



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

JOSÉ VANDERSON FERREIRA DA SILVA

**Tipos de Crimes e Patrulhamento Policial: Uma análise alocativa para o município
de São Paulo usando o valor de Shapley**

Recife

2025

JOSÉ VANDERSON FERREIRA DA SILVA

**Tipos de Crimes e Patrulhamento Policial: Uma análise alocativa para o município
de São Paulo usando o valor de Shapley**

Dissertação de Mestrado apresentado ao Programa
de Pós-Graduação em Economia da Universidade
Federal de Pernambuco como requisito parcial à ob-
tenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Francisco de Sousa Ramos

Recife

2025

.Catalogação de Publicação na Fonte. UFPE - Biblioteca Central

Silva, José Vanderson Ferreira da.

Tipos de crimes e patrulhamento policial: uma análise alocativa para o município de São Paulo usando o valor de Shapley / José Vanderson Ferreira da Silva. - Recife, 2025.
74f.: il.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Ciências Sociais Aplicadas, Programa de Pós-Graduação em Economia, 2025.

Orientação: Francisco de Sousa Ramos.
Inclui referências e apêndices.

1. Teoria dos jogos; 2. Alociação de patrulha policial; 3. Jogo de votação ponderada; 4. Valor de Shapley; 5. Criminalidade urbana; 6. Ponderação de crimes. I. Ramos, Francisco de Sousa.
II. Título.

UFPE-Biblioteca Central

JOSÉ VANDERSON FERREIRA DA SILVA

Tipos de Crimes e Patrulhamento Policial: Uma análise alocativa para o município de São Paulo usando o valor de Shapley

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Economia da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Teoria Econômica

Orientador: Prof. Dr. Francisco de Sousa Ramos

Aprovado em: 10/03/2025

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Francisco de Sousa Ramos (Orientador)

Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Rafael Coutinho Costa Lima (Examinador Interno)

Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Ernani Rodrigues de Carvalho (Examinador Externo)

Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Eduardo Xavier Ferreira Glaser Migon (Examinador Externo)

Escola de Comando e Estado-Maior do Exército

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, professor e doutor Francisco de Sousa Ramos, pelos seus ensinamentos e pela confiança que depositou em mim. Suas aulas despertaram ainda mais o meu interesse em ser um microeconomista.

Aos membros da banca pelas sugestões e críticas à minha dissertação.

À minha família, especialmente à minha mãe, por sempre ter me apoiado nos estudos. Certamente eu não chegaria até aqui se não fosse por ela.

À minha namorada, companheira e amiga, Danielly. A rotina do mestrado foi muito mais leve com ela ao meu lado.

A meus colegas de curso e professores do PIMES, pelas trocas de ideias e sugestões.

Por fim, à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), cujo apoio financeiro tornou possível a minha jornada no mestrado.

Eventuais erros ou imprecisões presentes nesta dissertação são de minha inteira responsabilidade.

RESUMO

Esse estudo aplica a teoria dos jogos e o valor de Shapley para alocar patrulhas policiais nos 93 distritos policiais do município de São Paulo, com base em dados de criminalidade e violência. Muitos estudos propõem formas alocativas sem diferenciar os tipos de crimes. Nesse estudo, usamos as penas ou multas judiciais como pesos para a diferenciação. Construímos um jogo não cooperativo entre criminoso e chefe da patrulha policial onde a solução de equilíbrio misto do criminoso define o valor de risco de cada distrito policial. Aplicamos os valores de risco num jogo cooperativo de votação ponderada, cuja solução foi obtida pelo cálculo do valor de Shapley aproximado, utilizado para ponderar a alocação policial. Aplicamos três formas de alocação: (1) proporcional à população, (2) pelo valor de Shapley sem diferenciação dos crimes e (3) com os pesos para diferentes crimes. Os resultados das três formas de alocação apresentam resultados muito distintos, e os distritos da região central do município absorvem boa parte do efetivo policial, dado o número relativamente elevado de furtos e roubos na região. Nesse contexto, fizemos um cálculo alocativo excluindo os distritos da região central, resultando em uma alocação com menor desvio da média. O trabalho mostra que na média os distritos policiais do município de São Paulo precisam de 1,08 mais policiais quando os crimes são ponderados pela gravidade do que quando não são.

Palavras-chaves: Teoria dos Jogos. Alocação de Patrulha Policial. Jogo de Votação Ponderada. Valor de Shapley. Criminalidade Urbana. Ponderação de Crimes.

ABSTRACT

This study applies game theory and the Shapley value to allocate police patrols across the 93 police districts in the city of São Paulo, based on crime and violence data. Many studies propose allocation methods without differentiating between types of crimes. In this study, we use judicial penalties or fines as weights for differentiation. We construct a non-cooperative game between a criminal and a patrol chief, where the criminal's mixed equilibrium solution determines the risk value of each police district. We then apply these risk values in a cooperative weighted voting game, whose solution is obtained by calculating the approximated Shapley value, which is used to weight police allocation. We apply three allocation methods: (1) proportional to the population, (2) using the Shapley value without crime differentiation, and (3) incorporating weights for different crimes. The results of the three allocation methods vary significantly, with central districts absorbing a large portion of the police force due to the relatively high number of thefts and robberies in the area. In this context, we conducted an alternative allocation calculation excluding the central districts, resulting in a distribution with a smaller deviation from the mean. The study shows that, on average, police districts in São Paulo require 1.08 times more officers when crimes are weighted by severity than when they are not.

Keywords: Game Theory. Police Patrol Allocation. Weighted Voting Game. Shapley Value. Urban Crime. Crime Weighting.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – (a) Separação dos distritos administrativos; (b) Separação dos distritos policiais; (c) Interseção entre os distritos	21
Figura 2 – Divisão dos distritos policiais do município de São Paulo	23
Figura 3 – Distritos policiais que compõem cada delegacia seccional	24
Figura 4 – Proporção dos Crimes por Delegacia Seccional (2019-2023)	25
Figura 5 – Proporção dos Danos por Delegacia Seccional (2019-2023)	26
Figura 6 – Quantidade de crimes e danos dos crimes a partir de 2019 a 2023 por Delegacia Seccional	27
Figura 7 – Distribuição normal dos pesos dos jogadores na coalizão de tamanho X . .	45
Figura 8 – Alocação da patrulha de PMs por intervalo de tempo	46
Figura 9 – Alocação das patrulhas policiais nos distritos da Delegacia Seccional 1º Centro	52
Figura 10 – Alocação das patrulhas policiais nos distritos da Delegacia Seccional 2º Sul	53
Figura 11 – Alocação das patrulhas policiais nos distritos por delegacia seccional . . .	61
Figura 12 – Comparação dos métodos de de Fatima et al. e de Monte Carlo em relação ao valor exato de Shapley-Shubik	68
Figura 13 – Comparação dos erros do método de Fatima et al. e de Monte Carlo em relação ao valor exato de Shapley-Shubik	69
Figura 14 – Tendência do valor de Shapley aproximado pelo método de Fatima et al. de se igualar ao valor exato de Shapley-Shubik	69

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Cálculo do Índice de Dano para o 01º Distrito Policial Sé para o ano de 2019	32
Tabela 2 – Matriz de payoff de um jogo não cooperativo para o distrito i	36
Tabela 3 – Índices de danos totais, médio e a proporção por período (2022-2023)	40
Tabela 4 – Quantidade de crimes totais, média e proporção por período (2022-2023)	40
Tabela 5 – Valores dos limiares pela ótica do dano e da igualdade	41
Tabela 6 – Alocação total de PMs para cada intervalo de tempo (H_f) (OD)	42
Tabela 7 – Alocação total de PMs para cada intervalo de tempo (H_f) (OI)	42
Tabela 8 – Alocação de PMs por intervalo de tempo e por Delegacia Seccional e pela ótica do dano (OD)	48
Tabela 9 – Alocação de PMs por intervalo de tempo e por Delegacia Seccional e pela ótica da igualdade (OI)	49
Tabela 10 – Alocação de PMs por intervalo de tempo e por Delegacia Seccional e pela ótica do dano (OD), exceto a Del. Sec 1º Centro	50
Tabela 11 – Alocação de PMs por intervalo de tempo e por Delegacia Seccional e pela ótica da igualdade (OI), exceto a Del. Sec 1º Centro	51

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	8
2	REFERENCIAL TEÓRICO	13
2.1	PATRULHAMENTO DE HOTSPOTS VS PATRULHAMENTO DE HARMS-POTS	13
2.2	INTERAÇÃO ENTRE POLÍCIA E CRIMINOSO	15
2.3	OS CRIMES NÃO SÃO CRIADOS IGUAIS	16
3	DADOS	19
3.1	DADOS DESCRIPTIVOS	21
4	METODOLOGIA	29
4.1	UM JOGO ENTRE CRIMINOSO VS CHEFE DA PATRULHA	30
4.2	DEFININDO OS LIMIARES E O EFETIVO POLICIAL PARA CADA LIMIAR	39
4.3	MÉTODO DE CÁLCULO DO VALOR APROXIMADO DE SHAPLEY	43
5	RESULTADOS	48
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	55
	REFERÊNCIAS	56
	APÊNDICE A – ALOCAÇÕES DAS PATRULHAS POLICIAIS POR DISTRITO POLICIAL	61
	APÊNDICE B – JOGO COOPERATIVO, SOLUÇÃO DE SHAPLEY E ANÁLISE COMPARATIVA	65
	APÊNDICE C – UM SUMÁRIO DE NOTAÇÕES	71

1 INTRODUÇÃO

Existem diferentes estratégias para o combate à criminalidade, sendo uma delas o patrulhamento policial, frequentemente focado na dissuasão e prevenção da atividade criminosa. Contudo, devido à natureza dinâmica da criminalidade – que varia no tempo e no espaço –, a sua prevenção torna-se um desafio complexo e multifacetado. Nesse sentido, urge a necessidade de ampliação das alternativas para o enfrentamento do crime, e assumimos que a alocação mais *justa*¹ do contingente policial de patrulhamento figura como uma importante alternativa.

O combate à criminalidade urbana é um problema central em muitas das grandes cidades do mundo, especialmente naquelas localizadas nos países em desenvolvimento, como o Brasil. Um ranking anual elaborado pela ONG mexicana Consejo Ciudadano para la Seguridad Pública y la Justicia Penal A.C. (CCSPJP AC, 2024), mostra que, no ano de 2023, das 50 cidades mais violentas do mundo, considerando taxa de homicídios por 100 mil habitantes, 10 estão no Brasil². O município de São Paulo, foco deste estudo, é uma das capitais do Brasil com a menor taxa de homicídio por 100 mil habitantes, segundo os dados do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA) (CERQUEIRA; BUENO, 2024), e uma das maiores em roubos e furtos, conforme mostra o relatório '18º Anuário Brasileiro de Segurança Pública: 2024' divulgado pelo Fórum Brasileiro de Segurança Pública (FBSP) (FBSP, 2024a).

São Paulo é a maior e mais populosa cidade do Brasil, com 11,45 milhões de habitantes e densidade demográfica de 7,53 mil habitantes por quilômetro quadrado, com Produto Interno Bruto (PIB) de R\$ 828,98 bilhões, e PIB *per capita* de R\$ 66.872,84 em 2021 (IBGE, 2024; IBGE, 2025). No setor industrial, o Valor Adicionado Bruto (VAB) do município é o segundo maior do país³, e no VAB de serviços⁴ o município é líder nacional⁵

A escolha do município de São Paulo deve-se à sua relevância econômica e à sua ampla base de dados sobre criminalidade. Nesse último caso, significa a possibilidade de visualizar dados desagregados da dinâmica criminal ao longo de vários anos.

Segundo os dados da Secretaria de Segurança Pública do Estado de São Paulo (SSP-SP) de 2019 a 2023, mostram um aumento de 4,17% no número de vítimas em homicídio

¹ Uma alocação *justa* em termos do valor de Shapley.

² 19º Feira de Santana-BA, 27º Manaus-AM, 31º Salvador-BA, 33º Recife-PE, 34º Macapá-AP, 37º Maceió-AL, 39º Fortaleza-CE, 41º Porto Velho-RO, 46º Teresina-PI, 47º Caruaru-PE.

³ Valor Adicionado Bruto de R\$ 62,5 bilhões a preços correntes, cerca de 3% do VAB industrial do Brasil.

⁴ Exclusive administração, defesa, educação e saúde públicas e segurança social

⁵ Valor Adicionado Bruto de R\$ 549,8 bilhões a preços correntes, cerca de 14% do VAB de serviços do Brasil.

culposo (excluindo mortes por acidente de trânsito) no município de São Paulo, e queda de 25,51% nos crimes de homicídio doloso. Os crimes de lesão corporal dolosa (exceto as causadas por acidente de trânsito) aumentaram em 18,90%, e os crimes de lesão corporal culposa diminuíram em 44,56%; furto de veículo e outros tipos de furto aumentaram 8,53% e 10,69%, respectivamente; e roubo de veículo diminuiu 29,42% e outros tipos de roubo somados (de banco, de carga, de celular etc) diminuíram apenas 5% (SSP-SP, 2024).

Essas variações indicam dinâmicas criminais distintas, implicando a necessidade de uma gestão de segurança pública mais eficiente e que avalie essas diferenças, tanto na dinâmica, quanto na gravidade de cada infração. Esses problemas impactam diretamente na forma de alocação dos recursos de segurança pública.

Nesse contexto, emergem duas questões centrais: o patrulhamento policial reduz a criminalidade? As evidências sugerem que sim (KOPER, 1995; WEISBURD et al., 2006; BRAGA et al., 2014; MITCHELL, 2017; DAU et al., 2023; WEISBURD et al., 2024). Uma vez que reduz, qual seria então a melhor estratégia de alocação das patrulhas nos locais em que a literatura convencionou chamar de *hotspots* ou *harmspots*? Essa é uma pergunta mais difícil de responder. Primeiro, porque o perfil de resposta da patrulha depende do perfil da criminalidade da região. Segundo, a relação criminalidade e patrulhamento policial não é linear. E terceiro, os recursos para o policiamento são limitados.

Esse trabalho buscar responder as seguintes perguntas: qual o contingente policial a ser alocado dado o perfil de criminalidade da região? E qual medida podemos utilizar para estabelecer um peso maior para determinado crime?

Antes de mais nada, é preciso reconhecer que a melhoria na qualidade de vida da população está intimamente ligada a investimentos em infraestrutura, capital humano e social, e esses avanços são ainda mais significativos quando a violência e a criminalidade não são negligenciadas, mas sim combatidas com inteligência e preparo organizacional (ARAÚJO JR, 2019). Alguns exemplos: o uso de câmeras de vigilância criando uma rede de 'Big Brother do assalto' nas metrópoles brasileiras (SOUZA, 2024), câmeras corporais nos policiais militares (MONTEIRO et al., 2024), *crime mapping*, *Big Data* e *Machine Learning* (ARAÚJO JR, 2019), são alguns dos avanços na área de segurança pública nos últimos anos.

No entanto, melhorias dessa natureza precisam não só criar uma sensação de segurança na população, mas de fato diminuir os índices de criminalidade e violência e consequentemente reverter o histórico que coloca muitas cidades brasileiras entre as mais violentas do mundo.

As alocações com base em policiamento de *hotspots* continuam sendo amplamente ex-

ploradas e estudadas, mas muitas não consideram as possíveis escolhas estratégicas entre criminosos e a polícia. A teoria dos jogos, nesse contexto, apresenta-se como um modelo mais adequado.

Quando em conflito, ambos, criminosos e policiais buscam maximizar os seus respectivos *payoffs*. Isso leva a uma dinâmica estratégica em que criminosos buscam evitar áreas patrulhadas e a polícia busca evitar patrulhar locais onde não há atividade criminosa ou intenção criminosa para não desperdiçar recursos de policiamento. Nessa interação não há equilíbrio de Nash em estratégia pura, pois ambos ajustam continuamente suas ações em resposta ao comportamento do outro. Nesse sentido, ambos probabilizam os seus *payoffs* esperados para cada estratégia escolhida. Isto é, a polícia irá fazer um *mix* de suas duas estratégias: patrulhar ou não patrulhar o local, probabilizando o *payoff* de ambas estratégias e somando-as para obter o *payoff* esperado médio. Um raciocínio análogo é feito para o *mix* de estratégias do criminoso.

Do ponto de vista do criminoso, existe uma probabilidade em que ele anula qualquer surpresa estratégica da patrulha policial ao igualar o *payoff* médio esperado das duas estratégias da patrulha. O raciocínio é análogo do ponto de vista da patrulha policial.

O *payoff* esperado para o criminoso seja qual for o *mix* de estratégias dele e da patrulha policial é, na teoria dos jogos, a solução de equilíbrio de Nash em estratégia mista para o criminoso. De forma análoga, o equilíbrio misto é encontrado para a patrulha policial.

Como os recursos policiais não podem ser desperdiçados, o sucesso da patrulha policial requer o sucesso da prisão do criminoso com o menor custo possível. Em contrapartida, o criminoso quer cometer crimes o máximo possível⁶, mas é improvável que ele cometa o máximo de crimes que deseja sem considerar a presença policial, pois a chance de ser preso aumenta. Assim, a melhor estratégia para ambos é obtida no equilíbrio misto.

Para esse trabalho, usamos uma abordagem similar a de Wu et al. (2020). Estes autores propuseram a construção de um modelo de alocação de patrulha para cada distrito policial da cidade de São Francisco, na Califórnia, utilizando a teoria dos jogos. Os autores construíram um jogo de soma zero entre criminoso e capitão da operação de patrulha, onde o criminoso busca maximizar os ganhos e o capitão busca minimizar as perdas. No jogo não há um equilíbrio

⁶ A experiência mostrou que quando a polícia 'informa' que não vai combater o crime, o criminoso toma conta da região, aumentando em muito o número de crimes. Em 2017, após a greve de policiais no Espírito Santo, o aumento da violência e dos crimes gerou caos dentro do estado (BRASIL, 2017). Em 2020, após 13 dias de paralisação dos policiais militares no Ceará, pelo menos 90 homicídios foram registrados na região (CORREIO BRAZILIENSE, 2020).

de Nash em estratégia pura, somente há equilíbrio de Nash em estratégia mista. O *payoff* esperado médio do criminoso é aplicado a um jogo cooperativo de votação ponderada. Esse *payoff* esperado médio é definido como o valor de risco do distrito – o equivalente ao peso (ou número de votos) de um candidato no clássico jogo cooperativo de votação ponderada – e o valor de Shapley-Shubik é obtido para cada distrito a partir desse jogo. Esse valor, também conhecido como índice de poder de Shapley-Shubik (*Shapley-Shubik power index*), foi primeiramente proposto por Shapley e Shubik (1954), cujo objetivo inicial foi avaliar a distribuição de poder entre os membros de um sistema legislativo ou comitê. O índice, então, mede a probabilidade de um membro ser decisivo na formação de uma coalizão vencedora, levando em consideração o seu peso de voto, as regras de votação, e o peso dos votos dos demais participantes do sistema legislativo ou comitê. Assim, com base no efetivo policial disponível para cada intervalo de tempo do dia, Wu et al. (2020) calcula a alocação policial ponderando pelo valor de Shapley-Shubik, e quanto maior o valor de Shapley-Shubik para determinado distrito, maior o contingente policial para esse distrito.

O valor de Shapley-Shubik é basicamente uma especialização do valor de Shapley, então segue as mesmas propriedades básicas deste último. Considerar o valor de Shapley para estabelecer uma alocação de patrulhamento policial é relevante pelo fato do valor de Shapley ser reconhecido por apresentar uma solução justa fundamentada pelos axiomas de eficiência, simetria, linearidade e nulidade (SHAPLEY, 1953) (ver Apêndice B.1).

Neste trabalho, supomos a existência de um criminoso que comanda e decide se há ocorrências ou não de crimes em cada distrito policial do município de São Paulo, tendo como adversário um agente – que chamaremos de chefe da patrulha, ou simplesmente de 'chefe' – responsável por decidir onde e quanto alocar de patrulhamento policial em cada distrito. Diferentemente de Wu et al. (2020), construímos um jogo não cooperativo onde a estrutura não é de soma zero.

A contribuição deste trabalho se refere aos seguintes pontos: Primeiro, Wu et al. (2020) avalia um conjunto de dados criminais da cidade de São Francisco, na Califórnia, mas não atribui pesos diferentes para os crimes, o que na nossa visão compromete a diferenciação de risco dos distritos. Nesse sentido, usamos a abordagem de Sherman et al. (2016) que usa as penas ou multas judiciais para os tipos de crimes como pesos. Segundo, Wu et al. (2020) leva em conta os 10 distritos de São Francisco. Para o cálculo exato do valor de Shapley, 10 distritos é um número razoável pois envolve a formação de 1024 (ou 2^{10}) coalizões no jogo cooperativo. Nossa abordagem, por outro lado, leva em conta os dados criminais dos 93 distritos policiais

do município de São Paulo, e com isso, precisamos considerar 2^{93} coalizões⁷, o que torna o cálculo exato de Shapley proibitivo em termos computacionais, sendo um problema $\#P$ -completo (FATIMA et al., 2008) que requer tempo exponencial $\mathcal{O}(2^n)$ para encontrar o valor exato (BILBAO et al., 2000). Isto é, o tempo de cálculo cresce exponencialmente à medida que mais jogadores são adicionados ao jogo. Para superar esse problema, utilizamos o método de cálculo do valor aproximado de Shapley proposto por Fatima et al. (2008).

Além desta introdução, na Seção 2 destacamos brevemente a literatura que aborda a questão do policiamento de *hotspots* e *harmspots*, e do conflito estratégico entre criminoso e policial a partir da teoria dos jogos. Adicionalmente, fazemos uma breve exposição do problema de considerar os crimes como se todos fossem iguais. Na Seção 3, fazemos uma análise dos dados descritivos, bem como da estratégia de organização e coleta dos dados. Na Seção 4, detalhamos a metodologia para determinar a alocação das patrulhas em cada distrito policial. Na Seção 5, mostramos os resultados do trabalho. Finalmente, na Seção 6, apresentamos as considerações finais.

⁷ 9.903.520.314.283.042.199.192.993.792 coalizões

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 PATRULHAMENTO DE HOTSPOTS VS PATRULHAMENTO DE HARMSPOTS

Avaliar o impacto do policiamento na redução da criminalidade tem sido um desafio central para criminologistas e pesquisadores de diversas áreas ao redor do mundo. Um marco histórico nesse campo foi o experimento de patrulha preventiva realizado em Kansas City, de 01 de outubro de 1972 a 30 de setembro de 1973, que foi amplamente reconhecido por sua influência na pesquisa sobre policiamento e prevenção criminal (KELLING et al., 1974; WEISBURD; ECK, 2004). Apesar de sua importância, o estudo recebeu críticas significativas devido a falhas metodológicas (LARSON; CAHN, 1985; SHERMAN; WEISBURD, 1995).

Uma revisão de literatura e meta-análise de Weisburd e Eck (2004), revela que o método de policiamento padrão (i.e., o método reativo) que aplica estratégias genéricas de combate ao crime sem considerar as especificidades de determinada região – como o nível do crime, sua natureza e outras variações – apresenta poucas evidências na redução da criminalidade, na desordem e no medo das pessoas, diferentemente do modelo geograficamente focado de policiamento de *hotspots*, que evidencia o impacto da atividade policial nas zonas concentradas do crime.

Outras pesquisas sugerem que um policiamento orientado para problemas (*Problem-oriented policing*) tem impacto positivo médio superior às formas de intervenções tradicionais de ação policial nos *hotspots* (BRAGA et al., 2014). Revisões recentes (DAU et al., 2023) indicam que a presença policial tem um impacto significativo na redução da criminalidade, especialmente em crimes como roubo de veículos, crimes contra a propriedade, crimes violentos e crimes relacionados a armas. Além disso, estratégias que focam na presença policial em áreas específicas, em horários determinados ou em tipos específicos de crimes, demonstram efeitos ainda mais substanciais.

A abordagem de policiamento focado em *hotspot* é tão influente que Weisburd (2015) sugere a existência de uma *lei de concentração dos crimes*, segundo a qual estabelece que uma porcentagem significativa dos crimes são concentrados geograficamente em uma parcela significativamente pequena de determinada região¹. Nesse sentido, o autor sugere que a con-

¹ Baseando-se nos resultados de uma gama de estudos que revelam um certo padrão de concentração dos crimes, Weisburd (2015) mostra que 50% dos crimes nas grandes e pequenas cidades são concentrados numa parcela que compreende 2,1% a 6% dos segmentos de rua, e para uma concentração de 25% dos crimes, essa parcela compreende um intervalo de banda de 0,4% a 1,6% dos segmentos de rua.

centração dos crimes em determinadas regiões demanda uma estratégia de policiamento e outras formas de prevenção também concentradas nessas regiões.

Em linha com essa perspectiva, Sherman et al. (2014) propôs a construção de uma teoria integrada para patrulhamento de *hotspots* englobando uma gama ampla de conceitos que permeiam o tema, um desses conceitos é o deslocamento local, cujo fenômeno acontece quando o crime se espalha para qualquer lugar, para muito perto ou para muito longe do *hotspots* após a chegada ou ação da patrulha policial, sendo a distância regional desse espalhamento não definida.

Uma crítica ao policiamento de *hotspots* é que o aumento da ostensividade policial pode resultar em cinco tipos de deslocamento local do crime: temporal, tático, de alvo, territorial e funcional, onde os criminosos ajustam seus métodos ou horários para continuar suas atividades ilícitas (REPETTO, 1976). Por outro lado, de acordo com Weisburd et al. (2006), o efeito deslocamento em grande medida é irrelevante e raramente é total. Além disso, o autor sugere que o patrulhamento policial focado pode resultar na difusão dos benefícios do controle da criminalidade para as áreas próximas aos *hotspots* (WEISBURD, 2015). Em contraste com o conceito de deslocamento local do crime, o conceito de 'difusão de benefícios' é mais provável de ocorrer (GUERETTE, 2009; GUERETTE, 2016; JOHNSON et al., 2014), e isso foi evidenciado em meta-análises relevantes (BRAGA et al., 2014; BRAGA et al., 2019). Esse fenômeno ocorre quando medidas de redução de criminalidade em uma área específica também resultam em impactos positivos em áreas vizinhas ou conectadas (WEISBURD et al., 2006).

Muitas pesquisas exploram o problema da alta concentração dos crimes nos *hotspots*, mas pouca atenção ainda é dada para a distinção da gravidade desses crimes, que pode modificar a dinâmica dessa concentração. A abordagem de *harmposts*, nesse caso, ainda é muito recente na literatura.

A literatura que postula que os crimes devem ser ponderados pela sua gravidade para permitir um melhor entendimento do seu impacto na sociedade ainda é pouco explorada, mas avanços começam a ser observados, especialmente nas análises espaciais do crime. Alguns estudos, como o de Weinborn et al. (2017), mostraram que os crimes, quando analisados pelo dano (*harmposts*), são espacialmente ainda mais concentrados do que os crimes quando vistos pela simples contagem bruta (*hotpost*)². Nessa mesma linha, Fenimore (2019) explora

² Weinborn et al. (2017) mostraram que, pela contagem bruta, metade de todos os crimes ocorridos em quinze conselhos municipais (*councils*) do Reino Unido se concentraram em apenas 3% dos segmentos de rua; enquanto que na análise pelos danos dos crimes, a concentração foi ainda maior: 1% dos segmentos de rua.

como a distribuição espacial dos *harmspots* diferem da distribuição dos crimes quando não ponderados, e mostra que os *harmspots* tendem a se concentrar nas áreas residenciais por um efeito maior da distribuição dos crimes violentos. Outros estudos recentes (OHYAMA et al., 2022; NG et al., 2023) também exploram esse tema.

A despeito da já estabelecida literatura de policiamento de *hotspots* e da incipiente literatura de *harmspots*, até onde sabemos, este é o primeiro trabalho a desenvolver uma abordagem alocativa de patrulha policial baseada na quantidade dos crimes como se todos fossem iguais e nos crimes ponderados pelos seus danos. Wu et al. (2020) aplicaram um método de alocação policial, mas não ponderaram os diferentes tipos de crimes, e isso potencializa o erro alocativo. Conforme Weinborn et al. (2017, p. 227), 'ponderar a gravidade do crime ao elaborar uma estratégia de segmentação provavelmente será mais eficaz na redução dos danos gerais à sociedade do que simplesmente reagir à quantidade de ocorrências'.

2.2 INTERAÇÃO ENTRE POLÍCIA E CRIMINOSO

A análise do comportamento criminoso sob a perspectiva do próprio infrator ganhou destaque a partir do artigo seminal *Crime and Punishment*, de Becker (1968), que aplicou a teoria da decisão para modelar a escolha do criminoso. Nesse modelo, o criminoso pondera os custos e benefícios envolvidos na atividade criminosa antes de decidir se comete ou não o crime.

No entanto, essa abordagem torna-se inapropriada quando estamos considerando a interação estratégica entre agentes, onde a teoria dos jogos se mostra mais adequada. Isto é, o cálculo da utilidade esperada comum na teoria da decisão do criminoso, como proposto por Becker (1968), não é apropriado quando as probabilidades não são exógenas, mas fazem parte da estratégia de equilíbrio de agentes racionais (TSEBELIS, 1989; TSEBELIS, 1990).

Conforme a analogia de Tsebelis (1989), a decisão de permanecer em casa por não possuir um guarda-chuva em um provável dia de chuva ilustra um comportamento estratégico diante de uma circunstância probabilística exógena e que, portanto, é um problema adequado para a teoria da decisão. Por outro lado, a decisão de acelerar o passo quando se há a suspeita de um possível patrulhamento policial nas proximidades, configura um jogo entre agentes racionais, onde a teoria dos jogos é uma abordagem mais adequada para a análise do problema (TSEBELIS, 1989).

Além disso, em um jogo criminoso-polícia, o equilíbrio é geralmente alcançado por meio de um equilíbrio de Nash em estratégia mista (TSEBELIS, 1989; TSEBELIS, 1990; BIANCO et al.,

1990; GUTTEL; MEDINA, 2007).

Enquanto Tsebelis (1990) busca analisar através de um jogo criminoso-polícia os potenciais efeitos de uma punição legal sobre o comportamento estratégico do criminoso, nossa abordagem usa a teoria dos jogos como um mecanismo para o estabelecimento de um esquema de patrulhamento policial.

2.3 OS CRIMES NÃO SÃO CRIADOS IGUAIS

Alguns crimes são mais graves para a sociedade do que outros. A gravidade do crime de furto de uma bicicleta, por exemplo, não é a mesma em comparação com um crime de homicídio; somar esses dois crimes como se fossem criados iguais é um erro e pode levar a distorções na alocação de recursos e avaliação de risco. Nesse sentido, utilizar uma forma de ponderar os crimes antes de somá-los é uma maneira mais apropriada para a sua diferenciação (SHERMAN et al., 2016). Vale ressaltar que essa preocupação não é recente; há décadas já se busca desenvolver abordagens que levem em conta a gravidade dos diferentes tipos de crime (RUITENBURG; RUITER, 2023). Por exemplo, Wolfgang et al. (1985) elaboraram um índice para medir a gravidade dos crimes com base em avaliações de pesquisas públicas. Cohen (1988), por sua vez, busca estimar o custo monetário dos diferentes tipos de crimes suportado pelas vítimas, incluindo os custos da dor, do sofrimento e do medo enfrentado por elas. Contudo, em termos comparativos com a simples contagem bruta de crimes, a perspectiva de gravidade dos crimes ainda é menos explorada.

Nesse trabalho, usamos a abordagem de Sherman et al. (2016), que sugere um indicador de dano (ou gravidade) baseado nas penas ou multas judiciais impostas pelo cometimento de determinado tipo de crime. Segundo Sherman et al. (2016), alguns trabalhos na literatura que propuseram a construção de um indicador de dano (ver, e.g., Wolfgang et al. (1985), Greenfield e Paoli (2013), Francis et al. (2005), Sullivan e Su-Wuen (2012), Ignatans e Pease (2016), Ratcliffe (2015)) não foram replicados em condições reais por não atenderem ao que os autores denominaram de 'teste de três critérios' (*three-pronged test*).

O teste de três critérios postula que a métrica de um indicador precisa satisfazer três critérios básicos para que aumente a sua viabilidade de adoção por oficiais de justiça. Esses três critérios são: (1) *Democracia*: a métrica deve refletir um processo legítimo e democrático, representando a vontade popular por meio de diretrizes estabelecidas por órgãos legislativos ou governamentais. Isso faz com que o índice tenha legitimidade política e social. Por exemplo, o

Crime Harm Index (CHI) proposto por Sherman et al. (2016) atende ao critério de democracia, pois faz uso das diretrizes de sentenciamento estabelecidas pelo Conselho de Sentenciamento do Reino Unido (*Sentencing Council*). Essas diretrizes resultam de um processo consultivo que inclui não somente juízes, mas a sociedade civil e qualquer outro profissional que esteja interessado na definição das diretrizes de sentença, isso reforça o fato de que o índice não seja apenas uma criação acadêmica ou técnica, mas uma ferramenta que é legitimada por processos democráticos. (2) *Confiabilidade*: a métrica deve ser confiável a ponto de ser aplicada a qualquer unidade de análise – tempo, lugar e pessoas – com os mesmos resultados para os mesmos níveis de dano. (3) *Custo*: a métrica precisa ser acessível sem custos adicionais significativos e sem a necessidade de novo orçamento para a sua construção. Além disso, ela precisa ser simples de calcular e utilizar (SHERMAN et al., 2016).

Em termos básicos, o indicador é construído da seguinte forma: a pena imposta para cada tipo de crime é convertida em dias na prisão. Por exemplo, se a pena para um determinado crime for de 1 ano, então esse período é convertido para 365 dias. Se em vez de prisão a pena for uma multa, então considera-se os dias que o infrator precisaria trabalhar para pagar a multa considerando que ele ganhasse um salário mínimo vigente. Além disso, os crimes considerados precisam ser somente aqueles reportados pelas vítimas ou testemunhas, e exclui-se aqueles que são gerados proativamente pela polícia, pois conforme Sherman et al. (2016) apontam, os crimes com 100% de esclarecimento por prisão medem menos os danos sofridos pela população do que os recursos policiais investidos para capturar os infratores em determinado tempo ou local previsto, sem ter sido motivado por notificações ou reclames da população. Isso evita uma lógica perversa de que quanto maior a taxa de sucesso das prisões realizadas pela polícia, maior será o número de crimes; ou quanto maior a taxa de prisão, maior a taxa de crimes (SHERMAN et al., 2016). As prisões por uso de entorpecentes, por exemplo, são excluídas do indicador.

Com base nas diretrizes do Conselho de Sentenciamento do Reino Unido, Sherman et al. (2016) recomendam o uso das sentenças ponto de partida (*starting point*) para cada tipo de crime, isto é, a sentença aplicada para todos os infratores sem indicadores de agravante ou mitigação da pena, pois elas têm a vantagem de refletir a natureza da ofensa e não do infrator.

Sabemos que cada país tem a sua respectiva jurisdição e forma de organizar as informações das sentenças para cada tipo de crime. Nesse sentido, aplicar o CHI no contexto da jurisdição de outro país exige uma adequação na metodologia de construção do indicador.

A nossa metodologia utiliza as penas ou multas segundo o Código Penal brasileiro. Consi-

dere, por exemplo, o crime de Lesão Corporal – título do Art. 129 do Código Penal brasileiro. O Art. 129 do Decreto-Lei n° 2.848/1940 estabelece que 'ofender a integridade corporal ou a saúde de outrem: Pena - detenção, de três meses a um ano' (BRASIL, 1988). A pena de três meses ou de um ano seria o nosso equivalente *starting point*, pois é a pena que desconsidera qualquer fator de mitigação ou agravante decorrente da característica do indivíduo ou viés dos juízes, isto é, desconsideramos as modalidades qualificadas dos crimes de lesão corporal e seus parágrafos e incisos quando assim for necessário. Quando for necessário usar uma modalidade qualificada do crime, seguiremos a mesma lógica acima.

Por exemplo, o parágrafo § 3º da modalidade 'Lesão corporal seguida de morte' estabelece que se a lesão corporal 'resulta morte e as circunstâncias evidenciam que o agente não quis o resultado, nem assumiu o risco de produzi-lo: Pena - reclusão, de quatro a doze anos' (BRASIL, 1988). Temos duas escolhas: a pena menor ou a maior. Optamos pela pena menor. Conforme Sherman et al. (2016) sugere, a escolha da pena máxima carrega a desvantagem de não refletir a mediana ou a média da gravidade da infração de um indivíduo, dado que a pena máxima, no geral, é aplicada aos casos raros e na média é poucas vezes utilizada. Isso evita que todas as lesões corporais seguidas de morte, por exemplo, sejam ponderadas de acordo com aquelas cometidas por *serial killers* (SHERMAN et al., 2016).

3 DADOS

As principais variáveis para o objetivo do nosso trabalho são as seguintes:

- *Quantidade e tipo de crime por distrito policial;*
- *Quantidade de habitantes por distrito policial;*
- *Quantidade de prisões e apreensões em flagrante por distrito policial;*
- *Quantidade total de policiais militares disponíveis no estado de São Paulo;*
- *As penas ou multas para determinado tipo de crime.*

Extraímos esses dados e informações a partir de três fontes: pela Secretaria de Segurança Pública do Estado de São Paulo, pelo Instituto Sou da Paz¹ e pelo Código Penal brasileiro.

No Sistema Estadual de Coleta de Estatística Criminal na plataforma da SSP-SP (2024), coletamos os dados das quantidades dos seguintes crimes:

- *Homicídio culposo e doloso desconsiderando aqueles decorrentes de acidente de trânsito;*
- *Tentativa de homicídio;*
- *Lesão corporal seguida de morte;*
- *Lesão corporal culposa e dolosa desconsiderando aquelas decorrentes de acidente de trânsito;*
- *Latrocínio;*
- *Estupro, incluindo estupro de vulnerável;*
- *Roubo de veículo, de banco, de carga, e outros;*
- *Furto de veículo e outros.*

Coletamos as estatísticas desses crimes dos anos de 2019 até 2023 associados a cada uma das 93 delegacias de polícia dos distritos do município de São Paulo. No momento em que escrevo este trabalho, no banco de dados da SSP-SP as informações que detalham os horários da ocorrência dos crimes analisados estão disponíveis somente para os anos de 2022 a 2024

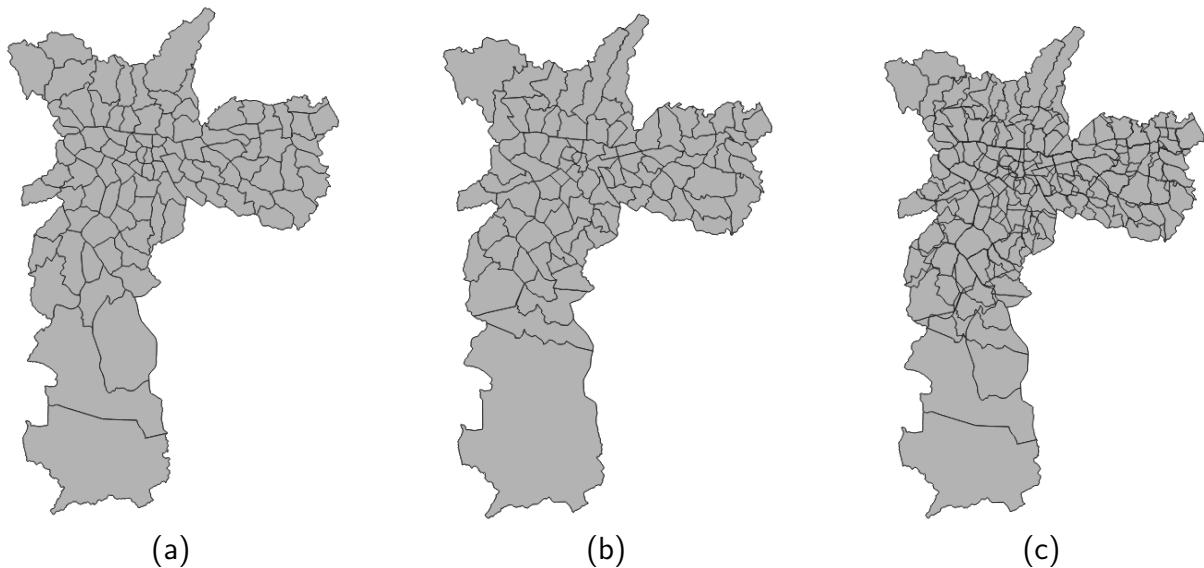
¹ O Instituto Sou da Paz é um instituto sem fins lucrativos que atua há pelo menos 25 anos no Brasil. O instituto elabora estudos e relatórios sobre criminalidade e violência nas cidades brasileiras, e busca contribuir para a implementação de políticas públicas de segurança no país.

(somente até outubro). Nesse sentido, na metodologia desse trabalho, a proporção dos crimes em determinado intervalo de tempo do dia foram calculadas com base nos dados de 2022 a 2023. O cálculo da proporção é importante porque é a partir dela que definimos os limiares de cada intervalo de tempo do dia e o contingente policial total definido para cada intervalo de tempo.

A quantidade de habitantes por distrito policial foi obtida através da plataforma online do Instituto Sou da Paz a partir do trabalho *IECV - Índice de Exposição aos Crimes Violentos - 2021 e 2022* divulgado pelo Instituto (INSTITUTO SOU DA PAZ, 2023), que até onde sabemos, é a única fonte onde os dados da população por distrito policial do município de São Paulo é de domínio público. No trabalho, o instituto fez um recorte populacional para o emprego do IECV considerando apenas os distritos policiais com uma população igual ou acima de 50 mil habitantes; dessa forma, não foi possível obter informações da população de 7 distritos: 001° DP Sé, 002° DP Bom Retiro, 003° DP Campos Elísios, 018° DP Alto da Moóca, 052° DP Parque São Jorge, 081° DP Belém e 102° DP Socorro. Nesse caso, dos 93 distritos policiais, o instituto analisou 86 distritos.

Para estimar a população desses 7 distritos, utilizamos o software QGIS e fizemos uma sobreposição do mapa da divisão dos distritos administrativos do município de São Paulo – cujos os dados da população por distrito administrativo foram obtidos através do Censo do IBGE (2024) – com o mapa da divisão dos distritos policiais (Figura 1). Foi suposto que a população de cada distrito administrativo estivesse distribuída uniformemente dentro de cada subdivisão e calculamos a população estimada para os distritos policiais com base nas proporções e intersecções dessas áreas entre os distritos administrativos e os distritos policiais.

Figura 1 – (a) Separação dos distritos administrativos; (b) Separação dos distritos policiais; (c) Interseção entre os distritos



Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados do IBGE

Nota: O shapefile dos distritos policiais do município de São Paulo pode ser obtido no endereço <https://github.com/sergiospagnuolo/distritos-sp>

Para as informações das penas ou multas dos crimes, utilizamos o Código Penal brasileiro (BRASIL, 1988).

3.1 DADOS DESCRIPTIVOS

O município de São Paulo conta com 93 distritos policiais, cuja divisão foi definida via decreto para acompanhar o crescimento urbano. Esse crescimento, por sua vez, exerce influência direta na dinâmica econômica e social, além de impactar significativamente na organização e nas operações das forças policiais (CARVALHO et al., 2021).

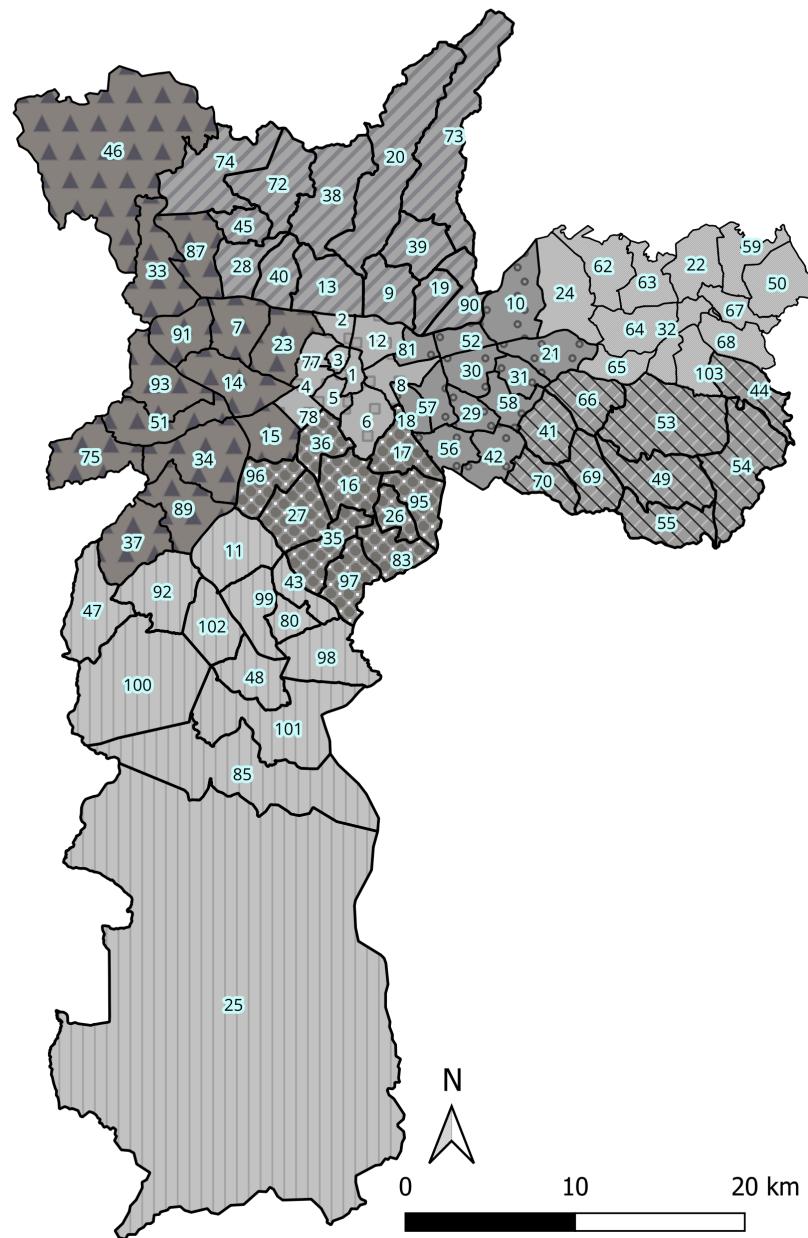
A distribuição dos distritos policiais é ilustrada na Figura 2, representando as 8 divisões das delegacias seccionais, quais sejam: Centro, Sul, Oeste, Norte, Leste, Sto. Amaro, Itaquera, S. Mateus. Na parte central mais clara do mapa, estão os distritos que compõem a Delegacia Seccional 1º Centro, onde registra-se um grande número de roubos e furtos, especialmente de celulares (FBSP, 2024a). De acordo com Carvalho et al. (2021), é possível traçar uma relação entre roubo a transeuntes em locais com alto fluxo de pessoas. Assim, os chamados subcentros da cidade, como os distritos de Santo Amaro (11º DP), Campo Limpo (37º DP), Parque Santo Antônio (92º DP), Capão Redondo (47º DP) e Jabaquara (35º DP), também apresentam números relativamente maiores de roubo a transeuntes, uma vez que são distritos

que possuem características semelhantes aos distritos da região central, no que diz respeito ao capital cultural, às atividades econômicas, à urbanidade, a concentração de linhas de transporte e a grande circulação de pessoas (CARVALHO et al., 2021).

Em relação aos roubos de veículos (carros, motocicletas, caminhões e guinchos), as áreas de maior incidência estão nas fronteiras do município, especialmente nos distritos com acesso às rotas de saída, como os distritos de Sacomã (26° DP) e Heliópolis (95° DP) – sudeste ao centro do mapa –, que são 'separados' pela rodovia Anchieta. A região que compreende os distritos Jabaquara (35° DP), Cidade Ademar (43° DP) e Americanópolis (97°) – também sudeste ao centro do mapa –, é uma área que também facilita o acesso às rotas de saída em direção à região costeira, uma vez que é próxima tanto da rodovia Anchieta quanto da Imigrantes (CARVALHO et al., 2021). Por sua vez, o distrito Perus (46° DP), localizado no noroeste, a despeito de ter grandes vias de saída do município, apresenta uma baixa incidência histórica de roubos de veículos, mas a diferença é que o distrito é atendido pela via ferroviária. Já os distritos do centro apresentam baixa incidência de roubos de veículos, especialmente os de grande porte, por serem proibidos de circular no centro expandido da cidade (CARVALHO et al., 2021)².

² Para uma discussão mais abrangente sobre a dinâmica de roubos a transeuntes e de veículos considerando a cartografia do município de São Paulo, o autor deste trabalho sugere o estudo *Atlas da dinâmica criminal em São Paulo (SP): roubos a transeuntes e de veículos* de Carvalho et al. (2021)

Figura 2 – Divisão dos distritos policiais do município de São Paulo



Fonte: Elaborado pelo autor a partir da SSP-SP

Nota: O shapefile dos distritos policiais do município de São Paulo pode ser obtido no endereço <<https://github.com/sergiospagnuolo/distritos-sp>>

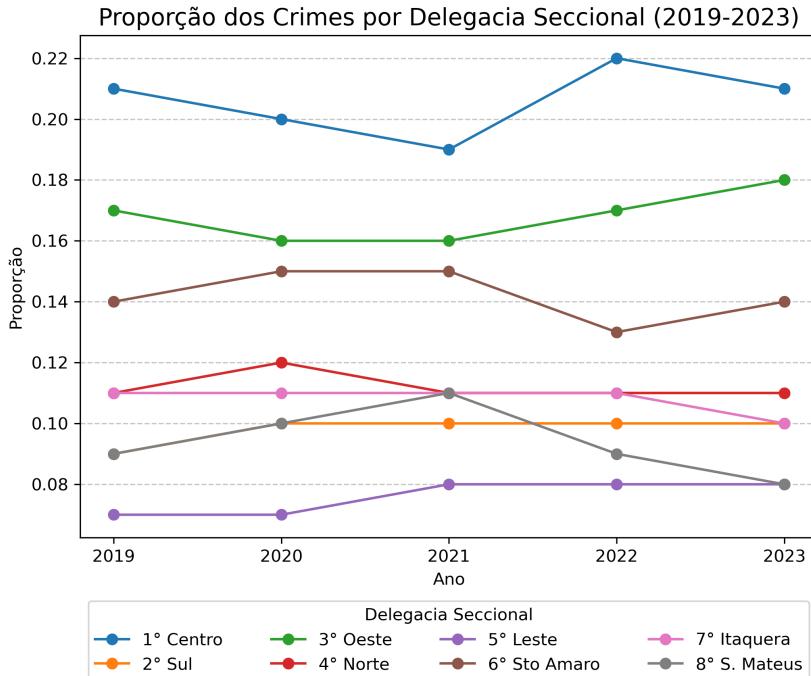
Figura 3 – Distritos policiais que compõem cada delegacia seccional

 Del. Sec. 1º Centro	 Del. Sec.I 2º Sul	 Del. Se.I 3º Oeste	 Del. Sec. 4º Norte
01º D.P. Sé	16º D.P. Vl. Clementino	07º D.P. Lapa	09º D.P. Carandiru
02º D.P. Bom Retiro	17º D.P. Ipiranga	14º D.P. Pinheiros	13º D.P. Casa Verde
03º D.P. Campos Elíseos	26º D.P. Sacomã	15º D.P. Itaim Bibi	19º D.P. Vila Maria
04º D.P. Consolação	27º D.P. Campo Belo	23º D.P. Perdizes	20º D.P. Água Fria
05º D.P. Aclimação	35º D.P. Jabaquara	33º D.P. Pirituba	28º D.P. Freguesia do Ó
06º D.P. Cambuci	36º D.P. Vila Mariana	34º D.P. Vila Sonia	38º D.P. Vila Amália
08º D.P. Brás	83º D.P. Parque Bristol	37º D.P. Campo Limpo	39º D.P. Vila Gustavo
12º D.P. Pari	95º D.P. Heliópolis	46º D.P. Perus	40º D.P. Vila Santa Maria
77º D.P. Santa Cecília	96º D.P. Monções	51º D.P. Butantã	45º D.P. Vila Brasilândia
78º D.P. Jardins	97º D.P. Americanópolis	75º D.P. Jardim Arpoador	72º D.P. Vila Penteado
		87º D.P. Vl. Pereira Barreto	73º D.P. Jaçanã
		89º D.P. Portal do Morumbi	74º D.P. Jaraguá
		91º D.P. Ceagesp	90º D.P. Parque Novo Mundo
		93º D.P. Jaguare	
 Del. Sec. 5º Leste	 Del. Sec.I 6º Sto. Amaro	 Del. Sec. 7º Itaquera	 Del. Sec. 8º S. Mateus
10º D.P. Penha de França	11º D.P. Santo Amaro	22º D.P. São Miguel Paulista	41º D.P. Vila Rica
18º D.P. Alto da Moóca	25º D.P. Parelheiros	24º D.P. Ponte Rasa	44º D.P. Guaianazes
21º D.P. Vila Matilde	43º D.P. Cidade Ademar	32º D.P. Itaquera	49º D.P. São Mateus
29º D.P. Vila Diva	47º D.P. Capão Redondo	50º D.P. Itaim Paulista	53º D.P. Parque do Carmo
30º D.P. Tatuapé	48º D.P. Cidade Dutra	59º D.P. Jardim Noemia	54º D.P. Cidade Tiradentes
31º D.P. Vila Carrão	80º D.P. Vila Joaquina	62º D.P. Ermelino Matarazzo	55º D.P. Parque São Rafael
42º D.P. Parque São Lucas	85º D.P. Jardim Mirna	63º D.P. Vila Jacuí	66º D.P. Vale do Aricanduva
52º D.P. Parque São Jorge	92º D.P. Parque Santo Antônio	64º D.P. Cidade A. E. Carvalho	69º D.P. Teotônio Vilela
56º D.P. Vila Alpina	98º D.P. Jardim Miriam	65º D.P. Arthur Alvim	70º D.P. Vila Ema
57º D.P. Parque da Moóca	99º D.P. Campo Grande	67º D.P. Jardim Robru	
58º D.P. Vila Formosa	100º D.P. Jardim Herculano	68º D.P. Lajeado	
81º D.P. Belém	101º D.P. Jardim Imbuias	103º D.P. Cohab Itaquera	
	102º D.P. Socorro		

Fonte: Elaborado pelo autor

Pela Figura 4, nota-se que no ano de 2023, a Delegacia Seccional 1º Centro apresentou 21% dos crimes em todo o município, com a Delegacia Seccional 3º Oeste em segunda posição com 18%, e a delegacia Delegacia Seccional 5º Leste, juntamente com a Delegacia Seccional 8º S. Mateus com as menores proporções dos crimes, 8%. A despeito do número relativamente menor de habitantes na circunscrição da Delegacia Seccional 1º Centro, o fluxo comercial e de pessoas naquele limite geográfico é parte da explicação para o número mais elevado de incidentes criminais. Conforme Carvalho et al. (2021) aponta, se o município de São Paulo tivesse o espaço geográfico de acordo com o fluxo comercial e de pessoas em cada circunscrição, todo o espaço geográfico do município se transformaria, em especial, as circunscrições dos distritos policiais que compõem a Delegacia Seccional 1º Centro seriam relativamente bem maiores do que o tamanho atual.

Figura 4 – Proporção dos Crimes por Delegacia Seccional (2019-2023)

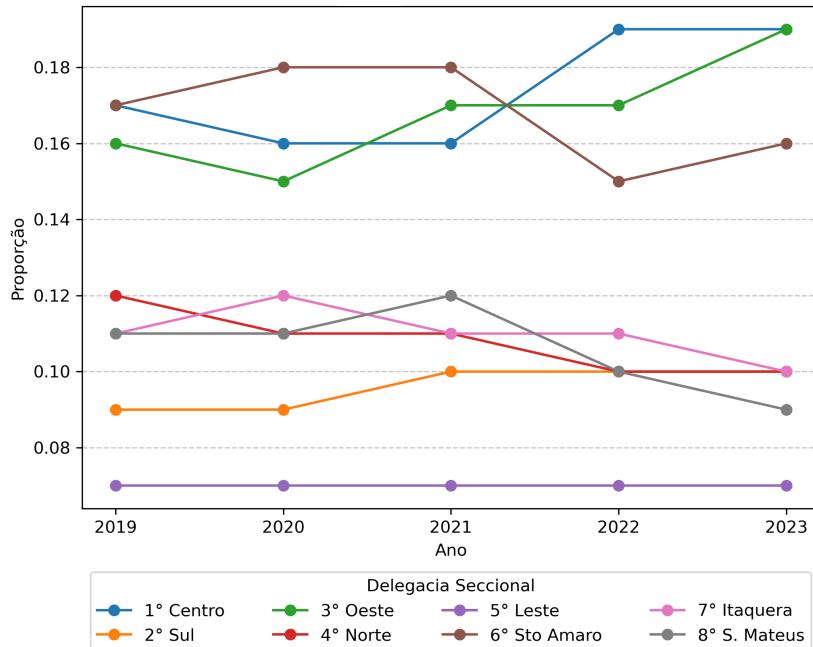


Fonte: Elaborado pelo autor a partir da SSP-SP

A Figura 5 mostra a diferença na dinâmica das proporções dos danos conforme atribuímos pesos aos diferentes tipos de crimes. Em especial, percebemos que a Del. Sec. 1º Centro concentra a maior parte dos danos na série histórica apenas no ano de 2019. Por sua vez, a proporção dos danos da Del. Sec. 3º Oeste segue uma trajetória crescente a partir de 2020. Um ponto curioso é o caso da Del. Sec. 5º Leste, que após a ponderação dos crimes as proporções dos danos se mantiveram constantes de 2019 até 2023.

Pela comparação das Figuras 4 e 5, e após a ponderação dos crimes, a curva da Del. Sec. 1º Centro desloca para baixo em média 3 pontos percentuais. Esse deslocamento pode ser explicada pelo fato de que na região central de São Paulo os crimes mais graves, como de homicídio e estupro, são menos frequentes se comparados com as ocorrências nos distritos da periferia. Por exemplo, o deslocamento vertical para cima da curva da Del. Sec. 6º Sto Amaro foi de 3 pontos percentuais em média após a ponderação. Em 2023, segundo os dados da SSP-SP, o número de vítimas de homicídio doloso e estupro somente no distrito Parque Santo Antônio (92º DP), que faz parte da Del. Sec. 6º Sto Amaro, foram de 21 e 73, respectivamente; no caso das vítimas de homicídio, o valor foi um pouco menos da metade de todas as vítimas de homicídio doloso para todos os distritos da Del. Sec. 1º Centro, e no caso das vítimas de estupro, o valor supera a metade das ocorrências na Del. Sec. 1º Centro (SSP-SP, 2024).

Figura 5 – Proporção dos Danos por Delegacia Seccional (2019-2023)



Fonte: Elaborado pelo autor a partir da SSP-SP

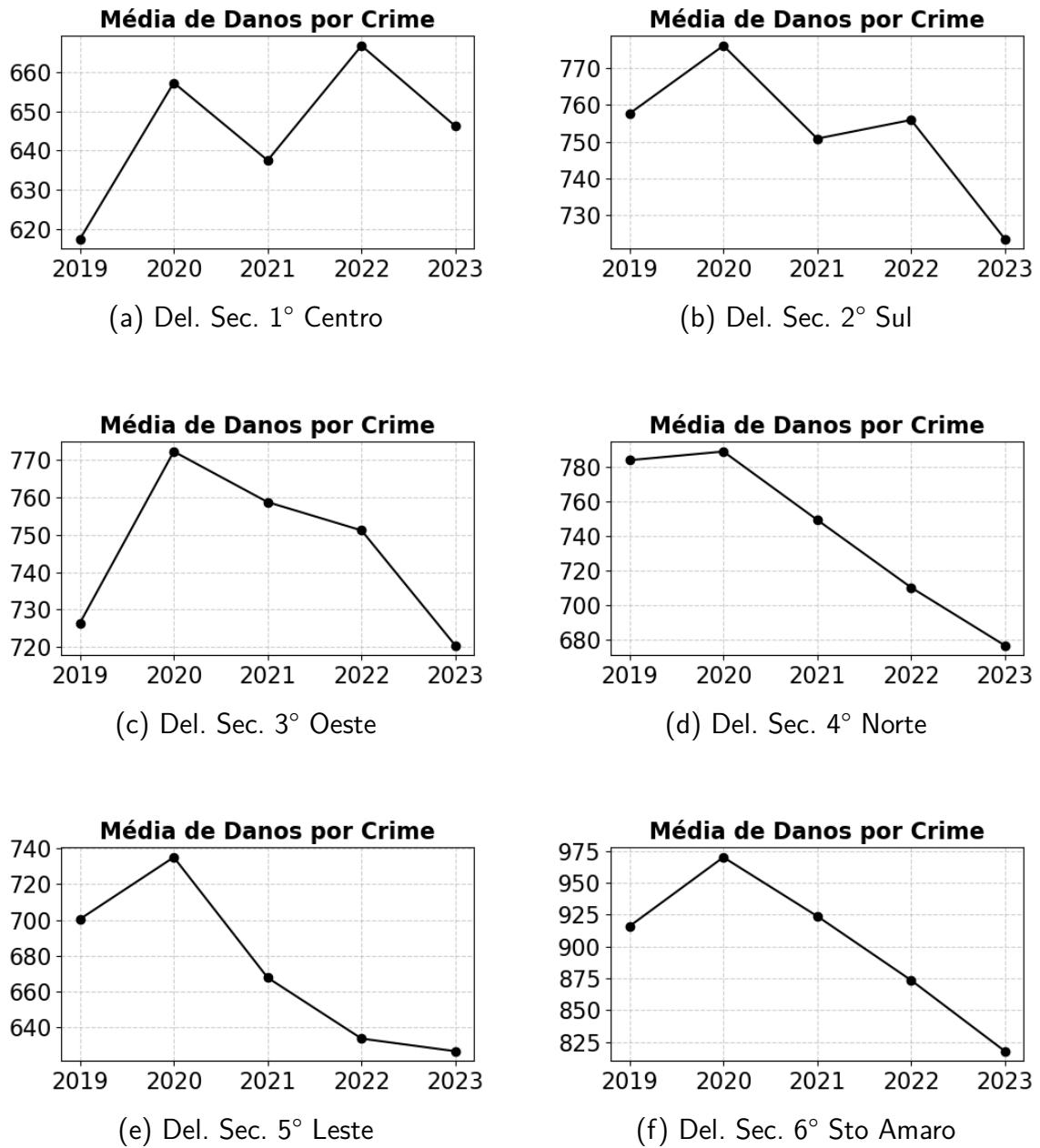
A quantidade de crimes na Delegacia Seccional 1º Centro é relativamente bem maior do que nas demais delegacias (cf. Figura 4), a despeito do tamanho da população ser relativamente bem menor.

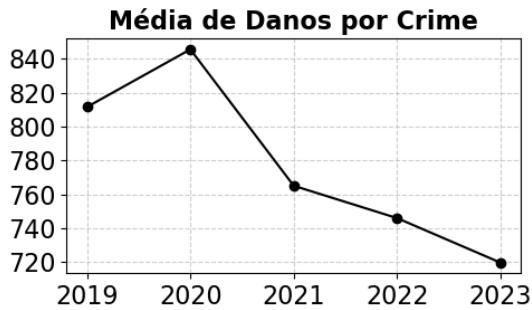
Considerando o grande fluxo relativo de pessoas e de comércio nos distritos que compõem a Delegacia Seccional 1º Centro – a despeito do número relativamente pequeno de habitantes – faremos, então, duas análises para a alocação da patrulha policial nos distritos do município de São Paulo. Em primeiro lugar, a metodologia é aplicada para todos os distritos policiais, inclusive os que compõem a Delegacia Seccional 1º Centro. Em segundo lugar, desconsideramos os distritos da respectiva delegacia e aplicamos a metodologia somente para os demais distritos. Contudo, uma vez desconsiderados os distrito da Del. Sec. 1º Centro, precisamos reajustar os dados e excluir da análise os crimes ocorridos na respectiva circunscrição. O objetivo é visualizar o quanto de efetivo policial é absorvido pela região central após a aplicação da metodologia e comparar o quadro alocativo nos demais distritos com a inclusão e sem a inclusão da Del. Sec. 1º Centro.

Os gráficos da Figura 6(a)-(h) mostram a dinâmica da média de danos por crime para cada delegacia seccional. Nota-se que a partir do ano de 2020 a média de danos por crime decresceu até o ano de 2023 para quase todas as delegacias, com exceção apenas para as

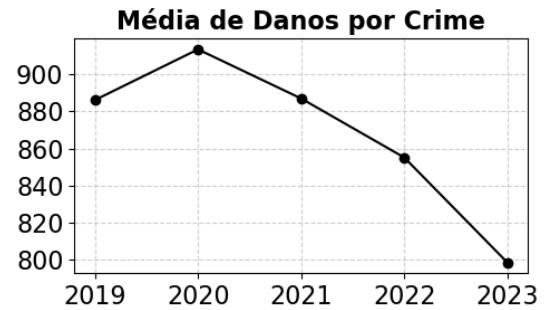
delegacias 1º Centro e 2º Sul. Comparando as Figuras 4 e 5, é possível notar que a dinâmica de queda na média de danos por crime na Del. Sec. 1º Centro, de 2020 a 2021, por exemplo, ocorreu por conta de uma diminuição nos danos.

Figura 6 – Quantidade de crimes e danos dos crimes a partir de 2019 a 2023 por Delegacia Seccional





(g) Del. Sec. 7º Itaquera



(h) Del. Sec. 8º S. Mateus

Fonte: Elaborado pelo autor

Essa simples análise gráfica revela a diferença na dinâmica quando os crimes são ponderados e quando não são. Muitos estudos de policiamento de *hotspots*, em grande medida, dão ênfase maior a contagem bruta dos crimes em detrimento da contagem ponderada. Os trabalhos de Sherman et al. (2016) e de Weinborn et al. (2017), por exemplo, ressaltam a importância de diferenciar os tipos de crimes para alocar os recursos de segurança pública de forma mais adequada. Assim, passamos da perspectiva de *hotspots* para *harmspots*.

4 METODOLOGIA

Nesta seção, descrevemos a metodologia utilizada para calcular o valor aproximado de Shapley bem como o cálculo da alocação das patrulhas policiais nos 93 distritos policiais do município de São Paulo. Inicialmente, montamos um jogo não cooperativo entre um criminoso e um chefe da patrulha.

Em seguida, aplicamos um modelo de jogo cooperativo, especificamente, utilizamos o jogo de votação ponderada, e aplicamos o método de Fatima et al. (2008) para calcular o valor de Shapley aproximado. O cálculo do valor aproximado de Shapley para um grande número de jogadores foi realizado utilizando o software Python, cujo resultado – diferentemente do cálculo exato de Shapley – é passível de ser obtido utilizando nada mais do que um computador com recursos computacionais básicos.

A metodologia que utilizamos é similar a de Wu et al. (2020), mas fazemos alterações importantes: o jogo não cooperativo não é de soma zero; consideramos pesos diferentes aos tipos de crimes; consideramos um período tempo maior (dados de cinco anos e não apenas um ano) para modelar a alocação da patrulha; usamos 93 distritos (nove vezes mais distritos, praticamente); e calculamos o valor aproximado de Shapley. Além disso, toda metodologia é construída com o objetivo de comparar três tipos de alocações policiais: (1) baseada na proporção populacional de cada distrito, (2) baseada no valor de Shapley aproximado considerando como se os crimes fossem todos iguais (sem ponderação), e (3) baseada no valor de Shapley aproximado considerando os danos dos crimes, sendo os ponderados pelas suas respectivas penas ou multas judiciais.

Não utilizamos um jogo de soma-zero porque isso levaria a um resultado que, no trabalho de Wu et al. (2020), nos parece um tanto problemático: de que a taxa da presença policial seria um ganho para o criminoso quando este escolhesse não cometer crimes. Não identificamos uma explicação razoável para um cenário como esse. Em vista disso, optamos por construir um jogo que não fosse de soma-zero. Além disso, ao ponderar os diferentes tipos de crimes, estamos atribuindo uma certa prioridade aos crimes mais graves, em termos de alocação do contingente policial. Ainda, o uso do valor de Shapley aproximado segue propriedades de justiça em termos alocativos, e ao utilizar o método de cálculo de Fatima et al. (2008), que fornece um resultado em tempo muito rápido e muito próximo do valor exato de Shapley, superamos o problema da restrição do número viável de jogadores num jogo cooperativo. Além do mais, ao comparar os

métodos alocativos pela perspectiva de *hotspots* – como se todos os crimes fossem iguais – e pela perspectiva de *harmspots* – ponderando os tipos de crimes – fornecemos um panorama do efetivo policial que seria alocado para cada distrito a depender de qual perspectiva está sendo analisada. Desse modo, entende-se que os recursos policiais podem ser melhor alocados ao ponderar os diferentes tipos de crimes.

4.1 UM JOGO ENTRE CRIMINOSO VS CHEFE DA PATRULHA

De forma análoga à abordagem de Wu et al. (2020), assumimos que o comportamento do criminoso é aleatório, isso significa que ele pode cometer o crime em qualquer local de qualquer distrito policial, de modo que a patrulha policial não pode prever exatamente onde e quando o crime irá ocorrer. A suposição de aleatoriedade é importante pois permite o cálculo do equilíbrio de Nash em estratégia mista, que é expresso em termos de probabilidades associadas às diferentes estratégias dos agentes no jogo (FIANI, 2009).

No entanto, diferentemente de Wu et al. (2020), nosso método atribui pesos diferentes aos tipos diferentes de crime. Os pesos são as penas ou multas judiciais estabelecidas para cada tipo de crime. Além do mais, Wu et al. (2020) considerou crimes de toda sorte para a sua proposta de alocação, e isso é um problema pois a diferenciação dos crimes é importante para qualquer avaliação de risco ou alocação de recursos (SHERMAN et al., 2016).

Na ação de prevenção ou enfrentamento dos crimes supomos que: (1) a patrulha policial pode ser realocada entre os distritos a depender do risco de cada distrito. (2) cada patrulha de cada distrito é subordinada a um líder geral, que chamaremos de chefe, responsável por delegar a tarefa de patrulhamento em cada distrito e durante três intervalos de tempo por dia; a definição dos intervalos de tempo é arbitrária e chamaremos esses intervalos de tempo de primeiro intervalo, segundo intervalo e terceiro intervalo. No caso dos criminosos, supomos que há apenas um criminoso que comanda os crimes de todos os distritos (como se fosse um chefe de facção¹), ele escolhe se haverá crimes em determinado distrito ou não.

Para simplificação do modelo, centralizamos o poder de alocação da patrulha somente nas mãos do chefe, e consideramos que todos os agentes de patrulha possuem a mesma patente e não há patente superior que possam alcançar além das que já possuem. Em resumo, não há

¹ Obviamente, essa suposição serve apenas para facilitar a interpretação do modelo, uma vez que a base de dados que utilizamos engloba os crimes cometidos por qualquer indivíduo, não somente aqueles envolvidos com o crime organizado.

incentivos de progressão na carreira. A preocupação dos agentes policiais é prender o criminoso e minimizar os custos de oportunidade. Todo o resto é mantido constante.

Para os diferentes tipos de crimes, ponderamos pelas penas ou multas judiciais (SHERMAN et al., 2016), convertendo os anos ou meses de prisão em dias de prisão, e convertendo as multas em quantos dias seria necessário trabalhar (considerando 8 horas por dia) – ganhando um salário mínimo vigente – para pagar a multa. O Código Penal brasileiro em seu Artigo 49 do Decreto-Lei nº 2.848/1940 estabelece que a pena de multa deve ser calculada em dias-multa, sendo no mínimo de 10 dias-multa e no máximo de 360 dias-multa; e o primeiro parágrafo do Artigo estabelece que o valor do dia-multa não pode ser inferior a um trigésimo do maior salário mínimo mensal vigente e nem superior a cinco vezes esse salário (BRASIL, 1988).

Até onde sabemos, não há algo relativo no Brasil ao que há nas diretrizes do Conselho de Sentenciamento no Reino Unido, i.e., não há uma definição expressa de pena ou multa *ponto de partida (starting point)*. Em vista disso, fizemos as adequações da metodologia de Sherman et al. (2016) para o caso brasileiro que julgamos serem as mais adequadas. Para as multas, por exemplo, escolhemos arbitrariamente 10 dias-multa.

Atualmente, o salário mínimo vigente no Brasil é de R\$ 1.412,00 (BRASIL, 2023), então temos que a multa mínima é de aproximadamente R\$ 471,00 conforme o cálculo,

$$\text{Valor do dia-multa} = \frac{1.412,00}{30} \approx R\$ 47,07$$

Número de dias-multa mínimo:10

$$\text{Total} = R\$ 47,07 \times 10 \approx R\$ 471.$$

Nesse caso, o infrator precisa trabalhar 10 dias contados e durante 8 horas por dia para pagar a multa aproximada de R\$ 471,00.

Na Tabela 1, temos os dados de crimes do 01º Distrito Policial Sé para o ano de 2019, bem como a forma de cálculo do indicador de dano. A mesma lógica de cálculo se aplica aos demais distritos e para todos os anos (de 2019 a 2023). Assim, para 15 homicídios dolosos ocorridos no distrito Sé, temos a pena mínima de 6 anos, que quando convertida em dias é definida por 2.190 dias; e multiplicando a quantidade de crimes pela pena em dias, temos o valor de 32.850. Fazendo esse cálculo para todos os tipos de crimes e somando todos os produtos das quantidades dos crimes com as penas em dias, temos o índice de dano do distrito Sé no ano de 2019. Esse procedimento é feito para todo período de 2019 a 2023. Além disso, aplicamos a média dos índices desse período, pois conforme Sherman et al. (2016), uma média de cinco

anos é adequada para diminuir os efeitos de pequenas flutuações de crimes que possuem elevada taxa de incidência, como roubos e furtos.

Tabela 1 – Cálculo do Índice de Dano para o 01º Distrito Policial Sé para o ano de 2019

Crime	Qtd (A)	Pena mínima	Pena em dias (B)	Índice de Dano (C = AxB)
Homicídio Doloso	15	6 anos	2.190	32.850
Homicídio Culposo Outros	0	1 ano	365	0
Tentativa de Homicídio	15	2 anos	730	10.950
Lesão Corporal Seguida de Morte	1	4 anos	1.460	1.460
Lesão Corporal Dolosa	444	3 meses	90	39.960
Lesão Corporal Culposa - Outras	13	2 meses	60	780
Latrocínio	2	20 anos	7.300	14.600
Estupro	10	6 anos	2.190	21.900
Estupro de Vulnerável	8	8 anos	2.920	23.360
Roubo - Outros	3.404	4 anos e multa	1.470	5.003.880
Roubo de Veículo	25	4 anos e multa	1.470	36.750
Roubo a Banco	0	5 anos e multa	1.835	0
Roubo de Carga	152	5 anos e multa	1.835	278.920
Furto - Outros	12.997	1 ano e multa	375	4.873.875
Furto de Veículo	142	1 ano e multa	375	53.250
Total	17.228			10.392.535

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da SSP-SP e do Código Penal do Brasil

Para fins de comparação entre a alocação da patrulha policial considerando como se todos os crimes fossem iguais (chamaremos de *ótica da igualdade* ou OI, a partir de agora) e a alocação baseada no índice de dano (chamaremos de *ótica do dano* ou OD, a partir de agora), usamos a mesma lógica de cálculo da média do dano e aplicamos para as quantidades dos crimes de cada distrito policial para os anos de 2019 até 2023.

Seja h_i o número de habitantes no distrito policial i , onde $h_i \in \{h_1, h_2, h_3, \dots, h_n\}$, e seja $I_i \in \{I_1, I_2, I_3, \dots, I_n\}$ os índices de danos para cada distrito policial i (resultado da média dos índices dos últimos cinco anos). A soma dos índices de todos os distritos i é definida por $I_T = \sum_{i=1}^n I_i$. A densidade de danos β_i^d no distrito i é definida por

$$\beta_i^d = \frac{I_i}{h_i}.$$

Seja $c_i \in \{c_1, c_2, c_3, \dots, c_n\}$ a quantidade de crimes no distrito policial i (resultado da média das quantidades de crimes dos últimos cinco anos). A soma de todos os crimes de todos os distritos i é definida por $C_T = \sum_{i=1}^n c_i$. A densidade de crimes β_i^c no distrito i é definida por

$$\beta_i^c = \frac{c_i}{h_i}.$$

Para simplificar a notação, representaremos β_i^d ou β_i^c simplesmente como β_i , mas devemos ter em mente que a metodologia se aplica às duas propostas alocativas, isto é, pela ótica do dano (OD), significando que implicitamente estamos usando β_i^d , e pela ótica da igualdade (OI), significando o uso implícito de β_i^c .

Para estimar o efetivo de policiais militares (PMs) para cada distrito policial, utilizamos os dados do 'Anuário de Segurança Pública de 2024' divulgados pelo FBSP, que revela que o estado de São Paulo apresentou, em 2024, um efetivo de 80.037 policiais militares (FBSP, 2024a); e uma taxa de 1,8 PM (Policial Militar) por 1.000 habitantes, conforme os dados do relatório 'Raio-X das Forças de Segurança Pública' (FBSP, 2024b). Dessa forma, baseando-se nessa taxa de 1,8 PM por 1.000, estimamos para o município de São Paulo um total de 22.338 PMs. Wu et al. (2020) estimou a quantidade de oficiais de polícia baseada na divisão da população de cada distrito pela população total de São Francisco, ou seja, na proporção populacional de cada distrito i .

Supondo que seja $o_i \in \{o_1, o_2, o_3, \dots, o_n\}$ a quantidade de PMs disponíveis no distrito i , e seja O_T a soma de todos os PMs de todos os distritos, isto é, $O_T = \sum_{i=1}^n o_i$. Dessa forma, estamos supondo que, na média, quanto maior a quantidade de habitantes no distrito i maior será a quantidade de PMs para esse distrito. Temos que o_i é definido por

$$o_i = \frac{1,8 \times h_i}{1.000}.$$

Definimos a taxa de disponibilidade de PMs no distrito i por

$$\alpha_i = \frac{o_i}{O_T}.$$

De acordo com Levitt (1998), quando a polícia reporta um aumento na taxa de prisão de um determinado crime, a taxa dos crimes como um todo diminui. Seguindo essa dinâmica, seja $d_i \in \{d_1, d_2, d_3, \dots, d_n\}$ a quantidade de prisões registradas para o distrito i . A taxa de prisão para o distrito i é definida por

$$\theta_i = \frac{d_i}{c_i}.$$

Dado que à medida que a taxa de prisão aumenta os crimes em geral tendem a diminuir, podemos interpretar $1 - \theta_i$ como a taxa de sucesso dos crimes.

Para cada distrito policial i , o criminoso que comanda todos os crimes em todos os distritos decide se haverá ou não crimes no distrito i . Nesse sentido o criminoso tem um conjunto de duas escolhas, quais sejam: crimes (C) ou sem crimes (SC) no distrito policial i , isto é, $\{C, SC\}$. Já o conjunto de escolhas do chefe que decide o quanto e onde alocar a patrulha policial em determinado distrito são as seguintes: patrulha (P) ou não patrulhar (NP) o distrito i , portanto $\{P, NP\}$.

Na Tabela 2 representamos a matriz de *payoff* que mostra as interações estratégicas dos dois jogadores, criminoso e chefe. Trata-se de um jogo não cooperativo.

Se o chefe escolhe P e o criminoso escolhe C , o *payoff* do criminoso será igual a $(1 - \theta_i)\beta_i\alpha_i$, pois para uma densidade de danos β_i (pela OD) no distrito i , o criminoso tem uma taxa de sucesso $(1 - \theta_i)$ de cometer os crimes e consequentemente de realizar o dano. Mas tanto o valor do dano quanto a taxa de sucesso são impactados também pela presença policial, que é representada pela taxa de disponibilidade policial, α_i . Assim, temos que o *payoff* do criminoso é igual a $(1 - \theta_i)\beta_i\alpha_i$. Já o *payoff* do chefe é igual a $\theta_i\beta_i\alpha_i$, pois para uma densidade de danos β_i no distrito i , o chefe carrega uma taxa de sucesso de prisão θ_i que é multiplicada pela taxa de presença da patrulha no distrito i .

Se o criminoso decide não cometer os crimes no distrito i (escolhendo SC) enquanto o chefe decide patrulhar no mesmo distrito (escolhendo P), isso implica que o criminoso escolheu cometer os crimes em outro(s) distrito(s) j . Ao decidir cometer crimes em outro(s) distrito(s), é suposto que o criminoso obtém, pelo menos, um *payoff* que seja no mínimo igual ao *payoff* que ele obteria ao cometer crimes no distrito i ($\beta_j \geq \beta_i$). Por simplificação, supomos que $\beta_j = \beta_i$. É suposto também que o criminoso só decide cometer os crimes em outro distrito porque a taxa de prisão que ele enfrenta não ultrapassa a taxa de prisão do distrito i , $\theta_j \leq \theta_i$. Por simplificação, supomos que $\theta_j = \theta_i$. Por raciocínio análogo, temos que $\alpha_j = \alpha_i$. Em resumo, para o criminoso só é interessante deixar de cometer crimes no distrito atual para cometer crimes em outro(s) distrito(s) se o ganho for no mínimo igual ao que ele consegue no distrito atual. Da mesma forma, não é interessante para ele cometer crimes em outro(s) distrito(s) onde a chance de ser pego é maior (maior taxa de prisão), ou onde a presença policial é também maior do que no distrito atual.

Além disso, quando decide cometer os crimes no distrito j , o criminoso pode se deparar com dois cenários: (1) em que o chefe decidiu patrulhar o(s) distrito(s) j e (2) em que ele

decidiu não patrulhar esse(s) distrito(s) j , mas sim outro(s) distrito(s). Consideramos que não há incerteza quanto aos *payoffs*, de modo que são de conhecimento comum, i.e., cada jogador sabe o seu próprio *payoff* e sabe o *payoff* do adversário, e sabe que o adversário sabe o seu *payoff*, mas nenhum jogador sabe qual ação que o adversário irá tomar, ou seja, o jogo é de informação completa e imperfeita. Supomos, por simplificação, que a probabilidade de o criminoso encontrar um dos cenários é de $\frac{1}{2}$. Assim, temos que $\frac{1}{2}(1 - \theta_j)\beta_j\alpha_j + \frac{1}{2}\beta_j$. Se o criminoso escolheu SC e o chefe escolheu P para o distrito i , então o *payoff* do chefe foi de $-\alpha_i$, pois note que ele deslocou a patrulha para o distrito i em vez de ter deslocado para o distrito j . Assim o distrito j sofre um agravante nos danos, pois o criminoso escolheu j enquanto a patrulha foi para i .

O erro de alocação do chefe não pode ser negligenciado. Então, adicionamos ao *payoff* $\frac{1}{2}(1 - \theta_j)\beta_j\alpha_j + \frac{1}{2}\beta_j$ do criminoso, o valor $\theta_i\beta_i\alpha_i$, que representa uma recompensa adicional pelo fato de não ter ocorrido prisão em i e por ter adicionado mais danos em j . Dessa forma, o *payoff* completo do criminoso quando ele escolhe SC e o capitão da patrulha escolhe P é igual a $\frac{1}{2}(1 - \theta_j)\beta_j\alpha_j + \frac{1}{2}\beta_j + \theta_i\beta_i\alpha_i$.

Conforme mencionamos anteriormente, o chefe deslocou a patrulha equivocadamente para o distrito i quando não havia crimes e nem intenção criminosa por parte do criminoso. Assim, a patrulha não prendeu ninguém e o chefe apenas desperdiçou recursos humanos (e financeiro) no distrito i , $-\alpha_i$. Além disso, podemos dizer que ao valor $-\alpha_i$ temos implicitamente associado uma perda de reputação por parte do chefe por ter deslocado equivocadamente o contingente policial para o distrito i .

Dois questionamentos podem surgir a partir dessa configuração de jogo. Primeiro, a ideia de que o chefe sofre uma perda ao deslocar a patrulha para o distrito policial i quando não há crimes não estaria em contradição com o próprio conceito de prevenção? Esse deslocamento, na verdade, não deveria ser considerado um ganho tanto para o chefe quanto para os habitantes do distrito em vez de uma perda? Argumentamos que não, pois o ganho só se realiza quando o efeito dissuasório é percebido pelo criminoso, ou seja, quando a presença policial provoca uma redução na intenção do criminoso de cometer um crime. Quando não há intenção criminosa e a polícia está presente, o que temos é um desperdício de recursos e reputação por parte do chefe, podendo gerar uma sensação na população de que a patrulha policial está mal treinada.

Se o chefe escolhe a estratégia NP e o criminoso escolhe a estratégia C , o criminoso obtém o máximo *payoff* possível, β_i . O distrito i está totalmente desguarnecido, pois o chefe deslocou a patrulha para o distrito j em vez de i .

Assim, como fizemos a suposição de cenários para o criminoso quando ele decidia atuar em j em vez de i , supomos que o chefe ao decidir atuar em j , ele pode se deparar com dois cenários: o cenário em que o criminoso decide cometer os crimes em j ou o cenário em que o criminoso decide cometer os crimes em outro(s) distrito(s). Assim, temos que o *payoff* do chefe quando o criminoso escolhe C e o chefe escolhe NP para o distrito i é igual a $\frac{1}{2}(\theta_j\beta_j\alpha_j) - \frac{1}{2}\alpha_j - \alpha_i$. Apesar de ter patrulado o(s) distrito(s) j , o chefe deixou o distrito i completamente desguarnecido, isso também pode gerar uma perda de reputação e falha na alocação, sendo representado pela subtração de $-\alpha_i$ no valor do *payoff*.

Finalmente, se o chefe escolhe a estratégia NP e o criminoso escolhe SC , o *payoff* de ambos são $\frac{1}{2}(\theta_j\beta_j\alpha_j) - \frac{1}{2}\alpha_j$ e $\frac{1}{2}(1 - \theta_j)\beta_j\alpha_j + \frac{1}{2}\beta_j$, respectivamente. Note que pelo fato de ambos não terem atuado no distrito i , o valor $\theta_i\beta_i\alpha_i$ não está mais presente no *payoff* do criminoso e o valor $-\alpha_i$ não está mais presente no *payoff* do chefe.

Tabela 2 – Matriz de payoff de um jogo não cooperativo para o distrito i

		Chefe da patrulha	
Criminoso		Patrulhar (P)	Não Patrulhar (NP)
		Probabilidade	
Crimes (C)	p	q	$1 - q$
Sem Crimes (SC)	$1 - p$	$\frac{1}{2}(1 - \theta_j)\beta_j\alpha_j + \frac{1}{2}\beta_j + \theta_i\beta_i\alpha_i, -\alpha_i$	$\frac{1}{2}(1 - \theta_j)\beta_j\alpha_j + \frac{1}{2}\beta_j, \frac{1}{2}\theta_j\beta_j\alpha_j - \frac{1}{2}\alpha_j$

Suponha que s represente as linhas da matriz de *payoff* e t , as colunas. E seja $U(s, t)$ a representação do *payoff* da combinação estratégica na linha s e na coluna t . Temos, então, os seguintes resultados:

- $\max_t U(s, t_1) = (s_2, t_1) = \frac{1}{2}(1 - \theta_j)\beta_j\alpha_j + \frac{1}{2}\beta_j + \theta_i\beta_i\alpha_i$: o maior *payoff* para o criminoso e, portanto, o pior que pode acontecer para o distrito, caso o chefe escolha a estratégia P (Patrulhar).
- $\max_t U(s, t_2) = (s_1, t_2) = \beta_i$: o *payoff* mais elevado para o criminoso e o pior resultado que pode acontecer para o distrito, se o chefe escolher a estratégia NP (Não Patrulhar).

O menor dano e, portanto, o *valor minimax* que o chefe pode garantir para o distrito, dadas as suas opções e as opções do criminoso é definido por

$$\min_t \left\{ \max_s U(s, t) \right\} = (s_2, t_1) = \frac{1}{2}(1 - \theta_j)\beta_j\alpha_j + \frac{1}{2}\beta_j + \theta_i\beta_i\alpha_i.$$

A opção menos arriscada para o chefe é optar por *Patrulhar*, pois a escolha de *Não Patrulhar* não assegura uma menor exposição ao risco. Se o criminoso decidir escolher C , ele poderá infligir o máximo dano ao distrito, ou seja, β_i .

De forma análoga, obtemos o *valor maxmin*, que representa o maior dano que o criminoso pode garantir, dada as suas opções e as opções do chefe:

$$\max_s \left\{ \min_t U(s, t) \right\} = (s_1, t_1) = (1 - \theta_i)\beta_i\alpha_i.$$

O criminoso não consegue infligir um maior dano ao escolher a estratégia SC , pois, se o chefe optar pela estratégia NP o resultado será um *payoff* menor para o criminoso.

Nesse contexto, as estratégias de combinações não coincidem,

$$\min_t \left\{ \max_s U(s, t) \right\} \neq \max_s \left\{ \min_t U(s, t) \right\},$$

e dessa forma, não há um equilíbrio de Nash em estratégia pura nesse jogo.

Como tanto o criminoso quanto o chefe não sabem exatamente qual será a estratégia escolhida por seus respectivos oponentes. A boa escolha, nesse caso, é surpreender o adversário e evitar ser surpreendido variando a estratégia de forma imprevisível; isso é feito através da adoção de estratégias mistas no qual o equilíbrio é representado pelo par (p, q) .

Uma vez que há somente duas estratégias para o criminoso $\{C, SC\}$, qualquer que seja o mecanismo aleatório que ele utilize para decidir sobre sua escolha, sempre haverá uma probabilidade p do criminoso escolher a estratégia C e uma probabilidade $1 - p$ de ele escolher SC . Por definição, $p + (1 - p) = 1$, é tudo que o criminoso poderá fazer e, de forma análoga, $q + (1 - q) = 1$, é tudo que o chefe poderá fazer, com $p, q \in [0, 1]$.

Se o chefe escolhe a estratégia P , o seu *payoff* médio esperado dado que o criminoso escolhe uma estratégia mista, será igual a $E[\pi_{chefe}]_P = \theta_i\beta_i\alpha_i p + (-\alpha_i)(1 - p)$, e se o chefe escolher a estratégia NP (*Não Patrulha*), o seu *payoff* médio esperado será igual a $E[\pi_{chefe}]_{NP} = [\frac{1}{2}(\theta_j\beta_j\alpha_j) - \frac{1}{2}\alpha_j - \alpha_i]p + [\frac{1}{2}(\theta_j\beta_j\alpha_j) - \frac{1}{2}\alpha_j](1 - p)$. Existe uma probabilidade p em que o criminoso anula qualquer surpresa estratégica do chefe, e isso ocorre quando

$\theta_i \beta_i \alpha_i p + (-\alpha_i)(1-p) = [\frac{1}{2}(\theta_j \beta_j \alpha_j) - \frac{1}{2} \alpha_j - \alpha_i]p + [\frac{1}{2}(\theta_j \beta_j \alpha_j) - \frac{1}{2} \alpha_j](1-p)$. Essa probabilidade p é dada por

$$p = \frac{\frac{1}{2}\theta_j \beta_j \alpha_j - \frac{1}{2} \alpha_j + \alpha_i}{\theta_i \beta_i \alpha_i + 2\alpha_i}. \quad (4.1)$$

Analogamente, se o criminoso escolhe a estratégia C , o seu *payoff* médio esperado será igual a $E[\pi_{criminoso}]_C = (1-\theta_i)\beta_i \alpha_i q + \beta_i(1-q)$. E para a escolha estratégica de SC , o *payoff* médio esperado do criminoso será igual a $E[\pi_{criminoso}]_{SC} = [\frac{1}{2}(1-\theta_j)\beta_j \alpha_j + \frac{1}{2}\beta_j + \theta_i \beta_i \alpha_i]q + [\frac{1}{2}(1-\theta_j)\beta_j \alpha_j + \frac{1}{2}\beta_j](1-q)$, dado que em ambos os casos o chefe adotou uma estratégia mista. Da mesma forma para o chefe, existe uma probabilidade q em que ele anula qualquer surpresa estratégica que o criminoso venha a adotar, se C ou SC , e isso ocorre quando $(1-\theta_i)\beta_i \alpha_i q + \beta_i(1-q) = [\frac{1}{2}(1-\theta_j)\beta_j \alpha_j + \frac{1}{2}\beta_j + \theta_i \beta_i \alpha_i]q + [\frac{1}{2}(1-\theta_j)\beta_j \alpha_j + \frac{1}{2}\beta_j](1-q)$. A probabilidade de o chefe escolher a estratégia q é, portanto, definida por

$$q = \frac{\frac{1}{2}\beta_j \alpha_j - \frac{1}{2}\theta_j \beta_j \alpha_j + \frac{1}{2}\beta_j - \beta_i}{\beta_i \alpha_i - 2\theta_i \beta_i \alpha_i - \beta_i}. \quad (4.2)$$

Uma vez que cada jogador está jogando a sua melhor estratégia em resposta a estratégia do outro jogador, temos que o *payoff* esperado do criminoso, seja qual for a estratégia mista em que ele e o chefe adotem, é definido por

$$E[\pi_{criminoso}] = pq(s_1, t_1) + p(1-q)(s_1, t_2) + (1-p)q(s_2, t_1) + (1-p)(1-q)(s_2, t_2). \quad (4.3)$$

Substituindo as Equações 4.1 e 4.2 na Equação 4.3, obtemos a seguinte expressão

$$E[\pi_{criminoso}] = \frac{\frac{1}{2}\beta_j [\alpha_j(1-\theta_j) + 1][\alpha_i(1-\theta_i) - 1] - \alpha_i \theta_i \beta_i}{\alpha_i(1-2\theta_i) - 1}. \quad (4.4)$$

Consideramos que o *payoff* esperado, $E[\pi_{criminoso}]$, do criminoso em determinado distrito policial i , pode ser interpretado como um indicativo do nível de risco no distrito, pois representa a melhor estratégia do criminoso dadas as estratégias probabilísticas dele e do chefe, assim, quanto maior o *payoff* esperado $E[\pi_{criminoso}]$, maior o risco no distrito e maior o contingente policial direcionado para o distrito. Definimos $E[\pi_{criminoso}] = r_i$ como o valor de risco do distrito policial i (em vez de usarmos r_i^d pela OD e r_i^c pela OI, simplificamos para r_i). Assim, temos que o valor de risco dos distritos policiais como um todo é definido por $R_T = \sum_i^n r_i$.

4.2 DEFININDO OS LIMIARES E O EFETIVO POLICIAL PARA CADA LIMIAR

Uma vez calculados os valores de risco de cada distrito policial e interpretados num jogo cooperativo como o peso de resposta do chefe da patrulha policial para cada distrito i , utilizamos o método de aproximação linear proposto por Fatima et al. (2008) para calcular o valor aproximado de Shapley.

De forma similar a abordagem de Wu et al. (2020), assumimos que o chefe desloca as patrulhas para os distritos levando em conta três intervalos de tempo. Definimos esses intervalos como: primeiro intervalo, segundo intervalo e terceiro intervalo. Sejam os intervalos H_f com $f \in \{1, 2, 3\}$. Assim, temos que H_1 = primeiro intervalo, H_2 = segundo intervalo, H_3 = terceiro intervalo. Os dados dos horários das ocorrências dos crimes durante um ano completo somente estão disponíveis para os anos de 2022 a 2023 (SSP-SP, 2024). Assim, ponderamos os crimes pelas suas respectivas penas ou multas e fazemos uma média do índice de dano para os anos de 2022 e 2023, e para cada um dos três intervalos de tempo. Da mesma forma, pela ótica da igualdade dos crimes, fazemos uma média da quantidade de ocorrência dos crimes nos anos de 2022 e 2023 em cada intervalo de tempo.

Além do mais, os dados da SSP-SP mostram algumas complicações. Existem os dados de crimes com seus respectivos horários e existem os dados de crimes com os períodos descritos como 'Manhã', 'Madrugada', 'Tarde', 'Hora Incerta', 'Noite', e os crimes com descrição de período como 'Vazio'. Descartamos no cálculo da quantidade dos crimes em cada intervalo de tempo aqueles crimes que estavam associados a descrição 'Hora Incerta' e 'Vazio'; e somamos os crimes que ocorreram no período da 'Manhã' com os crimes que ocorreram no intervalo H_1 = primeiro intervalo, os que ocorreram no período da 'Tarde' com os que ocorreram no intervalo H_2 = segundo intervalo, e os que ocorreram no período da 'Madrugada' com os que ocorreram no período H_3 = terceiro intervalo. Os três intervalos são divididos em 8 horas e definidos arbitrariamente, onde a partir das 05:00hrs até às 13:00hrs temos o primeiro intervalo; a partir das 13:00hrs até às 21:00hrs temos o segundo intervalo; e a partir das 21:00hrs até às 05:00hrs temos o terceiro intervalo.

A Tabela 3 mostra os valores totais dos índices de dano em cada intervalo de tempo para o município de São Paulo e para os anos de 2022 e 2023. O cálculo da proporção de cada intervalo de tempo é dado pela média dos danos em cada intervalo dividido pela soma das médias dos danos ocorridos em cada intervalo. A mesma lógica é aplicada para os resultados da Tabela 4, que mostram a quantidade de crimes ocorridos em cada intervalo de tempo.

Através dos valores das proporções serão definidos os limiares e o efetivo total de policiais para cada intervalo de tempo.

Tabela 3 – Índices de danos totais, médio e a proporção por período (2022-2023)

Ano	Primeiro intervalo	Segundo intervalo	Terceiro intervalo
2022	90.186.500	117.477.985	105.403.240
2023	93.851.545	123.358.015	115.355.695
Média	92.019.023	120.418.000	110.379.468
Proporção	0,29	0,37	0,34

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da SSP-SP e do Código Penal brasileiro.

Tabela 4 – Quantidade de crimes totais, média e proporção por período (2022-2023)

Ano	Primeiro intervalo	Segundo intervalo	Terceiro intervalo
2022	117.867	144.746	128.593
2023	135.703	169.833	160.463
Média	126.785	157.290	144.528
Proporção	0,30	0,37	0,34

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da SSP-SP.

Assim, estabelecemos três limiares l_f com $f \in \{1, 2, 3\}$, onde $0 < l_1 < l_2 < l_3$. Os limiares são definidos pela proporção dos índices de dano para cada intervalo de tempo (cf. Tabela 3) vezes a soma total R_T^d dos valores de risco r_i de cada distrito policial (pela ótica do dano), e definidos pela proporção das quantidades de crimes para cada intervalo de tempo (cf. Tabela 4) vezes a soma total R_T^c dos valores de risco r_i de cada distrito policial (pela ótica da igualdade).

Sejam \bar{I}^{H_1} , \bar{I}^{H_2} e \bar{I}^{H_3} , os índices de danos totais médio dos crimes registrados nos períodos de 2022 e 2023 em todos os distritos considerando os intervalos de tempo $H_1 =$ primeiro intervalo, $H_2 =$ segundo intervalo e $H_3 =$ terceiro intervalo, respectivamente. E sejam \bar{C}^{H_1} , \bar{C}^{H_2} e \bar{C}^{H_3} , as quantidades totais média dos crimes registrados em todos os distritos para os mesmos períodos e mesmos intervalos de tempo. Assim, temos que

$$\bar{I}^{H_1} = 92.019.023, \quad \bar{I}^{H_2} = 120.418.000, \quad \bar{I}^{H_3} = 110.379.468 \quad (\text{OD})$$

e

$$\bar{C}^{H_1} = 126.785, \quad \bar{C}^{H_2} = 157.290, \quad \bar{C}^{H_3} = 144.528 \quad (\text{OI}).$$

As proporções das médias dos índices de dano e das quantidades de crimes para cada um dos intervalos de tempo apresentados nas Tabelas 3 e 4 são definidas por

$$\delta_1^d = \frac{\bar{I}^{H_1}}{\bar{I}_T}, \quad \delta_2^d = \frac{\bar{I}^{H_2}}{\bar{I}_T}, \quad \delta_3^d = \frac{\bar{I}^{H_3}}{\bar{I}_T} \quad (\text{OD})$$

e

$$\delta_1^c = \frac{\bar{C}^{H_1}}{\bar{C}_T}, \quad \delta_2^c = \frac{\bar{C}^{H_2}}{\bar{C}_T}, \quad \delta_3^c = \frac{\bar{C}^{H_3}}{\bar{C}_T} \quad (\text{OI}).$$

onde $\bar{I}_T = \sum_{f=1}^3 \bar{I}^{H_f}$ representa a soma das médias dos índices de dano de cada intervalo de tempo e $\bar{C}_T = \sum_{f=1}^3 \bar{C}^{H_f}$ representa a soma das médias das quantidades de crimes de cada intervalo de tempo.

Os limiares resultantes são mostrados na Tabela 5. Uma vez que o valor de risco é função da densidade de danos (pela OD) ou de crimes (pela OI), e dado que a densidade de danos é estritamente (e substancialmente) maior do que a densidade de crimes, a soma dos valores de risco R_T^d pela OD também será substancialmente maior do que a soma R_T^c pela OI, e por consequência, os limiares pela OD são também substancialmente maiores do que os limiares pela OI.

Tabela 5 – Valores dos limiares pela ótica do dano e da igualdade

Limiares OD	$R_T^d \times \delta_f^d$	Limiares OI	$R_T^c \times \delta_f^c$
l_1^d	= 461,42	l_1^c	= 0,67
l_2^d	= 603,82	l_2^c	= 0,84
l_3^d	= 553,48	l_3^c	= 0,77

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da SSP-SP e do Código Penal do Brasil

Os valores dos limiares são calculados conforme as seguintes expressões,

$$l_1^d = R_T^d \delta_1^d, \quad l_2^d = R_T^d \delta_2^d, \quad l_3^d = R_T^d \delta_3^d \quad (\text{OD})$$

e

$$l_1^c = R_T^c \delta_1^c, \quad l_2^c = R_T^c \delta_2^c, \quad l_3^c = R_T^c \delta_3^c \quad (\text{OI}).$$

A quantidade total de PMs a ser deslocada para cada distrito com base no cálculo da proporção dos danos dos crimes (OD) ou na proporção das quantidades dos crimes (OI) para cada intervalo de tempo H_f é então definido conforme representação nas Tabelas 6 e 7. A proporção definida para cada intervalo de tempo multiplicada pelo efetivo total de PMs fornece o efetivo total para cada intervalo de tempo.

Tabela 6 – Alocação total de PMs para cada intervalo de tempo (H_f) (OD)

Intervalo de Tempo	Proporção de danos (δ_f^d)	Total PMs (O_T)	Total PMs por H_f ($O_T^{H_f,d} = O_T \times \delta_f^d$)
H_1	= 0,29	22.338	6.462
H_2	= 0,37	22.338	8.243
H_3	= 0,34	22.338	7.633

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da SSP-SP e do Código Penal do Brasil

Tabela 7 – Alocação total de PMs para cada intervalo de tempo (H_f) (OI)

Intervalo de Tempo	Proporção das quantidades de crimes (δ_f^c)	Total PMs (O_T)	Total PMs por H_f ($O_T^{H_f,c} = O_T \times \delta_f^c$)
H_1	= 0,30	22.338	6.608
H_2	= 0,36	22.338	8.198
H_3	= 0,34	22.338	7.533

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da SSP-SP e do Código Penal do Brasil

Assim, temos que a quantidade total de PMs disponível para todos os distritos no primeiro intervalo, por exemplo, e definido pela ótica do dano, é representada pela expressão $O_T^{H_1,d} = O_T \delta_1^d$. No geral, temos as seguintes expressões,

$$O_T^{H_1,d} = O_T \delta_1^d, \quad O_T^{H_2,d} = O_T \delta_2^d, \quad O_T^{H_3,d} = O_T \delta_3^d \quad (\text{OD}),$$

e

$$O_T^{H_1,c} = O_T \delta_1^c, \quad O_T^{H_2,c} = O_T \delta_2^c, \quad O_T^{H_3,c} = O_T \delta_3^c \quad (\text{OI}).$$

Na Seção 4.2 , aplicamos os valores de risco em um jogo cooperativo de votação ponderada. Os distritos com valores de risco maior, portanto, têm um peso relativo maior no emprego do contingente policial para patrulhar. Vimos que cada valor de risco r_i no jogo cooperativo representa o *payoff* esperado ótimo que o criminoso poderá obter ao considerar tanto o conjunto de suas estratégias mistas quanto as estratégias mistas do chefe.

4.3 MÉTODO DE CÁLCULO DO VALOR APROXIMADO DE SHAPLEY

Os valores de risco r_i para os n distritos policiais podem ser modelados num jogo cooperativo com n jogadores $\langle N, r \rangle$, onde $N = \{r_1, r_2, \dots, r_n\}$ é a grande coalizão com todos os jogadores, onde $\forall r_i \in S$ (com $r_i \neq 0$), S é chamada de subcoalizão de N , isto é, $S \subseteq N$. A função característica $y(S)$ representa o *payoff* da subcoalizão a ser repartido entre os seus membros, onde $y(S) = \sum_{i \in S} r_i$ representa a soma dos valores de risco dos jogadores da coalizão S .

O *payoff* de uma coalizão (ou grupo de coalizações) S dentro de determinado intervalo de limiar l_f representa o nível de risco para cada intervalo de tempo H_f . Por exemplo, se a soma dos valores de risco r_i da coalizão S for maior ou igual ao valor definido pelo limiar l_1 , i.e., $\sum_{i \in S} r_i \geq l_1$, então a soma dos valores risco é correspondente ao intervalo de tempo H_1 , e assim por diante para os demais intervalos.

Para n jogadores, temos 2^n coalizações possíveis, mas em vez de calcularmos a contribuição marginal exata de cada jogador em todas as possíveis coalizações, consideramos n coalizações aleatórias de tamanho X , com $X \subseteq N$, e obtemos um valor da contribuição marginal aproximada para cada uma dessas n coalizações. A primeira coalizão terá tamanho um, a segunda tamanho dois, a terceira tamanho três, e assim por diante. A média dessas contribuições marginais fornece o valor aproximado de Shapley (FATIMA et al., 2008).

Seja N a grande coalizão com todos os valores de risco de cada distrito, $N = \{r_1, r_2, \dots, r_n\}$. Independente da forma como esses valores de risco são distribuídos, seja μ a sua média e ν a sua variância. Extraíndo de forma aleatória uma coalizão amostral de N , a média dos pesos dos jogadores nessa coalizão amostral é dado pela regra seguinte (ver Fatima et al. (2008) , pg. 1680)

\mathcal{R} : Se $r_1, r_2, r_3, \dots, r_X$ é uma amostra aleatória de tamanho X extraída de 'qualquer distribuição' com média μ e variância ν , então a média amostral (i.e. $\frac{1}{X} \sum_{i=1}^X r_i$) tem uma *distribuição Normal*

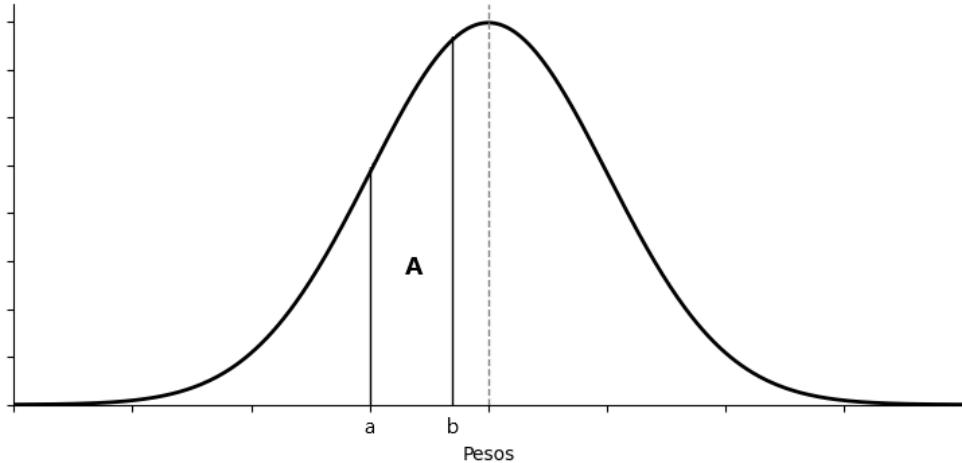
aproximada, \mathcal{N} , com média μ e variância $\frac{\nu}{X}$, e quanto maior for o tamanho de X , melhor será a aproximação.

Num jogo de votação ponderada a contribuição marginal aproximada do jogador i para uma coalizão aleatória de tamanho n é igual a 1 quando o total da soma dos pesos de todos os jogadores da coalizão X for maior ou igual a $l_f - r_i$, e estritamente menor do que $l_f - \epsilon$, sendo ϵ um valor infinitesimal² (FATIMA et al., 2008). Caso contrário, a contribuição marginal aproximada do jogador i será igual a 0. Essa contribuição marginal aproximada do jogador i para uma coalizão aleatória de tamanho X é equivalente a área sob uma curva de distribuição normal $\mathcal{N}(\mu, \frac{\nu}{X})$ no intervalo $[a, b]$, onde $a = (l_f - r_i)/X$ e $b = (l_f - \epsilon)/X$ (FATIMA et al., 2008). O valor de a é o limite inferior e representa o peso total mínimo necessário para a coalizão X ser eficaz, enquanto que b é o limite superior e representa o peso total máximo que a coalizão X pode obter de modo que a entrada do jogador i ainda seja relevante para tornar a coalizão 'vencedora', por isso b não pode ser igual a l_f , caso contrário, o jogador i não faria diferença nenhuma na coalizão, e portanto, a contribuição dele seria igual a zero. Assim, para calcular a contribuição do jogador i , calculamos a área da curva dentro dos limites inferior e superior que mede a probabilidade (ou contribuição) do jogador i de fazer a diferença na coalizão X .

A Figura 7 mostra a área **A** que representa o valor da contribuição marginal do jogador i . A linha pontilhada na Figura representa a média μ dos pesos para uma coalizão de tamanho X . Se a média dos pesos para uma coalizão de tamanho X for igual a a , então a soma dos pesos da coalizão é $l_f - r_i$. Da mesma forma, se a média dos pesos para uma coalizão de tamanho X é b , então a soma dos pesos da coalizão é igual a $l_f - \epsilon$ (FATIMA et al., 2008).

² Consideramos o *machine epsilon*, $\epsilon = 2.220446049250313 \times 10^{-16}$.

Figura 7 – Distribuição normal dos pesos dos jogadores na coalizão de tamanho X



Fonte: Elaborado pelo autor com base em Fatima et al. (2008)

Portanto, para um jogo de votação ponderada com n jogadores com média μ e variância ν , a contribuição marginal aproximada do jogador i para uma coalizão aleatória de tamanho X , com $1 \leq X \leq n$, é definida por:

$$E\Delta_i^X = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\nu/X)}} \int_a^b e^{-X\frac{(x-\mu)^2}{2\nu}} dx. \quad (4.5)$$

Assim, temos que

$$E\Delta_i^X = \begin{cases} 1 & \text{se } \frac{l_f - r_i}{X} \leq r(X) < \frac{l_f - \epsilon}{X}, \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

onde $r(X) = \frac{1}{X} \sum_{i=1}^X r_i$.

O valor aproximado de Shapley do jogador i em termos da sua contribuição marginal é definido por

$$\bar{\varphi}_i^f = \frac{1}{n} \sum_{X=1}^n E\Delta_i^X, \quad (4.6)$$

onde o superescrito em $\bar{\varphi}_i^f$ indica o valor aproximado de Shapley para o intervalo de tempo específico. Então, obtemos um valor aproximado de Shapley $\bar{\varphi}_i^f$ para cada intervalo de tempo

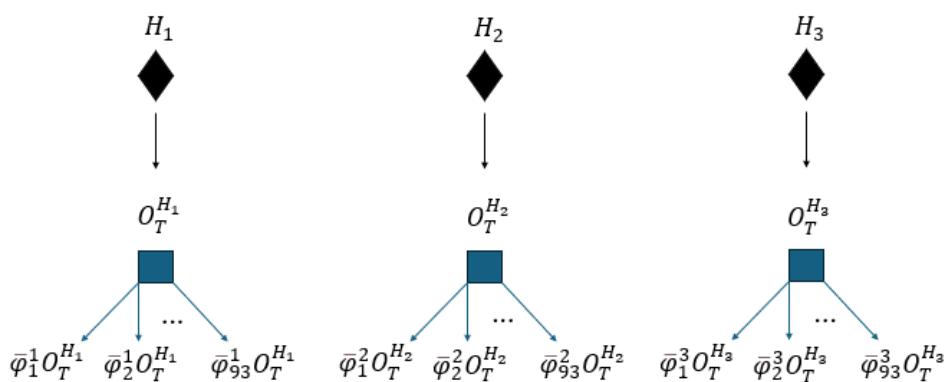
e para cada distrito i . Assim, dado os limiares l_f para cada intervalo de tempo H_f , podemos obter a quantidade de PMs a ser alocada em cada distrito policial tendo como pesos o valor de Shapley aproximado. A alocação da patrulha a_i^f para o distrito policial i dado o intervalo de tempo H_f é representada pela seguinte expressão

$$a_i^f = \bar{\varphi}_i^f Q_T^f, \quad \text{com } f \in \{1, 2, 3\} \quad \text{e} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (4.7)$$

A variável a_i^f representa a quantidade total de PMs a patrulhar em cada distrito i em cada intervalo de tempo, se H_1 , H_2 ou H_3 . Essa expressão deriva do valor aproximado de Shapley multiplicado pelo total de PMs disponíveis em cada intervalo de tempo, e que devem ser distribuídos em cada um dos distritos policiais.

A Figura 8 mostra a forma esquemática da estratégia de alocação. Por exemplo, H_1 é o primeiro intervalo, e compõe uma certa quantidade de crimes ou danos – a depender da ótica analisada. Para esse intervalo H_1 , temos um efetivo total de PMs disponível para patrulhar, $O_T^{H_1}$, esse efetivo é distribuído para cada um dos 93 distritos policiais cuja quantidade a ser alocada é ponderada pelo valor de Shapley aproximado, $\bar{\varphi}_1^1$, e como o valor de Shapley segue algumas propriedades de justiça, a alocação é entendida como *justa* em termos do valor de Shapley.

Figura 8 – Alocação da patrulha de PMs por intervalo de tempo



Fonte: Elaborado pelo autor

Assim, para o primeiro intervalo de tempo 1, temos o seguinte conjunto de alocação policial $A^1 = \{a_1^1, a_2^1, a_3^1, \dots, a_n^1\}$; para o segundo intervalo 2, temos, $A^2 = \{a_1^2, a_2^2, a_3^2, \dots, a_n^2\}$; e por último, para o terceiro intervalo 3, temos, $A^3 = \{a_1^3, a_2^3, a_3^3, \dots, a_n^3\}$.

Nesse sentido, temos um modelo de alocação da patrulha policial, nesse caso utilizado para os distritos policiais do município de São Paulo, levando em conta os intervalos de tempo definidos com base na proporção dos danos (pela ótica do dano) e dos crimes (pela ótica da igualdade).

5 RESULTADOS

Na Tabela 8, apresentamos os dados das alocações das patrulhas policiais (PMs) por delegacia seccional e por intervalo de tempo a partir do cálculo do valor de Shapley aproximado e dos tipos de crimes ponderados pelas penas ou multas judiciais (OD). O mesmo é feito na Tabela 9 pela ótica da igualdade (OI).

A Tabela 8 mostra que aproximadamente 36% do efetivo policial é absorvido pela Del. Sec. 1º Centro. Na média, esse valor é aproximadamente quatro vezes maior do que o efetivo policial a ser deslocado para as outras delegacias. Vimos que a respectiva delegacia apresenta um grande fluxo de pessoas e de comércio, e um número relativamente elevado de roubos e furtos. Nesse contexto, já era esperado que o valor de Shapley aproximado tenderia a ser maior para os distritos da região, o que implicaria também num efetivo policial maior alocado. Além disso, o 2º intervalo (das 13hrs até 21hrs) foi o que apresentou a maior alocação policial.

Tabela 8 – Alocação de PMs por intervalo de tempo e por Delegacia Seccional e pela ótica do dano (OD)

Delegacias	Alocação por intervalo de tempo (OD)				Total
	1º Intervalo	2º Intervalo	3º Intervalo		
Del. Sec 1º Centro	2.261	2.958	2.712		7.930
Del. Sec 2º Sul	528	691	633		1.851
Del. Sec 3º Oeste	874	1.143	1.048		3.065
Del. Sec 4º Norte	523	684	627		1.834
Del. Sec 5º Leste	573	749	687		2.009
Del. Sec 6º Sto Amaro	711	931	853		2.495
Del. Sec 7º Itaquera	483	632	579		1.695
Del. Sec 8º S. Mateus	416	544	499		1.459

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da SSP-SP e do Código Penal brasileiro

Quando aplicada pela OI conforme mostra a Figura 9, a concentração da alocação para a Del. Sec. 1º Centro é um pouco maior, cerca de 39% e na média pouco menos do que cinco vezes as alocações do efetivo para as demais delegacias. Novamente o 2º intervalo apresentou o maior contingente alocativo. Em termos comparativos, nota-se que a alocação para a Del.

Sec. 1º Centro contaria com 737 PMs a mais pela OI em comparação pela OD (Tabela 8), e 377 PMs a menos para a Del. Sec. 6º Sto Amaro. Esse resultado pode sugerir que crimes mais graves estão ocorrendo na Del. Sec. 6º Sto Amaro enquanto o efetivo de PMs em boa parte está sendo direcionado para a região central do município (pela OI).

Tabela 9 – Alocação de PMs por intervalo de tempo e por Delegacia Seccional e pela ótica da igualdade (OI)

Delegacias	Alocação por intervalo de tempo (OI)				Total
	1º Intervalo	2º Intervalo	3º Intervalo		
Del. Sec 1º Centro	2.564	3.181	2.923		8.667
Del. Sec 2º Sul	526	653	600		1.779
Del. Sec 3º Oeste	899	1.115	1.024		3.038
Del. Sec 4º Norte	530	657	604		1.791
Del. Sec 5º Leste	647	802	737		2.186
Del. Sec 6º Sto Amaro	626	777	714		2.118
Del. Sec 7º Itaquera	463	575	528		1.566
Del. Sec 8º S. Mateus	353	438	403		1.195

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da SSP-SP

Ao excluir a região central, os resultados das Tabelas 3 - 7 da Seção 4.2 precisam ser ajustadas para refletir a exclusão dos crimes da Delegacia Seccional 1º Centro, uma vez que os crimes ocorridos nessa região não mais farão parte do cálculo das proporções das quantidades de crimes ou dos índices de dano. As Tabelas 10 e 11 mostram esses resultados após o ajuste.

Na Tabela 10, a maior parcela da alocação policial passa a ser direcionada para a Del. Sec 3º Oeste, atingindo uma proporção de 13% do total alocado no município. Além disso, o efetivo, na média, é aproximadamente 0,9 vezes maior do que o efetivo alocado nas demais delegacias e o desvio padrão das alocações como um todo é substancialmente menor em relação ao desvio padrão das alocações quando incluída a Del. Sec. 1º Centro (784,44 e 2563,01, respectivamente), e o coeficiente de variação também é consideravelmente menor, 24,58% e 91,79%, respectivamente.

Tabela 10 – Alocação de PMs por intervalo de tempo e por Delegacia Seccional e pela ótica do dano (OD), exceto a Del. Sec 1º Centro

Delegacias	Alocação por intervalo de tempo (OD)				Total
	1º Intervalo	2º Intervalo	3º Intervalo		
Del. Sec 2º Sul	830	1.059	981	2.870	
Del. Sec 3º Oeste	1.375	1.754	1.624	4.753	
Del. Sec 4º Norte	822	1.049	971	2.843	
Del. Sec 5º Leste	901	1.149	1.064	3.115	
Del. Sec 6º Sto Amaro	1.119	1.427	1.322	3.868	
Del. Sec 7º Itaquera	760	969	898	2.627	
Del. Sec 8º S. Mateus	655	835	773	2.263	

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da SSP-SP e do Código Penal brasileiro

A Tabela 11 mostra as alocações pela OI e sem a inclusão da Del. Sec. 1º Centro. A Del. Sec 3º Oeste contém o maior efetivo alocado e o padrão do 2º Intervalo ser o período com maior contingente policial alocado foi mantido.

No geral, o 2º Intervalo foi o período com o maior efetivo policial alocado, independente de qual ótica analisada. Pela OI, o resultado está em consonância com o que as evidências sugerem, de que boa parte dos crimes acontecem no período da tarde para a noite, quando as pessoas estão retornando do trabalho para as suas casas. Mesmo pela OD o 2º Intervalo apresentou o maior contingente policial alocado.

Tabela 11 – Alocação de PMs por intervalo de tempo e por Delegacia Seccional e pela ótica da igualdade (OI), exceto a Del. Sec 1º Centro

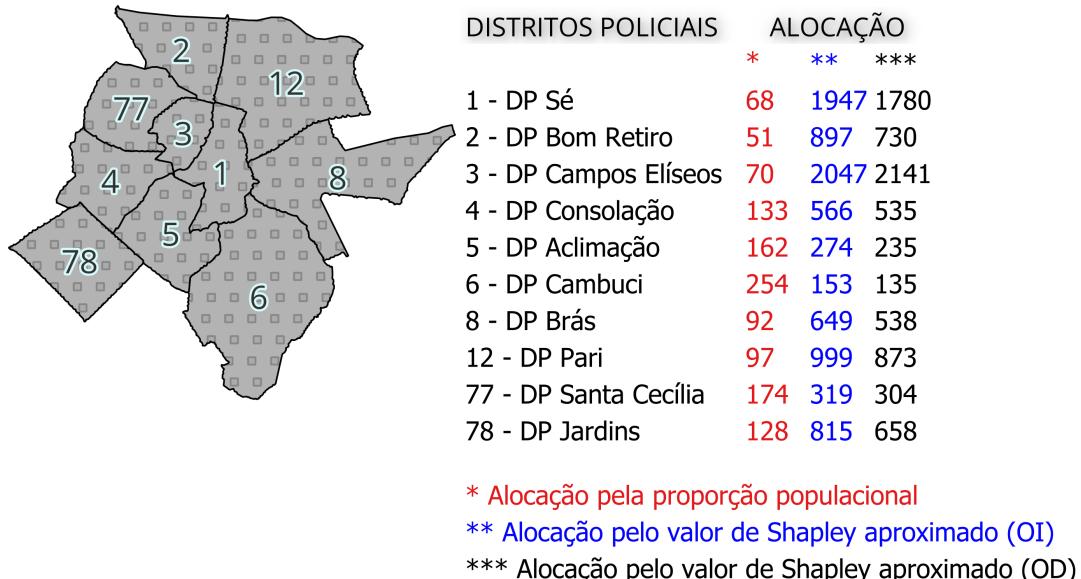
Delegacias	Alocação por intervalo de tempo (OI)				Total
	1º Intervalo	2º Intervalo	3º Intervalo		
Del. Sec 2º Sul	872	1.050	984	2.906	
Del. Sec 3º Oeste	1.490	1.794	1.680	4.964	
Del. Sec 4º Norte	878	1.058	990	2.926	
Del. Sec 5º Leste	1.072	1.291	1.209	3.571	
Del. Sec 6º Sto Amaro	1.038	1.250	1.171	3.460	
Del. Sec 7º Itaquera	768	925	866	2.559	
Del. Sec 8º S. Mateus	586	706	661	1.952	

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da SSP-SP

A Figura 9 mostra um comparativo das alocações totais para os distritos que compõem a Del. Sec. 1º Centro. Os dados em cor vermelha, representam as alocações baseadas na proporção da população de cada distrito; os dados em cor azul, as alocações baseadas no valor de Shapley aproximado e pela OI; já os dados das alocações em cor preta, representa as alocações baseadas no valor de Shapley aproximado e pela OD.

Supondo que a alocação da patrulha policial para o Distrito Policial Sé fosse baseada na proporção populacional, então 68 seria o valor do contingente policial alocado. Pela OI, o contingente policial a ser alocado no distrito atinge o valor de 1.947. Pela OD, o contingente policial é de 1.780. O efetivo policial pode ser considerado muito elevado dado o espaço geográfico relativamente pequeno do distrito Sé, o que sugere que pesquisas futuras ajuste a alocação pela área geográfica ou pelo fluxo de pessoas ou por outros fatores que não estão no escopo desse trabalho.

Figura 9 – Alocação das patrulhas policiais nos distritos da Delegacia Seccional 1º Centro

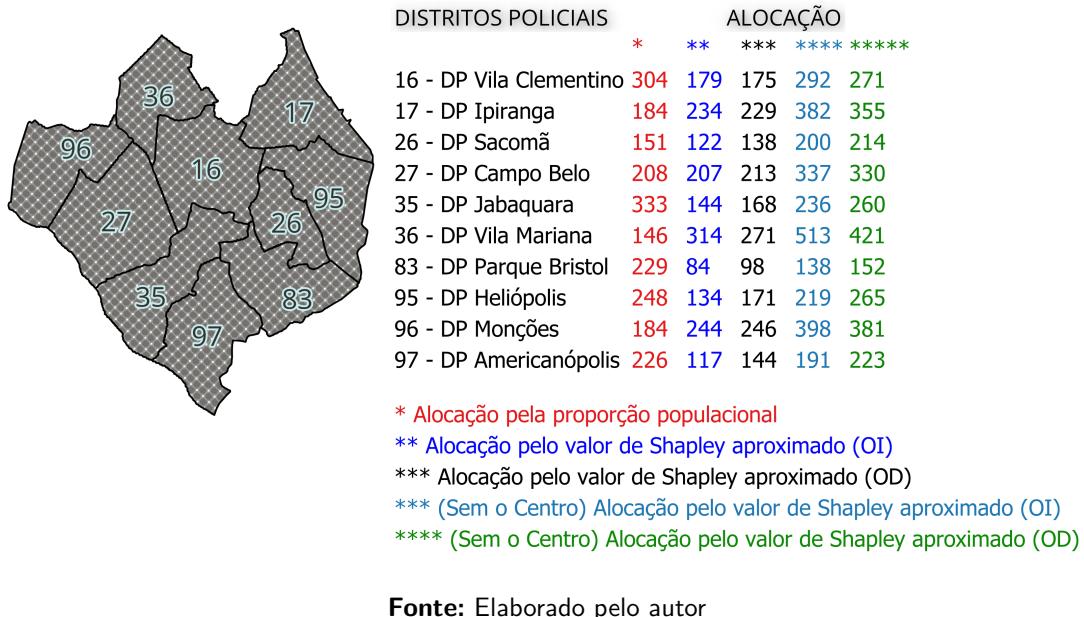


Fonte: Elaborado pelo autor

Para os demais distritos, além das formas de alocação mostradas no distrito Sé, mostramos os resultados das alocações pela OI e OD excluindo a Del. Sec. 1º Centro na análise (dados das alocações em cor azul claro e verde claro, respectivamente). Isso foi realizado pois o efetivo policial em boa parte é alocado para a região central. Sem a inclusão dos distrito da Del. Sec. 1º Centro, o contingente policial apresenta uma distribuição menos dispersa.

A Figura 10 mostra as alocações para os distritos da Del. Sec. 2º Sul. O distrito de Vila Mariana (36º DP) apesar de não apresentar proporção de crimes ou danos relativamente maiores aos demais distritos, tem o efetivo policial alocado em número relativamente elevado, isso pode ser explicado pelo fato de o distrito ter uma maior densidade de crimes e danos em relação aos demais distritos.

Figura 10 – Alocação das patrulhas policiais nos distritos da Delegacia Seccional 2º Sul



Fonte: Elaborado pelo autor

No Apêndice A, mostramos as alocações para os demais distritos conforme Figura 11(a)-(f). Quando comparamos o quanto aumentou de alocação pela OD em relação a alocação pela OI para cada distrito, incluindo os distritos da Del. Sec. 1º Centro na análise, nenhum distrito atinge o dobro de alocação. Na média, a alocação é de 1,08 vezes mais pela OD. Além disso, quando excluímos os distritos da Del. Sec. 1º Centro, a alocação pela OI dos crimes aumenta 1,63 vezes para todos os distritos, enquanto pela OD aumenta em 1,55. E quando comparamos o aumento da alocação pela OD em relação a alocação pela OI sem os distritos da Del. Sec. 1º Centro, é verificado um aumento de 1,04 na média pela OD.

Em resumo, uma análise dos dados mostra que a alocação da patrulha policial aumenta, na média, conforme os valores seguintes:

- 1,99 vezes, na média, pela OI em relação a alocação baseada na proporção populacional;
- 1,90 vezes, na média, pela OD em relação a alocação baseada na proporção populacional;
- 1,08 vezes, na média, pela OD em relação a OI;
- 1,63 vezes para todos os distritos quando analisada pela OI e excluindo os distritos da Del. Sec 1º Centro;
- 1,55 quando analisada pela OD excluindo os distritos da Del. Sec 1º Centro;

-
- 1,04 vezes, na média, quando comparadas às alocações pela OD em relação às alocações pela OI, excluindo os distritos da Del. Sec 1º Centro.

Nesse contexto, quando os crimes são ponderados pelos danos, os distritos do município de São Paulo na média precisam de 1,08 vezes mais policiais.

Os estudos sobre policiamento em áreas de alta criminalidade, conhecidos como *hotspots*, geralmente analisam a quantidade de crimes, sem levar em consideração seus diferentes tipos. Nesse contexto, a recente literatura de *harmspost* aborda esse problema ressaltando a importância de analisar não somente a frequência dos crimes, mas também a gravidade de cada infração.

Como os crimes não são iguais, a gestão da segurança pública precisa considerar a melhor forma de alocar os recursos policiais com base nessas diferenças. Estratégias de patrulhamento policial e avaliação de risco devem levar em conta que um distrito com mais crimes violentos, como latrocínios, é, sem dúvida, mais perigoso do que outro distrito com o mesmo número de crimes, mas de menor gravidade, como furtos.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, fornecemos um método de alocação de patrulha policial (PMs) e aplicamos para os 93 distritos policiais do município de São Paulo utilizando a teoria dos jogos como base do arcabouço metodológico. Embora a nossa metodologia seja similar a de Wu et al. (2020), nosso trabalho se diferencia principalmente ao ponderar os diferentes tipos de crimes pelas suas respectivas penas ou multas judiciais de acordo com a metodologia de Sherman et al. (2016), por utilizar um número grande de jogadores no jogo cooperativo, e por utilizar um método de cálculo do valor aproximado de Shapley. Até onde sabemos, esse é o primeiro trabalho a fazer isso.

Diferenciar os tipos de crimes é importante para qualquer proposta de avaliação de risco ou para alocação de recursos policiais. O trabalho mostra que na média os distritos policiais do município de São Paulo precisam de 1,08 mais policiais quando os crimes são ponderados pela gravidade do que quando não são. Esse resultado sugere que políticas de segurança pública devem levar em conta os diferentes tipos de crimes, de forma que, dado os recursos escassos de policiamento, a alocação das patrulhas policiais deve priorizar o contingente policial nos distritos onde se encontram os crimes mais graves.

Dado o número elevado de furtos e roubos na região central do município de São Paulo, onde fazem parte os distritos da Delegacia Seccional 1º Centro, a despeito do espaço geográfico e da quantidade de habitantes serem relativamente pequena em comparação a vários outros distritos, sugere-se que pesquisas posteriores levem em conta uma análise de alocação ajustada pelo fluxo de pessoas, pela área geográfica ou por outros fatores que fogem do escopo desse trabalho.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO JR, A. D. de. *Predspot: Predicting Crime Hotspots with Machine Learning*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/29155/1/Prespotpredictingcrime_AraujoJunior_2019.pdf>.
- BECKER, G. S. Crime and punishment: An economic approach. *Journal of Political Economy*, v. 76, p. 169–217, 1968.
- BIANCO, W. T.; ORDESHOOK, P. C.; TSEBELIS, G. Crime and punishment: Are one-shot, two-person games enough? *American Political Science Review*, v. 84, p. 569–87, 1990.
- BILBAO, J. M.; FERNANDEZ, J. R.; LOSADA, A. J.; LOPEZ, J. J. Generating functions for computing power indices efficiently. *Top*, v. 8, n. 2, p. 191–213, 2000.
- BRAGA, A. A.; PAPACHRISTOS, A. V.; HUREAU, D. M. The effects of hot spots policing on crime: An updated systematic review and meta-analysis. *Justice Quarterly*, Taylor & Francis, v. 31, n. 4, p. 633–663, 2014.
- BRAGA, A. A.; TURCHAN, B. S.; PAPACHRISTOS, A. V.; HUREAU, D. M. Hot spots policing and crime reduction: an update of an ongoing systematic review and meta-analysis. *Journal of Experimental Criminology*, v. 15, p. 289–311, 2019.
- BRASIL. *Constituição da República Federativa do Brasil de 1988*. Brasília, DF, 1988. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto-lei/del2848compilado.htm>. Acesso em: 23 nov. 2024. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto-lei/del2848compilado.htm>.
- BRASIL. *Decreto nº 11.864, de 27 de dezembro de 2023*. 2023. Acesso em: 4 dez. 2024. Disponível em: <<https://www.in.gov.br/web/dou/-/decreto-n-11.864-de-27-de-dezembro-de-2023-533866504>>.
- BRASIL, B. *Sem acordo, greve no Espírito Santo provoca escalada de medo e ganha contorno político*. 2017. Acessado em: 26 nov. 2024. Disponível em: <<https://www.bbc.com/portuguese/brasil-38884516>>.
- CARVALHO, B. O. et al. (Ed.). *Atlas da dinâmica criminal em São Paulo (SP): roubos a transeuntes e de veículos*. São Paulo: Núcleo de Estudos da Violência, Universidade de São Paulo, 2021. Disponível em: <<https://www.livrosabertos.abcd.usp.br/portaldelivrosUSP/catalog/book/701>>. Acesso em: 12 dez. 2024.
- CCSPJP AC. *Metodología del ranking (2023) de las 50 ciudades más violentas del mundo*. 2024. Ciudad de México, 21 de febrero de 2024. [Fecha de cierre de investigación: 14 de febrero de 2024]. Acesso em: 16 de agosto de 2024. Disponível em: <https://geoenlace.net/seguridadjusticiaypaz/archivo/7a7399_f4484d750a.pdf>.
- CERQUEIRA, D.; BUENO, S. *Atlas da Violência 2024: Retrato dos Municípios Brasileiros*. Brasília: Ipea; FBSP, 2024. Disponível em: <<https://repositorio.ipea.gov.br/handle/11058/14031>>. Disponível em: <<https://repositorio.ipea.gov.br/handle/11058/14031>>.

- COHEN, M. A. Pain, suffering, and jury awards: A study of the cost of crime to victims. *Law & Society Review*, v. 22, n. 3, p. 537–555, 1988. Disponível em: <<https://doi.org/10.2307/3053629>>.
- CORREIO BRAZILIENSE. *Após 13 dias e 90 homicídios, policiais do Ceará encerram motim*. 2020. Acessado em: 26 nov. 2024. Disponível em: <<https://www.correobraziliense.com.br/app/noticia/brasil/2020/03/02/interna-brasil,831469/apos-13-dias-e-90-homicidios-policiais-do-ceara-encerram-motim.shtml>>.
- DAU, P. M.; VANDEVIVER, C.; DEWINTER, M.; WITLOX, F.; BEKEN, T. V. Policing directions: a systematic review on the effectiveness of police presence. *European Journal on Criminal Policy and Research*, v. 29, p. 191–225, 2023.
- FATIMA, S. S.; WOOLDRIDGE, M.; JENNINGS, N. R. A linear approximation method for the shapley value. *Artificial Intelligence*, Elsevier, v. 172, n. 14, p. 1673–1699, 2008.
- FBSP. *18º Anuário Brasileiro de Segurança Pública*. 2024. Acessado em: 26 nov. 2024. Disponível em: <<https://publicacoes.forumseguranca.org.br/handle/123456789/253>>.
- FBSP. *Raio-X das Forças de Segurança Pública do Brasil 2024*. 2024. Acessado em: 08 nov. 2024. Disponível em: <<https://apidspace.forumseguranca.org.br/server/api/core/bitstreams/1d896734-f7da-46a7-9b23-906b6df3e11b/content>>.
- FENIMORE, D. M. Mapping harmpots: An exploration of the spatial distribution of crime harm. *Applied Geography*, v. 109, p. Article 102034, 2019.
- FIANI, R. *Teoria dos Jogos: com aplicações em economia, administração e ciências sociais*. 3. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2009.
- FRANCIS, B.; SOOTHILL, K.; HUMPHRYS, L.; BEZZINA, C. A. *Developing Measures of Severity and Frequency of Reconviction*. Lancaster, 2005.
- GREENFIELD, V. A.; PAOLI, L. A framework to assess the harms of crimes. *British Journal of Criminology*, v. 53, n. 5, p. 864–886, 2013.
- GUERETTE, R. *Analyzing Crime Displacement and Diffusion*. [S.I.], 2016. (Problem-Oriented Guides for Police Problem-Solving Tools Series No. 10).
- GUERETTE, R. T. *Analyzing Crime Displacement and Diffusion*. Washington, DC, 2009.
- GUTTEL, E.; MEDINA, B. Less crime, more (vulnerable) victims: Game theory and the distributional effects of criminal sanctions. *Review of Law & Economics*, De Gruyter, v. 3, n. 2, p. 407–435, December 2007.
- IBGE. *Panorama de São Paulo - População, Educação, Trabalho e Rendimento, Economia, Território*. 2024. Acessado em: 05 dez. 2024. Disponível em: <<https://cidades.ibge.gov.br/brasil/sp/panorama>>.
- IBGE. *Produto Interno Bruto dos Municípios*. 2025. Acessado em: 18 jan. 2025. Disponível em: <<https://cidades.ibge.gov.br/brasil/sp/sao-paulo/pesquisa/38/47001?tipo=ranking&ano=2021>>.
- IGNATANS, D.; PEASE, K. Taking crime seriously: Playing the weighting game. *Policing*, v. 10, n. 3, p. 184–193, 2016.

- INSTITUTO SOU DA PAZ. *Boletim Sou da Paz analisa*. 2023. <<https://soudapaz.org/o-que-fazemos/conhecer/analises-e-estudos/analises-e-estatisticas/boletim-sou-da-paz-analisa/?show=documentos#10561-3>>. Acesso em: 14 out. 2024.
- JOHNSON, S. D.; GUERETTE, R. T.; BOWERS, K. Crime displacement: what we know, what we don't know, and what it means for crime reduction. *Journal of Experimental Criminology*, v. 10, p. 549–571, 2014.
- KELLING, G. L.; PATE, T.; DIECKMAN, D.; BROWN, C. *The Kansas City Preventive Patrol Experiment: A Summary Report*. [S.I.]: Police Foundation, 1974.
- KOPER, C. S. Just enough police presence: Reducing crime and disorderly behavior by optimizing patrol time in crime hot spots. *Justice Quarterly*, Taylor Francis, University of Maryland , College Park, v. 12, n. 4, p. 649–672, December 1995.
- LARSON, R. C.; CAHN, M. F. *Synthesizing and Extending the Results of Police Patrol Studies*. Washington, D.C., 1985.
- LEVITT, S. D. Why do increased arrest rates appear to reduce crime: Deterrence, incapacitation, or measurement error? *Economic Inquiry*, v. 36, n. 3, p. 353–372, 1998.
- MITCHELL, R. J. Frequency versus duration of police patrol visits for reducing crime in hot spots: non-experimental findings from the sacramento hot spots experiment. *Camb J Evid Based Polic*, v. 1, n. 1, p. 22–37, 2017.
- MONTEIRO, J.; FAGUNDES, E.; GUERRA, J.; PIQUET, L. *Avaliação do impacto do uso de câmeras corporais pela Polícia Militar do Estado de São Paulo*. 2024. Acessado em: 24 de novembro de 2024. Disponível em: <<https://repositorio.fgv.br/server/api/core/bitstreams/4ee45e21-ecbf-4da0-b612-ae12c85e71bd/content>>.
- MYERSON, R. B. *Game Theory: An Analysis of Conflict*. Cambridge: Harvard University Press, 1991.
- NG, Y. M.; ARIEL, B.; HARINAM, V. Crime on the mass transit system in hong kong: a hotspots and harmspots trajectory approach. *Policing: An International Journal*, v. 46, n. 5/6, p. 908–921, 2023.
- OHYAMA, T.; HANYU, K.; TANI, M.; NAKE, M. Investigating crime harm index in the low and downward crime contexts: A spatio-temporal analysis of the japanese crime harm index. *Cities*, v. 130, p. Article 103922, 2022.
- RATCLIFFE, J. H. Towards an index for harm-focused policing. *Policing*, v. 9, n. 2, p. 164–183, 2015.
- REPETTO, T. A. Crime prevention and the displacement phenomenon. *Crime & Delinquency*, Sage Publications Sage CA: Thousand Oaks, CA, v. 22, n. 2, p. 166–177, 1976.
- ROTH, A. *The Shapley Value: Essays in Honor of Lloyd S. Shapley*. Cambridge: Cambridge University Press, 1988.
- RUITENBURG, T. v.; RUITER, S. The adoption of a crime harm index: A scoping literature review. *Police Practice and Research*, v. 24, n. 4, p. 423–445, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/15614263.2022.2125873>>.

- SHAPLEY, L. S. A value for n-person games. In: KUHN, H. W.; TUCKER, A. W. (Ed.). *Contributions to the Theory of Games II*. Princeton: Princeton University Press, 1953, (Annals of Mathematics Studies, v. 28). p. 307–317.
- SHAPLEY, L. S.; SHUBIK, M. A method for evaluating the distribution of power in a committee system. *American Political Science Review*, Cambridge University Press, v. 48, p. 787–792, 1954.
- SHERMAN, L.; NEYROUD, P. W.; NEYROUD, E. The cambridge crime harmindex: Measuring total harmfrom crime based on sentencing guidelines. *Policing: A Journal of Policy and Practice*, v. 10, n. 3, p. 171–183, 2016.
- SHERMAN, L. W.; WEISBURD, D. General deterrent effects of police patrol in crime “hot spots”: A randomized, controlled trial. *Justice Quarterly*, v. 12, p. 625–648, 1995.
- SHERMAN, L. W.; WILLIAMS, S.; ARIEL, B.; STRANG, L. R.; WAIN, N.; SLOTHOWER, M.; NORTON, A. An integrated theory of hot spots patrol strategy: implementing prevention by scaling up and feeding back. *J. Contemp. Crim. Justice*, v. 30, n. 2, p. 95–122, 2014.
- SOUZA, F. 'Big Brother do assalto': câmeras privadas em postes nas ruas de SP e RJ reduzem a violência? 2024. BBC News Brasil. Acesso em: 23 nov. 2024. Disponível em: <<https://www.bbc.com/portuguese/articles/clkk3jg1dkko>>.
- SSP-SP. *Sistema Estadual de Coleta de Estatísticas Criminais*. 2024. Acessado em: 01 out. 2024. Disponível em: <<https://www.ssp.sp.gov.br/estatistica>>.
- SULLIVAN, C.; SU-WUEN, O. *Justice Sector Seriousness Score: FAQs*. Wellington, New Zealand, 2012.
- TSEBELIS, G. The abuse of probability in political-analysis: the robinson crusoe fallacy. *Am. Polit. Sci. Rev.*, v. 83, p. 77–91, 1989.
- TSEBELIS, G. Penalty has no impact on crime. *Rationality and Society*, v. 2, n. 3, p. 255–286, July 1990.
- WEINBORN, C.; ARIEL, B.; SHERMAN, L. W.; O'DWYER, E. Hotspots vs. harmspots: Shifting the focus from counts to harm in the criminology of place. *Applied Geography*, v. 86, p. 226–244, 2017.
- WEISBURD, D. The law of crime concentration and the criminology of place. *Criminology*, Wiley Online Library, v. 53, n. 2, p. 133–157, 2015.
- WEISBURD, D.; ECK, J. E. What can police do to reduce crime, disorder, and fear? *The Annals of the American Academy of Political and Social Science*, Sage Publications, v. 593, n. 1, p. 42–65, 2004.
- WEISBURD, D. et al. Does crime just move around the corner? a controlled study of spatial displacement and diffusion of crime control benefits. *Criminology*, Wiley Online Library, v. 44, n. 3, p. 549–592, 2006.
- WEISBURD, D. et al. Can increasing preventive patrol in large geographic areas reduce crime? a systematic review and meta-analysis. *Criminology*, Wiley Online Library, v. 23, n. 3, p. 721–743, 2024.

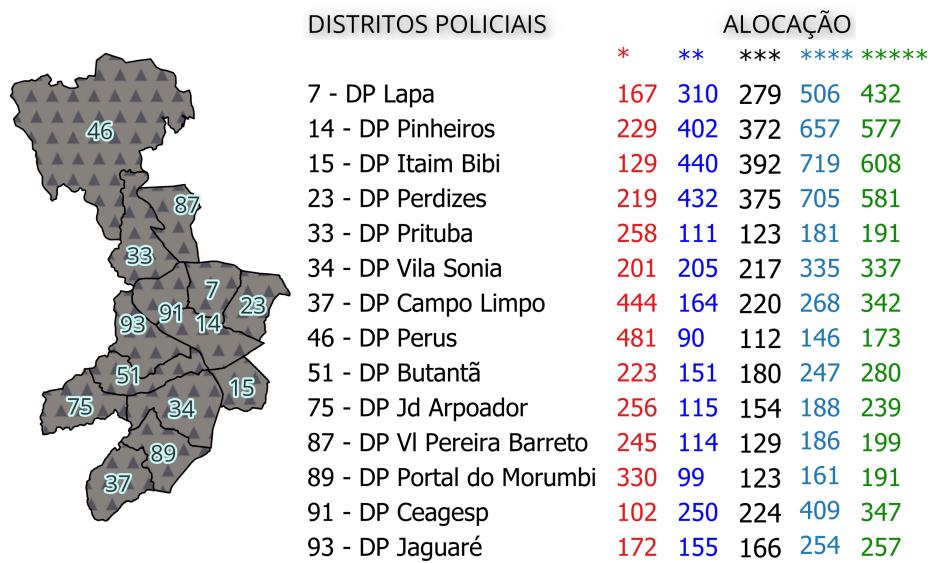
WOLFGANG, M.; FIGLIO, R. M.; TRACY, P. E.; SINGER, S. I. *The National Survey of Crime Severity*. Washington, DC: U.S. Department of Justice, Bureau of Justice Statistics, 1985.

Wu, C. K.; CHEN, Y. M.; WU, D.; CHI, C. L. A game theory approach for assessment of risk and deployment of police patrols in response to criminal activity in san francisco. *Risk Analysis*, v. 40, n. 3, p. 534–549, 2020.

APÊNDICE A – ALOCAÇÕES DAS PATRULHAS POLICIAIS POR DISTRITO POLICIAL

Neste Apêndice mostramos os resultados das alocações nos demais distritos pela OI e pela OD, com a inclusão e sem a inclusão da Del. Sec. 1º Centro na análise.

Figura 11 – Alocação das patrulhas policiais nos distritos por delegacia seccional



* Alocação pela proporção populacional

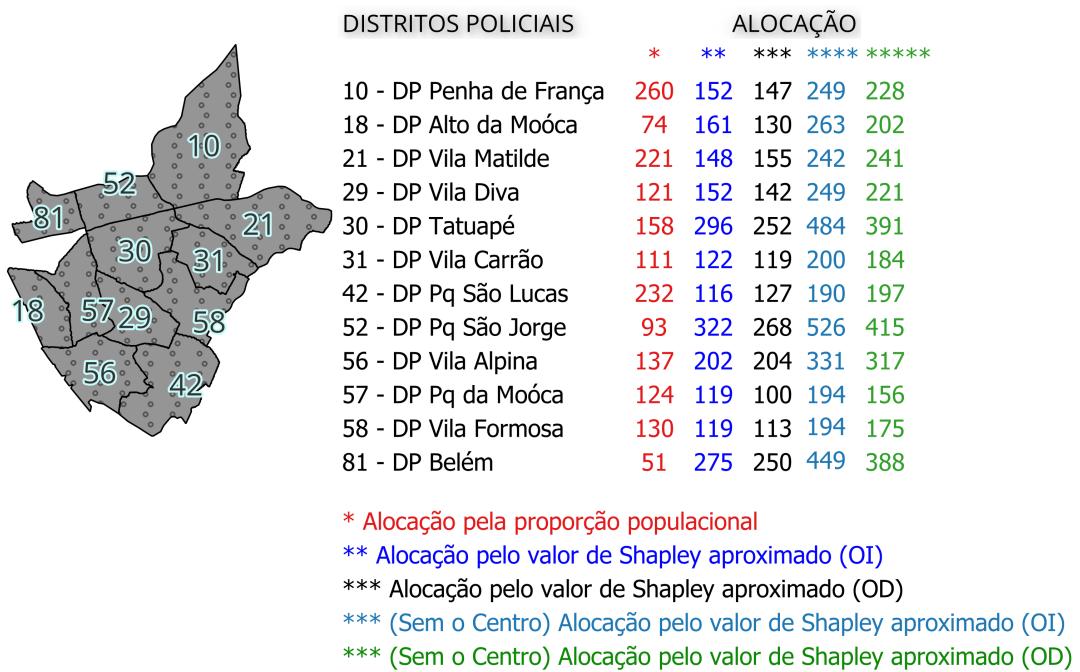
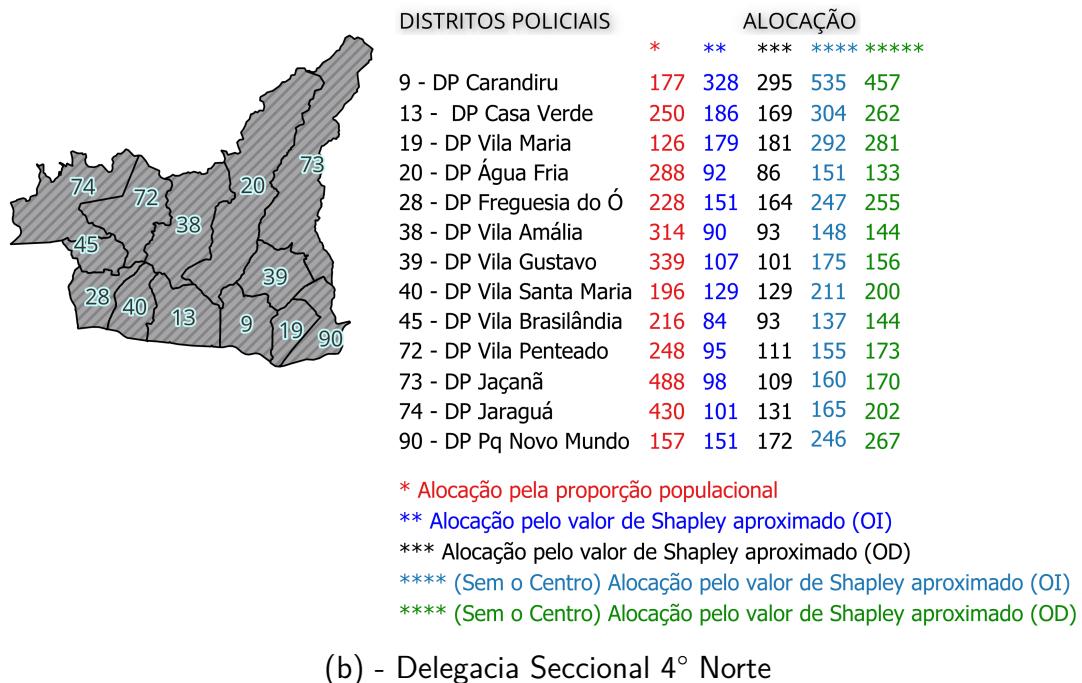
** Alocação pelo valor de Shapley aproximado (OI)

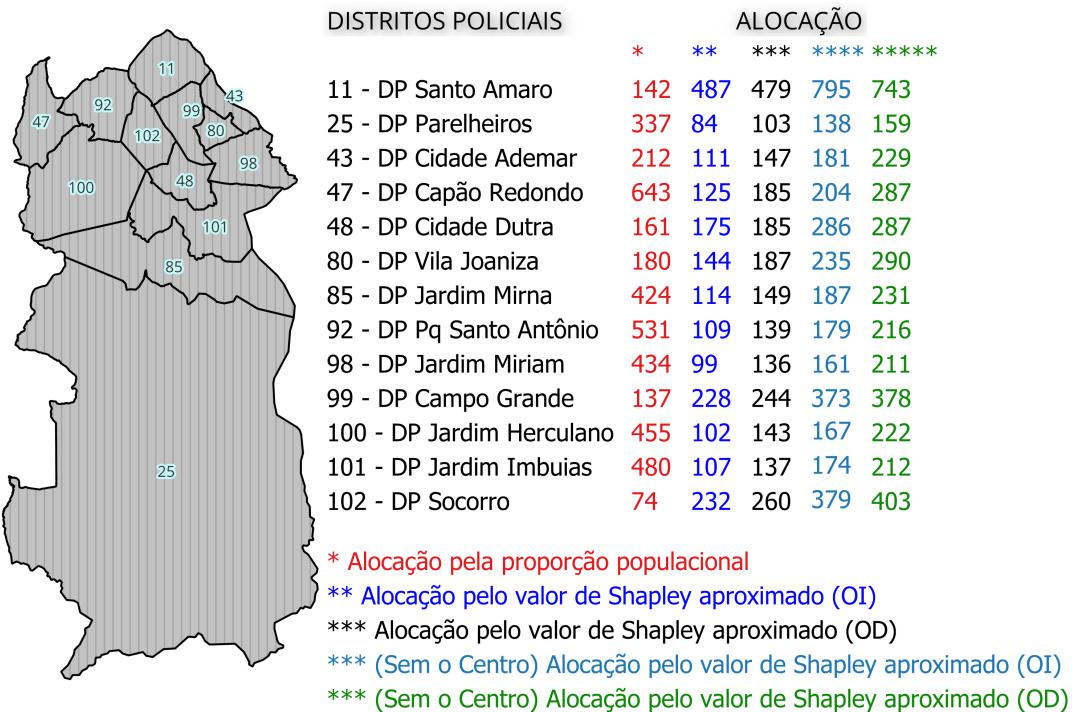
*** Alocação pelo valor de Shapley aproximado (OD)

**** (Sem o Centro) Alocação pelo valor de Shapley aproximado (OI)

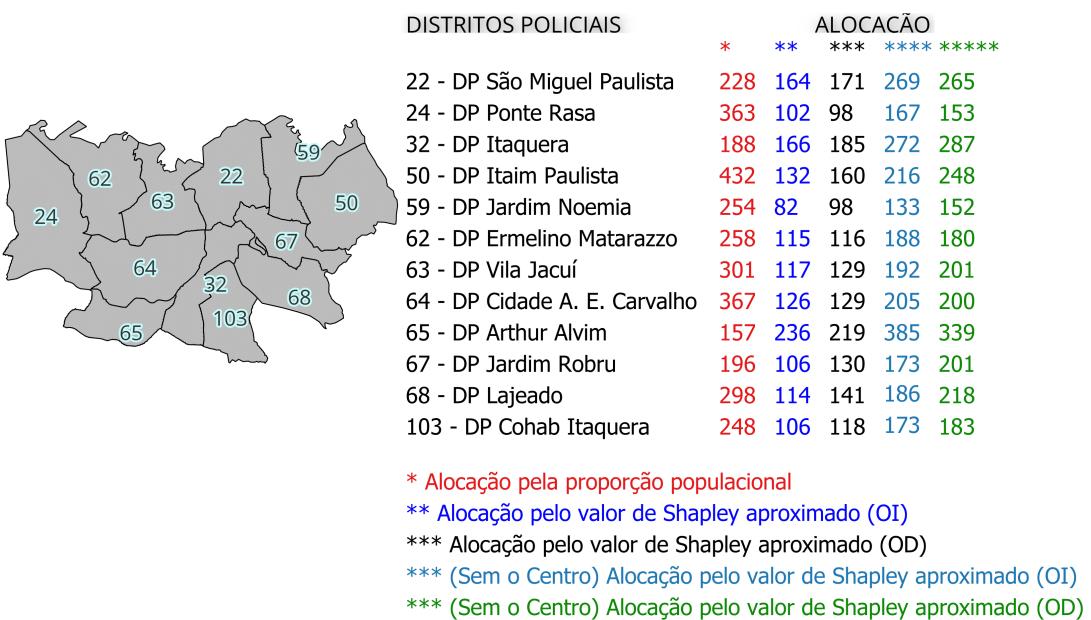
***** (Sem o Centro) Alocação pelo valor de Shapley aproximado (OD)

(a) - Delegacia Seccional 3º Oeste





(d) - Delegacia Seccional 6º Sto Amaro



(e) - Delegacia Seccional 7º Itaquera



* Alocação pela proporção populacional

** Alocação pelo valor de Shapley aproximado (OI)

*** Alocação pelo valor de Shapley aproximado (OD)

**** (Sem o Centro) Alocação pelo valor de Shapley aproximado (OI)

***** (Sem o Centro) Alocação pelo valor de Shapley aproximado(OD)

(f) - Delegacia Seccional 8º S. Mateus

Fonte: Elaborado pelo autor

APÊNDICE B – JOGO COOPERATIVO, SOLUÇÃO DE SHAPLEY E ANÁLISE COMPARATIVA

B.1 JOGO COOPERATIVO E O VALOR DE SHAPLEY

O jogo cooperativo é representado por uma função característica que estabelece o valor de cada coalizão e que descreve as possíveis formas de cooperação. Um dos conceitos de solução mais amplamente estudados para um jogo cooperativo é o valor de Shapley, cuja vantagem está na apresentação de uma solução que é única e justa (FATIMA et al., 2008). O valor de Shapley é uma solução que atribui um *payoff* único para cada jogador associado a um jogo cooperativo.

Uma forma genérica do jogo cooperativo pode ser definida como segue. Seja $N = \{1, 2, \dots, n\}$ um conjunto finito, onde os elementos do conjunto representam o universo de jogadores e N representa a maior coalizão possível do jogo (grande coalizão). Seja S uma subcoalizão qualquer de N , i.e., um subconjunto finito e não vazio de N . Portanto, $S \subseteq N$. Para cada S atribui-se um número real $v(S)$ que representa o ganho que cada coalizão pode obter, com $v(\emptyset) = 0$.

Temos que v é a função característica, e o jogo cooperativo pode ser representado por $\langle N, v \rangle$. Além do mais, os resultados representados pelos vetores de *payoffs* da coalizão S independem das ações dos jogadores que estão fora da coalizão (i.e., para todo $S \subseteq N$, o valor $v(S)$ depende apenas dos jogadores S e não de $N \setminus S$).

A função característica ainda apresenta a restrição de superaditividade, significando que jogos superaditivos são aqueles em que a união de duas coalizações sempre realiza pelo menos tanto quanto a soma de suas realizações individuais (ROTH, 1988). Assim, temos que

$$\forall S, T \subset N, S \cap T = \emptyset, \text{ então } v(S \cup T) \geq v(S) + v(T) \quad (\text{B.1})$$

Um jogo cooperativo com n jogadores apresenta $2^n - 1$ coalizações possíveis, excluindo a coalizão nula. Nesse sentido, avaliar as interações dos jogadores dentro das diferentes coalizações torna-se um problema extremamente complexo. Para tanto, é suposto que a utilidade é transferível e que assume a existência de um numerário livremente transferível entre os jogadores da coalizão, onde o *payoff* de um jogador aumenta em uma unidade para cada unidade

de numerário que ele recebe (MYERSON, 1991). O *payoff* total da coalizão pode ser definido como a soma dos *payoffs* de seus membros (ROTH, 1988).

O valor de Shapley como solução de um jogo cooperativo pode ser definido por uma alocação de *payoff* representada por um número real $\phi_i(v)$. Shapley (1953) define o valor $\phi(v)$ do jogo v como sendo uma função que associa a cada jogador $i \in N$ a alocação $\phi_i(v)$ que necessita satisfazer os quatro axiomas abaixo:

- A1: Eficiência. $\sum_{i \in N} \phi_i(v) = v(N)$. A soma dos valores de Shapley de cada membro da coalizão é igual ao valor da grande coalizão N .
- A2: Simetria. $\phi_{\pi(i)}(\pi v) = \phi_i(v)$. Qualquer reordenamento (permutação π) de jogadores na coalizão, não altera o seu valor $\phi_i(v)$.
- A3: Aditividade. $\phi_i(v + w) = \phi_i(v) + \phi_i(w)$. O valor de Shapley da soma dos jogos é igual a soma dos valores de Shapley dos respectivos jogos.
- A4: Jogador *dummy*. Se $\forall S \subseteq N \setminus \{i\}, v(S \cup \{i\}) = v(\{i\})$, então $\phi_i = 0$. O membro da coalizão cujo impacto marginal é sempre zero, apresenta um valor de Shapley igual a zero.

O valor de Shapley que satisfaz os quatro axiomas é único e definido por

$$\phi_i(v) = \sum_{S \subseteq N} \frac{(s-1)!(n-s)!}{n!} \times [v(S) - v(S - \{i\})], \forall i \in N, \quad (\text{B.2})$$

onde n pode ser interpretado como o número total de jogadores no conjunto N , com $N = 1, 2, \dots, n$; s é o número de jogadores em determinada coalizão S ; e $v(S) - v(S - \{i\})$ representa a contribuição marginal do jogador i para a coalizão S .

B.2 JOGO DE VOTAÇÃO PONDERADA (*WEIGHTED VOTING GAME*)

Um *jogo simples* no jogo cooperativo é uma função $v : 2^N \rightarrow \{0, 1\}$, tal que $v(N) = 1$ e v é não decrescente, assim, $v(S) \subseteq v(T)$ sempre que $S \subseteq T \subseteq N$ (BILBAO et al., 2000). Um *jogo simples* de votação ponderada, é então um jogo $G = \langle N, v \rangle$ onde

$$v(S) = \begin{cases} 1 & \text{se } w(S) \geq q \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

onde temos que $w(S)$ representa a soma total do número de votos w_i dos jogadores da coalizão S , e q representa a cota de votos necessárias para que a coalizão S se torne vencedora. Dessa forma, se $w(S) = \sum_{i=1}^s w_i \geq q$, então $v(S) = 1$, e se $w(S) = \sum_{i=1}^s w_i < q$, então $v(S) = 0$. Assim, temos um jogo $\langle q; w_1, w_2, \dots, w_n \rangle$. Nesse jogo, a contribuição marginal de um jogador assume os valores de 1 ou 0. Se o valor é 1, temos então uma coalizão vencedora; se o valor é 0, a coalizão é perdedora. Se a entrada de um jogador numa coalizão S faz com que a coalizão deixe de ser perdedora para se tornar vencedora, então dizemos que S é uma coalizão *swing* para o jogador i , i.e., S é perdedora, mas $S \cup \{i\}$ é vencedora (FATIMA et al., 2008). Seja \mathcal{W} uma coleção de coalizões vencedoras. Temos que a expressão do valor de Shapley poder ser reduzida para a forma seguinte

$$\phi_i(v) = \sum_{\{S \notin \mathcal{W}: S \cup i \in \mathcal{W}\}} \frac{(s-1)!(n-s)!}{n!}$$

onde $n = |N|$, $s = |S|$. Essa simplificação da expressão ocorre porque o termo $[v(S) - v(S - \{i\})]$ será sempre igual a 1 ou igual a 0. O valor da expressão recebe o nome de índice de poder de Shapley-Shubik para um jogo simples $\langle N, v \rangle$.

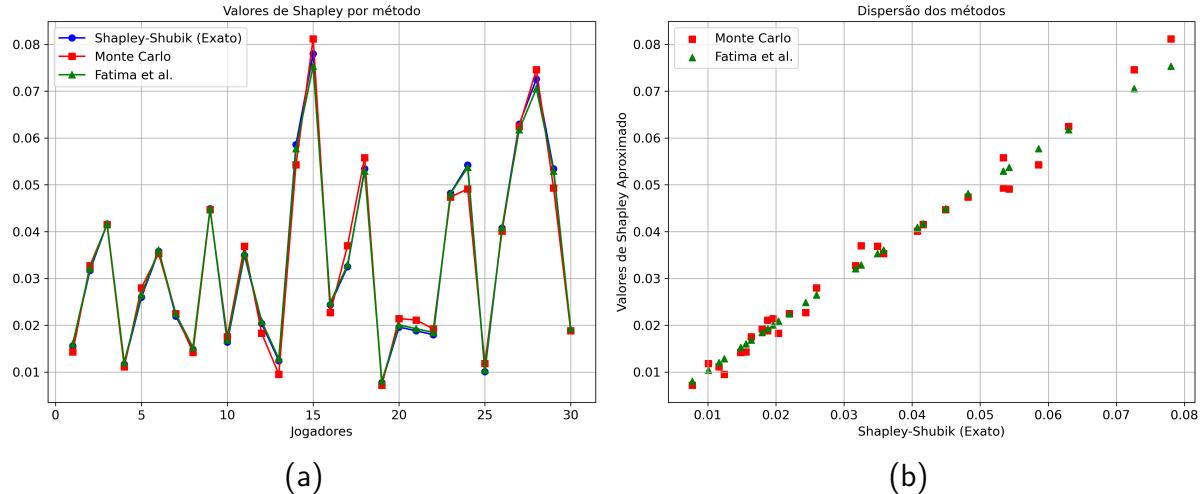
B.3 ANÁLISE COMPARATIVA DE MÉTODOS DE CÁLCULO DO VALOR DE SHAPLEY APROXIMADO

Neste Apêndice comparamos os valores de Shapley aproximado calculados pelo método de Fatima et al. (2008) e pelo método de Monte Carlo em relação aos valores exatos de Shapley-Shubik. Na Figura 12(a), mostramos o resultado gráfico da comparação dos métodos a partir de um jogo de votação ponderada com 30 jogadores, cuja configuração é definida por $N = \{20, 40, 52, 15, 33, 45, 28, 19, 56, 21, 44, 26, 16, 72, 94, 31, 41, 66, 10, 25, 24, 23, 60, 67, 13, 51, 77, 88, 66, 24\}$ e cota igual a 250. Nota-se que o valor de Shapley aproximado calculado pelo método de Fatima et al. (2008) se ajusta muito bem ao valor exato de Shapley-Shubik.

Na Figura 12(b), os valores de Shapley aproximado pelo método de Fatima et al., apresentam uma menor dispersão quando comparados aos valores calculados pelo método de Monte Carlo. As simulações de Monte Carlo estimam os valores de Shapley com base numa amostra aleatória de coalizões, mas apresenta a desvantagem de não detalhar a forma como as amostram devem ser extraídas, o que pode impactar na efetividade do método. Pelo método de Monte Carlo, os resultados mudam à medida que o cálculo é executado para a mesma

configuração de jogo. Por outro lado, na Seção 4.3 vimos que o método de Fatima et al. segue uma regra definida, e isso faz com que o cálculo dos resultados não se alterem para a mesma configuração de jogo, tornando mais confiável o uso do valor de Shapley aproximado.

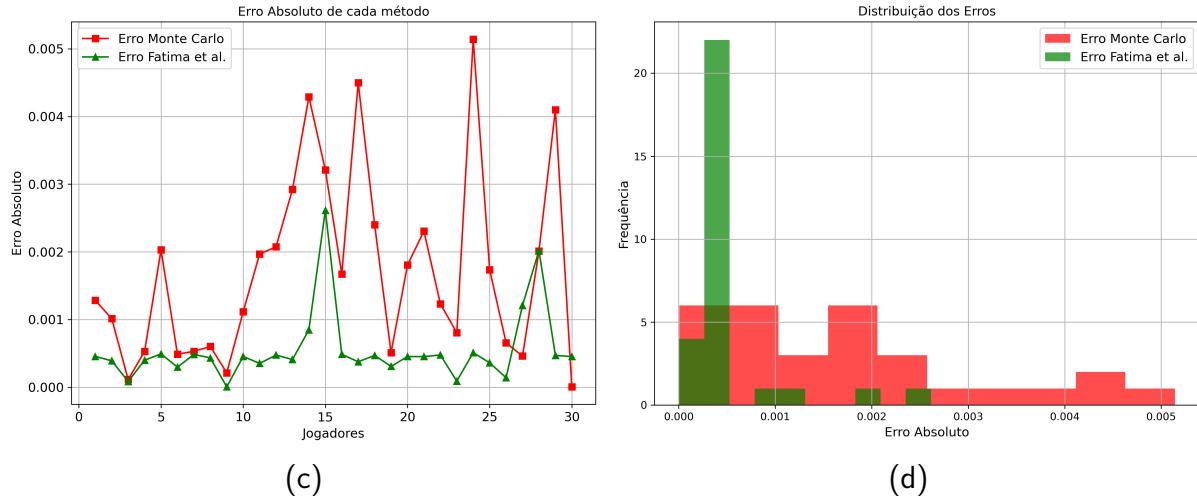
Figura 12 – Comparação dos métodos de de Fatima et al. e de Monte Carlo em relação ao valor exato de Shapley-Shubik



Fonte: Elaborado pelo autor

Na Figura 13 comparamos os erros absolutos de ambos os métodos em relação ao método exato de Shapley-Shubik. É bem visível pela Figura 13(c) que o erro absoluto do método de Monte Carlo (linha vermelha) é maior do que o erro pelo método de Fatima et al. (linha verde), este último não ultrapassa a faixa de 0.003 de erro absoluto, diferentemente do método de Monte Carlo. Nota-se que o erro absoluto do método de Fatima et al. se concentra abaixo da faixa de 0.001. A Figura 13(d) mostra que os erros do método de Fatima et al. são concentrados em grande medida em valores abaixo de 0.001. Isso mostra que o método tem boa precisão na estimativa do valor de Shapley. Em termos comparativos, o método de Monte Carlo tem uma distribuição de erros mais espalhada, alcançando valores acima de 0.005 em alguns casos.

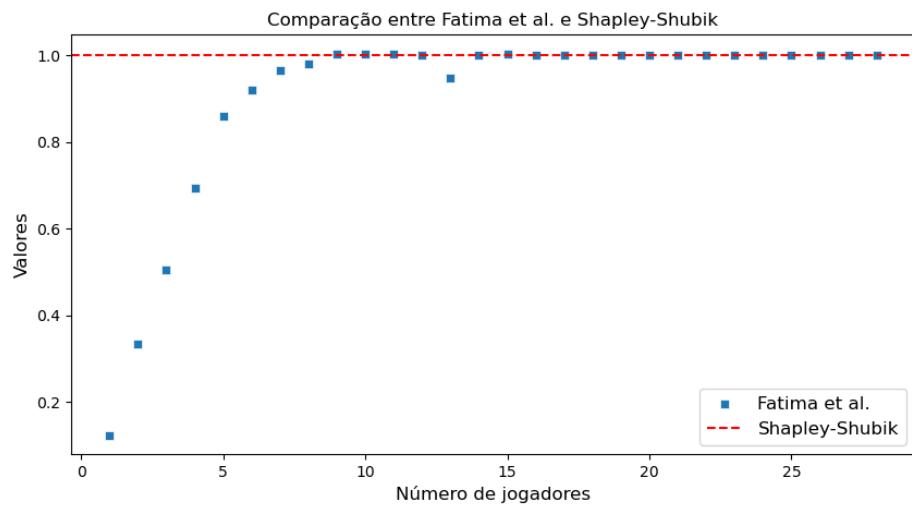
Figura 13 – Comparação dos erros do método de Fatima et al. e de Monte Carlo em relação ao valor exato de Shapley-Shubik



Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 14 revela o fato de que à medida que adicionamos mais jogadores ao jogo cooperativo de votação ponderada, o valor de Shapley aproximado calculado pelo método de Fatima et al. (2008) tende a se aproximar cada vez mais do valor exato de Shapley-Shubik. Nesse contexto, quando temos pouco jogadores, é viável utilizar o método exato, mas quando o jogo envolve um grande número de jogadores, o método de Fatima et al. se mostra como uma boa alternativa de solução.

Figura 14 – Tendência do valor de Shapley aproximado pelo método de Fatima et al. de se igualar ao valor exato de Shapley-Shubik



Fonte: Elaborado pelo autor

Esses resultados mostram que o valor de Shapley aproximado calculado pelo método de

Fatima et al. (2008) é adequado para nosso trabalho ao ser utilizado como medida de ponderação para a alocação da patrulha policial, por ser preciso e por apresentar a vantagem dos resultados não se alterarem conforme mantemos a mesma configuração de jogo, isso é importante para a confiabilidade do método.

APÊNDICE C – UM SUMÁRIO DE NOTAÇÕES

- h_i – Número de habitantes no distrito i ;
 o_i – Quantidade de policiais militares (PMs) disponíveis no distrito i ;
 c_i – Quantidade de crimes no distrito i ;
 d_i – Quantidade de prisões em flagrante no distrito i ;
 I_i – Índice de danos no distrito i baseado na média de cinco anos, 2019 a 2023;
 β_i^d – Densidade de danos no distrito i ;
 β_i^c – Densidade de crimes no distrito i ;
 β_j^d – Densidade de danos no(s) distrito(s) j ;
 β_j^c – Densidade de crimes no(s) distrito(s) j ;
 β_i – Representação da densidade de danos ou de crimes no distrito i ;
 β_j – Representação da densidade de danos ou de crimes no(s) distrito(s) j ;
 α_i – Taxa de disponibilidade de PMs no distrito i ;
 α_j – Taxa de disponibilidade de PMs no(s) distrito(s) j ;
 θ_i – Taxa de prisão no distrito i ;
 $(1 - \theta_i)$ – Taxa de sucesso dos crimes no distrito i ;
 θ_j – Taxa de prisão no(s) distrito(s) j ;
 $(1 - \theta_j)$ – Taxa de sucesso dos crimes no(s) distrito(s) j ;
 r_i – Valor de risco do distrito i ;
 O_T – Quantidade total de PMs;
 C_T – Quantidade total de crimes;
 I_T – Índice total de danos;
 R_T^d – Total dos valores de risco r_i pela ótica do dano;
 R_T^c – Total dos valores de risco r_i pela ótica da igualdade;
 R_T – Representação do total dos valores de risco pela ótica do dano ou pela ótica da igualdade;
 H_f – Representa os intervalos de tempo, com $f \in \{1, 2, 3\}$;
 \bar{C}^{H_f} – Quantidade total média dos crimes para cada intervalo de tempo, com $f \in \{1, 2, 3\}$;
 \bar{I}^{H_f} – Índice de dano total médio para cada intervalo de tempo, com $f \in \{1, 2, 3\}$;
 δ_f^d – Proporção da média do índice de dano para cada intervalo de tempo, com $f \in \{1, 2, 3\}$;
 δ_f^c – Proporção da média das quantidades de crimes para cada intervalo de tempo, com $f \in \{1, 2, 3\}$;

\bar{I}_T – A soma das médias dos índices de dano de cada intervalo de tempo;

\bar{C}_T – A soma das médias das quantidades de crimes de cada intervalo de tempo;

$O_T^{H_f,d}$ – Quantidade total de PMs disponível para cada intervalo de tempo pela ótica do dano, com $f \in \{1, 2, 3\}$;

$O_T^{H_f,c}$ – Quantidade total de PMs para cada intervalo de tempo pela ótica da igualdade, com $f \in \{1, 2, 3\}$;

N – Grande coalizão de jogadores;

n – Número de jogadores em N ;

l_f – Limiar do jogo de votação ponderada e de cada intervalo de tempo, com $f \in \{1, 2, 3\}$;

S – Subcoalizão de N ;

$y(S)$ – Função característica (soma dos valores de risco dos jogadores de S);

X – Coalizão amostral extraída aleatoriamente de N ;

μ – Média dos valores de risco de N ;

ν – Variância dos valores de risco de N ;

μ – Média da distribuição Normal aproximada de X ;

$\frac{\nu}{X}$ – Variância amostral da distribuição Normal aproximada de X ;

a – Limite inferior ($a = \frac{l_f - r_i}{X}$) da área sob a curva Normal $\mathcal{N}(\mu, \frac{\nu}{X})$;

b – Limite superior ($b = \frac{l_f - \epsilon}{X}$) da área sob a curva Normal $\mathcal{N}(\mu, \frac{\nu}{X})$;

ϵ – *machine epsilon* igual a $2,220446049250313 \times 10^{-16}$;

$r(X)$ – Média amostral calculada de X ;

$E\Delta_i^X$ – Contribuição marginal aproximada do jogador i ;

$\bar{\varphi}_i^f$ – Valor aproximado de Shapley para cada intervalo, com $f \in \{1, 2, 3\}$;

a_i^f – Quantidade de PMs a patrulhar em cada distrito i para cada intervalo, com $f \in \{1, 2, 3\}$;

A^f : Conjunto de alocação de PMs para cada intervalo de tempo, com $f \in \{1, 2, 3\}$.