



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

Uma Análise de Diferentes Formulações de Fluxo de Potência Ótimo

por

Lucas Belarmino dos Santos

Recife, agosto de 2025

Lucas Belarmino dos Santos

**Uma Análise de Diferentes Formulações de
Fluxo de Potência Ótimo**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Geraldo Leite Torres, PhD

Recife, agosto de 2025

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Santos, Lucas Belarmino dos.

Uma análise de diferentes formulações de fluxo de potência ótimo / Lucas Belarmino dos Santos. - Recife, 2025.

113 p. : il., tab.

Orientador(a): Geraldo Leite Torres

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, Engenharia Elétrica - Bacharelado, 2025.

Inclui referências, apêndices.

1. Fluxo de Potência Ótimo. 2. Programação Não Linear. 3. Métodos de Pontos Interiores. 4. Método Primal-Dual. 5. Método Preditor-Corretor. 6. Modelo de Carga ZIP. I. Torres, Geraldo Leite. (Orientação). II. Título.

620 CDD (22.ed.)

Lucas Belarmino dos Santos

Uma Análise de Diferentes Formulações de Fluxo de Potência Ótimo

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Aprovado em: 18/08/25

BANCA EXAMINADORA

Prof. Geraldo Leite Torres (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Vicente Ribeiro Simoni (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Eng. M.Sc. Renato Andrade Freitas (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

Agradecimentos

Aqui reside a grande fonte de inspiração, iluminação e capacitação para este Trabalho de Conclusão de Curso. Agradeço ao Deus Todo Poderoso, o Único Deus Verdadeiro (Dt 6:4), a quem adoro Trindade em Unidade e Unidade em Trindade. Rendo graças ao meu Deus Pai, criador e mantenedor de todas as coisas, ao seu Filho Jesus Cristo, Senhor meu e Deus meu e ao Divino Espírito Santo, meu Eterno consolador, pois Deus me concedeu o Dom da vida, a saúde e a curiosidade para buscar o conhecimento. Deus, te agradeço, pois iluminaste o meu intelecto e abriste para mim os portais da tua ciência, louvo-te em gratidão como o Salmista e digo-te: "Tal ciência é para mim maravilhosíssima."

Meu coração é muito grato à mulher da minha vida, a minha esposa e amor, Daynna Dandara. Querida, obrigado por ter feito de mim este homem que sou hoje. Obrigado por compartilhar sua vida com a minha, seus dias com os meus. Você que acompanhou esta minha trajetória desde muito antes do seu nascedouro, você que sempre me incentivou e abriu mão de muita coisa para que pudesse estar ao meu lado. Minha linda, eu te amo! Este Trabalho é nossa conquista!

Minha gratidão sincera ao meu pai, Severino Belarmino dos Santos Filho, homem íntegro, trabalhador e exemplar. Seu exemplo está marcado para sempre em minha alma. Ao senhor, meu pai, agradeço por nunca ter medido esforços quando o assunto era a minha educação e o meu encaminhamento nos estudos, e isto mesmo em meio às grandes limitações financeiras, contudo mesmo não tendo tudo, tive o necessário para que estudasse e amasse o conhecimento. Pai, este Trabalho, fruto de uma longa jornada, é um dos muitos frutos que lhe darei como tributo por todo o investimento em minha formação humana e profissional.

Em gratidão coigual à minha mãe, Rosangela Goiana dos Santos, mulher virtuosa, rainha do lar, exemplo de amor e compreensão. Sua vida de entrega, amor e cuidado dados a mim desde à gestação, nunca será esquecida por mim, pois em minha alma carrego grande amor pela senhora. Obrigado por cuidar de mim em todas as fases de minha vida até então. Sem seu amparo, conselhos e correções, eu não estaria aqui hoje. Obrigado por me mostrar a beleza das letras, e por sempre enxergar em mim alguém capaz de viver as realizações traçadas para minha vida.

Agradeço aos meus irmãos, Elizeu Belarmino dos Santos, primogênito, e Mateus Belarmino dos Santos, caçula. Vocês fizeram de minha infância, adolescência e juventude, um dos momentos mais lindos e marcantes de minha vida. Nossas convivências, experiências, amor e amizade estarão para sempre em minha alma. Elizeu, obrigado pelo exemplo, cuidado e dedicação para que eu tivesse condições de aqui chegar. Mateus, obrigado por me conceder a experiência de participar de sua formação humana e intelectual, de te ver crescer em estatura, conhecimento e graça.

Agradeço ao meu orientador, professor Dr. Geraldo Leite Torres, pelo grande impacto que exerce em minha formação, por ser figura fidedigna do educador, do orientador, daquele que detém o conhecimento e a

habilidade de compartilhar e ensinar com toda paciência e proeza. Ao longo da graduação pude desfrutar de momentos ímpares, aprendizados contínuos, tanto acadêmicos quanto da vida. Professor, suas aulas de Circuitos Elétricos 2, Métodos Computacionais e Otimização e sua aptidão para a pesquisa é para mim pérola de grande valor para a Engenharia Elétrica, seus materiais de qualidade inigualável foram e são indispensáveis para o meu aprendizado.

Registro minha grande gratidão a alguns outros professores que exerceram boas influências em minha formação. A esses, quero honrar e agradecer por tudo. Ao professor Dr. Vicente Ribeiro Simoni, ao professor Dr. Ronaldo Ribeiro Barbosa de Aquino, em especial, por ter me cedido espaço no LDSP (Laboratório Digital de Sistemas de Potência) para aplicação nos estudos e pesquisa, ao professor Dr. Augusto Cesar de Oliveira, ao professor Dr. José Filho da Costa Castro, ao professor Dr. Hélio Magalhães de Oliveira, ao professor Dr. Luiz Henrique Alves de Medeiros, ao professor Dr. Lauro Rodrigo Novo, ao professor Dr. Otoni Nóbrega Neto, à professora Dra. Milde Maria e ao professor Dr. Marcelo Cabral Cavalcanti. Estimados professores, suas aulas, conversas, conselhos e incentivos me são muito caros e sou grato a vocês por tudo e por tanto.

Por fim, deixo minha palavra de gratidão aos amigos e colegas de graduação e de carreira. Agradeço a Breno Gabriel de Melo Lima, aluno do curso de graduação em Ciência da Computação (UFPE), pelos bons momentos de estudos e boas conversas desfrutados na EAPC-UPE (Escola de Aplicação Professor Chaves da UPE), a Lucas Gabriel Pedrosa, Engenheiro de Controle e Automação (UFPE), pelas ricas experiências e vivências desenvolvidas ao longo da graduação, tendo sido um grande exemplo de estudante, pesquisador e amante do conhecimento. Gratidão aos meus colegas da cidade de Paudalho, Lucas Manoel, aluno do curso de graduação em Farmácia (UFPE), por sua grande paixão pelas ciências e contagiante amor pelo conhecimento científico, seu irmão Matheus Sousa, aluno do curso de graduação em Engenharia de Telecomunicações (UFPE), por seu grande apego aos estudos de sinais e ondas eletromagnéticas, sendo uma inspiração para os meus estudos em Sistemas Elétricos de Potência.

Agradeço a Silas Wendel, Engenheiro Eletricista (UFPE), pela grande amizade nascida na área II e desenvolvida na graduação. A Renê Neto, Engenheiro Eletrônico (UPE), pela boa convivência e aprendizados compartilhados quando de sua passagem pelo Setor de Proteção e Controle da Esc Engenharia. De igual modo, grato a Luis Eduardo, aluno do curso de Engenharia Elétrica (UFPE), pelas boas experiências e conhecimentos compartilhados no mesmo setor de Proteção da Esc. Deixo agradecimentos especiais a Claudio França Júnior, Engenheiro Eletricista (UFPE), pelo encaminhamento na vida profissional e muita experiência boa compartilhada na Esc Engenharia. Por fim, agradeço a Esc Engenharia, pela oportunidade de iniciar minha vida profissional.

Resumo

Este trabalho descreve a análise da formulação matemática de vários problemas de planejamento da operação de sistemas elétricos de potência como problemas de otimização não linear, chamados de problemas de *fluxo de potência ótimo* (FPO). Os modelos de FPO considerados são: (a) minimização de perdas ativas na transmissão, (b) minimização do corte de carga, (c) maximização do carregamento do sistema, (d) maximização da planicidade do perfil de tensão e (e) minimização das diferenças de magnitude de tensão. Para resolver o problema de FPO, métodos de pontos interiores são considerados, e as formulações matemáticas de dois algoritmos de pontos interiores são descritas em detalhes: (a) método primal-dual de barreira logarítmica (PDBL) e (b) método primal-dual preditor-corretor (PDPC). Os modelos de FPO e algoritmos de pontos interiores são implementados no programa PSOpt (*Power System Optimizer*), em linguagem MATLAB, e seus desempenhos avaliados com a ajuda dos sistemas teste IEEE de 30, 57, 118 e 300 barras. Aspectos de implementação computacional eficiente e características das soluções encontradas (perdas ativas na transmissão e perfil de tensão) são considerados. O trabalho descreve a implementação computacional eficiente das funções objetivo estudadas e avalia o impacto do modelo de carga ZIP na solução dos problemas de minimização de perdas ativas na transmissão e minimização da injeção de potência ativa na barra de folga. As análises numéricas buscam comparar as perdas na rede elétrica e os perfis de tensão associados, correspondendo às soluções para os problemas de minimização de perdas e otimização do perfil de tensão, considerando ou não o modelo de carga ZIP.

Palavras-chave: Fluxo de Potência Ótimo, Programação Não Linear, Métodos de Pontos Interiores, Método Primal-Dual, Método Preditor-Corretor, Modelo de Carga ZIP.

Abstract

This work describes the analysis of the mathematical formulation of several power system operation planning problems as nonlinear optimization problems, called optimal power flow (OPF) problems. The OPF models considered are: (a) minimization of active transmission losses, (b) minimization of load shedding, (c) maximization of system loading, (d) maximizing of voltage profile flatness and (e) minimization of voltage magnitude differences. To solve the OPF problem, interior point methods are considered, and the mathematical formulations of two interior point algorithms are described in detail: (a) primal-dual logarithmic barrier (PDLB) method and (b) primal-dual predictor-corrector (PDPC) method. The OPF models and interior point algorithms are implemented in the PSOpt (Power System Optimizer) program, written in MATLAB, and their performances are evaluated using IEEE test systems with 30, 57, 118 and 300 buses. Aspects of efficient computational implementation and characteristics of the solutions found (active transmission losses and voltage profile) are considered. The work describes the efficient computational implementation of the objective functions studied and evaluates the impact of the ZIP load model on solving the problems of minimizing active transmission losses and minimizing active power injection into the slack bus. Numerical analyses seek to compare losses in the power grid and the associated voltage profiles, corresponding to the solutions of the problems of loss minimization and voltage profile optimization, whether or not considering the ZIP load model.

Keywords: Optimal Power Flow, Nonlinear Programming, Interior Point Methods, Primal-Dual Method, Predictor-Corrector Method, ZIP Load Model.

Lista de Figuras

2.1. Circuito Π de linhas de transmissão	8
2.2. Representação geral de transformadores	10
4.1. Diagrama unifilar do sistema teste IEEE 6 barras	30
4.2. Ilustração da montagem da Hessiana	33
4.3. Ilustração da montagem da Hessiana com tape variável	40
5.1. Janela de abertura do programa PSOpt	45
5.2. Barra de ferramentas após a habilitação de um usuário	45
5.3. Informações do processo de convergência durante as iterações	46
5.4. Perfil de magnitude de tensão do sistema IEEE 30 barras, objetivos PAT e IPA	48
5.5. Perfil de magnitude de tensão do sistema IEEE 57 barras, objetivos PAT e IPA	48
5.6. Perfil de magnitude de tensão do sistema IEEE 118 barras, objetivos PAT e IPA	49
5.7. Perfil de tensão do sistema IEEE 300 barras, objetivos PAT e IPA	50
5.8. Compensação <i>shunt</i> de reativo no sistema IEEE 30 barras	53
5.9. Compensação <i>shunt</i> de reativo no sistema IEEE 57 barras	54
5.10. Compensação <i>shunt</i> de reativo no sistema IEEE 118 barras	54
5.11. Compensação <i>shunt</i> de reativo no sistema IEEE 300 barras	55
5.12. Perfil de tensão do sistema IEEE 30 barras com modelo de carga ZIP	57
5.13. Perfil de tensão do sistema IEEE 57 barras com modelo de carga ZIP	57
5.14. Perfil de tensão do sistema IEEE 118 barras com modelo de carga ZIP	58
5.15. Perfil de tensão do sistema IEEE 300 barras com modelo de carga ZIP	59
5.16. Compensação <i>shunt</i> no sistema IEEE 30 barras com modelo de carga ZIP	60
5.17. Compensação <i>shunt</i> no sistema IEEE 57 barras com modelo de carga ZIP	61
5.18. Compensação <i>shunt</i> no sistema IEEE 118 barras com modelo de carga ZIP	61
5.19. Compensação <i>shunt</i> no sistema IEEE 300 barras com modelo de carga ZIP	62
5.20. Tensão do sistema IEEE 30 barras, objetivos PAT, DMT e PPT, carga de potência constante .	63
5.21. Tensão do sistema IEEE 57 barras, objetivos PAT, DMT e PPT, carga de potência constante .	64
5.22. Tensão do sistema IEEE 118 barras, objetivos PAT, DMT e PPT, carga de potência constante	65
5.23. Tensão do sistema IEEE 300 barras, objetivos PAT, DMT e PPT, carga de potência constante	66
5.24. Tensão das barras vizinhas a barra 6 do sistema IEEE 30 barras, carga de potência constante	67
5.25. Tensão das barras vizinhas a barra 9 do sistema IEEE 57 barras, carga de potência constante	67
5.26. Tensão das barras vizinhas a barra 49 do sistema IEEE 118 barras, carga de potência constante	68

5.27. Tensão das barras vizinhas a barra 268 do sistema IEEE 300 barras, carga de potência constante	69
5.28. Compensação <i>shunt</i> no sistema IEEE 30 barras com carga de potência constante	70
5.29. Compensação <i>shunt</i> no sistema IEEE 57 barras com carga de potência constante	71
5.30. Compensação <i>shunt</i> no sistema IEEE 118 barras com carga de potência constante	72
5.31. Compensação <i>shunt</i> no sistema IEEE 300 barras com carga de potência constante	72
5.32. Magnitudes de tensão das barras vizinhas à barra 6 do sistema IEEE 30 barras	74
5.33. Magnitudes de tensão das barras vizinhas à barra 9 do sistema IEEE 57 barras	75
5.34. Magnitudes de tensão das barras vizinhas à barra 49 do sistema IEEE 118 barras	76
5.35. Magnitudes de tensão das barras vizinhas à barra 268 do sistema IEEE 300 barras	77
A.1. Janela de trabalho Entrada de Dados do programa PSOpt	86
A.2. Janela de trabalho Fluxo de Potência do programa PSOpt	87
A.3. Janela de trabalho Pontos Interiores do programa PSOpt	88
A.4. Janela de trabalho Região de Confiança do programa PSOpt	88
A.5. Janela de trabalho Selecionar Relatórios do programa PSOpt	89
A.6. Janela de trabalho Análise Convergência do programa PSOpt	90
A.7. Janela de trabalho Análise da Solução do programa PSOpt	91

Lista de Tabelas

5.1. Tamanho dos sistemas de potência e do FPO não linear (3.1)	46
5.2. Carregamento inicial (ativo e reativo) e perdas ativas	47
5.3. Perdas nos circuitos do sistema IEEE 30 barras	51
5.4. Perdas nos circuitos do sistema IEEE 57 barras	51
5.5. Perdas nos circuitos do sistema IEEE 118 barras	52
5.6. Perdas nos circuitos do sistema IEEE 300 barras	52
5.7. Perdas ativas na transmissão	55
5.8. Perdas ativas na transmissão (MW) e geração na barra de folga (MW) com modelo de carga ZIP	62
5.9. Perdas ativas na transmissão com carga de potência constante	73
5.10. Perdas ativas na transmissão (MW) com carga de potência constante e carga ZIP	77
5.11. Número de iterações dos algoritmos de pontos interiores, carga de potência constante	78
5.12. Número de iterações dos algoritmos de pontos interiores, carga modelo ZIP	78
5.13. Tempo de processamento dos algoritmos de pontos interiores, carga de potência constante	79
5.14. Tempo de processamento dos algoritmos de pontos interiores, carga modelo ZIP	79

Lista de Algoritmos

3.1. Método primal-dual de pontos interiores para resolver (3.1)	22
3.2. Método predictor-corretor de pontos interiores para resolver (3.1)	26

Lista de Acrônimos

PL	Programação Linear.
PLS	Programação Linear Sucessiva.
PQ	Programação Quadrática.
PQS	Programação Quadrática Sucessiva.
PNL	Programação Não Linear.
PI	Pontos Interiores.
PD	Primal-Dual Simplex.
PDPC	Primal-Dual Predictor-Corretor.
MCC	Múltiplas Correções de Centralidade.
KKT	Condições de Karush-Kuhn-Tucker.
FPO	Fluxo de Potência Ótimo.
LTC	<i>Load Tap Changer.</i>
LOASP	Laboratório de Otimização Aplicada a Sistemas de Potência.
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco.
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers.</i>

Sumário

Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	x
Lista de Algoritmos	xi
Lista de Acrônimos	xii
1. Introdução	1
1.1. Preliminares	1
1.2. Otimização da Operação de Sistemas Elétricos de Potência	1
1.3. Motivações para a Pesquisa	4
1.4. Objetivos da Pesquisa	5
1.5. Composição do Trabalho de Conclusão do Curso	5
2. Problemas de Fluxo de Potência Ótimo	7
2.1. Considerações Iniciais	7
2.2. Modelagem da Rede Elétrica	7
2.2.1. Linhas de Transmissão	7
2.2.2. Transformadores	9
2.2.3. Cargas e Geradores	11
2.2.4. Equações de Balanço de Potência	11
2.3. Formulações de Fluxo de Potência Ótimo	12
2.3.1. Minimização de Perdas Ativas na Transmissão	13
2.3.2. Minimização do Corte de Carga	14
2.3.3. Maximização do Carregamento do Sistema	15
2.3.4. Maximização da Planicidade do Perfil de Tensão	17
2.3.5. Minimização das Diferenças de Magnitude de Tensão	17
2.4. Considerações Finais do Capítulo	18
3. Métodos de Pontos Interiores para Solução do Fluxo de Potência Ótimo	19
3.1. Introdução	19
3.2. Forma Geral do Fluxo de Potência Ótimo	19
3.3. Método Primal-Dual de Pontos Interiores	20

3.3.1.	Escolha do Ponto Inicial	21
3.3.2.	Cálculo das Direções de Buscas	22
3.3.3.	Atualização das Variáveis	22
3.3.4.	Redução de Parâmetro de Barreira	23
3.3.5.	Teste de Convergência	23
3.4.	Método Preditor-Corretor de Pontos Interiores	24
3.4.1.	O Passo Preditor	25
3.4.2.	O Passo Corretor	25
3.5.	Considerações Finais do Capítulo	26
4.	Estudos de Caso e Motivações da Pesquisa	27
4.1.	Introdução	27
4.2.	Análise das Funções Objetivo Perda Ativa na Transmissão e Injeção de Potência Ativa na Barra de Folga	27
4.3.	Análise de Soluções de Perda Mínima e Desvio de Tensão Mínimo	28
4.4.	Análise da Implementação Computacional das Funções Objetivo	29
4.4.1.	Minimização de Perdas Ativas	29
4.4.1.1.	Considerando Resistências Diferentes de Zero de Transformadores	38
4.4.2.	Minimização Desvio de Tensão	40
4.4.3.	Implicações do Modelo de Carga ZIP na Implementação	42
4.5.	Considerações Finais do Capítulo	43
5.	Resultados Numéricos dos Estudos de FPO	44
5.1.	Introdução	44
5.2.	O Programa PSOpt	44
5.2.1.	Executando Uma Simulação	45
5.2.2.	Estrutura de Dados do Programa	46
5.3.	Os Sistemas Teste	46
5.4.	Ambiente Computacional e Algoritmos de Otimização	46
5.5.	Análise das Funções Objetivo para Minimização de Perdas	47
5.5.1.	Comparação dos Perfis de Magnitude de Tensão	47
5.5.2.	Comparação de Perdas Ativas nos Circuitos	49
5.5.3.	Comparação das Compensações <i>Shunt</i> de Reativo	53
5.5.4.	Comparação das Perdas na Transmissão	55
5.6.	Análise do Modelo de Carga na Minimização de Perdas	56
5.6.1.	Impacto do Modelo de Carga ZIP nos Perfis de Tensão	56
5.6.2.	Impacto do Modelo de Carga ZIP nas Perdas dos Circuitos	60
5.6.3.	Impacto do Modelo de Carga ZIP na Compensação de Reativo	60
5.6.4.	Impacto do Modelo de Carga ZIP nas Perdas na Transmissão	62
5.7.	Comparação das Soluções de Mínima Perda, Mínimo Desvio de Tensão e Máxima Planicidade do Perfil de Tensão	63
5.7.1.	Comparação dos Perfis de Tensão com Carga de Potência Constante	63
5.7.2.	Comparação de Perfis de Tensão de Barras Vizinhas com Carga de Potência Constante	65
5.7.3.	Comparação das Compensações <i>Shunt</i> com Carga de Potência Constante	70

5.7.4.	Comparação das Perdas na Transmissão com Carga de Potência Constante	73
5.7.5.	Impacto do Modelo de Carga ZIP nos Perfis de Tensão	73
5.7.6.	Impacto do Modelo de Carga ZIP nas Perdas na Transmissão	76
5.8.	Desempenho Computacional dos Algoritmos de Otimização	78
5.9.	Considerações Finais do Capítulo	79
6.	Conclusões	81
6.1.	Sumário dos Resultados e Contribuições	81
6.2.	Propostas de Trabalhos Futuros	82
6.3.	Considerações Finais do Autor	83
	Referências	84
	Apêndice	85
A.	Janelas de Trabalho do Programa PSOpt	86
A.1.	Entrada de Dados	86
A.2.	Fluxo de Potência	87
A.3.	Pontos Interiores	87
A.4.	Região de Confiança	87
A.5.	Selecionar Relatórios	89
A.6.	Análise Convergência	90
A.7.	Análise da Solução	90
B.	Estruturas de Dados do Programa PSOpt	92

Introdução

1.1 Preliminares

Na análise de sistemas elétricos de potência (SEP) em regime permanente, é de grande importância a determinação do estado (tensões complexas das barras) e da distribuição dos fluxos (potências ativas e reativas que fluem pelas linhas de transmissão e transformadores), estando os SEPs sujeitos a diversas condições operativas, expressas por meio dos dados da rede elétrica (potência ativa, potência reativa e magnitude de tensão). O controle da operação de um SEP, objetivando a economia da reserva de recursos, e respeitando os níveis adequados de segurança, constitui-se como uma tarefa de extrema dificuldade (STOTT; ALSAC; MONTICELLI, 1987).

Como os SEPs possuem dimensões elevadas, e estão em constante mudança, seja devido à topologia da rede (radial ou malha), ao patamar de carga (leve, média ou pesada) ou à ocorrência de contingências (perda de equipamentos importantes), a decisão operacional sobre o melhor ajuste (ajuste ótimo) de uma variável de controle é impraticável sem o auxílio de ferramentas computacionais. Sendo assim, é necessária a utilização de técnicas de otimização que definam a operação ótima da rede sob algum índice de desempenho, o qual é definido como função objetivo.

Portanto, a decisão sobre uma ação de controle ótimo pode ser tomada de forma eficiente, em modo de planejamento ou operação, com o auxílio de um programa computacional de fluxo de potência ótimo (FPO). Problemas de FPO de grande escala vêm sendo resolvidos de maneira eficiente por métodos de pontos interiores (PI) (GRANVILLE, 1994; WU; DEBS; MARSTEN, 1994; GRANVILLE; MELLO; MELO, 1996; IRISARRI et al., s.d.), em especial os métodos primal-dual de barreira logaritmica (PDBL), primal-dual-preditor-corretor (PDPC) e primal-dual com múltiplas correções de centralidade (MCC) (TORRES; QUINTANA, 2001a; TORRES, 1998).

1.2 Otimização da Operação de Sistemas Elétricos de Potência

Para a operação econômica e confiável de um SEP, vários níveis de controle, envolvendo um conjunto complexo de dispositivos, devem ser selecionados e coordenados de modo adequado. Na operação de um SEP, a demanda de potência ativa e reativa das cargas muda constantemente e muitas vezes resulta em níveis de tensão que estão muito além dos limites toleráveis e, muito provavelmente, violam restrições operacionais de equipamentos de consumidores e da própria concessionária de energia elétrica.

Para corrigir condições operacionais inaceitáveis, os operadores do SEP são constantemente obrigados a

controlar a produção, a absorção e o fluxo de potência em todos os níveis do sistema, ajustando variáveis de controle do sistema, como a produção de geradores, o tape dos transformadores com dispositivos LTC (comutação de tape sob carga), o ângulo de defasagem de transformadores defasadores (*phase shifters*), a susceptância de capacitores/reatores *shunt*, etc.

Para os SEPs receberem injeções de potência de diversas unidades geradoras e esses sistemas fornecerem potência a inúmeras cargas dispersas por grandes áreas geográficas, a tarefa de manter as tensões dentro dos limites exigidos é muito difícil. O controle de tensão é amplamente reconhecido como fortemente relacionado ao controle de potência reativa. Todavia, dado o elevado número de variáveis de controle que podem ser manipuladas e o elevado número de restrições impostas à operação do sistema, a seleção e coordenação adequada dos equipamentos para exercer esse controle está entre os maiores desafios da engenharia de potência. Esta tarefa pode ser executada de forma eficiente por programas de FPO existentes nos centros de controle do sistema elétrico.

Os problemas FPO podem ser expressos na seguinte forma geral de um problema de programação não linear (PNL) de larga escala:

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & f(x) \\ \text{sujeito a:} \quad & g(x) = 0 \\ & h(x) \leq 0, \end{aligned} \tag{1.1}$$

em que:

- $x \in \mathbb{R}^n$ é um vetor de variáveis de decisão explícitas, incluindo variáveis de controle e variáveis dependentes que não são funções;
- $f : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$ é uma função escalar que representa um dado objetivo para otimização da operação ou planejamento do sistema elétrico, como custo da geração, perdas de potência no sistema de transmissão, corte de carga para tornar operacional um sistema não operacional, etc;
- $g : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^m$ é um vetor não linear que contém as equações usuais de balanço de potência nas barras, ocasionalmente aumentadas por algumas restrições especiais de igualdade, como o controle do fluxo de potência entre sistemas em uma operação interligada, fluxos definidos em um determinado valor, etc;
- $h : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^p$ é um vetor de variáveis funcionais não lineares e variáveis explícitas, sujeitas a limites, correspondentes aos limites físicos de equipamentos e operacionais do sistema.

Em vez de minimizar, o objetivo também pode ser maximizar uma função. Entre os objetivos normalmente utilizados, temos:

- *Minimização dos custos de geração.* Minimiza o custo de geração da potência ativa na configuração base e garante viabilidade em configurações de contingência.
- *Minimização das perdas ativas na transmissão.* Minimiza perdas ativas na configuração base e garante viabilidade em configurações de contingência.
- *Minimização do corte de carga.* Minimiza o corte de carga para corrigir violações de restrições operacionais, como sobrecargas de circuitos, problemas de tensão, etc, no caso base e nas configurações de contingência.

- *Minimização do movimento de variáveis de controle.* Determina um número mínimo de dispositivos de controle a serem ajustados para corrigir violações de restrições operacionais.
- *Maximização do fluxo ativo através de um conjunto de circuitos.* Maximiza o fluxo ativo através de um conjunto de circuitos na configuração base e viabiliza em configurações de contingência.
- *Maximização da carga em um conjunto de barras.* Maximiza a carga em um conjunto de barras, mantendo o mesmo fator de potência da carga e viabiliza no caso base e nas configurações de contingência.
- *Maximização da potência transferida entre duas barras.* Maximiza a potência transferida entre duas barras, mantendo a viabilidade no caso base e nas configurações de contingência.
- *Maximização da planicidade do perfil de tensão.* Garante um perfil de tensão plano para o sistema, ou seja, maximiza a planicidade do perfil de tensão.
- *Minimização das diferenças de magnitude de tensão.* Minimiza os desvios de tensão entre barras diretamente conectadas.

Para otimizar (minimizar ou maximizar) a função objetivo especificada, as seguintes variáveis de controle podem ser usadas:

- Potência reativa proveniente de bancos de capacitores e indutores chaveáveis, compensadores síncronos, compensadores estáticos, etc;
- Tapes de transformadores com dispositivo LTC;
- Tensão terminal de geradores;
- Potência ativa de geradores;
- Ângulo dos defasadores controlando fluxo ativo;
- Corte de carga, etc.

O conjunto de restrições geralmente é constituído por:

- Limites em tensões de barras;
- Limites de fluxos em circuitos (MW e MVar);
- Limites em tapes de transformadores com dispositivo LTC;
- Limites nos ângulos de defasadores;
- Limites de geração de potência ativa e de potência reativa;
- Limites nas injeções de potência reativa de fontes em paralelo controláveis;
- Intercâmbio de potência ativa e reativa entre áreas, etc.

Além do caso base, a solução também pode contemplar a operação do sistema sob contingências, tais como:

- Perda de circuito (linha de transmissão ou transformador)
- Perda de gerador;
- Adição de circuito (reconfiguração), etc.

1.3 Motivações para a Pesquisa

Apesar de décadas de pesquisa e desenvolvimento na área de FPO, desde o trabalho de Carpentier na década de 1960 (CARPENTIER, 1962), há amplas possibilidades de estudos adicionais nesta área, mesmo considerando formulações clássicas de FPO, como a minimização de perdas elétricas. Novos desenvolvimentos ocorrem tanto na formulação de novos problemas de FPO quanto no desenvolvimento de algoritmos de otimização mais eficientes para resolver os problemas formulados, em aspectos de rapidez de convergência e robustez (SOUSA; TORRES, 2008; SIMONI, 2014). Atualmente, existem algoritmos de otimização bastante eficientes para resolver problemas de FPO de larga escala, como os métodos de pontos interiores da classe primal-dual de barreira logarítmica. A reestruturação de SEPs requer a modelagem de novos objetivos operacionais, novos equipamentos, novas fontes de geração, modelos de carga, restrições operacionais, dispositivos de controle, etc. Neste contexto, em (FILHO, 2018) é realizada uma análise comparativa das soluções de perda mínima na transmissão com as soluções de desvio mínimo de tensão entre barras diretamente conectadas e de máxima planicidade do perfil de tensão.

As análises realizadas em (FILHO, 2018) foram motivadas pelo fato de que a solução de perda mínima na transmissão é geralmente associada a um perfil de tensão relativamente plano. Isso ocorre porque as perdas são reduzidas quando as correntes através dos circuitos são reduzidas. Por sua vez, as correntes são reduzidas quando as tensões são aumentadas e os fluxos de potência reativa são reduzidos. Os fluxos de potência reativa podem ser reduzidos quando as diferenças de magnitude de tensão nos terminais dos circuitos são reduzidas. Assim, as seguintes perguntas podem ser feitas: como as soluções para perda mínima na transmissão e desvio mínimo de tensão entre barras eletricamente vizinhas (diretamente conectadas) se comparam em termos de perfil de tensão? Como as soluções para perda mínima na transmissão e máxima planicidade do perfil de tensão (diferença mínima nas magnitudes de tensão das barras para a tensão nominal de 1 p.u.) se comparam em termos de perfil de tensão? Como as soluções para perda mínima na transmissão e desvio mínimo de tensão entre barras eletricamente vizinhas se comparam em termos de perdas na transmissão? Como as soluções para perda mínima na transmissão e máxima planicidade do perfil de tensão se comparam em termos de perdas na transmissão? Como as soluções para desvio mínimo de tensão entre barras eletricamente vizinhas e máxima planicidade do perfil de tensão se comparam em termos de perfil de tensão e perdas na transmissão?

Essas questões foram abordadas e respondidas em (FILHO, 2018), mas não foram esgotadas. Questões importantes precisam ser avaliadas e são objeto de estudo neste TCC. Primeiro, as análises realizadas em (FILHO, 2018) consideram o modelo de carga de potência constante. Portanto, a minimização das perdas na transmissão é equivalente à minimização da injeção de potência ativa na barra de folga. Este trabalho contribui com uma análise da consideração do modelo de carga ZIP, ou seja, com uma parte da carga tipo impedância constante, uma segunda parte tipo corrente constante e uma terceira parte tipo potência constante. Segundo, considerando a carga de potência variável, dependente da tensão, a minimização da potência injetada na barra de folga não é mais equivalente à minimização das perdas na transmissão. Terceiro, esta pesquisa analisa as características do vetor gradiente e da matriz Hessiana da função perdas na transmissão visando a implementação desta função objetivo no contexto da solução de FPO por métodos de pontos interiores. Em quarto lugar, a pesquisa propõe comparar as soluções para as funções objetivo perda mínima na transmissão, desvio mínimo de tensão entre barras diretamente conectadas e máxima planicidade do perfil de tensão, considerando o modelo de carga de potência constante e o modelo de carga ZIP.

1.4 Objetivos da Pesquisa

O objetivo principal da pesquisa é avaliar diferentes funções objetivo relacionadas ao controle do perfil de tensão. As comparações têm como indicadores as perdas na transmissão, o perfil de magnitude de tensão e a compensação *shunt* de reativo.

Os objetivos específicos da pesquisa são os seguintes:

- Avaliar particularidades das funções objetivo estudadas para implementações eficientes nos algoritmos de solução do FPO baseado nos métodos de pontos interiores, em especial, quanto ao cálculo de gradientes e Hessianas, e propor estratégias de implementação quando pertinentes.
- Avaliar as implicações do modelo de carga ZIP na implementação das funções de restrições de balanço de potência ativa e potência reativa.
- Analisar e comparar as soluções para as funções relacionadas a minimização de perdas, como a função perdas na transmissão e a função de injeção de potência na barra de folga. Os indicadores para a comparação são perfil de magnitude de tensão, perdas na transmissão e compensação *shunt* de reativo.
- Analisar o impacto do modelo de carga na minimização de perdas e no perfil de tensão.
- Comparar as soluções de mínima perda na transmissão, desvio mínimo de tensão entre barras diretamente conectadas e máxima planicidade do perfil de tensão, considerando o modelo de carga potência constante e o modelo de carga ZIP.
- Avaliar de forma simples, quantificando o número de iterações e o tempo de processamento para a convergência, o desempenho computacional dos algoritmos de pontos interiores dos problemas de FPO.

1.5 Composição do Trabalho de Conclusão do Curso

Este trabalho está organizado em seis capítulos e dois apêndices, descritos a seguir:

- Capítulo 1: Aborda brevemente o problema de otimização da operação de SEPs, apresenta a forma geral do problema de FPO e descreve a motivação e os objetivos da pesquisa do TCC.
- Capítulo 2: Apresenta o modelo matemático dos principais componentes da rede elétrica (linhas de transmissão, transformadores e cargas) para estudos em regime permanente, as equações de injeções de potência nas barras e de fluxos de potência na rede e as formulações para minimização de perdas na transmissão, minimização de desvios de tensão entre barras diretamente conectadas e maximização da planicidade do perfil de tensão, formulações de FPO que são objeto de estudo deste TCC.
- Capítulo 3: Apresenta as equações dos métodos de pontos interiores para programação não linear (o método primal-dual de pontos interiores de barreira logarítmica e sua variante tipo preditor-corretor) que são usados para resolver os problemas de FPO formulados no Capítulo 2.
- Capítulo 4: Descreve os estudos de caso e as motivações por trás da pesquisa do TCC. Em particular, descreve a implementação computacional das funções objetivo utilizadas nos estudos de caso do TCC e propõe um procedimento para implementação eficiente da função objetivo perdas na transmissão.

- Capítulo 5: Apresenta o programa computacional PSOpt usado nas simulações, os sistemas teste IEEE 30, 57, 118 e 300 barras e discute extensivamente os resultados numéricos obtidos por meio do programa PSOpt para todos os estudos de caso planejados.
- Capítulo 6: Apresenta as conclusões finais da pesquisa do TCC, e indica algumas sugestões de trabalhos futuros de pesquisa nesta área.
- Apêndice A: Descreve as funcionalidades do programa PSOpt, servindo como um manual do usuário do programa.
- Apêndice B: Descreve a estrutura de dados do programa PSOpt, útil para obtenção de informações para avaliação de resultados.

Problemas de Fluxo de Potência Ótimo

2.1 Considerações Iniciais

Otimização pode ser definida como a ciência de determinar as “melhores” soluções para determinados problemas formulados matematicamente, geralmente modelos matemáticos de realizações físicas. Problemas de otimização ocorrem sempre que há necessidade de minimizar ou maximizar uma função objetivo, que depende de um conjunto de variáveis de decisão enquanto satisfaz um conjunto de restrições impostas à escolha de variáveis. O FPO é uma ferramenta computacional sofisticada que usa técnicas avançadas de otimização para determinar o estado operacional ótimo do SEP, minimizando ou maximizando um dado índice de desempenho do sistema enquanto satisfaz um conjunto de restrições impostas à operação. O texto a seguir refere-se de maneira próxima ao relatório técnico (TORRES, 2023), de uma série de relatórios produzidos no LOASP (Laboratório de Otimização Aplicada à Sistemas de Potência), onde esta pesquisa de TCC é desenvolvida.

2.2 Modelagem da Rede Elétrica

De fundamental importância para a formulação matemática de uma grande variedade de problemas no planejamento da operação de redes elétricas, como problemas de fluxo de potência ótimo (FPO), são as equações básicas do problema convencional de cálculo de fluxo de potência em redes elétricas, ou seja, o fluxo de potência não otimizado. Para desenvolver as equações para cálculo de fluxo de potência, são inicialmente apresentados os modelos dos componentes básicos da rede elétrica: linhas de transmissão, transformadores em-fase e defasadores, cargas e geradores (MONTICELLI, 1983).

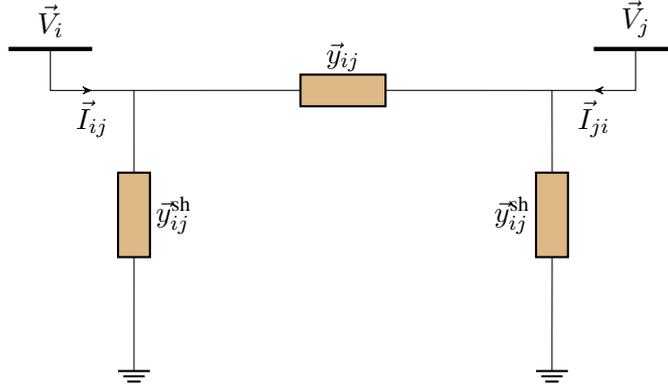
2.2.1 Linhas de Transmissão

Em estudos de fluxo de potência, as linhas de transmissão são geralmente modeladas pelo circuito Π equivalente ilustrado na Figura 2.1, em que $\vec{V}_i = V_i e^{j\theta_i}$ é a tensão complexa da barra i , $\vec{V}_j = V_j e^{j\theta_j}$ é a tensão complexa da barra j , $\vec{y}_{ij} = g_{ij} + jb_{ij}$ representa a admitância série da linha e $\vec{y}_{ij}^{sh} = jb_{ij}^{sh}$ representa o efeito do carregamento capacitivo da linha (metade do carregamento total concentrado em cada terminal).

Podemos deduzir da Figura 2.1 que a corrente complexa que flui da barra i para a barra j é calculada por:

$$\begin{aligned} \vec{I}_{ij} &= \vec{y}_{ij}^{sh} \vec{V}_i + \vec{y}_{ij} (\vec{V}_i - \vec{V}_j) \\ &= (\vec{y}_{ij} + \vec{y}_{ij}^{sh}) \vec{V}_i - \vec{y}_{ij} \vec{V}_j. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Figura 2.1: Circuito II de linhas de transmissão



Fonte: (TORRES, 2023).

Da mesma forma, a corrente complexa que flui da barra j para a barra i é calculada por:

$$\begin{aligned}\vec{I}_{ji} &= \vec{y}_{ij}^{sh} \vec{V}_j + \vec{y}_{ij} (\vec{V}_j - \vec{V}_i) \\ &= -\vec{y}_{ij} \vec{V}_i + (\vec{y}_{ij} + \vec{y}_{ij}^{sh}) \vec{V}_j.\end{aligned}\quad (2.2)$$

Na forma matricial, temos as relações entre os fluxos de corrente \vec{I}_{ij} e \vec{I}_{ji} e as tensões de barra \vec{V}_i e \vec{V}_j dadas por:

$$\begin{bmatrix} \vec{I}_{ij} \\ \vec{I}_{ji} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\vec{y}_{ij} + \vec{y}_{ij}^{sh}) & -\vec{y}_{ij} \\ -\vec{y}_{ij} & (\vec{y}_{ij} + \vec{y}_{ij}^{sh}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{V}_i \\ \vec{V}_j \end{bmatrix}.\quad (2.3)$$

A potência complexa que flui da barra i para a barra j é calculada por:

$$\begin{aligned}\vec{S}_{ij} &= \vec{V}_i \vec{I}_{ij}^* = \vec{V}_i [(\vec{y}_{ij} + \vec{y}_{ij}^{sh}) \vec{V}_i - \vec{y}_{ij} \vec{V}_j]^* \\ &= \vec{V}_i [\vec{y}_{ij} (\vec{V}_i - \vec{V}_j) + \vec{y}_{ij}^{sh} \vec{V}_i]^*.\end{aligned}\quad (2.4)$$

A potência complexa que flui da barra j para a barra i é calculada por:

$$\begin{aligned}\vec{S}_{ji} &= \vec{V}_j \vec{I}_{ji}^* = \vec{V}_j [-\vec{y}_{ij} \vec{V}_i + (\vec{y}_{ij} + \vec{y}_{ij}^{sh}) \vec{V}_j]^* \\ &= \vec{V}_j [\vec{y}_{ij} (\vec{V}_j - \vec{V}_i) + \vec{y}_{ij}^{sh} \vec{V}_j]^*.\end{aligned}\quad (2.5)$$

Na forma matricial, temos as relações entre os fluxos de potência complexa \vec{S}_{ij} e \vec{S}_{ji} e as tensões de barra \vec{V}_i e \vec{V}_j dadas por:

$$\begin{bmatrix} \vec{S}_{ij} \\ \vec{S}_{ji} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{V}_i & 0 \\ 0 & \vec{V}_j \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} (\vec{y}_{ij} + \vec{y}_{ij}^{sh}) & -\vec{y}_{ij} \\ -\vec{y}_{ij} & (\vec{y}_{ij} + \vec{y}_{ij}^{sh}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{V}_i \\ \vec{V}_j \end{bmatrix} \right)^*.\quad (2.6)$$

Escrevendo a equação (2.6) na forma retangular, temos:

$$\begin{aligned}\vec{S}_{ij} &= V_i e^{j\theta_i} [(g_{ij} + jb_{ij} + jb_{ij}^{sh}) V_i e^{j\theta_i} - (g_{ij} + jb_{ij}) V_j e^{j\theta_j}]^* \\ &= V_i e^{j\theta_i} [(g_{ij} - jb_{ij} - jb_{ij}^{sh}) V_i e^{-j\theta_i} - (g_{ij} - jb_{ij}) V_j e^{-j\theta_j}] \\ &= V_i^2 [g_{ij} - j(b_{ij} + b_{ij}^{sh})] - V_i V_j (g_{ij} - jb_{ij}) e^{j(\theta_i - \theta_j)} \\ &= V_i^2 g_{ij} - jV_i^2 (b_{ij} + b_{ij}^{sh}) - V_i V_j (g_{ij} - jb_{ij}) (\cos \theta_{ij} + j \sen \theta_{ij}) \\ &= V_i^2 g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sen \theta_{ij}) - j[V_i^2 (b_{ij} + b_{ij}^{sh}) + V_i V_j (g_{ij} \sen \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})]\end{aligned}\quad (2.7)$$

Como

$$\vec{S}_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij}\quad (2.8)$$

os fluxos de potência ativa e potência reativa, no sentido da barra i para a barra j , são calculados por:

$$P_{ij} = V_i^2 g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (2.9)$$

$$Q_{ij} = -V_i^2 (b_{ij} + b_{ij}^{sh}) - V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (2.10)$$

E no sentido da barra j para a barra i , por:

$$P_{ji} = V_j^2 g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (2.11)$$

$$Q_{ji} = -V_j^2 (b_{ij} + b_{ij}^{sh}) + V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (2.12)$$

em que g_{ij} , b_{ij} e b_{ij}^{sh} são, respectivamente, a condutância série, a susceptância série e a susceptância shunt do circuito ij .

A partir dos fluxos de potência ativa (2.9) e (2.11), em sentidos opostos, calculamos a perda de potência ativa no circuito ij , como:

$$P_{L_{ij}} = P_{ij} + P_{ji} = g_{ij}(V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j \cos \theta_{ij}). \quad (2.13)$$

As perdas ativas globais no sistema de transmissão são calculadas como a soma das perdas ativas em todos os circuitos do sistema, ou seja,

$$P_L = \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}} P_{L_{ij}} = \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}} g_{ij}(V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j \cos \theta_{ij}), \quad (2.14)$$

em que \mathcal{B} é o conjunto de pares ordenados (i,j) das barras terminais de todos os circuitos (linhas e transformadores). Podemos considerar uma restrição para as linhas de transmissão, a qual é o limite de carregamento máximo em decorrência do efeito Joule.

2.2.2 Transformadores

Os transformadores de potência fazem parte dos equipamentos elétricos mais importantes do SEP. Há duas configurações básicas, que são: transformador em-fase e transformador defasador. A primeira configuração é responsável por elevar e abaixar o nível de tensão, permitindo assim a transmissão em corrente alternada. A segunda configuração, ao adicionar um ângulo entre duas barras da rede, permite a alteração do fluxo de potência ativa em um trecho do circuito, além da alteração do nível de tensão no circuito em que estão inseridos. Duas restrições relacionadas ao transformador podem ser consideradas, a saber, seu limite máximo de carregamento e o limite físico de excursão de seu tape.

Uma representação geral de transformadores (em-fase e defasadores) é ilustrada na Figura 2.2, que consiste em uma admitância série \vec{y}_{ij} e um autotransformador ideal com relação de transformação complexa na forma $1 : \vec{t}_{ij}$, ou seja, o tape \vec{t}_{ij} no lado da admitância série. Temos que $\vec{t}_{ij} = t_{ij} e^{j\varphi_{ij}}$, sendo $\varphi_{ij} = 0$ no caso de transformadores em-fase.

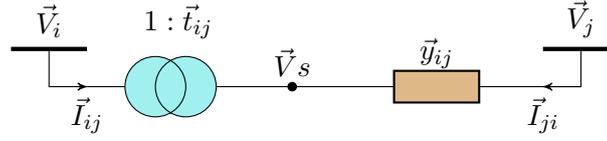
Para a representação dos transformadores da Figura 2.2, em que o tape está do lado da admitância série \vec{y}_{ij} , a relação entre as tensões das barras terminais do transformador ideal é a seguinte:

$$\frac{\vec{V}_s}{\vec{V}_i} = \vec{t}_{ij}. \quad (2.15)$$

Como as potências complexas na entrada e na saída do transformador ideal devem ser iguais, temos então:

$$\vec{V}_i \vec{I}_{ij}^* + \vec{V}_s \vec{I}_{ji}^* = 0. \quad (2.16)$$

Figura 2.2: Representação geral de transformadores



Fonte: (TORRES, 2023).

Podemos agora, a partir das relações (2.15) e (2.16), deduzir a relação entre as correntes complexas \vec{I}_{ij} e \vec{I}_{ji} injetadas nos terminais do transformador, como:

$$\frac{\vec{I}_{ij}}{\vec{I}_{ji}} = -\frac{\vec{V}_s^*}{\vec{V}_i^*} = -\vec{t}_{ij}^*. \quad (2.17)$$

Podemos deduzir, da Figura 2.2, que a corrente complexa que flui da barra j para a barra i é dada por:

$$\vec{I}_{ji} = \vec{y}_{ij}(\vec{V}_j - \vec{V}_s). \quad (2.18)$$

Usando as expressões (2.17) e (2.18), calculamos a corrente complexa que flui da barra i para a barra j :

$$\vec{I}_{ij} = -\vec{t}_{ij}^* \vec{I}_{ji} = -\vec{t}_{ij}^* \vec{y}_{ij}(\vec{V}_j - \vec{V}_s). \quad (2.19)$$

Na forma matricial, temos as relações entre os fluxos de corrente \vec{I}_{ij} e \vec{I}_{ji} e as tensões de barra \vec{V}_i e \vec{V}_j na forma:

$$\begin{bmatrix} \vec{I}_{ij} \\ \vec{I}_{ji} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\vec{t}_{ij} \vec{t}_{ij}^*) \vec{y}_{ij} & -\vec{t}_{ij}^* \vec{y}_{ij} \\ -\vec{t}_{ij} \vec{y}_{ij} & \vec{y}_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{V}_i \\ \vec{V}_j \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

A potência complexa que flui da barra i para a barra j é calculada por:

$$\vec{S}_{ij} = \vec{V}_i \vec{I}_{ij}^* = \vec{V}_i (-\vec{t}_{ij}^* \vec{y}_{ij} (\vec{V}_j - \vec{V}_s))^* = \vec{V}_s^* (\vec{y}_{ij} (\vec{V}_s - \vec{V}_j))^*. \quad (2.21)$$

A potência complexa que flui da barra j para a barra i é calculada por:

$$\vec{S}_{ji} = \vec{V}_j \vec{I}_{ji}^* = \vec{V}_j (\vec{y}_{ij} (\vec{V}_j - \vec{V}_s))^*. \quad (2.22)$$

Na forma matricial, temos as relações entre os fluxos de potência complexa \vec{S}_{ij} e \vec{S}_{ji} e as tensões de barra \vec{V}_i e \vec{V}_j dadas por:

$$\begin{bmatrix} \vec{S}_{ij} \\ \vec{S}_{ji} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{V}_i & 0 \\ 0 & \vec{V}_j \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} (\vec{t}_{ij} \vec{t}_{ij}^*) \vec{y}_{ij} & -\vec{t}_{ij}^* \vec{y}_{ij} \\ -\vec{t}_{ij} \vec{y}_{ij} & \vec{y}_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{V}_i \\ \vec{V}_j \end{bmatrix} \right)^*. \quad (2.23)$$

Comparando as equações do transformador (2.20) e (2.23) com as equações da linha de transmissão (2.3) e (2.6), podemos deduzir as seguintes equações gerais para os fluxos de corrente e potência complexa:

$$\begin{bmatrix} \vec{I}_{ij} \\ \vec{I}_{ji} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\vec{t}_{ij} \vec{t}_{ij}^*) \vec{y}_{ij} + \vec{y}_{ij}^{sh} & -\vec{t}_{ij}^* \vec{y}_{ij} \\ -\vec{t}_{ij} \vec{y}_{ij} & (\vec{y}_{ij} + \vec{y}_{ij}^{sh}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{V}_i \\ \vec{V}_j \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$\begin{bmatrix} \vec{S}_{ij} \\ \vec{S}_{ji} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{V}_i & 0 \\ 0 & \vec{V}_j \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} (\vec{t}_{ij} \vec{t}_{ij}^*) \vec{y}_{ij} + \vec{y}_{ij}^{sh} & -\vec{t}_{ij}^* \vec{y}_{ij} \\ -\vec{t}_{ij} \vec{y}_{ij} & (\vec{y}_{ij} + \vec{y}_{ij}^{sh}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{V}_i \\ \vec{V}_j \end{bmatrix} \right)^*, \quad (2.25)$$

em que:

- $t_{ij} = 1$ e $\varphi_{ij} = 0$, no caso de linhas de transmissão;
- $\vec{y}_{ij}^{sh} = 0$ e $\varphi_{ij} = 0$, no caso de transformadores em-fase;
- $\vec{y}_{ij}^{sh} = 0$ e $t_{ij} = 1$, no caso de defasadores puros;
- $\vec{y}_{ij}^{sh} = 0$, no caso de transformadores defasadores.

2.2.3 Cargas e Geradores

Os geradores são modelados por meio de uma injeção constante de potência ativa na barra. Além disso, há restrições quanto às potências máxima e mínima, essas restrições são visualizadas por meio da curva de capacidade das máquinas síncronas. Esse modelo é justificado com base nas características dos reguladores de velocidade e reguladores automáticos de tensão, onde observamos que o controle de tensão é mais rápido que o controle de velocidade. Além da consideração de frequência constante.

A modelagem de carga apresentada aqui segue a modelagem disponível em (KUNDUR, 1994). As cargas são modeladas por meio de uma injeção constante de potência ativa na barra. Elas podem ser puramente capacitivas ou puramente indutivas. Durante a operação, o controle de tensão deve ser realizado considerando o nível de carga. Em situações de carga leve, é natural que haja aumentos nas tensões de barra. Uma solução possível é inserir um banco de reatores *shunt* para mitigar esse aumento de tensão. Por outro lado, em situações de carga pesada, é natural que haja reduções nas tensões de barra. Uma solução possível é inserir um banco de capacitores *shunt* para elevar esse nível de tensão.

Dentre os possíveis modelos de carga (KUNDUR, 1994), um que é amplamente utilizado é o modelo de carga baseado em regressão polinomial de segundo grau, conhecido como modelo ZIP, tendo em vista que considera que a potência ativa e reativa são formadas por três tipos de carga: uma parte de impedância constante (Z) (a carga varia com o quadrado da magnitude da tensão na barra), uma parte de corrente constante (I) (a carga varia linearmente com a magnitude da tensão na barra) e uma outra parte de potência constante (P) (a carga não varia com a magnitude da tensão na barra), conforme indicado nas equações a seguir:

$$P_{D_i}(V_i) = (a_p + b_p V_i + c_p V_i^2) P_{D_i}^0 \quad (2.26)$$

$$Q_{D_i}(V_i) = (a_q + b_q V_i + c_q V_i^2) Q_{D_i}^0 \quad (2.27)$$

em que $P_{D_i}^0$ e $Q_{D_i}^0$ são as cargas ativa e reativa, respectivamente, na tensão nominal de 1 p.u., e os fatores a , b e c são parcelas de carga, com $a + b + c = 1$, de forma que:

$$\begin{cases} a = 1 \text{ e } b = c = 0 & \text{carga tipo potência constante} \\ b = 1 \text{ e } a = c = 0 & \text{carga tipo corrente constante} \\ c = 1 \text{ e } a = b = 0 & \text{carga tipo impedância constante.} \end{cases}$$

2.2.4 Equações de Balanço de Potência

A potência líquida injetada em uma barra é definida como a diferença entre a geração total e a carga total daquela barra. Essa potência também é a soma das potências que fluem nos circuitos que têm aquela barra como um de seus terminais. Ou seja,

$$\vec{S}_i = \vec{S}_i^G - \vec{S}_i^D = \sum_{j \in \Omega_i} \vec{S}_{ji} - \sum_{k \in \Omega_i} \vec{S}_{ik}. \quad (2.28)$$

em que Ω_i é o conjunto dos índices das barras adjacentes a barra i . A potência complexa líquida injetada na barra i também é calculada por:

$$\vec{S}_i = \vec{V}_i \vec{I}_i^* \quad (2.29)$$

em que \vec{I}_i é a corrente líquida injetada na barra i , a i -ésima componente no vetor \vec{I} da equação de rede:

$$\vec{Y} \vec{V} = \vec{I}. \quad (2.30)$$

Temos de (2.29) e (2.30) que as potências complexas líquidas injetadas nas barras i e j são calculadas por:

$$\vec{S}_i = \vec{V}_i \left(\sum_{k \in \mathcal{I}} \vec{Y}_{ik} \vec{V}_k \right)^* \quad (2.31)$$

$$\vec{S}_j = \vec{V}_j \left(\sum_{k \in \mathcal{J}} \vec{Y}_{jk} \vec{V}_k \right)^* \quad (2.32)$$

em que \vec{Y}_{ik} e \vec{Y}_{jk} são elementos da matriz admitância de barra \vec{Y} ; \mathcal{I} é o conjunto dos índices das barras adjacentes a barra i , incluindo a própria barra i , e \mathcal{J} é o conjunto dos índices das barras adjacentes a barra j , incluindo a própria barra j . As formulações matemáticas do problema de fluxo de potência CA (corrente alternada) fazem uso das equações de balanço de potência ativa e de potência reativa nas barras do sistema. Portanto, é necessário identificar os componentes reais (potência ativa) e imaginários (potência reativa) das injeções de potência complexa. Para isso, escrevemos a equação (2.31) na forma retangular:

$$\begin{aligned} \vec{S}_i &= V_i e^{j\theta_i} \left(\sum_{j \in \mathcal{I}} (G_{ij} + jB_{ij}) V_j e^{j\theta_j} \right)^* \\ &= V_i \sum_{j \in \mathcal{I}} V_j (G_{ij} - jB_{ij}) (\cos \theta_{ij} + j \sin \theta_{ij}) \\ &= V_i \sum_{j \in \mathcal{I}} V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) + j V_i \sum_{j \in \mathcal{I}} V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}), \end{aligned} \quad (2.33)$$

em que V_i e θ_i são, respectivamente, a magnitude e o ângulo de fase da tensão complexa da barra i , $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$, G_{ij} é o elemento ij da matriz de condutância de barra G e B_{ij} é o elemento ij da matriz de susceptância de barra B . Os tapes de transformadores estão implicitamente presentes em elementos das matrizes G e B . Como $\vec{S}_i = P_i + jQ_i$, temos

$$P_i = V_i \sum_{j \in \mathcal{I}} V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (2.34)$$

$$Q_i = V_i \sum_{j \in \mathcal{I}} V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}). \quad (2.35)$$

As equações de injeção de potência nas barras e de fluxo nos circuitos formam a base para o desenvolvimento dos modelos de fluxo de potência convencional e fluxo de potência ótimo.

2.3 Formulações de Fluxo de Potência Ótimo

Um problema FPO pode ser formulado matematicamente de várias maneiras. Esta seção apresenta formulações de cinco variantes importantes nessa ampla família de problemas de otimização, a saber: (a) minimização de perdas ativas no sistema de transmissão, também conhecida como despacho de potência reativa; (b) minimização do corte de carga; (c) maximização do carregamento do sistema; (d) maximização da planicidade do perfil de tensão e (e) minimização de diferenças de magnitude de tensão. Antes de formular esses problemas, algumas definições são introduzidas.

Os seguintes conjuntos de índices são usados neste documento. \mathcal{N} é o conjunto de todas as barras do sistema, $\tilde{\mathcal{N}}$ o conjunto de todas as barras exceto a barra de folga, \mathcal{G} o conjunto de barras de geração, \mathcal{F} o conjunto de barras de carga com fontes de reativo em paralelo fixas, e \mathcal{E} o conjunto de barras de carga

elegíveis para controle de reativo. Representamos por \mathcal{I} o conjunto de todas as barras que estão diretamente conectadas à barra i . O conjunto de pares de índices ordenados:

$$\mathcal{B} = \{(i,j) \mid i \in \mathcal{N}, j \in \mathcal{I} \text{ e } j > i\}$$

é definido como o conjunto de pares de barras terminais de todos os ramos (linhas de transmissão e transformadores) do sistema. $\mathcal{T} \subset \mathcal{B}$ é definido como o conjunto de barras terminais (i,j) dos transformadores com dispositivos LTC.

2.3.1 Minimização de Perdas Ativas na Transmissão

O problema de minimização de perdas de potência ativa no sistema de transmissão, conforme formulado nesta seção, apresenta como restrições: as equações básicas de balanço de potência ativa e reativa nas barras; os limites de operação em relação aos níveis de tensão e geração reativa dos geradores; e os limites físicos das susceptâncias em paralelo e tapes de transformadores. Supomos que as gerações de potência ativa em todas as barras do sistema, exceto na barra de folga, sejam conhecidas e permaneçam fixas nos valores definidos pelo despacho econômico (DE) de geração. Ou seja, as gerações de potência ativa não são consideradas como variáveis do problema, exceto, obviamente, a geração na barra de folga.

As variáveis de controle (que podem ser manipuladas diretamente pelo operador) são: tensões terminais de geradores, susceptâncias em paralelo de capacitores e reatores e tapes de transformadores com dispositivo LTC. As variáveis de estado ou dependentes são: tensões nas barras de carga, ângulo de fase das tensões nodais e potência reativa dos geradores. O problema de minimizar as perdas ativas no sistema de transmissão pode ser expresso matematicamente da seguinte forma:

$$\text{Minimize } P_L(V,\theta,t) \quad (2.36a)$$

$$\text{sujeito a } P_i(V,\theta,t) + P_{D_i}(V_i) - P_{G_i} = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{N} \quad (2.36b)$$

$$Q_i(V,\theta,t) + Q_{D_i}(V_i) - Q_{G_i} = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{G} \quad (2.36c)$$

$$Q_i(V,\theta,t) + Q_{D_i}(V_i) - Q_{G_i} = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{F} \quad (2.36d)$$

$$Q_i(V,\theta,t) + Q_{D_i}(V_i) - Q_{G_i} - b_i^{sh} V_i^2 = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{E} \quad (2.36e)$$

$$F_{ij}(V,\theta,t) - f_{ij} = 0 \quad \{(i,j)\} \subseteq \mathcal{B} \quad (2.36f)$$

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{N} \quad (2.36g)$$

$$t_{ij}^{\min} \leq t_{ij} \leq t_{ij}^{\max} \quad \{(i,j)\} \subseteq \mathcal{T} \quad (2.36h)$$

$$P_i^{\min} \leq P_{G_i} \leq P_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{G} \quad (2.36i)$$

$$Q_i^{\min} \leq Q_{G_i} \leq Q_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{G} \quad (2.36j)$$

$$b_i^{\min} \leq b_i^{sh} \leq b_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{E} \quad (2.36k)$$

$$f_{ij}^{\min} \leq f_{ij} \leq f_{ij}^{\max} \quad \{(i,j)\} \subseteq \mathcal{B} \quad (2.36l)$$

em que P_{D_i} denota a demanda de potência ativa, P_{G_i} a geração de potência ativa, Q_{D_i} a demanda de potência reativa, Q_{G_i} a geração de potência reativa, b_i^{sh} a susceptância da compensação de reativo em paralelo controlável e f_{ij} o fluxo no ramo ij (potência aparente, potência ativa, potência reativa ou corrente). Para reduzir o número de restrições do problema, os limites de fluxo são considerados apenas para um subconjunto dos ramos, aqueles considerados mais críticos.

O primeiro grupo de restrições impõe o balanço de potência ativa nas barras, e o segundo, terceiro e quarto grupos impõem o balanço de potência reativa. As desigualdades representam os limites físicos

das susceptâncias em paralelo e tapes de transformadores, bem como os limites operacionais em relação a magnitudes de tensão, potência reativa de geradores e fluxos nas linhas e transformadores. Podemos observar que as equações básicas do problema de fluxo de potência convencional fazem parte do conjunto de restrições do problema (2.36). Outras restrições de igualdade podem ser incorporadas à formulação, como, por exemplo, restrições de controle de intercâmbio entre áreas.

Alternativamente, podemos definir uma função objetivo que considere as perdas de potência ativa apenas em uma determinada área do sistema, ou seja,

$$\text{Minimize} \quad \sum_{(i,j) \in \Omega} P_{ij} + P_{ji} \quad (2.37)$$

em que Ω é o conjunto de índices das barras terminais dos circuitos que definem a área onde as perdas devem ser minimizadas. A função objetivo também pode ser definida como as perdas de potência reativa no sistema ou em uma determinada área do sistema. Este objetivo tem vários efeitos benéficos (STOTT; ALSAC; MONTICELLI, 1987). Quase minimiza as perdas ativas, mantém o perfil de tensão plano e quase maximiza a reserva de potência reativa dos geradores.

2.3.2 Minimização do Corte de Carga

Em diversas situações na operação de um sistema elétrico de potência, esquemas de corte de carga são usados para reduzir a carga atual do sistema a um nível tal que possa ser suprida com segurança pela geração e pela topologia disponível da rede. Este tipo de situação pode ocorrer, por exemplo, quando um sistema fortemente carregado é submetido à perda de equipamentos importantes, como linha de transmissão, transformador ou gerador. Em outras palavras, quando esse sistema é submetido à contingências. O problema de minimização do corte de carga consiste em determinar o corte de carga mínimo necessário para restaurar a viabilidade da operação, ou mesmo para restaurar a “solubilidade” das equações de balanço de potência nas barras que não teriam solução. Uma formulação para este problema, entre várias possíveis, é a seguinte:

$$\text{Minimize} \quad \sigma \quad (2.38a)$$

$$\text{sujeito a} \quad P_i(V, \theta, t) + P_{D_i}^0(1 - \sigma) - P_{G_i} = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{N} \quad (2.38b)$$

$$Q_i(V, \theta, t) + Q_{D_i}^0(1 - \sigma) - Q_{G_i} = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{G} \quad (2.38c)$$

$$Q_i(V, \theta, t) + Q_{D_i}^0(1 - \sigma) - Q_{G_i} = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{F} \quad (2.38d)$$

$$Q_i(V, \theta, t) + Q_{D_i}^0(1 - \sigma) - Q_{G_i} - b_i^{sh} V_i^2 = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{E} \quad (2.38e)$$

$$F_{ij}(V, \theta, t) - f_{ij} = 0 \quad \{(i, j)\} \subseteq \mathcal{B} \quad (2.38f)$$

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{N} \quad (2.38g)$$

$$t_{ij}^{\min} \leq t_{ij} \leq t_{ij}^{\max} \quad \{(i, j)\} \subseteq \mathcal{T} \quad (2.38h)$$

$$P_i^{\min} \leq P_{G_i} \leq P_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{G} \quad (2.38i)$$

$$Q_i^{\min} \leq Q_{G_i} \leq Q_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{G} \quad (2.38j)$$

$$b_i^{\min} \leq b_i^{sh} \leq b_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{E} \quad (2.38k)$$

$$f_{ij}^{\min} \leq f_{ij} \leq f_{ij}^{\max} \quad \{(i, j)\} \subseteq \mathcal{B} \quad (2.38l)$$

em que σ é o fator de corte de carga nas barras, e $P_{D_i}^0$ e $Q_{D_i}^0$ são as demandas originais de potência ativa e reativa, ou seja, as demandas anteriores à ocorrência da contingência. Para diferenciar os consumidores em

caso de corte de carga, podemos considerar a formulação:

$$\text{Minimize } \sum_{i \in \mathcal{N}} w_i \sigma_i \quad (2.39a)$$

$$\text{sujeito a } P_i(V, \theta, t) + P_{D_i}^0(1 - \sigma_i) - P_{G_i} = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{N} \quad (2.39b)$$

$$Q_i(V, \theta, t) + Q_{D_i}^0(1 - \sigma_i) - Q_{G_i} = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{G} \quad (2.39c)$$

$$Q_i(V, \theta, t) + Q_{D_i}^0(1 - \sigma_i) - Q_{G_i} = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{F} \quad (2.39d)$$

$$Q_i(V, \theta, t) + Q_{D_i}^0(1 - \sigma_i) - Q_{G_i} - b_i^{sh} V_i^2 = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{E} \quad (2.39e)$$

$$F_{ij}(V, \theta, t) - f_{ij} = 0 \quad \{(i, j)\} \subseteq \mathcal{B} \quad (2.39f)$$

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{N} \quad (2.39g)$$

$$t_{ij}^{\min} \leq t_{ij} \leq t_{ij}^{\max} \quad \{(i, j)\} \subseteq \mathcal{T} \quad (2.39h)$$

$$P_i^{\min} \leq P_{G_i} \leq P_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{G} \quad (2.39i)$$

$$Q_i^{\min} \leq Q_{G_i} \leq Q_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{G} \quad (2.39j)$$

$$b_i^{\min} \leq b_i^{sh} \leq b_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{E} \quad (2.39k)$$

$$f_{ij}^{\min} \leq f_{ij} \leq f_{ij}^{\max} \quad \{(i, j)\} \subseteq \mathcal{B} \quad (2.39l)$$

em que ω_i é um coeficiente de ponderação da importância da barra i no valor do corte. O mesmo parâmetro de corte de carga, σ ou σ_i , é usado para cortar a carga ativa $P_{D_i}^0$ e a carga reativa $Q_{D_i}^0$, preservando o fator de potência da carga. Observamos também que as cargas são modeladas como potência constante; a modelagem de carga, entretanto, desempenha um papel importante na análise de instabilidade.

2.3.3 Maximização do Carregamento do Sistema

Para qualquer estado operacional viável de um sistema, o problema de maximizar o carregamento do sistema é determinar o crescimento máximo de carga que o sistema pode suportar (seja a carga total do sistema, a carga em uma determinada área, ou a carga em uma determinada barra, ou conjunto de barras), atendendo às restrições operacionais do sistema e equipamentos de consumidores. Um programa capaz de calcular o crescimento máximo de carga do sistema, sem considerar novos investimentos em geração e transmissão, é uma ferramenta muito valiosa em estudos de estabilidade de tensão. Dependendo de como o problema é formulado, sua solução pode ser usada para definir contratos com grandes consumidores, definir transações entre sistemas interconectados, etc.

Uma formulação particular do problema de maximização do carregamento do sistema é a seguinte:

$$\text{Maximize } \sigma \quad (2.40a)$$

$$\text{sujeito a } P_i(V, \theta, t) + P_{D_i}^0(1 + \sigma) - P_{G_i} = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{N} \quad (2.40b)$$

$$Q_i(V, \theta, t) + Q_{D_i}^0(1 + \sigma) - Q_{G_i} = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{G} \quad (2.40c)$$

$$Q_i(V, \theta, t) + Q_{D_i}^0(1 + \sigma) - Q_{G_i} = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{F} \quad (2.40d)$$

$$Q_i(V, \theta, t) + Q_{D_i}^0(1 + \sigma) - Q_{G_i} - b_i^{sh} V_i^2 = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{E} \quad (2.40e)$$

$$F_{ij}(V, \theta, t) - f_{ij} = 0 \quad \{(i, j)\} \subseteq \mathcal{B} \quad (2.40f)$$

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{N} \quad (2.40g)$$

$$t_{ij}^{\min} \leq t_{ij} \leq t_{ij}^{\max} \quad \{(i, j)\} \subseteq \mathcal{T} \quad (2.40h)$$

$$P_i^{\min} \leq P_{G_i} \leq P_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{G} \quad (2.40i)$$

$$Q_i^{\min} \leq Q_{G_i} \leq Q_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{G} \quad (2.40j)$$

$$b_i^{\min} \leq b_i^{sh} \leq b_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{E} \quad (2.40k)$$

$$f_{ij}^{\min} \leq f_{ij} \leq f_{ij}^{\max} \quad \{(i, j)\} \subseteq \mathcal{B} \quad (2.40l)$$

em que σ é o fator de crescimento da carga. Semelhante ao problema de minimização do corte de carga, diferentes crescimentos de carga nas barras podem ser considerados, resolvendo o problema:

$$\text{Maximize } \sum_{i \in \mathcal{N}} w_i \sigma_i \quad (2.41a)$$

$$\text{sujeito a } P_i(V, \theta, t) + P_{D_i}^0(1 + \sigma_i) - P_{G_i} = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{N} \quad (2.41b)$$

$$Q_i(V, \theta, t) + Q_{D_i}^0(1 + \sigma_i) - Q_{G_i} = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{G} \quad (2.41c)$$

$$Q_i(V, \theta, t) + Q_{D_i}^0(1 + \sigma_i) - Q_{G_i} = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{F} \quad (2.41d)$$

$$Q_i(V, \theta, t) + Q_{D_i}^0(1 + \sigma_i) - Q_{G_i} - b_i^{sh} V_i^2 = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{E} \quad (2.41e)$$

$$F_{ij}(V, \theta, t) - f_{ij} = 0 \quad \{(i, j)\} \subseteq \mathcal{B} \quad (2.41f)$$

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{N} \quad (2.41g)$$

$$t_{ij}^{\min} \leq t_{ij} \leq t_{ij}^{\max} \quad \{(i, j)\} \subseteq \mathcal{T} \quad (2.41h)$$

$$P_i^{\min} \leq P_{G_i} \leq P_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{G} \quad (2.41i)$$

$$Q_i^{\min} \leq Q_{G_i} \leq Q_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{G} \quad (2.41j)$$

$$b_i^{\min} \leq b_i^{sh} \leq b_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{E} \quad (2.41k)$$

$$f_{ij}^{\min} \leq f_{ij} \leq f_{ij}^{\max} \quad \{(i, j)\} \subseteq \mathcal{B} \quad (2.41l)$$

em que ω_i é um coeficiente de diferenciação da barra i no crescimento da carga. Notamos haver uma grande similaridade entre as formulações dos problemas de maximização do carregamento do sistema e minimização do corte de carga. A diferença fundamental diz respeito ao sinal do fator σ . As dificuldades numéricas que estes problemas impõem à técnica de otimização usada na solução são as mesmas.

Observamos que, para resolver os problemas (2.40) e (2.41), partimos de um estado operacional viável (ou seja, um estado no qual as restrições em (2.40) e (2.41) podem ser satisfeitas para $\sigma = 0$) e então o parâmetro σ é aumentado até que o conjunto viável de (2.40) e (2.41) no espaço definido por (V, θ, t) deixe de existir, pelo menos localmente, para o novo nível de carga: $(1 + \sigma)P_{Li}^0$ e $(1 + \sigma)Q_{Li}^0$. Portanto, o problema do crescimento máximo da carga lida com condições operacionais altamente não lineares.

2.3.4 Maximização da Planicidade do Perfil de Tensão

A minimização dos desvios de tensão em relação a um dado valor de tensão, como a tensão nominal de 1 p.u., pode ser usada para garantir um perfil de tensão plano para o sistema, ou seja, maximizar a planicidade do perfil de tensão. O problema pode ser formulado como:

$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^n (V_i - 1)^2 \quad (2.42a)$$

$$\text{sujeito a } P_i(V, \theta, t) + P_{D_i}(V_i) - P_{G_i} = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{N} \quad (2.42b)$$

$$Q_i(V, \theta, t) + Q_{D_i}(V_i) - Q_{G_i} = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{G} \quad (2.42c)$$

$$Q_i(V, \theta, t) + Q_{D_i}(V_i) - Q_{G_i} = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{F} \quad (2.42d)$$

$$Q_i(V, \theta, t) + Q_{D_i}(V_i) - Q_{G_i} - b_i^{sh} V_i^2 = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{E} \quad (2.42e)$$

$$F_{ij}(V, \theta, t) - f_{ij} = 0 \quad \{(i, j)\} \subseteq \mathcal{B} \quad (2.42f)$$

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{N} \quad (2.42g)$$

$$t_{ij}^{\min} \leq t_{ij} \leq t_{ij}^{\max} \quad \{(i, j)\} \subseteq \mathcal{T} \quad (2.42h)$$

$$P_i^{\min} \leq P_{G_i} \leq P_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{G} \quad (2.42i)$$

$$Q_i^{\min} \leq Q_{G_i} \leq Q_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{G} \quad (2.42j)$$

$$b_i^{\min} \leq b_i^{sh} \leq b_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{E} \quad (2.42k)$$

$$f_{ij}^{\min} \leq f_{ij} \leq f_{ij}^{\max} \quad \{(i, j)\} \subseteq \mathcal{B} \quad (2.42l)$$

2.3.5 Minimização das Diferenças de Magnitude de Tensão

Alternativamente, podemos minimizar os desvios de tensão entre barras diretamente conectadas. O problema é formulado da seguinte forma:

$$\text{Minimize } \sum_{i=1, j \in \Omega_i}^n (V_i - V_j)^2 \quad (2.43a)$$

$$\text{sujeito a } P_i(V, \theta, t) + P_{D_i}(V_i) - P_{G_i} = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{N} \quad (2.43b)$$

$$Q_i(V, \theta, t) + Q_{D_i}(V_i) - Q_{G_i} = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{G} \quad (2.43c)$$

$$Q_i(V, \theta, t) + Q_{D_i}(V_i) - Q_{G_i} = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{F} \quad (2.43d)$$

$$Q_i(V, \theta, t) + Q_{D_i}(V_i) - Q_{G_i} - b_i^{sh} V_i^2 = 0 \quad \text{para } i \in \mathcal{E} \quad (2.43e)$$

$$F_{ij}(V, \theta, t) - f_{ij} = 0 \quad \{(i, j)\} \subseteq \mathcal{B} \quad (2.43f)$$

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{N} \quad (2.43g)$$

$$t_{ij}^{\min} \leq t_{ij} \leq t_{ij}^{\max} \quad \{(i, j)\} \subseteq \mathcal{T} \quad (2.43h)$$

$$P_i^{\min} \leq P_{G_i} \leq P_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{G} \quad (2.43i)$$

$$Q_i^{\min} \leq Q_{G_i} \leq Q_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{G} \quad (2.43j)$$

$$b_i^{\min} \leq b_i^{sh} \leq b_i^{\max} \quad \text{para } i \in \mathcal{E} \quad (2.43k)$$

$$f_{ij}^{\min} \leq f_{ij} \leq f_{ij}^{\max} \quad \{(i, j)\} \subseteq \mathcal{B} \quad (2.43l)$$

2.4 Considerações Finais do Capítulo

Este capítulo descreveu a modelagem matemática de componentes elementares de um SEP para estudos de regime permanente: linhas de transmissão, transformadores, geração e carga. De fundamental importância, são apresentadas as equações de fluxo de potência ativa e potência reativa nos circuitos, as equações de injeção de potência ativa e potência reativa nas barras, a expressão para o cálculo de perdas ativas na transmissão e o modelo de carga ZIP. Como base nas equações desenvolvidas, são formulados os problemas de FPO para minimização de perdas na transmissão, minimização de corte de carga, maximização do carregamento, maximização da planicidade do perfil de tensão e minimização de desvios de tensão entre barras diretamente conectadas. O próximo capítulo descreve os algoritmos de otimização usados para resolver os problemas de FPO formulados neste capítulo.

Capítulo 3

Métodos de Pontos Interiores para Solução do Fluxo de Potência Ótimo

3.1 Introdução

Há uma grande variedade de métodos de otimização para resolver problemas restritos. No entanto, quando se trata de resolver problemas de FPO, nas últimas décadas uma classe de métodos chamada métodos de pontos interiores (PI) vem sendo usada com grande sucesso computacional. Devido à grande popularidade desses métodos de PI, este capítulo descreve dois desses algoritmos amplamente usados na literatura, e que são usados para resolver problemas de FPO nos estudos deste TCC, a saber: (a) método primal-dual de barreira logarítmica (PDBL) e (b) método primal-dual preditor-corretor (PDPC), uma variante do algoritmo PDBL. O texto a seguir refere-se de maneira próxima aos relatórios técnicos (QUINTANA; TORRES, 2024; TORRES, 2024) produzidos no Laboratório de Otimização Aplicada a Sistemas de Potência (LOASP) da Universidade Federal de Pernambuco, onde este TCC é desenvolvido, e outras publicações de pesquisas desenvolvidas no LOASP, como (TORRES; CARVALHO JR., 2006b,a). As contribuições deste TCC estão relacionadas às análises apresentadas nos Capítulos 4 e 5.

3.2 Forma Geral do Fluxo de Potência Ótimo

Nesta seção, consideramos problemas de otimização nos quais a escolha do mínimo da função é restrita a um conjunto de restrições de igualdade e/ou desigualdade, na seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & f(x) \\ \text{sujeito a:} \quad & g(x) = 0 \\ & h(x) \leq 0, \end{aligned} \tag{3.1}$$

em que $f : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^m$ e $h : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^p$ são funções continuamente diferenciáveis. Qualquer ponto x que satisfaça as restrições em (3.1) é considerado um ponto viável, e o conjunto de todos os pontos viáveis constitui a região viável.

A base para o desenvolvimento e análise de algoritmos de solução para o problema (3.1) são as condições de otimalidade, que envolvem algumas variáveis auxiliares chamadas *multiplicadores de Lagrange* ou *variáveis duais*. Essas variáveis duais, além de facilitar a caracterização de soluções ótimas, também fornecem informações valiosas de sensibilidade, quantificando, em primeira ordem, a variação do valor ótimo causada por variações nos dados do problema.

As condições de otimalidade necessárias para o problema (3.1) podem ser derivadas da *função de Lagrange* $L(y)$, definida como:

$$L(y) = f(x) + \lambda^T g(x) + \pi^T (h(x) + s), \quad (3.2)$$

em que $\lambda \in \mathbb{R}^m$ e $\pi \in \mathbb{R}^p$ são vetores de multiplicadores de Lagrange, s é o vetor de variáveis de folga que transforma a desigualdade $h(x) \leq 0$ em igualdade e $y = (s, \pi, x, \lambda)$ é o vetor de todas as variáveis. Se x_* for um mínimo local de (3.1), então existem multiplicadores de Lagrange (λ_*, π_*) que satisfazem as condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) de primeira ordem:

$$S\pi = 0, \quad s \geq 0, \quad \pi \geq 0, \quad (3.3a)$$

$$h(x) + s = 0, \quad (3.3b)$$

$$\nabla f(x) + \nabla g(x)\lambda + \nabla h(x)\pi = 0, \quad (3.3c)$$

$$g(x) = 0, \quad (3.3d)$$

em que $S = \text{diag}(s_1, s_2, \dots, s_p)$, $\nabla f(x)$ é o vetor gradiente da função escalar $f(x)$, $\nabla g(x)$ é a matriz gradiente do vetor de funções $g(x)$ e $\nabla h(x)$ é matriz gradiente do vetor de funções $h(x)$. As condições de otimalidade (3.3b) e (3.3d) garantem a *viabilidade primal* da solução, a condição (3.3c) representa a *viabilidade dual* e a condição (3.3a) é chamada de *condição de complementaridade*. A grande dificuldade em resolver (3.3) é a presença da condição de complementaridade (3.3a), como claramente demonstrado em (TORRES; QUINTANA, 2001b; TAPIA et al., 1996). A seção seguinte descreve como os métodos de pontos interiores superam eficientemente essas dificuldades.

3.3 Método Primal-Dual de Pontos Interiores

O algoritmo primal-dual de pontos interiores para resolver (3.1) opera em um problema modificado que surge quando transformamos todas as desigualdades em (3.1) em igualdades adicionando o vetor de folga $s \geq 0$, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} &\text{Minimize} && f(x) \\ &\text{sujeito a:} && g(x) = 0 \\ &&& h(x) + s = 0, \quad s \geq 0. \end{aligned} \quad (3.4)$$

A condição de não negatividade $s \geq 0$ em (3.4) é então incorporada em uma função de *barreira logarítmica* agregada com a função objetivo, fornecendo o problema modificado:

$$\begin{aligned} &\text{Minimize} && f(x) - \mu_k \sum_{i=1}^p \ln s_i \\ &\text{sujeito a:} && g(x) = 0 \\ &&& h(x) + s = 0, \quad s > 0. \end{aligned} \quad (3.5)$$

A condição de positividade estrita $s > 0$ deve ser imposta para que os termos logarítmicos sejam definidos. Contudo, esta condição é tratada implicitamente, controlando o tamanho do passo, conforme descrito abaixo.

As condições de otimalidade necessárias para o problema modificado (3.5), com μ_k fixo, podem ser derivadas da nova função de Lagrange $L(y; \mu_k)$:

$$L(y; \mu_k) = f(x) - \mu_k \sum_{i=1}^p \ln s_i + \lambda^T g(x) + \pi^T (h(x) + s), \quad (3.6)$$

Um mínimo local de (3.5) é caracterizado por um ponto estacionário da função de Lagrange $L(y; \mu_k)$, que deve satisfazer as condições KKT:

$$\nabla_s L(y; \mu_k) = \pi - \mu_k S^{-1} e = 0 \quad (3.7a)$$

$$\nabla_\pi L(y; \mu_k) = h(x) + s = 0 \quad (3.7b)$$

$$\nabla_x L(y; \mu_k) = \nabla f(x) + \nabla g(x)\lambda + \nabla h(x)\pi = 0 \quad (3.7c)$$

$$\nabla_\lambda L(y; \mu_k) = g(x) = 0 \quad (3.7d)$$

em que $e = (1, 1, \dots, 1)^T$. O sistema (3.7) é mais convenientemente expresso como:

$$S\pi - \mu_k e = 0 \quad (3.8a)$$

$$h(x) + s = 0 \quad (3.8b)$$

$$\nabla f(x) + \nabla g(x)\lambda + \nabla h(x)\pi = 0 \quad (3.8c)$$

$$g(x) = 0. \quad (3.8d)$$

Observamos que se representar de forma compacta o sistema (3.3) como $\nabla_y L(y_k) = 0$ e o sistema (3.8) como $\nabla_y L(y; \mu_k) = 0$, então temos:

$$\nabla_y L(y; \mu_k) = \nabla_y L(y) - \mu_k u, \quad (3.9)$$

em que $u = (e, 0)$, com $e \in \mathbb{R}^p$ e $0 \in \mathbb{R}^{p+n+m}$. Portanto, a condição (3.8a) é uma perturbação- μ_k de (3.3a) e é, portanto, chamada de *condição de complementaridade- μ* .

Uma iteração do método primal-dual de pontos interiores para resolver (3.1) aplica invariavelmente um passo de Newton para encontrar raízes de equações em (3.8), calcula um comprimento de passo na direção de Newton, atualiza as variáveis e reduz μ_k . O algoritmo termina quando a inviabilidade primal e dual e o resíduo de complementaridade estão abaixo de tolerâncias predeterminadas. Como somente um passo de Newton é considerado em cada iteração, e $\nabla_{yy}^2 L(y; \mu_k) = \nabla_{yy}^2 L(y)$, as iterações geradas por (3.8) podem ser expressas como:

$$y_{k+1} = y_k - \alpha_k (\nabla_{yy}^2 L(y_k))^{-1} (\nabla_y L(y_k) - \mu_k u), \quad k = 0, 1, \dots \quad (3.10)$$

em que $\alpha_k \in (0, 1]$ é um fator de amortecimento para melhorar a convergência e manter variáveis não negativas estritamente positivas. Os principais passos do algoritmo primal-dual de pontos interiores são descritos no Algoritmo 3.1.

3.3.1 Escolha do Ponto Inicial

Um ponto inicial estritamente viável não é necessário para o método primal-dual de pontos interiores. No entanto, as condições de positividade estritas $s > 0$ e $\pi > 0$ devem ser satisfeitas em todos os pontos. O processo iterativo começa de um ponto $y_0 = (s_0, \pi_0, x_0, \lambda_0)$ que satisfaz $s_0 > 0$ e $\pi_0 > 0$, e para preservar essas condições, as iterações seguem uma trajetória no ortante positivo do espaço de *produtos de complementaridade* $s_i \pi_i$. A viabilidade das iterações é gradualmente alcançada durante o processo iterativo, à medida que as iterações se aproximam da otimalidade.

Algoritmo 3.1 Método primal-dual de pontos interiores para resolver (3.1)

P1 Faça $k = 0$, escolha $\mu_0 > 0$ e um ponto inicial y_0 que satisfaça as condições de estrita positividade $(s_0, \pi_0) > 0$.

P2 Obtenha o sistema de Newton para (3.8) no ponto y_k ,

$$\nabla_{yy}^2 L(y_k, \mu_k) \Delta y = -\nabla_y L(y_k, \mu_k),$$

e resolva para a direção de Newton Δy .

P3 Calcule o comprimento do passo α_k na direção de Newton Δy e obtenha um novo ponto como $y_{k+1} = y_k + \alpha_k \Delta y$.

P4 Se y_{k+1} satisfaz o critério de convergência, então PARE. Caso contrário, faça $k \leftarrow k + 1$, então reduza o parâmetro de barreira μ_k e retorne para o passo **P2**.

3.3.2 Cálculo das Direções de Buscas

Embora o sistema de condições KKT (3.8) seja não linear, sua solução é geralmente aproximada por uma única iteração do método de Newton (a direção de Newton é somente um meio de seguir o caminho dos minimizadores $\{x(\mu_k)\}$ parametrizados por μ_k). Ao tomar os termos de primeira ordem na aproximação em série de Taylor do sistema (3.8) em torno do ponto y_k , obtemos o seguinte sistema indefinido:

$$\begin{bmatrix} \Pi & S & 0 & 0 \\ I & 0 & \nabla h(x)^T & 0 \\ 0 & \nabla h(x) & \nabla_{xx}^2 L(y) & \nabla g(x) \\ 0 & 0 & \nabla g(x)^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta S \\ \Delta \pi \\ \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} S\pi - \mu_k e \\ h(x) + s \\ \nabla f(x) + \nabla g(x)\lambda + \nabla h(x)\pi \\ g(x) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

em que $\Pi = \text{diag}(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_p)$. A avaliação da Hessiana $\nabla_{xx}^2 L$ envolve uma combinação da Hessiana da função objetivo $\nabla^2 f(x)$ e das Hessianas de restrições $\nabla^2 g_j(x)$ e $\nabla^2 h_j(x)$, como segue:

$$\nabla_{xx}^2 L(y) = \nabla^2 f(x) + \sum_{j=1}^m \lambda_j \nabla^2 g_j(x) + \sum_{j=1}^p \pi_j \nabla^2 h_j(x). \quad (3.12)$$

Em (3.11) e (3.12), omitimos o contador de iteração k para simplificar a apresentação. O cálculo da Hessiana $\nabla_{xx}^2 L(y)$ envolve um esforço computacional imenso, mas há estratégias de implementação computacional para reduzir esse esforço (TORRES, 1998).

3.3.3 Atualização das Variáveis

Novas estimativas para as variáveis primais e duais são calculadas pela equação (3.13):

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + \alpha_k^P \Delta x \\ s_{k+1} &= s_k + \alpha_k^P \Delta s \\ \lambda_{k+1} &= \lambda_k + \alpha_k^D \Delta \lambda \\ \pi_{k+1} &= \pi_k + \alpha_k^D \Delta \pi \end{aligned} \quad (3.13)$$

em que $\alpha_k^P \in (0, 1]$ e $\alpha_k^D \in (0, 1]$ são os comprimentos de passos *primal* e *dual*, respectivamente. Os comprimentos máximos dos passos que podem ser tomados na direção de Newton são determinados pelos

testes:

$$\alpha_k^P = \min \left\{ 1, \gamma \min_i \left\{ \frac{-s_i^k}{\Delta s_i} \mid \Delta s_i < 0 \right\} \right\}, \quad (3.14a)$$

$$\alpha_k^D = \min \left\{ 1, \gamma \min_i \left\{ \frac{-\pi_i^k}{\Delta \pi_i} \mid \Delta \pi_i < 0 \right\} \right\}. \quad (3.14b)$$

O escalar $\gamma \in (0,1)$ é um *fator de segurança* para garantir que o próximo ponto satisfará as condições de positividade estrita; um valor típico é $\gamma = 0,99995$ (TORRES; QUINTANA, 1998).

O uso de diferentes comprimentos de passo nos espaços primal e dual é uma vantagem do método primal-dual de pontos interiores e tem provado na prática ser altamente eficaz, reduzindo o número de iterações para convergência em 10% a 20% em um problema típico. No entanto, na programação não linear, a interdependência das variáveis primal e dual presentes na condição de viabilidade dual (3.8c) não permite estritamente o uso de diferentes comprimentos de passo nos espaços primal e dual. Neste caso, um comprimento de passo comum para atualizar as variáveis primal e dual deve ser calculado por:

$$\alpha_k^P = \alpha_k^D \leftarrow \min \{ \alpha_k^P, \alpha_k^D \}. \quad (3.15)$$

Apesar do acoplamento mencionado acima entre variáveis primais e duais, na prática, tanto o uso de um comprimento de passo comum quanto o uso de comprimentos de passo distintos apresentam bom desempenho.

3.3.4 Redução de Parâmetro de Barreira

O esquema para redução de μ_k descrito aqui é uma extensão de esquemas usados com sucesso em programação linear (PL) e programação quadrática (PQ) (WRIGTH, 1997). Na k -ésima iteração, o resíduo das condições de complementaridade, denominado *resíduo de complementaridade*, é obtido por:

$$\rho_k = s_k^T \pi_k. \quad (3.16)$$

Se as iterações convergem para uma solução ótima, então $\{\rho_k\} \rightarrow 0$. A relação entre ρ_k e μ_k implícita em (3.8a) e (3.16), na forma:

$$\sum_{i=1}^p s_i \pi_i = s^T \pi = p \mu_k, \quad (3.17)$$

sugere que μ_k pode ser reduzido em função da diminuição do resíduo de complementaridade, como:

$$\mu_{k+1} = \sigma \frac{\rho_k}{p} \quad (3.18)$$

em que $\sigma = 0,2$ é a diminuição esperada, mas não necessariamente realizada, no resíduo de complementaridade. O parâmetro $\sigma \in (0,1)$ é chamado de *parâmetro de centralização*. Se $\sigma = 1$, então o sistema KKT (3.8) define uma *direção de centralização*, um passo em direção a um ponto na trajetória da barreira. No outro extremo, $\sigma = 0$ dá o passo de Newton puro, conhecido como *direção affine scaling*. Para balancear os objetivos de redução de μ_k e melhoria da centralidade, σ pode ser escolhido no intervalo $(0,1)$.

3.3.5 Teste de Convergência

As iterações do algoritmo primal-dual de PI são consideradas concluídas assim que:

$$\max \left\{ \max_i \{ h_i(x_k) \}, \|g(x_k)\|_\infty \right\} \leq \epsilon_1, \quad (3.19a)$$

$$\frac{\|\nabla f(x_k) + \nabla g(x_k)\lambda + \nabla h(x_k)\pi_k\|_\infty}{1 + \|x_k\|_2 + \|\lambda_k\|_2 + \|\pi_k\|_2} \leq \epsilon_1, \quad (3.19b)$$

$$\frac{\rho_k}{1 + \|x_k\|_2} \leq \epsilon_2. \quad (3.19c)$$

Se os testes (3.19a), (3.19b) e (3.19c) forem satisfeitos, então as condições de viabilidade primal, viabilidade dual e complementaridade são satisfeitas, o que significa que x_k é um ponto KKT de precisão ϵ_1 . As tolerâncias de convergência típicas são $\epsilon_1 = 10^{-4}$ e $\epsilon_2 = 10^{-2}\epsilon_1$.

3.4 Método Preditor-Corretor de Pontos Interiores

O método preditor-corretor de pontos interiores descrito nesta seção é uma variante do método primal-dual descrito na seção anterior. Acontece que cada iteração do método primal-dual de pontos interiores para resolver o problema (3.1) envolve resolver o sistema indefinido (3.11) para a direção Δy , e resolver este sistema é de longe a tarefa computacionalmente mais cara de todo o algoritmo.

O cálculo de Δy envolve fatorar a matriz de coeficientes em (3.11) e resolver dois sistemas triangulares usando esta fatoração. Como a fatoração de matriz é computacionalmente muito mais cara do que resolver ambos os sistemas triangulares, há razão para acreditar que é possível melhorar o desempenho do algoritmo de pontos interiores reduzindo o número de fatorações de matriz ao mínimo necessário, mesmo com a inconveniência de algum aumento no custo de uma única iteração. Esta é a ideia central por trás do método *preditor-corretor* de pontos interiores introduzido por Kojima, Mizuno e Yoshise, e posteriormente desenvolvido por Mehrotra (MEHROTRA, 1992).

O que torna a técnica de Mehrotra altamente computacionalmente eficiente é que direções de busca muito mais eficientes são obtidas resolvendo dois sistemas lineares na mesma iteração. Essas soluções, conhecidas como passos *preditor* e *corretor*, envolvem a mesma matriz de coeficientes com dois vetores independentes diferentes. Portanto, somente uma fatoração de matriz é necessária; conseqüentemente, há pouco trabalho adicional para calcular o passo corretor reutilizando a fatoração de matriz do passo preditor.

Para obter o algoritmo preditor-corretor de Mehrotra, em vez de aplicar o método de Newton a (3.8) para calcular a correção Δy para y_k , substituímos o novo ponto $y_{k+1} = y_k + \Delta y$ diretamente em (3.8), para obter a aproximação:

$$\begin{bmatrix} \Pi & S & 0 & 0 \\ I & 0 & \nabla h(x)^T & 0 \\ 0 & \nabla h(x) & \nabla_{xx}^2 L(y) & \nabla g(x) \\ 0 & 0 & \nabla g(x)^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta s \\ \Delta \pi \\ \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} S\pi \\ h(x) + s \\ \nabla_x L(y) \\ g(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_k e \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta S \Delta \pi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

em que $\Delta S = \text{diag}(\Delta s_1, \Delta s_2, \dots, \Delta s_p)$, e

$$\nabla_x L(y) = \nabla f(x) + \nabla g(x)\lambda + \nabla h(x)\pi. \quad (3.21)$$

A maior diferença entre os sistemas de equações (3.20) e (3.11) é que o vetor do lado direito de (3.20) não pode ser determinado antecipadamente por causa dos termos Δ não lineares, $\Delta S \Delta \pi$, em termos das incógnitas.

A direção Δy obtida a partir de (3.20) consiste em três componentes, como segue:

$$\Delta y = \Delta y_{af} + \Delta y_{ce} + \Delta y_{co} \quad (3.22)$$

em que cada componente é determinado por um dos três vetores do lado direito de (3.20). Os significados das três componentes de direção Δy_{af} , Δy_{ce} e Δy_{co} são apresentados em (TORRES, 1998).

Resumidamente, Δy_{af} é a direção *affine scaling*, a direção pura de Newton que é obtida quando definimos $\mu_k = 0$ em (3.11). É determinada pelo primeiro vetor do lado direito de (3.20) e é responsável pela redução

nas viabilidades primal e dual e no resíduo de complementaridade. A componente Δy_{ce} é a direção de *centralização*, cujo tamanho é governado pelo parâmetro μ_k que é escolhido adaptativamente. É determinada pelo segundo vetor do lado direito de (3.20) e é responsável por manter as iterações próximas da trajetória de barreira. A componente Δy_{co} é a direção de *correção* que tenta compensar algumas das não-linearidades na direção Δy_{af} . É determinada pelo terceiro vetor do lado direito de (3.20).

Claramente, as direções Δy_{af} e Δy_{ce} quando combinadas, definem a direção de Newton que é calculada a partir de (3.11). Porém, para lidar com as não linearidades em (3.20), a direção Δy_{af} é calculada separadamente, e a priori, a partir da direção Δy_{ce} . Este arranjo no cálculo de Δy dá a possibilidade de escolher μ_{k+1} adaptativamente em vez de a priori, e com um meio de aproximar os termos de segunda ordem $\Delta S \Delta \pi$.

3.4.1 O Passo Preditor

Para determinar um passo que satisfaça aproximadamente (3.20), primeiro removemos os termos μ_k e os termos Δ no lado direito de (3.20), e depois resolvemos para a direção *affine scaling*

$$\begin{bmatrix} \Pi & S & 0 & 0 \\ I & 0 & \nabla h(x)^T & 0 \\ 0 & \nabla h(x) & \nabla_{xx}^2 L(y) & \nabla g(x) \\ 0 & 0 & \nabla g(x)^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta s_{af} \\ \Delta \pi_{af} \\ \Delta x_{af} \\ \Delta \lambda_{af} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} S\pi \\ h(x) + s \\ \nabla f(x) + \nabla g(x)\lambda + \nabla h(x)\pi \\ g(x) \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

A direção Δy_{af} é então usada de duas maneiras distintas: (a) para aproximar os termos Δ no lado direito de (3.20) e (b) para estimar dinamicamente o parâmetro de barreira μ_{k+1} .

Para estimar μ_{k+1} , primeiro consideramos a regra padrão em (3.14) para calcular o comprimento do passo, para determinar o passo α_{af} que seria dado se a direção Δy_{af} fosse realmente usada:

$$\alpha_{af}^P = \min \left\{ 1, \gamma \min_i \left\{ \frac{-s_i^k}{\Delta s_i^{af}} \mid \Delta s_i^{af} < 0 \right\} \right\}, \quad (3.24a)$$

$$\alpha_{af}^D = \min \left\{ 1, \gamma \min_i \left\{ \frac{-\pi_i^k}{\Delta \pi_i^{af}} \mid \Delta \pi_i^{af} < 0 \right\} \right\}. \quad (3.24b)$$

Em segundo lugar, calculamos uma estimativa do resíduo de complementaridade por:

$$\rho_{af} = (s_k + \alpha_{af}^P \Delta s_{af})^T (\pi_k + \alpha_{af}^D \Delta \pi_{af}). \quad (3.25)$$

Finalmente, obtemos uma estimativa μ_{af} para μ_{k+1} por:

$$\mu_{af} = \min \left\{ \left(\frac{\rho_{af}}{\rho_k} \right)^2, 0,2 \right\} \frac{\rho_{af}}{p}. \quad (3.26)$$

Este procedimento escolhe μ_{af} como pequeno se a direção Δy_{af} produz uma grande diminuição no resíduo de complementaridade, ou seja, se $\rho_{af} \ll \rho_k$, e escolhe μ_{af} grande caso contrário.

3.4.2 O Passo Corretor

Em vez de calcular a direção composta $\Delta y_{ce} + \Delta y_{co}$ para adicionar a Δy_{af} e então obter Δy , calculamos a direção de uma só vez a partir de:

$$\begin{bmatrix} \Pi & S & 0 & 0 \\ I & 0 & \nabla h(x)^T & 0 \\ 0 & \nabla h(x) & \nabla_{xx}^2 L(y) & \nabla g(x) \\ 0 & 0 & \nabla g(x)^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta s \\ \Delta \pi \\ \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} S\pi - \mu_{af}e + \Delta S_{af}\Delta\pi_{af} \\ h(x) + s \\ \nabla f(x) + \nabla g(x)\lambda + \nabla h(x)\pi \\ g(x) \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

Como os passos preditor e corretor são baseados na mesma fatoração da matriz (veja os coeficientes em (3.23) e (3.27)), o esforço adicional no método preditor-corretor está em resolver o sistema linear extra para calcular a direção Δy_{af} , e no teste extra usado para calcular μ_{af} . Os benefícios geralmente obtidos com esse esforço extra são reduções na contagem de iterações e no tempo total de solução. Os principais passos do algoritmo preditor-corretor de pontos interiores são descritos no Algoritmo 3.2:

Algoritmo 3.2 Método preditor-corretor de pontos interiores para resolver (3.1)

- P1** Faça $k = 0$, escolha $\mu_0 > 0$ e um ponto inicial y_0 que satisfaça as condições de estrita positividade $(s_0, \pi_0) > 0$.
- P2** Forme a matriz $\nabla_{yy}^2 L(y_k; \mu_k)$ e obtenha a sua fatoração.
1. Resolva o sistema (3.23) para a direção Δy_{af} , calcule α_{af} a partir de (3.24), e obtenha μ_{af} a partir de (3.25).
 2. Resolva o sistema (3.27) para a direção Δy .
- P3** Calcule o comprimento do passo α_k na direção de Newton Δy e obtenha um novo ponto como $y_{k+1} = y_k + \alpha_k \Delta y$.
- P4** Se y_{k+1} satisfaz o critério de convergência, então PARE. Caso contrário, faça $k \leftarrow k + 1$, então reduza o parâmetro de barreira μ_k e retorne para o passo **P2**.
-

3.5 Considerações Finais do Capítulo

Este capítulo apresentou o desenvolvimento de dois algoritmos de otimização muito eficientes para resolução dos problemas de FPO formulados no Capítulo 2, objetos de estudo deste TCC: (a) método primal-dual de pontos interiores e (b) método primal-dual preditor-corretor. O próximo capítulo descreve os estudos de caso e as principais motivações para a realização desses estudos neste TCC.

Capítulo 4

Estudos de Caso e Motivações da Pesquisa

4.1 Introdução

Este capítulo apresenta os estudos de caso e as principais motivações para a realização desses estudos. Para tanto, são analisadas em detalhes diferentes formulações de funções objetivo e aspectos práticos para a implementação computacional eficiente dessas funções. Conforme discutido no Capítulo 2, a perda ativa total no sistema de transmissão é obtida pela soma das perdas ativas em todos os circuitos (linhas de transmissão e transformadores) do sistema. As perdas ativas na transmissão ocorrem essencialmente em linhas de transmissão, uma vez que as resistências dos transformadores são muito pequenas (tipicamente alta relação X/R) e em estudos de fluxo de potência (regime permanente senoidal na frequência fundamental) são geralmente consideradas zero; veja dados de linhas da rede em estudos de fluxo de potência.

A análise de sistemas de potência mostra que o fluxo de potência ativa nos circuitos depende fortemente da diferença angular entre as barras terminais, fluindo da barra de maior ângulo para a barra de menor ângulo, enquanto o fluxo de potência reativa depende fortemente da diferença entre as magnitudes de tensão dessas barras, fluindo da barra de maior magnitude de tensão para a barra de menor tensão. Assim, a redução de perdas nos circuitos ocorre quando as diferenças de tensão entre as barras terminais são reduzidas, visto que, nessa situação, o fluxo de potência reativa é reduzido. Quanto menor a circulação de potência reativa em um circuito, menor a magnitude de corrente e menor a perda por efeito Joule (RI^2).

Este trabalho busca comparar o valor da perda ativa mínima obtido para uma função objetivo que minimiza as perdas diretamente (pela expressão (2.14)) ou que minimiza a injeção de potência ativa na barra de folga, com o valor da perda (certamente não mínima) derivado de outras funções objetivo relacionadas ao controle do perfil de tensão, como mínimo desvio de tensão e máxima planicidade do perfil de tensão. As comparações consideram o nível de perda, o perfil de tensão associados a cada função objetivo e o montante de compensação *shunt* de potência reativa. De grande importância, avalia também a influência do modelo de carga sobre as perdas e o perfil de tensão da rede.

4.2 Análise das Funções Objetivo Perda Ativa na Transmissão e Injeção de Potência Ativa na Barra de Folga

Do princípio da conservação de potência, a perda ativa no sistema de transmissão pode ser calculada por:

$$P_L = P_1 + P_2 + \dots + P_n \quad (4.1)$$

em que P_i é a injeção líquida de potência ativa na barra i , para $i = 1, 2, \dots, n$. Supondo que as potências líquidas injetadas nas barras sejam constantes, independentemente da magnitude da tensão da barra, exceto, é claro, a injeção de potência na barra de folga, a variação na perda ativa total é igual à variação na injeção líquida de potência ativa na barra de folga, ou seja, $\Delta P_L = \Delta P_1$, considerando a barra 1 como a barra de folga e $\Delta P_2 = \Delta P_3 = \dots = \Delta P_n = 0$.

Em outras palavras, minimizar a perda ativa na transmissão equivale a minimizar a injeção líquida de potência ativa na barra de folga. No entanto, se a injeção de potência ativa em uma ou mais barras variar com a magnitude da tensão da barra, como ocorre no modelo de carga ZIP, minimizar a perda ativa na transmissão não é mais equivalente a minimizar a injeção de potência ativa na barra de folga, uma vez que a variação de potência também ocorre em outras barras em função da variação na magnitude de tensões de barras.

Um dos objetivos deste TCC é uma análise de soluções de perdas mínimas para duas opções de função objetivo: (a) minimizar a função perda ativa total na transmissão, dada pela expressão (2.14),

$$P_L(V, \theta) = \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}} g_{ij}(V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j \cos \theta_{ij}). \quad (4.2)$$

ou (b) minimizar a injeção de potência ativa na barra de folga, dada pela expressão (2.34) para o índice i igual ao da barra de folga, ou seja,

$$P_1(V, \theta) = V_1 \sum_{j \in 1} V_j (G_{1j} \cos \theta_{1j} + B_{1j} \sin \theta_{1j}). \quad (4.3)$$

Outro objetivo deste TCC é avaliar o impacto do modelo de carga (usando o modelo ZIP) na solução de perda mínima considerando ambas funções objetivo.

Conforme discutido na Seção 4.4, o cálculo do vetor gradiente e da matriz Hessiana da função injeção de potência ativa na barra de folga é muito mais simples do que os mesmos cálculos para a função perda ativa na transmissão. Este TCC contribui com uma análise detalhada da implementação computacional dessas funções objetivo e uma comparação das soluções do FPO com os dois objetivos para diferentes composições de carga usando o modelo ZIP. Os parâmetros para comparação são o perfil de tensão e a perda ativa na transmissão nas duas soluções de FPO.

4.3 Análise de Soluções de Perda Mínima e Desvio de Tensão Mínimo

A minimização da perda ativa na transmissão geralmente resulta em um perfil de tensão próximo da planicidade, ou seja, um perfil de tensão no qual as magnitudes das tensões de barra são muito próximas. Sabemos que o fluxo de potência reativa na rede elétrica aumenta a magnitude das correntes nos circuitos e, portanto, contribui para o aumento das perdas, uma vez que $P = RI^2$. Assim, a minimização das perdas envolve o controle da circulação de potência reativa nas linhas de transmissão e transformadores, por meio do ajuste de tapas de transformadores, comutação de fontes de reativo em paralelo e controle da injeção/absorção de potência reativa pelos geradores.

Se minimizar perdas resulta em uma planicidade do perfil de tensão, o que se pode esperar em termos de perdas na transmissão de uma solução com planicidade do perfil de tensão máxima? Uma resposta a essa questão foi inicialmente pesquisada por Dilton Serra em (FILHO, 2018), tendo comparado ambas as soluções em termos de perfil de tensão e valor de perdas. Em outras palavras, o perfil de tensão da solução de perda mínima é comparado ao perfil de tensão da solução de desvio de tensão mínimo, e o valor da perda da solução de perda mínima é comparado ao valor da perda da solução de desvio de tensão mínimo.

Vários estudos foram realizados por Dilton Serra, como uma análise da influência da topologia da rede (radial ou malha) no perfil de tensão das soluções de perda mínima e desvio de tensão mínimo, bem como a consideração ou não das variáveis tape de transformador no processo de otimização. Este TCC complementa os estudos pioneiros realizados por Dilton, avaliando a influência do modelo da carga no conjunto de experimentos computacionais apresentados em (FILHO, 2018) e, principalmente, descrevendo detalhadamente a implementação computacional eficiente das funções objetivo.

4.4 Análise da Implementação Computacional das Funções Objetivo

O principal diferencial e característica dos modelos de FPO formulados neste documento que mais impacta na implementação computacional dos modelos é a expressão analítica das funções objetivo.

4.4.1 Minimização de Perdas Ativas

Quando a carga em todas as barras é modelada como tipo potência constante, minimizar a perda ativa na transmissão, $P_L(V, \theta)$, é equivalente a minimizar a injeção de potência ativa na barra de folga, $P_1(V, \theta)$, ou seja,

$$\min P_L(V, \theta) \equiv \min P_1.$$

Observe que a injeção de potência ativa na barra de folga usada na função objetivo acima é uma variável de decisão explícita, P_1 , em vez de uma função não linear em termos de magnitudes de tensões e ângulos de fase, $P_1(V, \theta)$. Para isso, a variável P_1 deve ser definida em uma restrição de igualdade, como segue:

$$V_1 \sum_{j \in 1} V_j (G_{1j} \cos \theta_{1j} + B_{1j} \sin \theta_{1j}) - P_1 = 0. \quad (4.4)$$

As funções objetivo $P_L(V, \theta)$ e P_1 têm diferentes complexidades de implementação com relação ao cálculo do gradiente e da Hessiana. Como a injeção de potência ativa na barra de folga P_1 é uma variável de decisão, o gradiente da função objetivo tem um único elemento diferente de zero que é igual a 1. Como o vetor gradiente é constante, a Hessiana dessa função objetivo é uma matriz nula.

Por outro lado, para a função objetivo perda ativa na transmissão (4.2), o vetor gradiente da função objetivo é um vetor denso, com derivadas diferentes de zero em relação a todas as variáveis magnitude de tensão e ângulo de fase, uma vez que toda barra é terminal de pelo menos um circuito. Portanto, a perda ativa total é função das variáveis magnitude de tensão e ângulo de fase de todas as barras da rede. Os elementos do vetor gradiente são calculados por:

$$\frac{\partial P_L}{\partial V_i} = \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_i} 2g_{ij}(V_i - V_j \cos \theta_{ij}) + \sum_{(j,i) \in \mathcal{B}_i} 2g_{ji}(V_i - V_j \cos \theta_{ji}) \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial \theta_i} = \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}_i} 2g_{ij}V_iV_j \sin \theta_{ij} - \sum_{(j,i) \in \mathcal{B}_i} 2g_{ji}V_jV_i \sin \theta_{ji} \quad (4.6)$$

em que \mathcal{B}_i é o conjunto de pares ordenados dos circuitos que têm a barra i como um de seus terminais, ou seja, os circuitos (i, j) e (j, i) .

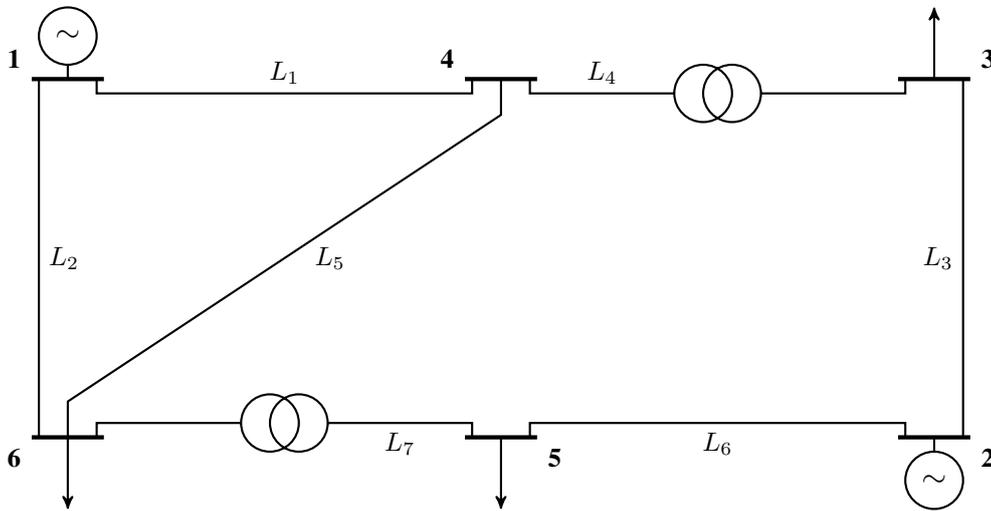
Apesar dos somatórios nas expressões (4.5) e (4.6) para calcular os elementos do vetor gradiente, que aparentemente indicam varreduras repetidas da topologia/conectividade da rede, as derivadas $\partial P_L / \partial V_i$ e $\partial P_L / \partial \theta_i$, para $i = 1, 2, \dots, n$, podem ser calculadas realizando-se somente uma varredura dos $|\mathcal{B}|$ pares ordenados $(i, j) \in \mathcal{B}$. O conjunto \mathcal{B} de pares de barras terminais dos circuitos está diretamente disponível nos

dados de linha da rede, conforme ilustrado abaixo para o sistema teste IEEE 6 barras. Assim, para calcular o vetor gradiente da função perda ativa na transmissão, $\nabla P_L = \left[\frac{\partial P_L}{\partial V} \quad \frac{\partial P_L}{\partial \theta} \right]$, ao “navegar” pelos dados de linha da rede, para a barra “de” (barra i) de um circuito e para a barra “para” (barra j) deste mesmo circuito, faça:

- Adicione o valor $2g_{ij}V_i - 2g_{ij} \cos \theta_{ij}V_j$ ao elemento correspondente à $\frac{\partial P_L}{\partial V_i}$.
- Adicione o valor $2g_{ij}V_j - 2g_{ij} \cos \theta_{ij}V_i$ ao elemento correspondente à $\frac{\partial P_L}{\partial V_j}$.
- Adicione o valor $2g_{ij} \sin \theta_{ij}V_iV_j$ ao elemento correspondente à $\frac{\partial P_L}{\partial \theta_i}$.
- Adicione o valor $-2g_{ij} \sin \theta_{ij}V_iV_j$ ao elemento correspondente à $\frac{\partial P_L}{\partial \theta_j}$.

Para ilustrar o cálculo do gradiente da função perda ativa na transmissão, considere o sistema teste IEEE 6 barras da Figura 4.1.

Figura 4.1: Diagrama unifilar do sistema teste IEEE 6 barras



Fonte: (TORRES; QUINTANA, 1996)

Conforme os dados de linhas no arquivo formato CDF (*Common Data Format*) deste sistema teste,

BRANCH	DATA	FOLLOWS	007 ITEMS									
1	6	1 1 1 0	0.12300	0.51800	0.0000	0	0	0	...			
1	4	1 1 1 0	0.08000	0.37000	0.0000	0	0	0	...			
2	3	1 1 1 0	0.72300	1.05000	0.0000	0	0	0	...			
2	5	1 1 1 0	0.28200	0.64000	0.0000	0	0	0	...			
3	4	1 1 1 1	0.00000	0.13300	0.0000	0	0	0	...			
4	6	1 1 1 0	0.09700	0.40700	0.0000	0	0	0	...			
5	6	1 1 1 1	0.00000	0.30000	0.0000	0	0	0	...			

-999

o conjunto \mathcal{B} de pares ordenados (i,j) de barras terminais dos circuitos é o seguinte:

$$\mathcal{B} = \{(1,6), (1,4), (2,3), (2,5), (3,4), (4,6), (5,6)\}.$$

Conforme a expressão (4.2), a perda na transmissão do sistema IEEE 6 barras é dada pela expressão:

$$P_L(V,\theta) = g_{16}(V_1^2 + V_6^2 - 2V_1V_6 \cos \theta_{16}) + g_{14}(V_1^2 + V_4^2 - 2V_1V_4 \cos \theta_{14}) +$$

$$g_{23}(V_2^2 + V_3^2 - 2V_2V_3 \cos \theta_{23}) + g_{25}(V_2^2 + V_5^2 - 2V_2V_5 \cos \theta_{25}) +$$

$$g_{34}(V_3^2 + V_4^2 - 2V_3V_4 \cos \theta_{34}) + g_{46}(V_4^2 + V_6^2 - 2V_4V_6 \cos \theta_{46}) +$$

$$g_{56}(V_5^2 + V_6^2 - 2V_5V_6 \cos \theta_{56}).$$

Usando o procedimento de cálculo do gradiente descrito acima, baseado nas equações (4.5) e (4.6) e nas informações de dados de linha da rede, montamos o vetor gradiente na seguinte sequência de leitura dos dados de linhas: Considerando o primeiro circuito, (1,6), temos:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_L}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_2} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_3} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_4} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_6} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_4} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_5} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_6} \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} 2g_{16}V_1 - 2g_{16} \cos \theta_{16}V_6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2g_{16}V_6 - 2g_{16} \cos \theta_{16}V_1 \\ 2g_{16} \sin \theta_{16}V_1V_6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -2g_{16} \sin \theta_{16}V_1V_6 \end{bmatrix}}{.}$$

Considerando o segundo circuito, (1,4), temos:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_L}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_2} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_3} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_4} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_6} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_4} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_5} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_6} \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} 2g_{16}V_1 - 2g_{16} \cos \theta_{16}V_6 + 2g_{14}V_1 - 2g_{14} \cos \theta_{14}V_4 \\ 0 \\ 0 \\ 2g_{14}V_4 - 2g_{14} \cos \theta_{14}V_1 \\ 0 \\ 2g_{16}V_6 - 2g_{16} \cos \theta_{16}V_1 \\ 2g_{16} \sin \theta_{16}V_1V_6 + 2g_{14} \sin \theta_{14}V_1V_4 \\ 0 \\ 0 \\ -2g_{14} \sin \theta_{14}V_1V_4 \\ 0 \\ -2g_{16} \sin \theta_{16}V_1V_6 \end{bmatrix}}{.}$$

Considerando o terceiro circuito, (2,3), temos:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_L}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_2} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_3} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_4} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_6} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_4} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_5} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_6} \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} 2g_{16}V_1 - 2g_{16} \cos \theta_{16}V_6 + 2g_{14}V_1 - 2g_{14} \cos \theta_{14}V_4 \\ 2g_{23}V_2 - 2g_{23} \cos \theta_{23}V_3 \\ 2g_{23}V_3 - 2g_{23} \cos \theta_{23}V_2 \\ 2g_{14}V_4 - 2g_{14} \cos \theta_{14}V_1 \\ 0 \\ 2g_{16}V_6 - 2g_{16} \cos \theta_{16}V_1 \\ 2g_{16} \sin \theta_{16}V_1V_6 + 2g_{14} \sin \theta_{14}V_1V_4 \\ 2g_{23} \sin \theta_{23}V_2V_3 \\ -2g_{23} \sin \theta_{23}V_2V_3 \\ -2g_{14} \sin \theta_{14}V_1V_4 \\ 0 \\ -2g_{16} \sin \theta_{16}V_1V_6 \end{bmatrix}}{.}$$

Considerando o quarto circuito, (2,5), temos:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_L}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_2} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_3} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_4} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_6} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_4} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_5} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2g_{16}V_1 - 2g_{16} \cos \theta_{16}V_6 + 2g_{14}V_1 - 2g_{14} \cos \theta_{14}V_4 \\ 2g_{23}V_2 - 2g_{23} \cos \theta_{23}V_3 + 2g_{25}V_2 - 2g_{25} \cos \theta_{25}V_5 \\ 2g_{23}V_3 - 2g_{23} \cos \theta_{23}V_2 \\ 2g_{14}V_4 - 2g_{14} \cos \theta_{14}V_1 \\ 2g_{25}V_5 - 2g_{25} \cos \theta_{25}V_2 \\ 2g_{16}V_6 - 2g_{16} \cos \theta_{16}V_1 \\ 2g_{16} \sin \theta_{16}V_1V_6 + 2g_{14} \sin \theta_{14}V_1V_4 \\ 2g_{23} \sin \theta_{23}V_2V_3 + 2g_{25} \sin \theta_{25}V_2V_5 \\ -2g_{23} \sin \theta_{23}V_2V_3 \\ -2g_{14} \sin \theta_{14}V_1V_4 \\ -2g_{25} \sin \theta_{25}V_2V_5 \\ -2g_{16} \sin \theta_{16}V_1V_6 \end{bmatrix}$$

Considerando o quinto circuito, (3,4), no qual a barra 3 foi a barra “para” de circuito anterior, temos:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_L}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_2} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_3} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_4} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_6} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_4} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_5} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2g_{16}V_1 - 2g_{16} \cos \theta_{16}V_6 + 2g_{14}V_1 - 2g_{14} \cos \theta_{14}V_4 \\ 2g_{23}V_2 - 2g_{23} \cos \theta_{23}V_3 + 2g_{25}V_2 - 2g_{25} \cos \theta_{25}V_5 \\ 2g_{23}V_3 - 2g_{23} \cos \theta_{23}V_2 + 2g_{34}V_3 - 2g_{34} \cos \theta_{34}V_4 \\ 2g_{14}V_4 - 2g_{14} \cos \theta_{14}V_1 + 2g_{34}V_4 - 2g_{34} \cos \theta_{34}V_3 \\ 2g_{25}V_5 - 2g_{25} \cos \theta_{25}V_2 \\ 2g_{16}V_6 - 2g_{16} \cos \theta_{16}V_1 \\ 2g_{16} \sin \theta_{16}V_1V_6 + 2g_{14} \sin \theta_{14}V_1V_4 \\ 2g_{23} \sin \theta_{23}V_2V_3 + 2g_{25} \sin \theta_{25}V_2V_5 \\ -2g_{23} \sin \theta_{23}V_2V_3 + 2g_{34} \sin \theta_{34}V_3V_4 \\ -2g_{14} \sin \theta_{14}V_1V_4 - 2g_{34} \sin \theta_{34}V_3V_4 \\ -2g_{25} \sin \theta_{25}V_2V_5 \\ -2g_{16} \sin \theta_{16}V_1V_6 \end{bmatrix}$$

Considerando o sexto circuito, (4,6), no qual a barra 4 foi a barra “para” de circuito anterior, temos:

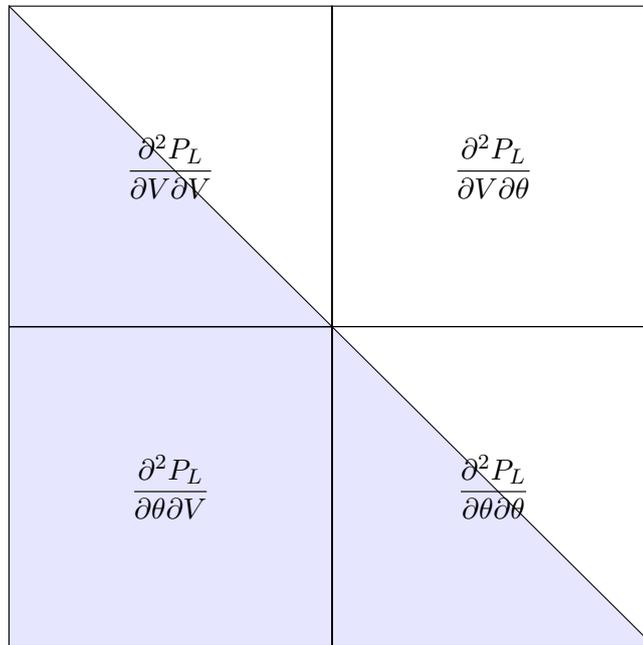
$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_L}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_2} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_3} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_4} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_6} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_4} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_5} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2g_{16}V_1 - 2g_{16} \cos \theta_{16}V_6 + 2g_{14}V_1 - 2g_{14} \cos \theta_{14}V_4 \\ 2g_{23}V_2 - 2g_{23} \cos \theta_{23}V_3 + 2g_{25}V_2 - 2g_{25} \cos \theta_{25}V_5 \\ 2g_{23}V_3 - 2g_{23} \cos \theta_{23}V_2 + 2g_{34}V_3 - 2g_{34} \cos \theta_{34}V_4 \\ 2g_{14}V_4 - 2g_{14} \cos \theta_{14}V_1 + 2g_{34}V_4 - 2g_{34} \cos \theta_{34}V_3 + 2g_{46}V_4 - 2g_{46} \cos \theta_{46}V_6 \\ 2g_{25}V_5 - 2g_{25} \cos \theta_{25}V_2 \\ 2g_{16}V_6 - 2g_{16} \cos \theta_{16}V_1 + 2g_{46}V_6 - 2g_{46} \cos \theta_{46}V_4 \\ 2g_{16} \sin \theta_{16}V_1V_6 + 2g_{14} \sin \theta_{14}V_1V_4 \\ 2g_{23} \sin \theta_{23}V_2V_3 + 2g_{25} \sin \theta_{25}V_2V_5 \\ -2g_{23} \sin \theta_{23}V_2V_3 + 2g_{34} \sin \theta_{34}V_3V_4 \\ -2g_{14} \sin \theta_{14}V_1V_4 - 2g_{34} \sin \theta_{34}V_3V_4 + 2g_{46} \sin \theta_{46}V_4V_6 \\ -2g_{25} \sin \theta_{25}V_2V_5 \\ -2g_{16} \sin \theta_{16}V_1V_6 - 2g_{46} \sin \theta_{46}V_4V_6 \end{bmatrix}$$

Finalmente, considerando o sétimo e último circuito, (5,6), temos o vetor gradiente completo:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_L}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_2} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_3} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_4} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_6} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_4} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_5} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(g_{16} + g_{14})V_1 - 2g_{16} \cos \theta_{16}V_6 - 2g_{14} \cos \theta_{14}V_4 \\ 2(g_{23} + g_{25})V_2 - 2g_{23} \cos \theta_{23}V_3 - 2g_{25} \cos \theta_{25}V_5 \\ 2(g_{23} + g_{34})V_3 - 2g_{23} \cos \theta_{23}V_2 - 2g_{34} \cos \theta_{34}V_4 \\ 2(g_{14} + g_{34} + g_{46})V_4 - 2g_{14} \cos \theta_{14}V_1 - 2g_{34} \cos \theta_{34}V_3 - 2g_{46} \cos \theta_{46}V_6 \\ 2(g_{25} + g_{56})V_5 - 2g_{25} \cos \theta_{25}V_2 - 2g_{56} \cos \theta_{56}V_6 \\ 2(g_{16} + g_{46} + g_{56})V_6 - 2g_{16} \cos \theta_{16}V_1 - 2g_{46} \cos \theta_{46}V_4 - 2g_{56} \cos \theta_{56}V_5 \\ 2g_{16} \sin \theta_{16}V_1V_6 + 2g_{14} \sin \theta_{14}V_1V_4 \\ 2g_{23} \sin \theta_{23}V_2V_3 + 2g_{25} \sin \theta_{25}V_2V_5 \\ -2g_{23} \sin \theta_{23}V_2V_3 + 2g_{34} \sin \theta_{34}V_3V_4 \\ -2g_{14} \sin \theta_{14}V_1V_4 - 2g_{34} \sin \theta_{34}V_3V_4 + 2g_{46} \sin \theta_{46}V_4V_6 \\ -2g_{25} \sin \theta_{25}V_2V_5 + 2g_{56} \sin \theta_{56}V_5V_6 \\ -2g_{16} \sin \theta_{16}V_1V_6 - 2g_{46} \sin \theta_{46}V_4V_6 - 2g_{56} \cos \theta_{56}V_5V_6 \end{bmatrix}.$$

Das fórmulas (4.5) e (4.6) para o vetor gradiente, obtemos as fórmulas para os elementos diferentes de zero da Hessiana $\nabla^2 P_L(V, \theta)$. A Hessiana de qualquer função contínua é uma matriz simétrica e, portanto, somente o triângulo inferior ou superior precisa ser calculado. A Figura 4.2 ilustra a localização dos elementos que precisam ser calculados para definir a Hessiana: o triângulo inferior da submatriz $\nabla_{VV}^2 P_L$, a submatriz completa $\nabla_{\theta V}^2 P_L$ e o triângulo inferior da submatriz $\nabla_{\theta\theta}^2 P_L$. Os padrões de esparsidade das submatrizes $\nabla_{VV}^2 P_L$, $\nabla_{\theta V}^2 P_L$ e $\nabla_{\theta\theta}^2 P_L$ são idênticos aos da matriz admitância de barra \vec{Y}_n , ou seja, o elemento ij é diferente de zero se e somente se a barra i estiver diretamente conectada à barra j .

Figura 4.2: Ilustração da montagem da Hessiana



Fonte: Próprio Autor.

Com base no procedimento para o cálculo eficiente do vetor gradiente descrito acima, a Hessiana da função perda na transmissão pode ser calculada eficientemente considerando passo a passo a contribuição de cada circuito (i, j) para a perda total, dada por:

$$P_{L_{ij}} = g_{ij}(V_i^2 + V_j^2 - 2V_iV_j \cos \theta_{ij}). \quad (4.7)$$

As derivadas parciais de segunda ordem da perda ativa somente no circuito (i,j) são calculadas por:

$$\frac{\partial^2 P_{L_{ij}}}{\partial V_i \partial V_i} = 2g_{ij} \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial^2 P_{L_{ij}}}{\partial V_i \partial V_j} = -2g_{ij} \cos \theta_{ij} \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial^2 P_{L_{ij}}}{\partial V_j \partial V_i} = -2g_{ij} \cos \theta_{ij} \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial^2 P_{L_{ij}}}{\partial V_j \partial V_j} = 2g_{ij} \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial^2 P_{L_{ij}}}{\partial \theta_i \partial V_i} = 2g_{ij} \sin \theta_{ij} V_j \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial^2 P_{L_{ij}}}{\partial \theta_i \partial V_j} = 2g_{ij} \sin \theta_{ij} V_i \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial^2 P_{L_{ij}}}{\partial \theta_j \partial V_i} = -2g_{ij} \sin \theta_{ij} V_j \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial^2 P_{L_{ij}}}{\partial \theta_j \partial V_j} = -2g_{ij} \sin \theta_{ij} V_i \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial^2 P_{L_{ij}}}{\partial \theta_i \partial \theta_i} = 2g_{ij} \cos \theta_{ij} V_i V_j \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial^2 P_{L_{ij}}}{\partial \theta_i \partial \theta_j} = -2g_{ij} \cos \theta_{ij} V_i V_j \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial^2 P_{L_{ij}}}{\partial \theta_j \partial \theta_i} = -2g_{ij} \cos \theta_{ij} V_i V_j \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial^2 P_{L_{ij}}}{\partial \theta_j \partial \theta_j} = 2g_{ij} \cos \theta_{ij} V_i V_j. \quad (4.19)$$

O número de elementos diferentes de zero em uma linha da Hessiana (linha ∂V_i ou linha $\partial \theta_i$) é $2|\mathcal{N}_i| + 2$, em que $|\mathcal{N}_i|$ é o número de barras conectadas diretamente a barra i . A estrutura de dados da rede elétrica especifica naturalmente o conjunto \mathcal{B} de pares ordenados (i,j) de barras terminais dos circuitos. Nas fórmulas (4.8) a (4.19) para avaliar as submatrizes $\nabla_{VV}^2 P_L$, $\nabla_{\theta V}^2 P_L$ e $\nabla_{\theta\theta}^2 P_L$ as variáveis magnitude de tensão e ângulo de fase estão na ordem dos pares ordenados (i,j) dos circuitos fornecidos no arquivo de dados da rede. Observe que quase todas as fórmulas usam o termo $2g_{ij} \cos \theta_{ij}$ ou $2g_{ij} \sin \theta_{ij}$. Para eficiência computacional, podemos calcular os valores $2g_{ij} \sin \theta_{ij}$ e $2g_{ij} \cos \theta_{ij}$ para todos os circuitos $(i,j) \in \mathcal{B}$ somente uma vez, definindo dois vetores com cálculos usados repetidamente: $\hat{c}_{ij} = 2g_{ij} \cos \theta_{ij}$ e $\hat{s}_{ij} = 2g_{ij} \sin \theta_{ij}$.

Os elementos diferentes de zero da Hessiana podem ser calculados fazendo uma única varredura dos pares ordenados $(i,j) \in \mathcal{B}$. Ao “navegar” pelos dados de linha da rede, para a barra “de” (barra i) de um circuito e para a barra “para” (barra j) deste mesmo circuito, faça:

- Adicione $2g_{ij}$ aos elementos ii e jj e $-2g_{ij} \cos \theta_{ij}$ aos elementos ij e ji da submatriz $\nabla_{VV}^2 P_L$.
- Adicione $2g_{ij} \sin \theta_{ij} V_j$ ao elemento ii , $2g_{ij} \sin \theta_{ij} V_i$ ao elemento ij , $-2g_{ij} \sin \theta_{ij} V_j$ ao elemento ji e $-2g_{ij} \sin \theta_{ij} V_i$ ao elemento jj da submatriz $\nabla_{\theta V}^2 P_L$.
- Adicione $2g_{ij} \cos \theta_{ij} V_i V_j$ aos elementos ii e jj e $-2g_{ij} \cos \theta_{ij} V_i V_j$ aos elementos ij e ji da submatriz $\nabla_{\theta\theta}^2 P_L$.

Para demonstrar o cálculo da Hessiana $\nabla^2 P_L$ usando o procedimento descrito acima, considere o sistema IEEE 6 barras da Figura 4.1. Inicialmente calculamos os vetores auxiliares \hat{c} e \hat{s} da forma:

$$\hat{c} = \begin{bmatrix} \hat{c}_{16} \\ \hat{c}_{14} \\ \hat{c}_{23} \\ \hat{c}_{25} \\ \hat{c}_{34} \\ \hat{c}_{46} \\ \hat{c}_{56} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2g_{16} \cos \theta_{16} \\ 2g_{14} \cos \theta_{14} \\ 2g_{23} \cos \theta_{23} \\ 2g_{25} \cos \theta_{25} \\ 2g_{34} \cos \theta_{34} \\ 2g_{46} \cos \theta_{46} \\ 2g_{56} \cos \theta_{56} \end{bmatrix}, \quad (4.20)$$

$$\hat{s} = \begin{bmatrix} \hat{s}_{16} \\ \hat{s}_{14} \\ \hat{s}_{23} \\ \hat{s}_{25} \\ \hat{s}_{34} \\ \hat{s}_{46} \\ \hat{s}_{56} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2g_{16} \sin \theta_{16} \\ 2g_{14} \sin \theta_{14} \\ 2g_{23} \sin \theta_{23} \\ 2g_{25} \sin \theta_{25} \\ 2g_{34} \sin \theta_{34} \\ 2g_{46} \sin \theta_{46} \\ 2g_{56} \sin \theta_{56} \end{bmatrix}. \quad (4.21)$$

Os índices ij dos elementos dos vetores \hat{c} e \hat{s} são os terminais (i,j) do circuito correspondente. O cálculo da Hessiana é demonstrado somente para a submatriz $\nabla_{\theta V}^2 P_L$, mas o resultado é apresentado para as três submatrizes.

Para o primeiro circuito (1,6), temos $i = 1$ e $j = 6$ e adicionamos $2g_{16} \sin \theta_{16} V_6 = \hat{s}_{16} V_6$ ao elemento (1,1), $2g_{16} \sin \theta_{16} V_1 = \hat{s}_{16} V_1$ ao elemento (1,6), $-2g_{16} \sin \theta_{16} V_6 = -\hat{s}_{16} V_6$ ao elemento (6,1) e $-2g_{16} \sin \theta_{16} V_1 = -\hat{s}_{16} V_1$ ao elemento (6,6). Assim, temos:

$$\nabla_{\theta V}^2 P_L = \begin{bmatrix} \hat{s}_{16} V_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{s}_{16} V_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\hat{s}_{16} V_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\hat{s}_{16} V_1 \end{bmatrix}.$$

Para o segundo circuito (1,4), temos $i = 1$ e $j = 4$ e adicionamos $2g_{14} \sin \theta_{14} V_4$ ao elemento (1,1), $2g_{14} \sin \theta_{14} V_1$ ao elemento (1,4), $-2g_{14} \sin \theta_{14} V_4$ ao elemento (4,1) e $-2g_{14} \sin \theta_{14} V_1$ ao elemento (4,4). Assim, temos:

$$\nabla_{\theta V}^2 P_L = \begin{bmatrix} \hat{s}_{16} V_6 + \hat{s}_{14} V_4 & 0 & 0 & \hat{s}_{14} V_1 & 0 & \hat{s}_{16} V_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\hat{s}_{14} V_4 & 0 & 0 & -\hat{s}_{14} V_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\hat{s}_{16} V_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\hat{s}_{16} V_1 \end{bmatrix}.$$

Para o terceiro circuito (2,3), temos $i = 2$ e $j = 3$ e adicionamos $2g_{23} \sin \theta_{23} V_3$ ao elemento (2,2), $2g_{23} \sin \theta_{23} V_2$ ao elemento (2,3), $-2g_{23} \sin \theta_{23} V_3$ ao elemento (3,2) e $-2g_{23} \sin \theta_{23} V_2$ ao elemento (3,3).

Assim, temos:

$$\nabla_{\theta V}^2 P_L = \begin{bmatrix} \widehat{s}_{16}V_6 + \widehat{s}_{14}V_4 & 0 & 0 & \widehat{s}_{14}V_1 & 0 & \widehat{s}_{16}V_1 \\ 0 & \widehat{s}_{23}V_3 & \widehat{s}_{23}V_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\widehat{s}_{23}V_3 & -\widehat{s}_{23}V_2 & 0 & 0 & 0 \\ -\widehat{s}_{14}V_4 & 0 & 0 & -\widehat{s}_{14}V_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\widehat{s}_{16}V_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\widehat{s}_{16}V_1 \end{bmatrix}.$$

Para o quarto circuito (2,5), temos $i = 2$ e $j = 5$ e adicionamos $2g_{25} \text{sen } \theta_{25}V_5$ ao elemento (2,2), $2g_{25} \text{sen } \theta_{25}V_2$ ao elemento (2,5), $-2g_{25} \text{sen } \theta_{25}V_5$ ao elemento (5,2) e $-2g_{25} \text{sen } \theta_{25}V_2$ ao elemento (5,5). Assim, temos:

$$\nabla_{\theta V}^2 P_L = \begin{bmatrix} \widehat{s}_{16}V_6 + \widehat{s}_{14}V_4 & 0 & 0 & \widehat{s}_{14}V_1 & 0 & \widehat{s}_{16}V_1 \\ 0 & \widehat{s}_{23}V_3 + \widehat{s}_{25}V_5 & \widehat{s}_{23}V_2 & 0 & \widehat{s}_{25}V_2 & 0 \\ 0 & -\widehat{s}_{23}V_3 & -\widehat{s}_{23}V_2 & 0 & 0 & 0 \\ -\widehat{s}_{14}V_4 & 0 & 0 & -\widehat{s}_{14}V_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\widehat{s}_{25}V_5 & 0 & 0 & -\widehat{s}_{25}V_2 & 0 \\ -\widehat{s}_{16}V_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\widehat{s}_{16}V_1 \end{bmatrix}.$$

Para o quinto circuito (3,4), temos $i = 3$ e $j = 4$ e adicionamos $2g_{34} \text{sen } \theta_{34}V_4$ ao elemento (3,3), $2g_{34} \text{sen } \theta_{34}V_3$ ao elemento (3,4), $-2g_{34} \text{sen } \theta_{34}V_4$ ao elemento (4,3) e $-2g_{34} \text{sen } \theta_{34}V_3$ ao elemento (4,4). Assim, temos:

$$\nabla_{\theta V}^2 P_L = \begin{bmatrix} \widehat{s}_{16}V_6 + \widehat{s}_{14}V_4 & 0 & 0 & \widehat{s}_{14}V_1 & 0 & \widehat{s}_{16}V_1 \\ 0 & \widehat{s}_{23}V_3 + \widehat{s}_{25}V_5 & \widehat{s}_{23}V_2 & 0 & \widehat{s}_{25}V_2 & 0 \\ 0 & -\widehat{s}_{23}V_3 & -\widehat{s}_{23}V_2 + \widehat{s}_{34}V_4 & \widehat{s}_{34}V_3 & 0 & 0 \\ -\widehat{s}_{14}V_4 & 0 & -\widehat{s}_{34}V_4 & -\widehat{s}_{14}V_1 - \widehat{s}_{34}V_3 & 0 & 0 \\ 0 & -\widehat{s}_{25}V_5 & 0 & 0 & -\widehat{s}_{25}V_2 & 0 \\ -\widehat{s}_{16}V_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\widehat{s}_{16}V_1 \end{bmatrix}.$$

Para o sexto circuito (4,6), temos $i = 4$ e $j = 6$ e adicionamos $2g_{46} \text{sen } \theta_{46}V_6$ ao elemento (4,4), $2g_{46} \text{sen } \theta_{46}V_4$ ao elemento (4,6), $-2g_{46} \text{sen } \theta_{46}V_6$ ao elemento (6,4) e $-2g_{46} \text{sen } \theta_{46}V_4$ ao elemento (6,6). Assim, temos:

$$\nabla_{\theta V}^2 P_L = \begin{bmatrix} \widehat{s}_{16}V_6 + \widehat{s}_{14}V_4 & 0 & 0 & \widehat{s}_{14}V_1 & 0 & \widehat{s}_{16}V_1 \\ 0 & \widehat{s}_{23}V_3 + \widehat{s}_{25}V_5 & \widehat{s}_{23}V_2 & 0 & \widehat{s}_{25}V_2 & 0 \\ 0 & -\widehat{s}_{23}V_3 & -\widehat{s}_{23}V_2 + \widehat{s}_{34}V_4 & \widehat{s}_{34}V_3 & 0 & 0 \\ -\widehat{s}_{14}V_4 & 0 & -\widehat{s}_{34}V_4 & -\widehat{s}_{14}V_1 - \widehat{s}_{34}V_3 + \widehat{s}_{46}V_6 & 0 & \widehat{s}_{46}V_4 \\ 0 & -\widehat{s}_{25}V_5 & 0 & 0 & -\widehat{s}_{25}V_2 & 0 \\ -\widehat{s}_{16}V_6 & 0 & 0 & -\widehat{s}_{46}V_6 & 0 & -\widehat{s}_{16}V_1 - \widehat{s}_{46}V_4 \end{bmatrix}.$$

Finalmente, para o sétimo e último circuito (5,6), temos $i = 5$ e $j = 6$ e adicionamos $2g_{56} \text{sen } \theta_{56}V_6$ ao elemento (5,5), $2g_{56} \text{sen } \theta_{56}V_5$ ao elemento (5,6), $-2g_{56} \text{sen } \theta_{56}V_6$ ao elemento (6,5) e $-2g_{56} \text{sen } \theta_{56}V_5$ ao elemento (6,6). Assim, temos:

$$\nabla_{\theta V}^2 P_L = \begin{bmatrix} \widehat{s}_{16}V_6 + \widehat{s}_{14}V_4 & 0 & 0 & \widehat{s}_{14}V_1 & 0 & \widehat{s}_{16}V_1 \\ 0 & \widehat{s}_{23}V_3 + \widehat{s}_{25}V_5 & \widehat{s}_{23}V_2 & 0 & \widehat{s}_{25}V_2 & 0 \\ 0 & -\widehat{s}_{23}V_3 & -\widehat{s}_{23}V_2 + \widehat{s}_{34}V_4 & \widehat{s}_{34}V_3 & 0 & 0 \\ -\widehat{s}_{14}V_4 & 0 & -\widehat{s}_{34}V_4 & -\widehat{s}_{14}V_1 - \widehat{s}_{34}V_3 + \widehat{s}_{46}V_6 & 0 & \widehat{s}_{46}V_4 \\ 0 & -\widehat{s}_{25}V_5 & 0 & 0 & -\widehat{s}_{25}V_2 + \widehat{s}_{56}V_6 & \widehat{s}_{56}V_5 \\ -\widehat{s}_{16}V_6 & 0 & 0 & -\widehat{s}_{46}V_6 & -\widehat{s}_{56}V_6 & -\widehat{s}_{16}V_1 - \widehat{s}_{46}V_4 - \widehat{s}_{56}V_5 \end{bmatrix}.$$

As outras duas submatrizes são:

$$\nabla_{VV}^2 P_L = \begin{bmatrix} 2g_{16} + 2g_{14} & 0 & 0 & -\hat{c}_{14} & 0 & -\hat{c}_{16} \\ 0 & 2g_{23} + 2g_{25} & -\hat{c}_{23} & 0 & -\hat{c}_{25} & 0 \\ 0 & -\hat{c}_{23} & 2g_{23} + 2g_{34} & -\hat{c}_{34} & 0 & 0 \\ -\hat{c}_{14} & 0 & -\hat{c}_{34} & 2g_{14} + 2g_{34} + 2g_{46} & 0 & -\hat{c}_{46} \\ 0 & -\hat{c}_{25} & 0 & 0 & 2g_{25} + 2g_{56} & -\hat{c}_{56} \\ -\hat{c}_{16} & 0 & 0 & -\hat{c}_{46} & -\hat{c}_{56} & 2g_{16} + 2g_{46} + 2g_{56} \end{bmatrix}$$

$$\nabla_{\theta\theta}^2 P_L = \begin{bmatrix} \hat{c}_{16}V_1V_6 + \hat{c}_{14}V_1V_4 & 0 & 0 & -\hat{c}_{14}V_1V_4 & 0 & -\hat{c}_{16}V_1V_6 \\ 0 & \hat{c}_{23}V_2V_3 + \hat{c}_{25}V_2V_5 & -\hat{c}_{23}V_2V_3 & 0 & -\hat{c}_{25}V_2V_5 & 0 \\ 0 & -\hat{c}_{23}V_2V_3 & \hat{c}_{23}V_2V_3 + \hat{c}_{34}V_3V_4 & -\hat{c}_{34}V_3V_4 & 0 & 0 \\ -\hat{c}_{14}V_1V_4 & -\hat{c}_{34}V_3V_4 & \hat{c}_{14}V_1V_4 + \hat{c}_{34}V_3V_4 + \hat{c}_{46}V_4V_6 & 0 & -\hat{c}_{46}V_4V_6 & 0 \\ 0 & -\hat{c}_{25}V_2V_5 & 0 & 0 & \hat{c}_{25}V_2V_5 + \hat{c}_{56}V_5V_6 & -\hat{c}_{56}V_5V_6 \\ -\hat{c}_{16}V_1V_6 & 0 & 0 & -\hat{c}_{46}V_4V_6 & -\hat{c}_{56}V_5V_6 & \hat{c}_{16}V_1V_6 + \hat{c}_{46}V_4V_6 + \hat{c}_{56}V_5V_6 \end{bmatrix}$$

Revisitando o cálculo do vetor gradiente, usando os vetores com cálculos usados repetidamente \hat{c} e \hat{s} , o gradiente da função perdas na transmissão pode ser calculado por:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_L}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_2} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_3} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_4} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V_6} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_4} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_5} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(g_{16} + g_{14})V_1 - \hat{c}_{16}V_6 - \hat{c}_{14}V_4 \\ 2(g_{23} + g_{25})V_2 - \hat{c}_{23}V_3 - \hat{c}_{25}V_5 \\ 2(g_{23} + g_{34})V_3 - \hat{c}_{23}V_2 - \hat{c}_{34}V_4 \\ 2(g_{14} + g_{34} + g_{46})V_4 - \hat{c}_{14}V_1 - \hat{c}_{34}V_3 - \hat{c}_{46}V_6 \\ 2(g_{25} + g_{56})V_5 - \hat{c}_{25}V_2 - \hat{c}_{56}V_6 \\ 2(g_{16} + g_{46} + g_{56})V_6 - \hat{c}_{16}V_1 - \hat{c}_{46}V_4 - \hat{c}_{56}V_5 \\ \hat{s}_{16}V_1V_6 + \hat{s}_{14}V_1V_4 \\ \hat{s}_{23}V_2V_3 + \hat{s}_{25}V_2V_5 \\ -\hat{s}_{23}V_2V_3 + \hat{s}_{34}V_3V_4 \\ -\hat{s}_{14}V_1V_4 - \hat{s}_{34}V_3V_4 + \hat{s}_{46}V_4V_6 \\ -\hat{s}_{25}V_2V_5 + \hat{s}_{56}V_5V_6 \\ -\hat{s}_{16}V_1V_6 - \hat{s}_{46}V_4V_6 - \hat{s}_{56}V_5V_6 \end{bmatrix}$$

Observe que os elementos não diagonais da matriz $\nabla_{\theta\theta}^2 P_L$ podem ser expressos em termos dos elementos não diagonais da matriz $\nabla_{VV}^2 P_L$, da seguinte forma:

$$\nabla_{\theta\theta}^2 P_L = \text{diag}(V)(\nabla_{VV}^2 P_L)\text{diag}(V).$$

Os elementos diagonais de $\nabla_{\theta\theta}^2 P_L$ são o negativo da soma dos elementos não diagonais das respectivas linhas. Observe também que o ângulo de fase de uma das barras, chamada de referência angular, é fixo. Assumindo que essa barra é a mesma barra que a barra de balanço de potência, ou seja, barra 1, as linhas e colunas referentes à variável θ_1 (destacadas em vermelho) são eliminadas da formulação.

Estruturalmente, as submatrizes da Hessiana da função perdas na transmissão $\nabla_{VV}^2 P_L$, $\nabla_{V\theta}^2 P_L$ e $\nabla_{\theta\theta}^2 P_L$ são idênticas a matriz admitância de barra da rede, \vec{Y}_n , ou seja, elas têm um elemento diferente de zero na posição ij se e somente se a barra i estiver diretamente conectada a barra j . A expressão abaixo ilustra o

padrão de elementos diferentes de zero das submatrizes da Hessiana e da matriz admitância de barra \vec{Y}_n , para o sistema teste IEEE 6 barras:

$$\nabla_{\theta\theta}^2 P_L \sim \nabla_{\theta V}^2 P_L \sim \nabla_{VV}^2 P_L \sim \begin{bmatrix} \blacksquare & 0 & 0 & \blacksquare & 0 & \blacksquare \\ 0 & \blacksquare & \blacksquare & 0 & \blacksquare & 0 \\ 0 & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & 0 & 0 \\ \blacksquare & 0 & \blacksquare & \blacksquare & 0 & \blacksquare \\ 0 & \blacksquare & 0 & 0 & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & 0 & 0 & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{bmatrix}, \quad \vec{Y}_n = \begin{bmatrix} Y_{11} & 0 & 0 & Y_{14} & 0 & Y_{16} \\ 0 & Y_{22} & Y_{23} & 0 & Y_{25} & 0 \\ 0 & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} & 0 & 0 \\ Y_{41} & 0 & Y_{43} & Y_{44} & 0 & Y_{46} \\ 0 & Y_{52} & 0 & 0 & Y_{55} & Y_{56} \\ Y_{61} & 0 & 0 & Y_{64} & Y_{65} & Y_{66} \end{bmatrix}.$$

4.4.1.1 Considerando Resistências Diferentes de Zero de Transformadores

Consideramos até aqui que a perda ativa na transmissão ocorre essencialmente nas linhas de transmissão, assumimos que as resistências dos enrolamentos de transformadores são muito pequenas e geralmente consideradas zero. No entanto, nem sempre a resistência de um transformador é desconsiderada, como pode ser visto, por exemplo, nos dados de linha do sistema teste IEEE 300 barras. O procedimento para calcular o gradiente e a Hessiana levando em consideração resistências não desprezíveis de transformadores é desenvolvido a seguir. Conforme demonstrado em (TORRES, 1998), os fluxos de potência ativa em um transformador em-fase no circuito (i,j) , são dados por:

$$P_{ij} = g_{ij}(t_{ij}V_i)^2 - (t_{ij}V_i)V_j(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (4.22)$$

$$P_{ji} = g_{ij}V_j^2 - (t_{ij}V_i)V_j(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \sin \theta_{ij}), \quad (4.23)$$

em que t_{ij} é o tape do transformador na representação 1 : t_{ij} . Consequentemente, a perda ativa no transformador do circuito (i,j) é calculada por:

$$P_{L_{ij}} = P_{ij} + P_{ji} = g_{ij}[(t_{ij}V_i)^2 + V_j^2] - 2(t_{ij}V_i)V_jg_{ij} \cos \theta_{ij}. \quad (4.24)$$

Comparando a equação (4.7) da perda ativa em uma linha de transmissão com a equação (4.24) da perda ativa em um transformador, observamos que (4.24) pode ser obtida de (4.7) pela simples substituição de V_i por $t_{ij}V_i$ (a tensão no secundário do transformador ideal!). As contribuições do transformador (i,j) para o vetor gradiente são:

$$\frac{\partial P_{L_{ij}}}{\partial V_i} = 2t_{ij}^2g_{ij}V_i - 2t_{ij}g_{ij} \cos \theta_{ij}V_j \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial P_{L_{ij}}}{\partial V_j} = 2g_{ij}V_j - 2t_{ij}g_{ij} \cos \theta_{ij}V_i \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial P_{L_{ij}}}{\partial \theta_i} = 2t_{ij}g_{ij} \sin \theta_{ij}V_iV_j \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial P_{L_{ij}}}{\partial \theta_j} = -2t_{ij}g_{ij} \sin \theta_{ij}V_iV_j. \quad (4.28)$$

Se o tape t_{ij} é uma variável de decisão no FPO, temos o elemento adicional do vetor gradiente:

$$\frac{\partial P_{L_{ij}}}{\partial t_{ij}} = 2t_{ij}g_{ij}V_i^2 - 2g_{ij} \cos \theta_{ij}V_iV_j. \quad (4.29)$$

As derivadas parciais de segunda ordem da perda ativa no transformador (i,j) são calculadas por:

$$\frac{\partial^2 P_{L_{ij}}}{\partial V_i \partial V_i} = 2t_{ij}^2g_{ij} \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial^2 P_{Lij}}{\partial V_i \partial V_j} = -2t_{ij}g_{ij} \cos \theta_{ij} \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial^2 P_{Lij}}{\partial V_j \partial V_i} = -2t_{ij}g_{ij} \cos \theta_{ij} \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial^2 P_{Lij}}{\partial V_j \partial V_j} = 2g_{ij} \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial^2 P_{Lij}}{\partial \theta_i \partial V_i} = 2t_{ij}g_{ij} \sen \theta_{ij} V_j \quad (4.34)$$

$$\frac{\partial^2 P_{Lij}}{\partial \theta_i \partial V_j} = 2t_{ij}g_{ij} \sen \theta_{ij} V_i \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial^2 P_{Lij}}{\partial \theta_j \partial V_i} = -2t_{ij}g_{ij} \sen \theta_{ij} V_j \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial^2 P_{Lij}}{\partial \theta_j \partial V_j} = -2t_{ij}g_{ij} \sen \theta_{ij} V_i \quad (4.37)$$

$$\frac{\partial^2 P_{Lij}}{\partial \theta_i \partial \theta_i} = 2t_{ij}g_{ij} \cos \theta_{ij} V_i V_j \quad (4.38)$$

$$\frac{\partial^2 P_{Lij}}{\partial \theta_i \partial \theta_j} = -2t_{ij}g_{ij} \cos \theta_{ij} V_i V_j \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial^2 P_{Lij}}{\partial \theta_j \partial \theta_i} = -2t_{ij}g_{ij} \cos \theta_{ij} V_i V_j \quad (4.40)$$

$$\frac{\partial^2 P_{Lij}}{\partial \theta_j \partial \theta_j} = 2t_{ij}g_{ij} \cos \theta_{ij} V_i V_j. \quad (4.41)$$

Se o tape t_{ij} é uma variável de decisão no FPO, temos os elementos adicionais na Hessiana:

$$\frac{\partial^2 P_{Lij}}{\partial V_i \partial t_{ij}} = 4t_{ij}g_{ij} V_i - 2g_{ij} \cos \theta_{ij} V_j \quad (4.42)$$

$$\frac{\partial^2 P_{Lij}}{\partial V_j \partial t_{ij}} = -2g_{ij} \cos \theta_{ij} V_i \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial^2 P_{Lij}}{\partial \theta_i \partial t_{ij}} = 2g_{ij} \sen \theta_{ij} V_i V_j \quad (4.44)$$

$$\frac{\partial^2 P_{Lij}}{\partial \theta_j \partial t_{ij}} = -2g_{ij} \sen \theta_{ij} V_i V_j \quad (4.45)$$

$$\frac{\partial^2 P_{Lij}}{\partial t_{ij} \partial t_{ij}} = 2g_{ij} V_i^2 \quad (4.46)$$

A estrutura da Hessiana da função perda ativa na transmissão com a inclusão de variáveis tape de transformador é conforme ilustrada na Figura 4.3.

O procedimento sistemático para a construção da Hessiana da função perda ativa na transmissão, considerando transformadores com resistências não desprezíveis e tapes variáveis, é descrito a seguir. Para cada circuito $(i,j) \in \mathcal{B}$, se **linha de transmissão**:

- Adicione $2g_{ij}$ aos elementos ii e jj e $-2g_{ij} \cos \theta_{ij}$ aos elementos ij e ji da submatriz $\nabla_{VV}^2 P_L$.
- Adicione $2g_{ij} \sen \theta_{ij} V_j$ ao elemento ii , $2g_{ij} \sen \theta_{ij} V_i$ ao elemento ij , $-2g_{ij} \sen \theta_{ij} V_j$ ao elemento ji e $-2g_{ij} \sen \theta_{ij} V_i$ ao elemento jj da submatriz $\nabla_{\theta V}^2 P_L$.
- Adicione $2g_{ij} \cos \theta_{ij} V_i V_j$ aos elementos ii e jj e $-2g_{ij} \cos \theta_{ij} V_i V_j$ aos elementos ij e ji da submatriz $\nabla_{\theta\theta}^2 P_L$.

Figura 4.3: Ilustração da montagem da Hessiana com tape variável

$\frac{\partial^2 P_L}{\partial V \partial V}$	$\frac{\partial^2 P_L}{\partial V \partial \theta}$	$\frac{\partial^2 P_L}{\partial V \partial t}$
$\frac{\partial^2 P_L}{\partial \theta \partial V}$	$\frac{\partial^2 P_L}{\partial \theta \partial \theta}$	$\frac{\partial^2 P_L}{\partial \theta \partial t}$
$\frac{\partial^2 P_L}{\partial t \partial V}$	$\frac{\partial^2 P_L}{\partial t \partial \theta}$	$\frac{\partial^2 P_L}{\partial t \partial t}$

Fonte: Próprio Autor.

Se transformador:

- Adicione $2t_{ij}^2 g_{ij}$ ao elemento ii , $2g_{ij}$ ao elemento jj e $-2g_{ij} \cos \theta_{ij} t_{ij}$ aos elementos ij e ji da submatriz $\nabla_{V}^2 P_L$.
- Adicione $2g_{ij} \sin \theta_{ij} t_{ij} V_j$ ao elemento ii , $2g_{ij} \sin \theta_{ij} t_{ij} V_i$ ao elemento ij , $-2g_{ij} \sin \theta_{ij} t_{ij} V_j$ ao elemento ji e $-2g_{ij} \sin \theta_{ij} t_{ij} V_i$ ao elemento jj da submatriz $\nabla_{\theta}^2 P_L$.
- Adicione $2g_{ij} \cos \theta_{ij} t_{ij} V_i V_j$ aos elementos ii e jj e $-2g_{ij} \cos \theta_{ij} t_{ij} V_i V_j$ aos elementos ij e ji da submatriz $\nabla_{\theta\theta}^2 P_L$.

Se o tape desse transformador é variável de decisão do FPO:

- Adicione $4t_{ij} g_{ij} V_i - 2g_{ij} \cos \theta_{ij} t_{ij} V_i V_j$ ao elemento ik e $-2g_{ij} \cos \theta_{ij} V_i$ ao elemento jk da submatriz $\nabla_{Vt}^2 P_L$.
- Adicione $2g_{ij} \sin \theta_{ij} V_i V_j$ ao elemento ik e $-2g_{ij} \sin \theta_{ij} V_i V_j$ ao elemento jk da submatriz $\nabla_{\theta t}^2 P_L$.
- Adicione $2g_{ij} V_i^2$ ao elemento kk da submatriz $\nabla_{tt}^2 P_L$.

4.4.2 Minimização Desvio de Tensão

No Capítulo 2, o problema de minimização de desvios de tensão é formulado de duas maneiras, a primeira minimizando a soma dos quadrados dos desvios de tensão em relação a tensão nominal (1 p.u.),

$$f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (V_i - 1)^2,$$

e a segunda minimizando a soma dos quadrados dos desvios de tensão entre barras diretamente conectadas, da seguinte forma:

$$f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1, j \in \Omega_i}^n (V_i - V_j)^2.$$

No primeiro caso, o gradiente $\nabla f(x)$ e a Hessiana $\nabla^2 f(x)$ são facilmente calculados pelas expressões:

$$\frac{\partial f}{\partial V_i} = V_i - 1 \quad (4.47)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial V_i \partial V_i} = 1. \quad (4.48)$$

A segunda formulação também é facilmente implementada usando teoria de grafos, por meio da matriz de adjacência da rede elétrica, uma matriz $n_b \times n_c$ de incidência barra-circuito, cujos elementos são definidos como:

$$A_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{se o circuito } k \text{ inicia na barra } i \\ -1 & \text{se o circuito } k \text{ termina na barra } i \\ 0 & \text{se o circuito } k \text{ não tem a barra } i \text{ como uma barra terminal.} \end{cases} \quad (4.49)$$

O circuito é dito que “inicia” na barra i se o fluxo de potência flui da barra i e não para a barra i . Cada coluna da matriz A representa um circuito da rede, e contém apenas 2 elementos diferentes de zero, 1 e -1 , identificando as duas barras terminais do circuito. Portanto, a diferença das tensões das barras diretamente conectadas, ou seja, as tensões nos terminais dos circuitos, é dada por $A^T V$, em que V é o vetor das magnitudes das tensões de barra. Assim, a soma dos quadrados das diferenças de tensões é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1, j \in \Omega_i}^n (V_i - V_j)^2 = \frac{1}{2} V^T A A^T V. \quad (4.50)$$

Os elementos diferentes de zero do vetor gradiente são facilmente calculados por:

$$\nabla_V f(x) = A A^T V. \quad (4.51)$$

Essa função objetivo contribui com elementos na Hessiana apenas na submatriz $\partial^2 f / \partial V \partial V$, da forma:

$$\nabla_{VV}^2 f(x) = A A^T. \quad (4.52)$$

Portanto, a Hessiana é constante e é facilmente calculada a partir da matriz de adjacência da rede.

Considerando o sistema teste IEEE 6 barras e o conjunto \mathcal{B} de barras terminais dos circuitos,

$$\mathcal{B} = \{(1,6), (1,4), (2,3), (2,5), (3,4), (4,6), (5,6)\}$$

a matriz de adjacência da rede elétrica é a seguinte:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

O produto $A^T V$ fornece:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 - V_6 \\ V_1 - V_4 \\ V_2 - V_3 \\ V_2 - V_5 \\ V_3 - V_4 \\ V_4 - V_6 \\ V_5 - V_6 \end{bmatrix}.$$

Portanto, o produto escalar

$$(A^T V)^T (A^T V) = (V_1 - V_6)^2 + (V_1 - V_4)^2 + (V_2 - V_3)^2 + (V_2 - V_5)^2 + (V_3 - V_4)^2 + (V_4 - V_6)^2 + (V_5 - V_6)^2$$

fornece a soma dos quadrados das tensões nos terminais dos circuitos, ou seja, o quadrado das diferenças entre as tensões das barras diretamente conectadas.

4.4.3 Implicações do Modelo de Carga ZIP na Implementação

No modelo de carga ZIP, uma parcela da carga varia linearmente com a magnitude da tensão da barra (carga de corrente constante) e outra parcela varia com o quadrado da magnitude da tensão (carga de impedância constante). Seja $g_k(x) = 0$ a restrição FPO correspondente ao balanço de potência ativa na barra i , considerando a carga ativa constante P_{D_i} ,

$$g_k(x) = V_i \sum_{j \in \mathcal{I}} V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) - P_{G_i} + P_{D_i} = 0, \quad (4.53)$$

e seja $g_k^{zip}(x) = 0$ a restrição de balanço de potência ativa na mesma barra i , considerando o modelo de carga ZIP,

$$g_k^{zip}(x) = V_i \sum_{j \in \mathcal{I}} V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) - P_{G_i} + (a_{p_i} + b_{p_i} V_i + c_{p_i} V_i^2) P_{D_i} = 0. \quad (4.54)$$

O modelo de carga ZIP implica os seguintes ajustes no gradiente $\nabla g_k(x)$ e na Hessiana $\nabla^2 g_k(x)$ para obter o gradiente $\nabla g_k^{zip}(x)$ e a Hessiana $\nabla^2 g_k^{zip}(x)$:

$$\frac{\partial g_k^{zip}}{\partial V_i} = \frac{\partial g_k}{\partial V_i} + (b_{p_i} + 2c_{p_i} V_i) P_{D_i} \quad (4.55)$$

$$\frac{\partial^2 g_k^{zip}}{\partial V_i \partial V_i} = \frac{\partial^2 g_k}{\partial V_i \partial V_i} + 2c_{p_i} P_{D_i}. \quad (4.56)$$

Um ajuste semelhante ocorre com a restrição de balanço de potência reativa. Seja $g_m(x) = 0$ a restrição FPO correspondente ao balanço de potência reativa na barra i , considerando a carga reativa constante Q_{D_i} ,

$$g_m(x) = V_i \sum_{j \in \mathcal{I}} V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) - Q_{G_i} + Q_{D_i} = 0, \quad (4.57)$$

e seja $g_m^{zip}(x) = 0$ a restrição de balanço de potência reativa na mesma barra i , considerando o modelo de carga ZIP,

$$g_m^{zip}(x) = V_i \sum_{j \in \mathcal{I}} V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) - Q_{G_i} + (a_{q_i} + b_{q_i} V_i + c_{q_i} V_i^2) Q_{D_i} = 0. \quad (4.58)$$

O modelo ZIP implica os seguintes ajustes no gradiente $\nabla g_m(x)$ e na Hessiana $\nabla^2 g_m(x)$ para obter o gradiente $\nabla g_m^{zip}(x)$ e a Hessiana $\nabla^2 g_m^{zip}(x)$:

$$\frac{\partial g_m^{zip}}{\partial V_i} = \frac{\partial g_m}{\partial V_i} + (b_{q_i} + 2c_{q_i} V_i) Q_{D_i} \quad (4.59)$$

$$\frac{\partial^2 g_m^{zip}}{\partial V_i \partial V_i} = \frac{\partial^2 g_m}{\partial V_i \partial V_i} + 2c_{q_i} Q_{D_i}. \quad (4.60)$$

4.5 Considerações Finais do Capítulo

Este capítulo apresentou inicialmente os estudos de caso e as principais motivações para a realização desses estudos. Em seguida, apresentou de forma detalhada e didática a implementação computacional eficiente das funções objetivo em consideração: minimização de perdas na transmissão, minimização da injeção de potência ativa na barra de folga, minimização dos desvios de tensão em relação à tensão nominal e minimização dos desvios de tensão entre barras conectadas diretamente. Também apresentou uma avaliação das implicações do modelo de carga ZIP na implementação computacional do FPO, mais especificamente, no cálculo do gradiente e da Hessiana das funções restrição de balanço de potência ativa e potência reativa nas barras.

Este capítulo apresentou um procedimento sistemático para o cálculo eficiente do gradiente e da Hessiana da função perdas na transmissão, com base na representação dos dados de linha da rede em arquivos de dados típicos de estudos de fluxo de potência. De grande importância, no caso da função perda ativa na transmissão, observamos que os termos $2g_{ij} \cos \theta_{ij}$ e $2g_{ij} \sin \theta_{ij}$ associados a cada circuito (i, j) estão presentes no cálculo de todos os elementos do gradiente e da Hessiana da função perdas na transmissão. Para uma implementação computacional eficiente, evitando o cálculo repetido do mesmo valor, bem como buscas repetidas da topologia da rede, os termos $2g_{ij} \cos \theta_{ij}$ e $2g_{ij} \sin \theta_{ij}$ são calculados previamente, e somente uma vez, para todos os circuitos, antes de iniciar o processo de cálculo do gradiente e da Hessiana da função perda ativa na transmissão.

No caso da função objetivo soma dos quadrados das diferenças de tensão entre barras diretamente conectadas, este capítulo demonstra como é simples e eficiente identificar todos os pares de barras diretamente conectadas usando a matriz de adjacência da rede elétrica. Consequentemente, é igualmente simples e eficiente calcular o gradiente e a Hessiana dessa função, como pode ser visto nas equações (4.51) e (4.52). A implementação simples e eficiente dessas funções objetivo demonstra o uso e a importância da teoria de grafos na análise eficiente de redes elétricas, sobretudo de redes de grande porte e em análises que requerem informações da topologia e conectividade da rede elétrica.

O próximo capítulo apresenta os resultados numéricos obtidos com essas formulações de FPO, usando o programa computacional PSOpt, e a discussão dos estudos de caso considerados.

Capítulo 5

Resultados Numéricos dos Estudos de FPO

5.1 Introdução

Este capítulo apresenta e discute os resultados numéricos obtidos para os estudos de caso descritos no Capítulo 4. Esses resultados foram obtidos utilizando o programa PSOpt (*Power System Optimizer*), em linguagem MATLAB, desenvolvido pelo Prof. Geraldo Leite Torres, no Laboratório de Otimização Aplicada a Sistemas de Potência (LOASP), Departamento de Engenharia Elétrica (DEE) do Centro de Tecnologia e Geociências (CTG) da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). O capítulo inicia com uma breve apresentação das principais características e funcionalidades do programa PSOpt, seguida da apresentação do conjunto de sistemas teste. Prossegue com a discussão dos resultados de simulações para comparação das opções de funções de minimização de perdas, análise do impacto do modelo de carga na minimização de perdas e comparação das soluções de perda mínima e desvio mínimo de tensão.

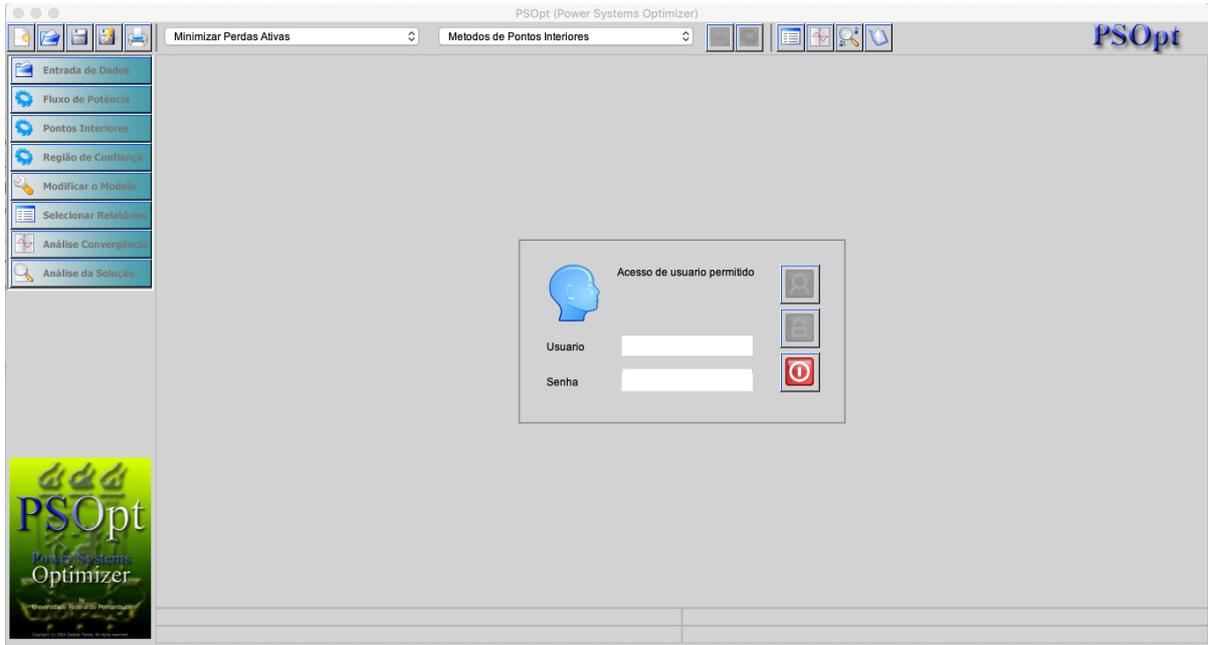
5.2 O Programa PSOpt

O programa computacional PSOpt é constituído por oito janelas de trabalho, com funcionalidades específicas, intituladas:

- Entrada de Dados;
- Fluxo de Potência;
- Pontos Interiores;
- Região de Confiança;
- Modificar o Modelo;
- Selecionar Relatórios;
- Análise Convergência;
- Análise da Solução.

Na Figura 5.1 é mostrada a janela de abertura do programa PSOpt. Cada janela de trabalho é ativada clicando no botão correspondente na coluna esquerda da janela principal.

Figura 5.1: Janela de abertura do programa PSOpt



Fonte: Interface do programa PSOpt.

No topo da janela principal, temos a barra de ferramentas com a pré-seleção do objetivo *Minimizar Perdas Ativas* e a técnica de otimização *Métodos de Pontos Interiores*. Em um arranjo vertical, à esquerda da janela principal, estão os botões para ativar cada uma das janelas de trabalho. No entanto, sem a habilitação de um usuário autorizado, nenhuma das janelas de trabalho pode ser acessada. Na Figura 5.2 é mostrada a barra de ferramentas após a habilitação de um usuário. Descrições sucintas das funcionalidades de cada uma das oito janelas de trabalho do programa PSOpt são apresentadas no Apêndice A deste documento.

Figura 5.2: Barra de ferramentas após a habilitação de um usuário



Fonte: Interface do programa PSOpt.

5.2.1 Executando Uma Simulação

Para executar uma simulação com PSOpt, o primeiro passo é digitar o nome do arquivo contendo os dados da rede elétrica na janela de trabalho **Entrada de Dados** (ver Apêndice A). Ao aceitar os valores padrões contidos na interface gráfica, a ação efetiva mínima realizada na interface gráfica para executar uma simulação é digitar o nome do arquivo de dados da rede elétrica. A partir do momento em que os arquivos de dados da rede são definidos, o botão para executar a simulação, , é habilitado na barra de ferramentas da interface gráfica (ver Figura 5.2). Clicar neste botão aciona o processo de solução numérica e, a cada iteração, as informações básicas sobre o processo iterativo de solução são mostradas na parte inferior da janela principal, como o número da iteração atual, o comprimento de passo primal α_k^P , o comprimento de passo dual α_k^D , a inviabilidade primal (3.19a), a inviabilidade dual (3.19b), o resíduo de complementaridade (3.19c), o parâmetro de barreira μ_k e o valor atual da função objetivo $f(x_k)$, conforme ilustrado na Figura 5.3. Os resultados de simulações podem ser avaliados a partir das janelas de trabalho **Selecionar Relatórios**, **Análise Convergência** e **Análise da Solução**, conforme descrito no Apêndice A.

Figura 5.3: Informações do processo de convergência durante as iterações



Fonte: Interface do programa PSopt.

5.2.2 Estrutura de Dados do Programa

O conhecimento da estrutura de dados do programa PSopt é essencial para melhor utilização do programa, a saber: Barra, Linha, Fpo, Lista e Indice. Essas estruturas e seus *campos*, onde são armazenadas informações sobre a rede elétrica e o processo de otimização, para posterior análise de dados e resultados na interface do programa, estão listadas no Apêndice B. A estrutura Barra possui campos relacionados aos dados de barra da rede elétrica. Linha possui campos relacionados aos dados de linha da rede. Lista armazena várias listas de números e índices para rápida identificação dos componentes da rede e do problema de otimização. Indice armazena vários números da rede elétrica e dos algoritmos de otimização. Fpo concentra as informações relacionadas ao problema de FPO e às técnicas de otimização.

5.3 Os Sistemas Teste

As análises realizadas consideram os sistemas teste do IEEE com 30, 57, 118 e 300 barras. Na Tabela 5.1 são mostrados os tamanhos dos conjuntos de índices $|\mathcal{N}|$ (número de barras do sistema), $|\mathcal{G}|$ (número de barras de geração), $|\mathcal{E}|$ (número de barras com compensação *shunt* variável), $|\mathcal{B}|$ (número de circuitos), e $|\mathcal{T}|$ (número de transformadores com *tape* variável) para os diversos sistemas teste, bem como o número de variáveis primais n , o número de restrições de igualdade m , e o número de restrições de limites mínimo e máximo p no problema de FPO (3.1).

Tabela 5.1: Tamanho dos sistemas de potência e do FPO não linear (3.1)

Sistema Teste	$ \mathcal{N} $	$ \mathcal{G} $	$ \mathcal{E} $	$ \mathcal{B} $	$ \mathcal{T} $	n	m	p
IEEE 30	30	6	5	41	4	63	60	75
IEEE 57	57	7	5	80	10	123	114	143
IEEE 118	118	54	12	186	9	244	236	311
IEEE 300	300	69	12	411	50	649	600	727

Fonte: Próprio Autor

Na Tabela 5.2 são mostradas as cargas totais ativa e reativa, e as perdas ativas na transmissão para a condição base, ou seja, antes da aplicação de qualquer procedimento de otimização.

5.4 Ambiente Computacional e Algoritmos de Otimização

Os resultados numéricos são obtidos em um notebook Samsung Expert X30, com processador Intel Core i5-7200U, 8 GB de memória RAM e sistema operacional MS Windows 10 Pro. Os problemas de FPO foram resolvidos pelos métodos de pontos interiores primal-dual de barreira logaritmica (PDBL) e primal-dual preditor-corretor (PDPC), descritos no Capítulo 3. Para todos os sistemas teste, foram utilizados os mesmos

Tabela 5.2: Carregamento inicial (ativo e reativo) e perdas ativas

Sistema Teste	Carga Total		Perdas (MW)
	(MW)	(Mvar)	
IEEE 30	283,40	126,20	17,63
IEEE 57	1250,80	336,40	27,86
IEEE 118	3668,00	1438,00	132,48
IEEE 300	23246,87	7787,97	408,15

Fonte: Próprio Autor

conjuntos de parâmetros dos algoritmos de pontos interiores, os quais são os valores padrões contidos na interface gráfica do programa PSOpt, a saber: $\mu_0 = 0,01$, $\gamma = 0,99995$, $\sigma = 0,2$ e $\epsilon = 0,0001$.

5.5 Análise das Funções Objetivo para Minimização de Perdas

As análises e comparações de quatro funções objetivo neste TCC baseiam-se em quatro indicadores principais: (a) perfil de magnitude de tensão da rede, (b) perda de potência ativa na transmissão, (c) perdas de potência ativa nos circuitos (circuitos com as 10 maiores e as 10 menores perdas) e (d) compensação *shunt* de potência reativa. Para simplificar as apresentações de figuras e tabelas, as funções objetivo são identificadas pelas siglas:

- PAT : Perda ativa na transmissão
- IPA : Injeção de potência ativa na barra de folga
- DMT : Desvio mínimo de tensão
- PPT : Planicidade do perfil de tensão

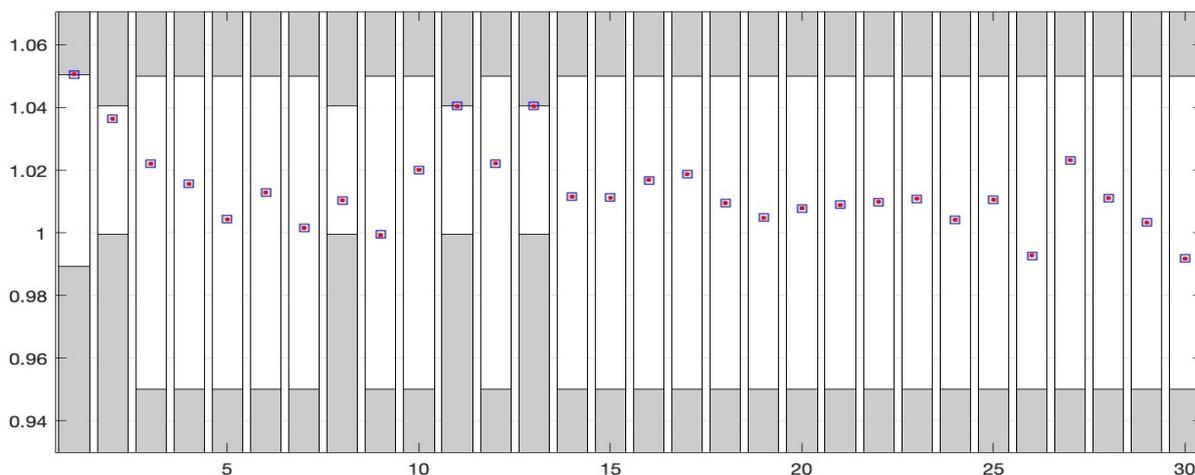
Além das quatro soluções otimizadas, existe também a solução FPC (fluxo de potência convencional) não otimizada. Em todas as representações gráficas de perfis de magnitude de tensão, as abscissas representam os números de barras e as ordenadas representam as magnitudes de tensão em p.u.. As barras cinzas representam faixas de magnitudes de tensão não permitidas, ou seja, abaixo do limite mínimo ou acima do limite máximo de tensão. O quadrado azul (\square) representa a solução ótima para o objetivo PAT e o ponto vermelho (\bullet) a solução ótima para o objetivo IPA.

5.5.1 Comparação dos Perfis de Magnitude de Tensão

Na Figura 5.4 são mostrados os perfis de magnitude de tensão das soluções ótimas com os objetivos PAT e IPA para o sistema IEEE 30 barras. As magnitudes de tensão em ambas as soluções satisfazem os limites mínimo e máximo especificados, conforme esperado. Neste sistema, as magnitudes de tensão nas barras 1, 11 e 13 atingem seus respectivos limites máximos; a barra 1 é a barra de folga e as barras 11 e 13 são barras de geração. A magnitude de tensão em nenhuma barra atinge o limite mínimo. Apenas as tensões nas barras 26 e 30 estão (ligeiramente) abaixo do valor nominal de 1 p.u.. O marcador do perfil de tensão do objetivo IPA (\bullet) se sobrepõe ao marcador do perfil de tensão do objetivo PAT (\square) em todas as barras. Portanto, os perfis de tensão para os objetivos IPA e PAT são idênticos, sugerindo que as soluções ótimas são as mesmas, o resultado esperado para um modelo de carga de potência constante.

É importante enfatizar que a sequência de barras na ilustração gráfica é meramente a sequência ordinal dos números das barras, sem relação com a vizinhança topológica das barras, ou seja, a sequência de conexão

Figura 5.4: Perfil de magnitude de tensão do sistema IEEE 30 barras, objetivos PAT e IPA

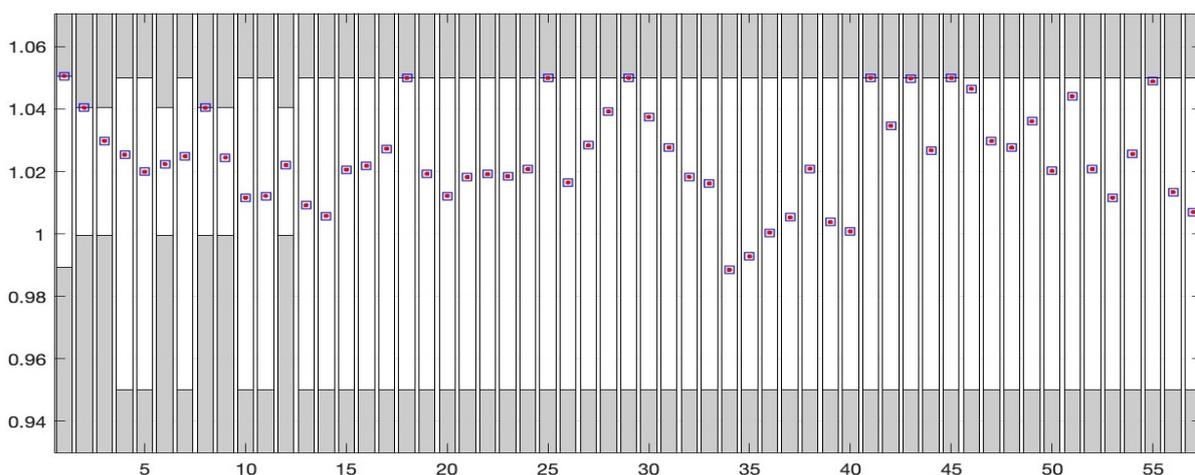


Fonte: Próprio Autor.

das barras no sistema elétrico. Portanto, variações nas magnitudes de tensão das barras adjacentes no gráfico não significam necessariamente variações de tensão entre barras diretamente conectadas. Os sistemas de transmissão são geralmente malhados, impossibilitando a apresentação de todas as barras diretamente conectadas sequencialmente.

Na Figura 5.5 são mostrados os perfis de magnitude de tensão das soluções ótimas com os objetivos PAT e IPA para o sistema IEEE 57 barras. Como esperado, as magnitudes de tensão nas soluções ótimas satisfazem os limites mínimo e máximo especificados. As magnitudes de tensão nas barras 1, 2, 8, 18, 25, 29, 41, 43, 45 e 55 atingem o limite máximo, enquanto a magnitude de tensão em nenhuma barra atinge o limite mínimo. Apenas as tensões nas barras 34 e 35 estão (ligeiramente) abaixo do valor nominal de 1 p.u..

Figura 5.5: Perfil de magnitude de tensão do sistema IEEE 57 barras, objetivos PAT e IPA



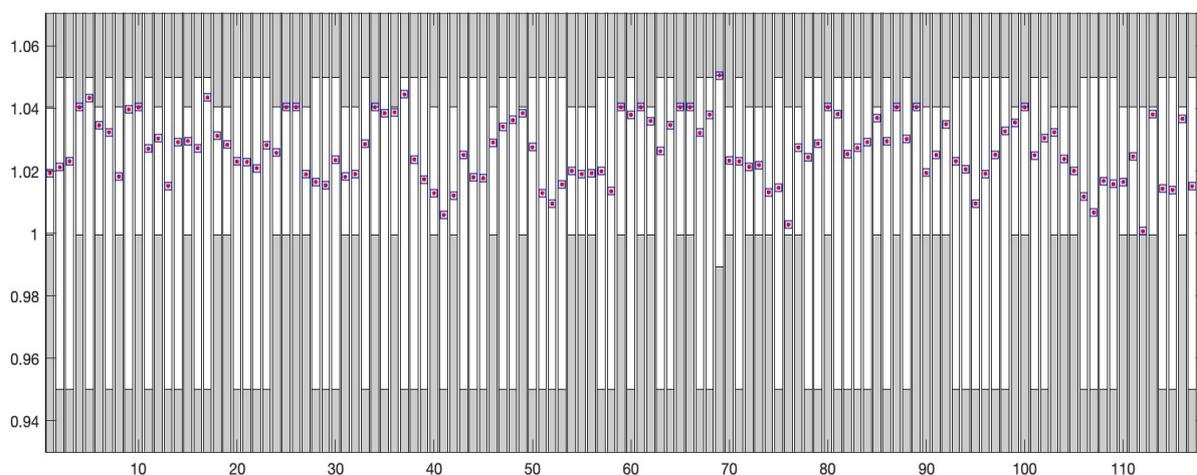
Fonte: Próprio Autor.

As perdas elétricas devido ao efeito Joule (RI^2) são reduzidas quando as magnitudes de corrente nos circuitos são reduzidas. As correntes nos circuitos podem ser reduzidas quando as tensões são aumentadas (com carga de potência constante) e os fluxos de potência reativa são reduzidos. Por outro lado, os fluxos de potência reativa são reduzidos quando as diferenças nas magnitudes de tensão nos terminais do circuito são reduzidas. Esses fatores combinados justificam tensões geralmente acima de 1 p.u. (aumento da tensão para redução da corrente) nas soluções encontradas, e pequenas diferenças nas magnitudes de tensão nos

terminais de circuitos (redução das diferenças nas magnitudes de tensão para redução dos fluxos de reativos).

Na Figura 5.6 são mostrados os perfis de magnitude de tensão das soluções ótimas com os objetivos PAT e IPA para o sistema IEEE 118 barras. Novamente, o marcador de perfil de tensão para o objetivo IPA se sobrepõe ao marcador de perfil de tensão para o objetivo PAT, indicando a igualdade das soluções ótimas com ambos os objetivos em carga de potência constante. A magnitude de tensão em 14 barras (4, 10, 25, 26, 34, 59, 61, 65, 66, 69, 80, 87, 89 e 100) atinge o limite máximo, e apenas a magnitude de tensão na barra 112 atinge o limite mínimo, que é uma barra de geração com um limite mínimo relativamente alto de 1 p.u.. Todas as barras que atingem os limites de tensão são barras de geração com uma faixa de controle de tensão estreita ($\pm 2\%$). Entre os limites de tensão ativos, o que tem maior impacto na minimização da função objetivo é o limite máximo na barra 89, com tensão de 1,0404 p.u. e um multiplicador de Lagrange de 0,57596.

Figura 5.6: Perfil de magnitude de tensão do sistema IEEE 118 barras, objetivos PAT e IPA



Fonte: Próprio Autor.

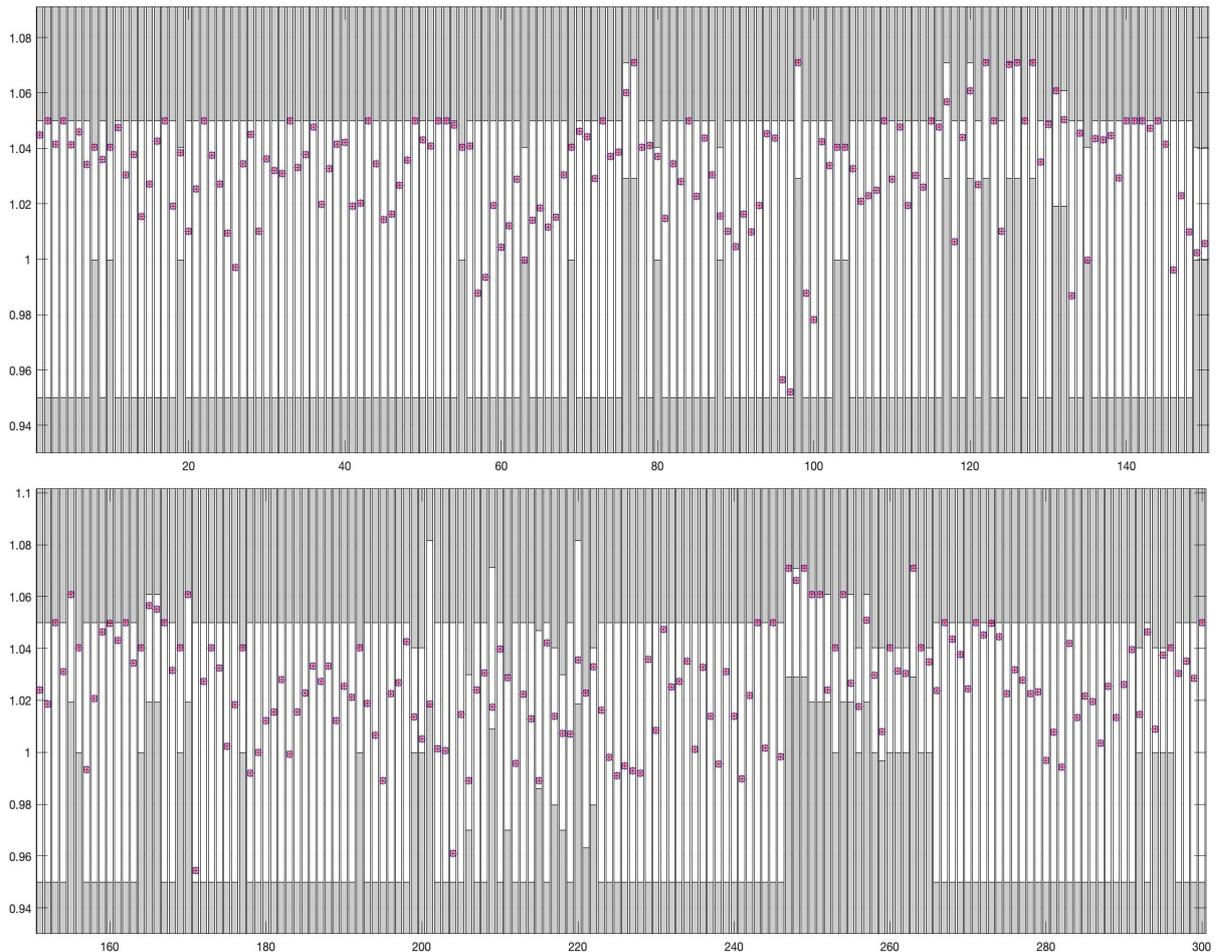
Na Figura 5.7 são mostrados os perfis de magnitude de tensão das soluções ótimas com os objetivos PAT e IPA para o sistema IEEE 300 barras, utilizando dois gráficos, barras 1–150 e barras 151–300 (numeração sequencial interna), para facilitar a leitura. Novamente, o marcador de perfil de tensão para o objetivo IPA se sobrepõe ao marcador de perfil de tensão para o objetivo PAT, indicando a igualdade das soluções ótimas com ambos os objetivos em carga de potência constante. A magnitude de tensão em 55 barras atinge o limite máximo, e a magnitude de tensão em apenas 3 barras atinge o limite mínimo. A restrição de limite de tensão que mais impacta a minimização da função objetivo é o limite máximo na barra 170 (número externo 191), com uma magnitude de tensão de 1,0608 p.u. e um multiplicador de Lagrange de 1,02990.

5.5.2 Comparação de Perdas Ativas nos Circuitos

Para demonstrar que a similaridade das soluções para os objetivos PAT e IPA não se limita ao perfil de tensão, as perdas de potência ativa nos circuitos são comparadas. Como a lista de circuitos é extensa, somente os circuitos com as 10 maiores e as 10 menores perdas são apresentados.

Na Tabela 5.3 são apresentadas as maiores e menores perdas nos circuitos do sistema IEEE 30 barras. Note a igualdade até a terceira casa decimal das soluções PAT e IPA, demonstrando mais uma vez a equivalência das formulações sob a condição de carga de potência constante. Note as diferenças nas perdas PAT e IPA nos circuitos listados (maiores e menores perdas) em comparação com as perdas no fluxo de potência convencional (FPC). É importante ressaltar que uma solução FPC pode apresentar violações de uma ou mais

Figura 5.7: Perfil de tensão do sistema IEEE 300 barras, objetivos PAT e IPA



Fonte: Próprio Autor.

restrições operacionais, o que não ocorre em uma solução FPO, como PAT ou IPA. Portanto, para otimizar a função objetivo e corrigir violações de restrições operacionais, uma redistribuição dos fluxos de potência na rede invariavelmente ocorre para satisfazer as restrições impostas e otimizar o objetivo especificado.

Na redistribuição dos fluxos, as perdas podem aumentar em alguns circuitos e diminuir em outros, mas geralmente resultam em uma perda total mínima (em um objetivo de perda mínima) e certamente em um ponto de operação sem qualquer violação de restrições operacionais. Essas observações são confirmadas pelos dados de perdas nos circuitos apresentados nas Tabelas 5.3 a 5.6. Vale destacar também a possibilidade real de que um ponto de operação que viole alguma restrição operacional possa apresentar um valor de perda na transmissão menor do que a solução de perda mínima que satisfaça todas as restrições.

Na Tabela 5.4 são apresentadas as maiores e menores perdas nos circuitos do sistema IEEE 57 barras. As conclusões são semelhantes às do sistema IEEE 30 barras: as perdas nos circuitos são as mesmas em ambos os objetivos PAT e IPA, considerando a carga de potência constante. No entanto, para o sistema IEEE 57 barras, a redistribuição dos fluxos nos circuitos é mais pronunciada do que no sistema IEEE 30 barras, apresentando uma diferença maior nas perdas entre a solução não otimizada FPC e as soluções otimizadas PAT e IPA, como mostrado nas Tabelas 5.3 e 5.4.

Tabela 5.3: Perdas nos circuitos do sistema IEEE 30 barras

Circuito		Maiores Perdas (MW)			Circuito		Menores Perdas (MW)		
De	Para	FPC	PAT	IPA	De	Para	FPC	PAT	IPA
1	2	5,470	5,585	5,585	22	24	0,045	0,028	0,028
2	5	3,002	3,012	3,012	15	23	0,031	0,021	0,021
1	3	2,807	2,867	2,867	19	20	0,017	0,018	0,018
2	6	2,049	2,087	2,087	24	25	0,010	0,015	0,015
2	4	1,110	1,098	1,098	10	17	0,015	0,012	0,012
3	4	0,771	0,786	0,786	16	17	0,011	0,011	0,011
4	6	0,599	0,623	0,623	18	19	0,005	0,007	0,007
6	7	0,368	0,373	0,373	23	24	0,006	0,007	0,007
12	15	0,217	0,185	0,185	14	15	0,006	0,005	0,005
27	30	0,162	0,162	0,162	21	22	0,001	0,002	0,002

Fonte: Próprio Autor

Tabela 5.4: Perdas nos circuitos do sistema IEEE 57 barras

Circuito		Maiores Perdas (MW)			Circuito		Menores Perdas (MW)		
De	Para	FPC	PAT	IPA	De	Para	FPC	PAT	IPA
1	15	3,905	3,624	3,624	34	35	0,039	0,029	0,029
8	9	3,157	2,883	2,883	57	56	0,016	0,020	0,020
2	3	2,792	2,765	2,765	22	38	0,024	0,020	0,020
1	16	2,638	2,454	2,454	22	23	0,010	0,009	0,009
1	17	1,924	1,806	1,806	19	20	0,006	0,008	0,008
44	45	0,812	0,869	0,869	32	33	0,008	0,007	0,007
12	17	0,957	0,859	0,859	5	6	0,010	0,007	0,007
7	8	0,890	0,823	0,823	37	39	0,006	0,004	0,004
1	2	1,315	0,796	0,796	36	40	0,009	0,003	0,003
14	15	0,875	0,770	0,770	9	12	0,104	0,003	0,003

Fonte: Próprio Autor

Na Tabela 5.5 são apresentadas as maiores e menores perdas nos circuitos do sistema IEEE 118 barras. As conclusões são semelhantes às dos sistemas IEEE 30 e IEEE 57 barras: as perdas ativas nos circuitos são as mesmas em ambos os objetivos PAT e IPA, considerando a carga de potência constante, e diferentes das perdas na solução FPC, devido à redistribuição dos fluxos para corrigir violações de restrições operacionais e otimizar a função objetivo.

Tabela 5.5: Perdas nos circuitos do sistema IEEE 118 barras

Circuito		Maiores Perdas (MW)			Circuito		Menores Perdas (MW)		
De	Para	FPC	PAT	IPA	De	Para	FPC	PAT	IPA
25	27	6,394	5,829	5,830	60	62	0,017	0,012	0,012
9	10	4,745	4,827	4,827	29	31	0,016	0,012	0,012
8	9	4,620	4,571	4,571	23	24	0,034	0,011	0,011
69	75	4,851	4,367	4,367	34	36	0,097	0,011	0,011
26	30	3,976	3,916	3,916	54	56	0,011	0,009	0,009
23	25	4,200	3,868	3,868	54	55	0,010	0,007	0,007
89	92	3,997	3,731	3,731	65	68	0,004	0,006	0,006
69	70	3,431	3,174	3,174	71	73	0,012	0,003	0,003
38	65	3,211	2,973	2,973	24	72	0,017	0,003	0,003
42	49	3,159	2,823	2,823	24	70	0,001	0,001	0,001

Fonte: Próprio Autor

Na Tabela 5.6 são apresentadas as maiores e menores perdas nos circuitos do sistema IEEE 300 barras. Mais uma vez, verificamos a equivalência das formulações quanto às perdas nos circuitos. Note na Tabela 5.6 e em outras correspondentes ao sistema IEEE 300 barras a presença de números de barras maiores que 300, por exemplo, 9004 e 9041, embora este sistema possua apenas 300 barras. Este é o número “externo” ou de “batismo” da barra, conforme identificado no arquivo de dados da rede elétrica. Por outro lado, para uma apresentação mais concisa, nos gráficos de perfil de tensão, as barras são identificadas por números “internos” sequenciais, ou seja, internos ao código computacional. Quando for necessário referenciar o número externo nas discussões e o mesmo for diferente do número interno, ele será apresentado entre parênteses ao lado do número interno correspondente.

Tabela 5.6: Perdas nos circuitos do sistema IEEE 300 barras

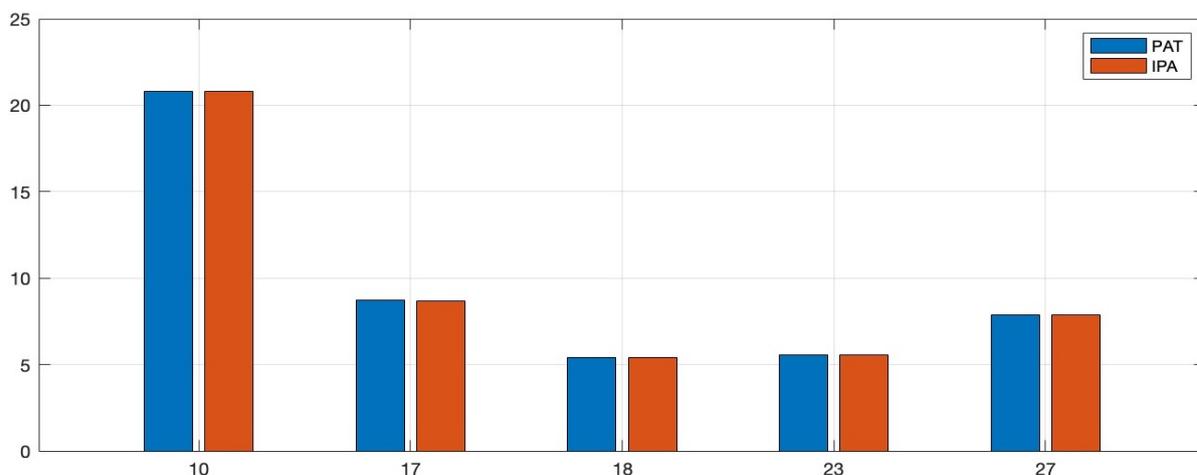
Circuito		Maiores Perdas (MW)			Circuito		Menores Perdas (MW)		
De	Para	FPC	PAT	IPA	De	Para	FPC	PAT	IPA
191	192	22,380	21,652	21,652	9004	9041	0,005	0,004	0,004
8	14	10,968	10,735	10,735	9004	9043	0,005	0,004	0,004
15	17	10,754	9,401	9,401	37	9001	0,004	0,004	0,004
4	16	9,577	8,952	8,952	9007	9072	0,004	0,004	0,004
133	137	8,713	7,528	7,528	9003	9034	0,005	0,003	0,003
2	8	7,471	7,335	7,335	234	235	0,026	0,003	0,003
224	225	7,854	7,257	7,257	246	247	0,003	0,002	0,002
136	152	7,194	6,969	6,969	196	2040	0,002	0,002	0,002
173	176	6,310	6,257	6,257	9023	9025	0,002	0,002	0,002
42	46	6,168	5,975	5,975	9023	9026	0,002	0,001	0,001

Fonte: Próprio Autor

5.5.3 Comparação das Compensações *Shunt* de Reativo

Na Figura 5.8 são mostradas as compensações *shunt* de potência reativa para o sistema IEEE 30 barras, no conjunto de barras $\mathcal{E} = \{10, 17, 18, 23, 27\}$. Nos gráficos de compensação *shunt*, as abscissas são os números das barras e as ordenadas são as compensações *shunt* em Mvar. Observe que as compensações *shunt* são as mesmas para os objetivos PAT e IPA, considerando a carga de potência constante. A maior compensação ocorre na barra 10, com um limite máximo de 0,2 p.u. ou 20 Mvar na tensão nominal. Como a tensão na barra 10 é de 1,02 p.u., a compensação *shunt* aumenta para $(1,02)^2 20 = 20,81$ Mvar. O multiplicador de Lagrange do limite atingido é 0,00078, indicando que não há “pressão” significativa para compensar a potência reativa nesta barra além desse limite. Os limites de compensação *shunt* nas barras 17, 18, 23 e 27 são todos iguais a 0,1 p.u. ou 10 Mvar na tensão nominal, e os valores ótimos alocados são inferiores aos limites.

Figura 5.8: Compensação *shunt* de reativo no sistema IEEE 30 barras

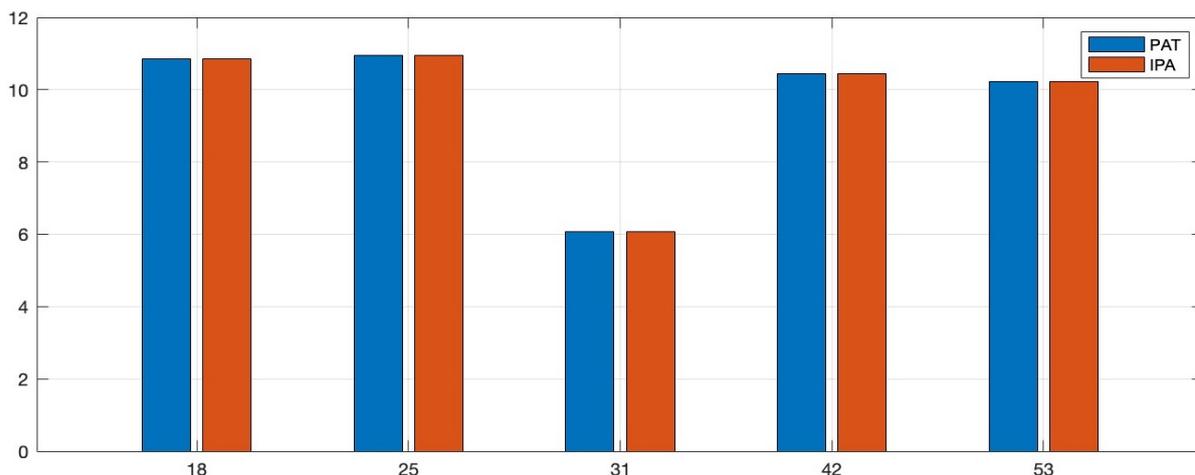


Fonte: Próprio Autor.

Na Figura 5.9 são mostradas as compensações *shunt* para o sistema IEEE 57 barras, no conjunto de barras $\mathcal{E} = \{18, 25, 31, 42, 53\}$. As compensações *shunt* no conjunto \mathcal{E} são as mesmas para os objetivos PAT e IPA, considerando a carga de potência constante. O limite de compensação *shunt* em todas as barras é de 0,1 p.u. ou 10 Mvar na tensão nominal. A maior compensação *shunt* ocorre na barra 53, embora aparente ser nas barras 18 e 25. Isso ocorre porque as compensações *shunt* de 0,0985 p.u. e 0,0993 p.u. nas tensões de 1,050 p.u. e 1,050 p.u. resultam nas injeções de reativo de $(1,05)^2(0,0985)(100) = 10,86$ Mvar e $(1,05)^2(0,0993)(100) = 10,95$ Mvar, respectivamente. Por outro lado, a compensação *shunt* maior na barra 53 de 0,1 p.u. (limite máximo de compensação) na tensão menor de 1,012 p.u. injeta $(1,012)^2(0,1)(100) = 10,24$ Mvar. O multiplicador de Lagrange correspondente ao limite de potência reativa atingido é 0,00995.

Na Figura 5.10 são mostradas as compensações *shunt* para o sistema IEEE 118 barras, no conjunto de barras $\mathcal{E} = \{5, 21, 28, 37, 44, 45, 48, 53, 79, 82, 83, 118\}$. Novamente, as compensações *shunt* no conjunto \mathcal{E} são as mesmas para os objetivos PAT e IPA, considerando a carga de potência constante. O limite de compensação *shunt* em todas as barras é de 0,2 p.u. ou 20 Mvar na tensão nominal, exceto nas barras 79 e 82, com limites de 0,4 p.u. ou 40 Mvar na tensão nominal. As compensações *shunt* nas barras 45, 79 e 118 atingem os limites. As compensações nessas barras, nas tensões de 1,018 p.u., 1,029 p.u. e 1,008 p.u., são de 20,71 Mvar, 42,33 Mvar e 20,32 Mvar, respectivamente, com multiplicadores de Lagrange de 0,00073, 0,00132 e 0,00231. É importante destacar que a injeção de potência reativa na barra 5, de 0,2618 p.u. ou

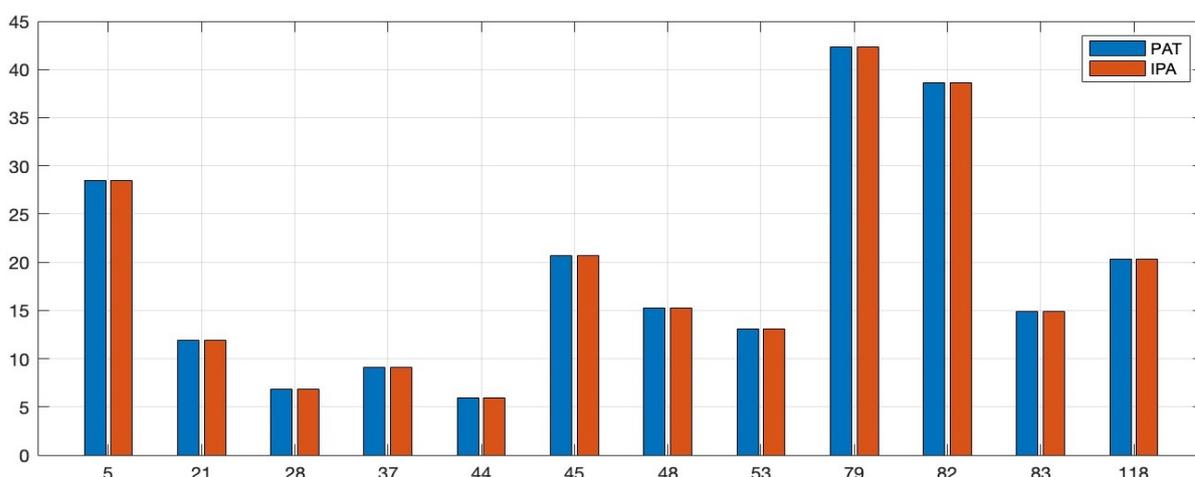
Figura 5.9: Compensação *shunt* de reativo no sistema IEEE 57 barras



Fonte: Próprio Autor.

28,51 Mvar na tensão de 1,043 p.u., é indutiva.

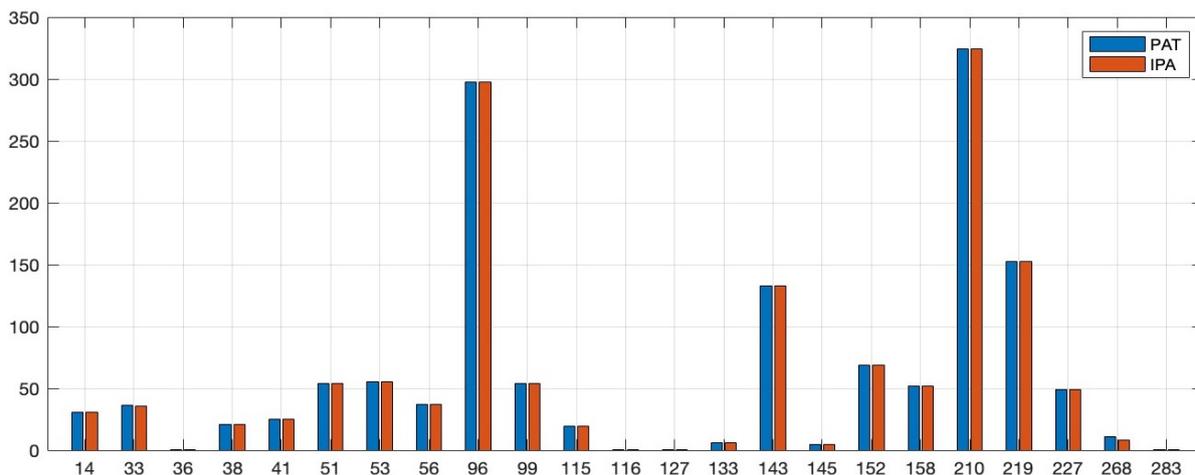
Figura 5.10: Compensação *shunt* de reativo no sistema IEEE 118 barras



Fonte: Próprio Autor.

Na Figura 5.11 são mostradas as compensações *shunt* para o sistema IEEE 300 barras, no conjunto de barras $\mathcal{E} = \{14, 33, 36, 38, 41, 51, 53, 56, 96, 99, 115, 116, 127, 133, 143, 145, 152, 158, 210, 219, 227, 268, 283\}$. Os limites de compensação *shunt* são bastante diferentes para este sistema. Nas barras 33, 36, 115, 116, 127 e 210, a compensação *shunt* é apenas reativa indutiva. Nas barras 38, 41, 51, 53, 56, 96, 227, 268 e 283, a compensação *shunt* é apenas reativa capacitiva. Nas demais barras, a compensação pode ser indutiva ou capacitiva. Novamente, as compensações *shunt* no conjunto \mathcal{E} são as mesmas para os objetivos PAT e IPA, considerando a carga de potência constante. Nas barras 14, 36, 51, 53, 96, 116, 127, 158 e 227 a compensação atinge o limite máximo, com multiplicadores de Lagrange de 0,00826, 0,00152, 0,00328, 0,00036, 0,00086, 0,00126, 0,00162, 0,00815 e 0,00446, respectivamente. Assim, as maiores demandas por compensação *shunt* ocorrem principalmente nas barras 14 e 158. Nas barras 210, 219 e 283, a compensação atinge o limite mínimo, com multiplicadores de Lagrange de 0,00249, 0,00243 e 0,00090, respectivamente.

Figura 5.11: Compensação *shunt* de reativo no sistema IEEE 300 barras



Fonte: Próprio Autor.

5.5.4 Comparação das Perdas na Transmissão

Neste ponto, após verificar que as perdas nos circuitos são as mesmas para os objetivos PAT e IPA, considerando a carga de potência constante, fica claro que as perdas ativas na transmissão também são as mesmas uma vez que são o somatório das perdas nos circuitos. Na Tabela 5.7 são mostradas as perdas na transmissão para o conjunto de sistemas teste, para as soluções ótimas PAT e IPA e para a solução de fluxo de potência convencional FPC, bem como a redução percentual nas perdas em comparação com a solução FPC.

Tabela 5.7: Perdas ativas na transmissão

Sistema Teste	Perdas Ativas (MW)			Redução (%)
	FPC	PAT	IPA	
IEEE 30	17,63	17,78	17,78	-0,85
IEEE 57	27,86	24,34	24,34	12,63
IEEE 118	132,48	118,76	118,76	10,36
IEEE 300	408,15	378,16	378,16	7,35

Fonte: Próprio Autor

A perda ativa não otimizada (coluna FPC) no sistema IEEE 30 barras, de 17,63 MW, é menor que as perdas mínimas PAT e IPA, de 17,78 MW. Como mencionado anteriormente, é possível que um ponto de operação que viole restrições operacionais apresente um valor de perda menor que a perda mínima de um ponto de operação viável (que atenda a todas as restrições). Isso é o que acontece com o sistema IEEE 30 barras. A solução FPC viola os limites de tensão nas barras 1, 2, 11, 12 e 13, e o limite de geração de potência reativa na barra 8. A redistribuição da geração e dos fluxos para corrigir essas violações nas soluções PAT e IPA resulta em um pequeno aumento nas perdas ativas na transmissão em comparação com as perdas do ponto de operação FPC não viável.

No caso do sistema IEEE 57 barras, a solução FPC viola os limites de tensão nas barras 3, 6 e 9 e os limites de geração de potência reativa nas barras 1 e 12. As soluções PAT e IPA corrigem essas violações e reduzem as perdas. No caso do sistema IEEE 118 barras, a solução FPC viola os limites de tensão em 40 barras e os limites de geração de potência reativa em 9 barras. As soluções PAT e IPA corrigem essas violações de restrições operacionais e reduzem as perdas. No caso do sistema IEEE 300 barras, a solução

FPC viola os limites de tensão em 30 barras e os limites de geração de potência reativa em 2 barras. As soluções PAT e IPA corrigem essas violações e reduzem as perdas.

5.6 Análise do Modelo de Carga na Minimização de Perdas

Os resultados apresentados até aqui demonstram a equivalência dos objetivos PAT e IPA, assumindo que o modelo de carga estática é de potência constante. O comportamento da carga está diretamente relacionado à sua tensão terminal e impacta indiretamente as tensões e os controles do sistema. Diferentes tipos e modelos de carga têm impactos diferentes no sistema. Modelar cargas em um sistema elétrico não é uma tarefa simples, e uma modelagem mais realista é importante para muitos estudos da rede elétrica, como estudos de carregamento e estabilidade de tensão, estudos de reconfiguração de rede, análises de contingências, diagnósticos e planejamento operacional, etc. O objetivo deste TCC não é desenvolver novos modelos de carga, nem analisar os modelos já desenvolvidos, sendo ambos estudos bastante complexos que vão além de uma pesquisa de TCC. O trabalho apenas avalia o impacto de não considerar a carga como potência constante nas soluções para minimização de perdas. Para tanto, consideramos o amplamente conhecido modelo de carga ZIP, no qual uma parcela da carga é de potência constante, outra parcela é de corrente constante (a potência varia linearmente com a tensão) e uma terceira e última parcela é de impedância constante (a potência varia quadraticamente com a tensão).

5.6.1 Impacto do Modelo de Carga ZIP nos Perfis de Tensão

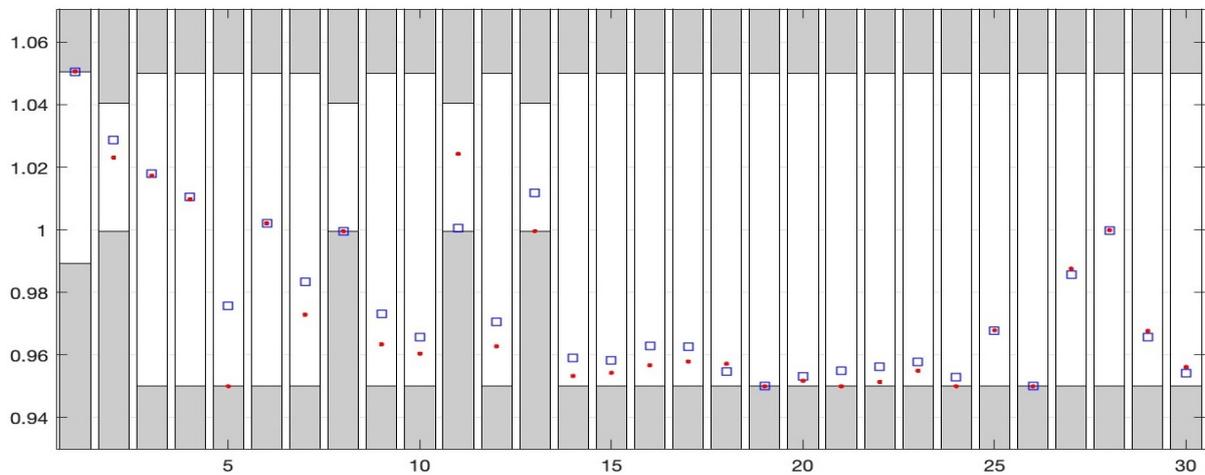
As possibilidades de composição da carga no sistema elétrico usando o modelo ZIP são imensas, de forma que, para simplificar a avaliação e apresentação dos resultados, é considerada a mesma composição de carga em todas as barras com carga diferente de zero no sistema, com 50% de potência constante, 20% de corrente constante e 30% de impedância constante.

Na Figura 5.12 são mostrados os perfis de magnitude de tensão das soluções PAT e IPA para o sistema IEEE 30 barras com o modelo de carga ZIP. Nesse sistema, 21 das 30 barras são barras com carga diferente de zero. Claramente, o marcador de perfil de tensão para o objetivo IPA (●) não se sobrepõe mais ao marcador de perfil de tensão para o objetivo PAT (□) em todas as barras. Ou seja, os perfis de tensão para os objetivos PAT e IPA não são mais idênticos, sugestivo que a modelagem das cargas pelo modelo ZIP difere as soluções PAT e IPA, como esperado. Na solução PAT, apenas a magnitude de tensão da barra 1 atinge o limite máximo, enquanto as magnitudes de tensão das barras 8, 19 e 26 atingem o limite mínimo, com multiplicadores de Lagrange de 0,07273, 0,02030 e 0,07019, respectivamente. As barras 11, 14, 15, 18, 20–24 e 30 apresentam tensões muito próximas do limite inferior (diferença na terceira casa decimal). Apenas 6 barras apresentam magnitude de tensão acima do valor nominal de 1 p.u., ou seja, o objetivo PAT apresenta um perfil de tensão majoritariamente abaixo de 1 p.u..

Na solução IPA, apenas a magnitude de tensão da barra 1 atinge o limite máximo, com um multiplicador de Lagrange de 0,17578, enquanto as magnitudes de tensão das barras 5, 8, 13, 19, 21, 24 e 26 atingem o limite mínimo, com multiplicadores de Lagrange de 0,56463, 0,91274, 0,03755, 0,24212, 0,18906, 0,10441 e 0,26690, respectivamente. As barras 14–18, 20, 22, 23 e 30 apresentam tensões muito próximas do limite mínimo (diferença na terceira casa decimal). Apenas 6 barras apresentam magnitudes de tensão acima do valor nominal de 1 p.u., ou seja, o objetivo IPA também apresenta um perfil de tensão majoritariamente abaixo de 1 p.u.. Comparando as soluções PAT e IPA para o sistema IEEE 30 barras, a solução IPA apresenta mais magnitudes de tensão no limite mínimo e, principalmente, com valores de multiplicadores de Lagrange

mais elevados, em comparação com os multiplicadores de Lagrange da solução PAT, indicando que os limites mínimos de magnitude de tensão considerados impedem a ocorrência de um perfil de tensão ainda mais baixo na solução IPA.

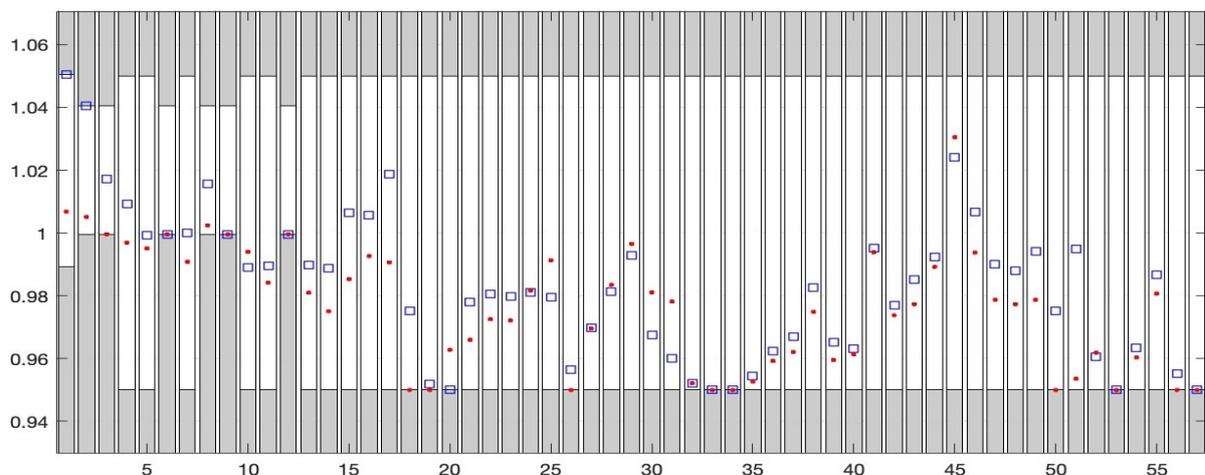
Figura 5.12: Perfil de tensão do sistema IEEE 30 barras com modelo de carga ZIP



Fonte: Próprio Autor.

Na Figura 5.13 são mostrados os perfis de magnitude de tensão das soluções PAT e IPA para o sistema IEEE 57 barras com o modelo de carga ZIP. Nesse sistema, 42 das 57 barras são barras com carga diferente de zero. Novamente, o marcador de perfil de tensão da solução IPA não se sobrepõe ao marcador de perfil de tensão da solução PAT. Na solução PAT, apenas as magnitudes de tensão das barras 1 e 2 atingem o limite máximo, enquanto as magnitudes de tensão das barras 6, 9, 12, 20, 33, 34, 53 e 57 atingem o limite mínimo, com multiplicadores de Lagrange de 0,00500, 0,03677, 0,20369, 0,01750, 0,02613, 0,05470, 0,02514 e 0,02193, respectivamente. As barras 19, 26, 32, 35 e 56 apresentam tensões muito próximas do limite mínimo (diferença na terceira casa decimal). Apenas 11 barras apresentam magnitude de tensão acima do valor nominal de 1 p.u.. Assim, o objetivo PAT apresenta um perfil de tensão majoritariamente abaixo de 1 p.u..

Figura 5.13: Perfil de tensão do sistema IEEE 57 barras com modelo de carga ZIP



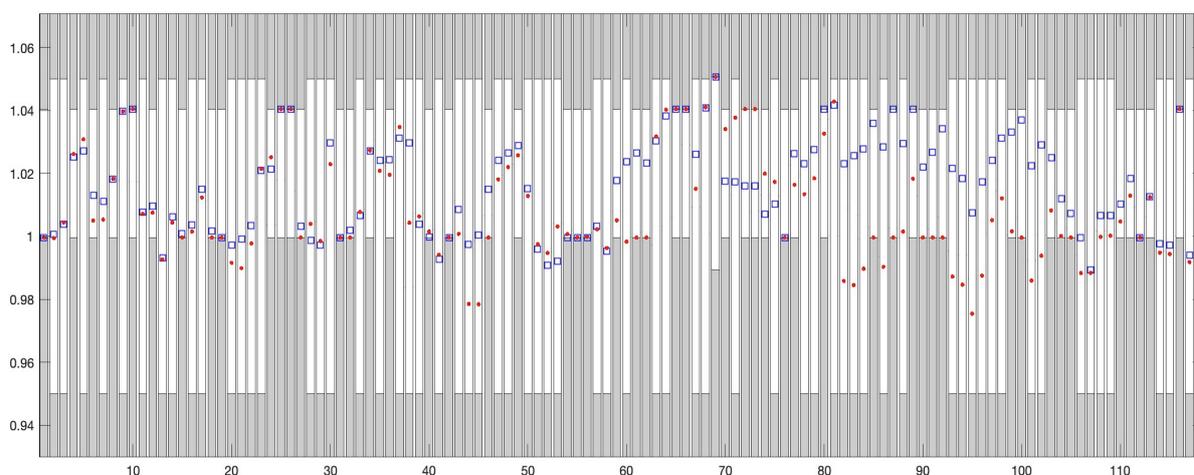
Fonte: Próprio Autor.

Na solução IPA, nenhuma magnitude da tensão atinge o limite máximo, enquanto as magnitudes de tensão das barras 3, 6, 9, 12, 18, 19, 26, 33, 34, 50, 53, 56 e 57 atingem o limite mínimo, com multiplicadores de Lagrange de 0,29605, 0,86071, 2,80986, 4,02123, 0,08401, 0,19058, 0,03167, 0,18994, 0,63418, 0,39854,

0,50950, 0,08928 e 0,16110, respectivamente. As barras 2, 8, 32, 35, 36, 39 e 51 apresentam magnitudes de tensão muito próximas do limite mínimo (diferença na terceira casa decimal). Apenas 4 barras apresentam magnitude de tensão acima do valor nominal de 1 p.u.. Assim, o objetivo IPA também apresenta um perfil de magnitude de tensão majoritariamente abaixo de 1 p.u.. Comparando as soluções PAT e IPA para o sistema IEEE 57 barras, a solução IPA apresenta mais magnitudes de tensão no limite mínimo e, principalmente, com valores de multiplicador de Lagrange mais elevados, em comparação com os multiplicadores de Lagrange da solução PAT, indicando que os limites mínimos de magnitude de tensão considerados impedem a ocorrência de um perfil de tensão ainda mais baixo na solução IPA. Chama atenção os altos valores de multiplicador de Lagrange do limite mínimo de tensão nas barras 9 e 12, indicando que esses limites restringem severamente a melhoria da função objetivo IPA com o modelo de carga ZIP.

Na Figura 5.14 são mostrados os perfis de magnitude de tensão das soluções PAT e IPA para o sistema IEEE 118 barras com o modelo de carga ZIP. Nesse sistema, 91 das 118 barras são barras com carga diferente de zero. Na solução PAT, as magnitudes de tensão de 10 barras atingem o limite máximo, com multiplicadores de Lagrange de até 0,56189 (barra 89), enquanto as magnitudes de tensão de 10 barras atingem o limite mínimo, com multiplicadores de Lagrange de até 0,43266 (barra 42). Um total de 7 barras apresenta magnitude de tensão muito próxima do limite mínimo (diferença na terceira casa decimal). Nesse sistema, na solução PAT, a maioria das barras apresenta magnitude de tensão acima do valor nominal de 1 p.u..

Figura 5.14: Perfil de tensão do sistema IEEE 118 barras com modelo de carga ZIP



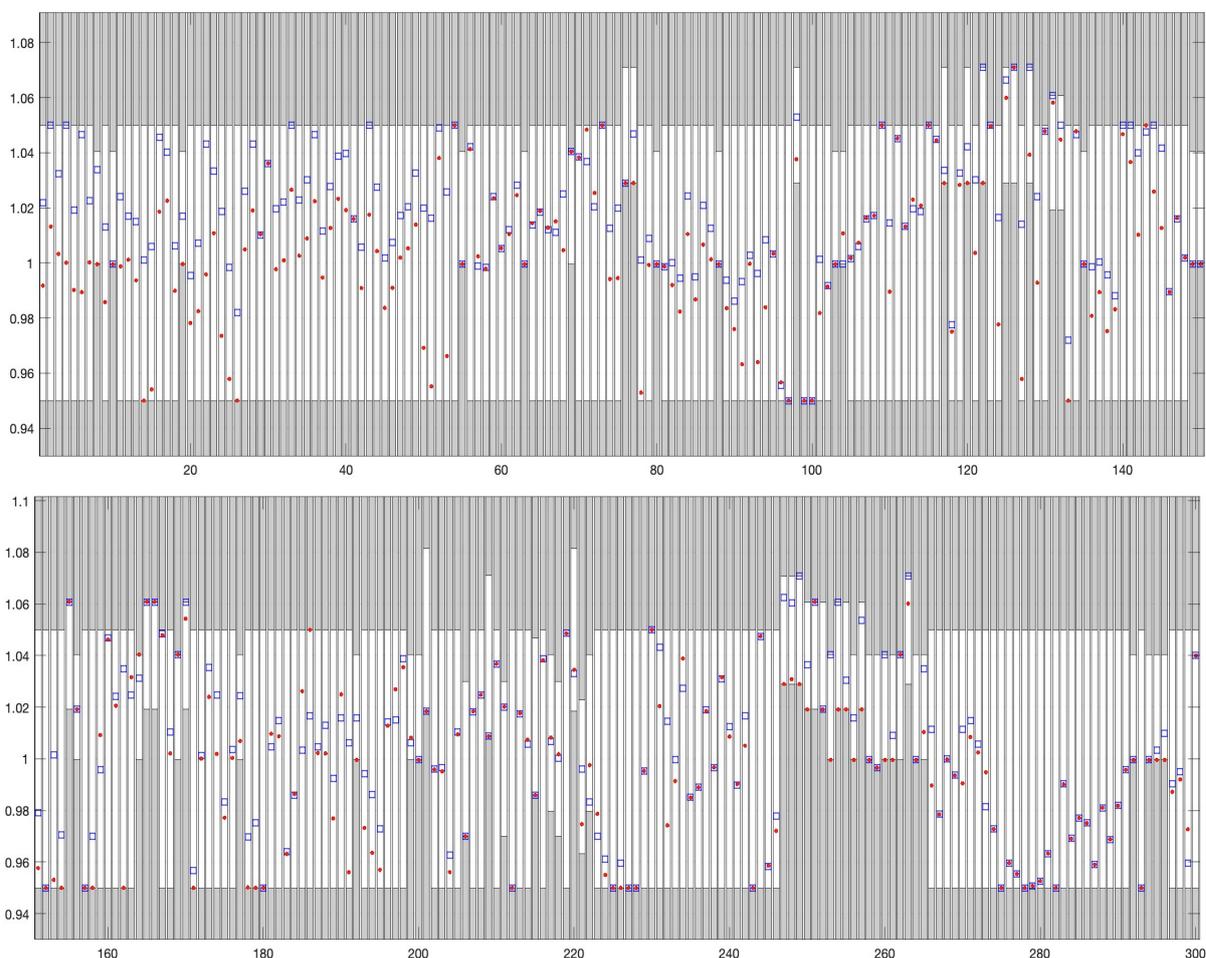
Fonte: Próprio Autor.

Na solução IPA, as magnitudes de tensão de 9 barras atingem o limite máximo, com multiplicadores de Lagrange de até 2,29306 (barra 69), enquanto as magnitudes de tensão de 21 barras atingem o limite mínimo, com multiplicadores de Lagrange de até 8,66533 (barra 76). Um total de 5 barras apresenta magnitude de tensão muito próxima do limite máximo, e um total de 10 barras apresenta magnitude de tensão muito próxima do limite mínimo (diferença na terceira casa decimal). A maioria das barras apresenta magnitude de tensão acima do valor nominal de 1 p.u.. Comparando as soluções PAT e IPA para o sistema IEEE 118 barras, notamos que a solução IPA apresenta mais magnitudes de tensão no limite mínimo e, principalmente, com valores de multiplicador de Lagrange mais elevados, em comparação com os multiplicadores de Lagrange da solução PAT, indicando que os limites mínimos de magnitude de tensão considerados impedem a ocorrência de um perfil de tensão ainda mais baixo na solução IPA. Chama atenção os elevados valores de multiplicador de Lagrange do limite mínimo de tensão nas barras 1, 42, 55 e 76, esta última com um valor muito elevado

de 8,66533, indicando que esses limites restringem severamente a melhoria da função objetivo IPA com o modelo de carga ZIP.

Na Figura 5.15 são mostrados os perfis de magnitude de tensão das soluções PAT e IPA para o sistema IEEE 300 barras com o modelo de carga ZIP. Nesse sistema, 198 das 300 barras são barras com carga diferente de zero. Na solução PAT, as magnitudes de tensão de 30 barras atingem o limite máximo, com multiplicadores de Lagrange de até 1,58288 na barra 73 (número externo 88), e as magnitudes de tensão em 37 barras atingem o limite mínimo, com multiplicadores de Lagrange de até 5,37992 na barra 63 (número externo 76). Em 25 barras a magnitude de tensão é muito próxima do limite máximo e em 14 barras a magnitude de tensão é muito próxima do limite mínimo (diferença na terceira casa decimal). Nesse sistema, na solução PAT, a maioria das barras apresenta magnitude de tensão acima do valor nominal de 1 p.u..

Figura 5.15: Perfil de tensão do sistema IEEE 300 barras com modelo de carga ZIP



Fonte: Próprio Autor.

Na solução IPA, as magnitudes de tensão de 16 barras atingem o limite máximo, entre elas as barras 69, 73, 109, 165 e 166 (números externos 84, 88, 130, 186 e 187) com multiplicadores de Lagrange muito elevados de 9,82867, 11,82140, 26,36875, 14,15956 e 15,13373, respectivamente. As tensões em 64 barras atingem o limite mínimo, entre elas as barras 63, 150 e 200 (números externos 76, 171 e 221) com multiplicadores de Lagrange extremamente elevados de 39,03438, 101,69506 e 29,28104, respectivamente. Um total de 15 barras apresenta magnitude de tensão muito próxima do limite máximo, e um total de 23 barras apresenta magnitude de tensão muito próxima do limite mínimo (diferença na terceira casa decimal). A maioria das barras apresenta magnitude de tensão abaixo do valor nominal de 1 p.u..

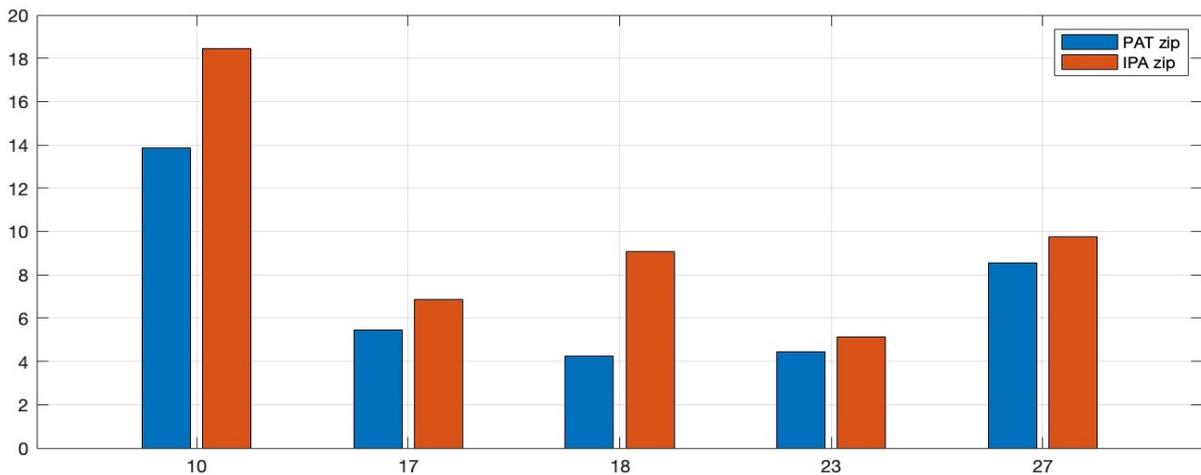
5.6.2 Impacto do Modelo de Carga ZIP nas Perdas dos Circuitos

Resta claro que as soluções PAT e IPA são diferentes quando o modelo da carga não é de potência constante. Portanto, faz-se desnecessário a comparação das perdas nos circuitos, bastando apenas comparar as perdas totais nas duas soluções para avaliar o impacto do modelo de carga ZIP nas perdas na transmissão, sabendo que o objetivo adequado para efetiva minimização de perdas, em qualquer modelo de carga, é o objetivo PAT.

5.6.3 Impacto do Modelo de Carga ZIP na Compensação de Reativo

Na Figura 5.16 são mostradas as compensações *shunt* para o sistema IEEE 30 barras com o modelo de carga ZIP e o conjunto de barras para compensação *shunt* $\mathcal{E} = \{10, 17, 18, 23, 27\}$. As compensações *shunt* diferem nas duas soluções. As magnitudes de tensão nas barras do conjunto \mathcal{E} são 0,966, 0,963, 0,955, 0,958 e 0,986 na solução PAT, e 0,960, 0,958, 0,957, 0,955 e 0,988 na solução IPA. Neste sistema e conjunto de barras \mathcal{E} , as diferenças nas magnitudes de tensão ocorrem apenas na terceira casa decimal. Portanto, a diferença no Mvar injetado está, na verdade, nas susceptâncias *shunt*, sendo 0,1488, 0,0588, 0,0468, 0,0485 e 0,0878 na solução PAT e 0,2000 (limite máximo, multiplicador de Lagrange 0,00905), 0,0747, 0,0991, 0,0565 e 0,1000 (limite máximo, multiplicador de Lagrange 0,01788) na solução IPA.

Figura 5.16: Compensação *shunt* no sistema IEEE 30 barras com modelo de carga ZIP

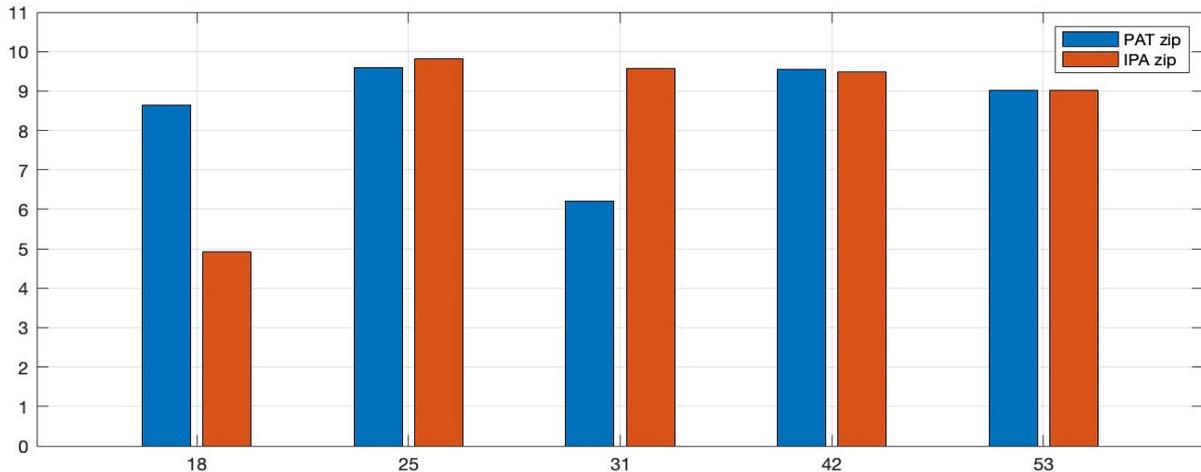


Fonte: Próprio Autor.

Na Figura 5.17 são mostradas as compensações *shunt* para o sistema IEEE 57 barras com o modelo de carga ZIP e o conjunto de barras para compensação *shunt* $\mathcal{E} = \{18, 25, 31, 42, 53\}$. As compensações *shunt* diferem nas duas soluções. As magnitudes de tensão nas barras do conjunto \mathcal{E} são 0,975, 0,979, 0,960, 0,977 e 0,950 na solução PAT, e 0,950, 0,991, 0,978, 0,974 e 0,950 na solução IPA. Neste sistema e conjunto de barras \mathcal{E} , há diferenças significativas nas magnitudes de tensão em algumas barras, e também há diferenças nas susceptâncias *shunt*, sendo 0,0909, 0,1000, 0,0673, 0,1000 e 0,1000 na solução PAT, e 0,0546, 0,1000, 0,1000, 0,1000 e 0,1000 na solução IPA. Na solução PAT, a compensação nas barras 25, 42 e 53 atinge o limite máximo, com multiplicadores de Lagrange de 0,00142, 0,00178 e 0,01152, respectivamente, e na solução IPA, nas barras 25, 31, 42 e 53, com multiplicadores de Lagrange de 0,00952, 0,03513, 0,04702 e 0,07816, respectivamente.

Na Figura 5.18 são mostradas as compensações *shunt* para o sistema IEEE 118 barras com o modelo de carga ZIP e o conjunto de barras para compensação *shunt* $\mathcal{E} = \{5, 21, 28, 37, 44, 45, 48, 53, 79, 82, 83, 118\}$. Novamente, as compensações *shunt* diferem nas duas soluções. Na solução PAT, as compensações nas barras

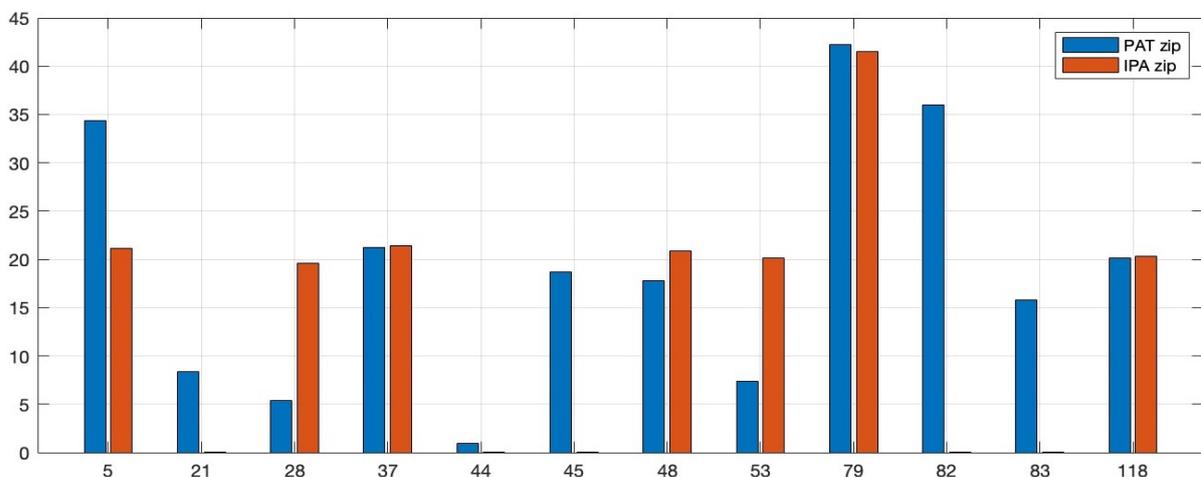
Figura 5.17: Compensação *shunt* no sistema IEEE 57 barras com modelo de carga ZIP



Fonte: Próprio Autor.

37, 79 e 118 atingem o limite máximo, com multiplicadores de Lagrange de 0,00068, 0,00115 e 0,00612, respectivamente, e magnitudes de tensão de 1,0312, 1,0276 e 1,0042 p.u.. Na solução IPA, as compensações nas barras 5, 37, 48, 53, 79 e 118 atingem o limite máximo, com multiplicadores de Lagrange de 0,00006 (fracamente ativa), 0,00775, 0,01945, 0,06055, 0,02045 e 0,34510, respectivamente, e magnitudes de tensão de 1,0307, 1,0347, 1,0220, 1,0031, 1,0184 e 1,0080 p.u.. É importante enfatizar que, na solução PAT, a compensação na barra 5 é indutiva, e na solução IPA, a compensação é capacitiva.

Figura 5.18: Compensação *shunt* no sistema IEEE 118 barras com modelo de carga ZIP

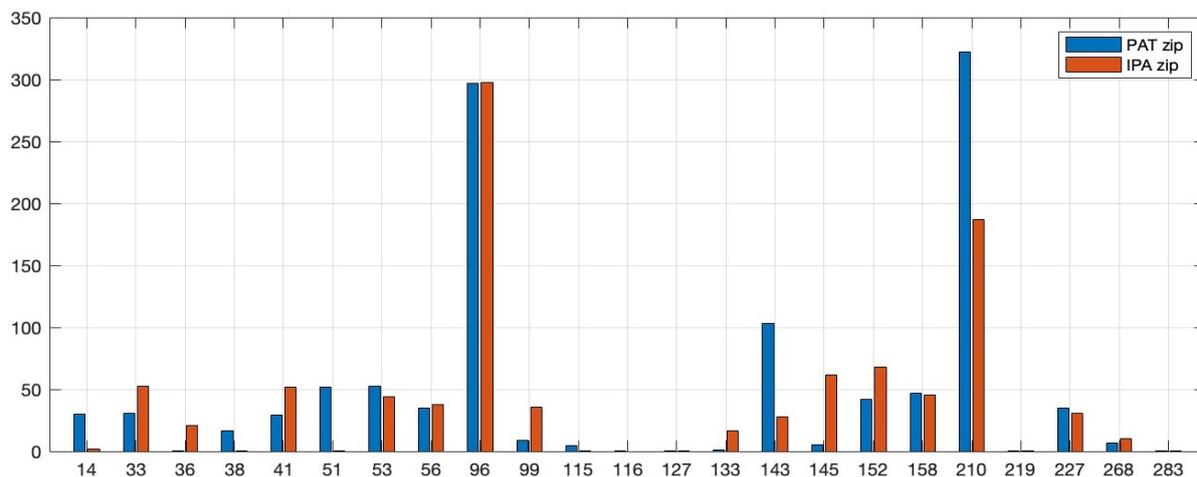


Fonte: Próprio Autor.

Na Figura 5.19 são mostradas as compensações *shunt* para o sistema IEEE 300 barras com o modelo de carga ZIP e o conjunto de barras para compensação *shunt* $\mathcal{E} = \{14, 33, 36, 38, 41, 51, 53, 56, 96, 99, 115, 116, 127, 133, 143, 145, 152, 158, 210, 219, 227, 268, 283\}$. As compensações *shunt* diferem nas duas soluções. Na solução PAT, as compensações nas barras 14, 51, 53, 96 e 158 (externo: 14, 59, 61, 117 e 179) atingem o limite máximo, com multiplicadores de Lagrange de 0,00462, 0,00285, 0,00035 (fracamente ativa), 0,00117 e 0,00017 (fracamente ativa), respectivamente, e magnitudes de tensão de 1,0010, 1,0162, 1,0255, 0,9555 e 0,9699 p.u.. As compensações nas barras 36, 116, 127, 219 e 283 (externo: 42, 137, 148, 240 e 9034) são nulas. As compensações nas barras 33, 99, 115, 143 e 210 (externo: 39, 120, 136, 164 e 231) são indutivas e nas demais barras são capacitivas. Na solução IPA, as compensações nas barras 41, 143, 152 e

158 (externo: 47, 164, 173 e 179) atingem o limite máximo, com multiplicadores de Lagrange de 0,00834, 0,00953, 0,00281 e 0,00143, respectivamente, e magnitudes de tensão de 1,0160, 1,0500, 0,9500 e 0,9500 p.u.. As compensações nas barras 38, 51, 115, 116, 127, 219 e 283 (externo: 44, 59, 136, 137, 148, 240 e 9034) são nulas. As compensações nas barras 14, 33, 36, 145 e 210 (externo: 14, 39, 42, 166 e 231) são indutivas, e nas demais barras são capacitivas.

Figura 5.19: Compensação *shunt* no sistema IEEE 300 barras com modelo de carga ZIP



Fonte: Próprio Autor.

5.6.4 Impacto do Modelo de Carga ZIP nas Perdas na Transmissão

Na Tabela 5.8 são mostradas as perdas ativas no sistema de transmissão para o conjunto de sistemas teste usando o modelo de carga ZIP e considerando os objetivos PAT e IPA. Para avaliar o impacto do modelo de carga ZIP, os valores de perdas e geração de potência ativa na barra de folga são comparados aos da solução PAT com a carga de potência constante (PAT-cte).

Tabela 5.8: Perdas ativas na transmissão (MW) e geração na barra de folga (MW) com modelo de carga ZIP

Sistema Teste	PAT-cte		PAT-zip		IPA-zip		Variação (%)	
	Perdas	P_{folga}^G	Perdas	P_{folga}^G	Perdas	P_{folga}^G	Perdas	P_{folga}^G
IEEE 30	17,78	261,18	17,29	255,72	17,55	253,53	-2,83	2,09
IEEE 57	24,34	475,14	24,71	473,58	26,52	469,11	1,50	0,33
IEEE 118	118,76	499,76	121,24	541,43	125,47	520,64	2,05	-8,34
IEEE 300	378,16	424,58	384,71	486,40	406,08	361,71	1,70	-14,40

Fonte: Próprio Autor

Para os sistemas teste e a composição de carga (50% potência constante, 20% corrente constante e 30% impedância constante) considerados, as perdas na transmissão com o objetivo PAT e o modelo de carga ZIP são um pouco maiores (1,75%) que as perdas para o mesmo objetivo e a carga de potência constante, exceto no sistema IEEE 30 barras. As perdas com o objetivo IPA e o modelo de carga ZIP são ainda maiores (7%) que as perdas com o objetivo PAT e a carga de potência constante, especialmente para o sistema IEEE 300 barras. As perdas da solução IPA são as maiores, e as gerações na barra de folga são as menores. No caso do sistema IEEE 300 barras, as perdas na solução PAT são 384,88 MW contra 406,22 MW na solução IPA. Por outro lado, a geração na barra de folga na solução PAT é 487,45 MW contra 363,08 MW na solução IPA.

O objetivo principal da solução IPA é minimizar a geração de potência ativa na barra de folga. Para atingir esse objetivo, a demanda por potência ativa é reduzida pela redução da tensão nas barras com cargas do tipo corrente constante e impedância constante. Em tensões mais baixas, as correntes para alimentar as cargas de potência constante são maiores, contribuindo para o aumento das perdas por efeito Joule. Assim, o perfil de tensão da solução IPA é mais baixo e as perdas são maiores. Podemos concluir que minimizar a injeção de potência ativa na barra de folga quando a potência da carga não é constante não resulta em perdas mínimas e não resulta em um perfil de tensão satisfatório.

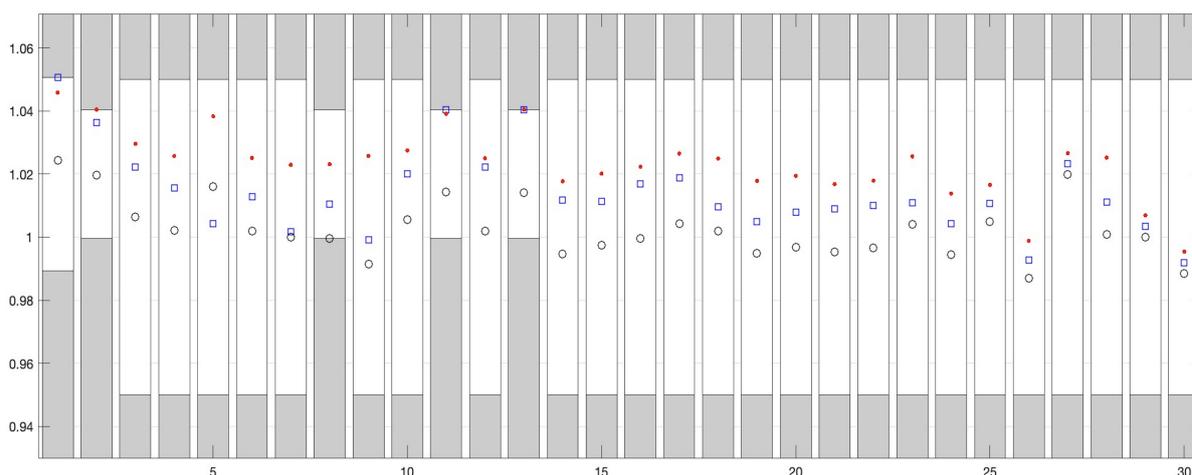
5.7 Comparação das Soluções de Mínima Perda, Mínimo Desvio de Tensão e Máxima Planicidade do Perfil de Tensão

A minimização das perdas na transmissão geralmente resulta em um perfil de tensão próximo da planicidade, ou seja, um perfil no qual as magnitudes de tensão de barras terminais são muito próximas. Se minimizar perdas resulta em uma planicidade do perfil de tensão, o que se pode esperar em termos de perdas na transmissão de uma solução com planicidade do perfil de tensão máxima? Uma resposta a essa questão foi inicialmente pesquisada por Dilton Serra em (FILHO, 2018), tendo comparado ambas as soluções em termos de perfil de tensão e valor de perdas. Esta seção complementa os estudos realizados em (FILHO, 2018), avaliando a influência do modelo de carga ZIP no perfil de tensão e nas perdas das formulações PAT (mínima perda ativa na transmissão), DMT (desvio mínimo de tensão) e PPT (máxima planicidade do perfil de tensão).

5.7.1 Comparação dos Perfis de Tensão com Carga de Potência Constante

Na Figura 5.20 são mostrados os perfis de magnitude de tensão das soluções PAT, DMT e PPT para o sistema IEEE 30 barras, com carga de potência constante.

Figura 5.20: Tensão do sistema IEEE 30 barras, objetivos PAT, DMT e PPT, carga de potência constante



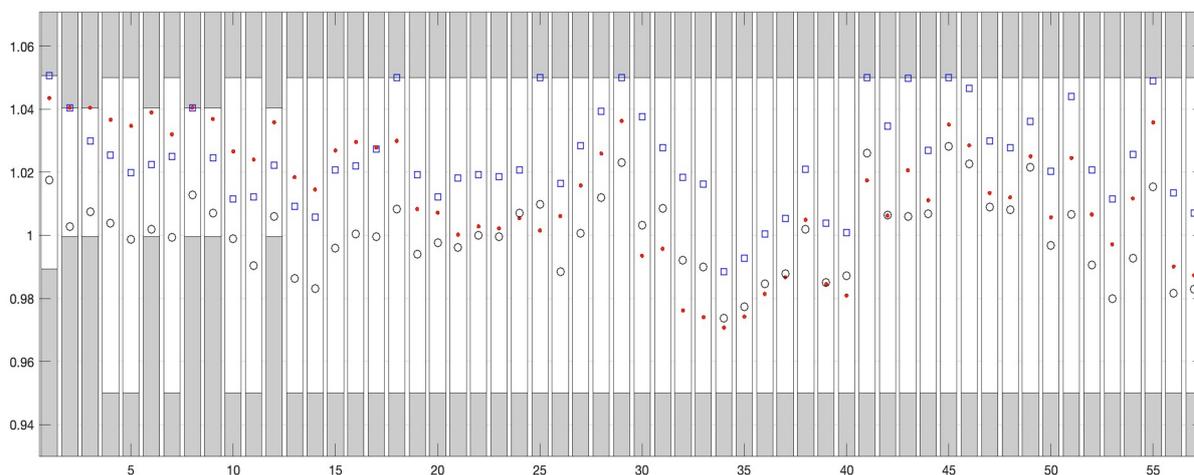
Fonte: Próprio Autor.

Neste sistema, o perfil de magnitude de tensão da solução PAT (marcador \square azul) está majoritariamente acima do perfil de tensão da solução PPT (marcador \circ preto) e abaixo do perfil de tensão da solução DMT (marcador $*$ vermelho). As magnitudes de tensão da solução PPT estão de fato em torno do valor nominal de 1 p.u.. As tensões da solução DMT são as mais altas, mas com pouca variação entre elas, como esperado para esse objetivo. Na solução PPT, a tensão de nenhuma barra atinge um limite. Vale ressaltar novamente,

especialmente em relação à solução DMT, que a sequência de barras nas ilustrações gráficas é meramente a sequência ordinal dos números das barras, sem relação com a vizinhança topológica das barras, ou seja, a sequência de conexão das barras no sistema elétrico. Portanto, a variação na magnitude de duas tensões adjacentes no gráfico não significa necessariamente a variação de tensão entre duas barras diretamente conectadas; uma variação abrupta entre duas magnitudes de tensão consecutivas no gráfico não representa uma diferença abrupta de tensão entre barras eletricamente vizinhas.

Na Figura 5.21 são mostrados os perfis de magnitude de tensão das soluções PAT, DMT e PPT para o sistema IEEE 57 barras com carga de potência constante. Neste sistema, o perfil de magnitude de tensão da solução PAT (marcador □ azul) está majoritariamente acima do perfil de tensão da solução PPT (marcador ○ preto) e alterna posições com o perfil de tensão da solução DMT (marcador * vermelho). As magnitudes de tensão da solução PPT estão, de fato, em torno do valor nominal de 1 p.u. e, portanto, raramente devem atingir algum limite de tensão. Na solução PAT, as magnitudes de tensão de 9 barras atingem o limite máximo. Na solução DMT, as magnitudes de tensão de apenas 2 barras atingem o limite máximo. Na solução PPT, nenhuma barra atinge limite de tensão.

Figura 5.21: Tensão do sistema IEEE 57 barras, objetivos PAT, DMT e PPT, carga de potência constante

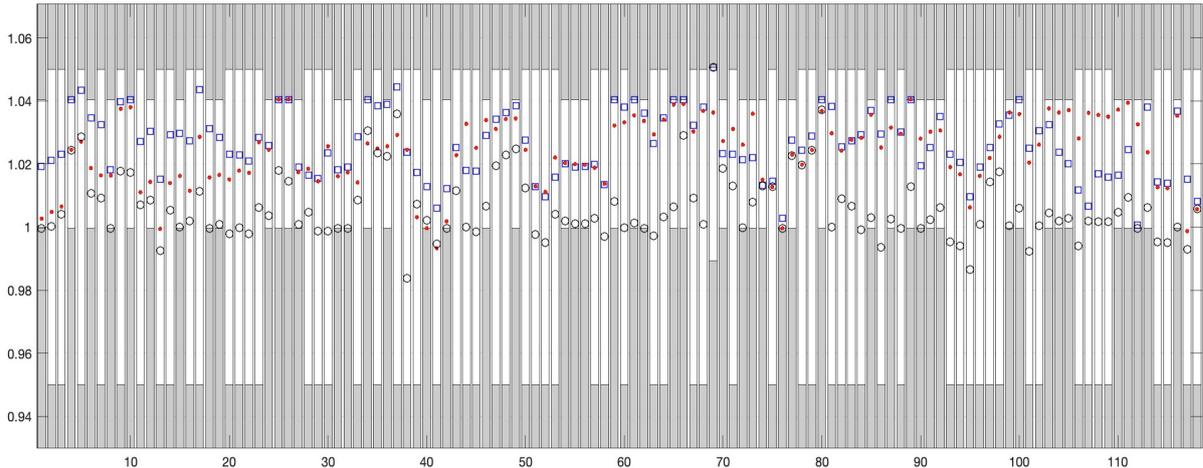


Fonte: Próprio Autor.

Na Figura 5.22 são mostrados os perfis de magnitude de tensão das soluções PAT, DMT e PPT para o sistema IEEE 118 barras com carga de potência constante. Nesse sistema, o perfil de magnitude de tensão da solução PAT está majoritariamente acima do perfil de magnitude de tensão da solução PPT e alterna posições com o perfil de tensão da solução DMT, estando acima em 40 barras e abaixo em 78 barras. As magnitudes de tensão da solução PPT estão em torno do valor nominal de 1 p.u., conforme esperado. Na solução PAT, as magnitudes de tensão de 10 barras estão no limite máximo e outras 4 estão muito próximas. Na solução DMT, as magnitudes de tensão de apenas 3 barras estão no limite máximo, mas outras 22 estão muito próximas. Na solução PPT, apenas a tensão da barra de folga atinge o limite máximo, enquanto as tensões de 15 barras atingem o limite mínimo porque os limites mínimos são iguais ou superiores a 1 p.u., o valor alvo para as magnitudes de tensão no objetivo PPT.

Na Figura 5.23 são mostrados os perfis de magnitude de tensão das soluções PAT, DMT e PPT para o sistema IEEE 300 barras com carga de potência constante. Nesse sistema, o perfil de magnitude de tensão da solução PAT fica majoritariamente acima do perfil de tensão da solução PPT e alterna posições com o perfil de tensão da solução DMT. As magnitudes de tensão da solução PPT estão em torno do valor nominal de 1 p.u., conforme esperado. Na solução PAT, as magnitudes de tensão de 29 barras estão no limite máximo,

Figura 5.22: Tensão do sistema IEEE 118 barras, objetivos PAT, DMT e PPT, carga de potência constante



Fonte: Próprio Autor.

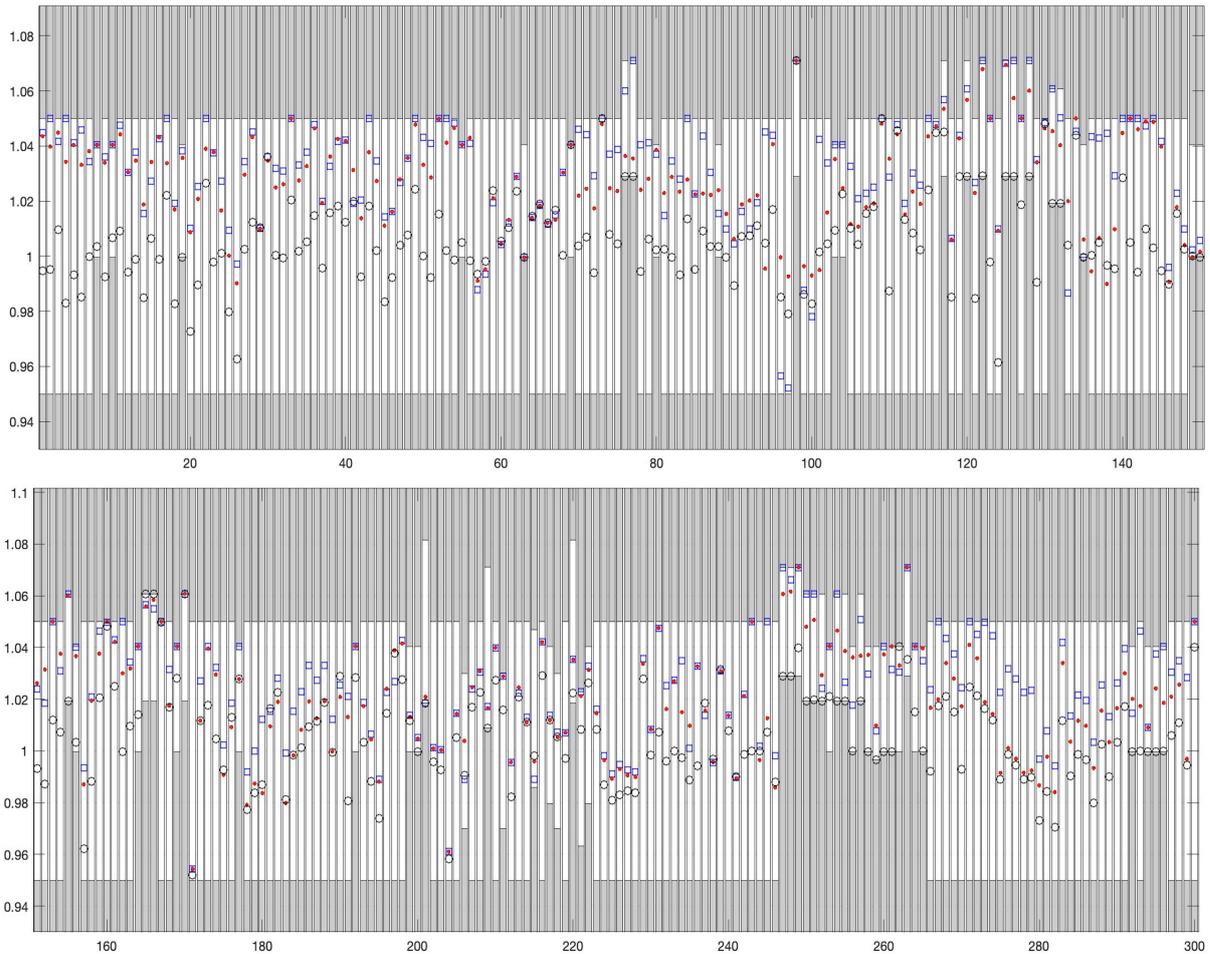
com multiplicadores de Lagrange de até 1,58288, e outras 25 estão muito próximas do limite. As magnitudes de tensão de 37 barras estão no limite mínimo, com multiplicadores de Lagrange de até 5,37922. Na solução DMT, as magnitudes de tensão de 16 barras estão no limite máximo, mas outras 37 estão muito próximas do limite. As magnitudes de tensão de apenas 4 barras estão no limite mínimo. Na solução PPT, as magnitudes de tensão de 7 barras estão no limite máximo, enquanto as tensões de 26 barras atingem o limite mínimo, mas isso ocorre porque o limite mínimo dessas barras são altos.

5.7.2 Comparação de Perfis de Tensão de Barras Vizinhas com Carga de Potência Constante

Na Figura 5.24 são mostradas as magnitudes de tensão das barras eletricamente vizinhas à barra 6 do sistema IEEE 30 barras, considerando que esta é a barra com maior conectividade (maior número de barras diretamente conectadas) do sistema. O propósito é mostrar conjuntamente as magnitudes de tensão de barras diretamente conectadas, no caso, conectadas à barra 6, para avaliar se as diferenças de magnitudes de tensão são de fato minimizadas. A barra 6 está diretamente conectada às barras 2, 4, 7, 8, 9, 10 e 28. As magnitudes de tensão para as soluções FPC (fluxo de potência convencional), PAT, DMT e PPT são comparadas. No conjunto de barras $\Omega_6 = \{2, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 28\}$, a referência é a barra 6, a barra que está diretamente conectada a todas as outras barras do conjunto, que geralmente não estão diretamente conectadas entre si.

Na Figura 5.24a são mostradas as magnitudes de tensão nas soluções PPT e FPC para o conjunto Ω_6 . Observe as diferenças significativas entre as magnitudes de tensão na solução FPC, enquanto as magnitudes de tensão na solução PPT estão próximas umas das outras em torno do valor nominal de 1 p.u., o valor alvo, exceto pela tensão da barra 2 de 1,020 p.u.. Além da barra 6, a barra 2 também se conecta diretamente a três outras barras, 1, 4 e 5, com a barra 1 sendo a barra de folga com uma magnitude de tensão de 1,024 p.u.. Portanto, a magnitude da tensão na barra 2 é ligeiramente acima de 1 p.u. para se aproximar da magnitude da tensão da barra 1, que também é eletricamente vizinha dela. Os circuitos (6,9) e (6,10) são transformadores com tapes não nominais, ou seja, circuitos que têm a barra 6 como um de seus terminais, justificando a magnitude de tensão da barra 9 ligeiramente abaixo e a magnitude de tensão da barra 10 ligeiramente acima da magnitude de tensão da barra 6. Na Figura 5.24b são mostradas as magnitudes de tensão nas soluções PPT e PAT. Na solução PAT, o perfil de magnitude de tensão não é tão plano quanto na solução PPT (a maior planicidade possível), mas as diferenças nas magnitudes de tensão são menores do que na solução

Figura 5.23: Tensão do sistema IEEE 300 barras, objetivos PAT, DMT e PPT, carga de potência constante



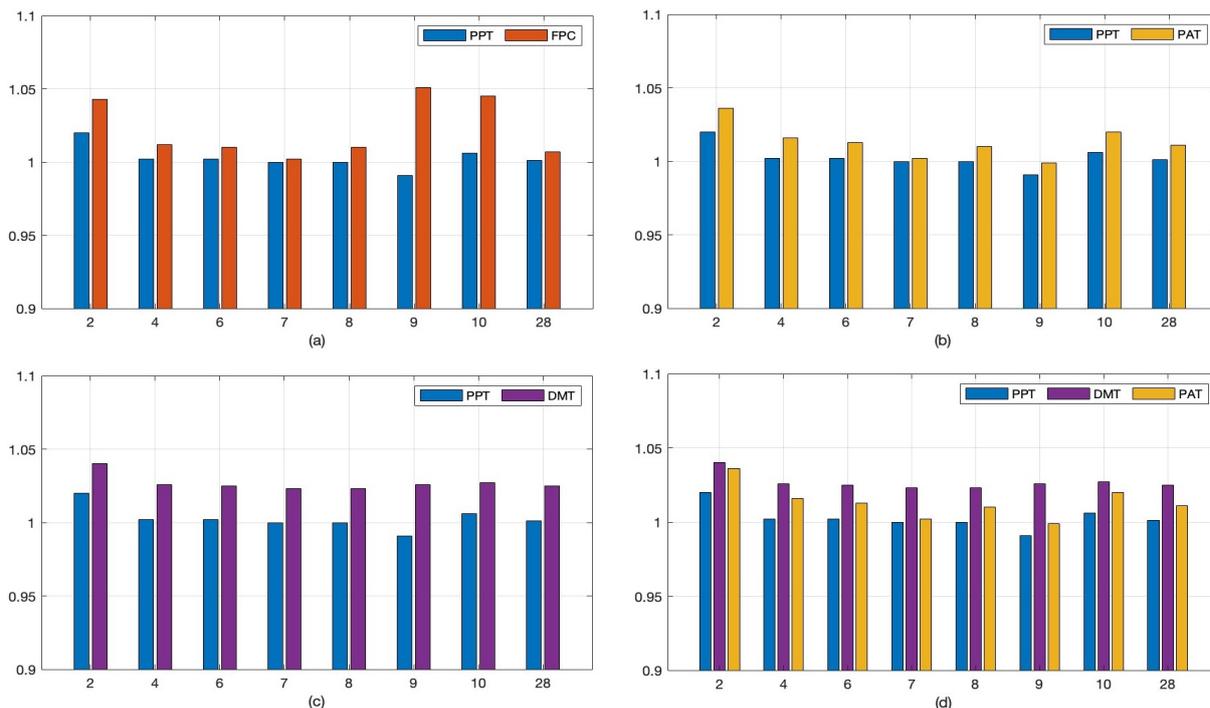
Fonte: Próprio Autor.

FPC. Na Figura 5.24c são mostradas as magnitudes de tensão nas soluções PPT e DMT, que também visa a planicidade, mas não necessariamente em torno do valor nominal de 1 p.u.. As diferenças nas magnitudes de tensão são pequenas, mas em torno de um valor de tensão maior que 1 p.u.. Na Figura 5.24d são mostradas as magnitudes de tensão das três soluções otimizadas: PPT, DMT e PAT. Notamos a planicidade na solução PPT em torno de 1 p.u., a planicidade na solução DMT em torno de uma tensão maior que 1 p.u., e um perfil de tensão intermediário da solução PAT, acima da solução PPT e abaixo da solução DMT, mas não tão plano quanto estas.

Na Figura 5.25 são mostradas as magnitudes de tensão das barras eletricamente vizinhas à barra 9 do sistema IEEE 57 barras, considerando que esta é a barra com maior conectividade do sistema. A barra 9 está diretamente conectada às barras 8, 10, 11, 12, 13 e 55. As magnitudes de tensão para as soluções FPC, PAT, DMT e PPT são comparadas. No conjunto de barras $\Omega_9 = \{8, 9, 10, 11, 12, 13, 55\}$, a referência é a barra 9, a barra que está diretamente conectada a todas as outras do conjunto, que geralmente não estão diretamente conectadas entre si.

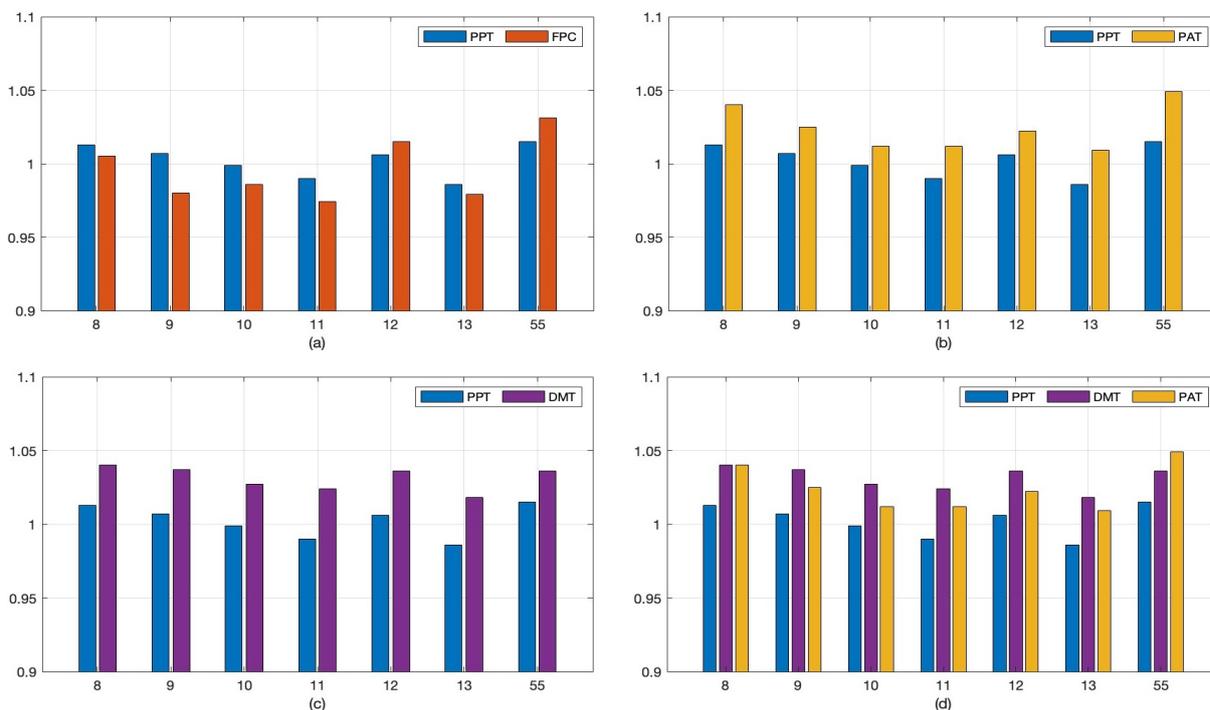
Na Figura 5.25a são mostradas as magnitudes de tensão nas soluções PPT e FPC para o conjunto Ω_9 . As diferenças entre as magnitudes de tensão na solução FPC são significativas, e são reduzidas, ou melhor, minimizadas, na solução PPT, aumentando os valores menores e diminuindo os valores maiores observados na solução FPC. As magnitudes de tensão na solução PPT são próximas entre si em torno do valor nominal de 1 p.u., mas não tão próximas quanto observadas para o conjunto Ω_6 do sistema IEEE 30 barras. Cada

Figura 5.24: Tensão das barras vizinhas a barra 6 do sistema IEEE 30 barras, carga de potência constante



Fonte: Próprio Autor.

Figura 5.25: Tensão das barras vizinhas a barra 9 do sistema IEEE 57 barras, carga de potência constante



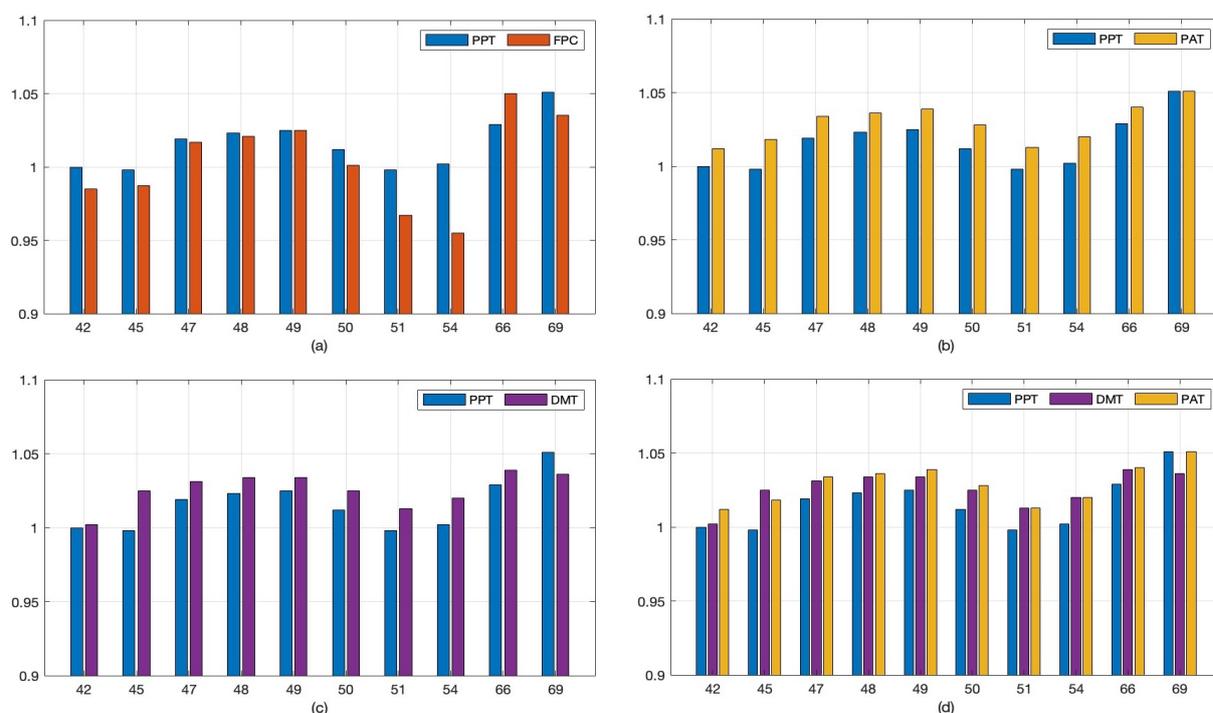
Fonte: Próprio Autor.

sistema, e cada vizinhança Ω_i de barra, tem suas próprias particularidades. No conjunto de barras Ω_9 , a maior magnitude de tensão é 1,015 p.u. na barra 55 e a menor magnitude de tensão é 0,986 p.u. na barra 13. A tensão de referência é $V_9 = 1,007$ p.u.. A barra 13 está conectada diretamente a outras 5 barras, sendo a barra terminal do transformador (13,49). Na Figura 5.25b são mostradas lado a lado as soluções PPT e PAT. O perfil de magnitude de tensão PAT não é tão plano quando o perfil de magnitude de tensão PPT, mas

as diferenças de magnitude são menores do que na solução FPC. A redução das diferenças de magnitude de tensão reduz a circulação de reativos e, portanto, reduz as perdas nos circuitos. Na Figura 5.25c são mostradas lado a lado as soluções PPT e DMT, que também visa a planicidade do perfil de tensão, mas não necessariamente em torno do valor nominal de 1 p.u.. As diferenças de magnitudes são bem pequenas, mas em torno de um valor de tensão maior que 1 p.u.. Na Figura 5.25d são mostradas as magnitudes de tensão das três soluções otimizadas: PPT, DMT e PAT. O padrão é semelhante ao do sistema IEEE 30 barras: planicidade na solução PPT em torno de 1 p.u., planicidade na solução DMT em torno de uma tensão maior que 1 p.u., e um perfil de tensão intermediário da solução PAT, acima da solução PPT e abaixo da solução DMT.

Na Figura 5.26 são mostradas as magnitudes de tensão das barras vizinhas a barra 49 do sistema IEEE 118 barras, considerando que esta é a barra com maior conectividade do sistema. A barra 49 está diretamente conectada às barras 42, 45, 47, 48, 50, 51, 54, 66 e 69. No conjunto de barras $\Omega_{49} = \{42, 45, 47, 48, 49, 50, 51, 54, 66, 69\}$, a referência é a barra 49, a barra que está diretamente conectada a todas as outras barras do conjunto Ω_{49} , que geralmente não estão diretamente conectadas entre si.

Figura 5.26: Tensão das barras vizinhas a barra 49 do sistema IEEE 118 barras, carga de potência constante



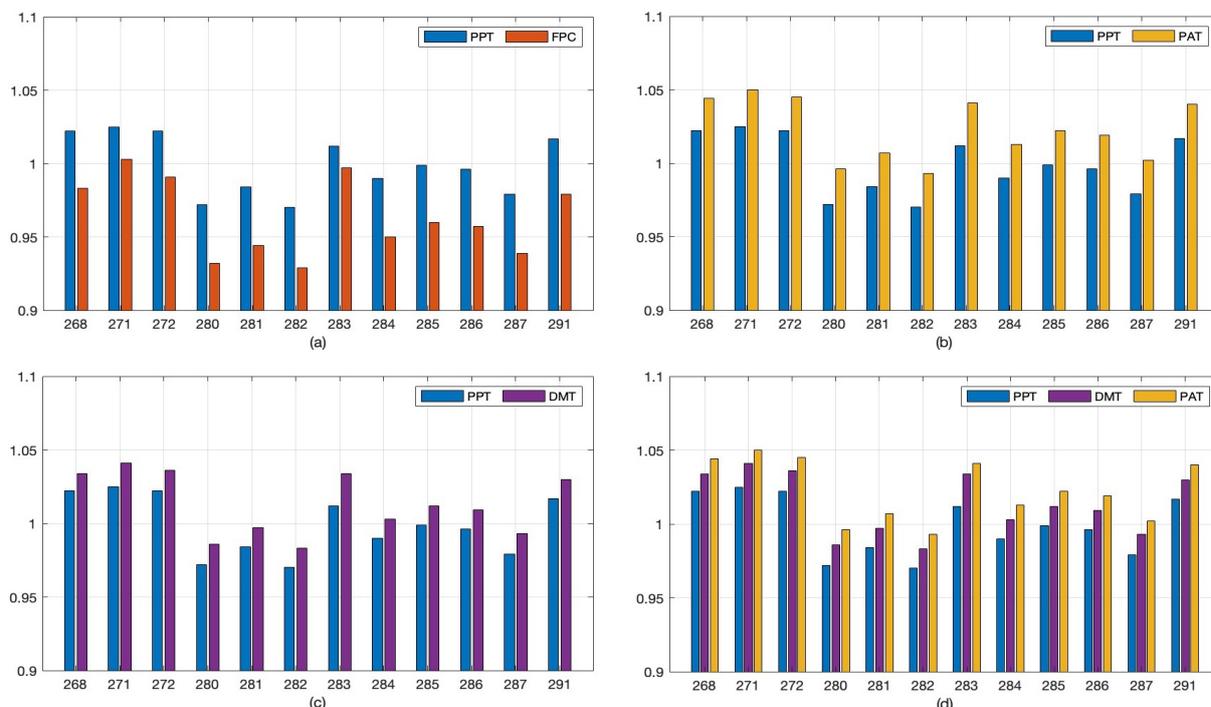
Fonte: Próprio Autor.

Na Figura 5.26a são mostradas as magnitudes de tensão nas soluções PPT e FPC. Na solução FPC, há diferenças significativas entre a magnitude da tensão da barra 49 e a das barras em Ω_{49} , mas diferentemente dos casos anteriores (sistemas IEEE 30 e 57 barras), a diferença entre as soluções PPT e FPC é significativa apenas em algumas barras. Na solução FPC, a maior diferença é para a barra 54 ($V_{49} - V_{54} = 1,025 - 0,955 = 0,070$ p.u.). Na solução PPT, essa diferença reduz para $1,025 - 1,002 = 0,023$ p.u.. Na solução PPT, as magnitudes de tensão são próximas umas das outras e do valor nominal de 1 p.u., com a maior diferença sendo na barra 69. Isso ocorre porque a barra 69 é a barra de folga do sistema, que geralmente apresenta tensões mais altas. A barra 69 é conectada diretamente a outras barras vizinhas à barra 49 (barras 47 e 49), influenciando também as magnitudes de tensão dessas barras, que estão ligeiramente acima do valor alvo de 1 p.u.. Como já enfatizado, cada sistema e cada conjunto de vizinhança de barra, como Ω_6 , Ω_9 e Ω_{49} , têm

suas próprias particularidades topológicas e operacionais. Na Figura 5.26b são mostradas as soluções PPT e PAT. A envoltória do perfil de tensão PAT é semelhante a envoltória do perfil de tensão PPT, apenas em um nível de tensão ligeiramente mais alto. As diferenças nas magnitudes de tensão são menores do que na solução FPC. Na Figura 5.26c são mostradas as soluções PPT e DMT, que também visa a planicidade das magnitudes de tensão, mas não necessariamente em torno do valor nominal de 1 p.u.. Assim como na solução PAT, a envoltória do perfil de tensão DMT é semelhante ao do perfil de tensão PPT, apenas em um nível de tensão ligeiramente mais alto. No entanto, diferentemente das soluções PPT e PAT, a magnitude de tensão da barra de folga 69 é ligeiramente menor, de 1,036 p.u.. Na Figura 5.26d são mostradas as magnitudes de tensão das soluções otimizadas PPT, DMT e PAT. O padrão é semelhante ao dos sistemas anteriores, mas com o perfil de tensão da solução PAT mais próximo do perfil de tensão da solução DMT.

Na Figura 5.27 são mostradas as magnitudes de tensão das barras eletricamente vizinhas à barra 268 (número externo 9003) do sistema IEEE 300 barras, considerando que esta é a barra com maior conectividade do sistema. A barra 268 está diretamente conectada às barras 271, 272, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287 e 291 (números externos 9006, 9007, 9031, 9032, 9033, 9034, 9035, 9036, 9037, 9038 e 9044).

Figura 5.27: Tensão das barras vizinhas a barra 268 do sistema IEEE 300 barras, carga de potência constante



Fonte: Próprio Autor.

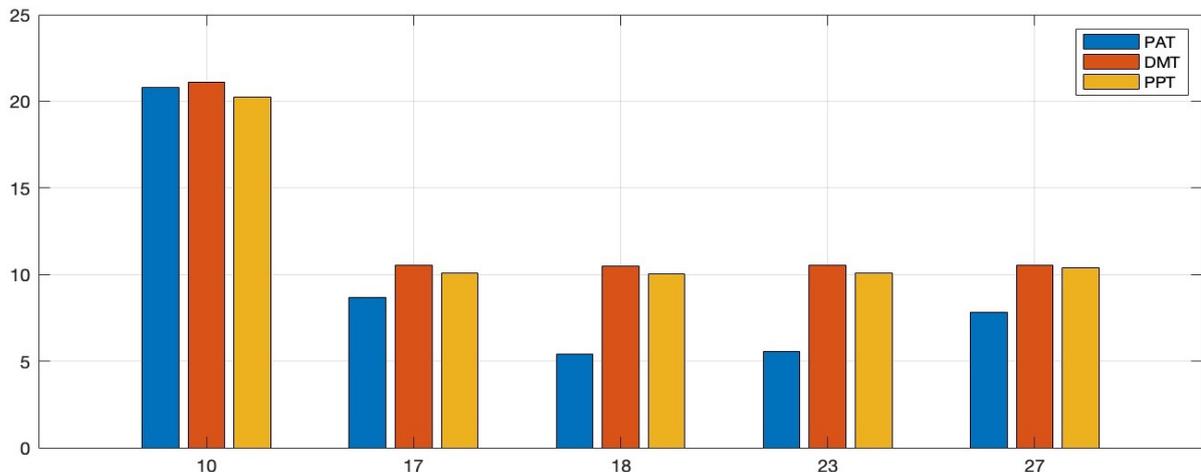
Na Figura 5.27a são mostradas as magnitudes de tensão nas soluções PPT e FPC. Na solução FPC, há diferenças significativas entre a magnitude de tensão da barra 268 e a das barras do conjunto Ω_{268} , com diferenças significativas entre as soluções PPT e FPC em todas as barras do conjunto. A solução FPC apresenta baixas magnitudes de tensão para esse sistema, quatro das quais abaixo do limite mínimo. A maior diferença na magnitude de tensão é para a barra 282 ($V_{268} - V_{282} = 0,986 - 0,933 = 0,053$ p.u.). Na solução PPT, essa diferença é reduzida muito pouco, para $1,021 - 0,970 = 0,051$, mas sem violar o limite mínimo. Na solução PPT, as magnitudes de tensão são próximas umas das outras e do valor nominal de 1 p.u., com a maior diferença sendo na barra 282. Na Figura 5.27b são mostradas lado a lado as magnitudes de tensão nas soluções PPT e PAT. A envoltória do perfil de tensão PAT é semelhante a envoltória do perfil de tensão PPT, mas em um nível de tensão mais alto. Este resultado pode ser parcialmente explicado pelo fato de que, com

carga de potência constante, um aumento na tensão reduz a corrente e uma redução nas diferenças das tensões terminais dos circuitos (barras diretamente conectadas!) reduz a circulação de potência reativa e, portanto, as correntes e perdas. Na Figura 5.27c são mostradas lado a lado as soluções PPT e DMT, que também visa a planicidade do perfil de tensão, mas não necessariamente em torno do valor nominal de 1 p.u.. Assim como a solução PAT, a envoltória do perfil de tensão DMT é semelhante a envoltória do perfil de tensão PPT, apenas em um nível de tensão ligeiramente mais alto. Na Figura 5.27d são mostradas as magnitudes de tensão das soluções otimizadas PPT, DMT e PAT. O padrão é semelhante ao dos sistemas anteriores, mas com o perfil de tensão da solução PAT em um nível de tensão mais alto do que o perfil de tensão da solução DMT.

5.7.3 Comparação das Compensações *Shunt* com Carga de Potência Constante

Na Figura 5.28 são mostradas as compensações *shunt* para o sistema IEEE 30 barras, com carga de potência constante e o conjunto $\mathcal{E} = \{10, 17, 18, 23, 27\}$ de barras elegíveis para compensação. Esta análise é semelhante à realizada na Seção 5.6.3. No entanto, a solução IPA que revelou-se inadequada com o modelo de carga ZIP, é substituída pelas soluções DMT e PPT. A solução PAT é comentada na Seção 5.6.3, e aqui, comentários específicos são feitos sobre as soluções DMT e PPT e suas diferenças em comparação com a solução PAT. Com exceção da barra 10, as compensações *shunt* DMT e PPT diferem da compensação *shunt* PAT. As compensações *shunt* DMT e PPT são as mesmas em cada barra no conjunto \mathcal{E} . A diferença notável (na Figura 5.28) nas injeções de potência reativa em Mvar se deve à maior diferença nas magnitudes de tensão das soluções DMT e PPT, porque as susceptâncias *shunt* em p.u. são as mesmas e iguais aos limites máximos.

Figura 5.28: Compensação *shunt* no sistema IEEE 30 barras com carga de potência constante



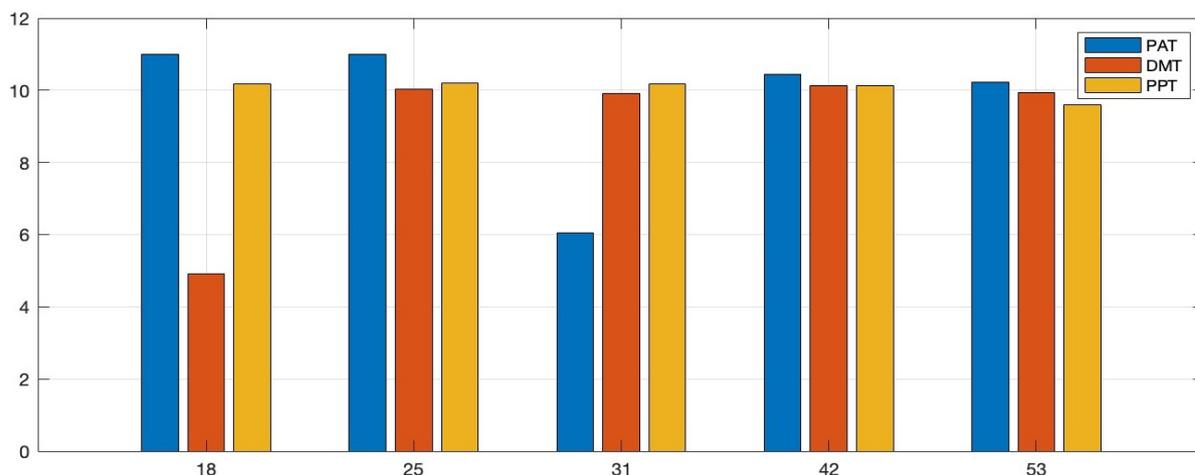
Fonte: Próprio Autor.

O resultado é o esperado. O principal objetivo da solução PAT é minimizar as perdas na transmissão e, para isso, utiliza a compensação *shunt* para compensar demanda de potência reativa localmente, na medida do possível, evitando a circulação de potência reativa pela rede, elevando as baixas tensões para reduzir as correntes e reduzindo as diferenças nas magnitudes de tensão que levam a uma maior circulação de potência reativa. Por outro lado, o principal objetivo da solução PPT é a planarização do perfil de tensão em torno do valor nominal de 1 p.u.. Para atingir esse objetivo, pode utilizar intensamente a compensação *shunt* para elevar as tensões, causando uma circulação excessiva de potência reativa, uma vez que a quantidade de perdas ativas no sistema de transmissão é de pouca importância nessa formulação. A solução DMT também utiliza mais a compensação *shunt* em comparação com a solução PAT, mas pode fazer menos uso do que a solução

PPT. O objetivo de reduzir as diferenças nas magnitudes de tensão entre barras conectadas diretamente não impõe um valor de tensão de referência, como a tensão nominal (1 p.u.) para a solução PPT, e a diferença mínima de tensão pode ser alcançada com menos recursos de compensação *shunt*, embora essa situação não tenha ocorrido no sistema IEEE 30 barras.

Na Figura 5.29 são mostradas as compensações *shunt* para o sistema IEEE 57 barras, com carga de potência constante e o conjunto $\mathcal{E} = \{18, 25, 31, 42, 53\}$ de barras elegíveis para compensação. A solução PAT é analisada na Seção 5.6.3, e aqui, comentários específicos são feitos sobre as soluções DMT e PPT e suas diferenças em comparação com a solução PAT. As compensações *shunt* nas soluções DMT e PPT são idênticas em todas as barras, exceto na barra 18, mas as injeções de potência reativa são ligeiramente diferentes devido às pequenas diferenças nas magnitudes de tensão das duas soluções. As compensações *shunt* nas soluções PPT e PAT não são iguais, mas são muito próximas em todas as barras, exceto na barra 31. A diferença notável (na Figura 5.29) nas injeções de potência reativa em Mvar se deve à maior diferença nas magnitudes de tensão das soluções PAT e PPT. Entre as três soluções, o maior uso da compensação *shunt*, para este sistema e conjunto de barras \mathcal{E} , ocorre na solução PPT (susceptância *shunt* total de 0,4998 p.u.), enquanto o montante de compensação nas soluções PAT e DMT são equivalentes (susceptância *shunt* total de 0,4527 p.u. e 0,4481 p.u., respectivamente).

Figura 5.29: Compensação *shunt* no sistema IEEE 57 barras com carga de potência constante

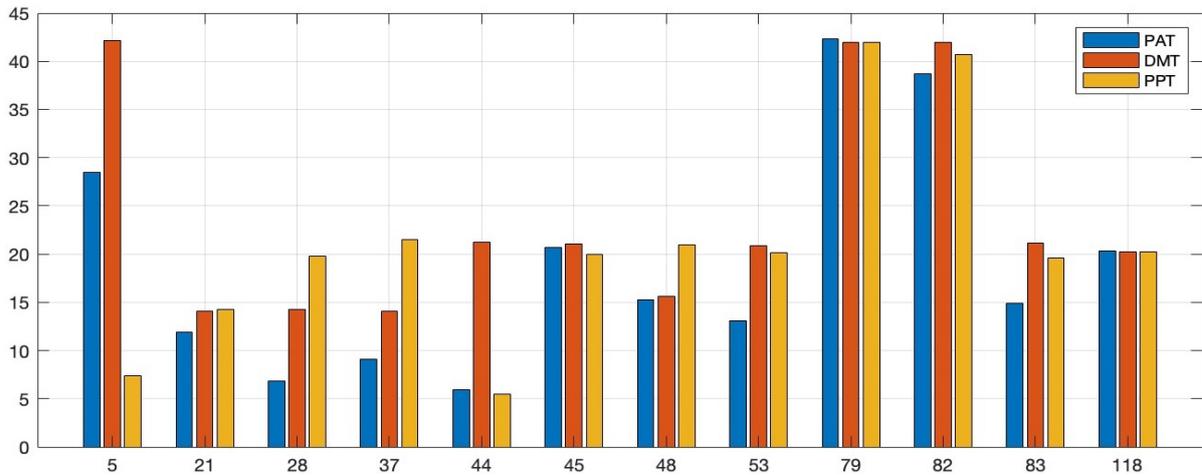


Fonte: Próprio Autor.

Na Figura 5.30 são mostradas as compensações *shunt* para o sistema IEEE 118 barras, com carga de potência constante e o conjunto $\mathcal{E} = \{5, 21, 28, 37, 44, 45, 48, 53, 79, 82, 83, 118\}$ de barras elegíveis para compensação. A solução PAT é analisada na Seção 5.6.3, e aqui são feitos comentários específicos sobre as soluções DMT e PPT e suas diferenças em comparação com a solução PAT. No sistema IEEE 118 barras, diferentemente dos anteriores (IEEE 30 e 57 barras), as compensações *shunt* nas soluções PAT, DMT e PPT são diferentes em quase todas as barras, exceto nas barras 45, 79 e 118, que todas atingem o limite máximo. Na solução PPT, as compensações *shunt* nas barras 37, 45, 48, 53, 79, 82 e 118 atingem o limite máximo, e nas barras 28 e 83 quase atingem o limite máximo. A compensação *shunt* na barra 5 é indutiva. A susceptância *shunt* total é de 2,4242 p.u.. Na solução DMT, as compensações *shunt* nas barras 45, 53, 79, 82, 83 e 118 atingem o limite máximo, e na barra 44 quase atinge o limite máximo. As compensações *shunt* nas barras 5 e 37 são indutivas, atingindo o máximo indutivo na barra 5. A susceptância *shunt* total é de 2,7415 p.u.. Na solução PAT, a susceptância *shunt* total é de 2,1606 p.u.. Assim, entre as três soluções, o maior uso da compensação *shunt*, para este sistema e conjunto de barras \mathcal{E} , ocorre na solução DMT, e o

menor uso na solução PAT.

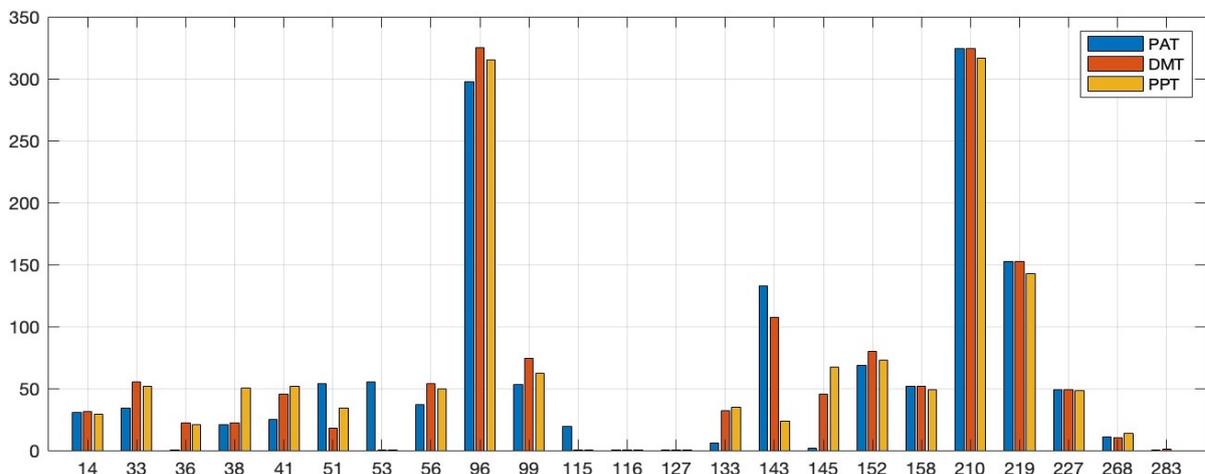
Figura 5.30: Compensação *shunt* no sistema IEEE 118 barras com carga de potência constante



Fonte: Próprio Autor.

Na Figura 5.31 são mostradas as compensações *shunt* para o sistema IEEE 300 barras, com carga de potência constante e o conjunto $\mathcal{E} = \{14, 33, 36, 38, 41, 51, 53, 56, 96, 99, 115, 116, 127, 133, 143, 145, 152, 158, 210, 219, 227, 268, 283\}$ de barras elegíveis para compensação. Todos os números de barras relacionados no conjunto \mathcal{E} e nas discussões a seguir são número internos. A solução PAT é analisada na Seção 5.6.3, e aqui são feitos comentários específicos sobre as soluções DMT e PPT e suas diferenças em comparação com a solução PAT. Na solução PPT, as compensações *shunt* nas barras 14, 41, 56, 96, 152, 158 e 227 atingem o limite máximo, e nas barras 33, 36, 210 e 283 atingem o limite mínimo. As compensações *shunt* nas barra 33, 36, 143, 145, 210 e 219 são indutivas. A susceptância *shunt* total é de 14,2943 p.u.. Na solução DMT, as compensações *shunt* nas barras 14, 96, 99, 152, 158 e 227 atingem o limite máximo, e nas barras 33, 36, 210 e 219 atingem o limite mínimo. As compensações *shunt* nas barras 33, 36, 143, 145, 210 e 219 são indutivas. A susceptância *shunt* total é de 14,3322 p.u.. Na solução PAT, a susceptância *shunt* total é de 13,9648 p.u.. Entre as três soluções, para esse sistema e conjunto de barras \mathcal{E} , o maior uso da compensação *shunt* ocorre na solução DMT, mas montante quase igual ao da solução PPT, e o menor uso de compensação ocorre na solução PAT.

Figura 5.31: Compensação *shunt* no sistema IEEE 300 barras com carga de potência constante



Fonte: Próprio Autor.

5.7.4 Comparação das Perdas na Transmissão com Carga de Potência Constante

Na Tabela 5.9 são mostradas as perdas ativas na transmissão para as soluções ótimas PAT, DMT e PPT, bem como para a solução de fluxo de potência convencional, FPC, para o conjunto de sistemas teste com carga de potência constante.

Tabela 5.9: Perdas ativas na transmissão com carga de potência constante

Sistema Teste	Perdas ativas na transmissão (MW)				
	FPC	PAT	IPA	DTM	PPT
IEEE 30	17,63	17,78	17,78	18,34	19,20
IEEE 57	27,86	24,34	24,34	25,17	26,71
IEEE 118	132,48	118,76	118,76	120,76	125,74
IEEE 300	408,15	378,16	378,16	389,45	411,60

Fonte: Próprio Autor.

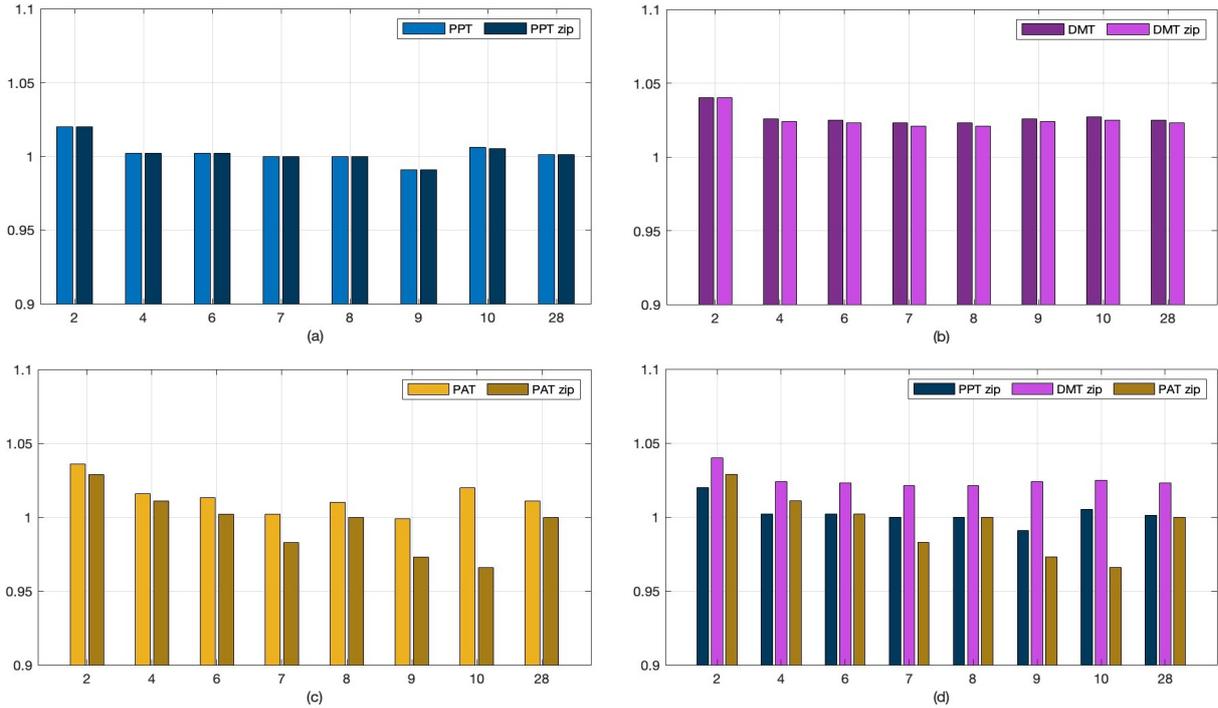
Entre as quatro soluções otimizadas (PAT, IPA, DMT e PPT), com a carga de potência constante, a solução PPT apresenta as maiores perdas na transmissão. Como visto na seção anterior, a solução PPT faz uso extensivo de compensação *shunt* para manter tensões próximas a 1 p.u.. Apesar do excelente perfil de tensão (plano e em torno da tensão nominal), esta solução não é econômica, devido ao alto nível de perdas ativas na transmissão e uso extensivo de compensação *shunt*. A solução DMT também apresenta um alto nível de perdas na transmissão, mas significativamente menor do que na solução PPT, com uso extensivo também de compensação *shunt*. Ela oferece um ponto de operação melhor do que a solução PPT. A solução DMT tem perdas menores do que a solução FPC, além de nenhuma violação de restrições operacionais. A melhor das soluções, ponderando vantagens e desvantagens, é a solução PAT, pois apresenta o menor nível de perdas na transmissão, um bom perfil de tensão e menor uso de compensação *shunt*, em comparação com as outras soluções. A solução IPA é idêntica à solução PAT, mas só é útil sob a consideração de que a carga é de potência constante. Caso contrário, não haverá minimização de perdas e o perfil de tensão resultante será baixo, tornando-a uma das piores soluções. A solução PAT é boa em todas as situações consideradas aqui, seja a carga de potência constante ou não.

5.7.5 Impacto do Modelo de Carga ZIP nos Perfis de Tensão

Na Figura 5.32 são mostradas as magnitudes de tensão das barras vizinhas à barra 6 do sistema IEEE 30 barras, a barra com maior conectividade do sistema, definindo o conjunto $\Omega_6 = \{2, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 28\}$. O propósito é comparar as magnitudes de tensão de barras diretamente conectadas, no caso, conectadas à barra 6, para avaliar se as diferenças de magnitudes de tensão são de fato minimizadas. São apresentadas as magnitudes de tensão para as soluções PAT, DMT e PPT, considerando carga de potência constante e carga ZIP.

Na Figura 5.32a são mostradas as magnitudes de tensão das barras em Ω_6 para as soluções PPT (com carga de potência constante e carga ZIP). As magnitudes de tensão são muito próximas entre si e do valor alvo de 1 p.u.. Portanto, para este objetivo, sistema e vizinhança de barra Ω_6 , o modelo de carga ZIP não impacta perceptivelmente as magnitudes de tensão. Na Figura 5.32b são mostradas as magnitudes de tensão para as soluções DMT. As magnitudes de tensão são praticamente as mesmas. Claramente, as diferenças entre as magnitudes de tensão das barras em Ω_6 são minimizadas nas soluções DMT e PPT, o principal objetivo dessas funções. Na Figura 5.32c são mostradas as magnitudes de tensão para as soluções PAT. Neste caso, o

Figura 5.32: Magnitudes de tensão das barras vizinhas à barra 6 do sistema IEEE 30 barras



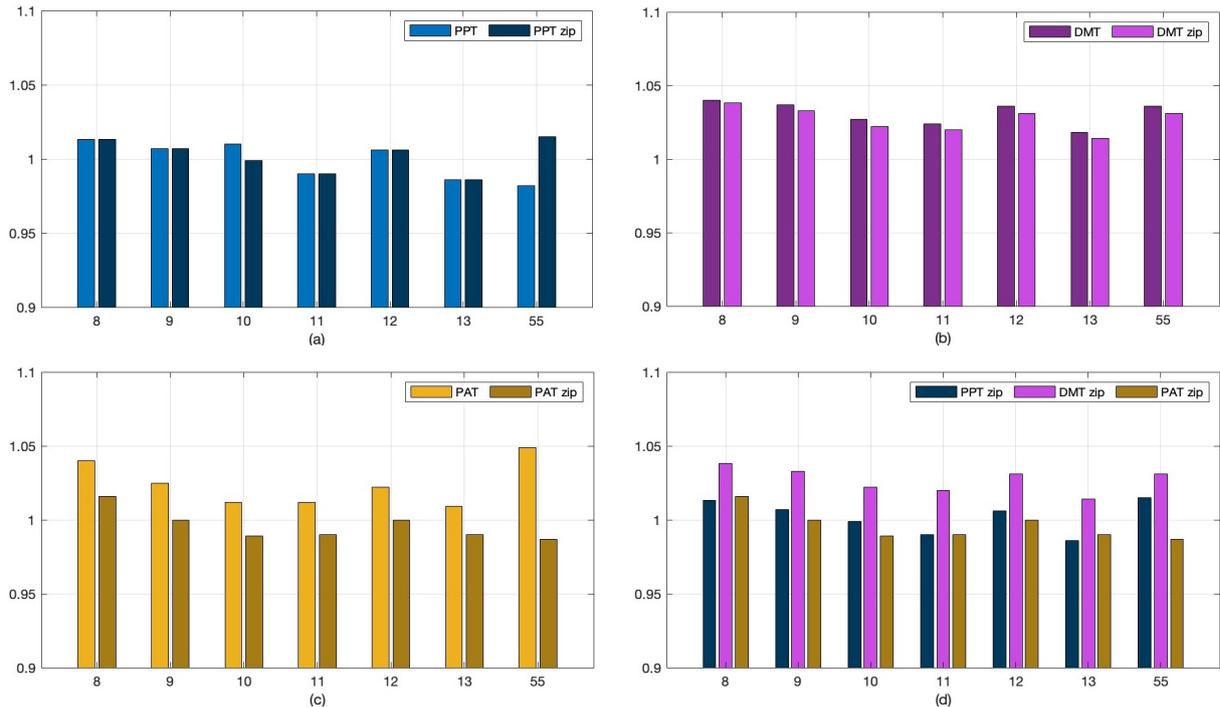
Fonte: Próprio Autor.

modelo de carga ZIP impacta significativamente o perfil de tensão, apresentando tensões mais baixas, com uma diferença significativa entre as soluções com carga de potência constante e carga ZIP. No conjunto Ω_6 , a maior redução de magnitude de tensão ocorre na barra 10, de 1,020 p.u. com carga de potência constante para 0,966 p.u. com carga ZIP. O circuito (6,10) é um transformador e, na solução ótima, o tape 1 : t é reduzido para 0,911, resultando em uma tensão menor na barra 10. Na Figura 5.32d são mostradas as magnitudes de tensão das soluções PPT, DMT e PAT, todas considerando o modelo de carga ZIP. O modelo de carga ZIP impacta significativamente o perfil de tensão da solução PAT, resultando nas menores magnitudes de tensão entre as três soluções.

Na Figura 5.33 são mostradas as magnitudes de tensão das barras vizinhas à barra 9 do sistema IEEE 57 barras, a barra com maior conectividade do sistema, definindo o conjunto $\Omega_9 = \{8, 9, 10, 11, 12, 13, 55\}$. São apresentadas as magnitudes de tensão para as soluções PAT, DMT e PPT, considerando carga de potência constante e carga ZIP.

Na Figura 5.33a são mostradas as magnitudes de tensão das barras em Ω_9 para as soluções PPT. O modelo de carga ZIP impacta apenas a magnitude de tensão da barra 55 (significativamente maior) e da barra 10 (ligeiramente menor). Na Figura 5.33b são mostradas as magnitudes de tensão das barras em Ω_9 para as soluções DMT. O impacto da carga ZIP na solução DMT é muito pequeno, apresentando reduções muito leves nas magnitudes de tensão das barras em Ω_9 . Na Figura 5.33c são mostradas as magnitudes de tensão das barras em Ω_9 para as soluções PAT. Neste caso, o modelo de carga ZIP impacta significativamente o perfil de tensão, apresentando um perfil de tensão menor, com uma diferença significativa entre as soluções com carga de potência constante e carga ZIP. No conjunto Ω_9 , a maior redução na magnitude de tensão ocorre na barra 55, de 1,050 p.u. com carga de potência constante para 0,987 p.u. com carga ZIP. O circuito (9,55) é um transformador, que na solução PAT com carga de potência constante tem um tape 1 : t de 1,031 e na solução PAT com carga ZIP tem um tape de 0,994. O ajuste de tape associado à redução de tensão na barra 9, resulta em uma magnitude de tensão significativamente menor na barra 55. Na Figura 5.33d são mostradas as

Figura 5.33: Magnitudes de tensão das barras vizinhas à barra 9 do sistema IEEE 57 barras



Fonte: Próprio Autor.

magnitudes de tensão das barras em Ω_9 para as soluções PPT, DMT e PAT, todas considerando o modelo de carga ZIP. O modelo de carga ZIP impacta significativamente o perfil de tensão da solução PAT, resultando nas menores magnitudes de tensão entre as três soluções.

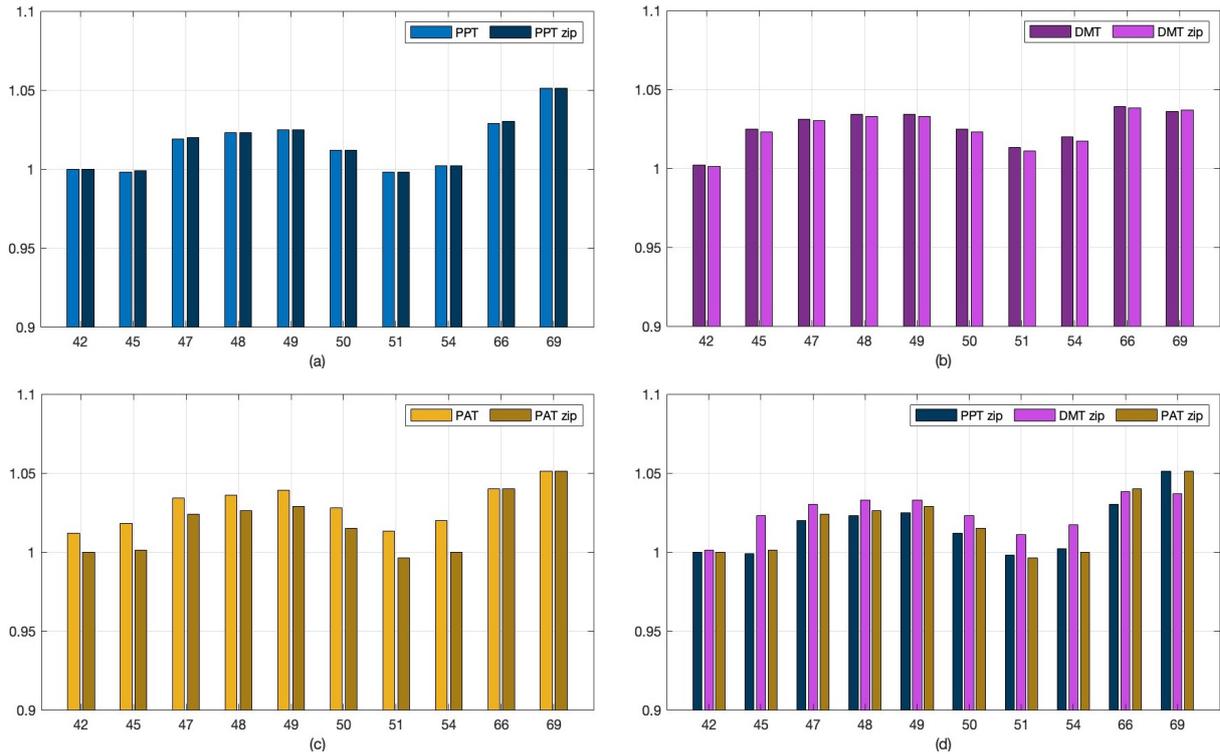
Na Figura 5.34 são mostradas as magnitudes de tensão das barras vizinhas à barra 49 do sistema IEEE 118 barras, a barra com maior conectividade, definindo o conjunto $\Omega_{49} = \{42, 45, 47, 48, 50, 51, 54, 66, 69\}$. São apresentadas as magnitudes de tensão para as soluções PAT, DMT e PPT, considerando carga de potência constante e carga ZIP.

Na Figura 5.34a são mostradas as magnitudes de tensão das barras em Ω_{49} para as soluções PPT. O modelo de carga ZIP não impacta minimamente as magnitudes de tensão das barras em Ω_{49} . Na Figura 5.34b são mostradas as magnitudes de tensão das barras em Ω_{49} para as soluções DMT. O impacto da carga ZIP na solução DMT é imperceptível, resultado semelhante ao da solução PPT, apenas com um perfil de tensão maior. Na Figura 5.34c são mostradas as magnitudes de tensão das barras em Ω_{49} para as soluções PAT. Neste caso, o modelo de carga ZIP impacta moderadamente a magnitude de tensão de algumas barras em Ω_{49} , resultando em um perfil de tensão um pouco menor. Na Figura 5.34d são mostradas as magnitudes de tensão das barras em Ω_{49} para as soluções PPT, DMT e PAT, todas considerando o modelo de carga ZIP. O modelo de carga ZIP impacta levemente o perfil de tensão da solução PAT, mas deixando-o mais próximo do perfil de tensão PPT, com envoltória similar a da solução DMT, esta com magnitudes de tensão ligeiramente maiores.

Na Figura 5.35 são mostradas as magnitudes de tensão das barras vizinhas à barra 268 (externo: 9003) do sistema IEEE 300 barras, a barra com maior conectividade do sistema, definindo o conjunto $\Omega_{268} = \{268, 271, 272, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 291\}$. São apresentadas as magnitudes de tensão para as soluções PAT, DMT e PPT, considerando carga de potência constante e carga ZIP.

Na Figura 5.35a são mostradas as magnitudes de tensão das barras em Ω_{268} para as soluções PPT. O modelo de carga ZIP não impacta minimamente as magnitudes de tensão das barras em Ω_{268} . Na Figura 5.35b são mostradas as magnitudes de tensão das barras em Ω_{268} para as soluções DMT. Neste caso, o impacto

Figura 5.34: Magnitudes de tensão das barras vizinhas à barra 49 do sistema IEEE 118 barras



Fonte: Próprio Autor.

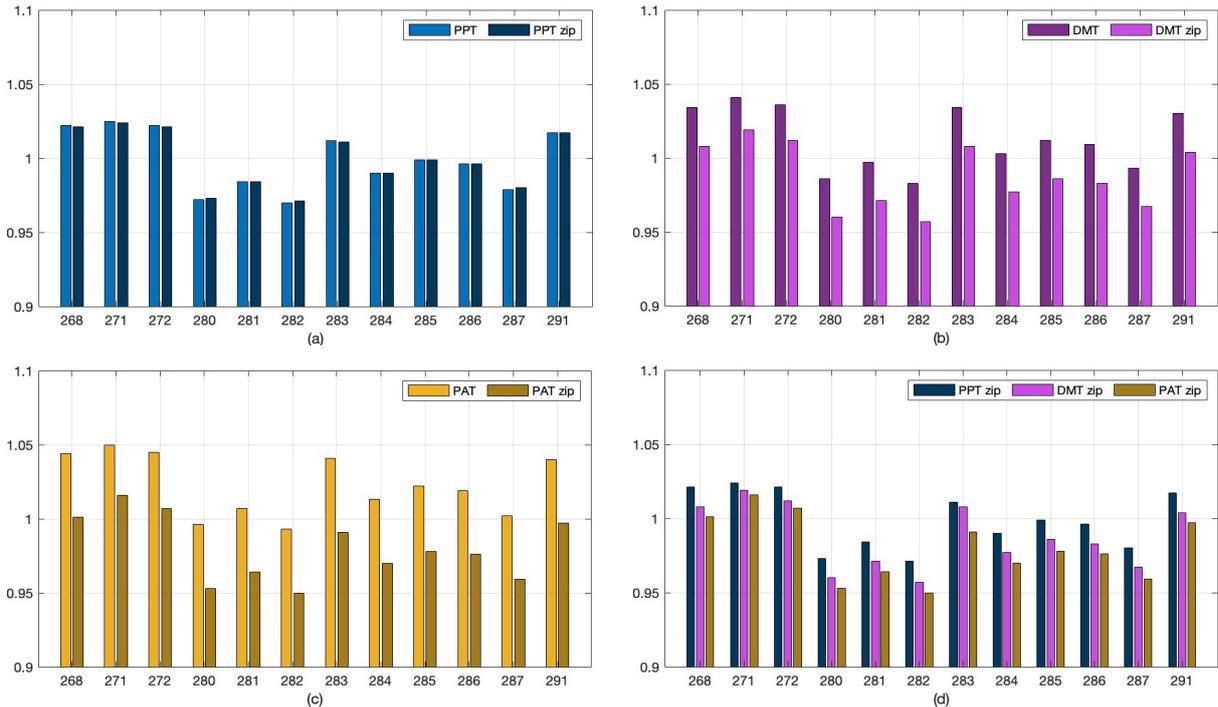
da carga ZIP na solução DMT é significativo, resultando em um perfil de tensão mais baixo, mas com a mesma envoltória da solução DMT com carga de potência constante. Apenas houve uma redução do nível de tensão. Na Figura 5.35c são mostradas as magnitudes de tensão das barras em Ω_{268} para as soluções PAT. Neste caso, o modelo de carga ZIP impacta significativamente a magnitude de tensão de todas as barras em Ω_{268} , resultando em um perfil de tensão mais baixo, mas com a mesma envoltória da solução PAT com carga de potência constante. Na Figura 5.35d são mostradas as magnitudes de tensão das barras em Ω_{268} para as soluções PPT, DMT e PAT, todas considerando o modelo de carga ZIP. O modelo de carga ZIP não impacta a solução PPT, enquanto impacta significativamente as soluções DMT e PAT, resultando em magnitudes de tensão menores. O perfil de tensão mais alto é o da solução PPT, e o mais baixo é o da solução PAT. De forma geral, para o conjunto de sistemas teste considerados, o modelo de carga ZIP, nas proporções de cargas consideradas, praticamente não impacta a solução PPT, e impacta significativamente a solução PAT, resultando em um perfil de tensão menor.

5.7.6 Impacto do Modelo de Carga ZIP nas Perdas na Transmissão

A avaliação do impacto do modelo de carga ZIP nas soluções é complementada aqui com a avaliação do impacto nas perdas na transmissão. As avaliações anteriores mostram que impacto da carga ZIP no perfil de tensão é insignificante na solução PPT, mas impacta significativamente na solução PAT e pode impactar significativamente na solução DMT, geralmente resultando em perfis de tensão mais baixos em comparação aos perfis de tensão das soluções considerando carga de potência constante. Na Tabela 5.10 são mostradas as perdas na transmissão para os objetivos PAT, DMT e PPT, considerando carga de potência constante e carga ZIP.

Conforme esperado, as perdas na transmissão nas soluções PAT são as menores, para qualquer modelo

Figura 5.35: Magnitudes de tensão das barras vizinhas à barra 268 do sistema IEEE 300 barras



Fonte: Próprio Autor.

de carga, uma vez que minimizar perdas é o objetivo principal dessa função. As maiores perdas ocorrem nas soluções PPT. O objetivo principal dessa função é obter um perfil de tensão em torno da tensão nominal, sem levar em consideração o nível de perdas no ponto de operação. Para alcançar esse objetivo, pode haver uso extensivo de compensação *shunt*. Invariavelmente, as perdas na transmissão considerando o modelo de carga ZIP são maiores do que as perdas considerando a carga de potência constante. Considerando o objetivo PAT, que efetivamente minimiza perdas, para o sistema IEEE 118 barras o modelo ZIP impacta em 2% de aumento nas perdas, enquanto para o sistema IEEE 300 barras impacta em 1,73% de aumento.

Tabela 5.10: Perdas ativas na transmissão (MW) com carga de potência constante e carga ZIP

Sistema	PAT-cte	PAT-zip	DMT-cte	DMT-zip	PPT-cte	PPT-zip
IEEE 30	17,78	17,29	18,34	19,10	19,20	19,36
IEEE 57	24,34	24,71	25,17	27,34	26,71	27,02
IEEE 118	118,76	121,24	120,76	124,65	125,74	126,85
IEEE 300	378,16	384,71	389,45	424,31	411,60	417,79

Fonte: Próprio Autor.

Considerando os resultados para todos os indicadores de avaliação, o objetivo PAT demonstra fornecer o melhor ponto de operação, pelos motivos: apresenta as menores perdas na transmissão, faz menor uso dos recursos de compensação *shunt* em comparação aos outros objetivos analisados, obtém um bom perfil de tensão associado à perdas mínimas na transmissão, independentemente da modelagem da carga.

5.8 Desempenho Computacional dos Algoritmos de Otimização

Nas Tabelas 5.11 a 5.14 resumimos o desempenho computacional e numérico dos algoritmos de pontos interiores primal-dual de barreira logarítmica (PDBL) e sua variante primal-dual preditor-corretor (PDPC), descritos no Capítulo 3, na resolução dos problemas de FPO analisados, descritos nos Capítulos 2 e 4, para todos os sistemas teste e todos os estudos de caso considerados. O baixo número de iterações em todos os casos apresentados, tanto para o algoritmo PDBL quanto para o algoritmo PDPC, é digno de nota. A robustez dos algoritmos de pontos interiores é demonstrada pelo baixo número de iterações para convergência e pela capacidade de resolver todos os problemas sem precisar fazer ajustes nos parâmetros dos algoritmos, utilizando apenas os valores de parâmetros padrões informados na interface gráfica do programa PSOpt. Além das qualidades teóricas e práticas dos algoritmos de pontos interiores, eles são implementados de maneira muito eficiente e prática no programa PSOpt, de modo que a qualidade e a facilidade de obtenção de resultados não podem ser dissociadas das excelentes propriedades teóricas dos algoritmos de pontos interiores e da eficiente implementação computacional no programa PSOpt.

Tabela 5.11: Número de iterações dos algoritmos de pontos interiores, carga de potência constante

Sistema Teste	PAT		IPA		DMT		PPT	
	PDBL	PDPC	PDBL	PDPC	PDBL	PDPC	PDBL	PDPC
IEEE 30	9	7	10	7	10	6	10	7
IEEE 57	11	8	11	8	11	8	10	7
IEEE 118	15	9	14	9	14	9	13	9
IEEE 300	15	10	15	10	15	10	14	9
Total	50	34	50	34	50	33	47	32

Fonte: Próprio Autor.

Tabela 5.12: Número de iterações dos algoritmos de pontos interiores, carga modelo ZIP

Sistema Teste	PAT		IPA		DMT		PPT	
	PDBL	PDPC	PDBL	PDPC	PDBL	PDPC	PDBL	PDPC
IEEE 30	13	9	13	9	11	7	10	7
IEEE 57	11	8	12	8	12	8	10	7
IEEE 118	13	9	15	11	14	9	13	9
IEEE 300	15	10	28	15	14	10	14	9
Total	52	36	68	43	51	34	47	32

Fonte: Próprio Autor.

Na Tabela 5.13 são mostrados os tempos de processamento (em segundos) dos algoritmos PDBL e PDPC para os quatro objetivos estudados (PAT, IPA, DMT e PPT) usando o modelo de carga de potência constante, e na Tabela 5.14 são mostrados os tempos de processamento usando o modelo de carga ZIP. Vale ressaltar que as comparações de tempo em códigos MATLAB devem ser analisadas com cautela, pois o tempo de processamento depende muito da forma de implementação nessa linguagem, sobretudo do nível de vetorização das operações, de modo que uma operação mais complexa pode ser executada em menos tempo do que uma mais simples. Os tempos do processamento são apresentados aqui para demonstrar sua ordem de grandeza, e que mesmo em um programa MATLAB o tempo é significativamente pequeno.

Tabela 5.13: Tempo de processamento dos algoritmos de pontos interiores, carga de potência constante

Sistema Teste	PAT		IPA		DMT		PPT	
	PDBL	PDPC	PDBL	PDPC	PDBL	PDPC	PDBL	PDPC
IEEE 30	0,2874	0,1314	0,1868	0,0957	0,1980	0,1189	0,1935	0,1065
IEEE 57	0,4148	0,3024	0,4936	0,2442	0,2389	0,2744	0,2518	0,1676
IEEE 118	1,2575	0,5881	0,8529	0,8004	0,8440	0,8608	0,8534	0,4929
IEEE 300	4,2925	2,5183	2,8421	2,3193	3,6030	2,6214	2,6825	1,9345
Total	6,2522	3,5402	4,3754	3,4596	4,8839	3,8755	3,9812	2,7015

Fonte: Próprio Autor.

Tabela 5.14: Tempo de processamento dos algoritmos de pontos interiores, carga modelo ZIP

Sistema Teste	PAT		IPA		DMT		PPT	
	PDBL	PDPC	PDBL	PDPC	PDBL	PDPC	PDBL	PDPC
IEEE 30	0,2806	0,2148	0,2089	0,1698	0,2068	0,1457	0,1217	0,1362
IEEE 57	0,4066	0,4594	0,3579	0,2592	0,2901	0,2272	0,2785	0,2241
IEEE 118	1,0398	0,6322	0,8510	0,6397	0,9015	0,6890	0,6293	0,3967
IEEE 300	4,6486	2,5387	5,8844	3,7289	3,3489	2,2492	2,4913	2,1495
Total	6,3756	3,8451	7,3022	4,7976	4,7473	3,3111	3,5208	2,9065

Fonte: Próprio Autor.

Na otimização de todos os sistemas, para todos os objetivos e modelos de carga, o algoritmo PDLB utiliza entre 9 e 15 iterações, exceto para o sistema IEEE 300 barras, objetivo IPA e carga modelo ZIP, onde atipicamente utiliza 28 iterações. Na otimização de todos os sistemas, para todos os objetivos e modelo de carga, o algoritmo PDPC utiliza entre 6 e 10 iterações, exceto para o sistema IEEE 300 barras, objetivo IPA e carga modelo ZIP, onde atipicamente utiliza 15 iterações. A redução do número de iterações obtida pelo algoritmo PDPC, em comparação com o número de iterações do algoritmo PDLB, reflete-se também em redução do tempo de processamento, como podemos observar nas Tabelas 5.13 e 5.14.

5.9 Considerações Finais do Capítulo

Neste capítulo foram apresentados os resultados numéricos obtidos com as formulações de FPO sob estudo, usando o programa computacional PSOpt, e foi feita a discussão dos estudos de caso, considerando-se o conjunto de experimentos computacionais realizados. Este capítulo, através dos resultados numéricos obtidos, mostrou a influência de cada critério de otimização sobre o perfil de tensão e as perdas. Verificamos que o perfil de tensão da solução IPA é o mais baixo e as perdas são as maiores, considerando modelo de carga ZIP, sendo útil apenas com modelo de carga de potência constante.

Desse modo, concluímos que minimizar a injeção de potência ativa na barra de folga quando a potência da carga não é constante não resulta em perdas mínimas e não resulta em um perfil de tensão satisfatório. Por outro lado, a solução PPT faz uso extensivo de compensação *shunt* para manter tensões próximas a 1 p.u.. De fato, possui um excelente perfil de tensão, porém não é econômica, devido ao alto nível de perdas ativas na transmissão e uso de compensação *shunt*.

Para a solução DMT também foi visto que ela apresenta um alto nível de perdas na transmissão, mas

significativamente menor do que na solução PPT, e também uso extensivo de compensação *shunt*. Ressaltamos que DMT tem um melhor ponto de operação do que a solução PPT. Perdas menores do que a solução de Fluxo de Potência não otimizado e nenhuma violação de restrições operacionais. A melhor das soluções foi a solução PAT, pois apresenta o menor nível de perdas na transmissão, um bom perfil de tensão e menos uso de compensação *shunt*, em comparação com as outras soluções. A solução PAT é boa em todas as situações consideradas aqui, seja a carga de potência constante ou não.

Capítulo 6

Conclusões

A otimização da operação de SEPs é uma tarefa extremamente complexa devido ao elevado número de variáveis de controle, restrições físicas nos equipamentos e suas interconexões na composição da rede elétrica, restrições operacionais diversas, não linearidades na interdependência da função objetivo, funções de restrição e variáveis de decisão (controle e estado), etc., que não podem ser realizadas sem o auxílio de ferramentas computacionais sofisticadas, como programas de FPO. Esta pesquisa de TCC utilizou um programa de FPO, chamado PSOpt, que implementa cerca de 15 funções objetivo, para realizar diversos estudos sobre otimização da operação de SEPs.

Todos os objetivos planejados para este TCC foram alcançados. Aspectos para a implementação computacional eficiente das funções objetivo estudadas no TCC foram analisados no Capítulo 4. Como resultado deste estudo, um procedimento para o cálculo eficiente do gradiente e da Hessiana da função objetivo perdas na transmissão foi desenvolvido e incorporado ao programa PSOpt. Um conjunto de quatro funções objetivo foi estudado: minimização de perdas na transmissão (PAT), minimização da injeção de potência ativa na barra de folga (IPA), minimização das diferenças de magnitude de tensão entre barras diretamente conectadas (DMT) e maximização da planicidade do perfil de tensão (PPT) (ou minimização das diferenças de magnitude em relação à tensão nominal). O objetivo PAT está diretamente relacionado à minimização das perdas na transmissão, o objetivo IPA está também relacionado à minimização das perdas, mas indiretamente, e os objetivos DMT e PPT estão diretamente relacionados à otimização do perfil de tensão. Os estudos de caso tiveram como objetivo comparar as soluções para os quatro modelos FPO, considerando tanto o modelo de carga de potência constante quanto o modelo de carga ZIP.

6.1 Sumário dos Resultados e Contribuições

O Capítulo 5 apresenta os resultados das simulações com o programa PSOpt e análises exaustivas desses resultados, cujas conclusões podem ser resumidas como:

- O objetivo IPA, que é mais fácil de implementar, é útil apenas quando o modelo de carga é de potência constante, caso em que a solução é totalmente equivalente ao objetivo PAT. Usar o objetivo IPA com o modelo de carga ZIP resulta em pontos de operação ruins, com o perfil de baixa tensão e altas perdas.
- O objetivo PAT obtém o ponto de operação com a menor perda na transmissão em comparação com as perdas na transmissão dos outros objetivos, conforme esperado. O ponto de operação PAT está associado

a um bom perfil de tensão, com diferenças de magnitude de tensão reduzidas entre barras vizinhas em comparação com o perfil de tensão do fluxo de potência não otimizado.

- Com o modelo de carga de potência constante, a solução PPT apresenta as maiores perdas na transmissão. Apesar do excelente perfil de tensão (plano e próximo da tensão nominal), a solução PPT não é econômica devido ao alto nível de perdas e ao uso extensivo de compensação *shunt*.
- A solução DMT também apresenta perdas elevadas, porém significativamente menores que na solução PPT, com uso extensivo também de compensação *shunt*.
- A melhor solução, ponderando vantagens e desvantagens, é a solução PAT, pois apresenta o menor nível de perdas, um bom perfil de tensão e menor utilização de compensação *shunt*, em comparação às demais soluções.
- Com o modelo de carga ZIP, o impacto no perfil de tensão é insignificante na solução PPT, mas impacta significativamente a solução PAT e pode impactar significativamente a solução DMT, geralmente resultando em perfis de tensão mais baixos em comparação aos perfis de tensão de soluções que consideram carga de potência constante.
- As perdas na transmissão em soluções PAT são as mais baixas para qualquer modelo de carga. As maiores perdas ocorrem na solução PPT. Invariavelmente, as perdas na transmissão considerando o modelo de carga ZIP são maiores do que as perdas considerando a carga de potência constante.
- Em relação ao desempenho dos algoritmos de pontos interiores para a resolução de problemas de FPO, a robustez foi comprovada pelo baixo número de iterações para convergência e pela capacidade de resolver todos os problemas sem a necessidade de ajustes nos parâmetros dos algoritmos.

As principais contribuições do TCC podem ser resumidas da seguinte forma:

- Análise comparativa da implementação computacional (cálculo de gradientes e Hessianas) das funções objetivo PAT, IPA, DMT e PPT. Este trabalho contribuiu com o desenvolvimento de um procedimento computacional para o cálculo do gradiente e da Hessiana da função perdas na transmissão (objetivo PAT).
- Análise técnica e comparação das soluções obtidas com os quatro objetivos estudados, PAT, IPA, DMT e PPT, contribuindo para a compreensão das características dos pontos de operação fornecidos por esses objetivos. As diferenças e semelhanças das soluções de FPO encontradas são analisadas e justificadas tecnicamente.
- Análise do impacto do modelo de carga ZIP no perfil de tensão, nas perdas na transmissão e na utilização de compensação *shunt* em cada um dos objetivos estudados.

6.2 Propostas de Trabalhos Futuros

Além de novos desenvolvimentos e análises, esta pesquisa complementou as análises realizadas em (FILHO, 2018), considerando o modelo de carga ZIP nos estudos. Essas análises apesar de extensas não são exaustivas e requerem estudos adicionais. Algumas propostas para estudos futuros são:

- Apesar do conjunto grande de simulações, este TCC considerou apenas uma composição de carga: 50% de potência constante, 20% de corrente constante e 30% de impedância constante. Os resultados e conclusões estão vinculados a essa composição de carga. Um estudo considerando outras percentagens de composição de carga fornecerá informações adicionais sobre as características do ponto de operação obtido por cada modelo FPO. Novas análises podem considerar, por exemplo, variações paramétricas da composição de carga, como 0% a 100% de impedância constante e 0% a 100% de corrente constante.
- Avaliar o impacto de modelos de carga diferentes do modelo ZIP e do modelo de potência constante considerados neste trabalho na solução ótima.
- Avaliar o impacto do modelo de carga na solução ótima de funções objetivo diferentes das consideradas neste trabalho.
- Realizar uma análise de sensibilidade baseada nos multiplicadores de Lagrange das restrições ativas, a fim de identificar as restrições que mais impactam na solução, de acordo com cada função objetivo.

6.3 Considerações Finais do Autor

Esta pesquisa de TCC envolveu o desenvolvimento de habilidades em diversas áreas do conhecimento, tais como:

- Análise de sistemas de potência em regime permanente: modelos de componentes de redes elétricas, equações de injeção de potência ativa e reativa em barras, equações de fluxos de corrente e potência nos circuitos, formulação de fluxo de potência convencional (não otimizado), etc.
- Otimização da operação de redes elétricas: modelos de fluxo de potência ótimo, especificação de funções objetivo, definição de limites físicos e operacionais, definição de variáveis de otimização, etc.
- Teoria de otimização não linear: programação não linear, condições de otimalidade, algoritmos modernos para otimização não linear em larga escala, etc.
- Programação computacional de alto desempenho: projetos de estruturas de dados, técnicas de armazenamento compacto, implementação eficiente de algoritmos de otimização, implementação eficiente de modelos de fluxo de potência ótimo, etc.

Os diversos estudos de caso, envolvendo aspectos de implementação computacional eficiente, quatro formulações de FPO (PAT, IPA, DMT e PPT), quatro sistemas teste (IEEE 30, 57, 118 e 300 barras), dois modelos de carga (potência constante e ZIP) e quatro indicadores para comparação de soluções (perfil de tensão, perdas na transmissão, fluxos nos circuitos e compensação *shunt*), resultaram na produção de um conjunto muito amplo de resultados, exigindo o desenvolvimento de capacidades técnicas para analisar os pontos ótimos de operação fornecidos por cada função objetivo estudada. Como resultado, esta pesquisa de TCC contribuiu significativamente para a formação profissional do autor nas áreas de sistemas elétricos de potência e otimização aplicada à engenharia elétrica.

Referências

- CARPENTIER, J. Contribution a L'Etude du Dispatching Economique. **Bull. Soc. Francaise Electricians**, v. 8, p. 431–447, ago. 1962.
- FILHO, Dilton Serra Seca Vasconcelos. Uma Análise Comparativa da Solução de Mínima Perda e Soluções de Otimização do Perfil de Tensão. Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Pernambuco. [S.l.], 2018.
- GRANVILLE, S. Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Methods. **IEEE Trans. on Power Systems**, v. 9, n. 1, p. 136–146, fev. 1994.
- GRANVILLE, S.; MELLO, J. C. O.; MELO, A. C. G. Application of Interior Point Methods to Power Flow Unsolvability. **IEEE Trans. on Power Systems**, v. 11, n. 2, p. 1096–1103, mai. 1996.
- IRISARRI, G. D. et al. Economic Dispatch with Network and Ramping Constraints via Interior Point Methods. **1997 IEEE/PES Summer Meeting**. Paper no. PE-448-PWRS-0-04-1997.
- KUNDUR, P. **Power System Stability and Control**. [S.l.]: McGraw-Hill, Inc., 1994.
- MEHROTRA, S. On the implementation of a primal-dual interior point method. **SIAM**, v. 2, p. 575–601, 1992.
- MONTICELLI, A. **Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica**. [S.l.]: Edgard Blücher Ltda, 1983.
- QUINTANA, V. H.; TORRES, G. L. Introduction to Primal-Dual Interior Point Methods. Relatório Técnico. Recife, PE, 2024.
- SIMONI, Vicente R. **Performance Improvement a Trust Region Interior Point Method to Solve Nonlinear Optimal Power Flows**. 2014. Tese (Doutorado) – Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Pernambuco, Brasil.
- SOUSA, Andréa A.; TORRES, Geraldo L. O Método de Região de Confiança de Byrd-Omojokun Aplicado ao Fluxo de Potência Ótimo. In: SUBMETIDO ao CBA 2008: Congresso Brasileiro de Automática. Juiz de Fora, MG, Brasil: [s.n.], out. 2008. P. 1–6.
- STOTT, B.; ALSAC, O.; MONTICELLI, A. J. Security Analysis and Optimization. **Proceedings of the IEEE**, v. 75, n. 12, p. 1623–1644, dez. 1987.
- TAPIA, R. et al. The Mehrotra predictor–corrector interior-point method as a perturbed composite Newton method. **SIAM J. on Optimization**, n. 1, p. 47–56, 1996.
- TORRES, G. L. Formulação Matemática e Métodos de Solução do Fluxo de Potência. Relatório Técnico. Recife, PE, 2023.

TORRES, G. L. **Nonlinear Optimal Power Flow by Interior-Point and Non-Interior-Point Methods**. 1998. Tese (Doutorado) – University of Waterloo, Canada.

_____. Uma Introdução à Otimização de Sistemas Elétricos de Potência. Relatório Técnico. Recife, PE, 2024.

TORRES, G. L.; CARVALHO JR., M. A. Fluxo de Potência Ótimo por Pontos-Interiores: Aspectos da Implementação Computacional. In: ANAIS do SBSE 2006: Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos. Campina Grande-PB: [s.n.], jun. 2006.

_____. On Efficient Implementation of Interior-Point Based Optimal Power Flows in Rectangular Coordinates. In: PROC. OF the IEEE 2006 Power Systems Conference and Exposition. Atlanta, USA: [s.n.], nov. 2006.

TORRES, G. L.; QUINTANA, V. H. An Interior Point Method for Nonlinear Optimal Power Flow Using Voltage Rectangular Coordinates. **IEEE Trans. on Power Systems**, v. 13, n. 4, p. 1211–1218, nov. 1998.

_____. On a Nonlinear Multiple-Centrality-Corrections Interior-Point Method for Optimal Power Flow. In: PROC. OF IEEE 22nd Power Industry Computation Conference. Sydney, Australia: [s.n.], mai. 2001. cdrom. Also in *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 16, no. 2, pp. 222–228, May. 2001.

_____. _____. **IEEE Trans. on Power Systems**, v. 16, n. 2, p. 222–228, mai. 2001.

_____. Optimal Power Flow via Interior Point Methods: An Educational Tool in Matlab. In: PROC. OF the 1996 IEEE Canadian Conference in Electrical and Computer Engineering. Calgary, Alberta, Canada: [s.n.], mai. 1996. P. 996–999.

WRIGTH, Stephen J. **Primal-Dual Interior-Point Methods**. [S.l.]: SIAM, 1997.

WU, Y.; DEBS, A. S.; MARSTEN, R. E. A Direct Nonlinear Predictor-Corrector Primal-Dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flow. **IEEE Trans. on Power Systems**, v. 9, n. 2, p. 876–883, mai. 1994.

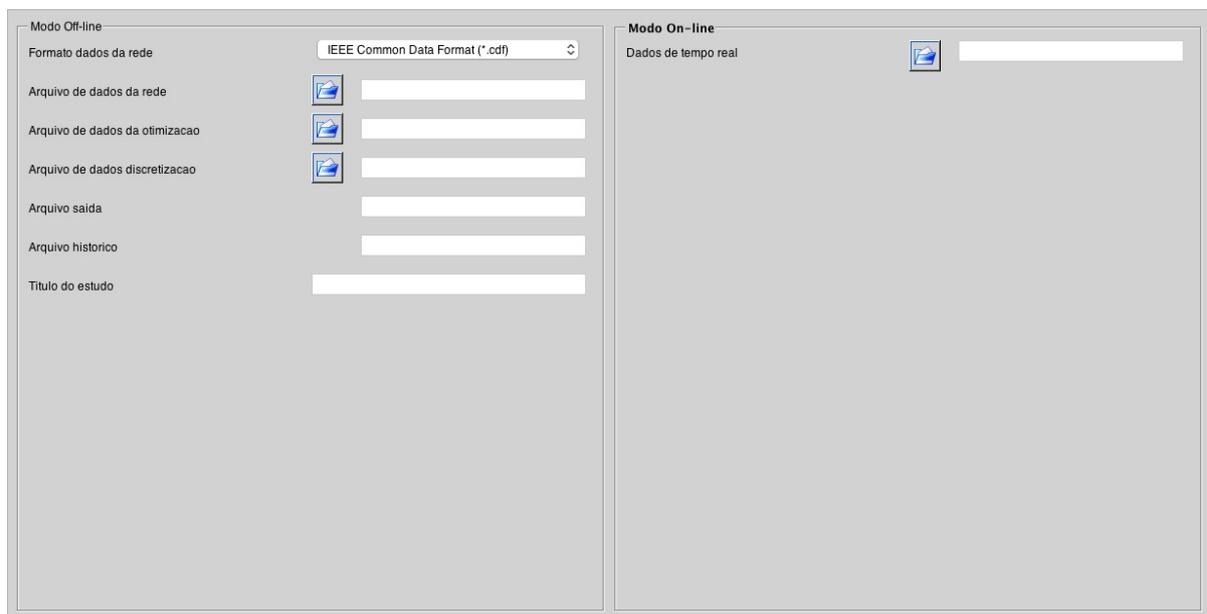
Apêndice A

Janelas de Trabalho do Programa PSOpt

A.1 Entrada de Dados

Clicando no botão **Abrir Arquivo**, , aciona uma janela do sistema operacional que permite ao usuário navegar na árvore de diretórios e selecionar o arquivo de dados da rede. A lista de arquivos listados na janela de navegação-e-seleção depende do formato de dados selecionado no *Popup Menu* da janela de trabalho. A Figura A.1 ilustra a seleção padrão do formato CDF (*Common Data Format*) do IEEE.

Figura A.1: Janela de trabalho **Entrada de Dados** do programa PSOpt



Fonte: Interface do programa PSOpt.

Internamente, o programa PSOpt trabalha somente com o *IEEE Common Data Format*, de modo que quando o formato selecionado é ANAREDE ou qualquer outro, uma função para converter esse formato para o formato interno padrão (*IEEE Common Data Format*) é executada automaticamente e, portanto, o arquivo de dados no formato ANAREDE fica disponível também no *IEEE Common Data Format*.

A.2 Fluxo de Potência

Clicando no botão da janela de trabalho **Fluxo de Potência**, tem-se acesso as configurações relacionadas às soluções de fluxo de potência, conforme ilustrado na Figura A.2. Seleciona-se o algoritmo de fluxo de potência convencional (não otimizado) entre cinco disponíveis (método de Newton, método desacoplado rápido versão XB, método desacoplado rápido versão BX, método de Gauss-Seidel e método CC) e ajusta-se vários parâmetros do algoritmo, como o número máximo de iterações na solução de fluxo de potência, o resíduo máximo de balanço de potência ativa, o resíduo máximo de balanço de potência reativa, a tolerância de convergência em magnitudes de tensão, etc.

Figura A.2: Janela de trabalho **Fluxo de Potência** do programa PSOpt

The screenshot shows the 'Fluxo de Potência' configuration window in the PSOpt program. It features a dropdown menu for the power flow algorithm, currently set to 'Desacoplado Rapido (XB)'. Below this, the 'Parametros de Solucao' section contains five input fields: 'Numero maximo de iteracoes' (20), 'Tolerancia MW' (0.001), 'Tolerancia MVAr' (0.001), 'Tolerancia tensao' (0.0001), and 'Fator de aceleracao' (1). The 'Ponto Inicial' section has two radio buttons, with 'Tensoes no arquivo de dados' selected. The 'Parametros de Controle' section at the bottom includes four unchecked checkboxes: 'Limite de potencia reativa de gerador', 'Tape de transformador', 'Intercambio entre areas', and 'Controle remoto de tensao'.

Fonte: Interface do programa PSOpt.

A.3 Pontos Interiores

Clicando no botão da janela de trabalho **Pontos Interiores** tem-se acesso às funcionalidades relacionadas aos estudos de otimização, como minimização de perdas elétricas e otimização do perfil de tensão, usando métodos de pontos interiores. Na janela de trabalho **Pontos Interiores**, o usuário tem controle total sobre o processo de otimização, desde a seleção do algoritmo de pontos-interiores (PI) até o ajuste de praticamente todos os parâmetros do algoritmo selecionado.

Os algoritmos de PI disponíveis no programa PSOpt são: (a) método primal-dual simples, (b) método primal-dual preditor-corretor, (c) método primal-dual preditor-corretor múltiplo e (d) método primal-dual com múltiplas correções de centralidade. Os valores de parâmetros padrão sugeridos na interface geralmente são bem sucedidos na otimização de qualquer sistema, e o usuário raramente precisará ajustar algum parâmetro.

A.4 Região de Confiança

O programa PSOpt também implementa, para solução de problemas complexos de difícil convergência por métodos de pontos interiores, um robusto algoritmo de otimização usando estratégias de *região de confiança*.

Figura A.3: Janela de trabalho **Pontos Interiores** do programa PSOpt

Fonte: Interface do programa PSOpt.

Nenhum programa de FPO existente no mercado dispõe dessa técnica robusta de otimização. A janela de trabalho **Região de Confiança**, ilustrada na Figura A.4, exibirá suas funcionalidades somente quando o problema selecionado for um problema de otimização.

Figura A.4: Janela de trabalho **Região de Confiança** do programa PSOpt

Fonte: Interface do programa PSOpt.

No painel **Subproblemas de RC e Parâmetros** pode-se ajustar todos os parâmetros do método de região de confiança de Byrd-Omojokun, tais como o tamanho inicial do raio da região de confiança, o raio máximo, os fatores de ampliação ou de redução do raio, etc. No painel **Solução dos Subproblemas de RC** é possível selecionar os algoritmos de otimização para a solução dos subproblemas vertical e horizontal que surgem em cada iteração de região de confiança.

O algoritmo de região de confiança envolve iterações externas e iterações internas. Nas iterações externas os subproblemas de RC são formulados. Nas iterações internas os subproblemas de RC são resolvidos. No painel **Iterações Externas** pode-se escolher a estratégia de inicialização do algoritmo, e as tolerâncias de convergência. No painel **Iterações Internas** pode-se escolher a estratégia de inicialização e tolerâncias de convergência dos algoritmos para a resolução dos subproblemas de RC.

A.5 Selecionar Relatórios

Clicando no botão da janela de trabalho **Selecionar Relatórios**, tem-se acesso a uma lista de *Checkbox*'s onde pode-se selecionar diferentes tipos de relatórios, desde relatórios comuns de solução de fluxo de potência até vários relatórios relacionados à solução do problema de otimização. A lista de relatórios selecionáveis é ilustrada na Figura A.5.

Figura A.5: Janela de trabalho **Selecionar Relatórios** do programa PSOpt

	Abaixo	Acima
Tensoes criticas	95	105
Tensoes marginais	98	102
Fluxos leve e pesado	20	80

Fonte: Interface do programa PSOpt.

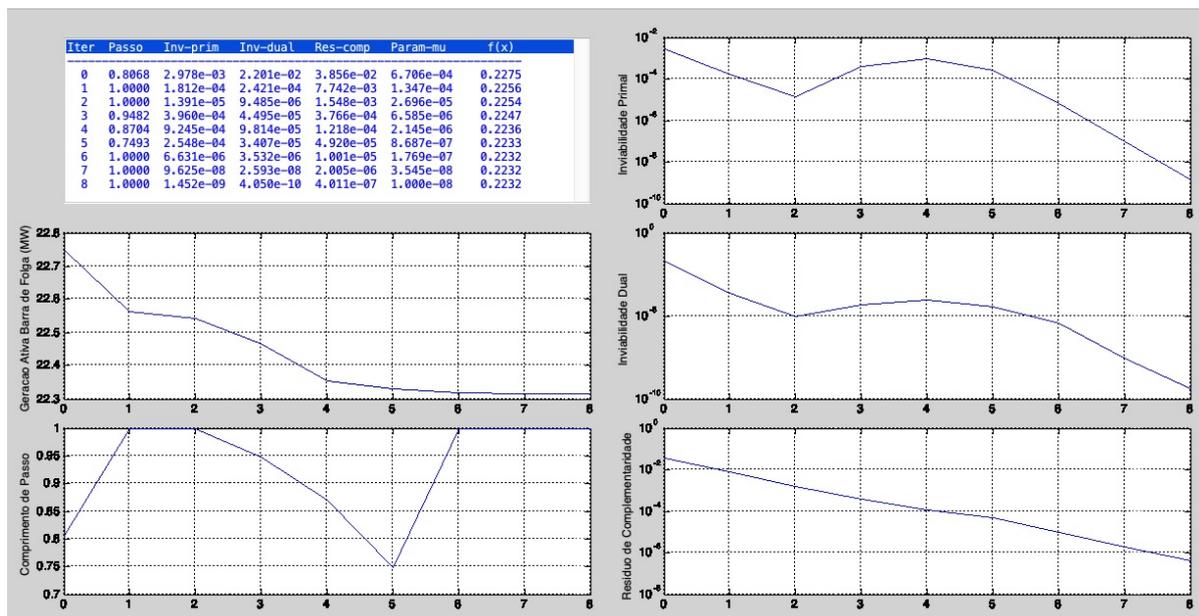
A seleção padrão é de 3 relatórios relacionados à solução de fluxo de potência: (a) sumário do sistema, (b) dados de barras na solução e (c) fluxos de potência nos circuitos. Os relatórios no painel **Relatórios de Fluxo de Potência** são gerados automaticamente somente quando o estudo é um estudo de fluxo de potência. Se o estudo for um estudo de otimização, os relatórios serão gerados somente quando o botão *Gerar Relatórios* na parte inferior do painel for clicado. Com o botão *Gerar Relatórios*, vários relatórios podem ser solicitados a qualquer momento, antes ou após executar uma simulação, apresentando obviamente as informações disponíveis naquele momento.

O painel **Relatórios de Otimização** é exibido somente quando o tipo de estudo selecionado na barra de ferramentas é um problema de otimização, como minimização de perdas elétricas. As informações contidas nesses relatórios são muito úteis na análise pós-otimalidade, como identificar restrições críticas e “gargalos” que impedem maior otimização da operação do sistema.

A.6 Análise Convergência

Clicando no botão da janela de trabalho **Análise Convergência**, tem-se cinco gráficos de informações relevantes sobre o processo de convergência: (a) função objetivo, (b) comprimento do passo, (c) inviabilidade primal, (d) inviabilidade dual e (e) resíduo de complementaridade. Os três últimos gráficos são de quantidades que devem convergir para zero e, portanto, esses gráficos são plotados em uma escala logarítmica (gráfico semi-logarítmico). Além dos cinco gráficos mencionados, também é apresentada uma tabulação dos valores correspondentes em cada iteração, conforme ilustrado na Figura A.6.

Figura A.6: Janela de trabalho **Análise Convergência** do programa PSOpt



Fonte: Interface do programa PSOpt.

Os resultados podem ser visualizados e analisados de várias maneiras. Uma delas é inspecionando os arquivos gerados, chamando automaticamente um editor de texto no sistema operacional. Isso pode ser feito simplesmente clicando no último botão da barra de ferramentas. Ao clicar no botão , uma lista de todos os arquivos envolvidos na simulação aparece naturalmente, desde os arquivos de dados até os arquivos gerados durante a simulação. Clicar em um nome de arquivo na lista o abrirá automaticamente em um editor de texto. Clique no primeiro item da lista simplesmente carregará o editor de texto sem abrir nenhum arquivo.

A.7 Análise da Solução

Outro recurso muito prático e interessante do programa PSOpt é a facilidade de busca de dados disponível na janela de trabalho **Análise da Solução**. A Figura A.7 ilustra os recursos disponíveis na janela de trabalho **Análise da Solução**.

No painel **Pesquisar Componente**, o usuário escolhe se deseja analisar detalhadamente uma barra ou um circuito (linha ou transformador) do sistema. A seleção padrão é a análise de barra. Uma vez feita a seleção (barra ou ramo), o componente específico a ser analisado é identificado, ou seja, deve-se informar o número (externo) da barra ou o número do circuito. Uma vez indicado o componente, todos os dados, tanto da rede elétrica quanto do processo de otimização, relativos àquele objeto (barra ou circuito), são exibidos automaticamente.

Figura A.7: Janela de trabalho **Análise da Solução** do programa PSOpt

Pesquisar Componente

Barra

No. Terminais Direcao

Ramo

Ambiente MATLAB

Dados de Otimizacao

	Lagrange	Xmin	Folga	Valor	Folga	Xmax	Lagrange
Restricao limite de tensao	<input type="text"/>						
Angulo de fase (graus)	<input type="text"/>						
Restricao limite de geracao ativa	<input type="text"/>						
Potencia ativa da carga	<input type="text"/>						
Restricao limite de geracao reativa	<input type="text"/>						
Potencia reativa da carga	<input type="text"/>						
Restricao limite de compensacao shunt	<input type="text"/>						
Restricao limite de tape	<input type="text"/>						
Restricao limite de fluxo no ramo	<input type="text"/>						
Restricao balanço de potencia ativa	<input type="text"/>						
Restricao balanço de potencia reativa	<input type="text"/>						
Carregamento shunt total (MVAR)	<input type="text"/>						
Carregamento shunt da linha (MVAR)	<input type="text"/>						
	<input type="text"/>						

Fonte: Interface do programa PSOpt.

Apêndice B

Estruturas de Dados do Programa PSOpt

Barra . <i>campo</i>	Descrição do campo
baseMVA	Potência base (MVA)
numExt	Número externo (de <i>batismo</i>) da barra
numSeq	Número interno (sequencial) da barra
nome	Nome da barra
area	Área a que pertence a barra
zona	Zona a que pertence a barra
tipo	Tipo da barra
tensao	Tensão da barra (p.u.)
angulo	Ângulo de fase da tensão da barra (rad)
cargaP	Potência ativa da carga (p.u.)
cargaQ	Potência reativa da carga (p.u.)
gerP	Potência ativa gerada (p.u.)
gerQ	Potência reativa gerada (p.u.)
baseKV	Tensão base da barra (kV)
tensaoRem	Tensão da barra controlada (p.u.)
maxQger	Limite máximo da potência reativa gerada (p.u.)
minQger	Limite mínimo da potência reativa gerada (p.u.)
Gshunt	Condutância shunt da barra (p.u.)
Bshunt	Susceptância shunt da barra (p.u.)
Yshunt	Admitância shunt da barra (p.u.)
minVmod	Limite mínimo da tensão da barra (p.u.)
maxVmod	Limite máximo da tensão da barra (p.u.)
statusG	Status da geração (0-off, 1-on)
statusC	Status da carga (0-off, 1-on)
minPger	Limite mínimo da potência ativa (p.u.)
maxPger	Limite máximo da potência ativa (p.u.)
minBsht	Limite mínimo da susceptância shunt (p.u.)
maxBsht	Limite máximo da susceptância shunt (p.u.)
custoA	Coefficiente termo constante da curva quadrática

custoB	Coefficiente termo linear da curva quadrática
custoC	Coefficiente termo quadrático da curva quadrática
zipAp	Coefficiente potência ativa constante modelo ZIP da carga
zipBp	Coefficiente potência ativa constante modelo ZIP da carga
zipCp	Coefficiente potência ativa constante modelo ZIP da carga
zipAq	Coefficiente potência ativa constante modelo ZIP da carga
zipBq	Coefficiente potência ativa constante modelo ZIP da carga
zipCq	Coefficiente potência ativa constante modelo ZIP da carga
minSigm	Limite mínimo do parâmetro de carga
maxSigm	Limite máximo do parâmetro de carga
sigma	Coefficiente potência ativa constante modelo ZIP da carga

Linha . <i>campo</i>	Descrição dos campos
barraDe	Número interno da barra terminal “de”
barraPa	Número interno da barra terminal “para”
area	Área a que pertence o circuito
circuito	Número do circuito
tipo	Tipo de circuito
Rserie	Resistência série do circuito (p.u.)
Xserie	Reatância série do circuito (p.u.)
Yshunt	Susceptância do carregamento shunt da linha
maxFlux	Fluxo máximo do circuito
tape	Tape do transformador
angTape	Ângulo de defasagem do transformador defasador
minTape	Limite mínimo do tape
maxTape	Limite máximo do tape
Yserie	Admitância série do circuito (p.u.)
fluxoPde	Fluxo ativo saindo da barra “de”
fluxoQde	Fluxo reativo saindo da barra “de”
fluxoSde	Fluxo aparente saindo da barra “de”
fluxoPpara	Fluxo ativo saindo da barra “para”
fluxoQpara	Fluxo reativo saindo da barra “para”
fluxoSpara	Fluxo aparente saindo da barra “para”
minDefa	Limite mínimo da defasagem do transformador
maxDefa	Limite máximo da defasagem do transformador

Lista . <i>campo</i>	Descrição do campo
barraPQ	Lista de barras tipo PQ
barraPV	Lista de barras tipo PV
barraVT	Lista de barras tipo $V\theta$
barPQPV	Lista de barras tipos PQ e PV
tape	Lista de transformadores
varQ	Lista de variáveis potência reativa gerada Q_G

varB	Lista de variáveis susceptância shunt b_{sh}
trafos	Lista de variáveis t_{ij} e/ou ϕ_{ij}
varT	Lista de variáveis tape t_{ij}
varD	Lista de variáveis ângulo de defasagem ϕ_{ij}
varF	Lista de variáveis fluxo F_{ij}
varP	Lista de variáveis potência ativa gerada P_G
varS	Lista de variáveis corte de carga σ
varA	Lista de variáveis de ângulo de fase θ
varV	Lista de variáveis módulo de tensão V
fx2tm	uso interno
fx2ta	uso interno
rm2tm	uso interno
rm2ta	uso interno
yVmod	uso interno
varV	Lista de restrições limite de tensão
varT	Lista de restrições limite de tape
varD	Lista de restrições limite de defasagem angular tape
varP	Lista de restrições limite de geração ativa
varQ	Lista de restrições limite de potência reativa
varB	Lista de restrições limite de susceptância shunt
varF	Lista de restrições limite de fluxo
varS	Lista de restrições limite de fator de corte ou crescimento de carga

Indice . <i>campo</i>	Descrição do campo
nBarras	Número de barras do sistema
nSwing	Número de barras de balanço
nRamos	Número de circuitos
nTapes	Número de transformadores com LTC
nTrafo	Número de transformadores com LTC e defasadores
nDefa	Número de defasadores
nFluxo	Número de variáveis fluxo
eMultiG	1=res despacho de geração
eMultiC	1=múltiplos fatores de corte de carga
nVang	Número de variáveis θ
nVmod	Número de variáveis V
nPger	Número de variáveis P_G
nQger	Número de variáveis Q_G
nBsht	Número de variáveis b_{sh}
nSigm	Número de variáveis corte de carga σ
ixVmod	uso interno
ixTape	uso interno
ixDefa	uso interno
ixPger	uso interno

ixQger	uso interno
ixBsht	uso interno
ixFluxo	uso interno
ixSigma	uso interno
nX	Número de variáveis de decisão x
nXlim	Número de variáveis sujeitas a limites simples
igQ	uso interno
igF	uso interno
nG	Número de restrições de igualdades
iyVang	uso interno
iyVmod	uso interno
iyTape	uso interno
iyDefa	uso interno
iyPger	uso interno
iyQger	uso interno
iyBsht	uso interno
iyFluxo	uso interno
iySigma	uso interno
nY	Número total de variáveis (dimensão do sistema de Newton)
nIteracoes	Número máximo de iterações

Fpo. <i>campo</i>	Descrição do campo
funObj	Valor da função objetivo
restrG	Vetor de restrições $g(x_k)$
restrX	Valor das variáveis sujeitas a limites x_k
Xmin	Limite mínimo das variáveis
Xmax	Limite máximo das variáveis
gradF	Gradiente da função objetivo $\nabla f(x_k)$
jacobG	Jacobiano das restrições de igualdades $\nabla g(x_k)^T$
folgaXmin	Variáveis de folgas do limite inferior $x - s = \underline{x}$
folgaXmax	Variáveis de folgas do limite superior: $x + z = \bar{x}$
mlagrG	Multiplicador de Lagrange das restrições de igualdades λ
mlagrXmin	Multiplicador de Lagrange da restrição de limite inferior π
mlagrXmax	Multiplicador de Lagrange da restrição de limite superior ν
mi	Parâmetro de barreira μ
reduzmi	Parâmetro de centralização σ
alfa0	Fator de redução do comprimento de passo α_0
regraPasso	uso interno
nCorrecoes	Número máximo de passos de correção
minBeta	Limite inferior do hiper cubo β_{\min}
maxBeta	Limite superior do hiper cubo β_{\max}
tolPrimal	Tolerância de convergência da inviabilidade primal
tolDual	Tolerância de convergência da inviabilidade dual

tolComp	Tolerância de convergência do resíduo de complementaridade
tolMi	Tolerância do parâmetro de barreira
invPrimal	Inviabilidade primal
invDual	Inviabilidade dual
alfaP	Comprimento de passo primal α_p
alfaD	Comprimento de passo dual α_d
alfaPeq	Número máximo de iterações com passos muito pequenos
registro	uso interno
gapXmin	Resíduo de complementaridade das restrições de limites mínimos
gapXmax	Resíduo de complementaridade das restrições de limites máximos
eqKKT	Vetor independente do sistema de Newton
convergiu	uso interno
deltaY	Vetor direção de busca Δy
iPrimal	uso interno
iDual	uso interno

