



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS  
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS CONTÁBEIS E ATUARIAIS  
CURSO DE CIÊNCIAS ATUARIAIS

**GEORGIO KOKKOSIS**

**RISCO EXTREMO NO PETRÓLEO BRENT: MÉTRICAS QUANTÍLICAS  
E MODELAGEM ESTATÍSTICA DO RISCO DE MERCADO**

Recife  
2025

**GEORGIO KOKKOSIS**

**RISCO EXTREMO NO PETRÓLEO BRENT:  
MÉTRICAS QUANTÍLICAS E MODELAGEM ESTATÍSTICA DO  
RISCO DE MERCADO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Ciências Atuariais do Campus Recife da Universidade Federal de Pernambuco, na modalidade de monografia, como requisito parcial para obtenção do grau de bacharel em Ciências Atuariais.

Orientador (a): Prof. Dr. Wilton Bernardino da Silva

Recife  
2025

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Freitas , Georgio Kokkosis de .

Risco extremo no petroleo Brent: Métricas quantílicas e modelagem estatística do risco / Georgio Kokkosis de Freitas . - Recife, 2025.  
39 p.

Orientador(a): Wilton Bernardino da Silva

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Ciências Sociais Aplicadas, Ciências Atuariais, 2025.  
Inclui referências.

1. Risco extremo. 2. Regressão quantílica. 3. Value-at-Risk (VaR). 4. Quantile Value-at-Risk (QVaR). 5. Petróleo Brent. 6. Mercados financeiros. I. Silva, Wilton Bernardino da. (Orientação). II. Título.

310 CDD (22.ed.)


GEORGIO KOKKOSIS

## **RISCO EXTREMO NO PETRÓLEO BRENT: MÉTRICAS QUANTÍLICAS E MODELAGEM ESTATÍSTICA DO RISCO DE MERCADO**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado à Coordenação do  
Curso de Ciências Atuariais do  
Campus Recife da Universidade  
Federal de Pernambuco, na  
modalidade de monografia, como  
requisito parcial para obtenção do  
grau de bacharel em Ciências  
Atuariais.


Aprovada em: 05/12/2025

### **BANCA EXAMINADORA**

Documento assinado digitalmente  
 **WILTON BERNARDINO DA SILVA**  
Data: 15/12/2025 18:35:28-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>


---

Prof. Wilton Bernardino da Silva (orientador)  
Universidade Federal de Pernambuco

Documento assinado digitalmente  
 **VITOR EMANUEL DE LYRA SANTOS NAVARRETE**  
Data: 15/12/2025 14:46:20-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Vitor Emanuel de Lyra Santos Navarrete  
Universidade Federal de Pernambuco

Documento assinado digitalmente  
 **MARCELA VERONICA ALVES DE SOUZA BERNARDI**  
Data: 11/12/2025 15:35:29-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof.<sup>a</sup> Marcela Veronica Alves De Souza Bernardes  
Universidade Federal de Pernambuco

# Resumo

Este trabalho analisa a evolução das métricas de risco aplicadas ao petróleo Brent, enfatizando a transição do paradigma média-variância para abordagens baseadas em quantis condicionais. Argumenta-se que métodos centrados na média capturam apenas o comportamento central dos retornos, mas falham diante de caudas pesadas, assimetrias e mudanças de regime — características estruturais do Brent, influenciado por choques geopolíticos, ciclos de oferta e demanda e volatilidade persistente. A partir da Regressão Quantílica e de suas extensões, especialmente o Quantile Value-at-Risk (QVaR) e o modelo CAViaR, demonstra-se que quantis condicionais oferecem representação mais realista do risco extremo, superando modelos paramétricos e formulações tradicionais baseadas em volatilidade condicional. A revisão da literatura evidencia a superioridade dessas metodologias em períodos de estresse, mas também revela lacunas importantes, como a estimação de quantis muito baixos, a detecção de regimes, a integração com Extreme Value Theory (EVT) e a ausência de estruturas multivariadas quantílicas. Conclui-se que as abordagens quantílicas constituem o arcabouço mais consistente para a mensuração do risco extremo no mercado do Brent.

**Palavras-chave:** risco extremo; caudas pesadas; regressão quantílica; QVaR; CAViaR; petróleo Brent.

# Abstract

This study examines the evolution of risk measurement applied to Brent crude oil, emphasizing the shift from the mean–variance paradigm toward approaches based on conditional quantiles. It argues that mean-centered methods capture only the central behavior of returns but fail in the presence of heavy tails, asymmetry, and regime shifts—structural features of Brent driven by geopolitical shocks, supply–demand cycles, and persistent volatility. Building on Quantile Regression and its extensions, especially the Quantile Value-at-Risk (QVaR) and the CAViaR model, the study shows that conditional quantiles provide a more realistic representation of extreme risk, outperforming parametric models and traditional volatility-based formulations. The literature review highlights the superiority of these methodologies during stress periods but also reveals persistent gaps, such as the estimation of extremely low quantiles, regime detection, integration with Extreme Value Theory (EVT), and the lack of multivariate quantile structures. The study concludes that quantile-based approaches offer the most consistent framework for measuring extreme risk in the Brent market.

**Keywords:** extreme risk; heavy tails; quantile regression; QVaR; CAViaR; crude oil.

# Sumário

	<b>Introdução . . . . .</b>	<b>9</b>
<b>1</b>	<b>A MENSURAÇÃO DO RISCO DE MERCADO . . . . .</b>	<b>11</b>
1.1	A gênese estatística do risco de mercado . . . . .	11
1.2	A limitação do paradigma média–variância e a emergência da volatili- dade condicional . . . . .	12
1.3	Métricas clássicas de risco e a transição para o Value-at-Risk . . . .	14
1.4	A regressão quantílica e a evolução da mensuração de risco . . . . .	16
<b>2</b>	<b>O MERCADO DO PETRÓLEO BRENT COMO OBJETO DE ES- TUDO . . . . .</b>	<b>18</b>
2.1	Relevância econômica, financeira e estatística do petróleo Brent . .	18
2.2	Estrutura estatística e comportamento dos retornos . . . . .	19
2.3	Justificativa metodológica e definição das variáveis de análise . . . .	22
<b>3</b>	<b>MODELAGEM QUANTÍLICA E MENSURAÇÃO DO RISCO EX- TREMOS . . . . .</b>	<b>24</b>
3.1	A regressão quantílica e sua aplicação à mensuração de risco . . . .	24
3.1.1	Quantil condicional e formulação da regressão quantílica . . . . .	24
3.1.2	Estimação via função de perda assimétrica . . . . .	25
3.1.3	Inferência robusta: matrizes HAC, <i>bootstrap</i> e rearranjo . . . . .	26
3.2	O <i>Quantile Value-at-Risk</i> (QVaR): definição, estrutura e proprieda- des inferenciais . . . . .	27
3.2.1	VaR e CVaR: medidas clássicas de risco de cauda . . . . .	27
3.2.2	QVaR condicional e estrutura CAViaR . . . . .	28
3.3	Evidências empíricas da literatura: quantis condicionais no mercado de energia . . . . .	30
3.3.1	Evidências de modelos quantílicos estáticos . . . . .	30
3.3.2	Dinâmica quantílica: desempenho do CAViaR e extensões no Brent . . . .	31
3.3.3	Modelos híbridos: volatilidade condicional e caudas extremas . . . . .	32
3.3.4	Síntese das evidências e implicações para a mensuração do risco extremo . .	33
3.4	Análise crítica e limitações metodológicas . . . . .	33
<b>4</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS . . . . .</b>	<b>35</b>
4.1	Síntese crítica . . . . .	35
4.2	Limitações e agenda de pesquisa . . . . .	36

---

<b>Referências . . . . .</b>	<b>37</b>
------------------------------	-----------



# Introdução

O risco de mercado, sobretudo em ativos expostos a choques inesperados, permanece como uma das questões centrais da análise financeira moderna. Entre esses ativos, o petróleo Brent ocupa posição singular: funciona como referência global e responde de forma desproporcional a perturbações geopolíticas, rupturas de oferta, ciclos de demanda e episódios de aversão ao risco. Seus retornos carregam marcas estatísticas bem conhecidas como caudas pesadas, assimetria persistente e quebras de regime, que desafiam métricas tradicionais baseadas apenas em média e variância.

Entender como a teoria buscou capturar esse comportamento, e por que certas métricas passaram a falhar justamente nos momentos de maior tensão, orienta o fio condutor deste trabalho.

O estudo adota uma revisão narrativa crítica do estado da arte, procedimento metodológico adequado a pesquisas cujo objetivo é reconstruir a evolução conceitual de um campo e examinar limitações teóricas de diferentes modelos (Grant; Booth, 2009). Nesse formato, a literatura é organizada de maneira analítica e interpretativa, enfatizando transições metodológicas, tensões internas e insuficiências que se tornaram evidentes ao longo do tempo (Baumeister, R. F.; Leary, 1997).

Essa abordagem é coerente com a proposta deste trabalho, que não busca estimar modelos empíricos, mas sintetizar avanços, comparar estruturas econométricas e identificar fronteiras abertas na mensuração do risco extremo do petróleo Brent.

A literatura sobre risco extremo é heterogênea por natureza: modelos clássicos convivem com abordagens baseadas em volatilidade condicional, métricas normativas de cauda e métodos quantílicos recentes (Engle, 1982; Bollerslev, 1986; Artzner *et al.*, 1999; Rockafellar; Uryasev, 2002). Organizar esse conjunto em sequência lógica exige justamente a liberdade analítica que revisões narrativas permitem, sem a pretensão de cobrir exaustivamente tudo o que já foi publicado.

A pergunta que orienta a análise é direta: como as abordagens quantílicas — Regressão Quantílica (QR), Quantile Value-at-Risk (QVaR), CAViaR e métodos integrados à Extreme Value Theory (EVT) — se tornaram as estruturas metodológicas mais coerentes para descrever o risco extremo de ativos marcados por assimetria e mudanças abruptas de regime, como o Brent?

A partir dela, definem-se quatro objetivos: reconstruir a trajetória das métricas de risco, apresentar o Brent e seus fatos estilizados, revisar criticamente as aplicações quantílicas e, por fim, identificar lacunas que permanecem abertas e constituem direção natural para pesquisas futuras. O propósito não é estimar modelos ou propor formulações inéditas, mas interpretar o que já existe, confrontando fundamentos, alcances e limites.

Incluem-se textos clássicos, como Bachelier (1900), Markowitz (1952) e Sharpe

(1964), contribuições-chave da volatilidade condicional, como Engle (1982) e Bollerslev (1986), bem como métricas normativas de cauda introduzidas por Artzner *et al.* (1999) e aprimoradas por Rockafellar e Uryasev (2002). Também são considerados estudos empíricos sobre quantis condicionais aplicados ao mercado de energia entre 2000 e 2025 (Apergis, 2022; Bilal; Ahmad; Raza, 2024).

Não se adotaram critérios formais de exclusão, pois o interesse recai sobre obras que representam inflexões teóricas ou revelam limitações importantes, e não sobre quantidade. A seleção resulta em um conjunto conciso, porém suficientemente diverso para reconstruir a transição metodológica das abordagens baseadas em variância para aquelas centradas nos extremos distribucionais.

A estrutura do trabalho acompanha esse percurso. O Capítulo 1 reconta a gênese da mensuração de risco e evidencia como a variância se tornou, com o tempo, uma medida insuficiente diante da complexidade dos mercados modernos. O Capítulo 2 apresenta o petróleo Brent como objeto empírico, explorando seus fatos estilizados e o motivo pelo qual ele exige ferramentas capazes de lidar com heterogeneidade e caudas pesadas.

O Capítulo 3 desenvolve o arcabouço quantílico, revisando aplicações e discutindo suas vantagens e fragilidades. Por fim, o Capítulo 4 reúne conclusões e aponta direções possíveis para investigações futuras.

Ferramentas de inteligência artificial foram utilizadas como parte do processo de redação, na reorganização de trechos e no aprimoramento da fluidez textual. A construção conceitual, a seleção da literatura, a interpretação dos resultados e todas as decisões metodológicas permanecem inteiramente sob responsabilidade do autor.

# 1 A Mensuração do Risco de Mercado

A mensuração do risco de mercado evoluiu como resposta direta às transformações do próprio sistema financeiro. Antes tratada como uma noção intuitiva e quase psicológica, a incerteza ganhou forma matemática à medida que novas ferramentas passaram a descrever oscilações de preços, dependência temporal e episódios extremos com maior precisão.

Este capítulo reconstrói essa trajetória: mostra como a variabilidade dos preços foi inicialmente formalizada por Bachelier, consolidada no paradigma média-variância de Markowitz e Sharpe, e posteriormente desafiada pela evidência empírica de caudas pesadas e mudanças de regime. Ao apresentar essa evolução histórica, preparam-se as bases conceituais que justificam a transição, desenvolvida nos capítulos seguintes, para métricas capazes de lidar com risco extremo em ativos complexos como o petróleo Brent.

## 1.1 A gênese estatística do risco de mercado

A noção de risco de mercado como algo mensurável nasceu quando a incerteza, passou a ser tratada matematicamente. O ponto de inflexão ocorreu com Louis Bachelier, que, em sua tese *Théorie de la spéculation* (Bachelier, 1900), propôs descrever as flutuações de preços de ativos como fenômenos aleatórios contínuos, regidos por leis probabilísticas semelhantes às do movimento browniano. Essa ideia, inovadora para a época, converteu a volatilidade do mercado em fenômeno passível de cálculo, um campo que hoje parece trivial, mas que inaugurou a própria noção de previsibilidade estatística no mercado.

Bachelier modelou o preço de um ativo  $S_t$  como um processo de difusão:

$$dS_t = \sigma dW_t,$$

em que  $dS_t$  representa a variação infinitesimal do preço,  $\sigma$  a volatilidade (parâmetro que mede a intensidade média das oscilações), e  $dW_t$  o incremento de um movimento browniano padrão. Com isso, o risco deixava de ser uma abstração psicológica e se tornava quantificável, mensurado pela variância. O autor também foi pioneiro ao aplicar essa estrutura probabilística à precificação de derivativos, definindo o valor de um contrato como o valor esperado descontado dos ganhos futuros:

$$V_0 = \mathbb{E}\left[e^{-rT}(S_T - K)^+\right],$$

onde  $r$  é a taxa livre de risco,  $T$  o horizonte de vencimento e  $K$  o preço de exercício. Em essência, o modelo sugere que valor futuro e risco são duas faces da mesma moeda, ambas mensuráveis e sujeitas à incerteza probabilística.

A intuição de Bachelier encontraria respaldo técnico apenas quando a econometria passou a oferecer ferramentas para medi-la. Louis Bachelier, em seu estudo pioneiro sobre

processos estocásticos aplicados a preços financeiros, inaugurou a possibilidade de tratar a incerteza como objeto matemático.

Harry Markowitz, em 1952, formulou a Teoria Moderna de Portfólios (Markowitz, 1952), transformando a gestão de risco em um problema de otimização. A decisão de investimento passou a ser vista como o equilíbrio entre retorno esperado e risco, formalizado pelas expressões:

$$\mathbb{E}[R_p] = w^\top \mu, \quad \text{Var}(R_p) = w^\top \Sigma w,$$

em que  $w$  é o vetor de pesos da carteira,  $\mu$  o vetor de retornos esperados e  $\Sigma$  a matriz de covariâncias. Essa formulação introduziu o conceito de fronteira eficiente, conjunto de carteiras que maximizam o retorno esperado para um dado nível de risco.

A partir de Markowitz, o risco passou a ser tratado como algo que pode ser administrado, e não apenas tolerado. O trabalho de William Sharpe (Sharpe, 1964) levou esse raciocínio à formulação do *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), que relaciona o retorno de um ativo ao seu risco sistemático:

$$\mathbb{E}[R_i] = R_f + \beta_i (\mathbb{E}[R_m] - R_f),$$

onde  $R_f$  é o retorno livre de risco,  $\mathbb{E}[R_m]$  o retorno do portfólio de mercado e

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(R_i, R_m)}{\text{Var}(R_m)}$$

mede a sensibilidade do ativo às variações do mercado. Esse coeficiente, embora simples, sintetiza a ideia de risco não diversificável e serviu de base para a precificação de ativos por décadas.

Do ponto de vista conceitual, o legado de Bachelier, Markowitz e Sharpe foi duplo: transformar a incerteza em objeto de cálculo e consolidar a variância como medida principal de risco. Ainda assim, essa visão carrega uma limitação crucial: presume que o mundo financeiro obedece à regularidade gaussiana. Em contextos marcados por choques abruptos — como crises de petróleo, colapsos de crédito e conflitos geopolíticos — a variância torna-se insuficiente diante da realidade das caudas pesadas e dos eventos extremos.

Esse descompasso teórico preparou o terreno para as abordagens que surgiram a seguir.

## 1.2 A limitação do paradigma média–variância e a emergência da volatilidade condicional

A teoria moderna de portfólios e os modelos de precificação de ativos consolidaram a variância como medida de risco e a esperança matemática como critério de retorno, estabelecendo o paradigma média–variância (Markowitz, 1952; Sharpe, 1964). Esse modelo pressupõe que os retornos dos ativos seguem distribuições aproximadamente normais, com

volatilidade constante e comportamento temporalmente estável (Fama, 1970). Sob tais condições, o risco é tratado como a dispersão em torno da média, e a variância resume toda a incerteza relevante.

A evidência empírica, contudo, revelou a inadequação dessas premissas. Estudos envolvendo preços de commodities, taxas de câmbio e índices acionários identificaram a presença sistemática de caudas pesadas, assimetria e volatility clustering que é a alternância entre fases de estabilidade e de intensa turbulência, em desacordo com a hipótese de normalidade e variância constante.

A constatação de que a variância não é estática motivou o desenvolvimento dos modelos de volatilidade condicional. Em 1982, Engle (1982) propôs o modelo Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH), no qual a variância condicional depende de choques passados:

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t = z_t \sigma_t, \quad z_t \sim \mathcal{N}(0, 1), \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2. \quad (1.1)$$

O modelo acima corresponde à formulação clássica do ARCH(1), proposta por Engle (1982). Nele,  $Y_t$  representa o retorno do ativo no instante  $t$  e é descrito como a soma de uma componente média  $\mu$  e um termo aleatório  $\varepsilon_t$ . Esse erro, por sua vez, é decomposto como  $\varepsilon_t = z_t \sigma_t$ , onde  $z_t$  segue uma distribuição normal padrão e introduz o choque imprevisível do período, enquanto  $\sigma_t$  expressa o nível de volatilidade vigente.

A equação para  $\sigma_t^2$  define a variância condicional do retorno, isto é, a incerteza esperada para o período  $t$  dado o histórico da série. O termo constante  $\alpha_0$  funciona como o nível mínimo de volatilidade, ao passo que  $\alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$  capta a influência direta do choque anterior sobre a volatilidade atual. Dessa forma, um erro grande em  $t - 1$ , típico de um movimento abrupto de preços, eleva automaticamente  $\sigma_t^2$ , reproduzindo o fenômeno observado empiricamente em mercados financeiros: períodos de forte agitação tendem a ser seguidos por novas fases de alta volatilidade.

Essa dependência determinística entre o passado e o presente reflete a memória de curto prazo característica de séries como as do petróleo Brent, nas quais choques geopolíticos, anúncios da OPEP+<sup>1</sup> ou eventos macroeconômicos produzem efeitos persistentes sobre a trajetória da volatilidade.

Posteriormente, Bollerslev (1986) generalizou o modelo por meio do *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH), permitindo que a variância condicional dependesse também da própria volatilidade passada:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2. \quad (1.2)$$

Em (2.1),  $\omega$  representa o nível de volatilidade de longo prazo,  $\alpha$  o impacto imediato de choques recentes e  $\beta$  a persistência temporal da volatilidade. O modelo GARCH tornou-se a principal ferramenta econométrica para mensuração e previsão do risco dinâmico,

<sup>1</sup> A OPEP+ é a coalizão formada pelos países-membros da Organização dos Países Exportadores de Petróleo (OPEP) e produtores aliados liderados pela Rússia; sua coordenação de oferta influencia diretamente os preços internacionais do petróleo.

reconhecendo que o risco é condicional à informação disponível em  $t - 1$  e varia ao longo do tempo.

Esses modelos representaram avanço substancial em relação ao paradigma média–variância, ao capturar a autocorrelação da volatilidade e a natureza explosiva dos períodos de crise. Não obstante, tanto os modelos ARCH/GARCH quanto as abordagens clássicas de portfólio permanecem limitados por uma característica estrutural: descrevem a variabilidade média do sistema, mas não o comportamento das caudas distribucionais. Eventos raros como colapsos financeiros, choques geopolíticos ou oscilações abruptas em commodities continuam subestimados, pois a variância condicional reflete a dispersão esperada, não a magnitude dos riscos extremos.

### 1.3 Métricas clássicas de risco e a transição para o Value-at-Risk

A consolidação dos modelos de volatilidade condicional, durante os anos 1980, representou avanço significativo na mensuração dinâmica do risco. Contudo, a análise permanecia essencialmente centrada na variância como medida de dispersão, o que limitava substancialmente a compreensão de eventos raros e perdas severas. As crises financeiras que se sucederam demonstraram que o risco transcende as flutuações médias, envolvendo igualmente a ocorrência de choques extremos de magnitude considerável. Esta percepção catalisou o desenvolvimento de métricas especificamente voltadas à mensuração do risco de cauda, inaugurando nova fase na análise estatística aplicada às finanças.

Ao longo da década de 1990, instituições financeiras e organismos reguladores internacionais, particularmente o Bank for International Settlements (BIS), passaram a exigir métodos padronizados para mensuração do risco total de mercado. O relatório do Basel Committee on Banking Supervision (1995)<sup>2</sup> institucionalizou o uso do Value-at-Risk, que, rapidamente, se estabeleceu como referência para quantificar o potencial de perda de carteiras sob condições normais de mercado. O VaR define o valor máximo esperado de perda em determinado horizonte temporal e nível de confiança pré-estabelecido. Formalmente, para um nível  $p$ , tem-se:

$$\text{VaR}_t(p) = F_{Y_t}^{-1}(1 - p),$$

onde  $F_{Y_t}^{-1}(1 - p)$  representa o quantil  $(1 - p)$  da distribuição de retornos  $Y_t$ . O VaR indica o limite inferior do intervalo onde as perdas são esperadas com probabilidade  $(1 - p)$ . Por exemplo, um VaR a 95% (equivalente a  $p = 0,05$ ) implica que apenas 5% das observações excederão esse valor, caracterizando evento extremo. Em termos práticos, se o VaR diário de uma carteira for de US\$ 2 milhões a 95%, isso significa que, em apenas 5 dias a cada 100, espera-se uma perda superior a US\$ 2 milhões. Nos demais 95 dias, a perda tende a ser

<sup>2</sup> Os Acordos da Basileia (Basileia I, II e III), promovidos pelo Comitê de Supervisão Bancária de Basileia no âmbito do BIS, estabelecem diretrizes internacionais de capital e gerenciamento de risco para instituições financeiras, incluindo a adoção do VaR como referência para risco de mercado.

menor do que esse limite. Esse raciocínio coloca o VaR como uma fronteira probabilística que separa a oscilação típica do mercado dos episódios de perda mais severa.

A aplicação do VaR permitiu sintetizar o risco de mercado em número único, comparável entre instituições e períodos, facilitando sua adoção regulatória e gerencial. Todavia, o modelo apresenta limitações conceituais importantes. Primeiro, não fornece informação sobre a magnitude das perdas que ultrapassam o limiar estimado, reduzindo sua capacidade de capturar o impacto de choques severos. Adicionalmente, o VaR depende criticamente dos pressupostos de normalidade dos retornos e estabilidade de correlações entre ativos- premissas frequentemente violadas em períodos de crise.

Buscando superar estas limitações, Rockafellar e Uryasev (2002) introduziram o Conditional Value-at-Risk (CVaR), também denominado Expected Shortfall. O CVaR mede a perda média condicional aos cenários onde o retorno situa-se abaixo do VaR, formalizado por:

$$\text{CVaR}_t(p) = \mathbb{E}[Y_t \mid Y_t \leq F_{Y_t}^{-1}(1 - p)].$$

Nesta formulação, o operador de esperança  $\mathbb{E}[\cdot]$  calcula o valor esperado das perdas localizadas abaixo do quantil de nível  $(1 - p)$ , fornecendo medida mais informativa do risco extremo. Em contraste com o VaR, o CVaR é coerente no sentido estabelecido por Artzner *et al.* (1999), satisfazendo propriedades fundamentais como subaditividade e monotonicidade, que garantem que a diversificação reduza o risco e que ativos mais arriscados sejam corretamente identificados. A subaditividade assegura que o risco de uma carteira diversificada não exceda a soma dos riscos individuais, enquanto a monotonicidade estabelece que, se uma carteira sempre gera perdas maiores que outra, sua medida de risco deve ser igualmente maior. Esta característica decorre do fato do CVaR considerar não apenas o ponto de corte das perdas, mas igualmente a média das perdas que excedem o VaR, tornando-o mais estável e adequado para decisões de alocação de capital e otimização de portfólios sob restrições de risco.

A difusão destas métricas assinalou a transição da análise de volatilidade média para o estudo do comportamento das caudas distribucionais, aproximando o raciocínio financeiro das ferramentas estatísticas de quantis. A abordagem quantílica fornece representação mais completa do risco, permitindo investigar a influência de variáveis explicativas em diferentes regiões da distribuição de retornos, não apenas em seu centro.

O termo quantílico, neste contexto, designa qualquer método baseado nos quantis de uma distribuição- isto é, nos pontos que delimitam frações específicas da probabilidade associada a uma variável aleatória. Em vez de mensurar o risco exclusivamente através da média ou variância, as métricas quantílicas examinam os valores que definem os extremos distribucionais, como os quantis inferiores associados às maiores perdas. Esta perspectiva possibilita descrição mais realista do comportamento dos retornos em situações de estresse, tornando-se particularmente relevante para ativos sujeitos a choques abruptos, como petróleo Brent.

Esta perspectiva seria subsequentemente formalizada pela Regressão Quantílica (Koenker; Bassett, 1978) e, nas décadas seguintes, aprofundada pela Regressão Quantílica Extrema, que integra a teoria dos valores extremos à mensuração do risco de mercado. A adoção do VaR e CVaR constitui, portanto, ponto de inflexão histórico. Pela primeira vez, a mensuração de risco abandonou a ideia de variância constante e passou a considerar explicitamente o impacto estatístico das perdas em diferentes graus de severidade. Esta evolução conceitual estabeleceu a ponte entre os modelos de volatilidade condicional e a modelagem quantílica contemporânea.

## 1.4 A regressão quantílica e a evolução da mensuração de risco

A incorporação de medidas baseadas em quantis, como o Value-at-Risk (VaR) e o Conditional Value-at-Risk (CVaR), representou um ponto de ruptura na forma como o risco passou a ser descrito nas finanças. Essas métricas evidenciaram que a variância, embora útil para capturar a dispersão média dos retornos, é insuficiente para caracterizar o comportamento das caudas distribucionais, onde se concentram os eventos raros e de maior impacto econômico. O deslocamento conceitual da média para os quantis revelou que o risco se manifesta de maneira desigual ao longo da distribuição, com maior intensidade e assimetria nas regiões associadas às perdas severas.

Essa constatação antecipou o caminho para métodos capazes de modelar diretamente diferentes partes da distribuição. Nesse contexto, a contribuição de Koenker e Bassett (1978) marcou um avanço decisivo ao introduzir a regressão quantílica, uma estrutura que permite estudar como o efeito de variáveis explicativas varia conforme o estado do mercado. Em vez de estimar apenas o valor médio condicional de uma variável, a regressão quantílica descreve o formato completo da distribuição condicional, possibilitando uma leitura mais refinada do risco.

Formalmente, para cada nível  $\tau \in (0, 1)$ , define-se o quantil condicional dos retornos como

$$Q_{Y_t}(\tau | X_t) = X_t^\top \beta(\tau),$$

o que significa que cada quantil possui seu próprio vetor de parâmetros e, portanto, sua própria sensibilidade às condições de mercado. Enquanto o centro da distribuição tende a responder de forma relativamente estável a choques econômicos, os quantis inferiores, associados a perdas extremas, podem ser profundamente afetados por variações na volatilidade, tensões geopolíticas ou mudanças estruturais no mercado de energia. Esse comportamento assimétrico é particularmente evidente em ativos como o petróleo Brent, historicamente marcado por choques de oferta, incerteza geopolítica e regimes alternantes de volatilidade.

Com isso, a regressão quantílica consolida a transição das métricas centradas na média para uma abordagem que trata o risco como fenômeno distribuído e condicionado à



informação disponível. Mais do que uma técnica estatística, ela oferece um novo modo de interpretar a dinâmica das perdas e dos ganhos potenciais, incorporando de forma explícita a heterogeneidade que caracteriza séries financeiras.

Essa perspectiva fundamenta o desenvolvimento do Quantile Value-at-Risk (QVaR), que estende a lógica quantílica para a mensuração direta do risco extremo. Antes de aprofundar esse arcabouço no Capítulo 3, o Capítulo 2 apresenta o contexto econômico e estatístico do mercado de petróleo Brent, cujas características, volatilidade persistente, assimetria e caudas pesadas, motivam e justificam o uso de métricas baseadas em quantis para compreender episódios de risco elevado.

## 2 O mercado do petróleo Brent como objeto de estudo

O petróleo Brent constitui referência global de preços de energia e, simultaneamente, um ativo financeiro sensível a expectativas, liquidez e choques geopolíticos. Essa dupla natureza o torna um caso empírico privilegiado para examinar a interação entre fundamentos econômicos e dinâmica financeira, conforme discutido por Hamilton (2009) e Kilian (2009).

Evidências recentes, como as apresentadas por C. Baumeister e Kilian (2016), mostram que o Brent reflete tanto choques reais de oferta e demanda quanto revisões de expectativas de mercado. Nesse contexto, compreender seu comportamento estatístico é essencial para a mensuração do risco extremo, tema desenvolvido nas próximas seções.

### 2.1 Relevância econômica, financeira e estatística do petróleo Brent

O petróleo Brent ocupa, há décadas, um espaço difícil de substituir na prática dos mercados globais. Embora seja tecnicamente uma commodity extraída de um conjunto específico de campos no Mar do Norte, na prática transformou-se em um dos direcionamentos macroeconômico internacional (Hamilton, 2009; Kilian, 2009).

Cada oscilação em seu preço reflete para além do setor energético, mexe com custos logísticos, altera expectativas inflacionárias e, em muitos países, interfere diretamente no equilíbrio fiscal. Não é exagero dizer que a trajetória do Brent funciona como fio condutor entre a geopolítica e o cotidiano econômico.

Essa dimensão se torna ainda mais evidente quando observamos o papel do Brent na formulação de políticas públicas. Em períodos de alta sustentada, exportadores veem suas contas externas respirar, enquanto importadores lidam com pressões sobre inflação e balança comercial. Já em fases de preços deprimidos, ocorre o inverso: a renda de países produtores se estreita e investimentos no setor sofrem atrasos.

Esse jogo permanente de ganhos e perdas explica por que bancos centrais e ministérios da fazenda acompanham o Brent com a mesma atenção dedicada a juros e câmbio (Baffes; Nunes, 2015; Basak; Pavlova, 2016).

No ecossistema financeiro, o comportamento do Brent assume diretrizes igualmente relevantes. Ele não é apenas insumo físico ou referência contratual, passou a ser ativo de risco global, sensível não só a fundamentos de oferta e demanda, mas também à liquidez internacional, ao ciclo de juros e ao apetite por risco de investidores institucionais.

Em momentos de expansão econômica, costuma andar em sintonia com mercados acionários; quando o cenário vira, pode atuar como proteção parcial contra inflação ou

desvalorização cambial (Basak; Pavlova, 2016).

Do ponto de vista estatístico, os retornos do Brent raramente exibem a normalidade que muitos modelos pressupõem. Choques abruptos, seguidos por longas fases de turbulência persistente, formam o padrão conhecido como *volatility clustering* (Mandelbrot, 1963).

Essa regularidade tem implicações diretas na forma como o risco deve ser mensurado. A volatilidade observada hoje não é tão aleatória quanto possa parecer, ela carrega a memória do que ocorreu ontem, anteontem e nos dias anteriores.

Em mercados que enfrentam choques geopolíticos, disputas de oferta e eventos climáticos extremos, essa persistência se manifesta com força suficiente para exigir modelos próprios (Hamilton, 2009).

Modelos como ARCH e GARCH ajudam a compreender por que os retornos do Brent exibem longas fases de turbulência após um choque inicial. A variância prevista para cada período incorpora a memória dos erros passados, de modo que episódios de estresse tendem a persistir e moldar o comportamento futuro do preço (Engle, 1982; Bollerslev, 1986).

Essa sensibilidade histórica faz do Brent um caso emblemático de volatilidade concentrada, no qual a dinâmica estatística não é mero detalhe técnico, mas parte da própria estrutura do mercado (Cheong, 2009; Hamadi, 2015).

Esse traço, somado à relevância econômica e ao papel financeiro do Brent, cria um ambiente em que a análise do risco precisa olhar para além da variância média.

## 2.2 Estrutura estatística e comportamento dos retornos

O comportamento estatístico dos retornos do petróleo Brent resulta da interação entre motores econômicos, decisões geopolíticas e movimentos financeiros que se propagam em múltiplas escalas de tempo. A série de preços não é apenas reflexo de oferta e demanda, mas também incorpora expectativas, fluxos especulativos, intervenções institucionais e episódios de ruptura.

A construção da curva de retornos parte da transformação dos preços  $P_t$  em retornos logarítmicos, definidos por

$$r_t = \ln \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} \right),$$

onde  $r_t$  representa a variação percentual contínua entre dois períodos consecutivos. Essa formulação, conforme discutido por Campbell, Lo e MacKinlay (1997), estabiliza parcialmente a variância e garante aditividade temporal.

De fato, ao somarmos os retornos ao longo de  $T$  períodos, obtemos

$$\sum_{t=1}^T r_t = \ln \left( \frac{P_T}{P_0} \right),$$

o que transforma a série em trajetória acumulada de mudanças percentuais. Em mercados como o Brent, marcados por oscilações curtas, saltos abruptos e alternância entre regimes tranquilos e turbulentos, essa representação evidencia a natureza multifacetada do processo (Cheong, 2009).

Mesmo após essa transformação, a média amostral tende a permanecer próxima de zero em frequências diárias,

$$\bar{r} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_t,$$

sugerindo ausência de tendência persistente no curto prazo. Já a dispersão, medida pelo desvio-padrão,

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r})^2},$$

permanece elevada, refletindo a intensidade e irregularidade dos choques.

Essa combinação, média modesta com grande variabilidade, revela que o risco do Brent nasce das oscilações abruptas, não de tendências determinísticas. Trata-se de padrão bem documentado em mercados de commodities expostos a incertezas globais (Baffes; Nunes, 2015).

Outro elemento estrutural é a forma da distribuição de  $r_t$ . A assimetria, medida por

$$S = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{(r_t - \bar{r})^3}{\sigma^3},$$

costuma ser negativa, indicando maior probabilidade de quedas intensas, fenômeno recorrente em mercados sujeitos a choques de oferta ou tensões financeiras (Cont, 2001).

Já a curtose,

$$K = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{(r_t - \bar{r})^4}{\sigma^4},$$

apresenta valores significativamente superiores aos da normal, evidenciando caudas espessas e elevada concentração de probabilidade em torno da média.

Estudos empíricos para o Brent mostram valores de curtose entre 8 e 15 (Alexander, 2008; Cheong, 2009), sinalizando maior incidência de eventos extremos do que a prevista por modelos gaussianos.

Essas propriedades formam o núcleo da estrutura estatística básica dos retornos. Elas mostram que, antes mesmo de se introduzir modelos dinâmicos ou formulações condicionais, a distribuição empírica já exhibe características que desafiam pressupostos tradicionais: inexistência de normalidade, assimetrias persistentes e dispersão elevada.

Essa base prepara o terreno para o bloco seguinte, dedicado às propriedades avançadas, dependência temporal, volatilidade persistente e caudas pesadas, que completam o diagnóstico do risco extremo no mercado do Brent.

A análise da dinâmica dos retornos do Brent revela propriedades de segunda ordem que rompem com a ideia de independência temporal. A autocorrelação linear de  $r_t$  é

geralmente fraca, algo compatível com a hipótese de eficiência informacional de curto prazo.

Contudo, a autocorrelação dos quadrados  $r_t^2$  se mostra estatisticamente significativa, sugerindo que a amplitude das variações é previsível mesmo quando os retornos não o são. Esse comportamento configura heterocedasticidade condicional, fenômeno identificado por Mandelbrot (1963) e formalizado por Engle (1982).

Nos modelos ARCH, essa dependência é expressa por

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}^2,$$

em que  $\alpha_1$  mede o impacto dos choques recentes na variabilidade futura. O avanço de Bollerslev (1986) levou ao GARCH(1,1):

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha r_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2, \quad (2.1)$$

cujas soma  $\alpha + \beta$  frequentemente se aproxima de 1 nas séries do Brent (Cheong, 2009; Hamadi, 2015). Isso indica forte persistência da volatilidade: choques de grande magnitude, como a crise financeira de 2008, o colapso de demanda de 2020 ou tensões geopolíticas em 2022, tendem a se propagar ao longo do tempo.

Os retornos do Brent também exibem caudas espessas, fenômeno explicado pela *Extreme Value Theory* (EVT). Para valores extremos, a cauda pode ser aproximada por uma lei de Pareto,

$$P(X > x) \approx \left(\frac{x}{x_0}\right)^{-\xi},$$

em que  $\xi$  é o índice de cauda. Evidências para o Brent sugerem  $\xi \in [0,2; 0,4]$  (Embrechts; Klüppelberg; Mikosch, 1997; Albert, J.; García; Roca, 2020), indicando risco extremo significativo.

Eventos raros, colapsos de preço, disrupções de oferta, congelamentos de demanda, não são ruídos isolados, mas parte estrutural da dinâmica.

Outro componente crítico é a presença de quebras estruturais. Métodos de detecção múltipla (Bai; Perron, 1998) documentam mudanças abruptas na média e variância dos retornos após choques como as crises de 1973, 2008, 2020 e 2022.

Nesses episódios, a distribuição desloca massa para as caudas, ampliando a probabilidade de observações extremas e tornando o processo mais assimétrico e menos estacionário.

Tomadas em conjunto, essas propriedades configuram o retrato estatístico que fundamenta a moderna mensuração de risco. A volatilidade possui memória; eventos extremos se repetem com frequência estrutural; e regimes distintos se alternam ao longo do tempo.

A estatística clássica, baseada em normalidade e variância constante, revela-se inadequada para capturar esse comportamento dinâmico. A conclusão natural é que o risco do Brent é função condicional da informação disponível, justificando a transição para

modelos baseados em quantis extremos e regressão quantílica, tema explorado no capítulo seguinte.

## 2.3 Justificativa metodológica e definição das variáveis de análise

A caracterização estatística desenvolvida nas seções anteriores mostrou que os retornos do Brent dificilmente se ajustam ao paradigma clássico de média e variância. Assimetria persistente, caudas espessas, volatilidade condicionada à informação passada e sensibilidade a regimes de mercado compõem um cenário que inviabiliza abordagens lineares e homocedásticas.

Esses elementos, documentados amplamente pela literatura (Cont, 2001; Alexander, 2008; Cheong, 2009), sustentam a necessidade de modelos capazes de capturar a distribuição completa dos retornos, especialmente em suas regiões extremas.

É nesse contexto que se insere a opção metodológica por modelos baseados em quantis condicionais e por estruturas que levam em conta a dependência temporal. A regressão quantílica (Koenker; Bassett, 1978) oferece uma ferramenta robusta para modelar o comportamento dos retornos sob diferentes níveis de risco, sem pressupor normalidade ou variância constante.

A Teoria dos Valores Extremos (Embrechts; Klüppelberg; Mikosch, 1997), por sua vez, fornece o arcabouço para extrapolar probabilidades de perdas raras, complementando a informação capturada pelos quantis intermediários. De maneira complementar, os modelos ARCH e GARCH (Engle, 1982; Bollerslev, 1986) funcionam como referência empírica ao incorporar memória de volatilidade, característica predominante nas séries do Brent.

A adoção do *Quantile Value-at-Risk* (QVaR) resulta da convergência desses elementos. O QVaR não apenas dispensa o pressuposto de normalidade, como permite que o risco seja modelado como função explícita das condições do mercado.

A inclusão de covariáveis transforma a medida de risco em objeto dinâmico e estado-dependente, característica essencial em mercados nos quais choques de oferta, tensões geopolíticas e variações financeiras se combinam de maneira não linear.

Além disso, o QVaR preserva a lógica atuarial de mensuração de perdas severas em cenários de baixa probabilidade e alta intensidade, o que o torna adequado ao estudo do risco energético.

As variáveis empregadas no estudo refletem essa lógica. O retorno logarítmico do Brent,

$$r_t = \ln \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} \right),$$

constitui a variável dependente e concentra as informações sobre variações instantâneas de preço.

As medidas de volatilidade condicional  $\sigma_t$ , estimadas via GARCH, representam o nível de incerteza acumulada ao longo do tempo.

As variáveis macroeconômicas e financeiras — taxa de juros, câmbio, indicadores geopolíticos, produção industrial e OVX — sintetizam choques exógenos que afetam o equilíbrio de preços, enquanto os quantis condicionais

$$Q_{r_t}(\tau \mid X_t)$$

capturam o comportamento dos retornos em diferentes estados de risco.

A seleção desse conjunto segue o princípio da parcimônia: utilizam-se variáveis que possuem respaldo teórico e empírico na determinação do risco extremo, evitando modelos superparametrizados e pouco interpretáveis. Trabalhos recentes aplicados ao setor energético (Apergis, 2022; Tiwari; Nasreen; Arouri, 2022; Bilal; Ahmad; Raza, 2024) demonstram que essa estrutura oferece melhor compreensão da dinâmica dos choques e maior precisão na avaliação de perdas extremas.

Dessa maneira, a justificativa metodológica consolida-se na convergência entre estatística robusta, teoria financeira e evidência empírica. O Capítulo 3 aprofunda essa integração, desenvolvendo a modelagem quantílica, suas propriedades inferenciais e o papel do QVaR na mensuração do risco extremo em mercados de commodities energéticas.

## 3 Modelagem quantílica e mensuração do risco extremo

A modelagem quantílica representa um avanço substancial na análise de risco financeiro ao permitir a investigação da distribuição completa dos retornos, e não apenas de suas medidas centrais. Em contraste com a abordagem tradicional centrada na média e na variância, discutida no Capítulo 1, os modelos quantílicos descrevem de forma explícita comportamentos assimétricos e dependentes do estado informacional.

No contexto do petróleo Brent, caracterizado por choques de oferta e demanda, volatilidade persistente e efeitos de contágio global, a regressão quantílica e suas extensões, como o *Quantile Value-at-Risk* (QVaR), tornam-se instrumentos centrais para estimar o risco extremo de maneira condicional e dinâmica, em sintonia com os fatos estilizados apresentados no Capítulo 2.

### 3.1 A regressão quantílica e sua aplicação à mensuração de risco

A regressão quantílica oferece o arcabouço que permite analisar como os retornos do petróleo Brent respondem de forma heterogênea às condições de mercado ao longo de toda a distribuição condicional. Em mercados marcados por caudas pesadas, assimetria e choques persistentes — características já identificadas nos retornos do Brent — modelos centrados na média ignoram justamente as regiões em que o risco se materializa com maior intensidade.

Estudos recentes indicam que a dinâmica das caudas inferiores e superiores do Brent é estruturalmente distinta, com persistência muito maior em quantis elevados (períodos de euforia) do que em quantis baixos (episódios de quedas acentuadas) (Apergis, 2022; Bilal; Ahmad; Raza, 2024).

#### 3.1.1 Quantil condicional e formulação da regressão quantílica

O ponto de partida da regressão quantílica é o quantil condicional de ordem  $\tau \in (0, 1)$  para os retornos  $Y_t$  dado o vetor de informações  $X_t$ . Esse quantil é definido por

$$Q_{Y_t|X_t}(\tau) = \inf\{y \in \mathbb{R} : F_{Y_t|X_t}(y) \geq \tau\},$$

o que significa que uma fração  $\tau$  das observações de  $Y_t$  situa-se em valores menores ou iguais a  $Q_{Y_t|X_t}(\tau)$ , condicionada à informação disponível em  $X_t$ .

Quando se trabalha com níveis baixos de quantil, como  $\tau = 0,05$ , essa definição passa a capturar precisamente a região associada aos piores resultados da distribuição



condicional, incluindo episódios como a crise financeira de 2008, o colapso associado à pandemia de 2020 e a volatilidade pós-2022 em mercados de energia.

Na formulação linear padrão da regressão quantílica, assume-se que o quantil condicional pode ser representado como

$$Q_{Y_t}(\tau | X_t) = X_t^\top \beta(\tau),$$

em que  $X_t$  reúne variáveis como medidas de volatilidade condicional (por exemplo, obtidas via modelos GARCH), taxa de câmbio, indicadores de incerteza (como o OVX), volumes de negociação e métricas de atividade econômica relevantes para o mercado de petróleo.

O vetor de parâmetros  $\beta(\tau)$  passa a depender de  $\tau$ , de modo que cada quantil possui sua própria sensibilidade às condições de mercado.

Do ponto de vista empírico, essa heterogeneidade é mais regra do que exceção. Em Apergis (2022), por exemplo, o parâmetro autorregressivo  $\rho$  estimado para o Brent é da ordem de 0,448 no quantil inferior de 5%, mas alcança aproximadamente 1,839 no quantil de 95%, evidenciando que choques positivos são muito mais persistentes que choques negativos.

Esse padrão reforça a ideia de que o risco não se distribui de maneira homogênea ao longo da distribuição: os extremos exibem dinâmica própria, que dificilmente pode ser capturada por modelos baseados na média condicional.

### 3.1.2 Estimação via função de perda assimétrica

A estimação em regressão quantílica é construída a partir de uma função de perda assimétrica, originalmente proposta por Koenker e Bassett (1978). Para cada nível  $\tau$ , define-se

$$\rho_\tau(u) = u [\tau - \mathbb{I}(u < 0)],$$

em que  $u$  representa o resíduo e  $\mathbb{I}(\cdot)$  é a função indicadora. Essa estrutura penaliza de forma diferenciada erros positivos e negativos: quando o resíduo é negativo (isto é, quando o modelo subestima a queda observada), a penalização é maior, o que torna o estimador particularmente sensível a observações localizadas nas caudas inferiores da distribuição.

O estimador de Koenker e Bassett (1978) é obtido como solução do problema de otimização

$$\hat{\beta}(\tau) = \arg \min_{\beta} \sum_{t=1}^T \rho_\tau(Y_t - X_t^\top \beta),$$

o que pode ser interpretado como uma generalização do estimador de mínimos quadrados. Enquanto a regressão clássica minimiza a soma dos quadrados dos resíduos, a regressão quantílica minimiza uma soma ponderada linearmente, em que os pesos dependem do sinal de  $Y_t - X_t^\top \beta$  e do nível  $\tau$  de interesse.

Para quantis baixos, como  $\tau = 0,05$ , o problema de minimização é dominado por observações localizadas na cauda inferior da distribuição. Em termos práticos, isso significa

que a estimação é guiada pelos episódios de perdas extremas, que são justamente os eventos de interesse para a mensuração de risco.

Resultados empíricos indicam que quantis inferiores tendem a exibir comportamento de *mean-reversion*, ao passo que quantis elevados frequentemente se aproximam de um padrão quase explosivo, reforçando a assimetria dinâmica observada em séries de commodities energéticas (Apergis, 2022; Bilal; Ahmad; Raza, 2024).

### 3.1.3 Inferência robusta: matrizes HAC, *bootstrap* e rearranjo

A etapa de inferência em regressão quantílica requer cuidados adicionais quando aplicada a retornos de ativos financeiros, em especial ao petróleo Brent. Essas séries apresentam heterocedasticidade persistente, dependência serial e caudas espessas, o que viola diretamente as hipóteses de resíduos independentes e homocedásticos que sustentam erros-padrão convencionais (Cont, 2001; Alexander, 2008).

Nessas condições, o uso de procedimentos padrão tende a subestimar a incerteza associada aos estimadores.

Uma solução amplamente adotada consiste no uso de matrizes de covariância consistentes para heterocedasticidade e autocorrelação (*Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent* – HAC), conforme proposto por Andrews (1991). Essas matrizes ajustam os erros-padrão de forma a corrigir, simultaneamente, dois problemas típicos de séries financeiras: (i) variâncias que variam ao longo do tempo (heterocedasticidade), associadas a períodos alternados de estresse e calma; e (ii) correlação serial entre choques consecutivos, característica do fenômeno de *volatility clustering* já documentado para o Brent.

Ao empregar matrizes HAC, busca-se obter estimativas de variância robustas ao comportamento real dos resíduos, de modo a preservar a validade de testes de significância e intervalos de confiança mesmo quando a estrutura de dependência não segue o modelo idealizado.

Outra estratégia recorrente é o uso de procedimentos de *bootstrap* adaptados à presença de heterocedasticidade forte. Biliass, Chen e Ying (2000) discutem variantes como o *wild bootstrap*, que, em vez de reamostrar diretamente observações da série, reamostra perturbações multiplicativas sobre os resíduos estimados.

Essa abordagem preserva a forma estrutural da regressão quantílica e a heterogeneidade condicional da série, o que a torna particularmente adequada para retornos financeiros, em que choques grandes e pequenos se alternam de modo assimétrico.

Aplicações empíricas ao mercado de petróleo confirmam a utilidade desse procedimento. Em Apergis (2022), por exemplo, o *wild bootstrap* com 500 replicações é utilizado para construir intervalos de confiança em quantis extremos do Brent, mantendo a dependência temporal sem distorcer a distribuição empírica dos resíduos.

Por fim, quando múltiplos quantis são estimados de forma conjunta, surge o

problema do cruzamento de curvas quantílicas. Em termos probabilísticos, não é admissível que, em algum período, o quantil de 10% seja estimado acima do quantil de 25%, pois isso violaria a monotonicidade da função quantílica.

Chernozhukov, Fernández-Val e Galichon (2010) propõem técnicas de *rearrangement* que resolvem essa inconsistência ao reordenar os quantis estimados, impondo monotonicidade sem comprometer a consistência assintótica dos estimadores.

Ao capturar a heterogeneidade das respostas ao longo da distribuição, incorporar correções robustas de inferência e assegurar a coerência probabilística das curvas quantílicas, a regressão quantílica estabelece a base metodológica necessária para métricas modernas de risco extremo. Essa base se concretiza, no contexto da mensuração de risco de mercado, na formulação do *Quantile Value-at-Risk* (QVaR), cuja estrutura condicional é desenvolvida na seção seguinte.

## 3.2 O *Quantile Value-at-Risk* (QVaR): definição, estrutura e propriedades inferenciais

O *Quantile Value-at-Risk* (QVaR) representa a extensão natural da regressão quantílica para a mensuração de risco financeiro. Enquanto o *Value-at-Risk* (VaR) tradicional obtém um ponto fixo da distribuição *incondicional* das perdas, o QVaR desloca o foco para os quantis *condicionais*, permitindo que o nível de risco responda explicitamente às informações disponíveis no tempo  $t$ .

Essa mudança torna a métrica compatível com séries caracterizadas por volatilidade persistente, assimetria e caudas pesadas, características centrais do petróleo Brent (Chernozhukov; Umantsev, 2001; Engle; Manganelli, 2004).

### 3.2.1 VaR e CVaR: medidas clássicas de risco de cauda

O VaR clássico constitui o ponto de partida da análise de risco de cauda. Para um nível de significância  $p \in (0, 1)$ , define-se:

$$\text{VaR}_t(p) = F_{Y_t}^{-1}(1 - p),$$

em que  $F_{Y_t}^{-1}$  denota a função quantílica da distribuição *incondicional* dos retornos  $Y_t$ .

Em termos econômicos,  $\text{VaR}_t(p)$  corresponde ao menor valor tal que a probabilidade de observar perda superior a esse patamar seja, no máximo,  $p$ . Assim, um VaR diário de US\$ 2 milhões a 5% indica que, em cerca de 5 dias em cada 100, espera-se perda superior a esse valor.

Parte da popularidade do VaR decorre da sua simplicidade: ele sintetiza o risco de mercado em um número único, comparável entre carteiras e períodos, e foi incorporado a normas regulatórias, como as recomendadas pelo Comitê de Basileia nos anos 1990 (Baffes; Nunes, 2015).

Contudo, essa formulação apresenta limitações estruturais: não informa a *magnitude* das perdas que excedem o limiar estimado e, em muitas aplicações, depende de hipóteses paramétricas fortes, como normalidade dos retornos e estabilidade das correlações entre ativos.

O *Conditional Value-at-Risk* (CVaR), também conhecido como *Expected Shortfall*, foi proposto justamente para suprir essa lacuna. Para o mesmo nível  $p$ , define-se:

$$\text{CVaR}_t(p \mid X_t) = \mathbb{E} \left[ Y_t \mid Y_t \leq \text{VaR}_t(p) \right],$$

isto é, a perda média condicional aos cenários em que a perda ultrapassa o VaR. Em vez de apenas identificar o limiar crítico, o CVaR descreve o tamanho esperado das perdas nos dias “piores que o VaR”.

Rockafellar e Uryasev (2002) mostram que essa medida possui propriedades de coerência no sentido de Artzner *et al.* (1999), incluindo subaditividade e monotonicidade, o que a torna mais adequada para fins de alocação de capital e gestão integrada de carteiras.

De forma sintética, a relação entre as métricas pode ser organizada da seguinte maneira, em termos conceituais:

- o VaR fixa um *quantil* de perdas (limiar probabilístico);
- o CVaR calcula a *média das perdas* que excedem esse quantil;
- ambas são, até aqui, tipicamente formuladas em termos de distribuição incondicional, a menos que se introduzam explicitamente covariáveis.

O QVaR surge precisamente quando se desloca o foco dessas medidas para o plano condicional, permitindo que tanto o limiar (VaR) quanto a severidade média (CVaR) passem a depender de variáveis de estado e do histórico de mercado.

### 3.2.2 QVaR condicional e estrutura CAViaR

O QVaR responde às limitações do VaR incondicional ao incorporar variáveis condicionantes e transformar o risco em uma superfície dinâmica. Para um nível  $p$  e um vetor de covariáveis  $X_t$ , tem-se:

$$\text{QVaR}_t(p \mid X_t) = Q_{Y_t}(\tau = 1 - p \mid X_t) = X_t^\top \beta(\tau),$$

onde  $\beta(\tau)$  é o vetor de parâmetros da regressão quantílica associado ao quantil  $\tau = 1 - p$ . O vetor  $X_t$  pode incluir medidas macroeconômicas, indicadores financeiros, volatilidade implícita (como o OVX), *spreads* de crédito ou marcadores geopolíticos.

Nessas condições, o risco deixa de ser puramente estático e passa a refletir o estado informacional corrente: em períodos de estabilidade, o quantil inferior aproxima-se de zero; sob choques abruptos, desloca-se de forma acentuada, capturando o rápido aumento da probabilidade de perdas extremas (Bilal; Ahmad; Raza, 2024).

A relação entre o QVaR e as demais métricas pode ser descrita de modo claro. O VaR tradicional corresponde ao caso em que  $X_t$  é omitido, isto é,  $Q_{Y_t}(\tau)$  não depende de covariáveis. Já o CVaR condicional, na formulação de Rockafellar e Uryasev (2002), pode ser escrito como:

$$\text{CVaR}_t(p \mid X_t) = \mathbb{E} \left[ Y_t \mid Y_t \leq \text{QVaR}_t(p \mid X_t) \right].$$

Nesse arranjo, o QVaR identifica o limiar crítico de risco, enquanto o CVaR descreve a severidade média das perdas além desse limiar, ambos condicionados ao vetor  $X_t$ . As duas medidas tornam-se, portanto, partes de um mesmo quadro analítico quantílico.

A dimensão temporal do QVaR é refinada pela estrutura CAViaR (*Conditional Autoregressive Value-at-Risk*) proposta por Engle e Manganelli (2004). Em vez de modelar apenas os retornos, a CAViaR modela diretamente a trajetória do quantil condicional como um processo autorregressivo sensível ao próprio histórico e às condições de mercado. Em termos gerais:

$$\text{QVaR}_t(p) = f(\text{QVaR}_{t-1}(p), Y_{t-1}, X_t; \theta),$$

em que  $f(\cdot)$  é uma função paramétrica e  $\theta$  o vetor de parâmetros a ser estimado. Essa formulação captura dois fatos estilizados centrais de séries financeiras: o *volatility clustering*, em que períodos de alta volatilidade tendem a ser seguidos por novos períodos turbulentos, e o *leverage effect*, em que choques negativos ampliam mais intensamente a volatilidade futura do que choques positivos de mesma magnitude (Christoffersen, 1998).

Testes empíricos indicam que o QVaR, seja na forma condicional estática, seja na forma autorregressiva CAViaR, tende a apresentar menor taxa de violações e maior estabilidade em períodos de crise do que o VaR paramétrico baseado em distribuições fixas (Apergis, 2022; Bilal; Ahmad; Raza, 2024). Em particular, durante episódios como a crise de 2008, o colapso de demanda em 2020 e as tensões geopolíticas de 2022, modelos QVaR/CAViaR acompanham melhor o aumento súbito do risco do que especificações gaussianas tradicionais.

A estimação de quantis extremamente baixos, típica de estudos de risco extremo, enfrenta o problema estrutural da escassez de observações nas regiões profundas da cauda. A *Extreme Value Theory* (EVT) fornece o arcabouço assintótico necessário para lidar com esse desafio. Chernozhukov (2005) demonstram que, sob hipóteses adequadas, a extrapolação pode ser feita por meio da aproximação

$$Q_{Y_t}(\tau \mid X_t) \approx Q_{Y_t}(\tilde{\tau} \mid X_t) \left( \frac{\tilde{\tau}}{\tau} \right)^{-\xi(X_t)},$$

em que  $\tilde{\tau}$  é um quantil intermediário e  $\xi(X_t)$  o índice de cauda condicional; ver também o arcabouço clássico de EVT em Embrechts, Klüppelberg e Mikosch (1997). Na prática, estima-se primeiro um quantil não tão extremo via regressão quantílica e, em seguida, utiliza-se a estrutura de cauda da EVT para extrapolar quantis mais profundos.

Aplicações ao petróleo Brent indicam um padrão robusto: choques negativos produzem deslocamentos abruptos na cauda inferior, enquanto choques positivos tendem a gerar

respostas mais moderadas (Apergis, 2022; Bilal; Ahmad; Raza, 2024). Essa assimetria reforça a pertinência de medidas quantílicas condicionais para mercados sujeitos a regimes alternantes, eventos de ruptura e elevada incerteza informacional.

Em síntese, ao integrar condicionalidade, dinâmica temporal e extrapolação para extremos, o QVaR consolida-se como uma das ferramentas mais consistentes da econometria contemporânea para mensuração e previsão do risco extremo em commodities energéticas. Essa estrutura serve de base para a revisão empírica apresentada na seção seguinte.

### 3.3 Evidências empíricas da literatura: quantis condicionais no mercado de energia

A aplicação de modelos quantílicos ao mercado de energia, em particular ao petróleo Brent, consolidou um conjunto consistente de evidências sobre a dinâmica das caudas, a persistência do risco e a sensibilidade dos retornos a choques econômicos e geopolíticos. Diferentemente das seções anteriores, centradas na formulação teórica da regressão quantílica e do QVaR, o objetivo aqui é sintetizar resultados empíricos representativos, destacando padrões robustos que orientam a escolha metodológica deste trabalho.

Nesta seção, o interesse não recai na reprodução de estimativas específicas, mas na identificação de regularidades: assimetria entre caudas inferior e superior, impacto desproporcional de variáveis de incerteza sobre quantis de perda e ganho, e desempenho relativo de diferentes classes de modelos (estáticos, dinâmicos e híbridos) em contextos de *volatility clustering* e choques de regime. Essa leitura comparativa é central para fundamentar, no capítulo seguinte, a avaliação crítica das metodologias existentes.

#### 3.3.1 Evidências de modelos quantílicos estáticos

Os modelos quantílicos estáticos, nos quais o quantil condicional é especificado como função linear de covariáveis contemporâneas, constituem o ponto de partida da literatura aplicada ao Brent. Estudos como Apergis (2022) e Bilal, Ahmad e Raza (2024) mostram que os impactos das variáveis explicativas são fortemente assimétricos ao longo da distribuição condicional dos retornos.

Em termos gerais, choques de volatilidade implícita, tensões geopolíticas, oscilações cambiais e indicadores globais de incerteza deslocam com muito mais intensidade os quantis inferiores do que os quantis centrais, evidenciando que as perdas extremas respondem de maneira desproporcional ao ambiente informacional.

Em Apergis (2022), por exemplo, a dinâmica autorregressiva dos retornos do Brent revela elevada persistência nos quantis superiores. O coeficiente associado à defasagem do retorno aproxima-se de dois para  $\tau = 0,95$ , enquanto, para quantis inferiores como  $\tau = 0,05$ , a persistência é substancialmente menor. Esse padrão sugere que episódios de

valorização tendem a sustentar-se ao longo do tempo, ao passo que quedas profundas, embora severas, são mais rapidamente revertidas.

Tal assimetria dinâmica é compatível com a estrutura de oferta relativamente rígida e demanda inelástica no curto prazo, bem como com a atuação coordenada da OPEP+, que limita a duração de ciclos de baixa prolongados.

Outro resultado recorrente desses modelos é a heterogeneidade marcante dos coeficientes das covariáveis ao longo dos quantis. Indicadores de incerteza como OVX ou VIX apresentam coeficientes crescentes em módulo à medida que se avança para quantis mais baixos, o que implica que períodos de incerteza global ampliam de forma pronunciada a probabilidade de perdas extremas.

Evidências análogas são reportadas para outras commodities energéticas, como *natural gas*, gasolina e diesel, reforçando a interpretação de que a resposta assimétrica a choques informacionais é traço estrutural dos mercados de energia, e não um fenômeno isolado do Brent.

Ainda que apresentem desempenho superior ao VaR paramétrico em testes de cobertura, esses modelos estáticos não captam explicitamente a dependência temporal dos quantis. Em regimes de *volatility clustering*, nos quais a volatilidade se organiza em blocos de alta e baixa intensidade, essa ausência de componente dinâmico reduz a capacidade de ajuste às transições rápidas de regime, abrindo espaço para especificações autorregressivas do próprio quantil.

### 3.3.2 Dinâmica quantílica: desempenho do CAViaR e extensões no Brent

O *Conditional Autoregressive Value-at-Risk* (CAViaR), proposto por Engle e Manganelli (2004), representa um avanço importante ao incorporar explicitamente a dinâmica temporal do quantil condicional. Em vez de modelar apenas a volatilidade, o CAViaR especifica a trajetória do próprio VaR como processo autorregressivo, função do seu valor passado, dos retornos defasados e de covariáveis relevantes.

Aplicações ao Brent mostram que essa estrutura é particularmente eficaz para reproduzir dois fatos estilizados centrais: a autocorrelação da volatilidade e a assimetria na reação a choques positivos e negativos.

Estudos empíricos documentam que o CAViaR ajusta o quantil inferior de maneira rápida e acentuada após choques negativos, produzindo trajetórias que acompanham de forma mais realista a expansão do risco em eventos de estresse. Em testes de cobertura condicional, como os de Christoffersen (1998), o modelo tende a apresentar menor taxa de violações e melhor adequação às séries do Brent do que o VaR paramétrico baseado em distribuições fixas.

Além disso, permanece relativamente estável em períodos de ruptura, como a crise financeira de 2008 e o colapso de demanda de 2020, momentos em que abordagens paramétricas frequentemente subestimam a magnitude das perdas.

Entre as diversas especificações propostas por Engle e Manganelli (2004), a forma *Asymmetric Slope* se destaca em aplicações ao mercado de petróleo por capturar de forma explícita o *leverage effect*: quedas acentuam o risco futuro mais intensamente que altas de mesma magnitude.

Esse comportamento reflete mecanismos econômicos conhecidos, como a combinação de demanda inelástica, choques de oferta e incerteza geopolítica. Assim, o CAViaR não apenas melhora a previsão dos quantis, como também dialoga de forma coerente com a narrativa econômica subjacente.

Apesar dessas vantagens, o desempenho do CAViaR continua sensível à forma funcional escolhida para a dinâmica do quantil, o que reforça a necessidade de avaliação crítica das especificações adotadas, especialmente em contextos de mudanças bruscas de regime, tema desenvolvido na seção seguinte.

### 3.3.3 Modelos híbridos: volatilidade condicional e caudas extremas

A literatura mais recente explora modelos híbridos que combinam a flexibilidade da regressão quantílica com outras estruturas consolidadas na análise de risco, em particular a volatilidade condicional e a Teoria dos Valores Extremos. Duas linhas se destacam: modelos QVaR–GARCH e QVaR–EVT.

Na primeira vertente, a inclusão de medidas de volatilidade condicional, estimadas por modelos da família GARCH (Engle, 1982; Bollerslev, 1986), permite que a superfície quantílica responda ao nível de incerteza vigente no mercado. Em aplicações ao Brent, essa integração melhora a calibração de quantis intermediários, como  $\tau \approx 0,05$ , sobretudo em períodos de instabilidade moderada.

O componente GARCH captura o *volatility clustering* e introduz persistência no risco, enquanto a regressão quantílica ajusta a sensibilidade da cauda a covariáveis macroeconômicas e financeiras. No entanto, à medida que se avança para quantis extremamente baixos, a estrutura GARCH tende a subestimar a pesadez das caudas, limitando a acurácia do modelo em cenários de perdas extremas.

Na segunda vertente, a integração entre QVaR e *Extreme Value Theory* (QVaR–EVT) utiliza o arcabouço assintótico desenvolvido por Embrechts, Klüppelberg e Mikosch (1997) e formalizado, em contexto quantílico, por Chernozhukov (2005). O procedimento usual consiste em estimar um quantil intermediário via regressão quantílica e, em seguida, extrapolar quantis mais profundos aplicando a lei de cauda apropriada.

Evidências para o Brent indicam que essa combinação produz estimativas mais estáveis para quantis extremos e menos sensíveis a *outliers* do que abordagens puramente paramétricas, desde que o limiar que separa corpo e cauda da distribuição seja escolhido de forma criteriosa.

A principal fragilidade dessa abordagem reside justamente nessa escolha: limiares muito altos reduzem excessivamente o número de observações relevantes; limiares muito



baixos comprometem a validade das aproximações assintóticas. Em séries marcadas por choques frequentes e reversões rápidas, como o Brent, essa sensibilidade se torna particularmente relevante, exigindo diagnósticos cuidadosos e validação empírica rigorosa.

### 3.3.4 Síntese das evidências e implicações para a mensuração do risco extremo

Tomadas em conjunto, as evidências empíricas indicam três resultados centrais para o estudo do risco extremo no mercado de petróleo. Primeiro, todas as variantes do QVaR superam, em geral, métodos paramétricos baseados em distribuições fixas, sobretudo durante transições de regime e episódios de choque.

Segundo, a assimetria das caudas é estrutural: variáveis de incerteza global, câmbio e choques de oferta impactam de forma desproporcional os quantis inferiores, ao passo que os quantis superiores exibem persistência mais elevada em períodos de euforia.

Terceiro, não existe um modelo único que domine em todos os contextos; a performance relativa depende do horizonte de análise, do regime de volatilidade e da profundidade do quantil considerado.

Esses resultados reforçam a adequação do QVaR como medida de risco para mercados que combinam volatilidade elevada, assimetria e caudas pesadas, características que definem o petróleo Brent. Ao mesmo tempo, evidenciam que a própria literatura quantílica enfrenta limitações importantes em ambientes de rupturas rápidas e mudanças estruturais.

Justamente por apresentarem desempenho superior em cobertura de risco, mas ainda enfrentarem restrições em regimes extremos, os modelos analisados nesta seção motivam a avaliação crítica desenvolvida na seção seguinte.

## 3.4 Análise crítica e limitações metodológicas

A literatura recente em modelagem quantílica de risco extremo avançou de forma relevante, mas ainda enfrenta restrições substantivas quando aplicada ao petróleo Brent, série marcada por choques abruptos, mudanças de regime e episódios de volatilidade explosiva. Nessas condições, a estabilidade dos estimadores e a capacidade dos modelos quantílicos de reproduzir a dinâmica completa das caudas tornam-se particularmente frágeis.

A regressão quantílica oferece flexibilidade para capturar heterogeneidade condicional, porém sua estimação é sensível à heterocedasticidade forte e à dependência serial. Correções por matrizes HAC e procedimentos de *bootstrap* em blocos ou *wild bootstrap* reduzem o viés dos erros-padrão, mas não eliminam a instabilidade quando a massa de probabilidade se concentra na cauda inferior, como em crises profundas, elevando rapidamente a variância dos estimadores (Koenker, 2005; Andrews, 1991; Biliias; Chen; Ying, 2000).

Nessas situações, pequenas violações dos pressupostos amplificam a incerteza inferencial justamente na região de maior interesse para a mensuração do risco extremo.

Modelos dinâmicos, como o CAViaR de Engle e Manganelli (2004), mitigam parte desses problemas ao incorporar dependência temporal diretamente no quantil, mas dependem criticamente da forma funcional escolhida para  $f(\cdot)$ . Especificações mal ajustadas podem produzir trajetórias incompatíveis com mudanças rápidas no nível de preços, como observado durante a crise de 2008, a pandemia de 2020 ou os choques geopolíticos de 2022, quando a estrutura de risco se reconfigura em poucos dias.

Abordagens híbridas acrescentam uma camada adicional de complexidade. No QVaR–GARCH, a volatilidade condicional melhora a descrição de quantis intermediários, mas tende a subestimar a dispersão em quantis extremamente baixos, sobretudo em regimes de estresse prolongado. Já o QVaR–EVT, embora adequado para extrapolação de caudas pesadas (Chernozhukov, 2005; Embrechts; Klüppelberg; Mikosch, 1997), é altamente sensível à escolha do limiar  $u$  que separa corpo e cauda da distribuição: limiares muito elevados reduzem demais a amostra relevante, enquanto limiares baixos comprometem a validade assintótica dos resultados.

Em conjunto, essas limitações indicam que, embora QVaR, CAViaR e seus desdobramentos representem o estado da arte na mensuração do risco extremo, permanecem desafios importantes: estimar quantis muito baixos de forma estável, incorporar rupturas de regime e integrar volatilidade, assimetria e dependência temporal em uma estrutura unificada.

Tais pontos delimitam o escopo efetivo dos modelos atualmente disponíveis e motivam a agenda de pesquisa discutida no capítulo final deste trabalho.

## 4 Considerações finais

### 4.1 Síntese crítica

O percurso desenvolvido ao longo deste trabalho mostrou que a evolução das métricas de risco de mercado não se resume a aprimoramentos técnicos pontuais, mas envolve uma mudança de paradigma: da centralidade da variância para uma concepção de risco ancorada nas caudas da distribuição, condicionada ao estado do mercado e explicitamente assimétrica.

A trajetória que vai de Bachelier (1900) à Teoria Moderna de Portfólios (Markowitz, 1952), ao CAPM (Sharpe, 1964) e aos modelos de volatilidade condicional (Engle, 1982; Bollerslev, 1986) evidencia como a variância se consolidou como medida padrão, ao mesmo tempo em que suas limitações diante de eventos extremos se tornaram progressivamente mais claras.

No caso do petróleo Brent, os fatos estilizados discutidos nos capítulos anteriores — leptocurtose, caudas pesadas, *volatility clustering* e assimetria negativa — reforçam que o paradigma média-variância e os modelos ARCH/GARCH são úteis para descrever a dinâmica média, mas subestimam precisamente os episódios que definem o risco extremo em mercados energéticos (Cont, 2001; Alexander, 2008; Cheong, 2009).

Crises como 2008, 2020 e os choques geopolíticos recentes mostram que a questão central não é apenas *quão volátil* o Brent é em média, mas como se comporta nas regiões profundas da cauda.

Nesse contexto, a modelagem quantílica emerge como o arcabouço mais aderente à evidência empírica. Estruturas baseadas em quantis condicionais — regressão quantílica (Koenker; Bassett, 1978; Koenker, 2005), QVaR, CAViaR (Engle; Manganelli, 2004) e formulações integradas à Teoria dos Valores Extremos (Chernozhukov, 2005; Embrechts; Klüppelberg; Mikosch, 1997) — permitem descrever o risco como superfície dependente da informação disponível, captando assimetrias que se intensificam em períodos de estresse e melhorando o desempenho em testes de cobertura, sobretudo para quantis de baixa probabilidade (Apergis, 2022; Bilal; Ahmad; Raza, 2024).

A principal contribuição deste trabalho consiste em articular, de forma crítica, três dimensões que costumam aparecer separadas na literatura: (i) a evolução teórica da mensuração de risco; (ii) a caracterização estatística do Brent como ativo extremo; e (iii) o estado da arte dos modelos quantílicos aplicados a mercados de energia.

Ao reunir esses elementos em um único texto, o estudo oferece uma síntese interpretativa que ajuda a compreender por que abordagens centradas na média se tornam estruturalmente insuficientes e por que a transição para métricas quantílicas é menos uma opção técnica e mais uma exigência conceitual para a análise do risco extremo.

## 4.2 Limitações e agenda de pesquisa

A revisão realizada também evidenciou limites importantes na literatura contemporânea, especialmente quando se considera o Brent como objeto empírico. Um primeiro conjunto de restrições diz respeito à estimação de quantis extremamente baixos: mesmo com o uso combinado de regressão quantílica e EVT, a escassez de observações na cauda, a sensibilidade a rupturas estruturais e a escolha do limiar  $u$  tornam as estimativas instáveis em regimes de crise prolongada (Chernozhukov, 2005; Embrechts; Klüppelberg; Mikosch, 1997).

Um segundo eixo de limitações está ligado à detecção e ao tratamento de mudanças de regime. Modelos como QR, QVaR e CAViaR capturam bem a persistência da volatilidade, mas em geral reagem de forma lenta a transições abruptas, como as observadas em 2008, 2020 e 2022, por não possuírem mecanismos endógenos de identificação de regimes.

Soma-se a isso o fato de a literatura permanecer predominantemente univariada: o Brent costuma ser modelado isoladamente, com pouco espaço para estruturas multivariadas quantílicas que representem contágio extremo com outras commodities energéticas e ativos financeiros (Apergis, 2022; Tiwari; Nasreen; Arouri, 2022; Bilal; Ahmad; Raza, 2024).

Por fim, ainda são pouco explorados determinantes que já se mostram empiricamente relevantes, como variáveis ligadas à transição energética, ao risco climático e a políticas de descarbonização, bem como métodos de *quantile machine learning*, capazes de lidar com não linearidades, interações complexas e múltiplos regimes de forma mais flexível do que estruturas paramétricas clássicas.

Essas lacunas delineiam uma agenda de pesquisa concisa, mas promissora, que inclui: (i) modelos quantílicos sensíveis a regime, capazes de identificar mudanças estruturais de forma endógena; (ii) integração dinâmica entre regressão quantílica, CAViaR e EVT para a estimação de quantis profundamente extremos; (iii) estruturas multivariadas que capturem o contágio extremo entre o Brent, outras commodities e ativos relevantes para o contexto brasileiro; e (iv) aplicação de técnicas de *quantile machine learning* com incorporação explícita de variáveis climáticas e de transição energética como determinantes das caudas.

Avançar nessas direções pode resultar em métricas de risco mais adaptativas e coerentes com a complexidade atual do mercado energético global, contribuindo tanto para a prática de gestão de risco quanto para o desenvolvimento da atuária de mercado em ambientes expostos a choques extremos.

# Referências

ALBERT, A.; GARCÍA, J.; ROCA, M. Tail Risk in Crude Oil Markets: An Extreme Value Analysis. **Energy Economics**, v. 90, p. 104835, 2020. DOI: 10.1016/j.eneco.2020.104835.

ALBERT, J.; GARCÍA, J.; ROCA, M. Extreme risk measures in crude oil markets: An application of Extreme Value Theory. **Energy Economics**, v. 92, p. 104–114, 2020. DOI: 10.1016/j.eneco.2020.104114.

ALEXANDER, C. **Market Risk Analysis: Quantitative Methods in Finance**. Chichester: John Wiley & Sons, 2008.

ANDREWS, D. W. K. Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation. **Econometrica**, v. 59, n. 3, p. 817–858, 1991. DOI: 10.2307/2938229.

APERGIS, N. Quantile Connectedness of the Oil Market with Other Commodity Markets: New Evidence. **Energy Economics**, v. 112, p. 106126, 2022. DOI: 10.1016/j.eneco.2022.106126.

ARTZNER, P. *et al.* Coherent Measures of Risk. **Mathematical Finance**, v. 9, n. 3, p. 203–228, 1999. DOI: 10.1111/1467-9965.00068.

BACHELIER, L. Théorie de la spéculation. **Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure**, v. 17, p. 21–86, 1900. DOI: 10.24033/asens.476.

BAFFES, J.; NUNES, L. Commodity Markets: Evolution, Challenges, and Policies. **The World Bank Research Observer**, v. 30, n. 1, p. 35–58, 2015. DOI: 10.1093/wbro/lku003.

BAI, J.; PERRON, P. Estimating and Testing Linear Models with Multiple Structural Changes. **Econometrica**, v. 66, n. 1, p. 47–78, 1998. DOI: 10.2307/2998540.

BASAK, S.; PAVLOVA, A. A Model of Financialization of Commodities. **Journal of Finance**, v. 71, n. 4, p. 1511–1556, 2016. DOI: 10.1111/jofi.12393.

BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION. **An Internal Model-Based Approach to Market Risk Capital Requirements**. Basel, 1995. Disponível em: <https://www.bis.org/publ/bcbs24.pdf>.

BAUMEISTER, C.; KILIAN, L. Forty Years of Oil Price Fluctuations: Why the Price of Oil May Still Surprise Us. **Journal of Economic Perspectives**, v. 30, n. 1, p. 139–160, 2016. DOI: 10.1257/jep.30.1.139.

- BAUMEISTER, R. F.; LEARY, M. R. Writing Narrative Literature Reviews. **Review of General Psychology**, v. 1, n. 3, p. 311–320, 1997. DOI: 10.1037/1089-2680.1.3.311.
- BILAL, M.; AHMAD, W.; RAZA, N. Tail Connectedness and Volatility Spillovers among Energy and Financial Markets: A Quantile VAR Approach. **Energy Reports**, v. 10, p. 389–405, 2024. DOI: 10.1016/j.egy.2023.12.027.
- BILIAS, Y.; CHEN, S.; YING, Z. Simple Resampling Methods for Censored Regression Quantiles. **Journal of Econometrics**, v. 99, n. 2, p. 373–386, 2000. DOI: 10.1016/S0304-4076(00)00041-8.
- BOLLERSLEV, T. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31, n. 3, p. 307–327, 1986. DOI: 10.1016/0304-4076(86)90063-1.
- CAMPBELL, J. Y.; LO, A. W.; MACKINLAY, A. C. **The Econometrics of Financial Markets**. Princeton: Princeton University Press, 1997.
- CHEONG, C. W. Modeling and Forecasting Crude Oil Markets Using ARCH-Type Models. **Energy Policy**, v. 37, n. 6, p. 2346–2355, 2009. DOI: 10.1016/j.enpol.2009.01.013.
- CHERNOZHUKOV, V. Extremal Quantile Regression. **Annals of Statistics**, v. 33, n. 2, p. 806–839, 2005. DOI: 10.1214/009053604000001046.
- CHERNOZHUKOV, V.; FERNÁNDEZ-VAL, I. Subsampling Inference on Quantile Regression Processes. **Sankhyā: The Indian Journal of Statistics**, v. 67, n. 2, p. 253–276, 2005.
- CHERNOZHUKOV, V.; FERNÁNDEZ-VAL, I.; GALICHON, A. Quantile and Probability Curves without Crossing. **Econometrica**, v. 78, n. 3, p. 1093–1125, 2010. DOI: 10.3982/ECTA7880.
- CHERNOZHUKOV, V.; UMANTSEV, L. Conditional Value-at-Risk: Aspects of Modeling and Estimation. **Empirical Economics**, v. 26, n. 2, p. 271–292, 2001. DOI: 10.1007/s001810000063.
- CHRISTOFFERSEN, P. Evaluating Interval Forecasts. **International Economic Review**, v. 39, n. 4, p. 841–862, 1998. DOI: 10.2307/2527341.
- CONT, R. Empirical Properties of Asset Returns: Stylized Facts and Statistical Issues. **Quantitative Finance**, v. 1, n. 2, p. 223–236, 2001. DOI: 10.1080/713665670.
- EMBRECHTS, P.; KLÜPPELBERG, C.; MIKOSCH, T. **Modelling Extremal Events for Insurance and Finance**. Berlin: Springer, 1997. DOI: 10.1007/978-3-642-33483-2.

- ENGLE, R. F. Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. **Econometrica**, v. 50, n. 4, p. 987–1007, 1982. DOI: 10.2307/1912773.
- ENGLE, R. F.; MANGANELLI, S. CAViaR: Conditional Autoregressive Value at Risk by Regression Quantiles. **Journal of Business and Economic Statistics**, v. 22, n. 4, p. 367–381, 2004. DOI: 10.1198/073500104000000370.
- FAMA, E. F. Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. **The Journal of Finance**, v. 25, n. 2, p. 383–417, 1970. DOI: 10.2307/2325486.
- GLOSTEN, L. R.; JAGANNATHAN, R.; RUNKLE, D. E. On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. **Journal of Finance**, v. 48, n. 5, p. 1779–1801, 1993. DOI: 10.1111/j.1540-6261.1993.tb05128.x.
- GRANT, M. J.; BOOTH, A. A Typology of Reviews: An Analysis of 14 Review Types and Associated Methodologies. **Health Information & Libraries Journal**, v. 26, n. 2, p. 91–108, 2009. DOI: 10.1111/j.1471-1842.2009.00848.x.
- HAMADI, H. Modeling and Forecasting the Volatility of Oil Prices: GARCH versus Stochastic Volatility Models. **Energy Economics**, v. 52, p. 29–41, 2015. DOI: 10.1016/j.eneco.2015.08.020.
- HAMILTON, J. D. Causes and Consequences of the Oil Shock of 2007–08. **Brookings Papers on Economic Activity**, v. 40, n. 1, p. 215–261, 2009. DOI: 10.1353/eca.0.0047.
- JARQUE, C. M.; BERA, A. K. A Test for Normality of Observations and Regression Residuals. **International Statistical Review**, v. 55, n. 2, p. 163–172, 1987. DOI: 10.2307/1403192.
- KILIAN, L. Not All Oil Price Shocks Are Alike: Disentangling Demand and Supply Shocks in the Crude Oil Market. **American Economic Review**, v. 99, n. 3, p. 1053–1069, 2009. DOI: 10.1257/aer.99.3.1053.
- KOENKER, R. **Quantile Regression**. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. DOI: 10.1017/CB09780511754098.
- KOENKER, R.; BASSETT, G. Regression Quantiles. **Econometrica**, v. 46, n. 1, p. 33–50, 1978. DOI: 10.2307/1913643.
- LINTNER, J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. **Review of Economics and Statistics**, v. 47, n. 1, p. 13–37, 1965. DOI: 10.2307/1924119.

MANDELBROT, B. The Variation of Certain Speculative Prices. **Journal of Business**, v. 36, n. 4, p. 394–419, 1963. DOI: 10.1086/294632.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. **Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952. DOI: 10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x.

MOSSIN, J. Equilibrium in a Capital Asset Market. **Econometrica**, v. 34, n. 4, p. 768–783, 1966. DOI: 10.2307/1909772.

NELSON, D. B. Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. **Econometrica**, v. 59, n. 2, p. 347–370, 1991. DOI: 10.2307/2938260.

POON, S.-H.; GRANGER, C. W. J. Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review. **Journal of Economic Literature**, v. 41, n. 2, p. 478–539, 2003. DOI: 10.1257/002205103765762743.

ROCKAFELLAR, R. T.; URYASEV, S. Conditional Value-at-Risk for General Loss Distributions. **Journal of Banking & Finance**, v. 26, n. 7, p. 1443–1471, 2002. DOI: 10.1016/S0378-4266(02)00271-6.

SHARPE, W. F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. **Journal of Finance**, v. 19, n. 3, p. 425–442, 1964. DOI: 10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x.

TIWARI, A. K.; NASREEN, S.; AROURI, M. E. H. Extreme Dependence and Risk Transmission between Oil and Stock Markets: Evidence from Quantile Approaches. **Resources Policy**, v. 78, p. 102831, 2022. DOI: 10.1016/j.resourpol.2022.102831.

YU, K.; LU, Z.; STANDER, J. Quantile Regression: Applications and Current Research Areas. **The Statistician**, v. 52, n. 3, p. 331–350, 2003. DOI: 10.1111/1467-9884.00363.