



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**A EXIGUIDADE DE APLICAÇÕES COTIDIANAS E A TEORIA DE AUSUBEL:
COMO A MATEMÁTICA FINANCEIRA AUXILIA NA APRENDIZAGEM DE
EQUAÇÕES?**

GILSON HORÁCIO DOS SANTOS JÚNIOR

**VITÓRIA DE SANTO ANTÃO – PE
2024**

GILSON HORÁCIO DOS SANTOS JÚNIOR

**A EXIGUIDADE DE APLICAÇÕES COTIDIANAS E A TEORIA DE AUSUBEL:
COMO A MATEMÁTICA FINANCEIRA AUXILIA NA APRENDIZAGEM DE
EQUAÇÕES?**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de
Matemática-Licenciatura da Universidade
Federal de Pernambuco, como requisito
parcial para a obtenção do grau de
Licenciado em Matemática

Orientadora: Prof^a. Dr^a Anna Barbara Barros
Leite Aragão

**VITÓRIA DE SANTO ANTÃO – PE
2024**

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Santos Júnior, Gilson Horácio dos.

A exiguidade de aplicações cotidianas e a teoria de Ausubel: como a matemática financeira auxilia na aprendizagem de equações? / Gilson Horácio dos Santos Júnior. - Recife, 2024.

74 p. : il.

Orientador(a): Anna Barbara Barros Leite Aragão

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Matemática - Licenciatura, 2024.

Inclui referências, apêndices, anexos.

1. Aprendizagem significativa.. 2. Matemática financeira.. 3. Aplicações cotidianas.. 4. Equações.. I. Aragão, Anna Barbara Barros Leite. (Orientação). II. Título.

370 CDD (22.ed.)

GILSON HORÁCIO DOS SANTOS JÚNIOR

**A EXIGUIDADE DE APLICAÇÕES COTIDIANAS E A TEORIA DE AUSUBEL:
COMO A MATEMÁTICA FINANCEIRA AUXILIA NA APRENDIZAGEM DE
EQUAÇÕES?**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de
Matemática-Licenciatura da Universidade
Federal de Pernambuco, como requisito
parcial para a obtenção do grau de
Licenciado em Matemática

Aprovado em: 06/12/2024.

BANCA EXAMINADORA

Orientadora: Prof^a. Anna Barbara

Examinador 1

Examinador 2

AGRADECIMENTOS

A Deus, por proporcionar momentos inimagináveis e dar-me todas as características, dentre elas a fortaleza, necessárias para o meu desenvolvimento pessoal e profissional, sendo o amor e persistência os fatores mais relevantes na minha jornada.

À minha mãe, Edileuza Miguel da Silva, a imagem de cuidado, amor e inspiração, estando presente e facilitando em toda a minha trajetória, sempre com incentivo para buscar uma melhor compreensão do mundo, sempre foi e será por você mãe!

À Doutora Anna Barbara, pela atenção e orientação neste estudo, compreendo minhas necessidades e fortalecendo meu preparo até a finalização.

Aos meus colegas de turma, por tornarem o curso mais atraente e participativo, certamente os sacrifícios de cada um foram estímulos para os avanços dos outros.

A todos os demais envolvidos na construção do conhecimento e finalização deste trabalho, acreditando e despertando minhas potencialidades.

RESUMO

A pesquisa tem como objetivo examinar os impactos que os aplicativos do cotidiano têm na aprendizagem dos indivíduos, considerando como a contextualização dos conteúdos pode facilitar o desenvolvimento de conhecimentos significativos. A matemática financeira é uma das principais disciplinas que oferece esta proposta, uma vez que a produção de conhecimento rompe com abordagens exclusivamente mecânicas, permitindo, desta forma, um processo de ensino e aprendizagem baseado no construtivismo. Para tanto, utilizou-se a teoria da aprendizagem significativa de David Paul Ausubel, na qual ele enfatiza que o elemento mais importante para a formação do conhecimento é a bagagem intelectual que os alunos possuem em suas respectivas estruturas cognitivas. Um dos principais interesses da educação matemática contemporânea é a relação entre o concreto e o abstrato, uma vez que o cenário atual exige tais transformações no desenvolvimento e retenção de compreensões. Nessa perspectiva, a matemática financeira revela-se um recurso importante para a prática em sala de aula. Esta área inspira a curiosidade dos alunos e facilita a transição para conceitos mais complexos, como equações afins, exponenciais e logaritmos. Através desta abordagem na prática educativa, a aprendizagem torna-se mais envolvente, ao mesmo tempo que fornece uma base para os alunos compreenderem temas abstratos, potenciando uma evolução gradual e significativa das suas competências matemáticas, como a autonomia e o pensamento crítico. Espera-se que este estudo amplie a compreensão das metodologias na prática docente, utilizando o conhecimento prévio dos alunos como fonte de informação para introdução de conteúdos, possibilitando um ambiente mais significativo e participativo.

Palavras-chave: Aprendizagem significativa. Matemática financeira. Aplicações cotidianas. Equações.

ABSTRACT

The research aims to examine the impacts that everyday applications have on individuals' learning, considering how the contextualization of content can facilitate the development of meaningful knowledge. Financial mathematics is one of the main subjects that offers this proposal, since the production of knowledge breaks with exclusively mechanical approaches, allowing, in this way, a teaching and learning process based in constructivism. For this purpose, David Paul Ausubel's theory of meaningful learning was used, in which he emphasizes that the most important element for the formation of knowledge is the intellectual baggage that students have in their respective cognitive structures. One of the main interests of contemporary mathematics education is the relationship between the concrete and the abstract, since the current scenario requires such transformations in the development and retention of understandings. From this perspective, financial mathematics proves to be an important resource for classroom practice. This area inspires students' curiosity and facilitates the transition to more complex concepts, such as affine equations, exponentials and logarithms. Through this approach in educational practice, learning becomes more engaging, while also providing a basis for students to understand abstract topics, enhancing a gradual and significant evolution of their mathematical skills, such as autonomy and critical thinking. It is hoped that this study will expand understanding of methodologies in teaching practice, using students' prior knowledge as a source of information for introducing content, enabling a more meaningful and participatory environment.

Key-words: Meaningful learning. Financial mathematics. Everyday applications. Equations.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Questionário 1 - Matemática Financeira no cotidiano.....	27
Figura 2: Questionário 2 - Questões de matemática financeira e funções.....	28
Figura 3: Questionário 3 - Matemática Financeira e Funções.....	30
Figura 4: Resposta do estudante A3 no primeiro questionário.....	35
Figura 5: Resposta do estudante A2 no primeiro questionário.....	36
Figura 6 Quadro de respostas da pergunta: Na sua visão, é mais fácil empreender ou investir? Qual é mais rentável?.....	36
Figura 7: Resposta do estudante A8 no primeiro questionário.....	38
Figura 8: Quadro de respostas da pergunta: “Quais são duas situações em que, na sua opinião, ocorreu um investimento financeiro?.....	38
Figura 9: Gráfico de engajamento nas questões da atividade.....	40
Figura 10: Resposta do estudante A20 na questão 3.....	41
Figura 11 : Resposta do estudante A21 na questão 3.....	41
Figura 12: Resposta do estudante A5 na questão 3.....	42
Figura 13: Resposta do estudante A12 na questão 4.....	43
Figura 14: Resposta do estudante A3 na questão 4.....	43
Figura 15: Resposta do estudante A22 na questão 1.....	44
Figura 16: Resposta do estudante A23 na questão 2.....	45
Figura 17: Resposta do estudante A22 na questão 6:.....	45
Figura 18: Gráfico das respostas dos estudantes nas questões 1, 2 e 4.....	46
Figura 19: Gráfico das respostas dos estudantes na questão 3.....	47
Figura 20: Resposta do estudante A24 na questão 5.....	48
Figura 21: Resposta do estudante A25 na questão 5.....	48
Figura 22: Resposta do estudante A26 na questão 5.....	48
Figura 23: Resposta do estudante A27 na questão 5.....	49
Figura 24: Resposta do estudante A28 na questão 5.....	49
Figura 25: Resposta do estudante A29 na questão 5.....	49
Figura 26: Quadro de respostas do estudante A10.....	51

Figura 27: Resposta do estudante A10 nas questões 1 e 2.....	51
Figura 28: Resposta do estudante A10 na questão 3.....	52
Figura 29: Resposta do estudante A10 na questão 4.....	52
Figura 30: Resposta do estudante A10 na questão 5 - item A.....	53
Figura 31: Resposta do estudante A10 na questão 5 - item B.....	53
Figura 32: Resposta do estudante A10 na questão 6 da lista.....	54
Figura 33 : Resposta do estudante A30 na questões 1 e 2 - Questionário 2.....	55
Figura 34: Resposta do estudante A30 na questão 3 - Questionário 2.....	55
Figura 35: Resposta do estudante A30 na questão 4.....	56
Figura 36: Resposta do estudante A30 na questão 5 - Questionário 2.....	57
Figura 37: Resposta do estudante A30 na questão 6 - Questionário 2.....	58

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Critérios de análise das questões envolvidas.....	31
---	----

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	9
2. JUSTIFICATIVA.....	11
3. OBJETIVOS.....	13
3.1 Geral.....	13
3.2 Específicos.....	13
4. REFERENCIAL TEÓRICO.....	14
4.1 Aprendizagem significativa de David Ausubel e a função dos conhecimentos prévios.....	14
4.2 A aprendizagem significativa na prática docente em matemática.....	18
4.3 compreendendo equações através da matemática financeira.....	22
5. METODOLOGIA.....	28
6. ANÁLISE E DISCUSSÕES DOS RESULTADOS.....	37
6.1 Análise e discussão do Questionário 1.....	37
6.2 Análise das questões matemáticas.....	43
6.3 Análise das respostas do Questionário 3.....	49
6.4 Inter-relações entre os resultados obtidos.....	53
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	63
REFERÊNCIAS.....	65
APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO 1 - MATEMÁTICA FINANCEIRA NO COTIDIANO.	68
APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO 2 - QUESTÕES DE MATEMÁTICA FINANCEIRA E EQUAÇÕES.....	69
QUESTIONÁRIO 3 - APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES.....	72

1. INTRODUÇÃO

A educação é responsável, dentre outros atributos, pelo desenvolvimento intelectual, moral e social, permitindo que a população realize o seguimento da evolução. O processo de ensino-aprendizagem é um importante momento para o desenvolvimento cognitivo dos indivíduos, através dele as pessoas são capazes de compreender e reinventar o meio ao qual estão inseridos. Como presente na obra de Jean Piaget (1970), a maior relevância da educação é a criação de indivíduos críticos, que desenvolvam independência de pensamento, sem apenas realizar replicações de produções existentes, mas na realidade, sejam capazes de fazer novas formulações. Desse modo, é imprescindível a utilização da educação em qualquer sociedade, pois a partir dessa implementação é possível progredir em aspectos físicos, sociais, financeiros e científicos.

Certamente, a Matemática é uma das áreas imprescindíveis para o desenvolvimento cognitivo e pessoal dos indivíduos, possibilitando análise crítica, visualização espacial, raciocínio-lógico, entre outros benefícios. Entretanto, de maneira geral, ao mesmo tempo em que a matemática propicia avanços para aqueles aos quais domina, mantém um caráter intimidante para estudantes que não conseguem compreender tais conhecimentos científicos, já que existem contrariedades entre a proposta de ensino do professor, agindo como condutor, com a aplicação e reconhecimento pelos alunos. Esses, por sua vez, não se sentem envolvidos no meio acadêmico. A consequência dessa realidade é a desmotivação dos discentes, ocasionando ausência no decorrer das aulas, sequer são estimulados a sanar dúvidas, elemento fundamental para a verdadeira funcionalidade da educação.

Em conformidade com o docente Rafael Procópio (2015), a matemática está presente em diversos setores da sociedade, sua aplicabilidade é um estimulante natural do conhecimento, como utilidade em construções e no sistema monetário, ele enfatiza que essa característica de finalidades existentes, devem ser exploradas com os estudantes para configurar uma verdadeira aprendizagem, sem que seja absorvida de modo frívolo.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (2018, p.461), o ensino médio corresponde ao final do ciclo regular de ensino, em que apresentam

preocupantes dados sobre rendimento, resultante da falta de relevância na vida dos estudantes, mas também das práticas pedagógicas em divergência com os aspectos culturais e trabalhistas deles. Alinhando-se a tal concepção, os índices apresentados no portal G1 sobre o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) de 2021, cerca de 5% dos estudantes do ensino público realmente compreendem a matemática de maneira significativa, valor inferior ao ano de 2019. A nível geral do território brasileiro, mais da metade dos discentes que estão em processo de finalização do ensino regular possuem irrisórios conhecimentos de matemática, limitando-se as operações elementares e informações básicas. Então, diante do cenário atual aplicável a várias instituições de ensino, surgem os seguintes questionamentos:

Até que ponto os exemplos concretos podem colaborar para a aprendizagem da matemática no ensino médio? De maneira específica, em que medida a matemática financeira pode corroborar para a assimilação dos conteúdos de equações?

A partir de tal indagação, a pesquisa tem o intuito de apresentar uma nova estratégia de ensino no âmbito educacional, sendo contrário ao servilismo dos hábitos tradicionais da aprendizagem mecânica.

2. JUSTIFICATIVA

Atualmente, o cenário do território nacional apresenta índices progressivamente alarmantes sobre aprendizagem dos estudantes. Visando a erradicação dessa realidade, existem distintos mecanismos da sociedade que permitem uma fidedigna apreensão do conhecimento, o principal deles é a escola, visto por Taets (2018) como:

a escola deve ser vista como um rico espaço de promoção de cultura onde os alunos podem encontrar oportunidades, em redes incrivelmente complexas de interações cognitivas e afetivo-sociais, para construir a identidade pessoal e coletiva, bem como desenvolver o sentido de pertencimento ao grupo, ao espaço, ao trabalho realizado.

Dessa forma, a educação é o principal meio de inclusão dos indivíduos na sociedade e no desenvolvimento intelectual dos seus membros, sendo a escola a ferramenta planejada para que essa concepção torne-se realidade. Entretanto, ao longo das observações e levantamentos sobre aspectos cognitivos, existem diversos obstáculos na aprendizagem no ensino regular, sobretudo na matemática, um dos principais trata-se do desinteresse dos estudantes pelos temas das aulas, estas, geralmente são apresentadas de maneira mecânica e obsoleta, sendo apenas transmitida de maneira conceitual, acarretando a ausência de participação e questionamentos essenciais para a absorção em sua totalidade.

O presente estudo tem em vista outra perspectiva na abordagem dos conteúdos da matemática, verificando as consequências que um viés prático pode propiciar ao aluno a medida em que permite sua inserção no ambiente educativo, uma vez que o indivíduo é tratado não apenas o objeto do processo ensino-aprendizagem, mas também, como ator principal no seu desenvolvimento cognitivo. Ademais, a partir de uma didática com aprendizagem significativa, através dos conhecimentos pré estabelecidos na estrutura cognitiva das pessoas, os conteúdos tornam-se aproximados dos discentes e, por consequência, é possível obter uma sólida base para alcançar assimilação, retenção e generalização das temidas abstrações de conteúdos mais desenvolvidos, por exemplo o uso logaritmos e exponenciais, permitindo a utilização real e não sejam embargo no ensino da matemática, promovendo um ambiente mais inclusivo, visto que os docentes desvinculam-se de modificações na sua condução das aulas e corrobora para a

manutenção de estigmas culturais da abordagem inflexível, conforme Miranda (2018, p. 35):

O professor que se esforça por tornar a aula mais significativa para seus alunos, demonstra automaticamente que está interessado no aluno como um todo, pois o ato de ensinar deixa de ser simplesmente uma obrigação advinda da profissão e passa a ser impulsionada pela vontade de que o aluno aprenda. Auxiliar no aprendizado completo do aluno requer maior dedicação, preparo e criatividade. Estas práticas exigem do professor maior esforço e o torna mais capacitado.

Portanto, o trabalho possui como proposta a promoção de um novo entendimento a respeito das intervenções pedagógicas utilizadas em sala de aula, empregando os exemplos reais, em especial a matemática financeira, como mecanismo fundamental para um acompanhamento integral dos conteúdos e desenvolvimento intelectual expressivo.

3. OBJETIVOS

3.1 Geral

Compreender os impactos que os exemplos concretos promovem no processo de ensino-aprendizagem de conteúdos abstratos da matemática no contexto da teoria da aprendizagem significativa de David Paul Ausubel.

3.2 Específicos

Analisar de maneira específica o uso da matemática financeira no dia a dia como mecanismo na aprendizagem de equações, através dos subsunçores existentes na estrutura cognitiva dos indivíduos.

Verificar o modo pelo qual a escassez de exemplos concretos desenvolve uma aprendizagem mecânica e superficial dos conteúdos.

Identificar como a contextualização de problemas financeiros auxilia no desenvolvimento do conhecimento significativo sobre equações afins, exponenciais e logarítmicas.

4. REFERENCIAL TEÓRICO

4.1 Aprendizagem significativa de David Ausubel e a função dos conhecimentos prévios

A busca pelo entendimento do raciocínio do ser humano e do seu progresso não é uma problemática atual, em meados de 1930 Jean Piaget promoveu estudos para melhor compreensão do desenvolvimento mental dos indivíduos, inspirado por tamanha indagação ele propôs que quatro fatores concatenados favorecem a prosperidade do processo cognitivo, são eles: Equilibração, maturação, interação social e experiência, sendo este último correspondente ao pensamento articulado com o movimento diante de objetos táteis, bem como os mecanismos envolvidos nessa metodologia. Posteriormente, com a finalidade de maior solidez das percepções dessas etapas, Moreira (2011, p.159) apresentou a existência de três maneiras de aprendizagem: psicomotora, afetiva e cognitiva. Tais maneiras aquisições são obtidas através das práticas, sensações e armazenamento de informações, respectivamente, sendo a maneira cognitiva e afetiva simultâneas em diversos casos.

David Paul Ausubel (1968) propôs em sua teoria no segmento cognitivo o conceito de aprendizagem automática, tipificada como um processo no qual as informações são apreendidas de maneira aleatória na estrutura de conhecimento, sendo esta, na visão da teoria ausubeliana, uma ordenação dos conteúdos em que é designado pelos sujeitos um filtro de atração de acordo com as representações das vivências sensoriais. Em divergência ao conceito mecanizado da assimilação, Ausubel também evidenciou a iniciativa da aprendizagem significativa, correspondendo ao modo de absorção de novas ideias por meio da relevância das mesmas em consonância com conjuntos de conhecimentos estabelecidos anteriormente. Para diversos autores (Guimarães, 2018; Miranda, 2018; Abreu, 2018; Miyata, 2018; Soares, 2018; Lino, 2018; Cruz, 2018; Lins, 2018; Rezando, 2018; Taets, 2018.) a teoria de Ausubel possui sua importância devido suas duas macro características: construtivista e cognitivista. O autor promove em suas perspectivas o conhecimento prévio como pilar para uma aprendizagem significativa,

uma vez que o ser humano detém desde o início da sua vida, informações que são relevantes em seu processo cognitivo. Para ele, a maneira como os novos conhecimentos são adquiridos dependem da estrutura cognitiva da pessoa, se essa aquisição acontecer de maneira substantiva e organizada nesse elemento vital da compreensão, é possível construir e expandir a aprendizagem de modo significativo, formando uma hierarquia de conteúdos, ou seja, os conhecimentos sobre tópicos mais específicos e diversos são compreendidos a partir de conhecimentos a nível geral, em decorrência das suas experiências anteriores. Tal situação ocorre no momento em que tanto a abordagem é significativa, no instante em que há o interesse do indivíduo com aquilo que está sendo proposto, subsidiado por materiais condizentes (organizadores prévios). Dessa maneira, novos conteúdos podem ser aprendidos, à medida que essas informações estão presentes no “Subsunçor”, caracterizado, por Moreira e Ostermann (1999, p.46):

O “subsunçor” é um conceito, uma ideia, uma proposição já existente na estrutura cognitiva, capaz de servir de “ancoradouro” a uma nova informação de modo que ela adquira, assim, significado para o indivíduo: a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação “ancora-se” em conceitos relevantes pré-existentes na estrutura cognitiva.

Então, esse modo de armazenamento tem como ponto de partida a existência de conteúdos na construção cognitiva, seus conhecimentos previamente estabelecidos. Para Ausubel, a interação do recente fundamento com os subsunçores permite a integração do mesmo e realizando uma reformulação, atualização dessa “âncora”. Partindo da relevância, as pessoas são estimuladas de maneira não-danosa, como acontecia anteriormente em movimentos extremamente controlados, como as práticas desenvolvidas pelos behavioristas. Moreira (2011, p.161-162) evidencia a importância da interatividade presente na aprendizagem significativa, por exemplo, para do conteúdo de campo e força no ensino da Física, visto que, segundo ele:

[...] na medida em que esses novos conceitos fossem aprendidos de maneira significativa, isso resultaria num crescimento e elaboração dos conceitos subsunçores iniciais, isto é, os conceitos de força e campo ficariam mais elaborados, mais inclusivos e mais capazes de servir de subsunçores para novas informações relativas a forças e campos ou correlatas.

Ainda para este autor (2011, p.164):

Uma das condições para a ocorrência da aprendizagem significativa, portanto, é que o material a ser aprendido seja relacionável (ou incorporável) à estrutura cognitiva do aprendiz, de maneira não arbitrária e não literal. Um material com essa característica é dito *potencialmente significativo*. [...] A outra condição é que o aprendiz manifeste uma disposição para relacionar de maneira substantiva e não arbitrária o novo material, potencialmente significativo, à sua estrutura cognitiva. Esta condição implica que, independentemente de quanto potencialmente significativo seja o material a ser aprendido, se a intenção do aprendiz for simplesmente a de memorizá-lo, arbitrária e literalmente, tanto o processo de aprendizagem como seu produto serão mecânicos (ou automáticos).

Diante das premissas, também são extremamente viáveis de aplicação na área da matemática e afins, visto que há maior incidência no uso da aprendizagem mecânica na prática docente no ensino desses segmentos do conhecimento, baseando-se na memorização de fórmulas e etapas para resolução de problemas, sendo insuficiente para alcançar, como apontado por Ausubel, a elaboração e diferenciação, dentre os principais pilares com o intuito de obter autenticidade da aprendizagem. Então, é necessário material e exposição que tenham relevância para relacionarem-se aos subsunçores dos estudantes, estes, estejam engajados com a proposta do novo conteúdo.

Em sua obra, Ausubel também propôs a existência de três tipos de aprendizagem significativa: Representacional, de conceitos e proposicional. Em conformidade com Gomes, Franco e Rocha (2020, p.22-23)

A) Aprendizagem representacional: É o tipo mais básico de aprendizagem significativa e é a que está mais perto da aprendizagem mecânica. Ocorre quando o aluno estabelece equivalência de significados entre os símbolos e seus correspondentes (objetos, exemplos, conceitos). Ou seja, é a aprendizagem do significado de símbolos individuais.

B) Aprendizagem de conceitos: é uma extensão da aprendizagem representacional, mas em um nível mais abrangente e abstrato. Nesse tipo de aprendizagem, os novos conceitos relacionam-se com as ideias relevantes na estrutura cognitiva, dando origem a um novo significado. Segundo Ausubel et al. (1980), essa aprendizagem é própria das crianças e ocorre por:

Formação de conceitos: acontece por descobertas proporcionadas pela experiência;

Assimilação de conceitos: é a capacidade de aprender sem a necessidade de experiências empírico-concretas.

C) Aprendizagem proposicional: É o inverso da aprendizagem

representacional. Nesse tipo de aprendizagem, é necessário o conhecimento prévio dos conceitos. De acordo com Moreira (1997), a aprendizagem proposicional pode ser subordinada, superordenada ou combinatória, dependendo de como a nova informação interagirá com o conhecimento prévio do aluno.

Subordinada: a informação nova é assimilada pelo subsunçor passando a alterá-lo. [...]

Superordenada: Ocorre quando uma nova informação é relacionável a ideias subordinadas específicas existentes. Acontece quando, partindo dos subsunçores, se forma uma ideia mais geral, que condicionará o surgimento de várias outras ideias.[...]

Combinatória: A nova informação não é suficientemente ampla para absorver os subsunçores e muito abrangente para ser absorvida por eles. Há uma combinação de conceitos dando origem a novos esquemas mentais. [...]

Ausubel também propõe os conceitos de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa. O primeiro parte das compreensões gerais existentes na estrutura cognitiva dos indivíduos e, posteriormente, são gradualmente especificados em detalhes, tornando possível a expansão do conhecimento (atualização dos subsunçores). Já o segundo relaciona os entendimentos particulares e unifica-os, ou seja, utilizando dos subsunçores existentes para dar novos significados aos conhecimentos prévios para entender questões macro do conteúdo, tornando o aprendizado mais coerente e organizado.

Exemplificando, no início do ciclo regular, os estudantes compreendem o conceito de função (conhecimento geral), associação entre conjuntos, dependência de variáveis, imagem, domínio, etc. Adiante é apresentado, conforme presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), os diferentes tipos de funções. Desse modo, acontece a diferenciação progressiva desse conteúdo em lineares, quadráticas, exponenciais, entre outros. Então, a partir de uma compreensão generalizada, é distribuído em etapas suas especificações. Após a expansão dos aprendizados, o estudante estará munido para realizar conexões entre os tópicos, como a relação de exponencial e logaritmo, sendo funções inversas, ampliando seu conhecimento já presente na estrutura cognitiva do educando (atualização dos subsunçores), construindo por meio de similaridade e diferenças a aprendizagem significativa.

4.2 A aprendizagem significativa na prática docente em matemática

A matemática possui papel fundamental na formação da sociedade, de acordo com as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, é indispensável no desenvolvimento de processos de pensamento e na aquisição de atitudes que vão além do próprio domínio matemático, podendo estimular nos alunos a capacidade de resolver problemas, cultivando hábitos de investigação, promovendo confiança e adaptabilidade para lidar com situações novas, possuindo “um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas.” (PCNEM, p.40). Além disso, em conformidade com Schmidt (2007), a matemática também pode proporcionar uma compreensão ampla e científica da realidade, permitindo a percepção da beleza e da harmonia, e estimulando o desenvolvimento da criatividade e de outras habilidades pessoais.

Conforme Barros (1996, p.107) estruturando-se nas ideias de Piaget (1948), reforça o papel da escola no processo de ensino-aprendizagem, principalmente no período da adolescência:

A escola deve ensinar de modo a levar o aluno à autonomia, à autoconfiança e à capacidade de decisão; ela não deve usar métodos nem apresentar um ambiente socioafetivo e intelectual que leve o aluno à submissão, à passividade e à dependência total do professor.

Ainda sobre os intuitos do ambiente educacional e das aulas nas ciências exatas, Brito, *et al.* (2005, p.18) afirmam que

a existência de competência das crianças pré-escolar e escolar, dos adolescentes, e elaborar o conhecimento matemático prescrito nos currículos escolares (as quatro operações, o sentido das quantidades numéricas, as estimativas, as quantidades fracionárias, os sistemas de notação numérica, as relações algébricas, conceitos e relações geométricas), porém, desde que trabalhados esses conteúdos em situações-problema significativas, as que tantas vezes estão presentes no cotidiano extra-escolar, mas que as grandes ausentes na maioria das salas de aula de nosso sistema de ensino.

Para os autores, a onipotência dos docentes com seus respectivos instrumentos de ensino é um dos fatores para que não seja estimulado uma prática

pedagógica da motivação da aprendizagem, ainda são limitados os estudos no campo da educação escolar. O professor possui função indispensável no processo do ensino-aprendizagem, através de um mediador é factível um entendimento da matemática escolar e demais seguimentos instrutivos. Sabendo da importância da docência e ciente da prática educacional utilizadas por professores de matemática, Seymour Papert (1986, p.73), renomado no ramo da lógica-matemática, expressou sua opinião sobre a disciplina ensinada às crianças nas escolas da seguinte forma:

O tipo de matemática ensinada às crianças nas escolas geralmente carece de significado, diversão e utilidade. Isso não implica que uma criança específica não possa transformá-la em um jogo pessoal, agradável e valioso. [...] Para muitos, a matemática escolar é apreciada pela sua repetição, justamente porque é desprovida de sentido e dissociada da realidade, proporcionando um refúgio para evitar o pensamento crítico durante as aulas.

Sendo assim, é necessário novos mecanismos que proporcionem o envolvimento dos estudantes no meio educacional, essa inserção faz parte de um processo corriqueiro do professor que precisa moldar sua dinâmica de aula de acordo com as especificidades dos indivíduos, pois há designação do docente para ensinar um espaço de cooperação e avanço. Além do profissional em educação, Miranda (2018, p.27) alicerçada na teoria da aprendizagem por descoberta de Jerome Bruner, evidencia a necessidade de novos entendimentos curriculares

Bruner (1978) desenvolve a ideia do Currículo em Espiral, que consiste na apresentação de conceitos básicos que são ensinados em um primeiro momento e depois revistos em diferentes anos, sempre aumentando o nível de profundidade, complexidade e modo de representação. [...] aprendem o básico sobre um assunto, e depois passam a revisitar o conteúdo e incorporar outros conhecimentos mais complexos sobre o mesmo, como se fosse uma espiral.

Embora o Sistema de Avaliação da Educação Básica seja um mecanismo de verificação da conduta educacional do país, analisando e adequando as instituições de ensino, alocando subsídios e demais intervenções. Por outro lado, esse diagnóstico bienal, mas também outras avaliações externas anuais, trazem implicações limitantes no planejamento pedagógico das escolas, através da sua estrutura, a prova segue um padrão de questões, em consequência, os professores são instruídos e viesados a direcionar suas aulas para obtenção de bons resultados no ensino, porém, essa realidade não assemelha-se aos requisitos para

obter uma aprendizagem relevante na dinâmica educacional, principalmente na abordagem matemática que requer, dentre outros requisitos, a variedade de exercícios e resoluções. Então, por meio da aprendizagem por memorização, o conteúdo é falsamente compreendido, apenas por um período de tempo e sem significado, sendo uma preocupação, em alinhamento com Moraes e Pereira (2024, p.5) há um contraste nas possibilidades que o sistema proporciona desde o seu surgimento:

De lá pra cá, muitas demandas e necessidades já foram identificadas e surgidas ao longo de diferentes governos e políticas gestadas durante as pouco mais de três décadas de existência do Saeb. Algumas delas se configuraram como avanços e outras ainda cimentadas em práticas de avaliação que tomam como foco o mero uso de resultados e números que contribuem para o acirramento das desigualdades e exclusão de aprendizagens dos sujeitos que fazem parte da escolarização, entre eles(as), professores(as), crianças, jovens e adultos que são educandos(as) e que, muitas vezes, acabam sendo reféns de um trabalho técnico e instrumental que são cobrados(as) a realizar, distanciando-se de propostas qualitativas de aprendizagem que, de fato, poderiam ser mobilizadas e promovidas.

Dessa maneira, faz-se usual um replanejamento da rotina de aulas, em circunstâncias em que os instrumentos comumente utilizados não possuem significado e utilidades para os estudantes, devido sua obrigatoriedade do estudo sem sentido norteador, existe o desencadeamento da repulsão do estudo das exatas como mecanismo do pensamento crítico.

Skovsmose (2000) menciona que a prática docente tradicional promove o paradigma do exercício, em que as questões não são determinadas por fontes internas da sala de aula, corroborando numa sistematização do ensino da matemática em que é baseado, exclusivamente, em regras para resolver problemas, inibindo a curiosidade e reflexão dos alunos, aspecto essencial para uma educação matemática crítica. O autor também apresenta uma nova ideia em oposição à dinâmica cimentada, por meio dos cenários de investigação, em que faz-se conexão com a democracia da educação matemática, com estudantes sendo responsáveis no desenvolvimento das explicações e revisões. Para conceber o entendimento das diferenças entre as abordagens, ele propôs os ambientes de aprendizagem, dividindo em três categorias: Referências à matemática pura (1 e 2), referências à semirrealidade (3 e 4) e referências à realidade (5 e 6). Sendo a ministração de aulas por exercícios tratados como (1), (3) e (5), respectivamente, por sua vez os

cenários de investigação sendo (2), (4) e (6), respectivamente. Então, para que aconteça a diferenciação que atendam às peculiaridades dos distintos grupos, Skovsmose exemplifica os seis ambientes de aprendizagem:

O ambiente tipo (1) é aquele dominado por exercícios apresentados no contexto da "matemática pura", os quais podem ser da seguinte forma: $(27a - 14b) + (23a + 5b) - 11a =$

O tipo (2) é caracterizado como um ambiente que envolve números e figuras geométricas. O exemplo introdutório da translação de figuras geométricas numa tabela de números ilustra esse tipo de ambiente.

O ambiente tipo (3) é constituído por exercícios com referências a semi-realidade. A natureza desse ambiente pode ser ilustrada pelo seguinte exemplo: Um feirante A vende maçãs à \$0,85 o kg. Por sua vez, o feirante B vende 1,2 kg por \$1,00. (a) Qual feirante vende mais barato? (b) Qual é a diferença entre os preços cobrados pelos dois feirantes por 15 kg de maçãs?

O ambiente (4) também contém referências a uma semi-realidade, mas agora ela não é usada como um recurso para a produção de exercícios: é um convite para que os alunos façam explorações e explicações. Uma "corrida de grandes cavalos" pode servir como exemplo. A pista de corrida é desenhada na lousa e onze cavalos -2, 3, 4,..., 12 - estão prontos para iniciar. Dois dados são jogados; a partir da soma dos números tirados, marca-se uma cruz no diagrama.

Exercícios baseados na vida real oferecem um ambiente de aprendizagem do tipo (5). Por exemplo, diagramas representando o desemprego podem ser apresentados como parte do exercício, e, com base, podem ser elaboradas questões sobre períodos de tempo, países diferentes, etc. Todos os diagramas utilizados vêm da vida real, oferecendo uma condição diferente para a comunicação entre o professor e os alunos, uma vez que agora faz sentido questionar e suplementar a informação dada pelo exercício.

O projeto "Energia" concentrou-se sobre o "input-output" de energia. Como introdução, os estudantes calcularam a quantidade de energia em certos tipos de café da manhã (a energia foi medida em kJ). Então, usando fórmulas oriundas de pesquisas sobre esporte, foi calculada a quantidade de energia gasta durante uma determinada viagem de bicicleta. [...] O projeto apresenta aspectos diferentes do ambiente de aprendizagem (6). As referências são reais, tornando possível aos alunos produzirem diferentes significados para as atividades (e não somente os conceitos).

Assim sendo, dispostos de corriqueiras carências, o uso de questões do cotidiano, assim como ilustrações práticas, aproximam as pessoas que são abastadas naturalmente pelo seus respectivos traços culturais e comportamentais. O procedimento de possuir como base do conhecimento a realidade de determinado grupo, desencadeia uma motivação do indivíduo de reconhecer e aprender, mesmo que ao acaso, o conteúdo principal e conduzir-se pela autonomia de pensamento,

formação da criticidade na cidadania, atribuído por meio do conhecimento matemático, caracterizado como inerente à sociedade desde a Educação Básica (BNCC, 2017)

4.3 compreendendo equações através da matemática financeira

Lucro, empréstimo, negociações, juros, entre outros termos presentes no cotidiano não é um interesse limitado apenas da compreensão contemporânea. Na antiguidade, devido ao avanço na comunicação das comunidades e a produção excedentes de matérias-primas, iniciaram um sistema de trocas de mercadorias, introduzindo os primeiros entendimentos de comércio. Inicialmente esse câmbio acontecia sem nenhum tipo de medida ou equivalência entre os produtos envolvidos, no entanto, de acordo com Grando e Schneider (2010, p.47-48) ao decorrer do desenvolvimento das civilizações e suas respectivas relações comerciais, houve o surgimento das moedas nacionais, desencadeando alguns empréstimo com um valor adicional ao tempo de uso (lucro) sendo os primeiros indícios que assemelha-se ao crédito atualmente. Nesse período também surgiram os banqueiros, cambistas detentores de grande quantidade de dinheiro que ficavam dispostos nas ruas para realizar as trocas comerciais, ocasionando o surgimento dos bancos.

A matemática financeira é uma das principais áreas da matemática aplicada, tanto pelo fato de ser utilizada de maneira trivial no dia a dia, quanto pela aplicabilidade e impacto significativo no controle das finanças, mas também na tomada de decisões econômicas. Proporcionando que a sociedade, instituições públicas e empresas planejem, analisem e otimizem os recursos, impulsionando a sustentabilidade financeira, uma das bases para um ambiente harmonioso. Conforme Gonçalves (2007, p.6), a relação entre os bancos e a matemática financeira é indispensável, pois

O surgimento dos bancos está diretamente ligado ao cálculo de juros compostos e o uso da Matemática Comercial e Financeira, de modo geral. Na época em que o comércio começava a chegar ao auge, uma das atividades do mercador foi também a do comércio de

dinheiro: com o ouro e a prata. Nos diversos países eram cunhadas moedas de ouro e prata. (p. 4). Assim os bancos foram um dos grandes propulsores práticos para o avanço da Matemática Comercial e Financeira e da Economia durante os séculos X até XV. Pois sem essa motivação para o aprimoramento dos cálculos, talvez, essa área de Matemática não estivesse tão avançada nos dias atuais.

Atualmente, embora as tecnologias presentes em diversos ambientes sejam um dos principais impulsionadores na defasagem da aprendizagem significativa e participação nas aulas, a expansão da acessibilidade a internet e demais meios de comunicação, tais como Tik Tok, Shorts, entre outros instrumentos informativos permitem que o docente utilize como ancoragem para iniciar as temáticas. Existe uma expansão no movimento autônomo da economia, como apresentado pela Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua (PNAD Contínua) realizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) de 2023, em que o número de indivíduos que trabalham por conta própria aumentou em 5,4 milhões em um período de 11 anos, chegando a marca de 25,6 milhões nessas condições. Um dos principais fatos decorre da prática do empreendedorismo, altamente divulgado nas mídias sociais, caracterizado pela autonomia dos indivíduos, seja por uma criação de Cadastro Nacional de Pessoa Jurídica ou por investimento em companhias existentes. Ainda na dinâmica atual, existe uma escassez sobre assuntos financeiros, visto que não é uma principais pautas no ambiente educacional, mistificando essa área de ensino, desenvolvendo o desinteresse pelo tópico, a diferenciação entre investir e empreender, enquanto a primeira trata-se de uma operação em que você aloca seus recursos em instituições pré estabelecidas com o intuito de gerar lucro, como os investimentos no Tesouro Direto e Certificado de Depósito Bancário (CDB), já a segunda a proposta é de uma aplicação que normalmente é gerada e acompanhada diretamente de perto dos seus credores (Domingos, 2022).

Diante desse cenário, faz-se imprescindível o conhecimento das finanças pessoais, um planejamento adequado, bem como a instrução do funcionamento do mercado financeiro, logo, surge um estímulo natural pelo entendimento da educação financeira, sendo desenvolvida com ideias principais ainda previstas na BNCC do ensino médio (2018, p.524). Neste documento está previsto na competência específica 1:

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.

Então, a premissa básica do conhecimento matemático está associada à sua capacidade de resolver situações-problema, por este motivo, a aprendizagem significativa é um dos principais pilares para o desenvolvimento cognitivo dos discentes, sendo o estudo da matemática financeira um dos mais requisitados por sua rápida aplicabilidade. Nesse sentido, consolidando a proposta da atribuição do conhecimento, foram estabelecidas pela BNCC (2018, p.532-533) as habilidades:

(EM13MAT101) Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT102) Analisar gráficos e métodos de amostragem de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.

(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica, tais como índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros, investigando os processos de cálculo desses números.

Smole e Diniz (2016, p.11-18) trazem em sua obra “Matemática para compreender o mundo” as definições dos elementos constitutivos da matemática financeira utilizada no ensino regular:

Capital corresponde ao valor emprestado numa situação de transação financeira entre o credor (dispõe do dinheiro) e o devedor (requerente do uso). Representado pela letra **C**.

Prazo é o tempo necessário para finalizar o pagamento da transação financeira, nomenclatura utilizada como **t**.

Juros é o valor recebido pelo credor e pago pelo devedor pelo tempo do uso do dinheiro, chamado de **j**.

Taxa de juros é um valor percentual, normalmente acordado entre os envolvidos na negociação, representado por i .

Desse modo, a relação existente para determinar os juros simples é dada por:

$$j = C \cdot i \cdot t$$

Montante é o valor inicial da transação juntamente com os juros (levando em consideração a taxa i) ao final do período pré-estabelecido. Representado pela letra **M**.

Logo, ao decorrer dos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio, são utilizadas, respectivamente, as seguintes relações matemática para resolver questões envolvendo juros, em casos simples e compostos:

$$M = C + j$$

$$M = C(1 + i)^t$$

Nota-se expressões e equações lineares e exponenciais, o entendimento desses conceitos por parte dos discentes faz-se necessário para atingir a íntegra assimilação do conteúdo, realizando uso imediato em seu dia a dia, fazendo conexões com os subsunçores existentes a respeito das vivências utilizadas ao desenvolver da vida dos indivíduos, não limitando-se ao âmbito educacional. Desse modo, a matemática financeira torna-se um eficaz mecanismo para a aprendizagem significativa, uma vez que motivam as pessoas espontaneamente, servindo como suporte para compreensão de outros tópicos da Matemática e demais esferas do conhecimento, através da interdisciplinaridade.

Em consequência da caracterização dos termos por equações lineares e exponenciais, a matemática financeira assemelha-se ao uso de funções, haja vista seu uso na resolução de problemas. Para Matos (2014, p.48); Silva e Barbosa (2018, p.4-7) a utilização de funções exponenciais e logarítmicas ocorre naturalmente em situações financeiras, principalmente quando trata-se de relação entre grandezas, acréscimos, decréscimos e outros aspectos financeiros. Com isso, o uso da matemática financeira como ferramenta para introdução e exploração das equações faz-se imprescindível, visto que essa abordagem é relevante socialmente

para os estudantes, atraindo inerentemente por seus desejos de compreender o mundo comercial, empresarial, etc.

Convenientemente, o tratamento de funções no ensino regular pauta-se na categoria matemática pura de questões, como apontado por Skovsmose (2000), por fazerem referência nas indagações apenas em termos técnicos, ou seja, elencado exclusivamente em subsídios teórico-matemáticos, como exigindo a resolução de $30x + 14 = 60$ deixando explícito o que Moreira (2011, p.164) apresentou segundo a visão de Ausubel do desenvolvimento da aula com insistência na presença dos exemplos típicos. Existe a escassez de contextualização de outros temas para elucidar a proposta da aplicação na resolução de equações, sejam elas afins, exponenciais ou quaisquer demais. Para o autor, uma abordagem das questões devem estar incluídas na relevância que tenham as categorias de semirreal e mundo real, caracterizados por conter elementos matemáticos e/ou do dia a dia dos indivíduos, potencializando sua aprendizagem diante de uma abordagem com os organizadores prévios, como destacado na visão ausubeliana. Nesse viés, segundo Barros (1996, p.106-107) dentre os quatro tipos de estágios do desenvolvimento cognitivo, os dois últimos, denominados Operacional Concreto e Operacional Formal, desempenham papel indispensável, em virtude das operações concretas constituírem a relação de primeira ordem e são a base para relações de segunda potência, ou seja, as operações formais, caracterizadas pela compreensão do abstrato. Logo, essa assimilação dos sujeitos são o produto do estágio anterior, uma “ponte” entre o básico e o complexo. Além disso, a escritora evidencia que as operações mentais são obtidas pela sua metodologia de explanação, não pelo conteúdo em específico.

Então, urge que no processo de ensino de equações, a apresentação deve ser construída a partir de uma base compreensível, como o da matemática financeira, com o objetivo da criação do ancoradouro do conhecimento e estimular o pensamento hipotético-dedutivo, acarretando numa melhor absorção das noções de função. O alinhamento de duas áreas distintas, juntamente com suas implicações no meio social, está prevista nas habilidades da competência específica 3 da BNCC (2018, p.536-537):

(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares

simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, incluindo ou não tecnologias digitais.

(EM13MAT302) Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais.

(EM13MAT303) Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos e sobre juros compostos, destacando o crescimento exponencial

(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros.

(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

(EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais, como o remanejamento e a distribuição de plantações, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

5. METODOLOGIA

Primeiramente, realizar-se-á a revisão bibliográfica da teoria da aprendizagem significativa de David Paul Ausubel, bem como a escassez de aplicações do cotidiano no cenário do ensino da matemática no processo do desenvolvimento cognitivo dos estudantes, verificando lacunas existentes dessa implementação. A pesquisa aconteceu com 100 estudantes, destes, 30 disponibilizaram informações qualitativas que estão de acordo com o escopo do trabalho e, por este motivo, foram utilizados com pseudônimos de estudante A1, A2,..., A30. As duas instituições investigadas são de referência em ensino médio, considerando seus contextos sociais e educacionais e suas limitações. Nos anos finais do ensino fundamental e ensino médio, verifica-se que os conteúdos de matemática financeira e equações afins, exponenciais e logarítmicas são explorados, sendo assim, conforme a proposta ausubeliana da formação do conhecimento, o estudo em séries posteriores é viável porque os estudantes possuem repertório pessoal e conteúdos pré desenvolvidos com enfoque nos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem, constituídos por docentes e discentes das 2ª e 3ª séries do ensino médio, considerando assim, diferentes níveis do ensino regular, em que ocorrem revisões dos conteúdos e métodos mais contextualizados dos exemplos.

Os dados foram coletados a partir da observação das turmas durante todo o período letivo do ano de 2024, comparando a abordagem retrógrada, bastante enraizada na prática docente no ensino da matemática e uma nova óptica utilizando dos organizadores prévios estudantis nos mais variados conteúdos em contraste com a matemática financeira. Além disso, para verificar tanto os conhecimentos prévios dos alunos, a potencialidade da matemática financeira como instrumento de introdução para abordagem em outros assuntos, foi realizada uma atividade adaptada a partir da proposta de Villa (2017) que sugere as percepções dos alunos sobre conhecimentos financeiros. Essa adaptação visa a expansão da temática para outras aplicações da educação financeira, a prática consiste em 3 momentos:

1º momento: Entrega de um questionário em que os estudantes precisam realizar conexões com o que possuem de entendimento de matemática financeira com suas

respectivas realidades, ademais, evidenciar quais conhecimentos específicos sobre finanças eles possuem, a fim de determinar se a temática é realmente relevante, isto é, atrativo para aprendizagem. Na imagem abaixo é possível visualizar as perguntas realizadas nesse primeiro momento da pesquisa (Figura 1)

Figura 1: Questionário 1 - Matemática Financeira no cotidiano

Responda os seguintes questionamentos com base nas suas vivências.

- Qual área de trabalho pretende seguir ao final do ciclo regular de ensino? Como a matemática financeira pode lhe auxiliar nessa realidade?
- Você já pensou em trabalhar em algo que goste com autonomia? Pretende empreender?
- Na sua visão, é mais fácil empreender ou investir? Qual é mais rentável? Justifique.
- Quais demais conceitos da área financeira você conhece previamente?
- Quais duas situações em que, na sua opinião, ocorreu um investimento financeiro?

Fonte: o autor, 2024.

2º momento: Realização de uma lista de questões, na qual os discentes podem apresentar seus entendimentos nas três categorias implementadas por Skovsmose: Matemática pura, semirreal e mundo real. Dessa forma, é possível notar a influência da matemática financeira e as funções, estabelecendo quais as abordagens são mais funcionais para os alunos e por qual razão eles têm maior ou menor facilidade com os distintos problemas matemáticos, ao mesmo tempo em que verifica a

escassez dos exemplos concretos implicam na compreensão das diferentes esferas da Matemática, numa perspectiva positiva do erro, em conformidade com Pinto (1998) em que a “pedagogia do problema” é um parâmetro designado na investigação do processo utilizado pelo aluno, colocando novas questões, necessárias para o alcance da solução, nessa proposta pedagógica, o erro sendo tratado como um conhecimento provisório para a construção de um conceito matemático. A figura 2 ilustra a lista de questões que os participantes resolveram neste momento da pesquisa.

Figura 2: Questionário 2 - Questões de matemática financeira e funções

Caso necessário, utilize $\log 2 = 0,3010$; $\log 3 = 0,4771$ e $\log 1,08 = 0,03342$

1º) Calcule pela definição e propriedades dos logaritmos: (Fonte: Smole e Diniz)

a) $\log 5$

b) $\log 6$

c) $\log_2 128$

2º) Encontre o valor de x na equação $3^{x+2} + 3^x = 2430$: (Fonte: Mundo Educação)

a) 5

b) 4

c) 3

d) 2

3º) Analise a seguinte situação e responda à pergunta.

Neide tomou um empréstimo de R\$ 2000,00 em uma financeira e se comprometeu a pagar após 6 meses. A taxa de juros combinada foi de 8% ao mês. No final do prazo, porém, ocorreu um problema: o valor calculado por Neide não coincidia com aquele cobrado pela financeira. Quem estava com a razão? Justifique sua resposta. (Fonte: Smole e Diniz)

Cálculo do gerente	Cálculo de Neide
1º mês: $2000 + 0,08 \cdot 2000 = 2000 + 160 = 2160$ 2º mês: $2160 + 0,08 \cdot 2160 = 2332,80$ 3º mês: $2332,80 + 0,08 \cdot 2332,80 \cong 2519,42$ 4º mês: $2519,42 + 0,08 \cdot 2519,42 \cong 2720,97$ 5º mês: $2720,97 + 0,08 \cdot 2720,97 \cong 2983,65$ 6º mês: $2983,65 + 0,08 \cdot 2983,65 \cong 3173,74$ Total a pagar R\$ 3173,74	Em um mês: 8% Em seis meses: $6 \cdot 8\% = 48\%$ 2000 mais 48% de 2000 é o mesmo que: $2000 + 0,48 \cdot 2000 = 2000 + 960 = 2960$ Total a pagar: R\$ 2960,00

4º) Com o valor da bolsa de monitoria, os estudantes de uma escola investiram na compra de notebooks de R\$ 4000,00, eles sabem que a depreciação linear desse produto é de R\$ 800,00 ao ano. Sabendo que ao final da conclusão do programa de monitoria os alunos irão ganhar um equipamento com o dobro do valor investidos, eles decidem vender o produto inicial com valor residual de R\$ 1600,00. Quantos anos serão utilizados esses notebooks iniciais até sua venda? (Fonte: o autor, 2024)

5º) Ao final da conclusão do ensino médio, os alunos dos terceiros anos participantes do programa Pé-de-meia irão receber o valor de R\$ 3000,00 para utilizarem em seus benefícios. Pensando em desenvolver uma autonomia financeira, Ana decide utilizar dois terços do valor recebido em um investimento e o restante utilizará para trabalhar com estética facial. O responsável pelo setor financeiro da instituição Poder Próprio, escolhida por Ana, apresentou uma proposta em que parte do valor seria acrescido ao decorrer do tempo e que o “aluguel” do dinheiro seria recalculado a cada mês com taxa de 8%.

a) Qual a expressão que o responsável pelas finanças da empresa Poder Próprio informou a Ana?

b) Visando comprar um terreno para construção de um ambiente de estética, Ana deseja saber quantos meses levarão para que o seu lucro investido seja 10 vezes maior do que ela investiu. Determine quanto tempo será necessário para que o objetivo de Ana seja alcançado. (Fonte: o autor, 2024)

6º) O montante de determinado capital em fundo de investimento, após o tempo t em anos, é dado pela fórmula: $M = C \cdot 1,2^t$. Nessas condições, o tempo necessário para que um capital de R\$ 500,00 investido gere um montante de R\$ 864,00 é de: (Fonte: Adaptado de Mundo Educação)

- a) 6 anos
- b) 5 anos
- c) 4 anos
- d) 3 anos
- e) 2 anos

Fonte: o autor, 2024.

3º momento: Aplicação de um novo questionário, estabelecendo relações entre as duas etapas anteriores, os alunos estarão diante de um cenário em que eles podem reconhecer os elementos do seu cotidiano e a ferramenta de juros simples, compostos e demais percepções como potencialmente relevantes na assimilação de equações e suas propriedades. Além disso, permite que os atores principais do processo de desenvolvimento cognitivo indiquem qual a melhor maneira de suas aprendizagens. A Figura 3 ilustra as perguntas realizadas nesse momento da pesquisa

Figura 3: Questionário 3 - Matemática Financeira e Funções

Prezados(as) estudantes, após reconhecer seus conhecimentos de finanças no dia a dia e realizar questões do assunto, responda os seguintes questionamentos:

- Você percebeu ao longo da sua vida o uso de equações (afim, exponencial e logarítmica) fora do ambiente escolar? Se sim, diga um desses acontecimentos.
- Em sua opinião, é necessário, ainda no ensino regular, uma significação do que se aprende?
- Durante as aulas de equações matemáticas, em sua visão, o ideal é introduzir o conteúdo com a teoria para depois ver aplicações ou iniciar as aulas com exemplos do cotidiano para, posteriormente, serem apresentadas as propriedades e definições formais?
- Em alguma questão é notável o uso das noções de equações para tratar de finanças ou em situações do mundo contemporâneo? Justifique sua resposta.
- Qual o conteúdo da Matemática mais próximo da sua realidade e qual o mais distante?

Fonte: o autor, 2024.

Dessa forma, a pesquisa será de caráter descritivo, com dados quantitativos e qualitativos, de acordo com suas condições, designando por meio de instrumentos estatísticos a quantidade de pessoas com dificuldades de aprendizagem do conteúdo de equações, principalmente as exponenciais e logarítmicas, evidenciando como a significação interfere em todo o objetivo do âmbito educacional. Através dos dados qualitativos, é factível determinar o modo como os discentes constroem seu conhecimento e quais percepções utilizam na resolução de situações-problema, ainda mais relacionando as informações com os subsunçores conforme a teoria de Ausubel.

Alguns critérios foram utilizados para reconhecer as diversas disposições dos conhecimentos dos alunos, consistem em condições estruturais cognitivas dos indivíduos que favorecem a realização da atividade.

Quadro 1: Critérios de análise das questões envolvidas

	Questionário 1	Questionário 2	Questionário 3
Questão 1	Reconhecer aplicações da matemática financeira em setores laborais Ligação entre subsunçores existentes na estrutura cognitiva e implicações futuras Percepção da importância do conteúdo no dia a dia	Transformar números em expressões equivalentes Conhecer a definição de logaritmos, mas também as propriedades da divisão e multiplicação entre eles	Perceber o uso de equações matemáticas além do ambiente educacional.
Questão 2	Conhecer os termos autonomia e empreender Identificar as	Fatorar e reescrever expressões equivalentes Utilizar das	Determinar como a condução da apresentação dos conteúdos interfere na aprendizagem e

	relações do cotidiano ao empreendedorismo	propriedades das equações exponenciais	participação em aula (relevância)
Questão 3	Diferenciar as nomenclaturas empreender e investir Conhecer rentabilidade	Interpretar a situação-problema Diferenciar os cálculos realizados em sistemas de juros simples e compostos Reconhecer condições existentes no cotidiano das finanças	Verificar qual metodologia é mais inclusivo e eficaz na prática docente Propor uma sequência com maior relevância em sala de aula, bem como organizadores prévios
Questão 4	Notar a utilidade das finanças em diferentes áreas	Conhecer o termo depreciação Recordar aplicações da função polinomial do primeiro grau Reestruturar os conhecimentos sobre juros em casos em que ele diminui o montante Formular expressão compatível com o problema a fim de obter solução geral para a problemática	Reorganizar as concepções de equações afins, exponenciais e logarítmicas a partir da leitura das questões sobre matemática financeira Criar subsunçores de relação entre equações e finanças
Questão 5	Elaborar ou lembrar de situações práticas em que ocorreu um investimento financeiro	Interpretar a ligação do questionamento com a realidade Manusear operações	Verificar quais conteúdos são mais/menos utilizados no dia a dia

	Reconhecer a reorganização da estrutura cognitiva a partir das lembranças	percentuais Conhecer ou formular uma expressão exponencial (juros compostos) Utilizar propriedades fundamentais dos logaritmos	Identificar as possíveis utilidades dos diversos segmentos da matemática na dinâmica populacional
Questão 6	Não aplicável	Realizar divisão Utilizar das propriedades de potenciação Igualar bases e expoentes (propriedade fundamental do exponencial)	Não aplicável

6. ANÁLISE E DISCUSSÕES DOS RESULTADOS

Anteriormente à aplicação da atividade, foi realizado um breve debate a respeito dos procedimentos de aulas com os discentes, ao questionados se é necessário um significado do que se aprende, os estudantes afirmaram que

Estudante A1: “sim, porque quando o professor mostra o significado e mostra para que aquele assunto vai ser usado, então os estudantes entenderão o valor daquilo que está sendo ensinado”

Estudante A2: “sim, existem muitas matérias que não agregam na futura profissão que os alunos querem seguir, nem mesmo eles irão utilizar no cotidiano e isso gera um grande desestímulo”

Com base nos dados apresentados, constata-se que um dos principais fatores da que chamam e retém a atenção dos alunos na sala de aula deve-se ao objetivo dos conteúdos, mesmo que de maneira direta e simplificada, em consonância com as falas dos discentes, ao passo em que a motivação acontece, existe um favorecimento na assimilação e fixação dos assuntos, principalmente no ramo da matemática, em que possui uma gama extensa de utilizações no momento contemporâneo. A maioria dos entrevistados expressaram seus entendimentos da matemática financeira em seu cotidiano, principalmente relacionados ao processo produtivo no ambiente laboral, ou seja, apresentam a memória episódica que consiste em uma percepção do conteúdo de maneira direta e transitória, ainda que não realizem todas as conexões cognitivas existentes, acontece a aprendizagem natural. O quadro a seguir apresenta os critérios indispensáveis para resolução das indagações ao decorrer dos questionários:

6.1 Análise e discussão do Questionário 1

De acordo com as respostas apresentadas pelos estudantes, podemos distingui-las em quatro categorias:

Categoria 1: Aplicações práticas.

Categoria 2: Conhecimento superficial.

Categoria 3: Vantagens do conteúdo.

Categoria 4: Desconhecimento.

Notou-se determinada limitação nos conhecimentos sobre finanças após a digitação de algumas das respostas obtidas no primeiro questionário (Apêndice A):

Figura 4: Resposta do estudante A3 no primeiro questionário

Qual área de trabalho pretende seguir ao final do ciclo regular de ensino? Como a matemática financeira pode lhe auxiliar nessa realidade?

Preendo seguir o rumo da estética, a matemática financeira pode ser uma ferramenta valiosa para meu trabalho. Como planejamento de preços, controle de custos, investimentos, promoções e etc.

Você já pensou em trabalhar em algo que goste com autonomia? Pretende empreender? nunca pensei, mas sei que vou precisar, eu preendo empreender sim!

Na sua visão, é mais fácil empreender ou investir? Qual é mais rentável? Justifique. não sei dizer bem, mas ambos têm suas habilidades e desafios, se você quer um projeto com controle criativo e é disposto a lidar com gestão empreender será uma boa ideia, se busca rendimento com menos envolvimento diário, investir é melhor

Quais outros conceitos da área financeira você conhece previamente?

fluxo de caixa, juros, lucratividade, diversificação

Cite duas situações em que, na sua opinião, ocorreu um investimento financeiro? quando meu namorado abriu sua loja de roupa, eu fiquei organizando o financeiro, investimento e lucratividade.

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Partindo da interpretação do questionário respondido pelo estudante A3, denota-se que as respostas enquadram-se nas categorias 1, 2 e 3. As percepções sobre o uso das finanças pessoais em situações do passado, mas também com um

visão de implicações futuras, destaca que o estudante realizou, através do material disposto (organizadores prévios), comparações dos seus entendimentos sobre a temática (ligação com os subsunçores) e em decorrência desse processo, formular uma explicação e expandir as noções existentes (surgimento de novos subsunçores) com novas práticas *posteriori*. Outra composição expressiva no desenvolvimento da atividade, foi a concluída pelo estudante A3, em que reforça o mesmo segmento de raciocínio dos conhecimentos expostos anteriormente. Em momento consequente ao verificar seus conhecimentos, ergue a matemática financeira como um conteúdo significativo, por obter características usuais na esfera da realidade dos indivíduos.

Figura 5: Resposta do estudante A2 no primeiro questionário

Qual área de trabalho pretende seguir ao final do ciclo regular de ensino? Como a matemática financeira pode lhe auxiliar nessa realidade?

Pretendo ter minha própria confeitaria e a matemática financeira irá me ajudar em questões como administrar tudo o lugar, organizar os preços dos produtos para que eu não tenha prejuízo e o preço não seja exorbitante para o cliente.

Você já pensou em trabalhar em algo que goste com autonomia? Pretende empreender?

Sim, pretendo empreender na minha própria confeitaria.

Na sua visão, é mais fácil empreender ou investir? Qual é mais rentável?

Justifique.

Empreender porque não estou investindo em algo que quero trabalhar e é mais rentável já que não saber precisamente com o que não gostar.

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Figura 6 Quadro de respostas da pergunta: Na sua visão, é mais fácil empreender ou investir? Qual é mais rentável?

"Investir, pois se soubermos investir de maneira que gere um retorno lucrativo bom, a vida financeira irá melhorar."
(Estudante A4)

"investir; ambos; os 2 dependem de bastante estratégias e paciência"
(Estudante A5)

*“Investir. Pra mim investir, pois visa algo mais futuro”
(Estudante A6)*

*“então, pra você empreender você precisa investir em algo. Então os dois são funcionais”
(Estudante A7)*

*“Investir, abraçar um negócio promissor tem mais chances de dar certo e também exige menos esforço”
(Estudante A8)*

*“Investir, pois tanto os bancos quanto os outros meios pode dá valor a mais, e empreende depende de público/comerciante”
(Estudante A9)*

*“Investir, mais segurança em comparação a criação de um negócio do zero”
(Estudante A10)*

*“Na minha visão, tanto empreender quanto investir tem suas vantagens e desafios, mas a escolha entre os dois depende muito do que eu busco e do meu perfil.”
(Estudante A11)*

*“Investir, pois gasta menos, pois se eu fosse empreender ia haver vários gastos como: reforma, pintura, produtos. E investir seria mais relevante e menos gastos.”
(Estudante A12)*

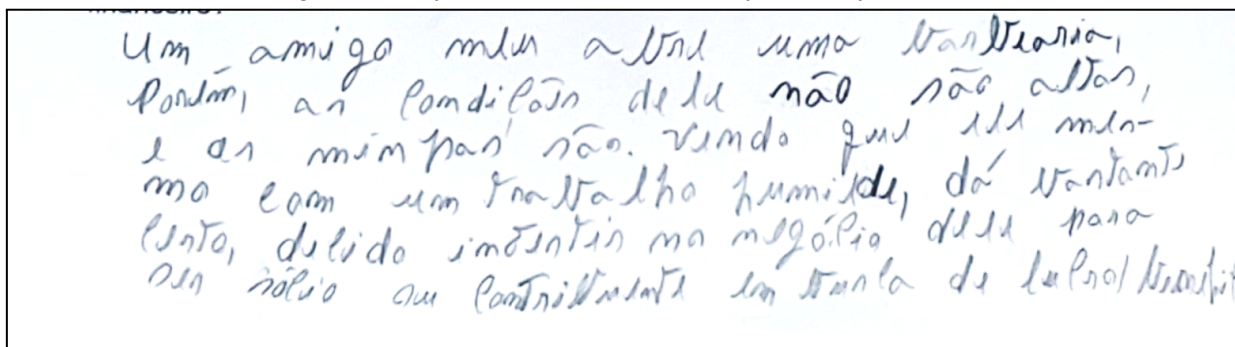
*“O mais fácil é investir porque é mais prático. Eu acho que investir porque se der certo você terá uma boa grana, mas eu acho que empreender é menos arriscado”
(Estudante A13)*

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Sendo assim, os conhecimentos da área financeira são insuficientes para casos mais abstratos da educação financeira, limitando-se a conhecimentos repassados ao decorrer do tempo pelo senso comum, em aplicações em bancos ou prestação de serviços, porém mostra-se relevante para ser estudado, pois todos apresentam respostas condizentes às categorias 1 e 2, tornando evidente como uma questão de interesse do público, envolvendo relevantes argumentos, a maior parcela dos entrevistados apresentaram realidades com o uso das finanças, bem como a matemática (especificamente a financeira) são habituais, por exemplo, diante das respostas dos estudantes A5, A7 e A11, o estudante A3 possui complementaridade em sua opinião, visto que aprofunda o pensamento resumido que advém do dia a dia. Além disso, o aluno A13 deixa claro sua visão de que da mesma maneira que algo é prático, ela tende a ser mais fácil de ser manipulada, o mesmo pode ocorrer com a matemática financeira atrelada ao ensino de equações. Ainda neste questionário, o estudante A8 finalizou seu pensamento, apresentando um exemplo de como ele faria para investir, ou seja, ocorreu a aprendizagem da formação de

conceitos advinda das experiências do discente e suas descobertas, a partir do questionamento ele reformulou um pensamento com suas vivências para ter uma nova atribuição da matemática financeira:

Figura 7: Resposta do estudante A8 no primeiro questionário



Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Presente na situação elaborada pelo estudante, há todo um processo de construção da narrativa, a partir do que o aluno conhece (realidade de uma amigo e sua barbearia) e, posteriormente, um investimento não ligado diretamente ao empreendedorismo, visando um retorno ao decorrer do tempo.

No momento em que os educandos leem a última questão, são estimulados a refletir sobre a maneira que os investimentos aconteceram ao longo da sua trajetória, permitindo, assim, compreensão espontânea do envolvimento dessa área do conhecimento ao mundo real.

Figura 8: Quadro de respostas da pergunta: “Quais são duas situações em que, na sua opinião, ocorreu um investimento financeiro?”

“Na compra de um carro e investindo no seu banco numa renda fixa” (Estudante A4)
“Investimento na compra de um terreno para que valorize ao passar dos anos” (Estudante A5)
“Compra do meu celular; caixinha na nubank” (Estudante A6)
“Quando você quer começar um negócio, você precisa investir. Por exemplo quero um studio eu preciso investir financeiramente.” (Estudante A7)
“Guardar meu dinheiro no porquinho, comprar algo e revender” (Estudante A9)
“Compra de uma ferramenta para trabalho; aplicar um capital em um negócio já existente”

(Estudante A10)

“Quando eu comprei um pirulito por R\$ 1,50 e vendi ele por R\$ 2,50 e também quando emprestei R\$ 10,00 a minha mãe e voltou R\$ 20,00.”

(Estudante A13)

“1. Compra de ações, quando uma pessoa compra ações de uma empresa, ela está investindo em uma parte daquela empresa, 2. imóveis, investir em imóveis, como comprar uma casa ou um apartamento para alugar.”

(Estudante A14)

“Quando o governo convoca artista para algum evento social e dá verba para eles, quando alguma empresa começa a utilizar placas solares (eles estão investindo em energia sustentável)”

(Estudante A15)

“Quando uma pessoa guarda dinheiro e depois investe no sonho dela de comprar um lugar para trabalhar. Quando uma confeitaria compra uma máquina de brigadeiro para facilitar sua vida”

(Estudante A16)

“Fiz meu curso de operador de logística e investir meu dinheiro numa empresa utilizando meu banco pra daqui a 4 meses ele voltar o triplo do que eu investi pra mim de volta”

(Estudante A17)

“foi quando quis comprar meu primeiro celular, comprei um cofre e comecei a guardar a quantia certa e outra foi quando decidi guardar dinheiro pro meu PS4”

(Estudante A18)

“na área da saúde e na melhoria das escolas”

(Estudante A19)

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

À luz da teoria ausubeliana, foi possível identificar diferentes tipos de aprendizagem proposicional, em que os alunos apresentaram conhecimentos que transitam do macro ao micro e vice-versa. Um exemplo evidente está na resposta do estudante A16, quando interliga os subsunçores com o novo cenário, reconhecendo duas ocorrências distintas no uso do investimento financeiro.

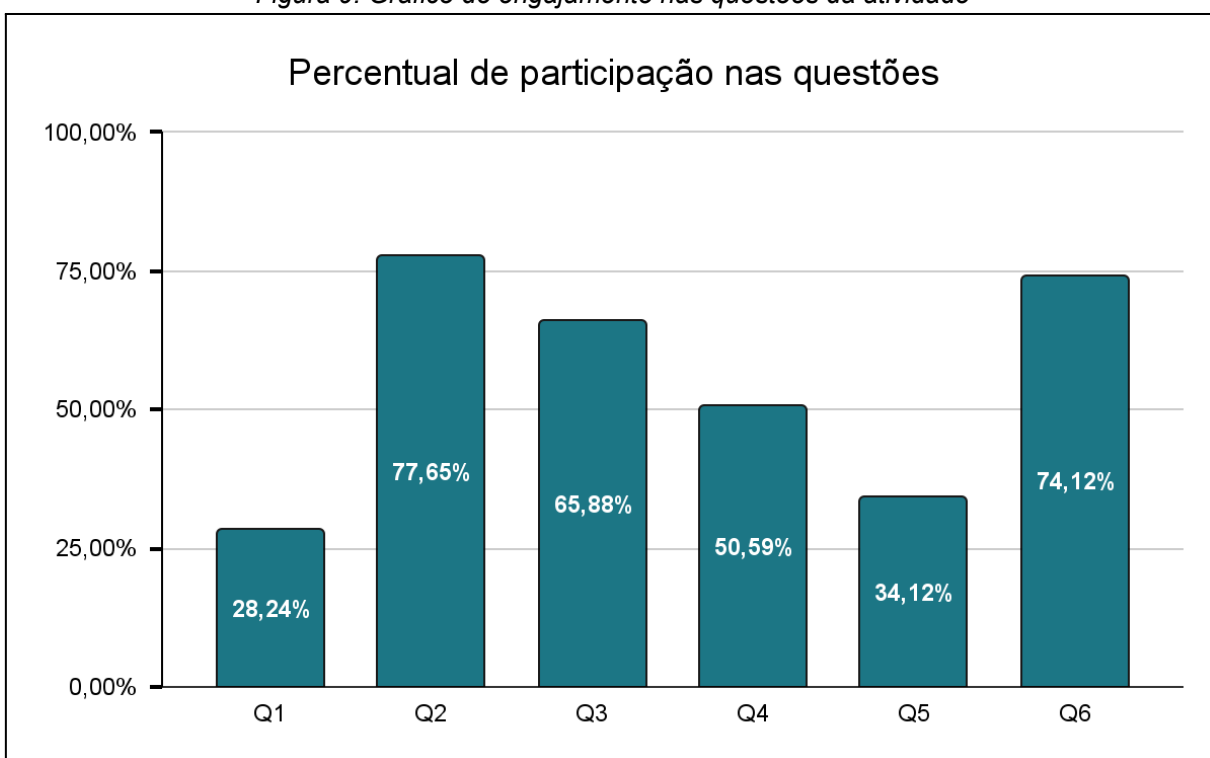
O tratamento de finanças no ambiente educacional dispõe de valiosa oportunidade de envolvimento dos estudantes de maneira voluntária e crítica, despertando os estímulos mentais necessários para a movimentação dos subsunçores responsáveis pela aprendizagem significativa, por meio dessa indagação foi possível compreender os conhecimentos financeiros, sendo um rico material para ser baseado em implicações de aulas, uma vez que numa situação de debate ou atividade de campo.

Ademais, o entendimento demonstrado pelos alunos ao tratar de questões financeiras reflete uma das condições primordiais mencionadas por Ausubel para que a aprendizagem ocorra significativamente: a motivação e a relevância do

conteúdo. Assim, compreender e explorar esses conhecimentos financeiros, sobretudo da matemática financeira, no ambiente educacional melhora o processo de ensino-aprendizagem, bem como expande as alternativas na condução de aulas mais atrativas, capazes de despertar o engajamento, a curiosidade, a refutação e a autonomia.

6.2 Análise das questões matemáticas

Figura 9: Gráfico de engajamento nas questões da atividade



Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Mediante a observação do gráfico, é notório a disparidade relevante na participação em questões diretas sobre logaritmos e exponenciais e esses tópicos quando introduzidos por meio de situações reais. Esse fenômeno pode ser compreendido pela teoria de David Ausubel, na qual é fundamentada pelo conhecimento prévio dos indivíduos, sendo este o principal pilar para uma verdadeira aprendizagem, ainda em casos mais aprofundados utilizando da contextualização (questão 5), a participação é superior às questões da matemática pura (questão 1). Os questionamentos trataram sobre tópicos de aplicações da

dinâmica educacional vigente, situando as monitorias, programas de incentivo à aprendizagem, entre outros. No caso de Neide e o gerente da financeira, o engajamento ressalta a importância e reconhecimento das matérias exploradas ao decorrer do ensino regular, visto que os discentes utilizaram de sua criticidade para tratar da situação comum na realidade, ao realizar a leitura, eles estarão propícios a correlacionar os cálculos com juros simples e compostos, bem como a falta de informações cruciais em uma transação financeira. Portanto, a construção do pensamento dos estudantes, refletida nos passos para obtenção das respostas dadas nos exercícios, ocorreu de maneira instintiva, sem a necessidade da decoreção de fórmulas e exaustivas reiteraões. Algumas das elaborações dos educandos expressa esses acontecimentos:

Figura 10: Resposta do estudante A20 na questão 3

Quem estava com a razão? Justifique sua resposta.

o valor a ser pago = R\$ 2.960,00

$$M = C \cdot \left(1 + \frac{i}{100}\right)^t + C$$

$$M = 2000 \cdot \left(1 + \frac{8}{100}\right)^6 + 2000$$

$$M = 2000 \cdot 1,08^6 + 2000$$

$$M = 2960 + 2000$$

$$M = 4960$$

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Figura 11 : Resposta do estudante A21 na questão 3

$C = 2000$
 $i = 8\% \text{ a.m.}$
 $t = 6 \text{ meses}$

$$J = \frac{2000 \cdot 8}{100} \cdot \frac{6}{12}$$

$$J = 80$$

$$M = 2000 + 80$$

$$M = 2080$$

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Figura 12: Resposta do estudante A5 nas questões 3 e 4

Quem estava com a razão? Justifique sua resposta.

Gerente, pois juros não se soma, e sim continua aumentando

4º) Com o valor da bolsa de monitoria, os estudantes de uma escola investiram na compra de notebooks de R\$ 4000,00, eles sabem que a depreciação linear desse produto é de R\$ 800,00 ao ano. Sabendo que ao final da conclusão do programa de monitoria os alunos irão ganhar um equipamento com o dobro do valor investidos, eles decidem vender o produto inicial com valor residual de R\$ 1600,00. Quantos anos serão utilizados esses notebooks iniciais até sua venda?

$$\begin{array}{l} 4000 - 800 = 3200 \\ 3200 - 800 = 2400 \\ 2400 - 800 = 1600 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} 4000 - 800 = 3200 \\ 3200 - 800 = 2400 \\ 2400 - 800 = 1600 \end{array}} \right\} 3 \text{ anos}$$

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Através da avaliação das construções realizadas nas questões 3 e 4, tem-se que os estudantes A20 e A21 conseguiu entender parcialmente a solicitação da questão, uma vez que um dos requisitos para solucionar esse problema é a interpretação da problemática cotidiana no aspecto financeiro e a comparação entre distintos sistemas de taxas (juros simples e compostos), o discente conseguiu interligar o caso de Neide com a expressão do montante, determinando diretamente o capital e os juros com o intuito de reconhecer se os cálculos foram feitos e embasar sua resposta na opção final. Por sua vez, o estudante A5 também evidenciou seu pensamento, porém não conseguindo relacionar em sua totalidade com as condições do sistema de juros simples e compostos, sendo indispensável essa diferenciação na estrutura cognitiva do aluno para que pudesse indicar qual indivíduo estava correto, conforme solicitado na pergunta. Na quarta pergunta, caracterizada por Skovsmose como do mundo real, os passos para que o discente obtivesse o resultado foi utilizando de conhecimentos anteriores (operações elementares da matemática) e configurando a lei de formação de uma função polinomial do primeiro grau, mesmo que de maneira não intencional, posteriormente, a resposta estava correta.

Figura 13: Resposta do estudante A12 na questão 4

$$\begin{array}{r} 4000 \quad \overline{\quad} \quad 1600 \\ 800 \quad \overline{\quad} \quad x \\ \hline 4000 \cdot x = \frac{1280000}{400} = \end{array}$$

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Diante da resolução, fez-se usual uma ferramenta bastante disseminada que relaciona-se à diversos polos do ensino da matemática, caracterizado pela relação da proporcionalidade entre grandezas, sendo um objeto de obtenção de resultados exímio, entretanto, não é possível esse nível de aceitação quando a maneira pela qual a aprendizagem desse mecanismo foi adquirido é de maneira não-literal porque acontece, corriqueiramente, o cenário dessa resolução, em que apresenta exiguidade de diferenciação do que se foi absorvido em momentos distintos, não conseguindo, em segundo momento, um resultado esperado perante o desenvolvimento.

Figura 14: Resposta do estudante A3 na questão 4

4°) Com o valor da bolsa de monitoria, os estudantes de uma escola investiram na compra de notebooks de R\$ 4000,00, eles sabem que a depreciação linear desse produto é de R\$ 800,00 ao ano. Sabendo que ao final da conclusão do programa de monitoria os alunos irão ganhar um equipamento com o dobro do valor investido, eles decidem vender o produto inicial com valor residual de R\$ 1600,00. Quantos anos serão utilizados esses notebooks iniciais até sua venda?

$i = 4000$
 $D = 800$
 $r = 1.600$

$$4.000 - 800 \cdot t = 1.600$$

$$4.000 - 1.600 = 800 \cdot t$$

$$t = \frac{2.400}{800} \quad t = 3$$

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

A elaboração utilizada pelo estudante A3 foi a partir da equação polinomial do primeiro grau, após a certificação das informações no enunciado da questão, o discente reconheceu na solicitação da matemática financeira no cotidiano, uma oportunidade de construção através da equação polinomial do primeiro grau, uma vez que a expressão é linear. É perceptível nessa questão uma elaboração com criticidade e sem memorização mecânica, visto que a situação é constituída por um entendimento de montante não habitual, ou seja, ao invés da valorização, ocorre a depreciação linear desse objeto, o que acarretará numa expressão linear com um de seus termos com valor contrário ao que é, geralmente, apresentado no conteúdo em sala de aula. A usabilidade de conhecimentos financeiro para tratar de equações é importante para aplicabilidade futuras, logo, estimula o interesse das pessoas, observa-se que ao invés dos juros ser tratado como o produto do capital e taxa,

ocorre que a depreciação assume esse papel no cálculo do montante ao realizar o produto do tempo, o estudante A3 fez uma aplicação direta desse sistema de taxa.

Figura 15: Resposta do estudante A22 na questão 1

1º) Calcule pela definição e propriedades dos logaritmos:

a) $\log 5 = 0,7781$ b) $\log 6 = 0,9542$ c) $\log_2 128$

2º) Encontre o valor de x na equação: $3^{x+2} + 3^x = 2430$

a) 5 b) 4 c) 3

d) 2 e) 1

Handwritten calculations and notes: $10/5 = 2$, $0.3010/0.4771 = 0.7781$; $10/6 = 1.666...$, $0.4771/0.5440 = 0.9542$; $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1296$.

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Nessa parte da atividade, o estudante A22 interpretou que o logaritmo 5 é o mesmo que o logaritmo de $2+3$, então a partir desse pressuposto, utilizou dos valores dessas expressões, substituiu e, posteriormente, somando-os. No item B da mesma questão, o aluno representa 6 como o produto de 2 e 3, ao realizar o logaritmo desses valores, faz a multiplicação entre eles. Assim sendo, nota-se a insuficiência na resposta, condizente ao déficit existente na aprendizagem do conteúdo, sendo imprescindível as noções das propriedades da divisão e multiplicação de logaritmos.

A falta de resolução no último item da questão 1, bem como na pergunta 2 presumem que a construção do conhecimento pautada na solução em problemas da matemática pura não são fixados em sua totalidade, através do processo da memorização, o assunto abordada não possui acomodação (relevância) nas concepções dos indivíduos, constituindo um impasse na aprendizagem deles. Outro exemplo dessa escassez de significado está presente na resolução do estudante A23, como segue na figura 16:

Figura 16: Resposta do estudante A23 na questão 2

2°) Encontre o valor de x na equação: $3^{x+2} + 3^x = 2430$

☒ a) 5 b) 4 c) 3

d) 2 e) 1

3°) Analise a seguinte situação e responda à pergunta:

Handwritten work:
 $3^{x+2} + 3^x = 2430$
 $9 \cdot 3^x + 3^x = 2430$
 $10 \cdot 3^x = 2430$
 $3^x = 243$
 $x = 5$

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Ao realizar as operações com uma expressão exponencial, houve uma ressignificação do subsunçor da função afim, deixando evidente que o aluno A23 não possui recordação das propriedades de tal equação, logo, a partir das concepções de Ausubel, não é apresentado a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa, pois há tentativa de realizar artifícios para transformá-la em uma equação do primeiro grau, sendo que nesse sentido, o resultado não será destinado ao que se propõe, apesar da marcação correta da alternativa, percebe-se uma construção errônea para manusear a ferramenta matemática, sendo necessário o uso das propriedades da multiplicação de potências e igualdade de mesma bases, além de realizar a conversão de um número em uma base compatível com a problemática para que de maneira mais rápida e compreensível (em caso mais abstratos).

Figura 17: Resposta do estudante A22 na questão 6:

7°) O montante de um determinado capital em fundo de investimento, após o tempo t em anos, é dado pela fórmula: $M = C \cdot 1,2^t$. Nessas condições, o tempo necessário para que um capital de R\$ 500,00 investido gere um montante de R\$ 864,00 é de:

a) 6 anos

b) 5 anos

c) 4 anos

☒ d) 3 anos

e) 2 anos

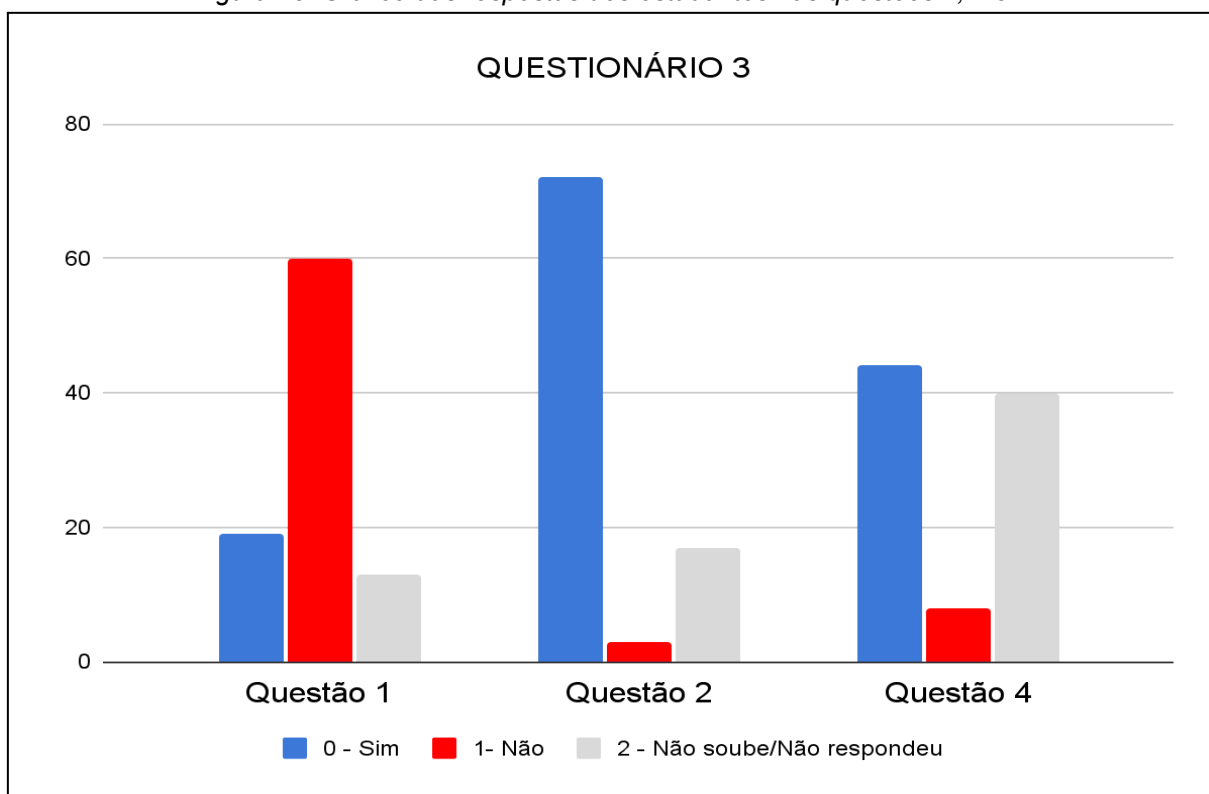
Handwritten work:
 $864 = 500 \cdot 1,2^t$
 $1,2^t = \frac{864}{500}$
 $1,2^t = 1,728$
 $t = 3$

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Quando questionado a responder uma questão recorrente no ensino regular, já com uma estrutura bem definida da lei de formação e os dados evidentes, o aluno está provido de ferramentas para concluir seu pensamento. Ao analisar a omissão em um exercício de equação exponencial, percebe-se que o discente construiu seu raciocínio fazendo uso das propriedades do tema mesmo de maneira involuntária, sem necessidade da exaustiva repetição literal. Este fato decorre de um primeiro caso da assimilação não relevante no âmbito educacional e demais setores da vida social, mas também é possível verificar no segundo caso do aluno X, o desenvolvimento acontecendo de maneira não literal e não arbitrária.

6.3 Análise das respostas do Questionário 3

Figura 18: Gráfico das respostas dos estudantes nas questões 1, 2 e 4



Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Figura 19: Gráfico das respostas dos estudantes na questão 3



Fonte: dados da pesquisa, 2024.

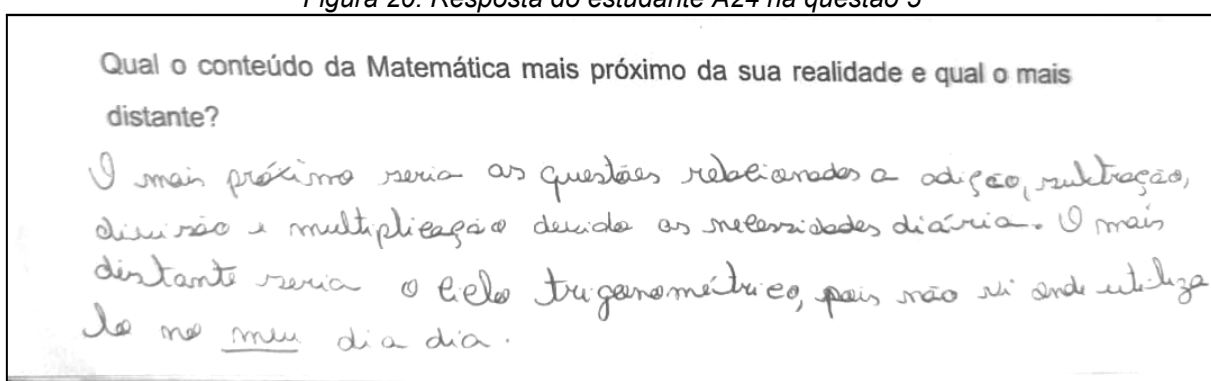
A análise dos dados coletados através dos gráficos de barras e setores evidencia que a maior parte do público do ensino médio não perceberam a utilização de funções matemáticas ao decorrer de suas vivências, bem como estabelecem a necessidade de sentido com o material exposto, deixando claro que a teoria ausubeliana se faz relevante na prática pedagógica, os questionamentos existentes dos estudantes quanto às metodologias adotadas nas aulas, sugerindo maior exploração da proposta pedagógica calcada em exemplos concretos para formação de uma opinião embasada. Além disso, esse levantamento indica que existe uma preferência entre os discentes na introdução dos conteúdos com exemplos do cotidiano. Sendo a Matemática uma área do conhecimento que requer de uma sequência bem estruturada, já que cada novo conceito depende de uma compreensão prévia e alojada significativamente para os alunos darem prosseguimento às exposições mais complexas.

Ao passo que a contextualização acontece, é possível não apenas a atratividade em sala de aula, mas também a potencialidade de uma rápida assimilação de assuntos abstratos, promovendo a autonomia do pensamento. A conduta no ambiente educacional que faz uso de aplicações reais permitem que os indivíduos estejam engajados e entendam a relevância de aprender, sobretudo na

matemática, ou seja, a medida em que a aprendizagem significativa acontece, o estudante estará preparado para desenvolver sua estrutura cognitiva, capacitando-o para resolução de distintos problemas e utilizando em diversos cenários.

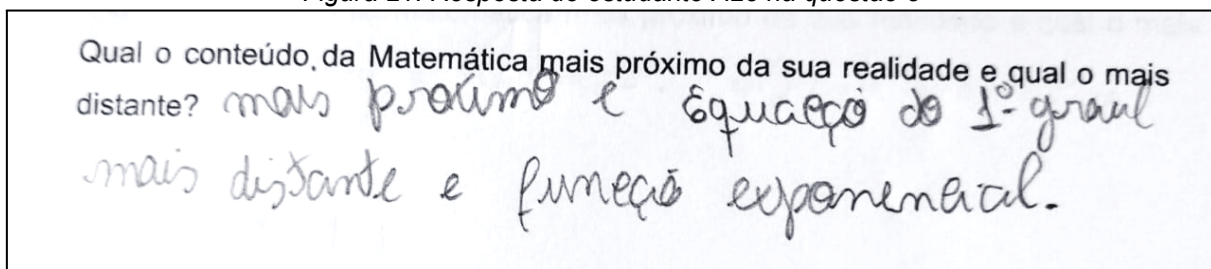
Diante da última indagação do terceiro questionário, foi possível perceber que embora os discentes consigam identificar a presença de funções em situações do cotidiano, eles ainda não compreendem de maneira totalitária, sem sintetizar as ideias mais abstratas, uma vez que não possuem maior contato com tal abordagem do conhecimento. As imagens a seguir apresentam as considerações dos alunos

Figura 20: Resposta do estudante A24 na questão 5



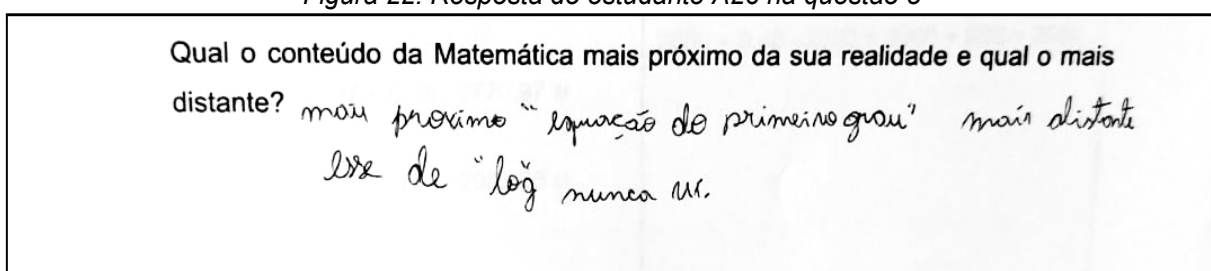
Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Figura 21: Resposta do estudante A25 na questão 5



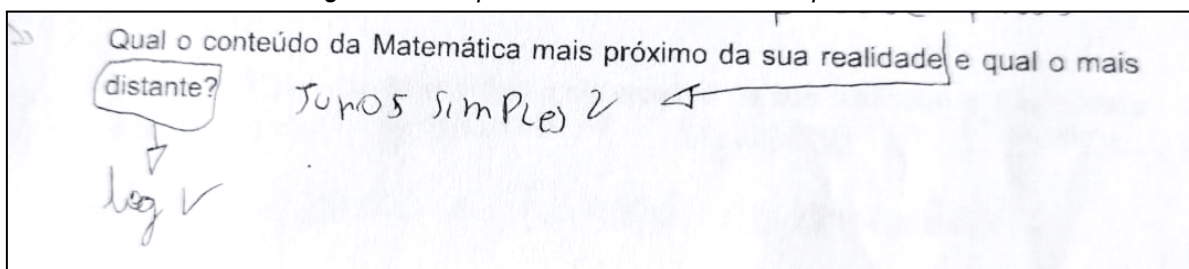
Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Figura 22: Resposta do estudante A26 na questão 5



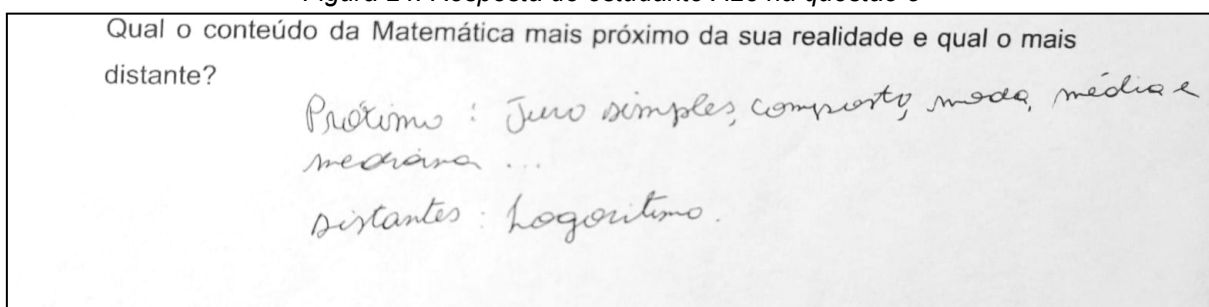
Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Figura 23: Resposta do estudante A27 na questão 5



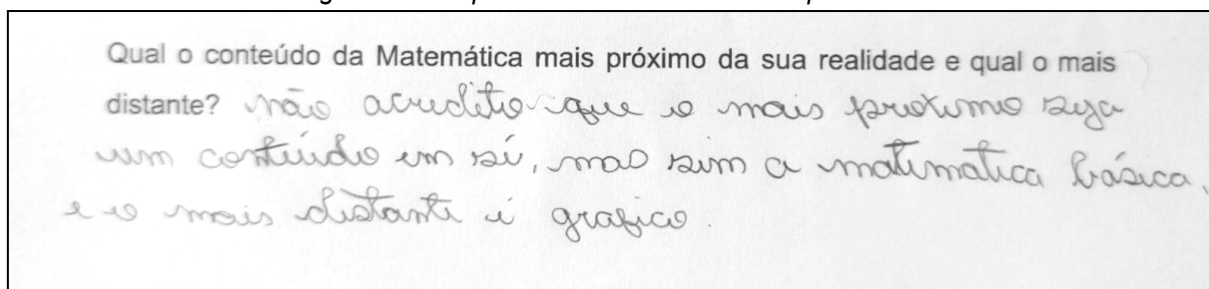
Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Figura 24: Resposta do estudante A28 na questão 5



Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Figura 25: Resposta do estudante A29 na questão 5



Fonte: dados da pesquisa, 2024.

As informações obtidas nessa parte da atividade permitem entender que os alunos conseguiram, mesmo que introdutoriamente, algumas das aplicações das funções em sua realidade, diferentemente do que ficou evidente nos dados presentes no gráfico. Além disso, a questão 6, de maneira geral, elencou limitados conteúdos da Matemática, ao realizar a leitura dos dados, foi perceptível que os estudantes preferem e sentem-se mais inseridos nas situações, tanto nas aulas, como em exercícios, dos assuntos mais similares às suas realidades, como as quatro operações elementares, juros simples, compostos, entre outros. Dessa maneira, o coletivo é beneficiado pelo uso de exemplos concretos, eles desenvolvem a estrutura cognitiva dos atores principais desse processo, não sendo apenas reprodutores, entretanto são produtores do conhecimento, sendo mais

participativos em aulas e possuindo autonomia na resolução de determinados problemas do mundo real. Por outro lado, em harmonia com as respostas dos estudantes A21, A23 e A24, este mesmo público considerou as equações exponenciais e logarítmicas como as mais dissociadas do mundo contemporâneo, pautadas por rigor matemático e falta de correspondência em situações-problemas mais abrangentes. Ademais, o estudante A29 sintetiza a realidade presente no ensino regular, a respeito de que áreas correlatas do cotidiano têm relações especiais com os discentes, também, menciona as dificuldades existentes em resolver outro aspecto das funções que não reconhece como entendível: as representações no plano cartesiano. Fato decorrente de uma dinâmica com exemplos diretos, sendo o limite os semirreais, advindo dos impactos das avaliações externas, como apresentado por Morais e Pereira, concomitantemente apontado pelo aluno A26, não foi explorado nas aulas ou sequer possui recordações nos subsunçores.

6.4 Inter-relações entre os resultados obtidos

Por meio dos resultados obtidos no segundo questionário e na quarta pergunta, é manifesto o entendimento que a perspectiva de conteúdos práticos são mais estimulantes para resolução e compreensão dos estudantes, enquanto apenas 20,65% dos participantes indicavam aplicação das funções em seu meio, esse valor aumentou para 47,82% dos entrevistados que, após a leitura e tentativa de resolução das perguntas, conseguiram identificar o uso de funções afins, exponenciais e logarítmicas em alguma(s) questão(ões) em situações do dia a dia, esse desenlace reforça a interação entre o que há de novo e o que já tem-se existente nos subsunçores dos discentes.

O estudante A10 demonstrou que a proposta do conhecimento prévio e suas respectivas aplicações no cotidiano permitem uma melhor compreensão de outros conteúdos, no primeiro questionário ele deixou evidente seus entendimentos em relação aos conceitos financeiros ao decorrer da sua vida.

Figura 26: Quadro de respostas do estudante A10

Pergunta 1: "CLT, gastos controlados"
Pergunta 2: "Não"
Pergunta 3: "Investir, maior segurança em comparação a criação de um negócio do zero"
Pergunta 4: "Imposto de renda"
Pergunta 5: "Compra de uma ferramenta para trabalho e aplicar capital em um negócio já existente"

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

A partir das perspectivas do aluno, é possível verificar que a matemática financeira é uma realidade desde cedo para os indivíduos, sendo um dos tópicos matemáticos mais requisitados quando trata-se de aplicações cotidianas, visto que no momento em que é questionado sobre os princípios financeiros na realidade, o estudante A10, assim como a maioria do público investigado, associaram diretamente ao trabalho, bancos, planejamento futuro e retorno do lucro.

A resposta das perguntas 2 e 3 deixam explícita a ideia de que mesmo sem o intuito de utilizar as concepções financeiras, existe a noção propagada na vivência das pessoas sobre investimentos e empreendedorismo, ao passo em que estabelece uma diferenciação de um negócio para outro partindo do que ele conhece obtido através das suas experiências.

Na lista de questões, o aluno conseguiu interpretar e realizar a resolução dos problemas e situações contextualizadas, sem utilizar a aprendizagem mecânica evidenciada por Ausubel.

Figura 27: Resposta do estudante A10 nas questões 1 e 2

Handwritten solutions for logarithmic problems:

1°) Calcule pela definição e propriedades dos logaritmos:

a) $\log 5$ $\log \frac{10}{5}$
 $\frac{1}{0,3010}$

b) $\log 6$ $\log 3 \cdot 2$
 $0,4441$
 $0,3010$

c) $\log_2 128 = ?$ $2^x = 128$
 $2^x = 2^7$
 $x = 7$

Additional calculations at the top right: $3^{1+2} + 3^1 = 3^5 \cdot 10$ and $3^5 \cdot 10$ at the bottom right.

2º) Encontre o valor de x na equação: $3^{x+2} + 3^x = 2430$

a) 5 b) 4 c) 3

d) 2 e) 1

SEZ Ñ

2º) Analise a seguinte situação e responda à pergunta.

Handwritten work on the right side of the image shows a division of 2430 by 3, resulting in 810, 270, 90, 30, 10, 5, and 1, which corresponds to the options a) 5, b) 4, c) 3, d) 2, e) 1.

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Nas duas questões iniciais, verificou-se as dificuldades presentes na resolução de problemas da categoria matemática pura em conformidade com Skovsmose (2000), em que são aplicações diretas do conteúdo abordado, sem significação presente, na qual são compreendidas exclusivamente de maneira arbitrária. A única resolução constando no item C da primeira questão ocorreu após a exemplificação de um exemplo similar durante a atividade.

Figura 28: Resposta do estudante A10 na questão 3

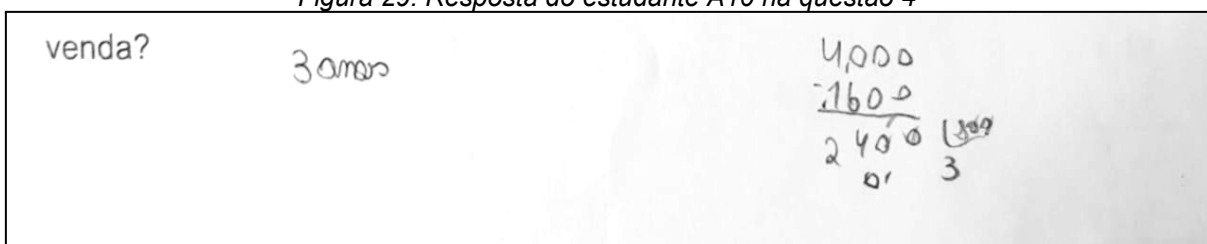
Quem estava com a razão? Justifique sua resposta.

Handwritten response: O Cálculo do Juro é de juros compostos, e o Juro San Nido é Juros simples. Deixa ser visto em qual regime se encontra o empréstimo.

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

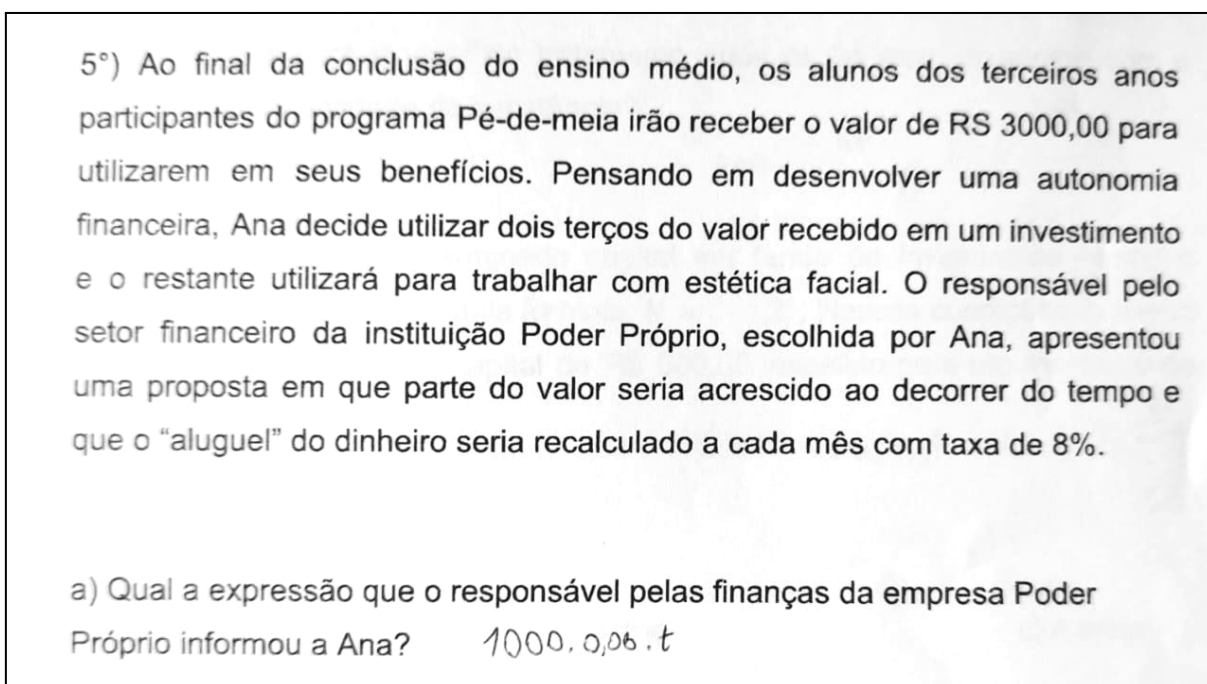
Na questão 3 o discente interpretou corretamente o problema, ao realizar a leitura, conseguiu interpretar o problema financeiro com subsunções existentes na sua estrutura cognitiva, uma vez que estabeleceu os conceitos de juros simples e compostos na situação-problema, ocorrendo a diferenciação progressiva do conteúdo, alinhado a falta de uma informação imprescindível em uma aplicação do dia a dia, ele demonstra a reconciliação integrativa, visto que estabelece dissociações entre os sistemas de taxas, ampliando seus conhecimentos financeiros para uma questão mais generalizada sobre tratamento de negócios, em que nenhum dos indivíduos possuía a razão quando não foi acordado sequer um dos sistemas de taxa por mês.

Figura 29: Resposta do estudante A10 na questão 4



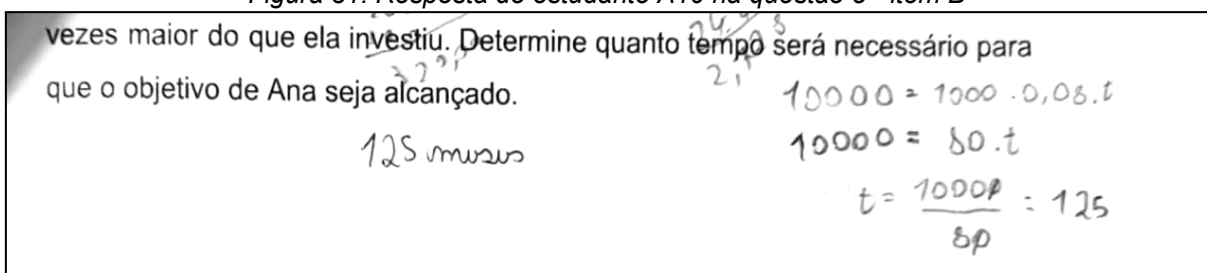
Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Figura 30: Resposta do estudante A10 na questão 5 - item A



Fonte: dados da pesquisa 2024,

Figura 31: Resposta do estudante A10 na questão 5 - item B



Fonte: dados da pesquisa, 2024.

A partir da resolução apresentada, nota-se que o aluno realizou uma interpretação equivocada a respeito da situação de Ana, uma das principais desvinculações existentes ao tratar sobre equações é a procura por facilitadores, a equação linear, por construção no ensino regular é associado como modo mais

rápido de obter os resultados. Então, apesar de interpretar corretamente sobre juros (conteúdo geral), não ocorreu a diferenciação, pois ao invés de ser um caso do sistema simples, seria nos compostos. Esse fato pode ser explicado pela falta de reconhecimento dos subsunçores quando não são vistos com frequência nas aulas, mais ainda, as mesmas acontecendo de modo repetitivo. Em decorrência da elaboração feita no item A, o discente resolveu uma expressão linear e não obteve o resultado requerido, porém como apontado por Pinto, o objetivo do entendimento financeiro foi alcançado, com um pouco mais de variações da explanação, bem como o aprendizado com significativo, o estudante irá realizar a classificação tanto do sistema, quanto na resolução das equações exponenciais.

Figura 32: Resposta do estudante A10 na questão 6 da lista

7º) O montante de determinado capital em fundo de investimento, após o tempo t em anos, é dado pela fórmula: $M = C \cdot 1,2^t$. Nessas condições, o tempo necessário para que um capital de R\$ 500,00 investido gere um montante de R\$ 864,00 é de:

Handwritten calculations:

$$500 \cdot 1,44 = 720$$

$$2000 \cdot 1,44 = 2880$$

$$2000 \cdot 1,44 = 2880$$

$$42000$$

$$1,2^3 = 1,728$$

$$500 \cdot 1,728 = 864$$

Options:

a) 6 anos b) 5 anos c) 4 anos

☒ d) 3 anos e) 2 anos

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Por meio da resolução da última questão, o estudante A10 conseguiu encontrar o valor da incógnita na expressão de juros compostos. O exercício caracterizado por Skovsmose como semirreal mostra-se suficientemente capaz de se relacionar com conhecimentos previamente definidos. Este exercício comprova que a maneira pela qual o conteúdo é apresentado faz conexões distintas com a estrutura cognitiva dos indivíduos, visto que na questão contextual em pauta foi resolvido utilizando noções de equações exponenciais, enquanto na questão 2, o mesmo discente mencionou que não sabia como realizar tal indagação, logo o entendimento que ele teve para resolução faz-se por meio das ligações existentes

entre a sua vivência e conteúdos conhecidos em momentos anteriores, promovendo assim a verdadeira aprendizagem significativa proposta por Ausubel (1968).

Figura 33 : Resposta do estudante A30 na questões 1 e 2 - Questionário 2

The image shows handwritten work for three questions. At the top left, there is a vertical addition: $0,3010$ plus $0,4781$ equals $0,7791$. The first question asks to calculate using logarithm properties. The student's answers are: a) $\log 5 = \log 2 + 3$, b) $\log 6 = \log 2 + 2 + 2$, and c) $\log_2 128$. The second question asks to find x in $3^{x+2} + 3^x = 2430$. The student has circled 'b) 4' and 'c) 3'. To the right, there is a long division: 2430 divided by 3 equals 810 , then 810 divided by 3 equals 270 , then 270 divided by 3 equals 90 , then 90 divided by 3 equals 30 , then 30 divided by 3 equals 10 , and finally 10 divided by 3 equals $3,333$. The third question is a word problem about a loan, but the student's answer is not visible.

1°) Calcule pela definição e propriedades dos logaritmos:

a) $\log 5 = \log 2 + 3$ b) $\log 6 = \log 2 + 2 + 2$ c) $\log_2 128$

2°) Encontre o valor de x na equação: $3^{x+2} + 3^x = 2430$

a) 5 b) 4 c) 3

d) 2 e) 1

3°) Analise a seguinte situação e responda à pergunta:

Neide tomou um empréstimo de R\$ 2000,00 em uma financeira e se

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

As resoluções dos exercícios descontextualizados permitem a síntese da problemática entre a escassez dos exemplos práticos e a teoria ausubeliana, na medida em que nesses casos, é palpável que o estudante não conseguiu operacionalizar as questões de maneira coerente, pois utilizou de representações inadequadas, indicando insuficiente entendimento sobre as propriedades e definições das equações exponenciais e sua inversa. A teoria da aprendizagem significativa, desenvolvida por David Ausubel, destaca que, para que ocorra a fixação do conteúdo, é essencial que o estudante atribua significado ao que está aprendendo. Segundo esta teoria, é papel do docente fornecer organizadores prévios potencialmente relevantes, com intuito de conectar o novo com o material conhecido e estimular o foco dos educandos. Além disso, é necessário que os estudantes queiram aprender de maneira significativa, esse fato ocorre com frequência em contextos aplicáveis ao dia a dia, como com a matemática financeira. Este campo, portanto, surge como uma ferramenta eficaz para a promoção da aprendizagem significativa, ao associar conceitos teóricos às práticas cotidianas. A seguir, será analisado como esse mecanismo influenciou o desenvolvimento do pensamento do estudante A30 nas questões subsequentes.

Figura 34: Resposta do estudante A30 na questão 3 - Questionário 2

Quem estava com a razão? Justifique sua resposta.

Não se utilizou de um cálculo com juros simples e o gerente com juros sobre juros, então a melhor opção seria qual sistema de juros foi feito no caso.

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Figura 35: Resposta do estudante A30 na questão 4

4º) Com o valor da bolsa de monitoria, os estudantes de uma escola investiram na compra de notebooks de R\$ 4000,00, eles sabem que a depreciação linear desse produto é de R\$ 800,00 ao ano. Sabendo que ao final da conclusão do programa de monitoria os alunos irão ganhar um equipamento com o dobro do valor investido, eles decidem vender o produto inicial com valor residual de R\$ 1600,00. Quantos anos serão utilizados esses notebooks iniciais até sua venda?

1º $4000 - 800 \cdot 1$, 2º $4000 - 800 \cdot 2$, então a quantidade de anos t de $M = C - J$. Substituindo:
 $1600 = 4000 - 800 \cdot t$
 $-800t = 4000 - 1600$
 $t = \frac{2400}{800} = 3 \text{ anos}$

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

Ao analisar os dados obtidos nas duas questões, é possível sintetizar que o estudante, quando apresentado aos exemplos concretos da utilização da matemática financeira e das funções, consegue realizar corretamente as propostas. Na terceira questão, ele estabelece a comparação entre os cálculos dos envolvidos na situação de transição financeira, determina os sistemas de juros simples e compostos (diferenciação progressiva) e, dessa maneira, compreende que cada situação necessita de cálculos específicos (reconciliação integrativa). Portanto, o aluno conseguiu entender totalmente uma situação, em contraste com os exercícios de matemática pura, conforme Skovsmose (2000).

Ao realizar a questão 4, o discente fez uma construção habitual para confirmar a tendência linear do problema envolvido, posteriormente, desenvolveu uma expressão matemática, caracterizada pela equação polinomial do primeiro

grauim, em que, possui familiaridade os educandos tende a ter maior grau de facilidade ao comparadas com expressões exponenciais com incógnitas. Além disso, a relação entre a equação matemática e a o sistema de juros simples foi utilizado em um caso diferenciado, implicando a compreensão dos juros em aplicações distintos, contrariamente ao habitual em que os juros são caracterizados por aumentar ao decorrer do tempo, o estudante conseguiu entender uma nova utilidade desse conteúdo, ou seja, realizou a interligação do novo (nova dimensão dos juros) com os subsunçores existentes em sua estrutura cognitiva. Assim sendo, as respostas indicam como as finanças, alinhadas à função afim, permitem a construção do conhecimento, verificando sua assimilação, além da fixação do assunto e a expansão em outros ângulos, promovendo a aprendizagem significativa.

Figura 36: Resposta do estudante A30 na questão 5 - Questionário 2

Handwritten student response for question 5:

Top left: $\frac{2}{3}$ de 3000

Top right: $\frac{2}{3} \cdot 3000 = 2000$

a) Qual a expressão que o responsável pelas finanças da empresa Poder Próprio informou a Ana? Como o Juros é calculado, então é Juros Compostos.

Formulas shown:

$$M = C(1 + i)^t$$

$$M = 2000(1 + 0,08)^t$$

b) Visando comprar um terreno para construção de um ambiente de estética, Ana deseja saber quantos meses levarão para que o seu lucro investido seja 10 vezes maior do que ela investiu. Determine quanto tempo será necessário para que o objetivo de Ana seja alcançado.

Calculations shown:

$$20000 = 2000(1,08)^t$$

$$\frac{20000}{2000} = 1,08^t$$

$$\log 10 = \log 1,08^t$$

$$\log 10 = t \log 1,08$$

$$\frac{1}{0,033} = t$$

Final result: $t = 30$ meses

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

O discente conseguiu compreender a situação elaborada e identificou os trechos importantes, como a repartição correta dos valores investidos, bem como a expressão utilizada no cálculo de juros compostos. No item B, o estudante realiza

uma construção de maneira espontânea, após uma breve interpretação da nova situação, ele aplica corretamente a equação logarítmica que, anteriormente nos três itens da questão 1 não foram finalizadas corretamente por confusões feitas no processo de fixação dos alunos. A temática da quinta questão permite aos educandos a estruturação e empregabilidade das propriedades das equações matemáticas de maneira natural.

Figura 37: Resposta do estudante A30 na questão 6 - Questionário 2

6º) O montante de um determinado capital em fundo de investimento, após o tempo t em anos, é dado pela fórmula: $M = C \cdot 1,2^t$. Nessas condições, o tempo necessário para que um capital de R\$ 500,00 investido gere um montante de R\$ 864,00 é de:

a) 6 anos
b) 5 anos
c) 4 anos
☒ d) 3 anos
e) 2 anos

Handwritten solution:

$$864 = 500 \cdot 1,2^t$$

$$\frac{864}{500} = 1,2^t$$

$$1,728 = 1,2^t$$

↓

1,2	3 vezes
× 1,2	
1,44	
× 1,2	
1,728	

$1,2^3 = 1,2^t$

Como a base é a mesma, então os expoentes tem que ser iguais também. Então $t = 3$

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

É notório que apesar do estudante A30 apresentar dificuldades na construção do raciocínio para resolver a questão 2, sem nenhum tipo de contextualização, ele conseguiu desenvolver seu pensamento a partir de operações, dentre elas as elementares e sobre matemática financeira, pré estabelecidas em seus subsunçores, com isso, é possível o desenvolvimento da questão sem necessidade de decoração de fórmulas e procedimentos. Logo, em contraste com o paradigma dos exercícios, como mencionado por Skovsmose (2000), no momento em que o educando passa a defrontar problemas em situações que não limitam-se à categoria

da matemática pura, é possível obter um ambiente de aprendizagem, mais ainda, configura-se um “terreno” frutífero para a exploração das partes mais complexas do tópico, por exemplo, as demonstrações por meio de uma aprendizagem significativa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao decorrer do estudo foi possível compreender como a escassez de significado é um dos principais pilares para as dificuldades encontradas no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, confirmada a necessidade inerente desta área para sociedade, é indispensável a sua aquisição, da mesma maneira que sua retenção na estrutura de conhecimento que os indivíduos possuem. Identificou-se lacunas existentes na aplicação prática das equações, principalmente as exponenciais e logarítmicas, em que são frequentemente pouco atrativas e engajadas nas aulas no ensino médio, devido à insuficiente adaptabilidade nas aulas e métodos de ensino, tratados constantemente como algoritmos de resolução de questões semelhantes com um único objetivo, desenvolvendo uma aprendizagem momentânea por meio da memorização.

Em outra perspectiva, a matemática financeira surge como uma ferramenta de introdução para abordagem das equações afins, exponenciais e sua inversa, pois é comprovado sua utilização em diversos setores da sociedade, reconhecido amplamente pelos indivíduos e necessários para os serviços laborais, uma das maiores preocupações dos estudantes dos anos finais do ciclo regular. A proposta da pesquisa é indicar um novo olhar para o método baseado na sugestão de David Paul Ausubel e a teoria da aprendizagem significativa. Indiscutivelmente, a aprendizagem mecânica e a teoria aprofundada é imprescindível para o conhecimento e autonomia do pensamento em sua forma genuína, as demonstrações, explorações e estudos específicos são as louváveis características que proporcionam à matemática ser aplicada em diferentes contextos. O intuito do planejamento não foi para retirar essa condição de ensino presente na atual realidade, porém busca uma melhor atratividade, dinamismo e adequação às especificidades para manter a atenção dos discentes durante as aulas, dentre as principais problemáticas diante do presente cenário, com o avanço das tecnologias e estudos sobre déficits de atenção.

Através dos dados coletados durante as pesquisas, os relatos quantitativos expressam que a partir de questionários, observações e atividades, confirmaram a incorporação de aplicações práticas e contextualizadas de matemática financeira

facilita a aprendizagem das equações matemáticas, promovendo uma melhor compreensão dos conceitos e aumentando o interesse dos alunos. A principal cautela em relação à teoria ausubeliana é mencionada por Moreira (1999, p.156) para que não aconteça uma falsa aprendizagem significativa, logo, a maneira como são cobradas as questões devem ser minimamente distintas de qualquer material comumente exposto, sem que haja um aprender por esgotantes repetições.

Por meio da análise das informações qualitativas, constatou-se que grande parte do público presente no ambiente educacional reconhece a importância e deseja saber sobre conhecimentos financeiros e as consequências no mundo real. Entretanto, uma parcela reduzida sabe citar e relembrar situações vividas sob a temática. Ademais, existe uma correlação positiva entre a utilização de atividades práticas e o desempenho dos alunos em equações, reforçando a relevância do uso de uma abordagem que conecta teoria e prática. A metodologia aplicada mostrou-se eficaz e poderia ser expandida para outras áreas da matemática, sugerindo que o ensino das equações e da matemática financeira deve ser revisto para incluir mais exemplos práticos e materiais de apoio que facilitem a conexão com o cotidiano dos alunos.

REFERÊNCIAS

CHARLES, C. **Piaget ao alcance dos professores**. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1975.

Matemática Rio no Jornal Nacional - A MATEMÁTICA DO COTIDIANO. 2015. 1 vídeo (4 min). Publicado pelo canal Matemática Rio com Prof. Rafael Procópio. Disponível em: <https://youtu.be/6j1Rq2Zowlw?si=TA5MJb82KR1EixCR>. Acesso em: 22 set. 2024.

Só 5% terminam ensino médio público com aprendizado adequado em matemática, aponta estudo. **G1**, São Paulo, 30 nov. 2022. Disponível em <https://g1.globo.com/educacao/noticia/2022/11/30/so-5percent-terminam-ensino-medio-publico-com-aprendizado-adequado-em-matematica-aponta-estudo.ghtml>. Acesso em: 10 fev. 2024.

AUSUBEL, David. **Educational psychology: a cognitive view**. Nova York: Holt, Rinehart and Winston, 1968.

LINS, Maria; MIRANDA, Bruna (org.). **AUSUBEL E BRUNER: questões sobre aprendizagem**. Curitiba, Editora: CRV, 2018.

MOREIRA, Marco. **Teorias de aprendizagem**. 2. ed. ampl. São Paulo: Janeiro, E.P.U, 2011.

MOREIRA, Marco Antônio; E OSTERMANN, Fernanda. **Teorias Construtivista**. UFRGS. Porto Alegre, 1999.

SCHMIDT, A. **Matemática - Por que ensinar? Para que aprender?** Santa Maria: UFSM, 2007.

BARROS, Célia. **Psicologia e Construtivismo**. São Paulo: Editora Ática S. A, 1996.

BRITO, Márcia. *et al.* **Psicologia da Educação Matemática: Teoria e Pesquisa**. 2. ed. Florianópolis: Insular, 2005.

PAPERT, Seymour. Logo: **Computadores e educação**. São Paulo: Brasiliense, 1986.

MORAIS, Joelson de Sousa; PEREIRA, Francisca Eudeilane da Silva. As práticas avaliativas no contexto do Saeb e suas implicações na constituição da subjetividade e do trabalho docente. *Práxis Educativa*, Ponta Grossa, v. 19, e22580, 2024. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1809-43092024000100123&lng=pt&nrm=iso. Acesso em 19 nov. 2024.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para Investigação. *Bolema*, Rio Claro – SP, v. 13, n. 14, 2000. ISBN 978-85-89082-23-5. Disponível em:

<https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10635/70>
22. Acesso em 18 nov. 2024.

BRASIL, Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base. Brasília: Ministério da Educação, 2017. Disponível em:
https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versa_ofinal.pdf

GRANDO, Neiva Ignês; Schneider, Ido José. **Matemática financeira: alguns elementos históricos e contemporâneos**. 2010. *Zetetiké – fe – Unicamp*, Campinas, v.18, n. 33, p.43-62, jan./jun. 2010.

GONÇALVES, Jean Piton. A história da matemática comercial e financeira. Só Matemática. Disponível em:
<http://www.somatematica.com.br/historia/matfinanceira4.php>. Acesso em: 10 out. 2024.

Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua - Pnad Contínua: Principais destaques da evolução do mercado de trabalho no Brasil. **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística**. Rio de Janeiro, 31 jan. 2024. Disponível em:
https://ftp.ibge.gov.br/Trabalho_e_Rendimento/Pesquisa_Nacional_por_Amostra_de_Domicilios_continua/Principais_destaque_PNAD_continua/2012_2023/PNAD_continua_retrospectiva_2012_2023.pdf. Acesso em: 17 nov. 2024

Aprenda a diferença entre INVESTIR e EMPREENDER. 2022. 1 vídeo (5 min). Publicado pelo canal Dinheiro à Vista. Disponível em:
<https://youtu.be/l430YGvHFVw?si=IIBkhAOiUweqdroC>. Acesso em: 28 out. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, MEC, 2018.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Matemática para compreender o mundo**. São Paulo: Editora Saraiva, 2016.

MATOS, Marcos Pinheiro. **Funções Exponenciais e Logarítmicas**. 2014. 55f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2014.

VILLA, Laercio. **Educação Financeira no Ensino Médio: Uma análise a partir da aprendizagem significativa de David Ausubel**. 2017. 104f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2017.

PINTO, Neuza. **O Erro como Estratégia Didática ao Ensino da Matemática Elementar**. 1998. 174f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998.

MOREIRA, Marco. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: Janeiro, E.P.U, 1999.

APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO 1 - MATEMÁTICA FINANCEIRA NO COTIDIANO

Responda os seguintes questionamentos com base nas suas vivências.

- Qual área de trabalho pretende seguir ao final do ciclo regular de ensino? Como a matemática financeira pode lhe auxiliar nessa realidade?

- Você já pensou em trabalhar em algo que goste com autonomia? Pretende empreender?

- Na sua visão, é mais fácil empreender ou investir? Qual é mais rentável? Justifique.

- Quais demais conceitos da área financeira você conhece previamente?

- Quais duas situações em que, na sua opinião, ocorreu um investimento financeiro?

APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO 2 - QUESTÕES DE MATEMÁTICA FINANCEIRA E EQUAÇÕES

Caso necessário, utilize $\log 2 = 0,3010$; $\log 3 = 0,4771$ e $\log 1,08 = 0,03342$

1º) Calcule pela definição e propriedades dos logaritmos: (Fonte: Smole e Diniz)

a) $\log 5$

b) $\log 6$

c) $\log_2 128$

2º) Encontre o valor de x na equação $3^{x+2} + 3^x = 2430$: (Fonte: Mundo Educação)

a) 5

b) 4

c) 3

d) 2

e) 1

3º) Analise a seguinte situação e responda à pergunta.

Neide tomou um empréstimo de R\$ 2000,00 em uma financeira e se comprometeu a pagar após 6 meses. A taxa de juros combinada foi de 8% ao mês. No final do prazo, porém, ocorreu um problema: o valor calculado por Neide não coincidia com aquele cobrado pela financeira. Quem estava com a razão? Justifique sua resposta. (Fonte: Smole e Diniz)

Cálculo do gerente	Cálculo de Neide
1° mês: $2000 + 0,08 \cdot 2000 = 2000 + 160 = 2160$	Em um mês: 8%
2° mês: $2160 + 0,08 \cdot 2160 = 2332,80$	Em seis meses: $6 \cdot 8\% = 48\%$
3° mês: $2332,80 + 0,08 \cdot 2332,80 \cong 2519,42$	2000 mais 48% de 2000 é o mesmo que:
4° mês: $2519,42 + 0,08 \cdot 2519,42 \cong 2720,97$	$2000 + 0,48 \cdot 2000 = 2000 + 960 = 2960$
5° mês: $2720,97 + 0,08 \cdot 2720,97 \cong 2983,65$	
6° mês: $2983,65 + 0,08 \cdot 2983,65 \cong 3173,74$	
Total a pagar R\$ 3173,74	Total a pagar: R\$ 2960,00

4°) Com o valor da bolsa de monitoria, os estudantes de uma escola investiram na compra de notebooks de R\$ 4000,00, eles sabem que a depreciação linear desse produto é de R\$ 800,00 ao ano. Sabendo que ao final da conclusão do programa de monitoria os alunos irão ganhar um equipamento com o dobro do valor investidos, eles decidem vender o produto inicial com valor residual de R\$ 1600,00. Quantos anos serão utilizados esses notebooks iniciais até sua venda? (Fonte: o autor, 2024)

5°) Ao final da conclusão do ensino médio, os alunos dos terceiros anos participantes do programa Pé-de-meia irão receber o valor de R\$ 3000,00 para utilizarem em seus benefícios. Pensando em desenvolver uma autonomia financeira, Ana decide utilizar dois terços do valor recebido em um investimento e o restante

utilizará para trabalhar com estética facial. O responsável pelo setor financeiro da instituição Poder Próprio, escolhida por Ana, apresentou uma proposta em que parte do valor seria acrescido ao decorrer do tempo e que o “aluguel” do dinheiro seria recalculado a cada mês com taxa de 8%.

a) Qual a expressão que o responsável pelas finanças da empresa Poder Próprio informou a Ana?

b) Visando comprar um terreno para construção de um ambiente de estética, Ana deseja saber quantos meses levarão para que o seu lucro investido seja 10 vezes maior do que ela investiu. Determine quanto tempo será necessário para que o objetivo de Ana seja alcançado. (Fonte: o autor, 2024)

6º) O montante de determinado capital em fundo de investimento, após o tempo t em anos, é dado pela fórmula: $M = C \cdot 1,2^t$. Nessas condições, o tempo necessário para que um capital de R\$ 500,00 investido gere um montante de R\$ 864,00 é de: (Fonte: Adaptado de Mundo Educação)

a) 6 anos

b) 5 anos

c) 4 anos

d) 3 anos

e) 2 anos

QUESTIONÁRIO 3 - APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES

Prezados(as) estudantes, após reconhecer seus conhecimentos de finanças no dia a dia e realizar questões do assunto, responda os seguintes questionamentos:

- Você percebeu ao longo da sua vida o uso de equações (afim, exponencial e logarítmica) fora do ambiente escolar? Se sim, diga um desses acontecimentos.
- Em sua opinião, é necessário, ainda no ensino regular, uma significação do que se aprende?
- Durante as aulas de equações matemáticas, em sua visão, o ideal é introduzir o conteúdo com a teoria para depois ver aplicações ou iniciar as aulas com exemplos do cotidiano para, posteriormente, serem apresentadas as propriedades e definições formais?
- Em alguma questão é notável o uso das noções de equações para tratar de finanças ou em situações do mundo contemporâneo? Justifique sua resposta.
- Qual o conteúdo da Matemática mais próximo da sua realidade e qual o mais distante?