UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

MARCOS NASCIMENTO HENRIQUE

NÚMEROS FRACIONÁRIOS: UMA ANÁLISE DAS CONCEPÇÕES DE ALUNOS DO 8° E 9° ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL RELACIONADAS AOS SIGNIFICADOS DAS FRAÇÕES.

Recife
2024

Marcos Nascimento Henrique

NÚMEROS FRACIONÁRIOS: uma análise das concepções de alunos do 8° e 9° anos do ensino fundamental relacionadas aos significados das frações.

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática - CCEN da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Área de habilitação: Matemática

Orientador: Paulo Roberto Câmara de Sousa

Orientador(a): Paulo Roberto Câmara de Sousa

_____

Recife

2024

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Henrique, Marcos Nascimento.
Números Fracionários: uma análise das concepções de alunos do 8° e 9° anos do ensino fundamental relacionadas aos significados das frações / Marcos Nascimento Henrique. - Recife, 2024.
56 p.

Orientador(a): Paulo Roberto Câmara de Sousa
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Matemática - Licenciatura, 2024.
Inclui referências, apêndices, anexos.

1. Números Fracionários. 2. Significados das Frações. 3. Análise das Concepções. 4. Erro Pedagógico. I. Sousa, Paulo Roberto Câmara de. (Orientação). II. Título.

510 CDD (22.ed.)

MARCOS NASCIMENTO HENRIQUE

NÚMEROS FRACIONÁRIOS: uma análise das concepções de alunos do 8° e 9° anos do ensino fundamental relacionadas aos significados das frações.

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática - CCEN da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Aprovado em: 25 de outubro de 2024.

BANCA EXAMINADORA

_____

Prof. Me. Paulo Roberto Câmara de Sousa (Orientador - UFPE)

_____

Prof. Dr. Airton Temístocles Gonçalves de Castro
(Examinador interno - UFPE)

_____

Profa. Me. Alessandra da Silva Ferreira (Examinadora externa - UFPE)

Dedico esse trabalho a minha amada irmã Francielly (in memoriam), que se foi tão cedo, mas que deixou uma saudade imensa em nossos corações.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por sempre ter me guiado e ter me dado forças durante essa caminhada intensa na universidade.

À minha mãe Prof. Hosana Henrique uma guerreira que me ensinou a lutar, acreditar e sempre buscar meus objetivos para que eu pudesse sempre realizar meus sonhos, suas palavras sempre fortaleceram minha mente e meu coração. Sempre foi meu alicerce.

A meu pai Prof. Dr. Marcos Henrique, por todo apoio incondicional e pela sua paciência em me ensinar e tirar todas as minhas dúvidas. Observar o orgulho e carinho em seus olhos em ver seu filho seguindo o mesmo caminho nos estudos em matemática, esse brilho em seu olhar sempre me deu forças para nunca desistir.

À minha Esposa Laricy Ferreira, por todo amor e compreensão nos momentos mais perturbados na universidade, sua presença foi fundamental para que eu pudesse conquistar esse objetivo, nunca me deixou abaixar a cabeça, sempre manteve meus olhos focados e em nenhum momento sequer me deixou desacreditar do meu potencial.

À minha sogra e ao meu sogro, por ter me acolhido com tanto amor e carinho e por todo apoio oferecido durante todos esses anos. Suas palavras foram de enorme motivação para que eu pudesse continuar seguindo meus sonhos.

Ao meu amigo Igor Vicente, por estar presente, incentivando, por sua lealdade e pelas inúmeras vezes que me fez observar o lado positivo de toda dificuldade que eu passava. Sua amizade com certeza tornou esta caminhada muito mais leve e significativa.

A todos vocês expresso minha eterna gratidão. Este trabalho, é de certo modo, fruto do que cada um de vocês plantou em minha mente e coração.

RESUMO

O foco neste trabalho de conclusão de curso se dá por uma pesquisa desenvolvida com o objetivo de analisar os significados de frações presentes nas turmas do 8º ano e 9 anoº do ensino fundamental de uma escola privada no interior de Pernambuco. Observar quais significados estão mais presentes nas turmas se houve evolução com relação ao significado base da questão e verificar possíveis erros pedagógicos em alguma resolução dos alunos.

Para o desenvolvimento da pesquisa foi utilizado um questionário com problemáticas que submeteram os alunos a refletir sobre algum dos significados de frações para resolução da situação problema, este questionário foi aplicado para vinte estudantes no total, cada turma continha dez estudantes, totalizando uma amostra de vinte estudantes. A aplicação foi através de material impresso.

Nos resultados, foi observado que boa parte dos alunos não conhecia o nome do significado mas sabiam utiliza-lo e foi notado que alguns significados teve uma taxa grande de variação na escolha para resolução do problema, mostrando que os alunos procuraram outros significados para resolução, mostrando uma estratégia diferente para resolução da questão, mas existem alguns significados que estão muito bem estruturados por ambas as turmas, existiu confusão entre certos significados e os foi observado que os erros pedagógicos foram cometidos com uma alta frequência em algumas soluções que estará a amostra e identificada. Desse modo, percebe-se que os professores adotem estratégias um pouco antes dos significados mesmo sem mencionar os nomes porém tentando ser o mais preciso possível com os significados de frações, é importante que neste processo o professor permaneça evoluindo buscando formação contínua para obter novas estratégias e que não dificulte o ensino aprendizagem e minimize os erros pedagógicos dos alunos.

Palavras-chave: Significado das frações; Formação; Erro pedagógico; Futuros professores.

ABSTRACT

The focus of this final project is based on research aimed at analyzing the meanings of fractions in 8th and 9th grade classes at a private school in the interior of Pernambuco. The goal is to observe which meanings are most present in the classes, whether there was any progress in understanding the fundamental meaning of the topic, and to identify any pedagogical errors in the students' solutions.

For the research, a questionnaire with problems was used to make students reflect on some of the meanings of fractions to solve the problem situations. This questionnaire was applied to twenty students in total, with each class having ten students, totaling a sample of twenty students. The application was done through printed material.

In the results, it was observed that many students did not know the name of the meaning but knew how to use it. It was also noted that some meanings had a high variation in the choice of strategies to solve the problem, showing that students sought alternative meanings to solve the issue. This demonstrated a different strategy for resolving the problem. However, there are some meanings that are very well understood by both classes. There was confusion between certain meanings, and it was observed that pedagogical errors were frequently made in some of the solutions, which will be shown and identified. Thus, it is perceived that teachers should adopt strategies that introduce the meanings, even without explicitly mentioning the names, while trying to be as precise as possible with the meanings of fractions. It is essential that teachers continue to evolve and seek ongoing training to develop new strategies that do not hinder the teaching and learning process, while also minimizing students' pedagogical errors.

Keywords: Meaning of fractions; Training; Pedagogical error; Future teachers.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Quadro 01 15
Quadro 02 27
Quadro 03 34
Gráfico 01 35
Gráfico 02 35
Gráfico 03 36
Gráfico 04 38
Gráfico 05 41
Gráfico 06 44
Gráfico 07 46
Gráfico 08 49
Gráfico 09 52
Figura 01 16
Figura 02 17
Figura 03 17
Figura 04 17
Figura 05 18
Figura 06 19
Figura 07 21
Figura 08 21
Figura 09 22
Figura 10 30
Figura 11 30
Figura 12 31
Figura 13 31
Figura 14 32
Figura 15 32
Figura 16 33
Figura 17 33
Figura 18 37
Figura 19 38
Figura 20 39
Figura 21 40

Figura 22 42
Figura 23 43
Figura 24 45
Figura 25 45
Figura 26 47
Figura 27 48
Figura 28 50
Figura 29 51
Figura 30 53
Figura 31 54

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 12
1.1 JUSTIFICATIVA 13
1.2 OBJETIVOS 14
1.2.1 Objetivo geral 14
1.2.1 Objetivo específicos 14
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 15
2.1 SIGNIFICADOS DE FRAÇÕES 15
2.1.1 SIGNIFICADO PARTE-TODO 15
2.1.2 SIGNIFICADO QUOCIENTE 16
2.1.3 SIGNIFICADO MEDIDA 17
2.1.4 SIGNIFICADO OPERADOR MULTIPLICATIVO 19
2.1.5 SIGNIFICADO NÚMERO 20
2.1.6 SIGNIFICADO PROBABILIDADE 21
2.1.7 SIGNIFICADO RAZÃO 22
2.2 DISCUSSÕES SOBRE OS SIGNIFICADOS DE FRAÇÕES 22
2.3 OS DOCUMENTOS OFICIAIS 23
2.3.1 BASE NACIONAL COMUM (BNCC) 23
2.3.2 PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (PCN'S) 25
2.4 ERRO PEDAGÓGIGO NO ENSINO-APRENDIZAGEM 27
3 METODOLOGIA 29
3.1 COLETA DE DADOS 29
4 ANÁLISE DE DADOS 34
4.1 PERGUNTA DE AVERIGUAÇÃO 35
4.2 ANÁLISE DAS RESPOSTAS DO QUESTIONÁRIO 36
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS 55
REFERÊNCIAS 56

1 INTRODUÇÃO

No começo da humanidade, a demanda por resolver problemas diários gerou novos conceitos matemáticos que, inicialmente, eram usados de maneira prática. Desde a antiguidade, a necessidade de dividir e medir partes de um todo levou ao desenvolvimento das frações, ideia que surgiu primeiramente no Egito para a demarcação de terras, constantemente inundadas pelo Nilo, e na Babilônia, para transações comerciais. Embora ambos os sistemas primitivos se baseassem principalmente em números naturais, eles já tinham o conhecimento prático sobre os números fracionários. Segundo Berlingoff e Gouvea (2005), as frações "em épocas anteriores, quando as pessoas precisavam considerar partes de objetos, eles eram quebrados." (“AS FRAÇÕES EM ALGUMAS CIVILIZAÇÕES ANTIGAS”) Esse processo de fragmentação física evoluiu para conceitos matemáticos mais abstratos e precisos ao longo do tempo.

No contexto educacional atual, a compreensão de frações continua a ser uma habilidade essencial. É um conceito que se estende além das salas de aula e está presente em nossa vida cotidiana, ou seja, os conceitos são ensinados para que o aluno consiga enfrentar os desafios encontrados em seu dia a dia (MERLINI, 2005).

De fato, observa-se que a dosagem de medicamentos, a criação de receitas culinárias, a partilha de uma pizza com amigos e a interpretação de gráficos e estatísticas são exemplos de situações em que as frações são aplicáveis. Para alcançar sucesso acadêmico e profissional, os alunos devem dominar os conceitos fracionários.

Silva (1997, p. 295) aponta que "o ensino de frações se apresenta como um dos vilões do fracasso escolar, já que exige uma ação do pensamento e um grau de abstração que não é muito presente nas salas de aula da educação básica."

Diante disso, a presente pesquisa, de abordagem quantitativa, visa investigar a percepção e evolução dos significados de frações dos alunos do 8° ano e compará-los com a percepção dos alunos do 9° ano e observando os possíveis erros pedagógicos de ambas as turmas do ensino fundamental - Anos finais - .

1.1 JUSTIFICATIVA

O tema "Explorando a Percepção de Frações no 8º e 9° Ano: Uma Análise da Aprendizagem dos Conceitos Fracionários" é de grande relevância, pois o entendimento das frações é importante e tem um impacto na educação matemática. Para começar, as frações são conceitos fundamentais que se aplicam a quase todas as áreas da matemática e podem ser encontrados em uma variedade de situações cotidianas. É fundamental entender as dificuldades na compreensão de frações dos alunos do último ano do ensino fundamental porque essas diferenças podem afetar o desenvolvimento matemático posterior desses alunos.

Além disso, podemos fornecer insights valiosos aos educadores ao identificar e examinar essas lacunas de forma aprofundada. Isso pode levar ao desenvolvimento de métodos de ensino mais personalizados e eficazes para resolver problemas de compreensão de frações específicos. Essa abordagem está de acordo com a importância de adaptar o ensino às necessidades individuais dos alunos, uma tendência crescente na educação moderna.

Além disso, o objetivo da pesquisa é analisar os efeitos possíveis das disparidades na compreensão de frações no desempenho dos alunos ao longo do ensino médio. Como dito anteriormente, os conceitos fracionários são essenciais para os tópicos matemáticos mais complexos. Como resultado, a identificação desses problemas pode alertar para quais áreas específicas do currículo que os estudantes podem encontrar dificuldades constantes. Isso prepara o sistema educacional para fornecer o apoio necessário.

Como resultado, o trabalho não apenas melhora a educação matemática em um determinado contexto, mas também tem um impacto mais amplo, promovendo o ensino de alta qualidade e o desenvolvimento acadêmico dos alunos em todo o sistema educacional. Com isso, a pesquisa vai além de uma instituição específica, fornecendo insights úteis sobre a educação matemática em geral e destacando sua importância social em um mundo onde a matemática está se tornando cada vez mais importante.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

Identificar e analisar de maneira abrangente as principais deficiências na compreensão de conceitos fracionários, via os seus significados de frações, entre os alunos do 8º e 9º ano, com o intuito de elucidar de forma precisa e profunda como essas lacunas podem influenciar significativamente o processo de aprendizado em matemática no contexto do ensino médio.

1.2.1 Objetivo específicos

Conduzir uma análise quantitativa de um questionário aplicado as turmas 8º e 9º ano, com foco específico na seção que aborda significados fracionários;

Analisar as respostas dos alunos em questionários específicos projetados para identificar os significados identificado pelos alunos;

Comparar e contrastar as descobertas obtidas com a revisão da literatura, através dos questionários, a fim de identificar consistentemente se há um processo evolutivo em relação aos significados de frações entre os alunos do 8º e 9º ano;

Identificar na resolução das questões possíveis erros pedagógicos nas turmas do 8º e 9° ano.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 SIGNIFICADOS DE FRAÇÕES

Daremos enfoque aos significados presentes no conceito de frações abordados na educação matemática, que são: parte-todo, quociente, medida, operador multiplicativo, número, probabilidade e razão. Para Vergnaud (1990), o conceito não pode se limitar apenas à definição; é essencial que o ensino-aprendizagem utilize situações-problema que façam sentido de maneira concreta para o aluno. O trajeto a ser seguido envolve explicar as noções básicas de cada um desses significados e demonstrar exemplos práticos. Vale salientar que a ordem de apresentação dos significados será conforme mencionada anteriormente.

Mamede (2011) faz um levantamento desde os anos 70 com pesquisas envolvidas por alguns pesquisadores. Em seguida irá será mostrado um quadro de uma síntese dos significados de frações

Quadro 01 – Significado identificados por diversos pesquisadores

Kieren (1983,1995)	Behr et. al (1992)	Marshall (1993)	Nunes et. al (2004)
- Quociente - Medida - Parte-todo - Operador - Razão	- Quociente - Parte-todo - Operador - Razão - Medida	- Quociente - Parte-todo - Operador - Razão - Medida	- Quocientes - Parte-todo - Operador - Quantidades intensivas

Fonte: Baseado em Mamede (2011)

Nota-se diversas classificações sobre significados de frações, é possível notar que pesquisadores como Merlini (2005), Teixeira (2008); Guimarães (2008); entre outros, demonstram a diferenças que se perpetuam nas camadas de ensino sobre os significados de frações. Desse modo, os significados de frações abordados seguirão as ideias de Merlini (2005) juntamente com as de Guimarães (2008), em busca de tornar mais claras as compreensões sobre os significados.

2.1.1 SIGNIFICADO PARTE-TODO

A ideia por trás deste significado é a partição de um todo em n partes iguais e que cada parte deve ser representada como $\frac{1}{n}$, de modo que a fração indique a relação existente entre o número de partes e o total de partes, observa-se que uma abordagem de dupla contagem é suficiente para chegar a uma representação correta,

o procedimento mais comum é apresentação de uma figura plana dividida em partes iguais com algumas escolhidas. Por exemplo, se um todo for divido em três partes iguais e apenas uma for pintada, a parte de cima do traço – que conhecemos como numerador - deve ser a parte pintada e a parte abaixo – conhecida como denominador - do traço o número total de partes. Essa ideia é confirmada pelos autores Drechemer e Andrade da seguinte forma:

> Esta ideia representa um todo dividido em partes iguais, onde cada uma dessas partes é representada como $\frac{1}{n}$. A relação parte-todo implica em um procedimento de dupla contagem, onde o denominador representa o número de partes que este todo foi dividido e o numerador quantas partes foram consideradas. Esta ideia é muito abordada pelos livros didáticos, sendo muitas vezes utilizada como uma estratégia para a introdução do conteúdo de frações (DRECHMER, ANDRADE, 2011. ("O estudo de frações e seus cinco significados") ("O estudo de frações e seus cinco significados - CIAEM-IACME") p. 3)

Figura 01: Exemplo de significado parte-todo

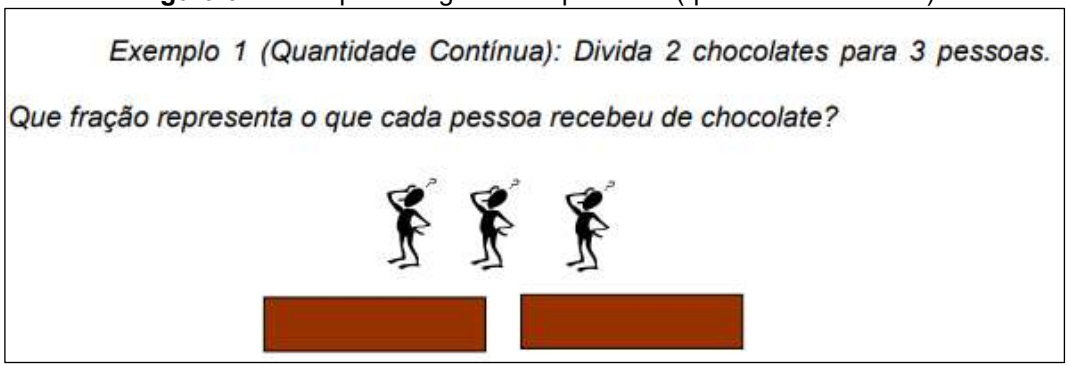
Fonte: https://www.todamateria.com.br/exercicios-de-fracoes/

2.1.2 SIGNIFICADO QUOCIENTE

O pensamento por trás deste significado está incluído em circunstâncias que envolve a divisão como estratégia para resolver um problema, portanto se você conhece o número do grupo a ser formado, o quociente representará o tamanho de cada grupo, observa-se que este significado vai além das ideias do parte-todo, uma vez que este apresenta duas variáveis distintas, este significado é afirmado por Merlini da seguinte maneira:

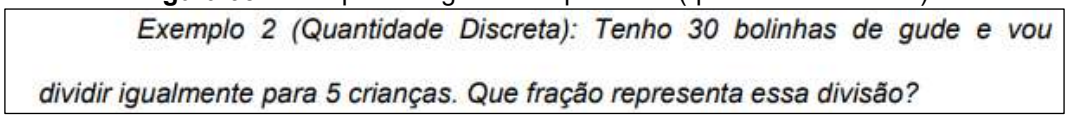
> Este significado está presente em situações em que a divisão surge como uma estratégia bem adaptada para resolver um determinado problema. "Isso significa que conhecido o número do grupo a ser formado, o quociente representa o tamanho de cada grupo." (“Frações e seus cinco significados - Nunes e Bryant: uma classificação ...”) (“Frações e seus cinco significados - Nunes e Bryant: uma classificação ...”) (MERLINI, 2005. p. 30)

Figura 02: Exemplo de significado quociente (quantidade contínua)



Fonte: Merlini (2005, p.30)

Figura 03: Exemplo de significado quociente (quantidade discreta)

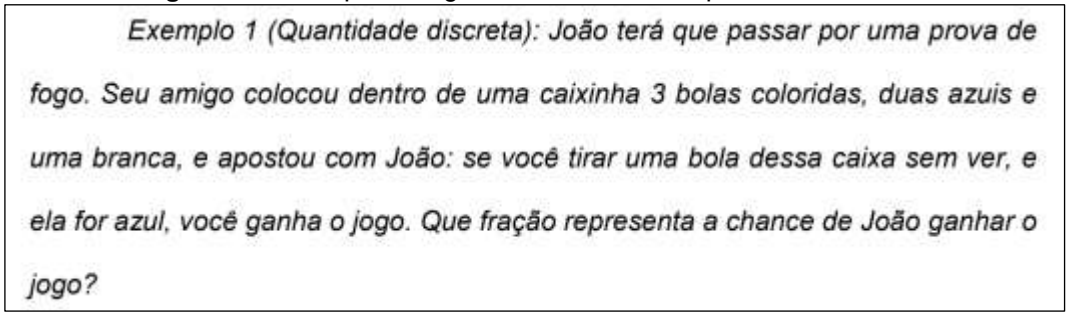


Fonte: Merlini (2005, p.31)

2.1.3 SIGNIFICADO MEDIDA

Adotaremos como significado de medida situações no qual se é expresso quantidades intensivas e extensivas. Merlini (2005) afirma que frações que são classificadas ao nosso significado e se referem a quantidades extensivas (como na probabilidade de um evento que é medida pelo quociente de números favoráveis divido pelo número de casos possíveis), onde a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis. Para isso, é exemplifica da seguinte forma:

Figura 04: Exemplo de significado Medida em quantidade discreta



Fonte: Merlini (2005, p.29)

Nota-se que existem duas variáveis número total de bolinhas (casos possíveis) e o número de bolinha azuis (casos favoráveis) a possibilidade de João ganhar o jogo é descrita pelo significado de medida que será obtido pelo quociente de casos favoráveis e o número total de bolinhas da caixa, indicada pela fração $\frac{2}{3}$.

Há situações que classificam frações com significado referente associado a quantidades intensivas, observe o exemplo a seguir:

Figura 05: Exemplo de significado Medida em quantidade continua

Exemplo 2 (Quantidade contínua): Para fazer uma certa quantidade de suco são necessários 2 medidas de água para 1 medida de concentrado de laranja. Que fração representa a medida da água em relação ao total de suco?

Fonte: Merlini (2005, p.30)

Para fazer esse suco, iremos utilizar 1 medida de concentrado de laranja para 2 de água de forma que a receita será medida pela razão $\frac{1}{2}$ (relação parte-parte). A medida obtida, poderemos fazer indeterminadas quantidades de sucos, essa quantidade remeterá a ideia de fração se consideramos a misturada sendo o todo constituído por três partes de forma que $\frac{2}{3}$ é a fração que corresponde a medida da água na mistura. Merlini afirma quantidade intensivas do seguinte modo:

> Quantidades intensivas referem-se às medidas baseadas na relação entre duas quantidades diferentes; portanto, não suscetíveis de adição e são medidas de uma relação de duas magnitudes, cada uma vindo de diferentes quantidades intensivas. (MERLINI, 2005. p. 34)

Veja que na situação acima está caracterizado a quantidade intensiva já que não é possível adicionar frações como nas situações de quantidades extensivas.

Entretanto o significado de medida de acordo com Guimarães (2008) pode ser pensado como comparação de fração onde estará relacionada a pergunta “quantas vezes?”, portanto uma determinada parte é tomada como referência para poder medir a outra.

2.1.4 SIGNIFICADO OPERADOR MULTIPLICATIVO

O significado operador multiplicativo das frações é associado ao papel de transformação. Isso se refere à representação de uma ação que se deve aplicar sobre um número ou uma quantidade, transformando seu valor nesse processo. Conforme Merlini (2005), entender a fração a/b como um operador multiplicativo é admitir que ela funciona em quantidades contínuas como uma máquina que reduz ou amplia essa quantidade no processo. (“Significado Operador multiplicativo - Significados de fração”) (“Significado Operador multiplicativo - Significados de fração”) Nas palavras de Merlini:

> Associamos a esse significado o papel de transformação, isto é, a representação de uma ação que se deve imprimir sobre um número ou uma quantidade, transformando seu valor nesse processo. Conceder a fração como um operador multiplicativo é admitir que a fração a/b funciona em quantidades contínuas como uma máquina que reduz ou amplia essa quantidade no processo; e que em quantidades discretas, sua aplicação atua como um multiplicador divisor. (“Significado Operador multiplicativo - Significados de fração”) (“Significado Operador multiplicativo - Significados de fração”) (MERLINI, 2005, p. 32)

Nesta perspectiva, tanto os números inteiros quanto as frações podem ser vistos como valores escalares aplicados a uma quantidade. Por exemplo, se temos 3 balas de um conjunto de 4 balas, podemos ver essa fração 3/4 como um operador que multiplicou o total de balas para obter uma parte desse todo.

Merlini (2005) exemplifica a aplicação do operador multiplicativo em uma situação de quantidade discreta, onde se deseja saber quantos alunos obtiveram bons resultados em uma avaliação. Suponha que, numa quinta série com 36 alunos, 2/3 dos alunos tenham obtido resultados satisfatórios. O uso do operador multiplicativo nos permite calcular:

Figura 06: Exemplo de significado operador multiplicativo

Exemplo (Quantidade Discreta): Na quinta série “A”, há 36 alunos. Numa avaliação de Matemática sobre frações, $\frac{2}{3}$ *dos alunos obtiveram resultados satisfatórios. Quantos alunos obtiveram bons resultados?*

Fonte: Merlini (2005, p.32)

Nesta situação, percebemos que a fração desempenha o papel de transformação ao modificar a quantidade inicial de alunos para obter a quantidade final de alunos com bons resultados. Essa transformação ilustra claramente como as frações podem ser aplicadas para ajustar quantidades em contextos práticos e educacionais.

Além disso, é importante compreender que os números racionais formam um corpo algébrico munido de duas operações principais: a adição e a multiplicação. Este contexto natural para a composição de transformações reforça a ideia de inversa e identidade. A inversa é o operador que reconstrói o estado inicial, enquanto a identidade é o operador que não modifica o estado inicial.

2.1.5 SIGNIFICADO NÚMERO

O significado número das frações envolve a compreensão das frações como números reais que ocupam um lugar na reta numérica, permitindo operações aritméticas como adição, subtração, multiplicação e divisão. Conforme Merlini (2005), essa visão trata a fração não apenas como uma parte de um todo ou um operador multiplicativo, mas como uma entidade numérica que pode ser posicionada, comparada e manipulada no contexto dos números racionais. Merlini (2005) afirma que:

> As frações, ao serem entendidas como números, ocupam posições específicas na reta numérica, sendo assim possíveis de comparação e operação, tal como qualquer número real. Esse entendimento permite a ampliação das habilidades matemáticas dos alunos, uma vez que eles aprendem a tratar frações como elementos de um conjunto numérico mais amplo. (MERLINI, 2005, p. 36)

Por exemplo, considere a fração 3/4. Na perspectiva do significado número, 3/4 é um ponto na reta numérica entre 0 e 1. Isso significa que podemos comparar 3/4 com outras frações, como 1/2 ou 7/8, identificando que 3/4 é maior que 1/2 e menor que 7/8. Esse entendimento facilita a realização de operações aritméticas, como a adição 3/4 + 1/4 = 1, ou a multiplicação 3/4 x 2 = 3/2.

Além disso, Merlini (2005) enfatiza que a compreensão das frações como números é crucial para a transição dos alunos para conceitos matemáticos mais avançados, como números decimais e irracionais. Essa visão numérica das frações

permite que os alunos desenvolvam um entendimento mais profundo da estrutura dos números e suas propriedades.

Neste contexto, as frações deixam de ser apenas ferramentas para resolver problemas específicos e passam a ser vistas como partes integrantes do sistema numérico, com todas as suas implicações e possibilidades de uso. Portanto, ensinar frações como números amplia o horizonte dos alunos, permitindo-lhes uma maior fluência matemática e uma compreensão mais robusta das operações aritméticas e das relações numéricas.

Essa abordagem do significado número é essencial para a construção de uma base sólida em matemática, facilitando o aprendizado de conceitos posteriores.

Figura 07: Exemplo de significado Número

Usando a figura seguinte com as letras, nos seus devidos lugares na reta numerada

associar as frações **3/2**, **9/2** e **1/2**:

a. A=1/2, B=9/2, C=3/2
b. A=9/2, B=3/2, C=1/2
c. A=3/2, B=1/2, C=9/2

Fonte: https://www.uel.br/projetos/matessencial/basico/fundamental/fracoesa.html

2.1.6 SIGNIFICADO PROBABILIDADE

O significado de probabilidade das frações envolve a possibilidade de um evento ocorrer sobre o número de casos possíveis, segundo Guimarães (2008), a fração representa a chance de um evento ocorrer, baseada na razão entre o número de casos favoráveis e o número total de casos possíveis. As frações são essenciais para expressar probabilidades, pois permitem quantificar a incerteza e prever a ocorrência de eventos em situações em que há múltiplos resultados possíveis. A compreensão das frações como probabilidades permite aos alunos desenvolverem um entendimento mais apurado da incerteza e da variabilidade inerentes a muitos processos naturais e artificiais. Ao aprenderem a expressar probabilidades em termos de frações, os estudantes não apenas quantificam a chance de um evento, mas também aprendem a lidar com a aleatoriedade e a previsibilidade de fenômenos.

Figura 08: Exemplo de significado Probabilidade

Jogando uma vez um dado que fração representa a possibilidade de tirar o número 3 ou 4?

Fonte: Guimarães (2008, p.3)

Ao compreender o significado probabilístico das frações, os alunos são capazes de aplicar esse conhecimento em diversas áreas, como estatística e análise de risco, desenvolvendo uma visão crítica e fundamentada sobre eventos cotidianos e científicos.

2.1.7 SIGNIFICADO RAZÃO

O significado de fração como razão envolve a compreensão de frações como a comparação direta entre duas quantidades, determinando assim, uma relação entre ambas que expressa uma divisão, desse modo chamamos de razão a/b. De acordo com Guimarães (2008) “A fração refere-se a quantidades intensivas, nas quais a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis.”

Figura 09: Exemplo de significado Razão

Para fazer um suco de laranja eu misturo numa jarra 2 copos de água para 1 de concentrado. Que fração de concentrado eu tenho na jarra?

Fonte: Guimarães (2008, p.3)

2.2 DISCUSSÕES SOBRE OS SIGNIFICADOS DE FRAÇÕES

Ao realizar a revisão da literatura para a construção da fundamentação teórica nos deparamos com problemáticas em que a uma mesma ideia de fração foi interpretada de maneira distinta por diferentes pesquisadores. Por exemplo, uma problemática em que pede a representação do número fracionário ½ na sua forma decimal, foi definida por Canova (2006) e Merlini (2005) como significado número em contrapartida Damico (2006) significou essa mesma problemática como significado quociente. Isso ocorre, por que de acordo com Vergnaud (1988) as concepções e competências dos estudantes são desenvolvidas ao longo do tempo de acordo com suas experiências. Vergnaud ressalta a interdependência de três conjuntos para aprendizagem de um conceito:

> *"S* é um conjunto de situações que tornam o conceito significativo;" (“GERARD VERGNAUD: A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS - 1Library PT”)
> *I* é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar essas situações;

> *"R* é um conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para pontuar e representar esses invariantes, e, portanto, representar as situações e os procedimentos para lidar com eles." (“DIFERENTES SIGNIFICADOS DE FRAÇÃO: ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DAS ...”) (MAGINA et al., 2001, p.7)

Por isso, destaca-se que os métodos para a resolução de problemas são elementos importantes, pois mesmo que o problema tenha sido elaborado norteando um significado específico de fração, os estudantes podem dar um outro significado a partir do entendimento e procedimento para solucionar a problemática.

2.3 OS DOCUMENTOS OFICIAIS

2.3.1 BASE NACIONAL COMUM (BNCC)

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), conforme definida pelo Ministério da Educação (Brasil, 2018, p.9), estabelece um conjunto progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas da Educação Básica, com o objetivo de assegurar seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento. Este documento tem um caráter normativo e é orientado pelos princípios da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), visando à formação integral dos estudantes e à construção de uma sociedade justa e inclusiva.

No contexto da Matemática, a BNCC organiza o ensino em torno de cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística. No Ensino Fundamental, as frações estão inseridas principalmente na unidade temática “Números”, onde desempenham um papel crucial no desenvolvimento do pensamento numérico dos alunos. Segundo a BNCC, essa unidade temática abrange o conhecimento das frações como formas de quantificação e de interpretação de quantidades, destacando-se a importância de conceitos como equivalência, proporcionalidade e ordem.

A introdução do conceito de frações começa no 2º ano do Ensino Fundamental, onde os alunos são expostos às ideias de metade e terça parte. A BNCC (Brasil, 2018, p.280) especifica que, nesse estágio, a habilidade a ser desenvolvida é a de resolver e elaborar problemas envolvendo conceitos como dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável (EF02MA08). Essa abordagem

inicial cria as bases para uma compreensão mais complexa das frações nos anos subsequentes.

No 5º ano, a BNCC aprofunda o estudo das frações ao introduzir a representação fracionária dos números racionais, abordando conceitos como equivalência, representação na reta numérica e o cálculo de porcentagens. As habilidades propostas incluem identificar e representar frações menores e maiores que a unidade (EF05MA03), reconhecer frações equivalentes (EF05MA04), e resolver problemas de adição e subtração com números racionais (EF05MA07). Essa progressão reflete o objetivo da BNCC de desenvolver um entendimento sólido das frações, integrando-as com outros conceitos matemáticos.

No 6º ano, a BNCC já introduz os significados fundamentais das frações, como parte-todo e quociente, além de trabalhar com a equivalência, comparação, adição e subtração de frações. As habilidades contempladas incluem “compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes” (BNCC, 2017, p.299). Nesse ano, a mudança de representação entre frações e decimais também é destacada como uma aprendizagem essencial.

Conforme os alunos avançam para o 7º ano, a BNCC amplia os significados atribuídos às frações, incluindo-as como razões e operadores. As habilidades desenvolvidas nesse ano incluem “comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador” (BNCC, 2017, p.304). Além disso, há um enfoque maior em resolver problemas que utilizam frações em diferentes contextos, reforçando a aplicação prática desse conhecimento. O 7º ano é marcado pela complexidade crescente das operações com números racionais e pela continuação do trabalho com a reta numérica, garantindo que os alunos possam visualizar e manipular frações com maior precisão.

No 8º ano, o estudo das frações é mais focado, abordando especificamente o conceito de dízimas periódicas e fração geratriz. A habilidade correspondente, “reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica” (BNCC, 2017, p.311), reflete o aprofundamento dos alunos em tópicos mais avançados e específicos, preparando-os para transições importantes na matemática, como o estudo de números irracionais e álgebra.

Ao chegarem ao 9º ano, os alunos se deparam com o conceito de frações em um contexto mais abstrato, especificamente no estudo de expoentes fracionários. A

habilidade relevante aqui é “efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários” (BNCC, 2017, p.315). Nesse estágio, a BNCC trata as frações dentro de um escopo mais amplo de números reais, ligando o conceito de fração a temas mais complexos e preparando os alunos para o ensino médio. Desde o 2º ano, os alunos são introduzidos aos conceitos básicos de frações, que são progressivamente ampliados e aprofundados até o 9º ano, quando o foco se volta para aplicações mais avançadas, como os expoentes fracionários. Essa abordagem estruturada visa garantir que os alunos desenvolvam um entendimento abrangente e aplicável das frações, apesar das dificuldades e defasagens que podem surgir ao longo do processo de aprendizagem.

Em suma, a BNCC assegura que o conteúdo de frações seja abordado em quase todos os anos do Ensino Fundamental, com um grau crescente de complexidade. Assim, a BNCC trata o estudo das frações de maneira progressiva e integrada ao longo do Ensino Fundamental, assegurando que os alunos desenvolvam uma compreensão ampla e aplicável desse conceito matemático. As habilidades descritas nos diferentes anos mostram uma preocupação em garantir que os estudantes não apenas aprendam a operar com frações, mas também a utilizar esse conhecimento em situações práticas e significativas.

2.3.2 PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (PCN’S)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN’s) para o Ensino Fundamental, elaborados em 1998, têm como objetivo nortear o ensino em todas as escolas do país, assegurando uma educação de qualidade e homogênea. No que diz respeito ao ensino de frações, os PCN’s propõem uma abordagem progressiva e contextualizada, voltada para a construção de um entendimento profundo e multifacetado dos números racionais.

No 6º e no 7º ano, os PCN’s enfatizam que o ensino de frações deve partir da exploração de seus significados principais, como a relação parte/todo, quociente, razão e operador. Nesse estágio, é fundamental que os alunos percebam que os números racionais possuem múltiplas representações e compreendam as relações entre frações e decimais, frações equivalentes, escritas percentuais e até mesmo a notação científica. De acordo com o documento, os objetivos de aprendizagem nesse ciclo incluem a ampliação e construção de novos significados para os números

naturais, inteiros e racionais, além de resolver situações-problema que envolvam esses números, ampliando assim o entendimento das operações aritméticas e das diferentes notações numéricas.

Já no 8º e no 9º ano, os PCN's visam consolidar e ampliar o entendimento dos números racionais, incentivando os alunos a aplicarem esses conceitos em contextos sociais e matemáticos. Nesse ciclo, os alunos devem ser capazes de resolver problemas mais complexos que envolvem operações com números naturais, inteiros, racionais e irracionais, além de selecionar e utilizar diferentes procedimentos de cálculo. Os PCN's ressaltam que, embora os números racionais sejam introduzidos desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, muitos alunos chegam ao final desse ciclo sem uma compreensão adequada dos diferentes significados das frações e dos cálculos que envolvem esses números. Esse déficit é atribuído à dificuldade de romper com certas concepções formadas a partir dos números naturais, como a ideia de que todo número tem uma única representação ou que a multiplicação sempre aumenta o valor de um número.

Os PCN's também discutem a importância de apresentar as frações em uma variedade de contextos e significados, não se limitando à relação parte/todo. Por exemplo, o documento menciona a fração como quociente, destacando a diferença entre dividir um inteiro em partes e dividir duas unidades em três partes iguais. Outro significado abordado é a fração como razão, utilizada como um índice comparativo entre duas quantidades, e como operador, desempenhando um papel de transformação em situações matemáticas. Essas abordagens visam ampliar a capacidade dos alunos de operar com frações e compreender sua aplicação em diversos contextos.

Além disso, os PCN's sublinham a necessidade de quebrar certas ideias arraigadas sobre números naturais para que os alunos possam construir um entendimento sólido dos números racionais. A prática de explorar frações por meio de diferentes significados e contextos é vista como essencial para superar as limitações e erros comuns observados tanto em estudantes quanto em professores.

Em suma, os PCN's defendem um ensino de frações que vá além do cálculo mecânico, promovendo a compreensão das frações como números que desempenham múltiplos papéis em contextos matemáticos e do cotidiano. Essa abordagem visa preparar os alunos não apenas para os desafios do Ensino Médio,

mas também para uma aplicação prática e crítica dos conceitos matemáticos em sua vida diária.

2.4 ERRO PEDAGÓGIGO NO ENSINO-APRENDIZAGEM

Os quatros tipos de erros abordados nessa pesquisa serão os seguintes erros: Erro por distração, erro conceitual, erro por dificuldade na interpretação da instrução se erro construtivo, de acordo com Vinocur (1998), erros podem acontecer por diversas razões seja ela por distração, conceituação, dificuldades na interpretação e construção e qual ação o professor deve tomar diante dos erros, a seguir os erros pedagógicos serão abordados de acordo com o quadro abaixo:

Quadro 02: Tipos de erros pedagógico

TIPO DE ERRO	CAUSA	AÇÃO DO PROFESSOR
Erro por distração	O sujeito possui a estrutura cognitiva e a compreensão do fenômeno, porém, por falta de concentração, em dado momento, o erro ocorre.	Cabe ao professor solicitar que o aluno reflita sobre a questão para se dar conta do erro cometido e, assim, poder refazer a questão.
Erro conceitual	O aluno ainda não construiu um conceito necessário à solução de uma determinada questão.	O professor poderá, neste caso, fazer com que o aluno construa o conceito desejado através de uma intervenção construtiva.
Erro por dificuldade na interpretação da instrução	Causas diversas. É necessário que haja a identificação cuidadosa da causa pelo professor.	Ação específica a partir da causa identificada através de investigação detalhada da situação.
Erro construtivo	O aluno se baseia numa lógica subjetiva que precisa ser identificada e compreendida pelo professor.	Ação específica a partir da lógica identificada através de investigação detalhada da situação.

Fonte: https://www.construirnoticias.com.br/a-pedagogia-do-erro/

Nosso enfoque principal do quadro acima serão os tipos de erro.

- **Erro por distração**

  Este tipo de erro ocorre quando o aluno possui toda estrutura cognitiva e a compreensão do conteúdo(significado de frações), mas por falta de concentração em um certo momento.

- **Erro conceitual**

  Este tipo de erro é quando um aluno não conseguiu construir os conceitos necessário para a solução de uma determinada questão

- **Erro por dificuldade na interpretação da instrução**

  As causas podem ser diversas, logo é necessário que o professor identifique com cuidado e a partir da identificação agir de acordo.

- **Erro construtivo**

  Este tipo de erro é quando o aluno se baseia numa logica diferente que precisa ser identificada pelo professor

3 METODOLOGIA

Para alcançar os objetivos propostos, este estudo abordou uma abordagem quantitativa que explorou o quanto os alunos estavam cientes da aplicabilidade dos significados que uma fração pode ter. De acordo com Gil (2017), a pesquisa quantitativa busca quantificar dados e, com isso, analisar variáveis mensuráveis. A pesquisa quantitativa está voltada a testar hipóteses através de análise quantitativa para a obtenção de conclusões a partir dos dados coletados. Essa pesquisa utiliza-se métodos estatísticos para gerar tabelas e gráficos, manualmente ou com o auxílio de software especializado, assegurando que as conclusões sejam fundamentadas e passíveis de replicação.

3.1 COLETA DE DADOS

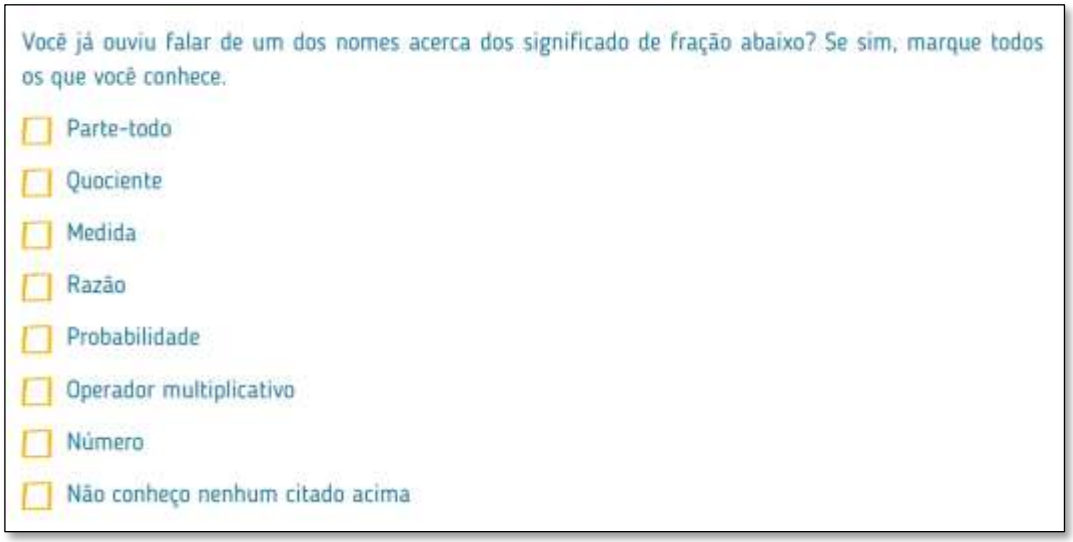
Abordagem quantitativa: Essa abordagem foi utilizada para observar se as turmas do 8º e 9º conseguiam aplicar os diferentes significados de fração presentes em problemáticas previamente elaboradas.

1. Questionário: Foi aplicado um questionário impresso para que os alunos pudessem responder as situações problemas que envolviam os significados de fração abordados nesta pesquisa, para avaliar e comparar o processo evolutivo entre os alunos do 8º e 9º ano quanto a resolução de problemas acerca dos significados.

No questionário foram elaboradas: 01 questão norteadora e 07 questões acerca de frações que tiveram como base as compreensões dos significados de frações de Merlini (2005) e Cavalcanti; Guimarães (2008), ele teve duração de 1 hora e 10 minutos e foi aplicado para 20 estudantes das turmas do 8° e 9° ano de uma escola privada no interior do estado de Pernambuco.

No primeiro momento, foi entregue aos alunos um questionamento para averiguar se os alunos tinham o conhecimento prévio dos nomes dos significados.

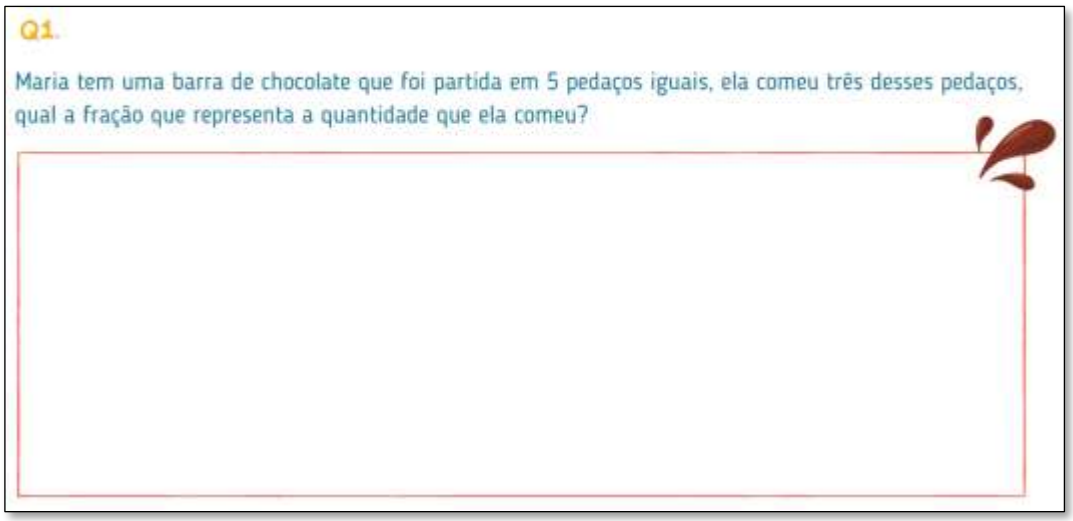
Figura 10: Pergunta de averiguação



Fonte: O autor

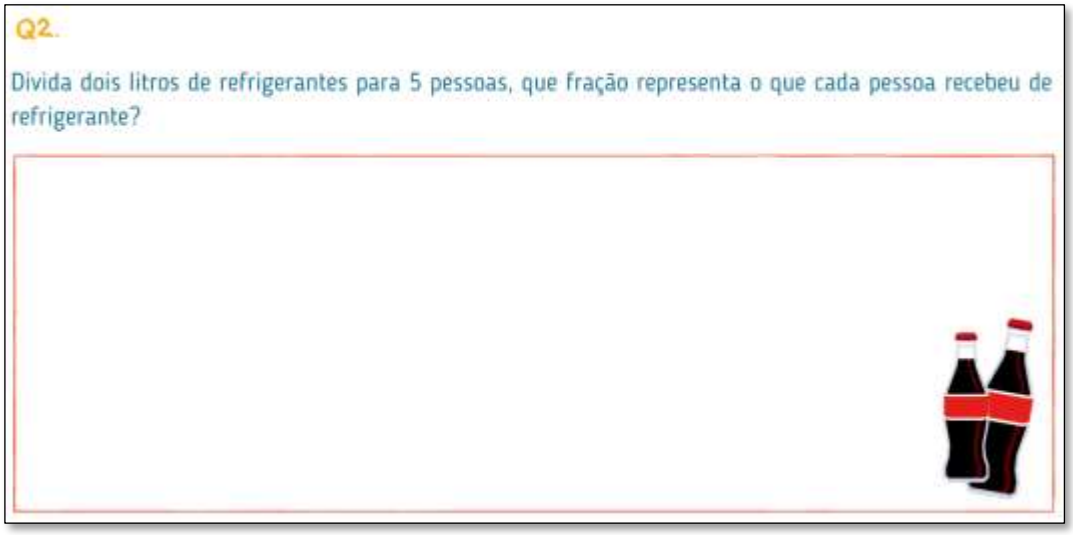
No segundo momento foi entregue o questionário contendo 07 questões, cada uma com um significado para averiguar se o aluno conseguia responder utilizando o significado como base na questão, se utilizaria outro significado ou se não utilizaria nenhum.

Figura 11: Pergunta com base no significado Parte-Todo



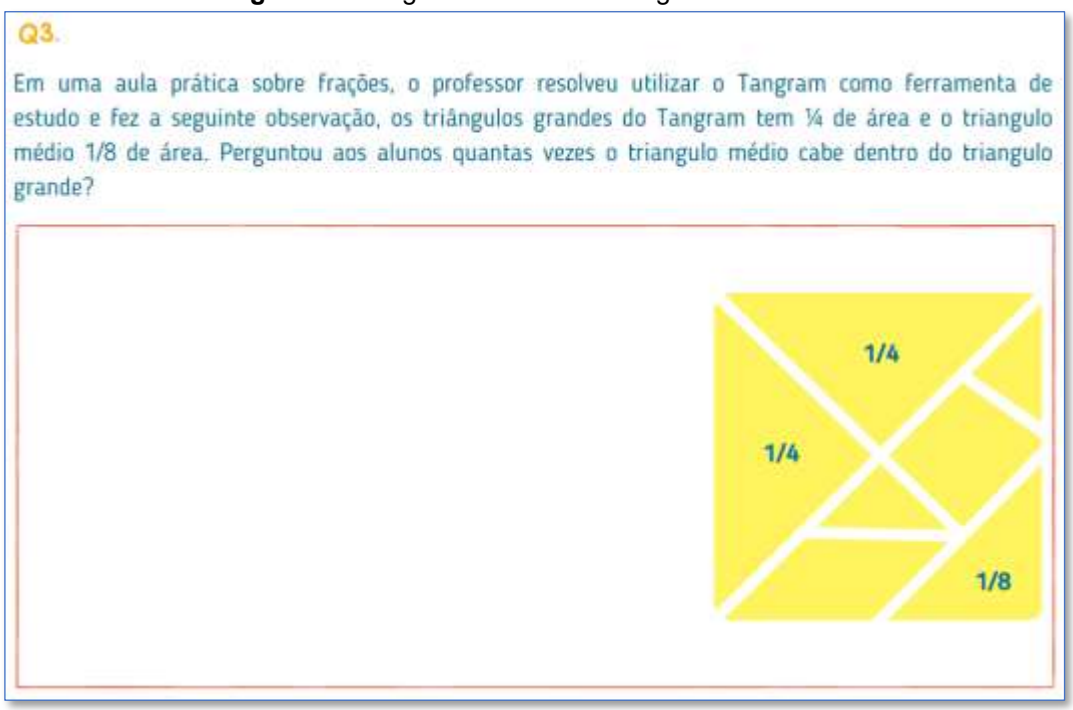
Fonte: O autor

Figura 12: Pergunta com base no significado Quociente



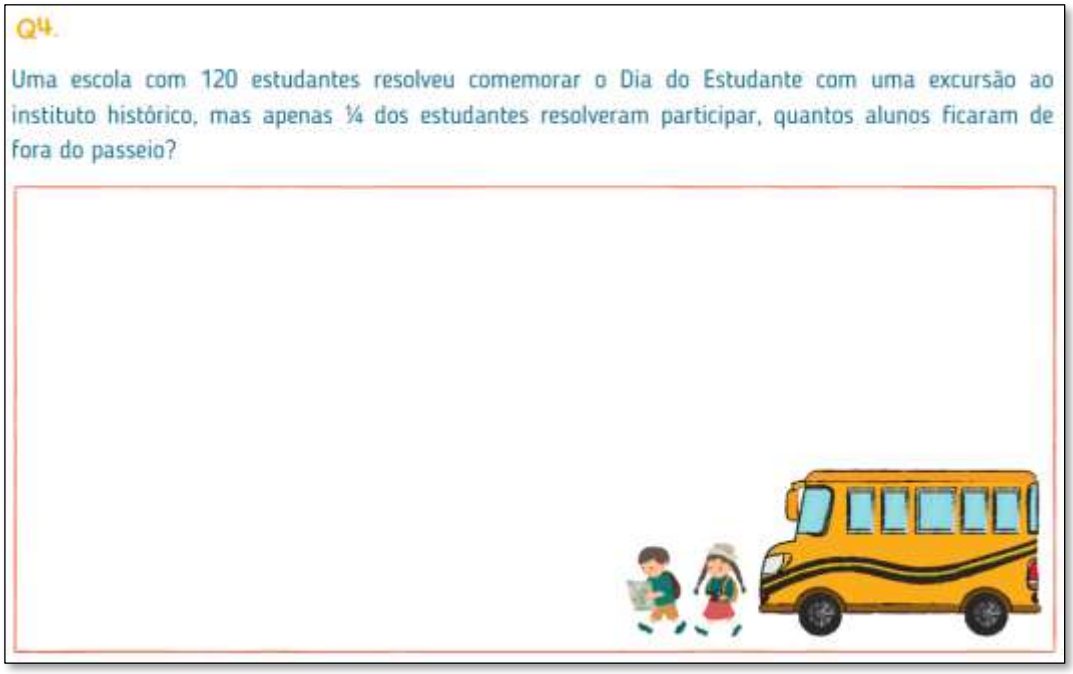
Fonte: O autor

Figura 13: Pergunta com base no significado Medida



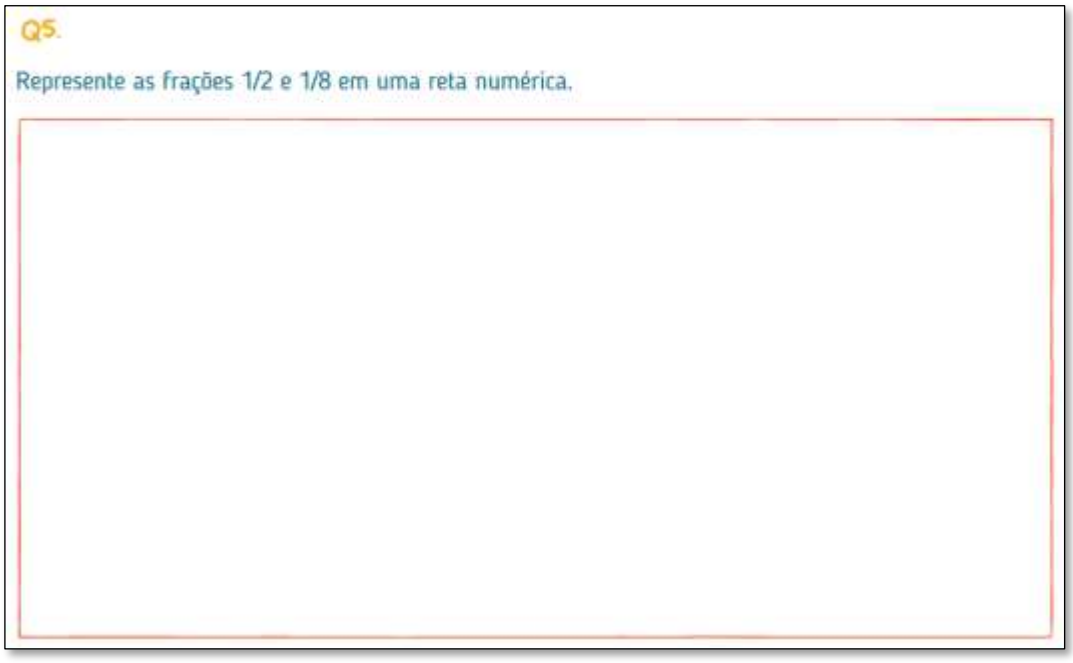
Fonte: O autor

Figura 14: Pergunta com base no significado Operador Multiplicativo



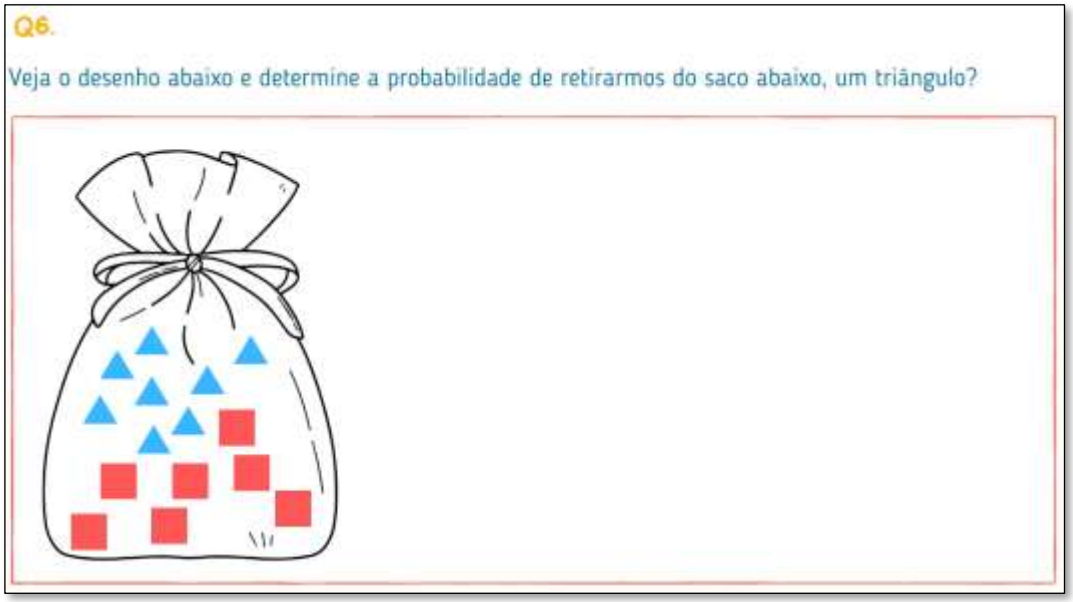
Fonte: O autor

Figura 15: Pergunta com base no significado Número



Fonte: O autor

Figura 16: Pergunta com base no significado Probabilidade



Fonte: O autor

Figura 17: Pergunta com base no significado Razão

Fonte: O autor

A aplicação desse questionário foi suficiente para analisar os significados de frações utilizados por estudantes de 8º e 9º ano e comparar a diferença de significado utilizado na resolução da questão entre um aluno de 8º e de 9º ano.

4 ANÁLISE DE DADOS

Para analisar as respostas dos 20 estudantes, identifiquei para cada questão o significado adotado pelo aluno para a resolução da problemática, categorizei a série do aluno em questão e montei um quadro com os dados seguintes:

Quadro 03 – Significado identificados em cada questão

		Parte-Todo	Quociente	Medida	Operador Multiplicativo	Número	Probabilidade	Razão	Nenhum dos significados abordados na pesquisa
Questão 1	8º ano	9 alunos	--	--	--	--	--	1 aluno	--
	9º ano	10 alunos	--	--	--	--	--	--	--
Questão 2	8º ano	--	8 alunos	--	--	--	--	--	2 alunos
	9º ano	--	8 alunos	--	--	--	--	--	2 alunos
Questão 3	8º ano	--	1 aluno	3 alunos	2 alunos	--	--	--	4 alunos
	9º ano	--	--	8 alunos	1 aluno	--	--	--	1 aluno
Questão 4	8º ano	4 alunos	--	--	1 aluno	--	--	--	5 alunos
	9º ano	4 alunos	--	--	4 alunos	--	--	--	2 alunos
Questão 5	8º ano	1 aluno	1 aluno	--	1 aluno	4 alunos	--	--	3 alunos
	9º ano	1 aluno	--	--	--	9 alunos	--	--	--
Questão 6	8º ano	1 aluno	--	--	--	--	3 alunos	4 alunos	2 alunos
	9º ano	2 alunos	--	--	1 aluno	--	3 alunos	3 alunos	1 aluno
Questão 7	8º ano	1 aluno	1 aluno	--	--	--	--	3 alunos	5 alunos
	9º ano	1 aluno	--	--	--	--	1 aluno	6 alunos	2 alunos

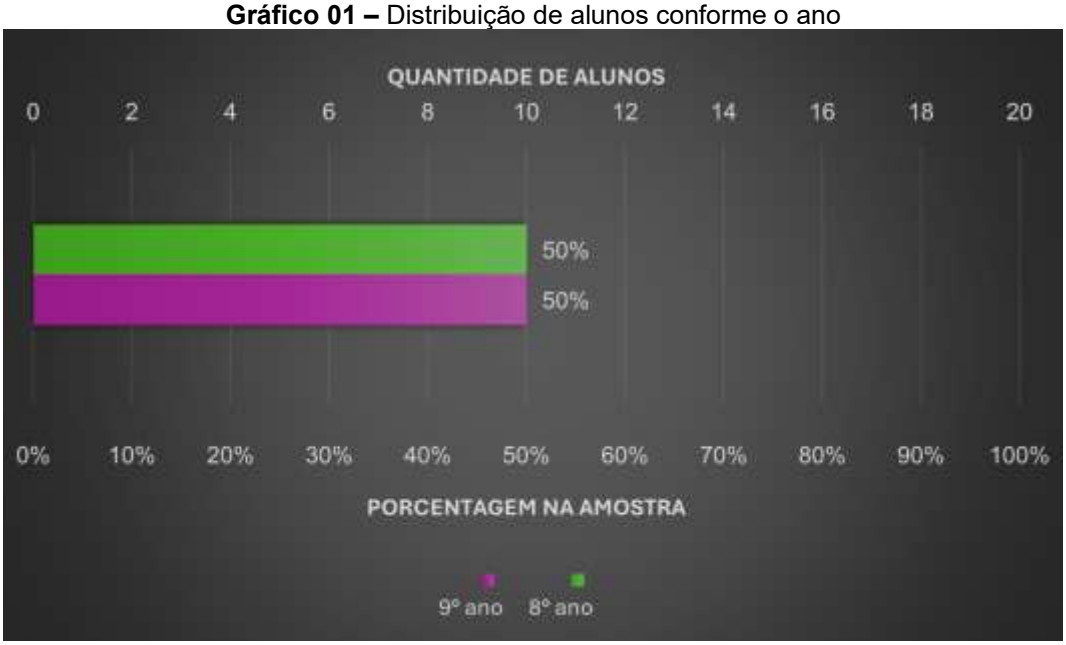
Fonte: O autor

No quadro, as colunas identificadas de amarelo mostram o significado base de cada questão, com esse quadro observei os significados utilizados e se houveram diferenças entre os significados usados pelos alunos do 8º e do 9º ano.

De início foi pedido no questionário o nome do estudante, que não será divulgado por questões legais e éticas.

Posteriormente, o aluno identificou qual o ano do ensino fundamental ele pertencia no momento da pesquisa. No gráfico abaixo consta a quantidade de cada ano do ensino fundamental.

Gráfico 01 – Distribuição de alunos conforme o ano

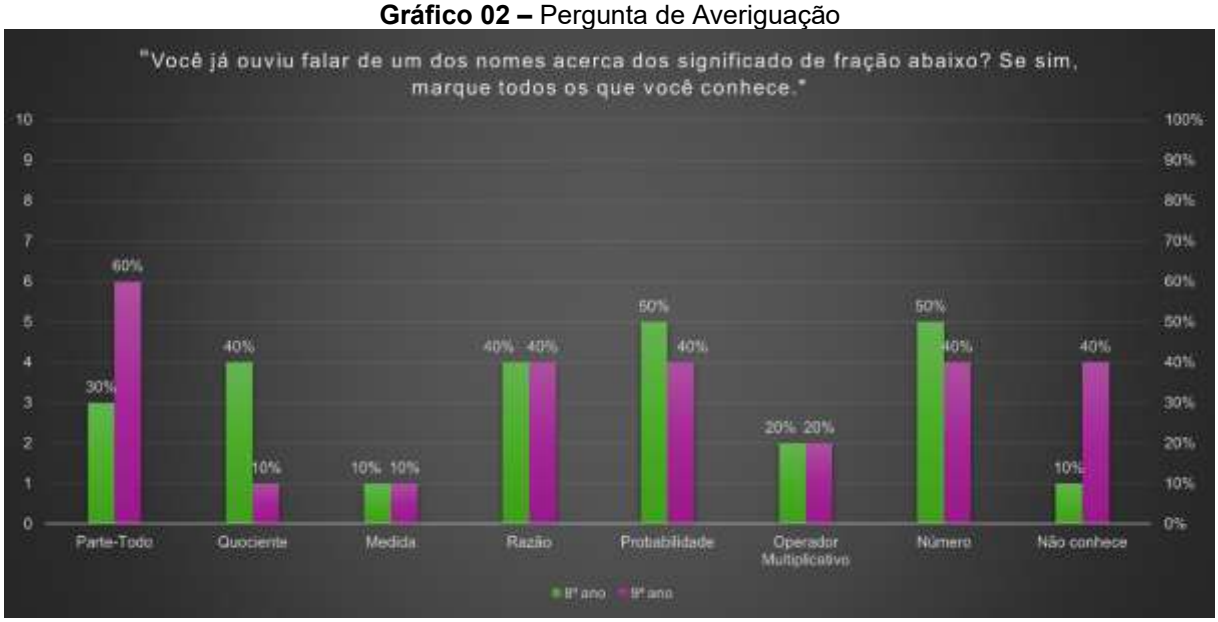


Fonte: O autor

4.1 PERGUNTA DE AVERIGUAÇÃO

Essa pergunta introdutória antes das questões de cada significado mostrou a quantidade de estudantes que conheciam ou já tinham ouvido falar de algum dos significados.

Gráfico 02 – Pergunta de Averiguação



Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

Observa-se que há uma diferença entre as duas turmas quanto ao conhecimento dos significados e seus respectivos nomes, onde em 3 dos 7

significados, a turma do 8º ano marcou que já ouviu falar mais do que a turma do 9º ano, já em outros 3 significados a porcentagem da turma que já ouviram falar o significado foram iguais e em apenas um dos significados a turma do 9º ano se sobressai.

4.2 ANÁLISE DAS RESPOSTAS DO QUESTIONÁRIO

1ª pergunta

O gráfico a seguir mostra a quantidade de estudantes que usaram cada um dos significados, tendo em vista o resultado anotado no **quadro 02** para cada questão.

Gráfico 03 – Resultados da questão 1

Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

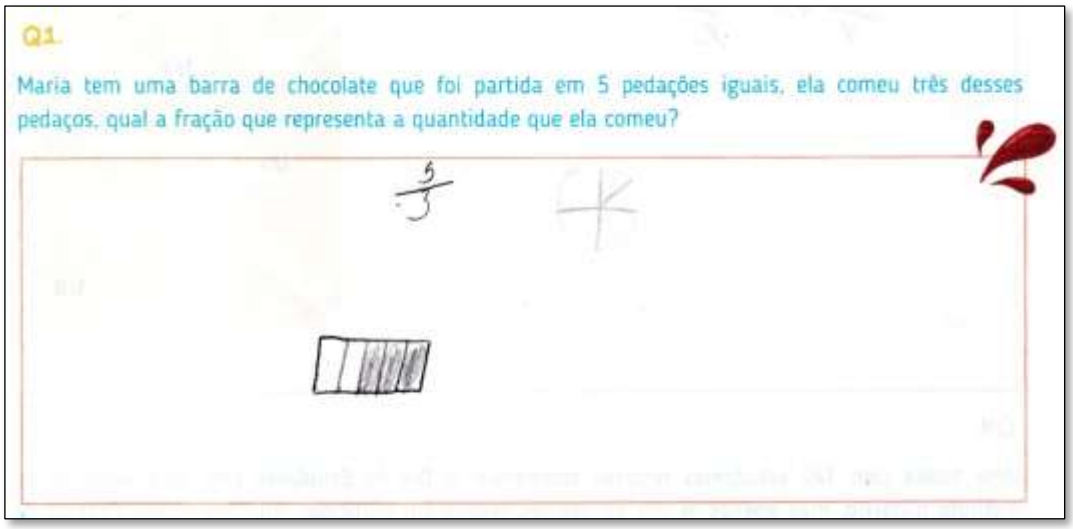
Com a aplicação dos significados usados pelos estudantes, é possível observar que:

- Apesar de observarmos no **gráfico 02** que apenas 30% dos estudantes do 8º ano já ouviram falar do significado parte-todo, 90% da turma resolveu a questão utilizando o significado e apenas 10% usaram um outro significado.
- Na turma do 9º ano, observa-se pelo **gráfico 02** que 60% afirmaram que já ouviram falar do significado, mas nota-se que 100% da turma sabia aplicar o significado.

- Comparando as duas turmas, pode-se notar que do 8º para o 9º ano, temos uma diferença de 10% no quesito que diz respeito ao processo evolutivo de um ano para o outro.

Pode-se observar na resposta abaixo de um aluno do 8º, que ele apesar de ter usado o significado correto, não soube representar a fração da maneira correta, havendo uma inversão do conceito do que seria parte e do que seria o todo, ocorreu um erro de distração.

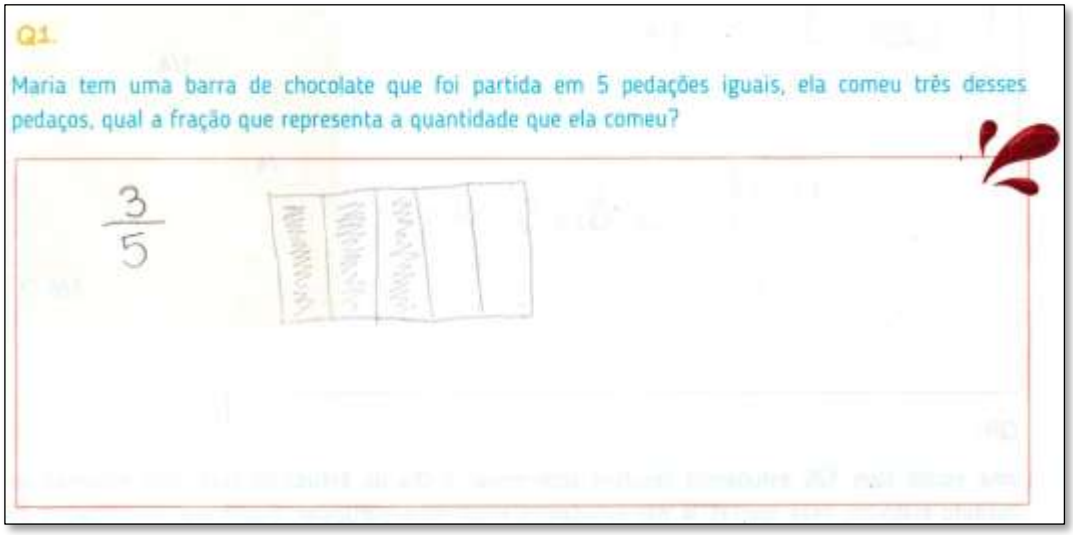
Figura 18: Pergunta com base no significado Parte-todo



Fonte: Dados da pesquisa

Já com os alunos do 9º ano, essa inversão do conceito do que seria parte e do que seria o todo não aconteceu, com isso vemos uma diferença nesse processo evolutivo entre as duas turmas no que diz respeito a esta questão.

Figura 19: Pergunta com base no significado Parte-todo.



Fonte: Dados da pesquisa

Para essa questão observou-se uma discreta evolução entre as duas turmas e, com isso, podemos concluir que para o significado pretendido o desempenho das duas turmas foi aproximado.

2ª pergunta

O gráfico a seguir mostra a quantidade de estudantes que usaram cada um dos significados, tendo em vista o resultado anotado no **quadro 02** para cada questão.

Gráfico 04 – Resultados da questão 2

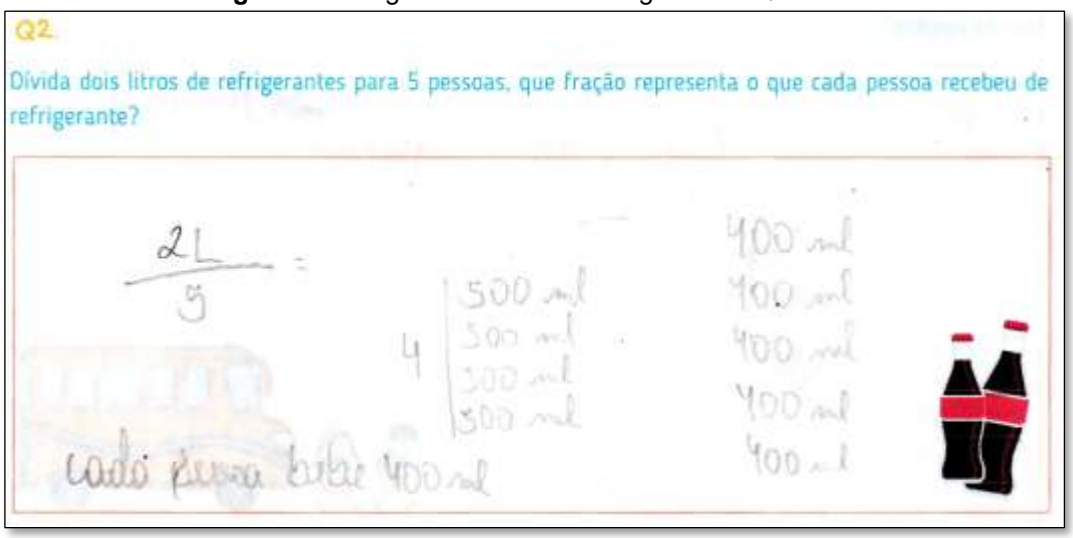
Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

Com a aplicação dos significados usados pelos estudantes, é possível observar que:

- Apesar de observarmos no **gráfico 02** que apenas 40% dos estudantes do 8º ano já ouviram falar do significado quociente, 80% da turma resolveu a questão utilizando o significado e apenas 20% não aplicou nenhum significado.
- Na turma do 9º ano, observa-se pelo **gráfico 02** que 10% afirmaram que já ouviram falar do significado, mas nota-se que 80% da turma sabia aplicar o significado e apenas 20% não utilizou nenhum significado.
- Comparando as duas turmas, pode-se notar que do 8º para o 9º ano, não houve diferença, sendo assim, o significado abordado não apresentou uma evolução de uma turma para outra.

Pode-se observar na resposta abaixo de um aluno do 8º, que ele utilizou o significado correto e demonstrou a utilização do aspecto da divisão através de sua resposta que traz a ideia de quociente, entretanto ele pode ter usado ou não o aspecto anterior.

Figura 20: Pergunta com base no significado Quociente

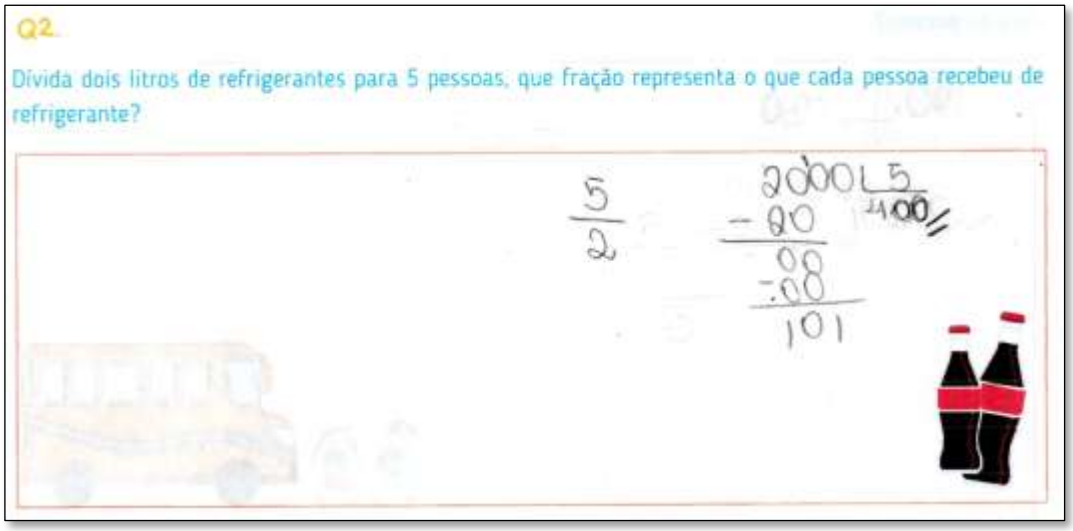


Fonte: Dados da pesquisa

Já com o aluno do 9º ano, houve um mudança de medida de litros para mililitros, acredita-se que para uma melhor visualização do problema; ou não, para continuação da questão foi utilizado o algoritmo da divisão, mostrando assim que aplicação do significado quociente foi utilizada da mesma maneira que os colegas do 8º ano,

portanto vale ressaltar que o aluno do 9º ano cometeu um erro de distração no momento que foi escrever a fração que representa a quantidade de refrigerante tomado invertendo o numerador com o denominador, apesar do uso correto do significado.

Figura 21: Pergunta com base no significado Quociente



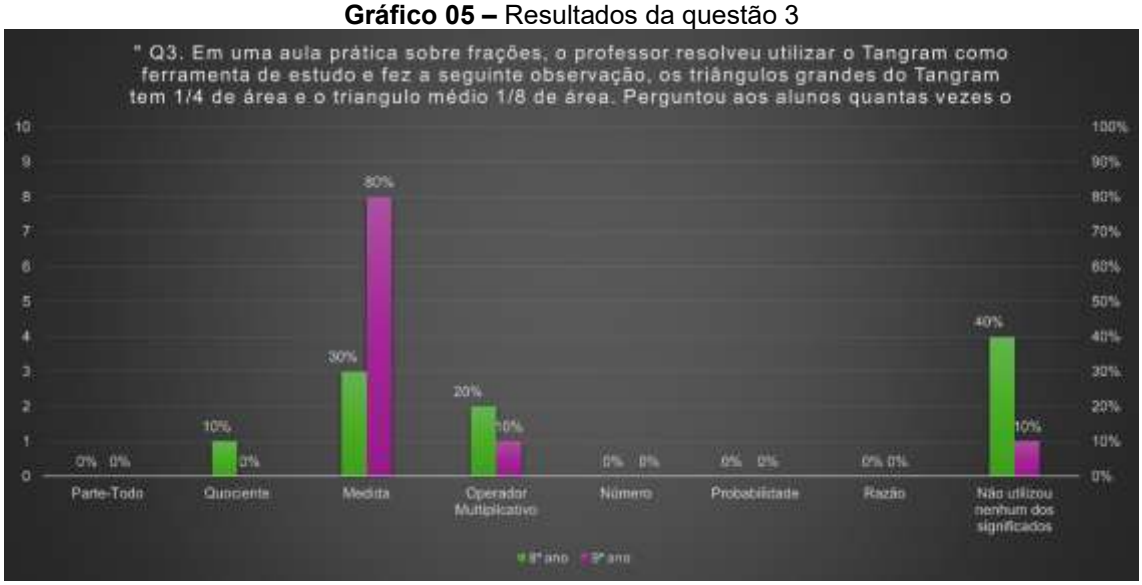
Fonte: Dados da pesquisa

Para essa questão observou-se que entre as duas turmas o conhecimento e aplicação do significado quociente atingiu seu teor máximo antes dos alunos progredirem do 8º ano paro o 9º, com ressalva aos 20% de ambas as turmas que não souberam responder, observa-se uma quantidade pequena em relação aos alunos que acertaram e, com isso, podemos concluir que para o significado pretendido o desempenho das duas turmas foi igual.

3ª pergunta

O gráfico a seguir mostra a quantidade de estudantes que usaram cada um dos significados, tendo em vista o resultado anotado no **quadro 02** para cada questão.

Gráfico 05 – Resultados da questão 3



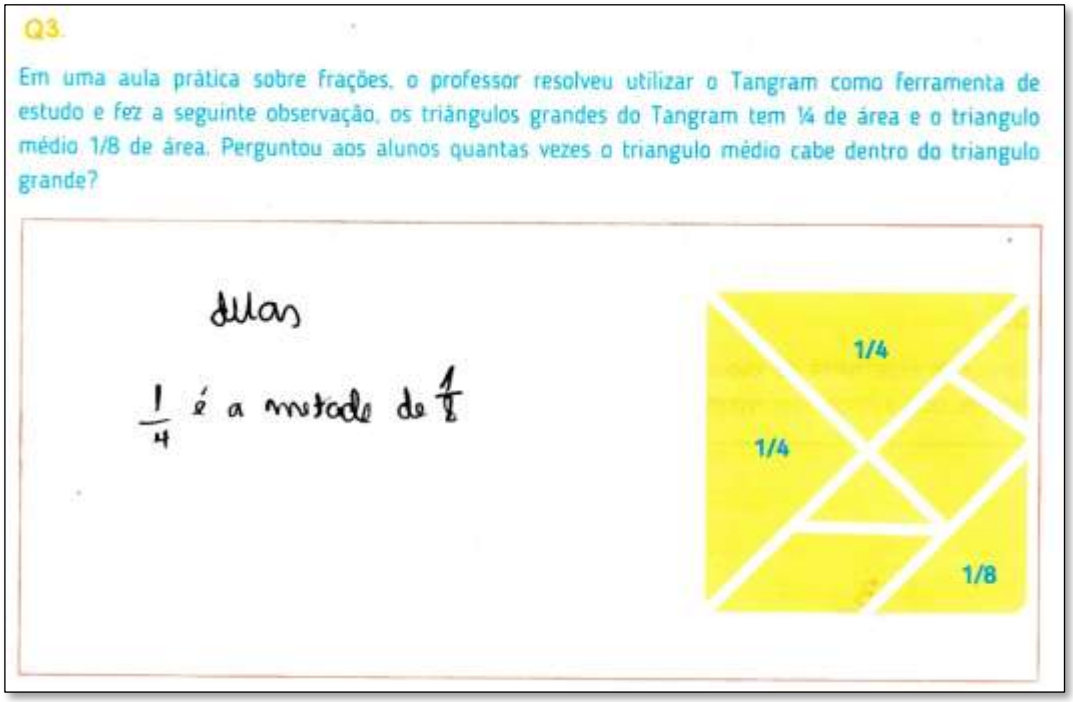
Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

Com a aplicação dos significados usados pelos estudantes, é possível observar que:

- Apesar de observarmos no **gráfico 02** que apenas 10% dos estudantes do 8º ano já ouviram falar do significado quociente, uma quantidade de 30% da turma resolveu a questão utilizando o significado e apenas 30%, tentaram utilizar outro significado para a questão e 40% não aplicou nenhum significado.
- Na turma do 9º ano, observa-se pelo **gráfico 02** que 10% afirmaram que já ouviram falar do significado, mas nota-se que 80% da turma sabia aplicar o significado, 10% tentaram resolver com outro significado e 10% não utilizou nenhum significado.
- Comparando as duas turmas, pode-se notar que do 8º para o 9º ano, houve uma enorme diferença na utilização do significado base da questão entre as turmas, sendo assim, o significado abordado apresentou uma evolução significativa de uma turma para outra.

Pode-se observar na resposta abaixo de um aluno do 8º, que ele não utilizou significado base da questão, mas demonstrou a utilização do aspecto da divisão através de sua resposta que traz a ideia do significado quociente, entretanto ele pode ter usado ou não o aspecto anterior, chegando assim na conclusão de que ¼ é a metade de 1/8 logo caberia duas vezes o triangulo médio.

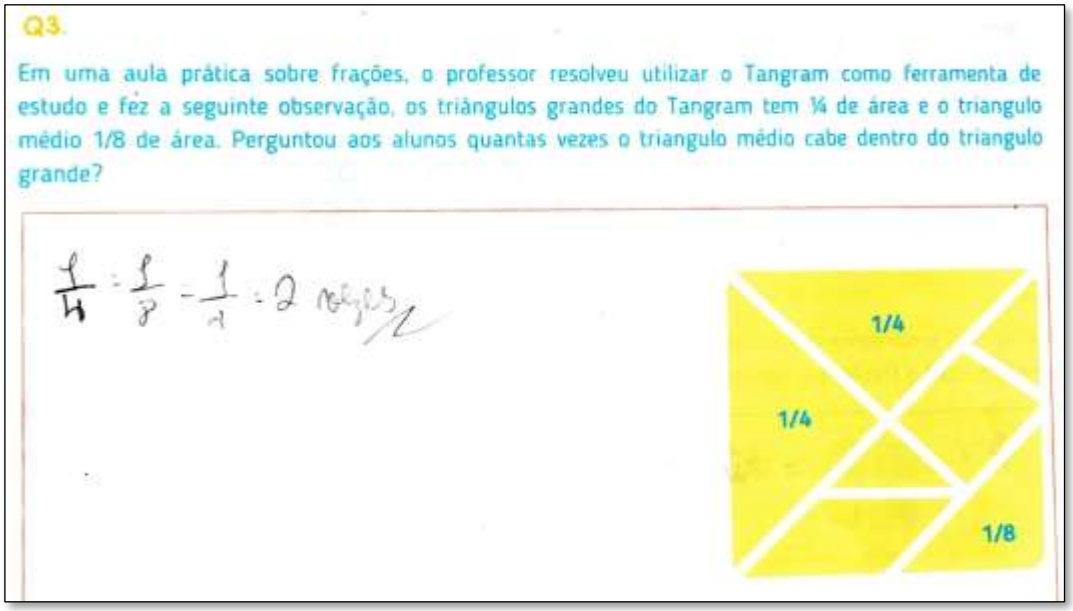
Figura 22: Pergunta com base no significado Medida



Fonte: Dados da pesquisa

Já com o aluno do 9º ano, houve uma tentativa da utilização do aspecto comparação, mostrando assim que aplicação do significado medida foi utilizada, portanto vale ressaltar que o aluno do 9º ano cometeu um erro construtivo no momento que foi escrever a comparação das frações, entretanto, consegui concluir que para o 1/8 precisaria chegar em 2/8 fração que é equivalente a ¼, logo precisando assim de dois triângulos médio para caber dentro do grande.

Figura 23: Pergunta com base no significado Quociente



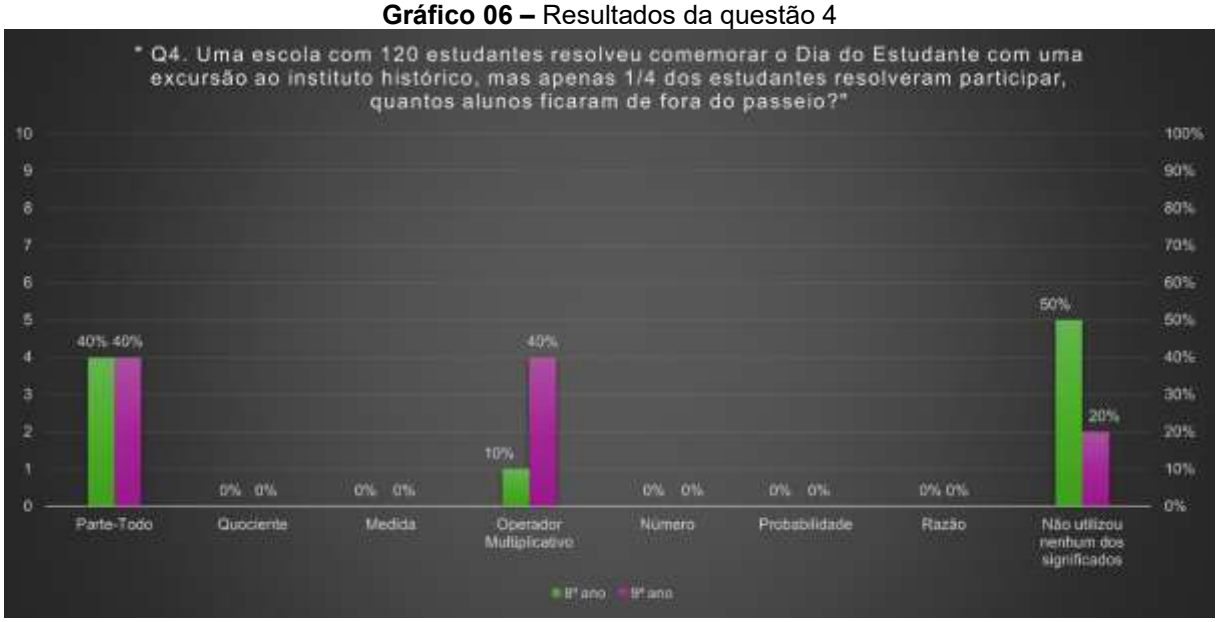
Fonte: Dados da pesquisa

Para essa questão observou-se que entre as duas turmas o conhecimento e aplicação do significado medida houve uma deturpação entre as turmas do 8º e 9° ano, sendo assim, a turma do 8º buscou outros significados para resolução do problema, já a turma do 9º utilizou o significado base, mostrando assim, um processo evolutivo do significado entre as turmas.

4ª pergunta

O gráfico a seguir mostra a quantidade de estudantes que usaram cada um dos significados, tendo em vista o resultado anotado no **quadro 02** para cada questão.

Gráfico 06 – Resultados da questão 4



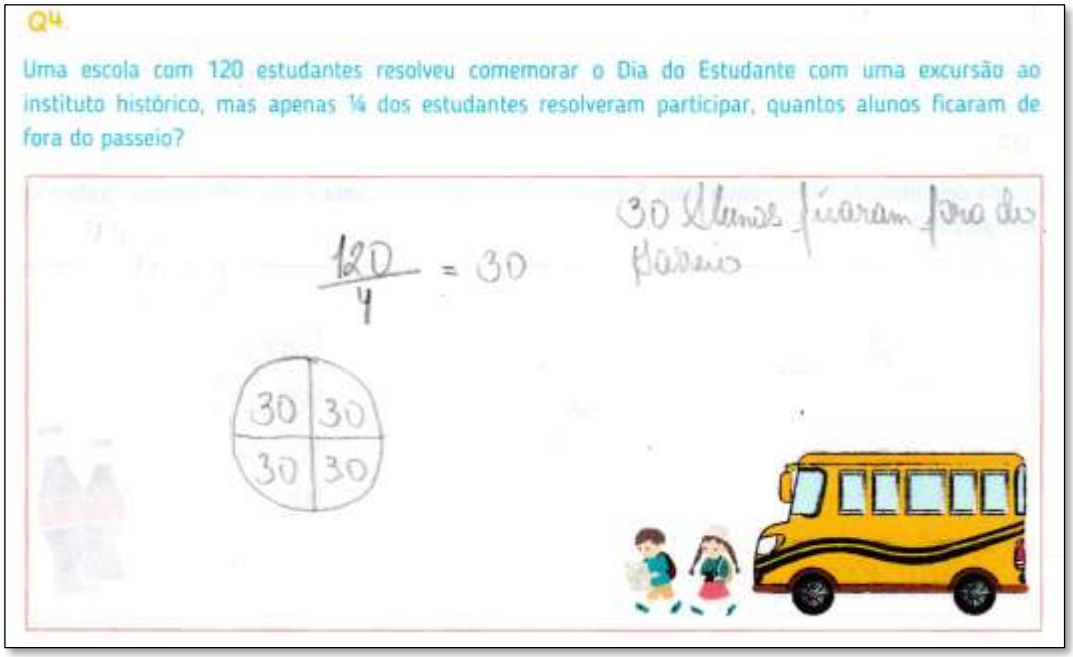
Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

Com a aplicação dos significados usados pelos estudantes, é possível observar que:

- Apesar de observarmos no **gráfico 02** que apenas 20% dos estudantes do 8º ano já ouviram falar do significado operador multiplicativo, apenas uma quantidade de 10% da turma resolveu a questão utilizando o significado e 40%, tentaram utilizar significado parte-todo para a questão e 50% não aplicou nenhum significado.
- Na turma do 9º ano, observa-se pelo **gráfico 02** que 20% afirmaram que já ouviram falar do significado, mas nota-se que 40% da turma sabia aplicar o significado, 40% tentaram resolver com o significado parte-todo e 20% não utilizou nenhum significado.
- Comparando as duas turmas, pode-se notar que do 8º para o 9º ano, houve uma diferença de 30 % entre as turmas na utilização do significado base da questão, sendo assim, o significado abordado apresentou uma evolução significativa de uma turma para outra.

Pode-se observar na resposta abaixo de um aluno do 8º, que ele não utilizou significado base da questão, mas demonstrou a utilização do gráfico da pizza, cortando-a em pedaços, de modo que a ideia do significado parte-todo fosse escolhida por ele para resolução, entretanto ele cometeu um erro de distração, não respondendo o que a questão pediu.

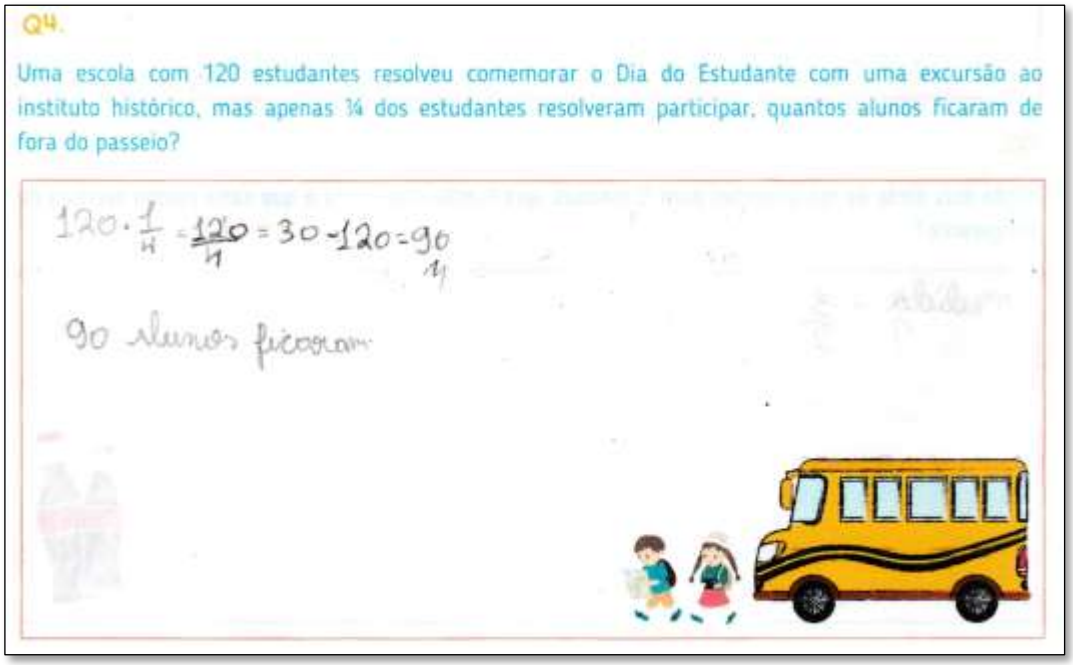
Figura 24: Pergunta com base no significado Operador Multiplicativo



Fonte: Dados da pesquisa

Já com o aluno do 9º ano, houve a utilização do aspecto da multiplicação mostrando assim que aplicação do significado operador multiplicativo foi aplicado da maneira correta fazendo ¼ de 120 e concluindo que 30 participaram do passeio e 120 – 30 = 90 não participariam, não havendo erros na resolução da questão.

Figura 25: Pergunta com base no significado Operador Multiplicativo



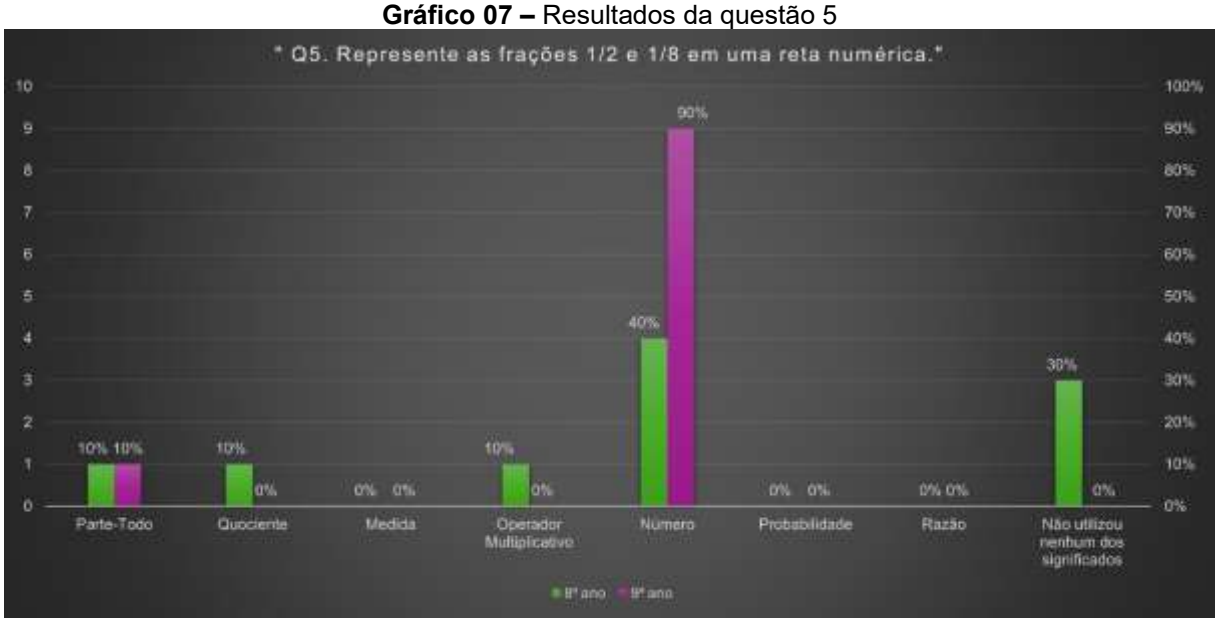
Fonte: Dados da pesquisa

Para essa questão observou-se que entre as duas turmas o conhecimento e aplicação do significado operador multiplicativo, nota-se uma diferença na escolha dos significados para aplicar no problema entre as turmas do 8º e 9° ano, sendo assim, a turma do 9º buscou mais o significado base da questão em relação ao 8° que buscou mais o significado parte-todo para resolução do problema, fica um adendo que 50% da turma do 8° não utilizou nenhum dos significados, mostrando assim, um processo evolutivo do significado entre as turmas.

5ª pergunta

O gráfico a seguir mostra a quantidade de estudantes que usaram cada um dos significados, tendo em vista o resultado anotado no **quadro 02** para cada questão.

Gráfico 07 – Resultados da questão 5



Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

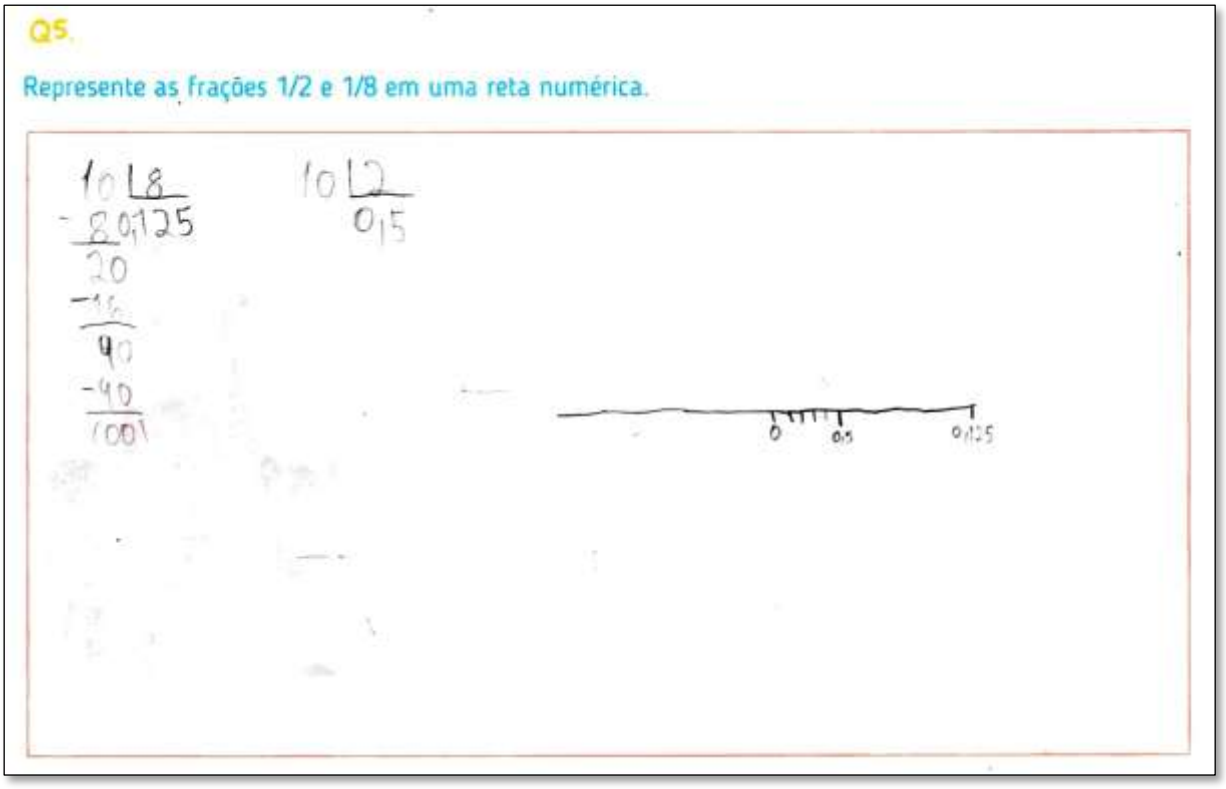
Com a aplicação dos significados usados pelos estudantes, é possível observar que:

- Apesar de observarmos no **gráfico 02** que 50% dos estudantes do 8º ano já ouviram falar do significado número, uma quantidade de 40% da turma resolveu a questão utilizando o significado e 30%, tentaram utilizar outros significados para a questão e 30% não aplicou nenhum significado.
- Na turma do 9º ano, observa-se pelo **gráfico 02** que 40% afirmaram que já ouviram falar do significado, mas nota-se que 90% da turma sabia aplicar o significado, 10% tentaram resolver com o significado parte-todo.

- Comparando as duas turmas, pode-se notar que do 8º para o 9º ano, houve uma diferença de 50% entre as turmas na utilização do significado base da questão, sendo assim, o significado abordado apresentou uma evolução significativa de uma turma para outra.

Pode-se observar na resposta abaixo de um aluno do 8º, que ele não utilizou significado base da questão, mas demonstrou a utilização do aspecto da divisão utilizando o algoritmo, de modo que a ideia do significado quociente fosse escolhido pelo aluno para resolução, entretanto ele não conseguiu entender que o número 0,5 era maior que 0,125 ou não apenas pode ter acontecido um erro um erro de distração na hora de representação na reta.

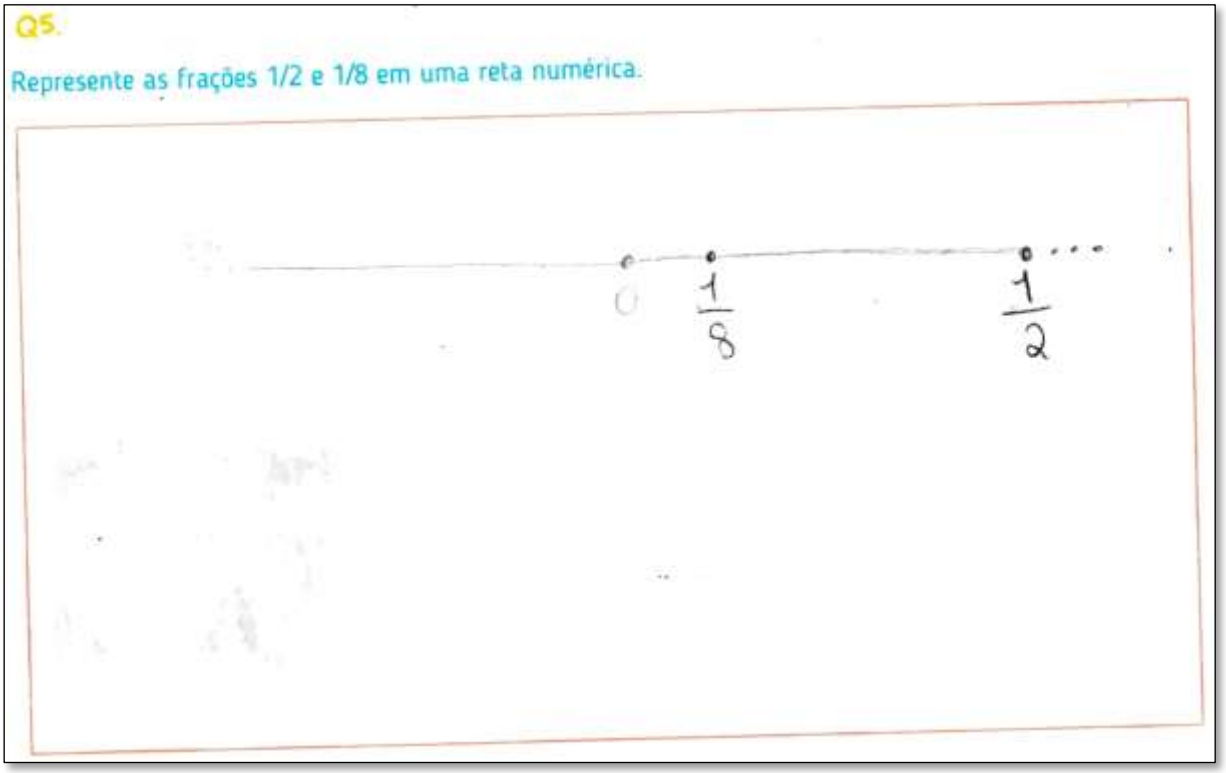
Figura 26: Pergunta com base no significado Número



Fonte: Dados da pesquisa

Já com o aluno do 9º ano, houve a utilização do aspecto de comparação, de modo, que o significado escolhido foi o de número, o aluno notou que a fração 1/8 era menor que 1/2 utilizando o aspecto anterior, ou não, sendo assim, conseguiu representar na reta corretamente.

Figura 27: Pergunta com base no significado Número



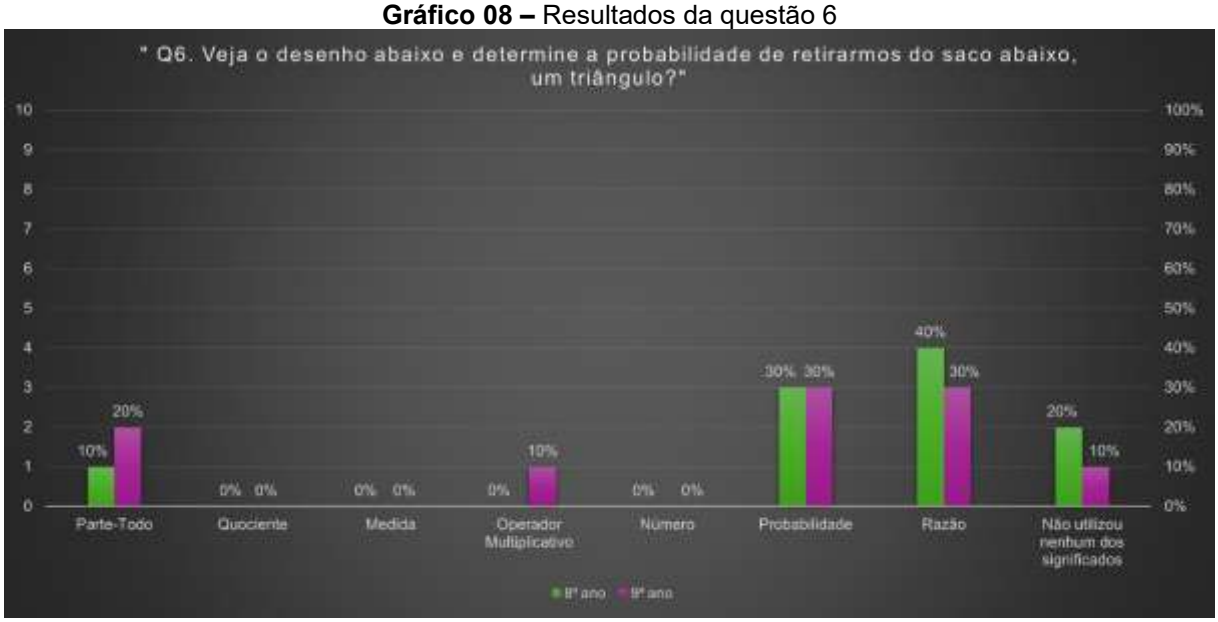
Fonte: Dados da pesquisa

Para essa questão observou-se que entre as duas turmas o conhecimento e aplicação do significado número , nota-se uma grande diferença na escolha dos significados para aplicar no problema entre as turmas do 8º e 9° ano, sendo assim, a turma do 9º buscou mais o significado base da questão em relação ao 8° que buscou mais o significado diferentes para resolução do problema, fica um adendo que 30% da turma do 8° não utilizou nenhum dos significados, mostrando assim, um processo evolutivo do significado base das questão entre as turmas.

6ª pergunta

O gráfico a seguir mostra a quantidade de estudantes que usaram cada um dos significados, tendo em vista o resultado anotado no **quadro 02** para cada questão.

Gráfico 08 – Resultados da questão 6



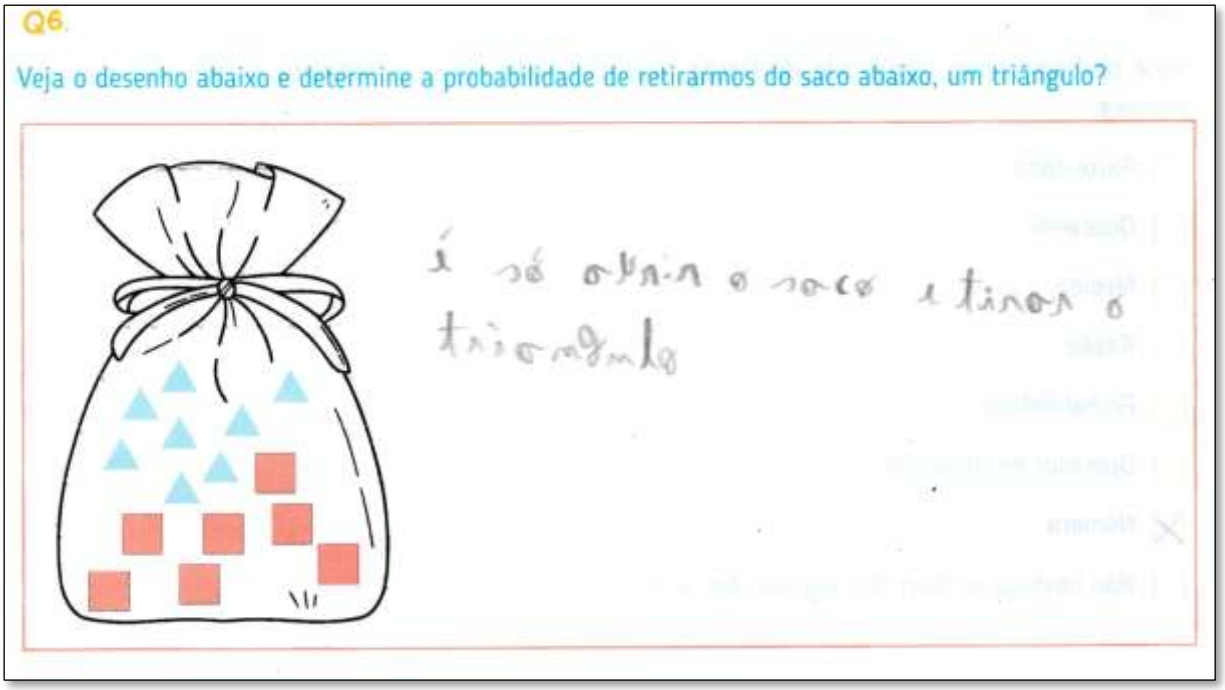
Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

Com a aplicação dos significados usados pelos estudantes, é possível observar que:

- Apesar de observarmos no **gráfico 02** que 50% dos estudantes do 8º ano já ouviram falar do significado probabilidade, uma quantidade de 30% da turma resolveu a questão utilizando o significado base da questão e 50%, tentaram utilizar outros significados para a resolução da questão e 20% não aplicou nenhum significado, deixo um adendo ao significado de razão que foi o mais utilizado pela turma.
- Na turma do 9º ano, observa-se pelo **gráfico 02** que 40% afirmaram que já ouviram falar do significado, mas nota-se que 30% da turma utilizou o significado para resolução da questão, 60% tentaram resolver com outros significados, deixo um adendo ao significado razão, que foi utilizado na mesma quantidade que o significado base da questão e 10% dos alunos não utilizou nenhum significado.
- Comparando as duas turmas, pode-se notar que do 8º para o 9º ano, não houve diferença de entre as turmas na utilização do significado base da questão, sendo assim, o significado abordado na questão não teve margem evolutiva de uma turma para outra.

Pode-se observar na resposta abaixo de um aluno do 8º, que ele não utilizou significado base da questão, nota-se que foi cometido um erro conceitual por parte do estudante onde não houve compreensão dos significados abordados na pesquisa para tentar a resolução da problemática a com outros significados., sendo assim, o estudante trouxe o seu ponto de vista onde poderia abrir o saco e pegar o triângulo sendo sua resposta “É só abrir o saco e tirar o triângulo”.

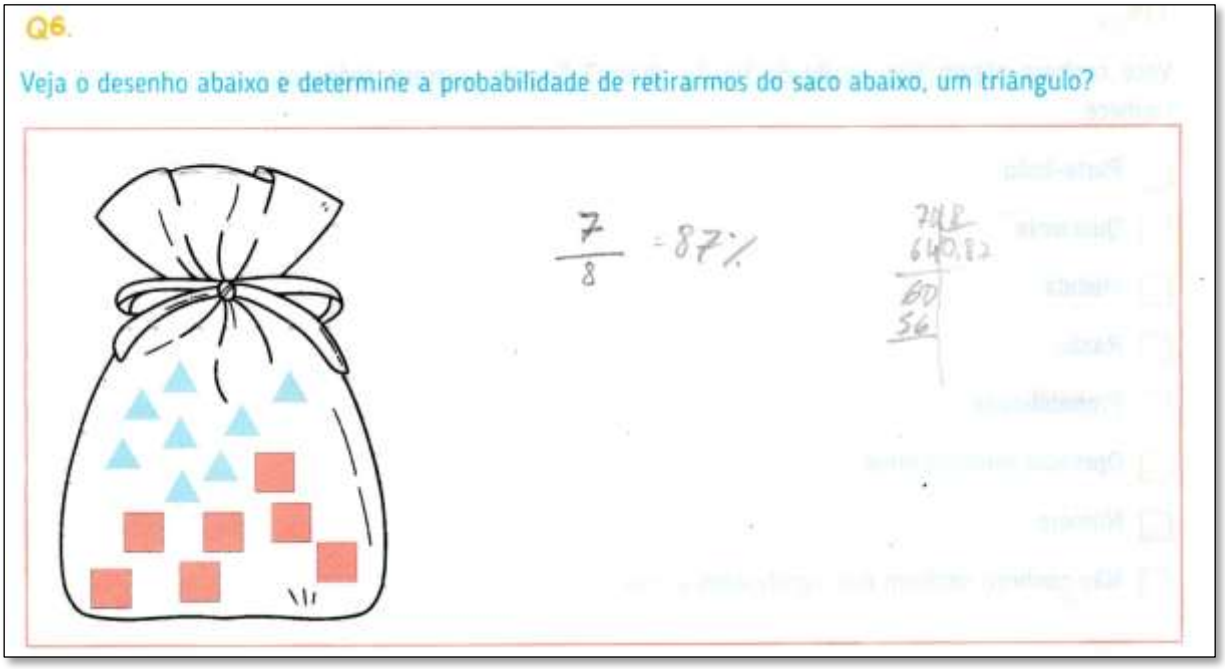
Figura 28: Pergunta com base no significado Probabilidade



Fonte: Dados da pesquisa

Já com o aluno do 9º ano, observa-se que apesar de ter compreendido o significado de probabilidade há um erro distrativo ao não perceber que o denominador(casos favoráveis) necessitária adicionar os quadrados, ao invés disso o estudante colocou a quantidade de quadrado no numerador (casos possíveis), de modo que o significado utilizado seja o de razão, apesar de ter calculado a probabilidade, mostrando que identificou o significado base da questão, porém utilizou o significado razão.

Figura 29: Pergunta com base no significado Probabilidade



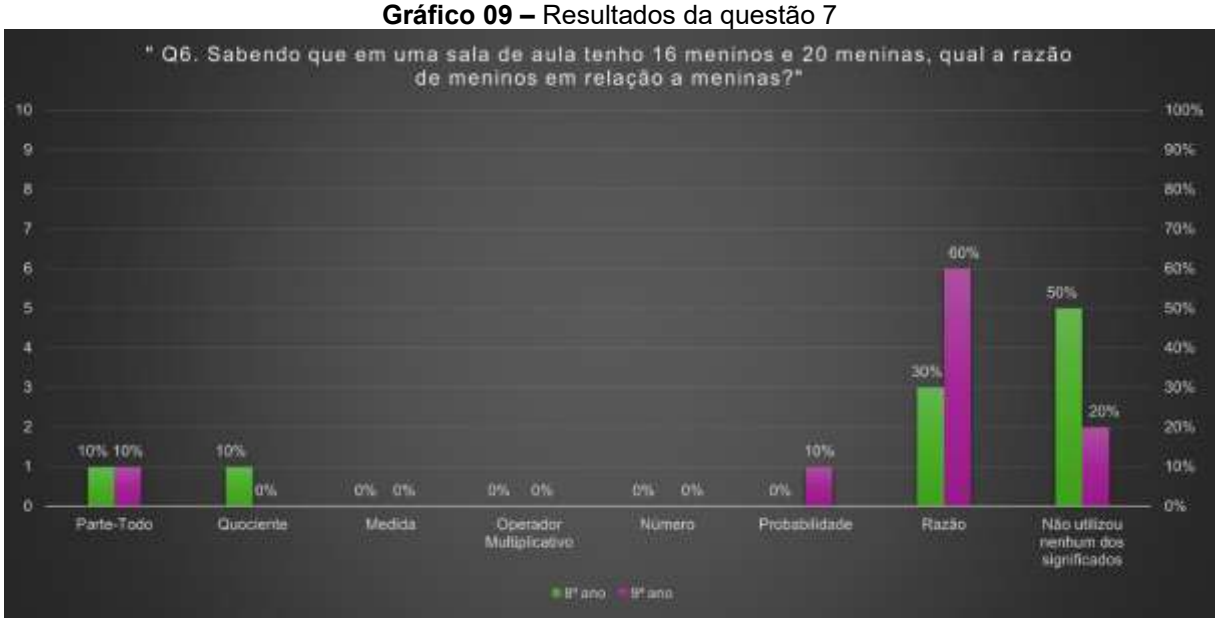
Fonte: Dados da pesquisa

Para essa questão observou-se que entre as duas turmas o conhecimento e identificação do significado probabilidade, nota-se uma igualdade na escolha dos significados para aplicar no problema entre as turmas do 8º e 9° ano, sendo assim, as turmas buscaram bastante o significado razão para resolução deste problema, portanto, nota-se que há uma dificuldade entre ambas as turmas para solucionar problemas que envolvem probabilidade.

7ª pergunta

O gráfico a seguir mostra a quantidade de estudantes que usaram cada um dos significados, tendo em vista o resultado anotado no **quadro 02** para cada questão.

Gráfico 09 – Resultados da questão 7



Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

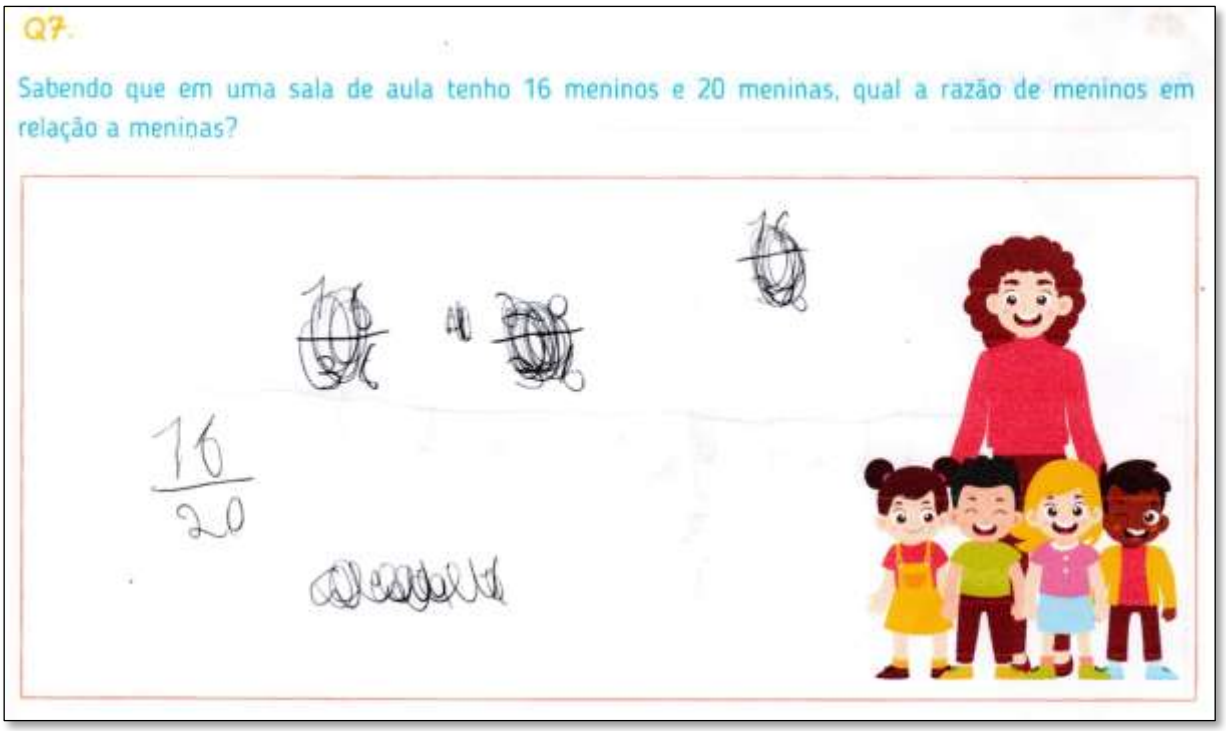
Com a aplicação dos significados usados pelos estudantes, é possível observar que:

- Apesar de observarmos no **gráfico 02** que 40% dos estudantes do 8º ano já ouviram falar do significado razão, uma quantidade de 30% da turma resolveu a questão utilizando o significado base da questão e 20%, tentaram utilizar outros significados para a resolução da questão e 50% não aplicou nenhum significado.
- Na turma do 9º ano, observa-se pelo **gráfico 02** que 40% afirmaram que já ouviram falar do significado, mas nota-se que 60% da turma utilizou o significado para resolução da questão, 20% tentaram resolver com outros significados e 20 % não utilizou nenhum dos significados.
- Comparando as duas turmas, pode-se notar que do 8º para o 9º ano, houve diferença de entre as turmas na utilização do significado base da questão, sendo assim, o significado abordado na questão teve margem evolutiva de uma turma para outra.

Pode-se observar na resposta abaixo de um aluno do 8º, que ele utilizou significado base da questão, se observamos com atenção de início o aluno compreendeu a questão como parte-todo, onde o total de alunos 36 seria o todo e 16 e 20 seriam partes, entretanto, o aluno foi capaz de ter a autonomia de observar que o significado que ele estava utilizando não estava de acordo com o significado base

da questão, logo em seguida rabiscou as tentativas anteriores e escreveu a resposta 16/20.

Figura 30: Pergunta com base no significado Razão



Fonte: Dados da pesquisa

Já com o aluno do 9º ano, observa-se conseguiu identificar o significado de razão, mas há um erro distrativo ao não perceber o que a pergunta pediu, então o aluno respondeu da seguinte maneira, denominador(meninos) que deveria estar no local do numerador (meninas), não notando que a pergunta era razão entre meninos para meninas e não meninas para meninos, portanto, o aluno escreveu o seguinte “a cada 20 meninas vão ter 16 meninos”, desse modo, confere que o que o significado utilizado seja o de razão, apesar da inversão do numerador com o denominador em relação a problemática, o aluno cometeu um erro de distração na representação de fração.

Figura 31: Pergunta com base no significado Razão

Fonte: Dados da pesquisa

Para essa questão observou-se que entre as duas turmas o conhecimento e identificação do significado probabilidade, observa-se uma diferença na escolha dos significados para aplicar no problema entre as turmas do 8º e 9° ano, sendo assim, a turma 8º ano metade da turma não conseguiu identificar nenhum significado para esta questão mesmo afirmando que 40% já tinha ouvido ou conhecia, o que demonstra um erro construtivo em relação ao significado base, em relação a turma do 9º mais da metade da turma conseguiu resolver e uma certa quantidade tentou buscar outros significados pra resolução do problema. Desse modo, pode-se garantir que há um processo evolutivo no significado base da questão de uma turma para outra.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A comparação entre as turmas de 8º e 9º ano revela diferenças significativas no uso e reconhecimento dos significados de frações, evidenciando uma evolução no entendimento desses significados. Os alunos do 8º ano, que tiveram menos contato com alguns significados, apresentaram um desempenho inferior em relação aos alunos do 9º ano.

Esta pesquisa nos orienta, como futuros docentes, sobre o ensino dos significados das frações, mostrando que, na maioria das vezes, o nome do conceito não é tão importante quanto a compreensão do próprio conceito. Muitos alunos, mesmo sem saber o nome específico do significado, foram capazes de identificá-lo intuitivamente e resolver problemas. Isso nos leva a refletir sobre a importância de buscar estratégias diversificadas para ensinar os significados de frações, permitindo que os estudantes compreendam o conteúdo antes mesmo de nomear formalmente esses significados.

É crucial ensinar diferentes abordagens e formas de pensamento associadas aos variados significados das frações, em vez de seguir um único método ou caminho. O desenvolvimento contínuo dos alunos em relação ao conteúdo é fundamental para que, ao longo de seu progresso escolar, eles se tornem capazes de diferenciar corretamente os significados e responder com rigor e perspicuidade.

O significado de fração mais utilizado pelos alunos ao resolver as questões foi o de parte-todo, com 34 ocorrências. Isso se deve ao fato de que o significado de fração, para muitos estudantes, é introduzido inicialmente pela relação entre a parte e o todo, tornando-se o ponto de partida para seu entendimento. O significado parte-todo é amplamente utilizado em situações do cotidiano, como a divisão de um objeto em partes iguais ou a repartição de quantidades, o que facilita sua compreensão e aplicação nas questões. Essa familiaridade torna natural para os alunos recorrerem a esse conceito nas atividades propostas, pois ele reflete sua experiência prática e concreta com frações desde os primeiros anos de escolarização.

Por outro lado, o significado de fração menos utilizado foi o de probabilidade, com apenas 7 ocorrências. Isso pode ser explicado pela menor exposição dos alunos a esse conceito no contexto escolar, especialmente em relação ao uso de frações. O conceito de probabilidade costuma ser introduzido em estágios mais avançados da aprendizagem matemática, e sua associação direta com frações não é tão imediata quanto a de outros significados, como parte-todo ou razão. Além disso, as situações que envolvem probabilidade podem exigir um nível de abstração maior, o que pode dificultar sua utilização por parte dos estudantes. Esse fator contribui para que o significado de probabilidade tenha sido o menos escolhido pelos alunos na resolução das questões.

REFERÊNCIAS

BERLINGOFF, W.P.; GOUVÊA, F.Q. **A matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas**. Trad. ELZA GOMIDE, ELENA CASTRO. São Paulo: Edgard Blucher, 2010.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 2003.

BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/index.html

BRASIL, **Ministério da Educação e do Desporto. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília, 1998.

CAVALCANTI, E. M. S.; GUIMARÃES, G. L. **Os significados de fração em livros didáticos das séries iniciais**. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2008, Recife. Anais... Pernambuco: UFPE, 2008. p.1-12

DRECHMER, Patrícia Aparecida de Oliveira; ANDRADE, Susi Meire Vivien Rosotti de. **O estudo de frações e seus cinco significados**. 2011. Disponível em: https://xiii.ciaemredumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1660/728. Acesso em: 13 de outubro, 2024

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 2. reimpr. 6. ed. – São Paulo: Atlas, 2017

Merlini, V. L. **O conceito de frações em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª série do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

Mamede, E. (2011**). Sobre o ensino e aprendizagem de fracções nos níveis elementares de ensino**. Actas Profmat 2011. (pp.1- 6). Lisboa: APM.

Nunes, T.; Bryant, P.; Pretzlik, U.; Hurry, J. **The effect of situations on children's understanding of fractions**. Trabalho apresentado no encontro da British Society for Research on the Learning of Mathematics. Oxford, june, 2003.

SILVA, M. J. **Sobre a introdução do conceito de número fracionário**. 1997. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997

Teixeira, A. M. **O professor, o ensino de fração e o livro didático: um estudo investigativo**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

VINOCUR, Sandra in BOSSA, Nadia Aparecida (org.). **Avaliação Psicopedagógica do Adolescente**. Petrópolis: Vozes, 1998.