, 2022); por outro lado, em aprendizagem de máquina (AM) e inteligência artificial, métodos baseados em conjuntos, como o *Random Forest* e o *Bagging*, de acordo com (GONZALEZ et al., 2020), aumentam a precisão da classificação ao explorar múltiplos modelos sobre o mesmo conjunto de dados.

De forma análoga, no âmbito do PSO, foram propostas soluções em que variantes do algoritmo são alocadas dinamicamente. Assim, dado um conjunto de diferentes tipos de algoritmos baseados em PSO, é possível selecionar, durante a execução, aquele que melhor se adequa às características do problema a ser resolvido, explorando de modo sinérgico as vantagens de cada variante. Essa estratégia, conhecida como combinação de algoritmos PSO (HONG et al., 2023), amplia a capacidade de adaptação e mitiga as limitações impostas pelo teorema NFL, resultando em soluções mais eficazes para cada tipo de problema.

Como exemplos de algoritmos combinados, destaca-se a otimização por enxame de partículas multiestratégica, na qual a população é dividida em duas partes complementares. Na primeira, aplica-se uma busca gaussiana local para favorecer a convergência da solução, em que um mecanismo de refinamento perturba a solução corrente por meio de incrementos amostrados de uma distribuição normal de média zero (SCHWEFEL, 1981). Em vez disso, na segunda, emprega-se a estratégia de mutação diferencial, responsável por preservar a diversidade das partículas e evitar a estagnação do processo de busca, em que são gerados novos candidatos por meio da combinação linear entre indivíduos da população (NO; DAHIYA, 2017). Outra técnica híbrida é a otimização por enxame de partículas heterogêneas, na qual se constrói um conjunto composto por diferentes variantes de PSO. As partículas são alocadas aleatoriamente nesse conjunto e suas velocidades são atualizadas conforme a dinâmica de cada variante do conjunto, ampliando a robustez do processo de exploração (DU et al., 2017).

Além desses algoritmos, merece destaque o otimizador por enxame de partículas em conjunto (EPSO, do inglês *Ensemble Particle Swarm Optimizer*), inicialmente proposto em (LYNN; SUGANTHAN, 2017) e posteriormente aprimorado em (HONG et al., 2023). O EPSO combina cinco variantes distintas do algoritmo PSO, quais sejam, CLPSO, FDRPSO, HPSO-TVAC, LIPS e WPSO, descritos previamente na Seção 2.1, e adota uma estratégia de seleção autoadaptativa para, a cada iteração, escolher dinamicamente o algoritmo mais adequado ao cenário corrente (PUTNINS; ANDROULAKIS, 2021).

No EPSO, a população é organizada em duas subpopulações de forma a equilibrar convergência e diversidade. O algoritmo CLPSO é aplicado a uma das subpopulações,

enquanto as demais variantes são atribuídas à outra. Essa divisão favorece a exploração do espaço de busca e evita a perda prematura de diversidade. Para atualizar uma partícula da segunda subpopulação, seleciona-se uma variante de PSO com base na taxa de sucesso observada nas últimas iterações, de acordo com o mecanismo de seleção autoadaptativa, que será descrito a seguir. Finalmente, esse processo resultará na seleção automática do algoritmo mais adequado para cada tipo de problema de otimização.

Estratégia de seleção autoadaptativa

No algoritmo EPSO, a seleção das variantes de PSO é dinâmica e ocorre de forma autoadaptativa. Em síntese, a cada iteração, o método observa o histórico de êxitos e falhas durante a busca pelas melhores soluções e, com base nesse desempenho, ajusta as probabilidades de escolha de cada variante. Define-se um número fixo de gerações como período de aprendizagem, que será denotado por PA deste ponto em diante. Vale ressaltar que, de acordo com (HONG et al., 2023), sugere-se o valor $PA = 200$. Nesse intervalo, o EPSO acompanha a trajetória das partículas, registrando em memória os sucessos e as falhas associados a cada variante. A partir desses registros, estima-se a taxa de sucesso de cada PSO e atualizam-se, para as gerações subsequentes ao PA, as respectivas probabilidades de seleção. Assim, as variantes passam a ser escolhidas com probabilidade proporcional ao seu desempenho histórico, direcionando a busca para a técnica mais adequada ao problema. As etapas da estratégia autoadaptativa são apresentadas a seguir:

1. Define-se $p_g^{(k)} = 1/K$ como a probabilidade de selecionar o k -ésimo algoritmo PSO na g -ésima geração, em que $k = 1, 2, 3, \dots, K$, sendo K o número total de algoritmos presentes no conjunto. Inicialmente, todos os algoritmos PSO são considerados equiprováveis. Nesta pesquisa, foi assumido que $K = 5$, pois o conjunto será composto por cinco variantes do algoritmo PSO, quais sejam, CLPSO, FDRPSO, HPSO-TVAC, LIPS e WPSO.
2. Para efetuar a escolha do algoritmo candidato em cada iteração, adota-se o método de seleção por roleta, originalmente proposto em (BAKER, 1987). Nesse método, cada algoritmo é representado em proporção ao seu valor de aptidão, de modo que valores mais elevados resultam em parcelas maiores da roleta atribuídas ao respectivo algoritmo. Por outro lado, algoritmos de menor desempenho recebem uma fração proporcionalmente reduzida. Dessa forma, a seleção tende a favorecer algoritmos mais promissores, ao mesmo tempo em que mantém a diversidade ao permitir a escolha ocasional de variantes menos aptas;
3. Na g -ésima geração de partículas, após a avaliação de todas as soluções, isto é, das respostas obtidas para o problema de otimização, estabelece-se uma memória destinada a registrar o desempenho do k -ésimo algoritmo de PSO. Nessa memória,

registram-se os sucessos e as falhas do algoritmo — representados, respectivamente, por $s_g^{(k)}$ e $f_g^{(k)}$ — conforme ele acerta ou erra a solução do problema. Assim, cada algoritmo é descrito pelo par ordenado $(s_g^{(k)}; f_g^{(k)})$, no qual $s_g^{(k)}$ corresponde ao número de sucessos e $f_g^{(k)}$ ao número de falhas na geração g . A Tabela 1 exemplifica a forma como esses valores são organizados e mantidos na memória ao longo do processo evolutivo;

4. A memória responsável por armazenar os números de sucessos e falhas é atualizada em ciclos definidos pelo período de aprendizagem. Caso a capacidade de armazenamento seja excedida após o término de um PA, ocorre uma substituição em regime de *overflow*, o que significa que os registros mais antigos são descartados, de modo a liberar espaço para a inserção dos novos valores produzidos pela geração corrente de partículas.
5. Na geração subsequente ao término do PA, a nova probabilidade de seleção do k -ésimo algoritmo PSO, denotada por $p_g^{(k)}$, é atualizada de acordo com

$$p_g^{(k)} = \frac{S_g^{(k)}}{\sum_{k=1}^K S_g^{(k)}}, \quad (2.11)$$

em que $S_g^{(k)}$ representa a taxa de sucesso acumulada do k -ésimo algoritmo até a g -ésima geração, definida como

$$S_g^{(k)} = \frac{\sum_{j=PA+1}^{g-1} s_j^{(k)}}{\sum_{j=PA+1}^{g-1} (s_j^{(k)} + f_j^{(k)})} + \phi, \quad (2.12)$$

sendo $s_j^{(k)}$ e $f_j^{(k)}$, o número de sucessos e falhas observados pelo k -ésimo algoritmo na j -ésima geração, respectivamente, e $\phi = 0,01$, o fator de suavização da taxa

Tabela 1 – Memória de sucessos e falhas do k -ésimo algoritmo PSO na g -ésima geração de partículas.

Índice da Memória	Algoritmo PSO_1	Algoritmo PSO_2	...	Algoritmo PSO_K
1	$(s_{g-PA}^{(1)}; f_{g-PA}^{(1)})$	$(s_{g-PA}^{(2)}; f_{g-PA}^{(2)})$...	$(s_{g-PA}^{(k)}; f_{g-PA}^{(k)})$
2	$(s_{g-PA+1}^{(1)}; f_{g-PA+1}^{(1)})$	$(s_{g-PA+1}^{(2)}; f_{g-PA+1}^{(2)})$...	$(s_{g-PA+1}^{(k)}; f_{g-PA+1}^{(k)})$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
PA	$(s_{g-1}^{(1)}; f_{g-1}^{(1)})$	$(s_{g-1}^{(2)}; f_{g-1}^{(2)})$...	$(s_{g-1}^{(k)}; f_{g-1}^{(k)})$

Fonte: Adaptado de (PUTNINS; ANDROULAKIS, 2021).

de sucesso, introduzido para evitar valores nulos (PUTNINS; ANDROULAKIS, 2021). Dessa forma, o algoritmo PSO com maior taxa de sucesso histórica obtém também maior probabilidade de ser selecionado para guiar as partículas na geração atual. Além disso, a estratégia de seleção autoadaptativa permite que o método aprenda, ao longo da evolução, qual variante se mostra mais adequada ao problema em questão, reforçando sua utilização progressiva.

Em síntese, a combinação de otimizadores baseada em PSO, aliada a mecanismos de seleção autoadaptativa, representa um avanço significativo frente às limitações impostas pelo teorema NFL. Ao explorar simultaneamente a diversidade de variantes disponíveis e aprender, ao longo da evolução, estes algoritmos se mostram mais eficazes; tais enfoques ampliam a robustez e a eficiência do processo de otimização. Com isso, estabelece-se uma base sólida para métodos mais flexíveis e adaptativos, capazes de lidar com diferentes cenários de busca e com problemas complexos, como será explorado ao longo dos próximos capítulos.

2.3 Revisão bibliográfica acerca de combinação de otimizadores

O levantamento a seguir destaca avanços recentes em combinações e variantes do algoritmo PSO e evidencia lacunas persistentes, como, por exemplo, risco de convergência prematura, desequilíbrios entre exploração e intensificação e custos computacionais elevados, que motivam as propostas desta tese.

Conforme discutido na Seção 2.2, o teorema NFL estabelece que não existe um algoritmo de otimização universal capaz de resolver, de maneira eficaz e eficiente, todos os tipos de problemas (MONIZ; MONTEIRO, 2021). Para contornar as limitações inerentes a cada algoritmo, destacam-se, nos últimos anos, tanto as estratégias de seleção autoadaptativa quanto as técnicas baseadas em conjuntos de otimizadores (AJANI; MALLIPEDDI, 2022; HONG et al., 2021; WU et al., 2018). A principal razão é que tais métodos permitem que os algoritmos se ajustem dinamicamente às características do problema em questão, aumentando sua robustez e aplicabilidade. No caso específico dos algoritmos inspirados no PSO, essas combinações híbridas podem ser agrupadas em duas categorias, sendo a primeira o PSO associado a suas próprias variantes e a segunda o PSO integrado a outros algoritmos de otimização. Esta seção apresenta alguns dos trabalhos mais recentes dentro dessas duas linhas de pesquisa, além de destacar propostas que incorporaram mecanismos auxiliares projetados para aprimorar o desempenho do PSO.

Em (HONG et al., 2023), propõe-se o otimizador por enxame de partículas de conjunto aprimorado (IEPSO, do inglês *Improved Ensemble Particle Swarm Optimizer*), que estende o algoritmo EPSO com duas inovações. A primeira apresenta melhorias no algoritmo WPSO para induzir e manter a diversidade das gerações de partículas, sobretudo no início da evolução. Na segunda, são utilizadas matrizes de covariância adaptadas para refinar

a exploração local. Embora os resultados mostrem ganhos em conjuntos heterogêneos de problemas, permanecem limitações, como a parametrização fixa das matrizes e um processo de seleção pouco dinâmico, que podem afetar o equilíbrio exploração–intensificação.

A meta-heurística simulada (SA, do inglês *Simulated Annealing*) foi combinada ao PSO em (PAN et al., 2019), resultando no algoritmo híbrido denominado otimização por enxame de partículas com recozimento simulado (SA-PSO, do inglês *Simulated Annealing-Particle Swarm Optimization*). O objetivo dessa integração é mitigar limitações conhecidas do PSO, como a propensão a ficar preso em ótimos locais ao lidar com funções complexas, a baixa acurácia na fase evolutiva e a velocidade de convergência relativamente lenta. O SA, por sua vez, introduz um mecanismo probabilístico que permite aceitar não apenas soluções vizinhas melhores, mas também piores, com determinada probabilidade, ampliando a exploração do espaço de busca. Dessa forma, o SA-PSO busca escapar de mínimos locais e aumentar as chances de alcançar o ótimo global, oferecendo novas trajetórias de solução ao problema. Os experimentos mostraram desempenho superior em comparação à SA e ao PSO originais. Contudo, o algoritmo SA-PSO apresentou dificuldades na resolução de funções unimodais, como a função *Easom*, cujo mínimo global está restrito a uma região extremamente pequena em relação ao espaço de busca.

Diferentemente de outros algoritmos que apenas combinam variações do PSO, em (YANG; YU; HUANG, 2022) foi proposta a inserção de uma métrica de relação sinal-ruído (SNR, do inglês *Signal-to-Noise Ratio*) em conjunto com uma estratégia adaptativa para selecionar, a cada etapa da evolução, o modo de aprendizado mais adequado — seja pela atualização da velocidade, pelo ajuste do peso de inércia, pela manutenção da diversidade populacional ou pela adaptação dos coeficientes de aceleração. O método resultante, denominado conjunto multiestratégia adaptativo PSO com métrica de distância de SNR (AMSEPSO, do inglês *Adaptive Multistrategy Ensemble PSO with Signal-to-Noise Ratio Distance Metric*), tem como objetivo central melhorar o processo de otimização a partir da escolha dinâmica de uma única estratégia de aprendizado em cada iteração. Esse mecanismo não apenas contribui para mitigar a convergência prematura, mas também introduz recursos para auxiliar a população a escapar de mínimos locais. Os experimentos foram conduzidos sobre o conjunto de problemas de referência do congresso de Computação Evolucionária CEC2017 (SALGOTRA et al., 2022), nos quais o AMSEPSO obteve resultados de destaque. Ressalta-se ainda que a incorporação de métricas SNR fortalece a integração entre inteligência por enxame e AM, abrindo novas perspectivas para algoritmos híbridos. Entretanto, permanece o desafio de se desenvolver estratégias de aprendizado mais refinadas, capazes de se adaptar de forma eficiente a diferentes estágios evolutivos das partículas.

Um dos pontos fracos do algoritmo PSO original é a tendência do algoritmo a permanecer “preso” em mínimos locais, sem a capacidade de avançar para regiões mais promissoras do espaço de busca. O trabalho apresentado em (NAMA et al., 2023) identifica

que esse comportamento decorre, em grande parte, do desbalanceamento entre a fase de descoberta de novas soluções e o subsequente refinamento delas, o que compromete o alcance de resultados mais robustos. Para enfrentar essa limitação, os autores propuseram um novo algoritmo de conjunto que integra variantes do PSO com o algoritmo de busca de retrocesso (BSA, do inglês *Backtracking Search Algorithm*) (JIN; YIN, 2020). A ideia central é explorar a complementaridade entre os métodos, de modo que o BSA auxilie o PSO a manter um equilíbrio contínuo entre as explorações globais e locais durante todo o processo de busca. O algoritmo resultante, denominado conjunto modificado PSO e BSA (e-mPSOBSA, do inglês *Ensemble modified PSO and BSA*), foi avaliado com base nos conjuntos de funções de *benchmark* CEC2014 e CEC2017, apresentando desempenho superior em termos de taxa de convergência, acurácia e estabilidade dos resultados. Como limitação, entretanto, o e-mPSOBSA mostrou-se menos adequado para problemas de otimização de grande escala, especialmente aqueles que envolvem elevado número de variáveis e múltiplas funções objetivo.

O algoritmo PSO tem sido amplamente empregado em diferentes áreas devido à sua implementação simples e à facilidade de adaptação em diversas linguagens de programação (LIU et al., 2021). No entanto, ele apresenta algumas limitações conhecidas, como a convergência prematura e a baixa diversidade populacional (WANG et al., 2021; HUYNH et al., 2023). Com o intuito de mitigar essas fragilidades, a pesquisa apresentada em (YANG; LI; HUANG, 2023) propõe o PSO multi-enxame dinâmico adaptativo com detecção de estagnação e exclusão espacial (ADPSO, do inglês *Adaptive Dynamic Multi-Swarm PSO with Stagnation Detection and Spatial Exclusion*). A proposta introduz uma arquitetura que combina dois mecanismos complementares. O primeiro é um detector de estagnação de partículas, responsável por redefinir o espaço de busca quando o progresso da população é interrompido. Por outro lado, no segundo, há uma estratégia de exclusão espacial, projetada para evitar a convergência prematura entre os subgrupos de partículas.

Inicialmente, a população é dividida em dois subgrupos, que podem ser reagrupados ao longo da evolução. A melhor partícula de cada subgrupo, denotada por $lbest$, é utilizada como referência para avaliar o estado evolutivo. Caso não haja melhora contínua até o período de reagrupamento, o mecanismo de estagnação é ativado, forçando a definição de um novo espaço de busca. Para manter a diversidade, as novas partículas são geradas a partir das melhores soluções anteriores. Em paralelo, a estratégia de exclusão espacial atua para impedir que todos os subgrupos se tornem prematuramente homogêneos, preservando a exploração global. O ADPSO foi avaliado nos conjuntos de funções de *benchmark* CEC2013 e CEC2017, apresentando resultados promissores. Mostrou-se eficaz na resolução da maioria dos problemas de otimização e superou diversas variantes do algoritmo PSO. Entretanto, os experimentos também evidenciaram limitações em problemas unimodais, nos quais o algoritmo não obteve desempenho satisfatório.

Ao se analisar comparativamente os estudos discutidos nesta seção, observa-se que a

Tabela 2 – Trabalhos relacionados ao tema combinação de otimizadores.

Trabalho	Resolve problemas unimodais e multimodais	Evita convergência precoce	Baixo tempo de execução	Aproveita melhor experiência das partículas anteriores	Diversidade Populacional	Seleção auto-adaptativa de variantes PSO
IEPSO (HONG et al., 2023)	✓	X	✓	X	✓	X
SA-PSO (PAN et al., 2019)	X	✓	X	X	X	X
AMSEPSO (YANG; YU; HUANG, 2022)	✓	✓	X	X	X	✓
e-mPSOBSA (NAMA et al., 2023)	X	✓	X	X	X	X
ADPSO (YANG; LI; HUANG, 2023)	✓	✓	X	✓	✓	X
MB-EPSO (SILVA et al., 2024)	✓	✓	✓	✓	✓	✓

combinação de diferentes algoritmos evolucionários se mostra uma estratégia altamente eficaz, uma vez que permite a adaptação dinâmica às características específicas de cada problema. Dessa forma, tais alternativas híbridas contribuem para preencher a lacuna apontada pelo teorema NFL, segundo o qual não existe uma única estratégia de otimização capaz de resolver, de forma igualmente eficiente, todos os tipos de problemas.

A Tabela 2 apresenta uma lista dos trabalhos discutidos anteriormente e o algoritmo apresentado nesta tese, denominado MB-EPSO, destacando-se as principais características de cada metodologia. Nota-se que o algoritmo MB-EPSO contempla um conjunto mais abrangente de propriedades em comparação aos demais métodos relacionados. Algoritmos como o IEPSO e o ADPSO já apresentam avanços relevantes, como a capacidade de lidar com problemas multimodais e o aproveitamento da experiência passada das partículas, mas ainda apresentam limitações quanto ao custo computacional reduzido ou à seleção autoadaptativa de variantes. Outros métodos, como SA-PSO e e-mPSOBSA, embora atuem contra a convergência prematura, não oferecem mecanismos adicionais para manutenção da diversidade ou aproveitamento da memória de gerações anteriores.

O algoritmo MB-EPSO diferencia-se por integrar todas as características listadas; ou seja, resolve problemas unimodais e multimodais, evita a convergência precoce, mantém um baixo tempo de execução, utiliza informações das melhores gerações passadas, preserva a diversidade populacional e incorpora a seleção autoadaptativa de variantes PSO. Essa combinação amplia sua robustez e flexibilidade, tornando o algoritmo aplicável em diferentes cenários de otimização.

2.4 Resumo do capítulo

Problemas de otimização consistem na busca por soluções ótimas sob restrições, estando presentes em diversas áreas científicas. O algoritmo PSO destaca-se por sua simplicidade e rapidez, mas sofre com convergência prematura, o que motivou variantes como CLPSO, FDRPSO, HPSO-TVAC, LIPS e WPSO, cada uma voltada a equilibrar exploração, diver-

sidade e estabilidade. Para superar as limitações do teorema NFL, surgiram estratégias de combinação de otimizadores, entre elas o EPSO, que adota seleção autoadaptativa para escolher dinamicamente a variante mais adequada. Trabalhos recentes ampliaram a robustez do PSO por meio de técnicas híbridas, embora persistam restrições em custo ou escalabilidade. Nesse cenário, o algoritmo MB-EPSO se diferencia ao integrar baixo tempo de execução, preservação da diversidade, memória de gerações passadas e seleção adaptativa, tornando-se uma solução robusta e escalável para diferentes problemas de otimização.

3 CONJUNTO DE OTIMIZADORES POR ENXAME DE PARTÍCULAS BASEADO EM MEMÓRIA

“O progresso resulta da arte de colher o melhor de cada experiência e reuni-lo em benefício de um propósito comum.”
(Francis Bacon)

Neste capítulo apresenta-se o algoritmo MB-EPSO, uma extensão do EPSO que incorpora uma janela de memória deslizante para aprimorar a seleção autoadaptativa de variantes de PSO. Descrevem-se o funcionamento, os principais parâmetros e os experimentos conduzidos com as funções do CEC2017. Por fim, discutem-se os resultados em termos de acurácia, robustez e tempo de execução, comparando o MB-EPSO a algoritmos consagrados da literatura.

O algoritmo aqui proposto fundamenta-se no EPSO (HONG et al., 2023) e, em particular, em sua estratégia de seleção autoadaptativa (PUTNINS; ANDROULAKIS, 2021). O algoritmo, denominado MB-EPSO, modifica esse mecanismo ao introduzir uma memória deslizante responsável por preservar, ao longo da evolução, as melhores gerações de partículas. As soluções armazenadas são reintroduzidas no conjunto, contribuindo para manter a diversidade populacional, mitigar a convergência prematura e reforçar a exploração do espaço de busca em problemas de otimização.

3.1 Descrição da proposta

De acordo com a Equação (2.12), todas as gerações compreendidas entre a primeira geração produzida após o *PA* e a penúltima geração ($g - 1$) recebem o mesmo peso, independentemente de apresentarem sucessos ou falhas. Como consequência, partículas eficazes nas iterações iniciais podem deixar de ser selecionadas na iteração seguinte, mesmo tendo alta ou baixa probabilidade de escolha, pois o mecanismo de roleta não diferencia o momento em que o bom desempenho ocorreu.

Para mitigar essa limitação, o MB-EPSO combina variantes de PSO que compõem o conjunto (CLPSO, FDRPSO, HPSO-TVAC, LIPS e WPSO) e introduz uma janela de

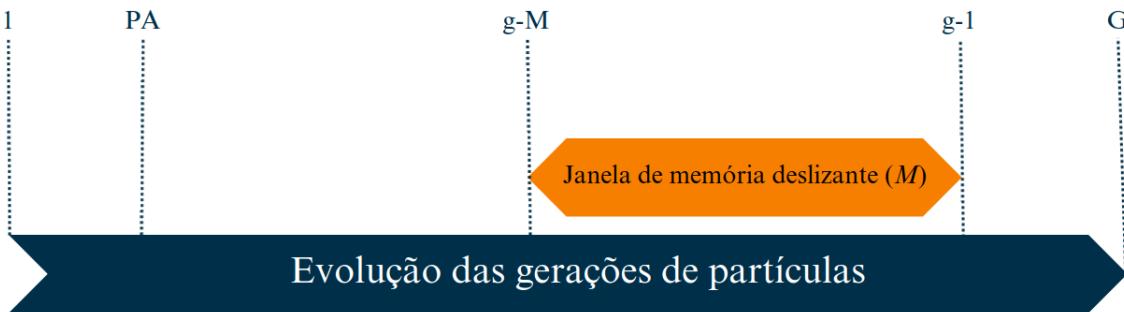


Figura 1 – Evolução das gerações de partículas no algoritmo MB-EPSO.

memória deslizante, de tamanho M , destinada a armazenar as melhores gerações de partículas ao longo do processo. Essa memória torna a seleção autoadaptativa mais eficiente, elevando a probabilidade de escolha das variantes mais adequadas ao problema em análise.

Para evidenciar o papel da janela de memória deslizante no processo de seleção autoadaptativa e na evolução das partículas, a Figura 1 ilustra esse mecanismo, no qual a janela de memória é denotada por M .

A seta identificada pelo rótulo “Evolução das gerações de partículas” representa a linha do tempo da evolução, a qual se estende desde a primeira geração até o número total de gerações, denotado por G . Após o período de aprendizagem, a janela de memória M passa a deslizar ao longo dessa linha, acompanhando todo o processo evolutivo. Assim, a nova probabilidade de seleção para o k -ésimo algoritmo PSO é dada por

$$P_g^{(k)} = \frac{R_g^{(k)}}{\sum_{k=1}^K R_g^{(k)}}, \quad (3.1)$$

em que $P_g^{(k)}$ é a probabilidade de seleção de algoritmos PSO, $R_g^{(k)}$ é a nova taxa de sucesso do k -ésimo algoritmo na g -ésima geração, tal que

$$R_g^{(k)} = \frac{\sum_{j=g-M}^{g-1} \alpha_j s_j^{(k)}}{\sum_{j=g-M}^{g-1} (\alpha_j s_j^{(k)} + f_j^{(k)})} + \phi, \quad (3.2)$$

em que se definem $PA+1 \leq g \leq G-1$ e $g > M$. O termo $\phi = 0,01$ é o mesmo já definido em (2.12) e, finalmente, α_j é o fator de peso dado por

$$\alpha_j = \frac{j}{G}, \quad (3.3)$$

cuja função é premiar o número de sucessos de cada geração, uma vez que seu valor cresce à medida que o processo evolutivo avança.

O algoritmo EPSO, que serve de base para esta proposta, privilegia soluções mais recentes, o que pode comprometer a escolha do algoritmo PSO mais adequado, já que

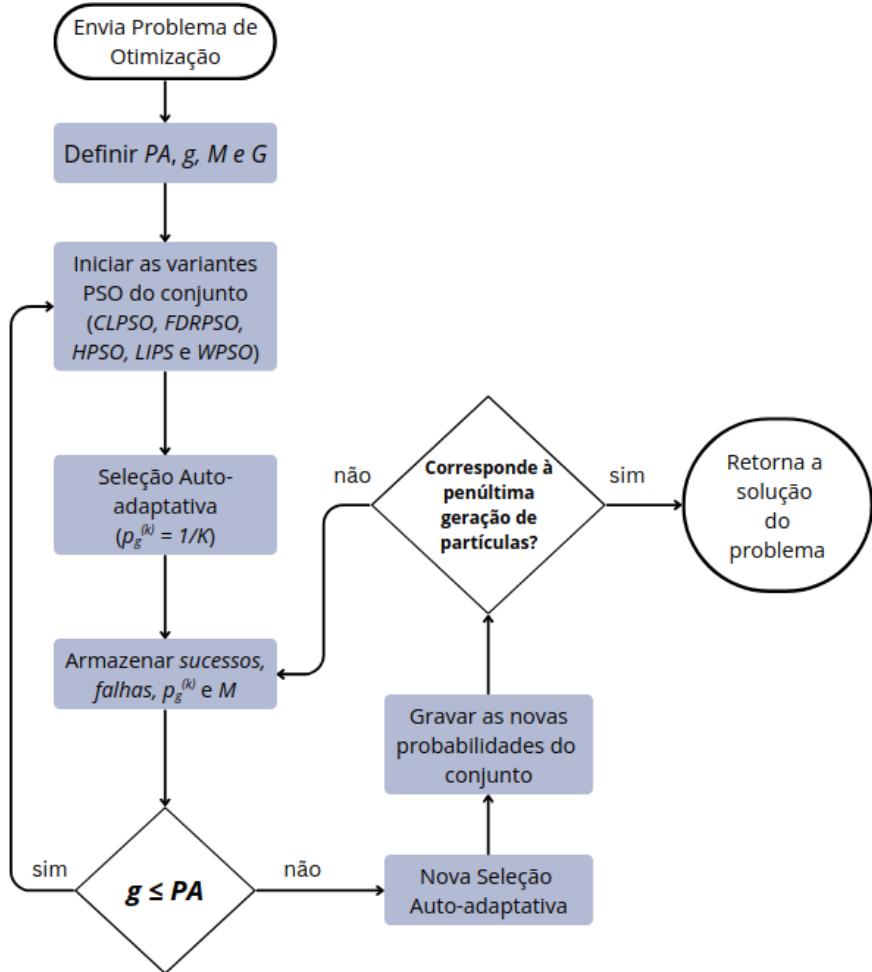


Figura 2 – Fluxograma do algoritmo MB-EPSO.

conjuntos de partículas com bom desempenho em iterações anteriores podem ser descartados. Nesse contexto, a introdução da janela de memória M e do fator α_j contribui para preservar informações relevantes ao longo das gerações, auxiliando os algoritmos PSO do conjunto a conduzir a otimização de maneira mais eficiente e a alcançar resultados de melhor qualidade.

A Figura 2 ilustra o fluxograma do funcionamento do algoritmo MB-EPSO, cuja proposta central é integrar diferentes estratégias de atualização de partículas em um modelo de conjunto autoadaptativo. O processo ocorre conforme descrito a seguir:

1. **Iniciarizar:** Definir o problema de otimização e os parâmetros: período de aprendizagem (PA), geração atual (g) e tamanho da memória (M)¹ e o número total de gerações (G);
2. **Selecionar variante:** Realizar a seleção autoadaptativa entre as cinco variantes de PSO com base na distribuição de probabilidade uniforme. Conforme a Seção 2.2,

¹ O valor de M é discutido na Seção 3.2.

na fase em que $g \leq PA$, essa probabilidade é calculada por $p_g^{(k)} = 1/K$, em que $k = 1, 2, 3, \dots, K$, sendo K , o número total de algoritmos presentes no conjunto;

3. **Evoluir e registrar:** Gerar a próxima população de partículas com a variante escolhida e registrar sucessos, falhas, probabilidades e o valor de M . Se $g \leq PA$, voltar ao Passo 2; caso contrário, atualizar as probabilidades segundo a Equação (3.1).
4. **Parar:** Repetir até a $(g - 1)$ -ésima geração, correspondente à penúltima iteração do processo evolutivo. Ao final, retornar a melhor solução encontrada.

Esse modelo de fluxo permite que o algoritmo MB-EPSO adapte dinamicamente suas estratégias de busca com base no histórico de desempenho, utilizando, de forma contínua, as melhores gerações de partículas registradas ao longo do processo evolutivo.

3.2 Resultados

Nesta seção, apresentamos os resultados numéricos obtidos nos testes de desempenho realizados com o algoritmo MB-EPSO. O desempenho de cinco algoritmos baseados em PSO (CLPSO, FDRPSO, HPSO-TVAC, LIPS e WPSO), bem como dois métodos em conjunto (EPSO e MB-EPSO) é avaliado utilizando 29 funções de *benchmark* de otimização de parâmetros reais do CEC2017, quais sejam, funções unimodais (F_1 e F_2), multimodais (F_3 a F_9), híbridas (F_{10} a F_{19}) e de composição (F_{20} a F_{29}) (SALGOTRA et al., 2022). Embora existam suítes mais recentes, como a CEC2022 para o mesmo tipo de problema, estas não substituem a CEC2017, mas oferecem um conjunto alternativo e mais compacto de funções com filosofia semelhante (SUGANTHAN et al., 2022). Além disso, trabalhos recentes continuam utilizando a CEC2017 como *benchmark* padrão, inclusive em competições atuais; por exemplo, a competição CEC2024 baseia-se diretamente nessa suíte, o que reforça sua relevância e permite uma comparação direta com um grande corpo de resultados da literatura (BREST; MAUÉC, 2025). Dessa forma, a escolha da CEC2017 garante simultaneamente representatividade, comparabilidade e viabilidade computacional dos experimentos, sem comprometer a generalidade das conclusões obtidas sobre o desempenho do algoritmo proposto.

Para começar, analisamos o comportamento da proposta MB-EPSO a partir da relação entre o número de sucessos e o tamanho da janela de memória deslizante para cada tipo de função de otimização. A Figura 3 mostra a relação entre o tamanho da memória M e o número de sucessos por tipo de função do CEC2017. Para $M \leq 8$, a taxa média de sucesso aproxima-se de 85% em todas as categorias; para $M > 8$, cai para cerca de 50%. Destaca-se na cor azul-marinho que foi apenas com $M = 8$ que se obtiveram soluções corretas em funções unimodais, possivelmente porque as partículas tendem a se concentrar em ótimos locais/globais, reduzindo a diversidade (EIBEN, 2016). Com base nessas conclusões, adota-se $M = 8$ como valor padrão para o MB-EPSO.

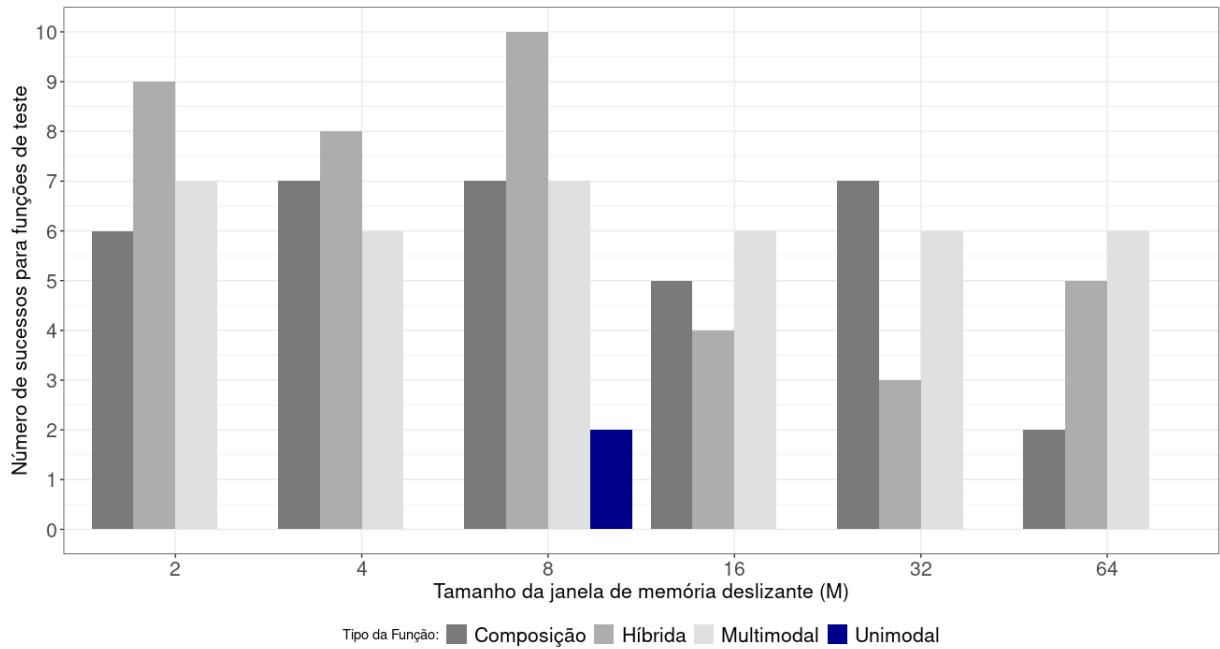


Figura 3 – Número de sucessos do algoritmo MB-EPSO para diferentes tamanhos de janela de memória deslizante e tipos de função de teste do CEC2017.

Conforme já mencionado, o algoritmo MB-EPSO é comparado com as variantes PSO e com o algoritmo EPSO, adotando-se o valor $M = 8$ para o tamanho da memória deslizante. Após todas as iterações, o desempenho é avaliado por meio dos valores de erro absoluto médio e desvio padrão. A Tabela 3 apresenta os resultados experimentais de todos os métodos PSO e EPSO para as funções de teste do CEC2017, de F_1 a F_{29} . Seguindo as mesmas configurações de (HONG et al., 2023), uma comparação entre cada algoritmo, dois a dois, foi realizada, considerando 30 execuções de simulação em problemas de 30 dimensões. Cada simulação utilizou $G = 10.000$ gerações, $PA = 200$ e 30 partículas por população.

A significância estatística foi avaliada pelos testes de Friedman/Nemenyi (FRIEDMAN, 1937; NEMENYI, 1963) com nível de significância de 5%. A hipótese nula H_0 assume desempenho equivalente entre MB-EPSO e as variantes de PSO; a alternativa H_1 postula superioridade do MB-EPSO. A Tabela 3 reporta, para cada função F_n , o valor médio μ da solução obtida em cada uma das funções, o desvio padrão σ , o rank — quanto menor o valor, melhor o desempenho do algoritmo — e o símbolo “+”/“=” nas comparações pareadas com o MB-EPSO, denotado por p , em que “+” significa que o algoritmo proposto foi superior e “=” significa que obteve desempenho semelhante.

Tabela 3 – Resultados experimentais dos algoritmos PSO para funções de teste CEC2017 de 30 dimensões.

F_n	Critério	MB-EPSO	EPSO	WPSO	LIPS	CLPSO	HPSO-TVAC	FDRPSO
F_1	μ	1,08E+03	$3,09E + 09$	$1,57E + 11$	$2,24E + 11$	$1,31E + 11$	$1,30E + 11$	$2,27E + 11$
	σ	$1,32E + 03$	$5,55E + 09$	$5,48E + 10$	$5,50E + 10$	$1,70E + 10$	$2,01E + 10$	$4,91E + 10$
	rank/p	1	2/+	5/+	6/+	4/+	3/+	7/+
F_2	μ	3,12E+01	$1,44E + 05$	$1,15E + 13$	$1,79E + 14$	$8,89E + 08$	$9,59E + 09$	$2,80E + 14$
	σ	$1,06E + 02$	$5,21E + 04$	$2,81E + 13$	$3,21E + 14$	$2,32E + 09$	$4,39E + 10$	$5,55E + 14$
	rank/p	1	2/+	5/+	6/+	3/+	4/+	7/+
F_3	μ	1,96E+01	$1,52E + 03$	$1,15E + 05$	$1,80E + 05$	$3,51E + 04$	$4,70E + 04$	$2,09E + 05$
	σ	$3,13E + 01$	$2,07E + 03$	$7,40E + 04$	$8,69E + 04$	$2,58E + 04$	$2,19E + 04$	$3,51E + 05$
	rank/p	1	2/+	5/+	6/+	3/+	4/+	7/+
F_4	μ	7,53E+01	$1,44E + 02$	$9,01E + 02$	$9,94E + 02$	$6,71E + 02$	$5,51E + 02$	$9,44E + 02$
	σ	$2,61E + 01$	$7,23E + 01$	$3,58E + 02$	$2,81E + 02$	$1,67E + 02$	$2,41E + 02$	$3,15E + 02$
	rank/p	1	2/ =	5/+	7/ +	4/ +	3/ +	6/ +
F_5	μ	4,04E+01	$5,89E + 01$	$1,84E + 02$	$2,16E + 02$	$1,47E + 02$	$1,43E + 02$	$1,97E + 02$
	σ	$3,74E + 00$	$8,68E + 00$	$3,78E + 01$	$2,81E + 01$	$1,51E + 01$	$1,30E + 01$	$3,28E + 01$
	rank/p	1	2/+	5/ +	7/ +	4/ +	3/ +	6/ +
F_6	μ	2,18E+02	$3,40E + 02$	$3,37E + 03$	$4,11E + 03$	$2,55E + 03$	$2,40E + 03$	$4,11E + 03$
	σ	$3,34E + 01$	$8,55E + 01$	$1,26E + 03$	$1,12E + 03$	$7,59E + 02$	$7,83E + 02$	$9,03E + 02$
	rank/p	1	2/+	5/ +	7/ +	4/ +	3/ +	6/ +
F_7	μ	5,04E+01	$1,14E + 02$	$7,85E + 02$	$8,92E + 02$	$4,62E + 02$	$4,62E + 02$	$8,80E + 02$
	σ	$7,08E + 00$	$5,65E + 01$	$2,88E + 02$	$1,77E + 02$	$2,10E + 02$	$2,18E + 02$	$1,65E + 02$
	rank/p	1	2/ =	5/ =	7/ =	3/ =	4/ =	6/ =
F_8	μ	2,26E+03	$2,82E + 03$	$7,27E + 04$	$7,90E + 04$	$4,05E + 04$	$4,10E + 04$	$6,29E + 04$
	σ	$5,97E + 02$	$1,23E + 03$	$3,20E + 04$	$1,93E + 04$	$7,53E + 03$	$5,51E + 03$	$1,90E + 04$
	rank/p	1	2/ =	6/ =	7/ =	3/ =	4/ =	5/ =
F_9	μ	3,44E+03	$4,31E + 03$	$1,07E + 04$	$1,15E + 04$	$9,85E + 03$	$1,01E + 04$	$5,13E + 03$
	σ	$1,09E + 03$	$8,47E + 02$	$2,18E + 03$	$6,67E + 02$	$6,74E + 02$	$3,74E + 02$	$5,95E + 03$
	rank/p	1	2/+	6/ +	7/ +	4/ +	5/ +	3/ +
F_{10}	μ	5,85E+01	$6,47E + 02$	$2,66E + 09$	$2,85E + 09$	$1,07E + 06$	$1,96E + 05$	$1,19E + 11$
	σ	$2,40E + 01$	$1,17E + 03$	$9,77E + 09$	$8,06E + 09$	$4,47E + 06$	$3,52E + 05$	$6,48E + 11$
	rank/p	1	2/+	5/ +	6/ +	4/ +	3/ +	7/ +
F_{11}	μ	2,65E+05	$1,31E + 08$	$5,11E + 10$	$6,64E + 10$	$3,14E + 10$	$3,09E + 10$	$6,03E + 10$
	σ	$2,13E + 05$	$2,91E + 08$	$2,60E + 10$	$2,27E + 10$	$6,20E + 09$	$7,20E + 09$	$2,28E + 10$
	rank/p	1	2/+	5/ +	7/ +	4/ +	3/ +	6/ +
F_{12}	μ	1,23E+04	$8,27E + 08$	$6,62E + 10$	$1,08E + 11$	$3,06E + 10$	$3,17E + 10$	$7,70E + 10$
	σ	$1,04E + 04$	$1,86E + 09$	$3,59E + 10$	$4,99E + 10$	$1,36E + 10$	$1,12E + 10$	$5,52E + 10$
	rank/p	1	2/+	5/ +	7/ +	3/ +	4/ +	6/ +
F_{13}	μ	4,50E+03	$1,31E + 05$	$1,98E + 09$	$2,09E + 09$	$9,75E + 07$	$9,22E + 07$	$3,56E + 09$
	σ	$5,93E + 03$	$4,46E + 05$	$2,51E + 09$	$3,21E + 09$	$8,26E + 07$	$6,79E + 07$	$4,90E + 09$
	rank/p	1	2/+	5/ +	6/ +	4/ +	3/ +	7/ +
F_{14}	μ	2,96E+03	$1,40E + 06$	$3,64E + 10$	$4,11E + 10$	$7,87E + 09$	$9,07E + 09$	$3,61E + 10$
	σ	$2,85E + 03$	$7,37E + 06$	$2,53E + 10$	$2,44E + 10$	$4,15E + 09$	$3,31E + 09$	$2,02E + 10$
	rank/p	1	2/+	6/ +	7/ +	3/ +	4/ +	5/ +
F_{15}	μ	9,79E+02	$1,92E + 03$	$3,95E + 04$	$5,06E + 04$	$8,37E + 03$	$9,13E + 03$	$5,62E + 04$
	σ	$2,52E + 02$	$6,88E + 02$	$3,59E + 04$	$4,15E + 04$	$2,84E + 03$	$3,08E + 03$	$5,47E + 04$
	rank/p	1	2/+	5/ +	6/ +	3/ +	4/ +	7/ +

Continua na próxima página

Tabela 3 (continuação)

F_n	Critério	MB-EPSO	EPSO	WPSO	LIPS	CLPSO	HPSO-TVAC	FDRPSO
F_{16}	μ	4,86E+02	$1,04E + 03$	$1,04E + 07$	$2,23E + 07$	$7,52E + 04$	$4,99E + 04$	$2,16E + 07$
	σ	$2,01E + 02$	$2,68E + 02$	$2,48E + 07$	$4,03E + 07$	$7,87E + 04$	$6,78E + 04$	$5,48E + 07$
	rank/p	1	2/+	5/+	7/+	4/+	3/+	6/+
F_{17}	μ	8,11E+04	$7,14E + 05$	$9,24E + 09$	$1,86E + 10$	$1,17E + 09$	$1,22E + 09$	$1,82E + 10$
	σ	$4,86E + 04$	$1,94E + 06$	$9,73E + 09$	$1,31E + 10$	$7,77E + 08$	$1,01E + 09$	$1,68E + 10$
	rank/p	1	2/+	5/+	7/+	3/+	4/+	6/+
F_{18}	μ	1,53E+03	$1,35E + 06$	$3,77E + 10$	$5,17E + 10$	$1,09E + 10$	$8,88E + 09$	$4,22E + 10$
	σ	$2,26E + 03$	$4,65E + 06$	$2,10E + 10$	$3,35E + 10$	$3,63E + 09$	$4,65E + 09$	$2,36E + 10$
	rank/p	1	2/+	5/+	7/+	4/+	3/+	6/+
F_{19}	μ	3,70E+02	$6,81E + 02$	$2,52E + 03$	$2,74E + 03$	$1,90E + 03$	$1,92E + 03$	$2,81E + 03$
	σ	$1,19E + 02$	$2,04E + 02$	$4,18E + 02$	$4,38E + 02$	$2,49E + 02$	$2,18E + 02$	$6,82E + 02$
	rank/p	1	2/+	5/+	6/+	3/+	4/+	7/+
F_{20}	μ	2,87E+02	$4,46E + 02$	$1,08E + 03$	$1,57E + 03$	$8,59E + 02$	$8,71E + 02$	$1,45E + 03$
	σ	$1,76E + 01$	$8,98E + 01$	$3,88E + 02$	$8,16E + 02$	$5,87E + 01$	$8,56E + 01$	$5,91E + 02$
	rank/p	1	2/+	5/+	7/+	3/+	4/+	6/+
F_{21}	μ	3,56E+03	$5,10E + 03$	$1,15E + 04$	$1,57E + 03$	$1,04E + 04$	$1,02E + 04$	$1,18E + 04$
	σ	$1,83E + 03$	$1,07E + 03$	$7,06E + 02$	$8,92E + 02$	$4,57E + 02$	$7,18E + 02$	$9,05E + 02$
	rank/p	1	2/+	5/+	6/+	4/+	3/+	7/+
F_{22}	μ	7,44E+02	$9,90E + 02$	$2,06E + 03$	$3,37E + 03$	$1,85E + 03$	$1,83E + 03$	$3,24E + 03$
	σ	$1,27E + 02$	$4,40E + 02$	$7,89E + 02$	$1,14E + 03$	$3,06E + 02$	$2,90E + 02$	$1,41E + 03$
	rank/p	1	2/ =	5/+	7/ +	4/ +	3/ +	6/ +
F_{23}	μ	$8,60E + 02$	6,26E+02	$1,98E + 03$	$2,66E + 03$	$2,08E + 03$	$2,04E + 03$	$3,03E + 03$
	σ	$2,19E + 02$	$1,96E + 02$	$4,76E + 02$	$1,01E + 03$	$3,53E + 02$	$3,45E + 02$	$9,59E + 02$
	rank/p	2	1/ =	3/ +	6/ +	5/ +	4/ +	7/ +
F_{24}	μ	3,88E+02	$8,23E + 02$	$2,81E + 04$	$5,64E + 04$	$1,78E + 04$	$1,91E + 04$	$5,63E + 04$
	σ	$2,32E + 01$	$8,23E + 02$	$2,81E + 04$	$5,64E + 04$	$1,78E + 04$	$1,91E + 04$	$5,63E + 04$
	rank/p	1	2/ =	5/ +	7/ +	3/ +	4/ +	6/ +
F_{25}	μ	2,64E+03	$3,92E + 03$	$1,97E + 04$	$3,04E + 04$	$1,49E + 04$	$1,45E + 04$	$3,91E + 04$
	σ	$1,13E + 03$	$1,69E + 03$	$8,06E + 03$	$1,33E + 04$	$2,17E + 03$	$2,75E + 03$	$2,14E + 04$
	rank/p	1	2/ =	5/ +	6/ +	4/ +	3/ +	7/ +
F_{26}	μ	$6,54E + 02$	$5,02E + 02$	5,00E+02	$5,01E + 02$	$2,95E + 03$	$2,98E + 03$	$5,06E + 02$
	σ	$3,29E + 02$	$2,12E - 04$	$1,42E - 05$	$1,01E - 05$	$5,13E + 02$	$6,16E + 02$	$1,46E - 07$
	rank/p	5	3/ = +	1/ =	2/ =	6/ +	7/ +	4/ =
F_{27}	μ	$1,12E + 04$	$4,96E + 02$	$5,01E + 02$	$5,02E + 02$	3,49E+02	$1,17E + 04$	$5,05E + 02$
	σ	$2,60E + 03$	$1,26E + 01$	$2,91E - 05$	$1,44E - 04$	$7,11E + 01$	$2,58E + 03$	$2,53E - 06$
	rank/p	6	2/ =	3/ =	4/ =	1/ =	7/ +	5/ =
F_{28}	μ	1,34E+03	$2,43E + 03$	$1,69E + 08$	$9,86E + 07$	$8,47E + 04$	$9,71E + 04$	$4,11E + 07$
	σ	$3,24E + 02$	$7,36E + 02$	$8,16E + 08$	$4,47E + 08$	$1,37E + 05$	$1,33E + 05$	$9,74E + 07$
	rank/p	1	2/ =	7/ +	6/ +	3/ +	4/ +	5/ +
F_{29}	μ	2,05E+04	$1,02E + 08$	$1,48E + 10$	$3,11E + 10$	$5,15E + 09$	$6,04E + 09$	$2,29E + 10$
	σ	$1,61E + 04$	$1,45E + 08$	$1,15E + 10$	$1,57E + 10$	$2,58E + 09$	$2,72E + 09$	$1,16E + 10$
	rank/p	1	2/ +	5/ +	7/ +	3/ +	4/ +	6/ =
$1^{\circ}/2^{\circ}/u$		26/1/0	1/27/0	1/0/1	0/1/16	1/0/0	0/0/2	0/0/10
+/-			19/10	25/4	26/3	26/3	27/2	24/5
Métodos		MB-EPSO	EPSO	WPSO	LIPS	CLPSO	HPSO-TVAC	FDRPSO

Ao final da Tabela 3, os rótulos “ $1^{\circ}/2^{\circ}/u$ ”, em que u significa último lugar, e “ $+/-$ ” evidenciam os resultados consolidados da comparação entre o MB-EPSO e os demais algoritmos. Por exemplo: na função híbrida F_{11} , o MB-EPSO atingiu $\text{rank} = 1$, obtendo o menor erro médio, enquanto o FDRPSO ficou em $\text{rank} = 7$. Os resultados pareados com “ $+$ ” reforçam a superioridade do MB-EPSO.

Ainda na Tabela 3, observa-se que o algoritmo MB-EPSO obteve os melhores valores médios μ das soluções em 26 das 29 funções de teste. Destaca-se que o MB-EPSO apresentou os melhores resultados nas funções unimodais, multimodais e híbridas. Por outro lado, no caso das funções de composição, as melhores soluções do MB-EPSO foram encontradas em apenas sete situações, enquanto o EPSO apresentou o segundo melhor desempenho em 27 das 29 funções.

A Figura 4 apresenta a evolução do melhor valor da função objetivo (do inglês, *best fitness*) do algoritmo MB-EPSO para $M = 8$, em comparação com diversas variantes do PSO, considerando a função unimodal F_1 de 30 dimensões do CEC2017. Destaca-se, em particular, o melhor valor médio da função objetivo obtido para F_1 , evidenciando o desempenho do MB-EPSO em relação aos demais métodos. Observa-se que o algoritmo MB-EPSO apresenta o melhor desempenho em comparação com as variantes PSO, pois a melhor aptidão média é menor desde as primeiras gerações de partículas até as últimas. Além disso, a convergência é alcançada antes dos outros algoritmos, aproximadamente na milésima geração de partículas.

Por fim, outro aspecto importante a ser analisado nos algoritmos PSO é o seu tempo de execução. Para esse propósito, em cada algoritmo, considerou-se o tempo médio de execução em 30 rodadas de simulação, realizadas com os mesmos parâmetros experimen-

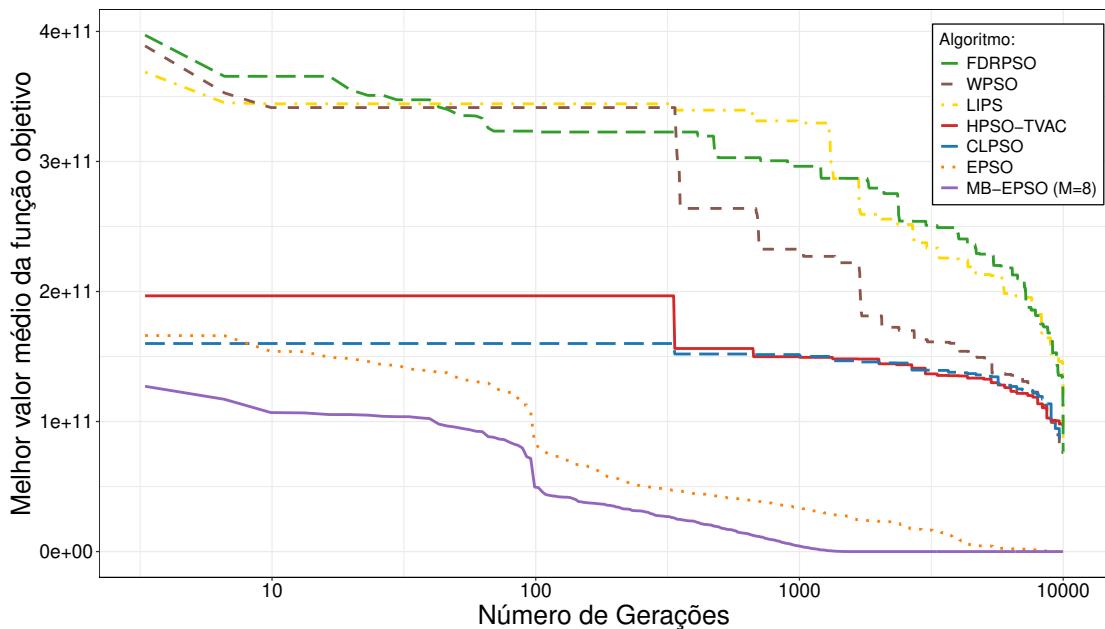


Figura 4 – Melhor valor médio da função objetivo unimodal F_1 de 30 dimensões do CEC2017.

tais, quais sejam: o número máximo de iterações, o tamanho do enxame e o número de dimensões.

Os experimentos foram executados no *cluster* Apuana do CIn–UFPE, plataforma de alto desempenho composta por múltiplos nós com processadores de arquitetura AMD/Intel de múltiplos núcleos e suporte a GPUs. Para garantir uma comparação justa, todas as execuções foram realizadas utilizando o mesmo tipo de nó, com alocação idêntica de recursos (CPU, memória e *threads*), sob as mesmas condições de *software* e compilação. Foi assumido o mesmo *hardware* para todos os algoritmos PSO considerados neste trabalho.

A Tabela 4 indica, para cada algoritmo e cada tipo de função do CEC2017, os tempos médios de execução e seus respectivos desvios padrão, denotados, respectivamente, por \bar{t} e σ_t . Com base nos parâmetros definidos, os tempos médios de execução foram normalizados em relação ao valor obtido pelo algoritmo MB-EPSO e estão indicados na Tabela 5.

A normalização dos tempos de execução permite comparar os algoritmos de forma justa, pois coloca todos os resultados na mesma escala ao dividir os valores pelo tempo do algoritmo de referência. Assim, é possível avaliar proporcionalmente o desempenho de cada método, sem depender de unidades de tempo, de cenários específicos ou do tipo de *hardware* utilizado. Desse modo, os resultados permanecem consistentes mesmo em computadores com baixas ou altas capacidades de processamento. Portanto, a normalização garante a equidade na comparação, bem como a portabilidade e a reproduzibilidade dos resultados em diferentes ambientes computacionais. Por fim, é importante esclarecer o que significam os percentuais situados ao lado de cada valor normalizado de tempo. Por exemplo, considerando o tipo de função unimodal, o MB-EPSO promove uma redução de 10,71% no tempo médio de execução quando comparado ao algoritmo CLPSO. Comparações semelhantes são realizadas para os demais algoritmos e tipos de função.

Os resultados evidenciam que o MB-EPSO com memória deslizante de tamanho $M = 8$ apresentou o menor tempo de execução em todas as categorias de funções do CEC2017. Nas funções unimodais, embora as diferenças sejam discretas, o MB-EPSO supera varia-

Tabela 4 – Estatísticas do tempo de execução de todas as variantes do PSO consideradas neste trabalho para cada tipo de função do CEC2017.

Algoritmo	Unimodal		Multimodal		Composição		Híbrida	
	\bar{t} (ms)	σ_t (ms)	\bar{t} (ms)	σ_t (ms)	\bar{t} (ms)	σ_t (ms)	\bar{t} (ms)	σ_t (ms)
CLPSO	5,61	0,23	12,41	1,29	5,92	0,32	94,71	16,12
EPSO	6,09	0,41	13,06	1,14	6,49	0,33	96,81	15,49
FDRPSO	6,08	0,31	12,89	1,25	6,25	0,37	96,68	13,28
HPSO-TVAC	7,87	0,33	14,61	1,55	7,83	0,42	102,23	16,08
LIPS	6,80	0,35	13,52	1,48	7,49	0,38	99,44	16,58
WPSO	5,63	0,27	12,51	1,44	5,83	0,34	96,96	14,69
MB-EPSO	5,60	0,32	10,27	0,85	5,79	0,29	94,50	13,52

Tabela 5 – Valores normalizados dos tempos de execução das variantes PSO acompanhados da respectiva redução percentual de tempo médio promovida pelo algoritmo MB-EPSO.

Algoritmo	Unimodal	Multimodal	Composição	Híbrida
CLPSO	1,12 (10,71%)	1,75 (42,86%)	1,86 (46,24%)	1,65 (39,39%)
EPSO	1,03 (2,91%)	1,50 (33,33%)	1,39 (28,06%)	1,23 (18,70%)
FDRPSO	1,35 (25,93%)	1,45 (31,03%)	1,93 (48,19%)	1,40 (28,57%)
HPSO-TVAC	1,05 (4,76%)	1,05 (4,76%)	1,06 (5,66%)	1,04 (3,85%)
LIPS	1,03 (2,91%)	1,88 (46,81%)	1,86 (46,24%)	1,92 (47,92%)
WPSO	1,02 (1,96%)	1,12 (10,71%)	1,07 (6,54%)	1,03 (2,91%)
MB-EPSO ($M = 8$)	1,00	1,00	1,00	1,00

ções como CLPSO e FDRPSO, que chegam a consumir 12% e 35% mais tempo, respectivamente. Nos cenários multimodais, de composição e híbridos — caracterizados por maior complexidade e múltiplos mínimos locais — o ganho do MB-EPSO torna-se mais expressivo, alcançando reduções de tempo superiores a 40% frente a algoritmos como CLPSO, LIPS e FDRPSO.

Os experimentos evidenciam a robustez e a superioridade do MB-EPSO em relação às variantes avaliadas. A escolha de $M = 8$ mitigou a convergência prematura e equilibrou a diversidade e a exploração, resultando em menores erros médios no CEC2017 e em menor tempo de execução. Esses achados posicionam o MB-EPSO como uma alternativa promissora para otimização em larga escala. Nos capítulos seguintes, caracterizamos a localização de dispositivos móveis como um problema de otimização e propomos uma solução híbrida que integra técnicas de AM ao MB-EPSO para aplicação em redes celulares.

3.3 Resumo do capítulo

Este capítulo apresentou o algoritmo MB-EPSO, um conjunto autoadaptativo de otimizadores PSO que integra uma janela de memória deslizante para preservar boas soluções e reduzir a convergência prematura. A proposta redefine a escolha das variantes por meio de uma taxa de sucesso ponderada no tempo, explorando o papel do período de aprendizagem e do tamanho da memória. Experimentos no CEC2017 mostraram que $M = 8$ maximiza os resultados, com o algoritmo MB-EPSO superando as demais variantes PSO em acurácia, estabilidade e tempo de execução. Assim, o uso da memória integrada à seleção autoadaptativa reforça sua robustez e eficiência em problemas complexos de otimização.

4 SISTEMAS DE RADIOLOCALIZAÇÃO

“Para descrever o movimento de um corpo, é preciso primeiro definir com exatidão o lugar onde ele está.”

(Isaac Newton)

Este capítulo apresenta os fundamentos dos sistemas de radiolocalização, descrevendo as principais técnicas de posicionamento e suas limitações. Em seguida, formaliza a trilateração como um problema de otimização e discute o uso de algoritmos evolucionários e métodos de AM, como o k-NN, que dão suporte às soluções propostas nesta pesquisa. Por fim, inclui-se uma síntese da literatura sobre técnicas de localização baseadas em PSO.

Localizar dispositivos móveis em redes celulares é fundamental, sobretudo em situações de emergência, em que o tempo é decisivo para salvar vidas. Sob a ótica dos negócios, a localização também viabiliza serviços e modelos de receita — de navegação e entregas a publicidade geolocalizada (HUANG; GARTNER, 2018). Nesse contexto, sistemas de localização que utilizam a infraestrutura celular ganham destaque por oferecer estimativas confiáveis mesmo quando a navegação por sistema global de posicionamento (GPS, do inglês *Global Positioning System*) está indisponível.

4.1 Sistemas de localização em redes celulares

Os sistemas de localização têm como objetivo determinar, com precisão e acurácia, as coordenadas geográficas de um dispositivo móvel (PERAL-ROSADO et al., 2018). Embora existam alternativas baseadas em redes pessoais, como redes Wi-Fi (do inglês *Wireless Fidelity*) e *Bluetooth*, o presente estudo concentra-se exclusivamente em cenários nos quais a EM está conectada a uma rede de telefonia celular. Essa escolha se justifica, em parte, por questões de segurança cibernética, ou seja, para reduzir o risco de exposição de dados pessoais a possíveis ataques, muitos usuários optam por não conectar seus aparelhos a redes locais públicas ou privadas de confiabilidade duvidosa (SANGEEN et al., 2023). Além disso, em situações críticas, como a busca por sobreviventes em desastres naturais ou no colapso de edificações (ALBANESE et al., 2023), a localização de dispositivos conectados a

redes celulares tende a permanecer acessível na maioria dos casos, independentemente do aparelho estar em ambiente *indoor* ou *outdoor*.

Ao se conectar à rede celular, o dispositivo passa a reportar e atualizar periodicamente parâmetros técnicos definidos pelas normas do projeto de parceria de terceira geração (3GPP, do inglês *Third Generation Partnership Project*), tais como ângulo de chegada (AoA, do inglês *Angle of Arrival*), PD, RSSI, a diferença de tempo de chegada (TDoA, do inglês *Time Difference of Arrival*), o tempo de chegada (ToA, do inglês *Time of Arrival*), entre outros. Essas grandezas físicas fundamentam algoritmos de localização nas arquiteturas previstas pelo 3GPP (YANG; MAO; WANG, 2022).

Conforme ilustrado na Figura 5, os parâmetros de AoA, PD, RSSI, TDoA e ToA são coletados e processados pela própria rede, por meio do servidor de localização. A partir desses dados, torna-se imprescindível a aplicação de técnicas especializadas capazes de estimar com exatidão a posição geográfica do dispositivo. Para isso, destacam-se quatro técnicas bastante difundidas na literatura — trilateração, triangulação, Cell ID e *fingerprinting* — acompanhadas de um resumo comparativo de suas características, vantagens e limitações.

- 1. Trilateração:** É uma técnica que se baseia na medição das distâncias entre o dispositivo e três ou mais pontos de referência com coordenadas conhecidas (RAMTOHUL; KHEDO, 2020). Ela oferece alta acurácia em ambiente *outdoor*, como em aplicações com GPS, e pode utilizar medidas baseadas em tempo, como ToA e TDoA, ou ainda RSSI. Além disso, apresenta boa escalabilidade em redes bem distribuídas, ou seja, aquelas em que as antenas estão estrategicamente posicionadas de acordo com a geografia, densidade populacional e padrões de tráfego, garantindo cobertura ampla, capacidade balanceada e qualidade de serviço estável (SUDHAMANI et al., 2023;

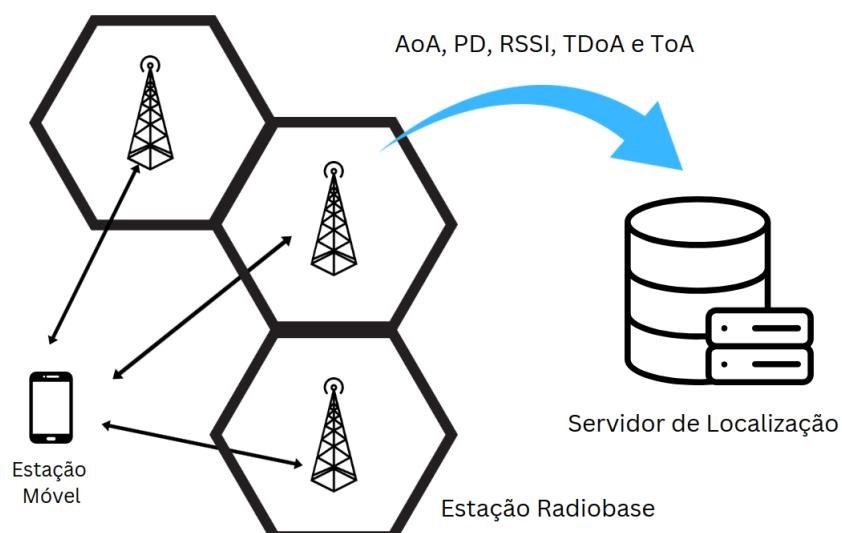


Figura 5 – Arquitetura geral de um sistema de localização remota. Adaptado de (PERAL-ROSADO et al., 2018).

KHATIWODA; DAWADI; JOSHI, 2024). No entanto, essa técnica exige no mínimo três pontos de referência para localização em duas dimensões ou quatro para três dimensões, o que a torna vulnerável a obstáculos físicos como edifícios e paredes. Além disso, o seu desempenho tende a ser ainda mais comprometido em ambientes *indoor*, especialmente em cenários com presença de multipercorso e ruído de sinal.

2. **Triangulação:** Essa é uma técnica que se baseia na medição de ângulos, como o AoA, entre o dispositivo e dois ou mais pontos de referência (RAMTOHUL; KHEDO, 2020). Pode apresentar bom desempenho mesmo com um número reduzido de estações base, sendo particularmente útil em cenários que utilizam antenas direcionais. Por outro lado, essa técnica exige *hardware* especializado para garantir a exatidão nas medições dos ângulos, apresenta menor robustez diante de reflexões de sinal (efeitos de multipercorso) e tende a oferecer desempenho inferior em ambientes *indoor* quando comparada a outras técnicas (HAILU et al., 2024).
3. **Cell ID:** Esta técnica utiliza a identificação da célula da rede móvel à qual o dispositivo está conectado (RAMTOHUL; KHEDO, 2020). Trata-se de um método extremamente simples de implementar, que não requer *hardware* adicional, possui baixo custo computacional e está disponível em praticamente qualquer dispositivo com acesso à rede celular. Em contrapartida, apresenta baixa acurácia, com variações que podem ir de centenas de metros a quilômetros, dependendo da densidade de torres na região, o que a torna inadequada para aplicações que demandam localização exata (NAHMIAS-BIRAN et al., 2023).
4. **Fingerprinting:** Essa técnica baseia-se na comparação das medições de sinais, como o RSSI de redes Wi-Fi ou Bluetooth, com um banco de dados previamente construído a partir de coletas realizadas em uma área mapeada (RAMTOHUL; KHEDO, 2020). Essa técnica oferece elevada acurácia em ambientes *indoor*, mantém bom desempenho em locais com muitos obstáculos e não exige linha de visada direta com as antenas. No entanto, demanda uma fase inicial intensiva de calibração, envolvendo a coleta detalhada de dados. Além disso, é uma técnica cujo desempenho depende fortemente de alterações no ambiente, como a movimentação de móveis ou a presença de pessoas. Por fim, apresenta elevada complexidade computacional devido à necessidade de realizar buscas em tempo real (DAI et al., 2023).

As quatro técnicas de localização mencionadas anteriormente apresentam vantagens e desvantagens. No entanto, considerando a premissa de se desenvolver um algoritmo de localização de implementação simplificada, a Tabela 6 reúne características como acurá-

Tabela 6 – Características das técnicas de localização (RAMTOHUL; KHEDO, 2020).

Técnica	Acurácia	Custo Comp.	Requisitos	Ambiente Ideal
Trilateração	Alta (<i>outdoor</i>)	Médio	3+ referências	<i>outdoor</i>
Triangulação	Média	Médio/Alto	Medição de ângulo	<i>outdoor</i>
Cell ID	Baixa	Baixo	Apenas torre de celular	<i>outdoor</i>
<i>Fingerprinting</i>	Alta (<i>indoor</i>)	Alto	Banco de dados de sinais	<i>indoor</i>

cia, custo computacional, requisitos e ambiente de propagação ideal, possibilitando uma análise comparativa. A partir dessa avaliação, observa-se que as técnicas de trilateração e Cell ID atendem a esse critério. Contudo, conforme discutido em (NAHMIAS-BIRAN et al., 2023), a técnica Cell ID apresenta diversas fragilidades, o que a torna menos adequada. Nesse contexto, a trilateração desponta como uma alternativa promissora sob a ótica da relação custo-benefício, já que oferece elevada acurácia em ambientes *outdoor*, demanda apenas um custo computacional moderado e requer o número mínimo de três estações base para sua aplicação. Por outro lado, a adoção de técnicas alternativas, ou mesmo a combinação de diferentes métodos, poderia comprometer o objetivo de manter a simplicidade do sistema proposto, incorporando complexidades adicionais ao processo de localização.

A técnica de trilateração tem origem nos sistemas de posicionamento por satélite, como o GPS, onde a posição de um receptor é determinada com base na distância a pelo menos três satélites. A técnica se baseia na interseção de círculos para localização bidimensional ou esferas para localização tridimensional, com raio igual à distância medida entre o ponto de referência e o receptor (LIU et al., 2023). As Figuras 6(a) e 6(b) ilustram a técnica de trilateração de potência em situações ideais e reais, respectivamente. Nos dois casos, três pontos de referência são indicados, assim como o ponto em que se deseja estimar a posição. No contexto das redes celulares, as ERBs, denotadas como A_i , e identificadas por A_1 , A_2 e A_3 , têm coordenadas geográficas conhecidas (x_1, y_1) , (x_2, y_2) e (x_3, y_3) , respectivamente. Os parâmetros d_1 , d_2 e d_3 são as distâncias entre A_1 , A_2 e A_3 e o ponto $P(x, y)$, respectivamente. Finalmente, o ponto $P(x, y)$ na Figura 6(a), cuja posição se deseja estimar, representa a EM. Por outro lado, na Figura 6(b), o ponto $P(x, y)$ está situado em algum lugar da região de interseção em destaque.

Ainda no cenário dos sistemas de propagação de sinais de RF, em especial da telefonia celular, o valor de RSSI obtido em cada ERB pode ser utilizado para estimar as distâncias euclidianas d_1 , d_2 e d_3 por meio de equações fundamentadas em modelos de propagação, métodos computacionais ou técnicas de AM. Essa abordagem constitui uma das alternativas para a determinação da posição do dispositivo, entre outras que serão discutidas ao longo desta pesquisa. De posse das três equações que representam as circunferências centradas em cada uma das ERBs, pode-se expressar o problema da trilateração como

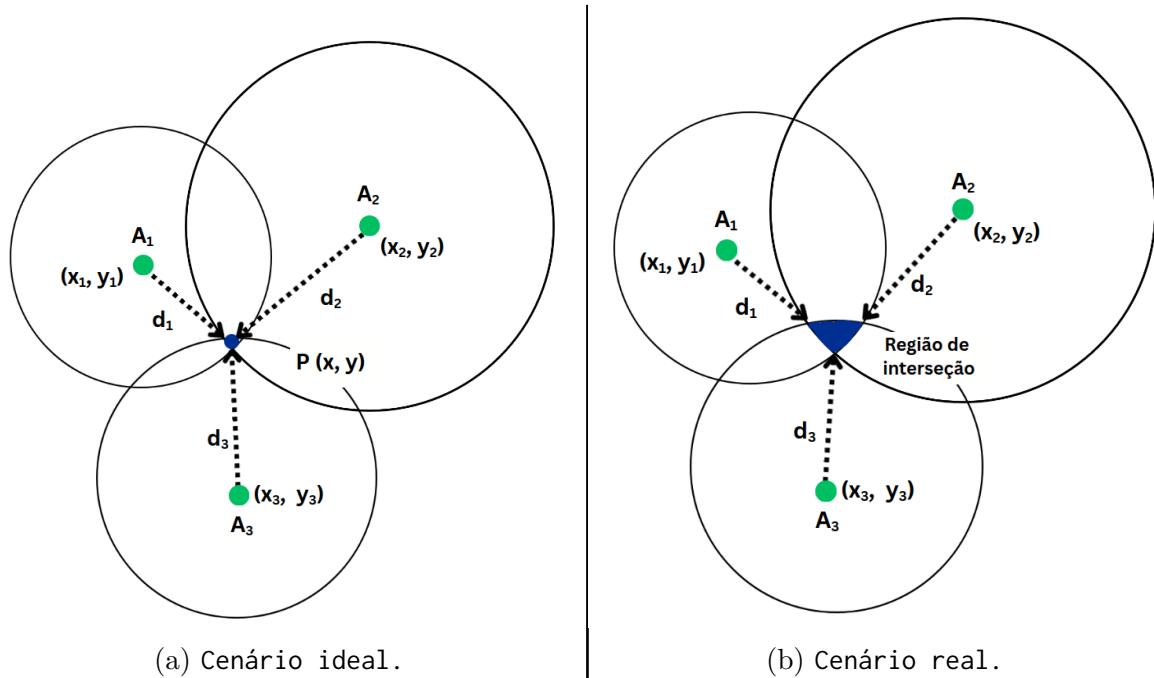


Figura 6 – Trilateração de potência com três ERBs.

um sistema de equações não lineares, tal que

$$\begin{cases} (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = d_1^2 \\ (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = d_2^2 \\ (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 = d_3^2 \end{cases} \quad (4.1)$$

e cuja solução será a posição $P(x, y)$ da EM, que é a estimativa da localização desejada.

Considerando o contexto deste trabalho, o problema de localização, cujo principal objetivo é determinar a posição de uma EM em uma rede celular, pode ser definido como um problema de otimização, conforme segue.

Definição 1: Considere

$$d_i(x, y) = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (4.2)$$

em que $d_i(x, y)$ é a distância euclidiana da i -ésima ERB, denotada como A_i , até a EM, também chamada de alvo, e representada por $P(x, y)$, cujas coordenadas geográficas são desconhecidas. Sendo d_i^* a estimativa de $d_i(x, y)$, deseja-se encontrar as coordenadas (x, y) de P na Equação (4.2) de forma que o erro dado por

$$\min_{x,y} J(x, y) = \sum_{i=1}^n [d_i^* - d_i(x, y)]^2 \quad (4.3)$$

seja o menor possível.

A função $J(x, y)$ que minimiza o erro entre as distâncias d_i^* e $d_i(x, y)$, definida pela Equação (4.3), considera o mínimo entre diversas expressões individuais, uma para cada valor de i . Essa estrutura tende a introduzir descontinuidades e a gerar múltiplos mínimos

locais (GUR; SABACH, 2025), o que permite classificá-la como uma função multimodal. Tal comportamento decorre do fato de que cada termo da função apresenta um padrão próprio de variação. Em outras palavras, as distâncias euclidianas derivadas de d_i^* e $d_i(x, y)$ podem ser estimadas por diferentes formas, como métodos computacionais, técnicas de AM ou algoritmos de computação evolucionária. Cada uma dessas estratégias contribui de forma independente para o resultado final dos cálculos, refletindo a natureza diversificada do processo de estimativa. Além disso, a função é caracterizada como objetiva ou monoobjetiva, pois retorna um único valor escalar que representa a minimização da diferença entre a distância $d_i(x, y)$ e a sua estimativa d_i^* . Por fim, a Equação (4.3), trata-se de uma função de duas dimensões, uma vez que é definida em termos de duas variáveis independentes, x e y , que representam as coordenadas do ponto a ser estimado.

Por se tratar de um problema de otimização — isto é, da busca pela melhor solução possível — diferentes métodos matemáticos podem ser empregados para encontrar a posição do alvo, tais como o método de Newton-Raphson (RAPHSON, 1690) ou o de Nelder-Mead (NELDER; MEAD, 1965; LOPES et al., 2013). Entretanto, a acurácia e a precisão obtidas por esses métodos costumam ser insatisfatórias quando comparadas às de técnicas mais avançadas, como os algoritmos evolucionários (TIMOTEO et al., 2017). Isso evidencia a necessidade de recorrer a métodos mais eficientes e adaptáveis.

Nesse contexto, as técnicas baseadas em IE, entre elas o PSO, mostram-se promissoras. Além de apresentarem custo computacional competitivo, possuem ampla aplicabilidade em problemas provenientes de cenários reais, demonstrando grande adequação para funções de otimização (SCARDUA, 2021). Considerando essas características, conclui-se que o algoritmo MB-EPSO pode ser aplicado de forma eficaz para minimizar a função de otimização definida na Equação (4.3).

Contudo, vale destacar que, em uma rede celular real, não é possível conhecer diretamente a posição exata de um dispositivo. Assim, torna-se necessário prever a posição estimada, de modo que os resultados possam ser comparados àqueles gerados pelo MB-EPSO. Para resolver a Equação (4.2), que retorna as distâncias entre EM e ERB, faz-se necessário adotar uma abordagem complementar.

Segundo a mesma premissa de simplicidade e eficiência, o algoritmo de k -NN apresenta-se como uma alternativa bastante utilizada na literatura e testada em (TIMOTEO et al., 2017). Trata-se de um método versátil, amplamente utilizado em tarefas de classificação e regressão, que tem recebido destaque em sistemas de localização (ZHOU; YANG; CHEN, 2021; XIANG et al., 2023; NARDIS et al., 2022; HUANG et al., 2021; GAMBI et al., 2023).

Entre os diversos métodos de AM que poderiam ser empregados na regressão entre medidas de potência, atraso e distância, como máquinas de vetor de suporte, florestas aleatórias, métodos de *boosting* e redes neurais profundas, optou-se pelo k -NN por oferecer um equilíbrio adequado entre acurácia e simplicidade. Trata-se de um método não paramétrico, que não assume um modelo explícito de propagação, o que o torna particu-

larmente adequado a ambientes sujeitos a multipercuso e condições sem visada direta de sinal (NLOS, do inglês *Non-Line-of-Sight*). Além disso, o k -NN exige um esforço de modelagem e ajuste de hiperparâmetros significativamente menor do que abordagens como máquinas de vetor de suporte ou aprendizado profundo, mantendo, ao mesmo tempo, desempenho competitivo em tarefas de localização baseadas em RSSI e *fingerprinting*, conforme discutido em estudos recentes que comparam o k -NN a outras técnicas de AM em cenários de localização *indoor*. (MADURANGA; TILWARI; ABEYSEKERA, 2023)

4.2 Algoritmo k -vizinhos mais próximos

O uso crescente de dispositivos móveis gerou um grande volume de dados digitais, criando um ambiente propício para a aplicação de técnicas de AM. Entre essas técnicas, o algoritmo k -NN destaca-se por sua simplicidade conceitual e desempenho consistente em tarefas de predição, tanto em cenários *indoor* (NARDIS et al., 2022) quanto *outdoor* (TIMOTEO et al., 2017). Trata-se de um método não paramétrico bastante empregado em problemas de classificação e regressão, cuja premissa é que instâncias próximas no espaço de atributos tendem a apresentar respostas semelhantes. Dada sua ampla adoção em estudos recentes e sua relevância para aplicações de localização, apresenta-se, a seguir, uma descrição detalhada de seu funcionamento.

O algoritmo k -NN é um classificador que pertence à família dos algoritmos baseados em instâncias (HALDER et al., 2024). Nesse tipo de algoritmo, as instâncias de treinamento são armazenadas e a predição de uma nova instância é realizada usando as k instâncias mais próximas no conjunto de treinamento. Essa estratégia difere de outras embasadas em AM, como as redes neurais, nas quais se constrói previamente uma função hipótese a partir das amostras de treinamento. No caso do k -NN, a generalização ocorre apenas no momento da predição, ou seja, o algoritmo calcula as distâncias entre a nova amostra e as instâncias conhecidas, utilizando os k vizinhos mais próximos para estimar o valor de saída. Dessa forma, sua capacidade de generalização é local e instantânea, apresentando-se exclusivamente durante a fase de predição (ZHANG; LI; ZONG, 2021).

O algoritmo k -NN pode ser aplicado tanto a problemas de classificação quanto a problemas de regressão (COVER; HART, 1967; HALDER et al., 2024). Dada uma instância de teste \mathbf{X}_i , o primeiro passo consiste em identificar as k instâncias mais próximas de \mathbf{X}_i , denominadas vizinhos dessa instância. Supondo que cada instância seja representada por um vetor de atributos m -dimensional, $\mathbf{X} = [X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{im}]$, a distância entre duas instâncias \mathbf{X}_i e \mathbf{X}_j , denotada por $d(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j)$, é definida por

$$d(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j) = \sqrt{\sum_{r=1}^m (X_{ir} - X_{jr})^2}. \quad (4.4)$$

Cabe destacar que diferentes métricas podem ser empregadas para calcular a distância

entre amostras. Na Equação (4.4), utiliza-se a distância euclidiana, uma das mais comuns na aplicação do algoritmo k -NN (KUHN; JOHNSON, 2013).

Nos problemas de classificação, após determinar os k vizinhos mais próximos de \mathbf{X}_i por meio da Equação (4.4), a classe atribuída ao rótulo será aquela mais frequente entre os vizinhos identificados. Por outro lado, nos problemas de regressão, o valor predito para \mathbf{X}_i é obtido a partir da média dos valores correspondentes aos seus k vizinhos, de forma que

$$\hat{f}(\mathbf{X}_i) \leftarrow \frac{\sum_{j=1}^k f(\mathbf{X}_j)}{k}, \quad (4.5)$$

em que \mathbf{X}_i é uma instância de treino, enquanto $f(\mathbf{X}_j)$ é o rótulo para \mathbf{X}_j . Por fim, é importante salientar que o algoritmo k -NN não se apresenta como a escolha mais adequada para cenários com grandes volumes de dados, devido ao elevado custo computacional associado à busca pelos vizinhos mais próximos (HALDER et al., 2024). Em contrapartida, uma de suas principais vantagens é o fato de praticamente não demandar custo de treinamento (ARORA; DAHIYA, 2025), sendo capaz de lidar com problemas complexos por meio de aproximação, empregando um mecanismo baseado apenas na comparação de vizinhos mais próximos, o que o torna conceitualmente simples e fácil de implementar.

Em síntese, o algoritmo k -NN destaca-se por sua simplicidade e eficiência na resolução de problemas com conjuntos de dados de menor dimensão, bem como por outras vantagens quando comparado a outros métodos (SHDEFAT et al., 2024). Embora apresente como desvantagem a complexidade computacional elevada, sua natureza baseada em instâncias o torna uma ferramenta versátil para tarefas de classificação e regressão. Ademais, a capacidade de adaptação a diferentes métricas de distância confere ao método elevada flexibilidade, permitindo sua aplicação em diversos domínios. Nesse contexto, o k -NN configura-se como uma alternativa relevante e amplamente utilizada no campo da AM, motivo pelo qual foi adotado neste trabalho, especificamente para a predição das distâncias entre a EM e as ERBs.

4.3 Sistemas de localização baseados em PSO

Esta seção discute brevemente três trabalhos recentes que incorporam o PSO com técnicas de AM para melhorar o desempenho da localização sob diferentes restrições e contextos de aplicação.

O primeiro estudo introduz um método de localização voltado para cenários de busca e resgate, especialmente em situações em que as vítimas estão presas em edifícios colapsados, sem acesso a sinais de GPS (ALBANESE et al., 2023). Esta solução compõe as flutuações de RSSI para reduzir o ruído e a dimensionalidade, além de empregar uma rede neural de retropropagação (BP-NN, do inglês *Backpropagation Neural Networks*) para mapear os dados de RSSI em estimativas de localização. Para melhorar a convergência e mitigar

o risco de mínimos locais, o algoritmo PSO é utilizado para inicializar os pesos da BP-NN, resultando no método híbrido (PSO-BP, do inglês *Particle Swarm Optimization with Backpropagation Neural Networks*).

As principais vantagens desse método incluem a sua aplicabilidade em ambientes sem GPS, o baixo custo de infraestrutura e a capacidade de funcionar de maneira eficaz, mesmo com dados limitados e ruidosos. A integração com o algoritmo PSO aumenta a estabilidade do modelo e a velocidade de aprendizagem. No entanto, o desempenho do método foi verificado apenas em condições simuladas. Além disso, sua robustez em ambientes dinâmicos, ou sujeitos a interferências, ainda precisa ser validada em cenários práticos de campo.

O método mostra um desempenho eficaz em ambientes sem GPS, como interiores de edificações ou áreas subterrâneas, e oferece uma solução de baixo custo que aproveita sinais celulares já existentes na região. Sua capacidade de funcionar de forma eficaz com dados limitados é potencializada pelo uso de técnicas de compressão, enquanto a integração do algoritmo PSO com a BP-NN melhora tanto a acurácia quanto a convergência do método. No entanto, sua aplicabilidade é restrita, uma vez que foi concebida especificamente para cenários envolvendo vítimas presas em escombros de edificações, o que pode limitar sua eficácia em contextos mais amplos de navegação urbana. Adicionalmente, sua confiabilidade depende da estabilidade dos níveis de RSSI, que podem variar com mudanças no ambiente. Tal técnica ainda não foi validada em cenários reais, tendo sido testada apenas em condições laboratoriais.

No segundo estudo, Liu et al. (LIU et al., 2017) propõem o algoritmo híbrido que combina o algoritmo PSO com a máquina de aprendizado extremo semissupervisionada (PSO-SSELM, do inglês *Particle Swarm Optimization with a Semi-Supervised Extreme Learning Machine*) para aprimorar a localização em ambientes *outdoor*. A técnica SS-ELM é capaz de aproveitar tanto dados de RSSI rotulados quanto não rotulados, o que reduz significativamente o custo associado à rotulagem manual de dados. No entanto, seu desempenho é sensível ao ajuste de hiperparâmetros, aspecto tratado por meio do PSO, que possibilita a otimização automática e adaptativa desses parâmetros.

A validação experimental, conduzida com dados sintéticos baseados em disposições reais de ERBs, indica maior acurácia do modelo PSO-SSELM em comparação com métodos tradicionais. Esse modelo é particularmente eficaz em cenários com quantidade limitada de dados rotulados. Contudo, o uso de conjuntos de dados simulados pode limitar a avaliação de seu desempenho em condições reais. Além disso, a inclusão do PSO acarreta uma sobrecarga computacional adicional, o que pode torná-lo inadequado para aplicações em tempo real.

O algoritmo PSO-SSELM reduz significativamente a necessidade de dados rotulados, o que é particularmente valioso em ambientes *outdoor* de grande escala, além de se beneficiar do ajuste automático de hiperparâmetros por meio do algoritmo PSO, eliminando

a necessidade de tentativa e erro manual durante a configuração do modelo. O algoritmo PSO-SSELM ainda oferece maior estabilidade e capacidade de generalização em comparação com o SS-ELM tradicional e modelos de AM convencionais, sendo adequado para lidar com problemas desbalanceados e mal formulados. Por outro lado, sua avaliação é limitada a simulações, carecendo de validação em testes reais com usuários ou operadoras de rede. O uso do algoritmo PSO introduz uma sobrecarga computacional adicional durante o treinamento e, como muitos métodos baseados em redes neurais, o modelo carece de interpretabilidade, dificultando a compreensão ou explicação de seus processos internos de tomada de decisão.

No último estudo, Lukić e Simić(LUKIĆ; SIMIĆ, 2022) apresentam um algoritmo meta-heurístico para resolver desafios de localização em ambientes NLOS. O algoritmo integra busca caótica, aprendizagem baseada em oposição e coeficientes de aceleração variáveis no tempo (COPSO-TVAC, do inglês *Chaotic Search, Opposition-Based Learning, and Time-Varying Acceleration Coefficient into PSO*) ao arcabouço tradicional do algoritmo PSO, com o objetivo de otimizar uma função de custo de máxima verossimilhança. Essa função modela os efeitos estatísticos do viés de NLOS e do ruído de medição nos dados de ToA.

Os resultados de simulação em cenários suburbanos e urbanos mostram que o método COPSO-TVAC supera o PSO padrão e diversas técnicas clássicas de otimização, tanto em acurácia quanto em convergência. Entretanto, sua complexidade computacional é significativamente elevada devido às melhorias incorporadas. Por fim, a ausência de validação empírica em campo representa uma limitação para aplicações reais.

O método COPSO-TVAC apresenta alta acurácia em cenários NLOS, típicos de ambientes urbanos, superando o PSO padrão e o método de Levenberg–Marquardt (MARQUARDT, 1963). Além disso, mostra robustez estatística e boa adaptação a diferentes níveis de ruído e viés de medição, graças à sua estrutura de otimização flexível. Entretanto, requer um alto custo computacional, devido à inclusão de múltiplas estratégias de aprimoramento, como a teoria do caos e a aprendizagem baseada em oposição. Por fim, sua validação foi testada apenas por simulações, sem experimentos em redes reais, e o método depende de um ajuste cuidadoso dos parâmetros meta-heurísticos, como mapas caóticos e pesos de inércia.

Em síntese, os algoritmos PSO-BP, PSO-SSELM e COPSO-TVAC apresentam diferenças marcantes quanto ao cenário de aplicação, método de AM e papel específico do algoritmo PSO no funcionamento do método. O método PSO-BP, proposto para situações de emergência e ambientes *indoor*, utiliza uma rede neural com retropropagação, na qual o PSO atua na inicialização dos pesos para melhorar a convergência. Seu principal mérito é operar sem GPS e com baixo custo de implementação, embora apresente limitações por depender apenas de simulações e pela sensibilidade a variações do sinal. Já o PSO-SSELM foi projetado para ambientes *outdoor*, combinando o PSO com a técnica SS-ELM, de modo a otimizar seus hiperparâmetros. Essa integração reduz a necessidade

de dados rotulados e garante maior estabilidade, mas implica elevado custo computacional e ausência de validação com dados reais. Por fim, o COPSO-TVAC destina-se a ambientes urbanos com forte presença de condições NLOS, empregando a teoria do caos e mecanismos adaptativos do PSO para otimizar a função de verossimilhança. Esta solução alcança alta acurácia sob ruído e obstruções; porém, é complexa, exige ajuste criterioso de parâmetros e ainda carece de testes em cenários reais.

4.4 Resumo do capítulo

Neste capítulo, foram apresentados os fundamentos dos sistemas de radiolocalização em redes celulares, destacando sua importância em aplicações críticas e comerciais. Foram descritas as principais técnicas de posicionamento — trilateração, triangulação, identificação de célula e *fingerprinting* — com análise de suas características e limitações. A trilateração, adotada como base deste trabalho, foi formalizada como um problema de otimização multimodal, cuja resolução exige métodos avançados, tais como algoritmos evolucionários baseados em inteligência por enxame, especificamente, PSO e MB-EPSO. Além disso, a técnica de AM foi introduzida como ferramenta complementar, com ênfase no algoritmo *k*-NN, que se mostrou adequado para apoiar a estimativa de distâncias no processo de localização. Por fim, este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica de três técnicas de localização baseadas em PSO, quais sejam PSO-BP, PSO-SSELM e COPSO-TVAC, acompanhada de uma análise comparativa que destaca suas principais características, incluindo o ambiente de propagação alvo, o método de AM empregado e o papel desempenhado pelo algoritmo PSO em cada abordagem, concluindo com a exposição das respectivas vantagens e limitações.

5 ALGORITMO HÍBRIDO DE LOCALIZAÇÃO BASEADO EM MEMÓRIA

“A acurácia da localização é o alicerce da comunicação moderna. Logo, quanto melhor sabemos onde estamos, mais longe podemos ir.”

(Lizandro Nunes)

Este capítulo estrutura-se em quatro partes principais. Inicialmente, o procedimento de construção da base de dados é apresentado em detalhes, com ênfase na coleta dos dados de campo em uma rede de telefonia celular. Na descrição da proposta, descrevem-se o funcionamento do método, a integração entre técnicas clássicas de trilateração, otimização com MB-EPSO e regressão com k-NN. Na avaliação experimental, detalham-se os protocolos de validação adotados, incluindo os cenários reais indoor e outdoor, a comparação com algoritmos de referência, a análise de parâmetros da nossa proposta, além das métricas e testes estatísticos empregados. No final, em resultados e discussão, são apresentados os desempenhos obtidos em diferentes contextos, análises geoespaciais, tempo de execução e testes de significância, evidenciando a acurácia e robustez do algoritmo de localização proposto.

Reunindo as características do algoritmo MB-EPSO, como o uso de memória deslizante para mitigar a convergência prematura, e o método regressor *k*-NN, reconhecido por sua simplicidade e aplicação em sistemas de localização, este capítulo propõe um método híbrido para localizar dispositivos móveis em redes celulares, tanto em cenários *indoor* quanto em cenários *outdoor*. A proposta aprimora a técnica de trilateração por meio de um conjunto de variantes do algoritmo PSO, originando o método de localização híbrido baseado em memória (HyMLoc, do inglês *Hybrid Memory-based Localization*).

5.1 Construção da base de dados

Tomando como base a técnica de trilateração de potência, torna-se necessário dispor das informações de localização e dos valores de RSSI provenientes de, no mínimo, três ERBs. Além desses parâmetros, outros dados complementares são indispensáveis para a execução de medições práticas em campo, tais como as coordenadas geográficas das ERBs (x_i, y_i),

o número do canal, o identificador da célula e as coordenadas geográficas dos pontos de teste $P(x_t, y_t)$ ¹.

Para a coleta de dados em campo, foi realizado um *drive test*. Nesse tipo de procedimento, um operador utiliza um equipamento especializado para medir e registrar parâmetros de RF de uma rede celular, percorrendo as vias ao redor das ERBs e armazenando os valores dos parâmetros de interesse. No contexto desta pesquisa, todas as medições — tanto em ambiente *indoor* quanto *outdoor* — foram obtidas com o uso de um *scanner* de RF modelo DRT4301A, fabricado pela *Digital Receiver Technology*.² O equipamento utilizado gera arquivos em formato de valores separados por vírgula, contendo os dados mencionados anteriormente, além de um arquivo georreferenciado em linguagem de marcação Keyhole, no qual são registrados todos os pontos correspondentes às medições realizadas.

Ao todo, foram obtidas 3.064 medições em ambiente *outdoor* e 6.615 em ambiente *indoor*, totalizando 9.679 medições. As coletas foram realizadas a partir de uma portadora de 1,8 GHz, cuja interface aérea é baseada em WCDMA. Desse conjunto, 80% das medições foram utilizadas para o treinamento dos modelos *k*-NN, enquanto os 20% restantes compuseram o conjunto de teste destinado à avaliação do desempenho das técnicas de localização. Conforme (BICHRI; CHERGUI; HAIN, 2024) essa divisão oferece um bom compromisso entre a quantidade de dados para treino e o tamanho do conjunto de teste. Ressalta-se que os conjuntos de treinamento e teste foram mantidos rigorosamente separados, a fim de evitar o *data leakage*, ou seja, a introdução indevida de informações externas ao conjunto de treinamento durante o desenvolvimento do modelo, garantindo, dessa forma, uma validação consistente e confiável dos resultados obtidos (KAPOOR; NARAYANAN, 2023).

Para o cenário *outdoor*, a coleta dos dados foi realizada em vias urbanas no entorno do campus da UFPE, em que o *scanner* de RF mediou e armazenou a potência do sinal piloto de enlace de descida³. A Figura 7 apresenta a região urbana de aproximadamente 1,6 km² onde foram realizadas as medições. Nesta figura, G_i representa o i -ésimo grupo de ERBs, sendo $i = 1, 2, 3$. Cada grupo G_i , identificado por um quadrado vermelho, é formado por três ERBs instaladas em um mesmo sítio geográfico. Apesar de compartilharem as mesmas coordenadas, os azimutes das ERBs em cada grupo G_i são fixados em 0°, 120° e 240°. O azimute de 0° corresponde ao Norte Verdadeiro, enquanto os demais (120° e 240°) são definidos no sentido horário a partir dessa referência. Conforme já mencionado na Subseção 4.1, para a identificação individual de cada ERB, adotamos a notação A_i , $i = 1, 2, \dots, 9$. Assim, A_1 , A_2 e A_3 correspondem às ERBs de G_1 com azimutes de 0°,

¹ Informações de acesso público disponibilizadas no portal da Agência Nacional de Telecomunicações (ANATEL) (Agência Nacional de Telecomunicações (ANATEL) , 2025).

² Receptor digital de varredura modular projetado para fornecer medições precisas de sinais de RF em redes sem fio.

³ Sinal de RF transmitido da ERB para a EM.

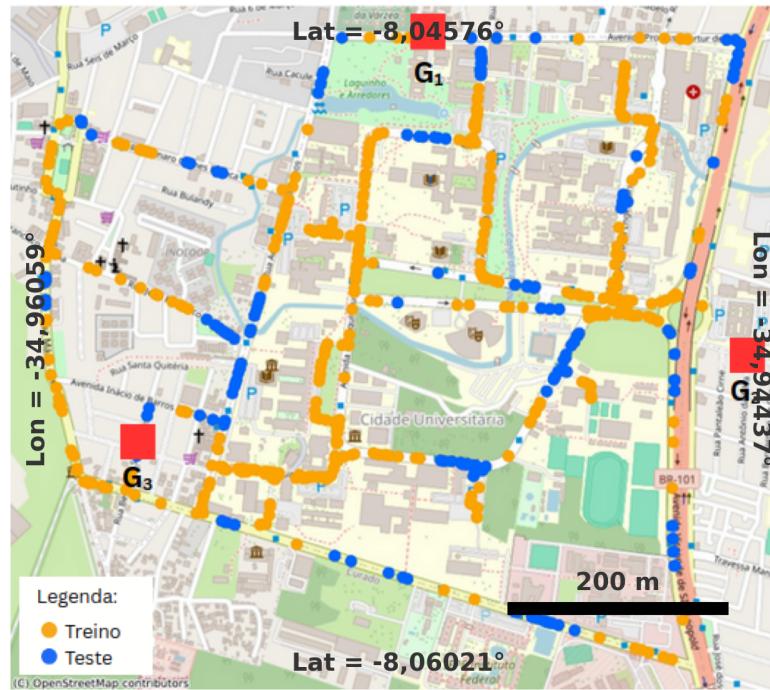


Figura 7 – Área urbana de Recife-PE onde as medições foram realizadas.

120° e 240°, respectivamente. De forma análoga, as ERBs A_4 a A_6 seguem essa convenção para o grupo G_2 , enquanto as ERBs A_7 a A_9 referem-se ao grupo G_3 .

A 4-tupla $\mathbf{p}_t = (x_t, y_t, \mathbf{q}_t, \mathbf{d}_t) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^9 \times \mathbb{R}^3$ caracteriza cada medida de campo. Nessa representação, x_t e y_t denotam, respectivamente, a latitude e a longitude do ponto de medição. O vetor \mathbf{q}_t corresponde aos valores de RSSI coletados de nove ERBs, enquanto \mathbf{d}_t contém os valores de PD associados a três grupos de ERBs. O PD é um parâmetro de rede, o qual reflete o intervalo de distância entre a EM em teste e um grupo G_i , expresso em passos discretos de 234 m (SHAH et al., 2025; TelecomHall Community, 2022). Seu valor é um número inteiro que varia de 0 a 54. Especificamente, $PD = 0$ corresponde a um intervalo de distância de 0–234 m; $PD = 1$ corresponde a 234–468 m; e assim sucessivamente, com cada incremento estendendo o alcance em 234 m.

No que se refere às medições no cenário *indoor*, todas foram realizadas no interior do Centro de Informática da UFPE, distribuídas em dez pontos distintos. A Figura 8 apresenta a planta baixa do edifício onde essas medições foram efetuadas, na qual os pontos de coleta de dados de treino e teste estão representados, respectivamente, por círculos nas cores laranja e azul.

Uma questão relevante a se tratar é a escassez de bases públicas de dados das redes celulares 4G e 5G. Embora o objetivo inicial da pesquisa fosse coletar dados provenientes das redes mencionadas, tal iniciativa não pôde ser concretizada. Isto ocorreu tanto pela inexistência de bases de dados públicas quanto pelas restrições relacionadas à Lei Geral de Proteção de Dados. Diante deste cenário, os experimentos foram conduzidos com medições obtidas em redes 3G por meio da pesquisa desenvolvida em Timoteo e Cunha (2020).

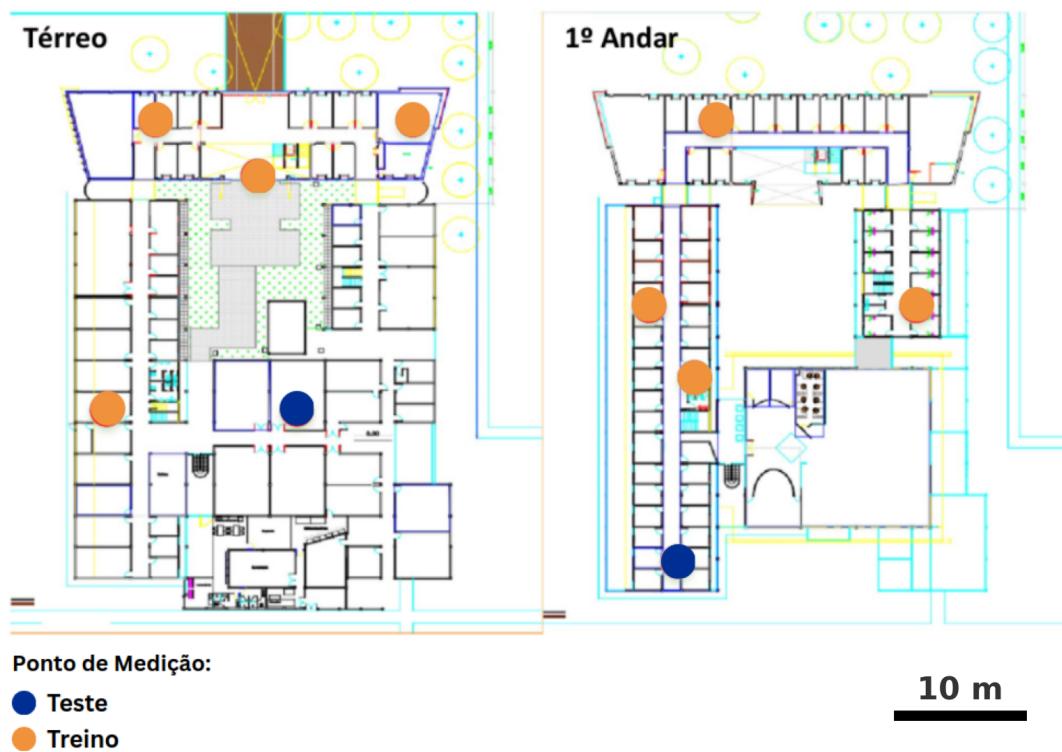


Figura 8 – Planta baixa da edificação do prédio do CIn-UFPE com a indicação dos pontos de medição indoor dos parâmetros RSSI e PD.

Apesar da limitação tecnológica, vale destacar que os parâmetros de RF utilizados nas análises são comuns a todas as gerações de redes celulares (POLAK et al., 2024). Em outras palavras, mesmo que os dados fossem oriundos de redes mais recentes, como 4G ou 5G, as metodologias aplicadas e as implementações do algoritmo proposto permaneceriam válidas.

Resumidamente, a construção da base de dados foi uma etapa essencial para viabilizar a aplicação prática do algoritmo HyMLoc. A utilização de medições reais em ambientes urbanos, tanto *indoor* quanto *outdoor*, permitiu a obtenção de parâmetros relevantes, como o RSSI e o PD, fundamentais para a predição das distâncias entre a EM e as ERBs por meio dos modelos *k*-NN, o que fortaleceu a relevância do conjunto de dados e contribui para avaliações mais fidedignas de desempenho do algoritmo proposto.

5.2 Descrição da proposta

A proposta HyMLoc é apresentada de forma resumida no Algoritmo 1, organizada em três etapas. As duas primeiras etapas compõem a fase *off-line* e consistem na preparação dos dados coletados e utilização dos modelos *k*-NN para predição das distâncias da EM para cada uma das ERBs. Por fim, na fase *on-line*, formada apenas pela terceira etapa, a posição da EM é estimada em tempo real a partir das distâncias previstas, empregando-se

Algoritmo 1 Descrição resumida da proposta HyMLoc.

-
- 1: Aplicar o conjunto de treino aos modelos k -NN para cada ERB considerada;
 - 2: Dadas as medições de RSSI e PD, prever as distâncias entre o dispositivo móvel alvo e as ERBs usando o algoritmo k -NN;
 - 3: Aplicar o conjunto de teste ao algoritmo MB-EPSO para estimar a posição do dispositivo móvel alvo usando as distâncias estimadas no passo anterior.
-

o algoritmo MB-EPSO.

A Figura 9 representa as fases do algoritmo HyMLoc. Após a coleta das medições e a divisão da base de dados em porções de treino e teste, o conjunto de treinamento é aplicado a q modelos k -NN. Assume-se que a região de localização possui q ERBs da rede de telefonia celular, o que significa que cada ERB está associada a um modelo k -NN específico, projetado para estimar a distância da referida ERB até a EM procurada. As variáveis de entrada de cada modelo k -NN são os valores de RSSI e PD medidos da EM para cada uma das ERBs, enquanto a saída do modelo é a distância prevista. Desta forma, os q modelos k -NN geram q funções de hipótese $f_i(\cdot)$, $i = 1, 2, \dots, q$. Em seguida, na etapa 2, cada função $f_i(\cdot)$ estima sua distância d_i^* , gerando, ao final da fase *off-line*, q estimativas de distância. Conforme destacado na Seção 4.2, o desempenho do k -NN depende fortemente de diversos parâmetros que exigem ajuste cuidadoso — em especial, o número de vizinhos k considerados na predição. Para o nosso caso específico, conforme (TIMOTEO et al., 2017), escolheu-se $k = 7$. O processo de seleção e refinamento sistemático desses parâmetros para maximizar a acurácia é conhecido como ajuste de modelo (RAZAVI-TERMEH et al., 2024).

Na fase *on-line*, também denominada fase de testes, a porção de dados de teste é aplicada ao conjunto de q funções de hipótese, obtidas na fase anterior, para obter q valores de d_i^* , ou seja, a partir das medições de RSSI da base de testes, o regressor por instâncias k -NN calcula a média dos sete vizinhos mais próximos. O valor resultante, por sua vez, é comparado à base construída na fase *off-line*, e aquele que apresentar melhor correspondência é utilizado como parâmetro de entrada do algoritmo MB-EPSO, responsável pelo processo de otimização. O histórico das melhores gerações de partículas é utilizado para selecionar, dinamicamente, a variante do PSO mais adequada dentre as disponíveis no conjunto. Assim, o erro de localização e_d — definido como a distância entre as posições real e estimada da EM — é minimizado por meio de uma função de aptidão (*fitness function*) dada por

$$J(x_p, y_p) = \sum_{i=1}^q \left[d_i^* - \sqrt{(x_i - x_p)^2 + (y_i - y_p)^2} \right]^2, \quad (5.1)$$

em que (x_p, y_p) representa as coordenadas geográficas estimadas a partir do conjunto de partículas gerado pelo algoritmo MB-EPSO, (x_i, y_i) corresponde às coordenadas geográficas da i -ésima ERB; q é o número total de ERBs e d_i^* denota a distância predita pelo i -ésimo modelo k -NN. De forma sucinta, o objetivo do algoritmo MB-EPSO é encontrar

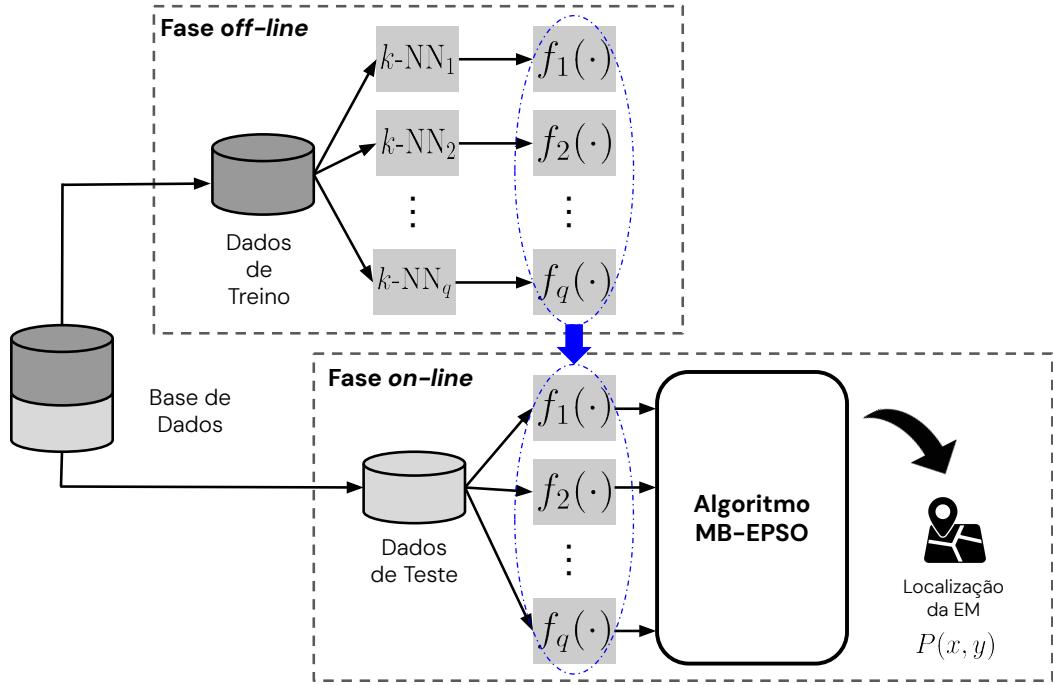


Figura 9 – Representação do algoritmo de localização HyMLoc, com ênfase nas fases off-line (treinamento) e on-line (teste).

as coordenadas (x_p, y_p) que minimizam a função $J(x_p, y_p)$. Um ponto importante a salientar é que, para a minimização do erro de localização e_d , o algoritmo MB-EPSO foi configurado de modo semelhante ao descrito em (SILVA et al., 2024), pois, como já mencionado, trata-se de uma função de otimização. Portanto, ajustou-se um enxame de 10 partículas, distribuídas em duas dimensões ao longo de 500 iterações em 30 simulações independentes.

5.3 Avaliação experimental

A avaliação da proposta HyMLoc foi conduzida de forma abrangente, contemplando diversos aspectos experimentais. Sob a ótica dos protocolos de avaliação, consideraram-se tanto cenários *outdoor* quanto *indoor*, a fim de verificar a robustez do algoritmo em diferentes ambientes. Na fase *on-line* do HyMLoc, os algoritmos CLPSO, EPSO, FDRPSO, HPSO-TVAC e WPSO foram adotados como *benchmarks*. É importante destacar que, embora o algoritmo LIPS integre o conjunto de variantes do MB-EPSO — base do HyMLoc —, ele não será incluído nas análises apresentadas neste capítulo. A justificativa para sua exclusão será detalhada na parte da análise geoespacial que consta na subseção 5.4.3. Além disso, foram conduzidas análises específicas para avaliar o impacto do mecanismo estocástico de controle da velocidade das partículas e da variação do tamanho da janela de memória deslizante do algoritmo MB-EPSO sobre o desempenho geral do HyMLoc.

Levando em consideração especificamente o ambiente *indoor*, é importante destacar

que, na maioria dos sistemas de localização utilizados nesse tipo de cenário, o uso da infraestrutura da telefonia móvel celular não é predominante. Isso ocorre devido à elevada atenuação dos sinais de RF e aos efeitos de multipercorso, que dificultam a obtenção de estimativas confiáveis de posição (SUHARTONO et al., 2022). Em contrapartida, em cenários críticos, como desabamentos e outros desastres urbanos, a conectividade da EM com a rede celular representa um fator determinante para aumentar as chances de localização de vítimas, sobretudo em condições adversas, como, por exemplo, quando a vítima está sob escombros.

Nesse contexto de situações de emergência, a análise comparativa dos métodos de localização em ambientes *indoor* será guiada pelos requisitos estabelecidos pela Comissão Federal de Comunicações (FCC, do inglês *Federal Communications Commission*), que define critérios mínimos de acurácia para a localização de celulares que originam chamadas de emergência, como o serviço 911 nos Estados Unidos. Esses critérios estabelecem que os provedores de serviço devem garantir a entrega de coordenadas horizontais com erro inferior a 50 m para, pelo menos, 80% e 150 m para, pelo menos, 95% das chamadas realizadas a partir de dispositivos móveis, tanto em ambientes *indoor* quanto *outdoor* (Federal Communications Commission, 2020). Vale ressaltar que a proposta apresentada nesta tese não contempla a estimativa da acurácia vertical, uma vez que a aplicação originalmente não foi concebida para fornecer a altura da EM em relação ao nível do solo.

Um ponto importante para avaliação do desempenho do algoritmo HyMLoc é a sua capacidade de generalização, isto é, sua habilidade de manter um desempenho satisfatório ao lidar com dados não observados durante o treinamento. O objetivo é evitar o *overfitting*, assegurar a robustez e a credibilidade dos resultados e, por fim, comprovar a aplicabilidade prática do algoritmo HyMLoc em condições reais de uso (D'AMOUR; HELLER; MOLDOVAN, 2022). Existem várias técnicas para esta finalidade, tais como testes por estresse (HENDRYCKS; DIETTERICH, 2019), avaliação estratificada (KOHAVI, 1995), testes de dados fora de distribuição (HENDRYCKS; GIMPEL, 2017) e validação cruzada (STONE, 1974).

De acordo com (BRADSHAW et al., 2023) e (ZHANG; YANG; LIU, 2021), em bases de dados pequenas, a validação cruzada é a técnica mais indicada, pois utiliza melhor as amostras disponíveis, reduz a variância das estimativas e preserva a proporção entre classes. Portanto, adotou-se o método de validação cruzada *K-fold*, que consiste em dividir o conjunto de dados em *K* partições ou *folds*, de modo que, em cada iteração, uma delas seja utilizada para teste, enquanto as demais são aplicadas ao treinamento, garantindo que todas as partições sejam utilizadas exatamente uma vez.

O procedimento de validação cruzada adotado neste trabalho considerou *K* = 5, resultando em cinco diferentes conjuntos, denotados por DS-1 a DS-5, conforme indicado na Figura 10. A partir da base de dados descrita na Seção 5.1, cada *fold* corresponde a 20% das instâncias, utilizadas alternadamente no treinamento dos regressores. Por exemplo,

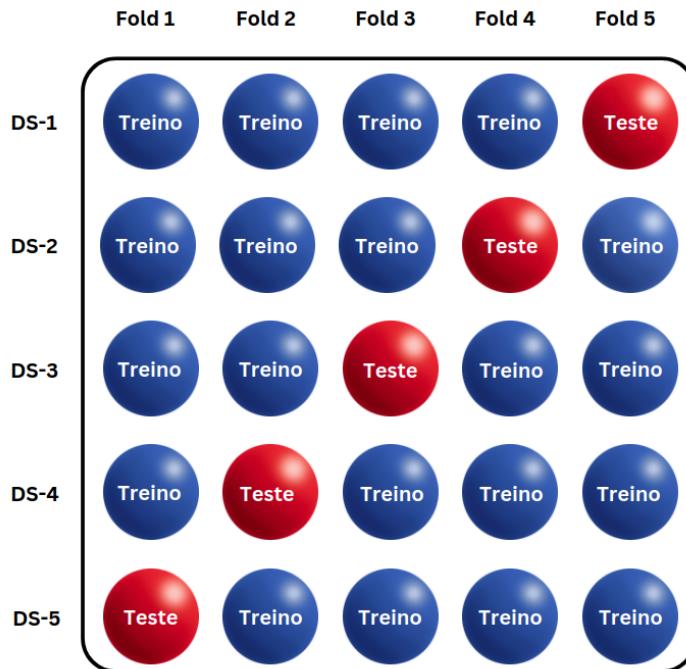


Figura 10 – Diagrama ilustrativo da formação dos datasets DS-1, DS-2, DS-3, DS-4 e DS-5, considerando os folds da validação cruzada para $K = 5$.

no conjunto DS-1, o quinto *fold* (em cor vermelha) é integralmente reservado para teste, enquanto 80% das instâncias provenientes dos *folds* 1, 2, 3 e 4 (em cor azul) são selecionadas aleatoriamente para compor o conjunto de treinamento. Da mesma forma, repete-se a estratégia para a formação dos conjuntos DS-2, DS-3, DS-4 e DS-5, variando-se apenas os *folds* destinados ao treino dos dados. Essa estratégia possibilita investigar tanto o impacto do volume de dados disponíveis para treinamento, quanto as diferenças de desempenho entre o algoritmo HyMLoc e as demais técnicas de referência.

No que se refere às métricas de desempenho, a avaliação do algoritmo HyMLoc foi conduzida a partir de um conjunto de indicadores complementares. Inicialmente, foram calculadas estatísticas descritivas — média, desvio padrão, valores mínimos e máximos — com o intuito de caracterizar a distribuição dos erros de localização. Em seguida, foram geradas funções de distribuição acumulada (FDAs) para examinar a probabilidade de ocorrência de erros abaixo de determinados limiares. Para uma apreciação mais prática e intuitiva do erro médio de localização, desenvolveu-se uma análise geoespacial em mapas, que evidencia a distribuição espacial dos erros produzidos por cada técnica, ressaltando diferenças de desempenho de forma clara e interpretável, desde que analisadas em conjunto com as estatísticas descritivas.

Adicionalmente, foram mensurados os custos computacionais, representados pelo tempo médio de execução normalizado, de modo a possibilitar a comparação da eficiência dos diferentes algoritmos. Para terminar, foram aplicados testes estatísticos não paramétricos para validar a significância dos resultados, incluindo o teste pareado de Wilcoxon

(WILCOXON, 1945; HUANG; SEN, 2023), o teste de Friedman baseado em *ranking* médio (FRIEDMAN, 1937; JAN; SHIEH, 2025) e o *post-hoc* de Nemenyi para comparações múltiplas (NEMENYI, 1963; THAMILSELVAN, 2023). A utilização dos testes mencionados tem o propósito de assegurar uma análise estatística consistente, conferindo robustez às conclusões do trabalho.

5.4 Resultados e discussão

Nesta seção, são apresentados e discutidos os resultados obtidos com a aplicação do algoritmo proposto, bem como daqueles empregados como *benchmarks*, no contexto do problema de localização. A análise abrange os cenários *outdoor* e *indoor*, permitindo avaliar a robustez e a capacidade de generalização da solução proposta em diferentes ambientes.

Além disso, são investigados os efeitos de parâmetros específicos do HyMLoc, como o tamanho da janela de memória deslizante M e o controle estocástico da velocidade das partículas. Os resultados são examinados sob a perspectiva de métricas de desempenho, testes estatísticos e conformidade com requisitos normativos, de modo a fornecer uma avaliação crítica e abrangente da proposta.

Cabe destacar que a proposta HyMLoc utiliza o MB-EPSO como núcleo de otimização, enquanto as demais abordagens de localização se baseiam em variantes do PSO, aqui referenciadas conforme o algoritmo empregado na fase *on-line*, quais sejam, CLPSO, EPSO, FDRPSO, HPSO-TVAC e WPSO.

5.4.1 Estratégia e efeitos do controle de velocidade das partículas em algoritmos baseados em PSO

Os resultados preliminares obtidos com a aplicação do algoritmo HyMLoc ao problema de localização evidenciaram uma limitação recorrente dos métodos baseados em PSO. Tal limitação decorre da elevada velocidade das partículas, que pode induzir a convergência prematura do enxame, conforme discutido em (SHAMI et al., 2022). Nos testes iniciais em que foi usado $M = 8$, melhor resultado obtido em (SILVA et al., 2024), esse comportamento resultou na concentração de partículas nas bordas da área de busca, o que elevou significativamente os erros médios de localização. Na Figura 11 destaca-se esse comportamento por meio da distribuição das estimativas de localização dos pontos de teste em cor vermelha.

Com o intuito de mitigar esse efeito, foi incorporada ao algoritmo HyMLoc e às demais variantes PSO aqui consideradas uma estratégia estocástica de controle de velocidade, baseada em (SHAMI et al., 2023), na qual se introduzem pausas controladas na atualização das velocidades das partículas. A modificação foi aplicada à equação de atualização da velocidade, anteriormente definida em (2.1), a qual foi ajustada por meio de um fator de

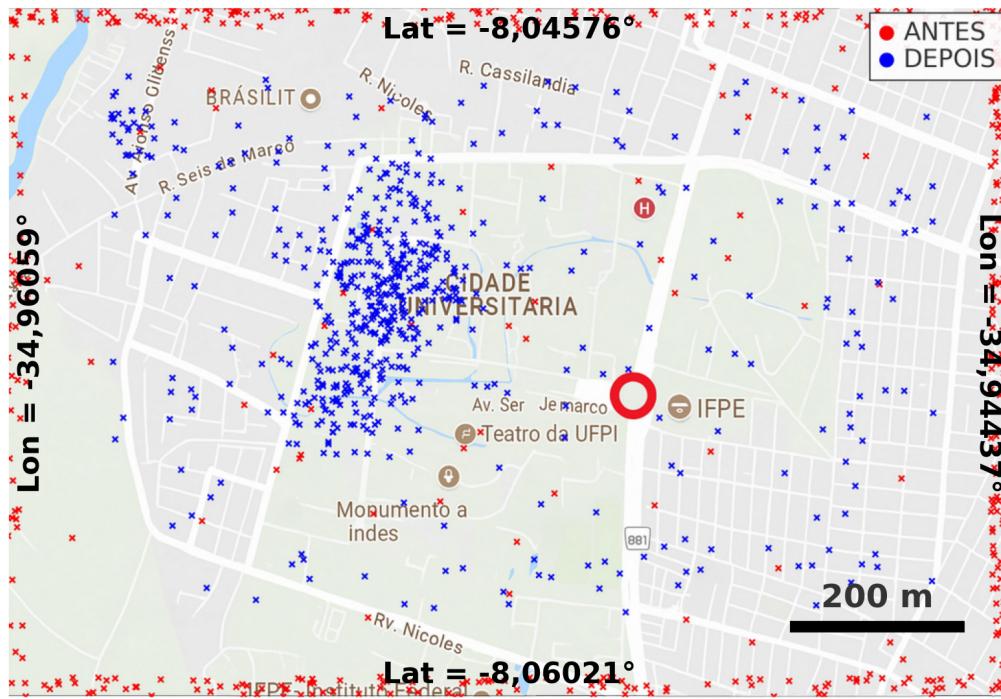


Figura 11 – Distribuição das estimativas dos pontos de teste antes (vermelho) e depois (azul) do ajuste estocástico da velocidade.

redução probabilístico ν , tal que

$$V_i^d(t+1) \leftarrow \begin{cases} V_i^d(t+1)/2, & \text{se } R_1^d(t) \text{ ou } R_2^d(t) < \nu, \\ V_i^d(t+1), & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (5.2)$$

Seguindo estratégia semelhante à aplicada em (SHAMI et al., 2023), adotou-se $\nu = 0,5$, o que implica uma probabilidade de 50% de redução à metade do valor da velocidade. Tal ajuste reduz a probabilidade de convergência prematura sem acarretar um aumento significativo do tempo de execução.

Após a introdução dessa estratégia, verificou-se uma exploração equilibrada do espaço de busca, com menor incidência de aglomeração em regiões de mínimos locais, conforme ilustrado pelos pontos em cor azul da Figura 11.

Em síntese, a introdução do controle estocástico mostrou-se eficaz na attenuação de um dos principais problemas associados a algoritmos baseados em PSO — a convergência prematura. A simples modificação probabilística no processo de atualização das velocidades permitiu alcançar um equilíbrio adequado entre exploração e aproveitamento do espaço de busca, resultando em soluções de melhor qualidade. No entanto, embora a Figura 11 evidencie uma melhoria visual na distribuição das partículas, o erro médio de localização ainda se manteve relativamente elevado, ou seja, algo em torno de dezenas de metros.

Com base nesse fato, procedeu-se a um refinamento adicional do algoritmo MB-EPSO, por meio do ajuste da janela de memória. Entretanto, inicialmente, era preciso testar, por meio da validação cruzada, a capacidade de generalização do algoritmo HyMLoc. A

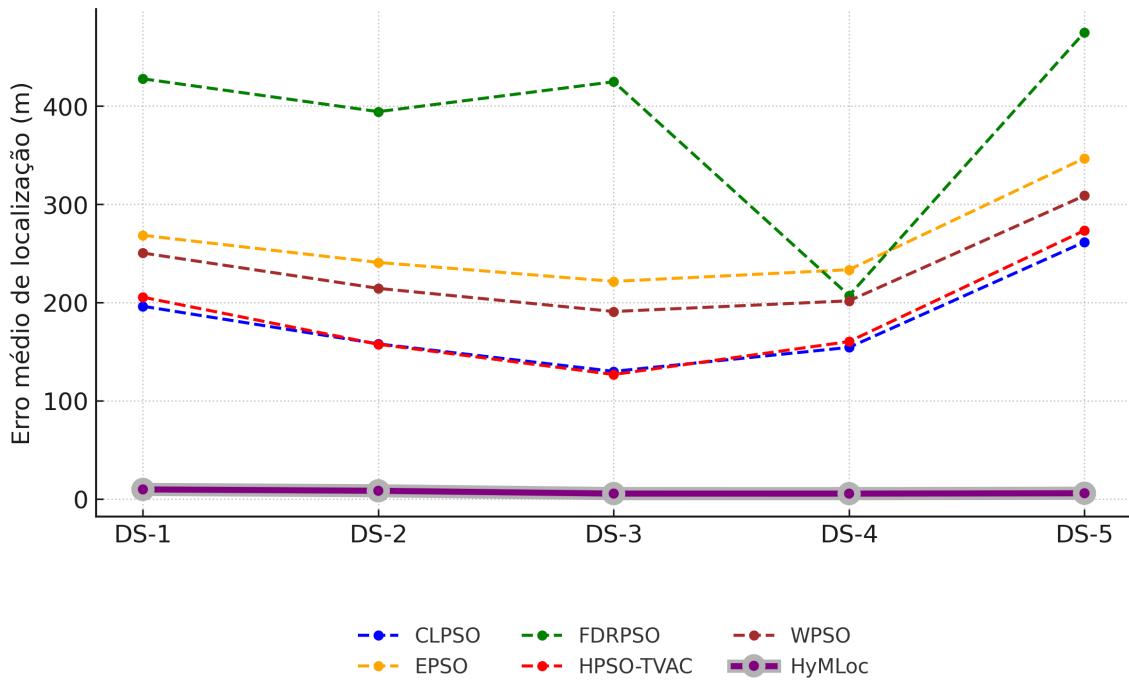


Figura 12 – Erro médio de localização para cada algoritmo baseado em PSO aplicado a cada um dos cinco datasets obtidos na validação cruzada.

princípio, na validação cruzada de cinco *folds*, também foi usado $M = 8$ pela mesma justificativa utilizada no teste de controle de velocidade. O algoritmo HyMLoc manteve o menor erro médio em todos os conjuntos DS-1 a DS-5 e os testes de Wilcoxon confirmaram diferenças estatisticamente significativas, isto é, $p \approx 0$, calculado conforme (WILCOXON, 1945).

A Figura 12 ilustra o erro médio de localização dos algoritmos CLPSO, EPSO, FDRPSO, HPSO-TVAC, WPSO e HyMLoc para cada um dos cinco conjuntos de teste. Nota-se que o algoritmo HyMLoc apresenta desempenho superior em todos os *folds* analisados, com erros médios significativamente mais baixos do que os demais. Isso evidencia sua consistência e acurácia em ambientes *outdoor*. Outro ponto a ser destacado é o fato de que os demais algoritmos apresentaram maiores variações no erro médio de localização, indicando menor robustez à variação dos dados.

A Figura 13 ilustra um mapa de calor dos erros médios de localização de cada algoritmo baseado em PSO para cada *fold* de teste. A coloração amarela indica o desempenho superior do algoritmo HyMLoc, cujos valores de erro médio são da ordem de um dígito, enquanto os demais algoritmos superam os 100 m. O contraste visual destaca a eficácia do algoritmo HyMLoc na minimização do erro de localização e reforça seu potencial para aplicações em ambientes reais.

Além das análises gráficas, foi realizado o teste estatístico de Wilcoxon para comparar o desempenho do algoritmo HyMLoc com as demais variantes PSO. Os resultados mostraram que o método proposto obteve desempenho estatisticamente superior em relação

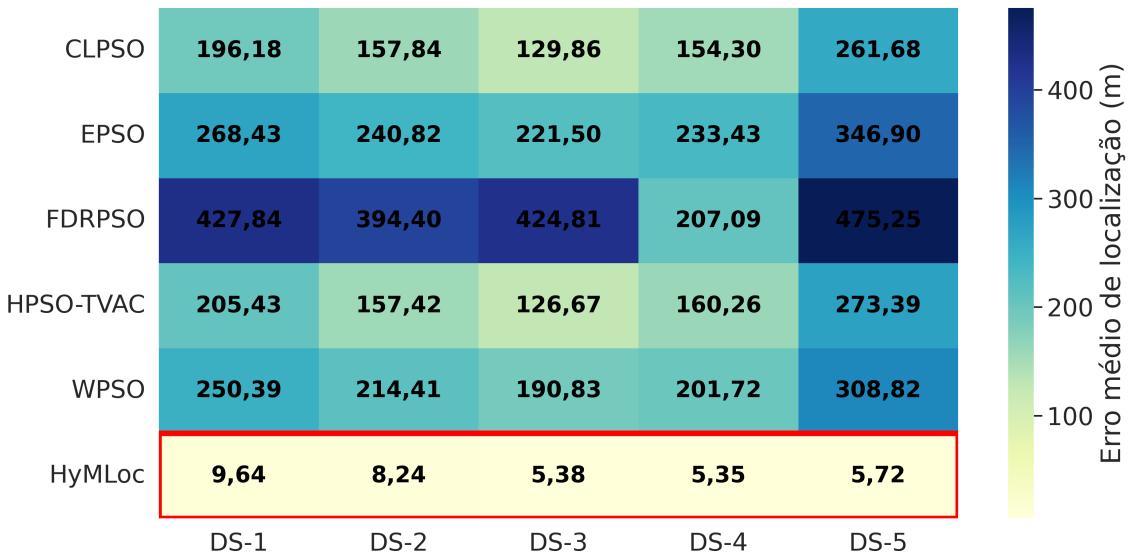


Figura 13 – Mapa de calor dos erros médios de localização de cada algoritmo baseado em pso para cada fold de teste.

a todos os métodos concorrentes (CLPSO, EPSO, FDRPSO, HPSO-TVAC e WPSO). Todos os pares comparativos apresentaram valores de p extremamente baixos, que podem ser considerados aproximadamente zero, conforme (FRIEDMAN, 1937), evidenciando diferenças significativas sob o nível de significância de 0,05. Esses resultados confirmam que o desempenho superior do algoritmo HyMLoc não é apenas observável visualmente, mas também estatisticamente consistente, consolidando sua eficácia para aplicações reais.

A análise dos resultados obtidos com a validação cruzada de cinco *folds* e com o teste de Wilcoxon evidencia que o algoritmo HyMLoc apresenta desempenho superior e estável na tarefa de localização, quando comparado aos algoritmos PSO testados no *benchmark*. Sua capacidade de manter erros médios inferiores a 10 m em diferentes subconjuntos de dados, aliada à confirmação estatística de superioridade, demonstra sua robustez e poder de generalização, confirmando sua aplicabilidade prática em cenários reais de posicionamento móvel.

5.4.2 Influência do tamanho da janela de memória

De acordo com (SILVA et al., 2024), o algoritmo MB-EPSO fundamenta-se no uso de uma janela de memória M , responsável por percorrer a trajetória evolutiva das gerações de partículas e armazenar uma quantidade fixa de soluções. Essa estrutura atua como um mecanismo de apoio à seleção autoadaptativa das variantes do PSO incorporadas ao conjunto. Com base nesse princípio, realizou-se uma análise experimental para identificar qual valor de M proporciona os menores erros médios de localização. Foram testados tamanhos de janela de memória iguais a 2, 4, 8, 16, 32 e 64. O uso de valores em potências de 2 teve como objetivo facilitar a identificação de possíveis mudanças significativas, tor-

Tabela 7 – Estatísticas do erro de localização e_d obtidas para diferentes tamanhos da janela de memória deslizante M no algoritmo MB-EPSO (fase on-line do algoritmo HyMLoc).

M	\bar{e}_d (m)	σ_{e_d} (m)	$e_{d,min}$ (m)	$e_{d,max}$ (m)
2	9,02	12,09	0,59	100,19
4	8,25	7,14	4,31	81,51
8	6,87	8,55	0,78	153,54
16	308,82	209,55	3,01	1398,79
32	346,90	251,12	12,78	1506,99
64	475,25	501,39	10,13	1933,62

nando variações no comportamento dos resultados mais evidentes. Cada valor de M foi aplicado individualmente aos conjuntos de dados DS-1 a DS-5 obtidos na etapa de validação cruzada. Por exemplo, para $M = 2$, o algoritmo HyMLoc foi executado em todos os conjuntos DS-1 a DS-5 e o mesmo procedimento foi repetido para os demais valores de M . Os experimentos foram conduzidos com dados de medições *indoor* e *outdoor*; entretanto, nesta análise, apresentam-se apenas os resultados obtidos no cenário *outdoor*, uma vez que os dados *indoor* revelaram tendências semelhantes, cuja inclusão seria redundante.

A Tabela 7 apresenta o erro médio, o desvio padrão, além dos valores mínimo e máximo, denotados, respectivamente, por \bar{e}_d , σ_{e_d} , $e_{d,min}$ e $e_{d,max}$ do algoritmo HyMLoc, considerando os diferentes tamanhos de janela de memória. Para cada valor de M apresentado, o erro médio e o desvio padrão correspondem às médias dos erros médios de localização e desvios padrão obtidos em cada um dos *folds* de teste (DS-1 a DS-5). Enquanto isso, os valores mínimo e máximo se referem, respectivamente, ao menor valor mínimo e ao maior valor máximo obtidos nos cinco *folds* de teste. É possível observar que os menores erros médios e desvios padrão são obtidos para $M = 2, 4$ e 8 , indicando melhor desempenho e maior estabilidade nesses casos. Para valores maiores de M , como, por exemplo, $16, 32$ e 64 , ocorrem aumentos expressivos tanto na média quanto na variabilidade do erro. Tal fato indica que, a partir de certos valores, o aumento do tamanho da janela de memória degrada o desempenho do algoritmo. Desta maneira, valores mais baixos de M são preferíveis para otimizar a acurácia e a consistência da localização.

Para assegurar a escolha do tamanho de M com base em testes de hipóteses, o teste de Wilcoxon com $p = 0,05$ foi utilizado. Quando $p < 0,05$, rejeita-se a hipótese nula de igualdade entre os tamanhos de M . Quando $p \geq 0,05$, não se pode rejeitar a hipótese nula, o que nos leva a desempenhos estatisticamente indistinguíveis. Os resultados dos testes pareados estão apresentados na Figura 14. O mapa de calor mostra que há diferenças estatisticamente significativas entre os vários modelos, especialmente quando há contraste entre memórias de tamanhos $M = 2$ a $M = 8$ e memórias de tamanhos $M = 16$ a $M = 64$. Isso sugere que o parâmetro M exerce uma influência significativa sobre o desempenho

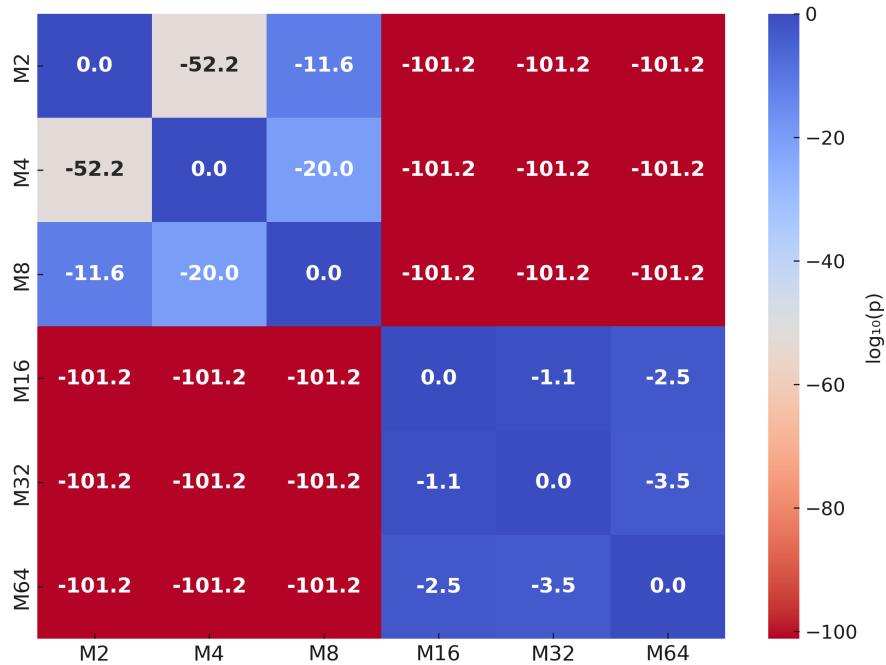


Figura 14 – Resultados dos testes pareados de Wilcoxon para todos os tamanhos de janela de memória considerados na aplicação do algoritmo HyMLoc.

do algoritmo HyMLoc. Observa-se que os valores de M pertencentes ao conjunto $\{2, 4, 8\}$ delimitam uma faixa de operação estável, enquanto valores de M mais elevados, ou seja, pertencentes ao conjunto $\{16, 32, 64\}$, indicam uma tendência à saturação do desempenho.

Os testes de hipóteses indicaram a ausência de diferenças estatisticamente significativas entre os valores de $M = 2, 4$ e 8 . Contudo, conforme apresentado na Tabela 7, embora os resultados sejam próximos, os menores valores de erro médio e de desvio padrão foram obtidos para $M = 8$. Tal resultado corrobora o que foi reportado em (SILVA et al., 2024), em que o algoritmo MB-EPSO apresentou desempenho consistente em diferentes classes de problemas de otimização para uma janela de memória de tamanho $M = 8$. Por conseguinte, será adotado este valor nas análises subsequentes, em consonância com os melhores desempenhos observados.

5.4.3 Desempenho nos ambientes *outdoor* e *indoor*

Esta seção apresenta a comparação entre o algoritmo HyMLoc e os *benchmarks* empregados na tarefa de localização. Para todos os algoritmos analisados, foi assumido o uso do *fold* DS-4 como base de teste. A motivação para a escolha de tal *fold* deve-se ao fato de que o desempenho de todos os algoritmos abordados foi o melhor para este subconjunto de dados (vide Fig.13), ou seja, possui distribuição mediana entre os cinco *folds*. A análise será apresentada primeiramente com os resultados do cenário *outdoor* e, em seguida, com o cenário *indoor*. Além disso, todos os algoritmos utilizam o modelo k -NN para estimar as distâncias entre a EM e as ERBs.

Tabela 8 – Estatísticas do erro de localização e_d obtidas para os algoritmos de localização baseados em PSO, considerando o cenário outdoor.

Algoritmo	\bar{e}_d (m)	σ_{e_d} (m)	$e_{d,min}$ (m)	$e_{d,max}$ (m)
CLPSO	154,30	107,91	5,20	844,54
EPSO	233,43	156,83	5,84	1025,59
FDRPSO	207,09	151,95	4,33	1362,50
HPSO-TVAC	160,26	119,30	3,95	979,62
WPSO	201,72	122,63	5,30	672,30
HyMLoc	5,35	5,22	3,66	130,36

Iniciando com os resultados do cenário *outdoor*, a Tabela 8 sintetiza as principais estatísticas do erro de localização e_d para os algoritmos analisados, seguindo a mesma notação definida para a Tabela 7. O algoritmo HyMLoc apresentou os menores valores de erro médio, além do menor desvio padrão, confirmando sua maior acurácia e estabilidade. Esse desempenho decorre da arquitetura baseada no algoritmo MB-EPSO, que utiliza uma janela de memória deslizante para armazenar gerações anteriores e selecionar dinamicamente a melhor estratégia de PSO, equilibrando exploração e intensificação no espaço de busca. Em contraste com o desempenho dos algoritmos, sobretudo com o HyMLoc, encontra-se o EPSO, pois, mesmo sendo baseado em conjuntos de otimizadores e utilizando as mesmas variantes PSO empregadas no algoritmo proposto, apresenta os piores resultados em todos os parâmetros, exceto no $e_{d,max}$. Essa atuação evidencia as dificuldades do algoritmo EPSO em problemas com múltiplos mínimos locais, como é o caso da localização.

A Figura 15 ilustra a distribuição do erro de localização para o algoritmo HyMLoc e os *benchmarks* considerados. A análise dos *boxplots* evidencia que os métodos baseados em PSO apresentam uma quantidade expressiva de *outliers*, distribuídos em faixas de erro superiores às observadas no HyMLoc. Tais valores indicam que os *benchmarks* adotados estão sujeitos à instabilidade, resultando em estimativas de localização com erro elevado. Isso sugere que, embora esses algoritmos baseados em PSO possam alcançar um desempenho na faixa de 150 a 230 m, eles são menos consistentes e mais vulneráveis a condições adversas da base de dados, como medições ruidosas, regiões de baixa cobertura ou cenários com geometria desfavorável entre a EM e as ERBs.

Por outro lado, o algoritmo HyMLoc apresenta uma dispersão bastante reduzida e praticamente não exibe erros isolados de grande magnitude que possam interferir significativamente na avaliação do desempenho do algoritmo. Os valores discrepantes observados permanecem em faixas de erro próximas à média dos dados, não ultrapassando a ordem de algumas dezenas de metros. Essa característica indica que o HyMLoc não apenas reduz o erro médio, mas também garante maior robustez e previsibilidade, ou seja, o método é menos suscetível a falhas e também mais confiável do ponto de vista operacional.

A Figura 16 apresenta a FDA do erro de localização e_d para o algoritmo HyMLoc e as variantes baseadas em PSO, levando em conta o cenário *outdoor*. A análise das curvas permite avaliar o comportamento de convergência dos algoritmos baseados em PSO sob o ponto de vista da rapidez, estabilidade e controle da velocidade das partículas. Nesse contexto, o algoritmo HyMLoc apresenta um desempenho superior ao dos demais métodos. Sua FDA se destaca por uma inclinação acentuada à esquerda, atingindo 50% das estimativas, com erro em torno de 5 m. Esse comportamento indica uma convergência rápida e precisa, com baixa variabilidade entre as execuções. Tal eficiência é atribuída à combinação da memória deslizante de soluções, ao uso de múltiplas variantes de PSO operando em conjunto e ao método estocástico de controle de velocidade das partículas, que atua diretamente na mitigação da convergência prematura e na preservação da diversidade do enxame.

Embora todos os algoritmos sejam baseados em PSO, eles apresentam comportamentos de convergência bastante distintos. Os algoritmos FDRPSO e WPSO tendem a explorar excessivamente o espaço de busca, o que reduz a probabilidade de convergência prematura; entretanto, prolongam a permanência em regiões de alto erro. No extremo oposto, o HPSO-TVAC converge mais rapidamente, porém com maior risco de aprisionamento em soluções subótimas, uma vez que não preserva a memória das melhores posições encontradas. Esse comportamento também se reflete na análise da FDA do HPSO-TVAC, que apresenta queda acentuada nas iterações iniciais, indicando rápida convergência, mas se estabiliza precocemente em um platô. Isso evidencia que o algoritmo deixa de explorar novas regiões do espaço de busca e se fixa em soluções não ótimas. O algoritmo EPSO fica no meio-termo, pois consegue escapar de mínimos locais, mas não melhora com a mesma eficiência as posições das partículas em direção ao mínimo global. Por fim, o CLPSO

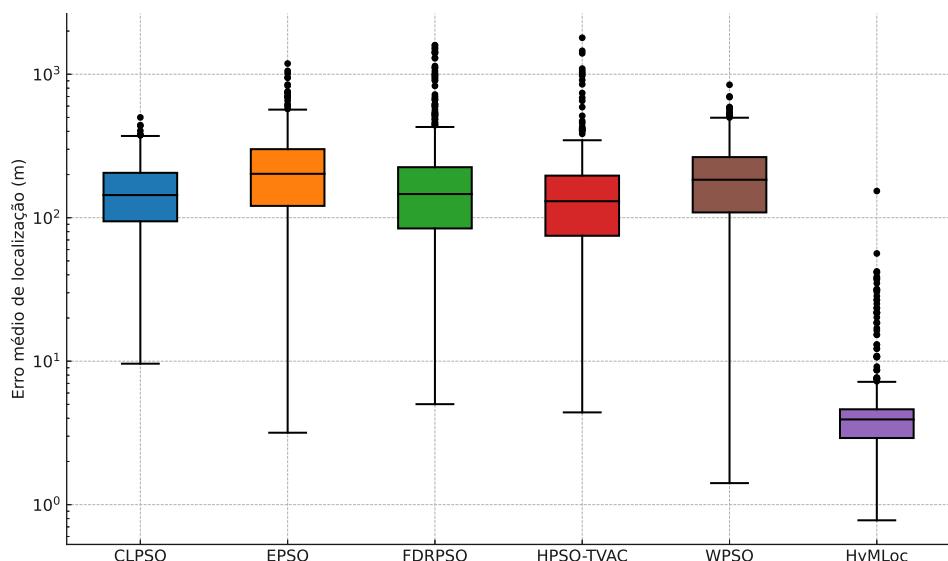


Figura 15 – Distribuição do erro de localização e_d obtida para os algoritmos de localização baseados em PSO, considerando o cenário outdoor.

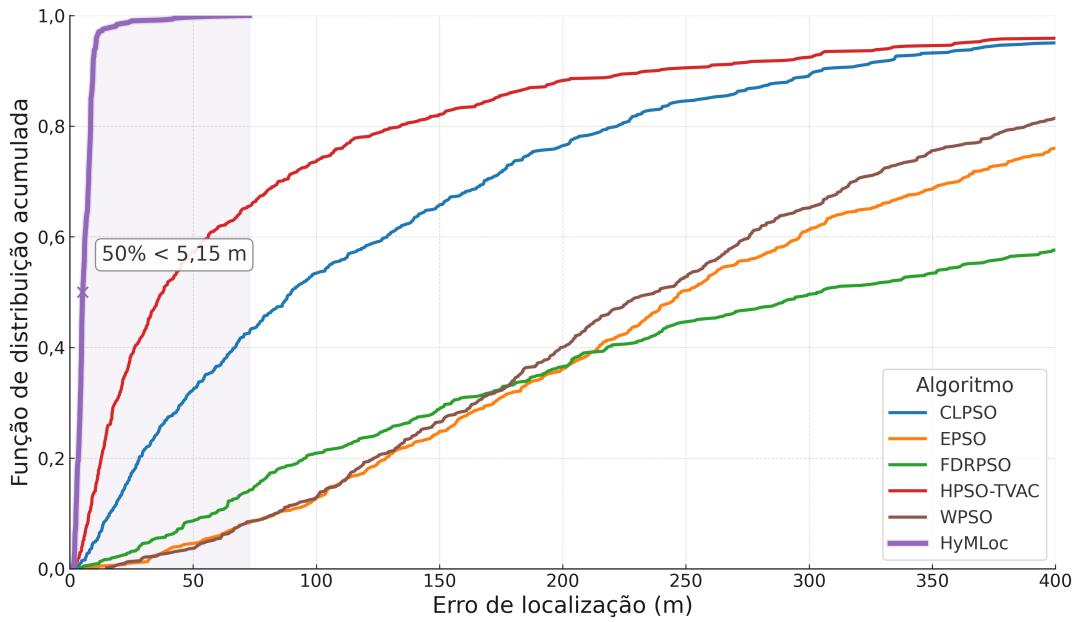


Figura 16 – Função de distribuição acumulada do erro de localização e_d obtida para os algoritmos de localização baseados em PSO, considerando o cenário outdoor.

é o algoritmo que mais se aproxima do HyMLoc em termos de estabilidade, pois mantém a diversidade no enxame e evita oscilações excessivas. Ainda assim, sua convergência ocorre de forma mais lenta. Em síntese, enquanto os *benchmarks* oscilam entre explorar excessivamente o espaço de busca e convergir cedo demais, o algoritmo HyMLoc converge rapidamente, com precisão e sem perda de estabilidade.

A significância estatística foi avaliada pelo teste não paramétrico de Friedman, adequado para comparações entre múltiplos algoritmos sob as mesmas condições (LI; LIU, 2021). A hipótese nula H_0 — igualdade de desempenho — foi rejeitada a 5% de significância. A Tabela 9 apresenta a matriz de valores p obtidos pelo teste de Friedman, seguida pelo *post-hoc* Nemenyi, em que o algoritmo HyMLoc obteve o valor $p \approx 0,000$ conforme o cálculo de (FRIEDMAN, 1937). Observa-se que algumas combinações entre os demais algoritmos não apresentam diferença significativa, como no caso de EPSO *versus* WPSO, em que $p > 0,05$, sugerindo desempenhos semelhantes. Já no caso da comparação entre EPSO e FDRPSO, temos um valor de $p \approx 0,042$, indicando uma diferença estatística moderada, porém menos expressiva em relação às demais.

Em termos de desempenho, o algoritmo HyMLoc apresentou um ranking médio de 1,01, indicando que ele ocupou a primeira posição entre os algoritmos avaliados, conforme ilustrado na Figura 17. De acordo com o teste estatístico de Friedman, essa vantagem não é aleatória. O valor de $p \approx 0,00$ confirma que o desempenho superior do HyMLoc é estatisticamente significativo quando comparado a todos os demais. Em resumo, para o cenário *outdoor*, o algoritmo HyMLoc apresentou os menores erros, maior estabilidade e melhor desempenho estatístico entre os métodos comparados.

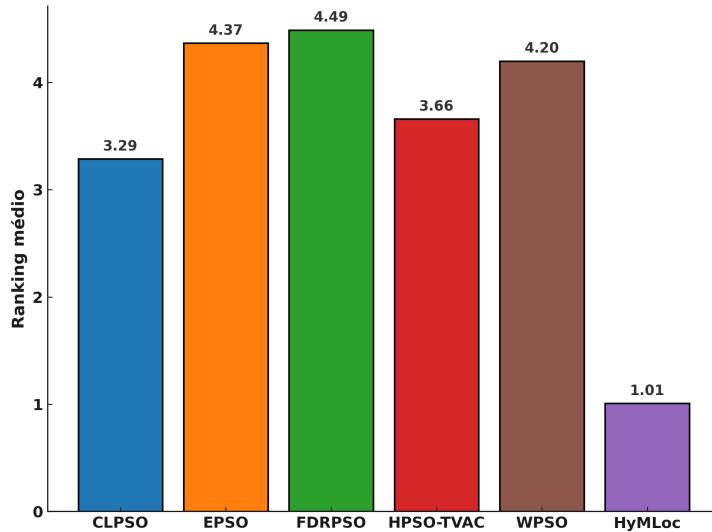


Figura 17 – Ranking médio dos algoritmos obtidos com a aplicação do Teste de Friedman, considerando o cenário outdoor.

A Tabela 10 apresenta as principais estatísticas do erro de localização e_d para os algoritmos analisados, considerando agora o cenário *indoor*. O algoritmo HyMLoc obteve um erro médio de apenas 17,33 m, contrastando fortemente com algoritmos como o FDRPSO, cujo erro médio ultrapassa 870 m. Observa-se, contudo, que o desvio padrão relativamente alto, cujo valor é 90,72 m em relação à média, indica a presença de alguns erros atípicos, o que sugere uma distribuição com cauda longa (MERZ et al., 2022), isto é, a maior parte das estimativas apresenta erros baixos, mas há alguns casos isolados com erros mais elevados, conforme evidenciado pelo valor máximo de aproximadamente 993 m.

A Figura 18 apresenta a FDA do erro de localização e_d para o algoritmo HyMLoc e as variantes baseadas em PSO, tendo em vista o cenário *indoor*. É possível observar o bom desempenho do algoritmo HyMLoc em comparação aos demais algoritmos, visto que estes últimos apresentaram curvas mais dilatadas, indicando maior dispersão nos erros de localização. Adicionalmente, é importante frisar que a acurácia alcançada pelo algoritmo HyMLoc também tem implicações regulatórias significativas. A FCC estabelece que, para chamadas de emergência, pelo menos 80% das estimativas devem apresentar erro inferior

Tabela 9 – Matriz de valores p dos algoritmos obtidos com a aplicação do teste de post-hoc de Nemenyi, considerando o cenário outdoor.

Algoritmo	CLPSO	EPSO	FDRPSO	HPSO-TVAC	WPSO	HyMLoc
CLPSO	1,000	0,000	0,000	$8,33 \times 10^{-14}$	0,000	0,000
EPSO	0,000	1,000	0,042	0,000	0,593	0,000
FDRPSO	0,000	0,042	1,000	0,000	0,010	0,000
HPSO-TVAC	$8,33 \times 10^{-14}$	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000
WPSO	0,000	0,593	0,010	0,000	1,000	0,000
HyMLoc	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000

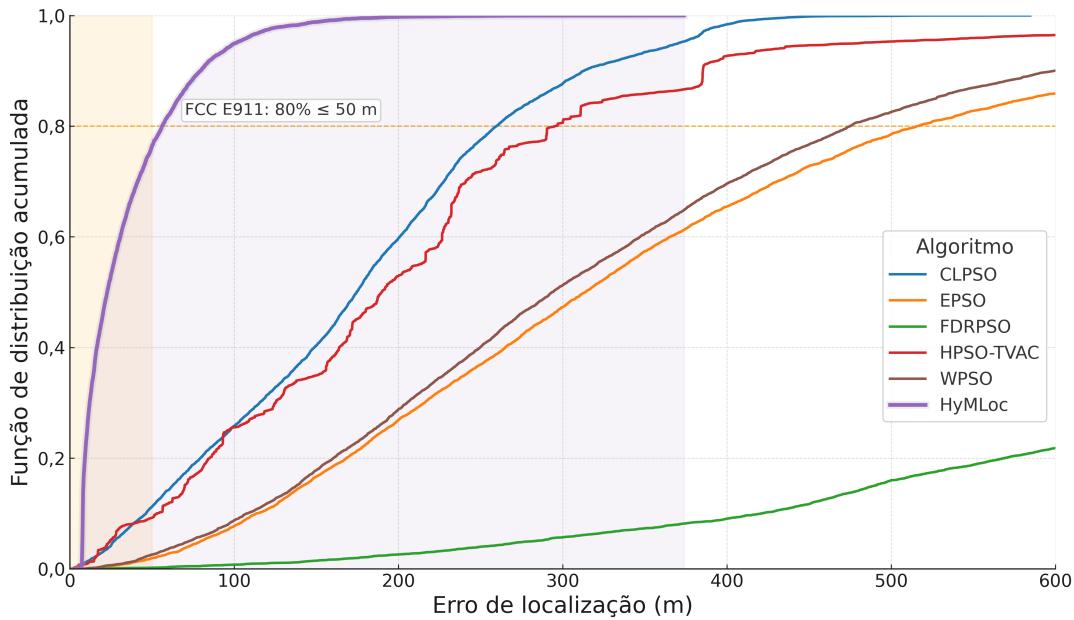


Figura 18 – Função de distribuição acumulada do erro de localização e_d obtida para os algoritmos de localização baseados em PSO, considerando o cenário indoor (requisitos da FCC indicados na região de cor laranja).

a 50 m (Federal Communications Commission, 2020). Tal requisito regulatório está indicado na Figura 18. Nota-se que apenas o algoritmo HyMLoc praticamente cumpriu o requisito, alcançando 98,53% das amostras dentro do limite estabelecido. Face ao exposto, podemos afirmar que o HyMLoc apresentou resultados superiores frente aos demais algoritmos baseados em PSO no cenário *indoor* e se mostra uma solução eficaz para sistemas de localização neste tipo específico de ambiente.

Para avaliar de outra forma o desempenho dos algoritmos aplicados ao problema da localização em relação ao HyMLoc, apresenta-se uma análise geoespacial da distribuição das estimativas de localização dos pontos de teste em ambiente *outdoor*, obtidas a partir de cada um dos algoritmos avaliados, em que, mais uma vez, utilizou-se o conjunto DS-4. A Figura 19 mostra os mapas de distribuição dos pontos estimados, obtidos pelos

Tabela 10 – Estatísticas do erro de localização e_d obtidas para os algoritmos de localização baseados em PSO, considerando o cenário indoor.

Algoritmo	\bar{e}_d (m)	σ_{e_d} (m)	$e_{d,min}$ (m)	$e_{d,max}$ (m)
CLPSO	177,82	100,50	0,27	584,67
EPSO	358,42	223,33	1,08	1393,14
FDRPSO	879,79	347,01	7,17	1403,24
HPSO-TVAC	218,01	180,54	2,61	1403,24
WPSO	277,27	210,43	3,40	1396,34
HyMLoc	17,33	90,72	0,29	993,19

benchmarks baseados em PSO e pelo algoritmo HyMLoc, em relação aos pontos reais de medição. A partir de cada subfigura, 19(a) - 19(f), é possível analisar o desempenho de cada algoritmo por meio da comparação entre os pontos estimados e as posições reais obtidas no procedimento de *drive-test*. Novamente, cabe ressaltar que tal análise só tem significado se realizada em conjunto com as estatísticas do erro de localização, as quais estão apresentadas na Tabela 8.

O algoritmo CLPSO apresenta, na Figura 19(a), uma boa concentração de estimativas próximas aos pontos reais. Esse comportamento é coerente com sua média de erro de 154,30 m e desvio padrão de 107,91 m, que são menores do que os observados para EPSO e FDRPSO. Contudo, valores elevados de erro, como o representado por $e_{d,max} = 844,54$ m, evidenciam falhas localizadas, consistentes com as dispersões periféricas visíveis nos mapas. Essa limitação decorre da ênfase do CLPSO em diversificar o aprendizado entre partículas, o que pode dificultar a convergência local precisa em casos com múltiplos mínimos.

O mapa de distribuição do algoritmo EPSO, ilustrado na Figura 19(b), indica que seu desempenho é inferior ao do CLPSO, com uma distribuição de pontos estimados mais espalhada em relação às posições reais. Isto é confirmado por seus valores de erro médio e desvio padrão, quais sejam, 233,43 m e 156,83 m, respectivamente. A ausência de um controle refinado de convergência local e a menor exploração adaptativa do EPSO resultam em maior variabilidade no erro. Tais condições também apontam que, embora o algoritmo EPSO apresente facilidade para escapar de mínimos locais, sua estratégia se mostra ineficaz em ambientes urbanos densos.

A variante FDRPSO exibe, na Figura 19(c), resultados mais equilibrados, com boa proximidade de diversos pontos estimados em relação às posições reais. Isso se reflete na média de erro de 207,09 m, porém com alto desvio padrão de 151,95 m e erros máximos de até 1.362,50 m, indicando instabilidade. A estratégia baseada na razão entre aptidão e distância permite guiar as partículas de forma mais eficaz em direção a regiões promissoras do espaço de busca. No entanto, ainda há uma quantidade considerável de desvios pontuais, sugerindo que a dependência dessas estratégias pode limitar o desempenho em cenários ruidosos ou com múltiplas soluções próximas. Isso fica nítido nas bordas da imagem, onde se verificam vários pontos aglomerados e enfileirados, sugerindo uma convergência prematura das partículas. Apesar do FDRPSO, bem como os demais avaliados, ter incorporado o ajuste de velocidade descrito na Subseção 5.4.1, os resultados obtidos não apresentaram melhorias significativas no desempenho.

O algoritmo HPSO-TVAC evidencia, na Figura 19(d), resultados significativos em relação aos obtidos pelas técnicas anteriores. A adaptação dinâmica dos coeficientes de aceleração ao longo do tempo melhora o equilíbrio entre a exploração e o aproveitamento do espaço de busca. Como consequência, observa-se uma distribuição mais concentrada de pontos estimados em torno das posições reais. O que se confirma por meio de valores

estatísticos condizentes, ou seja, erro médio de 160,26 m e desvio padrão de 119,30 m. Embora seja próximo ao CLPSO em média, destaca-se pela melhor estabilidade. Contudo, o desempenho não é uniforme em todas as regiões, revelando sensibilidade a certas configurações iniciais e ao tipo de cenário urbano.

Passando ao WPSO, este apresenta um desempenho insatisfatório. Apresenta estimativas mais dispersas, consistentes com sua média de erro de 201,72 m e desvio padrão de 122,63 m. Sua estratégia, baseada na ponderação dos componentes de velocidade, contribui para a estabilidade na busca, mas não oferece a mesma capacidade adaptativa das técnicas com aprendizado mais sofisticado, como, por exemplo, o CLPSO, o HPSO-TVAC e o próprio algoritmo HyMLoc. A Figura 19(e) mostra uma concentração moderada de pontos corretos, mas também apresenta erros mais evidentes em certas regiões.

Por fim, o algoritmo proposto, HyMLoc, é o que apresenta a menor dispersão e uma forte aderência aos pontos reais. Os pontos estimados plotados na Figura 19(f) estão notavelmente próximos dos reais ao longo de todo o mapa, com baixa dispersão. Os valores estatísticos reforçam essa conclusão, ou seja, erro médio de 5,35 m e desvio padrão de 5,22 m, com erro máximo limitado a 993,19 m — valores com uma ordem de grandeza menor do que todos os algoritmos baseados apenas em PSO, exceto para o caso do $e_{d,max}$. A utilização de uma janela de memória deslizante M para selecionar dinamicamente a melhor variante do PSO entre várias disponíveis permite que o algoritmo se adapte da melhor maneira possível às características locais do problema. Essa combinação eficaz de estratégias faz com que o algoritmo HyMLoc se destaque como o mais robusto dentre as opções analisadas.

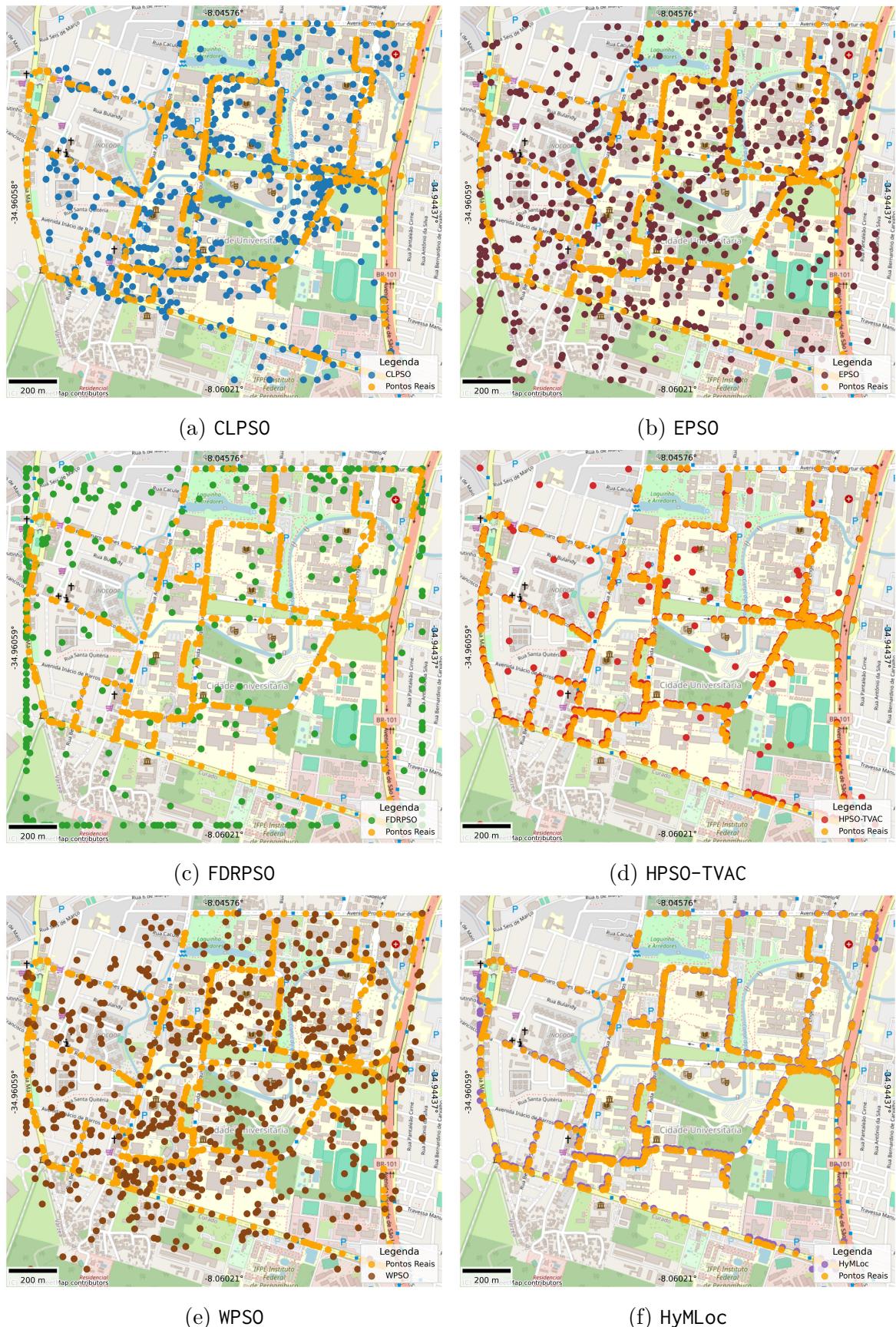


Figura 19 – Mapas de distribuição dos pontos estimados obtidos pelos algoritmos de localização em relação aos pontos reais de medição.

Um ponto relevante a se destacar é que a análise geoespacial, bem como os testes comparativos, revelaram a ineficácia do algoritmo LIPS quando aplicado ao problema da localização. A Figura 20 ilustra a distribuição dos pontos estimados, onde se verifica um acúmulo de pontos em um mesmo local. A principal deficiência do algoritmo LIPS foi sua tendência à exploração local excessiva, que frequentemente resultou em uma convergência prematura. Isso ocorreu porque a estratégia do LIPS se baseia na atualização das partículas, considerando apenas informações provenientes de vizinhos próximos. Isso restringe a diversidade da população e limita a capacidade do algoritmo de explorar regiões mais amplas do espaço de busca. Como consequência, as partículas tendem a se aglomerar rapidamente em uma área limitada — mesmo que essa região não contenha a solução ótima — o que justifica a concentração espacial dos pontos gerados.

Apesar de as medições reais estarem bem distribuídas no espaço urbano, o LIPS não conseguiu acompanhar essa distribuição, indicando que o algoritmo convergiu prematuramente. A diversidade da população foi mal preservada e, mesmo com o ajuste de velocidade e tamanho da janela de memória, não foi possível guiar as partículas de forma eficaz por toda a área. Esse comportamento é discutido na literatura, como, por exemplo, em (PAN et al., 2020), em que os autores destacam que metodologias excessivamente locais podem comprometer significativamente a eficácia da busca global em problemas de otimização com múltiplos mínimos locais. Por esta razão, o algoritmo LIPS foi excluído de toda a análise comparativa realizada entre os métodos utilizados.



Figura 20 – Mapa de distribuição dos pontos estimados pelo algoritmo LIPS quando aplicado à localização em relação aos pontos reais de medição.

Com o objetivo de complementar a comparação entre o algoritmo HyMLoc e as demais abordagens, apresenta-se também uma análise do tempo de execução focada em cada algoritmo. Essa análise se refere exclusivamente à etapa de otimização, não incluindo fases de pré-processamento, leitura de dados ou treinamento dos modelos de regressão.

Os experimentos foram realizados no mesmo ambiente computacional descrito na Seção 3.2, isto é, no *cluster* Apuana do CIn–UFPE. Mantiveram-se os mesmos critérios utilizados na avaliação do MB-EPSO, incluindo os parâmetros experimentais, o número de execuções e o procedimento de normalização dos tempos de execução. A única diferença reside no algoritmo de referência adotado para a normalização, isto é, enquanto nos testes anteriores utilizou-se o MB-EPSO, nesta etapa, o tempo do HyMLoc foi considerado como valor base.

A Tabela 11 apresenta os tempos médios de execução e seus correspondentes desvios padrão, denotados, respectivamente, por \bar{t} e σ_t para cada algoritmo nos cenários *indoor* e *outdoor*. Tomando como referência tais valores, os tempos foram normalizados utilizando a média do algoritmo HyMLoc como referência. A Tabela 12 apresenta os valores normalizados dos tempos de execução da etapa de otimização de cada algoritmo baseado em PSO, assim como da proposta HyMLoc, para cada cenário investigado, acompanhados das reduções percentuais promovidas pelo algoritmo proposto. Por exemplo, considerando o cenário *indoor*, o algoritmo HyMLoc promove uma redução de 23,08% no tempo médio de execução quando comparado ao algoritmo CLPSO. Análises equivalentes são conduzidas para os outros algoritmos nos cenários *indoor* e *outdoor*.

Com base nas Tabelas 11 e 12, o desempenho do HyMLoc, adotado como referência para comparação, evidencia reduções consistentes no tempo de execução em ambos os ambientes avaliados.

No cenário *indoor*, que apresenta maior complexidade devido à presença de obstáculos e ao maior volume de medições, o HyMLoc destacou-se com as maiores reduções de tempo em relação aos demais métodos. As reduções variam de aproximadamente 13% a 28%, com destaque para os algoritmos que mais sofrem nesse tipo de ambiente, como o

Tabela 11 – Estatísticas do tempo de execução de todas as variantes PSO consideradas neste trabalho para cada tipo de cenário.

Algoritmo	Cenário <i>indoor</i>		Cenário <i>outdoor</i>	
	\bar{t} (ms)	σ_t (ms)	\bar{t} (ms)	σ_t (ms)
CLPSO	107,82	16,56	13,39	1,04
EPSO	103,25	14,42	12,78	1,33
FDRPSO	105,51	14,38	14,35	1,32
HPSO-TVAC	101,06	15,04	11,83	1,37
WPSO	102,54	14,57	12,52	0,84
HyMLoc	94,50	12,76	10,27	1,08

Tabela 12 – Valores normalizados dos tempos de execução e ganho percentual do HyMLoc, com médias por cenário e média geral.

Algoritmo	Cenário <i>indoor</i>	Cenário <i>outdoor</i>
CLPSO	1,30 (23,08%)	1,14 (12,28%)
EPSO	1,24 (19,35%)	1,09 (8,26%)
FDRPSO	1,40 (28,57%)	1,12 (10,71%)
HPSO-TVAC	1,15 (13,04%)	1,07 (6,54%)
WPSO	1,22 (18,03%)	1,08 (7,41%)
HyMLoc	1,00	1,00

FDRPSO e o CLPSO, em que o HyMLoc promove uma redução de tempo na faixa de aproximadamente 25%. Esse comportamento reforça a eficiência do HyMLoc em contextos de maior interferência, nos quais os outros algoritmos tendem a apresentar penalizações maiores no tempo de execução.

No cenário *outdoor*, as diferenças de desempenho são mais moderadas, mas o HyMLoc mantém-se como a alternativa mais eficiente. As reduções situam-se aproximadamente entre 6% e 12%, com os maiores percentuais de redução de tempo observados em relação ao CLPSO com 12,28% e ao FDRPSO com 10,71%. Mesmo em condições menos adversas, o HyMLoc continua a exigir menos tempo de processamento, demonstrando consistência no desempenho. Entre os demais, o HPSO-TVAC permanece como o mais próximo do HyMLoc, pois a redução de tempo foi inferior a 7%.

Esses resultados mostram que o HyMLoc não apenas atinge o melhor desempenho em termos de tempo de execução, mas também mantém sua vantagem em ambientes com diferentes níveis de complexidade. Enquanto métodos como FDRPSO e CLPSO são os mais impactados por condições adversas, o HyMLoc preserva sua eficiência e consistência, destacando-se como a alternativa mais robusta entre os algoritmos avaliados.

5.5 Resumo do capítulo

Neste capítulo, foi proposto o algoritmo híbrido de localização baseado em memória HyMLoc, que combina estimativas de distância obtidas por regressão k -NN e otimização adaptativa via algoritmo MB-EPSO. Detalhou-se a construção da base de dados a partir de medições reais em cenários urbanos, tanto *indoor* quanto *outdoor*; o esquema de separação treino/teste e a adoção de validação cruzada para comprovar a capacidade de generalização do algoritmo. Também foram introduzidas melhorias, como o controle estocástico da velocidade das partículas e o ajuste do tamanho da janela de memória deslizante do algoritmo MB-EPSO. A avaliação experimental comparou a proposta HyMLoc com outros algoritmos de referência baseados em PSO, evidenciando ganhos em acurácia, estabili-

dade e tempo de execução, além de conformidade com os critérios normativos da FCC. Os resultados confirmaram o potencial do algoritmo HyMLoc como uma solução robusta e eficiente para sistemas de localização em redes celulares.

6 CONCLUSÕES

*“Andei, andei, andei, até
localizar...
(Adaptada da canção
Coração Sertanejo)*

A localização de dispositivos móveis em redes celulares configura-se como um desafio central para a evolução das telecomunicações modernas, dada a sua relevância tanto em aplicações críticas, como serviços de emergência e segurança pública, quanto em soluções voltadas para mobilidade, logística e personalização de serviços. Ao longo desta tese, buscou-se enfrentar esse desafio por meio do desenvolvimento de técnicas que combinam simplicidade, robustez e eficiência computacional, sem abrir mão da acurácia necessária para cenários regulatórios, como os estabelecidos pelo FCC E911. O trabalho partiu da constatação de que algoritmos clássicos de trilateração apresentam limitações em ambientes reais e que, embora o PSO seja uma ferramenta poderosa para lidar com a não linearidade intrínseca do problema, suas variantes tradicionais sofrem com convergência prematura e alto custo computacional em cenários heterogêneos.

Nesse contexto, a primeira contribuição da tese foi a proposição do algoritmo MB-EPSO, que introduziu um mecanismo de memória deslizante para preservar gerações historicamente mais bem-sucedidas e, assim, manter a diversidade populacional ao longo da evolução. Associado a isso, o algoritmo incorporou uma estratégia adaptativa de seleção de variantes de PSO, capaz de escolher dinamicamente a abordagem mais promissora a cada instante, e um controle estocástico de velocidade para reduzir aglomerações nas bordas do espaço de busca. Essa arquitetura provou ser eficiente em *benchmarks* de referência, como, por exemplo, o CEC2017, superando algoritmos consagrados e demonstrando que é possível conciliar acurácia e baixo tempo de execução em um mesmo modelo de otimização.

A segunda contribuição foi a integração desse otimizador ao processo de radiolocalização, resultando no algoritmo HyMLoc. A solução combina trilateração, regressão por k -NN aplicada às medições de RSSI e PD, e otimização via MB-EPSO. Avaliada em uma base de dados real coletada em Recife, abrangendo tanto cenários *indoor* quanto *outdoor*, a proposta apresentou desempenho consistente, alcançando erros médios de 5,35 m em ambientes *outdoor* e 17,33 m em ambientes *indoor*. Além disso, foi capaz de atender aos critérios normativos do FCC E911, garantindo que mais de 80% das estimativas se mantivessem abaixo de 50 m de erro em chamadas de emergência. Testes estatísticos de significância confirmaram a superioridade do algoritmo HyMLoc em relação a variantes

clássicas e híbridas de PSO, evidenciando ganhos em acurácia, estabilidade e tempo de execução.

A análise comparativa também evidenciou limitações associadas ao uso de algoritmos de referência, em especial o LIPS. Embora tenha sido concebido para explorar informações locais da vizinhança das partículas, sua aplicação ao problema de radiolocalização mostrou-se ineficaz. Os resultados experimentais indicaram uma concentração excessiva de partículas em regiões restritas do espaço de busca, o que levou a erros elevados. Essa ineficiência reforça a dificuldade de métodos baseados exclusivamente em informação local lidarem com ambientes de propagação altamente heterogêneos, caracterizados por múltiplos percursos e atenuação irregular. Assim, a comparação com o LIPS evidenciou a relevância do HyMLoc. Graças à memória e à adaptação dinâmica, o método descartou automaticamente o LIPS durante o processo de seleção autoadaptativa, refletindo seu baixo desempenho e evitando que ele fosse escolhido pela janela de memória M .

Os resultados obtidos permitem afirmar que os objetivos propostos foram atingidos. O algoritmo MB-EPSO mostrou ser um otimizador versátil, capaz de lidar com funções complexas sem incorrer em custos excessivos, e o algoritmo HyMLoc consolidou-se como uma solução prática e escalável para localização em redes celulares, mesmo em condições adversas de propagação. Além disso, a pesquisa contribui de maneira mais ampla para o campo da otimização, ao evidenciar o potencial de mecanismos baseados em memória e adaptação dinâmica na construção de algoritmos mais robustos.

Ainda assim, algumas limitações precisam ser reconhecidas. Embora a avaliação tenha incluído cenários *indoor* e *outdoor* com medições reais, os experimentos restringiram-se a redes de terceira geração WCDMA, o que abre espaço para investigações em contextos mais recentes, como 4G e 5G, caracterizados por maior densidade de células e maior heterogeneidade espectral. Entretanto, enfatiza-se que essa restrição enfrentada não comprometeu a implementação do algoritmo HyMLoc, tampouco os resultados obtidos, que se mantêm consistentes e relevantes dentro do escopo da pesquisa. Ainda sobre fatores limitantes, também foi identificado que, apesar da eficiência do algoritmo HyMLoc, a etapa de regressão com k -NN ainda representa um custo relevante em termos de tempo de execução, especialmente quando aplicada a bases de dados muito extensas. Além disso, fatores como mobilidade em alta velocidade e variações dinâmicas da rede não foram explorados em profundidade, permanecendo como desafios a serem enfrentados.

A partir dessas considerações, delineiam-se perspectivas promissoras para trabalhos futuros. Entre elas, destaca-se a adaptação dos algoritmos MB-EPSO e HyMLoc a ambientes 5G e de sexta geração (6G), nos quais coexistem múltiplas tecnologias de acesso e arquiteturas ultradensas. Outras possibilidades incluem a substituição ou complementação do k -NN por modelos de aprendizado profundo capazes de lidar com padrões mais complexos de propagação, bem como a integração de informações contextuais adicionais, como dados de sensores inerciais ou Wi-Fi. Também merece atenção a implementação de

uma integração da técnica proposta na tese com sistemas de localização *indoor* baseados em redes Wi-Fi, assim como em outras redes de comunicação de curto alcance, como redes pessoais sem fio. Essa integração permitiria ampliar a aplicabilidade da solução para cenários em que a infraestrutura celular apresenta cobertura limitada ou desempenho insatisfatório, especialmente em ambientes *indoor* complexos. Do ponto de vista da otimização, investigações sobre estratégias de memória hierárquica e de autoaprendizado adaptativo podem ampliar ainda mais a capacidade de generalização do algoritmo MB-EPSO. Em paralelo, a aplicação da proposta a outros problemas não restritos à localização, como planejamento de redes e otimização de recursos em sistemas distribuídos, representa uma extensão natural do trabalho aqui desenvolvido.

Em síntese, esta tese apresentou uma contribuição original para o avanço dos sistemas de localização em redes celulares. Ao propor e validar os algoritmos MB-EPSO e HyM-Loc, estabeleceu-se uma solução que alia acurácia, escalabilidade e viabilidade prática, respondendo a uma demanda crescente tanto no meio acadêmico quanto na indústria. Os resultados obtidos confirmam o seu potencial para contribuir para a evolução dos serviços baseados em localização. Além disso, reforçam o papel da otimização inteligente como uma ferramenta fundamental na construção de sistemas mais adaptativos e confiáveis.

REFERÊNCIAS

- Agência Nacional de Telecomunicações (ANATEL) . *Estações do Serviço Móvel Pessoal (SMP)*. 2025. <<https://informacoes.anatel.gov.br/paineis/outorga-e-licenciamento/estacoes-do-smp>>. Acessado em: 18-07-2025.
- AJANI, O. S.; MALLIPEDDI, R. Adaptive Evolution strategy with Ensemble of Mutations for Reinforcement Learning. *Knowledge-Based Systems*, v. 245, p. 108624, 2022. ISSN 0950-7051. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950705122002817>>.
- ALBANESE, A. et al. A Novel Cell-Phone Localization Solution for Trapped Victims Based on Compressed RSSI Fluctuation Range and PSO-BP Neural Network. *ResearchGate*, 2023. Disponível em: <<https://www.researchgate.net/publication/376382683>>.
- ARORA, P.; DAHIYA, S. A Novel Adaptive Sigma k-NN Model for Depression and Anxiety Detection Following the COVID-19 pandemic. *Scientific Reports*, v. 15, n. 40553, 2025. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/s41598-025-24252-9>>.
- AWAD, N. H.; ALI, M. Z.; LIANG, J. J.; QU, B. Y.; SUGANTHAN, P. N. *Problem Definitions and Evaluation Criteria for the CEC 2017 Special Session and Competition on Single Objective Bound Constrained Real-Parameter Numerical Optimization*. Singapore, 2016. Disponível em: <http://www.ntu.edu.sg/home/epnsugan/index_files/CEC2017/cec2017-report.pdf>.
- AZEGAMI, H. *Shape Optimization Problems*. Nagoya, Japan: Springer Singapore, 2020. ISBN 978-981-15-7617-1.
- BAKER, J. E. Reducing Bias and Inefficiency in the Selection Algorithm. In: *Second International Conference on Genetic Algorithms, 1987*. [s.n.], 1987. p. 14–21. Disponível em: <[10.5555/42512.42515](https://doi.org/10.5555/42512.42515)>.
- BASU, M. Scenario-Based Fuel-Constrained Heat and Power Scheduling of a Remote Microgrid. *Energy*, v. 277, p. 127722, 2023. ISSN 0360-5442. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360544223011167>>.
- BICHRI, H.; CHERGUI, A.; HAIN, M. Investigating the Impact of Train / Test Split Ratio on the Performance of Pre-Trained Models with Custom Datasets. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, The Science and Information Organization, v. 15, n. 2, p. 331–339, 2024. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.14569/IJACSA.2024.0150235](https://dx.doi.org/10.14569/IJACSA.2024.0150235)>.
- BRADSHAW, T. J.; HUEMANN, Z.; HU, J.; RAHMIM, A. A Guide to Cross-Validation for Artificial Intelligence in Medical Imaging. *Radiology: Artificial Intelligence*, v. 5, n. 4, p. e220232, 2023. Disponível em: <<https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC10388213/>>.
- BREST, J.; MAUćEC, M. S. Comparative Study of Modern Differential Evolution Algorithms: Perspectives on Mechanisms and Performance. *Preprints*, Preprints, May 2025. Disponível em: <<https://doi.org/10.20944/preprints202503.1551.v2>>.

- COVER, T. M.; HART, P. E. Nearest Neighbor Pattern Classification. *IEEE Transactions on Information Theory*, IEEE, v. 13, n. 1, p. 21–27, 1967.
- DAI, J.; SHAO, H.; SHEN, Z.; ZHAO, X.; ZHAO, S.; XIONG, J. A Survey of Latest Wi-Fi Assisted Indoor Positioning on Different Principles. *Sensors*, v. 23, n. 18, 2023. Disponível em: <[10.3390/s23187961](https://doi.org/10.3390/s23187961)>.
- D'AMOUR, A.; HELLER, K.; MOLDOVAN. Underspecification Presents Challenges for Credibility in Modern Machine Learning. *Journal of Machine Learning Research*, v. 23, p. 1–61, 2022. Disponível em: <<https://www.jmlr.org/papers/volume23/20-1335/20-1335.pdf>>.
- DU, W. B.; YING, W.; YAN, G.; ZHU, Y. B.; CAO, X. B. Heterogeneous Strategy Particle Swarm Optimization. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, v. 64, n. 4, p. 467–471, 2017. ISSN 15497747. Disponível em: <[10.1109/TCSII.2016.2595597](https://doi.org/10.1109/TCSII.2016.2595597)>.
- EIBEN, J. S. A. *Introduction to Evolutionary Computing*. 2nd. ed. [S.I.]: Springer Berlin, Heidelberg, 2016.
- EL-SHORBAGY, M. A. Chaotic Noise-Based Particle Swarm Optimization Algorithm for Solving System of Nonlinear Equations. *IEEE Access*, v. 12, p. 118087–118098, 2024. Disponível em: <[10.1109/ACCESS.2024.3448295](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3448295)>.
- Federal Communications Commission. *Wireless E911 Location Accuracy Requirements*. 2020. <<https://www.federalregister.gov/documents/2020/08/28/2020-18795/wireless-e911-location-accuracy-requirements>>. Sixth Report and Order and Order on Reconsideration.
- FRIEDMAN, M. The Use of Ranks to Avoid the Assumption of Normality Implicit in the Analysis of Variance. *Journal of the American Statistical Association*, v. 32, n. 200, p. 675–701, 1937. Disponível em: <[10.1080/01621459.1937.10503522](https://doi.org/10.1080/01621459.1937.10503522)>.
- GAMBI, E.; SENIGAGLIESI, L.; BARBARESI, A.; MELLINI, M.; SANTIS, A. D. A WKNN-based Approach for NB-IoT Sensors Localization. *Digital Communications and Networks*, v. 9, n. 1, p. 175–182, 2023. Disponível em: <[10.1016/j.dcan.2022.04.033](https://doi.org/10.1016/j.dcan.2022.04.033)>.
- GBENGA, D. E.; RAMLAN, E. I. Understanding the Limitations of Particle Swarm Algorithm for Dynamic Optimization Tasks. *ACM Computing Surveys*, v. 49, n. 1, p. 1–25, 2016. ISSN 03600300. Disponível em: <<http://dl.acm.org/citation.cfm?doid=2911992.2906150>>.
- GONZALEZ, S.; GARCÍA, S.; Del Ser, J.; ROKACH, L.; HERRERA, F. A Practical Tutorial on Bagging and Boosting Based Ensembles for Machine Learning: algorithms, software tools, performance study, practical perspectives and opportunities. *Information Fusion*, v. 64, p. 205–237, 2020. ISSN 1566-2535. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1566253520303195>>.
- GUR, E.; SABACH, S. Network Localization and Multi-Dimensional Scaling: Escaping Saddles and a Local Optimality Condition. *Open Journal of Mathematical Optimization*, v. 6, p. 1–18, 2025. Disponível em: <<https://ojmo.centre-mersenne.org/articles/10.5802/ojmo.42/>>.

- HAILU, T. G.; GUO, X.; SI, H.; LI, L.; ZHANG, Y. Theories and Methods for Indoor Positioning Systems: A Comparative Analysis, Challenges, and Prospective Measures. *Sensors*, v. 24, n. 21, 2024. Disponível em: <[10.3390/s24216876](https://doi.org/10.3390/s24216876)>.
- HALDER, R. K.; UDDIN, M. N.; UDDIN, M. A.; ARYAL, S.; KHRAISAT, A. Enhancing K-Nearest Neighbor Algorithm: a comprehensive review and performance analysis of modifications. *Journal of Big Data*, Springer, v. 11, n. 1, p. 121, 2024. Disponível em: <[10.1186/s40537-024-00973-y](https://doi.org/10.1186/s40537-024-00973-y)>.
- HENDRYCKS, D.; DIETTERICH, T. G. Benchmarking Neural Network Robustness to Common Corruptions and Perturbations. In: *International Conference on Learning Representations (ICLR)*. [s.n.], 2019. Disponível em: <<https://openreview.net/forum?id=HJz6tiCqYm>>.
- HENDRYCKS, D.; GIMPEL, K. A Baseline for Detecting Misclassified and Out-of-Distribution Examples in Neural Networks. In: *International Conference on Learning Representations (ICLR)*. [s.n.], 2017. Disponível em: <<https://openreview.net/forum?id=Hkg4TI9xl>>.
- HONG, L.; LIU, C.; CUI, J.; LIU, F. Mutation Strategy Based on Step Size and Survival Rate for Evolutionary Programming. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, Hindawi, v. 2021, p. 1336929, Oct 2021. ISSN 1026-0226. Disponível em: <<https://doi.org/10.1155/2021/1336929>>.
- HONG, L.; YU, X.; WANG, B.; WOODWARD, J.; ÖZCAN, E. An Improved Ensemble Particle Swarm Optimizer Using Niching Behavior and Covariance Matrix Adapted Retreat Phase. *Swarm and Evolutionary Computation*, v. 78, p. 101278, 2023. ISSN 2210-6502. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2210650223000524>>.
- HUANG, H.; GARTNER, G. Current Trends and Challenges in Location-Based Services. *ISPRS International Journal of Geo-Information*, v. 7, n. 6, 2018. ISSN 2220-9964. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/2220-9964/7/6/199>>.
- HUANG, S.; ZHAO, K.; ZHENG, Z.; JI, W.; LI, T.; LIAO, X. An Optimized Fingerprinting-Based Indoor Positioning with Kalman Filter and Universal Kriging for 5G Internet of Things. *Wireless Communications and Mobile Computing*, v. 2021, p. 1–10, 2021. Disponível em: <[10.1155/2021/9936706](https://doi.org/10.1155/2021/9936706)>.
- HUANG, Z.; SEN, B. Multivariate Symmetry: Distribution-Free Testing via Optimal Transport. *arXiv preprint arXiv:2305.01839*, 2023. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/2305.01839>>.
- HUANG, Z.; ZHAO, T. Predictive Performance of Ensemble Hydroclimatic Forecasts: Verification metrics, diagnostic plots and forecast attributes. *WIREs Water*, v. 9, n. 2, p. e1580, 2022. Disponível em: <<https://wires.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/wat2.1580>>.
- HUYNH, T. V.; TANGARAMVONG, S.; DO, B.; GAO, W.; LIMKATANYU, S. Sequential Most Probable Point Update Combining Gaussian Process and Comprehensive Learning PSO for Structural Reliability-Based Design Optimization. *Reliability Engineering & System Safety*, v. 235, p. 109164, 2023. ISSN 0951-8320. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0951832023000790>>.

- JAIN, M.; SAIHJPAL, V.; SINGH, N.; SINGH, S. B. An Overview of Variants and Advancements of PSO Algorithm. *Applied Sciences*, v. 12, n. 17, p. 8392, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/app12178392>>.
- JAN, S.-L.; SHIEH, G. An Improved Nonparametric Test and Sample Size Procedures for the Randomized Complete Block Designs. *arXiv preprint arXiv:2503.17179*, 2025. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/2503.17179>>.
- JI, X.; ZHANG, Y.; GONG, D.; SUN, X.; GUO, Y. Multisurrogate-Assisted Multitasking Particle Swarm Optimization for Expensive Multimodal Problems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, v. 53, n. 4, p. 2516–2530, 2023. Disponível em: <[10.1109/TCYB.2021.3123625](https://doi.org/10.1109/TCYB.2021.3123625)>.
- JIN, Y.-F.; YIN, Z.-Y. Enhancement of Backtracking Search Algorithm for Identifying Soil Parameters. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, v. 44, n. 9, p. 1239–1261, 2020. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nag.3059>>.
- KAPOOR, S.; NARAYANAN, A. Leakage and the Reproducibility Crisis in Machine-Learning-Based Science. *Patterns*, v. 4, n. 9, p. 100804, 2023. ISSN 2666-3899. Disponível em: <[https://www.cell.com/patterns/fulltext/S2666-3899\(23\)00159-9](https://www.cell.com/patterns/fulltext/S2666-3899(23)00159-9)>.
- KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle Swarm Optimization. *Neural Networks, 1995. Proceedings., IEEE International Conference on*, v. 4, p. 1942–1948 vol.4, 1995. ISSN 19353812. Disponível em: <[10.1109/ICNN.1995.488968](https://doi.org/10.1109/ICNN.1995.488968)>.
- KHATIWODA, N. R.; DAWADI, B. R.; JOSHI, S. R. Capacity and Coverage Dimensioning for 5G Standalone Mixed-Cell Architecture: An Impact of Using Existing 4G Infrastructure. *Future Internet*, v. 16, n. 11, 2024. Disponível em: <[10.3390/fi16110423](https://doi.org/10.3390/fi16110423)>.
- KHOUNI, S.; MENACER, T. Nizar Optimization Algorithm: A novel metaheuristic algorithm for global optimization and engineering applications. *The Journal of Supercomputing*, p. 1–53, 2023. Disponível em: <[10.1007/s11227-023-05579-4](https://doi.org/10.1007/s11227-023-05579-4)>.
- KOHAVI, R. A Study of Cross-Validation and Bootstrap for Accuracy Estimation and Model Selection. In: *Proceedings of the 14th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI'95)*. [s.n.], 1995. p. 1137–1145. Disponível em: <<https://www.ijcai.org/Proceedings/95-2/Papers/016.pdf>>.
- KUHN, M.; JOHNSON, K. *Applied Predictive Modeling*. California, USA: Springer, 2013. v. 26.
- LI, C.; LIU, Q. Nonparametric Statistical Tests for Multiple Algorithm Comparisons Based on Friedman Test and Aligned Ranks. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, IEEE, v. 25, n. 1, p. 161–175, 2021. Disponível em: <[10.1109/tie.2019.2912010](https://doi.org/10.1109/tie.2019.2912010)>.
- LIU, F.; QIN, H.; YANG, X.; YU, Y. Hybrid Particle Swarm Optimization and Semi-supervised Extreme Learning Machine for Cellular Network localization. *International Journal of Distributed Sensor Networks*, v. 13, n. 6, p. 1550147717717190, 2017. Disponível em: <[10.1177/1550147717717190](https://doi.org/10.1177/1550147717717190)>.

- LIU, W.; WANG, Z.; YUAN, Y.; ZENG, N.; HONE, K.; LIU, X. A Novel Sigmoid-Function-Based Adaptive Weighted Particle Swarm Optimizer. *IEEE Transactions on Cybernetics*, v. 51, n. 2, p. 1085–1093, 2021. Disponível em: <[10.1109/TCYB.2019.2925015](https://doi.org/10.1109/TCYB.2019.2925015)>.
- LIU, Z.; WANG, C.; ZHANG, H.; SUN, L.; WANG, B. Indoor Positioning Using Circle Expansion-Based Adaptive Trilateration Algorithm. *Journal of Internet Services and Applications*, Springer, v. 14, n. 1, p. 1–17, 2023. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1186/s43067-023-00075-4>>.
- LO, S.-C. A Particle Swarm Optimization Approach to Solve the Vehicle Routing Problem with Cross-Docking and Carbon Emissions Reduction in Logistics Management. *Logistics*, v. 6, n. 3, p. 62, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/logistics6030062>>.
- LOPES, W. T. A.; FORMIGA, D. A.; LUCENA, R. D.; QUEIROZ, W. J. L. Localization in IEEE 802.11 Networks by Using the Nelder-Mead Method. In: *Proceedings of the 8th Performance Monitoring, Measurement and Evaluation of Heterogeneous Wireless and Wired Networks (PM²HW²N 2013)*. Barcelona, Spain: [s.n.], 2013. p. 211–216.
- LUKIĆ, S.; SIMIĆ, M. Cellular Positioning in an NLOS Environment Applying the COPSO-TVAC Algorithm. *Electronics*, v. 11, n. 15, 2022. ISSN 2079-9292. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/2079-9292/11/15/2300>>.
- LYNN, N.; SUGANTHAN, P. N. Ensemble particle swarm optimizer. *Applied Soft Computing*, Elsevier, v. 55, p. 533–548, 2017. ISSN 1568-4946. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.asoc.2017.02.007>>.
- MADURANGA, M. W. P.; TILWARI, V.; ABEYSEKERA, R. Improved RSSI Indoor Localization in IoT Systems with Machine Learning Algorithms. *Signals*, v. 4, n. 4, p. 651–668, 2023.
- MARQUARDT, D. W. An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, v. 11, n. 2, p. 431–441, 1963. Disponível em: <[10.1137/0111030](https://doi.org/10.1137/0111030)>.
- MCNULTY, A. et al. A comparative study of evolutionary algorithms and particle-swarm/multi-objective methods on benchmark and real-world problems. *International Journal of Advanced Optimization Methods and Studies*, stage issue, 2024. Inclui GA, DE e PSO.
- MERZ, B.; BASSO, S.; FISCHER, S.; LUN, D.; BLÖSCHL, G.; MERZ, R.; GUSE, B.; VIGLIONE, A.; VOROGUSHYN, S.; MACDONALD, E.; WIETZKE, L.; SCHUMANN, A. Understanding Heavy Tails of Flood Peak Distributions. *Water Resources Research*, American Geophysical Union, v. 58, n. 6, p. e2021WR030506, jun. 2022. ISSN 0043-1397. Disponível em: <[10.1029/2021WR030506](https://doi.org/10.1029/2021WR030506)>.
- MIRJALILI, S.; GANDOMI, A. H.; SAREMI, S.; FARIS, H.; MIRJALILI, S. Particle Swarm Optimization: A Comprehensive Survey. *IEEE Access*, IEEE, v. 8, p. 90234–90272, 2020. Disponível em: <[10.1109/ACCESS.2020.2995298](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2995298)>.
- MONIZ, N.; MONTEIRO, H. No Free Lunch in Imbalanced Learning. *Knowledge-Based Systems*, v. 227, p. 107222, 2021. ISSN 0950-7051. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950705121004846>>.

- NAHMIAS-BIRAN, B.-h.; COHEN, S.; SIMON, V.; FELDMAN, I. Large-Scale Mobile-Based Analysis for National Travel Demand Modeling. *ISPRS International Journal of Geo-Information*, v. 12, n. 9, 2023. Disponível em: <10.3390/ijgi12090369>.
- NAMA, S.; SAHA, A. K.; CHAKRABORTY, S.; GANDOMI, A. H.; ABUALIGAH, L. Boosting Particle Swarm Optimization by Backtracking Search Algorithm for Optimization Problems. *Swarm and Evolutionary Computation*, v. 79, p. 101304, 2023. ISSN 2210-6502. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2210650223000779>>.
- NARDIS, L. D.; CASO, G.; ALAY, O.; ALI, U.; NERI, M.; BRUNSTROM, A.; BENEDETTO, M.-G. D. Positioning by Fingerprinting with Multiple Cells in NB-IoT Networks. In: *Proc. 2022 International Conference on Localization and GNSS (ICL-GNSS)*. [S.l.: s.n.], 2022. p. 1–7.
- NELDER, J. A.; MEAD, R. A Simplex Method for Function Minimization. *The Computer Journal*, v. 7, n. 4, p. 308–313, 1965. Disponível em: <10.1093/comjnl/7.4.308>.
- NEMENYI, P. B. *Distribution-Free Multiple Comparisons*. Tese (Doutorado) — Princeton University, 1963.
- NO, I.; DAHIYA, N. Data Clustering and its Application to Numerical Function Optimization Algorithm. *IEEE Communications Magazine*, v. 8, n. 1, p. 2015–2018, 2017. Disponível em: <www.ijarcs.info>.
- NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J. *Numerical Optimization*. 2. ed. Springer, 2006. (Springer Series in Operations Research and Financial Engineering). Disponível em: <10.1007/978-0-387-40065-5>.
- PAN, W.; CHU, S.; TSAI, P.; CHEN, Y.; YANG, C. A Comprehensive Survey of the Particle Swarm Optimization Algorithm: variants, applications and trends. *Applied Soft Computing*, Elsevier, v. 100, p. 106978, 2020. Disponível em: <10.1016/j.asoc.2020.106978>.
- PAN, X.; XUE, L.; LU, Y.; SUN, N. Hybrid Particle Swarm Optimization with Simulated Annealing. *Multimedia Tools and Applications*, v. 78, n. 21, p. 29921–29936, Nov 2019. ISSN 1573-7721. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11042-018-6602-4>>.
- PERAL-ROSADO, J. A. del; RAULEFS, R.; LÓPEZ-SALCEDO, J. A.; SECO-GRANADOS, G. Survey of Cellular Mobile Radio Localization Methods: From 1G to 5G. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, v. 20, n. 2, p. 1124–1148, 2018. Disponível em: <10.1109/COMST.2017.2785181>.
- PERAM, T.; VEERAMACHANENI, K.; MOHAN, C. Fitness-distance-ratio based particle swarm optimization. *Proceedings of the 2013 IEEE Swarm Intelligence Symposium.*, n. 2, p. 174–181, 2013. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=1202264>>.
- POLAK, L.; KUFA, J.; SOTNER, R.; FRYZA, T. Measurement and Analysis of 4G/5G Mobile Signal Coverage in a Heavy Industry Environment. *Sensors*, v. 24, n. 8, p. 2538, 2024. Disponível em: <10.3390/s24082538>.

- PUTNINS, M.; ANDROULAKIS, I. P. Self-selection of Evolutionary Strategies: Adaptive versus non-adaptive forces. *Heliyon*, v. 7, n. 5, p. e06997, 2021. ISSN 2405-8440. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405844021011002>>.
- RAMTOHUL, A.; KHEDO, K. K. Mobile Positioning Techniques and Systems: A Comprehensive Review. *Mobile Information Systems*, v. 2020, n. 1, p. 3708521, 2020. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1155/2020/3708521>>.
- RAPHSON, J. *Analysis aequationum universalis, seu, Ad aequationes algebraicas resolvendas methodus generalis, et expedita: ex nova infinitarum serierum doctrina deducta ac demonstrata*. Londini: Prostant venales apud Abelem Swalle, 1690. Primeira edição; formulação clássica do método hoje chamado Newton–Raphson.
- RAZAVI-TERMEH, S. V.; SADEGHI-NIARAKI, A.; RAZAVI, S.; CHOI, S.-M. Enhancing Flood-prone Area Mapping: fine-tuning the K-Nearest Neighbors algorithm for spatial modelling. *International Journal of Digital Earth*, v. 17, n. 1, p. 2311325, 2024. Fine-tuning KNN via distance metric selection (Euclidean, Manhattan, Minkowski, Chebyshev). Disponível em: <<https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/17538947.2024.2311325>>.
- SALGOTRA, R.; SINGH, S.; SINGH, U.; KUNDU, K.; GANDOMI, A. H. An Adaptive Version of Differential Evolution for Solving CEC2014, CEC2017 and CEC2022 Test Suites. In: *2022 IEEE Symp. Series on Comput. Intellig.* [s.n.], 2022. p. 1644–1649. Disponível em: <[10.1109/SSCI51031.2022.10022308](https://doi.org/10.1109/SSCI51031.2022.10022308)>.
- SANGEEN, M.; BHATTI, N. A.; KIFAYAT, K.; ALSADHAN, A. A.; WANG, H. Blind-trust: Raising Awareness of the Dangers of Using Unsecured Public Wi-Fi Networks. *Computer Communications*, v. 209, p. 359–367, 2023. ISSN 0140-3664. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0140366423002396>>.
- SCARDUA, L. A. *Applied Evolutionary Algorithms for Engineers using Python*. 1st. ed. Vitória-ES, Brazil: CRC Press, 2021. Disponível em: <[10.1201/9780429298028](https://doi.org/10.1201/9780429298028)>.
- SCHWEFEL, H.-P. *Numerical Optimization of Computer Models*. Chichester: John Wiley & Sons, 1981. ISBN 9780471099888.
- SHAH, S. S.; SUN, C.; YANG, D.; WISAL, M.; HE, Y.; LU, B.; XU, Y. Evaluation of 5G Positioning Based on Uplink SRS and Downlink PRS Under LOS and NLOS Environments. *Applied Sciences*, v. 15, n. 14, p. 7909, 2025. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/app15147909>>.
- SHAMI, T. M.; EL-SALEH, A. A.; ALSWAITTI, M.; AL-TASHI, Q.; SUMMAKIEH, M. A.; MIRJALILI, S. Particle Swarm Optimization: A Comprehensive Survey. *IEEE Access*, v. 10, p. 10031–10061, 2022. Disponível em: <[10.1109/ACCESS.2022.3142859](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3142859)>.
- SHAMI, T. M.; ELAZIZ, M. A.; ALSHARIF, S. M. Y.; ABRAHAM, A.; MIRJALILI, S. Velocity Pausing Particle Swarm Optimization: A novel variant for global optimization. *Neural Computing and Applications*, Springer, v. 35, p. 6453–6479, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s00521-022-08179-0>>.
- SHDEFAT, A. Y.; MOSTAFA, N.; AL-ARNAOUT, Z.; KOTB, Y.; ALABED, S. Optimizing HAR Systems: Comparative Analysis of Enhanced SVM and k-NN

Classifiers. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, v. 17, 2024. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s44196-024-00554-0>>.

SHEN, F.; YAN, X.; SHANG, Y. A Novel Hybrid PSO-MIDAS Model and its Application to the U.S. GDP Forecast. *PLOS ONE*, v. 19, n. 12, p. e0315604, 2024. Disponível em: <<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0315604>>.

Shi, Y.; Eberhart, R. A modified particle swarm optimizer. In: *1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings. IEEE World Congress on Computational Intelligence (Cat. No.98TH8360)*. [S.l.: s.n.], 1998. p. 69–73.

SIDDIQI, M. Z.; MUNIR, A.; MOHSAN, S. A. H.; SHAH, S.; CHAUDHARY, S.; SANGWONGNGAM, P.; WUTTISITTIKULKIJ, L. Low-Complexity Beamforming Design for a Cooperative Reconfigurable Intelligent Surface-Aided Cell-Free Network. *Sensors*, v. 23, n. 2, p. 903, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/s23020903>>.

SILVA, L. Nunes da; CUNHA, D. Carvalho da; BARRETO, R. V. S.; TIMOTEO, R. D. A. Proposal of a Memory-Based Ensemble Particle Swarm Optimizer. In: TAN, Y.; SHI, Y. (Ed.). *Advances in Swarm Intelligence*. Singapore: Springer Nature Singapore, 2024. p. 20–32. ISBN 978-981-97-7181-3. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-981-97-7181-3_2>.

STONE, M. Cross-Validatory Choice and Assessment of Statistical Predictions. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, v. 36, n. 2, p. 111–147, 1974. Disponível em: <<https://rss.onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.2517-6161.1974.tb00994.x>>.

SUDHAMANI, C.; ROSLEE, M.; TIANG, J. J.; REHMAN, A. U. A Survey on 5G Coverage Improvement Techniques: Issues and Future Challenges. *Sensors*, v. 23, n. 4, 2023. Disponível em: <[10.3390/s23042356](https://doi.org/10.3390/s23042356)>.

SUGANTHAN, P. N.; WAGDY, A.; HADI, A. A.; MOHAMED, A. K.; AGRAWAL, P.; KUMAR, A. *Problem definitions and evaluation criteria for the CEC2022 Special Session and Competition on Single-Objective Bound Constrained Numerical Optimization*. [S.l.], 2022. Technical Report. Disponível em: <[10.1109/CEC55065.2022.9870295](https://doi.org/10.1109/CEC55065.2022.9870295)>.

SUHARTONO, S.; SUPRIYONO, S.; KURNIAWAN, A.; GINTING, Y. Prediction of Signal Attenuation Value Caused by Weather Changes on Cellular Communication Networks Using Backpropagation Algorithm. *TELKOMNIKA (Telecommunication Computing Electronics and Control)*, Universitas Ahmad Dahlan, v. 20, n. 6, p. 1207–1216, 2022. Disponível em: <<https://www.researchgate.net/publication/366795853>>.

TelecomHall Community. *Analyzing Coverage with Propagation Delay (PD) and Timing Advance (TA) – GSM, WCDMA, LTE*. 2022. <<https://www.telecomhall.net/t/analyzing-coverage-with-propagation-delay-pd-and-timing-advance-ta-gsm-wcdma-lte/6377>>. Acessado em: 19-06-2025.

THAMILSELVAN, S. Comparison of Post Hoc Test on Non-Communicable Diseases Data. *QJOEST: Qira International Journal of Engineering, Science and Technology*, v. 2, n. 3, p. 20–28, 2023. Disponível em: <<https://qjoest.com/index.php/qjoest/article/view/110/71>>.

- TIJJANI, S.; WAHAB, M. N. A.; NOOR, M. H. M. An Enhanced Particle Swarm Optimization with Position Update for Optimal Feature Selection. *Expert Systems with Applications*, v. 247, p. 123337, 2024. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.eswa.2024.123337>>.
- TIMOTEO, R. D.; CUNHA, D. C. A Scalable Fingerprint-based Angle-of-Arrival Machine Learning Approach for Cellular Mobile Radio Localization. *Computer Communications*, v. 157, p. 92–101, 2020. ISSN 0140-3664. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0140366419314367>>.
- TIMOTEO, R. D. A.; CUNHA, D. C.; SILVA, L. N.; CAVALCANTI, G. D. C. A Hybrid Machine Learning Approach for Mobile User Positioning in Cellular Networks. *SBrT17*, 2017. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.14209/sbrt.2017.172>>.
- TRELEA, I. C.; CHANG, J.-F.; CHU, S.-C.; RODDICK, J. F.; PAN, J.-S.; LIANG, J. J.; QIN, A. K. Clan Particle Swarm Optimization. *Information Processing Letters*, v. 34, n. 1, p. 3044–3051, 2007. ISSN 03505596. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/>>.
- WANG, N.; LIU, J.; LU, J.; ZENG, X.; ZHAO, X. Low-delay Layout Planning Based on Improved Particle Swarm Optimization Algorithm in 5G Optical Fronthaul Network. *Optical Fiber Technology*, v. 67, p. 102736, 2021. ISSN 1068-5200. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1068520021002868>>.
- WILCOXON, F. Individual Comparisons by Ranking Methods. *Biometrics Bulletin*, v. 1, n. 6, p. 80–83, 1945. Disponível em: <[10.2307/3001968](https://doi.org/10.2307/3001968)>.
- WOLPERT, D. H.; MACREADY, W. G. No Free Lunch Theorems for Optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 1, n. 1, p. 67–82, April 1997. ISSN 1089-778X. Disponível em: <[10.1109/4235.585893](https://doi.org/10.1109/4235.585893)>.
- WU, G.; SHEN, X.; LI, H.; CHEN, H.; LIN, A.; SUGANTHAN, P. Ensemble of differential evolution variants. *Information Sciences*, v. 423, p. 172–186, 2018. ISSN 0020-0255. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020025517309714>>.
- XIANG, L.; XU, Y.; CUI, J.; LIU, Y.; WANG, R.; LI, G. GM-Based Weighted K-Nearest Neighbor Algorithm for Indoor Localization. *Remote Sensing*, v. 15, n. 15, p. 3706, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/rs15153706>>.
- YANG, C.; MAO, S.; WANG, X. An Overview of 3GPP Positioning Standards. *GetMobile Mobile Computing and Communications*, Association for Computing Machinery (ACM), v. 26, n. 1, p. 9–13, May 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1145/3539668.3539672>>.
- YANG, J.; YU, J.; HUANG, C. Adaptive Multistrategy Ensemble Particle Swarm Optimization with Signal-to-Noise Ratio Distance Metric. *Information Sciences*, v. 612, p. 1066–1094, 2022. ISSN 0020-0255. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002002552200860X>>.
- YANG, X.; LI, H.; HUANG, Y. An Adaptive Dynamic Multi-Swarm Particle Swarm Optimization with Stagnation Detection and Spatial Exclusion for Solving Continuous Optimization Problems. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, v. 123, p.

- 106215, 2023. ISSN 0952-1976. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0952197623003998>>.
- ZHANG, S.; LI, X.; ZONG, M. An overview of k-nearest neighbor algorithm and its applications in data classification. *Pattern Recognition Letters*, Elsevier, v. 152, p. 102–109, 2021.
- ZHANG, Y.; YANG, Q.; LIU, Y. Cross-validation for Model Evaluation in Machine Learning: A comprehensive review. *Neurocomputing*, Elsevier, v. 439, p. 213–234, 2021. Disponível em: <[10.1016/j.neucom.2021.01.118](https://doi.org/10.1016/j.neucom.2021.01.118)>.
- ZHOU, R.; YANG, Y.; CHEN, P. An RSS Transform—Based WKNN for Indoor Positioning. *Sensors*, v. 21, n. 17, p. 5685, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/s21175685>>.

A IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO HYMLOC

Conforme mencionado, o algoritmo HyMLoc combina técnicas de AM e otimização para estimar a posição de um usuário móvel em uma rede de telefonia celular. A seguir, apresenta-se um esboço de sua implementação, ilustrado no Algoritmo 2.

O Algoritmo 2 possui as seguintes variáveis de **entrada** (linhas 2–9): N_{treino} , número de amostras de treinamento (linha 2); N_{teste} , número de amostras de teste (linha 3). 80% dos dados são utilizados para treinamento e 20% para teste. O valor total de amostras é dado por $N = N_{treino} + N_{teste}$.

A variável c representa o número de atributos por amostra (linha 5), como, por exemplo, RSSI e PD. Já n_b corresponde ao número de ERBs (linha 6), sendo nove no total. A matriz M_m (linha 7), com dimensão $N \times c$, contém as medições dos atributos (e.g., RSSI e PD). A matriz P (linha 8), de dimensão $N \times 3$, armazena as posições reais associadas às medições, representadas por (x, y) — identificador do ponto, latitude e longitude, respectivamente. Por fim, σ (linha 9) representa o modelo de otimização, que neste trabalho é o algoritmo MB-EPSO, responsável por resolver a função de *fitness*.

As variáveis de **saída** (linhas 11–12) são: \hat{P}_t , matriz de posições preditas (linha 11), com dimensão $N \times 3$, contendo os triplets (x, y, z) correspondentes às posições estimadas; e e_d , vetor de erros de predição de distância (linha 12), de dimensão $N \times 1$, representando o erro absoluto entre as posições reais e preditas.

O funcionamento do Algoritmo HyMLoc é estruturado em cinco etapas principais:

1. **Separação dos dados:** M e P são divididos em dados de treinamento (linha 14) e teste (linha 15), resultando na tupla $[M_q, P_q]$, a qual servirá de base para o treinamento do modelo de AM e na tupla $[M_t, P_t]$, que, por sua vez, será a base para os testes em que se retornará a saída do algoritmo;
2. **Treinamento do modelo:** O modelo k -NN é treinado. Este modelo é uma função f_D (linha 16) que prediz a posição a partir da tupla $[M_q, P_q]$;
3. **Inicialização das matrizes de saída:** As matrizes para armazenar as posições preditas \hat{P}_t (linha 17) e os erros e_d (linha 18) são inicializadas, cujas dimensões são $(N_{teste}, 3)$ e $(N_{teste}, 1)$, respectivamente;
4. **Laço de predição para cada amostra de teste:** Para cada amostra i variando entre $[0 \dots N_{teste}]$ gera-se uma partícula de teste $\vec{d} = f_D(M_t[i])$ (linha 20), a posição prevista pelo MB-EPSO $\hat{P}[i] = \iota(\vec{d})$ (linha 21) é obtida, e, finalmente, calcula-se o erro absoluto de distância $e_d[i] = ABS(P_t[i] - \hat{P}_t[i])$ (linha 22);

Algoritmo 2 Algoritmo híbrido de localização baseado em memória (HyMLoc).

```

1: Entrada:
2:    $N_{treino}$  = Número de amostras (treinamento)
3:    $N_{teste}$  = Número de amostras (teste)
4:    $N$  = Número total de amostras ( $N = N_{treino} + N_{teste}$ )
5:    $c$  = Número de atributos por amostra
6:    $q$  = Quantidade de ERBs
7:    $M_m$  = Matriz de medições, ( $N \times c$ )
8:    $P$  = Matriz de posições reais associadas às medições, ( $N \times 3$ ) ( $x, y, z$ )
9:    $\iota$  = Modelo de otimização

10: Saída:
11:    $\widehat{P}_t$  = Matriz de posições preditas, ( $N \times 3$ )
12:    $e_d$  = Erro de localização, ( $N \times 1$ )
13: Início:
14:    $[M_q, P_q] \leftarrow \text{ConstroiDatasetDeTreino } (M, P, N_{treino})$ 
15:    $[M_t, P_t] \leftarrow \text{ConstroiDatasetDeTeste } (M, P, M_q, \widehat{P}_t, N_{teste})$ 
16:    $f_D \leftarrow \text{TreinamentoDoModeloDeML } [M_q, P_q]$ 
17:    $\widehat{P}_t \leftarrow \text{CriaMatrizVazia } (N, 3)$ 
18:    $e_d \leftarrow \text{CriaMatrizVazia } (N, 1)$ 
19:   for  $i$  in  $[0 \dots N_{teste}]$  do
20:      $\vec{d} = f_D(M_t[i])$ 
21:      $P_i = \iota(\vec{d})$ 
22:      $e_d[i] = ABS(P_t[i] - \widehat{P}_t[i])$ 
23:   Retorne  $\widehat{P}_t, e_d$ 
24: Fim

```

5. Retorno dos resultados: Finalizado o laço com todas as iterações, o algoritmo retorna \widehat{P}_t, e_d (linha 24), ou seja, a posição estimada para o conjunto de testes e o erro associado a cada uma.

Em resumo, o algoritmo HyMLoc combina modelagem com AM supervisionada e regressão k -NN; apresenta etapa de pré-processamento para separação treino/teste; e, por fim, realiza o cálculo de erros para avaliação de desempenho. Este fluxo se apresenta como uma alternativa bastante útil para aplicações de localização em ambientes urbanos, tanto *indoor* quanto *outdoor*, onde técnicas baseadas apenas em geometria, como, por exemplo, trilateração, são imprecisas devido ao multipercorso.

B FUNÇÕES DE BENCHMARK CEC2017

Este apêndice resume as funções de *benchmark* da sessão especial “*CEC2017 Special Session and Competition on Single Objective Bound Constrained Real-Parameter Numerical Optimization*”, composta por 29 funções (F_1 – F_{29}) amplamente utilizadas na avaliação de algoritmos de otimização contínua. A formulação detalhada com vetores de deslocamento, matrizes de rotação e arquivos auxiliares encontra-se no relatório técnico oficial (AWAD et al., 2016) e nos arquivos `shift_data_*.txt` e `M_*.D.txt` distribuídos com o código oficial.

Todas as funções são problemas de minimização definidos, em geral, em

$$f : \Omega \subset \mathbb{R}^D \longrightarrow \mathbb{R}, \quad \Omega = [-100, 100]^D,$$

com soluções ótimas deslocadas e/ou rotacionadas em relação às formulações clássicas.

B.1 Transformações gerais

As funções CEC2017 são construídas a partir de funções-base clássicas $f_{\text{base}}(\cdot)$, combinadas com operações de deslocamento, rotação e composição. Em termos gerais, tem-se:

1. Funções deslocadas e rotacionadas

Seja $x \in \mathbb{R}^D$ um vetor candidato, $o \in \mathbb{R}^D$ o vetor de deslocamento (*shift*) e $M \in \mathbb{R}^{D \times D}$ uma matriz de rotação ortonormal. Define-se

$$z = M(x - o), \tag{B.1}$$

e a função objetivo é dada por

$$f(x) = f_{\text{base}}(z) + f_{\text{bias}}, \tag{B.2}$$

em que f_{bias} é um valor de deslocamento vertical (bias) específico de cada função (por exemplo, 100, 200, ..., 3000).

2. Funções híbridas

Nas funções híbridas, o vetor z é particionado em N subvetores $z^{(1)}, \dots, z^{(N)}$, cada um associado a uma função-base distinta $f_{\text{base}}^{(k)}$:

$$f_{\text{hyb}}(x) = \sum_{k=1}^N f_{\text{base}}^{(k)}(z^{(k)}) + f_{\text{bias}}. \tag{B.3}$$

A divisão das dimensões entre os componentes e a ordem das funções-base são definidas pelo relatório oficial.

3. Funções de composição

Nas funções de composição, combinam-se N funções-base $f_{\text{base}}^{(i)}$ com diferentes deslocamentos $o^{(i)}$, rotações $M^{(i)}$ e pesos $w_i(x)$ dependentes da distância de x a cada centro $o^{(i)}$:

$$z^{(i)} = M^{(i)}(x - o^{(i)}), \quad i = 1, \dots, N, \quad (\text{B.4})$$

$$\tilde{f}_i(x) = f_{\text{base}}^{(i)}(z^{(i)}) + f_{\text{bias},i}, \quad (\text{B.5})$$

$$w_i(x) = \exp\left(-\frac{\|x - o^{(i)}\|^2}{2D\sigma_i^2}\right), \quad (\text{B.6})$$

$$\hat{w}_i(x) = \frac{w_i(x)}{\sum_{j=1}^N w_j(x)}, \quad (\text{B.7})$$

$$f_{\text{comp}}(x) = \sum_{i=1}^N \hat{w}_i(x) \tilde{f}_i(x). \quad (\text{B.8})$$

Os valores de σ_i , dos bias $f_{\text{bias},i}$ e a escolha das funções-base de cada composição são especificados no relatório técnico.

B.2 Funções-base clássicas utilizadas

A seguir, listam-se as principais funções-base clássicas usadas na construção das funções CEC2017. Em todas elas, $z = (z_1, \dots, z_D)$ representa o vetor já deslocado e, quando aplicável, rotacionado.

1. Bent Cigar

$$f_{\text{BentCigar}}(z) = z_1^2 + 10^6 \sum_{i=2}^D z_i^2. \quad (\text{B.9})$$

2. Sum of Different Powers

$$f_{\text{SumDiffPowers}}(z) = \sum_{i=1}^D |z_i|^{2+4\frac{i-1}{D-1}}. \quad (\text{B.10})$$

3. Zakharov

$$f_{\text{Zakharov}}(z) = \sum_{i=1}^D z_i^2 + \left(\sum_{i=1}^D 0.5iz_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^D 0.5iz_i\right)^4. \quad (\text{B.11})$$

4. Rosenbrock

$$f_{\text{Rosenbrock}}(z) = \sum_{i=1}^{D-1} \left[100(z_{i+1} - z_i^2)^2 + (z_i - 1)^2 \right]. \quad (\text{B.12})$$

5. Rastrigin

$$f_{\text{Rastrigin}}(z) = \sum_{i=1}^D \left[z_i^2 - 10 \cos(2\pi z_i) + 10 \right]. \quad (\text{B.13})$$

6. Expanded Schaffer's F6

$$f_{\text{SF6}}(u, v) = 0.5 + \frac{\sin^2(\sqrt{u^2 + v^2}) - 0.5}{[1 + 0.001(u^2 + v^2)]^2}. \quad (\text{B.14})$$

$$f_{\text{ExpSF6}}(z) = \sum_{i=1}^{D-1} f_{\text{SF6}}(z_i, z_{i+1}) + f_{\text{SF6}}(z_D, z_1). \quad (\text{B.15})$$

7. Lunacek bi-Rastrigin

$$\begin{aligned} f_{\text{Lunacek}}(z) = \min & \left\{ \sum_{i=1}^D (z_i - \mu_1)^2, dD + s \sum_{i=1}^D (z_i - \mu_2)^2 \right\} \\ & + 10 \sum_{i=1}^D [1 - \cos(2\pi(z_i - \mu_1))]. \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

8. Non-Continuous Rastrigin

$$\hat{z}_i = \begin{cases} \text{round}(2z_i)/2, & \text{se } |z_i| > 0.5, \\ z_i, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (\text{B.17})$$

$$f_{\text{NC-Rastrigin}}(z) = \sum_{i=1}^D [\hat{z}_i^2 - 10 \cos(2\pi\hat{z}_i) + 10]. \quad (\text{B.18})$$

9. Levy

$$w_i = 1 + \frac{z_i - 1}{4}, \quad (\text{B.19})$$

$$\begin{aligned} f_{\text{Levy}}(z) = & \sin^2(\pi w_1) + \sum_{i=1}^{D-1} (w_i - 1)^2 [1 + 10 \sin^2(\pi w_i + 1)] \\ & + (w_D - 1)^2 [1 + \sin^2(2\pi w_D)]. \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

10. Schwefel

$$f_{\text{Schwefel}}(z) = 418.9829D - \sum_{i=1}^D z_i \sin \left(\sqrt{|z_i|} \right). \quad (\text{B.21})$$

B.3 Lista das funções CEC2017

A Tabela 13 resume as 29 funções do conjunto CEC2017, indicando o tipo, o identificador e o valor ótimo (bias) f_{opt} .

O intervalo de busca padrão para todas as funções é $\Omega = [-100, 100]^D$, salvo indicação contrária no relatório oficial. Os vetores de deslocamento o , as matrizes de rotação M , as partições de dimensões das funções híbridas e os detalhes de cada composição devem ser obtidos diretamente dos arquivos de definição do CEC2017, de modo a garantir reproduzibilidade com a competição original.

Tabela 13 – Funções de benchmark CEC 2017 para otimização real de parâmetro único e com restrição de limites.

Tipo	Id	Função	f_{opt}
Unimodal	F1	Shifted and Rotated Bent Cigar Function	100
Unimodal	F2	Shifted and Rotated Sum of Different Power Function	200
Unimodal	F3	Shifted and Rotated Zakharov Function	300
Multimodal	F4	Shifted and Rotated Rosenbrock's Function	400
Multimodal	F5	Shifted and Rotated Rastrigin's Function	500
Multimodal	F6	Shifted and Rotated Expanded Schaffer's F6 Function	600
Multimodal	F7	Shifted and Rotated Lunacek bi-Rastrigin Function	700
Multimodal	F8	Shifted and Rotated Non-Continuous Rastrigin's Function	800
Multimodal	F9	Shifted and Rotated Levy Function	900
Multimodal	F10	Shifted and Rotated Schwefel's Function	1000
Hybrid	F11	Hybrid Function 1 ($N = 3$)	1100
Hybrid	F12	Hybrid Function 2 ($N = 3$)	1200
Hybrid	F13	Hybrid Function 3 ($N = 3$)	1300
Hybrid	F14	Hybrid Function 4 ($N = 4$)	1400
Hybrid	F15	Hybrid Function 5 ($N = 4$)	1500
Hybrid	F16	Hybrid Function 6 ($N = 4$)	1600
Hybrid	F17	Hybrid Function 6 ($N = 5$)	1700
Hybrid	F18	Hybrid Function 6 ($N = 5$)	1800
Hybrid	F19	Hybrid Function 6 ($N = 5$)	1900
Hybrid	F20	Hybrid Function 6 ($N = 6$)	2000
Composition	F21	Composition Function 1 ($N = 3$)	2100
Composition	F22	Composition Function 2 ($N = 3$)	2200
Composition	F23	Composition Function 3 ($N = 4$)	2300
Composition	F24	Composition Function 4 ($N = 4$)	2400
Composition	F25	Composition Function 5 ($N = 5$)	2500
Composition	F26	Composition Function 6 ($N = 5$)	2600
Composition	F27	Composition Function 7 ($N = 6$)	2700
Composition	F28	Composition Function 8 ($N = 6$)	2800
Composition	F29	Composition Function 9 ($N = 3$)	2900