



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**DANILO HANS MARQUES DE LIMA**

**ESPECIFICAÇÃO E MODELAGEM DE REATORES LINEARES PARALELOS**

Dezembro de 2025

**DANILO HANS MARQUES DE LIMA**

**ESPECIFICAÇÃO E MODELAGEM DE REATORES LINEARES PARALELOS**

Trabalho de Conclusão do Curso de  
Graduação em Engenharia Elétrica da  
Universidade Federal de Pernambuco,  
como requisito da disciplina de Trabalho de  
Conclusão de Curso (EL403)

**Orientador:** Prof. Vicente Ribeiro Simoni

**Coorientador:** Marcos André Silva

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Lima, Danilo Hans Marques de.

Especificação e modelagem de reatores lineares paralelos / Danilo Hans Marques de Lima. - Recife, 2025.

73p : il., tab.

Orientador(a): Vicente Ribeiro Simoni

Coorientador(a): Marcos André Silva

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, Engenharia Elétrica - Bacharelado, 2025.

Inclui referências.

1. Reatores lineares paralelos. 2. Modelagem de indutores. 3. Especificação. 4. Espraçamento magnético. 5. Núcleo EI. 6. Baixa tensão. I. Simoni, Vicente Ribeiro. (Orientação). II. Silva, Marcos André. (Coorientação). IV. Título.

620 CDD (22.ed.)

**DANILO HANS MARQUES DE LIMA**

**ESPECIFICAÇÃO E MODELAGEM DE REATORES LINEARES PARALELOS**

Trabalho de Conclusão de Curso de  
Graduação em Engenharia Elétrica da  
Universidade Federal de Pernambuco,  
como requisito da disciplina de Trabalho de  
Conclusão de Curso (EL403).

Aprovado no dia 15 de dezembro de 2025.

**BANCA EXAMINADORA:**

Prof. Vicente Ribeiro Simoni (Orientador)  
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Artur Muniz Szpak Furtado (Examinador interno)  
Universidade Federal de Pernambuco

Eng. M.Sc. William Chaves Lima (Examinador externo)  
Universidade Federal de Pernambuco

*Dedico este trabalho àqueles que  
trabalharam tanto por mim: aos meus pais,  
Cosme e Lili, que sob muito sol forte,  
fizeram-me chegar até aqui, na sombra.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço, imensamente, aos meus pais: Cosme e Lili, que me apoiaram nesta longa jornada da graduação.

À minha namorada, Maria Júlia, que caminhou junto comigo desde a escola até a universidade me motivando e escutando as inúmeras vezes que pensei não ser suficiente.

Ao professor Vicente, pela paciência e pelas muitas orientações, tanto do TCC quanto da vida profissional.

Aos demais professores do curso, que me inseriram no mundo da Engenharia Elétrica, me ensinaram, me aconselharam e me ajudaram.

Aos colegas que fiz na graduação. Obrigado pelas risadas, pelos momentos e pelas experiências trocadas.

Aos colegas da ESC Engenharia, que abriram as portas para o início da minha carreira profissional, me auxiliando sempre que possível.

Enfim, agradeço todos aqueles que me permitiram chegar à conclusão do curso. Sou eternamente grato.

## RESUMO

Este trabalho tem como objetivo principal a modelagem e especificação de reatores lineares paralelos de baixa tensão (380 V). Esses dispositivos são componentes essenciais em diversas áreas da engenharia elétrica, e suas propriedades indutivas são amplamente exploradas. O tema do trabalho surgiu devido à dificuldade de encontrar no mercado reatores paralelos de baixa tensão que servissem ao propósito de um projeto de Pesquisa e Desenvolvimento em parceria com a JPW Engenharia Elétrica Ltda. Neste P&D, a equipe de professores e alunos ficou encarregada de especificar elementos resistivos, indutivos e capacitivos para a construção de uma carga RLC de 1,6 MVA, de forma que a especificação da carga indutiva se mostra a mais complexa entre as três. Como apresentado em diversas literaturas, a análise do comportamento eletromagnético dos reatores (que seguem os conceitos de circuitos magnéticos) é árdua, exigindo a consideração do comportamento não linear dos materiais ferromagnéticos e de sua geometria intrínseca.

Dada a complexidade da predição, a principal contribuição deste trabalho consiste em apresentar um estudo aprofundado referente à influência do espraio do campo magnético. É desenvolvida uma metodologia de cálculo para corrigir a indutância de reatores construídos com núcleos do tipo EI, que é validada e comparada com as medições feitas em laboratório. Para sustentar este desenvolvimento, a metodologia de pesquisa envolveu a revisão bibliográfica sobre os fundamentos dos materiais e circuitos magnéticos, que fornece a base teórica destes equipamentos, seguida de ensaios em laboratório utilizando protótipos iniciais, nos quais são apresentados os resultados obtidos e as diferenças observadas com as mudanças construtivas.

Palavras-chave: Reatores Lineares Paralelos; Modelagem de Indutores; Especificação; Espraio Magnético; Núcleo EI; Baixa Tensão.

## **ABSTRACT**

The main objective of this work is the modeling and specification of low-voltage (380 V) parallel linear reactors. These devices are essential components in various areas of electrical engineering, and their inductive properties are widely exploited. The work's theme arose due to the difficulty in finding low-voltage parallel reactors on the market that would serve the purpose of a Research and Development (R&D) project in partnership with JPW Engenharia Elétrica Ltda. In this R&D, the team of professors and students was tasked with specifying resistive, inductive, and capacitive elements for the construction of a 1.6 MVA RLC load, where the specification of the inductive load proved to be the most complex among the three. As presented in various literatures, the analysis of the electromagnetic behavior of reactors (which follow the concepts of magnetic circuits) is challenging and arduous, requiring consideration of the non-linear behavior of the ferromagnetic materials that constitute them, as well as their intrinsic geometry.

Given the complexity of prediction, the main contribution of this work consists of presenting an in-depth study concerning the influence of magnetic field fringing. A calculation methodology is developed to correct the inductance of reactors built with EI-type cores, which is validated and compared with laboratory measurements. To support this development, the research methodology involved a bibliographic review on the fundamentals of magnetic materials and circuits, which provides the theoretical basis for this equipment, followed by laboratory tests using initial prototypes, where the results obtained and the differences observed with constructive changes are presented.

**Keywords:** Parallel Linear Reactors; Inductor Modeling; Specification; Magnetic Fringing; EI Core; Low Voltage.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 –	Classificação generalista dos materiais magnéticos.	21
Figura 3.2 –	Comportamento dos dipolos magnéticos de materiais a) diamagnéticos e b) paramagnéticos antes e durante exposição a um campo magnético externo.	22
Figura 3.3 –	Relação $B-H$ de materiais paramagnéticos e diamagnéticos.	23
Figura 3.4 –	Comportamento a) ideal e b) real da relação $B/H$ de materiais ferromagnéticos quando expostos a campos externos.	24
Figura 3.5 –	Faixa linear da curva $B-H$ de materiais ferromagnéticos.	24
Figura 3.6 –	Detalhe da configuração dos domínios magnéticos de materiais ferromagnéticos quando expostos a campos magnéticos externos.	24
Figura 3.7 –	Curva de magnetização típica de materiais ferromagnéticos.	26
Figura 3.8 –	Laço de histerese de um material magnético doce e material magnético duro.	27
Figura 3.9 –	Propriedades típicas de vários materiais magnéticos moles.	28
Figura 3.10 –	Propriedades típicas de vários materiais magnéticos duros.	28
Figura 3.11 –	Curva de magnetização da chapa de aço de grão-orientado <i>H110-27</i> da Aperam.	29
Figura 3.12 –	Curva de perdas magnéticas da chapa de aço de grão-orientado <i>H110-27</i> da Aperam.	29
Figura 3.13 –	Ficha técnica da liga metálica <i>IMPHY SUPRA 50</i> da Aperam.	31
Figura 3.14 –	Circuito magnético simplificado.	32
Figura 3.15 –	Circuito magnético simplificado com entreferro.	36
Figura 3.16 –	Analogia entre circuitos elétricos e magnéticos.	37
Figura 3.17 –	Exemplo da localização dos fluxos de espraçamento em núcleo do tipo EI.	40
Figura 3.18 –	Campos de espraçamento no entreferro.	40
Figura 3.19 –	Circulação de correntes parasitas no núcleo.	42
Figura 3.20 –	Formatos comuns de laminações de núcleos ferromagnéticos.	42
Figura 3.21 –	a) Lâmina EI e b) configuração do circuito magnético para este núcleo.	43
Figura 3.22 –	Dimensões do núcleo EI.	43

Figura 3.23 –	Corte da chapa bruta para obtenção da laminação EI.	44
Figura 4.1 –	Indutor Translux T320: a) indutor T320; b) limites operativos do T320;	45
Figura 4.2 –	Dimensões do núcleo do indutor T320.	46
Figura 4.3 –	Imagens térmicas durante ensaios do indutor T320: a) temperaturas dos componentes do indutor. b) foco na temperatura do entreferro.	47
Figura 4.4 –	Instrumentos e equipamentos utilizados no ensaio: a) regulador de tensão trifásico de 10 A, de até 380 V; b) analisador de energia Fluke 435 Three Phase Power Quality Analyzer; c) montagem do ensaio na bancada; d) câmera térmica Fluke Isee TC01A.	48
Figura 4.5 –	Resultados obtidos durante: a) projeto de P&D; b) posterior teste; c) sobreposição das curvas $V \times I$ para os testes realizados durante o projeto de P&D, indicado em azul (antes), e durante o ensaio para o trabalho (depois).	49
Figura 4.6 –	Medições de potência para: a) projeto de P&D; b) posterior teste.	50
Figura 4.7 –	Curva $V \times I$ do indutor T320 com entreferro de 3,10 mm. a) Resposta individual do indutor T320 com entreferro de 3,10 mm. b) Respostas sobrepostas do indutor T320 na configurações de entreferro simples (1,55 mm) e duplo (3,10 mm).	54
Figura 4.8 –	Medição de tensão e corrente na ausência de entreferro do indutor T320.	56
Figura 4.9 –	Caminhos magnéticos médios percorridos pelo fluxo magnético. a) Dimensões em função do comprimento magnético $l$ . b) Dimensões dos caminhos magnéticos laterais e central.	58
Figura 4.10 –	Circuito elétrico equivalente da Figura 4.9	59
Figura 4.11 –	Catálogo Aperam com características garantidas para diferentes aços de diferentes espessuras, com destaque para a espessura de 35 mm.	60
Figura 4.12 –	Circuito magnético com a inserção dos entreferros (com destaque em preto) de: a) 1,55 mm b) 3,10 mm.	61
Figura 4.13 –	Circuito elétrico equivalente para núcleos EI com entreferro.	62

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Valores de impedância em operação nominal, com entreferro de 1,55 mm.	50
Tabela 2 –	Medições do segundo teste do indutor T320 com entreferro de 3,10 mm.	52
Tabela 3 –	Parâmetros elétricos do indutor T320 calculados com entreferro de 3,10 mm.	53
Tabela 4 –	Resumos dos resultados obtidos para as três configurações.	67

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

Chesf	Companhia Hidroelétrica do São Francisco
DEE	Departamento de Engenharia Elétrica
FMM	Força Magnetomotriz
LEM	Laboratório de Estruturas Magnéticas
P&D	Pesquisa e Desenvolvimento
SEP	Sistema Elétrico de Potência
SI	Sistema Internacional
TCs	Transformadores de Corrente
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
1.1	OBJETIVOS .....	14
1.1.1	GERAIS .....	15
1.1.2	ESPECÍFICOS .....	15
1.2	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....	15
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>16</b>
2.1	PESQUISA SOBRE O TEMA .....	17
<b>3</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>19</b>
3.1	INTRODUÇÃO AO MAGNETISMO .....	19
3.2	CIRCUITOS MAGNÉTICOS.....	30
3.2.1	INTRODUÇÃO AOS CIRCUITOS MAGNÉTICOS.....	30
3.2.2	INDUTÂNCIA DE UM CIRCUITO MAGNÉTICO .....	34
3.3	O ENTREFERRO .....	35
3.4	FLUXO DE ESPRAIAMENTO.....	38
3.5	PROJETO DE INDUTORES LINEARES EM CORRENTE ALTERNADA .....	40
3.5.1	CORRENTES PARASITAS E ISOLAÇÃO .....	41
3.5.2	LAMINAÇÕES .....	42
<b>4</b>	<b>ESPECIFICAÇÃO DE INDUTORES LINEARES PARALELOS .....</b>	<b>45</b>
4.1	METODOLOGIA.....	46
4.1.1	RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....	48
4.1.2	AUMENTANDO O ENTREFERRO .....	51
4.2	CÁLCULO DA INDUTÂNCIA DO INDUTOR T320.....	55
4.2.1	ESTIMANDO A PERMEABILIDADE RELATIVA.....	55
4.2.2	A INFLUÊNCIA DO ENTREFERRO .....	61
4.2.3	CORRIGINDO O ESPRAIAMENTO .....	63
4.2.4	CONFIRMAÇÃO DA TÉCNICA COM O DOBRO DE ENTREFERRO.....	65
4.2.5	RESUMO DOS RESULTADOS.....	67
4.3	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	68
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>70</b>
5.1	PROPOSTA PARA FUTUROS TRABALHOS .....	70

**REFERÊNCIAS .....72**

## 1 INTRODUÇÃO

A análise dos dispositivos magnéticos frequentemente exige uma abordagem que contemple as imperfeições e as simplificações da teoria ideal. Segundo a literatura clássica, o cálculo dos fluxos e das reatâncias de dispersão constitui o ponto mais difícil na teoria das máquinas elétricas, em virtude da irregularidade das distribuições de campo [1]. Esta dificuldade é ampliada no presente trabalho ao se considerar a geometria complexa do núcleo tipo EI, a saturação do material ferromagnético e os efeitos de contorno, como o espraçamento nos entreferros, justificando o desenvolvimento de um método de correção para a especificação precisa da indutância.

Reatores lineares paralelos são componentes essenciais para o desenvolvimento da matriz energética de um Sistema Elétrico de Potência (SEP), sobretudo em sistemas de alta tensão e extra alta tensão, pois auxiliam na compensação paralela das linhas de transmissão diminuindo o efeito capacitivo destas e, conseqüentemente, promovendo regulação de tensão nos circuitos. A construção de reatores segue os mesmos princípios de construção de transformadores de potência, com a exceção da ausência de um enrolamento secundário e a adição de entreferros, sendo a estrutura do núcleo ferromagnético semelhante à de um transformador [2]. Dada a importância deste componente e sabendo que seu desempenho depende fortemente de aspectos construtivos, é necessário utilizar técnicas que permitam atingir a potência nominal, reduzir perdas, garantir a não ultrapassagem de limites técnicos e diminuir os custos de sua construção [3]. Por meio do estudo de circuitos magnéticos, é possível se obter os parâmetros construtivos destes reatores. Projetos de máquinas elétricas e transformadores utilizam-se dos conceitos de circuitos magnéticos para simplificar o comportamento magnético e tornar estes projetos mais simples, caso contrário, apresentariam grandes complexidades [4]. Mais detalhes serão apresentados na Subseção 3.2.

A especificação de reatores paralelos de baixa tensão (380 V) se mostrou fundamentalmente necessária para o desenvolvimento de um projeto de P&D entre a Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) e a JPW Engenharia Elétrica. O projeto consiste em acompanhar o desenvolvimento de uma carga RLC trifásica de 1,6 MVA implantada em uma planta de geração renovável híbrida (energias solar fotovoltaica e eólica) da Companhia Hidroelétrica do São Francisco (Chesf), hoje Axia Energia, de

maneira que cada componente desta carga foi especificado pela equipe de pesquisadores da UFPE. Como comentado anteriormente, a especificação dos reatores paralelos exige maiores esforços que os demais parâmetros elétricos da carga. Isso se dá ao fato de que o arranjo construtivo do reator, como: qualidade do núcleo ferromagnético, posição das bobinas e dos entreferros, material utilizado para o entreferro e o método de fixação das lâminas que constituem o núcleo influenciam de forma significativa o desempenho final dos reatores, dificultando a predição das características desejadas.

Além disso, os reatores deveriam ser modulares, isto é, deveria ser possível dividir a potência total em parcelas menores, uma vez que o elemento indutivo da carga apresentaria uma potência total de 960 kVA. Logo, houve a necessidade de especificar reatores de potências nominais diferentes, havendo a necessidade de se adequar o projeto do ponto de vista mercadológico.

Assim, devido à dificuldade de se encontrar no mercado reatores lineares paralelos em 380 V que servissem ao propósito do projeto de P&D, a pesquisa para especificação destes reatores é conduzida no Laboratório de Estruturas Magnéticas (LEM) do Departamento de Engenharia Elétrica (DEE) da UFPE. Durante a pesquisa, são testados diferentes arranjos construtivos que são experimentados em laboratório.

A principal finalidade destes ensaios foi certificar que a modelagem matemática descreve um comportamento satisfatório em regime permanente e, principalmente, viabilizar o desenvolvimento do método de cálculo para corrigir a indutância dos dispositivos testados, em virtude da significativa influência do espraçamento do campo magnético. Este método de correção constitui a principal proposta de contribuição deste trabalho.

Os resultados obtidos desta pesquisa e a aplicação do método proposto são apresentados e discutidos na Seção 4.

## **1.1 OBJETIVOS**

De forma geral, o objetivo deste trabalho é validar uma metodologia de modelagem analítica que integre o efeito do espraçamento magnético na especificação técnica de reatores paralelos lineares. Embora o estudo se aplique ao contexto de operação em baixa tensão (380 V), o foco central reside na representação precisa do fenômeno de espraçamento fundamentada na teoria de circuitos magnéticos, garantindo que a modelagem matemática descreva com fidelidade o comportamento

indutivo real dos dispositivos.

### **1.1.1 GERAIS**

Analisar o desempenho de reatores lineares paralelos em regime permanente por meio do desenvolvimento de um modelo matemático e da validação experimental dos fenômenos eletromagnéticos.

### **1.1.2 ESPECÍFICOS**

Modelar os reatores lineares paralelos como cargas reativas indutivas, baseando-se na teoria de circuitos magnéticos e avaliar o impacto de diferentes técnicas construtivas (utilização de entreferros, núcleos magnéticos de diferentes comprimentos) nos parâmetros elétricos de interesse. Além disso, utilizar técnicas empregadas no SEP para determinar se os fenômenos elétricos de interesse são observados nos reatores práticos.

## **1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO**

O presente trabalho está estruturado em cinco capítulos, organizados de forma sequencial para garantir a boa compreensão do tema e o desenvolvimento lógico da pesquisa:

O Capítulo 1: apresenta o tema de pesquisa relacionando as dificuldades identificadas durante o processo e a justificativa para o estudo dos reatores paralelos de baixa tensão.

O Capítulo 2: indica a pesquisa realizada em trabalhos com tema semelhante, introduzindo a relevância deste tema e servindo como base para o desenvolvimento do trabalho.

O Capítulo 3: estrutura conceitualmente o conhecimento necessário para o desenvolvimento da modelagem de reatores lineares, principalmente no que diz respeito a alcançar a indutância necessária para se atingir a potência nominal desejada.

O Capítulo 4: desenvolve, de fato, as técnicas exploradas durante a pesquisa para alcançar os parâmetros de projeto, além de evidenciar os fenômenos observados que influenciaram no arranjo construtivo dos reatores. Em resumo, desenvolve-se neste capítulo a contribuição de maior relevância a respeito do tema.

O Capítulo 5: por fim, sintetiza os resultados obtidos pela pesquisa com relação aos objetivos propostos no trabalho, além disso, apresenta sugestões para futuros trabalhos na área de reatores paralelos de baixa tensão.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

A especificação de indutores desenvolvida por Gomes [5] utiliza o método indicado por McLyman [6] para projetar indutores de corrente alternada. Ainda segundo Gomes, o ponto de partida do desenvolvimento do projeto de indutores de núcleo tipo EI (formato dos componentes das lâminas que constituem o núcleo ferromagnético) utiliza a metodologia do *Produto de Área* ( $A_p$ ), que começa com as especificações desejadas (como potência e indutância) e, assim, determina as dimensões do núcleo magnético necessárias para alcançar as dadas especificações.

Conforme [6], o primeiro passo para iniciar o projeto de indutores lineares em corrente alterada é definir os parâmetros de projeto desejados como tensão, frequência, indutância entre outros. No entanto, é indicado que muitas vezes não é possível atender a todos os requisitos de projeto sem que haja compromissos técnicos ou ajustes de alguns desses parâmetros para atingir outros, ou ainda, sem que haja comprometimento operacional.

Dito isto, o trabalho menciona que o projetista deve avaliar os fatores limitantes do projeto e observar formas e caminhos que levem ao contorno destas restrições. Um dos pontos principais, por exemplo, é a escolha do tipo de material que compõe o núcleo magnético. A capacidade de ele conter as linhas de campo magnético faz com que ele se torne o principal agente de controle e regulação do indutor. Outrossim, a escolha do material adequado para o núcleo traz características que podem beneficiar o projetista quando bem escolhido, dependendo do projeto e fatores como operação, tamanho, eficiência e custo.

Durante o desenvolvimento do citado trabalho, propôs-se a construção de nove indutores que atuam como cargas indutivas para ensaios de uma máquina síncrona, utilizando o método indicado por [6] e, ao final, é feito uma análise dos resultados obtidos. A escolha de nove unidades visa a composição de bancos trifásicos, no entanto, toda a modelagem é feita por meio de uma análise monofásica. Inicialmente, conhecidos os parâmetros elétricos da lâmina EI e do fio utilizado na confecção do enrolamento, definiu-se parâmetros e limites de projeto como tensão de operação

(220 V), corrente nominal (1,5 A), densidade de corrente máxima ( $4 \text{ A/mm}^2$ ) e densidade de fluxo magnético máximo (1,0 T). Esses indutores deveriam ter valores de potência aparente e indutância de 330 VA e 389,24 mH, respectivamente, contudo, o primeiro indutor utilizado como protótipo apresentou baixa indutância por não conter entreferro em seu circuito magnético, o que levou à introdução deste posteriormente. Assim, por meio do controle da espessura do entreferro, foi possível calcular o fator de espraçamento  $F$  apresentado por [6] e recalculou-se o número de espiras necessárias para desempenhar a potência e indutâncias desejadas.

Por fim, de forma a obter valores próximos de indutância, houve uma calibração mais fina do entreferro utilizando medições com um osciloscópio, de forma que o ajuste do entreferro entregasse a indutância de 389 mH, contudo houve pequenas variações dos valores de indutância, com valor médio em 383,02 mH. É importante ressaltar que os indutores apresentaram resposta linear e não foi observado sinais de saturação do núcleo, já que um dos parâmetros escolhidos foi a densidade de fluxo máxima para que este fenômeno não viesse a ocorrer.

## **2.1 PESQUISA SOBRE O TEMA**

Destaca-se que, durante a pesquisa a respeito do tema, embora existam referências sobre a construção de reatores, a literatura carece de referências que abordem a operação em baixas tensões, que é o foco do deste trabalho.

Além disso, geralmente, equipamentos que operam em níveis de tensão elevados tendem a ter mais recursos e são construídos com materiais melhores, uma vez que o custo de fabricação é relativamente alto.

Outrossim, a análise utilizada neste trabalho se baseia em equações simples abordadas durante a graduação do curso de engenharia elétrica e, muitas vezes, a fatores empíricos devido à complexidade do tema proposto. Desta maneira, para garantir precisão e conformidade com os limites técnicos pré-estabelecidos é necessário e essencial estabelecer critérios de especificação dos modelos utilizando, para isto, ensaios práticos em laboratório.

Exatamente neste ponto que surge a relevância deste trabalho: preencher a lacuna que existe em relação à modelagem de indutores lineares de baixa tensão, que poderão ser utilizados de diferentes formas, uma delas, por exemplo, foi a especificação de reatores lineares utilizados na confecção de cargas indutivas para o

projeto de P&D juntamente à JPW Engenharia Elétrica. Adicionalmente, este trabalho apresenta uma forma de cálculo da relutância equivalente levando em conta os fatores de espraçamento dos entreferros que foi observada durante o desenvolvimento do projeto.

### 3 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta Seção, será desenvolvida a base teórica que sustenta a pesquisa e a metodologia adotada. Inicialmente, são apresentados os princípios do magnetismo e o comportamento dos materiais magnéticos e, em seguida, são apresentados os conceitos dos circuitos magnéticos utilizados para a modelagem dos reatores lineares paralelos.

#### 3.1 INTRODUÇÃO AO MAGNETISMO

O magnetismo, como o próprio nome sugere, se refere aos fenômenos associados aos campos magnéticos, que podem ser definidos de maneira resumida como uma região do espaço onde há forças magnéticas observáveis entre os elementos contidos nesta região, em virtude da interação energética contida nos campos destes elementos [7]. Estas interações magnéticas apresentam diversas aplicabilidades nos ramos das engenharias, pois os fenômenos associados aos campos magnéticos são de grande relevância, principalmente, devido a geração de forças mecânicas que podem ser utilizadas em diversas aplicações humanas como, por exemplo, locomoção, funcionamento de indústrias e a própria geração de eletricidade. De maneira geral, a análise do magnetismo pode ser feita estaticamente, isto é, mesmo que o fenômeno varie no tempo, pode-se utilizar uma abordagem estática ponto a ponto de forma que, ao final, a composição dos resultados estáticos fornecem o comportamento do dinamismo do fenômeno observado [8]. Esta análise será utilizada para a modelagem dos reatores posteriormente.

Para se utilizar das propriedades magnéticas dos materiais para fins de engenharia, é importante, primeiro, destacar o comportamento do campo magnético quando este circula através destes materiais, que também são chamados de meios. Estes meios podem ser pouco ou muito influenciados quando expostos a campos magnéticos externos.

As propriedades magnéticas dos materiais são frutos de fenômenos a nível atômico que não serão abordados com muita profundidade neste trabalho, bastando entender que o comportamento dos elétrons se traduz, em uma analogia muito grosseira, a minúsculos ímãs cuja orientação é aleatória, tornando o chamado *dipolo magnético equivalente* igual a zero. Isto é, é como se todos os pequenos ímãs

somados equivalassem a um ímã maior, tal que os campos magnéticos externos alinham este “ímã” com mais ou menos facilidade.

A intensidade deste campo magnético externo aplicado no material é designada por  $H$ , dado em unidades de amperes por metro (A/m) em unidades do Sistema Internacional de Medidas (SI). Já a intensidade de densidade de fluxo magnético é denotada por  $B$  e representa a magnitude do campo interno de uma substância que está sujeita ao campo magnético externo. A unidade da densidade de fluxo magnético é o *tesla*, ou webers por metro quadrado (Wb/m<sup>2</sup>). Formalmente, ambas grandezas  $B$  e  $H$  são campos vetoriais, ou seja, necessitam de direção e sentido para completar suas caracterizações [9]. No entanto, para este trabalho, é suficiente se trabalhar com as magnitudes destes vetores, sem perda de generalidade.

As intensidades de campo e densidade de fluxo magnético estão relacionadas entre si por meio da equação abaixo

$$B = \mu H \quad 3.1$$

onde  $\mu$  é conhecido como *permeabilidade magnética absoluta* do material, medido em termos de webers por ampere metro (Wb/Am) [9].

No vácuo, esta mesma relação vale

$$B_0 = \mu_0 H \quad 3.2$$

de maneira que a constante  $\mu_0$  é a *permeabilidade magnética do vácuo*, com valor igual a  $4\pi \cdot 10^{-7}$  henrys por metro (H/m). O parâmetro  $B_0$  é a intensidade da densidade de fluxo magnético, no vácuo, criado por um campo magnético.

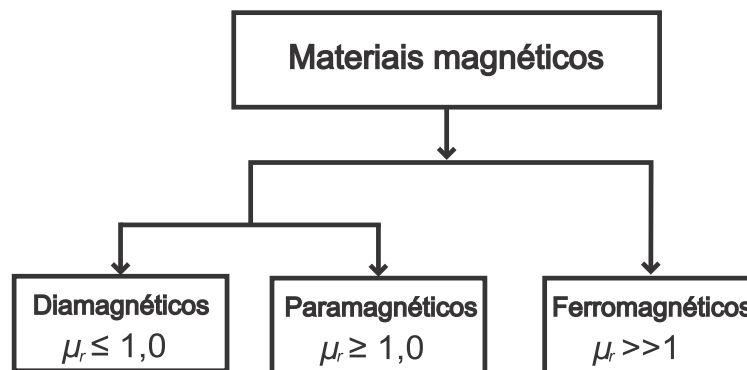
Os materiais magnéticos classificam-se, fundamentalmente, em duas categorias [7] [8]: a) doces (ou moles) e b) duros (ímãs permanentes). A principal característica que diferencia os dois tipos de meio é o fato de que os materiais doces são passíveis de magnetização na presença de campo magnético externo, com seu interior (dipolos magnéticos) seguindo a orientação imposta. Além disso, apresentam uma faixa de linearidade da relação  $B/H$  que é bastante explorada na engenharia. Uma vez que este campo externo é cessado, estes meios não guardam fluxo remanente (que será abordado em mais detalhes posteriormente) em grandes quantidades. Já os materiais duros apresentam fluxo remanente significativo, produzindo seu próprio fluxo mesmo sem a influência de campo externo e não carregam a característica linear consigo [7].

Ainda com relação aos materiais doces, estes são classificados em outras três subclasses: os materiais *diamagnéticos*, os *paramagnéticos* e os *ferromagnéticos*. A Figura 3.1 mostra um diagrama de classificação deles. Em geral, usa-se a suscetibilidade, ou mais usual, a *permeabilidade magnética relativa* de modo a quantificar matematicamente estes conceitos. A Equação abaixo define a expressão para a permeabilidade relativa [7]

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad 3.3$$

A permeabilidade relativa carrega consigo a informação de quantas vezes maior ou menor é a permeabilidade do meio quando comparada à do vácuo ( $\mu_0$ ), novamente, igual a  $4\pi \cdot 10^{-7}$  H/m, de forma análoga ao que ocorre para a *permissividade elétrica* quando se trata de campos elétricos e polarização. Quanto maior permeabilidade magnética relativa do material, maior a quantidade de linhas de fluxo magnético que podem ser contidas nele [7], semelhante à quantidade de corrente elétrica que é suportada por um condutor elétrico.

Figura 3.1 – Classificação generalista dos materiais magnéticos.



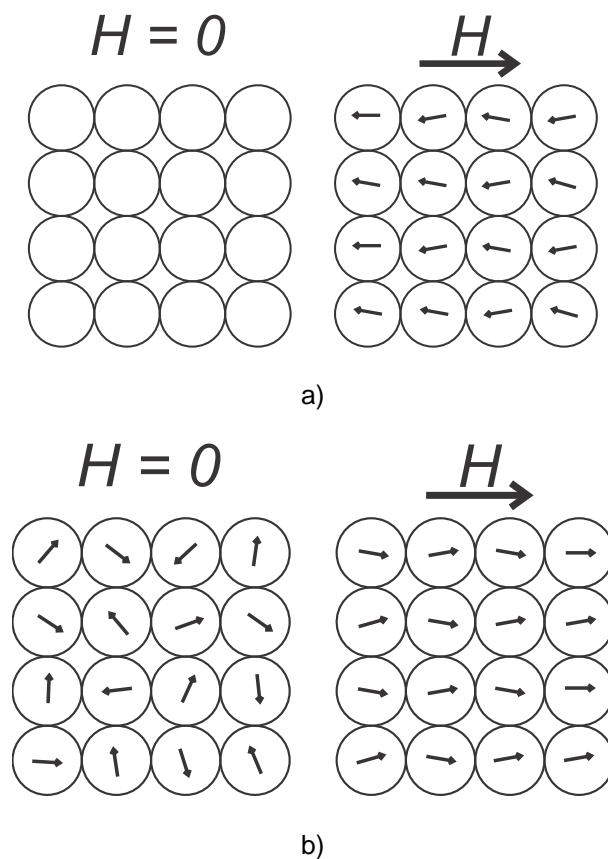
Fonte: O Autor.

Com relação aos materiais diamagnéticos, devido aos movimentos de rotação e translação dos elétrons dos átomos que os constituem ser aleatória, os momentos magnéticos individuais acabam por se cancelar entre si, fazendo com que o momento magnético equivalente seja zero e, assim, campos externos a eles não sejam influentes. Outra característica importante é que a permeabilidade magnética relativa desses materiais é aproximadamente um, porém menor que um. Alguns exemplos de meios diamagnéticos são: cobre, mercúrio, chumbo e o ar, em que este primeiro apresenta permeabilidade magnética de valor igual a 0,999991 [7] [8].

Os materiais que possuem momento magnético resultante diferente de zero podem ser paramagnéticos ou ferromagnéticos. Meios paramagnéticos são influenciados pela temperatura e têm valor de permeabilidade magnética relativa próxima a um, porém superior. Um exemplo de material paramagnético é alumínio, de permeabilidade magnética relativa igual a 1,000021.

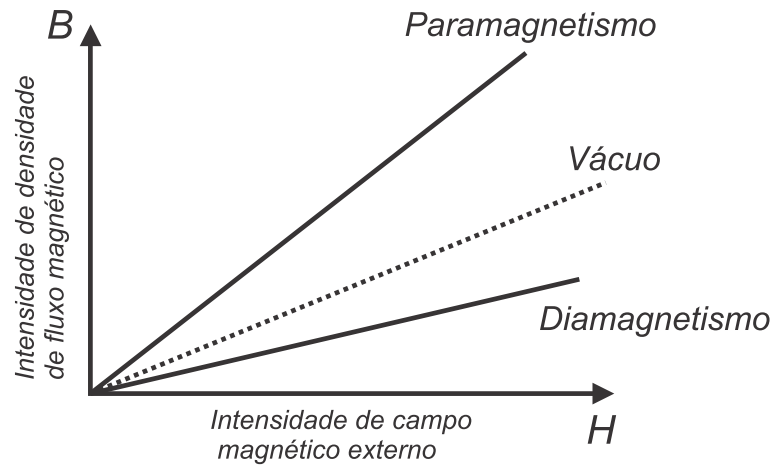
A Figura 3.2 apresenta a configuração dos dipolos magnéticos de materiais diamagnéticos e paramagnéticos antes e durante a exposição de um campo magnético externo a eles. Já a Figura 3.3 apresenta a relação entre densidade de fluxo magnético e o campo magnético, destacando-se o comportamento linear desses dois tipos de materiais.

Figura 3.2 – Comportamento dos dipolos magnéticos de materiais a) diamagnéticos e b) paramagnéticos antes e durante exposição a um campo magnético externo.



Fonte: O Autor.

Figura 3.3 – Relação  $B$ - $H$  de materiais paramagnéticos e diamagnéticos.



Fonte: O Autor.

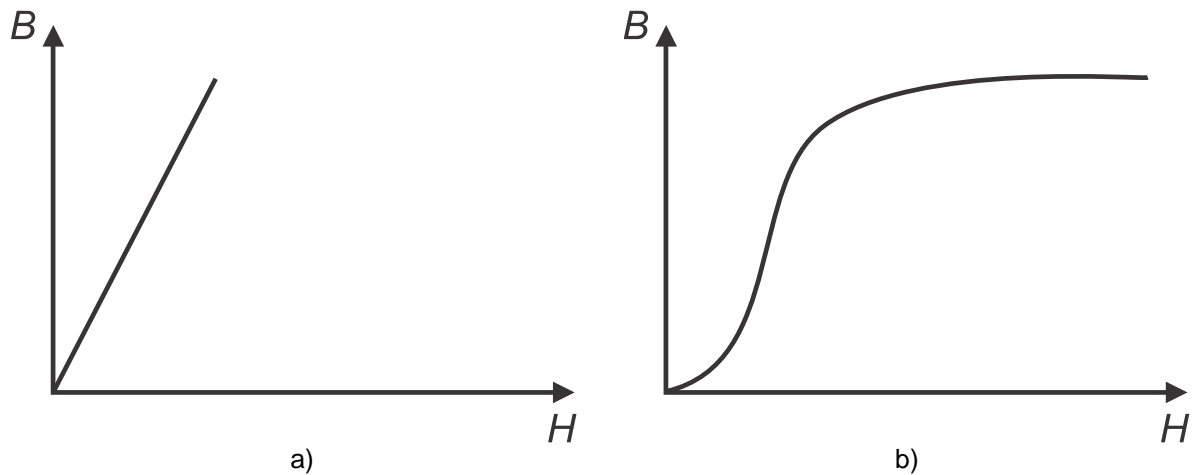
Os materiais ferromagnéticos, dentro das três subclasses, são os mais utilizados e estudados. Eles apresentam momento magnético equivalente permanente e pode-se citar como principais propriedades desses materiais o seguinte:

- são fortemente magnetizados por campos magnéticos externos, mantendo um fluxo remanente quando tais campos cessam;
- sofrem influência da temperatura tornando-se paramagnéticos e lineares quando atingem uma temperatura crítica chamada de temperatura de Curie ( $770^{\circ}\text{C}$  para o ferro metálico), perdendo grande parte ou completamente suas características magnéticas. É importante observar que tais temperaturas jamais serão atingidas em regime normal de operação dos equipamentos, sobretudo em função do limite térmico dos materiais dielétricos empregados.
- não possuem relação linear entre densidade de fluxo magnético e campo magnético [7] [8], e assim, sendo necessário trabalhar em sua faixa de valores mais próxima da linearidade, introduzindo o maior desafio com respeito a estes materiais.

Esta relação não linear entre  $B$  e  $H$  apresentada nos materiais ferromagnéticos depende da magnetização prévia do material, semelhante a uma “memória” magnética, e tem relevância fundamental nas aplicações práticas destes tipos de materiais. Para iniciar a discussão de maneira simples com relação ao comportamento da *histerese* dos materiais ferromagnéticos dos dispositivos que serão estudados neste trabalho, é conveniente apresentar de maneira simplificada, utilizando uma excitação constante (corrente contínua), a curva  $B$ - $H$  deles. Na Figura 3.4 abaixo é

mostrado em a) o que poderia se esperar dos materiais ferromagnéticos partindo do ponto de vista dos materiais diamagnéticos e paramagnéticos, isto é, uma relação linear.

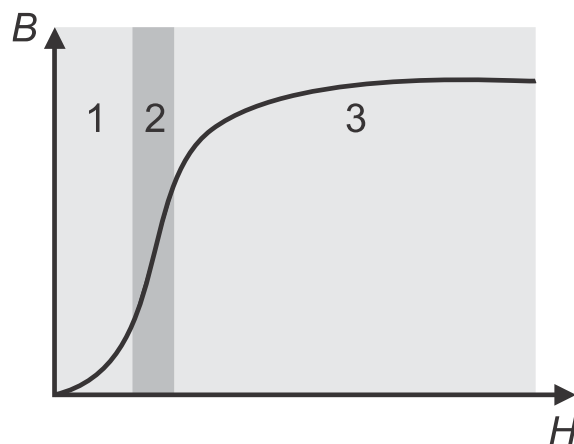
Figura 3.4 – Comportamento a) ideal e b) real da relação  $B/H$  de materiais ferromagnéticos quando expostos a campos externos.



Fonte: O Autor.

No entanto, o comportamento da relação  $B-H$  dos materiais ferromagnéticos é não-linear, existindo uma faixa da curva que se aproxima de uma característica linear, como pode ser visualizado na Figura 3.5, indicado pelo destaque de número 2.

Figura 3.5 – Faixa linear da curva  $B-H$  de materiais ferromagnéticos.

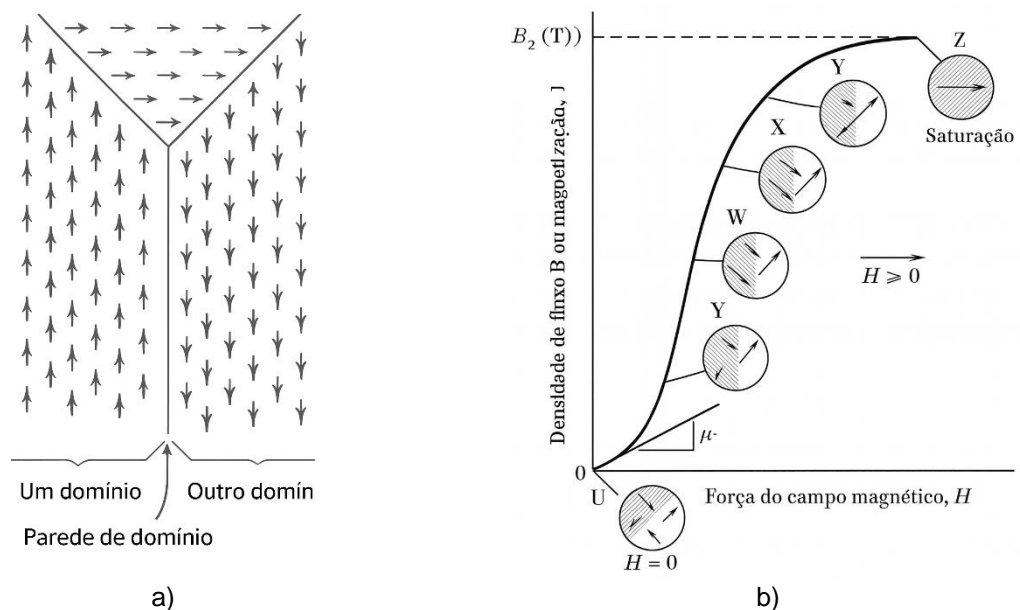


Fonte: O Autor.

Este comportamento se dá ao fato que a estrutura atômica destes materiais se organiza em regiões chamadas *domínios magnéticos*, e cada um destes domínios possui uma orientação dos dipolos magnéticos diferentes que fazem fronteira entre si, como pode ser observado na Figura 3.6a. Supondo, inicialmente, uma amostra de material ferromagnético nunca antes magnetizada e exposta a um campo magnético

externo, promover-se-á a magnetização deste material, surgindo em seu interior uma densidade de fluxo magnético ou magnetização, a qual cresce vagarosamente, como pode ser observado na Figura 3.6b. Observa-se também que a permeabilidade magnética do material inicia com o valor indicado por  $\mu_i$  e à medida que se aumenta a intensidade de campo magnético externo, mais domínios com orientação favorável a este campo vão surgindo, enquanto os domínios de orientação não favoráveis reduzem-se. Desta maneira, chega-se até um ponto em que praticamente todos os domínios magnéticos do material alinham-se ao campo externo e, neste momento, variações da intensidade deste campo não trazem mais aumento de densidade de fluxo magnético, isto é, atinge-se a situação de *saturação* deste material.

Figura 3.6 – Detalhe da configuração dos domínios magnéticos de materiais ferromagnéticos quando expostos a campos magnéticos externos.

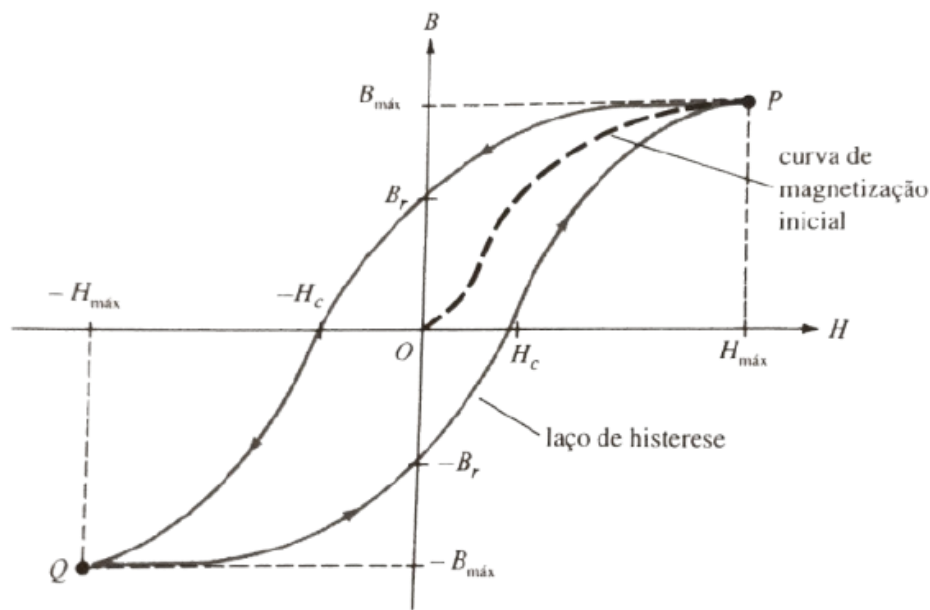


Fonte: Adaptado de [9].

É válido ressaltar que a permeabilidade magnética do material depende do campo externo aplicado, representando a “resistência” dos domínios magnéticos à variação de orientação e não apresenta linearidade. O comportamento da curva de magnetização demonstra, também, uma característica de extrema relevância. Utilizando o exemplo da Figura 3.7, pode se verificar que, com a diminuição da intensidade do campo externo, a densidade de fluxo magnético do material decresce a uma taxa menor que a da intensidade de campo  $H$  e não volta pelo mesmo caminho de ida, mas sim por um caminho com valores de densidade de fluxo maiores. Esta característica é conhecida como *histerese*.

Já em caso de excitações senoidais e periódicas, a curva  $B$ - $H$  apresenta forma inicial semelhante ao caso da excitação constante, contudo em razão da variação de intensidade e sentido do campo magnético externo, a análise da curva torna-se mais complexa. Na Figura 3.7 é apresentado o comportamento da relação  $B$ - $H$  durante um ciclo completo do campo magnético externo.

Figura 3.7 – Curva de magnetização típica de materiais ferromagnéticos.



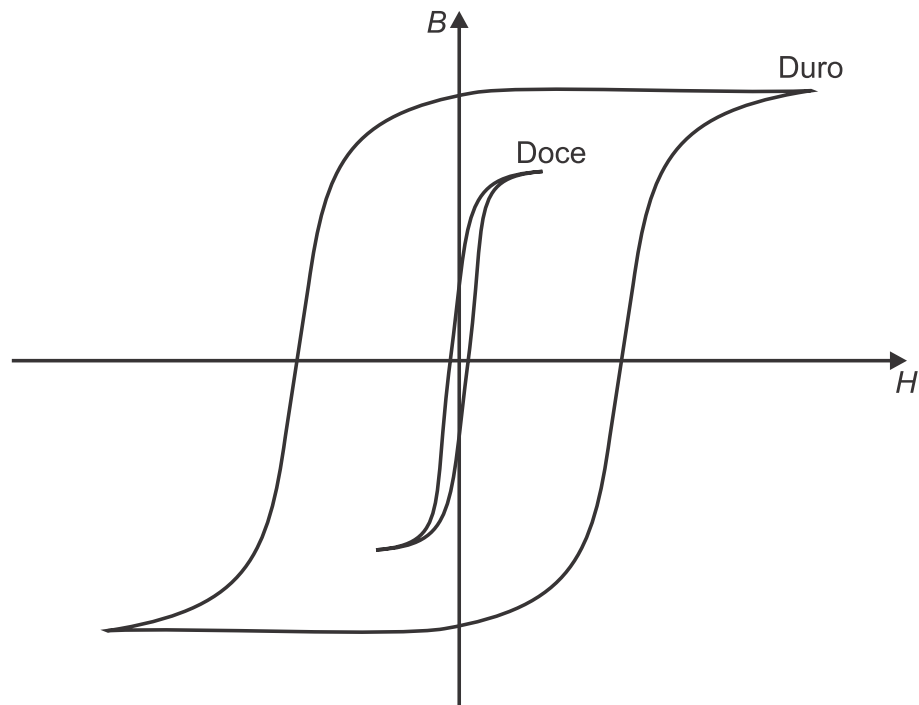
Fonte: [7].

O ciclo de histerese é iniciado a partir do ponto  $O$ , onde o material está isento de magnetização. Ao aumentar a intensidade de campo magnético ( $H$ ), a curva atinge a saturação no ponto  $P$ . Neste ponto, estão definidos os valores máximos ( $H_{m\acute{a}x}$  e  $B_{m\acute{a}x}$ ) que representam a capacidade de magnetização do material. Ao diminuir a intensidade do campo magnético  $H$  a partir da saturação, observa-se um atraso no decréscimo da densidade de fluxo magnético ( $B$ ) – o fenômeno da histerese. Essa defasagem faz com que a curva altere seu caminho, resultando em uma densidade de fluxo magnético remanescente no material, mesmo quando  $H$  é zero. Este valor é indicado pelo ponto  $B_r$  e é resultado do alinhamento remanescente dos domínios magnéticos. Deste ponto, o aumento da intensidade do campo magnético no sentido contrário ao inicial é necessário para levar a densidade de fluxo magnético a zero. Este valor de campo reverso é conhecido como campo coercitivo ( $-H_c$ ), indicando que seu sentido é contrário à densidade de fluxo magnético positiva. Continuando o aumento do campo externo no sentido contrário, a amostra atinge a saturação

negativa, indicada pelo ponto Q da curva, com valores máximos negativos ( $-H_{m\acute{a}x}$  e  $-B_{m\acute{a}x}$ ).

Por fim, quando a intensidade de campo volta ao sentido positivo, a curva de histerese não retorna pelo caminho inicial (OP), mas sim toma um caminho que resulta em densidade de fluxo magnético negativa ( $-B_r$ ) mesmo quando  $H$  é nulo. Com o aumento do campo externo no sentido positivo, a curva fecha o ciclo e atinge a saturação máxima no ponto P novamente. Este ciclo fechado da curva de histerese é conhecido como *laço de histerese*, cuja área interna corresponde à energia necessária para magnetizar e desmagnetizar um material ferromagnético por unidade de volume, e a cada ciclo [7]. A Figura 3.8 demonstra os laços de histerese característicos de materiais magnéticos moles e duros. Pode-se observar que os materiais magnéticos duros apresentam grande resistência a variações de densidade de fluxo magnético, diferentemente dos materiais moles. Este detalhe é importante, uma vez que é desejável diminuir ao máximo as perdas para que o projeto apresente um bom rendimento.

Figura 3.8 – Laço de histerese de um material magnético doce e material magnético duro.



Fonte: Autor.

Desta maneira, com a introdução ao magnetismo, pode ser apresentado a teoria que baliza os cálculos dos reatores lineares paralelos de que se trata este

trabalho. A Figura 3.9 e Figura 3.10 apresentam alguns exemplos de valores das propriedades típicas de materiais magnéticos moles e duros, respectivamente.

Figura 3.9 – Propriedades típicas de vários materiais magnéticos moles.

<i>Material</i>	<i>Composition (wt%)</i>	<i>Initial Relative Permeability <math>\mu_i</math></i>	<i>Saturation Flux Density <math>B_s</math> [tesla (gauss)]</i>	<i>Hysteresis Loss/Cycle [J/m<sup>3</sup> (erg/cm<sup>3</sup>)]</i>	<i>Resistivity <math>\rho</math> (<math>\Omega \cdot m</math>)</i>
Commercial iron ingot	99.95 Fe	150	2.14 (21,400)	270 (2,700)	$1.0 \times 10^{-7}$
Silicon-iron (oriented)	97 Fe, 3 Si	1,400	2.01 (20,100)	40 (400)	$4.7 \times 10^{-7}$
45 Permalloy	55 Fe, 45 Ni	2,500	1.60 (16,000)	120 (1,200)	$4.5 \times 10^{-7}$
Supermalloy	79 Ni, 15 Fe, 5 Mo, 0.5 Mn	75,000	0.80 (8,000)	—	$6.0 \times 10^{-7}$
Ferroxcube A	48 MnFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub> , 52 ZnFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	1,400	0.33 (3,300)	~40 (~400)	2,000
Ferroxcube B	36 NiFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub> , 64 ZnFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	650	0.36 (3,600)	~35 (~350)	$10^7$

Fonte: [9].

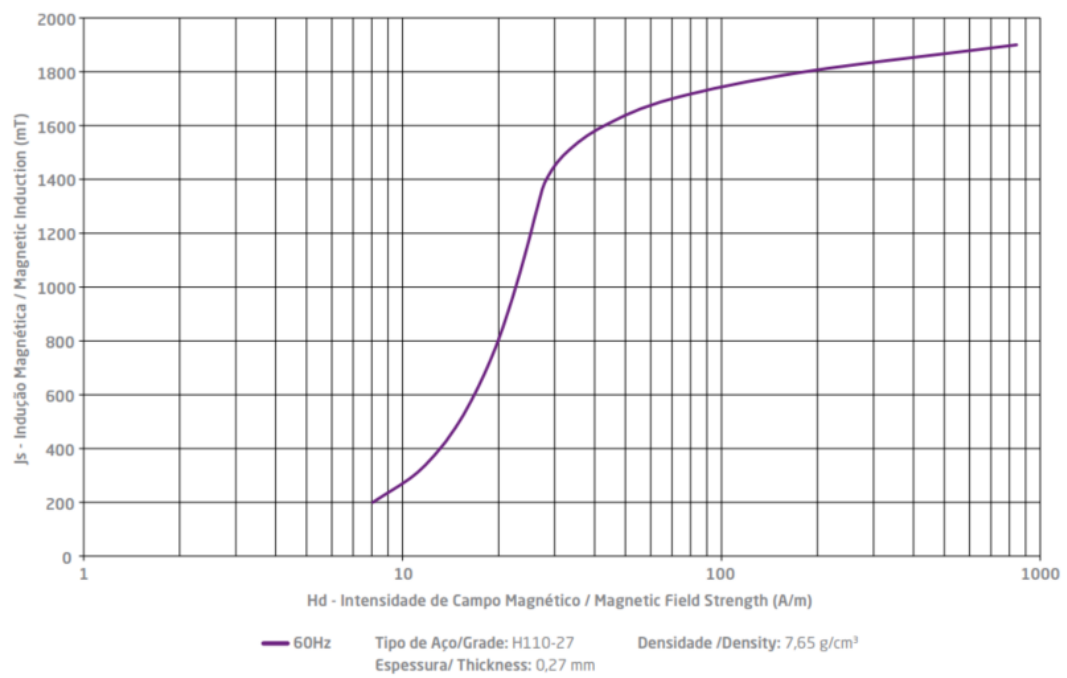
Figura 3.10 – Propriedades típicas de vários materiais magnéticos duros.

<i>Material</i>	<i>Composition (wt%)</i>	<i>Remanence <math>B_r</math> [tesla (gauss)]</i>	<i>Coercivity <math>H_c</math> [amp-turn/m (Oe)]</i>	<i><math>(BH)_{max}</math> [kJ/m<sup>3</sup> (MGOe)]</i>	<i>Curie Temperature <math>T_c</math> [°C (°F)]</i>	<i>Resistivity <math>\rho</math> (<math>\Omega \cdot m</math>)</i>
Tungsten steel	92.8 Fe, 6 W, 0.5 Cr, 0.7 C	0.95 (9,500)	5,900 (74)	2.6 (0.33)	760 (1,400)	$3.0 \times 10^{-7}$
Cunife	20 Fe, 20 Ni, 60 Cu	0.54 (5,400)	44,000 (550)	12 (1.5)	410 (770)	$1.8 \times 10^{-7}$
Sintered alnico 8	34 Fe, 7 Al, 15 Ni, 35 Co, 4 Cu, 5 Ti	0.76 (7,600)	125,000 (1,550)	36 (4.5)	860 (1,580)	—
Sintered ferrite 3	BaO-6Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.32 (3,200)	240,000 (3,000)	20 (2.5)	450 (840)	$\sim 10^4$
Cobalt rare earth 1	SmCo <sub>5</sub>	0.92 (9,200)	720,000 (9,000)	170 (21)	725 (1,340)	$5.0 \times 10^{-7}$
Sintered neodymium-iron-boron	Nd <sub>2</sub> Fe <sub>14</sub> B	1.16 (11,600)	848,000 (10,600)	255 (32)	310 (590)	$1.6 \times 10^{-6}$

Fonte: [9].

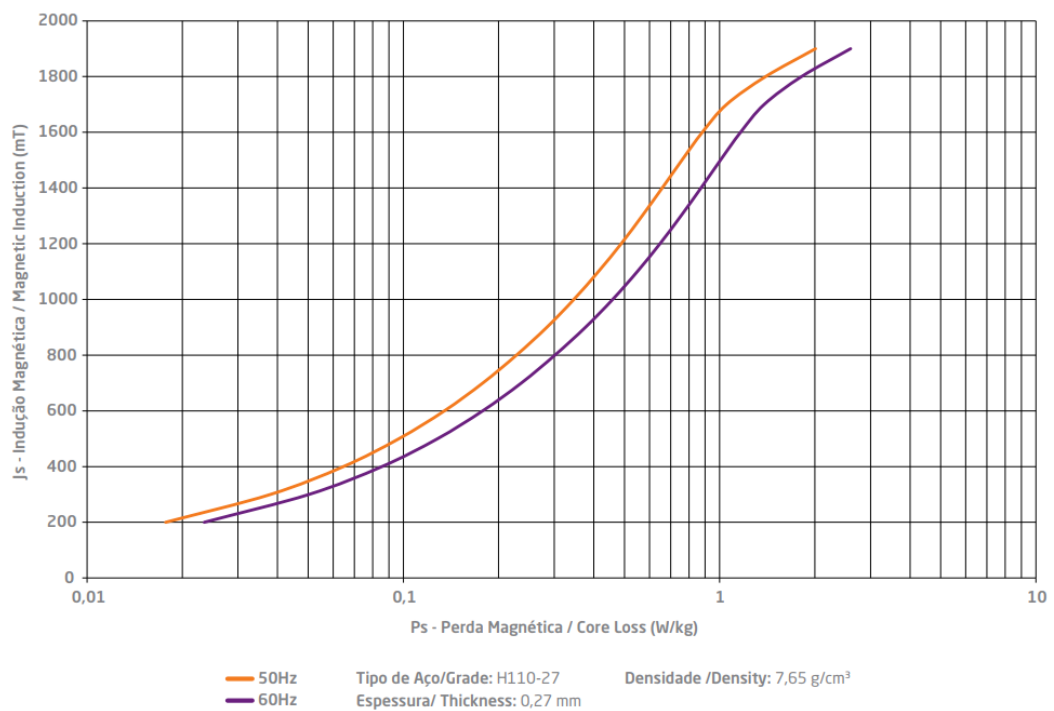
Já as Figura 3.11 e Figura 3.12, a seguir, apresentam as curvas de magnetização e de perdas magnéticas (relacionada ao laço de histerese) da chapa de aço de grão-orientado H110-27, do fabricante Aperam.

Figura 3.11 – Curva de magnetização da chapa de aço de grão-orientado H110-27 da Aperam.



Fonte:[10].

Figura 3.12 – Curva de perdas magnéticas da chapa de aço de grão-orientado H110-27 da Aperam.



Fonte: [10].

## 3.2 CIRCUITOS MAGNÉTICOS

Dada a discussão teórica apresentada na Subseção 3.1, esta Subseção tem o objetivo de iniciar a explanação a respeito da modelagem matemática dos reatores lineares paralelos.

De acordo com a literatura, praticamente todos transformadores e máquinas elétricas utilizam material ferromagnético na sua construção para confinar e dar direcionamento às linhas de campo magnético e, assim, aumentar o fluxo magnético, necessário para a realização de trabalho em máquinas elétricas rotativas, por exemplo.

### 3.2.1 INTRODUÇÃO AOS CIRCUITOS MAGNÉTICOS

A construção dos equipamentos elétricos segue as leis e conceitos basilares da eletricidade partindo das equações de Maxwell. Como, na prática, não é possível se trabalhar com condições ideais, são feitas simplificações e suposições pragmáticas para se alcançar o resultado esperado [11]. A primeira simplificação consiste em desprezar a contribuição da corrente de deslocamento. Esta componente, presente no lado direito da Equação (3.4) (Lei de Ampère), surge devido à variação temporal do campo elétrico. Contudo, a irrelevância deste parâmetro é justificada pelo fato de que as frequências de operação e as dimensões dos equipamentos em estudo resultam em valores insignificantes para essa contribuição

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad 3.4$$

Desta forma, se pode trabalhar estaticamente com os parâmetros magnéticos. Essencialmente, esta equação define que a circulação do campo magnético (lado esquerdo da equação (3.4)) através dos meios é igual a corrente elétrica que gera este campo, dado pela integral de superfície da densidade de corrente  $J$ , e é o pilar dos cálculos de circuitos magnéticos [11]. Estes conceitos serão melhor esclarecidos ao longo do trabalho.

Outra consideração simplificadora diz respeito à geometria relacionada ao cálculo das intensidades de campo magnético  $H$  e densidade de fluxo magnético  $B$ . Por se tratar de grandezas vetoriais tridimensionais, a análise se torna muito complexa. Desta maneira, na engenharia, é aceitável resumir o problema tridimensional a um circuito

equivalente mais simples e unidimensional, cujo resultados obtidos aproximam-se dos valores reais [11].

Sendo assim, um circuito magnético consiste em um material ferromagnético com formato geométrico pré-definido de alta permeabilidade magnética absoluta ( $\mu$ ), muito maior que a do ar ( $\mu_0$ ), isto é  $\mu \gg \mu_0$  [11]. A liga de ferro-níquel *IMPHY SUPRA 50*, indicada na Figura 3.13, do fabricante Aperam, possui permeabilidade relativa de 12.500, conforme [12].

Figura 3.13 – Ficha técnica da liga metálica *IMPHY SUPRA 50* da Aperam.

Cold Rolled Strips

IMPHY SUPRA 50 - SUPRA 50SP

IMPHY SUPRA50 /SUPRA50SP is an iron-nickel soft magnetic alloys with maximum saturation induction and high permeability. Main applications are relays, gas safety, sensors, watches, shieldings.

International standards

ASTM A 753, DIN 17405, IEC 404, JIS C 2531

Chemical composition

Elements (% weight)	Ni	Fe
Typical value	48	Bal

Physical properties

Density (g/cm³)	Melting T° (°C - °F)	Curie T° (°C - °F)	Thermal expansion (10 <sup>-6</sup> ·°K <sup>-1</sup> )	Resistivity (μΩ.cm)	Thermal conduction (W/°Km)	Specific heat (J.Kg <sup>-1</sup> ·°K <sup>-1</sup> )
8.2	1425 - 2597	450 - 842	8	45	13	500

Magnetic properties\*

Conditions	Thickness (mm - ")	Saturation induction (G - T at 100e = 800 A/m)	Coercive force (Oe - A/m)	Permeability	Losses (W/kg) 400Hz - 1T
Direct Current	0,35 - 0.0138	15000 - 1,50	0.035 - 2,8	μmax: 200000	-
Alternat. Current	0,35 - 0.0138	15000 - 1,50	-	μ5z: 12500	0,15

\* Typical values measured on rings sample thickness: 0,350.0138/ « after heat treatment at 1150°C /2102 °F in pure & dry Hydrogen cooling rate: not critical, 50 to 100°C/hour).

Fonte: [12].

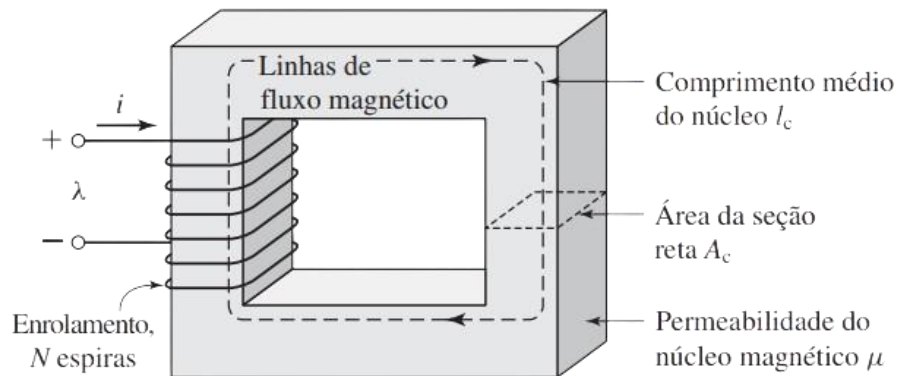
Em geral, os circuitos magnéticos apresentam seção reta uniforme e sua fonte de campo magnético é formada por enrolamentos de  $N$  espiras por onde passa uma corrente  $i$ . A passagem de corrente elétrica nos  $N$  enrolamentos aumenta a intensidade de campo magnético confinado no interior do material ferromagnético, que recebe o nome de núcleo ferromagnético, ou simplesmente núcleo. A fonte de intensidade de campo magnético é chamada de *força magnetomotriz* (FMM). Sua definição matemática é a seguinte [11]

$$\mathcal{F} = Ni \quad 3.5$$

em unidades de ampères-espiras (A.e).

A Figura 3.14 abaixo exemplifica um circuito magnético simples com os parâmetros apresentados. Na figura, é possível observar o enrolamento formado por  $N$  espiras que, por ele, circula corrente elétrica de valor  $i$ , bem como o núcleo ferromagnético de permeabilidade absoluta igual  $\mu$  e seção reta denotada por  $A$ , ou  $A_c$ , sendo o subíndice “c” representando “core”, núcleo, em inglês [6].

Figura 3.14 – Circuito magnético simplificado.



Fonte: [11].

O fluxo magnético líquido resultante do confinamento das linhas de campo magnético no núcleo é definido pela Equação (3.6)

$$\phi = BA \quad 3.6$$

onde  $B$  é a intensidade de densidade de fluxo magnético e  $A$ , dispensando o subíndice “c”, é a área da seção reta do núcleo [11].

Relacionando a Lei de Ampère com os circuitos magnéticos por meio da Equação (3.4), é natural inferir que o lado direito da equação pode ser associado à força magnetomotriz após o produto com o número de espiras, já o lado esquerdo refere-se à circulação magnética. Como está se trabalhando com parâmetros constantes, as integrais de linha e de superfície tornam-se, simplesmente, o produto da intensidade de campo  $H$  e o do *caminho magnético*  $l$ , e a equação (3.4) torna-se

$$\mathcal{F} = Ni = Hl \quad 3.7$$

onde  $H$  é a intensidade de campo magnético externo que induz uma intensidade de densidade de fluxo magnético  $B$  que fluirá pelo núcleo. Já  $l$  corresponde ao comprimento médio do núcleo [11].

Há ainda outras duas considerações importantes a respeito do cálculo dos circuitos magnéticos. A primeira delas, é supor que todas as linhas de campo

magnético estão confinadas no interior do núcleo, de modo que não há perdas de fluxo magnético e pode-se escrever a Equação (3.6) como

$$B = \frac{\phi}{A} \quad 3.8$$

A segunda, é se trabalhar com o valor de permeabilidade magnética absoluta do núcleo na região linear da curva de saturação, a qual define a relação  $B$ - $H$  dos materiais ferromagnéticos, como descrito na Subseção 3.1. Desta maneira, reescrevendo a equação da força magnetomotriz em termos da densidade de fluxo magnético por meio da Equação (3.1), obtém-se [11]

$$\mathcal{F} = \frac{B}{\mu} l \quad 3.9$$

Reescrevendo a equação acima em termos da Equação (3.8), chega-se a

$$\mathcal{F} = \frac{l}{\mu A} \phi \quad 3.10$$

que, escrita em função da permeabilidade relativa, torna-se

$$\mathcal{F} = \frac{l}{\mu_r \mu_0 A} \phi \quad 3.11$$

A razão  $l/\mu A$  é definida como *relutância magnética* e, de forma semelhante à resistência elétrica nos circuitos elétricos, é um parâmetro que mede a dificuldade que as linhas de campo magnético experimentam ao atravessar o núcleo ferromagnético [11]. Sua unidade é o ampère-espira por weber (A.e/wb). Ela pode ser entendida, também, como o parâmetro que dita a dificuldade em alinhar os domínios magnéticos do material que constitui o núcleo. Definindo a relutância formalmente, tem-se

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu A} \quad 3.12$$

Define-se também o parâmetro conhecido como *permeância*, que é igual ao inverso da relutância. Isto é

$$\mathcal{P} = \frac{1}{\mathcal{R}} \quad 3.13$$

Desta maneira, a Equação (3.10) se torna [11]

$$\mathcal{F} = \mathcal{R}\phi \quad 3.14$$

ou ainda

$$\mathcal{F} = \frac{\phi}{\mathcal{P}} \quad 3.15$$

em termos da permeância.

O cálculo dos parâmetros dos circuitos magnéticos, como pode ser observado a partir da expressão da Equação (3.14), é semelhante ao cálculo dos parâmetros de um circuito elétrico. A Equação (3.16) apresenta uma relação muito conhecida na engenharia elétrica. Nota-se a dualidade entre esta equação e a Equação (3.14), onde a resistência elétrica  $R$  equivale à relutância magnética  $\mathcal{R}$ , assim como a força eletromotriz  $V$  é equivalente a força magnetomotriz  $\mathcal{F}$  e a corrente elétrica  $i$  é equivalente ao fluxo magnético  $\phi$  [11].

$$V = Ri \quad 3.16$$

Assim, cálculos mais complexos envolvendo circuitos magnéticos poderão e serão resolvidos utilizando as mesmas técnicas de solução de circuitos elétricos, como será apresentado na Subseção 3.3 e na Subseção 4.2.1.

### 3.2.2 INDUTÂNCIA DE UM CIRCUITO MAGNÉTICO

Um parâmetro de fundamental importância no projeto de reatores é a *indutância*. Conforme a literatura, a indutância é uma propriedade magnética que surge devido ao armazenamento de energia no campo magnético. Condutores energizados, isto é, que são percorridos por uma corrente elétrica, geram um campo magnético que é capaz de armazenar energia. A definição formal de indutância é dada por [11]

$$L = \frac{\lambda}{I} \quad 3.17$$

e sua unidade, no SI, é o henry (H).

Uma grandeza importante para o cálculo da indutância é o *fluxo concatenado*. Define-se fluxo concatenado como [11]

$$\lambda = N\phi \quad 3.18$$

Por meio dele, pode-se calcular a indutância de um circuito magnético a partir de seus parâmetros de projeto utilizando o número de espiras  $N$  e a relutância magnética (que resume as características geométricas do núcleo e sua permeabilidade magnética). Utilizando as Equações (3.14) e (3.18), é possível demonstrar que a indutância vale [11]

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}} \quad 3.19$$

ou ainda [11]

$$L = N^2 \mathcal{P} \quad 3.20$$

Nota-se que a indutância é proporcional ao quadrado do número de espiras e inversamente proporcional à relutância do circuito magnético. Ambos os parâmetros são definidos por aspectos construtivos que dependem da geometria do circuito, como citado anteriormente. A expressão da Equação (3.21) revela esta dependência de forma clara [11]

$$L = \frac{N^2}{l/\mu A} = \frac{N^2 \mu A}{l} \quad 3.21$$

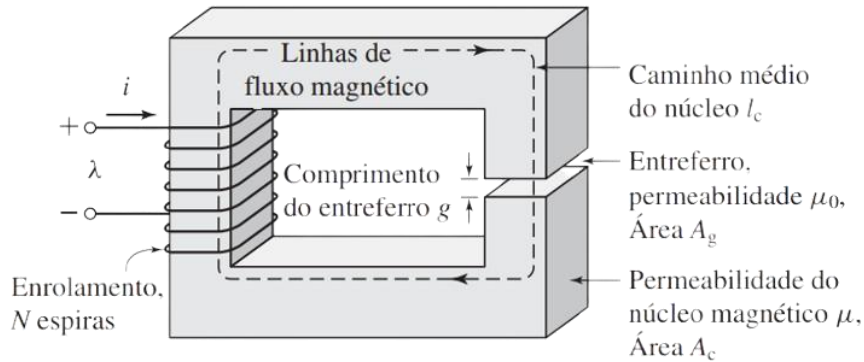
O cálculo da indutância de um circuito magnético se provará de fundamental relevância para a especificação de um reator paralelo, pois, a partir desta propriedade, pode-se calcular e especificar os demais parâmetros de projeto apresentados até este momento (por exemplo: número de espiras, fluxo magnético, seção transversal entre outros). A especificação de um reator linear paralelo construído em parceria com a Translux Produtos Elétricos será apresentada na Seção 4.

### 3.3 O ENTREFERRO

Conforme aponta a literatura, o entreferro de um circuito magnético é definido como o comprimento de um pequeno espaço de ar ou outro material para/diamagnético inserido propositalmente no caminho do fluxo no núcleo. Sua principal função é estabilizar o valor de indutância do dispositivo. Esta performance é obtida graças à característica linear da relação  $B-H$  dos materiais para/diamagnéticos, como discutido na Subseção 3.1. Como pôde ser observado na Figura 3.11, a permeabilidade magnética do ar/material é milhares de vezes menor que a

permeabilidade do núcleo, constituído de material ferromagnético. Calculando a circulação magnética do circuito magnético da Figura 3.15, a qual apresenta um entreferro de comprimento igual a  $g$  e área de seção reta igual a  $A_g$ , pode-se demonstrar matematicamente a influência deste.

Figura 3.15 – Circuito magnético simplificado com entreferro.



Fonte: [11].

Se for aplicado a Equação (3.7) no circuito magnético da figura acima, obtém-se [11]

$$\mathcal{F} = Hl + H_g g \quad 3.22$$

onde os parâmetros  $H$  e  $l$  são referentes ao núcleo e os parâmetros  $H_g$  e  $g$  ao entreferro. Utilizando a relação  $B-H$  da faixa linear do material ferromagnético, a equação se torna [11]

$$\mathcal{F} = \frac{B}{\mu_r \mu_0 A} l + \frac{B_g}{\mu_0 A_g} g \quad 3.23$$

Fica claro, então, que parte da FMM entregue pela fonte é utilizada na geração de campo magnético no núcleo, enquanto o restante é utilizado para a geração de campo magnético no entreferro [11].

Pela consideração feita que não há perdas de fluxo magnético na passagem dele através de todo o caminho fechado que constitui o circuito magnético, de maneira análoga ao caso do circuito magnético simples da Figura 3.14, é possível escrever que [11]

$$\mathcal{F} = \left( \frac{l}{\mu_r \mu_0 A} + \frac{g}{\mu_0 A_g} \right) \phi \quad 3.24$$

A relutância do núcleo é dada por [11].

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu_r \mu_0 A} \quad 3.25$$

já a do entreferro vale [11]

$$\mathcal{R}_g = \frac{g}{\mu_0 A_g} \quad 3.26$$

Em termos das relutâncias do circuito, a expressão da Equação (3.24) é reescrita como mostrado na Equação (3.27) [11],

$$\mathcal{F} = (\mathcal{R} + \mathcal{R}_g) \phi \quad 3.27$$

e isolando o fluxo magnético, [11]

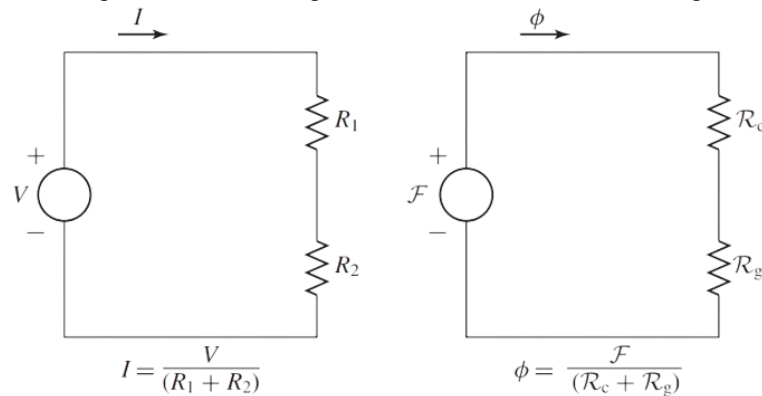
$$\phi = \frac{\mathcal{F}}{(\mathcal{R} + \mathcal{R}_g)} \quad 3.28$$

Em termos das relutâncias, a expressão para o fluxo é [11]

$$\phi = \frac{\mathcal{F}}{\left( \frac{l}{\mu_r \mu_0 A} + \frac{g}{\mu_0 A_g} \right)} \quad 3.29$$

Analogamente aos circuitos elétricos, onde a corrente fornecida pela fonte pode ser calculada a partir da *impedância* equivalente que ela enxerga, pode-se obter o fluxo magnético total fornecido pela fonte de força magnetomotriz a partir do inverso da relutância equivalente que ela enxerga. A Figura 3.16 mostra uma comparação entre o exemplo do circuito magnético com entreferro e seu circuito elétrico dual.

Figura 3.16 – Analogia entre circuitos elétricos e magnéticos.



Fonte: [6].

A soma das relutâncias do circuito magnético e do entreferro, por simplificação, será definida pela *relutância equivalente*, isto é [11]

$$\mathcal{R}_{eq} = \mathcal{R} + \mathcal{R}_g \quad 3.30$$

E a Equação (3.28) poderá ser escrita como

$$\phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}_{eq}} \quad 3.31$$

Em uma última análise utilizando a Equação (3.29), como o valor de relutância do entreferro é muito maior que a relutância do núcleo magnético, o denominador da expressão é dominado pela relutância do entreferro, ou seja,  $(\mu A/l) \gg (\mu A_g/g)$ , e assim pode-se dizer que  $(\mathcal{R}_{eq} \cong \mathcal{R}_g)$  [11].

Diante deste fato, o entreferro mostra sua relevância à medida que funciona como um estabilizador da indutância, tornando-a linear para variações do ponto de operação dos reatores lineares.

Por fim, calculando a indutância deste circuito magnético por meio da Equação (3.19), [6]

$$L = \frac{N^2}{\frac{l}{\mu A} + \frac{g}{\mu_0 A_g}} \quad 3.32$$

mas  $(\mu A/l) \gg (\mu A_g/g)$ , e então [11]

$$L \cong \frac{N^2}{\frac{g}{\mu_0 A_g}} = N^2 \frac{\mu_0 A_g}{g} \quad 3.33$$

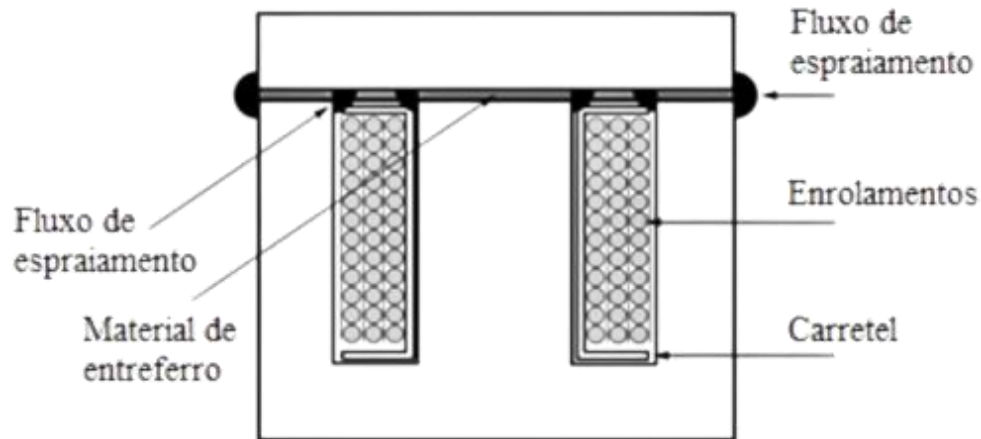
Relembrando que, para todas as equações desenvolvidas anteriormente, considerou-se que não existia *espraiamento* do campo magnético na fronteira do núcleo, porém, em circuitos magnéticos práticos, a influência do fenômeno afeta de forma considerável o projeto final de indutores lineares paralelos e será apresentado na Subseção 3.4.

### 3.4 FLUXO DE ESPRAIAMENTO

Em circuitos magnéticos reais, as linhas de campo magnético espraiam-se, mesmo que pouco, quando cruzam a fronteira entre o material do núcleo para o ar (ou material do núcleo para qualquer outro material) causando o aumento da área efetiva  $A_g$  da seção reta do entreferro. Métodos empíricos são a melhor maneira de se considerar o efeito do espraiamento do campo [6].

O fluxo de espraçamento é influenciado por alguns fatores como: a dimensão do entreferro, o formato faces polares, o tamanho, formato e localização do enrolamento [6]. A Figura 3.17 apresenta a localização do fluxo de espraçamento de um circuito magnético de um núcleo EI, melhor abordado na Subseção 3.5.2. Já a Figura 3.18 mostra de forma mais detalhada este espraçamento.

Figura 3.17 – Exemplo da localização dos fluxos de espraçamento em núcleo do tipo EI.



Fonte: [5].

O fluxo de espraçamento diminui a relutância total do caminho magnético e, como consequência, faz com que a indutância aumente por um fator  $F$  e alcance valores de indutância maiores que o fornecido pela Equação (3.21), fato que será constatado nas Subseções 4.2.3 e 4.2.4. Uma das formas de se calcular o fator de dispersão  $F$  é dado por meio da Equação abaixo, segundo [6]

$$F = 1 + \frac{g}{\sqrt{A}} \ln \left( \frac{2G}{g} \right) \quad 3.34$$

onde  $G$  é a dimensão do enrolamento do núcleo.

Desta forma, a indutância efetiva do dispositivo magnético quando considerado o espraçamento das linhas de campo magnético é indicado por meio da Equação a seguir [6]:

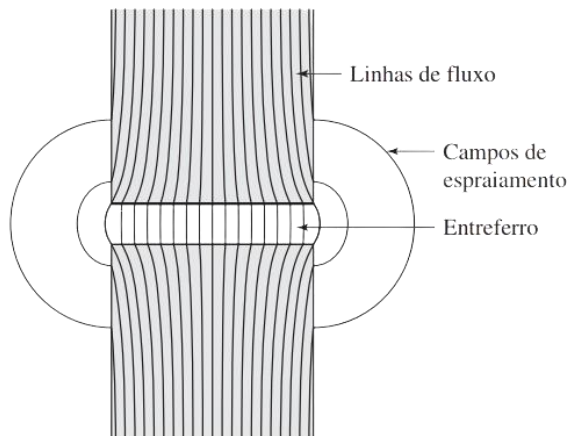
$$L' = \frac{FN^2\mu_0 A_g}{g} \quad 3.35$$

Por fim, com a indutância efetiva calculada, é necessário recalculer o número de espiras  $N$  usando o fator de espraçamento  $F$  em consideração por meio da equação abaixo [6].

$$N' = \sqrt{\frac{Lg}{\mu_0 F}} \quad 3.36$$

O fluxo de espraioamento, como comentando ao longo do trabalho, influencia em alguns aspectos do projeto final de reatores paralelos de baixa tensão. Devido ao fato de ser um fenômeno muito complexo, não existe uma expressão analítica que possa descrever matematicamente este comportamento para casos gerais.

Figura 3.18 – Campos de espraioamento no entreferro.



Fonte:[11].

### 3.5 PROJETO DE INDUTORES LINEARES EM CORRENTE ALTERNADA

O princípio fundamental da construção de dispositivos magnéticos se deve à criação de fluxo magnético por meio da passagem de corrente elétrica através de uma bobina. A possibilidade de se controlar este fluxo permite, também, o controle da operação deste dispositivo magnético [6].

Os materiais utilizados na confecção do núcleo e sua geometria vão depender da aplicação e dos parâmetros conflitantes como tamanho, peso, elevação de temperatura, magnitude de densidade de fluxo, perdas no núcleo e frequência de operação como indicado em [6].

Ainda com relação ao núcleo magnético, a escolha tanto do tipo quanto do formato apropriado são fundamentais para se especificar o projeto de indutores lineares. Para circuitos de potência, devido ao crescimento de dispositivos chaveados de alta frequência, se tornou essencial a escolha do material de um núcleo magnético na confecção de indutores e transformadores. O chaveamento dos dispositivos magnéticos como conversores de frequência injeta na rede harmônicas que podem causar sobreaquecimento do equipamento [6] e [13].

Atualmente, empregam-se comumente quatro tipos de materiais no projeto de núcleos ferromagnéticos [6]: a) ar, b) ferro laminado, c) pó de ferro e d) ferrite. Dos quatro, destaca-se o uso do ferro laminado na construção de indutores e transformadores, pois devido ao regime de operação senoidal e consequente variação de fluxo magnético, surgem correntes parasitas que circulam no núcleo causando aquecimento. A seguir são apresentados maiores detalhes a respeito da laminação do núcleo na tentativa de redução dos efeitos dessas correntes parasitas.

### 3.5.1 CORRENTES PARASITAS E ISOLAÇÃO

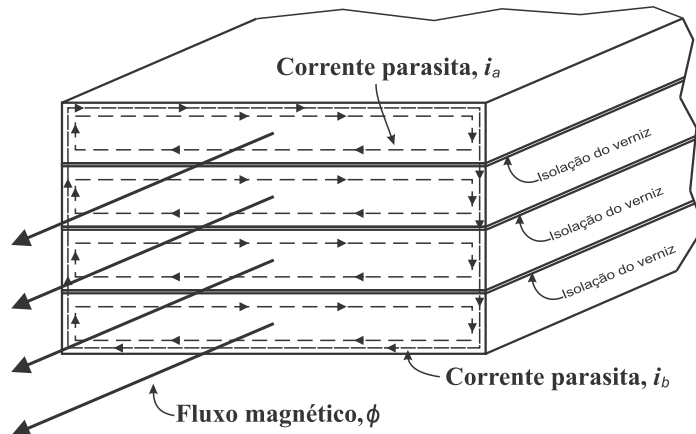
Dispositivos magnéticos operando por meio de excitação variável no tempo como transformadores, reatores entre outros, estão sujeitos a circulação de correntes parasitas através de seus núcleos magnéticos devido à resposta física contra esta variação de fluxo dada pela expressão da Lei de Faraday-Lenz:

$$\epsilon = - \frac{d\phi}{dt} \quad 3.37$$

em que  $\epsilon$  é a força eletromotriz (FEM) e  $\phi$  é o fluxo magnético.

As magnitudes das correntes parasitas são proporcionais à tensão induzida pela variação do fluxo magnético e para reduzi-las e evitar perdas significativas, é necessário que o material, geralmente aço, que compõe o núcleo possua altos valores de resistividade. Também é necessário que as lâminas possuam uma espessura específica, além de conter material isolante entre as lâminas para impedir que as correntes parasitas circulem entre as lâminas [6]. A Figura 3.19 exibe de forma mais didática as correntes parasitas que circulam no interior do núcleo. Percebe-se que elas não estão confinadas apenas às lâminas de aço, mas podem circular por caminho que envolvem várias lâminas. As correntes  $i_a$  e  $i_b$  em destaque são as representações das correntes que circulam nas lâminas individualmente e entre as lâminas, respectivamente. É fundamental citar que a circulação destas correntes em alta intensidade provoca o superaquecimento dos materiais dielétricos que isolam os fios de cobre (neste exemplo, o verniz). Isso pode levar à deterioração do isolamento e, consequentemente, causar curtos-circuitos entre os enrolamentos, danificando o dispositivo.

Figura 3.19 – Circulação de correntes parasitas no núcleo.

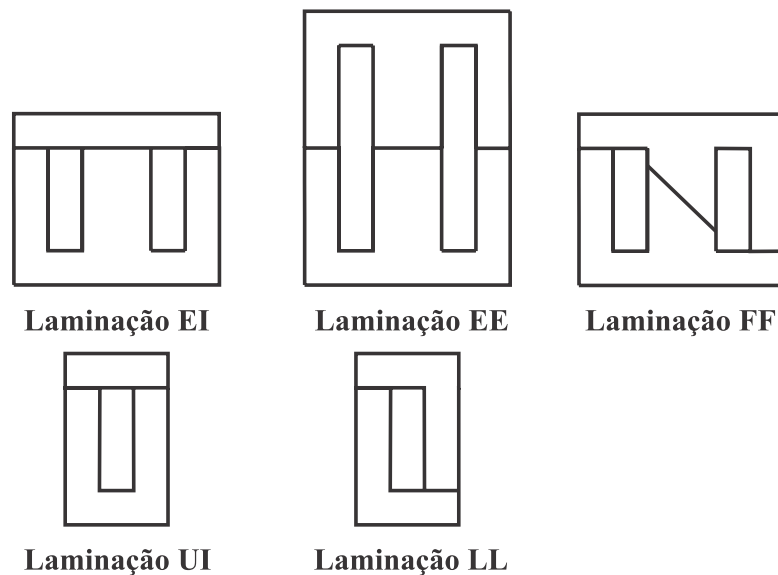


Fonte: O Autor.

### 3.5.2 LAMINAÇÕES

As laminações utilizadas em projetos de indutores disponíveis no mercado variam quanto ao tamanho e formato. Alguns formatos tipicamente encontrados são os *núcleos EI*, *EE*, *FF*, *UI* e *LL* como mostrado na Figura 3.20 e diferem-se entre si principalmente pela localização do entreferro no caminho magnético [6]. Segundo [13], a tecnologia utilizada no corte da chapa do material ferromagnético permite aproveitar o máximo deste material.

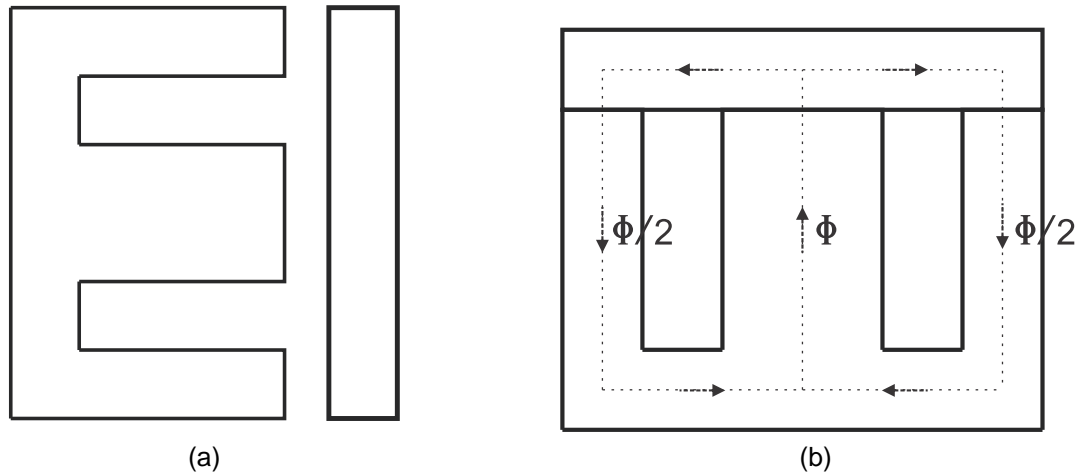
Figura 3.20 – Formatos comuns de laminações de núcleos ferromagnéticos.



Fonte: O Autor.

A seguir, na Figura 3.21 é apresentado com mais detalhes a configuração de laminação de núcleos ferromagnéticos do tipo EI, a qual foi utilizada no protótipo ensaiado em laboratório.

Figura 3.21 – a) Lâmina EI e b) configuração do circuito magnético para este núcleo.

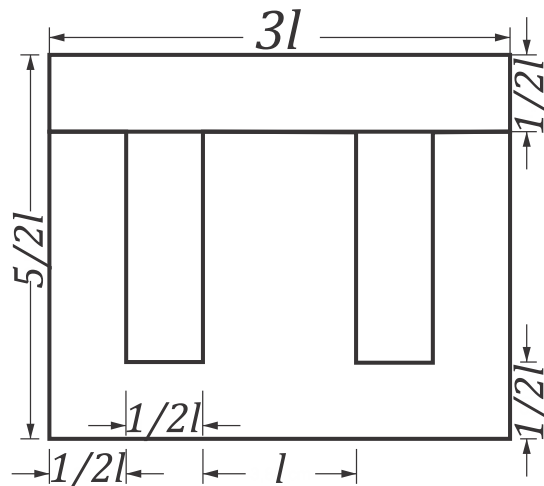


Fonte: Adaptado de [10].

Esta laminação, em especial, tem a característica de dividir o fluxo magnético  $\phi$  criado pela bobina da coluna central em duas partes iguais, fluindo através da travessa superior, entreferros e colunas laterais para fechar o caminho magnético, como detalhado na Figura 3.21b [13].

As dimensões das colunas desta laminação são padronizadas: todas as medidas do núcleo são dadas em função do comprimento médio da coluna central  $l$ , como observado na Figura 3.22. Desta forma, o cálculo da relutância correspondente ao núcleo magnético requer menos esforço.

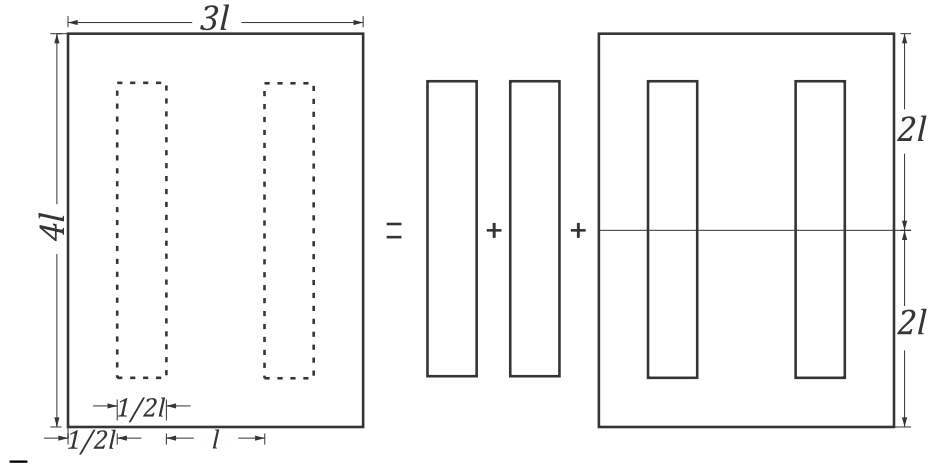
Figura 3.22 – Dimensões do núcleo EI.



Fonte: Adaptado de [10].

Outrossim, a laminação EI também tem por objetivo o máximo aproveitamento da chapa bruta [13]. Ela é obtida por meio da estampa da chapa, a qual possui comprimento e largura múltiplos de  $l$ , como observado na Figura 3.23.

Figura 3.23 – Corte da chapa bruta para obtenção da laminação EI.



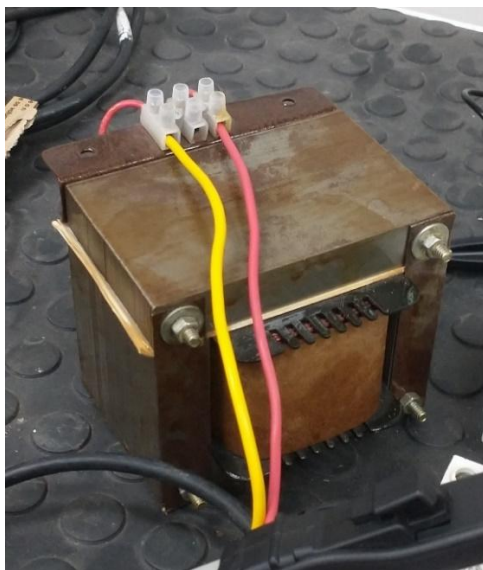
Fonte: Adaptado de [13].

A obtenção de um par de lâminas EI a partir de uma única chapa garante que as perdas de material no processo sejam nulas e, além disso, facilita os cálculos para se obter os parâmetros magnéticos de projeto. Essa característica é a principal justificativa para a grande adoção dessa laminação em projetos de núcleos magnéticos, sendo um arranjo inclusive utilizado no protótipo de laboratório, como citado anteriormente.

#### 4 ESPECIFICAÇÃO DE INDUTORES LINEARES PARALELOS

A especificação de reatores paralelos lineares de baixa tensão inicia-se com os parâmetros de operação do projeto. O protótipo testado em laboratório, conforme [14], é o indutor monofásico Translux de 320 espiras, denominado como T320, composto por um enrolamento envolvente em núcleo EI, de área de seção reta da coluna central igual  $28,88 \text{ cm}^2$  ( $3,8 \text{ cm} \times 7,6 \text{ cm}$ ) e com acesso aos dois terminais da bobina, como pode ser visto na Figura 4.1a.

Figura 4.1 – Indutor Translux T320.



a) indutor T320;



b) limites operativos do T320;

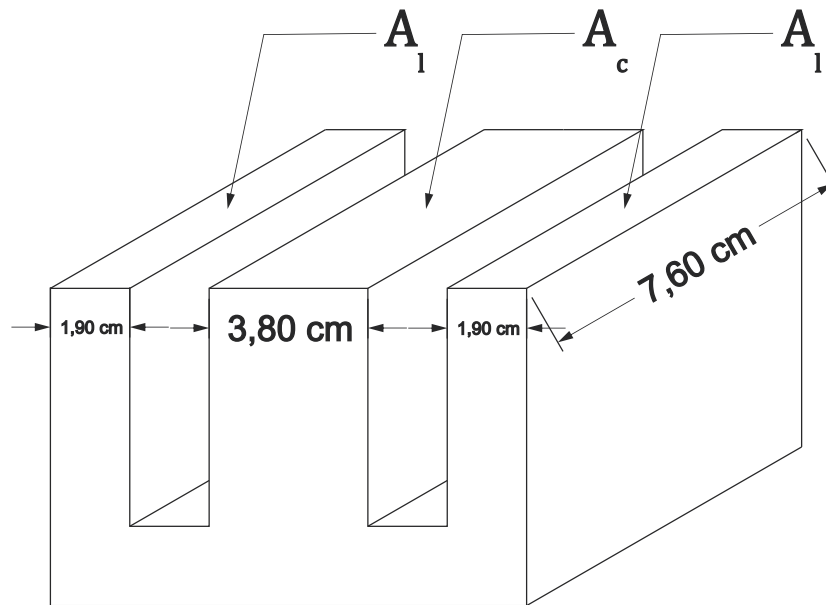
Fonte: O Autor.

Este dispositivo foi concedido pela Translux Equipamentos Elétricos de forma a contribuir para a pesquisa científica que estava sendo desenvolvida pela equipe de pesquisadores da UFPE e, desta forma, o fabricante disponibilizou apenas as informações suficientes para não danificar o equipamento.

O T320 foi construído para operar em baixa tensão, 220 V, com corrente mínima de 0,90 A e máxima de 4,50 A, como observado na “placa” do dispositivo da Figura 4.1b. É importante salientar que a corrente mínima calculada na etapa de pré-fabricação era de cerca 0,20 A, na ausência de entreferro, contudo a corrente mínima indicada pelo fabricante era três vezes maior. Desta forma, sob investigação, após a reorganização das lâminas pela equipe em laboratório chegou-se próximo à corrente mínima de projeto, 0,22 A. Este ponto merece atenção, pois indica que equipamentos de fabricantes que não consideram esses efeitos podem apresentar variações

indesejadas nos parâmetros dos seus indutores, comprometendo o desempenho final do dispositivo. A Figura 4.2 mostra as dimensões do núcleo do indutor T320. Onde  $A_l$  e  $A_c$  são as áreas das colunas laterais e coluna central, respectivamente.

Figura 4.2 – Dimensões do núcleo do indutor T320.



Fonte: O Autor.

De forma a realizar uma avaliação da variação paramétrica observada durante os testes com os protótipos iniciais da carga RLC, analisa-se o impacto das mudanças construtivas sobre os resultados obtidos no projeto de P&D, ensaiou-se novamente o indutor monofásico T320, com a mesma metodologia empregada anteriormente no projeto, mostrada na Subseção 4.1.

#### 4.1 METODOLOGIA

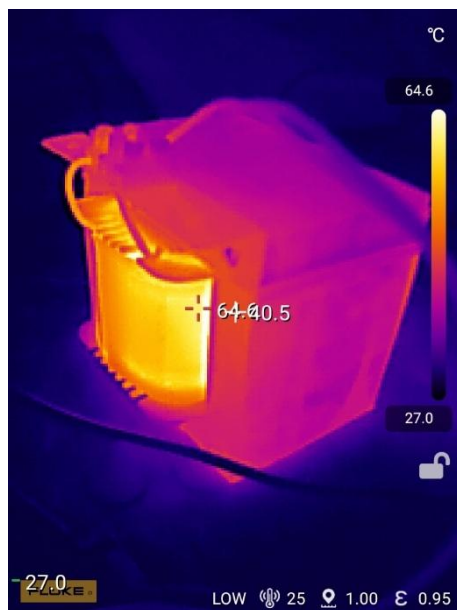
O procedimento adotado seguiu como o apresentado na referência [14], que consistiu em anotar, ponto a ponto, os valores de tensão, corrente, potências ativa, reativa, aparente e fator de potência do equipamento. Utilizando uma fonte de tensão regulável, excursionou-se os valores de tensão em passos de 20 V e anotou-se as grandezas citadas para que, ao fim, fosse possível construir um gráfico e verificar a linearidade do dispositivo. Inicialmente, utiliza-se um entreferro de papel com comprimento de 1,55 mm, estabelecendo uma base de comparação com os resultados obtidos durante a execução do projeto de P&D. Esta etapa visa realizar uma avaliação da variação paramétrica da indutância em função da geometria do entreferro. Para tanto, o comprimento do entreferro é duplicado, permitindo analisar o

comportamento do campo magnético diante dessa alteração e verificar a aderência dos resultados ao comportamento teórico esperado. Essa abordagem permite quantificar a sensibilidade do parâmetro indutivo em relação às mudanças físicas no circuito magnético, fundamentando a necessidade de métodos de correção precisos.

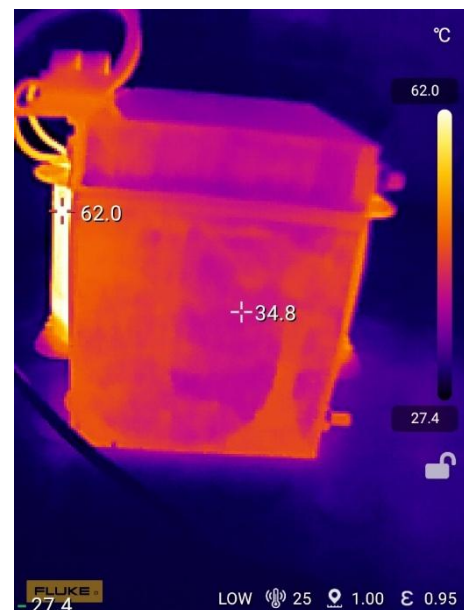
Por fim, após atingir os valores de tensão e corrente nominais de operação (220 V e 3,20 A) com o objetivo de verificar as temperaturas dos componentes do indutor, mediu-se as temperaturas do núcleo, enrolamento e entreferro por meio de uma câmera térmica. As medições de temperatura ajudariam a verificar possíveis pontos quentes ou anormalidades e, além disso, serviriam para validar o comportamento esperado das temperaturas dos entreferros. Algumas dessas medições de temperatura são mostradas na Figura 4.3.

A Figura 4.4 apresenta os equipamentos utilizados na realização do ensaio. Na parte a), é apresentado a fonte de alimentação trifásica regulável de pequeno porte, de 10 A, que pode ser excursionada até 380 V. Já em b) é mostrado o analisador de energia Fluke 435 Three Phase Power Quality Analyzer, usado para fazer as medições de corrente, tensão e potências. A parte c) apresenta a montagem na bancada do indutor T320 e, finalizando, a parte d) mostra a câmera térmica Fluke Isee TC01A.

Figura 4.3 – Imagens térmicas durante ensaios do indutor T320:



a) temperaturas dos componentes do indutor.



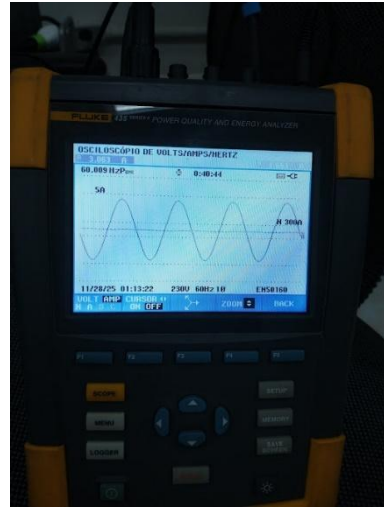
b) Foco na temperatura do entreferro.

Fonte: O Autor.

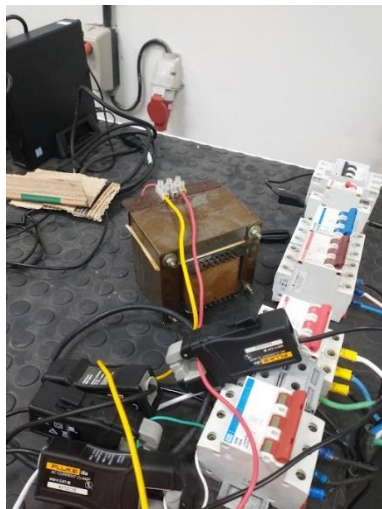
Figura 4.4 – Instrumentos e equipamentos utilizados no ensaio:



a) regulador de tensão trifásico de 10 A, de até 380 V kVA;



b) analisador de energia Fluke 435 Three Phase Power Quality Analyzer;



c) montagem do ensaio na bancada;



d) câmera térmica Fluke Isee TC01A.

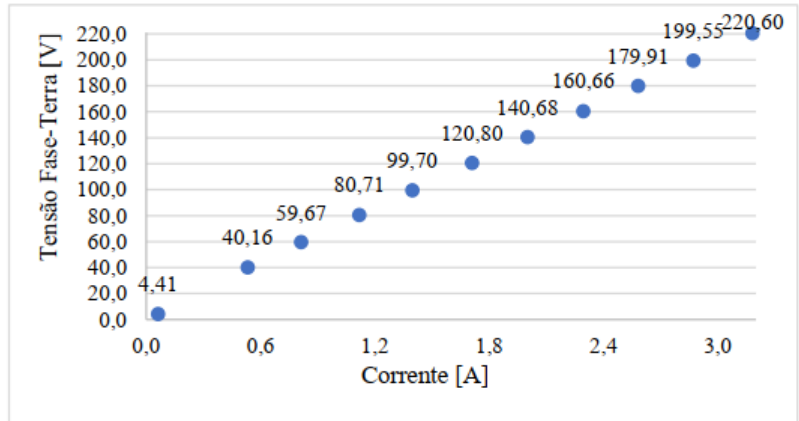
Fonte: O Autor.

#### 4.1.1 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

As Figura 4.5 e Figura 4.6 apresentam a comparação dos resultados do ensaio obtidos durante os testes para o projeto de P&D e para o desenvolvimento deste trabalho utilizando o entreferro de 1,55 mm. Pode-se visualizar a clara linearidade da resposta do dispositivo em ambos os testes. Os valores destacados em **negrito** são referentes à operação nominal do dispositivo, isto é, 220 V. A obtenção dos demais parâmetros elétricos como a impedância e relação X/R derivam destes resultados e são necessários para verificar a especificação do indutor.

Figura 4.5 – Resultados obtidos durante:

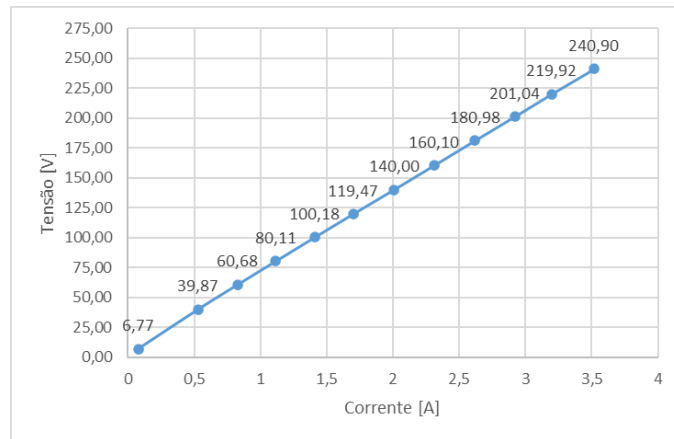
Tensão [V]	Corrente [A]
4,41	0,06
40,16	0,53
59,67	0,81
80,71	1,12
99,70	1,40
120,80	1,71
140,68	2,00
160,66	2,30
179,91	2,58
199,55	2,87
220,60	3,18



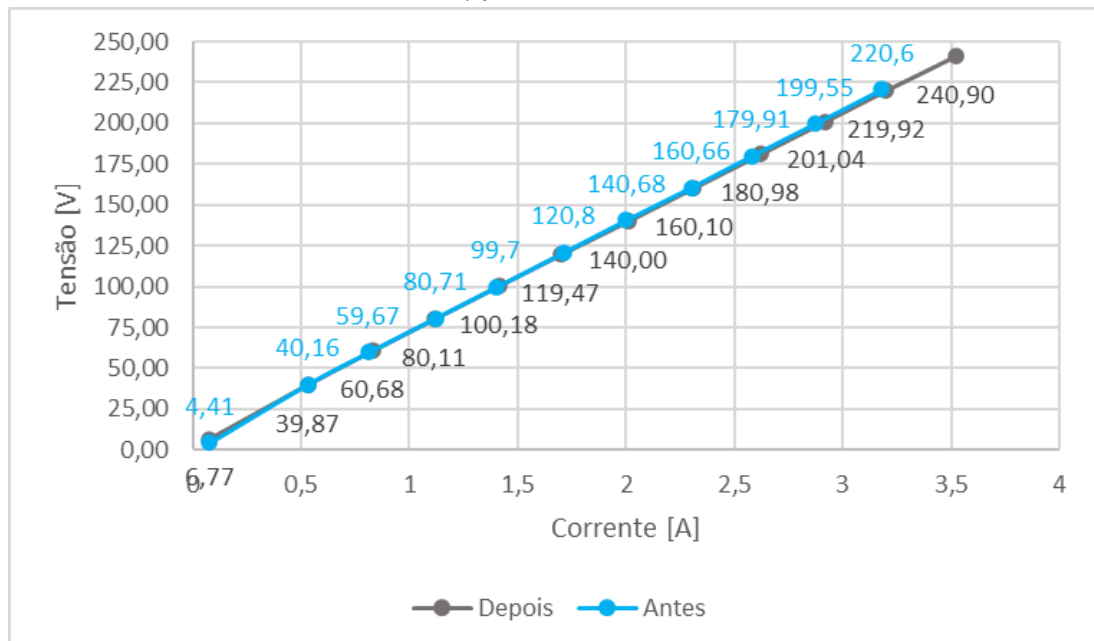
a) projeto de P&amp;D.

Fonte: [14].

Tensão (V)	Corrente (A)
6,77	0,077
39,87	0,530
60,68	0,830
80,11	1,116
100,18	1,412
119,47	1,699
140,00	2,010
160,10	2,310
180,98	2,620
201,04	2,920
<b>219,92</b>	<b>3,200</b>
240,90	3,520



b) posterior teste.



c) sobreposição das curvas  $V \times I$  para os testes realizados durante o projeto de P&D, indicado em azul (antes), e durante o ensaio para o trabalho (depois).

Fonte: O Autor.

Figura 4.6 – Medições de potência para:

Potência Ativa [W]	Potência Reativa [VAr]	Potência Ativa [W]	Potência Reativa [VAr]	Potência Aparente [VA]
0,00	0,30	0,10	0,40	0,40
2,00	21,30	2,20	21,10	21,10
3,70	48,50	4,10	50,40	50,40
6,10	90,00	6,70	89,40	89,40
8,60	138,80	9,60	141,60	141,60
12,10	206,10	13,00	202,70	202,70
15,90	281,10	17,20	282,20	282,20
20,10	367,70	21,30	369,00	369,00
24,90	464,70	27,30	473,20	473,20
30,20	572,30	32,70	587,40	587,40
36,60	700,50	38,50	705,00	705,00
		45,10	850,40	850,40

a) projeto de P&D.

Fonte: [14].

b) posterior teste.

Fonte: O Autor.

Assim, a partir dos resultados apresentados, verifica-se que não houve grande variação paramétrica do indutor T320. Por fim, abaixo, são comparados os valores de impedância, cujo cálculos de resistência e reatância serão mostrados em mais detalhes na Subseção 4.1.1.

Tabela 1 – Valores de impedância em operação nominal, com entreferro de 1,55 mm.

$$Z = 3,6125 + j69,2115 \Omega \quad (1)$$

$$Z = 3,7598 + j68,7012 \Omega \quad (2)$$

Fonte: O autor.

(1) – Impedância nominal do teste do P&D;

(2) – Impedância nominal do desenvolvimento deste trabalho.

Calculando a variação dos valores percentualmente, é possível ter ideia da relevância desta variação.

$$E_{\%}^{[Resistência]} = \frac{|3,6125 - 3,7598|}{3,6125} \cdot 100 = 4,08\%$$

$$E_{\%}^{[Reatância]} = \frac{|69,2115 - 68,7012|}{69,2115} \cdot 100 = 0,74\%$$

Logo, a partir dos resultados dos erros de resistência e reatância obtidos acima, pode-se chegar à conclusão de que a impedância do indutor está em torno do valor calculado no primeiro ensaio do projeto P&D. Dessa forma, a combinação entre as limitações intrínsecas dos instrumentos e as variáveis de montagem manual, como o alinhamento das lâminas do núcleo e a compressão não uniforme do entreferro, constitui uma das múltiplas causas para a pequena divergência observada entre os valores calculados e os obtidos experimentalmente. Contudo, ressalta-se que tais diferenças são mínimas e situam-se dentro das margens de tolerância admitidas para este tipo de projeto, de modo que não exercem influência significativa sobre o desempenho do equipamento ou no resultado da especificação.

Assim, tomando a média dos valores de impedância obtidos em ambos os ensaios como referência ( $Z_{medio}$ ), o valor da impedância do indutor T320 com entreferro simples (1,55 mm) é igual a

$$Z_{media} = (3,6862 + j68,9564) \pm 4\% \Omega$$

cujo erro relativo é dado pela expressão abaixo:

$$Z_{erro} = \sqrt{R_{erro}^2 + X_{erro}^2} \quad 4.1$$

e a indutância que deve ser especificada para o indutor T320 nesta configuração é

$$L = 182,91 \text{ mH}$$

O cálculo da indutância será apresentado em mais detalhes posteriormente, na Subseção 4.2.1.

#### 4.1.2 AUMENTANDO O ENTREFERRO

A continuação dos ensaios do indutor T320 seguiu como explicado na Subseção 4.1. Os resultados do ensaio utilizando um entreferro de 3,10 mm são mostrados a seguir.

Tabela 2 – Medições do segundo teste do indutor T320 com entreferro de 3,10 mm.

Tensão [V]	Corrente [A]	Pot. Ativa [W]	Pot. Aparente [VA]	Pot. Reativa [VAr]	Fator de Potência
5,29	0,125	0,10	0,70	0,70	0,07
20,89	0,449	0,10	8,80	8,80	0,07
40,02	0,884	3,10	35,40	35,20	0,07
60,76	1,385	6,50	84,10	84,40	0,07
80,92	1,88	10,80	152,00	151,20	0,07
100,28	2,345	16,00	235,30	234,50	0,07
119,80	2,825	22,30	338,30	337,40	0,07
139,95	3,32	29,80	464,60	464,20	0,06
160,35	3,82	38,80	612,80	611,80	0,06
180,59	4,32	48,70	779,20	777,90	0,06
199,00	4,77	59,10	949,10	946,90	0,06
219,95	5,29	73,00	1163,00	1160,00	0,06

Fonte: O Autor.

O cálculo do módulo das impedâncias dos pontos de teste é feito por meio da definição de impedância

$$|Z| = \frac{|V|}{|I|} \quad 4.2$$

em que  $|V|$  e  $|I|$  são os módulos dos fasores de tensão e corrente, respectivamente. Para calcular as resistências e reatâncias por meio das medições de potência, pode-se utilizar as relações clássicas da eletricidade

$$R = \frac{P}{I^2} \quad 4.3$$

e

$$X = \frac{Q}{I^2} \quad 4.4$$

onde  $R$  representa as perdas ativas totais do indutor (perdas no cobre mais perdas no núcleo) e  $X$  representa a sua reatância. Já  $P$  e  $Q$  são as potências ativas e reativas medidas, respectivamente.

Assim, os parâmetros elétricos calculados no segundo teste utilizando o indutor T320 e um entreferro de 3,10 mm são:

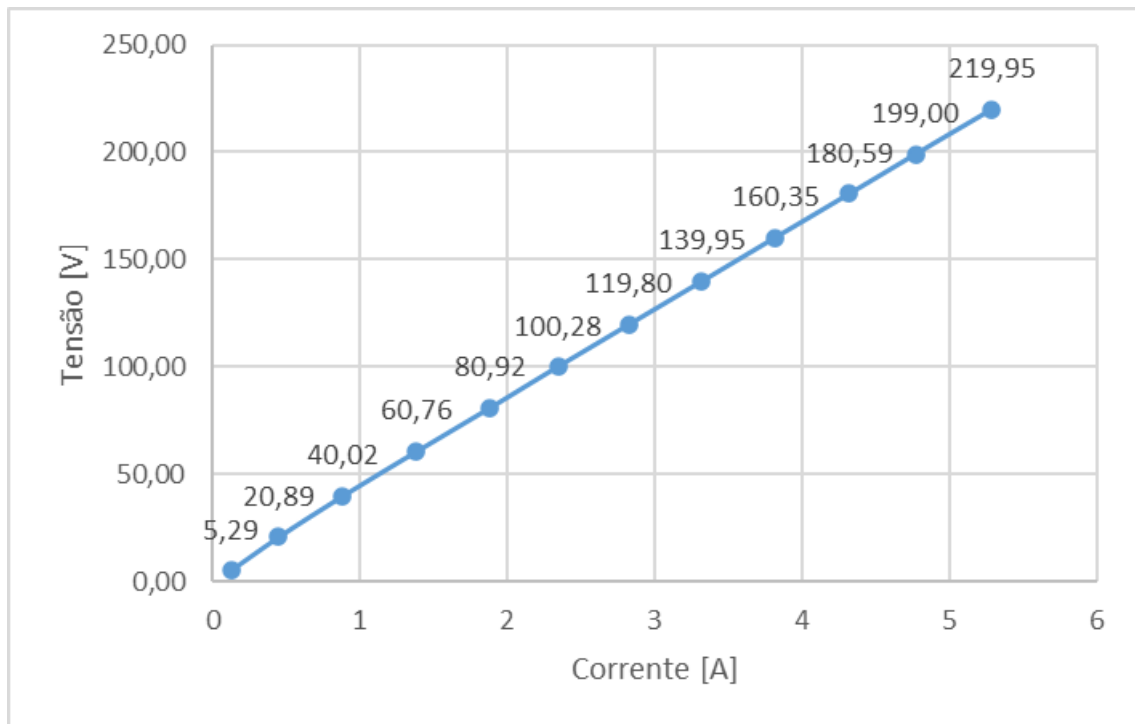
Tabela 3 – Parâmetros elétricos do indutor T320 calculados com entreferro de 3,10 mm.

<b>Impedância (<math>\Omega</math>)</b>	<b>Resistência (<math>\Omega</math>)</b>	<b>Reatância (<math>\Omega</math>)</b>	<b>X/R</b>
42,3200	6,4000	44,8000	7,00
46,5256	0,4960	43,6506	88,00
45,2715	3,9670	45,0441	11,35
43,8700	3,3885	43,9990	12,98
43,0426	3,0557	42,7795	14,00
42,7633	2,9096	42,6439	14,66
42,4071	2,7943	42,2774	15,13
42,1536	2,7036	42,1142	15,58
41,9764	2,6589	41,9259	15,77
41,8032	2,6095	41,6827	15,97
41,7191	2,5975	41,6167	16,02
<b>41,5784</b>	<b>2,6086</b>	<b>41,4521</b>	<b>15,89</b>

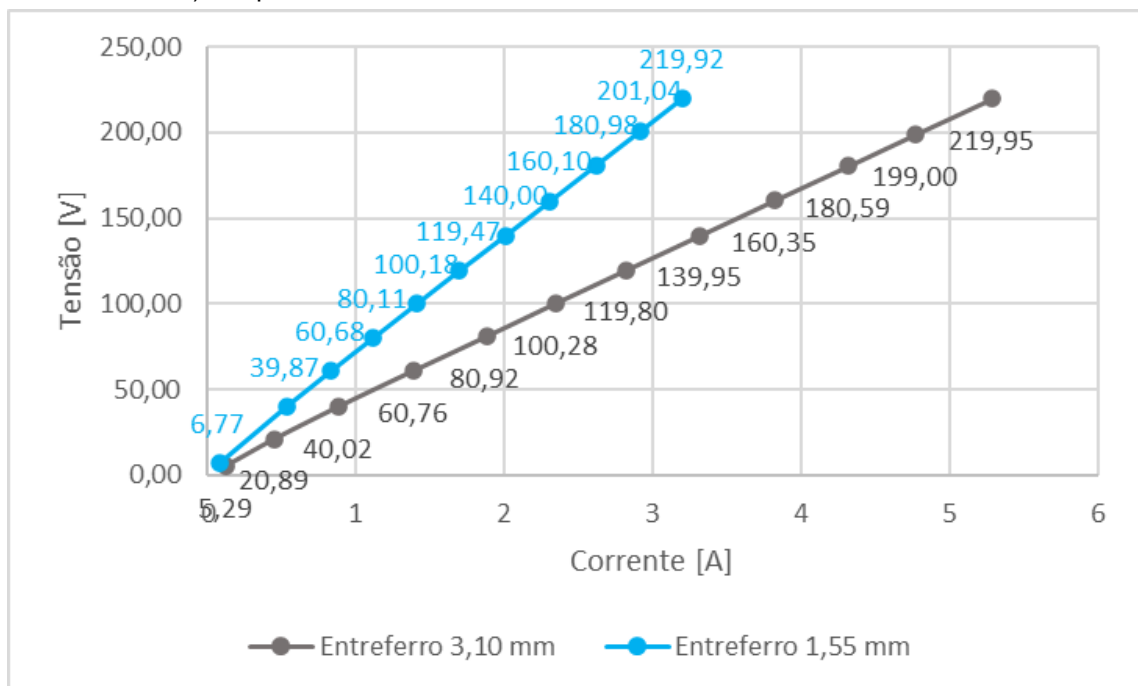
Fonte: O Autor.

Como era de se esperar, a curva  $V \times I$  do indutor utilizando entreferro dobrado continuou apresentando uma característica linear como observado na Figura 4.7a, enquanto a Figura 4.7b compara ambas as respostas do indutor T320 quando da configuração de entreferro simples (1,55 mm) e entreferro duplo (3,10 mm).

Figura 4.7 – Curva  $V \times I$  do indutor T320 com entreferro de 3,10 mm.



a) Resposta individual do indutor T320 com entreferro de 3,10 mm.



b) Respostas sobrepostas do indutor T320 na configurações de entreferro simples (1,55 mm) e duplo (3,10 mm).

Fonte: O Autor.

Por fim, o valor de impedância nominal do indutor utilizando um **entreferro** de **3,10 mm**, conforme a Tabela 3, é

$$Z = 2,6086 + j41,4521 \, \Omega$$

Já a indutância  $L$  para este caso com o **dobro** de entreferro vale

$$L = 109,95 \, \text{mH}$$

## 4.2 CÁLCULO DA INDUTÂNCIA DO INDUTOR T320

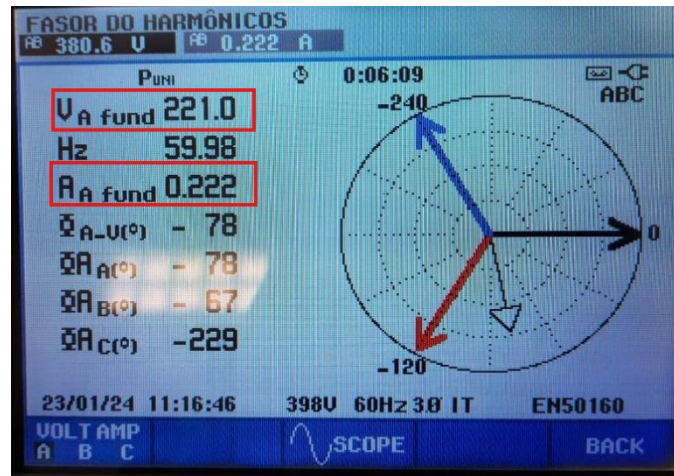
Conforme [13], para se especificar indutores lineares paralelos é necessário, de antemão, ter conhecimento a respeito das propriedades físicas (elétricas, magnéticas e térmicas) das chapas utilizadas na confecção das lâminas do núcleo ferromagnético, principalmente a permeabilidade relativa do material quando se opera em sua região linear da curva  $B-H$ . Contudo, não foi o caso observado durante o projeto de P&D. Conforme citado em subseções anteriores, pequenos fabricantes de equipamentos elétricos geralmente não utilizam chapas de aço de grão orientado com ficha técnica disponível, no entanto, atendem muito bem à construção de seus produtos, porém, para projetos mais complexos como o estudado neste trabalho, mostram-se insuficientes. Assim, sem informações a respeito da permeabilidade magnética relativa do material da chapa que constitui o núcleo, não seria possível aplicar os métodos mostrados na Subseção 3.2.2, e só restou à equipe de pesquisadores da UFPE estimar este valor de maneira a auxiliar na continuação da pesquisa envolvendo a especificação de reatores lineares paralelos.

### 4.2.1 ESTIMANDO A PERMEABILIDADE RELATIVA

A permeabilidade magnética relativa  $\mu_r$  do núcleo pode ser calculada utilizando os conceitos do circuito magnético simples mostrado anteriormente na Subseção 3.2.1 (vide a Figura 3.14). Se for removido o entreferro contido no circuito magnético do indutor T320, apenas a contribuição da relutância magnética do núcleo torna-se relevante e, desta maneira, é possível estimar a permeabilidade magnética relativa desta chapa.

Conforme [14], após reorganização das chapas do T320, chegou-se a um valor de corrente de 0,222 A quando o dispositivo estava submetido a uma tensão de 221 V, como indica a leitura do analisador de energia da Figura 4.8.

Figura 4.8 – Medição de tensão e corrente na ausência de entreferro do indutor T320.



Fonte: [14].

De forma semelhante à Subseção anterior, calculando o módulo da impedância do circuito magnético  $|Z_{CM}|$  utilizando a Equação (4.2)

$$|Z_{CM}| = \frac{221,0}{0,222} \cong 995,50 \, \Omega$$

Ainda da expressão do módulo da impedância

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} \quad 4.5$$

supondo um valor conservador de  $X/R$  igual 20, trabalhando a Equação (4.5), acima, verifica-se que a dominância da parcela reativa é bem maior que a da parcela resistiva

$$X = \frac{|Z|}{\sqrt{\frac{1}{\left(\frac{X}{R}\right)^2} + 1}} \quad 4.6$$

e desta forma, pode-se dizer que para o circuito magnético na ausência de entreferro, o valor da reatância é idêntico ao módulo da impedância do circuito magnético

$$X \cong |Z_{CM}| \quad 4.7$$

Da expressão da reatância indutiva dada abaixo

$$X = \omega L \quad 4.8$$

em que  $\omega$  é a *frequência angular* dada em radianos por segundo (rad/s), e de valor igual a  $2\pi f$ , tal que  $f$  é a frequência de excitação da alimentação (60 Hz), dada em hertz (Hz), a indutância pode ser calculada como

$$L = \frac{X}{2\pi f} \quad 4.9$$

Substituindo os valores encontrados na expressão para a indutância, o seguinte valor é obtido

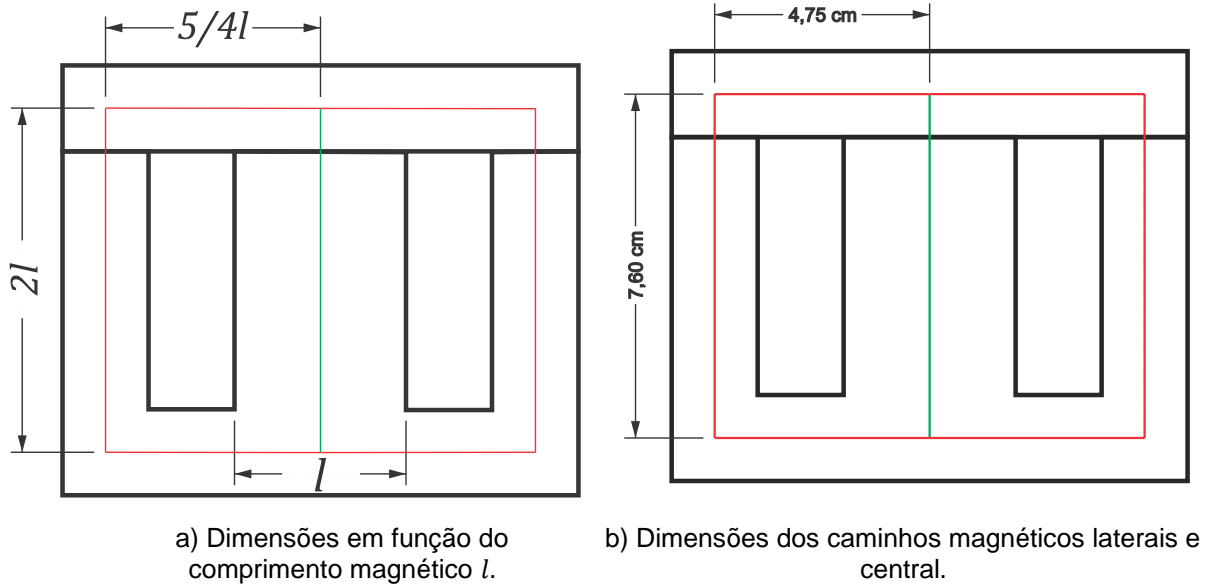
$$L_{eq} = \frac{995,50}{120\pi} = 2,6406 \text{ H}$$

Em posse do valor da indutância equivalente, agora é possível utilizar as equações do Subtópico 3.2.2 para estimar a permeabilidade relativa da chapa do núcleo ferromagnético. Da Equação (3.19), isolando a relutância equivalente, obtém-se

$$\mathcal{R}_{eq} = \frac{N^2}{L_{eq}} \quad 4.10$$

de maneira que esta relutância equivalente é fornecida a partir das relutâncias dos caminhos magnéticos médios representados na Figura 4.9 abaixo.

Figura 4.9 – Caminhos magnéticos médios percorridos pelo fluxo magnético.



Fonte: O Autor.

Calculando as relutâncias laterais ( $\mathcal{R}_l$ ) e a relutância central ( $\mathcal{R}_c$ ) em função do caminho magnético  $l$ , indicadas em vermelho e verde, respectivamente, por meio da Equação (3.12), obtém-se

$$\mathcal{R}_l = \frac{9/2l}{\mu A_l} \quad 4.11$$

e

$$\mathcal{R}_c = \frac{2l}{\mu A_c} \quad 4.12$$

Como a área da coluna lateral  $A_l$  é metade da área da coluna central  $A_c$ , isto é

$$A_l = A_c/2 \quad 4.13$$

recordando a Figura 4.2, as expressões finais que fornecem as relutâncias laterais e central são

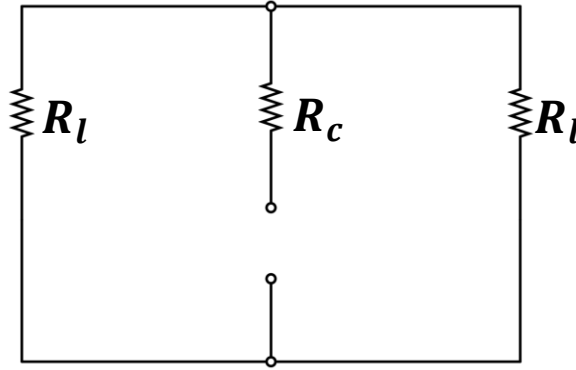
$$\mathcal{R}_l = \frac{9l}{\mu A_c} \quad 4.14$$

e

$$\mathcal{R}_c = \frac{2l}{\mu A_c} \quad 4.15$$

O circuito elétrico equivalente é apresentado na Figura 4.10, e a expressão da relutância equivalente do circuito magnético para um núcleo EI na ausência de entreferros é a apresentada na Equação (4.16).

Figura 4.10 – Circuito elétrico equivalente da Figura 4.9.



Fonte: O Autor.

$$\mathcal{R}_{eq} = \mathcal{R}_c + \frac{\mathcal{R}_l}{2} \quad 4.16$$

ou ainda

$$2\mathcal{R}_{eq} = 2\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_l \quad 4.17$$

Reescrevendo em função da permeabilidade do material

$$2\mathcal{R}_{eq} = 2 \frac{2l}{\mu A_c} + \frac{9l}{\mu A_c} \quad 4.18$$

e isolando a permeabilidade, a expressão se torna

$$\mu = \frac{13/2l}{\mathcal{R}_{eq} A_c} \quad 4.19$$

Finalmente, substituindo a Equação (4.10) na expressão acima e lembrando a definição da permeabilidade magnética relativa de um material, dada pela Equação (3.3), é observado que

$$\mu_r = \frac{13/2l}{\frac{N^2}{L_{eq}} A_c} \frac{1}{\mu_0} = \frac{13/2l L_{eq}}{N^2 A_c \mu_0} \quad 4.20$$

Então, substituindo os valores das grandezas

$$\mu_r = \frac{13/2 \times 3,8 \times 10^{-2}}{320^2 (3,8 \times 7,6 \times 10^{-4})} \frac{2,6406}{4\pi \times 10^{-7}} \cong 1755$$

Comparando o resultado obtido com os dados da ficha técnica de aços de grãos não-orientados, da fabricante Aperam, pode-se ter ideia da baixa permeabilidade relativa que o material do núcleo do indutor T320 apresenta, mesmo que também seja de grão não-orientado.

Se for calculado a intensidade da densidade de fluxo magnético  $B$  para este núcleo por meio das Equações (3.8) e (3.14), chega-se a

$$B = \frac{Ni}{\mathcal{R}_{eq}} \frac{1}{A_c} \quad 4.21$$

tal que, substituindo os valores, obtém-se

$$B = \frac{320 \times 0,222}{38778,57} \frac{1}{28,88 \times 10^{-4}} \cong 0,63 \frac{wb}{m^2} = 0,63 \text{ T}$$

Figura 4.11 – Catálogo Aperam com características garantidas para diferentes aços de diferentes espessuras, com destaque para a espessura de 35 mm.

Características Garantidas															
Produto		Espessura (mm)	Perda Magnética Máxima a (W/kg)				Indução Magnética Mínima a (T)			Densidade Assumida (g/cm³)	Fator de Empilhamento Mínimo (%)	Índice de Dobramento Mínimo			
Referência	Aperam		1.0 T		1.5 T		2500 A/m	5000 A/m	10000 A/m						
			50 Hz	60 Hz	50 Hz	60 Hz									
P800-100A(1)	E233	1.00	3.60	4.55	8.00	10.00	1.64	1.73	1.84	7.75	98.0	5			
P450-65A(1)	E233	0.65	1.95	2.35	4.25	5.40	1.64	1.73	1.84	7.75	97.0	10			
M600-65A	E230		2.60	3.25	6.00	7.70	1.60	1.70	1.80						
M470-65A	E185		2.00	2.50	4.70	6.00									
M450-65A	E170		1.95	2.35	4.25	5.40						5			
M400-65A	E157		1.70	2.15	3.95	5.00									
M530-54A	E230	0.54	2.30	2.91	5.30	6.66	1.59	1.69	1.79	7.75	97.0	10			
P400-50A(1)	E233	0.50	1.70	2.15	3.68	4.66	1.64	1.73	1.83	7.75	97.0	10			
M530-50A	E230		2.30	2.91	5.30	6.66	1.59	1.69	1.79						
M470-50A	E185		1.85	2.34	4.10	5.19									
M400-50A	E170		1.70	2.15	3.68	4.66							5		
M370-50A	E157		1.57	2.00	3.42	4.33									
M350-50A	E145		1.45	1.84	3.33	4.22	1.58	1.67	1.78				7.65	3	
M330-50A	E137		1.37	1.74	3.14	3.98									
M310-50A	E125		1.25	1.58	3.05	3.85									
M290-50A	E115		1.15	1.45	2.90	3.65									
M270-50A	E110		1.10	1.40	2.70	3.45									
M250-50A	E105		1.05	1.35	2.50	3.20									
M230-50A	E100		1.00	1.30	2.30	2.95									
M330-35A	E170		0.35	1.30	1.70	3.30						4.12			1.56
M300-35A	E157			1.20	1.50	3.00	3.74								
M290-35A	E145	1.15		1.45	2.90	3.50									
M270-35A	E137	1.10		1.40	2.70	3.36	7.65	2							
M250-35A	E125	1.00		1.25	2.50	3.14									
M235-35A	E115	0.95		1.20	2.35	2.90									
M210-35A	E110	0.90		1.15	2.10	2.65									
M195-35A	E100	0.90		1.15	1.95	2.60									

Fonte: [15].

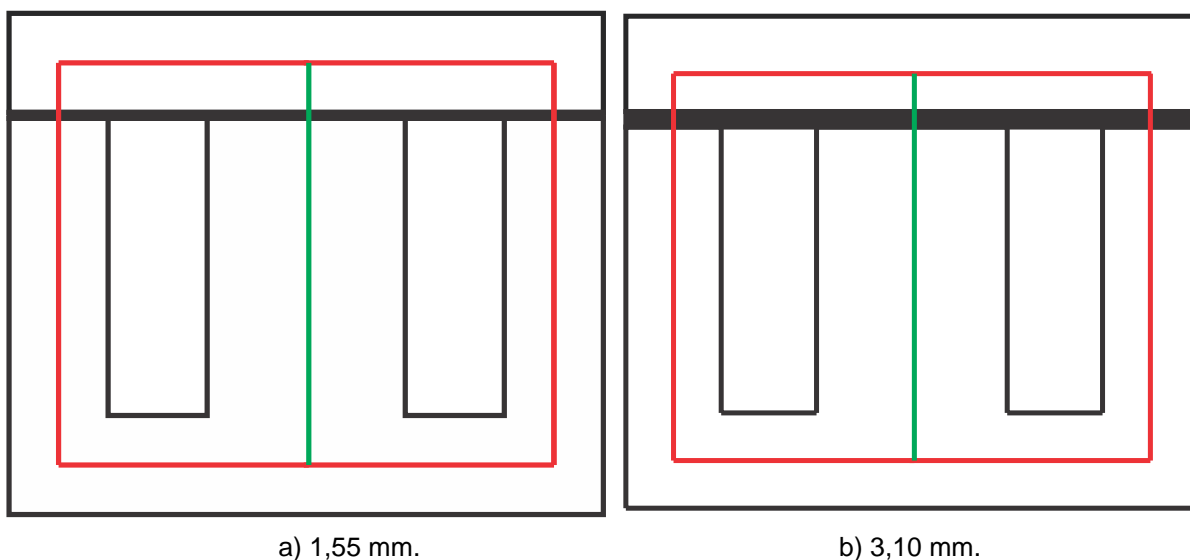
Observando a Figura acima, nota-se a grande diferença dos valores de indução magnéticas dos aços em análise.

Com a estimativa da permeabilidade relativa, torna-se possível calcular mais facilmente os parâmetros elétricos como indutância para o circuito magnético contendo entreferros. O cálculo das indutâncias dos ensaios com entreferros de 1,55 e 3,10 mm é apresentado a seguir.

#### 4.2.2 A INFLUÊNCIA DO ENTREFERRO

Conforme mencionado, a introdução de entreferros em um circuito magnético é crucial para aumentar a linearidade da resposta do dispositivo, o que constitui o objetivo central deste trabalho. Tomando agora o exemplo do ensaio realizado para confirmar a ausência de variação dos parâmetros do indutor T320, pode-se calcular o valor de indutância esperada com os entreferros inseridos. A Figura 4.12 destaca os entreferros apresentados na Subseção 4.1.1 com relação ao circuito magnético equivalente com a inserção dos entreferros.

Figura 4.12 – Circuito magnético com a inserção dos entreferros (com destaque em preto) de:



Fonte: O Autor.

De maneira análoga ao caso de ausência de entreferro, primeiramente calculando as relutâncias laterais e central, observa-se que não há diferença para o caso citado, uma vez que não há acréscimos de caminho através do núcleo, isto é, as dimensões do núcleo não foram alteradas. Contudo, o acréscimo dos entreferros insere novas relutâncias ao circuito, de maneira que o circuito elétrico equivalente apresentado na Figura 4.13 tem como relutância equivalente o valor dado a seguir

$$\mathcal{R}_{eq} = (\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_{gc}) + \frac{\mathcal{R}_l + \mathcal{R}_{gl}}{2} \quad 4.22$$

em que  $\mathcal{R}_{gl}$  e  $\mathcal{R}_{gc}$  são as relutâncias dos entreferros laterais e central, respectivamente, e são iguais a

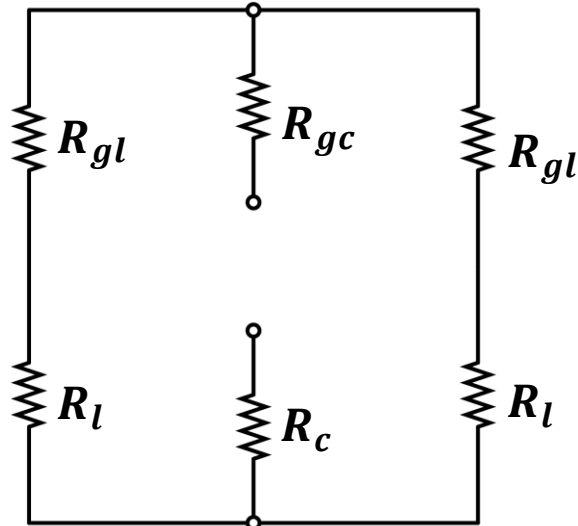
$$\mathcal{R}_{gc} = \frac{g}{\mu_0 A_c} \quad 4.23$$

e

$$\mathcal{R}_{gl} = \frac{2g}{\mu_0 A_c} \quad 4.24$$

como era de se esperar.

Figura 4.13 – Circuito elétrico equivalente para núcleos EI com entreferro.



Fonte: O Autor.

De forma semelhante ao caso sem entreferro, reescrevendo a Equação (4.22) em termos dos comprimentos dos entreferros e caminho magnético

$$2\mathcal{R}_{eq} = \frac{2}{\mu_0 A_c} \left( g + \frac{2l}{\mu_r} \right) + \frac{2}{\mu_0 A_c} \left( g + \frac{9/2l}{\mu_r} \right) \quad 4.25$$

que é o mesmo que

$$\mathcal{R}_{eq} = \frac{1}{\mu_0 A_c} \left( 2g + \frac{13/2l}{\mu_r} \right) \quad 4.26$$

e substituindo os valores, a relutância para o primeiro caso com entreferro é

$$\mathcal{R}_{eq} = \frac{1}{4\pi \times 10^{-7} \times 28,88 \times 10^{-4}} \left( 2 \times 1,55 \times 10^{-3} + \frac{13/2 \times 3,8 \times 10^{-2}}{1755} \right)$$

logo

$$\mathcal{R}_{eq} = 892,97 \, k \frac{Ae}{wb}$$

E a indutância tem valor igual a

$$L_{eq} = \frac{320^2}{892,97 \times 10^3} \cong 114,67 \, \text{mH}$$

Observa-se por meio do resultado obtido que desconsiderar o espraçamento das linhas de campo torna o modelo do indutor insuficiente, uma vez que o valor encontrado é muito afastado do valor medido em laboratório. Por conta deste fenômeno de espraçamento, a especificação de indutores de baixa tensão e, conseqüentemente, potência, torna-se um desafio.

A literatura indica diversos equacionamentos para se calcular um fator que corrija a influência do espraçamento na indutância, contudo, a Equação (3.34) apresentada na Subseção 3.4 foi suficiente para observar alguma convergência entre teoria e prática.

#### 4.2.3 CORRIGINDO O ESPRAIAMENTO

A técnica desenvolvida para correção do fator de espraçamento apresentada a seguir foi observada durante a pesquisa do projeto de P&D. Durante os testes com os protótipos T320 e T200, percebeu-se que as indutâncias projetadas divergiam muito dos valores das indutâncias obtidas via medição. Após uma busca fervorosa e inúmeros testes, chegou-se à conclusão que cada um dos entreferros presentes no circuito magnético influencia no valor da relutância equivalente, de forma que a interação entre os três fatores individuais se torna um fator equivalente final.

Desta forma, o fator de correção  $F_{eq}$  é dado pelo produto dos fatores individuais de cada entreferro como será mostrado. Tomando, primeiramente, o exemplo do circuito de entreferro simples (1,55 mm) e calculando os fatores de espraçamento dos entreferros central e laterais por meio de (3.34), obtém-se

$$F_c = 1 + \frac{g}{\sqrt{A_c}} \ln \left( \frac{2G}{g} \right) \quad 4.27$$

e

$$F_l = 1 + \frac{g}{\sqrt{A_c/2}} \ln\left(\frac{2G}{g}\right) \quad 4.28$$

em que  $G$  é o comprimento da bobina que, escrita em função do comprimento magnético, é igual a  $3/2l$  (vide Figura 4.1b). Substituindo os valores na expressão obtém-se o seguinte

$$F_l = 1 + \frac{1,55 \times 10^{-3}}{\sqrt{\frac{28,88 \times 10^{-4}}{2}}} \ln\left(\frac{3 \times 3,8 \times 10^{-2}}{1,55 \times 10^{-3}}\right) = 1,1753$$

e

$$F_c = 1 + \frac{1,55 \times 10^{-3}}{\sqrt{28,88 \times 10^{-4}}} \ln\left(\frac{3 \times 3,8 \times 10^{-2}}{1,55 \times 10^{-3}}\right) = 1,1240$$

Já o espraçamento equivalente  $F_{eq}$  é dado pelo produto dos fatores individuais

$$F_c = F_l F_c F_l = F_l^2 F_c \quad 4.29$$

É necessário salientar que a expressão acima envolvendo o termo ao quadrado só é assim devido à simetria do núcleo EI, em que as áreas laterais têm o mesmo valor. Substituindo para a expressão

$$F_{eq} = 1,1753^2 \times 1,1240 = 1,5526$$

Finalmente, o valor corrigido da relutância equivalente ( $\mathcal{R}'_{eq}$ ) do final do subtópico anterior é

$$\mathcal{R}'_{eq} = \frac{\mathcal{R}_{eq}}{F_{eq}} \quad 4.30$$

Assim

$$\mathcal{R}'_{eq} = \frac{892,97 \times 10^3}{1,5526} \cong 575,15 \, k \frac{Ae}{wb}$$

e a indutância equivalente corrigida se torna

$$L'_{eq} = \frac{N^2}{\mathcal{R}'_{eq}} \quad 4.31$$

Então, para o circuito de entreferro simples, o real valor de indutância é

$$L'_{eq} = \frac{320^2}{575,15 \times 10^3} = 178,04 \text{ mH}$$

O valor encontrado indica que a técnica desenvolvida pode ser utilizada para o cálculo da indutância de um núcleo EI. O erro associado aos resultados obtidos entre medição e teoria fornecida pela equação abaixo permite aferir a precisão da modelagem analítica para os diferentes arranjos construtivos

$$E_{\%} = \frac{|L'_{eq}^{MED} - L'_{eq}^{CAL}|}{L'_{eq}^{MED}} \quad 4.32$$

substituindo os valores, obter-se-á

$$E_{\%} = \frac{|(182,91 - 178,04) \times 10^{-3}|}{182,91 \times 10^{-3}} \times 100 = 2,66\%$$

Este resultado mostra-se muito interessante, uma vez que foram utilizadas técnicas experimentais para se chegar a valores tão próximos.

Por fim, calculando a densidade de fluxo magnético da coluna central com a influência do entreferro de 1,55 mm por meio da Equação (4.21),

$$B = \frac{320 \times 3,2}{575,15 \times 10^3 \times 28,88 \times 10^{-4}} \cong 0,62 \text{ T}$$

não é verificado variação de densidade de fluxo magnético. Se for suposto que a indução máxima suportada antes da saturação do núcleo é 1 T (valor típico que fabricantes utilizam), então é garantido que o dispositivo não sature em operação nominal.

Por fim, de forma a garantir que o método se aplica para valores entreferros maiores, também foi testado um entreferro de 3,10 mm. Os resultados são apresentados na Subseção 4.2.4.

#### 4.2.4 CONFIRMAÇÃO DA TÉCNICA COM O DOBRO DE ENTREFERRO

Analogamente ao caso de entreferro simples, utilizando a expressão da Equação (4.26) para calcular a relutância equivalente antes da correção, substituindo diretamente os valores, nos é fornecido

$$\mathcal{R}_{eq} = 1747,16 k \frac{Ae}{wb}$$

E a indutância antes da correção tem valor igual a

$$L_{eq} \cong 58,61 \text{ mH}$$

que, para ser corrigida, é necessário obter o fator de correção  $F_{eq}$  por meio da Equação (4.29). Já os valores dos fatores individuais são

$$F_l = 1,2941$$

e

$$F_c = 1,2094$$

que retornam

$$F_{eq} = 1,2941^2 \times 1,2094 = 2,0254$$

E assim

$$\mathcal{R}'_{eq} \cong 862,62 \text{ k} \frac{Ae}{wb}$$

e a indutância equivalente corrigida é igual a

$$L'_{eq} = 118,71 \text{ mH}$$

Comparando este valor esperado em relação ao valor medido, o erro obtido por meio da Equação (4.32) é igual a

$$E_{\%} = \frac{|(118,71 - 109,95) \times 10^{-3}|}{118,71 \times 10^{-3}} \times 100 = 7,38\%$$

Embora o valor apresentado seja relativamente alto, ele se mantém aceitável quando se considera a precisão inerente aos modelos empíricos. Calculando a indução magnético da coluna central para este caso, tem-se

$$B = \frac{320 \times 5,29}{862,62 \times 10^3 \times 28,88 \times 10^{-4}} \cong 0,68 \text{ T}$$

O resultado já era esperado, uma vez que o aumento do entreferro aumenta a dominância do material diamagnético que compõe o entreferro.

#### 4.2.5 RESUMO DOS RESULTADOS

Esta Subseção tem como objetivo resumir os parâmetros principais calculados ao longo das Subseções anteriores.

Tabela 4 – Resumos dos resultados obtidos para as três configurações.

<b>Configuração</b>	<b>Indutância Medida (mH)</b>	<b>Indutância Calculada (mH)</b>	<b>Indutância Corrigida (mH)</b>	<b>Erro Final (%)</b>	<b>Indução Magnética (T)</b>
Sem Entreferro	2,640	-	-	-	0,63
Entreferro de 1,55 mm	182,91	114,67	178,04	2,66	0,62
Entreferro de 3,10 mm	109,95	59,40	118,81	7,58	0,68
Fonte: O autor.					

### 4.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados obtidos nas três situações analisadas (ausência de entreferro, entreferro simples e entreferro duplo) demonstram que a técnica do fator de espraçamento equivalente  $F_{eq}$  é muito eficaz para se estimar a indutância de um dispositivo mais simples como reatores monofásicos, por exemplo. Contudo, pode-se supor que esta técnica também se aplica em casos trifásicos, uma vez que as mudanças construtivas não afetam o comportamento do fluxo magnético e seu inevitável espraçamento. O desenvolvimento do projeto de P&D proporcionou à equipe de pesquisadores a oportunidade de verificar este fato que, infelizmente, não será apresentado neste trabalho.

Com relação aos erros obtidos dos resultados medidos e calculados, é necessário evidenciar que toda medição está sujeita a erros e, assim, os valores verificados podem ter sofrido influência destes erros. Fontes de erros clássicas são os transdutores do dispositivo de medição, em razão da conversão de sinais analógicos em digitais associado ao analisador de energia e entre outros. Além disso, existem considerações que não foram feitas por mera simplificação como, por exemplo, a área de seção reta efetiva do núcleo, que é menor que a verificada via inspeção visual por conta da camada isolante de verniz entre as lâminas. Em um primeiro momento, olhando apenas para a junção entre duas lâminas, aparenta ser irrelevante. Contudo, o somatório dessas camadas extras de isolamento contribui para o aumento da área do núcleo, sem que interfiram na área efetiva que é composta pelo somatório das áreas retas das lâminas. Outro fator de propagação de erro é o arranjo físico das lâminas do núcleo, pois qualquer má distribuição ou posicionamento errado das lâminas podem gerar minúsculos entreferros que influenciam muito mais na relutância como observado, inclusive, no primeiro ensaio do indutor T320 como citado na referência [14].

Outro resultado interessante a ser mencionado é o fato que a resistência elétrica do dispositivo do segundo ensaio, que contém entreferro duplo, mostrou-se cerca de 70% menor quando comparado ao caso de entreferro simples (vide Tabela 2 e Tabela 3). Este resultado é curioso, pois a expectativa era que a resistência não apresentasse variações significativas. Com o aumento do entreferro, o valor esperado para a medição da resistência era maior do que no caso do entreferro simples. Este comportamento é baseado no princípio de que, para vencer uma relutância imposta por um entreferro maior, é necessário um campo magnético externo mais intenso.

Consequentemente, uma maior corrente é demandada, o que tende a elevar a dissipação de calor no enrolamento e, por sua vez, resulta no aumento da resistência medida. É verdade que a resistência elétrica obtida da medição de potência ativa é igual ao somatório das perdas no cobre e perdas no núcleo. Uma possível explicação reside no fato que cada uma das lâminas do núcleo possui sua própria reatância que, ao diminuir, faz com que as intensidades das correntes parasitas diminuam, levando a uma menor dissipação de potência e consequente menor resistência calculada.

## 5 CONCLUSÃO

Tendo em vista a complexidade de se modelar o efeito do espraio do campo magnético de forma geral, isto é, como ainda não foi apresentado na literatura uma expressão analítica que permita uma fiel modelagem para este fenômeno, os métodos empíricos tornam-se uma ferramenta fundamental na tentativa de contornar este problema. Durante o desenvolvimento da pesquisa em parceria com a JPW e Translux, a técnica apresentada para corrigir a indutância dos reatores foi fruto de inúmeras tentativas e simulações por parte dos pesquisadores e mostrou-se fundamental para a continuação do trabalho, que necessitava da especificação de reatores lineares trifásicos. Cabe ressaltar que o início desta pesquisa nasceu a partir das observações feitas para reatores trifásicos.

A investigação realizada demonstra que a metodologia proposta para o cálculo do espraio magnético equivalente é válida e apresenta elevada precisão na predição da indutância. A aplicação desta técnica permite mitigar as discrepâncias comuns entre modelos teóricos ideais e resultados experimentais em núcleos do tipo EI, consolidando-se como a principal contribuição deste trabalho. Além de garantir o atendimento aos requisitos da carga RLC de 1,6 MVA, a eficácia da abordagem verifica-se na sua capacidade de representar fenômenos complexos de circuitos magnéticos, fornecendo uma base sólida para a especificação de dispositivos indutivos em situações reais de engenharia, como na análise de saturação de transformadores de corrente (TCs) e outros componentes eletromagnéticos de baixa tensão.

Adicionalmente, não foi desenvolvida uma análise térmica aprofundada, uma vez que não foram observados efeitos relevantes, como o aumento expressivo de temperatura na região do entreferro em comparação com os demais elementos do reator. Contudo, a verificação de imagem térmica é uma ferramenta valiosa. Ela foi empregada para delimitar as restrições operativas do equipamento em estudo e de outros protótipos do projeto de P&D, e recomenda-se como sugestão para futuros trabalhos

### 5.1 PROPOSTA PARA FUTUROS TRABALHOS

Este trabalho apresentou um resumo das técnicas e observações feitas durante o processo de pesquisa para a especificação da carga RLC. Contudo, devido ao breve

tempo disponível para finalização do TCC, não foi possível prosseguir com as evoluções dos protótipos do projeto. Desta maneira, de forma a contribuir ainda mais com o tema, seguem algumas propostas que irão complementar o estudo a respeito da especificação de reatores lineares paralelos de baixa tensão:

1. Modelagem de reatores lineares paralelos trifásicos, inicialmente utilizando a laminação de núcleo do tipo EI, apresentando as dificuldades observadas, bem como as estratégias utilizadas a fim de mitigar tais dificuldades.
2. A análise térmica mais aprofundada do circuito magnético utilizado para construção do reator, indicando os pontos mais sensíveis verificados, medições da temperatura do entreferro e demais partes que constituem o circuito magnético.
3. Evolução no estudo do espraçamento para núcleos formados por lâminas EI, experimentando em laboratório arranjos de diferentes núcleos para estimar a indutância final considerando o espraçamento dos entreferros contidos no circuito magnético, comparando resultados teóricos e práticos e verificar se o método do fator de espraçamento equivalente  $F_{eq}$  de fato permite estimar as indutâncias de uma forma mais abrangente.
4. Por último, utilizar ferramentas numéricas como o Método de Elementos Finitos aplicado ao magnetismo para validar e dar maior credibilidade à modelagem desenvolvida teoricamente, fazendo uma comparação entre os resultados obtidos utilizando métodos clássico com os resultados obtidos em ambiente de simulação.

## REFERÊNCIAS

- [1] MARTIGNONI, Alfonso. Transformadores. 8. ed. São Paulo: Globo, 1991.
- [2] A. Lotfi and M. Faridi, *Design Optimization of Gapped-Core Shunt Reactors*, in IEEE Transactions on Magnetics, vol. 48, no. 4, pp. 1673-1676, April 2012.
- [3] GAMIL, Ahmed; AL-ABADI, Ali; MILONE, Marco. Approach for Separation of Shunt Reactor Losses based on 50/60 Hz Frequency Sweep Measurements in CIGRE SC A2 & SC B3 Joint Colloquium: "Challenges for Further Digital T&D Substations and Reliable Equipment in the Future", 2021, Bucharest, Romania. Anais... Bucharest, Romania, 2021. Acesso em: 03/09/2025.
- [4] Chapman, Stephen J. *Fundamentos de Máquinas Elétricas*. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.
- [5] GOMES, Luís Fernando Etges. *Projeto e desenvolvimento de indutores de núcleo EI*. 2019. 73 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2019.
- [6] C. W. T. MCLYMAN, *Transformer and Inductor Design Handbook*, Marcel Dekker, 2004.
- [7] SADIKU, Matthew N. O. *Elementos de eletromagnetismo*. 5. ed. Porto Alegre, RS: Bookman, 2012.
- [8] BASTOS, João Pedro de Assumpção. *Eletromagnetismo para engenharia: estática e quase estática*. 3. ed. Florianópolis, SC: Ed. da UFSC, 2012.
- [9] CALLISTER, W. D.; RETHWISCH, D. G. *Materials Science and Engineering: An Introduction*. 8. ed. 2007.
- [10] APERAM BRASIL. *Aços Elétricos de Grão Orientado: Ficha Técnica H110-27*. [S.l.]: Aperam, 2015. Disponível em: [https://www.aperam.com/sites/default/files/documents/GO\\_PerformanceCurves.pdf](https://www.aperam.com/sites/default/files/documents/GO_PerformanceCurves.pdf) Acesso em: 14 nov. 2025;
- [11] FITZGERALD, A. E. *Máquinas Elétricas*. 7. ed. Nova Iorque, Porto Alegre: AMGH Editora Ltda, 2014.
- [12] APERAM ALLOYS IMPHY. *IMPHY® SUPRA 50*. [S.l.]: Aperam, [2025]. Disponível em: <https://www.aperam.com/product/imphy-supra-50/>. Acesso em: 3 de nov. 2025.

- [13] TORRES, Geraldo Leite; SIMONI, Vicente Ribeiro. *Teoria Básica de Eletromagnetismo para Projeto Construtivo de Indutores*. [S.l.: s.n., s.d.], 2024. [Relatório Técnico].
- [14] LEM. *Relatório 3 - Relatório de Especificação Básica dos Valores Nominais*. Junho de 2024.
- [15] APERAM BRASIL. *Aços Elétricos GO e GNO*. [S.l.]: Aperam, 2015. Disponível em: <https://brasil.aperam.com/wp-content/uploads/2015/08/A%C3%A7os-El%C3%A9tricos-GO-e-GNO-1.pdf>. Acesso em: 11 nov. 2025;