UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS e MATEMÁTICA

YALORISA ANDRADE SANTOS

# SITUAÇÕES ADIDÁTICAS E A METACOGNIÇÃO: Uma Proposta Didática Envolvendo Grandezas Proporcionais.

Caruaru
2025

YALORISA ANDRADE SANTOS

**SITUAÇÕES ADIDÁTICAS E A METACOGNIÇÃO: Uma Proposta Didática Envolvendo Grandezas Proporcionais.**

Dissertação apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – PPGECM para qualificação no Mestrado Acadêmico.

**Área de concentração:** Educação em Ciências e Matemática

**Orientador:** Dr. Fernando Emílio Leite de Almeida

Caruaru
2025

Catalogação de Publicação na Fonte. UFPE - Biblioteca Central

Santos, Yalorisa Andrade.
Situações adidáticas e a metacognição: uma proposta didática envolvendo grandezas proporcionais / Yalorisa Andrade Santos. - Caruaru, 2025.
140f.: il.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, 2025.
Orientação: Fernando Emílio Leite de Almeida.
Inclui referências.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus e à Nossa Senhora, que me guiaram, protegeram e transformaram em realidade esta experiência que, por alguns anos, foi apenas um sonho — vivido ao lado de pessoas muito especiais e solícitas.

Aos meus pais, Ana Cristina e Damião, à minha irmã, Ohana, por vibrarem a cada conquista, pelo apoio incondicional em todos os capítulos da minha vida e por sempre acreditarem nos meus sonhos. E ao meu sobrinho João Andrade, que com apenas 3 anos de idade me ensina e me fortalece todos os dias.

Ao meu noivo, Hanndson Araújo, por torcer, incentivar, apoiar e comemorar comigo cada decisão e conquista, além de me inspirar não apenas como profissional, mas também como pessoa.

A toda a minha família e à família de Hanndson, por se alegrarem e torcerem pelas minhas conquistas com tanto carinho.

Ao meu orientador, professor doutor Fernando Emílio, por sua dedicação, paciência e compreensão ao longo de todo o processo. Agradeço por todos os ensinamentos e orientações fundamentais para a realização deste trabalho.

Às professoras da banca de defesa, Anna Paula de Avelar Brito Lima e Edeweis Tavares, pelas valiosas considerações desde a qualificação até a defesa.

À professora doutora Kátia Medeiros, por todos os incentivos — inclusive para o ingresso no mestrado —, pelas contribuições à minha formação como licencianda e pesquisadora e, principalmente, por acreditar em mim e me oferecer a oportunidade de iniciar minha trajetória acadêmica.

A Italo Luan, grande amigo desde a graduação, que sempre esteve disposto a ajudar, incentivar e contribuir com minha formação profissional e, especialmente, acadêmica. Seu foco, determinação e excelência no que se propõe a fazer são fonte de inspiração.

Aos amigos da vida, do mestrado e da escola, pela gentileza, parceria, conselhos e apoio constante. Obrigada por estarem ao meu lado, por comemorarem cada conquista e por ouvirem meus desabafos, tornando essa caminhada mais leve e, sem dúvidas, mais alegre.

Ao PPGECM e aos professores do programa, por contribuírem de forma significativa para minha formação. Agradeço por todas as discussões vivenciadas em cada disciplina, pelos conselhos e pela compreensão em momentos decisivos.

E, com especial carinho, aos meus alunos, pela oportunidade de crescer a cada dia, não apenas como professora, mas também como pessoa. Obrigada pelo aprendizado diário, pelos momentos de descontração e por fazerem parte dessa conquista.

# RESUMO

Este estudo objetivou analisar a relação entre a dialética das situações adidáticas e os movimentos metacognitivos a partir da aplicação de atividades de ensino envolvendo grandezas proporcionais da turma do 8º ano do ensino fundamental. Para isso, adotamos os referenciais teóricos da Teoria das Situações Didáticas, estendendo-se as situações adidáticas, como também buscamos por teóricos que defendem a metacognição e os movimentos metacognitivos na sala de aula. Nossa pesquisa é de abordagem qualitativa, foi conduzida com aproximadamente 25 alunos do 8º ano do Ensino Fundamental II de uma escola municipal de Campina Grande – PB. Para atender aos objetivos desta pesquisa, faz-se necessário iniciarmos essa investigação desde o planejamento até sua aplicação e percepção do que foi vivenciado durante as etapas na sala de aula. Durante a aplicação, constatamos algumas dificuldades dos alunos em entrar no jogo didático e se envolverem na atividade, assim, ao reorganizarmos o planejamento das atividades, pudemos perceber que o uso da dialética das situações baseadas em Brousseau se fizeram presentes, contribuindo para a construção dos conceitos de grandezas proporcionais. Dentre os resultados, constatamos que os alunos conseguiram compreender e até exemplificar as definições de grandezas proporcionais. Além disso, identificamos a presença de movimentos metacognitivos propostos por De Chiaro, especialmente o mantenedor, pois, apesar de estratégias distintas, os alunos frequentemente alcançaram os mesmos resultados, mantendo suas abordagens sem modificá-las. Concluímos nossa pesquisa e identificamos que ela pode contribuir significativamente para as discussões no campo da Didática da Matemática e da Metacognição no ensino da Matemática, estimulando o surgimento de novas reflexões e metodologias. Ressaltamos também a importância do planejamento cuidadoso e da adequada aplicação das atividades, que são essenciais para o sucesso do processo de ensino-aprendizagem. Este estudo nos levou a refletir sobre as estratégias utilizadas em sala de aula, a necessidade de reorganizar situações de ensino para alcançar as intenções propostas e, principalmente, como as escolhas metodológicas influenciam a vivência dos estudantes e o desenvolvimento do processo de aprendizagem.



**Palavras chaves:** Teoria das Situações Didáticas. Situações adidáticas. Movimentos Metacognitivos. Grandezas Proporcionais.

## ABSTRACT

This study aimed to analyze the relationship between the dialectic of adidactic situations and metacognitive movements through the implementation of teaching activities involving proportional quantities with an 8th-grade class in a public school. The research was grounded in the theoretical framework of the Theory of Didactical Situations, particularly focusing on adidactic situations, as well as in contributions from authors who advocate for metacognition and metacognitive processes in the classroom. Adopting a qualitative approach, the study was conducted with approximately 25 students from a public school in Campina Grande, Paraíba, Brazil. To meet the objectives of this research, the investigation encompassed the entire process from planning to implementation and reflection on classroom experiences. During the intervention, some initial difficulties were observed in students' engagement with the didactical contract. However, after adjustments to the activity planning, the use of Brousseau's dialectic of situations proved effective in promoting the construction of proportional quantity concepts. The results revealed that students were able to understand and exemplify the definitions of proportional quantities. Furthermore, we identified the presence of metacognitive movements, particularly the "maintaining" movement described by De Chiaro, as students often reached the same results through different strategies without altering their initial approaches. The findings suggest that this research can contribute meaningfully to the field of Mathematics Didactics and Metacognition, fostering new reflections and methodologies. It also highlights the importance of careful planning and intentional implementation of teaching activities, which are essential for a successful teaching and learning process. Ultimately, this study led us to reflect on the strategies used in the classroom, the need to adapt teaching situations to better achieve intended goals, and the impact of methodological choices on students' experiences and learning development.



**Keywords:** Theory of Didactical Situations. Adidactic Situations. Metacognitive Movements. Proportional Quantities.

**SUMÁRIO**

# 1 INTRODUÇÃO

Durante a graduação em licenciatura em matemática, sempre busquei por estudar metodologias e estratégias que pudessem facilitar e melhorar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, tendo em vista os relatos de modo geral das dificuldades e até mesmo os medos e traumas criados durante algum momento da vida escolar do aluno. Estudos como o de Albino, Santos e De Medeiros (2019), explicam sobre esse pavor que os alunos muitas vezes apresentam nas aulas de Matemática e principalmente no momento de responder às atividades. Dentro desse contexto, tive a oportunidade de estudar e utilizar algumas metodologias e estratégias em meus projetos de extensão, PIBIC e grupos de pesquisa. Apesar de estudar e observar a vasta quantidade de metodologias já existentes e utilizadas nas aulas, ainda sentia a necessidade de algo mais inovador. Isso se deve ao fato de que, atualmente, nossos alunos têm muita facilidade e habilidade com novidades, o que nos motiva a buscar abordagens mais criativas e atuais.

Com base na minha experiência durante a graduação, na aplicação de atividades em projetos, estágios e atualmente como professora, pude observar que, ao trabalhar com a metodologia de resolução de problemas, frequentemente surgiam questionamentos sobre a construção do conhecimento para os alunos. Isso me levou a estudar, também como aluna especial, temas como argumentação e metacognição, os quais me ajudaram a compreender sua importância no processo de ensino e aprendizagem e a reconhecer a necessidade de incorporá-los às aulas. Dessa forma, constatei que o processo argumentativo pode ser uma estratégia eficaz para avaliar a construção do conhecimento. Além disso, identifiquei possibilidades de estratégias que podem ser trabalhadas em sala de aula juntamente com a resolução de problemas.

Buscando ainda por teorias que agregassem a metacognição, constatamos que a Teoria das Situações Didáticas (TSD) possibilita uma articulação eficaz com a resolução de problemas. Ao aprofundar meus estudos sobre esse tema, percebemos que as situações didáticas e suas modelagens poderiam estimular nos alunos a metacognição, surgindo como um fenômeno relevante. Com base nessas informações, identificamos a necessidade de realizar uma revisão sistemática de literatura mais aprofundada. Ao iniciarmos, vimos que há muitos estudos sobre a TSD e sobre metacognição. No entanto, ao buscarmos pesquisas que relacionassem essas teorias, não foram encontradas, constatando a importância de pesquisar e desenvolver atividades e projetos que relacionem as situações didáticas e a metacognição no ensino de Matemática.

Durante minha atuação como professora de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental II em uma escola municipal de Campina Grande, Paraíba, pude perceber que as dificuldades enfrentadas pelos alunos eram semelhantes às que observei ao desenvolver projetos de extensão e PIBIC. Essas experiências despertaram um maior interesse por estudar atividades de ensino fundamentadas na Teoria das Situações Didáticas (TSD) e na metacognição. Acredito que é fundamental preparar nossos alunos para essa realidade, pois esse tipo de raciocínio será exigido ao longo de sua vida acadêmica, especialmente na preparação para o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Os resultados do ENEM mostram que, mais do que dominar conteúdos ou conceitos matemáticos, os estudantes precisam compreender a leitura e interpretação das questões, além de desenvolver estratégias para resolver questões contextualizadas e desafiadoras.

Nesse sentido, surge uma questão que pode ser respondida após finalizarmos essa pesquisa: Quais as relações que existem entre a situação adidática e o desenvolvimento dos movimentos metacognitivos quando o aluno se encontra em uma situação didática?

Como alternativa para encontrar um caminho ou resposta, nosso objetivo geral foi analisar a relação entre a dialética das situações adidáticas e os movimentos metacognitivos a partir da aplicação de atividades de ensino envolvendo grandezas proporcionais da turma do 8º ano do ensino fundamental.

Antes de iniciarmos os aprofundamentos teóricos de nossa pesquisa, realizamos uma revisão sistemática de literatura com a intenção de identificar e analisar os trabalhos existentes e a forma como os pesquisadores abordam o tema. Ao concluir essa etapa, constatamos que tanto a Teoria das Situações Didáticas (TSD) quanto a metacognição vêm sendo trabalhadas há algum tempo nas aulas de Matemática. No entanto, em nossa revisão, não encontramos estudos que articulassem essas duas teorias de forma integrada. Diante disso, percebemos ainda mais a importância de aprofundar nossos estudos nessas abordagens, considerando as inúmeras contribuições que essa articulação pode oferecer para o ensino e a aprendizagem de Matemática.

Dessa forma, trabalhar com atividades de ensino proporciona aos alunos autonomia para construir seus próprios caminhos e estratégias na resolução de problemas, além de oferecer aos professores a oportunidade de abordar diversos conteúdos de maneira mais dinâmica. Além disso, optamos por utilizar atividades de ensino porque elas estimulam o aluno a desenvolver etapas importantes, como realizar tentativas, formular hipóteses, testá-las e validar os resultados. Essa abordagem favorece a construção de uma coerência no pensamento do estudante, ajudando-o a sair do modo automático e a refletir de forma mais consciente sobre o processo de aprendizagem.

Com base nos estudos da Teoria da Situação Didática (TSD) e nas estratégias de metacognição, focamos no ensino das Grandezas Proporcionais, tanto de forma diretamente quanto inversamente. Escolhemos esse conteúdo devido à sua relevância para a compreensão no ensino de Matemática, além da pouca pesquisa que explore as diversas abordagens para seu ensino nas aulas. É importante destacar que o tema de Grandezas e Medidas serve como uma base fundamental para a construção do conhecimento sobre Grandezas Proporcionais. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) reforça essa importância, recomendando que esse conteúdo seja abordado em todos os anos escolares.

Almouloud (2007) ressalta que o objeto central de estudo da TSD não é o elemento cognitivo (o aluno), mas sim a situação didática estabelecida através do triângulo didático: o professor, o aluno e o saber. Dentre os aspectos da situação didática, é importante destacar a relevância que a situação adidática oferece quando utilizada em sala de aula, Assim podemos é possível caracterizar uma situação adidática como o momento em que quando o aluno age de forma autônoma sobre o problema, em qualquer situação, utilizando seus os conhecimentos que foram construídos e formalizados durante esse seu processo de aprendizagem, assim, as escolhas que são feitas e a forma de interpretar ou compreender são consequências da própria situação pedagógica e não das vontades do professor.

É importante ressaltar que a TSD representa uma importante referência para o processo de ensino e aprendizagem da matemática em na sala de aula. Essa abordagem busca estabelecer a criação de um modelo de interação entre o aluno, o saber e o meio, promovendo uma dinâmica onde ocorrem trocas ativas do sujeito (Almeida, 2016).

Para analisarmos o processo de ensino e aprendizagem com base na TSD, classificamos as situações que envolvem o comportamento do aluno com o meio, assim, estabelecemos diferentes tipos de relação com o conhecimento. Essas situações são categorizadas como: ação, formulação, validação e institucionalização, na qual serão definidas na parte teórica.

Por outro lado, decidimos trabalhar com a metacognição, pois ao estudar sobre argumentação e entender sua importância no processo de ensino e aprendizagem, compreendi que o processo argumentativo pode ser utilizado como uma alternativa para avaliar a construção do pensamento metacognitivo dos alunos.

Além disso, estudos sobre metacognição são encontrados em várias áreas do conhecimento com a intenção de facilitar o desenvolvimento da cognição. No entanto, o termo "metacognição" costuma ser utilizado em pesquisas que tem como base os estudos de Flavell (1979), em que é um processo em que os indivíduos verificam e até controlam seus próprios pensamentos cognitivos. Vale destacar que o uso da metacognição não se limita apenas ao ambiente escolar, ela é uma habilidade que pode ser aplicada em diferentes contextos do dia a dia.

Desse modo, Flavell e Leitão (2003) trazem contribuições voltadas para a metacognição na sala de aula, em consequência, a importância de ser utilizada e como propor, abrindo espaço para que outros autores consigam entender e planejar para sua sala de aula, contribuindo para o ensino e aprendizagem da metacognição. Neste sentido, Leitão (2003) propõe atividades que envolvam o indivíduo em situações de argumentação que favoreçam o desenvolvimento de uma função de autorregulação denominando por monitoramento do pensamento, que segundo De Chiaro (2006), ocorre, quando o indivíduo precisa em determinada situação fazer uma autorreflexão sobre seu pensamento defendido inicialmente. Essa autorreflexão, pode acontecer a partir de três movimentos: movimento mantenedor, movimento elaborador e movimento reconstrutor.

Almejamos, a partir do presente estudo, que o uso da argumentação possa se fazer presente no dia a dia dos alunos e na aula de Matemática, fazendo com que eles entendam a importância de construir o conhecimento a partir do pensamento metacognitivo, além disso, que seja criado um ambiente na sala de aula em que eles possam se sentir livres para errar, acertar, descobrir e construir durante esse processo.

Nesse sentido, entendemos que relacionar a Teoria da Situações Didática com a Metacognição, possibilita reflexões que não abrangem apenas o nível cognitivo, mas também o metacognitivo. Pensando nisso, exploramos a possibilidade de relacionar a dialética das situações adidáticas e os movimentos metacognitivos por meio de atividades focadas em grandezas proporcionais. Para isso, planejamos e desenvolvemos atividades que envolvem essa dialética integrando aos monitoramentos dos pensamentos, com a intenção de promover a construção do conhecimento e, consequentemente, facilitar a aprendizagem do conteúdo de grandezas proporcionais.

Acreditamos que trabalhar com situações adidáticas e com a metacognição nas aulas de Matemática traz grandes benefícios, especialmente quando temos como base a construção do conhecimento. Isso porque os alunos precisam buscar sentido no que pensam para responder a cada questão. Além disso, ao propor atividades que envolvem a metacognição, incentivamos, que eles utilizem suas próprias estratégias de pensamento, muitas vezes sem perceber que estão fazendo isso ou que essas estratégias existem.

Para organizar nossa pesquisa de forma mais acessível, dividimos o conteúdo em capítulos. No capítulo 1, realizamos uma revisão sistemática de literatura sobre a Teoria das Situações Didáticas (TSD) e a Metacognição, tentamos ainda buscar também por estudos que relacionassem essas duas teorias, entretanto não encontramos referências específicas, o que nos reafirmou a necessidade e a importância de nos debruçarmos nessas teorias para o ensino de Matemática. O capítulo 2 está dedicado à Teoria das Situações Didáticas, onde descrevemos brevemente o Sistema Didático e a relação didática, antes de aprofundar na TSD e na dialética das situações adidáticas. No capítulo 3, discutimos a importância da metacognição, abordando estratégias metacognitivas e os movimentos metacognitivos utilizados nas aulas de Matemática. O capítulo 4 trata da relevância de grandezas e medidas, tema contemplado na BNCC e bastante presente no Ensino Fundamental II. Nesse capítulo, exploramos o conteúdo de grandezas proporcionais e como é abordado no livro didático adotado pela escola campo. No capítulo 5, apresentamos nossa proposta metodológica, organizada em etapas para facilitar a compreensão de cada encontro. O capítulo 6 dedica-se às análises e discussões dos aspectos importantes que emergiram durante nossa pesquisa, dividindo-se em subtópicos para facilitar a visualização dos dados de cada etapa. Por fim, encerramos com o capítulo 7, em que apresentamos nossas considerações finais.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 OBJETIVO GERAL

Analisar a relação entre a dialética das situações adidáticas e os movimentos metacognitivos a partir da aplicação de atividades de ensino envolvendo grandezas proporcionais da turma do 8º ano do ensino fundamental.

### 1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar elementos da dialética das situações adidáticas que emergem a partir da aplicação da sequência didática envolvendo grandezas proporcionais;
- Identificar por meio da aplicação da sequência didática envolvendo grandezas proporcionais se os alunos fazem o uso de estratégias metacognitivas;

Após apresentar nas linhas anteriores justificativas para a pesquisa e os objetivos, geral e específicos, iremos tratar na sequência questões relacionadas a revisão de literatura e, consequentemente, a fundamentação teórica.

Ao apresentarmos nossa questão de pesquisa com a justificativa, os objetivos, o geral e os específicos, mostraremos abaixo como foi realizada nossa revisão de literatura que tem como intenção apresentar pesquisas voltadas para as áreas pesquisadas, como essas pesquisas foram desenvolvidas, qual as regiões que estas são feitas, entre outras informações necessárias que contribuirão para nosso estudo.

# CAPÍTULO 1

Neste capítulo faremos uma revisão sistemática de literatura para analisar a importância e as possíveis contribuições de se estudar da Teoria das Situações Didáticas e a Metacognição nas aulas de Matemática. Tendo em vista que essa revisão nos mostra uma necessidade de estudar sobre essas teorias e utilizá-las nas aulas de Matemática, como também um possível casamento entre elas.

## 1.1 REVISÃO SISTEMÁTICA DE LITERATURA SOBRE A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS E A METACOGNIÇÃO NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Para investigar o contexto do uso da TSD e da metacognição nas aulas de matemática, e mais, procurando entender a possibilidade de uma relação entre essas teorias, achamos importante e necessário realizar uma pesquisa bibliográfica.

Para o primeiro momento, escolhemos a plataforma de Catálogo de Teses e Dissertações – CAPES, por ser uma plataforma que disponibiliza dissertações e teses e nos dá acesso ao material de forma gratuita.

No segundo momento, escolhemos as palavras-chaves que poderiam nos direcionar a pesquisas voltadas às áreas que estamos estudando e que de fato pudessem contribuir com a nossa pesquisa. Desse modo, de início utilizamos alguns descritores, como "Teoria das Situações Didáticas" e "Metacognição", no período de publicação dos cincos últimos anos, (2018 a 2023), para analisarmos como tem sido pensado e articulado para trabalhar com essas teorias, trazendo contribuições para o ensino e aprendizagem.

Ao pesquisarmos na plataforma sobre as Teorias das situações didáticas, vimos que as pesquisas eram todas voltadas para a área de Matemática, e assim, incluímos a sigla (TSD). Em seguida, iniciamos a busca sobre a Metacognição, e nesse momento percebemos que essa teoria é utilizada em outras áreas e com isso, direcionamos nosso descritor para "Metacognição no ensino de Matemática", para que de fato, pudéssemos encontrar pesquisas dentro da área de Matemática.

Neste estudo, buscamos identificar a existência de pesquisas que investigam a relação entre a TSD (Teoria da Situação Didática) e a Metacognição no ensino de Matemática, além de compreender de que forma essa relação é efetivamente articulada na sala de aula.

No terceiro momento, fizemos um levantamento das pesquisas encontradas e decidimos estabelecer alguns critérios para a seleção das pesquisas, visto que apesar de direcionarmos o descritor, ainda sim encontramos pesquisas que fugiam do tema procurado. Dessa forma, estabelecemos os seguintes critérios: O descritor precisaria aparecer no título da pesquisa, ou em seu resumo ou nas palavras-chaves, ou o título e o resumo apresentariam alguma relação com os termos pesquisados.

No quarto e último momento, buscamos por pesquisas que utilizavam a TSD junto com a Metacognição nas aulas de Matemática, para que em seguida pudéssemos nos debruçar sobre elas, analisando objetivos geral e específicos e o problema de pesquisa, para entender como de fato pode ser utilizado, se os resultados realmente foram positivos, se trazem contribuição para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

## 1.2 CATEGORIZANDO A PESQUISA OU METODOLOGIA

Para categorizarmos a análise das pesquisas encontradas, classificamos de acordo com sua natureza. Separamos através de quadros cada teoria e separamos as dissertações das teses. Desse modo, os quadros abaixo apresentam o nome do autor, o título da pesquisa, o ano e sua categoria, no período entre 2018 e 2023.

Iniciamos a busca com o descritor “Teoria das Situações Didáticas no ensino de Matemática” entre 2018 e 2023, encontramos 192 pesquisas de dissertações e teses. Para selecionar as pesquisas e incluí-las no quadro, utilizamos os critérios já mencionados.

Abaixo apresentamos um quadro das dissertações encontradas sobre a TSD.

Quadro **1**: Dissertações sobre a TSD no ensino de Matemática de 2018 a 2023.

| AUTOR | TÍTULO | ANO | INSTITUIÇÃO/ NÍVEL DE PESQUISA |
|---|---|---|---|
| Almeida, Franciane Alves de. | **Sequência didática da proposição a aplicação: uma análise das interações em sala de aula sob o ponto de vista das situações adidáticas'** | 2019 | Universidade Federal de Pernambuco Centro Acadêmico do Agreste. Dissertação. |
| Azevedo, Simone Aparecida dos Anjos. | **O desafio de argumentar nas aulas de Matemática: uma investigação com estudantes do 1° ano do ensino fundamental**' | 2019 | Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Dissertação. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Batista, Paulo Cesar da Silva. | **Contribuições da Teoria das Situações Didáticas para ressignificação da prática de professores que ensinam Matemática**' | 2019 | Universidade Estadual do Ceará Centro de Educação. Dissertação. |
| Mendonça, Maria Fernanda Marinho. | **Congruência de triângulos: análise de uma sequência didática utilizando o geogebra para o 8º ano do ensino fundamental** | 2021 | Universidade Federal Rural de Pernambuco – UFRPE. Dissertação. |
| Silva, José Gleison Alves da. | **Situações Didáticas olímpicas (sdo): uma engenharia didática de formação no curso de licenciatura em Matemática na universidade estadual vale do acaraú – uva para o ensino de geometria plana**' | 2021 | Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará. Dissertação. |
| Camilo, Aline Maria da Silva. | **Formação continuada em serviço do professor de Matemática: uma análise de situações didáticas profissionais direcionadas à geometria plana e espacial do ensino médio** | 2021 | Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará. Dissertação. |
| Lima, Dina Sefora Santana Menezes. | **Formação do pedagogo e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC): uma análise sobre os saberes pedagógicos necessários ao ensino de probabilidade e estatística nos anos iniciais**' | 2021 | Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará. Dissertação. |
| Alves, Clederson Passos. | **Introdução ao conceito de função no nono ano do ensino fundamental por meio de função definida por várias sentenças**' | 2022 | Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Dissertação. |
| Coelho, Andressa Elvira Matias. | **Estratégias de cálculo com números racionais: um estudo envolvendo manipulação de materiais, oralidade e cálculo mental com alunos do 5º ano do ensino fundamental de uma escola pública**' | 2022 | Universidade Anhanguera. Dissertação. |
| Sousa, Renata Teófilo de. | **Categorias do raciocínio intuitivo e o ensino de parábolas em geometria analítica com aporte do software geogebra**' | 2022 | Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará. Dissertação. |
| Freitas, Nadir Santos. | **Sequência didática de educação financeira: uma investigação da mobilização da argumentação na aprendizagem em matemática**' | 2023 | Universidade Federal de Sergipe. Dissertação. |

Fonte: Elaborado pela autora.

Ao concluirmos as dissertações, apresentamos abaixo as teses sobre Teoria das Situações Didáticas no ensino de Matemática.

Quadro **2**: Teses sobre a Teoria das Situações Didáticas no ensino de Matemática no período de 2018 a 2023.

| AUTOR | TÍTULO | ANO | INSTITUIÇÃO / NÍVEL DE PESQUISA |
|---|---|---|---|
| Ferreira, Vagner Donizeti Tavares. | **As contribuições de uma sequência didática elaborada à luz do Modelo Epistemológico de Referência (MER), na construção dos conhecimentos relativos à educação financeira'** | 2019 | Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Tese. |
| Reges, Maria Auricelia Gadelha. | **Formação de professores que ensinam Matemática: experiência fundamentada na Teoria das Situações Didáticas explorando o campo conceitual multiplicativo'** | 2020 | Universidade Estadual do Ceará. Tese. |
| Silveira, Erica Santana. | **A Teoria das Situações Didáticas e a inclusão de estudantes com deficiência visual nos processos de ensino e aprendizagem do conceito de função mediados por um recurso lúdico'.** | 2021 | Universidade de Brasília. Tese. |

Fonte: Elaborado pela autora.

Ao realizar essa busca encontramos e até selecionamos algumas pesquisas que diretamente não atendem aos critérios determinados, como por exemplo: no resumo da pesquisa não tinha ensino de Matemática, entretanto falava sobre o ensino de Geometria ou de Educação Financeira, que são estudos contemplados pelo ensino de Matemática.

Podemos ainda frisar que estudos voltados a TSD, seja dissertação ou tese foram encontradas em alguns estados distintos, entretanto percebemos que no estado do Ceará de 2019 aos dias de hoje vem sendo tem-se estudado e trabalhado com essa teoria no para o ensino de Matemática desde o ano de 2019.

Finalizando a revisão dos estudos voltados a TSD no ensino de Matemática, partimos para a teoria da Metacognição.

Pesquisando sobre a Metacognição encontramos 133 pesquisas entre 2018 e 2023. Com isso, direcionamos nossa pesquisa para “Metacognição no ensino de Matemática” e encontramos as seguintes pesquisas.

Quadro **3**: Dissertações sobre a Metacognição no ensino de Matemática no período de 2018 a 2023.

| AUTOR | TÍTULO | ANO | INSTITUIÇÃO/ NÍVEL DA PESQUISA |
|---|---|---|---|
| Anjos, Aline Rafaela Silva dos. | **Processos de resolução de problemas matemáticos sob a óptica da Metacognição: estudo comparativo entre xadrezistas e não xadrezistas**' | 2019 | Universidade Federal Rural de Pernambuco. Dissertação. |
| Azevedo, Mara Oliveira de. | **Atividades investigativas com foco em equações do 2º grau: possibilidades e limitações dos alunos do 9° ano**' | 2019 | Fundação Vale do Taquari de Educação e Desenvolvimento Social – Fuvates. Dissertação. |
| Santos, Andreia Freire dos. | **O favorecimento da vivência da Metacognição a partir da resolução de problemas aritméticos por alunos dos anos finais do ensino fundamental**' | 2020 | Fundação Universidade Federal de Sergipe. Dissertação. |
| Schrenk, Maykon Jhonatan. | **Tomada de consciência em atividades de modelagem matemática no ensino fundamental**' | 2020 | Universidade Estadual do Oeste do Paraná. Dissertação. |
| Silva, Luciana Evangelista da. | **Incidentes metacognitivos e o discurso do professor em atividade experimental investigativa de matemática no clube de ciências professor dr. cristovam diniz.**' | 2021 | Universidade Federal do Pará. Dissertação. |

Fonte: Elaborado pela autora.

Abaixo, temos um recorte de pesquisas de doutorado voltadas à Metacognição no ensino de Matemática.

Quadro **4**: Teses sobre a Metacognição no ensino de Matemática no período de 2018 a 2023.

| AUTOR | TÍTULO | ANO | INSTITUIÇÃO/ NÍVEL DE PESQUISA |
|---|---|---|---|
| Mosquini, Juliane do Nascimento. | **A mediação do coordenador pedagógico no desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática**' | 2019 | Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Tese. |
| Franzoni, Patrícia da Graça Rocha. | **Investigação matemática no ensino de educação financeira e economia: uma vivência com licenciandos em matemática**' | 2020 | Fundação Vale do Taquari de Educação e Desenvolvimento Social. Tese. |
| Flor, Cristiane Marx. | **Desenvolvimento e investigação da eficácia de um programa de intervenção para a promoção de** | 2020 | Universidade Presbiteriana Mackenzie. Tese. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | **funções executivas em alunos do 5º ano do ensino fundamental**' | | |
| Pereira, Francine Baranoski. | **Análise da compreensão leitora de textos narrativo, expositivo e problemáticos matemáticos: um estudo com rastreamento ocular**' | 2022 | Universidade Estadual de Ponta Grossa. Tese. |
| Roveda, Crislaine de Anunciação. | **Processo de tomada de consciência de acadêmicas do curso de Pedagogia para o ensino da Matemática** | 2023 | Universidade Federal do Rio Grande. Tese. |

Fonte: Elaborado pela autora.

Para seleção desses trabalhos, não conseguimos seguir de forma direta os critérios estabelecidos, pois, notamos que as palavras metacognições e matemática ou no ensino de Matemática não apareciam juntas nem no título nem no resumo. Entretanto, conseguimos identificar que apesar das palavras (metacognição e matemática) não aparecerem juntas, existia uma relação entre o uso da metacognição e da matemática, ou que eram pesquisas que utilizavam a metacognição como ferramenta para auxiliar o ensino de Matemática.

Buscamos, então, pesquisas que relacionassem a TSD e a Metacognição no ensino de Matemática, ou pesquisas que utilizassem essas duas teorias. Encontramos uma pesquisa no catálogo no ano de 2022, entretanto, no resumo não apresenta nenhuma ideia da TSD, nem tampouco o uso do termo, a pesquisa encontrada fala apenas da Metacognição, nos mostrando que até o presente momento, não se tem dissertações e teses que fazem a junção da TSD e Metacognição.

Quadro **5**: Tese sobre Teoria das Situações Didáticas e Metacognição no ensino de Matemática

| AUTOR | TÍTULO | ANO | INSTITUIÇÃO/ NÍVEL DA PESQUISA |
|---|---|---|---|
| Xavier, Cesar Silva. | **Metacognição e estratégias de ensino metacognitivo: uma revisão de literatura analítica**' | 2022 | Universidade Federal do Rio de Janeiro. Tese. |

Fonte: Elaborado pela autora.

Ao encontrarmos essa tese, ainda que não relacione as teorias, nos debruçamos para analisar o problema de pesquisa, e seu objetivos geral e específicos, entretanto essa pesquisa mostra as estratégias utilizada com metacognição na sala de aula, não atendendo ao nosso foco principal que seria analisar estudos que trabalhassem com a TSD e a Metacognição no ensino de Matemática.

### 1.3 ANÁLISE DAS CATEGORIAS

Pelo fato de não termos encontrado pesquisas que utilizavam de fato a TSD e a metacognição, para analisarmos as pesquisas, decidimos criar um novo critério para seleção de análise, para que de fato pudéssemos nos debruçarmos em trabalhos que trouxessem informações, estudos, características e até mesmo ideias que nos ajudassem a entender qual a(s) melhor(es) forma de se utilizar tal teoria na sala de aula, visto que quando nos propomos a desenvolver alguma atividade visando a aprendizagem, de fato estamos encarando um desafio, e que aquela metodologia ou proposta pode surtir efeitos positivos ou não.

Desse modo, selecionamos as pesquisas com uma pergunta norteadora: Como os autores utilizam a Teoria das Situações Didáticas nas aulas de Matemática do Ensino Fundamental II?

Assim, analisando as dissertações do quadro 1 sobre TSD, selecionamos as pesquisas de: Almeida (2019), Azevedo (2019), Batista (2019), Alves (2022) e Freitas (2023). Quanto às teses apresentadas no quadro 2, selecionamos as pesquisas de: Ferreira (2019) e Nery (2021).

Finalizando a análise das pesquisas sobre a TSD, partimos para a análise e seleção das pesquisas encontradas sobre Metacognição no ensino de Matemática. Desse modo, analisando as pesquisas do quadro 3, selecionando as dissertações de: Anjos (2019), Santos (2020) e Schrenk (2020). Entretanto, de acordo com a pergunta norteadora, ao analisarmos as teses sobre Metacognição do quadro 4, não encontramos pesquisas que atendiam ao critério.

Agora que já selecionamos as pesquisas, para darmos início às análises, decidimos dar ênfase nos aspectos mais importantes como:  O objetivo da pesquisa e os teóricos Metodológicos.

### 1.4 OBJETIVO DAS PESQUISAS

A pesquisa de Almeida (2019), apresenta como objetivo analisar as relações didáticas entre o professor, os alunos e o saber matemático função afim, utilizando a

Teoria das Situações Didáticas (TSD), sob o ponto de vista do planejamento e ação didática do professor.

Azevedo (2019) busca em sua pesquisa investigar se uma sequência didática unida a resolução de problemas, pode favorecer o desenvolvimento de competências argumentativas pelos estudantes. Dessa forma, sua pesquisa objetiva investigar como uma sequência didática, que articula a resolução de problemas de enunciado do campo aditivo com diferentes momentos de discussão, contribui para os estudantes do primeiro ano do ensino fundamental desenvolvam competências argumentativas a partir da análise dos argumentos pontuais segundo o modelo proposto por Toulmin.

Batista (2019) buscou investigar quais contribuições uma formação baseada na TSD pode oferecer para a prática pedagógica de professores no ensino do campo conceitual multiplicativo. Os objetivos de sua pesquisa, não ficaram muito claros, entretanto seu trabalho foi norteado por essa investigação.

Alves (2022) trabalha com sequências didáticas voltadas ao ensino de função, sua pesquisa objetiva analisar a construção e significados para função de uma variável real em situações que tratam de funções definidas por várias sentenças matemáticas com alunos do nono ano do Ensino Fundamental.

Freitas (2023) traz contribuições de como utilizar a argumentação em matemática através de sequências didáticas. Sua pesquisa objetiva identificar indícios de como uma sequência didática em educação financeira para o Ensino Médio pode ser utilizada como instrumento didático para mobilizar a argumentação dos estudantes.

Dando continuidade às análises ainda sobre TSD, Ferreira (2019), procura em sua pesquisa buscar elementos que possam contribuir para o desenvolvimento e para aprendizagem do estudante do curso de licenciatura em Matemática, mediando o processo que o conduz a perceber, a estreita relação que existe entre os problemas financeiros e a Matemática, possibilitando tomadas de decisões sobre o fenômeno estudado, analisando interpretando de forma crítica os resultados obtidos.

Por fim, a pesquisa de Nery (2021), busca em sua tese investigar as potencialidades e as limitações da TSD para inclusão de estudantes com deficiência visual nos processos de ensino e aprendizagem do conceito de função com auxílio de um recurso lúdico.

Para concluir nossa análise das pesquisas sobre TSD, analisaremos os estudos relacionados à Metacognição no ensino de Matemática.

O trabalho de Anjos (2019) objetiva comparar o processo de resolução de problemas matemáticos entre estudantes xadrezistas e não xadrezistas dos Anos Finais do Ensino Fundamental sob a óptica da metacognição. Para fazer a comparação, o autor, antes de tudo, analisa os processos de resolução de problemas e classifica as estratégias metacognitivas utilizadas pelos estudantes xadrezistas e não xadrezistas durante a resolução dos problemas matemáticos e categoriza.

Santos (2020) enfatiza bem a resolução de problemas e favorece a vivência da metacognição em seu trabalho, em que seu objetivo é promover uma auto análise em estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental sobre seus processos de aprendizagem, como também analisar o envolvimento dos estudantes nas resolução de problemas com operações aritméticas básicas utilizando estratégias metacognitivas, e por fim, investigar como os alunos analisam seus próprios erros e como tentam aprender a partir deles.

Por fim, Schrenk (2020) em seu estudo se preocupa em entender o que manifestam os estudantes de quintos e sextos anos do Ensino Fundamental com relação à Tomada de Consciência sobre suas ideias, tendo como objetivo identificar, nas manifestações de estudantes, indícios da tomada de consciência sobre suas ideias e seus encaminhamentos de resolução, ao investigar uma situação por meio da Modelagem Matemática.

## 1.5 ELEMENTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS

Almeida (2019) classificou sua pesquisa como qualitativa defendida por Minayo (2009) e Flick (2004). Para a investigação faz o uso do estudo de caso defendido por Yin (2001).

Azevedo (2019) elaborou um percurso de pesquisa inspirado nos princípios da engenharia didática como metodologia de pesquisa que possibilita realizar tanto a coleta de dados com os estudos preliminares quanto a coleta de dados para estudos realizados em sala de aula. A autora utiliza a engenharia didática defendida por Almouloud (2014), em que esse processo se compõe em 4 fases respectivamente: Análises preliminares; Concepção e análise a priori das situações didáticas; Experimentação e por fim Análise posterior e validação.

Batista (2019), baseia-se nos autores Bogdan e Biklen (1994) e divide sua pesquisa em cinco classificações: A primeira é que a fonte de dados é o próprio ambiente natural; A segunda característica refere-se à descrição dos fatos; A terceira característica é que o investigador qualitativo se interessa mais pelo processo do que pelo produto final; A quarta característica é referente à análise indutiva dos dados; Por último, a quinta característica é o valor dos significados. Além do mais, o autor descreve que para que haja rigor científico, é necessário utilizar um método que pressuponha participação e intervenção direta do pesquisador na problemática investigada, com isso utiliza a pesquisa ação proposta por Barbier (2004).

A pesquisa de Alves (2022), tem sua metodologia embasada nos pressupostos da Engenharia Didática defendida por Almouloud e Coutinho (2008, p. 66), esse processo é dividido em quatro fases, que em seu trabalho o autor explica cada uma de forma detalhada.

O estudo de Freitas (2023) é definido como uma pesquisa de abordagem qualitativa. Minayo (2001), Bogdan e Biklen (1982).No que diz respeito aos aspectos, há um caráter exploratório e descritivo defendido por Gil (2017). Com a finalidade de alcançar os objetivos propostos, realizaram uma investigação com aspecto documental de acordo com Ludke e André (1986).

Ferreira (2019) com a finalidade de alcançar os objetivos propostos em sua pesquisa, realizou de início uma investigação com aspecto documental. O autor divide sua metodologia em três seções: Na primeira sessão apresenta recortes necessários sobre a teoria antropológico do didático (TAD) baseado em Chevallard ( 1999), para fundamentação das análises e, a construção do método epistemológico de referência (MER); Na segunda sessão foram apresentadas as definições e as etapas do processo de modelagem matemática baseadas em Chevallard (2001) e  Bassanezi (2006) como processo de ensino e aprendizagem e por fim, foram indicados principais pressupostos da Engenharia Didática defendido por Almouloud (2007) e Artigue (1988) para análise dos resultados da pesquisa.

Por fim temos o estudo de Nery (2021) que utiliza em sua metodologia a Engenharia Didática defendida por Artigue (1995) e explica cada uma das quatro fases utilizadas em sua pesquisa.

Finalizando a análise das pesquisas voltadas à TSD no ensino de Matemática, iremos analisar os teóricos metodológicos dos estudos sobre a Metacognição no ensino de Matemática.

Anjos (2019) em sua metodologia iniciam realizando um levantamento das escolas participantes da Liga de Xadrez Escolar e a partir disso, opta por trabalhar com as três escolas que foram mais assíduas no referido torneio, sendo duas da rede privada e uma do ensino público, com isso seleciona os sujeitos da pesquisa, escolhe os problemas a serem utilizados. Para a aplicação dos problemas, a autora utilizou o Método Clínico Piagetiano baseado em Carraher (1998). De acordo com Anjos (2019) esse tipo de técnica permite ao pesquisador entender como o participante da pesquisa "pensa, analisa e resolve os problemas" durante o processo da aplicação.

A pesquisa conduzida por Santos (2020) foi classificada como qualitativa, de acordo com os estudos de Minayo (2001), além disso o autor descreve de forma sucinta que se baseou no estudo de caso fundamentado nas orientações de Yin (2001). Assim, Schrenk (2020) apresenta sua abordagem metodológica como uma pesquisa qualitativa, apoiando-se nos estudos de Godoy (1995), Ludke e André (1986) e Bardin (2016), autores considerados referências importantes na área de pesquisa qualitativa.

Assim, podemos destacar que esta revisão nos proporcionou um importante aporte teórico tanto sobre as Situações Didáticas (TSD) quanto sobre a Metacognição, o que foi fundamental para fortalecer e enriquecer nosso referencial teórico. Além disso, essa análise nos auxiliou significativamente na compreensão de como integrar essas abordagens de forma mais consistente e fundamentada, orientando-nos na elaboração de estratégias e no planejamento do desenvolvimento de nossa pesquisa. Essa base teórica sólida nos permite avançar com maior segurança e clareza, contribuindo para a construção de um trabalho mais aprofundado, reflexivo e alinhado às melhores práticas pedagógicas.

Além disso, finalizamos realçando a importância de realizarmos uma revisão sistemática de literatura, pois ela nos mostrou a necessidade de relacionar as teorias das Situações Didáticas (TSD) e a Metacognição no ensino de Matemática. Essa análise nos permitiu compreender melhor cada uma dessas abordagens, além de identificar autores e teóricos que nos auxiliaram na compreensão acerca das teorias, bem como na elaboração de estratégias para planejar e aplicar atividades de forma mais eficaz. Dessa forma, a revisão reforça o valor de integrar essas teorias para promover um ensino mais reflexivo e significativo para os estudantes.

# CAPÍTULO 2

Neste capítulo procuramos apontar a importância de compreender quando utilizarmos o sistema didático e a relação didática, contudo, não podemos falar sobre o sistema e a relação sem dar ênfase na Teoria das Situações Didática (TSD) e nos benefícios que ela pode trazer para a sala de aula de Matemática, tendo como mais uma estratégia de melhorar o processo de ensino e aprendizagem.  Por fim, chegaremos nas vivências das situações adidáticas de ação, formulação, validação e institucionalização.  Nesse sentido, serão apresentados e explorados os conceitos e suas etapas com relação ao que ele pode nos trazer de positivo para a sala de aula.

## 2.1 SISTEMA DIDÁTICO E RELAÇÃO DIDÁTICA

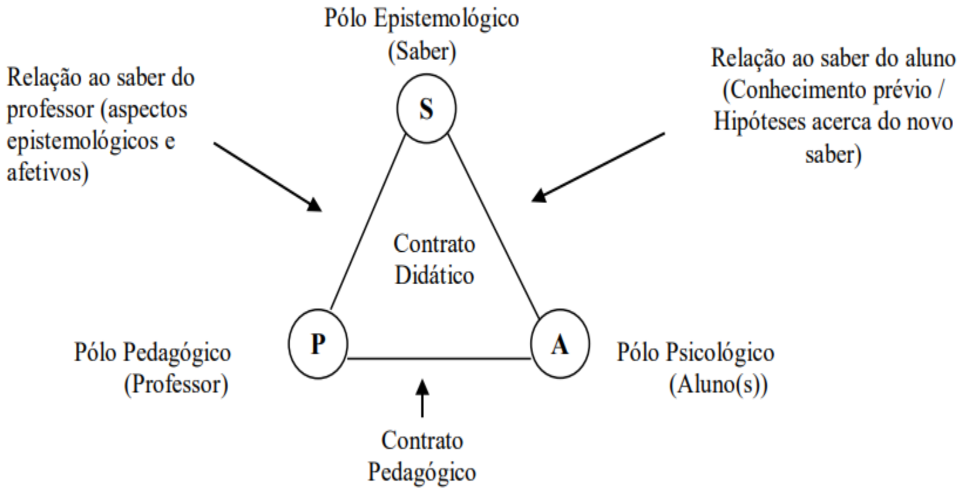
Uma das primeiras questões que podemos apontar na relação entre o sistema didático e a relação didática, é que o sistema didático é o local onde se manifestam todas as relações didáticas. Nesse ambiente, o professor tem a função de preparar e realizar as situações didáticas que foram programadas (BROUSSEAU, 2008).

Segundo Brousseau (2008), é possível construir um sistema didático em um ambiente escolar quando fazemos se cria uma relação a partir dos três elementos: o professor, o aluno e o saber, esses pois possuem, os três, uma relação que está sempre em processo. Neste sentido, chamamos esse processo de relação didática, na qual deve-se considerar podemos considerar uma a troca entre o professor e os alunos, mediada pelo saber.

A relação estabelecida entre a tríade é muito comumente representada em algumas pesquisas por pesquisadores por meio de um através do Triângulo das Situações Didáticas teorizado, inicialmente, por Brousseau (1986). Neste triângulo, cada extremidade possui representa um dos elementos da tríade e suas laterais representam as relações que são estabelecidas entre eles, tais como: professor-aluno, professor-saber e aluno-saber. Entretanto, é importante ressaltar que apesar do triângulo ser, na maioria das vezes, representado por um triângulo equilátero, essas as relações apresentadas nem sempre estão estáveis, devido a existência de fenômenos didáticos que emergem na relação.

A figura 1 trata do triângulo das situações didáticas e permite compreender melhor essas relações que foram discutidas anteriormente.

Figura **1**: Triângulo da Teoria das Situações Didáticas




Fonte: Almeida (2009), adaptado de Brousseau (2008)

Essas relações são importantes e nos auxiliam bastante na melhoria do processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido explicaremos essas relações de forma detalhada.

Na relação professor-aluno, o professor encontra-se em uma posição mais próxima do saber, por mais que os alunos tenham conhecimento básicos de vivência, o professor, nesse momento, ainda assim terá propriedades teóricas. Nessa relação, o professor almeja que a partir das situações construídas e planejadas, o aluno compreenda melhor e se familiarize com o saber apresentado (Almeida, 2019).

Na relação Professor-saber, o professor e os alunos criam uma relação com o saber e essa relação determina como o professor planejar as situações propostas em sala de aula, e mais, como ele irá se comportar diante dos alunos na hora das atividades apresentadas, pois, nesse momento, quanto mais o professor se apropriar do saber, melhor será passado para o seu aluno (Brito Menezes, 2006).

A relação Aluno-saber, é um caminho a ser construído. Ainda que os alunos tenham a vivência com o conteúdo trabalhado, são ainda conhecimentos prévios que precisam ser melhor explorados de uma melhor forma. O dever do professor nessa relação é provocar e instigar o aluno de maneira que ele se empolgue e sinta vontade em de participar daquele momento, lendo, formulando, construindo modelos, testando seus modelos, socializando com os colegas, mostrando aos alunos colegas que seu dever na sala de aula não é apenas memorizar fórmulas e resolver exercícios prontos, reproduzindo algo que já feito pelo professor, pois, na maioria das vezes, quando levamos se leva apenas exercícios prontos para os alunos reproduzirem e colocamos nosso aluno para reproduzir algo já feito no quadro, estamos tirando a se perder a oportunidade do nosso de instigar o aluno a pensar no que está fazendo e entender o processo (Brousseau, 1996).

Para se ter um sistema didático no âmbito educacional, é preciso que os alunos se deparam com uma questão que a resposta não esteja evidente e que dessa forma, o aluno busque e crie estratégias e caminhos que o levem a chegar a uma resposta.

Para Chevallard; Bosch e Gascón (2001), quando as pessoas passam a irem atrás de respostas nesse momento, elas entendem que precisam pensar ou até mesmo criar caminhos que levem a resposta, esse processo consegue transformar a pessoa em um estudante, neste caso, percebemos a importância do processo, pois o professor precisa preparar uma atividade que tenha esse potencial de levar o aluno a se reconhecer como estudante e se sentir importante e útil naquele momento.

No ambiente de sala de aula, é normal e até mesmo importante para o processo de aprendizagem, que os alunos recorram à ajuda do professor para alguma dúvida de determinada atividade ou conteúdo que envolve um saber matemático. Nesse sentido, identificamos nesse momento a relação do triângulo didático. Esses elementos não só constroem o sistema didático, como também não podem ser separados para que ocorra a construção efetiva de um saber matemático.

Fazendo uma análise das relações, é possível perceber que tanto o professor quanto os alunos têm sempre uma relação com o saber. Inicialmente teremos uma relação na qual o professor tem um saber que o aluno ainda não construiu. Entretanto, não descartando a possibilidade de existir troca de conhecimentos múltiplos e que há diferentes relações de saberes com os alunos, que leva a relação didática a intenção de transformar e desenvolver a relação inicial que o aluno tem com o saber (Jonnaert, 1994; Jonnaert; Borght, 2002).

É importante ressaltar que toda relação didática possui um ponto de partida e que muitas vezes é dado início através do professor com uma intenção em criar ou organizar condições e caminhos em que os alunos consigam compreender o conteúdo. Jonnaert e Borght (2002) discutem que uma relação didática surge quando essa intenção é primeiramente esclarecida pelo professor, organizada e por fim colocada em prática.

Nesse sentido, é possível perceber o quanto os elementos (professor, aluno, saber) precisam estarem interligadas, pois estes são indissociáveis, pois se um desses elementos não “funcionar”, não é possível estabelecer uma relação e consequentemente o intenção principal que é contribuir o conhecimento e efetivar a aprendizagem, não é alcançado.

Jonnaert e Borght (2002) dividem as relações didáticas estabelecidas pelos alunos em dois tipos de escalas com relação ao tempo do processo de construção de conhecimentos desenvolvidos pelo aluno: a curta e a longa. Por outro lado, temos estudos que caracterizam a relação didática como aberta ou fechada, estudos como o de Chevallard, Bosch e Gascón (2001) explicam que temos uma relação didática aberta quando o aluno faz apenas o que é orientado pelo professor, já a relação fechada acontece pelo fato do professor não conseguir identificar as dificuldades que aparecem durante o processo, o que pode consequentemente enfraquecer o processo da aprendizagem.

Para finalizarmos, destacamos a importância do sistema didático dentro da sala de aula, como também de observar as interações, socializações que são estabelecidas em seu planejamento quanto professor. Ao observarmos, percebemos que tudo que foi estudado e construído são frutos de estudo voltados a Teoria das Situações Didática.

## 2.2 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) representa uma importante referência para o processo de ensino e aprendizagem da matemática em sala de aula. Essa referencial objetiva a criação de um modelo de interação entre o aluno, o saber e o meio, onde ocorrem as interações do sujeito (Almeida, 2016).

Brousseau (1986) relata que as situações didáticas surgem como um instrumento que tem como intenção de contemplar e ampliar as contribuições de outras disciplinas e proporcionar uma melhora no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Por outro lado, Barbosa (2016) interpreta a relação didática como sendo uma forma de comunicação, ao tratar o conhecimento da matemática, como também assume a função de ratificar o saber compreendido na escola com o propósito de uma nova adaptação do aluno pela sociedade.

Com base nos estudos de Freitas (2008) sobre o ensino de Matemática em sala de aula, a Teoria das Situações Didáticas (TSD) se destaca como uma referência importante, pois promove a interação entre professor, aluno e o saber matemático, contribuindo significativamente para o avanço dessa área de conhecimento.

Almouloud (2007), descreve em seu estudo reflexões sobre a TSD propondo que o objeto central de estudo nessa teoria não é o elemento cognitivo (neste caso o aluno), mas sim a situação didática que são reconhecidas as relações estabelecidas entre professor, aluno e saber. O autor afirma que a intenção da TSD é analisar os fenômenos que influenciam nos processos de ensino e aprendizagem da matemática e propor um modelo teórico para a construção, análise e experimentação de situações didáticas.

Para Mendonça (2021), a TSD, busca identificar características que expliquem o processo de aprendizagem por meio de um conjunto de situações reprodutíveis, promovendo mudanças nos comportamentos dos alunos, levando a uma aprendizagem significativa. Assim, é importante destacar que a intenção principal dessa teoria é de fato a situação didática, pois ela permite compreender as interações entre o professor, o aluno e o conhecimento.

Almouloud (2007), afirma que a primeira hipótese sugere que o aluno aprende ao se adaptar ao meio (milieu), o qual apresenta contradições e desafios. A segunda hipótese considera o próprio "milieu" e afirma que, quando o sujeito não possui intenções didáticas claras, sua capacidade de adquirir conhecimentos matemáticos torna-se limitada. Além disso, para o autor, o meio (milieu) e as situações nele envolvidas devem estar fortemente relacionadas aos saberes matemáticos presentes no processo de ensino e aprendizagem. É importante frisarmos que Almouloud (2007) ressalta ainda que, ao buscar compreender algo, tendemos a remeter a conhecimentos que até então não eram bem estabelecidos, muitas vezes descartando informações ainda não bem consolidadas ou compreendidas, o que pode dificultar a superação de obstáculos necessários para assimilar conceitos que, até então, não estavam totalmente estabelecidos em sua aprendizagem.

Nesse contexto, quando abordamos situações didáticas com a intenção de promover a aprendizagem e a aquisição de conhecimento, é importante considerarmos, o conceito de contrato didático, que de acordo com Almeida (2016), esse conceito passa a ser visto não apenas como uma "negociação a priori" das relações na situação didática, mas como algo que surge a partir da não aceitação da "devolução" por parte do aluno, conforme afirmam Brousseau (1996b) e Jonnaert e Borght (2002). Nesse cenário, Brousseau (1984) relata que, no processo de devolução, se o aluno não consegue adquirir o conhecimento, isso indica que ele não atingiu o que era esperado dele. Ao mesmo tempo, também mostra que o professor talvez não tenha feito tudo o que poderia para facilitar esse aprendizado.

Nesse sentido, a aprendizagem está relacionada à ruptura do contrato didático. Almeida (2016) explica que, para o aluno, o ato de aprender envolve recusar o contrato ou negociar com ele, além de assumir a responsabilidade pelo problema, o que caracteriza uma situação de devolução. Quando estamos nesse tipo de situação, Brousseau (1986) nos convida a refletir que a aprendizagem não ocorre apenas pelo funcionamento do contrato, mas principalmente por meio de suas rupturas. Assim, podemos ainda destacar o “milieu”, que se refere a um fator externo ao aluno, que aprende de acordo com uma necessidade própria, e não por uma necessidade imposta pelo professor ou pelo ambiente escolar.

Para identificarmos quando teremos uma “situação”, Brousseau (2008) caracteriza uma “situação” como o modelo de como o sujeito (aluno) irá se relacionar com um “meio”. Essa situação didática é considerada como um subsistema autônomo, antagônico ao sujeito. Autônomo porque possibilita que os alunos atuem e interajam de maneira independente nas situações propostas pelo professor. Antagônico, porque é capaz de produzir estreitamentos no conhecimento dos alunos e consequentemente um argumento sobre o mesmo. Entretanto, ao propor atividades, é importante que esta seja equilibrada com relação ao seu grau de dificuldade, não sendo difícil ao ponto de os alunos não conseguirem avançar, causando desistência, nem tão fácil ao ponto de permitir que as ações do aluno não propiciem que ele produza retroações. (ALMOULOUD, 2007; SILVA, 2015).

Acreditamos que os alunos aprendem se adaptando ao meio, enfrentando as dificuldades, desequilíbrios e até mesmo em suas próprias retroações, esse conjunto de ações pode construir uma aprendizagem. Diante disso, é necessário que haja uma intenção didática por parte dos alunos para que exista a aquisição de conhecimento, ou seja, para que a aprendizagem ocorra, é necessário que exista esforços em ambas as partes, além de um planejamento pelo professor, para que o meio seja criado, ou seja, é importante que a modelagem aconteça.

As situações precisam ser planejadas de maneira que provoque o aluno com aparecimento de conhecimentos que eles trazem como respostas, que espontaneamente os alunos revelem a sua compreensão, mostrando como está o estado do conhecimento do aluno naquele momento. Assim, é interessante que essas situações apareçam para o aluno de forma natural de modo que eles não percebam nenhuma intenção complementar do professor. (Brousseau, 1986).

É importante ressaltar a importante contribuição da situação didática (SD) para que seja possível iniciar o processo aprendizagem, que diz respeito a todo o contexto em que o aluno está inserido, incluindo-se nele tudo que especificamente colabora para a formação do comportamento matemático.

Vale destacar que uma situação didática pode ser entendida como situações de ensino na qual o professor consegue fazer desaparecer sua vontade; enquanto informações determinantes do que o aluno irá fazer: são as que funcionam sem intervenção do professor no nível do conhecimento (BROUSSEAU, 1996).

Segundo Brousseau (2008), existem diferentes tipos de situações que promovem diversas formas de o aluno se relacionar com os objetos de conhecimento. Nesse contexto, a situação didática é o foco central da Teoria das Situações Didáticas (TSD). Ela pode ser entendida como um conjunto de relações, que podem ser explícitas ou implícitas, entre os estudantes, o ambiente escolar e o sistema educativo estabelecido pelo professor. A intenção dessas relações é fornecer condições que permitam aos alunos apropriar-se do conhecimento matemático de forma mais efetiva.

Para estabelecer uma situação didática, partimos da ideia de propor ao aluno orientações que farão pensar e elaborar sua resposta a uma pergunta apresentada pelo professor. Assim, eles analisam sua resposta verificando se precisa modificar ou ajustar algo de acordo com as exigências e não a um desejo do professor (Brousseau, 1996).

Além disso, a TSD é um campo de reflexões que há muito tempo vem progredindo no ensino da matemática no ensino básico, em que o professor, o aluno e o saber são os protagonistas na aprendizagem. Com as contribuições dessa teoria, o professor orienta o aluno para que ele possa desenvolver atividades e pensamentos que lhe permitam construir e se apoderar de novos saberes. Nesse contexto, o ponto de partida da situação didática consiste em propor ao aluno situações de aprendizagem que lhe permitam elaborar seus conhecimentos como uma resposta pessoal a uma pergunta, fazendo-os funcionar ou modificá-los de acordo com as exigências do meio, e não apenas por um desejo do professor (BROUSSEAU, 1996a).

Nesse sentido, podemos pensar na Sequência Didática sob a perspectiva da TSD. Estevam (2010) interpreta a Sequência Didática como sendo a articulação entre situações didáticas e adidáticas, criando assim um milieu, a partir da análise proveniente da situação pelo professor e ascendente pelo aluno.

Dessa forma, Mendonça (2021) afirma que, de acordo com a Teoria da Situação Didática, as relações entre professor, aluno e saber, bem como as influências e características do “milieu”, permitem compreender que a interface da Sequência Didática não se trata apenas de uma estrutura conceitual. Ela envolve todos os fatores determinantes para o seu possível sucesso, como o papel do professor, as necessidades da sala de aula considerando sua realidade e os relacionamentos estabelecidos neste ambiente de aprendizagem.

Nesse contexto, fica evidente que as sequências didáticas não são rígidas, possibilitando ao professor ajustar e modificar para sua realidade sempre que necessário, com a intenção de adequá-las às situações do cotidiano com a sua realidade. Destacamos também que existem diversas formas de contemplar as sequências didáticas, as quais estão sendo cada vez mais utilizadas em pesquisas que buscam aproximar a teoria da prática na sala de aula.

É a partir dessa situação didática que surgem, a situação de devolução, que permite recusar o contrato e assumir a responsabilidade do problema proposto e posteriormente, a situação adidática, que é uma etapa importante no processo de aprendizagem. Essas situações são essenciais para promover a interação contínua entre o aluno, o professor e o saber, facilitando o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa da matemática. A seguir, discutiremos com mais detalhes o papel e as características da situação adidática, destacando sua importância no processo de ensino e aprendizagem.

## 2.3 MODELANDO AS SITUAÇÕES ADIDÁTICAS

Apesar dos muitos proveitos que a TSD oferece para a área de Matemática no ensino básico, ainda há uma necessidade de fortalecer a conexão direta entre o aluno e o saber. É justamente a partir dessa ideia que surge o conceito de situações adidáticas, que buscam promover uma aprendizagem mais envolvente e significativa.

## 2.4 SITUAÇÃO ADIDÁTICA

Diante dos aspectos que a situação didática proporciona aos estudantes, é importante lembrar que a situação adidática é uma derivação da situação didática. Nesse sentido, caracterizamos uma situação adidática, tendo como base estudos de Brousseau (1996), quando o estudante não sabe qual a intenção do professor naquele momento e qual conteúdo está sendo proposto, entretanto, ele entende que aquele problema foi escolhido com a tentativa de que ele adquira um novo conhecimento. O estudante também precisa entender que esse conhecimento possui uma justificativa por uma lógica interna e que pode prescindir de razões didáticas para adquiri-lo. Assim, quando o estudante conseguir levar esse saber para fora de um contexto de ensino, e sem nenhuma indicação intencional, caracterizamos como uma situação adidática.

Mendonça (2021) afirma que a situação adidática está ligada a uma parte essencial da didática, que se caracteriza por uma abordagem em que o professor não revela explicitamente sua intenção de ensinar. Pelo contrário, são realizados o planejamento e a construção de forma cuidadosa a situação, criando condições para que o aluno desenvolva autonomia para construção do novo saber. Assim, nessa situação, é importante ter-se um “milieu” bem estruturado, pois nesse momento o professor sai de cena e a própria situação guia a construção do conhecimento pelo aluno, contribuindo diretamente no processo de ensino e aprendizagem.

Nesse sentido, na situação adidática o aluno não identifica qual saber está sendo proposto, neste sentido, ele utiliza seus conhecimentos que foram construídos e formalizados durante esse processo, e as escolhas que são feitas, a forma de interpretar ou compreender, são decorrentes da própria situação e não das vontades do professor.

> Quando o aluno se torna capaz de pôr em funcionamento e utilizar por si mesmo o saber que está construindo, em situação não prevista em qualquer contexto de ensino e na ausência de qualquer professor, está ocorrendo então o que pode ser chamado de situação adidática. (BROUSSEAU, apud PAIS 2002, p.68)

Podemos ainda caracterizar e diferenciar as situações didáticas e adidáticas. Nesse sentido, teremos uma situação didática quando, no momento da aula, o controle do professor prevalecer sobre a atividade. Já a situação adidática ocorre quando o aluno trabalha de forma autônoma e consegue resolver determinados problemas de acordo com os conhecimentos que até então possuem. Apesar da intenção didática do professor no planejamento da atividade, não ocorre uma interferência direta na aprendizagem (Trevizan, 2015).

Para analisarmos o processo de ensino e aprendizagem tendo como base a TSD, podemos classificar as situações que tem como característica o comportamento do aluno com o meio, e com isso serão estabelecidas relações diferenciadas com o saber. Essas situações serão assim classificadas como: situação de ação, formulação, validação e institucionalização.

Brousseau (1986), afirma ainda que as situações de devolução, ação, formulação e validação constituem a situação adidática, em que o professor permite que o aluno caminhe para os caminhos da descoberta, sem revelar sua intenção, assumindo apenas o papel de mediador.

### 2.4.1 Situação Adidática de Ação

A situação adidática de ação se dá quando um problema é mostrado ao aluno e percebe-se um interesse ou motivação por parte dele para responder e encontrar uma solução, formulando testes, buscando estratégias, levantando hipótese a partir do conhecimento que possui. Almeida (2019) relata que nessa fase, os alunos não devem fazer apenas tentativas durante a resolução do problema, mas, julgar os resultados, reformular algumas ações se achar necessário ou até criar modelos novos. Além disso, essa situação é fundamental para compreender como o aluno atua diante de desafios iniciais, permitindo identificar suas estratégias espontâneas e suas possíveis dificuldades na compreensão dos conceitos envolvidos.

Teixeira e Passos (2013), relembra bem a descrição de Brousseau (1986) sobre cada tipo de situação, e frisa que a situação didática de ação é quando: "o aluno reflete e simula tentativas, ao eleger um procedimento de resolução dentro de um esquema de adaptação, por intermédio da interação com o "milieu", tomando as decisões que faltam para organizar a resolução do problema"

Para Brousseau (2008), essa situação se caracteriza pela ausência da argumentação e pelas tentativas por parte dos alunos em resolver tal situação. É definida situação de ação quando o problema é proposto e o aluno se propõe a resolver com os conhecimentos que possui, porém, não consegue verbalizar em como pensou e chegou no processo.

Mendonça (2021) relata que a situação de ação consiste em colocar o aluno em uma relação de interação dinâmica entre sua ação e o meio, estimulando-o a encontrar soluções para a situação proposta. Nesse processo, ele assume a iniciativa de organizar e conduzir a construção do conhecimento, tornando-se protagonista ativo na sua própria aprendizagem.

Nesse cenário, Brousseau (1986) explica que a situação de ação é a primeira experiência criada pelo aluno, na qual suas reações diante de um problema serão predominantemente baseadas em experimentos, contendo tentativas e erros, sem muitas influências de teorias, ou seja, nessa fase inicial, o aluno tende a explorar, testar hipóteses e aprender por meio da prática e da tentativa e erro, sem uma base sólida de conceitos teóricos que guiem suas ações. Essa etapa é fundamental para que o aluno possa construir uma compreensão inicial do problema, desenvolver suas habilidades de investigação e criar uma conexão mais concreta com o conteúdo, antes de avançar para níveis mais complexos de reflexão e aplicação teórica. Assim, a situação de Ação serve como um ponto de partida importante no processo de aprendizagem, estimulando a curiosidade e a experimentação do estudante de forma mais livre e exploratória.

### 2.4.2 Situação Adidática de Formulação

Na situação de formulação Brousseau (1986), explica que é quando acontece a socialização entre o aluno e o milieu (meio) com uma linguagem adequada, mas sem a obrigação de utilizar termos matemáticos formais, o que muitas vezes poderia ocorrer ambiguidade, falta de segurança no que estava se afirmando, redundância. Nessa fase os alunos tendem a melhorar sua linguagem de como se utiliza em seu cotidiano.

Nesta fase de formulação, a situação em si passa de um nível que até então era apenas experimental e começa a entrar em um mais teórico. Entretanto, o aluno ainda não tem o intuito de validar nenhum conhecimento. Ocorrendo assim uma socialização entre os alunos ou grupo de alunos, e, nesse momento, os alunos explicam os procedimentos utilizados ou pensados e os instrumentos que utilizaram para encontrar a solução do problema.

Para Trevizan (2015), na fase de formulação, o aluno se permite fazer afirmações sobre suas resoluções, entretanto, não procuram sobre sua veracidade.

Nesse caso, os alunos comunicam aos seus colegas estratégias que os levaram até aquelas respostas, porém, não compreende o porquê delas.

> A formulação de um conhecimento corresponderia a uma capacidade do sujeito de retomá-lo (reconhecê-lo, identificá-lo, decompô-lo e reconstruí-lo em um sistema linguístico). O meio que exigirá do sujeito o uso de uma formulação deve, então, envolver (efetivamente ou de maneira fictícia) um outro sujeito, a quem o primeiro deverá comunicar uma informação. (BROUSSEAU, 2008, p. 29)

Dessa forma, na fase de formulação, as trocas entre o aluno e as situações de aprendizagem indicam um processo de tomada de decisão, em que o aluno é capaz de formular hipóteses, avaliar os resultados de suas ações e ajustá-las de forma autônoma, sem a necessidade de intervenção do professor.

Segundo Mendonça (2021), a situação de formulação tem como intenção promover a troca de informações por meio da socialização. Além disso, a dialética de formulação oferece ao aluno a oportunidade de construir uma linguagem compreensível, levando em conta todos os fatores envolvidos na situação adidática, o que favorece uma compreensão mais profunda e significativa.

### 2.4.3 Situação Adidática de Validação

Brousseau (1986), afirma que nessa etapa da validação, os alunos tentam convencer os seus colegas ou até mesmo o professor da veracidade das afirmações. Nesse momento, os alunos utilizam uma linguagem matemática mais adequada e baseada em demonstrações e provas.

Para Mendonça (2021), a situação de validação é aquela na qual leva o aluno a mostrar a validade da estratégia pensada e utilizada por ele para responder a situação proposta, justificando matematicamente as certezas de suas escolhas.

No momento da validação, o aluno faz uso do saber matemático em uma linguagem formal, buscando provar para os seus demais colegas que o método utilizado na resolução do problema está correto. Nesse caso, agora de fato a situação entra em um campo teórico, voltado para a argumentação de forma racional.

Brousseau salienta:

> O emissor já não é um informante, mas um proponente, e o receptor, um oponente. Pressupõe-se que possuam as mesmas informações necessárias para lidar com a questão. Colaboram na busca da verdade, ou seja, no esforço de vincular de forma segura um conhecimento a um campo de saberes já consolidados, mas entram em conflitos quando há dúvidas. Juntos encarregam-se das relações formuladas entre um meio e um conhecimento relativo a ele. (BROUSSEAU, 2008, p.30)

Nesse contexto, na situação de validação, os alunos conversam entre si sobre a veracidade das informações de modo que cada um expresse seu pensamento de forma respeitosa, e caso algum chegue a discordar que o outro venha a demonstrar como chegou naquela resposta. Nesse sentido, os alunos não se convencem com qualquer informação, mas sim, quando a informação faz sentido e é mostrado comprovações para eles.

Para Almeida (2019), em uma situação de validação, os sujeitos buscam debater sobre a veracidade das afirmações de forma que cada um possa tomar uma posição e, caso discordem, solicitar que o outro demonstre a efetividade de suas declarações. Então, os alunos não se deixam convencer simplesmente por intimidações, falas autoritárias ou argumentos persuasivos, por exemplo. A validade é provada dentro de um sistema que é aceito pelos alunos.

### 2.4.4 Situação Adidática de Institucionalização

A etapa da institucionalização, foi acrescentada depois, pela necessidade de acrescentar mais um tipo de situação, na qual o professor retoma parte da responsabilidade cedida para os alunos com a finalidade de formalizar e organizar as produções dos estudantes concebendo o estatuto de saber para alguns e descartando outros.

Segundo Mendonça (2021), a situação de institucionalização ocorre quando o professor, de forma convencional, promove a transição dos conhecimentos construídos pelos alunos para o conhecimento científico. Esse momento é fundamental no processo de ensino-aprendizagem, pois marca a passagem do entendimento espontâneo ou informal para uma compreensão mais estruturada e fundamentada nos saberes científicos. Assim, a institucionalização ajuda os alunos a consolidar conceitos e desenvolver uma visão mais crítica e aprofundada do conteúdo estudado.

Assim, durante a vivência de momentos das situações didáticas, o aluno atua como protagonista da construção do seu conhecimento e passa a agir de maneira semelhante a um matemático, levantando hipóteses, fazendo testes e verificando os resultados. Ao passo que isso ocorre, o professor age como um mediador no processo dessa construção. E no último momento o professor volta a ser o protagonista da situação com a função de discutir a respeito do que foi vivenciado, registrando e organizando as ideias dos estudantes ligando a outros saberes já apresentados.

Para Teixeira e Passos (2013) a fase da institucionalização, é quando o professor, "retoma a parte de sua responsabilidade, conferindo-lhes o estatuto de saber ou descartando algumas produções dos alunos e definindo, assim, os objetos de estudo por meio da formalização e da generalização.". Assim, nessa fase a aprendizagem é reconhecida pelo professor, e a aprendizagem ganha um sentido.

Entendemos que as etapas das situações adidáticas são dependentes e ordenadas, além disso, quando propostas promovem a construção do conhecimento. Neste sentido, desfrutar essas situações nas aulas de Matemática preconiza o estudante a pensar e incentivá-los a criarem uma linha de raciocínio compreendendo mais o conteúdo matemático visto naquele momento. Pensando em estratégias que podem melhorar a cognição dos estudantes, pensamos em atrelar junto da Teoria das Situações Didáticas, o estudo de Metacognição e estratégias metacognitivas, com a intenção de fortalecer e preencher essa lacuna de interpretação e compreensão que ainda é tão falha na sala de aula, lapidando o processo da construção do conhecimento. Todas essas ideias apontadas serão discutidas no capítulo seguinte.

# CAPÍTULO 3

O capítulo discorre sobre a importância da metacognição junto de estratégias metacognitivas na sala de aula de Matemática, tendo em vista as diversas contribuições que essa teoria tem a acrescentar no ensino e aprendizagem. Conceituamos também a Metacognição e mostraremos possibilidades de como trabalhar com os movimentos metacognitivos dentro do contexto escolar.

## 3.1 O USO DE ESTRATÉGIAS METACOGNITIVAS NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM NA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA

Para falarmos de Metacognição na sala de aula, precisamos lembrar inicialmente, como esse conceito está interligado com a argumentação. Para De Chiaro e Aquino (2017), a argumentação é construída a partir de um argumento (ponto de vista junto de uma justificativa), contra-argumento e resposta, isto significa que a argumentação é definida através da construção, justificação, negociação e muitas vezes até uma modificação em seu ponto de vista.

Para Leitão (2003), a argumentação é uma tentativa de o indivíduo lidar com as diversas vozes que conversam a todo tempo enquanto tenta dar sentido ao que pensa, para externar de forma convicta.

Seguindo a tendência de pesquisadores e educadores em trabalhar a argumentação não só em utilizá-la como uma possibilidade de promover a construção do conhecimento, mas também de amplificar as competências de raciocínio dos seus alunos, acreditamos que quando o aluno consegue compreender o conteúdo ou até mesmo o conceito dado, consequentemente ele consegue defender o seu método de resolução, utilizando a argumentação. Nesse sentido, o fato de o indivíduo conseguir defender sua linha de raciocínio, possibilita reflexões que não abrangem apenas o nível cognitivo, mas também metacognitivo.

Embora o termo metacognição tenha sido objeto de estudo desde o início do século XX, sua aplicação na educação matemática ainda é bastante limitada. Nesse contexto, Doly (2006) observa que a metacognição surge inicialmente com a noção de controle interno, por meio de pesquisas sobre meta-compreensão. Esse conceito se solidifica durante e após a guerra, especialmente com os estudos relacionados à meta-memória e à meta-atenção, com foco particular em indivíduos que enfrentam dificuldades de aprendizagem.

Já os estudos de Anjos (2019), Santos (2020), Santos, Oliveira e Saad (2021), mostram que a metacognição e as estratégias metacognitivas são propostas em diversas áreas do conhecimento e que discutem a aprendizagem e o desenvolvimento da cognição. Além disso, o uso do termo Metacognição geralmente é utilizado por estudos que têm como base pesquisas de Flavell (1979), em que o autor deixa claro que este é um processo em que os indivíduos verificam e até mesmo controlam seu próprio pensamento cognitivo.

Tendo como base os estudos de Flavell (1987) e considerando que foi um dos primeiros estudiosos dessa área, temos:

> Metacognição é usualmente definida como o conhecimento e cognição sobre objetos cognitivos, isto é, sobre alguma coisa cognitiva. Contudo, o conceito poderia razoavelmente ser ampliado para incluir alguma coisa psicológica, mais que alguma coisa cognitiva. Por exemplo, se alguém tem conhecimento ou cognição sobre emoções e motivos seus ou alheios, isto pode ser considerado metacognitivo. Alguma forma de monitoramento deve também ser considerado uma forma de metacognição; por exemplo, as tentativas para monitorar sua própria atividade motora numa situação de habilidade motora...Algum conhecimento metacognitivo e atividade auto regulatória cognitiva, não é muito acessível para consciência, pesquisadores podem sentir-se compelidos a incluir os processos que não são conscientes e talvez não acessíveis à consciência como forma de metacognição ou fenômeno metacognitivo. (FLAVELL, 1987, p.21).

Para Mattos (2000), a metacognição é o conhecimento sobre como percebemos, lembramos, pensamos e agimos, é também sobre o que sabemos acerca de determinado conceito ou conteúdo e até mesmo sobre o que sabemos. O uso da metacognição exige um esforço de pensar e gerenciar seu próprio pensamento.

De Chiaro (2017) compreende que a metacognição está relacionada à forma de pensar sobre seus próprios pensamentos, e que a forma como falamos ou escrevemos, podem ter diferentes influências no desenvolvimento cognitivo e metacognitivo.

Ainda sobre definições da metacognição, para Dreher (2009), a metacognição é caracterizada como “todo movimento que a pessoa realiza para tomar consciência e controle dos seus processos cognitivos”, ele acrescenta também “ao conhecimento do próprio conhecimento, à avaliação, à regulação e à organização dos próprios processos cognitivos". (Dreher, 2009, p. 57).

A metacognição, conforme definido por Araújo (2009), refere-se ao conhecimento que o estudante possui sobre seus próprios processos de pensamento. Isso inclui a consciência das dificuldades que pode enfrentar ao aprender um conteúdo, a identificação de estratégias cognitivas apropriadas para realizar tarefas e a aplicação de métodos para resolver problemas. Assim, podemos dizer que a metacognição é a capacidade de refletir sobre como se aprende e como se pode melhorar esse aprendizado.

Com a intenção de aproximar o ensino e a aprendizagem na sala de aula, mesmo sabendo que é um dos maiores desafios como pesquisadores, o uso da Metacognição no ensino de Matemática, pode ser de fato, mais uma alternativa para tal aproximação. Existem muitas pesquisas que investigam meios de motivar e até mesmo de entender os processos cognitivos dos estudantes, e mais, se preocupam em entender como o estudante se enxerga em seu próprio processo de aprendizagem, discutindo sobre os seus movimentos de pensar, interagir e até mesmo de agir no decorrer desse processo.

A partir disso, Araújo (2009) destaca que a literatura vem apresentando diversas formas de metacognição, ou seja, uma variedade de comportamentos vem sendo classificado como metacognição, com por exemplo: Quando os alunos estabelecem um propósito para uma leitura específica, identificar ideias-chave em um texto, ativam seus conhecimentos prévios para a resolução de problemas e avaliam o próprio nível de compreensão sobre um determinado assunto, esses comportamentos são fundamentais para o desenvolvimento de habilidades de aprendizagem mais eficazes que contribuem de fato no processo de ensino e aprendizagem.

Os conhecimentos metacognitivos são importantes quando adquiridos pelos estudantes, pois conduzem a compreender quais pontos e dificuldades podem levá-lo a um erro. Assim, se consegue realizar uma autoavaliação, podendo melhorar seu processo de como aprender determinado conteúdo, desenvolvendo competências metacognitivas dos alunos como relata Araújo (2009) que seria um meio de melhorar a própria aprendizagem, e, possibilitando assim aos alunos levarem a tornarem-se mais autônomos em relação aos seus conhecimentos.

Estudos como o de Santos (2020), apresentam estratégias que conduzem o estudante a se descobrir e perceber como ele se comporta e o que ele faz diante das informações que lhe são oferecidas em seu dia a dia, seja na escola, ou ao escutar as informações na televisão e até mesmo na internet que é um dos canais mais utilizados para recepção de informações nos dias de hoje.

A Metacognição segundo Santos, Oliveira e Saad (2021), menciona a uma habilidade de entender ou até mesmo refletir sobre uma determinada ação e utilizar o melhor caminho para resolver determinada ação. Nesse sentido, é importante também diferenciarmos a cognição da metacognição. Kuhn (2000) faz uma distinção clara sobre estes termos, em que ele aborda que a cognição está correlacionada com o conhecimento, em que é adquirido pelo indivíduo durante toda sua vida e quando necessário, é sempre lembrado e utilizado. Já a Metacognição, é desenvolvida a partir do conhecimento e da compreensão do mesmo, ou seja, de como você compreende aquele determinado conhecimento. Desse modo, utilizar a Metacognição nas aulas de Matemática, nos leva a algumas possibilidades de desenvolver habilidades Matemáticas nos alunos.

Dentre as diversas definições que temos em estudos acerca da Metacognição, Venâncio (2020, p. 23) relata que "[...] a metacognição é um processo de conhecimento, articulado à cognição concomitante ao monitoramento e à regulação".

Diante do que vem sendo pesquisado, um dos fatos que nos motivam bastante enquanto pesquisadores, é que o uso de estratégias metacognitivas possibilita entender, enxergar e até mesmo respeitar nossos limites quanto a aprendizagem, pois sabemos que não é um processo fácil e rápido, precisamos de uma certa persistência para que possa existir. Locatelli e Alves (2018) falam sobre como a metacognição possibilita o estudante a praticar uma autoanálise e um monitoramento sobre suas ações e seu próprio comportamento.

Ainda sobre como a metacognição pode ser interpretada, Flavell (1976), afirma que a Metacognição é a união de todas essas "metas". O autor traz alguns exemplos para melhor a identificação de cada uma delas. Assim, o autor descreve como (metacompreensão), quando o aluno percebe que possui mais dificuldade em uma disciplina do que em outra; define como (metamemória), quando o aluno percebe que tem mais dificuldades em memorizar números de telefones do que nomes de rua; por fim, o autor chama de (meta-atenção) quando o indivíduo entende que se distrai facilmente com qualquer barulho ou movimento.

Para Leite e Darsie (2011), no espaço da sala de aula, atividades que utilizam da metacognição são aquelas que estimulam os estudantes a refletirem como chegou em determinada solução do problema dado, de modo que durante a atividade ocorra uma interação constante entre o aluno e a situação, e também entre o aluno e seus próprios processos cognitivos. Nesse sentido, ter consciência de como se faz é algo que está automaticamente interligado ao processo de aprendizagem. Assim, o uso da metacognição não do espaço para a aprendizagem mecânica, nesse caso, ou ocorre uma aprendizagem efetiva e consciente ou não há aprendizagem.

É necessário entender que atividades do tipo metacognitivas na sala de aula, possui um grande potencial no processo de ensino e aprendizagem, pois não só promove o desenvolvimento da cognição do aluno, como também, leva-os a pensar sobre seus próprios conhecimentos. Mostrando a eles que é possível construir uma autonomia intelectual, que pode controlar e monitorar suas atividades para que controle e monitore suas atividades cognitivas.

Figueira (2006), relata que a atividade metacognitiva leva o sujeito a ter o controle de seus próprios processos e métodos que auxiliam sua construção do saber, isso leva ao estudante aprender sobre o teórico e como se utilizar em seu cotidiano, além disso, esse tipo de atividade mostra ao estudante "aprender a aprender".

Assim, as atividades que são planejadas visando construir estratégias metacognitivas, são aquelas que têm o potencial de estimular os alunos a pensarem sobre os caminhos que podem chegar a uma resolução, e que esta faça sentido. Além disso, essas atividades motivam ainda ao aluno uma interação frequente entre o aluno e seus próprios pensamentos, assim, o pensamento de "como vou chegar a uma resposta" é um pensamento intrínseco ao processo de aprendizagem. Nesse sentido, trabalhar com esse tipo de atividade descarta a possibilidade de uma aprendizagem mecânica, existindo assim uma aprendizagem consciente e significativa.

A metacognição vem sendo proposta como uma ferramenta de aprendizagem na matemática, por ter o potencial de estimular o aluno a refletir sobre seu próprio pensamento e raciocinar os caminhos para responder determinada atividade, colocar os alunos para pensarem e criar estratégias dentro da sala de aula é algo bastante pertinente, tendo em vista que o uso de exercícios ainda é bastante utilizado na sala de aula. Nesse sentido, utilizar atividades metacognitivas pode até construir no aluno uma autonomia intelectual, ajudando na praticidade de se pensar em soluções a dia e até mesmo nas decisões que precisam ser tomadas em seu cotidiano.

Enxergando a eficácia de utilizar atividades metacognitivas, entendendo que não é uma aprendizagem que se detém apenas dentro do ambiente escolar, falaremos a seguir sobre outro mecanismo da metacognição, que nos auxiliarão durante o desenvolvimento da pesquisa.

## 3.2 MOVIMENTOS METACOGNITIVOS

Para falarmos um pouco sobre os movimentos metacognitivos, é importante frisar, inicialmente, que é preciso haver uma articulação entre a argumentação e a metacognição. Desse modo, autores como Flavell, Leitão e De Chiaro, defendem bem tal articulação.

Tendo como base as ideias de Flavell, Leitão (2003) mostra em seu estudo uma importante contribuição sobre um pouco da reflexão da articulação entre a metacognição e argumentação. A autora tenta explorar um pouco do potencial desse tipo de discurso que pode promover o pensamento metacognitivo que ela define como sendo a condução de uma reflexão de seu próprio pensamento.

Para Leitão (2003), tanto na metacognição quanto na argumentação, o indivíduo é levado a um local de reflexão sobre seus próprios pontos de vista, buscando assim coerência, consistência e veracidade, para expor quando necessário.

Nesse sentido, é importante frisar que a partir do momento em que o indivíduo expõe sua posição inicial, e é gerada uma situação de argumentação, é possível perceber que esse movimento está interligado à metacognição, pois a partir de uma contraposição, possibilita que ao indivíduo a capacidade de refletir sobre seu próprio pensamento inicial, buscando que o mesmo reavalie seu pensamento, e busque consistência e veracidade no mesmo. Desse modo, é produzida uma sequência argumentativa, na qual o indivíduo muda o foco de sua atenção com relação ao conteúdo, se “preocupando” agora em expor seu ponto de vista sobre este conteúdo.

Assim, esta mudança de orientação leva a uma diferenciação entre o processo do pensamento adquirido pelo indivíduo e a reflexão dos seus próprios pensamentos como novo objeto de reflexão. Esse movimento é caracterizado por Leitão (2003) como uma transferência do pensamento para um metapensamento.

Por outro lado, as contribuições dadas por Flavell e Leitão com relação às articulações entre a metacognição e a argumentação, abriu espaço para que outros autores conseguissem se aprofundar ou até mesmo, descobrir novas articulações entre as teorias.

Neste sentido, Leitão (2003) propõe que atividades que envolvam o indivíduo em situações de argumentação propicie o desenvolvimento de uma função de autorregulação denominada por monitoramento do pensamento.

Entendendo um pouco mais sobre o monitoramento do pensamento, de acordo com estudos de De Chiaro (2006), ocorre, quando o indivíduo precisa em determinada situação fazer uma autorreflexão sobre seu pensamento defendido inicialmente. Essa autorreflexão sobre seus próprios pensamentos, pode acontecer a partir de três movimentos: movimento mantenedor, movimento elaborador e movimento reconstrutor.

O movimento mantenedor baseado nos estudos de De Chiaro (2006), acontece quando não acontece uma ruptura em sua posição inicial no movimento autorregulatório, ou seja, quando o aluno externa seu pensamento inicial, e mesmo com a presença de um contra-argumento, o aluno escuta e compreende o contra-argumento, reflete sobre seu pensamento inicial, más decide mantê-lo.

O movimento elaborador, de acordo com De Chiaro (2006), acontece quando "o movimento de pensar sobre seus próprios pensamentos leva ao estabelecimento de novas relações e conexões com a posição inicial". Nesse sentido, entendemos que o movimento elaborador se fará presente quando ocorrer uma interrupção em sua ideia inicial, com adição e ampliação de ideias que convergem com seu posicionamento inicial.

O movimento reconstrutor segundo De Chiaro (2006), se fará presente quando o aluno fizer uma autorreflexão com relação ao seu posicionamento inicial, ocorrendo uma ruptura na construção do seu argumento e das suas justificativas. Nesse momento o aluno se depara com uma dúvida sobre os seus pensamentos iniciais e ocorre uma mudança para uma possível correção, mudando seu posicionamento.

Acreditamos que o movimento mantenedor se mostrará presente quando os grupos, uma vez apresentada a sua estratégia de resolução e verificada as estratégias dos demais grupos, optarem por mantê-las; o movimento elaborador se mostrará presente quando o grupo levar em consideração as estratégias propostas pelos demais e, a partir disso, desenvolver novas relações com suas estratégias iniciais. O movimento do tipo reconstrutor estará presente em situações em que o grupo considere as estratégias levantadas pelos demais e venha a se autocorrigir e reconstruir a sua estratégia de resolução através de uma ruptura com a ideia inicial.

Ao perceber a importância que se tem em trabalhar com a metacognição e suas estratégias com os alunos em sala de aula, mostrando a eles que através de seus conhecimentos prévios, sobre o conteúdo, é possível construir e lapidar novos conhecimentos, através de uma situação de ensino. Com isso, entendemos que estudar grandezas proporcionais juntamente a TSD e os movimentos metacognitivos, nos dará suporte para alcançar o objetivo da pesquisa com relação a construção do conhecimento no processo de ensino e aprendizagem.

# CAPÍTULO 4

Neste capítulo procuramos discutir sobre a importância e a necessidade de trabalhar com grandezas proporcionais (diretamente e inversamente) na sala de aula de Matemática. Nesse sentido, pretendemos mostrar como esse conteúdo é visto, fazendo assim uma pequena análise no livro didático adotado pela escola, como também entendemos a importância de ter como base o que é proposto pela BNCC. Por outro lado, entendemos que o conteúdo proposto aos alunos no decorrer dessa pesquisa, buscou construir conceitos a partir dos conhecimentos prévios dos alunos, tendo em vista que conceitos de grandezas foram estudados desde os anos iniciais do ensino fundamental I. Assim, esperamos que os alunos tragam para sala de aula, lembranças e ideias que ajudem no processo da construção de um novo conceito.

## 4.1 O ENSINO DE GRANDEZAS E MEDIDAS NO ENSINO FUNDAMENTAL II

Neste tópico, levantaremos algumas indagações que surgiram após a escolha do conteúdo em que foi estudado nesta pesquisa, especialmente relacionadas à relevância de abordar o tema de Grandezas e Medidas no ensino fundamental. Além de destacar autores que evidenciam a importância desse conteúdo, buscaremos encontrar reflexões voltadas ao ensino de Grandezas e Medidas no Ensino Fundamental II e quais dificuldades os alunos podem enfrentar para aprender conceitos estudados sobre esse conteúdo.

Iniciamos nossa busca com alguns argumentos que reforçam a importância sobre esse campo de estudo que está presente há algumas décadas, desde a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997,1998). Como também, não podemos desprezar ou até mesmo esquecer a forte presença das grandezas e medidas no cotidiano e na prática social de nossos alunos, e na interdisciplinaridade no ensino.

Bellemain, Bibiano e Souza (2018), reforçam de forma muito clara, o quão presente esses conteúdos que envolvem Grandezas e Medidas estão na prática do dia a dia dos alunos, como em situações de compra e venda, na culinária, na interpretação de notícias através da mídia, como também não podemos esquecer o quanto estão presentes nas profissões: engenheiros, pedreiros, marceneiros, costureiras, enfermeiros, agricultores e arquitetos.

Ainda sobre o quão importante é estudar grandezas e medidas não só no ensino fundamental II, como também no ensino fundamental I, as autoras relatam em como as crianças e os jovens também utilizam, muitas vezes sem nem saber conceitos sobre este conteúdo, como ampulheta, cronômetro, calculando distâncias para jogos no meio da rua (que apesar de não encontramos com tanta frequência, em alguns locais ainda é utilizado essa prática), quando medem ângulos e comprimentos para construir suas próprias pipas. Assim, com alguns exemplos citados, podemos perceber o quanto a aprendizagem desses conteúdos são úteis tanto na vida escolar, quanto em seu cotidiano.

Acreditamos que seja válido ressaltar a importância de relacionarmos o conteúdo estudado com exemplos da prática dos alunos fora da sala de aula, pois, é possível notar, o quanto os alunos se sentem motivados para estudar para esse conteúdo, além de que podemos salientar o quanto a Matemática pode ser útil para a vida, além de que, o fato dos alunos estarem motivados a aprender, nos dar a liberdade de colocá-los como protagonistas, propiciando o aprofundamento, a argumentação e a ampliação de seus conhecimentos, através de trocas com seus próprios colegas.

Para confirmar a importância desse trabalho de socialização e trocas entre os colegas, Bellemain, Bibiano & Souza (2018), reforçam, relatando que é preciso alguns cuidados necessários para que a abordagem escolar desse campo seja feita de forma que proporcione as aprendizagens planejadas pelo professor. Pois segundo os autores, devemos evitar contextualizações artificiais e pouco convincentes, que não contribuem em nada para ajudar os alunos a ressignificar os conhecimentos que já possuem ao chegar na sala de aula.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, 1998), afirma e nos garantem que as grandezas e medidas são consideradas um dos segmentos com conteúdo a serem abordados tanto na Educação Infantil, quanto no Ensino Fundamental, concentrando assim nas grandezas geométricas, como: comprimento, área, volume e ângulos. Como também buscando cada vez mais contemplar o ensino das grandezas físicas, como: estudos de massa, duração de intervalos de tempo, temperatura, entre outras. Diante aos avanços dos estudos, essas grandezas geométricas passaram a ser tratadas como tópicos de Geometría. Já as grandezas físicas fizeram parte do conteúdo de Grandezas e Medidas.

Após compreendermos a importância de ensinar e aprender Grandezas e Medidas, ainda é possível perceber que em algumas situações, este conteúdo não é visto como prioridade, apesar de que no currículo, exista avanços significativos, podemos encontrar facilmente nos guias do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) que muitas coleções apresentam os capítulos sobre Grandezas e Medidas no final dos livros didáticos, o que, dependendo da visão da escola, ou do programa, se for ensinar os capítulos na ordem apresentada, pode prejudicar sua abordagem em sala de aula.

Por outro lado, Campos, Pires e Curi (2001) relatam sobre alguns fatores que podem dificultar tanto o ensino de Geometria quanto de Grandezas e Medidas, como: Uma formação inadequada; a valorização do ensino de álgebra, como também a falta de conhecimento das inúmeras abordagens didático-pedagógicas. Como alternativa de solução para tais fatores, os autores citam como o uso de materiais didáticos como jogos, e também materiais manipuláveis que podem auxiliar no desenvolvimento da aula, contribuindo para o processo de ensino e aprendizagem.

Entretendo é importante ressaltar que os materiais sejam eles didáticos ou manipuláveis por si só, não tem nenhum poder, o que torna eles como um material que tem potencial em construir um pensamento ou conhecimento, é a forma na qual o professor irá propor, pois assim como afirma Lorenzato (2006), o material didático pode ser um excelente catalisador que pode contribuir na construção do conhecimento do aluno.

Por isso, é fundamental destacar a importância do ensino de grandezas e medidas, pois ele ajuda os estudantes a compreenderem conceitos do cotidiano, como peso, comprimento, volume e tempo. Além disso, esse aprendizado desenvolve habilidades de comparação e cálculo, essenciais para a vida diária. Quando relacionamos isso ao ensino de grandezas proporcionais na matemática, percebemos que ambos se complementam perfeitamente. Essas grandezas auxiliam na compreensão de relações de equivalência e proporção, que são fundamentais para resolver problemas do dia a dia. Dessa forma, ao aprenderem sobre grandezas proporcionais, os alunos fortalecem sua compreensão das medidas e de suas aplicações práticas, tornando o aprendizado mais significativo e conectado à realidade deles.

## 4. 2 O ENSINO DE GRANDEZAS PROPORCIONAIS NA MATEMÁTICA

Para compreendermos melhor o conteúdo de grandezas proporcionais, é importante destacar que há bastante tempo já se trabalha com a ideia do pensamento proporcional, que é bastante presente em situações do cotidiano. Dessa forma, podemos modelar diversas situações usando o conceito de proporções e aplicar esse raciocínio tanto dentro quanto fora da escola. Pesquisas como as de Spinillo (1994) e Nunes (2003) mostram que o pensamento proporcional surge antes mesmo do ensino formal sobre o tema. Segundo essas autoras, crianças entre 5 e 7 anos já possuem noções de proporção, muitas vezes partindo de uma compreensão dedutiva. No entanto, o primeiro contato mais formal com o algoritmo da proporção costuma acontecer apenas no 7º ano do Ensino Fundamental.

Nesse sentido, estudos como de Schliemann & Carraher (1993), mostram que a estratégia mais escolhida pelas crianças que não viram o conteúdo de proporções e até mesmo os adultos com pouca escolaridade é a 'escalar', que é uma estratégia mais simples e dedutiva, que provocam a manipulação de adições conseguintes. A abordagem de estratégia 'escalar', para chegar a uma solução, é preciso partir da análise das relações numéricas dentro de uma mesma variável, assim, cada variável Nesta abordagem, cada variável se mantém independente e as alterações serão realizadas em cada uma dela, mantendo a relação proporcional entre as variáveis.

Com isso, pensando um pouco na prática escolar, é notório percebermos que em muitos casos, os professores costumam utilizar a ideia de ensinar a forma de chegar no resultado almejado, agindo muitas vezes no automático, e não levando em consideração como o aluno conseguiria construir um pensamento sobre aquela determinada situação, ou até mesmo desenvolver atividade que explorassem mais a imaginação do aluno, testes e verificação da resposta encontrada a fim de promover uma construção do conhecimento, e que o conteúdo estudado fizesse de fato sentido na cabeça dos alunos.

Assim, pensando nessa ideia, alguns pesquisadores como, Macedo et al. (2007), Castro-Filho et al. (2008), Melo et al. (2008), Sales et al. (2008) e Fioreze et al. (2009), desenvolveram estudos que buscaram novas metodologias que contribuíssem de fato com o ensino e aprendizagem de conceitos de grandezas proporcionais. Segundo Melo, Macêdo, Silva e Pequeno (2011), os autores utilizaram recursos digitais que permitem para o aluno uma exploração, uma verificação e teste de hipóteses, a partir de situações problemas que desafiam os alunos, motivando-os a irem em busca de respostas que fizessem sentido para a solução dos problemas propostos.  Um dos recursos utilizados foram os objetos de aprendizagem que foram descritos pelos autores como pequenos softwares que foram criados no final do século XX e se tornaram XXI.

Sabendo da importância de trabalhar com recursos e metodologias que nos auxiliem na construção do conhecimento do aluno, contribuindo de forma efetiva no processo de ensino e aprendizagem, as atividades de ensino tem se destacado, partindo da ideia de que os alunos podem praticar mais, não só as diversas habilidades intelectuais, como também a busca por estratégias para encontrar a resposta, como: a criatividade, a imaginação, sua própria intuição, sua liberdade de ir pelo caminho que acha viável, experimentos, tentativa e até mesmo ao erro. Buscamos fazer esse elo com as grandezas proporcionais, tendo em vista que é um conteúdo que conseguimos trabalhar em cima de situações que acontecem no dia a dia dos alunos.

Antes de nos debruçarmos sobre o conceito e estudos sobre grandezas proporcionais, buscando definir grandezas, Silva (2004, p.16), caracteriza-o como “o atributo de um fenômeno, corpo ou substância que pode ser qualitativamente distinguido e quantitativamente determinado”. Desse modo, podemos identificar algumas grandezas utilizadas em nosso cotidiano de forma corriqueira, como também utilizamos de forma simultânea, como por exemplo:  a massa, o volume, o comprimento, o tempo, a velocidade, a capacidade, dentre outros. Desse modo, buscando ainda por definições, Perez (2008) faz uma associação ao conceito de grandeza a tudo que pode ser medido:

> Podemos então, considerar como grandeza o que é suscetível de medida e quantidade aquilo que é efetivamente medido e expresso por números. Exemplos: o comprimento de uma corda, a área de uma sala, o volume de uma caixa etc., são grandezas de várias ordens e a quantidade, o valor encontrado ao medir que é expressa por números. (PEREZ, 2008, p. 50).

Essas definições vêm para reforçar a importância de ser trabalhado esse conteúdo das suas formas mais diversas, além disso, é importante lembrar que estudar sobre grandezas não se limita a um único ano escolar, mas que é feito uma construção de conhecimento a partir de cada série e da maturidade dos alunos.

Para a BNCC, “as medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para a compreensão da realidade” (Brasil, 2018, p. 273). Nesse sentido, Silva (2004), relata também que utilizamos muitas vezes a medida para comparar duas grandezas da mesma espécie e caracteriza medir como comparar ou determinar um valor a partir de dois objetos de mesma grandeza. Nesse sentido, entendemos que a unidade de medida pode ser uma certa quantidade de uma grandeza física e que esta seja utilizada como padrão para outras comparações, seja entre as mesmas grandezas, ou com grandezas diferentes.

Podemos perceber o quão fundamental é para aprendizagem dos alunos, estudar grandezas, não só pela necessidade que o currículo escolar cobra naquele momento, mas, pela sua utilidade em seu dia a dia, visto que este conteúdo possibilita além da interdisciplinaridade, a tornar as pessoas, de modo geral, seres críticos e que compreendam as situações vivenciadas no cotidiano, como: área, medir algo, colocar gasolina, olhar a hora.

De acordo com a BNCC (Brasil, 2018), as habilidades estão organizadas por áreas de unidades de conhecimento como: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. Assim, podemos identificar que estes conteúdos são vistos pelos alunos desde os anos iniciais, mostrando uma construção do saber através de cada ano. Desse modo, os alunos inicialmente associam ou até mesmo aprendem que medir faz relação com comparar uma grandeza, utilizando uma unidade de medida, como também aprendem como resolver problemas envolvendo grandezas de comprimento, massa, tempo, temperatura, área e capacidade e volume e, por fim, esse conteúdo possibilita ao processo de ensino e aprendizagem, a ser mostrados as transformações entre unidades de medida.

Nesse sentido, compreendendo a importância do conteúdo sobre grandezas, e toda sua construção nos anos letivos, é importante também ressaltarmos o estudo de grandezas proporcionais, e como pode ser identificado e diferenciado pelos alunos, dessa forma, mostraremos um pouco de suas definições, como pode ser trabalhado com os alunos e como é mostrado nos livros didáticos.

Agora que já definimos o termo grandeza, vamos fazer a classificação em grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais. Desse modo, Penna (2023) define grandezas proporcionais quando duas grandezas são verificadas e comparadas com as seguintes condições: se aumentarmos uma delas, a outra também aumenta; e ao se multiplicar uma delas por um número natural qualquer, a outra também fica multiplicada por esse mesmo número.

Como definição de grandezas inversamente proporcionais, segundo Penna (2023), duas grandezas são inversamente proporcionais quando são verificadas ou comparadas nas seguintes condições: se aumentarmos uma delas, a outra diminui; e ao se multiplicar uma delas por um número natural qualquer, a outra fica dividida por esse mesmo número.

Propor estudos de grandezas proporcionais, provoca nos alunos, não só o interesse em aprender este conteúdo ou diferenciar esses tipos de grandezas, como também compreender os outros conteúdos que estão interligados a ele, como razão e proporção, regra de três, equação do primeiro grau, além da leitura e interpretação da questão, que pode ser proposto com situações do cotidiano deles.

Esse conteúdo é introduzido de forma sucinta no 7º ano, logo após o conteúdo de resolução de equação do primeiro grau, e entendendo que é um conteúdo cobrado nos anos posteriores, a ementa do 8º ano mostra que a necessidade de ser explicado e trabalhado de forma minuciosa com atividades que cobrem do aluno, a diferenciação de forma clara, além da interpretação, e da resolução através da regra de três.

### 4.2.1 Analisando o conteúdo de grandezas proporcionais no livro didático a conquista da Matemática.

Antes de darmos início a análise do livro, é importante ressaltar que a escolha do livro se deu por ser o livro adotado pela rede de ensino de Campina Grande, e consequentemente pela escola. Essa análise busca observar como esse livro apresenta o conteúdo de grandezas proporcionais aos alunos, como é proposto as atividades do capítulo analisado e como essa estrutura pode auxiliar na construção do conhecimento do aluno, para que possamos atrelar com o que as teorias estudadas na pesquisa, na busca de melhorar o processo de ensino e aprendizagem.

Entendendo a importância do livro didático no contexto da sala de aula e do processo de aprendizagem, analisaremos abaixo o livro didático “A conquista da Matemática” do autor José Ruy Giovanni Júnior da editora FTD do ano de 2022 adotado pela escola na qual será desenvolvida a pesquisa.

Para darmos início, fizemos uma breve pesquisa no sumário e no capítulo do livro do 7º ano para que em seguida pudéssemos sondar como o conteúdo é apresentado para os alunos do 8º ano do ensino fundamental II, e por fim, fazermos uma rápida comparação do mesmo conteúdo, em anos diferentes.

O livro didático é dividido em unidades e dentro de cada unidade são vistos os conteúdos interligados. Analisando o livro do 7º ano, o conteúdo de grandezas proporcionais está na unidade 7, após ser visto todo o conteúdo de linguagem algébrica e equações. Nessa unidade o livro inicia com a explicação sobre razão, entretanto, ele não apresenta de início o conceito, mas sim exemplos resolvidos com breves explicações que busca levar os alunos a construírem conceitos buscando seus conhecimentos prévios. Em seguida o livro apresenta o conceito matemático sobre razão entre dois números e nomeia os termos de uma razão (antecedente e consequente). Apresenta ainda exemplos resolvidos e uma atividade para que os alunos pudessem descrever o que aprenderam até aquele momento.

Seguindo com a análise, o conceito de proporção é apresentado na mesma logística, trazendo uma situação em forma atividade respondida, na qual o conceito seja construído para que chegue em sua definição. Após a resolução de alguns exemplos, o livro traz como tópico propriedade fundamental das proporções com exemplos e uma atividade.

Com isso, é apresentado números diretamente proporcionais e inversamente proporcionais sendo dividido por tópico, e cada tópico apresentado na mesma estrutura didática como já mencionado acima. Em seguida, é apresentado grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais, em sua explicação inicial, o livro mostra uma situação em uma tabela, que apresenta aos alunos o conceito induzindo-os a utilizarem seus conhecimentos prévios para desenvolver e até mesmo chegar a compreensão do conteúdo, para que assim seja mostrado e explicado com ajuda da professora a definição sobre grandezas diretamente proporcionais, como podemos observar na imagem abaixo.

Figura **2**: Explicação do livro didático sobre grandezas diretamente proporcionais.

## GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Considere a seguinte situação.

Uma torneira é aberta para encher um reservatório. De tempos em tempos, a altura da água no reservatório é medida, e os resultados dessas medições encontram-se a seguir.

**Enchendo um reservatório de água**

| Tempo (em min) | Altura da água (em cm) |
|---|---|
| 10 | 12 |
| 20 | 24 |
| 30 | 36 |

Fonte: Dados fictícios.

Analisando a tabela, você pode notar que:

- se o tempo de observação duplica, a altura da água no reservatório também duplica;
- se o tempo de observação triplica, a altura da água no reservatório também triplica.

As duas grandezas aqui envolvidas (tempo e altura da água) são chamadas de **grandezas diretamente proporcionais**.

> Duas grandezas são **diretamente proporcionais** quando, dobrando uma delas, a outra também dobra; triplicando uma delas, a outra também triplica, e assim por diante.

Fonte: Recorte do livro didático

Para explicação das grandezas inversamente proporcionais, o livro traz a mesma estrutura de questão respondida, tendo como auxílio também a análise de tabelas, e por fim, sua definição.

Figura **3**: Explicação de grandezas inversamente proporcionais.

## GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Considere a seguinte situação.

Uma bolinha deve se deslocar de um ponto *A* até um ponto *B*. A velocidade da bolinha e o tempo correspondente que ela gasta nesse deslocamento estão indicados na tabela seguinte.

**Deslocamento da bolinha**

| Velocidade (em m/s) | Tempo (em s) |
|---|---|
| 2 | 60 |
| 4 | 30 |
| 6 | 20 |
| 8 | 15 |

Fonte: Dados fictícios.


Analisando a tabela, você pode notar que:

- se a velocidade da bolinha duplica, o tempo gasto para percorrer o trajeto cai para a metade;
- se a velocidade da bolinha triplica, o tempo gasto para percorrer o trajeto cai para a terça parte.

As duas grandezas aqui envolvidas (velocidade e tempo gasto) são chamadas de **grandezas inversamente proporcionais**.

> Duas grandezas são **inversamente proporcionais** quando, dobrando uma delas, a outra se reduz para a metade; triplicando uma delas, a outra se reduz para a terça parte, e assim por diante.

Fonte: Recorte do livro didático.

Como proposta para os professores, o livro traz um vídeo sobre como resolver uma regra de três, já que é um conteúdo junto com equações do primeiro grau, bastante utilizado na resolução de atividades sobre grandezas proporcionais.

Ao finalizar a análise desse capítulo, é importante destacar que apesar do livro didático apresentar uma estrutura na qual incentiva os alunos a pensarem, recorrerem aos seus conhecimentos prévios, construírem e desenvolverem conceitos, a forma como a aprendizagem vai acontecer, vai depender de como o professor pretende ministrar a aula, e ainda assim, não se pode garantir que a metodologia utilizada, será eficaz na aprendizagem de todos os seus alunos.

Concluída a análise do conteúdo de grandezas proporcionais do livro didático “A conquista da Matemática” do 7º ano, daremos início à análise do mesmo conteúdo no livro do 8º ano, para que possamos pensar e planejar formas e metodologias para ser desenvolvido nesta pesquisa, tendo em vista que não é um conteúdo totalmente novo para os alunos, mas, sem destacar a hipótese de que muitos não lembram mais do conteúdo.

No livro didático do 8º ano, ao consultarmos o sumário, vimos que o conteúdo de grandezas apresenta na última unidade (unidade 9), o que inicialmente nos preocupa por saber que nem sempre, nós enquanto professor conseguimos contemplar todo o livro didático devido a diversos fatores, além do que se o professor não planejar e gerir bem o tempo e os conteúdos, é provável que aquela turma não estude grandezas no 8º ano. Por outro lado, o conteúdo apesar de apresentar conceitos e definições, é apresentado muito mais como uma revisão.

Dando continuidade à análise, o livro inicia o capítulo revisando alguns conceitos como: razão e proporção, grandezas proporcionais, representação gráfica e grandezas não proporcionais, em seguida propõe algumas atividades, que podem ajudar na aprendizagem dos alunos. Além disso, os conteúdos de grandezas diretamente e inversamente proporcionais foram divididos e separados em capítulos diferentes.

É importante deixar claro que a forma que é proposto os conteúdos nesse livro, nos dar um suporte quando planejado pensado na dialética das situações adidáticas atrelada com os movimentos metacognitivos, pois, o livro mostra antes de trazer a definição de grandezas proporcionais, uma questão contextualizada respondida, nos dando assim um suporte para que possamos conduzir, quanto professor, de uma forma, que coloque eles para pensarem, recorrerem aos seus conhecimentos prévios, para que possamos juntos chegar ao conceito de grandezas diretamente proporcionais.

Figura **4**: Como o livro apresenta grandezas diretamente proporcionais

CAPÍTULO 3

GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Considere as situações a seguir.

1 No mês passado, ao preparar uma área de 600 m² para o plantio de hortaliças, a família de Júlia utilizou 3 **toneladas** de adubo orgânico. Sabendo que neste mês eles deverão preparar uma área de 1000 m² para o plantio e supondo que pretendem utilizar a mesma quantidade de adubo por metro quadrado, quantas toneladas de adubo orgânico serão necessárias?

GLOSSÁRIO
**Tonelada:** unidade de medida de massa equivalente a 1000 quilogramas.

Essa situação relaciona duas grandezas proporcionais: área (em m²) e quantidade de adubo (em tonelada).

Para responder à pergunta proposta, vamos organizar os dados em um quadro.

| Área de plantio (em m²) | Quantidade de adubo orgânico (em tonelada) |
|---|---|
| 600 | 3 |
| 1000 | x |

Como as grandezas são proporcionais, para obter a quantidade de adubo orgânico necessária para uma área de 1000 m², utilizamos a propriedade fundamental das proporções.

$$\frac{600}{1000} = \frac{3}{x} \rightarrow 600 \cdot x = 1000 \cdot 3 \rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{3000}{600} = 5$$

Assim, serão necessárias 5 toneladas de adubo orgânico para preparar 1000 m² de área para o plantio.

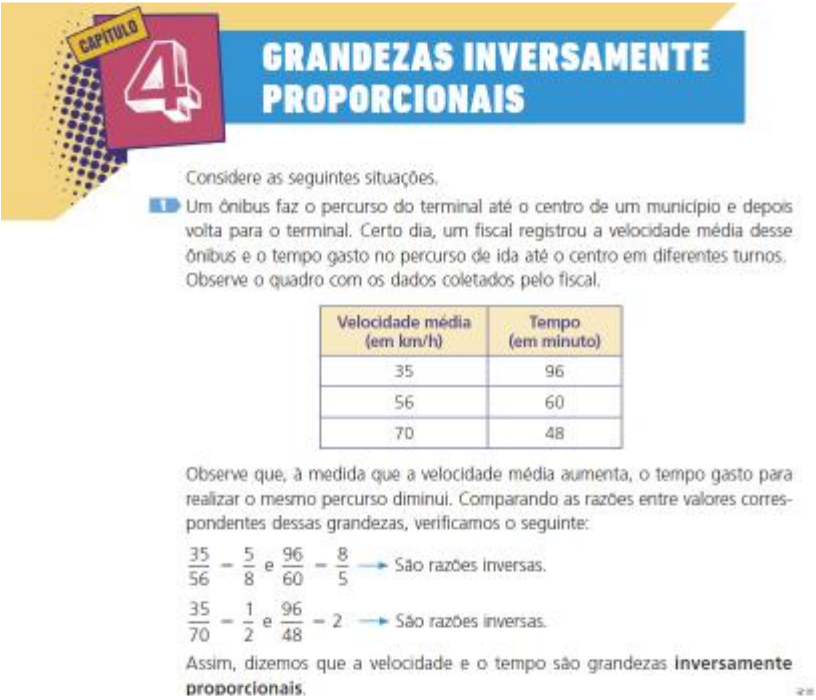
▸ Cultivo de hortaliças em pequena propriedade. Ibiúna (SP), 2020.

Observe que, quanto maior a área de plantio, maior será a quantidade de adubo necessária, na mesma proporção. Nesse caso, dizemos que a área de plantio e a quantidade de adubo são grandezas **diretamente proporcionais**.

Fonte: Recorte do livro a conquista da Matemática – 8º ano

Seguindo a mesma estrutura de apresentação do conteúdo de grandezas diretamente proporcionais o capítulo de grandezas inversamente proporcionais, foi proposto da mesma forma, com uma atividade contextualizada respondida e comentada e ao concluir sua resolução, é então apresentado o conceito de grandezas inversamente proporcionais, como podemos ver na figura abaixo.

Figura **5**: Como o livro apresenta o conteúdo de grandezas inversamente proporcionais.



CAPÍTULO 4

**GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS**

Considere as seguintes situações.

**1** Um ônibus faz o percurso do terminal até o centro de um município e depois volta para o terminal. Certo dia, um fiscal registrou a velocidade média desse ônibus e o tempo gasto no percurso de ida até o centro em diferentes turnos. Observe o quadro com os dados coletados pelo fiscal.

| Velocidade média (em km/h) | Tempo (em minuto) |
|---|---|
| 35 | 96 |
| 56 | 60 |
| 70 | 48 |

Observe que, à medida que a velocidade média aumenta, o tempo gasto para realizar o mesmo percurso diminui. Comparando as razões entre valores correspondentes dessas grandezas, verificamos o seguinte:

$\frac{35}{56} = \frac{5}{8}$ e $\frac{96}{60} = \frac{8}{5}$ → São razões inversas.

$\frac{35}{70} = \frac{1}{2}$ e $\frac{96}{48} = 2$ → São razões inversas.

Assim, dizemos que a velocidade e o tempo são grandezas **inversamente proporcionais**.

Fonte: Recorte do livro a conquista da Matemática – 8º ano

Quantos a análise sobre as atividades propostas no livro didático, percebemos que são contextualizadas além de apresentarem figuras e/ou tabelas nas questões, o que é muito positivo e contribui bastante para o caminho que nossa pesquisa busca, pois a forma como o livro apresenta o conteúdo e propõe as atividades incentivam os alunos na leitura e interpretação de enunciados, a pensarem e elaborarem estratégias e a buscarem caminhos que façam sentido para as questões, auxiliando na construção do conhecimento. Além disso, pretendemos propor as atividades do conteúdo que possui no livro como suporte ou até mesmo adaptá-las para que seja estimulado não só a dialética das situações didáticas como também os movimentos metacognitivos.

Conseguimos perceber que o livro apresenta os conceitos e os conteúdos de maneira que induza aos alunos à percepção e à construção do conceito recorrendo não só aos seus conhecimentos prévios, como também relacionando o conteúdo com situações de seu cotidiano, levando um pouco dos conteúdos, ou exemplos vistos na escola para outro ambiente, e só em seguida é apresentado o conceito ou sua definição.

Finalizamos nossa análise comparando a forma de como o conteúdo sobre grandezas proporcionais foi proposto no livro “A conquista da Matemática” do 7º e do 8º ano do ensino fundamental II. Nesse sentido, foi observado que no livro do 7º ano o conteúdo é apresentado de forma mais detalhada, tendo em vista que é um conteúdo totalmente novo para os alunos, e por isso percebemos mais esse cuidado, por exemplo, antes de ser exibido grandezas diretamente e inversamente proporcionais, é visto proporção, números diretamente proporcionais e inversamente proporcionais, para chegar em grandezas proporcionais, o que nos mostra uma preocupação do autor em perceber que os alunos antes de entender, eles consigam diferenciar os conceitos. Já no livro do 8º ano, é possível identificar uma proposta de revisão, pois, parte do pressuposto que esses conteúdos já foram estudados no ano letivo anterior, entretanto, apesar da ideia de uma revisão, o conteúdo foi anunciado na mesma estrutura do livro do 7º ano, partindo da ideia de apresentar uma atividade resolvida e comentada e em seguida a definição e mais exemplos respondidos.

# CAPÍTULO 5

Apresentamos neste capítulo a proposta metodológica utilizada para o desenvolvimento deste estudo. Descreveremos como foram desenvolvidas as situações didáticas junto das atividades, apresentando os sujeitos envolvidos, o local que a pesquisa foi realizada, a turma que foi escolhida, assim como também, a natureza da pesquisa, os instrumentos de coleta de dados, as etapas de investigação e os critérios de análise que foram abordados como suporte a Teoria das Situações Didáticas e a Metacognição, e nos apoiaremos nas Resoluções de problemas com Grandezas e Medidas.

## 5.1 ABORDAGEM METODOLÓGICA

### 5.1.1 Desenho da Pesquisa

Quanto à sua natureza, classificamos como uma pesquisa qualitativa, pois buscamos compreender a totalidade dos seus significados, tendo como base a percepção. Flick (2004), relata que os objetos estudados em uma pesquisa de caráter qualitativo são realizados em seu dia a dia, de forma total e complexa. A finalidade desse tipo de pesquisa não se baseia em apenas testar hipóteses de teorias, más sim em fazer descobertas. Esse tipo de pesquisa tem por finalidade explicar como e o porquê os fatos acontecem sem se basear em quantificar valores.

De acordo com Bogdan e Biklen (1982), esse tipo de pesquisa engloba não só a obtenção de dados descritivos, que são obtidos muitas vezes no contato direto do pesquisador com a situação apresentada, como também, enfatiza mais o processo do que o produto.

Podemos dizer que esta pesquisa se enquadra nos conceitos da pesquisa qualitativa, pois além de ter como ambiente uma sala de aula do ensino básico, favorece o aprofundamento da investigação das questões em estudo e das suas relações, através de uma valorização pelo contato direto da situação promovida e estudada, buscando assim perceber as situações esperadas e não esperadas em seu planejamento.

Em relação aos objetivos, esta pesquisa é caracterizada como descritiva, conforme definido por Oliveira (2007), cujo propósito é descrever e explicar, de maneira detalhada, as características, os fatos ou os fenômenos observados ao longo do estudo." A autora ainda reforça que, é uma análise de forma profunda da realidade pesquisada. Nesse sentido, buscamos descrever com transparência os fatos ou fenômenos que acontecem e compõem o processo metacognitivo nas aulas de matemática, com auxílio da Situações adidáticas nas Resoluções de Problemas.

### 5.1.2 Local da pesquisa:

Essa pesquisa foi desenvolvida em uma escola municipal localizada em Campina Grande na Paraíba, com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental II. Esta foi escolhida, por atuar como professora da disciplina de Matemática e residir na mesma cidade. O público desta escola foi formado por moradores da zona urbana do município supracitado.

De acordo com os documentos norteadores do ensino básico e com o currículo escolar, foram apresentados aos alunos inicialmente as noções básicas para resolver problemas tendo como base a TSD e em seguida os alunos foram conduzidos a construírem seus pensamentos utilizando estratégias metacognitivas. Estes problemas tiveram como suporte o conteúdo de Grandezas proporcionais, além disso, o propósito de mostrá-los o quanto é gratificante aprender, ao ponto de que se sintam tão motivados estendendo seus conhecimentos para os seus familiares.

A pesquisa foi realizada com os alunos do 8º ano do ensino fundamental II, contendo 35 alunos com idades entre 13 e 14 anos. As aplicações e coletas de dados da pesquisa foram realizadas com toda a turma presente, entretanto devido à grande demanda de informações e falas que foram analisadas, selecionamos apenas dez estudantes para investigarmos e produzir os dados concisos de nossa pesquisa.

É importante ressaltar que apesar da escolha destes, todos os alunos que estavam presentes no dia, participaram das atividades e etapas propostas no projeto, Dessa forma, a escolha foi realizada apenas no momento de coleta e análise de dados.

Para a escolha dos estudantes, a turma do 8° ano foi escolhida para desenvolver o projeto, por já atuar como professora e por ser uma turma na qual os alunos além de participativos, possuíam uma ponderação que os ajudaram a aproveitar mais atividades propostas no projeto, adequando o que foi compreendido através das experiências para o seu dia a dia. Além disso, para o recrutamento foram estabelecidos alguns critérios como: assiduidade nas aulas e participação, tendo em vista que, os encontros realizados eram contínuos, a fim de desenvolvermos as atividades do projeto e estabelecer uma linha de raciocínio em que foi construída a partir de cada momento proposto. Desse modo, entendo que a importância dessa construção a partir de cada momento, faz com que os estudantes que tenham faltas recorrentes, talvez não consigam acompanhar de forma eficaz para essa aprendizagem, justificando assim, os critérios envolvidos nesta etapa.

### 5.1.6 Construção dos Dados

Para a coleta e produção dos dados, foram utilizados uma câmera para filmagem das aulas nas quais foram desenvolvidas as situações didáticas, além do uso de um gravador de celular que funcionou como suporte para captar melhor os diálogos e falas que ocorreram durante as entrevistas e no decorrer das atividades.

Utilizou-se também a entrevista, que para Oliveira (2007), é um instrumento de pesquisa que pode permitir uma melhor interação entre o pesquisador(a) e o entrevistado(a) e ainda a aquisição das descrições detalhadas sobre o que está se pesquisando.

Entendemos e respeitamos algumas críticas quanto ao uso do vídeo no decorrer das aulas, e quanto à presença desses instrumentos no ambiente pesquisado, o que revela a ideia de uma possível interferência quanto a naturalidade do contexto de pesquisa. Entretanto, acreditamos que conversar com os entrevistados, normalizando e tranquilizando-os quanto a presença das câmeras e deixá-los à vontade, seria uma alternativa de minimizar as tensões e algumas alterações que pudessem surgir ao longo do processo. Temos como exemplos de trabalhos que realizaram as mesmas ferramentas, que ajudaram a auxiliar para coleta de dados Almeida (2016).

Com relação a utilização dos instrumentos de coleta dos dados, os sujeitos e seus familiares e/ou responsáveis foram informados inicialmente e assinaram um termo de consentimento, fazendo com que os alunos tenham ciência dos recursos utilizados no decorrer do desenvolvimento das atividades propostas no projeto.

### 5.1.7 Procedimentos da Pesquisa

Nosso estudo foi realizado em cinco etapas, com a intenção de facilitar o planejamento, a construção e o desenvolvimento de toda a pesquisa. Essa divisão nos permite ter uma visão mais estruturada do processo, garantindo que cada fase seja realizada de forma organizada e eficiente. Para isso, os tópicos abordam cada etapa de maneira clara, desde a definição dos objetivos, coleta de dados, análise, até a construção das considerações finais. Assim, essa organização ajuda a orientar todo o percurso da pesquisa, tornando o processo mais sistemático e compreensível, tanto para quem realiza quanto para quem acompanha o estudo.

Na primeira etapa apresentamos uma introdução para construção dos conceitos de grandezas proporcionais. Nesta etapa iniciamos a aula a partir de uma conversa com os alunos, explicando sobre o desenvolvimento da minha pesquisa de mestrado, e que para isso o uso de câmeras para filmagens e gravadores de voz, era de extrema importância. Nesse momento os alunos foram tranquilizados, para que eles não se intimidassem devido as câmeras, e as filmagens captadas seriam de acesso apenas a professora e seu orientador, deixando-os mais à vontade.

Dando continuidade, foi levado um exemplo em uma folha e também na prática, para que os alunos manuseassem e visualizassem como acontece, saindo um pouco do abstrato, pois acreditamos que é importante fazer essa relação entre o abstrato e a prática. Esse exemplo buscou revisar os conhecimentos prévios estudados no ano anterior, como também construir uma linha de raciocínio que o levassem a construção do conceito de grandezas proporcionais. É importante ressaltarmos que estamos em uma situação didática, pois esta etapa foi planejada a partir de uma intenção da pesquisadora, entretanto, nos debruçarmos no momento adidático dessas situações propostas, pois para responder a atividade de ensino, o aluno não sabe qual saber matemático que está sendo estudado, pois, acredita-se que esse tipo de situação possibilita a construção do conhecimento a partir de suas percepções.

A partir disso, tentamos propor aos alunos exemplos que envolvessem situações vivenciadas em seu dia a dia, pois entendemos que essas circunstâncias contribuem ainda mais para a compreensão deles.

Na segunda etapa, desenvolvemos atividades de ensino, dando continuidade aos nossos encontros e reforçando a importância do uso da câmera na aula. Essa fase foi planejada para ocorrer em dois encontros, sendo que cada um deles compreendeu duas aulas, garantindo assim uma abordagem estruturada e contínua do conteúdo.

No segundo encontro realizamos uma revisão sobre o que foi vivenciado no encontro passado. Em seguida, entregamos as atividades de ensino aos alunos de forma individual para que com base no que foi visto e estudado na primeira etapa, eles tentassem resolver a partir de suas estratégias, nesse momento deixamo-los livres para responder. Nesta atividade buscamos analisar como os alunos responderam e quais estratégias utilizadas. No momento da análise desta atividade, buscamos identificar se eles foram pelo caminho da dialética das situações.

No terceiro encontro, foram levadas as atividades respondidas do encontro anterior e nesse momento, dividimos a turma em duplas, entregando para cada dupla uma atividade respondida, por um colega da classe, e pedimos para que eles analisassem de forma minuciosa as respostas de seus colegas, se eles pensaram em outra forma para responder e se eles conseguem pensar em outro caminho. Assim, pensando em evitar constrangimento, cobrimos com uma fita isolante preta a identificação dos alunos de cada atividade, estando apenas numeradas para facilitar nossa análise. A intenção dessa atividade foi que cada dupla pudesse identificar se aquela resposta está correta ou não, além de incentivá-los a irem em busca de outros caminhos para resolução, deixando suas anotações e respostas na atividade.

Na terceira etapa, desenvolvemos situações didáticas que abordam conceitos de grandezas diretamente e inversamente proporcionais, propondo uma identificação e construção de cada conceito. Essa etapa foi planejada para ser realizada em três encontros e cada encontro contendo 2 aulas.

Nessa etapa, para o primeiro encontro, antes de darmos início às atividades, levamos para a sala duas situações didáticas de modo que os alunos observassem a diferença entre as grandezas proporcionais, ainda não nomeadas. Assim, buscamos construir a ideia de grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

No segundo encontro, dividimos a turma em grupo, e entregamos a situação didática contendo perguntas sequenciais, que causaram questionamentos para que os grupos, pensassem em caminhos e estratégias a partir do que entenderam na aula anterior, e assim conseguissem responder as questões em grupo, de modo que cada um dessem a sua contribuição.

No terceiro encontro, cada grupo apresentou para a sala, como pensou e respondeu uma questão da atividade proposta, essa questão foi sorteada no momento da apresentação, para que cada grupo ficasse apenas com uma questão, nesse momento, os outros grupos, poderiam fazer perguntas, indagações ou até mesmo complementar com sua opinião. Assim, analisamos a partir das respostas dos grupos, se eles utilizaram estratégias metacognitivas, bem como a situação didática no momento adidático.

Após a apresentação de cada grupo, foi realizada a fase de institucionalização. Nesse momento, realizamos uma retomada sobre os conteúdos estudados, trazendo definições de cada conceito, e mostrando exemplos separadamente para que a turma compreenda a diferença que existe. Esse momento foi realizado pela professora, entretanto, tivemos o auxílio da turma para a construção do conceito.

Na quarta etapa realizamos as entrevistas com os grupos e finalizamos com um feedback com a turma. Iniciamos realizando uma entrevista semiestruturada com os mesmos grupos divididos na etapa anterior. Esta foi realizada na sala de aula, entretanto, deixamos apenas o grupo a ser entrevistado por vez no ambiente, para que os alunos permanecessem à vontade entre eles para responder os questionamentos e que não houvesse possíveis interrupções.

Nessa entrevista retomamos um pouco do que foi vivenciado durante o desenvolvimento de cada etapas, das explicações e das atividades de ensino sobre grandezas proporcionais, em seguida, buscamos identificar as dificuldades dos alunos durante esse processo, analisando através de suas respostas se a atividade proposta influenciou para que eles utilizassem estratégias para responder, como também a análise da correlação das estratégias utilizadas com a dialética das situações didáticas (ação, formulação e validação).

Nesse sentido, planejamos as situações didáticas e estruturamos nossa entrevista, para que fosse possível identificar se os alunos, mesmo sem saberem, conseguiram fazer o uso da metacognição como estratégia para resolução das atividades propostas, e os movimentos metacognitivos (mantenedor, elaborador e reconstrutor), quando indagados seja no momento da explicação, de como chegou naquela resposta ou durante a entrevista.

No último encontro dessa etapa realizamos um feedback com a turma. Assim iniciamos nossa conversa agradecendo a oportunidade de desenvolver a nossa pesquisa, a participação de cada um e o quão importante são aulas que visam a construção do conhecimento a partir de conhecimentos prévios, proporcionando os alunos a pensarem e repensarem sobre seus próprios pensamentos, explicando um pouco sobre como ocorre a metacognição e os movimentos metacognitivos, tornando-os cada vez mais seres críticos.

Na quinta etapa, realizamos uma análise detalhada dos dados obtidos. Para isso, utilizamos nosso referencial teórico como base, o que nos permitiu lançar um olhar crítico e aprofundado sobre os momentos vivenciados em cada etapa do projeto. Essa análise abrangeu as entrevistas realizadas, as observações feitas durante a aplicação da sequência didática e as experiências compartilhadas pelos participantes. Ao refletirmos sobre esses aspectos, buscamos compreender de forma mais clara os resultados alcançados, identificando, desafios enfrentados e possíveis melhorias, sempre alinhados aos nossos objetivos e às teorias que sustentam nossa pesquisa.

Para facilitar a visualização e a compreensão de como ocorreu o desenvolvimento de cada etapa da pesquisa, criamos o quadro a seguir.

Quadro **1**: Síntese das etapas para o desenvolvimento da pesquisa.

| ETAPA | DESCRIÇÃO | ATIVIDADES E OBJETIVOS |
|---|---|---|
| Primeira etapa | Introdução e construção do conceito de grandezas proporcionais. | - Conversa inicial explicando como foi desenvolvida a pesquisa e um adendo ao uso de câmeras;<br>- Apresentação de exemplo prático com garrafas PET'S;<br>- Situação adidática para promover construção do conhecimento, pois não foi informado para os alunos o conteúdo que estava sendo trabalhado. |
| Segunda etapa | Desenvolvimento das atividades de ensino. | Dois encontros com duas aulas cada;<br>- Revisão do conteúdo da aula anterior;<br>- Atividades de ensino de forma individual para resolução; |

| | | |
|---|---|---|
| | | - Divisão da turma em grupos para análise das estratégias dos alunos e suas respostas; |
| Terceira etapa | Exploração de conceitos de grandezas proporcionais. | Três encontros com duas aulas cada;<br>- Apresentação de situações didáticas para diferenciar grandezas.<br>- Trabalho em grupos com perguntas sequenciais;<br>- Apresentação coletiva dos grupos e discussão com a turma;<br>- Fase de Institucionalização sobre cada grandeza; |
| Quarta etapa | Entrevistas e feedback | -Entrevistas semiestruturadas com os grupos;<br>- Ambiente controlado para maior conforto;<br>- Análise das dificuldades e estratégias metacognitivas;<br>- Feedback com a turma, reflexão sobre o processo e importância da metacognição. |
| Quinta etapa | Análise dos dados | - Análise aprofundada com base no referencial teórico;<br>- Revisão das entrevistas, observações e experiências;<br>- Reflexão sobre resultados, desafios e melhorias. |

Fonte: Elaborado pela autora.

Para facilitar a análise dos dados obtidos nas etapas do quadro acima, estabelecemos alguns critérios que foram organizados de maneira a tornar o processo mais simples. Esses critérios serão explicados e apresentados em quadros no tópico a seguir.

### 5.1.8 Critérios de análise

Ao finalizarmos a construção dos dados, realizamos a nossa análise. Iniciamos essa etapa com as atividades de ensino desenvolvidas na terceira etapa, em que foram trabalhadas as situações didáticas em um momento adidático, buscando incentivar a autonomia dos alunos e estimular a criação de estratégias para resolver o que foi proposto. Além disso, analisamos as observações feitas pelos alunos sobre suas próprias estratégias durante as atividades, pois é por meio dessas anotações que conseguimos identificar se eles conseguem, mesmo de forma inconsciente, fazer o uso da dialética presente nas situações didáticas.

Após as análises de todas as situações didáticas propostas na pesquisa, analisamos a entrevista semiestruturada realizada com os alunos. Acreditamos na importância dessa análise pois na entrevista pudemos encontrar detalhes nas falas dos alunos, nos dando possibilidades de descrições mais detalhadas sobre o que eles pensam, ou até sabem com relação às grandezas estudadas, além disso, a partir da análise das falas dos alunos, conseguimos identificar se houver a presença dos movimentos metacognitivos.

Dando continuidade, elaboramos uma tabela de critérios de análise sobre o momento adidático das situações didáticas e suas etapas, buscando facilitar a identificar se o estudante deixou registrado nas atividades de ensino propostas, a adoção de alguma situação. Nesse sentido, temos como suporte a TSD e consequentemente Brousseau (1996), por permitir identificar as interações que ocorrem nas aulas entre o professor, o aluno e o saber. O Quadro 1 mostra como foram elaborados os critérios que nos nortearam durante nossa análise voltada às situações adidáticas.

Quadro **2**: Critérios de análises do momento adidático nas situações didáticas.

| **CRITÉRIOS DE ANÁLISE DO MOMENTO ADIDÁTICO DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS** | |
|---|---|
| Situação de ação | Quando o aluno se propõe a resolver o problema, essa representa a sua primeira experiência de enfrentamento da questão, na qual suas reações são predominantemente baseadas em experimentos, tentativas e erros, com pouca influência de teoria. Além disso, essa situação ocorre quando o aluno consegue resolver o problema utilizando seus conhecimentos prévios, mas não consegue explicar de forma clara e consciente o raciocínio ou o caminho que o levou ao resultado. |
| Situação de Formulação | Quando acontece uma socialização, e o aluno passa a buscar algo mais teórico para chegar a uma resolução, nessa situação os alunos conseguem explicar como |

| | |
|---|---|
| | chegou naquele resultado, porém, ainda não tem intenção de validar nenhum conhecimento. |
| Situação de Validação | Nessa situação os alunos tentam convencer e provar para seus colegas através de argumentos, o método utilizado em sua resolução. Eles passam também a utilizar uma linguagem matemática baseada em provas e demonstrações. |
| Situação de Institucionalização | Esta é a fase que o professor retoma para sua função, explicando para cada aluno sobre sua aprendizagem, o que precisa melhorar ou algum equívoco. Nesta fase a aprendizagem é reconhecida pelo professor, ganhando um sentido de construção, por parte dos alunos. |

Fonte: Elaborado pela autora.

Decidimos analisar os momentos adidáticos a partir das situações didáticas propostas através dos critérios acima, tendo em vista a importância de compreender que essas situações estão relacionadas, acontecendo de forma conjunta ou simultânea, como também em alguns casos, sabemos que o aluno muitas vezes precisa revisitar alguma(s) situações para finalizar sua resposta.

Trazendo como outro ponto de análise pertinente para nossa pesquisa, tentamos analisar se ao propor os movimentos metacognitivos (quadro 3), os alunos colocaram em prática mesmo que sem intenção. Nessa etapa da pesquisa o uso da filmagem e do gravador foram essenciais para a análise, pois os gestos, as falas e as formas como os estudantes se portaram, foi de grande importância para identificarmos qual ou quais movimentos foram executados durante a atividade analisada.

Quadro **3**: Critérios de análises dos movimentos metacognitivos.

| **CRITÉRIOS DE ANÁLISES DOS MOVIMENTOS METACOGNITIVOS** | |
|---|---|
| Movimento Mantenedor | O aluno relata sua posição inicial e mesmo com um contra-argumento, ele escuta, reflete sobre sua posição inicial e decide mantê-la. |
| Movimento Elaborador | O aluno relata sua posição inicial e ao refletir sobre o contra-argumento relatado, ele acrescenta e amplia |

| | |
|---|---|
| | as ideias que convergem com seu posicionamento inicial. |
| Movimento Reconstrutor | Quando o aluno faz uma autorreflexão do seu posicionamento inicial através do contra argumento, e nesse momento ocorre uma ruptura, fazendo com que ele corrija e altere seu pensamento inicial. |

Fonte: Elaborado pela autora.

Para finalizarmos nossa análise, no momento em que os alunos explicaram e defenderam sua forma de resolução de determinado problema, foi um momento importante, pois, analisamos se foi possível entender, construir e diferenciar os conceitos sobre grandezas diretamente e inversamente proporcionais, como também a percepção de como a proposta da situação didática, (que eles não sabiam más, essas atividades foram planejadas e baseadas nas fases adidáticas e nos movimentos metacognitivos), auxiliou no processo de ensino e aprendizagem, além de observar se os alunos conseguiram reconhecer o conteúdo estudado sob um olhar diferente, enxergando de maneira mais ampliada.

Para concluirmos, destacamos que o momento em que os alunos explicaram e defenderam suas estratégias de como resolveram o problema foi importante para nossa análise. Essa etapa permitiu avaliar se os alunos compreenderam, construíram e até mesmo diferenciaram os conceitos de grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Além disso, observamos como a proposta da atividade de ensino — que, embora os alunos não soubessem, foi cuidadosamente planejada baseados nos momentos adidáticos e nos movimentos metacognitivos — que contribuíram para o processo de ensino e aprendizagem. Esse momento também nos possibilitou verificar se os alunos conseguiram reconhecer o conteúdo estudado sob uma nova perspectiva, ampliando seu olhar e sua compreensão.

Além disso, é importante que os alunos percebessem que as situações didáticas trabalhadas na pesquisa foram um dentre os inúmeros métodos pensados na ideia de sair um pouco de aulas e atividades que fazem o uso da repetição e a fixação como ferramentas de aprendizagem. Isso porque os problemas apresentados, de forma intrínseca, exigem que eles leiam, interpretem, pensem, elaborem estratégias e compreendam o conteúdo. Dessa forma, há uma relação clara com o que precisamos analisar, tanto nas situações didáticas quanto nos movimentos metacognitivos.

# CAPÍTULO 6

Neste capítulo, apresentamos as análises e discussões dos aspectos importantes que fizeram parte de nossa pesquisa, que foram alcançados com os dados coletados durante as etapas dessa investigação. Assim, decidimos dividir esse capítulo em dez tópicos, para que assim, possamos investigar e analisar cada etapa vivenciada pelos alunos detalhadamente fazendo um paralelo com a metodologia e os resultados.

## 6.1 Análise de dados

Para analisar os dados, buscamos identificar a relação entre a dialética das situações didáticas nos momentos adidáticos e os movimentos metacognitivos, a partir da aplicação de atividades de ensino envolvendo grandezas proporcionais com a turma do 8º ano do ensino fundamental. Dessa forma, realizaremos uma análise separada da dialética das situações e dos movimentos metacognitivos. Por fim, examinaremos como ocorreu a relação entre essas duas dimensões nas atividades propostas e nas entrevistas realizadas.

### 6.1.1 Analisando o conteúdo de grandezas proporcionais a partir de um experimento atrelado a uma atividade de ensino

Para iniciarmos a aplicação da pesquisa, como explicado na metodologia, nos preocupamos em explicar aos alunos sobre a presença e a importância do uso da câmera para gravação durante as aulas, buscando tranquilizá-los, já que essa prática não é comum em seu dia a dia.

Este encontro foi dividido em dois momentos. No primeiro, realizamos um experimento com a intenção de mostrar aos alunos a relação entre grandezas proporcionais. No entanto, estávamos em um momento adidático, e os alunos não sabiam qual seria o conteúdo específico que estava sendo estudado. Antes de começarmos o experimento, entregamos uma folha (figura 6) para as possíveis anotações dos alunos.

Figura **6**: Folha para anotação do primeiro experimento.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| E.M.P.A ESCOLA MUNICIPAL PADRE ANTONINO | ESCOLA MUNICIPAL PADRE ANTONINO FUNDAMENTAL 2 | | | |
| | DISCIPLINA: MATEMÁTICA | PROFESSOR (A): YALORISA ANDRADE | | BIMESTRE: |
| | ALUNO (A): | | | |
| | SÉRIE: | TURMA: | TURNO: | DATA:___/____/ 2024 |

**Preste atenção no experimento que a professora vai mostrar em sala de aula, não esqueça de fazer suas anotações, pois elas serão importantes e lhe auxiliarão para o segundo momento de nossa aula.**

1º EXPERIMENTO (ESCREVA AQUI SUAS ANOTAÇÕES)

2º EXPERIMENTO (ESCREVA AQUI SUAS ANOTAÇÕES)

3º EXPERIMENTO (ESCREVA AQUI SUAS ANOTAÇÕES)

Fonte: Elaborado pelo autor.

O experimento ocorreu em três etapas: Na primeira, pegamos uma garrafa PET de dois litros com água, e esvaziamos toda a água dentro de um balde. Com ajuda de um aluno, cronometramos o tempo que levou para a garrafa ser despejada completamente.

Na segunda etapa, utilizamos uma garrafa PET de um litro cheia de água, e também cronometramos o tempo até ela ficar completamente vazia. Apesar de ser feita de plástico, essa garrafa tinha um material mais rígido, o que fez com que ela demorasse mais para esvaziar do que a de dois litros. Para garantir que o experimento fosse preciso, decidimos refazê-lo. Assim, pegamos a garrafa de dois litros usada na primeira etapa, enchemos até atingir um litro e despejamos a água no balde, para então medir novamente o tempo gasto. Isso ocorreu com a intenção de facilitar a visualização por parte dos alunos entendendo que quanto menor o volume de água, menor é o tempo gasto para ficar vazia.

Já na terceira e última etapa, tínhamos uma garrafa de água mineral de 500 ml com água na qual despejamos e cronometramos o tempo gasto para ser esvaziada.

É importante ressaltar que esses experimentos foram realizados com a intenção de revisar os conhecimentos prévios ou até mesmo resgatar algum pensamento do conteúdo visto no ano letivo anterior, buscando assim, relacionar o que foi visto no experimento com o conceito de grandezas proporcionais, mesmo estando em um momento adidático. É importante lembrarmos que de acordo com a BNCC, o objeto matemático de grandezas proporcionais é estudado inicialmente no 7º ano, dando continuidade e aprofundando no 8º ano do ensino fundamental.

Ao concluirmos cada experimento foi dado cinco minutos para que os alunos pudessem registrar suas observações. Essas anotações auxiliaram como suporte para que eles não só respondessem a atividade proposta, mas que pudessem a partir destas construírem seus pensamentos, a partir da observação e da comparação do que estava acontecendo em cada situação. Para esse momento, realizamos a leitura da atividade proposta dando o tempo necessário para que todos os alunos respondessem o que pensaram a partir do que conseguiram compreender.

Para o segundo momento, foi proposto aos alunos responderem perguntas voltadas ao que eles entenderam sobre o experimento apresentado em sala. Na figura abaixo, temos a atividade proposta para esse momento.

Figura **7**: Atividade do primeiro encontro.

Chegamos no segundo momento de nossa aula! Leia abaixo as perguntas com atenção, use como apoio suas anotações e responda as questões abaixo.

1- O que aconteceu na primeira experiência? Quanto tempo levou?

2- O que aconteceu na segunda, quanto tempo levou? Você consegue perceber alguma diferença em relação com a primeira, se sim, descreva qual?

3- O que aconteceu na terceira experiência, quanto tempo levou? O que mudou da primeira? E na segunda? Você consegue perceber o que diferenciou nas três?

4- Você consegue perceber, construir ou até mesmo estabelecer alguma relação com esses experimentos apresentados, se sim, quais?

5- Será que você conseguiria descrever alguma situação ou exemplo que tenha a mesma ideia ou raciocínio que esse experimento apresentado em sala pela professora?

6- - Você consegue associar a algum conteúdo matemático? Se sim, qual?

7- O que você entende por esse conteúdo que você citou acima?

Fonte: Elaborado pela autora.

Para a análise desta atividade, selecionamos alguns alunos com base em critérios mencionados na metodologia, como assiduidade e comprometimento, buscando compreender de forma mais precisa o entendimento e o ponto de vista de cada um. Assim, nomeamos os alunos da seguinte maneira: MH, MC, JB, AN, KE, RA, GS, LR, MK, JP e EF.

Partindo para análise da primeira atividade, traremos algumas respostas dos alunos. Como forma de visualizar melhor as falas identificadas mostraremos em forma de quadros.

As três primeiras perguntas, buscaram avaliar o que os alunos tinham entendido a partir de cada experimento realizado. Ao analisarmos as respostas, vimos que eles responderam apenas a capacidade de cada garrafa e o tempo registrado no cronômetro ao esvaziá-las. Até então eles não conseguiram relatar a diferença entre os experimentos nem relacionar nem associar a algum conteúdo matemático. Entretanto, pensando na dialética das situações, percebemos que a situação de ação esteve presente, pois de acordo com Brousseau (2008) os alunos tiveram a iniciativa de tentar buscar uma solução a partir de seus conhecimentos prévios.

A quarta questão apresentou o seguinte enunciado: “Você consegue perceber, construir ou até mesmo estabelecer alguma relação com esses experimentos apresentados? Se sim, quais?”. No quadro abaixo, temos as respostas dos alunos.

Quadro **4**: Respostas dos alunos da quarta questão da atividade 1.

| |
|---|
| MH: “Todos eles são feitos da mesma maneira com a mesma intenção.”<br>MC: “Sim, a garrafa pode interferir na hora de esvaziar, mas o tempo foi esperado, a primeira foi tempo normal, o segundo médio e o último baixo.”<br>JB: “A relação de experimentos é diferente pelo tamanho e quantidade, então, sim.”<br>AN: “Sim, que todos foram colocados em garrafas e águas de diferentes quantidades.”<br>KE: “Sim, todos são garrafas de águas sendo derramadas e cronometradas.”<br>RA: “A relação entre o 1º e o 2º é que a 1ª garrafa tem 2 litros foi (11,11). Já na 2ª ela encheu a garrafa de 2 litros na metade durou (06,38) e da 2ª para 3ª a garrafa de 500 ml foi mais rápida (04,44) pois ela é pequena.”<br>GS: “Eu percebi que pelo formato. No primeiro, os segundos foram maior com 11:11. Na segunda fizemos duas vezes uma de 14:11 e na outra foi 6 e 38. No terceiro experimento durou 4:44. Eu percebi que a quantidade de água que deu essa diferença.”<br>LR: “ A garrafa de 2 litros foi mais rápida do que a de 1,5.” |

| |
|---|
| MK: “Sim, por mais que haja diferença entre as garrafas, é a mesma lógica em todas.”<br>JP: “Sim, uma relação é que as garrafas têm água e se tirar a água de 1 e 2 litros e deixar com 500 ml não tem o mesmo tanto.”<br>EF: “Que cada uma com sua aderência diferente suportava, mas a água por que se fosse uma forma lisa ela evacuaria mais rápida.” |

Fonte: Elaborada pela autora.

Ao analisarmos as respostas do quadro acima, identificamos que, nesse momento, os alunos não conseguiram relacionar as quantidades de água e o tempo gasto. Assim, descreveram baseados em sua percepção sobre os experimentos, sem associar a nenhum conteúdo matemático. Nesse contexto, percebemos que a situação de ação se fez presente, pois como afirma Mendonça (2021), mesmo sem estabelecer relação com o que foi visto e um conteúdo, eles tomam a iniciativa de organizar e construir seu pensamento naquele momento. Não identificamos movimentos metacognitivos até o momento, o que pode ser justificado pela falta de socialização, para a troca de ideias e pensamentos.

Ao analisarmos as respostas do quadro acima, percebemos que os alunos MH, MC, GS, JB e MK conseguiram ampliar suas ideias exemplificando de acordo com suas percepções, o que indica a construção de seu conhecimento. Isso ocorre porque eles foram capazes de relacionar o que vivenciaram na experiência com seus próprios pensamentos trazendo para a sua realidade. Acreditamos que, quando os alunos conectam o conteúdo aprendido em sala de aula com uma ideia ou situação semelhante, há uma compreensão mais efetiva do conceito.

Além disso, a resposta do aluno KE, demonstrou compreender o experimento e conseguiu relacioná-lo a um exemplo envolvendo grandezas diferentes, mantendo a mesma ideia apresentada na atividade. Quanto à resposta de LR, embora não tenha deixado claro exatamente o que queria relacionar, pensou em carros em locais distintos e associou isso ao tempo necessário para chegar a determinado destino, evidenciando também uma compreensão do conceito. Por fim, identificamos que as demais respostas apontam que os alunos não entenderam a proposta do experimento realizado em sala ou tiveram dificuldades em ampliar seus pensamentos para outras situações relacionadas às grandezas proporcionais.

Nessa questão no momento em que os alunos se permitem exemplificar uma situação com base em seu pensamento e suas percepções. Percebemos a presença da situação de ação, que de acordo com Almeida (2019), ocorre quando os alunos reformulam algumas ações se achar necessário ou até criam novos modelos, nesse caso os exemplos. Como também a situação de formulação que para Trevizan (2015), ocorre quando o aluno se permite fazer afirmações sobre suas resoluções, mesmo sem se preocupar com a veracidade. A sexta questão teve como enunciado: “Você consegue associar a algum conteúdo matemático? Se sim, qual?”

Quadro **6**: Respostas da sexta questão da atividade 1.

| |
|---|
| MH: “Quantidades.” |
| MC: “Sim, medidas.” |
| JB: “Talvez uma divisão ou uma fração, então não.” |
| AN: “Medidas, eu acho” |
| KE: “Esse conteúdo é medidas, podendo se encaixar na geometria.” |
| RA: “Sim as medidas, cálculos (subtração, multiplicação e divisão) na minha cabeça faz todo o sentido.” |
| GS: “Medidas, é um conteúdo que envolve litros, mililitros e etc.” |
| LR: “Medidas e quantidade.” |
| MK: “Sim, medidas e grandezas.” |
| JP: “Sim, medidas.” |
| EF: “Sim, a porcentagem de tempo.” |

Fonte: Elaborada pela autora.

Na questão acima, alguns alunos lembraram apenas do conteúdo de grandezas e medidas, que é fundamental para o conteúdo em construção. Entretanto, os alunos não conseguiram relacionar ou não lembraram do conteúdo sobre grandezas proporcionais. Além disso, essa questão buscou propor aos alunos, a relacionar os experimentos realizados e seus conhecimentos prévios a um conteúdo matemático.

A sétima questão teve como enunciado: “O que você entende por esse conteúdo que você citou acima?”. Esta questão foi elaborada com a ideia de fazer com que os alunos, tentassem lembrar do conteúdo e assim, iniciar a construção do conceito a partir do que foi visto e compreendido por cada um.

Quadro **7**: Respostas da sétima questão da atividade 1.

| |
|---|
| MH: “Que a quantidade pode ser litros ou até kg.” |
| MC: “Uma forma de contagem de medida de líquido.” |

| |
|---|
| JB: “Que as medidas são diferentes e os tamanhos e quantidades.” |
| AN: “Sobre metros, centímetros e milímetros.” |
| KE: “Que as medidas não foram exatas.” |
| RA: “Eu entendo tudo sobre repetir.” |
| GS: “Que ele usa as medidas de litro mililitro entre outros.” |
| LR: “Medidas, ml e quantidade.” |
| MK: “O conhecimento utilizado em meio de quantidades e estrutura.” |
| JP: “Medidas de ângulo, medidas de litro.” |
| EF: “Nada.” |

Fonte: Elaborada pela autora.

Percebemos que os alunos não conseguiram explicar de forma clara o que entenderam sobre o conteúdo mencionado na questão anterior, como também não relacionaram à ideia do experimento ou ao que compreenderam dele. Partindo para a análise da dialética das situações, identificamos a situação de ação, ocorrendo quando eles tomam a iniciativa de responder ao que foi proposto. Além disso, também observamos a situação de formulação, quando tentam associar o conteúdo mencionado por eles à sua possível definição, mesmo sem se preocupar com a veracidade dessa relação (Trevizan, 2015).

Ao finalizarmos as questões propostas nesta atividade, sentimos a necessidade em acrescentar uma questão, na qual buscamos identificar o que os alunos entenderam sobre o experimento. Esta teve como enunciado: “O que você entendeu desse experimento no geral?”

Quadro **8**: Respostas da última questão da atividade 1.

| |
|---|
| MH: “Eu entendi sobre a quantidade. Aprendi que o tempo pode variar de acordo com a garrafa e a quantidade de água.” |
| MC: “Acho que a lógica normal, que se pensaria quanto mais água mais tempo.” |
| JB: “Que as medidas são diferentes, o tamanho das garrafas, pode-se usar também garrafões ou baldes.” |
| AN: “Que algo maior é com mais quantidade pode ser melhor que algo menor.” |
| KE: “Que as medidas não são exatas, por exemplo o tempo da garrafa de 1 litro sendo derramada não foi a metade do tempo da garrafa de 2 litros.” |
| RA: “No experimento geral eu entendi que no final a garrafa de 2 litros foi mais rápida do que a garrafa de 1 litro já a terceira garrafa foi mais rápida ser pequena, mas no geral entender que não importa te mais água, mas pelo produto da garrafa.” |

| |
|---|
| GS: “Eu entendi que dependendo da quantidade de água e do formato do recipiente a água pode esvaziar em tempos diferentes, por exemplo no exemplo dois que fizemos ele duas vezes com uma garrafa diferente e deu tempos diferentes.”<br>LR: “O tempo que cada garrafa leva para ser esvaziada.”<br>MK: “Que por mais que seja um experimento simples faz muito sentido do conteúdo de uma forma leve mais lógica.”<br>JP: “Experimentos sobre a diferença de litros que pode ser bem diferente o tempo que derrama, e também diferente da garrafa interfere muito na diferença do tempo como vimos no segundo experimento.”<br>EF: “O que eu entendi foi sobre a mudança na gravidade sobre cada garrafa de água que foi despejada no balde de água e de acordo com o tempo de cada uma.” |

Fonte: Elaborado pela autora.

Ao observar o quadro acima, percebemos que os alunos, apesar de não terem construído o conceito, apresentaram uma ideia inicial, conseguindo diferenciar as grandezas. Já o aluno KE, percebeu que o tempo que a garrafa de 1 litro demorou para ser esvaziada não foi a metade do tempo da garrafa de 2 litros. assim, analisando pela dialética das situações identificamos, não só as situações de ação e formulação, como também a situação de validação, no momento em que o aluno busca encontrar uma regularidade entre a capacidade e o tempo, e consequentemente tenta provar a validade da estratégia (Mendonça 2021).

Neste momento, foi possível analisar o quanto os alunos compreenderam a partir do experimento realizado em sala de aula. Isso evidencia a importância e a necessidade de trabalhar com situações didáticas que levam a um momento adidático, tendo em vista que os alunos construam seus conhecimentos a partir do conteúdo estudado. Essa abordagem pode facilitar a compreensão e aumentar a motivação, pois, ao perceberem que conseguem relacionar o conteúdo com experiências do seu dia a dia e que suas ideias estão presentes em materiais como os livros didáticos, os alunos tendem a se interessar mais pelo aprendizado. Essa estratégia é especialmente relevante nos dias atuais, onde o interesse dos estudantes muitas vezes é escasso na sala de aula e principalmente nas aulas de Matemática.

## 6.2 Aplicação das atividades de ensino sobre grandezas proporcionais.

Para estes momentos, levamos para a sala atividades impressas planejadas, que tiveram como intenção proporcionar a construção dos conceitos de grandezas diretamente e inversamente proporcionais, a partir de suas percepções e fazendo o uso de suas estratégias para analisar os exemplos propostos.

### 6.2.1 Aplicação da segunda e da terceira atividade de ensino envolvendo grandezas proporcionais.

Seguindo o planejamento proposto na metodologia, na segunda etapa realizamos uma atividade com questões envolvendo grandezas diretamente e inversamente proporcionais. É importante lembrarmos que estávamos em uma situação didática na qual teve como intenção propor a construção dos conceitos das grandezas proporcionais. No planejamento dessa atividade de ensino, tivemos a precaução para que os alunos deixassem suas anotações de como pensou, quais estratégias foram utilizadas para chegar na resposta final de cada questão, assim a partir das situações didáticas propostas, analisaremos os momentos adidáticos ocorridos a partir das fases da dialética das situações.

Abaixo temos a atividade na qual ocorreu o primeiro contato com questões envolvendo as grandezas proporcionais.

Figura **6**: Segunda atividade da pesquisa. (parte inicial)

Atividade 2º aula

Responda as questões abaixo.

1- Em uma determinada prova, um candidato que acertou 12 questões recebeu um total de 39 pontos. Sabendo que o valor das questões é sempre o mesmo, um candidato que obteve 52 pontos acertou quantas questões?

Explique com suas palavras como você chegou a esse resultado.

2- Com 10 kg de trigo conseguimos produzir 7 kg de farinha. Quantos quilogramas de trigo são necessários para fabricar 28 kg de farinha?

A quantidade de trigo foi maior ou menor? Por que?

3- Oito pedreiros constroem um muro em 72 horas. Quanto tempo levarão 6 pedreiros para construir o mesmo muro?

Eles levarão mais tempo ou menos tempo? Por que?

4- Um corredor leva em média de 10 minutos para contornar o açude numa velocidade de 7 km/h. Quanto tempo o corredor levará para contornar o mesmo açude em uma velocidade de 5 km/h?

O tempo gasto pelo corredor foi maior, menor ou igual? Por que?

Fonte: Elaborada pela autora.

Figura **7**: Segunda atividade da pesquisa. (parte final).

5- Em uma fábrica, 16 operários produzem 384 sandálias por dia, mantendo esse mesmo ritmo de trabalho, quantas sandálias seriam produzidas se essa fábrica contratasse mais 8 operários?

Explique com suas palavras como você chegou a esse resultado.

6- Uma empresa precisou comprar brindes para presentear seus funcionários no final do ano. Cada caixa tinha brinde e custou R$ 6,00. Com base nessas informações complete a tabela abaixo.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nº de brindes | 1 | 2 | 3 | | | | 50 |
| Quanto custou | 6 | | | 60 | 90 | 120 | |

Qual ou quais estratégia (s) você utilizou para preencher a tabela acima?

7- Sabendo que um trem viagem a uma velocidade constante de 80 km/h, podemos organizar a tabela da seguinte forma.

| Tempo de Viagem | Distância percorrida |
|---|---|
| 1 hora | 80 km |
| 2 horas | 160 km |

a) Quando o tempo de viagem passa de 1 hora para 2 horas, ele varia em que razão?

b) A distância percorrida quando passa de 80 km para 160 km, varia em que razão?

c) Explique qual estratégia ou ideia te levou para chegar a esta resposta.

Fonte: Elaborada pela autora.

De acordo com os comentários dos alunos e a partir de uma análise breve de como eles responderam a atividade, entendemos que muitos sentiram dificuldade para responder, outros responderam utilizando as quatro operações básicas e outros deixaram algumas questões em branco. Assim, entendemos que os alunos sentiram dificuldade em entrar no jogo didático, e que talvez esse momento tenha criado impasses por ter sido um momento inicial, em que eles não estavam acostumados com esse tipo de atividade de ensino. Com isso, sentimos a necessidade em reorganizar a situação didática, elaborando uma nova atividade de ensino na qual pretendíamos que os alunos entrassem no jogo didático com um envolvimento conceitual, para que eles começassem a perceber a relação das grandezas proporcionais e consequentemente viver os primeiros elementos das situações didáticas como a situação de ação, em que os alunos começam a interagir e ter o problema como se fosse dele.

Além disso, refletimos sobre como incentivar o uso de estratégias metacognitivas, para que os alunos pudessem compartilhar exemplos com colegas, facilitando a compreensão do conceito de grandezas proporcionais. Assim, buscamos questões que se relacionassem com a realidade dos alunos e optamos pelo uso de tabelas, as quais auxiliam na análise das grandezas e promovem o desenvolvimento de habilidades essenciais para a construção dos conceitos estudados.

Nesta aula, iniciamos com um exemplo relembrando o experimento realizado e insistimos nas indagações sobre a estratégia pensada em cada questão, como também quais as grandezas utilizadas, para que assim, os alunos percorrem pelo caminho de pensar e tentar entender a ideia de cada conceito. Para analisarmos a atividade, mantivemos siglas a seguir: MH, MC, JB, AN, KE, RA, GS, LR, MK, JP e EF.

Para analisarmos as atividades buscamos investigar como os alunos responderam, quais estratégias recorreram, e se optaram pelo caminho da dialética das situações. É importante ressaltarmos que não analisamos ainda o uso das estratégias metacognitivas, devido ao fato de nesse primeiro momento, os alunos estarem respondendo sozinhos, o que inviabiliza a ideia de um contra-argumento para assim possamos analisar.

Assim, iniciamos nossa análise pelo primeiro, conforme a figura abaixo.

Figura **8**: Enunciado do primeiro exemplo da terceira atividade.

1º exemplo:
- Uma garrafa de 20 litros gasta aproximadamente 120 segundos para ser esvaziada.
- Uma garrafa de 10 litro gasta aproximadamente 60 segundos para ser esvaziada.
- Uma garrafa de 5 litros gasta aproximadamente 30 segundos para ser esvaziada.

Observando esse experimento, o que você consegue perceber, conte com suas palavras?

Fonte: Elaborado pela autora.

Antes de analisarmos as respostas dos alunos sob a perspectiva da dialética das situações didáticas, realizamos um recorte que facilitou a visualização, como mostra o quadro 6 abaixo.

Quadro **9**: Resposta sobre a percepção a partir do exemplo dado.

MH: "Que dependendo da quantia de água a ser derramada o tempo pode variar de mais pra menos."
MC: "Que quanto menos água conter na garrafa, mais rápido será sua esvaziação."
JB: "A diferença entre os litros ou tamanho da garrafa, o seu tempo, e eu percebo que ele leva mais e menos tempo para ser esvaziada e os tamanhos e medidas."
AN: "Que o que tiver menos quantidade demora mais para ser esvaziada."
KE: "Quanto maior a quantidade de água, mais tempo demora para ser esvaziada."
RA: "Eu consegui perceber que as garrafas de mais litros gastam mais segundos do que as de menos litros. As de menos litros gasta menos."
GS: "Que dependendo da quantidade de água é mais demorado para esvaziar."
LR: "A garrafa de 20 litros demorou 2 minutos para ser esvaziada."
MK: "Diferenças, tanto na grandeza das garrafas e suas medias, tanto no tempo de esvaziar."
JP: "Cada garrafa tem um tempo diferente para ser esvaziada tem litros diferentes, mostrando a diferença entre o tempo."
EF: "Que com cada garrafa menor o tempo é mais curto."

Fonte: Elaborado pela autora.

Neste exemplo, percebemos que os alunos identificaram que quanto maior a garrafa mais tempo levaria para ser esvaziada, vimos também que as ideias estavam bem alinhadas entre eles, e que apenas o aluno LR não conseguiu descrever, podendo não ter identificado nenhuma relação até o momento. Analisando sob uma perspectiva da dialética das situações, vimos que os alunos começaram a entrar no jogo didático, e na situação de ação que para Teixeira e Passos (2013) ocorre quando o aluno interage com o “milieu” e toma decisões para organizar e resolver o problema proposto. Isso ocorre no momento em que eles buscam entender e explicar a relação apresentada na questão.

Partindo para o segundo exemplo desta atividade, temos abaixo o enunciado com a tabela e em seguida as perguntas.

Figura **9**: Enunciado do segundo exemplo da terceira atividade.

2º exemplo. Sabendo que um trem viaja a uma velocidade constante de 80 km/h, complete a tabela abaixo e responda o que se pede.

| Tempo de Viagem | Distância percorrida |
|---|---|
| 1 hora | 80 km |
| 2 horas | 160 km |
| | 400 km |
| 8 horas | |
| | 800 km |
| 20 horas | |

Qual ideia ou estratégia você utilizou para completar a tabela?

Quais são as grandezas utilizadas nessa tabela?

Você consegue perceber uma situação em comum entre essas grandezas? Nos conte com suas palavras.

Fonte: Elaborado pela autora.

Para analisarmos as respostas dessa questão, fizemos um recorte sobre suas anotações das estratégias utilizadas e reunimos no quadro abaixo.

Quadro **10**: Registros sobre estratégias utilizadas na atividade e qual tipo de grandeza.

MH: “Só fui acrescentando 80 km a cada hora ou separando os km para descobrir o tempo.” “km= quilômetro e tempo.”

MC: “A multiplicação, fazendo a hora multiplicando por 80 km.” “Tempo e medida em km.”

| |
|---|
| JB: “Contando, somando 80 e 80, para chegar ao resultado.” “As distâncias, velocidade, km, grandezas.” |
| AN: “Soma.” “Cronômetro.”. |
| KE: “Fui somando e relacionando o tempo e a sua distância percorrida.” “Quilômetro.” |
| RA: “Eu usei a ideia da multiplicação somei os 80 km com o tempo de viagem.” “São as multiplicações e lógica e divisão.” |
| GS: “Primeiramente eu só observei e depois eu comecei a multiplicar 80 algumas vezes.” “São horas e quilômetros.” |
| LR: “Fui multiplicando os números.” “Multiplicação.” |
| MK: “Adição e multiplicação.” “As distâncias.” |
| JP: “Fiz contas de multiplicação da hora e 80 km.” “As grandezas de tempo e distância.” |
| EF: “Adição do comprimento.” “Sobre distância e tempo.” |

Fonte: Elaborado pela autora.

Ao analisar as respostas, identificamos que os alunos fizeram o uso apenas da multiplicação e da adição para preencher a tabela, o fato é que mesmo eles indo pelo caminho da adição ou da multiplicação, em que chegaram em uma resposta coerente com o que foi perguntado. O fato de os alunos não terem ido pelo caminho que talvez facilitasse a construção do conceito, nos mostra estarmos em um momento adidático da situação didática que ocorre de acordo com Brousseau (2002) pela sua autonomia de escolher o caminho para responder à questão.

Com relação à pergunta sobre as grandezas, esta teve intenção de propor aos alunos a interpretação da questão, a tabela e conseguir diferenciar os tipos de grandezas, nesse caso: hora e quilômetros. Assim, percebemos que os alunos AN, RA, LR, não compreenderam até o momento o que eram grandezas, por não conseguir identificá-las, o que também nos fez ajustar nosso planejamento para a atividade posterior. Quanto a dialética das situações, baseadas em Brousseau (2008) notamos a presença da situação de ação quando os alunos se propõem a responder à questão proposta, e a situação de formulação também se faz presente, quando os alunos explicam como chegou na resposta que são capazes de reconhecer e identificar as grandezas.

Para aprofundarmos nossa análise, perguntamos se os alunos conseguiam perceber uma situação em comum entre essas grandezas, e fizemos o recorte no quadro abaixo.

Quadro **11**: Resposta dos alunos quanto a relação das grandezas.

MH: “Sim, de uma forma ou outra eles se completam, porque independe de quantos km você anda, vai levar um certo tempo.”

MC: “Sim, o tempo diz muito com os km percorrido.”

JB: “Uma distância percorrida.”

AN: “Sim, o caminho de corrida é diferente.”

KE: “As grandezas são litro e kilometro, ambos são medidas.”

RA: “Sim, a multiplicação e a divisão.”

GS: “Eu percebi nos km que eram de 80 em 80.”

LR: [Deixou em branco.]

MK: “Sim, uma regularidade”.

JP: “Sim, ver as horas que é percorrida.”

EF: “Sobre o quanto de km ele percorre e quanto tempo ele percorreu.”

Fonte: Elaborado pela autora.

Ao observarmos o quadro acima, vimos que a maioria dos alunos não perceberam nenhuma relação sobre a distância e tempo observado na tabela. Por outro lado, o aluno MH conseguiu relacionar a distância e o tempo, entendendo o que o enunciado solicitou. Assim, apesar das respostas apontarem a uma falta de percepção, vimos que eles não se ausentaram em responder, enfatizando a presença da situação de ação.

Analisando o terceiro exemplo da atividade, a figura abaixo mostra como foi apresentado aos alunos.

Figura **10**: Enunciado do terceiro exemplo da terceira atividade.

3º exemplo:

Oito pedreiros constroem um muro em 72 horas. Quanto tempo levarão 4 pedreiros para construir o mesmo muro?

Agora que você respondeu o exemplo acima, você consegue perceber alguma regularidade? Se sim, qual?

Fonte: Elaborado pela autora.

Analisando as respostas deste exemplo, fizemos um recorte das respostas e estratégias utilizadas pelos alunos, e reunimos no quadro abaixo.

Quadro **12**: Resposta dos alunos sobre relação entre as grandezas.

| |
|---|
| MH: "31 horas e 5 minutos." "Com oito pedreiros= 72 horas, com 4 pedreiros= 31 horas e 5 minutos." |
| MC: "144 h." "Que se os 8 pedreiros demoram 72 horas os 4 pedreiros vão demorar o dobro." |
| JB: "41 horas, quatro pedreiros irá demorar para construir o mesmo muro." "Não." |
| AN: "Eles levaram 108 horas." "Pulando de 36 em 36." |
| KE: "108 horas, 9 horas cada pedreiro." "Mesmo com a quantidade de pedreiros mudando, a jornada de trabalho é o mesmo, o muro é o mesmo." |
| RA: "Cada pedreiro levarão 9 horas para construir o mesmo muro." "Sim, porque é só você dividir o 72 por 8 e vai dar 9, aí cada pedreiro usa 9 horas, se você pegar 4 pedreiros que ele usa 9 horas, o resultado da 36 horas." |
| GS: "Eles vão levar 144 horas, porque são os mesmos pedreiros, assim seria o dobro." "Que com mais pedreiros as horas seriam mais curtas, mas com menos que no caso é a metade então é o dobro." |
| LR: "92 horas." "Só adicionei mais algumas horas." |
| MK: "82 horas." "Sim, uma de 10 minutos." |
| JP: "108 horas." "Sim, a regularidade de que 4 pedreiros demorem mais do que oito pedreiros." |
| EF: "Eles constroem em 120 horas." "Não." |

Fonte: Elaborado pela autora.

Ao elaborarmos esse exemplo, pensamos em propor aos alunos a ideia da grandeza inversamente proporcional, ou seja, quanto menos pedreiros, maior seria o tempo gasto. Esse planejamento é importante no processo de aprendizagem, que para Brousseau (1986) as situações precisam ser planejadas de maneira que provoque o aluno com aparecimento de conhecimentos que eles trazem como respostas, para que de forma espontânea os alunos possam revelar seja de forma escrita ou oral o seu entendimento.

Entretanto, percebemos que apenas os alunos MC e GS, conseguiram explicar com suas palavras como chegaram no resultado, tendo a ideia do dobro, mostrando assim que conseguiram entender a lógica proposta. Podemos destacar ainda que os alunos JP e KE, dividiram 72 pela metade, e em seguida somaram 72 horas com 36 horas. Apesar do resultado incompleto, JP relata sobre a regularidade de que 4 pedreiros demorariam mais tempo que oito, com esse registro, conseguimos perceber que estava sendo construído um pensamento sobre as grandezas. Já KE, em sua descrição mostra que não consegue chegar a uma regularidade entre as grandezas. No mais, identificamos que os outros alunos registraram respostas aleatórias e muitas vezes sem cálculos, o que dificulta nossa análise para entender qual caminho foi percorrido ou até mesmo onde o aluno não conseguiu continuar o raciocínio inicial.

Nesse sentido, vimos que a maioria dos alunos ao responderem esse exemplo, se preocuparam em deixar os cálculos, ou explicaram como chegaram na resposta final. Isso nos mostra que o fato deles estarem no jogo didático, os levam a entrar em uma nova situação que até então não tinha aparecido, que é a situação de validação, que levou o aluno a mostrar a validade de sua estratégia, justificando matematicamente suas escolhas. (Mendonça 2021).

No quarto e último exemplo desta atividade, tivemos o enunciado, conforme mostra o quadro abaixo.

Figura **11**: Enunciado do quarto exemplo da terceira atividade.

4º exemplo.

Lucas viajou nesse feriado para João Pessoa com sua família em seu carro, ele percebeu que na ida de Campina Grande para João Pessoa foi em uma velocidade de 100 km/h e gastou 2 horas. Na volta ele decidiu vir um pouco mais rápido em uma velocidade de 120 km/h. O tempo percorrido pela viagem na volta, foi maior ou menor? Porquê?

Você consegue perceber algo em comum entre o primeiro e o segundo exemplo? Qual? Como você poderia nos explicar.

Você consegue perceber algo em comum entre o terceiro e o quarto exemplo? Qual? Como você poderia nos explicar.

Analisando os quatro exemplos, você consegue perceber alguma diferença, algo que acontece em um que não acontece no outro? Se sim, nos explique com sua palavra qual ou quais.

Fonte: Elaborado pela autora.

Para analisarmos e visualizarmos melhor as respostas dos alunos, fizemos um recorte conforme mostra o quadro abaixo.

Quadro **13**: A relação de distância e tempo da atividade proposta.

| |
|---|
| MH: "Menor, pois a velocidade da volta foi maior do que a da ida."<br>MC: "Menor, pois se ele demorou 2 horas para chegarem em seu destino, pela lógica ele chegaria mais rápido percorrendo 120 km/h."<br>JB: "Menor, pela sua velocidade na ida ele foi em uma velocidade de 100 km, e na volta mais rápido e também pela sua velocidade."<br>AN: "Menor, pois ele veio mais rápido."<br>KE: "O tempo foi menor, porque ele dirigiu mais rápido fazendo consequentemente caminho ser menos demorado."<br>RA: "Foi menor, porque ele foi na velocidade mais rápida, por isso foi mais rápido e pela lógica ele usou 1h 30."<br>GS: "Foi menor, porque ele foi mais rápido ele pode ter gastado 1:30 ou menos."<br>LR: "1 hora e 30 minutos, menor porque ele foi mais rápido."<br>MK: "Menor, pois com isso ele foi mais rápido a distância será alcançada mais rápido."<br>JP: "Foi menor, porque ele decidiu ir um pouco mais rápido na volta."<br>EF: "Ele chegou em 1:40 minutos por que como ele foi mais rápido ele chegou mais cedo." |

Fonte: Elaborado pela autora.

Nesse exemplo analisamos que, os alunos não deixaram registrado os cálculos efetuados, entretanto explicaram de forma coerente seus pensamentos que levaram a resposta da questão. O fato deles explicarem e não deixarem os cálculos, enfatiza a importância de trabalhar com atividades de ensino que promovem momentos adidáticos, por aproximar conteúdos matemáticos com a sua realidade, pois, os alunos responderam apenas com a sua percepção e seus conhecimentos adquiridos. Além disso, diante de suas justificativas, é importante frisarmos a presença da situação de validação, como afirma Almeida (2019), que nessa situação os alunos buscam debater seja com colegas ou consigo sobre a veracidade de sua resposta.

### 6.2.2 Aplicação da quarta atividade envolvendo grandezas proporcionais

Neste encontro, dividimos a turma em duplas e entregamos para cada dupla uma atividade respondida pelos seus colegas do encontro anterior, propomos para as duplas realizarem a leitura e em seguida analisar as respostas de seus colegas. É importante frisar que as atividades estavam sem identificação, sendo assim coberta por uma fita isolante, para evitar constrangimento. Além disso, a análise não estava baseada em certo ou errado, mas na forma de interpretar a questão: se pensaram em outra maneira de responder, e se conseguiram pensar em outro caminho. Essa atividade buscou proporcionar às duplas a análise da resposta do colega, observando o caminho escolhido, comparando suas estratégias com as de seu colega, além de incentivá-las a buscar outros caminhos para resolução do problema, deixando suas anotações e respostas na atividade.

Para iniciarmos, conversamos com toda a turma, explicando como seria essa atividade e os critérios que utilizamos para escolher as atividades, em seguida entregamos a atividade de ensino, junto da atividade que foi analisada, decidimos que cada dupla analisasse apenas uma atividade, pois precisaríamos de uma análise criteriosa. Para escolhermos as atividades, estabelecemos alguns critérios como: O(a) aluno(a) não ter deixado nenhuma questão em branco, ou sem anotações dos cálculos e a explicação de como tinha pensado para responder tal questão, pensando assim em facilitar para as duplas a identificarem os pontos e quesitos propostos.

Para dar início, foi necessário estabelecer alguns critérios adicionais, devido à grande quantidade de atividades analisadas pelas duplas. Assim, priorizamos os alunos que conseguiram explicar suas anotações de forma clara, justificando como realizaram suas análises, com isso, nomeamos as duplas como D1, D2, D3 e D4, facilitando a organização e o acompanhamento do processo.

Pensando no tempo de aula para análise criteriosa de cada questão, escolhemos dos quatro exemplos, apenas três. Desse modo, as duplas analisaram o exemplo 1, 2 e o 4. A seguir colocaremos a figura com o enunciado da atividade.

Figura **12**: Primeira questão da quarta atividade.

QUARTA ATIVIDADE

Agora que já estão em grupo, chegou a hora de analisar as respostas da atividade de seus colegas, para isso, analise com muita atenção, e responda o que se pede.

No exemplo 1: Vocês acham que a resposta de seu/sua colega está correta ou incorreta? Justifique.

Na sua opinião a resposta faz algum sentido ao que está sendo proposto na pergunta? Porquê?

Vocês conseguem pensar e responder esse mesmo exemplo utilizando outro caminho de resposta, outra ideia? Se sim, deixem como vocês responderiam, após conversar com seu grupo.

Fonte: Elaborado pela autora.

No quadro abaixo, temos as respostas de cada dupla sobre a análise do primeiro exemplo.

Quadro **14**: Análise das duplas sobre a resposta de seus colegas.

| |
|---|
| D1: “Correta, pois segue a lógica que quanto menor/ maior a quantidade da água o tempo será mais rápido.” “Sim, porquê segue a mesma lógica que a professora passou em sala.” |
| D1: “Sim. Poderíamos utilizar a ideia de uma piscina, por exemplo uma piscina de 1000 l quanto mais ela esvazia mais rápido vai secar, segue a mesma lógica da garrafa.” |
| D2: “Na minha opinião sim, está correta.” “Na minha opinião sim faz sentido, porque ela colocou que ao decorrer da quantidade de água os segundos vão diminuindo.” |
| D2: “Sim, pois elas utilizaram a metade do tempo para distinguir o tempo de cada garrafa e pelo seu formato.” |
| D3: “Correta, por que ele ou ela observou que multiplicando os segundos por dois dava o tempo que está no primeiro exemplo.” “Não porque cada garrafa tem seu tempo de esvaziar.” |

| |
|---|
| D3: "Sim, cada garrafa tem seu litro e o tempo de ser esvaziada, sendo diferente cada garrafa, mais depende de como a garrafa é feita, o material e por causa disso pode ocorrer de ter tempos diferentes a mesma garrafa."<br>D4: "Correta. Quanto maior for a garrafa, mais tempo demora para ser esvaziada." "Sim, como no exemplo, ele fala as garrafas maiores demora mais tempo para se esvaziar."<br>D4: "Sim, quanto menor a garrafa for menos tempo ela terá para ser esvaziada, seguindo a mesma lógica de quanto maior for a garrafa mais tempo ela demora para ser esvaziada." |

Fonte: Elaborado pela autora.

Percebemos que os alunos compreenderam bem a ideia de que quanto maior a garrafa maior o tempo para ser esvaziada, entretanto, apesar de responderem que conseguia pensar em outro caminho, identificamos que eles apresentaram outro exemplo, mas com a mesma ideia, o que nos mostra que até esse momento, os alunos não conseguiram relacionar o que compreenderam com outras grandezas, ou não acharam necessário pensar em uma situação diferente da apresentada. Desse modo, analisando as respostas das duplas sob um olhar da dialética das situações, vimos que as situações (ação, formulação e validação) estiveram presentes. A situação de ação ocorreu quando as duplas se deparam com a atividade e tomam o problema para si, como também julgar os resultados, reformular algumas ações. (Almeida 2019). A situação de formulação acontece, quando as duplas socializam em busca de entender o que foi respondido pelo seu colega (Brousseau 1986). Como também podemos destacar a situação de validação que se faz presente, no momento em que as duplas buscam debater sobre a veracidade das afirmações trazidas pelos seus colegas. (Almeida 2019).

Para a análise do segundo exemplo, propomos a seguinte pergunta.

Figura **12**: Primeira questão da quarta atividade.

QUARTA ATIVIDADE

Agora que já estão em grupo, chegou a hora de analisar as respostas da atividade de seus colegas, para isso, analise com muita atenção, e responda o que se pede.

No exemplo 1: Vocês acham que a resposta de seu/sua colega está correta ou incorreta? Justifique.

Na sua opinião a resposta faz algum sentido ao que está sendo proposto na pergunta? Porquê?

Vocês conseguem pensar e responder esse mesmo exemplo utilizando outro caminho de resposta, outra ideia? Se sim, deixem como vocês responderiam, após conversar com seu grupo.

Fonte: Elaborado pela autora.

Nesse sentido, fizemos um recorte das respostas das duplas ao analisar a atividade.

Quadro 15: Análise das duplas sobre o segundo exemplo.

| |
|---|
| D1: “Correta, os cálculos que a pessoa seguiu e sua lógica foi a mesma que a minha.” “Sim, tá exatamente o que foi pedido.”<br>D1: Não, não consegui pensar ou seguir outra lógica sem ser a que foi proposta.”<br>D2: “Está correta, ela é mais inteligente que eu.” “Sim, porque o tempo da garrafa de água de cada tamanho varia muito.”<br>D2: “Na questão ela não deixou cálculos, mas dá para entender, eu faria assim: No enunciado diz que uma hora de viagem gastou 80 km, então eu iria fazer 80 vezes as horas que tem na tabela.”<br>D3: “Correta. Se a pessoa multiplica 80 km por 1 hora da o resultado, mas a segunda pergunta está incorreta por causa que o tamanho não faz sentido. A terceira pergunta está incorreta por causa da segunda pergunta.” “Não. Porque no primeiro, segundo e terceiro não faz sentido porque km= distância e o tempo.”<br>D3: “Que a gente multiplica 80 x hora que se da o resultado de cada tempo e as grandezas de cada tempo e medida tem tempo que pegou de cada km.”<br>D4: “Correta, por que ele multiplicou 80km pelo o tempo de viagem e acertou as grandezas.” “Sim, a estratégia utilizada está correta.” |

| |
|---|
| D4: “Sim, por que poderia ser usado adição. Poderíamos somar quantas horas até dar o valor de 400 km, por exemplo.” |

Fonte: Elaborada pela autora.

Nesse exemplo, identificamos que as duplas conseguiram escrever como responderiam após analisar a resposta de seu colega, mesmo quando consideraram correta. Desse modo, analisando as respostas das duplas D2, D3 e D4, vimos que elas explicam sobre como entendeu o enunciado e complementa como responderia, Já D3, ao responder que estava incorreta, justifica o porquê discorda da resposta do colega. Diante esta situação, analisando sob um olhar da metacognição e consequentemente dos movimentos metacognitivos, vimos que o movimento elaborador de acordo com De Chiaro (2006) se faz presente no momento que as duplas D2, D3 e D4, concorda, mas complementam ou até mesmo ampliam seu argumento sobre como entendeu. Já na resposta da dupla D3, vimos que o movimento mantenedor ocorreu quando a dupla avaliou a resposta como incorreta e em seguida justifica o motivo pelo qual fez esse julgamento. Este movimento se fez presente, por apesar da dupla não concordar, decidiram manter seu pensamento inicial, sem rupturas. (De Chiaro 2006). Por fim, analisando ainda este exemplo voltado para a dialética das situações adidáticas, identificamos a presença das situações (ação, formulação e validação) defendida por Brousseau (1986).

Finalizamos esta atividade analisando o quarto exemplo, em que foi abordado uma situação sobre velocidade e tempo de uma viagem de Campina Grande á João Pessoa. Na figura abaixo temos as perguntas norteadores para a análise da questão.

Figura **13**: Terceira questão da quarta atividade.

No exemplo 4: Vocês acham que a resposta de seu/sua colega está correta ou incorreta? Justifique.

Na sua opinião a resposta faz algum sentido ao que está sendo proposto na pergunta? Porquê?

Vocês conseguem pensar e responder esse mesmo exemplo utilizando outro caminho de resposta, outra ideia? Se sim, deixem como vocês responderiam, após conversar com seu grupo.

Fonte: Elaborada pela autora.

Com isso, no quadro abaixo fizemos um recorte das análises das duplas.

Quadro **16**: Análise das duplas no quarto exemplo da atividade.

D1: “Sim, se você foi mais rápido, você chegara em um tempo menor.” “Sim por que a pergunta do exemplo foi o tempo recorrido foi maior ou menor.”

D1: “Não, seguimos a mesma ideia que foi proposta.”

D2: “Sim a resposta está certa, por conta da resposta e dos cálculos corretos.” “Sim, faz total sentido porque se ele gastou 2 horas e 100 km e na volta ele aumentou a velocidade com 120 km, se ele aumentou a velocidade sim ele vai gastar menos horas.”

D2: “Não porque é a mesma ideia que eu penso. Se ele demorou 2 horas para ir e a velocidade foi de 100 km, mas na volta ele acelerou 120 km as horas vão ser diminuídas sim. Ele gastou de 1:30h ou 1:40h.”

D3: “Correta, por que a velocidade aumentou um pouco, por isso seria menor o tempo percorrido.” “Sim, porque o tempo percorrido foi menor por causa da velocidade.”

D3: “Não, a gente fez parecido com essa atividade.”

D4: “Correto. O tempo percorrido na volta foi menor.” “Faz. O caminho percorrido foi o mesmo, só que como ele foi em 120 km, a viagem foi mais rápida.”

D4: “Não. Se o caminho foi o mesmo, e ele foi mais rápido na velocidade, seu caminho foi menor.”

Fonte: Elaborado pela autora.

Percebemos nesse exemplo, que as duplas utilizaram a mesma estratégia de seus colegas, das atividades analisadas, além disso, vimos que não só nesse exemplo como também nos outros, as duplas D2, D3 e D4, mesmo concordando com a resposta, explicou com suas palavras o que entendeu do exemplo proposto. Isso nos leva a uma análise para os movimentos metacognitivos, em que no quadro acima, vimos que o movimento mantenedor segundo De Chiaro (2006) se fez presente, pois como as duplas tiveram o mesmo raciocínio, não ocorreu uma ruptura do pensamento inicial.

Desse modo, identificamos que essa atividade não só contribuiu na aprendizagem deste conteúdo, como também na forma em que eles começaram a explicar ou justificar suas percepções, contribuindo para a argumentação e possíveis movimentos metacognitivos, pois segundo Leitão (2003), tanto na metacognição quanto na argumentação, o indivíduo é levado a um local de reflexão sobre seus próprios pontos de vista, buscando assim coerência, consistência e veracidade, para expor quando necessário. Além disso, vimos que algumas duplas buscaram argumentar mesmo que concordando ou discordando da estratégia utilizada.

Assim, é importante frisarmos que quando planejamos trabalharmos com uma situação didática que leva a um situação adidática, atrelada a uma estratégia metacognitiva, contribuímos de forma positiva na aprendizagem dos alunos, pois como afirma Brousseau (2002), na situação adidática o aluno não identifica qual saber está sendo proposto, ele desfruta de seus conhecimentos prévios junto com os que foram construídos, Dessa forma, a forma de interpretar ou compreender, são decorrentes da própria situação e não das vontades do professor.

Por outro lado, Leite e Darsie (2011) afirmam que, quando propomos aos alunos uma atividade que envolva a metacognição, esta pode estimular os alunos a refletirem em como chegaram em determinada solução do problema proposto, de modo que durante a atividade ocorra uma interação constante entre o aluno e a situação, e também entre o aluno e seus próprios processos cognitivos, fazendo com que os alunos pensem e reflita sobre o que estão fazendo, se faz sentido com o que eles entendem sobre o conteúdo.

### 6.2.3 Aplicação da quinta atividade de ensino sobre grandezas proporcionais.

Para darmos início a este encontro, entregamos a atividade, em seguida, chamamos uma aluna para nos ajudar a medir os lados de cada quadrado levados pela professora para o preenchimento da tabela conforme mostra a figura abaixo. Nesta, tínhamos quatro quadrados com medidas de lados diferentes, assim, após encontramos as medidas de cada lado, pedimos para a turma calcular o perímetro de cada um.

Figura **14**: Primeiro exemplo da quinta atividade.

PRIMEIRO EXEMPLO:

Observe os quadrados que estão com a professora e faça as anotações preenchendo o quadro abaixo.

| COR DO QUADRADO | QUAL A MEDIDA DO LADO? | QUAL A MEDIDA DO PERÍMETRO? |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

Com relação as medidas tanto dos lados quanto dos perímetros dos quadrados acima que você completou, o que você consegue perceber entre o primeiro quadrado e o segundo?

O que você consegue perceber que aconteceu entre o segundo quadrado e o terceiro?

O que você consegue perceber que aconteceu entre o terceiro quadrado e o quarto?

Você consegue perceber ou escrever com suas palavras alguma relação entre os quadrados?

Fonte: Elaborada pela autora.

Após o preenchimento da tabela, os alunos responderam a atividade de forma individual. Neste primeiro exemplo tínhamos uma grandeza diretamente proporcional. Entretanto, vale ressaltarmos que estávamos em um momento adidático, na qual os alunos precisaram construir esse conceito, seja através da dedução, de seus conhecimentos prévios ou de sua percepção.

No primeiro exemplo após o preenchimento da tabela, eles responderam às perguntas que foram planejadas com a intenção de encontrar uma regularidade entre os lados e o perímetro dos quatro quadrados, para que eles pudessem construir o conceito ou a ideia de grandeza diretamente proporcional. Assim, para realizarmos essa análise, buscamos identificar quais estratégias foram utilizadas. Com isso, selecionamos algumas atividades, a partir de alguns critérios estabelecidos, como: não deixar questões em branco, não ter respondido apenas sim ou não, não repetir as mesmas respostas para perguntas diferentes e letras legíveis. Nesse caso, selecionamos 4 atividades, e nomeamos como: A1, A2, A3 e A4.

Pelo fato de termos preenchido a tabela de forma coletiva, partiremos para as análises das questões. É importante lembrarmos que essa análise está baseada na compreensão sobre cada grandeza a partir da identificação da diferença entre os exemplos, consequentemente contribuindo na construção do conhecimento sobre as grandezas proporcionais.

Para a primeira pergunta da figura 14, nos deparamos com as respostas do quadro a seguir.

Quadro **17**: Resposta dos alunos da primeira questão da quinta atividade.

| |
|---|
| A1: "O lado amarelo tem 9,5 cm de lado e o azul tem 13 cm. A diferença é de 3,5 cm. O perímetro do amarelo tem 38,0 cm e o azul tem 52,0 cm. A diferença é de 14cm."<br>A2: "Os lados do quadrado azul são maiores e isso influencia no perímetro, quanto maior os lados maiores o perímetro."<br>A3: "As medidas dos lados são diferentes e o perímetro também."<br>A4: "Dos lados tem uma diferença de 3,5cm do perímetro tem uma diferença de 14 cm. O amarelo é um tamanho menor que o azul." |

Fonte: Elaborado pela autora.

Analisando as respostas, identificamos que os alunos A1, A3 e A4, descreveram o que entendeu sobre lados e perímetros dos quadrados e a diferença entre eles, dessa forma, percebemos que a situação de ação ocorreu de acordo com Almeida (2019), no momento em que os alunos respondem à questão fazendo manipulações soltas, sem estabelecer nenhuma relação na resolução do problema. Por outro lado, temos o aluno A2, que em sua resposta nos garante que compreendeu e, mesmo estando em um momento adidático, define o conceito de grandezas proporcionais. Nesse caso, identificamos que ele fez o uso da dialética das situações, baseadas em Brousseau (1986). A situação de ação, no momento em que ele se propõe a responder. A situação de formulação quando ele explica e conceitua, e por fim a situação de validação, pois quando ele define que quanto maior o lado, maior será o perímetro, ele tenta convencer, nesse caso, o professor sobre a veracidade do seu conhecimento.

Na segunda e na terceira pergunta, buscamos identificar se os alunos perceberam alguma diferença entre o segundo e o terceiro quadrado, e entre o terceiro e o quarto. Assim, no quadro abaixo mostraremos as respostas deles.

Quadro **18**: Resposta dos alunos da segunda e terceira questão da quinta atividade.

| |
|---|
| A1: "O azul tem 13 cm de lado e o rosa tem 11 cm. De perímetro o azul tem 52,0 cm e o rosa 44,0 cm. A diferença de lado é 2,0 cm e a diferença de perímetro é 8,0 cm."<br>"O rosa tem 11 cm de lado e o verde tem 20 cm. A diferença é 9,0 cm. O rosa tem 44,0 cm de perímetro e o verde tem 80,0 cm. A diferença é 36 cm."<br>A2: "Entre o perímetro do segundo e do terceiro quadrado houve uma diferença significativa, mas a diferença dos lados é de apenas 2cm."<br>"Os lados do quarto quadrado são maiores então o perímetro também vai ser."<br>A3: "Os lados do quadrado ficou menor e o perímetro também."<br>"A medida dos lados aumentou e o perímetro também."<br>A4: "O azul tem 2 cm a mais que o rosa, então consequentemente o perímetro do azul é maior."<br>"O verde tem 9 cm de diferença entre o rosa, assim o perímetro do verde é 36 cm a mais." |

Fonte: Elaborado pela autora.

Nessa questão as respostas dos alunos A2, A3 e A4 constatam a compreensão sobre grandezas diretamente proporcionais. Assim, vimos que uma das intenções desta atividade foi alcançada, pois por mais que os alunos não tenham conceituado buscando uma linguagem matemática, seus registros mostram suas percepções a partir do exemplo dos quadrados. Notamos ainda a presença da situação de ação, a partir das manipulações soltas, apresentadas no quadro acima. (Almeida 2019).

A quarta pergunta do primeiro exemplo, buscou identificar a percepção dos alunos em estabelecer alguma relação entre os quadrados. No quadro abaixo, detalhamos as respostas de cada aluno.

Quadro **19**: Resposta dos alunos sobre grandezas diretamente proporcionais.

A1: "Todos os quadrados tem lados diferentes, sendo assim perímetros diferentes. Quanto maior o lado, maior o perímetro."

A2: "Independente do quadrado, quanto maior o lado maior o perímetro."

A3: "Que quanto os lados dos quadrados aumentava o perímetro também aumentava."

A4: "Quanto maior a medida do lado, maior vai ser o perímetro, igualmente se a medida for menor."

Fonte: Elaborado pela autora.

Ao analisarmos essa questão e observarmos que os alunos não só relacionaram, como também justificaram seus pensamentos sobre grandeza diretamente proporcional de forma clara. Destacamos ainda a resposta do aluno A4, que complementa sua resposta mostrando que o inverso também acontece, nesse caso, se os lados fossem menores. Nesse sentido, notamos que os alunos conseguiram construir o conceito da grandeza estudada. Além disso, é importante frisarmos que além da aprendizagem, os alunos, nesse momento se encontram imersos no jogo didático, fazendo o uso das dialéticas das situações defendida por Brousseau (1986) e outros autores já mencionado.

Partindo para análise do segundo exemplo, realizamos a leitura com a turma, explicamos a tabela que já estava preenchida, e pedimos para que os alunos respondessem, deixando registrado seus pensamentos em cada questão. Abaixo temos a figura com o exemplo proposto.

Figura **15**: Questão da atividade sobre grandeza inversamente proporcional.

Em uma lanchonete, seu Alcides prepara suco de morango todos os dias. Ele gasta 10 minutos para fazer todos os sucos da demanda utilizando 4 liquidificadores. Para diminuir o tempo de preparo, seu Alcides comprou mais liquidificadores e pediu para seu neto anotar os tempos das demandas utilizando as novas quantidades de liquidificadores. Observe a tabela abaixo.

| Quantidade de liquidificadores | Tempo para fazer os sucos |
|---|---|
| 4 | 20 minutos |
| 8 | 10 minutos |
| 10 | 8 minutos |

Fonte: Elaborada pela autora.

A partir da análise e observação dos alunos na tabela da figura acima, na primeira questão perguntamos se fazia sentido essas anotações que estavam preenchidas na tabela. No quadro abaixo, temos um recorte das respostas dos alunos nessa atividade.

Quadro **20**: Respostas sobre as opiniões dos alunos ao analisar a tabela.

| |
|---|
| A1: “Sim, quanto mais liquidificadores ele tem, menos tempo ele precisa.” A2: “Sim, quanto mais liquidificadores ele compra menos tempo ele demora para terminar tudo.” A3: “Sim, que quanto mais liquidificadores menos tempo levará para fazer todos os sucos.” A4: “Sim, para ter noção do tempo.” |

Fonte: Elaborado pela autora.

Investigando as respostas, vimos que os alunos conseguiram explicar a relação de grandeza inversamente proporcional. Nesse sentido, quanto maior o número de liquidificadores, menor seria o tempo gasto para fazer os sucos. Nesse momento, os alunos apresentaram que além de compreender o conceito, justificam seu ponto de vista com termos teóricos, com o intuito de convencer quem estava lendo a sua atividade, neste caso, o professor. Com isso, identificamos o uso das situações adidáticas defendidas por Almeida (2019), e além disso, que a fase de validação se fez presente.

Por conseguinte, ao observarmos as respostas da segunda e da terceira pergunta, decidimos analisarmos juntas, pelo fato dos alunos terem deixado registrado ideias bem parecidas. Assim, na figura abaixo, temos as últimas perguntas dessa atividade.

Figura **16**: Terceira e quarta pergunta do segundo exemplo da quinta atividade.

O que aconteceu com essas a quantidade de liquidificadores e o tempo?

Você consegue descrever o que aconteceu?

Fonte: Elaborado pela autora.

Desse modo, encontramos as respostas dadas pelos alunos no quadro abaixo.

Quadro **21**: Resposta dos alunos analisando as grandezas a partir da tabela.

| |
|---|
| A1: "A quantidade de liquidificadores aumentou e o tempo de preparo do suco diminuiu." |
| A1: "Enquanto a quantidade de liquidificadores foi se multiplicando, o tempo de preparo foi se diminuindo." |
| A2: "Quanto ele compra mais liquidificadores o tempo diminui." |
| A2: "Quando ele tem vários liquidificadores ele pode usar todos de uma vez para diminuir o tempo e terminar mais rápido ao invés de usar só 4 liquidificadores várias vezes." |
| A3: "Quanto maior a quantidade de liquidadores menor o tempo para fazer todos os sucos." |
| A3: "Ele usou mais liquidificadores para diminuir o tempo de fazer os sucos." |
| A4: "Quanto mais liquidificador, menor o tempo." |
| A4: "Mais liquidificador = menos tempo. Menos liquidificador = mais tempo." |

Fonte: Elaborado pela autora.

Nessas respostas, vimos que os alunos perceberam facilmente a relação entre a quantidade de liquidificadores e o tempo gasto, explicando de forma muito clara essa relação, o que nos fez compreender a importância de proporcioná-los metodologias que promovem a aprendizagem e que o papel do professor é mediar a aprendizagem, fazendo com que o aluno, mesmo com suas dificuldades consigam construir um conceito matemático.

Nesse contexto, vale ressaltar que o conteúdo abordado não é totalmente novo para os alunos do 8º ano, pois de acordo com a BNCC e baseado nos livros didáticos, é proposto que seja estudado no ano letivo anterior e que embora os alunos não recordassem alguns conceitos ou ideias, seus conhecimentos prévios, suas percepções e até deduções contribuíram para a construção dos conceitos.

Logo, chegamos ao último quesito desta atividade, que incentivou aos alunos observar e perceber a diferença do primeiro exemplo que tratou de uma grandeza diretamente proporcional, com o segundo exemplo que apresentou a ideia de uma grandeza inversamente proporcional. Desse modo, no quadro abaixo, temos os registros dos alunos.

Quadro **22**: Análise dos alunos a partir da diferenciação entre as grandezas.

| |
|---|
| A1: "Existe diferença, no primeiro exemplo quanto mais o lado aumenta, mais o perímetro aumenta. Já no segundo exemplo, quanto maior a quantidade de liquidificadores, menor era o tempo usado para fazer suco." |
| A2: "Existe sim uma diferença, ambos querem dizer que as duas grandezas estão ligadas, porém no primeiro exemplo quanto maior 1 grandeza maior a outra e no segundo exemplo quanto maior 1 grandeza menor a outra." |
| A3: "A ideia mudou, no 1 exemplo quanto maior a medida maior o perímetro. E no segundo exemplo quanto maior a quantidade de liquidificadores menor o tempo de fazer os sucos." |
| A4: "Mudou, o primeiro exemplo se trata de medidas e no segundo exemplo se trata de tempo, e também no 1º exemplo quanto maior o tamanho, maior é o perímetro e no 2º quanto mais liquidificadores, menor o tempo." |

Fonte: Elaborado pela autora.

Analisando os pensamentos dos alunos, percebemos rapidamente que todos conseguiram construir um conceito claro sobre as grandezas, desenvolvendo habilidades para aplicá-lo em diferentes situações. Além disso, demonstraram capacidade de defender a diferença entre as grandezas proporcionais, mesmo em uma situação didática que levou a um momento adidático, defendido por Brousseau (1996). Isso evidencia a importância de proporcionar aos alunos um ambiente voltado para a aprendizagem, onde eles possam atuar como pesquisadores. Assim, estimulamos não apenas o entendimento e a criatividade, mas também o desenvolvimento do pensamento crítico.

Destacamos ainda o desenvolvimento dos alunos, que nas primeiras atividades, não conseguiram estabelecer nenhuma relação, apenas descrever o que estava acontecendo em cada situação proposta. E com a insistência e a elaboração de atividades de ensino, eles começam a se acostumar com essa proposta, evoluindo a cada encontro, chegando ao ponto de conseguir estabelecer relações, encontrar regularidades para construir conceitos, e ao fixar de forma clara em sua mente, conseguirem diferenciar que uma relação é diferente de outra, a partir de uma análise de uma tabela. Como podemos identificar, trabalhar com situações adidáticas, propõe aos alunos o desenvolvimento de diversas habilidades em uma só proposta.

Assim sendo, ressaltamos a relevância de trabalharmos com atividades de ensino, precisando assim entender que os alunos aprendem se adaptando a um meio conforme Brousseau (1996) defende, e esse meio pode ser um fator de contradições, desequilíbrios e até mesmo dificuldades, por isso a importância do planejamento e nele está claro a intenção do professor, pois para que haja aprendizagem e construção do conhecimento, o ambiente e a atividade ou a situação precisa ser organizada pelo professor, possibilitando que os alunos reflitam sobre suas ações e retroações.

### 6.2.4 Retomada dos conceitos e definição das grandezas.

Neste encontro iniciamos a aula conversando e retomando o que foi visto na aula anterior. Desse modo, buscamos pela fase da institucionalização baseada em Teixeira e Passos (2013), fazendo algumas anotações sobre cada tipo de grandeza com a participação da turma.

Nesta aula, revisamos o exemplo dos lados e perímetros dos quadrados, preenchemos a tabela no quadro, mostramos a importância em diferenciar as grandezas abordadas na questão e fizemos perguntas sobre a relação que eles conseguiram estabelecer sobre as grandezas (lado e perímetro). Assim, no quadro abaixo, temos um recorte dessa discussão entre professor e aluno.

Quadro **23**: Discussão com a turma sobre o conceito de grandeza diretamente proporcional.

| |
|---|
| - Professora: “O que vocês conseguiram entender ao observar essa tabela que acabamos de construir?”<br>- Aluno 1: “A medida dos lados estão aumentando, e a do perímetro também estão aumentando.”<br>- Professora: “Vocês conseguem perceber essa regularidade?”<br>- Aluno 2: “De acordo que o lado aumenta, o perímetro também aumenta.”<br>Professora: “Perfeito, isso é uma relação que conseguimos estabelecer, anotem no caderno de vocês.” |

Fonte: Elaborado pela autora.

Podemos perceber nesta discussão que o professor tende a provocar a turma buscando desenvolver a definição das grandezas diretamente proporcionais. Neste momento, percebemos as fases de formulação e validação presentes, no momento em que os alunos explicam a regularidade que identificaram através da tabela, conceituando assim a primeira grandeza.

Ao finalizarmos o momento da explicação com o primeiro exemplo. Iniciamos uma breve explicação do segundo exemplo que buscou relacionar de modo inversamente proporcional a quantidade de liquidificadores com o tempo. Assim, copiamos a tabela da atividade no quadro, para que pudéssemos fazer as mesmas indagações, buscando proporcionar aos alunos uma discussão que levasse a definição do conceito de grandezas inversamente proporcionais. No quadro abaixo, temos um recorte dessa discussão.

Quadro **24**: Recorte da discussão sobre as grandezas inversamente proporcionais.

| |
|---|
| - Professora: “O que aconteceu com a quantidade de liquidificador e o tempo?”<br>- Alunos: “Conforme a quantidade de liquidificador aumentou, o tempo diminuiu.”<br>- Professora: “Por que?”<br>- Aluno: “Porque tinha mais liquidificador e a quantidade de suco continuou a mesma.”<br>- Professora: “Perfeito, podem anotar também em seu caderno.”<br>- Professora: “Pessoal, vocês conseguem lembrar o nome de algum conteúdo que trabalhamos com essas relações?”<br>- Alunos: “Grandezas e medidas.”<br>- Professora: “Tem a ver com Grandezas e medidas, mas, vocês conseguem lembrar o nome que chamamos essas relações?”<br>- Alunos: “Não conseguimos [risos].” |

Fonte: Elaborado pela autora.

Dando continuidade à aula, como podemos observar na discussão, os alunos não conseguiram lembrar o nome do conteúdo que estava sendo trabalhado, entretanto, identificamos que com base em seus conhecimentos prévios e suas percepções, definiram a grandeza inversamente proporcional. É importante frisarmos que nesse momento, os alunos estiveram na situação de formulação, baseada em Trevizan (2015), pelo fato de não conseguirem relacionar a sua definição com o nome do conteúdo.

Assim, explicamos para a turma que os conceitos construídos por eles são chamados de: Grandezas Diretamente e Inversamente Proporcionais. Desse modo, finalizamos esse momento da aula, mostrando para eles como estavam apresentados os conceitos dessas grandezas no livro didático, enfatizando que apesar de no livro ser apresentado com termos teóricos e matemáticos, a ideia era a mesma.

Entendemos que este tipo de abordagem, exibe aos alunos sua capacidade e o poder cognitivo de construir conceitos ao ponto de pensar e elaborar exemplos. Como também, foi possível mostrar aos que sentem dificuldade em Matemática, que são capazes de compreender. Como também mostrar aos professores e pesquisadores que essa metodologia aponta para um caminho que leva a construção da aprendizagem e o interesse em aprender, contribuindo para o processo de ensino e aprendizagem.

### 6.2.5 Aplicação de uma atividade de ensino em grupo

Nesse encontro, dividimos a turma em grupos, distribuímos os alunos que faltaram o encontro passado para que eles não ficassem sem participar da atividade, fizemos uma breve revisão sobre as grandezas proporcionais estudadas, e entregamos uma atividade por grupo, realizando a leitura das questões e enfatizamos a importância de deixar registrado, o passo a passo, suas ideias, se algum colega pensou diferente e se precisaram chegar a um consenso.

Este momento foi importante, pois os alunos conseguiram interagir e socializar bastante, consequentemente gerando um interesse em responder a atividade, pois, essa atitude dos alunos faz com que eles mesmos percebam que são capazes. Neste encontro, devido ao tempo, não conseguimos concluir o planejamento, assim, deixamos a segunda etapa da atividade para o próximo encontro, em que cada grupo apresentou para a turma como pensou e quais estratégias utilizaram naquela questão.

Assim, iniciamos nosso encontro dividindo a turma nos mesmos grupos da aula passada, para continuarmos a atividade. Com isso, deixamos eles socializarem e discutirem as estratégias utilizadas em cada questão, para que em seguida eles pudessem apresentar para a turma a questão sorteada. Nesse sentido, tivemos 6 grupos e cada um ficou responsável em apresentar uma questão. Para a apresentação, cada grupo explicou suas estratégias e pensamentos que utilizaram para responder à atividade. Como forma de facilitarmos a identificação dos grupos, enumeramos do número 1 ao 6.

No momento da apresentação, deixamos os alunos à vontade para apresentarem da forma que achava melhor, fazendo assim apenas a mediação para se algum aluno quisesse participar durante a explicação. Além disso, em alguns momentos sentimos a necessidade de intervir seja para facilitar a aprendizagem da turma, como também com informações que nos ajudariam durante a análise.

Desse modo, neste estudo analisamos tanto os registros dos alunos na atividade, como em sua apresentação. Essa investigação foi baseada no uso das situações didáticas que levou a um momento adidático e das estratégias metacognitivas.

Para facilitar nossa análise, na figura abaixo temos o enunciado da pergunta e em seguida nossas contribuições sobre a análise.

Figura **17**: Enunciado da primeira questão da atividade em grupo.

1- Um carro percorre 300 km com um consumo médio de 15 km por litro de combustível.

A) Quantos litros de combustível ele usará para percorrer 300 km?

B) Calcule quantos litros, esse mesmo carro, usaria para percorrer 450 km?

C) Como vocês pensaram nesse problema? Algum colega pensou diferente? Se sim, explique como foi o pensamento de cada um.

Fonte: Elaborada pela autora.

Podemos perceber através dos registros e da apresentação, que o grupo 1 fez o uso do algoritmo da divisão e na terceira alternativa, eles responderam: “Pensamos que se um carro percorre 300 km e cada 15 km é um consumo por litro, pensamos em dividir 300 por 15 para ter o total de litros que ele usará para percorrer. Assim, buscando analisar sob o olhar das situações didáticas, dizemos que a situação de ação ocorreu no momento em que os alunos buscaram fazer a leitura da questão e pensaram em caminhos para resolução. Já a situação de formulação acontece quando eles socializaram seus pensamentos e estratégias, construindo ideias mais teóricas, mesmo que ainda não tivessem a intenção de validar nenhum conhecimento. (Brousseau 1986).

Analisando sob um olhar para os movimentos metacognitivos, não identificamos nenhum movimento pelo fato de não terem registrado se algum aluno pensou diferente ou acrescentou algo no momento de responder à questão. Nesse caso, acreditamos que não existiu um contra-argumento para que acontecesse algum movimento metacognitivo.

Entretanto, ao finalizarem a apresentação, ao fazermos algumas perguntas para a turma, um grupo relatou que teve a mesma ideia, porém, fez o uso de uma tabela, que para eles facilitou a identificar se as grandezas eram diretamente ou inversamente proporcionais. Daí, identificamos que de acordo com De Chiaro (2006) o movimento mantenedor se fez presente, pelo fato do grupo 1 que estava apresentando, ter escutado a estratégia de seus colegas, mas decidiram manter a sua estratégia inicial. Acreditamos ainda que talvez o contra-argumento não tenha feito o grupo 1 refletir tanto sobre seu pensamento, pelo fato de terem chegado a uma mesma solução. O segundo grupo apresentou suas e estratégias da questão abaixo.

Figura **18**: Enunciado da segunda questão da atividade em grupo.

2- Uma equipe de pedreiros constrói 12 metros de muro em 3 horas.

a) Quanto tempo eles levarão para construir um muro de 18 metros, trabalhando a mesma quantidade de horas por dia?

b) Quanto tempo, essa mesma equipe, levaria para construir o dobro do comprimento desse muro?

c) Como vocês pensaram nesse problema? Algum colega pensou diferente? Se sim, explique como foi o pensamento de cada um.

Fonte: Elaborada pela autora.

Buscando identificar se os alunos foram pelo caminho da dialética das situações didáticas, em sua apresentação conseguimos perceber a presença da situação de ação como bem define Brousseau (1986), Teixeira e Passos (2013) e Almeida (2019), pois os alunos chegam no resultado final mais não conseguem explicar como chegou. Com isso, sentimos a necessidade de intervir nesse momento, indagando os alunos e colocando-os para pensar sobre sua resposta, ao responderem, vimos que eles compreenderam as grandezas e souberam explicar e defender seu ponto de vista, apesar de não terem deixado escrito na atividade. Abaixo, temos um recorte da nossa discussão.

Quadro **25**: Discussão sobre o pensamento dos alunos na atividade.

| |
|---|
| - Professora: "Como vocês pensaram na alternativa b?" |
| - Alunos: "A cada uma hora eles construíam 4 metros, como seria o dobro do muro que seria 24 metros, dividimos 24 por 4 e chegamos que eles gastariam 6 horas." |
| - Professora: "Vocês conseguem identificar qual é o tipo de grandeza nessa questão, diretamente ou inversamente proporcional?" |
| - Alunos: "Diretamente Proporcional." |
| - Professora: Por que? |
| - Alunos: "Quantos mais metros são, mais horas são." |

Fonte: Elaborado pela autora.

Observando o diálogo acima, identificamos que os alunos compreenderam, mas não souberam explicar em seus registros, o que pode ter sido pela falta de interpretação das perguntas na atividade, pois, ao serem indagados no momento da apresentação conseguiram explicar de forma consciente o que compreenderam do conteúdo. Quanto aos movimentos metacognitivos, pelo que foi respondido pelos alunos, nenhum se fez presente, pelo fato de nenhum aluno do grupo ter pensado diferente. No entanto, durante a apresentação, na pergunta da alternativa (b) da figura 18, dois grupos relataram ter entendido a questão de forma diferente e consequentemente ter chegado a um resultado diferente.

Nesse momento, achamos importante deixarmos os alunos conversarem sobre suas estratégias, e com isso percebemos que o grupo que estava apresentando, ficou um pouco inseguro com seu pensamento inicial e sua resposta. Assim, ao observarmos esse cenário, sentimos a necessidade de intervir refazendo a leitura da questão até que algum aluno entendesse o que a questão estava pedindo. Desse modo, aproveito para destacar a importância do papel do professor como mediador na sala de aula, pois entramos em cena com a intenção não só de promover a leitura e interpretação, como também para que o grupo apresentador não se sentisse pressionado e conseguisse explicar seu pensamento inicial. Neste momento, acreditamos que pode haver o movimento reconstrutor, em que ocorre através de uma autorreflexão do seu posicionamento inicial através do contra-argumento dado pelo seu colega, ocorrendo uma ruptura e fazendo com que o grupo corrigisse ou alterasse seu pensamento inicial. (De Chiaro, 2006).

Assim, no quadro abaixo há um recorte deste diálogo.

Quadro **26**: Diálogo sobre seus pensamentos voltados à questão da atividade.

- Grupo apresentador: 1 hora gasta 4 metros, em 24 metros seriam 6 horas.”
- Aluno A: “Não, mais aí não seria de 18 não? Seria o dobro de 18 metros”
- Professora: “Alguém pensou de alguma forma diferente? Alguma dúvida?”
- Aluno B: “A gente pensou como aluno A, pegamos o 18 multiplicamos por 2 e respondemos do mesmo jeito deles.”
- Grupo apresentador: [silêncio]
- Professora: “Leiam novamente essa questão.”
- Grupo apresentador: Quanto tempo essa mesma equipe levaria para construir o dobro do comprimento desse muro?”
- Professora: “Qual foi o tamanho do muro inicial?”
- Grupo apresentador: Seria o dobro de 12.”
- Professora: “Isso mesmo. Apesar dessa dúvida de vocês, como vocês responderam?”
- Aluno B: Multiplicamos o 18 por 2 e dividimos por 4”
- Professora: Percebemos que a ideia foi a mesma, o que mudou foi que vocês interpretaram que o muro tinha 18 metros, e o outro grupo que tinha 12 metros.”

Fonte: Elaborado pela autora.

Neste diálogo, percebemos a presença de dois movimentos metacognitivos defendidos por De Chiaro (2006), o mantenedor para o grupo apresentador, apesar de sua insegurança, e o reconstrutor para os dois grupos que participaram dessa conversa, pois este movimento é caracterizado quando ocorre uma autorreflexão do seu posicionamento inicial através do contra-argumento, ocorrendo uma ruptura, corrigindo a forma como pensou inicialmente, pois apesar dos métodos de resolução terem sido os mesmos, a interpretação foi divergente entre eles.

Dando continuidade à nossa análise, seguimos para a apresentação do terceiro grupo que apresentou suas estratégias sobre a terceira questão da atividade, como mostra a figura abaixo.

Figura **19**: Terceira questão da atividade em grupo.

3- Uma máquina de refrigerante enche 4 garrafas em 5 minutos. Para encher 10 garrafas, essa mesma máquina levará quantos minutos? Após responderem, explique como pensaram nessa questão.

Fonte: Elaborado pela autora.

Observando as respostas do grupo na atividade, vimos que o grupo optou por construir uma tabela, relacionando a quantidade de garrafas ao tempo, e ao lado deixaram contas de multiplicação e divisão. Já na apresentação, o grupo conseguiu explicar como pensaram e construíram a tabela. Relataram que diminuíram as 4 garrafas para 2 garrafas, pois quando reduziram pela metade facilitou para encontrar o tempo. Assim, com a mesma ideia, responderam para as 10 garrafas, "pois se com 8 garrafas daria 10 minutos, para 10 garrafas somaria os 10 minutos mais os 2 minutos e meio correspondente às 2 garrafas, totalizando 12 minutos e 30 segundos". Assim, analisando sob um olhar das situações didáticas, identificamos que eles fizeram o uso da situação de ação, pois ao construir a tabela eles mostram que simulando tentativas de encontrar uma solução e tomam decisões (Brousseau 1986). Já a situação de formulação ocorre quando eles socializam entre os colegas as ideias, bem como se permitem fazer afirmações sobre seu ponto de vista. (Trevizan 2015).

Em seguida, perguntamos a turma se algum grupo pensou de outra forma e apenas um grupo relatou que pensou diferente, mas chegaram no mesmo resultado: "Primeiro a gente observou o tempo para saber quanto tempo cada garrafa levaria para encher que daria 1 minuto e 25 segundos e depois somando se 8 garrafas dariam 10 minutos adicionando 2 garrafas daria 12 minutos e 30 segundos.". Com isso, nesse momento, acreditamos que o movimento elaborador ocorreu, pois, apesar do grupo ter pensado de forma diferente, suas ideias convergiram, tendo assim uma possibilidade de ampliarem seus conhecimentos unindo seu pensamento inicial com a nova ideia ou estratégia apresentada pelos seus colegas. (De Chiaro, 2006).

Podemos destacar a importância de inserir momentos como esse nas aulas de Matemática, pois além de enriquecedores, propõe aos alunos aprenderem com seus próprios colegas, através dessas trocas, além de perceberem que em uma questão pode existir diferentes caminhos que levam ao mesmo resultado.

Seguimos para a análise a apresentação do quarto grupo a partir da questão abaixo:

Figura **20**: Enunciado da quarta questão da atividade em grupo.

4- O salário recebido e o número de horas trabalhadas são grandezas que podem estar inversamente relacionadas, especialmente em trabalhos por hora.

A) Se um trabalhador ganha R$15,00 por hora e trabalha 8 horas por dia, quanto ele receberá por dia?

B) Se o mesmo trabalhador precisa receber R$300,00, quantas horas ele precisará trabalhar para atingir essa quantia?

C) Como vocês pensaram nesse problema? Algum colega pensou diferente? Se sim, explique como foi o pensamento de cada um.

Fonte: Elaborada pela autora.

Observando os registros do grupo e sua apresentação, identificamos os alunos partiram da ideia das quatro operações básicas, utilizando apenas a multiplicação. Desse modo, identificamos apenas a situação de ação baseada em Brousseau (1986) quando busca por soluções que façam sentido para eles. Por outro lado, na busca em investigar a presença dos movimentos metacognitivos nesse grupo, iniciamos um diálogo com a tentativa de entender se em algum momento eles precisaram entrar em um consenso para chegar na resposta. No quadro abaixo temos um recorte com falas que contribuíram para nossa análise. Para melhor visualizarmos, referenciamos os alunos através das siglas A1, A2 e A3.

Quadro **27**: Recorte da discussão sobre as grandezas.

- Grupo apresentador: “Diretamente, pois quando o tempo sobe o valor também sobe.”
- Professora: “Quais são as duas grandezas que estão sendo estudadas nessa questão?”
- A1: “O tempo e o valor.”
-Professora: “Quanto mais ele trabalha mais ganha? Vamos ler novamente o enunciado da questão?”
- A1: “O salário recebido e o número de horas trabalhadas, são grandezas que podem estar inversamente.”
- A2: “Não necessariamente no dia que ele mais trabalhar ele vai receber aquela quantidade toda.”
- Grupo: “Vai ter trabalhador que vai trabalhar mais que o outro, e vai receber menos.”

- Professora: “Isso, no caso vocês estão relacionando ao serviço que estão fazendo dentro daquela hora, ne isso?”
- A3: “Se um cara que trabalha pouco e faz o trabalho bem feito, o que faz o trabalho mal feito vai ter que trabalhar dobrado, o que trabalha menos e faz o trabalho melhor vai ganhar mais."
- Professora: “Se vocês recebem um valor fixo e no fim do mês receber 2 mil reais, tanto faz eu trabalhar hoje 5 horas como amanhã 8 horas, no final do mês eu vou receber o valor fixo.”

Fonte: Elaborado pela autora.

A partir dessa discussão, conseguimos identificar inicialmente dificuldade na interpretação do grupo, pois o enunciado especificou que era uma grandeza inversamente. Nesse sentido, essa discussão promoveu a presença de movimentos metacognitivos, pois apesar de nenhum aluno relatar ter pensado diferente, no momento em que foi perguntado qual tipo de grandeza estava presente na questão, identificamos que, após lerem o enunciado, pararam, refletiram, e buscaram explicar com suas palavras o porquê de ser inversamente. Nesse contexto, podemos destacar a presença das situações de ação, formulação e principalmente validação, pois quando leem novamente o enunciado, refletem e buscam explicar, eles buscam através de seus conhecimentos validar e convencer seus colegas a partir de seu ponto de vista. (Mendonça 2021).

É importante frisar ainda, que no momento dessa discussão, houve um diálogo, em que eles escutaram o argumento de cada um, construindo entre eles um novo conhecimento, a partir da reflexão dos exemplos dados, o que pode tornou esse momento interessante, pois de acordo com De Chiaro (2006), o movimento reconstrutor surgiu para o grupo apresentador, pois, quando escutaram o contra-argumento de seus colegas, fizeram uma autorreflexão do seu posicionamento inicial, ocorrendo uma ruptura, fazendo com que o grupo refletisse e entendesse que tinha levado em consideração apenas as horas trabalhadas e o valor, e não a questão de atividades atribuídas a eles no momento do trabalhado, o que pode ter ampliado ou até mesmo modificado seu pensamento inicial.

Na quinta questão analisamos as respostas do grupo a partir do seguinte enunciado.

Figura **21**: Enunciado da quinta questão da atividade em grupo.

5- Um construtor está realizando um projeto e informou ao seu cliente que a quantidade de tempo necessária para concluir o projeto e o número de trabalhadores são grandezas inversamente proporcionais. Suponha que o construtor tenha iniciado o projeto com 4 trabalhadores com um tempo estimado de conclusão do projeto de 10 dias. Com base nessa informação, responda:

A) Se o construtor decidir aumentar o número de trabalhadores para 6, quantos dias serão necessários para concluir o projeto?

B) Se o cliente deseja que o projeto seja concluído em apenas 6 dias, quantos trabalhadores o construtor deve alocar para o trabalho?

Fonte: Elaborado pela autora.

Observamos que o grupo não deixou registrado muitas informações que pudéssemos aprofundarmos nossa análise, assim essa questão foi respondida apenas com algoritmo da divisão. Por isso, durante a apresentação, realizamos perguntas que promoveram um diálogo, em que buscamos identificar as situações didáticas e as estratégias metacognitivas envolvidas. No quadro abaixo teremos um recorte da discussão que ocorreu na sala de aula.

Quadro **28**: Diálogo em busca das situações adidáticas e movimentos metacognitivos.

- Professora: “Como vocês responderam, como pensaram no cálculo?”
- Grupo: “A gente fez a divisão aí a gente só fez o cálculo deu a resposta e colocou.”
- Professora: “Deu quanto?”
- Grupo: “8,40.”
- Professora: “Como vocês pensaram turma?”
- Aluno: Se são 4 trabalhadores em 10 dias se fosse aumentar para 6 trabalhadores seria menos dias, então seria 6 trabalhadores por 8 dias.
- Professora: Qual foi o cálculo que vocês fizeram para chegar em 8 dias?
- Aluno: Não teve cálculo foi só pela tabela.
- Professora: Como tu chegou nesses 8 dias?
- Aluno: Lógica, não teve um cálculo.
- Professora: Não tem problema em não ter cálculo, estou perguntando só a ideia que você chegou em 8 dias.
- Aluna: Quanto mais trabalhador tivesse, o tempo seria menor.
- Professora: Essa ideia é a ideia de inversamente proporcional, e está perfeito. Queria saber só como vocês chegaram que era 8 dias.”
- Aluna: Só diminuí dois e fui na fé [risos].

Fonte: Elaborado pela autora.

É importante destacarmos que através desse diálogo percebemos que os alunos entenderam o conceito sobre grandezas inversamente proporcionais, entretanto, não conseguiram explicar como chegaram no resultado, deixando claro a situação de ação, definida por Almeida (2019).

Para finalizarmos as apresentações, assistimos à apresentação do sexto grupo, que responderam à questão que está na figura abaixo.

Figura **22**: Enunciado da sexta questão da atividade em grupo.

6- Uma piscina está sendo enchida por uma torneira. A vazão (quantidade de água) da torneira e o tempo necessário para encher a piscina são grandezas inversamente proporcionais. Se a piscina leva 8 horas para encher com a torneira aberta a uma vazão constante. Assim, qual o tempo para encher a piscina com o dobro da vazão? Explique como pensaram para responder essa pergunta.

Fonte: Elaborado pela autora.

Esse grupo deixou como anotações apenas a resposta final, com isso, com as informações que tivemos na atividade não conseguimos garantir o uso da dialética das situações como também das estratégias metacognitivas. Assim, tivemos como alternativa de contribuir para a análise, realizar perguntas após a apresentação para que assim, conseguíssemos identificar como pensaram e quais métodos utilizaram para chegar a solução final.

Quadro **29**: Diálogo sobre a grandeza presente da sexta questão.

| |
|---|
| Grupo: “A gente pensou que seria 4 horas para encher a piscina porque se a água sai o dobro seria menos tempo, então se a água está saindo o tempo normal que era em 8 horas, então se saísse duas vezes aquela mesma quantidade de água, então seria em 4 horas.”<br>Professora: “Então vocês fizeram o que para chegar em 4 horas?”<br>Grupo: “A gente criou a tabela e percebeu que quanto mais água, menos tempo.”<br>Grupo: “A gente dividiu por dois.” |

Fonte: Elaborado pela autora.

A partir desse diálogo vimos que este grupo compreendeu o conteúdo proposto, pois explicaram como chegou no resultado e como pensou para chegar. Assim através das situações didáticas, focamos nossa análise no momento adidático, em que os alunos fizeram o uso não só da fase da ação como também da formulação, pois de acordo com Brousseau (1986), esta acontece quando os alunos explicam como chegou no resultado, mesmo que sem ter intenção de validar aquele conhecimento, ou seja, eles não mostraram os cálculos, mas conseguiram explicar o caminho que percorreram para chegar ao resultado.

É importante enfatizarmos o quão valioso foram as apresentações tanto para os alunos, quanto para nós pesquisadores, pois buscamos propor aos alunos defender suas ideias e estratégias, e também, a compreensão da turma, de escutar, respeitar e argumentar no momento certo quando os caminhos foram diferentes, fazendo com que os alunos não se intimidem ou fiquem envergonhados nesse processo da construção do conhecimento.

Para finalizarmos esse encontro, fizemos o uso da fase de institucionalização, que segundo Mendonça (2021), ocorre quando o professor, de forma convencional, promove a transição dos conhecimentos construídos pelos alunos para o conhecimento científico. Ou seja, realizamos a correção de forma coletiva das questões, explicando algumas estratégias utilizadas pela turma e também mostrando outras formas de responder, dando espaço para os alunos participarem, expondo suas ideias, pois acreditamos que esse momento em que o aluno está imerso ao jogo didático, só tem a contribuir no processo de ensino e aprendizagem.

### 6.3 Análise das entrevistas com os grupos.

Ao concluirmos todas as atividades planejadas, realizamos uma entrevista com os grupos já formados. Antes de iniciarmos as entrevistas, preparamos o ambiente, explicamos a eles como iria acontecer e que devido ao barulho e para que na hora de responder, não tivesse interferência todos ficassem à vontade na hora de responder as perguntas, precisaríamos deixar na sala apenas o grupo da vez, enquanto os outros ficaram na biblioteca.

Ao chamar cada grupo para a entrevista, procuramos novamente deixá-los à vontade, afirmamos que não tinha resposta errada, que todas as respostas eram pertinentes e que seriam perguntas sobre o que foi vivenciado durante toda a pesquisa. Como forma facilitar para os alunos, antes de cada pergunta, foi lembrado o que tinha acontecido em cada aula.

Além disso, essa entrevista foi planejada e elaborada com a intenção de identificarmos alguns pontos: Compreensão do conteúdo sobre Grandezas Proporcionais; Analisar através de suas respostas se na atividade mencionada eles fizeram o uso de alguma das situações didáticas a partir de um momento adidático baseadas em Brousseau (1986), (ação, formulação e validação) e identificar através de falas ou registros a presença dos movimentos metacognitivos (mantenedor, elaborador e reconstrutor) De Chiaro (2006).

Nesse sentido, buscamos investigar a partir das falas dos alunos, momentos que mostram tanto o uso das situações didáticas para responder às questões, como sobre as estratégias metacognitivas, tendo em vista que o planejamento para o desenvolvimento das atividades desenvolvidas foi pensado na relação entre as duas teorias. Também é importante frisarmos que devido à grande quantidade de informações nas entrevistas, realizamos alguns recortes que melhor apresenta elementos sobre os temas estudados. Assim, nomeamos as falas dos grupos como G1, G2, G3, G4, G5 e G6.

### 6.3.1 Analisando sobre a construção do conceito sobre as Grandezas.

Nessa etapa da entrevista, analisamos como os conhecimentos prévios dos alunos contribuíram para a aprendizagem do conteúdo de Grandezas proporcionais, e quais suas percepções sobre o tipo de metodologia utilizada que buscou incentivar a construção do conhecimento do aluno. Para facilitarmos a visualização e nossa análise, nomeamos os grupos em G1, G2, G3, G4, G5 e G6.

Na figura abaixo temos o esboço da primeira pergunta da entrevista.

Figura **23**: Enunciado da primeira pergunta da entrevista.

1- Na primeira aula que foi sobre os experimentos com as garrafas, o que inicialmente veio na cabeça de vocês? E com relação a conteúdo, algum?

Fonte: Elaborada pela autora.

Desse modo, no quadro abaixo temos um recorte das respostas dos alunos sobre essa questão. Além disso, nomeamos também de A1, A2, A3 e assim sucessivamente e em seguida o nome do grupo para que facilitasse a visualização e a compreensão sobre essa conversa.

Quadro **30**: Respostas da primeira pergunta da entrevista.

- G1: “Pensamos que quanto maior o tamanho da garrafa mais tempo demorou para esvaziar. Agora eu sei que é grandezas proporcionais, mais antes não consegui associar.”
- G2: “Quanto menor a garrafa o tempo seria menor. Com relação ao conteúdo achei que estava falando em grandezas.”
- A1G3: “Que quanto maior era o volume de água, certas garrafas secavam mais rápida por conta do volume, do tamanho da garrafa.”
- A2G3: “Quanto mais a água esvaziava mais tempo demorava a que era mais litros.”
- G3: Com relação ao conteúdo pensamos em volume e grandeza.

- G4: “Que quanto menor a garrafa mais rápido a água sairia. O conteúdo foi grandezas e medidas.”
- G5: “Que quanto mais litros de água tinha na garrafa demorava mais a secar.”
- G5: “Que faz parte de geometria, grandezas.”
- A1G6: “Que quanto mais água tinha mais tempo demorava para secar.”
- A1G6: “Eu sinceramente, eu achei que tinha relação com a formas porque dependendo da garrafa a água descia mais rápido também.”
- G6: “Pensamos em tempo e volume.”

Fonte: Elaborada pela autora.

A partir das repostas vistas no quadro acima, observamos que todos os grupos responderam de forma muito segura e clara, sobre o que entenderam do experimento, definindo assim a grandeza diretamente proporcional, entretanto apesar de definirem muito bem, em nenhum momento eles lembraram do conteúdo de grandezas proporcionais, por mais que tenha sido estudado no ano letivo anterior.

Na segunda pergunta da entrevista, conforme ilustrado na figura abaixo, os alunos concordaram unanimemente que seus pensamentos iniciais foram úteis para a realização da atividade.

Figura **24**: Enunciado da segunda pergunta da entrevista.

2- Ao chegar na atividade os pensamentos iniciais ajudaram para responder ou mudou algum pensamento com relação ao inicial?

Fonte: Elaborada pela autora.

Na terceira pergunta da entrevista, conforme mostra a figura abaixo, buscamos entender se eles sentiram dificuldade em explicar como chegaram no resultado final.

Figura **25**: Enunciado da terceira pergunta da entrevista.

3- Com relação a atividade com probleminhas sobre grandezas proporcionais que vocês fizeram individualmente, vocês sentiram dificuldades em explicar como pensaram nas respostas? Quais?

Fonte: Elaborada pela autora.

Com isso, no quadro abaixo temos as respostas dos alunos.

Quadro **31**: Respostas da terceira pergunta da entrevista.

| |
|---|
| - G1: “Não sentimos dificuldade em explicar.”<br>- A1G2: “Sim, porque as vezes a lógica que eu tinha não conseguia explicar, porque as vezes eu pego um pouco da aula da senhora e um pouco do que eu entendi, ai eu tento chegar em um resultado, mas não conseguia escrever como pensei.”<br>- G3: “Não porque normalmente a gente usava a tabela e a tabela ajudava muito.”<br>- G4: “Mais ou menos, por que a gente a gente respondia e depois tinha certeza da resposta mais não sabia explicar como tinha chegado.”<br>- G5: “Sentimos, não sabia explicar.”<br>- G6: “Só em tipo achar as palavras certas.” |

Fonte: Elaborada pela autora.

Elaboramos esta pergunta, para identificarmos como os alunos agiam diante da metacognição, pois, quando precisamos refletir para explicar como respondemos determinada questão, consequentemente pensamos sobre o nosso próprio pensamento. Nesse momento, fazemos o uso de estratégias metacognitivas baseadas em Mattos (2000) e De Chiaro (2017).

Ao analisarmos as respostas dos alunos, percebemos que muitos tiveram dificuldades em explicar como chegaram às suas soluções. Isso indica que perguntas desse tipo precisam ser mais exploradas nas aulas de Matemática, pois, geralmente, os estudantes se concentram mais na resposta final, preocupados em saber se está certa ou errada, do que no processo de resolução. Nesse contexto, o grupo 4 relatou que respondiam às questões com certeza de que estavam corretas, mas encontravam dificuldades em explicar seu raciocínio. Essa situação revela que eles ainda não estão habituados a construir e compreender o passo a passo de suas resoluções. Isso evidencia o potencial do uso das dialéticas das situações (ação, formulação, validação e institucionalização) defendidas por Brousseau (1986), para contribuir de forma significativa na aprendizagem, especialmente quando o foco está na construção do conhecimento.

### 6.3.2 Análise sobre como responderam as atividades de ensino.

Dando continuidade à análise da entrevista, partimos para as atividades realizadas em grupos, assim, focaremos nos critérios das situações didáticas que levou a um momento adidático (ação, formulação, validação e institucionalização) defendidos por Brousseau (1986), Almeida (2019), Mendonça (2021) entre outros. E dos movimentos metacognitivos (mantenedor, elaborador e reconstrutor) baseados em De Chiaro (2006).

Para a quarta pergunta, relembramos aos alunos o momento em que eles se juntaram em duplas ou trios para analisaram as atividades selecionadas, e em seguida apresentamos a nossa pergunta que está na figura abaixo.

Figura **26**: Quarta pergunta da entrevista.

4- Na aula seguinte da atividade, vocês se juntaram em duplas ou trios e analisaram a atividade do colega mesmo sem saber de quem era a atividade. Ao analisar a atividade, vocês conseguiram identificar alguma resposta ou pensamento que seu colega teve e vocês não tiveram, conseguiram repensar na sua resposta? Quanto pensaram, conseguiram modificar alguma etapa ou permaneceram com as mesmas ideias que já tinham?

Fonte: Elaborado pela autora.

Com isso, apresentamos as respostas de cada grupo no quadro abaixo, para facilitar nossa investigação.

Quadro **32**: Resposta da quarta pergunta da entrevista.

- A1G1: “Sim, quando eu respondi essa questão eu fiz somando e quando analisei a atividade do colega, ele fez multiplicando, e eu não tinha pensado nessa forma.”
- A2G2: “Teve um dia que a senhora pedia para dar um exemplo, e eu pensei na piscina que quanto mais rápido ela enchia, ia precisar de menos tempo, e eu vi que outros colegas pensaram na mesma ideia só que com caixa de água.”
- Professora: “Quando você se deparou com essa opinião do colega, você repensou sobre essa ideia?”

| |
|---|
| - A2G2: “Eu pensei que tava certo, porque ele usou a mesma lógica só usou maneira diferente dele explicar, o que eu analisei mais foi o jeito que ele explicou porque eu consegui entender o meu e eu consegui fazer o meu, só que não consegui explicar da forma que eu tinha pensado, só que o colega ele fez o exemplo bem parecido com o meu, só que ele conseguiu explicar o seu pensamento.”<br>- G3: “Quando a gente foi analisar a resposta tava do mesmo jeito. Eu acrescentei algumas coisas no cálculo.”<br>- A1G4: “Na atividade que eu peguei para analisar não fazia sentido algum.”<br>- A2G4: “O processo estava diferente, mas o resultado foi o mesmo.”<br>- Professora: “Ao observar que os seus colegas tiveram pensamentos diferentes, fazia sentido para você, ou você preferiu manter o seu pensamento?”<br>- A2G4: “Preferi manter o meu porque era mais fácil.”<br>- G5: “O nosso pensamento mesmo.”<br>- G6: “Sim.”<br>- Professora: E com relação a ideia do colega, vocês utilizariam a ideia que já tinham ou a do colega que foi diferente da ideia de vocês?<br>- A1G6: “A que a gente já tinha.”<br>- A2G6: “Por que a gente sabe como nossa forma foi feita, mas não sabemos como foi o passo a passo que eles fizeram, porque eles não deixaram os cálculos.”<br>- Professora: “Mas o resultado que eles chegaram foi o mesmo que o de vocês?”<br>- A2G6: “Não, a gente acha que eles se perderam no meio da questão.” |

Fonte: Elaborado pela autora.

Nessa discussão, percebemos que os alunos buscaram analisar as diferenças entre suas respostas e as de seus colegas sobre a atividade. Acreditamos que esse momento foi fundamental para a pesquisa, pois eles se colocaram no papel de investigadores, tentando entender e descobrir como seus colegas pensaram. Além disso, deixamos claro que a intenção desse encontro foi realizar uma análise cuidadosa, sem julgar os colegas. Nesse sentido, achamos interessante também observar como eles agiram após analisar as respostas dos colegas, especialmente ao identificarem que diferentes caminhos foram utilizados para chegar ao mesmo resultado. Nesse momento, notamos que eles fizeram uso de movimentos metacognitivos, conforme De Chiaro (2006), ao relatarem que decidiram manter sua estratégia inicial. Outro ponto importante foi a resposta de um aluno do grupo 6, que afirmou ter mantido sua resposta porque não sabia qual era o passo a passo do colega, já que ele não mostrou os cálculos.

A quinta pergunta da entrevista, como mostra a figura abaixo, foi elaborada na tentativa de investigar se os alunos sentiram dificuldade.

Figura **27**: Quinta pergunta da entrevista.

| |
|---|
| 5- Vocês encontraram alguma dificuldade durante as atividades, pode falar um pouquinho sobre? |

Fonte: Elaborado pela autora.

A partir dessa pergunta, registramos as respostas de cada grupo e reunimos no quadro abaixo.

Quadro **33**: Resposta dos alunos sobre a quinta pergunta da entrevista.

| |
|---|
| - A1G1: “Eu senti na segunda atividade dos problemas.” |
| - A2G1: “Eu senti dificuldade quando não era divisão exata.” |
| - A3G1: “Senti dificuldade em entender a questão, mas eu conseguia entender a diferença nos exemplos.” |
| - A4G1: “Não consegui fazer a terceira atividade da folha, achei a questão difícil.” |
| - A1G2: Não, porque as vezes pelo enunciado a gente não consegue identificar mesmo o problema e tem que ler muitas vezes, principalmente nas grandezas inversamente que a gente não conseguiu identificar se era multiplicação ou divisão.” |
| - A1G3: “Eu acho que sim, algumas que precisava usar mais a lógica.” |
| - A2G3: “Senti dificuldade em interpretar.” |
| - A1G4: “Sim, divisão básica.” |
| - A2G4: “Interpretação.” |
| - A1G5: “Sim, em entender as perguntas.” |
| - A2G5: “Achei mais fácil fazer do que explicar.” |
| - A1G6: “Só naquela parte que a gente não fez a sexta questão, porque a gente não conseguiu entender.” |

Fonte: Elaborado pela autora.

Através das respostas dos alunos, sobre as dificuldades detectadas, identificamos que apesar da multiplicação ou divisão terem sido citadas, a falta de interpretação foi relatada pela maioria dos grupos. Com isso, percebemos uma necessidade em trabalhar com situações que desenvolvam a habilidade da leitura e da interpretação dos alunos, habilidade essencial presente na BNCC não só do 8º ano, como das outras turmas do Ensino Fundamental II.

Na sexta pergunta questionamos sobre a atividade em grupo conforme apresenta a figura abaixo.

Figura **28**: Sexta pergunta da entrevista.

6- Com relação a atividade em grupo, no momento de elaborar e pensar em uma resposta, algum colega pensou diferente? Como foi essa experiência?

Fonte: Elaborado pela autora.

Essa pergunta foi interessante, pois mostrou a dificuldade dos alunos em explicar como pensaram na resposta, buscando defender seu ponto de vista sobre o que compreendeu daquela questão.

Quadro **34**: Resposta dos alunos sobre a sexta pergunta da entrevista.

- G1: Sim, nós pensamos de forma diferente, só que não conseguia explicar a outra o nosso pensamento."
- A1G1: "Como só fizemos essa atividade na outra aula, pedimos ajuda e as meninas explicaram como tinham pensado, e conversamos sobre como a gente achava, e no fim escolhemos o caminho mais fácil."
- G3: "Sempre tinha uma ideia diferente, mais a gente juntar e acabava dando certo."
- G4: "Não uns falavam ai a gente ia construindo juntos."
- G5: "Pensamos em conjunto."
- A1G6: "Não, tipo assim, a gente começou a responder seguindo alguns conselhos que a senhora falou na aula, eu pensei em uma forma mais direta, e o meu colega pensou em parte por parte."
- Professora: Como vocês fizeram para chegar em um resultado?"
- A1G6: "Utilizamos a do colega porque a dele era mais simplificada e o caminho era mais rápido."

Fonte: Elaborado pela autora.

A partir do que foi relatado no quadro acima, podemos ver que o grupo 3 ao relatar que : "Sempre tinha uma ideia diferente, mais a gente juntava e acabava dando certo", identificamos que o movimento elaborador se fez presente, pois ocorre uma interrupção na ideia inicial, ou seja, eles sentem a necessidade em ampliam suas ideias e até mesmo adicionar novas que convergem com seu pensamento inicial. (De Chiaro, 2006).

Destacamos ainda a fala de um aluno do grupo 6, que relatou ter pensado de uma forma mais direta enquanto seu colega pensou mais detalhado. Com isso, ao ser indagado sobre como chegaram a um consenso, responderam que escolheram a resposta do colega porque era mais simplificada e o caminho mais rápido. Nesse momento, percebemos que talvez o aluno estava inseguro em sua resposta, o que gerou dúvida sobre como pensou, com isso corrigiu seu pensamento inicial. Nessa situação identificamos a presença do movimento reconstrutor que para De Chiaro (2006), se faz presente quando o aluno faz uma autorreflexão com relação ao seu posicionamento inicial, ocasionando em uma ruptura na construção do seu argumento e das suas justificativas.

Na sétima pergunta da entrevista, relembramos como tinha ocorrido a quinta atividade sobre área e perímetro com foco na grandeza diretamente proporcional. Já no segundo exemplo, mostrou uma tabela para os alunos preencherem fazendo relação com o número de liquidificadores para uma quantidade de suco. E em seguida fizemos a pergunta, conforme apresenta a figura abaixo.

Figura **29**: Sétima pergunta da entrevista.

7- A quinta atividade antes mesmo de ser aplicada, foi mostrada um experimento que a professora junto com a ajuda da aluna Laís, tirou as medidas dos quadrados, e pediu para que vocês preenchessem a tabela sobre lado e perímetro. O que você achou dessa atividade? Conseguiram perceber de imediato que tinha uma diferença entre o primeiro e o segundo exemplo?

Fonte: Elaborado pela autora.

Buscamos analisar a partir das respostas dos alunos que estão no quadro abaixo a percepção dos alunos sobre estarmos estudando duas grandezas distintas.

Quadro **35**: Resposta dos alunos sobre a sétima pergunta da entrevista.

| |
|---|
| - G1: “Tava tranquila, conseguimos perceber a diferença dos quadrados, que quanto maior o quadrado maior o perímetro. Já a do suco quanto mais liquidificadores menor era o tempo para fazer os sucos.”<br>- A1G1: “Eu senti dificuldade em identificar uma grandeza inversamente, a direta eu achei mais fácil.”<br>- A2G1: “Achei legal o exemplo do liquidificador porque quanto mais liquidificador, menos tempo ele gastava.”<br>- A1G2: “Eu achei tranquilo o dos quadrados, porque quanto maior o lado, maior era o perímetro.”<br>- A1G3: “Que falava sobre grandezas, achei fácil. Conseguimos identificar que no primeiro exemplo, os dois aumentavam, e no segundo exemplo que quando um subia o outro diminuía.”<br>- A1G4: “Faz sentido, porque se for a mesma quantidade de suco quanto mais aumentar a quantidade de liquidificador menor vai ser o tempo.”<br>-PROFESSORA: “Vocês conseguiram percebe alguma diferença entre os dois exemplos?”<br>- G4: “Quanto maior era o quadrado maior era o quadrado, e o segundo quanto mais liquidificadores menos tempo.”<br>- A1G5: Sim, que em um subia o outro também subia.<br>- G6: “Tranquilo de entender.”<br>- Professora: “O que vocês conseguiram entender dessa questão?”<br>- G6: “Que quanto maior os quadrados, maior era o perímetro.”<br>- Professora: E com relação ao outro exemplo?”<br>- G6: “Que quanto mais liquidificares menos tempo leva.”<br>- Professora: “Vocês conseguiram perceber que tem alguma diferença, ou não tem diferença?”<br>- A1G6: “É o mesmo conceito mais as grandezas são diferentes.”<br>- A2G6: “Uma era diretamente e a outra inversamente.” |

Fonte: Elaborado pela autora.

Nesse momento, percebemos uma situação que, ao entrarem com mais afinco na situação didática, os alunos passaram a interagir de forma mais ativa, demonstrando maior confiança para explicar seus pensamentos. Dessa maneira, podemos afirmar que o fato de todos os grupos terem percebido as diferenças e conseguido definir os conceitos indica que eles realmente aprenderam o conteúdo.

Seguindo para a oitava pergunta da entrevista, relembramos para eles a aula das apresentações, como mostra a figura abaixo.

Figura **30**: Oitava pergunta da entrevista.

| |
|---|
| 8- Em relação a sua apresentação e as apresentações dos colegas, vocês conseguiram repensar em alguma estratégia ou resposta para alguma pergunta? |

Fonte: Elaborada pela autora.

Com isso, tivemos respostas que contribuíram para nossa análise, na qual apresentamos no quadro abaixo.

Quadro **36**: Resposta dos alunos sobre a oitava pergunta da entrevista.

| |
|---|
| - A1G1: “Era forma diferente, só que o resultado era o mesmo.”<br>- A1G2: “Eu não consegui entender muito a explicação de alguns colegas quando estavam apresentando, conseguia entender os cálculos que eles falavam mais a explicação ficou confusa.”<br>- A1G2: “Teve uma questão da garrafa que pensamos diferentes.”<br>- Professora: “Com a explicação deles, vocês modificaram o pensamento, ou permaneceram como tinha pensado?”<br>- G2: “Permaneceu.”<br>- A1G3: “Teve uma questão que pensamos diferente, mas vimos que dava o mesmo resultado.”<br>- Professora: “Ao observar essa diferença, vocês hoje responderiam da forma que pensaram, ou da forma que o colega pensou?”<br>- G3: “Da forma que pensamos.”<br>- G4: “Algumas estavam diferentes, mais tinham umas que eram até mais fácil que o nosso.”<br>- A1G5: Teve um aluno que pensou de forma diferente.<br>- Professora: “E com relação a essa divergência de pensamento, vocês mantiveram o pensamento que já tinham, ou passaram a pensar melhor como a forma que o colega falou?”<br>- G5: “A gente manteve a nossa.”<br>- A1G6: “Praticamente era quase a mesma lógica, só mudava a forma de explicar.” |

Fonte: Elaborada pela autora.

Essa questão buscou identificar os movimentos metacognitivos dos grupos. Observamos que o movimento mantenedor esteve presente nos grupos 2, 3, 5 e 6, por relatarem que, mesmo ao tentarem compreender as explicações de seus colegas, não houve uma ruptura em seu pensamento inicial. (De Chiaro, 2006).

Por outro lado, o grupo 4 mencionou que algumas respostas apresentadas pelos colegas pareciam mais fáceis do que eles haviam pensado, indicando que, apesar das diferenças, ambos os grupos chegaram ao mesmo resultado. A partir dessa fala, identificamos a presença do movimento elaborador, pois essa análise levou os estudantes a estabelecerem novas relações e conexões com suas posições iniciais (De Chiaro, 2006).

A nona pergunta da entrevista solicitava que os alunos explicassem, com suas palavras, o entendimento sobre grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Como esses conceitos já haviam sido bem abordados em questões anteriores, e a compreensão dos alunos já havia sido confirmada, optamos por passar para a última pergunta para evitar repetição desnecessária.

Finalizamos a entrevista com a décima pergunta em que os alunos precisaram exemplificar com situações do seu cotidiano sobre as grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Com isso, apresentamos no quadro abaixo as respostas.

Quadro **37**: Resposta dos alunos sobre a sétima pergunta da entrevista.

| |
|---|
| - A1G1: “A questão da viagem, quanto mais rápido ele ia, o tempo era menor.”<br>- A1G1: “A diretamente pensei na questão da cozinheira, quanto mais comida ela for fazer mais tempo ela vai demorar.”<br>- A1G2: “Um vendedor de maçã quanto mais maçã ele tem mais lucro ele vai ter, essa grandeza é diretamente.”<br>- A2G2: Inversamente tem água da vazão, se for duas vezes a vazão menos tempo enche o tanque.”<br>- A1G3: “Quanto mais litros mais tempo demorava para esvaziar.”<br>- Professora: “E um exemplo inversamente.”<br>- A1G3: “Quanto mais quilômetros, rápido um carro percorre, menos tempo ele demora para chegar no local.”<br>- A1G4: “A escola e o lanche, quanto maior a quantidade de aluno, maior será a quantidade do lanche.” |

| |
|---|
| - A1G4: “Quanto maior a quantidade de pedreiro em uma obra, menor será o tempo gasto para eles construírem.” |
| - A1G5: Quanto mais o carro anda, mais gasolina precisa colocar. |
| - Professora: “Esse exemplo é referente a qual tipo de grandeza?” |
| - A2G5: Diretamente |
| - A3G5: “O outro exemplo é o do liquidificador, quanto mais liquidificador menos tempo gasta.” |
| - A1G6: “Quanto mais alunos mais cadeiras e mesas precisa.” |
| - Professora: “Essa é qual grandeza?” |
| - G6: “Diretamente.” |
| - A1G6: “Inversamente, pensei em: Quanto mais rápido eu for, menos tempo eu uso pra chegar no destino.” |

Fonte: Elaborada pela autora.

Ao elaborar essa pergunta, buscamos, além de verificar a compreensão do conteúdo, identificar se os alunos utilizaram o que aprenderam na sala de aula a situações do cotidiano. Identificamos que os alunos aprenderam no momento em que apresentaram exemplos sobre cada tipo de grandeza. Alguns citaram exemplos já discutidos durante os encontros, enquanto outros trouxeram experiências pessoais. É importante ressaltar que as perguntas da entrevista foram feitas de forma a não revelar os pontos abordados, permitindo que os alunos respondessem de acordo com seu entendimento real e estimulando a metacognição, conforme definida por De Chiaro (2017) como a capacidade de pensar sobre seus próprios pensamentos.

Para finalizarmos, após as entrevistas realizamos mais um encontro para fornecer um feedback à turma. Nesse momento, agradecemos a oportunidade de desenvolver nossa pesquisa e reforçamos que a participação nas aulas e nas atividades propostas foi fundamental, contribuindo significativamente para nossas análises. Também explicamos o desafio que enfrentamos ao relacionar duas teorias que, até então, não possuem pesquisas que as conectem. Mesmo assim, conseguimos, de forma construtiva, alcançar os objetivos propostos, relacionando a TSD com a metacognição identificando a partir das falas dos alunos a aprendizagem sobre grandezas proporcionais.

# 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Assim como relatado na introdução, esta pesquisa foi concebida a partir de inquietações acerca de como o ensino de Matemática vem sendo praticado. Com o intuito de contribuir com a Educação Matemática, analisamos a relação entre a dialética das situações adidáticas e os movimentos metacognitivos, a partir da aplicação de atividades de ensino envolvendo grandezas proporcionais em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental. Dessa forma, sentimos a necessidade não apenas de utilizar a metodologia estudada com foco na construção do conhecimento dos alunos, mas também de contribuir com o processo de ensino e aprendizagem.

Cabe ressaltar que não temos a pretensão de encerrar a discussão com respostas ou ideias definitivas, como se esta proposta metodológica que envolve a dialética das situações adidáticas e os movimentos metacognitivos, fosse a única maneira de promover a construção do conhecimento em aulas de Matemática.

Acreditamos que as reflexões e sugestões apresentadas ao longo desta pesquisa possam enriquecer o processo de ensino e aprendizagem, ampliando o repertório metodológico e estratégico dos professores, com vistas a facilitar a aprendizagem dos alunos.

Os sujeitos desta pesquisa foram alunos do 8º ano do Ensino Fundamental II de uma escola pública municipal localizada na cidade de Campina Grande. A fim de atender aos objetivos propostos, desenvolvemos todas as etapas metodológicas previamente descritas. Ao concluir essas etapas, consideramos que os objetivos traçados foram alcançados.

Nas atividades iniciais, observamos que os alunos demonstraram dificuldade em identificar o conteúdo trabalhado. Muitos tentaram responder às questões utilizando apenas as quatro operações básicas ou recorrendo a conhecimentos prévios. Ao chegarem aos resultados, a maioria não soube explicar a estratégia utilizada, evidenciando que, frequentemente, os alunos tendem a responder às atividades de Matemática de forma mecânica, sem buscar um sentido conceitual para o que está sendo estudado e sem preocupação em validar os conceitos matemáticos envolvidos.

Nas atividades voltadas à identificação do uso de conhecimentos prévios, observamos que os alunos associaram inicialmente o conteúdo apenas às quatro operações, indicando que se tratava de grandezas e medidas. Identificamos também dificuldades na interpretação dos enunciados, o que nos levou a planejar atividades que articulassem a construção dos conceitos de grandezas e medidas com o desenvolvimento da habilidade de leitura e interpretação de textos matemáticos.

Ao final das atividades, os alunos foram convidados a analisar as respostas de seus colegas, buscando compreender as estratégias e lógicas utilizadas. Essa etapa teve buscou identificar os movimentos metacognitivos: observar se os alunos mantinham suas formas de pensar ou se adaptavam suas estratégias a partir das contribuições dos colegas. Percebemos a forte presença do movimento mantenedor, possivelmente influenciado pelo fato de muitos alunos não terem explicado claramente suas estratégias ou por terem chegado ao mesmo resultado, o que evidencia a importância de propor atividades que promovam, além da compreensão dos conteúdos, a argumentação, a socialização de ideias e a defesa de pontos de vista.

Durante as apresentações, alguns alunos conseguiram explicar claramente seus raciocínios, embora não tenha havido discussão suficiente entre os grupos para que se chegasse a um consenso, provavelmente porque os resultados finais foram os mesmos, mesmo que por caminhos diferentes.

Para finalizar a aplicação da pesquisa, realizamos uma entrevista semiestruturada com os alunos, a fim de avaliar sua compreensão sobre grandezas proporcionais. Como revelado nos resultados, todos os grupos foram capazes de definir, diferenciar e exemplificar os tipos de grandezas. Também buscamos compreender como os alunos se sentiram ao aprender em uma situação adidática.

Observamos que, apesar das dificuldades iniciais, eles conseguiram realizar as atividades propostas, fazendo uso das dialéticas das situações adidáticas. Outro ponto importante foi a identificação de estratégias metacognitivas utilizadas espontaneamente pelos alunos, detectadas tanto em suas falas quanto nos registros escritos. Isso é extremamente relevante, pois evidencia o desenvolvimento de habilidades argumentativas e críticas, essenciais para a formação de sujeitos reflexivos.

Ao longo da pesquisa, constatamos que os alunos se mostraram empolgados por estarem construindo pensamentos matemáticos e por perceberem sua própria capacidade de aprendizagem. Em muitos encontros, o professor se retirou do centro das ações, permitindo que os alunos construíssem seus próprios conceitos a partir de seus conhecimentos prévios. Percebemos, assim, que a adoção da metodologia de situações adidáticas é eficaz para promover a construção do conhecimento, pois coloca os alunos em uma posição de protagonismo, exigindo confiança no que aprenderam e capacidade de comunicar suas ideias aos colegas. No entanto, a maioria dos alunos, mesmo compreendendo as explicações dos colegas, preferiu manter sua forma de pensar e resolver as questões, o que pode indicar uma fase inicial de desenvolvimento metacognitivo.

É importante destacar que esta pesquisa pode contribuir significativamente para a reflexão sobre a integração entre situações adidáticas e a metacognição em sala de aula, fomentando discussões relevantes sobre essa temática. Buscamos, ao longo de todo o percurso, incentivar a construção do conhecimento a partir dos conhecimentos prévios dos alunos, estimulando-os a pensar e repensar seus próprios pensamentos, promovendo não apenas a argumentação, mas também os movimentos metacognitivos, uma das mais relevantes estratégias cognitivas para o desenvolvimento do pensamento crítico.

Contudo, reconhecemos que ainda há escassez de pesquisas na área do ensino de Matemática que investiguem a relação entre situações didáticas e estratégias metacognitivas. Esses são fenômenos que emergem no contexto da sala de aula, e, por isso, consideramos essencial a realização de novas pesquisas nessa linha, que podem trazer contribuições valiosas para o processo de ensino e aprendizagem. Além disso, cabe destacar a pouca atenção dada às aulas de Geometria, especialmente no ensino público, tanto na prática docente quanto na forma como os conteúdos são apresentados nos livros didáticos.

Dessa forma, sugerimos como continuidade a esta pesquisa investigações que analisem, por exemplo, como o planejamento e a aplicação de sequências didáticas influenciam os processos metacognitivos e argumentativos, auxiliando na construção do conhecimento de conteúdos matemáticos.

Ademais, é importante destacar que a atuação do professor foi fundamental em todo o processo desta pesquisa, especialmente por sua responsabilidade em intervir e mediar os momentos em que as situações didáticas e os movimentos metacognitivos se desenvolveram de forma mais efetiva. Essas abordagens, embora essenciais para o desenvolvimento do pensamento crítico, dificilmente surgem de forma espontânea nas aulas de Matemática. Na maioria dos casos, as atividades tradicionais não estimulam, por si só, a reflexão metacognitiva dos alunos, sendo papel do professor criar ambientes propícios ao desenvolvimento desses processos.

Assim, a intervenção docente é indispensável para transformar atividades rotineiras em oportunidades de aprendizagem mais reflexivas e autônomas, promovendo uma formação mais significativa.

Por fim, registramos nossa satisfação em realizar esta pesquisa, pois acreditamos em seu potencial para promover reflexões e inovações no campo da Didática da Matemática e da Metacognição no ensino. Esta experiência contribuiu de forma significativa para o meu crescimento profissional, uma vez que as observações e reflexões realizadas ao longo do processo nos permitiram explorar diferentes formas de aplicar os referenciais teóricos estudados, ampliando nosso repertório pedagógico. Além disso, este estudo nos levou a refletir mais profundamente sobre as estratégias que utilizamos em sala de aula e sobre como nossas escolhas impactam diretamente a experiência de aprendizagem dos alunos, tornando o ensino mais significativo e transformador.

## 8 REFERÊNCIAS

ALBINO, H. E. V.; SANTOS, Y. A.; MEDEIROS, K. M. **Os jogos matemáticos para minimizar a matematofobia dos alunos: um encontro no laboratório de matemática. Ensino Aprendizagem de Matemática**, p. 81, 2019.

ALMEIDA, F.E.L. **O contrato didático e as organizações matemáticas e didáticas: analisando suas relações no ensino da equação do segundo grau a uma incógnita.** 2016. 304 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática)- Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2016.

ALMEIDA, J.R. **Níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico: um modelo para os problemas de partilha de quantidade**. 2016. 200 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática)- Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2016.

ALMEIDA, F. A. de. **Sequência didática da proposição a aplicação: uma análise das interações em sala de aula sob o ponto de vista das situações adidáticas.** 2019. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco.

ALMOULOUD, S.A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

ALMOULOUD, S.A. **Contexto e contextualização nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática.** Revista Nova escola, v. 1, 2014.

ALMOULOUD, S. A; COUTINHO, C. Q. S. **Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19/ANPED**. Revista Eletrônica de Educação Matemática (REVEMAT), v. 3, n. 1, p. 62-77, 2008.

ALVES, C. P. **Introdução ao conceito de função no nono ano do Ensino Fundamental por meio de função definida por várias sentenças.** 2022. 84 f.

Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2022.

AMANCIO, J. R. De S. **Estudo do cálculo de áreas de figuras planas baseado em estratégias de resolução de problemas matemáticos.** 2020**.** 152 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de ciências e Matemática) - Universidade Federal de Alagoas (UFAL). Maceió, 2020.

ANJOS, A. R. S. **Processos de resolução de problemas matemáticos sob a óptica da metacognição: estudo comparativo entre xadrezistas e não xadrezistas.** 2019. 131 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2019.

ARTIGUE, Michèle. **Ingénierie didactique. Recherches en didactique des mathématiques**, v. 9, n. 3, p. 281-308, 1988.

ARTIGUE, M. **Ingénierie didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 9, n. 3, p. 281–308, 1988.

ARTIGUE, M. et al. **Ingeniería didáctica en educación matemática**. 1995.

BARBOSA, G. S. **Teoria das situações didáticas e suas influências na sala de aula**. In: VI Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo, SP, jul. 2016.

BARBIER, R. **A pesquisa-ação**. Brasília: Liber Livro Editora, 2004.

BATISTA, P. C. S. **Contribuições da Teoria das Situações Didáticas para ressignificação da prática de professores que ensinam matemática**. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2019.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2006.

BELLEMAIN, P. M. B.; BIBIANO, M. F. A.; SOUZA, C. F. **Estudar grandezas e medidas na educação básica**. *Em Teia*, v. 9, n. 1, p. 1–16, 2018.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: *Porto Editora*, 1994. Trad. Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular:** Ensino Médio. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRITO MENEZES, A. P. A. **Contrato didático e transposição didática: inter-relações entre os fenômenos didáticos na iniciação à álgebra na 6ª série do Ensino Fundamental**. 2006. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2006.

BROUSSEAU, G. **Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 7, n. 2, 1986.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e métodos da didática da matemática. In: BRUN, J. (Org.). Didática das matemáticas. Lisboa: *Instituto Piaget*, 1996. p. 35–113.

BROUSSEAU, G. **Os diferentes papéis do professor**. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 1996. p. 54–78.

BROUSSEAU, G**. Os diferentes papéis do professor**. In: Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas / Cecilia Parra [et. al.]; Porto Alegre: Arte médicas, 1996a.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas:** conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CÂMARA, S. M. **Um exemplo de situação-problema:** O problema do bilhar. *Revista do Professor de Matemática***,** v. 50 (2A), 38-45, 2002.

CAMARA DOS SANTOS, M. **Algumas concepções sobre o ensino e a aprendizagem em matemática**. Educação Matemática em Revista, São Paulo, p. 38-46, 2002.

CARRAHER, Shawn M. et al. Validation of an instrument to measure service-orientation. **Journal of Quality Management**, v. 3, n. 2, p. 211-224, 1998.

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça (coord.); PIRES, Célia Maria Carolino; CURI, Edda. **Transformando a prática das aulas de Matemática**. Textos preliminares. São Paulo: PREM, 2001. (Biblioteca PROEM).

CASTRO-FILHO, J. A., VASCONCELOS, F. H. L., MELO, B. R. S., PEQUENO, M. C. & SILVA, V. M. L. (2008). Ensino de Grandezas Proporcionais com uso do Objeto de Aprendizagem Gangorra Interativa. In**: XIX Simpósio Brasileiro de Informática na Educação - SBIE 2008**. Fortaleza, CE.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Tradução: Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CHEVALLARD, Y. **El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico**. Recherches en Didactique des Mathématiques. Vol 19, nº 2, 1999.

DE CHIARO, S. (2006) **Argumentação em sala de aula**: um caminho para o desenvolvimento da auto-regulação do pensamento. Tese de doutoramento em Psicologia. Pós-graduação em Psicologia Cognitiva – UFPE.

DE CHIARO, S. A., & Silva, K. A. (2017). **Argumentação na sala de aula e seu potencial metacognitivo como caminho para um enfoque CTS no ensino de química: uma proposta analítica**. *Educação e Pesquisa*, v. 43 (2A), 411-426.

DE CHIARO*, S.;* AQUINO, K. A. Da S. **Argumentação na sala de aula e seu potencial metacognitivo como caminho para um enfoque,** p. 411-426, abr/jun *2017.*

DE FATIMA ARAUJO, Lucia. **Rompendo o contrato didático**: a utilização de estratégias metacognitivas na resolução de problemas algébricos. 2009.

DE MOURA, E. M. B., Fraz, J. N., Dos Santos, K. V. G. (2021). **Grandezas e Medidas no contexto da inclusão**: a Educação Matemática na formação do professor*. Educação Matemática Debate*, v. 5, n. 11, 1-25, 2021.

DOLY, A.M. (2006), La metacognition: de sa définition par la psychologie à sa mise en oeuvre à l'école in **Apprendre et Comprendre - Place et rôle de la**

**metacognition dans l'aide spécialisée** (pp. 83-124) sous la direction de G. Toupiol. Paris : Editions Retz.

DREHER, S. A. S. **As estratégias metacognitivas de alunos em processo de alfabetização**: uma reflexão sobre o aprender do aluno e o ensinar do professor. Dissertação de mestrado. PUC - Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, PR, 2009.

FERREIRA, V. D. T. **As contribuições de uma sequência didática elaborada à luz do Modelo Epistemológico de Referência (MER), na construção dos conhecimentos relativos à educação financeira**. 2019. 242 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

FIGUEIRA, Ana Paula Couceiro. Estratégias cognitivo/comportamentais de aprendizagem: problemática conceptual e outras rubricas. **Revista Iberoamericana de Educación**, n. 37/6, 2006.

FIOREZE, L. A., BARONE, D. A. C., BASSO, M. V. A. & ISAIA, S. (2009). Utilização de Recursos Digitais e sua Integração na Atividade do Professor de Matemática para a Aprendizagem dos Conceitos de Proporcionalidade. In: **XX Simpósio Brasileiro de Informática na Educação – SBIE 2009**. Florianópolis, SC.

FLAVEELL, J. H. **Metacognitive aspects of problem solving**. The nature of intelligence, 231-235, 1976.

FLAVELL, J. H. **Metacognition and cognitive monitoring**: a new area of cognitive developmental inquiry. American Psychologist**,** v. 34 (10), 906-911, 1979.

FLAVELL, J.H. (1987). Speculations about the nature and development of metacognition. In F.E. Weinert & R.H. Kluwe (Eds.). **Metacognition, motivation and understanding**, Hillsdale, NJ: Erlbaum, 21– 29, 1987.

FLICK, U. **Uma introdução à pesquisa qualitativa**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2004.

FREITAS, N. S. (2023). **Sequência didática de educação financeira**: **uma investigação da mobilização da argumentação em matemática** (Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Federal de Sergipe, Aracaju.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2017.

GODOY, Arlida Schmidt. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **Revista de administração de empresas**, v. 35, p. 57-63, 1995.

GLAESER, G. ***Pédagogie de l'exercice et du problème***. In: Le livre du problème. Lyon – Paris: CEDIC, 1973. v. 1.

JONNAERT, P.; BORHT, C.. **Criar Condições Para Aprender**: o sócio construtivismo na formação de professores. Porto Alegre: Artmed Editora, 2002.

JONNAERT, P. À propos du contrat didactique. ***Cahiers de Recherche en Éducation, Sherbrooke: Éditions du CRP***, v. 1, n. 2, p. 195–234, 1994.

KUHN, D. (2000). Metacognitive development. Philadelphia: Child Psychology.

LEITÃO, S. (2003). **O potencial da argumentação no desenvolvimento meta-cognitivo**. Trabalho apresentado no IV congresso Brasileiro de Psicologia do Desenvolvimento, João Pessoa, Brasil.

LEITE, Eliana Alves Pereira; DARSIE, Marta Maria Pontin. Implicações da metacognição no processo de aprendizagem da Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 5, n. 2, p. 179-191, 2011.

LIMA, Alana et al. **Ensino de grandezas e medidas: uma proposta com materiais didáticos manipuláveis para o 6º do ensino fundamental**. 2017. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

LOCATELLI, S. W., & Alves, N. C. B. Aproximações entre o monitoramento metacognitivo e a elaboração de portfólio em uma disciplina de Química Geral. Amazônia: **Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 14 (29), 79-92, 2018.

LORENZATO, Sérgio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: **______** (org.). **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. **Em Aberto**, v. 5, n. 31, 1986.

MACEDO, L. N., CASTRO-FILHO, J. A., MACEDO, A. A. M., SIQUEIRA, D. M. B., OLIVEIRA, E. M., SALES, G. L. & FREIRE, R. S. Desenvolvendo o Pensamento Proporcional com o Uso de um Objeto de Aprendizagem. In: Prata, C. L. & Nascimento, A. C. A. A. (Org.). **Objetos de Aprendizagem: Uma Proposta de Recurso Pedagógico.** Brasília: MEC/SEED, p. 17-25, 2007.

MATTOS, C. L. G. **A metacognição no cotidiano dos jovens infratores:** aprendendo a aprender em privação de liberdade. Relatório final da pesquisa *Metacognição em sala de aula*. Rio de Janeiro: PROPEd, Faculdade de Educação – UERJ / DEGASE, 2000.

MELO, B. R. S., VASCONCELOS, F. H. L., PEQUENO, M. C., CASTRO-FILHO, J. A. & SILVA, V. M. L. (2008). Objeto de Aprendizagem Gangorra Interativa na Compreensão Conceitual de Grandezas. In: **XXVIII Congresso da SBC – Workshop sobre Informática na Escola – WIE 2008.** Belém, PA.

MENDONÇA, M.F.M. **Congruência de triângulos: análise de uma sequência didática utilizando o Geogebra para o 8º ano do ensino fundamental. 2021. Dissertação de Mestrado.** Universidade Federal de Pernambuco.

DE MELO, Bergson Rodrigo Siqueira; ML, Verônica. **Sequência didática com objetos de aprendizagem no ensino de grandezas proporcionais.**

MIGUEL, A. Percursos Indisciplinares na Atividade de Pesquisa em História (da Educação Matemática): entre jogos discursivos como práticas e práticas como jogos discursivos. **Bolema**, v. 23 (35A), 1-57, 2010.

MINAYO, M. C. S. Ciência, Técnica e Arte: O Desafio da Pesquisa Social. In: MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.). **Pesquisa Social. Teoria, Método e Criatividade**. Petrópolis: Vozes, p. 09-29, 2001.

MINAYO, M.C.S.; DESLANDES, S.F. (Org). **Pesquisa Social**: teoria, método e criatividade. 28. ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2009.

MORAES, Mara Sueli Simão. **Grandezas e medidas**. In: Secretaria de Educação Básica. Pró-Letramento: Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries iniciais do Ensino Fundamental: matemática. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.

NERY, E. S. S. **A Teoria das Situações Didáticas e a inclusão de estudantes com deficiência visual nos processos de ensino e aprendizagem do conceito de função mediados por um recurso lúdico**. 2023. 296 f. Tese (Doutorado em Educação)- Universidade de Brasília, Brasilia, 2023.

NUNES, T. **É hora de ensinar proporção.** *Revista Nova Escola – On-line*, São Paulo, abr. 2003. Disponível em: https://www.revistaescola.abril.com.br. Acesso em: 30 ago. 2024

OLIVEIRA, Maria Marly de. Como fazer pesquisa qualitativa. In: **Como fazer pesquisa qualitativa**. p. 232-232, 2013.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**; uma análise da influência francesa. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002a.

PAIS, Luiz Carlos. **Introdução**. In: MACHADO, Silvia Dias A. **Educação Matemática**: uma introdução. 2ª ed. São Paulo: EDUC, 2002b, 9-12.

PEREZ, Marlene. **Grandezas e Medidas**: representações sociais de professores do ensino fundamental. 2008. 202 f. Tese (Doutorado Programa de Pós-Graduação em Educação)- Universidade Federal do Paraná– UFPR, Curitiba, 2008.

ROCHA, Amanda et al. Construindo aulas de simetria com auxílio de situações adidáticas. In: **VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática-2013**. 2013.

ROMANATTO, M. C. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA. **Revista Eletrônica de Educação**, *[S. l.]*, v. 6, n. 1, p. 299–311, 2012.

SALES, G. L., VASCONCELOS, F. H. L., CASTRO-FILHO, J. A. & PEQUENO, M. C. Atividades de modelagem exploratória aplicada ao ensino de física moderna com a utilização do objeto de aprendizagem pato quântico. **Revista Brasileira de Ensino Física.** São Paulo, v. 30, n. 3, 2008.

SANTOS, A. F. **O favorecimento da vivência da metacognição a partir da resolução de problemas aritméticos por alunos dos anos finais do ensino fundamental**. 2020. 100 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática)**-** Universidade Federal de Sergipe, São Cristovão, 2020.

SANTOS, A. O., de OLIVEIRA, G. S., & dos Santos Saad, N. A metacognição e estratégias metacognitivas no processo de ensino e aprendizagem da matemática. **Revista Verde**, v. 6, 23-39, 2021

SILVA, M. F. F. **Frações e grandezas geométricas**: um estudo exploratório da abordagem nos livros didáticos. 2004. 176 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – UFPE, Recife, 2004.

SILVA, M. F. F. **Grandeza e medidas**: um percurso de estudo e pesquisa para a prática profissional. 2016. 427 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática)- Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

SCHRENK, M. J. **Tomada de consciência em atividades de Modelagem Matemática no Ensino Fundamental**. 2020. 222 f. Dissertação (Mestrado em

Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2020.

SCHLIEMANN, A. L. & CARRAHER, D. Razões e proporções na vida diária e na escola. In: Schliemann et al. (org.). **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. Recife: UFPE, p. 13-38, 1993.

SPINILLO, A. Proporções nas séries iniciais do primeiro grau. In: Schiemann et al. (org.). **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. Recife, PE: UFPE, p. 40-60, 1994.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães; PASSOS, Claudio Cesar Manso. Um pouco da teoria das situações didáticas (tsd) de Guy Brousseau. **ZETETIKÉ. Revista de Educação Matemática**, v. 21, n. 1, p. 155-168, 2013.

TREVIZAN, W.A**. Ensinando matemática por meio de situações potencialmente adidáticas**: estudo de casos envolvendo Análise Combinatória. 2014. 137 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Matemática e Estatísitica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

VENANCIO, M. A. S. **Metacognição:** um estudo exploratório com o game educacional A Fazendinha Matemática aplicado em estudantes do ensino fundamental. 2020. 116 f. Dissertação (Mestrado em Ensino na Educação Básica)- Universidade Estadual do Sudeste da Bahia, Vitória da Conquista. 2020.

YIN, R. K. **Estudo de Caso _ Planejamento e Método** 2. ed. São Paulo: Bookman, 2001.