



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E
AMBIENTAL

PEDRO BRAGA DA SILVA

OTIMIZAÇÃO DE LAJES DE CONCRETO ARMADO TIPO *BUBBLEDECK*
UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS

CARUARU - PE

2023

PEDRO BRAGA DA SILVA

**OTIMIZAÇÃO DE LAJES DE CONCRETO ARMADO TIPO *BUBBLEDECK*
UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental – PPGECAM do Centro Acadêmico do Agreste – CAA da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil e Ambiental.

Área de concentração: Estruturas e Materiais

Orientador: Profa. Dra. Giuliana Furtado Franca Bono

CARUARU
2023

.Catalogação de Publicação na Fonte. UFPE - Biblioteca Central

Silva, Pedro Braga da.

Otimização de lajes de concreto armado tipo BubbleDeck utilizando algoritmos genéticos / Pedro Braga da Silva. - Caruaru, 2023.

103f.: il.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, 2023.

Orientação: Giuliana Furtado Franca Bono.

Inclui referências e anexos.

1. Laje; 2. Concreto Armado; 3. BubbleDeck; 4. Otimização Estrutural; 5. Algoritmo Genético. I. Bono, Giuliana Furtado Franca. II. Título.

PEDRO BRAGA DA SILVA

**OTIMIZAÇÃO DE LAJES DE CONCRETO ARMADO TIPO *BUBBLEDECK*
UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental – PPGECAM do Centro Acadêmico do Agreste – CAA da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil e Ambiental.

Área de concentração: Estruturas e Materiais

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Giuliana Furtado Franca Bono (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Charlei Marcelo Paliga (Examinador externo)
Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Gustavo Bono (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

“Sei que a bondade e a
fidelidade do Senhor me
acompanharão todos os dias
da minha vida.”

(Salmos 23:6)

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me dar força, coragem e por guiar cada passo desta jornada.

À minha esposa, Wélida, por seu amor, apoio incondicional, companheirismo e por estar sempre ao meu lado.

Aos meus pais, Francisco e Cristina, e à minha irmã, Carla, por sempre me incentivarem e oferecerem todo o suporte necessário para minha formação acadêmica.

À minha orientadora, Dra. Giuliana Furtado, pela imensa paciência e pelos valiosos encontros, nos quais pude contar com sua orientação.

Aos meus colegas de curso, Edmilson Rock e Luís Alas, pelos momentos de estudo compartilhados e pelo companheirismo ao longo dessa caminhada.

À instituição UFPE, campus Caruaru, e a todos os professores com quem tive a honra de cursar disciplinas durante esse período.

RESUMO

As lajes *BubbleDeck* surgiram no final do século XX como alternativa aos modelos até então existentes. Este sistema é caracterizado pela inserção de esferas plásticas no interior das lajes, proporcionando a redução do peso próprio em aproximadamente 35%. Devido seu recente ingresso no mercado da construção civil e a inexistência de normas técnicas para tratar o assunto, surge uma série de questionamentos acerca do método construtivo e das considerações para dimensionamento estrutural. Recomendações técnicas do fabricante sugerem que seu dimensionamento seja equiparado a uma laje maciça, isto é, a seção transversal retangular é utilizada no cálculo do equilíbrio dos esforços, e para simular a presença dos elementos de enchimento esférico, alguns coeficientes são atribuídos às equações. Sendo assim, o presente estudo tem como objetivo formular um modelo de otimização para a laje *BubbleDeck*, considerando uma rotina de cálculo desenvolvida a partir da análise da seção transversal da estrutura. Os resultados obtidos foram comparados com a proposta de dimensionamento desenvolvida para a laje *BubbleDeck*. Por fim, no software MATLAB foi utilizado o método dos Algoritmos Genéticos visando minimizar o volume de concreto utilizado para confecção da laje. Posteriormente, a técnica de planejamento de experimentos (DOE) foi empregado para verificar a influência de diversos parâmetros sobre o resultado ótimo, a partir da variação dos valores do vão da laje, resistência característica à compressão do concreto e carga de utilização da estrutura. Por fim, os resultados demonstraram consistência entre a metodologia atual e a desenvolvida neste trabalho para o dimensionamento da laje *BubbleDeck*. Após o processo de otimização, verificou-se uma redução significativa no volume de concreto. A análise paramétrica destacou que os principais fatores que influenciam o resultado ótimo são o vão da laje e o valor de f_{ck} utilizado no cálculo estrutural.

Palavras-chave: Laje; Concreto Armado; *BubbleDeck*; Otimização Estrutural; Algoritmo Genético

ABSTRACT

BubbleDeck slabs emerged in the late 20th century as an alternative to existing models. This system is characterized by the insertion of plastic spheres into the slabs, reducing their self-weight by approximately 35%. Due to its recent entry into the construction market and the absence of technical standards to address the subject, several questions arise about the construction method and considerations for structural design. Technical recommendations from the manufacturer suggest that its design be equated to a solid slab, i.e., the rectangular cross-section is used in the equilibrium calculations, and to simulate the presence of spherical filling elements, certain coefficients are assigned to the equations. Therefore, this study aims to formulate an optimization model for BubbleDeck slabs, considering a calculation routine developed from the analysis of the structure's cross-section. The results obtained were compared with the proposed design for BubbleDeck slabs. Finally, the MATLAB software utilized the Genetic Algorithms method to minimize the volume of concrete used for the slab. Subsequently, the Design of Experiments (DOE) method was employed to assess the influence of various parameters on the optimal result, based on variations in the slab span, characteristic compressive strength of concrete, and utilization load of the structure. Ultimately, the results demonstrated consistency between the current methodology and that developed in this study for the design of BubbleDeck slabs. After the optimization process, a significant reduction in the volume of concrete was observed. The parametric analysis highlighted that the main factors influencing the optimal result are the slab span and the value of f_{ck} used in the structural calculation.

Keywords: Slab; Reinforced Concrete; BubbleDeck; Structural Optimization

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Edifício Garagem do Galeão	25
Figura 2 - Tipos de módulos da BubbleDeck	26
Figura 3 - Distribuição de tensão considerando linha neutra na mesa	28
Figura 4 - Zona de compressão interna à esfera	28
Figura 5 - Dimensões e posicionamento das esferas plásticas	30
Figura 6 - Junção entre painéis BubbleDeck	31
Figura 7 - Ligação entre pilar e laje	32
Figura 8 - Faixas de laje para distribuição dos esforços	33
Figura 9 - Identificação das centrais e laterais em um painel.	34
Figura 10 - Seção transversal equivalente para os pilares de apoio	35
Figura 11 - Distribuição dos momentos totais de referência	36
Figura 12 - Distribuição dos momentos nas faixas	37
Figura 13 - Domínios de estado-limite último de uma seção transversal	39
Figura 14 - Seção transversal da laje	40
Figura 15 - Diagrama de tensões da seção transversal	41
Figura 16 - Superfície de puncionamento para casos simétricos	43
Figura 17 - Perímetro crítico de punção	44
Figura 18 - Disposição em planta da armadura de punção	47
Figura 19 - Disposição em corte da armadura de punção	47
Figura 20 - Armadura contra colapso progressivo	48
Figura 21 - Fluxograma geral do GA	51
Figura 22 – Cruzamento em um ponto	53
Figura 23 - Cruzamento em multipontos	53
Figura 24 - Cruzamento uniforme	54
Figura 25 - Exemplo de mutação	54
Figura 26 - Gráfico do efeito principal para planejamento fatorial 2^k	57
Figura 27 - Gráfico de interação dos efeitos	58
Figura 28 - Modelo de laje proposto	60
Figura 29 - Seção transversal e nervura da laje BubbleDeck	61
Figura 30 - Seção com linha neutra posicionada na mesa	62
Figura 31 - Seção com linha neutra posicionada no interior das esferas	63
Figura 32 - Definição da região de compressão	63
Figura 33 - Centro de gravidade da região comprimida	64
Figura 34 - (a) Corte da laje em planta e (b) seção transversal	65

Figura 35 - Laje de Presotto (2017)	73
Figura 37 - Segmento circular	103

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Efeitos principais para o COV	69
Gráfico 2 - Interação para o COV	70
Gráfico 3 - Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para altura ótima, até segunda ordem	79
Gráfico 4 - Efeitos principais para a altura ótima.....	80
Gráfico 5 - Gráfico de interação para a altura ótima	81
Gráfico 6 - Análise paramétrica da altura ótima.....	81
Gráfico 7 - Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para distância entre eixo das esferas, até segunda ordem	83
Gráfico 8 - Gráfico dos efeitos principais para a distância ótima entre eixo das esferas	84
Gráfico 9 - Gráfico de interação para distância ótima entre eixo das esferas.....	84
Gráfico 10 - Análise paramétrica da distância ótima entre eixo das esferas	85
Gráfico 11 - Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para o raio ótimo da esfera, até segunda ordem.....	86
Gráfico 12 - Gráfico dos efeitos principais para o raio ótimo	87
Gráfico 13 - Gráfico de interação para raio ótimo das esferas	88
Gráfico 14 - Análise paramétrica do raio ótimo das esferas.....	88
Gráfico 15 - Histograma da área de aço para a laje BubbleDeck.....	89
Gráfico 16 - Gráfico de dispersão da taxa de armadura em relação a h	90
Gráfico 17 - Gráfico de dispersão da taxa de armadura em relação a b_f	90
Gráfico 18 - Volume de concreto da laje otimizada com carga de uso de 2,0 kN/m ²	91
Gráfico 19 - Volume de concreto da laje otimizada com carga de uso de 2,5 kN/m ²	92
Gráfico 20 - Volume de concreto da laje otimizada com carga de uso de 3,0 kN/m ²	93
Gráfico 21 - Dispersão da flecha total em relação a h/L	94

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Pré-dimensionamento de lajes BubbleDeck.....	27
Tabela 2 - Determinação da distância de armadura em relação à resistência ao fogo ...	32
Tabela 3 - Coeficientes de multiplicação para os momentos de referência.....	36
Tabela 4 - Matriz de planejamento fatorial 2^3	56
Tabela 5 - Matriz dos efeitos de segunda ordem	57
Tabela 6 - Parâmetros para calibração do ga	69
Tabela 7 - Parâmetros utilizados na calibração do ga.	70
Tabela 8 - Laje dimensionada por Darwin et al. (2016) e pelo programa de otimização	72
Tabela 9 - Laje dimensionada por Presotto (2017) e pelo programa de otimização	74
Tabela 10 - Resultados da análise da laje proposta	77

LISTA DE SIMBOLOS

- $\bar{y}$ - Coordenada vertical do centro de gravidade da região comprimida
- τ_{Rd2} - Tensão de cisalhamento resistente de cálculo
- τ_{sd} – Tensão de cisalhamento de cálculo
- μ_{ms} - Razão entre o momento resistido pela zona esférica e momento total resistido pela seção transversal, M_{ball}/M_u .
- a – Distância entre eixo das esferas
- A_c - Área da seção geométrica
- a_f - Flecha imediata
- A_s - Área de Aço
- A_{sc} - Área do segmento circular
- A_{sw} - Área da armadura de punção no contorno paralelo a C'
- b_f – Distância entre eixo das esferas
- c - Cobrimento nominal das armaduras
- C' – Superfície crítica
- c_{ball} - Capa superior de concreto.
- d – Altura útil da laje
- D - Diâmetro da esfera
- d_m - Média da altura útil nas duas direções ortogonais
- d_n - Profundidade da linha neutra.
- E_{cs} - Módulo de elasticidade secante
- exitflag* - Critério de parada do problema
- exp* - Número de experimentos
- f_{cd} - Tensão de cálculo do concreto
- f_{ck} – Resistência característica do concreto
- f_{ct} - Resistência à tração direta do concreto
- $f_{ctk,sup}$ - Resistência característica superior do concreto à tração
- FObjetivo* - Função objetivo
- F_{sd} - Reação concentrada de cálculo
- F_{sd} - Reação concentrada de cálculo
- f_{val} - Valor da função objetivo
- f_{yd} - Resistência ao escoamento do aço
- f_{ywd} - Resistência de cálculo da armadura de punção.
- h – Altura total da laje

h_b – Largura mínima sob as esferas

h_c – Altura de concreto na região superior as esferas

I_c - Inércia da seção bruta de concreto

I_{eq} - Inércia equivalente

I_{II} - Momento de inércia da seção fissurada

l_2 – Largura da faixa da laje

lb - Ponto de partida

l_{max} - Maior vão da laje

l_n – Vão livre, definido entre as faces dos pilares

L – Vão da laje

M_0 – Momento total de referência

M_a - Momento máximo no vão

M_{ball} - Contribuição do momento resistente pela zona esférica.

$M_{d,min}$ – Momento fletor de cálculo mínimo que permite calcular a armadura mínima de tração

M_r - Momento de fissuração

M_r - Momento de fissuração do elemento estrutural

M_{sd} - Momento solicitante de cálculo

M_u - Momento de projeto

$nvars$ - Quantidade de variáveis pertencentes ao problema

$options$ - Parâmetros a serem seguidos pelo algoritmo para otimização

p – Carregamento total

$rest$ - Restrições impostas

s_r - Espaçamento radial entre as linhas de armadura de punção

u - Perímetro de contorno crítico

W_0 - Módulo de resistência da seção transversal

W_{p1} - Módulo de resistência plástica da excentricidade do perímetro reduzido

W_{p2} - Módulo de resistência plástica na direção paralela à borda livre

x - Altura da linha neutra

y_g - Coordenada vertical do centro de gravidade da laje, medido a partir da sua face superior

y_t - Distância entre o centro de gravidade e a fibra mais tracionada

Z - Braço de alavanca que contribui para M_u .

Z_{ball} - Braço de alavanca que contribui para M_{ball} .

α - Ângulo de inclinação entre o eixo da punção e o plano da laje

α_c - Parâmetro de redução da resistência do concreto na região comprimida

ρ - Taxa geométrica da armadura de flexão aderente

σ_{cp} - Tensão normal no concreto devida à protensão

$\Sigma resp(+k)$ - Somatório das respostas para a variável k de nível alto

$\Sigma resp(-k)$ - Somatório das respostas para a variável k de baixo nível

τ_{sd} - Tensão solicitante de cálculo

Φ - Diâmetro da armadura

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	17
1.1	Justificativa	18
1.2	Objetivos.....	19
1.2.1	<i>Objetivo geral.....</i>	<i>19</i>
1.2.2	<i>Objetivos específicos.....</i>	<i>19</i>
1.3	Estado da Arte	20
2.	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	25
2.1	Bubbledeck.....	25
2.2	Proposta de dimensionamento pela BubbleDeck internacional	27
2.2.1	<i>Pré-dimensionamento de lajes BubbleDeck.....</i>	<i>27</i>
2.2.2	<i>Resistência à flexão.....</i>	<i>28</i>
2.2.3	<i>Resistência ao Cisalhamento.....</i>	<i>29</i>
2.2.4	<i>Deflexão.....</i>	<i>30</i>
2.3	Prescrições técnicas para laje BubbleDeck.....	30
2.3.1	<i>EN 13747 (2005).....</i>	<i>30</i>
2.3.2	<i>Certificado KOMO K22722/01</i>	<i>31</i>
2.4	Métodos de cálculo para lajes lisas	33
2.4.1	<i>Método dos pórticos equivalentes NBR 6118 (ABNT, 2023).....</i>	<i>33</i>
2.4.2	<i>Método direto ACI 318 (2014).....</i>	<i>34</i>
2.4.2.1	<i>Limitações do método.....</i>	<i>34</i>
2.4.2.2	<i>Momento total de referência para um vão</i>	<i>35</i>
2.4.2.3	<i>Momentos de referência negativo e positivo</i>	<i>35</i>
2.4.2.4	<i>Distribuição dos momentos de referência por faixa</i>	<i>36</i>
2.5	Dimensionamento de lajes lisas maciças	37
2.5.1	<i>Hipóteses básicas para cálculo.....</i>	<i>38</i>
2.5.2	<i>Domínios de deformação da seção transversal</i>	<i>39</i>
2.5.3	<i>Dimensionamento das armaduras de flexão</i>	<i>40</i>
2.5.4	<i>Valores-limites para armaduras longitudinais</i>	<i>41</i>
2.5.5	<i>Estados-limites de serviço.....</i>	<i>42</i>
2.6	Dimensionamento à punção.....	43
2.6.1	<i>Definição da tensão solicitante nas superfícies críticas C e C'</i>	<i>44</i>
2.6.2	<i>Definição da tensão resistente nas superfícies críticas.....</i>	<i>46</i>
2.6.3	<i>Colapso progressivo.....</i>	<i>48</i>
2.7	Otimização	48
2.7.1	<i>Método dos Algoritmos genéticos</i>	<i>50</i>
2.7.1.1	<i>População inicial</i>	<i>51</i>
2.7.1.2	<i>Função de Aptidão</i>	<i>52</i>

2.7.1.3	<i>Seleção</i>	52
2.7.1.4	<i>Cruzamento</i>	53
2.7.1.5	<i>Mutação</i>	54
2.7.1.6	<i>Elitismo</i>	54
2.7.1.7	<i>Cr�terios de parada</i>	54
2.8	Planejamento de Experimentos (DOE)	55
3.0	METODOLOGIA	59
3.1	Definição da planta de análise	60
3.2	Análise 01 – Laje <i>BubbleDeck</i> com se��o transversal retangular	60
3.3	Análise 03 – Laje <i>BubbleDeck</i> com se��o transversal verdadeira	61
3.3.1	<i>Análise da seção transversal da Laje <i>Bubbledeck</i>, considerando a influência das esferas plásticas</i>	61
3.4	Formulação do modelo de otimização	65
3.5	Implementação computacional	68
3.6	Calibração dos parâmetros do Algoritmo genético	68
3.7	Validação da implementação do problema de otimização	71
3.7.1	<i>Laje de Darwin et al. (2016)</i>	71
3.7.2	<i>Laje <i>BubbleDeck</i> dimensionada por Presotto (2017)</i>	73
4.0	RESULTADOS	76
4.1	Dimensionamento e otimização da laje <i>BubbleDeck</i>	76
4.2	Análise paramétrica	78
4.2.1	<i>Altura ótima</i>	78
4.2.2	<i>Distância entre eixo das esferas</i>	82
4.2.3	<i>Raio da esfera</i>	86
4.2.4	<i>�rea de Aço</i>	89
4.2.5	<i>Volume de concreto</i>	91
4.2.6	<i>Análise da deformação</i>	94
5.0	CONCLUSÃO	96
5.1	Sugestão para trabalhos futuros	98
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	99
	ANEXO 01 - Características geométricas do segmento circular	103

1. INTRODUÇÃO

As lajes são elementos estruturais bidimensionais planos, cuja função principal é receber os carregamentos oriundos da utilização das edificações e transmiti-los a vigas ou pilares. Estas podem ser classificadas em diferentes tipos: maciça, nervurada, lisa, cogumelo, entre outros. A escolha do modelo ideal a ser construído ocorre em função das considerações econômicas, de segurança e do projeto arquitetônico em análise (ARAÚJO, 2010).

Na concepção de projetos de arquitetura e engenharia é crescente a necessidade em ampliar vãos com objetivo de proporcionar ao usuário maior liberdade de espaço. Tal fato demanda da engenharia novas técnicas construtivas que garantam funcionalidade e segurança durante a vida útil da estrutura.

Neste contexto, a laje *BubbleDeck* mostra-se como forte alternativa frente aos tipos tradicionais de lajes. Este modelo possibilita um menor custo total, aumento dos vãos, redução no uso de material, menor peso próprio, maior eficiência estrutural e diminuição do tempo de construção (LAI, 2010).

Este sistema é caracterizado pela incorporação de esferas plásticas de polietileno de alta densidade no interior das lajes, em uma zona da seção transversal onde o concreto pode ser retirado sem prejudicar o desempenho estrutural. O formato esférico do elemento de enchimento aproxima o comportamento estrutural da *BubbleDeck* a uma estrutura espacial, onde os esforços são distribuídos de forma graduada e suave, sem influência negativa da região oca (*BUBBLEDECK-UK*, 2007).

As esferas são uniformemente espaçadas, e posicionadas entre malhas de aço superior e inferior que auxiliam no combate aos esforços solicitantes. Com isso, este modelo apresenta comportamento semelhante a laje maciça convencional, porém com redução de aproximadamente 35% do seu peso próprio (GASHAM *et al.*, 2019). Essa redução de peso possibilita o desenvolvimento de projetos com cargas aplicadas mais altas e vãos mais longos, tais características tornam a *BubbleDeck* mais eficaz que uma laje maciça (*BUBBLEDECK-UK*, 2007).

A busca pelo aprimoramento do desempenho das estruturas está correlacionada à minimização dos esforços solicitantes gerado pelo peso próprio dos elementos estruturais. Porém, a complexidade do projeto estrutural para viabilizar essa realidade passa por uma rotina de atividades que envolve a arquitetura, a concepção estrutural, seu arranjo e dimensionamento (MAIA, 2009).

Com a aplicação de métodos de otimização estrutural, o projetista busca alcançar a solução mais eficiente para desenvolver uma estrutura capaz de suportar as cargas do projeto, ao mesmo tempo em que atende a um conjunto de restrições. Na engenharia civil, essa busca pelo projeto ideal comumente envolve a redução da quantidade de material, aliada ao melhor arranjo estrutural possível, a fim de minimizar os custos de construção (IOANNIS *et al.*, 2019).

Neste trabalho foi formulado um modelo de otimização utilizando o método do Algoritmo Genético (GA) no *software* MATLAB. Para isso, foi proposto um modelo para dimensionamento da laje *BubbleDeck* que considere efetivamente a presença das esferas na seção transversal do sistema em estudo, e que atenda um conjunto de recomendações estabelecidas pelas normas vigentes e por manuais técnicos.

1.1 Justificativa

O surgimento de novos sistemas de lajes proporcionou seções transversais aprimoradas, a partir da adição de um elemento de enchimento inerte, com objetivo de reduzir o volume de concreto na zona tracionada da estrutura.

Frente a esta tendência, as lajes *BubbleDeck* surgiram apresentando na sua composição um elemento de enchimento esférico posicionado na região da seção transversal de menor esforço solicitante. Tal fato permitiu reduzir o volume de concreto e consequentemente o peso próprio da estrutura (*BUBBLEDECK-UK*, 2007).

Porém, na inserção de um novo sistema estrutural no mercado da construção civil, é usual o surgimento de uma série de questionamentos acerca do método construtivo a ser empregado e das considerações de cálculo necessárias para dimensionamento. Para viabilizar o novo sistema, estudos e ensaios são realizados para posterior elaboração de certificados científicos e recomendações técnicas, com a finalidade de especificar e detalhar o novo modelo estrutural.

No Brasil, o ingresso do sistema *BubbleDeck* ocorreu no ano de 2009, durante a construção do edifício da construtora Odebrecht em Salvador-BA. Com a recente adoção deste modelo no sistema construtivo brasileiro, não há tratamento normativo que contenha orientações técnicas que padronizem os processos e procedimentos construtivos.

Atualmente, arquivos técnicos da *BubbleDeck* Internacional propõem que o dimensionamento da laje seja realizado mediante aproximação da estrutura a uma laje maciça, a partir da aplicação de alguns coeficientes de redução para o peso próprio,

rigidez à flexão e resistência ao cisalhamento, visando simular a presença das esferas plásticas no interior da estrutura (*BUBBLEDECK-UK*, 2007).

Sendo assim, pretende-se com este trabalho estudar a atual proposta de dimensionamento para a laje *BubbleDeck*, e apresentar uma formulação aproximada para o cálculo da mesma, onde é considerada a presença efetiva dos elementos de enchimento esférico. Posteriormente, este modelo desenvolvido é submetido a uma rotina de otimização, avaliando a influência dos parâmetros no projeto final da estrutura.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

Formular um modelo de otimização para lajes *BubbleDeck*, a partir do desenvolvimento de uma nova rotina de cálculo analítico para o dimensionamento da laje.

1.2.2 Objetivos específicos

- Propor um modelo aproximado na análise do equilíbrio dos esforços da seção transversal da laje *BubbleDeck*, considerando efetivamente a presença das esferas na estrutura;
- Comparar o modelo sugerido com a atual metodologia de dimensionamento proposta pela *BubbleDeck Internacional*;
- Implementar uma ferramenta computacional de otimização a partir da análise de dimensionamento proposto, visando minimizar o consumo de concreto da estrutura;
- Realizar um estudo paramétrico a partir da variação do vão, da resistência característica do concreto à compressão e da carga de utilização da estrutura, a fim de verificar o comportamento das variáveis de projeto;
- Utilizar o método de Planejamento de Experimentos (*DOE-Desing Of Experiments*) para identificar o grau de influência das parâmetros sobre a função objetivo e as variáveis de projeto.

1.3 Estado da Arte

A seguir, são apresentados estudos sobre a laje *BubbleDeck*, abordando suas características e comportamento estrutural. Em seguida, são apresentados estudos específicos para otimização estrutural.

- LAI (2010)

Lai (2010) realizou uma análise comparativa entre a laje *BubbleDeck* e maciça, a partir de duas aplicações. Na primeira análise foram modeladas lajes quadradas de 12,2m de comprimento e 45cm de espessura, para serem construídas em um edifício comercial de escritórios. Na segunda avaliação, as lajes foram testadas em um tabuleiro de ponte destinada ao pedestre, com 4,8m de largura, 60m de comprimento e 23,5cm de espessura. Para o estudo, a autora utilizou o programa SAP 2000 para a modelagem das estruturas.

Os resultados da primeira análise mostraram que os momentos máximos, as forças de cisalhamento e as tensões no plano são de 40% a 50% menores do que uma laje sólida, devido à redução do peso próprio pela adição das esferas. No entanto, o autor destacou que a *BubbleDeck* apresenta deflexão de aproximadamente 10% maior que a laje sólida. Lai (2010) ressalta que este resultado era esperado, pois há recomendações para aplicação de um fator de redução de 0,9 na inércia para o cálculo das flechas.

Na avaliação da ponte destinada ao pedestre, o autor verificou que o momento máximo e a tensão interna da *BubbleDeck* excederam a laje sólida em aproximadamente 64%. O valor da tensão de cisalhamento foi igual em ambas as análises. Na verificação da deflexão, a *BubbleDeck* apresentou uma deformação 68% maior que a laje maciça.

A diferença do comportamento da *BubbleDeck* frente as duas estruturas analisadas ocorreram devido a continuidade da laje. A modelagem da estrutura para laje de escritório possibilitou que a mesma fosse contínua em duas dimensões, para o tabuleiro da laje, a continuidade se dá em uma direção. Lai (2010) explica que esse fato resultou na diminuição do desempenho da *BubbleDeck* como um tabuleiro de ponte.

- Ali (2014)

O autor realizou uma análise numérica, visando comparar lajes sólidas com o sistema *BubbleDeck* a partir da investigação dos valores de rigidez de ambas as lajes, do esforço de cisalhamento e do comportamento estrutural mediante variação do comprimento do vão. Com isso, o mesmo desenvolveu um modelo onde utilizou a micromecânica baseado em Elementos Finitos com o *software* Ansys. Para o estudo paramétrico foram construídos cinco modelos de laje *BubbleDeck* do tipo BD23, BD28, BD39 e BD45.

Nos resultados da análise paramétrica realizada a partir da variação das dimensões da laje, foi constatado que as flechas da laje *BubbleDeck* de vão curto são significativamente maiores, quando comparado com as respectivas lajes sólidas de referência. Porém, em grandes vãos a deflexão torna-se comparável. Tal fato ressalta a recomendação da utilização do sistema *BubbleDeck* para grandes vãos.

Ao final do estudo, o autor verificou que houve uma redução do peso do concreto na faixa de 30,11% a 35,69%, devido aos formadores de vazios esféricos, e uma grande perda na capacidade resistente cisalhante de 52,1% a 63,4%. Além disso, foi constatado que a rigidez à flexão das lajes *BubbleDeck* apresentaram valores na ordem de 79,25% a 87,83% da laje maciça correspondente, com igual profundidade. Sendo assim, Ali (2014) ressaltou que não há comprometimento significativo da capacidade resistente à flexão da laje com formadores de vazios esféricos, e recomendou evitar o uso de esferas plásticas em regiões de grandes esforços de cisalhamento.

- SILVA (2016)

Silva (2016) estudou o comportamento da laje *BubbleDeck* submetida à flexão. As análises foram realizadas de forma experimental, onde foram moldados três protótipos de lajes *BubbleDeck* e uma laje maciça de referência. Para o estudo analítico, foi proposta uma seção transversal aproximada “T” para a determinação do momento de inércia equivalente.

Todos os exemplares tinham dimensões de 3000 mm por 1025 mm, e a *BubbleDeck* BD28 foi escolhida para os experimentos. Os três protótipos construídos tiveram diferentes espaçamentos entre as esferas posicionadas na ligação das pré-lajes. As armaduras de flexão da face inferior e superior em todas as lajes eram formadas por telas soldadas, possuíam respectivamente 8,0 mm e 6,0 mm de diâmetro, e o aço utilizado foi o CA60. Nas juntas de ligação foram inseridas barras de 10 mm de diâmetro e comprimento de 1000 mm na região interior da estrutura, para a face superior o aço possuía diâmetro de 8 mm e comprimento de 500 mm, e nesta região todas as barras utilizadas foram de aço CA50. O carregamento foi aplicado em incrementos de 2,5 kN, simetricamente, em dois pontos do protótipo.

Desta forma, ao final dos ensaios o autor pôde verificar que os protótipos que possuíam maior espaçamento entre as esferas na região de ligação, apresentaram um aumento de até 6% na resistência à flexão, em relação à laje de referência. Silva (2016) constatou ainda que as lajes *BubbleDeck* possuem um deslocamento vertical maior que a laje maciça de referência, de aproximadamente 5,85%.

Na análise utilizando a seção transversal “T” para determinação da altura equivalente, verificou-se que a rigidez da *BubbleDeck* foi de 76,26% da laje maciça de mesma altura, com a solução de placa grossa. E quando a teoria de placas finas foi utilizada, esse valor foi de 83,88%.

- Nicácio (2018)

O autor analisou experimentalmente o comportamento à punção da ligação laje-pilar para o sistema de laje *BubbleDeck*, considerando o pilar interno à edificação e o carregamento simétrico. Foram ensaiados 11 modelos de lajes onde sete foram construídos com a técnica *BubbleDeck* e quatro lajes maciças de referência. Os painéis das lajes tinham dimensões de 2500 x 2500 mm de comprimento, altura de 280 mm e os pilares possuíam seção circular com diâmetro de 300 mm. Para análise, variou-se a utilização de pré-laje, a distribuição da armadura de cisalhamento e a forma de ancoragem da mesma.

Os resultados obtidos mostraram que as lajes *BubbleDeck* com armadura de cisalhamento apresentam menor resistência à punção, de 5% a 19%, quando comparado a uma laje maciça de referência. Para as lajes *BubbleDeck* sem armadura de cisalhamento, este valor é de aproximadamente 25%. Ao avaliar a distribuição e ancoragem da armadura de cisalhamento, constatou-se que as lajes com armaduras distribuídas em forma cruz e ancoradas na armadura de flexão, apresentaram capacidade de carga superior às demais.

Por fim, o autor propôs que o coeficiente utilizado para calcular a capacidade de carga de uma laje *BubbleDeck*, a partir de uma laje maciça de mesma espessura, seja ajustado para 0,70, e que uma análise extra seja realizada no perímetro de punção afastado a $0,5d$ da região maciça em torno do pilar, onde d corresponde à altura útil da laje.

- Haque *et al.* (2022)

Os autores realizaram uma análise da laje *BubbleDeck*, utilizando o método dos elementos finitos a partir da ferramenta Ansys. A pesquisa visava estudar a diferença de peso próprio entre a laje *BubbleDeck* e a laje maciça, e a espessura ideal para os elementos de enchimento esférico.

Para análise foram considerados dez tipos de esferas plásticas, todas constituídas de polietileno de alta densidade e com espessura que variam entre 1 mm e 10 mm. Com isso, foram moldados dez exemplares da laje *BubbleDeck* com espessura de 230 mm, onde cada modelo possui um tipo de bolha. Para referência foi projetada uma laje oca e uma

laje maciça com 230 mm e 150 mm de espessura respectivamente. Todas as lajes possuíam largura e comprimento iguais, e foram submetidas ao mesmo carregamento.

Ao final, foi possível observar que a laje convencional consumiu 160,8 kg de concreto a mais da laje *BubbleDeck*, além de apresentar um aumento na deflexão de aproximadamente 60%. Além disso, os autores constataram que a laje composta por esferas com espessura de 2 mm apresentou melhor desempenho devido à menor deformação quando comparado a laje maciça.

- Nunes (2018)

Nunes (2018) desenvolveu um programa computacional para dimensionamento otimizado de lajes nervuradas moldadas *in loco*. Para isso, a autora utilizou no *software* MATLAB o método dos Algoritmos Genéticos (AG), a partir de uma caixa de ferramentas (*toolboxes*), para solucionar problemas de otimização usando AG.

Para validação do algoritmo implementado, a autora comparou os resultados obtidos pelo programa de otimização desenvolvido, com exemplos clássicos da literatura, e com o dimensionamento realizado por um programa comercial de cálculo estrutural.

Por fim, foi possível verificar que o emprego do algoritmo genético possibilitou uma redução de aproximadamente 10,7% no custo com volume de concreto e uma redução total de 30,84% no custo final para confecção da laje, em comparação com os exemplos da literatura. Ao comparar com o programa comercial de cálculo estrutural, foi possível observar uma economia de 37,36% no preço final da estrutura.

- Gajewski *et al.* (2023)

Os autores realizaram a otimização da laje *BubbleDeck*, visando minimizar a quantidade de concreto necessária para confecção da estrutura, de modo a garantir que a deflexão não exceda o limite admissível. Para isso, o método de homogeneização numérica foi empregado para determinar a rigidez efetiva à flexão e posteriormente calcular os deslocamentos da laje. Para otimização da estrutura, foi utilizado o método de Programação Quadrática Sequencial.

A laje utilizada para otimização é composta por vão de 12m x 12m, apoiada em todas as extremidades, submetida a um carregamento uniformemente distribuído e dotada de uma malha superior e inferior com barras de aço com diâmetro de 10mm.

Uma das limitações presentes neste estudo é a ausência da análise do estado limite último. Conforme os autores, o método de homogeneização usado não contempla a

análise de tensões. Desta forma, as verificações ocorreram visando atender o estado limite de serviço.

Os autores observaram que a metodologia empregada para otimização da estrutura resultou em uma redução de aproximadamente 23% do volume de concreto, quando comparado ao projeto inicial da laje.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Bubbledeck

O sistema *BubbleDeck* foi apresentado ao público durante um concurso realizado na Dinamarca na década de 1980, pelo engenheiro Jorgen Breuning. O certame tinha como objetivo encontrar novas soluções para a construção civil que atendessem a critérios econômicos, ambientais, e fossem aplicáveis em larga escala (*BUBBLEDECK-UK*, 2008).

A primeira construção a utilizar a tecnologia *BubbleDeck* ocorreu no ano de 1999 durante a edificação do Millenium Tower em Rotterdam, Holanda. No Brasil, esse sistema já foi empregado em algumas construções como o Edifício da Sede da Odebrecht em Salvador, Edifício Garagem do Aeroporto Galeão no Rio de Janeiro (Figura 1), o Centro Administrativo de Brasília e o Hospital Sírio Libanês em Brasília (*BUBBLEDECK-BR*, 2023).

Figura 1 - Edifício Garagem do Galeão



Fonte: *BubbleDeck* Brasil

Essa tecnologia é caracterizada pela inserção de esferas plásticas no interior das lajes, possibilitando a redução do peso próprio da estrutura em aproximadamente 35%, a ampliação do vão entre pilares em até 50%, e a diminuição do custo total da construção de até 10% (*HARDING*, 2004).

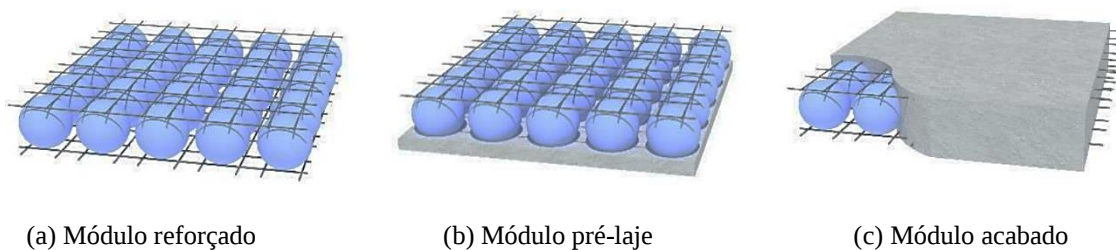
As esferas são feitas de polietileno de alta densidade (PEAD), comercializadas com diâmetro que varia de 18 cm a 36 cm, possibilitando que a altura total da laje esteja entre 22 cm e 45 cm, vencendo vãos de até 17 m.

Para construção da estrutura, a área total do piso é dividida em um conjunto de módulos pré-fabricados com dimensões de 2,4 m ou 3,0 m de largura, e comprimento de até 10 m. Essas estruturas são dotadas de uma malha de aço superior e inferior, dimensionada para atender as especificações do projeto, espaçadas pelas esferas plásticas

e unidas com treliças. A junção dos painéis de laje ocorre mediante inserção de barras de emendas dispostas entre os elementos de enchimento esférico (*BUBBLEDECK-UK*, 2008).

Os módulos apresentam-se em três variantes, classificados conforme o nível de concretagem. O módulo pré-laje consiste em painéis com uma camada de concreto de 60 mm de espessura, disposta na região inferior da estrutura, dispensando a utilização de fôrmas durante a execução da laje. O módulo acabado é caracterizado pela concretagem total dos painéis durante a fabricação do mesmo. Este tipo de laje é classificado como unidirecional, e deve ser posicionado sobre vigas ou paredes de sustentação. Por fim, o módulo reforçado não apresenta concretagem parcial, tornando imprescindível a utilização de fôrmas durante a sua execução. A Figura 2 ressalta os três tipos de painéis de laje.

Figura 2 - Tipos de módulos da *BubbleDeck*



Fonte: Nicácio (2018)

A *BubbleDeck-UK* (2008) apresenta algumas vantagens que são atribuídas ao sistema:

- Liberdade nos projetos – este sistema permite layouts flexíveis;
- Redução do peso próprio;
- Utilização de grandes vãos;
- Eliminação total ou parcial de vigas;
- Diminuição do volume de concreto – 1 kg de plástico substitui aproximadamente 100 kg de concreto;
- Baixa na emissão de CO₂, quando comparado a laje maciça.

Ledo (2016) apresenta algumas desvantagens do sistema *BubbleDeck*:

- Redução da rigidez e resistência ao cisalhamento devido aos vazios esféricos;
- A laje não é normatizada em diversos países, devido ser um sistema novo;
- Necessidade de mão de obra qualificada;

- Cuidado no transporte e içamento;

2.2 Proposta de dimensionamento pela *BubbleDeck* internacional

O formato esférico dos elementos de enchimento que compõe as lajes *BubbleDeck* confere a mesma um comportamento homogêneo, na análise da transferência dos esforços internos. Tal fato permite que os métodos convencionais de cálculo para lajes maciças sejam aplicados no dimensionamento das lajes *BubbleDeck*. Com isso, alguns ajustes devem ser realizados para permitir o efeito dos formadores de vazio sobre a estrutura (*BUBBLEDECK-UK*, 2008).

- O peso próprio da *BubbleDeck* equivale a aproximadamente 65% do peso da laje maciça de mesma altura;
- A rigidez da laje é ajustada para condição fissurada e não fissurada;
- A capacidade de cisalhamento é reduzida nas áreas vazias da laje;
- As considerações de cálculo para punção da *BubbleDeck* são idênticas à laje lisa.

2.2.1 Pré-dimensionamento de lajes *BubbleDeck*

No pré-dimensionamento da *BubbleDeck*, a altura da laje e o diâmetro das esferas são definidos a partir do tamanho do vão e o carregamento aplicado. Conforme a *Bubbledeck* (2008), este tipo de laje pode ter as mais variadas dimensões de perfil. Porém, na tabela a seguir são apresentadas as seções que cobrem a maioria das aplicações de construção.

Tabela 1 - Pré-dimensionamento de lajes *BubbleDeck*

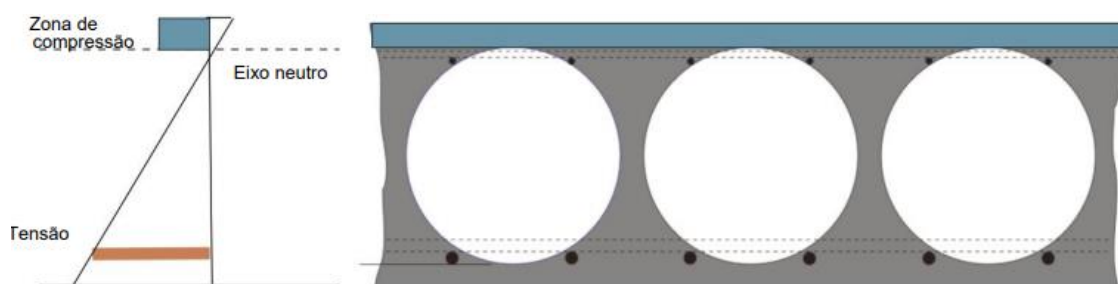
Tipo	Altura da laje	Esferas		Vãos		Comprimento em balanço	Consumo de concreto	Peso próprio
		Diâmetro das esferas	Distância entre eixos	Internos	Externos			
	cm	cm	cm	m	m	m	m ³ /m ²	tf/m ²
BD230	23,0	18,0	20,0	6-9	5-6	≤2,5	0,15	0,375
BD285	28,5	22,5	25,0	7-11	6-8	≤3,0	0,19	0,475
BD340	34,0	27,0	30,0	9-13	7-10	≤3,5	0,23	0,575
BD395	39,5	31,5	35,0	10-15	8-11	≤4,0	0,26	0,650
BD450	45,0	36,0	40,0	11-17	9-12	≤4,5	0,30	0,750

Fonte: *BubbleDeck* Brasil (2022)

2.2.2 Resistência à flexão

Na verificação da resistência à flexão, a profundidade da linha neutra exerce importante papel na delimitação da zona de compressão. Conforme a *Bubbledeck* (2008), quando a região comprimida está localizada entre a superfície mais externa da esfera e a plano da laje (conforme apresentado na Figura 3), o projetista considera que o bloco de tensão é retangular. Sendo assim, o dimensionamento ocorre conforme recomendações para lajes maciças.

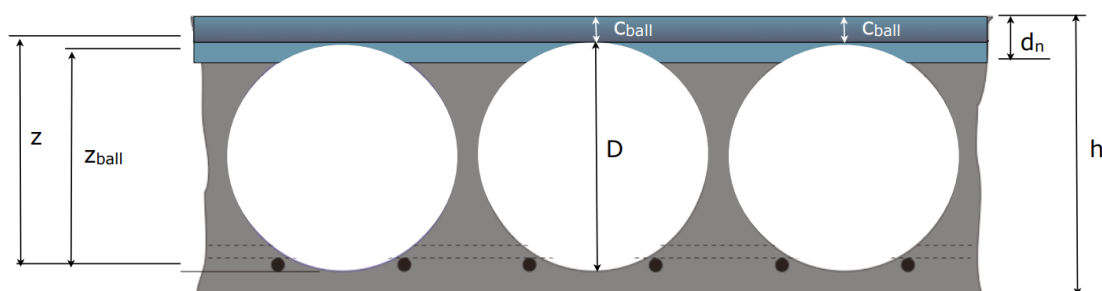
Figura 3 - Distribuição de tensão considerando linha neutra na mesa



Fonte: *Bubbledeck* (2008)

Em lajes submetidas a altos carregamentos, é possível ocorrer um deslocamento da zona de compressão para o interior da região esférica (como apresentado na Figura 4), mas estudos e testes comprovam que certos níveis de invasão da região oca podem gerar um efeito insignificante em situações normais de projeto. Para controlar esse critério e assim utilizar os princípios de projetos convencionais no cálculo da laje *Bubbledeck*, a proporção entre o momento resistido pela região esférica e o momento total da resistência pela seção transversal deve estar limitada a 20%. Isso permite uma redistribuição do momento de resistência no interior da estrutura (*BUBBLEDECK-UK*, 2008).

Figura 4 - Zona de compressão interna à esfera



Fonte: *Bubbledeck* (2008)

As equações a seguir definem a razão entre o momento resistido pela zona oca e o momento de resistência da seção transversal.

$$M_{ball}/M_u = [(d_n - c_{ball})z_{ball}]/(d_n z) \quad (1)$$

onde:

M_{ball} = Contribuição do momento resistente pela zona esférica;

M_u = Momento de projeto;

c_{ball} = Capa superior de concreto;

d_n = Profundidade da linha neutra;

Z_{ball} = Braço de alavanca que contribui para M_{ball} ;

Z = Braço de alavanca que contribui para M_u ;

A relação citada anteriormente também pode ser calculada a partir da seguinte expressão:

$$M_{ball}/M_u = \mu_{ms} = M_u 1,96D / (f'_c h^3) \leq 0,2 \quad (2)$$

onde:

μ_{ms} = Razão entre o momento resistido pela zona esférica e momento total resistido pela seção transversal, M_{ball}/M_u ;

D = Diâmetro da esfera;

h = Profundidade da laje;

2.2.3 Resistência ao Cisalhamento

A resistência ao cisalhamento é afetada significativamente pela presença das esferas plásticas, sendo assim a *BubbleDeck* (2007) traz considerações para que o cálculo do esforço cisalhante seja realizado como uma laje maciça. Com isso é atribuído a laje *BubbleDeck*, em sua região oca, uma resistência ao esforço cortante de aproximadamente 60% da resistência de uma laje maciça de mesma altura.

Haja vista que a *BubbleDeck* é classificada como laje plana, a região de maior tensão cisalhante ocorre nas proximidades dos pilares. Desta forma, as bolhas são omitidas em torno dos apoios, em uma área delimitada pelo perímetro de punção. Nesta região, o cisalhamento é calculado com base em uma laje maciça na forma usual, assim como a definição do posicionamento e detalhamento das armaduras.

De acordo com a *BubbleDeck* (2022), a dimensão da região maciça no pré-dimensionamento pode ser considerada como o triplo da altura da laje.

2.2.4 Deflexão

As bolhas proporcionam uma redução na rigidez à flexão da *BubbleDeck*. Assim, no cálculo da deflexão o valor a ser considerado equivale a 90% da rigidez de uma laje maciça de mesma altura.

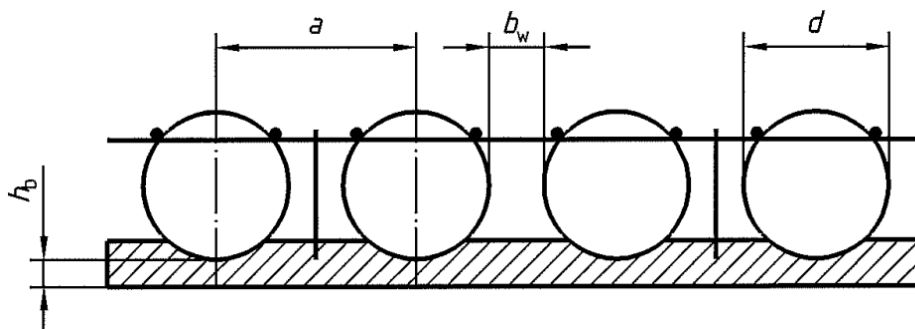
2.3 Prescrições técnicas para laje *BubbleDeck*

Esta seção apresenta a abordagem do sistema *BubbleDeck* por parte do seguinte comitê científico e normas técnicas: EN 13747 (2005) e o Certificado KOMO K22722/01 concedido pelo Membro da Organização para Aprovações Técnicas (EOTA) da Holanda.

2.3.1 EN 13747 (2005)

A EN 13747 (2005) traz em seu escopo prescrições acerca das dimensões e posicionamento dos formadores de vazios esféricos. Conforme a norma britânica, o espaçamento entre as unidades esféricas deve ser suficiente para proporcionar correta concretagem do elemento estrutural, e garantir adequado comportamento estático na situação endurecida. Desta forma, as dimensões e o posicionamento dos elementos de enchimento devem atender as regras apresentadas na Figura 5.

Figura 5 - Dimensões e posicionamento das esferas plásticas



Fonte: EN 13747 (2005)

A distância entre as esferas b_w é obtida a partir da seguinte relação:

$$b_w \geq 20 \text{ mm e } (0,1 \cdot a) \quad (3)$$

onde, a é a distância entre eixo das esferas.

A largura mínima sob as esferas (h_b) é calculada pela equação (4):

$$h_b \geq 20 \text{ mm e } (0,1 \cdot a) \quad (4)$$

onde,

$$a \geq [85 \text{ e } (b_w + D)] \quad (5)$$

onde D ao diâmetro esfera. A norma ainda aborda que o recobrimento mínimo sobre as esferas equivale a 10% de a .

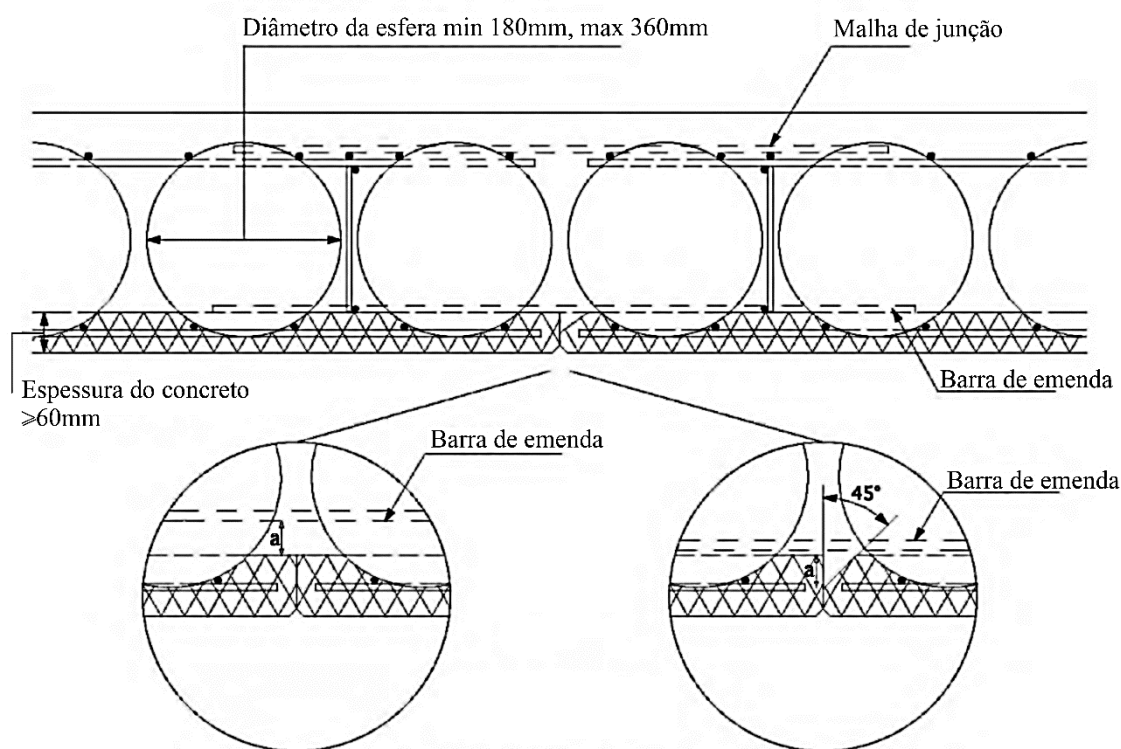
2.3.2 Certificado KOMO K22722/01

Conforme o certificado KOMO K22722/01 (2002), o sistema *BubbleDeck* consiste em uma laje lisa, pré-fabricada, composta por concreto armado cujo elemento de enchimento possui formato esférico.

As esferas plásticas devem ser constituídas de material não poroso, que não reaja quimicamente com o concreto armado e que possua resistência suficiente para suportar às cargas aplicadas durante a fase de montagem e concretagem. Durante a fabricação das bolas é aceitável uma tolerância de até $\pm 6\text{mm}$ no diâmetro da mesma (KOMO K22722/01, 2002).

Os níveis de concretagem da estrutura determinam o tipo de ancoragem entre os painéis de laje. Para o sistema de módulo reforçado e pré-laje, a ligação ocorre mediante o posicionamento de barras de emenda e uma malha de junção. Na laje completamente pré-fabricada, o certificado KOMO K22722/01 (2002) determina que o preenchimento das juntas deve ser realizado com concreto ou argamassa de cimento e areia. A Figura 6 exemplifica a ligação entre as seções da pré-laje.

Figura 6 - Junção entre painéis BubbleDeck



Fonte – KOMO Certificate (2002)

Na junta entre os painéis, assume-se que o ar pode fluir livremente sendo necessárias medidas adicionais para obter distância segura da barra de emenda. Para esta variável, o parâmetro a é atribuído em função do tempo mínimo necessário de resistência ao fogo, e do posicionamento da armadura em relação à esfera. A tabela a seguir aborda a distância necessária a para a barra de emenda.

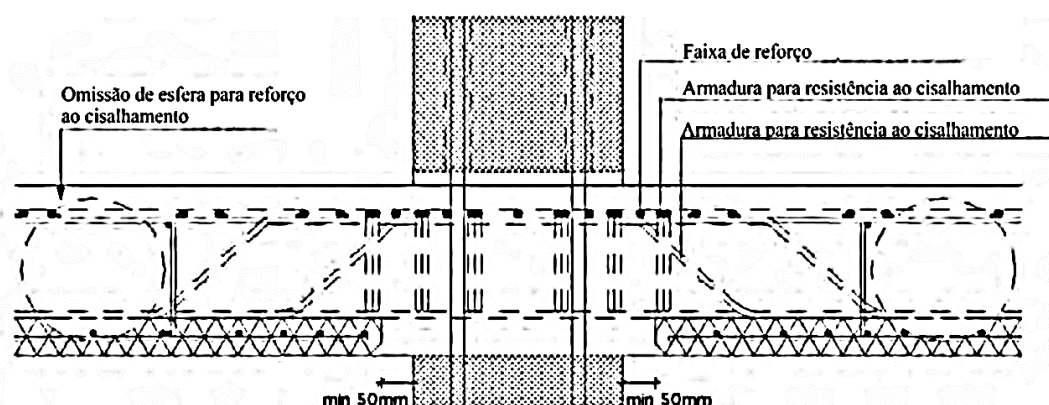
Tabela 2 - Determinação da distância de armadura em relação à resistência ao fogo

Resistência necessária ao fogo (min)	Distância da armadura para barras na parte sólida (mm)	Distância da armadura para barras ao lado da esfera (mm)
30	10	10
60	20	20
90	30	50
120	40	80

Fonte – CUR 86 (2001)

Na ligação entre o pilar e a laje, deve ser previsto uma armadura adicional em uma área denominada faixa de reforço, posicionada na região superior da laje, além da armadura de cisalhamento necessária para combater a punção. A Figura 7 detalha a ancoragem entre a laje *BubbleDeck* e o pilar.

Figura 7 - Ligação entre pilar e laje



Fonte – KOMO Certificate (2002)

Após montagem e ancoragem dos painéis, a concretagem completa da estrutura necessita obedecer a respectiva classe ambiental de aplicação. Além disso, recomenda-se que o diâmetro máximo do agregado não pode exceder 15mm com exceção para as lajes BD230 e BD285 cujo limite é de 10mm (KOMO K22722/01, 2002).

2.4 Métodos de cálculo para lajes lisas

A seguir serão expostos métodos de cálculo para confecção de lajes sem vigas, conforme recomendações da norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2023) e do código americano ACI 318 (2014).

2.4.1 Método dos pórticos equivalentes NBR 6118 (ABNT, 2023)

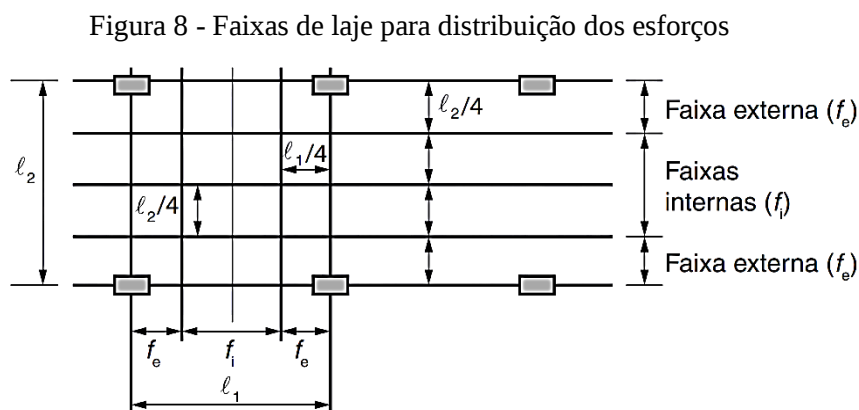
Este método versa sobre a representação do sistema estrutural, formado por laje e pilares, a partir de um conjunto de pórticos posicionados paralelamente as bordas da laje, nas duas direções do plano. As cargas atuantes sobre a estrutura são distribuídas em sua totalidade sobre a área de influência do pórtico (CARVALHO e PINHEIRO, 2013).

Os momentos encontrados são utilizados para o dimensionamento no estado limite último. Vanderbli e Corley (1983) observam que as forças axiais nos pilares foram consideradas duas vezes na análise dos pórticos, com isso é recomendado que a média dos esforços obtida em um pilar pertencente a dois pórticos distintos seja dividida por dois.

Conforme a NBR 6118 (ABNT, 2023), para utilização deste método é necessário que os pilares estejam dispostos em filas ortogonais, de maneira regular e com vão pouco diferentes. A quantificação dos esforços deve ser considerada a carga total para cada pórtico, e a redistribuição dos momentos deve seguir as seguintes recomendações:

- 45% dos momentos positivos para as duas faixas internas;
- 27,5% dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;
- 25% dos momentos negativos para as duas faixas internas;
- 35,7% dos momentos negativos para cada uma das faixas externas;

A Figura 8 exemplifica a divisão da laje para definição das faixas.

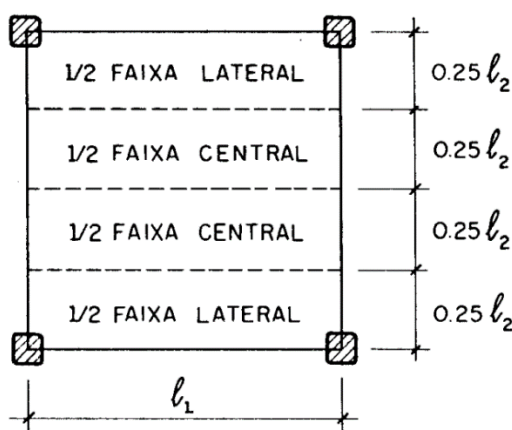


Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2023)

2.4.2 Método direto ACI 318 (2014)

O método direto prescrito pela ACI 318 (2014) consiste em um conjunto de regras para distribuição do momento em lajes bidirecionais com ou sem vigas. Para cada painel de laje, um momento total é definido e posteriormente distribuído sobre a superfície da mesma em seções negativas e positivas. Momentos positivos são aplicados em duas faixas centrais da laje, e o momento negativo nas seções de apoio. A Figura 9 apresenta a divisão do painel de laje em faixas.

Figura 9 - Identificação das centrais e laterais em um painel.



Fonte: Guarda (1995)

2.4.2.1 Limitações do método

Algumas limitações para aplicação deste método são relatadas pela ACI 318 (2014):

- Deve haver no mínimo três vãos contínuos em cada direção;
- A relação entre o maior e o menor vão deve ser menor que 2, caso contrário, configura-se laje unidirecional invalidando a aplicação deste método;
- Vãos sucessivos não podem diferir em mais de um terço do comprimento do maior vão, senão, momentos negativos podem ocorrer além das regiões sem reforço para este fim.
- É permitido um desalinhamento máximo dos pilares de até 10% do comprimento do vão, na direção do deslocamento, em relação à linha de eixo dos sucessivos pilares.
- Todo o carregamento deve ser unicamente devido à gravidade e uniformemente distribuída sobre o painel da laje. A carga acidental requer análise de pórtico.

2.4.2.2 Momento total de referência para um vão

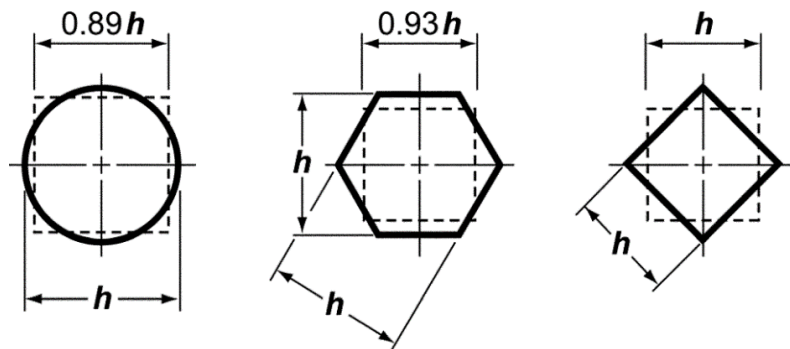
O momento total de referência M_0 é determinado para um carregamento total p em uma faixa de laje de largura l_2 , dado por:

$$M_0 = \frac{(pl_2)l_n^2}{8} \quad (6)$$

Onde l_n é o vão livre, definido de face a face dos pilares, e não deve possuir valor menor que 0,65 do vão teórico.

Os pilares de seção circular e poligonal devem ser tratados, para efeito de cálculo, como pilar quadrado de mesma área, chamados pilares equivalentes conforme apresentado na Figura 10.

Figura 10 - Seção transversal equivalente para os pilares de apoio



Fonte: ACI 318 (2014):

2.4.2.3 Momentos de referência negativo e positivo

Os momentos de referência negativos M_a e M_b atuam nas faces dos pilares, os positivos M_c atuam na região central. Esses esforços são obtidos a partir do produto entre o momento total de referência M_0 e o um fator de multiplicação que varia conforme as condições de apoio da estrutura. As equações a seguir expressam os momentos para o vão central.

$$M_a = M_b = 0,65M_0 \quad (7)$$

$$M_c = 0,35M_0 \quad (8)$$

A Tabela 3 aborda os coeficientes para definição dos momentos de referência para os vãos externos.

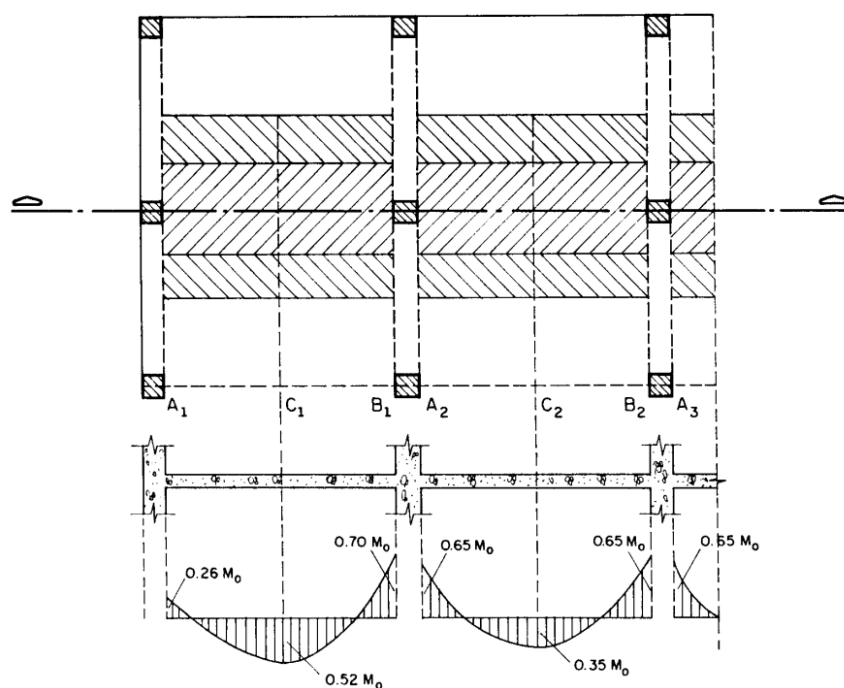
Tabela 3 - Coeficientes de multiplicação para os momentos de referência

Tipo de momento	1	2	3		5
	Lajes com bordas externas livres	Lajes com vigas em todas as bordas	Laje sem viga entre apoios internos		Borda externa engastada
			Sem viga na borda externa	Com viga na borda externa	
Momento negativo interno	0,75	0,70	0,70	0,70	0,65
Momento positivo no centro do vão	0,63	0,57	0,52	0,5	0,35
Momento negativo na borda	0,00	0,16	0,26	0,30	0,65

Fonte: ACI 318 (2014):

A Figura 11 - Distribuição dos momentos totais de referência exemplifica a distribuição dos momentos totais de referência em uma laje sem viga.

Figura 11 - Distribuição dos momentos totais de referência



Fonte: Guarda (1995)

2.4.2.4 Distribuição dos momentos de referência por faixa

Após definição dos momentos de referência negativo e positivo para vãos internos e externos, estes serão distribuídos sobre o painel da laje nas diversas faixas como exposto na Figura 12.

A faixa interna dos pilares absorve cerca de 75% do momento negativo, os outros 25% são destinadas as duas faixas centrais adjacentes. Para os pilares de canto ou de borda, o momento negativo é completamente absorvido pela faixa dos pilares.

Para o momento positivo, 60% são destinados a faixa dos pilares. O restante, 40%, são atribuídos nas duas faixas centrais.

Figura 12 - Distribuição dos momentos nas faixas

100%	60%	75%	60%	75%	60%	100%	Faixa externa dos pilares
0%	40%	25%	40%	25%	40%	0%	Faixa central
100%	60%	75%	60%	75%	60%	100%	Faixa Interna dos pilares
0%	40%	25%	40%	25%	40%	0%	Faixa centra
100%	60%	75%	60%	75%	60%	100%	Faixa externa dos pilares

Fonte: Autor

2.5 Dimensionamento de lajes lisas maciças

Conforme a NBR 6118 (ABNT, 2023), as estruturas de concreto devem ser projetadas e construídas para atender os seguintes requisitos mínimos de qualidade durante sua vida útil:

- Capacidade resistente: Consiste basicamente na segurança à ruptura da estrutura.
- Desempenho em serviço: É a capacidade da estrutura manter-se em ótimas condições de uso durante sua vida útil, sem apresentar danos que comprometam parcialmente ou totalmente o uso da mesma.
- Durabilidade: É a capacidade da estrutura resistir às influências ambientais previstas e definidas pelo autor do projeto.

No quesito segurança, a NBR 6118 (ABNT, 2023) estabelece que condições construtivas e analíticas devem ser atendidas. As condições construtivas estão relacionadas aos cuidados especiais a serem tomados no detalhamento da estrutura, no controle dos materiais e na execução da obra. As condições analíticas determinam que as

resistências não podem ser menores que as solicitações, e devem ser verificadas para todos os estados-limites e todos os carregamentos especificados para o tipo de construção.

Os estados-limites considerados para o cálculo das estruturas são subdivididos em estado-limite último (ELU) e estado-limite de serviço (ELS).

O estado-limite último corresponde a máxima capacidade resistente da estrutura (MONTROYA *et al.*, 2000). Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2023), o ELU está relacionado ao colapso ou toda forma de ruína estrutural, que comprometa o uso da mesma. Com isso deve ser analisado em relação a perda de equilíbrio da estrutura, ao esgotamento da capacidade resistente, em solicitações dinâmicas e no colapso progressivo.

O estado-limite de serviço está relacionado ao conforto, durabilidade, aparência e boa utilização das estruturas. Com isso, é exigido a verificação de alguns parâmetros tais como a formação e abertura de fissuras, deformações e vibrações excessivas (ABNT NBR 6118, 2014).

2.5.1 Hipóteses básicas para cálculo

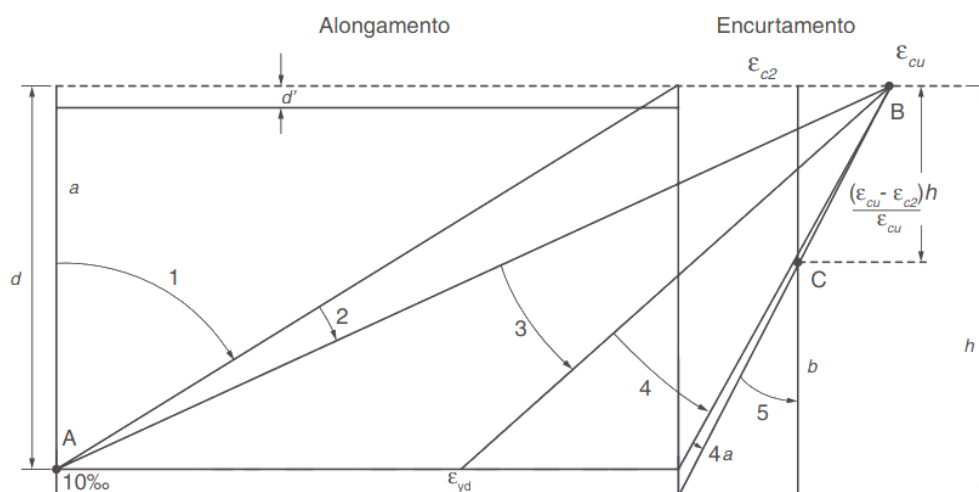
A NBR 6118 (ABNT, 2023) apresenta as seguintes hipóteses básicas para o dimensionamento de uma seção transversal, submetida à flexão simples ou composta:

- As seções transversais permanecem planas após a deformação;
- A deformação das barras da armadura, em tração ou compressão, é igual a deformação do concreto adjacente;
- As tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, devem ser desprezadas no ELU;
- A distribuição de tensões no concreto pode ser feita por um retângulo de profundidade $y = \lambda x$, onde o valor de x corresponde a profundidade da linha neutra, e λ é igual a 0,8 para concretos com f_{ck} menor que 50 MPa. A tensão atuante na profundidade y é igual a $\alpha_c f_{cd}$ quando a largura da seção não diminuir a partir da linha neutra para a borda comprimida. Caso contrário, a tensão atuante é dada por $0,9 \alpha_c f_{cd}$, onde α_c corresponde a 0,85 para concretos de até 50MPa, e f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto;
- A tensão nas armaduras deve ser obtida a partir dos diagramas tensão-deformação, com valores de cálculo definidos em 8.3.6 e 8.4.5.
- O estado-limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios da seção transversal.

2.5.2 Domínios de deformação da seção transversal

Os domínios representam um conjunto de possibilidades de ruptura da estrutura, e as diversas deformações específicas do concreto e do aço ao longo da seção transversal submetida a ações normais (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014). A Figura 13 apresenta os seis domínios de deformação.

Figura 13 - Domínios de estado-limite último de uma seção transversal



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2023)

Para concretos cuja resistência característica seja inferior ou igual a 50MPa, a deformação específica ϵ_{c2} equivale a 2‰ e a deformação do concreto na ruptura ϵ_{cu} corresponde a 3,5‰.

Os domínios 1 e 2 são caracterizados pela ruptura convencional por deformação plástica excessiva. No domínio 1 a seção encontra-se completamente tracionada, no domínio 2 o estado-limite último é atingido como alongamento do aço em 10 ‰ e o encurtamento da fibra mais comprimida de concreto inferior a 3,5‰.

No domínio 3, o elemento estrutural é classificado como normalmente armado, nele a ruptura do concreto ocorre simultaneamente ao escoamento do aço. O encurtamento do concreto é na ordem de 3,5‰ e o alongamento do aço está compreendido entre 10‰ e ϵ_{yd} (deformação específica no escoamento). Esta é a situação mais desejável, pois há o aproveitamento máximo dos materiais e a ruína será previamente avisada a partir do surgimento de grandes deformações e fissuras.

Nos próximos domínios, a ruptura da estrutura é classificada como frágil, pois o rompimento do concreto ocorre sem que a armadura atinja sua deformação de escoamento. No domínio 4 a seção é nomeada de superarmada, nesta região o

encurtamento do concreto corresponde a 3,5‰ e o alongamento da armadura varia de 0 a ϵ_{yd} . No domínio 4a, as armaduras são comprimidas e uma pequena região de concreto é tracionado. O encurtamento do concreto comprimido é de 3,5‰.

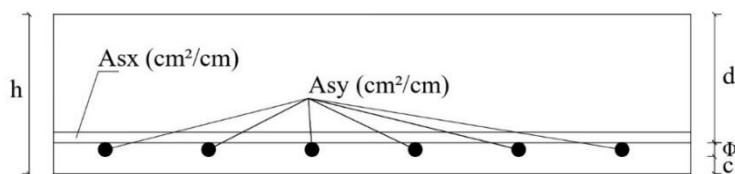
No domínio 5 a linha neutra não corta a seção transversal, desta forma ela se encontra completamente comprimida. A ruptura é frágil sem aviso prévio, com encurtamento da armadura.

Para garantir adequado comportamento dúctil, a relação entre a posição da linha neutra e a altura útil do elemento estrutural (x/d) deve ser menor ou igual a 0,45, para concretos com resistência de até 50MPa.

2.5.3 Dimensionamento das armaduras de flexão

O cálculo da armadura das lajes maciças para combate ao esforço de flexão deve ser realizado semelhante a vigas, ajustando a largura da seção transversal para uma faixa unitária onde será distribuída a armadura encontrada (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014). A seção para dimensionamento é indicada na Figura 14.

Figura 14 - Seção transversal da laje



Fonte: Adaptado de Araújo (2014)

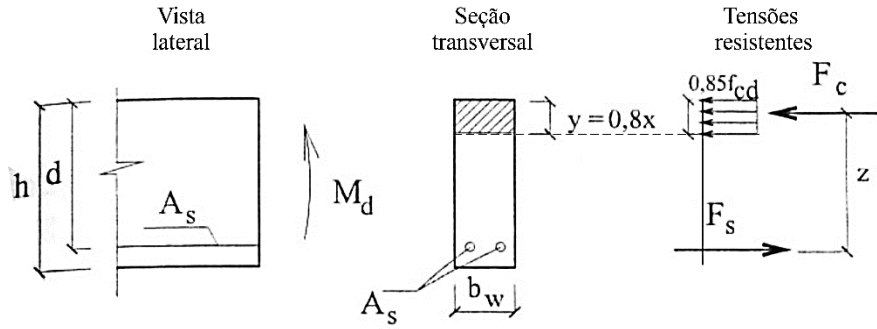
Conforme Araújo (2014), a disposição da armadura em malha provoca uma alteração na altura útil, conforme a direção analisada. No entanto, pode-se adotar a mesma altura útil para ambas as direções, conforme a equação a seguir.

$$d = h - \phi - c \quad (9)$$

Onde, d e h equivalem respectivamente a altura útil e total, ϕ ao diâmetro da armadura e c ao cobrimento nominal das armaduras.

A definição da área de aço em uma seção transversal retangular, conhecidos a resistência característica do concreto (f_{ck}), a largura da seção (b_w), a altura útil (d) e o tipo de aço (f_{yd}), é feita a partir do equilíbrio das forças atuantes na seção, conforme apresentado na Figura 15.

Figura 15 - Diagrama de tensões da seção transversal



Fonte: Adaptado de Carvalho e Figueiredo Filho (2014)

Sendo assim, a equação de equilíbrio para o momento fletor positivo é apresentada na equação a seguir:

$$M_{sd} = 0,68b_w x f_{cd} (d - 0,4x) \quad (10)$$

onde M_{sd} é o momento solicitante de cálculo, f_{cd} tensão de cálculo do concreto, x é a altura da linha neutra, d é a altura útil, e b_w equivale a largura da seção transversal que no estudo de lajes maciças comumente é atribuído um valor de 100cm obtendo assim armaduras por metro linear.

A área de aço é obtida a partir da seguinte equação:

$$A_s = \frac{M_{sd}}{f_{yd} (d - 0,4x)} \quad (11)$$

onde A_s equivale a área da armadura por metro linear, e f_{yd} corresponde a resistência ao escoamento do aço.

2.5.4 Valores-limites para armaduras longitudinais

A NBR 6118 (ABNT, 2023) define que as áreas de aço calculadas devem obedecer a limites mínimos e máximos de armadura na seção transversal. Essas áreas são definidas a partir de um momento fletor mínimo dado pela expressão a seguir, respeitando uma taxa mínima absoluta de 0,15%.

$$M_{d,min} = 0,8W_0 f_{ctk,sup} \quad (12)$$

onde W_0 é o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, dada pela relação entre o momento de inércia da seção bruta e a distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada, e $f_{ctk,sup}$ é a resistência característica superior do concreto à tração.

De modo geral, a NBR 6118 (ABNT, 2023) determina que qualquer barra da armadura de flexão não deve ter seu diâmetro superior a $h/8$, com espaçamento máximo igual a $2h$ ou 20cm, prevalecendo o menor desses dois valores. A armadura secundária de flexão deve ser igual ou superior a 20% da armadura principal, com espaçamento entre barras de no máximo 33cm.

2.5.5 Estados-limites de serviço

Em projetos de concreto armado, além da segurança contra o colapso é necessário garantir adequado comportamento estrutural, de forma a minimizar efeitos indesejáveis como fissuração, deslocamentos e vibrações. Com isso, Carvalho e Figueiredo Filho (2014) citam que o estado limite de deformação excessiva deve ser atendido.

O item 19.3.1 da NBR 6118 (ABNT, 2023) recomenda a utilização dos dados presentes na seção 17.3.2 da mesma, como forma de garantir que na verificação das flechas em lajes, “as seções ao longo do elemento estrutural possam ter as deformações específicas para o estágio I, desde que os esforços não superem aqueles que dão início a fissuração no estágio II”. A separação entre os dois estádios é definida pelo momento de fissuração (M_r), conforme a equação a seguir.

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t} \quad (13)$$

onde, α equivale a 1,5 para seções retangulares, y_t é a distância entre o centro de gravidade e a fibra mais tracionada, f_{ct} resistência à tração direta do concreto definida pelo item 8.2.5 da NBR 6118 (ABNT, 2023) e I_c corresponde a inércia da seção bruta de concreto.

A flecha total é definida em função da flecha imediata e da flecha deferida no tempo. Para avaliação da flecha imediata, a seguinte equação de rigidez equivalente pode ser utilizada:

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r^3}{M_a} \right) I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (14)$$

onde, I_c equivale ao momento de inércia da seção bruta de concreto, I_{II} momento de inércia da seção fissurada, M_a é o momento máximo no vão, M_r momento de fissuração do elemento estrutural e E_{cs} o módulo de elasticidade secante.

A flecha deferida no tempo, gerada por carga de longa duração, em função da fluência é calculada a partir da multiplicação da flecha imediata pelo fator a_f expresso pela seguinte equação:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\varepsilon}{1 + 50\rho'} \quad (15)$$

onde $\Delta\varepsilon$ é a diferença entre o coeficiente de tempo, expresso pela tabela 17.1 da NBR 6118 (ABNT, 2023).

A flecha total é obtida multiplicando a flecha imediata por $(1+\alpha_f)$. Os deslocamentos-limites são definidos a partir da análise de quatro grupos, expostos na tabela 13.3 da NBR 6118 (ABNT, 2023).

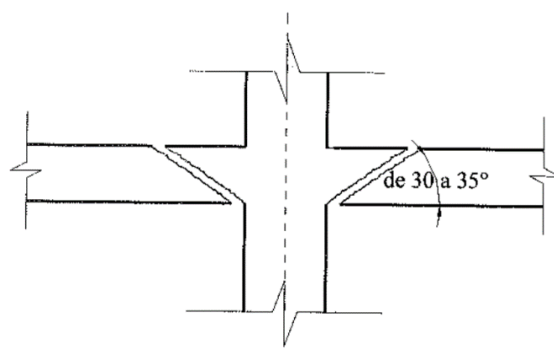
2.6 Dimensionamento à punção

A punção é característica em uma ligação direta laje-pilar. Esta é ocasionada por uma concentração de tensões de cisalhamento no entorno de uma pequena região da laje, sendo capaz de conduzir a ruptura da estrutura (LANINI, 2021).

Carvalho e Pinheiro (2013) ressaltam que a ruína por puncionamento ocorre sem aviso prévio, com isso as consequências são desastrosas. Desta maneira, os elementos estruturais devem apresentar boa ductilidade, ou seja, que sofram grandes deformações antes que sua resistência última seja atingida.

Para Araújo (2014), a ruptura por punção é ocasionada pelo desenvolvimento de fissuras inclinadas na espessura da laje. Carvalho e Pinheiro (2013) citam que ensaios com cargas simétricas nas lajes mostraram que a superfície de ruptura apresenta forma de tronco de cone, com inclinação variando entre 30° e 35° (conforme apresentado na Figura 16), nos pilares interno à laje. Para os pilares de borda e de canto, o efeito de flexão e torção proporcionam superfícies mais irregulares e a análise da ruína é mais difícil.

Figura 16 - Superfície de puncionamento para casos simétricos

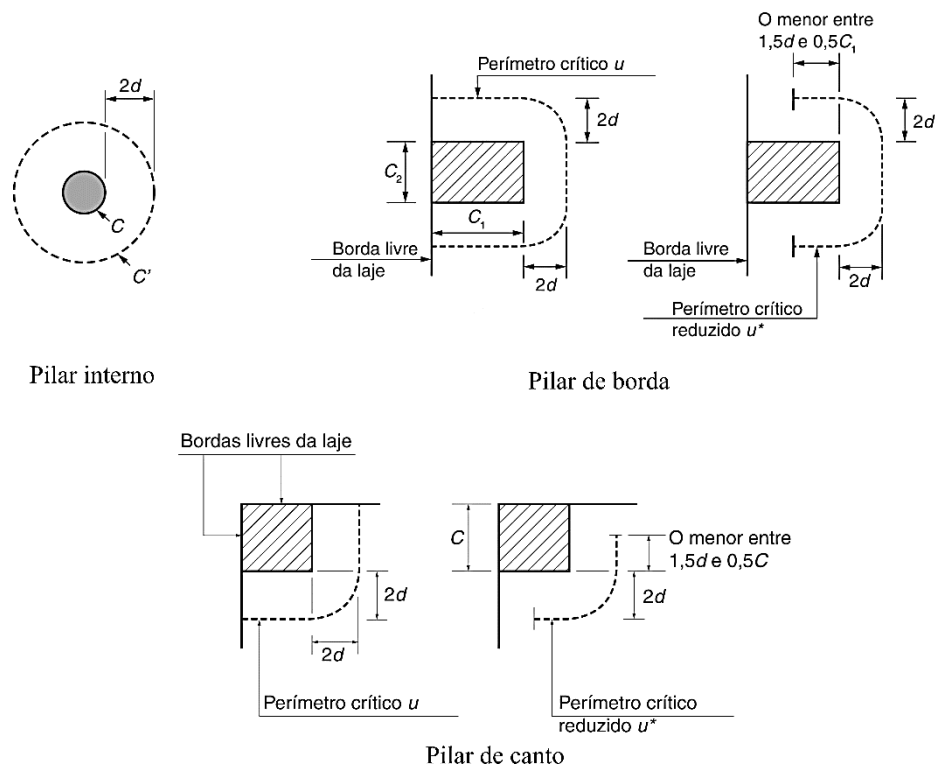


Fonte: Carvalho e Pinheiro (2013)

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2023), no cálculo de punção é realizada a verificação do cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas, delimitadas no entorno da região do pilar de análise.

Na primeira superfície crítica C , é verificada indiretamente a tensão de compressão diagonal do concreto, através do cisalhamento. Na segunda superfície crítica C' , afastada $2d$ do pilar, deve ser verificada a capacidade da ligação quanto à punção, associada à resistência à tração diagonal. Esta verificação também é feita através da tensão de cisalhamento em C' . Caso necessário, a ligação deve ser reforçada por armadura transversal, com isso uma terceira superfície crítica C'' surge situada a $2d$ da última linha de armadura. A Figura 17 apresenta as superfícies críticas nos pilares de borda, interno e de canto.

Figura 17 - Perímetro crítico de punção



Fonte: Adaptado da NBR 6118 (ABNT, 2023)

Para garantir a segurança da estrutura, é necessário a verificação das tensões solicitantes nas superfícies críticas. Essa análise ocorre separadamente nas diversas disposições dos pilares.

2.6.1 Definição da tensão solicitante nas superfícies críticas C e C'

Nos pilares internos, com o carregamento simétrico, a tensão solicitante de cálculo é obtida pela equação a seguir:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud_m} \quad (16)$$

onde τ_{sd} é a tensão solicitante de cálculo, F_{sd} equivale a reação concentrada de cálculo, u é o perímetro de contorno crítico C' e d_m é a média da altura útil nas duas direções ortogonais.

Quando a laje transmite momento fletor para o pilar interno, proporciona uma assimetria na distribuição das tensões cisalhantes. Desta forma, a tensão solicitante de cálculo é dada pela seguinte equação:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud_m} + \frac{KM_{sd}}{W_p d_m} \quad (17)$$

onde K é o coeficiente que fornece a parcela de momento solicitante M_{sd} transferida ao pilar conforme a tabela 19.2 da NBR 6118 (ABNT, 2023), e W_p é definido em função do formato da seção transversal do pilar (retangular ou circular), de acordo com o item 19.5.2.2 da norma.

A norma aborda duas hipóteses para pilares de borda, relacionadas a ação do momento fletor sobre a estrutura. Desta forma, quando não agir momento na borda livre, a tensão solicitante de cálculo é dada pela seguinte equação:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1} d_m} \quad (18)$$

sendo

$$M_{sd1} = (M_{sd} - M_{sd}^*) \geq 0 \quad (19)$$

onde u^* é o perímetro crítico reduzido, M_{sd}^* é o momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido, W_{p1} é o módulo de resistência plástica da excentricidade do perímetro reduzido.

Quando agir momento no plano paralelo à borda livre no pilar de borda, a equação 20 é aplicada.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* d_m} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1} d_m} + \frac{K_2 M_{sd2}}{W_{p2} d_m} \quad (20)$$

onde M_{sd2} é o módulo de cálculo no plano paralelo à borda livre, e W_{p2} corresponde ao módulo de resistência plástica na direção paralela à borda livre.

Conforme a NBR 6118 (ABNT, 2023), aplica-se aos pilares de canto as mesmas considerações para os pilares de borda, com as verificações das bordas livres feitas separadamente.

2.6.2 Definição da tensão resistente nas superfícies críticas

Definida a tensão solicitante, é necessário compará-la com a tensão resistente, de modo a garantir a segurança estrutural. Essa verificação inicialmente é feita no contorno C , conforme a seguinte equação:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27\alpha_v f_{cd} \quad (21)$$

onde α_v equivale a $(1 - f_{ck}/250)$ com f_{ck} em MPa , e f_{cd} à resistência de cálculo à compressão do concreto.

A NBR 6118 (ABNT, 2023) aborda ainda que o valor de τ_{Rd2} pode ser ampliado em 20% por efeito de estado múltiplo de tensões junto a um pilar interno, quando os vãos que chegam a esse pilar não diferem mais de 50% e não existem aberturas junto ao pilar.

A análise da tensão resistente na superfície C' em elementos estruturais, ou trecho sem armadura de punção, é feita de acordo com a equação 22.

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13(1 + \sqrt{20/d_m})(100\rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,1\sigma_{cp} \quad (22)$$

Sendo:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \quad (23)$$

onde σ_{cp} é a tensão normal no concreto devida à protensão, ρ é a taxa geométrica da armadura de flexão aderente, calculada nas duas direções ortogonais ρ_x e ρ_y .

A verificação da superfície crítica C' em elementos estruturais ou trechos com armadura de punção, é dada pela seguinte equação:

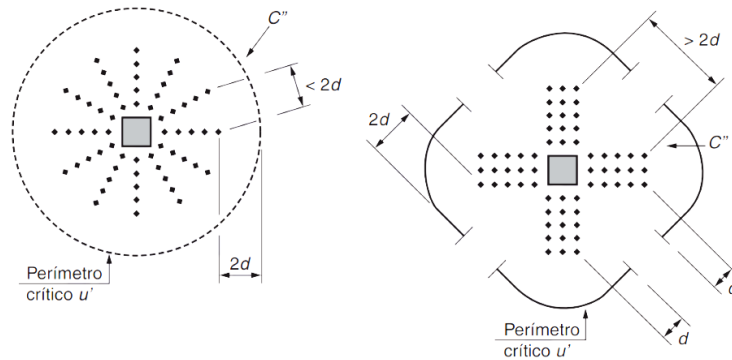
$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,1\sigma_{cp} + 1,5 \frac{d}{S_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{u d_m} \quad (24)$$

onde s_r é o espaçamento radial entre as linhas de armadura de punção, A_{sw} corresponde a área da armadura de punção no contorno paralelo a C' , α é o ângulo de inclinação entre o eixo da punção e o plano da laje, u é o perímetro crítico reduzido e f_{ywd} é a resistência de cálculo da armadura de punção.

A norma ressalta que a armadura deve ser construída por três linhas ou mais de conectores tipo pino, com extremidades alargadas e dispostas radialmente a partir do perímetro do pilar.

Na utilização da armadura transversal, esta deve ser prolongada em contornos paralelos a C' até que, no contorno C'' não seja mais necessária armadura, $\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1}$. A distribuição da armadura de punção deve ocorrer conforme a Figura 18.

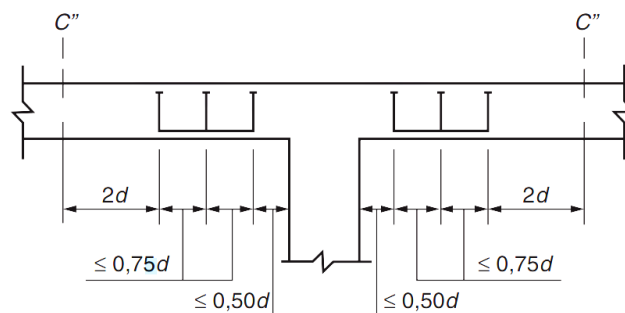
Figura 18 - Disposição em planta da armadura de punção



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2023)

A NBR 6118 (ABNT, 2023) observa que as armaduras à punção podem ser constituídas por estribos conectados as barras longitudinais, com diâmetro menor ou igual a $h/20$ da laje. A norma destaca preferencialmente o uso de conectores (*studs*) para combate à punção. A imagem a seguir apresenta a disposição em corte da armadura de punção.

Figura 19 - Disposição em corte da armadura de punção



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2023)

Conforme a NBR 6118 (ABNT, 2023), a armadura à punção é obrigatória quando a estabilidade global da estrutura depender da resistência da laje à punção, mesmo que a tensão solicitante seja menor que a resistente. Essa armadura deve equilibrar no mínimo 50% de F_{sd} .

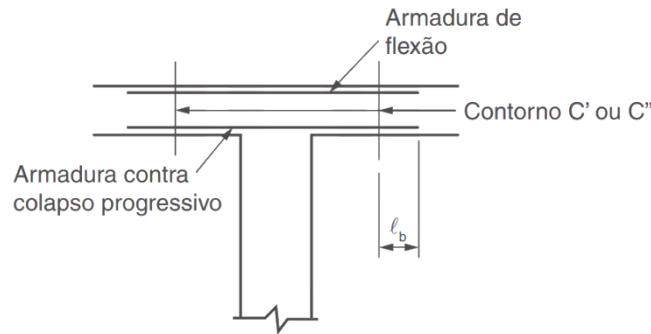
2.6.3 Colapso progressivo

A NBR 6118 (ABNT, 2023) recomenda a utilização de uma armadura de flexão inferior que atravessa o contorno C, ancorada além de C' ou C'', como forma de garantir ductilidade local e consequentemente proteção contra o colapso progressivo. A equação 25 é utilizada para o cálculo da armadura.

$$f_{yd}A_{s,ccp} \geq 1,5F_{sd} \quad (25)$$

Onde $A_{s,ccp}$ é a área total das barras inferiores que cruzam as faces do pilar, e F_{sd} corresponde a força concentrada de cálculo. Na Figura 20 a representação esquemática dessa armadura é apresentada.

Figura 20 - Armadura contra colapso progressivo



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2023)

2.7 Otimização

A otimização consiste em um processo para identificar as condições que forneçam o valor máximo ou mínimo de uma função, a qual está associada a diversas variáveis de decisão (Rao, 2009).

Matematicamente, um problema de otimização pode ser escrito conforme:

$$\text{Minimize: } f(x) \quad (26)$$

Sujeito à

$$h_j(x) = 0 \quad \therefore j = 1, 2 \dots n \quad (27)$$

$$g_k(x) \leq 0 \quad \therefore k = 1, 2 \dots m \quad (28)$$

$$x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad (29)$$

Onde, x representa o vetor das variáveis de projeto, $f(x)$ corresponde a função objetivo, $h_j(x)$ e $g_k(x)$ equivalem respectivamente às funções restrições de igualdade e desigualdade x_i^U e x_i^L são restrições de limite.

A seguir são apresentadas algumas definições básicas que são largamente utilizadas no desenvolvimento de problemas de otimização:

- Variáveis de projeto: grandezas que definem a solução do projeto, e que tem seu valor alterado durante o processo de otimização. Estas podem ser classificadas como contínuas ou discretas;
- Função objetivo: É o critério que se deseja otimizar, como peso mínimo, custo mínimo ou eficiência máxima, pode ser de minimização ou maximização;
- Restrições: são funções de igualdade e desigualdade limitam as soluções possíveis para o problema analisado.
- Espaço de busca ou região viável: é a região delimitada pelas restrições, que compreende todas as soluções possíveis e viáveis para o problema de otimização;
- Ponto ótimo: é o ponto formado pelas variáveis de projeto, que satisfazem as restrições e extremizam a função objetivo;
- Valor ótimo: é o valor da função objetivo no ponto ótimo.

Conforme Rao (2009), os métodos de otimização têm origem nas contribuições de Newton, Lagrange e Cauchy, com trabalhos fundamentaram as técnicas de otimização. O método de otimização para problemas com restrições, ficou associado ao nome de Lagrange. Já Cauchy foi o primeiro a aplicar o método do máximo declive (*steepest descente*), abrindo caminho para a resolução de problemas de minimização sem restrições.

Os métodos clássicos de otimização, que empregam programação matemática, iniciam-se com uma solução busca, onde pelo cálculo de derivadas se determina a direção para encontrar o próximo ponto solução do problema. Estas técnicas comumente utilizam a equação de recorrência, dada por:

$$x^k = x^{k-1} + \alpha^k d^k \quad (30)$$

onde, α é o passo, d a direção de busca e k equivale ao número de iterações.

Atualmente, diversos métodos de otimização estão disponíveis, sendo comum a utilização de métodos heurísticos para solucionar problemas de otimização estrutural. Estas formulações superam algumas limitações dos métodos convencionais, porém não garantem que a solução obtida é a melhor existente, mas converge para uma solução muito próxima ao ótimo global (MEDEIROS *et al.*, 2012).

Dentre os métodos heurísticos de otimização, as seguintes técnicas podem ser aplicadas na área da otimização estrutural: Método da Busca Tabu (*Tabu Search*),

Algoritmos Genéticos (*Genetic Algorithms*), otimização por Colônia de Formigas (*Ant Colony Optimization*), Colônias artificiais de Abelhas (*Artificial Bee Colony*) e Enxame de Partículas (*Particle Swarm Optimization*), entre outros.

Neste trabalho foi utilizado o Algoritmo Genético como ferramenta de otimização, devido sua eficiência e facilidade de implementação.

2.7.1 Método dos Algoritmos genéticos

O método dos Algoritmos Genéticos (GA) foi proposto por John Holland em 1975, e popularizado por David Goldberg, no final dos anos 80. O princípio de funcionamento desta técnica de otimização tem por base a teoria da evolução, estabelecida pelo inglês Charles Darwin, no ano de 1859 (GOLDBERG, 1989).

O algoritmo genético envolve um procedimento de busca global, que visa aprimorar progressivamente uma solução ao longo de populações sucessivas. Assim como a teoria darwinista, o GA utiliza de operações que simulam processos da evolução natural, tais como a reprodução, cruzamento e mutação (LIU, 2008).

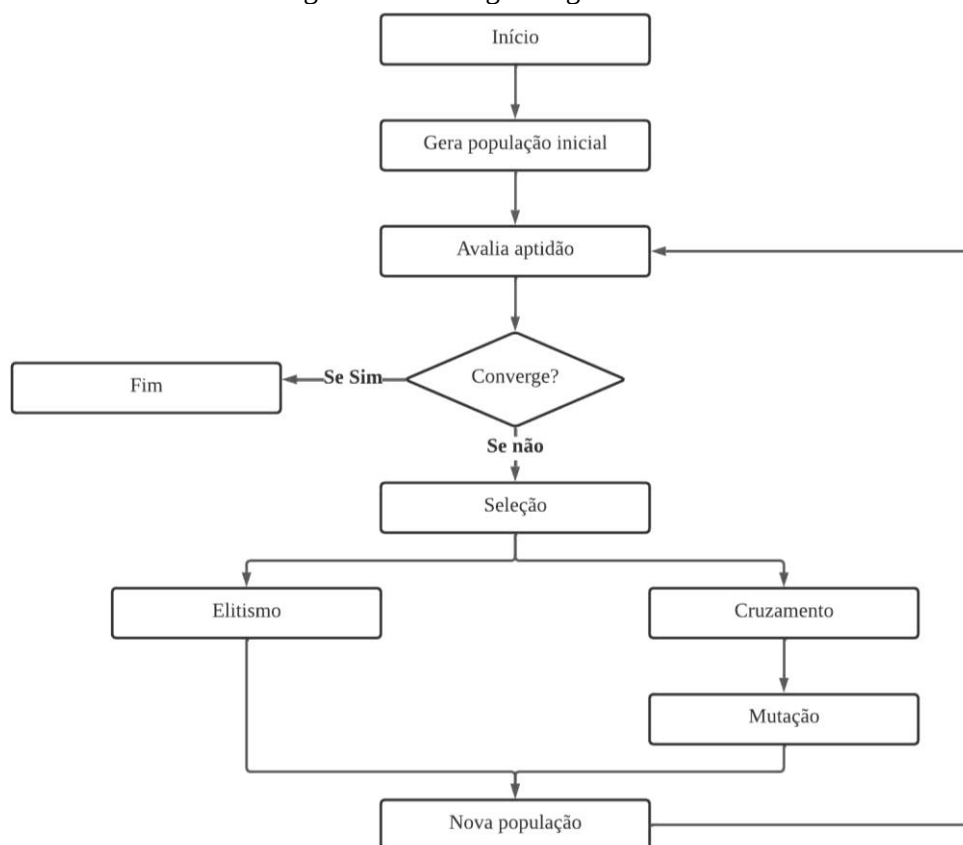
Devido à referência à teoria da Evolução de Darwin, alguns termos originados da Biologia são encontrados nos GAs. A seguir, as principais definições são apresentadas:

- Gene: É a unidade básica do cromossomo, representa uma característica da solução-cromossomo;
- Indivíduo ou Cromossomo: Formado por um conjunto de Gene, é um elemento da população. Representa uma possível solução do problema;
- População: Conjunto de indivíduos ou soluções;
- Geração: Identifica as populações ao longo do processo evolutivo. É o número da iteração que o Algoritmo Genético executa;
- Operadores genéticos: São as operações aplicadas sobre a população para criação de indivíduos de uma nova geração.

O funcionamento do algoritmo genético inicia-se com a criação de uma população de indivíduos. Estes são submetidos a uma avaliação da sua aptidão, a partir da análise da função objetivo que rege o problema. Os indivíduos mais aptos são selecionados para fazer parte da próxima geração por elitismo. Para garantir diversidade na nova geração, os demais indivíduos são submetidos ao cruzamento e mutação. Ao fim do processo, uma nova população é criada, tem sua aptidão avaliada e todo o procedimento é repetido até

que um critério de estagnação seja atendido. Na Figura 21 apresenta-se o fluxograma geral do Algoritmo Genético:

Figura 21 - Fluxograma geral do GA



Fonte: Autor (2023)

Sivanandam e Deepa (2008) destacam as vantagens do algoritmo genético, enfatizando sua aplicabilidade em uma ampla gama de problemas de otimização. Além disso, ressalta que o algoritmo genético dispensa a necessidade de informações do gradiente da superfície de resposta, não fica restrito a ótimos locais e demonstra eficácia na resolução de problemas com um grande número de variáveis e restrições.

2.7.1.1 População inicial

A inicialização do algoritmo genético começa com a criação de uma população, na qual os indivíduos são gerados de maneira aleatória. Este procedimento permite uma maior diversificação dos indivíduos, possibilitando que estes estejam melhor distribuídos pelo o espaço de busca. O tamanho da população pode influenciar na obtenção do resultado final, uma vez que uma população reduzida pode não explorar todo o espaço de busca (EIBEN; SMITH, 2017).

2.7.1.2 Função de Aptidão

A função aptidão, que está intimamente ligada a função objetivo, é responsável pela avaliação da população, indicando a qualidade de cada indivíduo (EIBEN; SMITH, 2017).

A função aptidão é calculada a partir da seguinte equação:

$$F(x) = f(x) + pen(x) \quad (31)$$

onde, $F(x)$ equivale a função aptidão, $f(x)$ a função objetivo e $pen(x)$ a função de penalidade.

A função de penalidade reduz a probabilidade de aceitação de soluções que violam restrições, diminuindo a aptidão do indivíduo (COLEY, 1999).

2.7.1.3 Seleção

O operador de seleção é responsável pela definição dos indivíduos que serão submetidos as etapas de mutação e cruzamento. Esta definição é feita a partir dos dados da aptidão dos indivíduos. Os mais aptos apresentam maior probabilidade em permanecer na população e gerar descendentes, os menos aptos tendem a desaparecer. Coley (1999) apresenta alguns dos principais métodos de seleção são:

- Seleção da roleta: Nesse método, a probabilidade de um indivíduo ser selecionado é diretamente proporcional à sua aptidão. Em uma roleta cada indivíduo ocupa um espaço proporcional a sua aptidão. Desta forma, os mais aptos possuem maiores chances de serem escolhidos mediante sorteio.
- Seleção por torneio: Indivíduos são pareados aleatoriamente, e um número aleatório é gerado. Se esse valor for superior a um valor de referência (entre 0,5 e 1), o indivíduo mais apto é selecionado; caso contrário, escolhe-se o menos apto.
- Seleção *rank*: Os indivíduos são ordenados de forma crescente em um *rank*, conforme seu nível de aptidão. O método de seleção continua sendo a roleta, porém, a esta se dá a partir da posição no *rank*.

2.7.1.4 Cruzamento

O cruzamento envolve a substituição de partes de um indivíduo, resultando na geração de um novo indivíduo. Nesse procedimento, estes são selecionados aleatoriamente. Tal processo tem o potencial de melhorar a capacidade de busca do algoritmo (XU, 2018).

A taxa de cruzamento representa a frequência com que o cruzamento será realizado. Uma taxa estabelecida em 100% indica que todos os descendentes serão gerados por cruzamento, enquanto uma taxa de 0% significa que a nova geração será uma cópia exata da geração anterior. Nesse contexto, é recomendável permitir que parte da geração anterior sobreviva (SIVANANDAM; DEEPA, 2008)

Apresentam-se os principais métodos utilizados para realizar o cruzamento entre progenitores, sendo estes:

- Cruzamento de um ponto: A cadeia de bits é cortada em um ponto aleatório em cada sequência genética dos pais, como apresentado na Figura 22. As informações anteriores ao ponto de corte dos pais são unidas as informações posteriores a este ponto no outro pai.

Figura 22 – Cruzamento em um ponto



Fonte: Autor (2023)

- Cruzamento em multipontos: Neste método a cadeia de bits pode ser cortada aleatoriamente em n pontos, como mostra a Figura 23. A troca de material genético entre os pais ocorre de forma intercalada.

Figura 23 - Cruzamento em multipontos

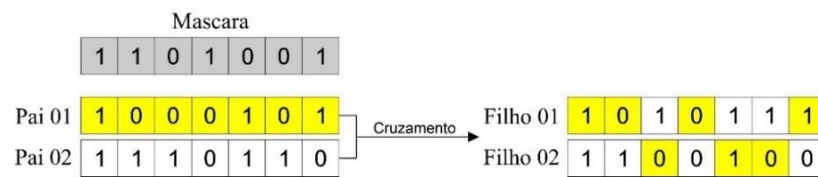


Fonte: Autor (2023)

- Cruzamento uniforme: A troca de genes entre pais ocorre através de uma máscara de bits definida aleatoriamente. Conforme exemplificado na Figura 24, se o primeiro bit da máscara for 1, o primeiro bit do Pai 01 é copiado para o primeiro bit do Filho 01. Caso contrário, o primeiro bit do Pai 02 é copiado para o primeiro

bit do Filho 01. Este processo se repete para todos os bits do Filho 01. Na geração do Filho 02, tal procedimento é invertido, ou seja, o bit 1 copiará dados do Pai 02 e o bit 0 copiará dados do Pai 01.

Figura 24 - Cruzamento uniforme



Fonte: Autor (2023)

2.7.1.5 Mutação

O funcionamento deste operador consiste em alterar o valor de um caractere. Isto é, um ou mais bits do cromossomo são escolhidos aleatoriamente e tem seu valor invertido. Se a taxa de mutação for de 100%, o cromossomo inteiro é alterado, resultando na destruição de toda a informação contida no cromossomo. Por outro lado, uma taxa de 0% indica que nada será alterado. Portanto, a mutação deve ocorrer com baixa frequência para evitar comprometer a convergência (SIVANANDAM; DEEPA, 2008).

Figura 25 - Exemplo de mutação



Fonte: Autor (2023)

2.7.1.6 Elitismo

A ação dos operadores de cruzamento e mutação sobre a população pode ocasionar a perda prematura das características dos indivíduos melhor adaptados. Com isso, a seleção elitista é realizada, visando conservar os melhores indivíduos, destinando-os para a próxima geração sem submetê-los aos operadores genéticos, acelerando a convergência (COLEY, 1999).

2.7.1.7 Critérios de parada

Otero (2016) cita alguns critérios utilizados para o encerramento do Algoritmo Genético:

- Número de geração: Limita o máximo de ciclos de evolução do algoritmo;

- Convergência da função objetivo: Refere-se a estagnação do processo evolutivo do algoritmo, isto é, quando não há melhora significativa ao longo de um determinado número de gerações.

2.8 Planejamento de Experimentos (DOE)

O Planejamento de Experimentos, tradução do termo em inglês *Design of Experiments* (DOE), permite verificar os efeitos das variáveis sobre a resposta do problema. De modo simplificado, o DOE consiste em um conjunto de alterações propositalmente das variáveis de projeto para posteriormente submetê-las a uma série de testes, visando avaliar o desempenho de um processo ou sistema de produção. Neste contexto, tal metodologia permite melhorar a qualidade de produtos ou processos, reduzir número de testes e otimizar recursos (MONTGOMERY, 1991; GODOY, 2014; FERREIRA, 2016).

A aplicação deste método em problemas de otimização permite determinar o nível de influência das variáveis (fatores) sobre a função objetivo, possibilitando retirar do processo de otimização as variáveis com baixa influência, resultando na redução do processamento e custo operacional (BEZERRA, 2017).

Nos trabalhos de Nascimento (2017), Bezerra (2017) e Nunes (2018), esta técnica foi empregada para analisar a sensibilidade das variáveis de projeto, utilizadas no processo de otimização de estruturas de concreto armado, e verificar a influência dos fatores combinados sobre o resultado final do produto.

Existem alguns métodos para realização do DOE, dentre estes, é possível destacar o planejamento fatorial completo em dois níveis (2^k). Conforme Montgomery (2001), nesta técnica todos os fatores são testados em seu nível alto (+) e baixo (-), visando definir os que mais influenciam na resposta final do experimento. A variação dos níveis dos fatores é de escolha do examinador.

O número de experimentos é definido conforme a quantidade de fatores (k), desta forma, um problema com três fatores (A , B e C) em dois níveis, demanda de 2^3 testes, isto é, oito combinações entre variáveis que resulta em oito experimentos. Para condução dos testes é necessário a construção de uma matriz de planejamento, onde é possível visualizar os experimentos, as variáveis, os níveis e as respostas. A Tabela 4 apresenta a matriz de planejamento para um experimento 2^3 (BEZERRA, 2017).

Tabela 4 - Matriz de planejamento fatorial 2³

Experimentos	A	B	C	Resposta (y _n)
1	-	-	-	y ₁
2	+	-	-	y ₂
3	-	+	-	y ₃
4	+	+	-	y ₄
5	-	-	+	y ₅
6	+	-	+	y ₆
7	-	+	+	y ₇
8	+	+	+	y ₈

Fonte: Autor (2023)

Nota: Adaptação de Bezerra (2017)

A resposta é gerada pelo valor da função objetivo, quando as variáveis da mesma assumem os valores conforme o experimento em análise.

Conforme Ferreira (2016), a primeira análise a ser realizada após a definição da matriz de planejamento e a obtenção dos resultados é a verificação dos efeitos principais. Ou seja, avaliar individualmente a influência de cada variável sobre a função objetivo. Para isso, apresenta-se a seguinte formulação:

$$\frac{\sum resp(+k)}{exp/2} - \frac{\sum resp(-k)}{exp/2} \quad (32)$$

onde, $\sum resp(+k)$ é o somatório das respostas para a variável k de nível alto, $\sum resp(-k)$ é o somatório das respostas para a variável k de baixo nível e exp corresponde ao número de experimentos.

Essa formulação é aplicada nos diversos experimentos para obtenção dos efeitos principais para o problema.

Para definição do efeito de interação, isto é, que representa a influência combinada de duas ou mais variáveis, constrói-se uma matriz de planejamento complementar com as interações entre as variáveis. Nesta planilha, os níveis alto e baixo são obtidos pelo produto dos fatores envolvidos na interação, e a resposta corresponde aos mesmos valores usados na matriz de planejamento, conforme apresentado na Tabela 5 (FERREIRA, 2016).

Tabela 5 - Matriz dos efeitos de segunda ordem

Experimentos	AB	AC	BC	Resposta (y_n)
1	+	+	+	y_1
2	-	-	+	y_2
3	-	+	-	y_3
4	+	-	-	y_4
5	+	-	-	y_5
6	-	+	-	y_6
7	-	-	+	y_7
8	+	+	+	y_8

Fonte: Autor (2023)

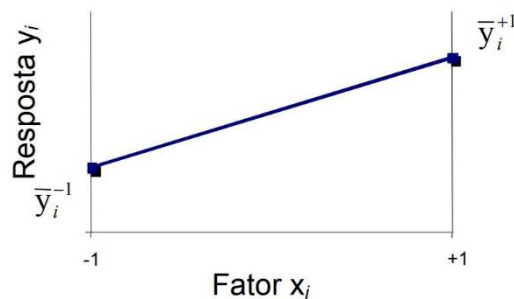
Nota: Adaptação de Ferreira (2016)

De maneira análoga ao cálculo do efeito principal, a Equação 32 é aplicada para calcular a estimativa dos efeitos de interação.

Estes efeitos podem ser representados graficamente. Para isso, Galdámez (2002) apresenta as seguintes propriedades:

- O sinal ($\pm$) indica a direção do efeito, isto é, se a resposta aumenta ou decresce com a variação do nível baixo (-) para o nível alto (+);
- A magnitude indica a intensidade do efeito.

O gráfico na Figura 26 apresenta o efeito principal. Esse gráfico linear ilustra a variação média das respostas em função da mudança de nível (baixo para alto) de um fator (x_i), mantendo os demais fatores constantes.

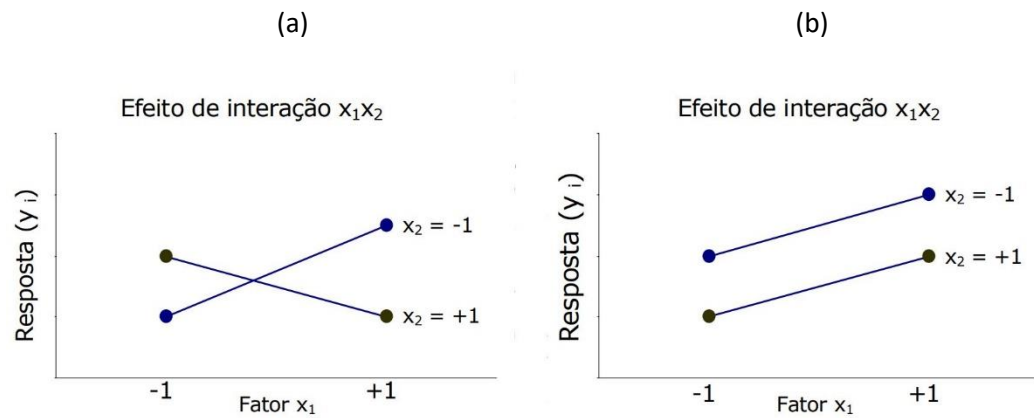
Figura 26 - Gráfico do efeito principal para planejamento fatorial 2^k 

Fonte: Galdámez (2002)

Os gráficos dos efeitos de interação apresentam a variação média de um fator em função dos níveis de outros fatores. A Figura 27 (a) indica interação entre os fatores x_1 e x_2 . É possível notar que a mudança de nível do fator x_1 na resposta depende do nível do fator x_2 . A Figura 27 (b) é possível observar que não há interação entre o fator x_1 e x_2 .

pois, o efeito provocado pela mudança de nível do fator x_1 é independente do nível do fator x_2 .

Figura 27 - Gráfico de interação dos efeitos



Fonte: Galdámez (2002)

3.0 METODOLOGIA

Conforme exposto na Seção 2.2 deste trabalho, os métodos de cálculo de lajes maciças atualmente são aplicados no dimensionamento da BubbleDeck. Ou seja, na análise da seção transversal da laje BubbleDeck, considera-se o formato retangular. Assim, para simular a presença dos formadores de vazio esférico na seção retangular, aplicam-se alguns coeficientes às rotinas de cálculo.

Desta forma, visando aprimorar o cálculo da laje *BubbleDeck*, foi realizado um refinamento método atual de análise de dimensionamento, a partir da verificação da seção transversal, considerando efetivamente os vazios procedentes das esferas plásticas.

Um projeto de laje foi proposto e, nele, dois exemplos foram realizados visando à validação das equações implementadas. No primeiro exemplo, a laje foi do tipo BubbleDeck, e seu dimensionamento ocorreu conforme as recomendações do item 2.2 deste trabalho. Posteriormente, a laje também foi do tipo BubbleDeck, e seu cálculo foi desenvolvido a partir da análise da seção transversal aproximada, isto é, considerando efetivamente a presença das esferas na seção transversal.

Por fim, foi implementado no MATLAB R2019a um modelo de otimização baseado na proposta de dimensionamento, utilizando a seção transversal autêntica da estrutura. Para isso foi aplicadas as rotinas já existentes no *toolboxes* para otimização, usando algoritmo genético. Este método de otimização foi escolhido por sua eficiência, facilidade de implementação e ampla aplicação em pesquisas conduzidas no Laboratório de Engenharia Computacional (LECOM), do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco, como demonstram os trabalhos de Bezerra (2017), Nunes (2018), Correia (2020) e Junior (2023).

No estudo em questão, a função objetivo terá como meta a minimização do consumo de concreto, e as variáveis de projeto correspondem as dimensões da seção transversal, e a área de aço.

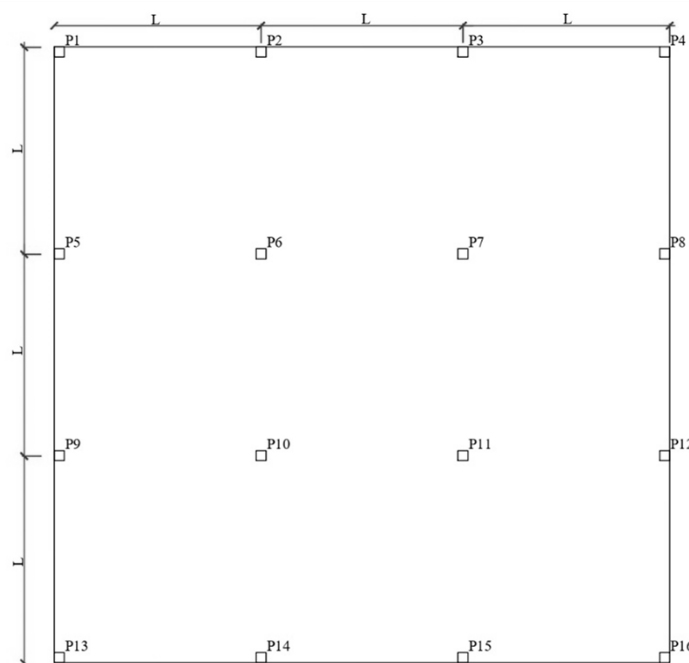
As variáveis envolvidas no processo de otimização foram previamente analisadas através do método de Planejamento de Experimentos, visando verificar o comportamento da mesma, a partir da variação dos fatores f_{ck} , vão da laje e carga de utilização da estrutura.

A otimização foi realizada para a faixa de laje mais solicitada, determinada conforme o item 2.4 deste trabalho.

3.1 Definição da planta de análise

Trata-se de uma laje apoiada diretamente sobre os pilares, submetida a um carregamento uniformemente distribuído g (peso próprio da estrutura). Adicionalmente, considera-se um revestimento de pisos de edifícios comerciais, com espessura de 5cm, gerando um carregamento de 1kN/m^2 , e uma carga variável de $2,5\text{kN/m}^2$. Esses valores levam em conta a natureza de utilização da estrutura, destinada a salas de uso geral em edifícios comerciais, conforme preconiza a NBR 6120 (ABNT, 2019). Os pilares possuem dimensão de $40\times 40\text{cm}$, e foram lançados na estrutura de forma alinhada e regular para facilitar a utilização dos métodos de análise de laje abordados anteriormente. O aço das armaduras é CA-50. Na análise, o concreto teve sua resistência característica variando entre 25MPa a 35MPa , em intervalos de 5MPa . A dimensão do vão da laje (L) foi variada de 7m a 10m em incrementos de 1m . A classe de agressividade é II, com cobrimento de 25mm . A laje considerada para análise está esquematizada na Figura 28.

Figura 28 - Modelo de laje proposto



Fonte: Autor (2023)

3.2 Análise 01 – Laje *BubbleDeck* com seção transversal retangular

Nesta análise, as prescrições da *BubbleDeck Internacional* nortearão o dimensionamento da laje. Sendo assim, a seção transversal é considerada retangular e para simular a presença das esferas plásticas na estrutura, coeficientes são aplicados.

O pré-dimensionamento para lajes *BubbleDeck* ocorre conforme recomendações da Tabela 1. O cálculo do peso próprio, conforme apresentado no item 2.2 deste trabalho, equivale a 65% do peso de uma laje maciça de mesma altura. No cálculo da inércia para verificação da rigidez à flexão, é considerado um coeficiente de 0,9, aplicado sobre a rigidez de uma laje equivalente. Durante o estudo do equilíbrio dos esforços na seção transversal, é necessário limitar a penetração da linha neutra nas esferas, segundo as recomendações do item 2.2.2.

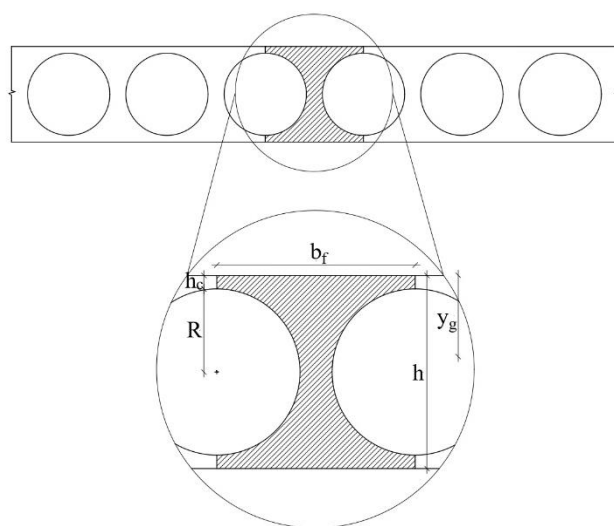
3.3 Análise 02 – Laje *BubbleDeck* com seção transversal verdadeira

Nesta abordagem é considerada a presença das esferas plásticas na análise dos esforços na seção transversal. A laje em planta e algumas considerações para dimensionamento estão postas no item 3.1 deste trabalho. A seguir será formulada uma rotina de cálculo para análise da seção transversal aproximada da laje *BubbleDeck*.

3.3.1 Análise da seção transversal da Laje *Bubbledeck*, considerando a influência das esferas plásticas

A Figura 29 apresenta um corte na seção transversal de uma laje *BubbleDeck*, detalhando as dimensões da nervura para análise.

Figura 29 - Seção transversal e nervura da laje *BubbleDeck*



Fonte: Autor (2023)

A análise da seção transversal da laje *BubbleDeck* exposta na Figura 29 seguirá as recomendações para análise de lajes com seção “T”, isto é, será considerado para a seção

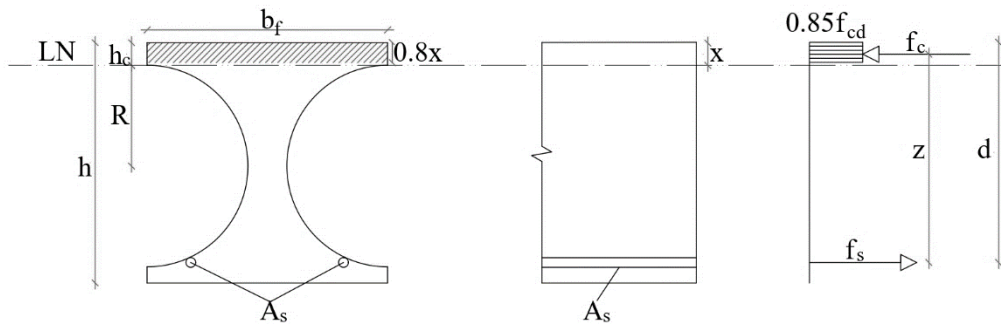
proposta duas situações, a depender do posicionamento da linha neutra na seção transversal.

Desta forma, conforme Carvalho e Filho (2015), quando a linha neutra está localizada na mesa de concreto, não haverá contribuição da nervura na resistência do esforço de compressão, estando ela completamente submetida à tração. Sendo assim, a região de concreto comprimida será retangular com largura b_f e limitada a uma altura máxima h_c (Figura 30). Caso contrário, com a linha neutra na nervura, esta apresenta uma parcela de contribuição na resistência ao esforço de compressão (Figura 31).

I. Primeira hipótese: Linha neutra cortando a mesa da seção transversal

As reações de equilíbrio para seção transversal da laje *BubbleDeck* com linha neutra localizada na região superior das esferas são apresentados na Figura 30.

Figura 30 - Seção com linha neutra posicionada na mesa



Fonte: Autor (2023)

Desta forma, o momento fletor resistente da mesa b_f é obtido a partir da seguinte equação.

$$M_{rd} = 0,68b_fx f_{cd}(d - 0,4x) \quad (33)$$

onde M_{sd} é o momento solicitante de cálculo, f_{cd} tensão de cálculo do concreto e x é a altura da linha neutra. O cálculo da área de aço obtida do equilíbrio dos esforços atuantes na seção transversal é dado pela equação 34.

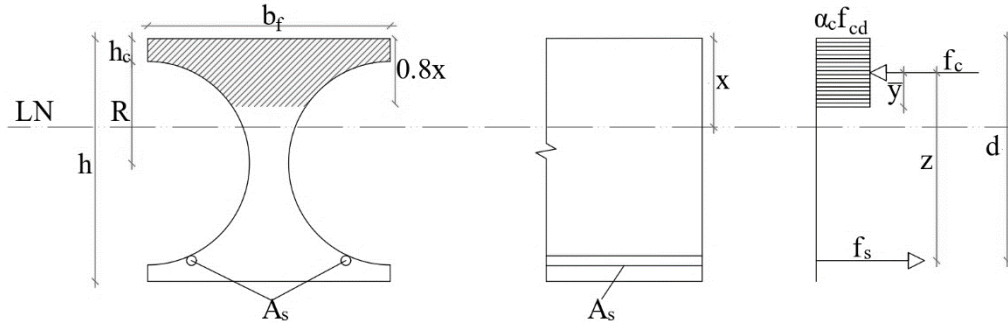
$$A_s = \frac{M_{sd}}{f_{yd}(d - 0,4x)} \quad (34)$$

Onde, d é a altura útil do elemento estrutural e f_{yd} equivale à resistência ao escoamento do aço.

II. Segunda hipótese: Linha neutra posicionada no interior das esferas

Apresenta-se na Figura 31 a reação de equilíbrio da seção transversal da laje *BubbleDeck*, considerando a linha neutra localizada no interior das esferas.

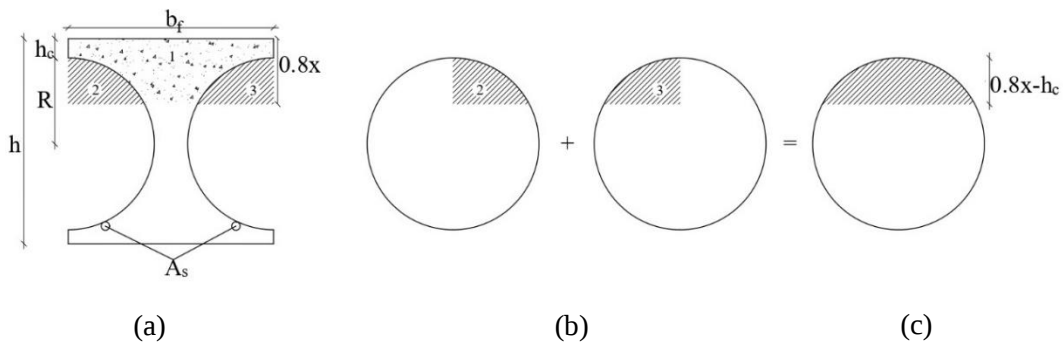
Figura 31 - Seção com linha neutra posicionada no interior das esferas



Fonte: Autor (2023)

A resultante da força resistente de compressão f_c é localizada no centro gravitacional da região comprimida. Esta é obtida a partir da multiplicação da área comprimida pela distribuição de tensão no concreto. A figura a seguir esquematiza o cálculo para definição da área da região de compressão.

Figura 32 - Definição da região de compressão



Fonte: Autor (2023)

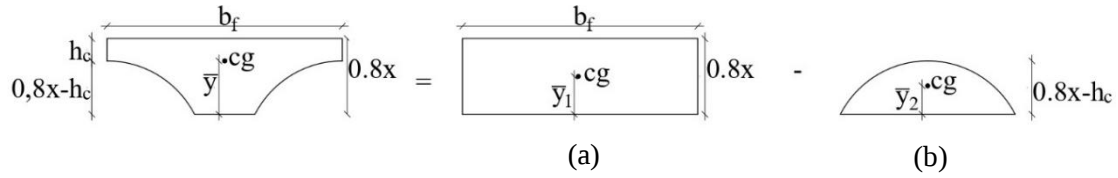
A área comprimida (A_{comp}) delimitada pela região 1 da Figura 32 (a) é obtida a partir da seguinte equação:

$$A_{comp} = b_f 0.8x - A_{sc} \quad (35)$$

onde, b_f corresponde a largura da mesa, x a profundidade da linha neutra e A_{sc} é a área do segmento circular conforme delimitação apresentada na Figura 32 (c).

A definição do centro de gravidade da região comprimida é calculada a partir da composição de áreas, conforme apresentado na Figura 33.

Figura 33 - Centro de gravidade da região comprimida



Fonte: Autor (2023)

O centro de gravidade da região comprimida $\bar{y}$ é obtido a partir da equação 36.

$$\bar{y} = \frac{y_1 A_1 - y_2 A_2}{A_1 - A_2} \quad (36)$$

onde, y_1 , y_2 , A_1 e A_2 correspondem respectivamente ao centro de gravidade e a área das figuras Figura 33(a) e Figura 33(b).

No Anexo 1 deste trabalho, encontram-se detalhadas as principais características geométricas do segmento circular

No cálculo do equilíbrio dos esforços na seção transversal, a distância z demarcada entre a força resistente de compressão f_c e a força resistente de tração f_s , é dada pela seguinte equação:

$$z = d - 0,8x + \bar{y} \quad (37)$$

onde, d é a altura útil da seção transversal, x a posição da linha neutra e $\bar{y}$ corresponde a coordenada vertical do centro de gravidade da região comprimida.

Verificando o equilíbrio na Figura 31, o momento fletor é apresentado a seguir:

$$M_{sd} = \alpha_c f_{cd} A_{comp} z \quad (38)$$

onde M_{sd} é o momento solicitante de cálculo, α_c é o parâmetro de redução da resistência do concreto na região comprimida, f_{cd} tensão de cálculo do concreto, A_{comp} corresponde à área da zona comprimida do concreto e z é o braço de alavanca.

A área de aço é obtida a partir da seguinte equação:

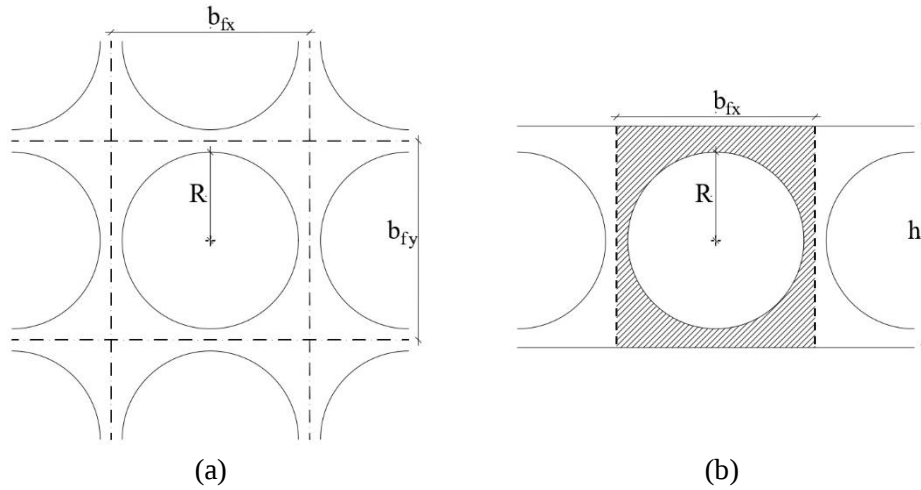
$$A_s = \frac{M_{sd}}{f_{yd} z} \quad (39)$$

onde, A_s equivale a área da armadura por metro linear, e f_{yd} corresponde a resistência ao escoamento de cálculo do aço.

3.4 Formulação do modelo de otimização

A função objetivo (Equação 40) implementada visa minimizar o volume de concreto necessário para a execução da laje. As variáveis de projeto consideradas no problema de otimização são as seguintes: a distância entre os eixos das esferas (b_f), altura total da laje (h), raio das esferas (R) e área de aço (A_s). A Figura 34 corresponde à vista em planta e um corte da seção transversal da laje para o cálculo do volume de concreto através da equação 39.

Figura 34 - (a) Corte da laje em planta e (b) seção transversal



Fonte: Autor (2023)

$$f(x) = \frac{b_{fx}b_{fy}h - \frac{4}{3}\pi R^3}{b_{fx}b_{fy}} \quad (40)$$

onde $f(x)$ corresponde a função objetivo associada ao volume de concreto em m^3/m^2 , b_{fx} e b_{fy} correspondem a distância entre eixo das esferas na direção x e y , respectivamente, h é a altura da laje e R o raio da esfera.

As restrições do problema de otimização da laje *BubbleDeck* são obtidas a partir das das recomendações normativas para projeto de estrutura de concreto armado, NBR 6118 (ABNT, 2023), das observações técnicas abordadas nos manuais da fabricante *BubbleDeck-UK* (2008) e *BubbleDeck-BR* (2022), conforme descrito na equação (41) a equação (51):

- O espaçamento entre as esferas (b_w) apresenta as seguintes limitações, conforme recomendações da EN 13747 (2005):

$$b_w \geq 2 \text{ cm} \quad (41)$$

$$b_w \geq 0,1b_f \quad (42)$$

- A distância mínima entre a face superior do elemento de enchimento e a face superior da laje (h_c) é definida pela EN 13747 (2005) como:

$$h_c \geq 0,1b_f \quad (43)$$

- A largura da seção transversal (b_f), conforme apresentado na Figura 29, é composta pelo diâmetro da esfera acrescido do espaçamento entre as mesmas:

$$b_f \geq 2R + b_w \quad (44)$$

- A altura da laje possuirá valor mínimo de 23 cm e máximo de 45 cm, valores limites utilizados pela *BubbleDeck* para confecção de painéis de laje:

$$23 \text{ cm} \leq h \leq 45 \text{ cm} \quad (45)$$

- As esferas plásticas utilizadas pela *BubbleDeck* possuem raio mínimo de 9cm e máximo de 18cm:

$$9 \text{ cm} \leq R \leq 18 \text{ cm} \quad (46)$$

- A área de aço da armadura longitudinal deve ser maior ou igual a área mínima atribuída de acordo com o item 13.3.5.2.1 da NBR 6118 (ABNT, 2023):

$$A_s \geq A_{s,min} \quad (47)$$

- Para assegurar adequado comportamento dúctil da estrutura, conforme a NBR 6118 (ABNT, 2023), é necessário que a razão entre a altura da linha neutra x e a altura útil d seja menor ou igual a 0,45.

$$\frac{x}{d} \leq 0,45 \quad (48)$$

- Para garantir segurança no ELU, conforme o item 16.1 da NBR 6118 (ABNT, 2023), o esforço solicitante de cálculo deve ser menor ou igual ao esforço resistente. Com isso, o momento solicitante de cálculo (M_{sd}) deve ser menor ou igual ao momento resistente de cálculo (M_{Rd}):

$$M_{sd} \leq M_{Rd} \quad (49)$$

- Na segurança do ELU, o esforço cortante solicitante de cálculo (V_{sd}) deve ser menor ou igual ao esforço cortante resistente de cálculo (V_{Rd}):

$$V_{sd} \leq V_{Rd} \quad (50)$$

- Na verificação de estado-limite de serviço, a flecha total da laje (a_t) deve ser menor ou igual a flecha total limite ($a_{t,lim}$) para o efeito da aceitabilidade sensorial.

$$a_t \leq a_{t,lim} = \frac{l}{250} \quad (51)$$

Deste modo, o problema de otimização pode ser escrito da seguinte forma:

Minimize:

$$f(b_x, b_y, h, R) = \frac{b_{fx} b_{fy} h - \frac{4}{3} \pi R^3}{b_{fx} b_{fy}} \quad (52)$$

Sujeito à:

$$b_w \geq 2 \text{ cm} \quad (53)$$

$$b_w \geq 0,1 b_f \quad (54)$$

$$h_c \geq 0,1 b_f \quad (55)$$

$$b_f \geq 2R + b_w \quad (56)$$

$$23 \text{ cm} \leq h \leq 45 \text{ cm} \quad (57)$$

$$18 \text{ cm} \leq d \leq 36 \text{ cm} \quad (58)$$

$$A_s \geq A_{s,min} \quad (59)$$

$$\frac{x}{d} \leq 0,45 \quad (60)$$

$$M_{sd} \leq M_{Rd} \quad (61)$$

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (62)$$

$$a_t \leq a_{t,lim} = \frac{l}{250} \quad (63)$$

3.5 Implementação computacional

Para otimização da laje *BubbleDeck* citada no item 3.1 e com seção transversal apresentada na Figura 29, foram empregadas as rotinas de otimização já existentes no *software* MATLAB, encontradas no solver *ga* na *Global Optimization Toolbox*. Neste trabalho, esta ferramenta foi empregada da seguinte forma:

$$[x, fval, exitflag] = ga(FUN_OBJETIVO, nvars, A1, [], [], [], [] nonlcon, \quad (64) \\ options)$$

onde, os dados dispostos antes da igualdade correspondem aos resultados a serem obtidos ao fim do processo de otimização. Desta forma, x retorna o valor ótimo de todas as variáveis, $fval$ o valor da função objetivo e $exitflag$ o critério de parada do problema. Os dados após a igualdade, entre parênteses, equivalem aos elementos necessários para funcionamento do algoritmo. Sendo assim, *FUN_OBJETIVO* corresponde a função objetivo, *nvars* a quantidade de variáveis pertencentes ao problema, *A1* a matriz que compõe as restrições de desigualdade linear, *b* o vetor que compõe as restrições de desigualdade linear, *nonlcon* as restrições impostas, *options* os parâmetros a serem seguidos pelo algoritmo para otimização e “[]” é o dado de entrada não preenchido.

No programa principal *OTIMIZADOR.m*, foram incluídas as informações de projeto necessárias para caracterização da estrutura, tais como a distância entre pilares, f_{ck} , f_{yd} , cobrimento e dimensões dos pilares. Ainda nesta seção, o solver *ga* e as restrições lineares e geométricas também foram estabelecidas. As restrições não-lineares foram implementadas a partir do desenvolvimento da função *RESTRICOES.m*. Para a implementação da função objetivo, foi desenvolvida a função *FUNOBJ.m* e posteriormente introduzida no programa principal.

3.6 Calibração dos parâmetros do Algoritmo genético

Após implementação do problema de otimização no MATLAB, procedeu-se com a calibração dos parâmetros da função GA, visando obter melhores resultados para a problemática em questão.

Para calibração do algoritmo, o planejamento fatorial completo (DOE) foi utilizado visando analisar os seguintes parâmetros da ferramenta *ga*: Tamanho da população (*PopulationSize*); Taxa de indivíduos produzida durante o cruzamento para compor a próxima geração (*CrossoverFraction*); Taxa de indivíduos que sobreviverão para próxima geração (*EliteCount*). Este método foi escolhido devido à sua simplicidade e a

sua aplicação em alguns estudos realizados nos últimos anos pelo grupo de pesquisa de Engenharia Computacional da UFPE, como os trabalhos de Correia (2020) e Júnior (2023). Para auxiliar na execução do DOE, foi utilizado o *software* de análise estatística Minitab 21.

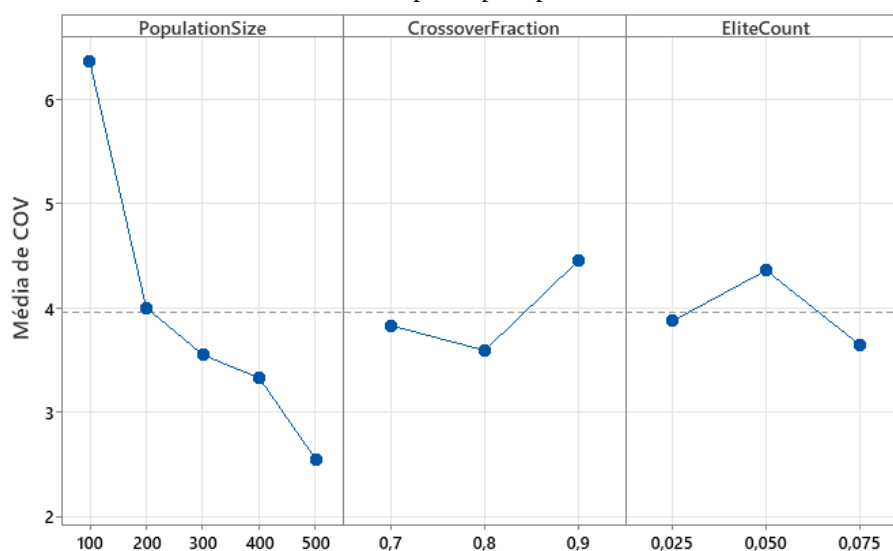
O algoritmo utilizado para resolução de restrições não-lineares (*NonlinearConstraintAlgorithm*) é o Algoritmo de Penalidade (*Penalty Algorithm*). Desta forma, se o indivíduo for inviável, este recebe como função objetivo o valor mais alto entre os membros viáveis, acrescida da soma das violações de restrição do indivíduo (MATHWORKS, 2020). Os parâmetros do *ga* analisados estão expostos na Tabela 6.

Tabela 6 - Parâmetros para calibração do <i>ga</i>	
Parâmetro do <i>ga</i>	Valores analisados
<i>PopulationSize</i>	100; 200; 300; 400; 500
<i>CrossoverFraction</i>	0,7; 0,8; 0,9
<i>EliteCount</i>	0,025; 0,05; 0,075

Fonte: Autor (2023)

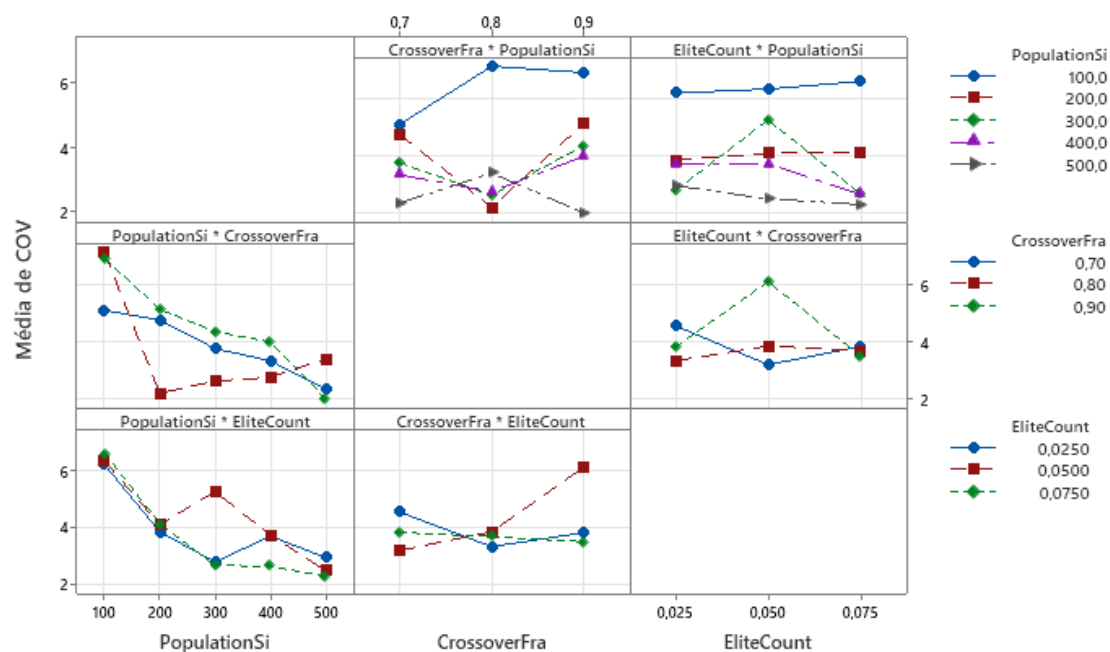
Para realização dos experimentos foi considerada a laje definida no item 3.1, com vão de 7,0m e *fck* de 25MPa. Em cada experimento, foram conduzidos 10 processos de otimização, e a partir dos resultados da função objetivo, o coeficiente de variação (COV) foi calculado. Esta variável de resposta foi escolhida pois, conforme Correia (2020), indica a eficiência da função *ga*. Desta forma, uma baixa variação da função objetivo em um conjunto de análises sugere uma convergência para o mínimo global. Os Gráfico 1 e Gráfico 2 apresentam respectivamente os efeitos principais e de interações para o COV.

Gráfico 1 - Efeitos principais para o COV



Fonte: Autor (2023)

Gráfico 2 - Interação para o COV



A partir do Gráfico 1, é possível observar uma significativa mudança na média do COV com a alteração dos parâmetros do GA. Dessa forma, nota-se uma redução na variável de resposta à medida que aumenta o valor do parâmetro *PopulationSize*. Quanto aos demais parâmetros, *CrossoverFraction* e *EliteCount*, a média do COV atinge o menor valor quando atribuídas a eles as configurações 0,8 e 0,075, respectivamente.

O Gráfico 2 destaca o efeito e interação entre os fatores para o COV. O nível de interação é medido a partir da inclinação das linhas do gráfico. Assim, quanto mais paralela a linha, menor será a interação entre os fatores. Portanto, é perceptível que a menor influência entre os fatores ocorre para *CrossoverFraction* e *EliteCount*, com linhas apresentando menor inclinação entre os níveis analisados.

A partir da análise dos Gráfico 1 e Gráfico 2 foi possível definir os valores para calibração do ga. A Tabela 7 apresenta os valores *default* e calibrados para os parâmetros do ga.

Tabela 7 - Parâmetros utilizados na calibração do ga.

Parâmetro do ga	Default	Calibração
<i>PopulationSize</i>	200	500
<i>CrossoverFraction</i>	0,8	0,8
<i>EliteCount</i>	0,05	0,075

Fonte: Autor (2023)

3.7 Validação da implementação do problema de otimização

Após calibração dos parâmetros da função GA, foi realizado a validação da implementação do problema de otimização. Desta forma, exemplos da literatura são utilizados para otimização, permitindo a comparação dos resultados obtidos. Esta etapa é fundamental para garantir confiabilidade na implementação realizada.

Desta forma, inicialmente recorreu-se aos estudos que tratam do dimensionamento tradicional de lajes maciças. Posteriormente, a laje *BubbleDeck* dimensionada por Presotto (2017) foi otimizada. Neste contexto, devido às diferentes formulações e considerações atribuídas para o cálculo das estruturas utilizadas para validação, procurou-se uma coerência nos resultados obtidos, priorizando uma análise contextualizada em vez de uma comparação direta entre as estruturas em análise.

3.7.1 Laje de Darwin et al. (2016)

Os autores projetaram uma laje maciça, apoiada diretamente sobre pilares, utilizando o método do pórtico equivalente. A laje localizada em um edifício de escritórios está submetida a uma carga de utilização de $4,9 \text{ kN/m}^2$, e uma carga permanente a ser acrescida do peso próprio de 1 kN/m^2 .

A laje possui as mesmas características em planta da estrutura apresentada na Figura 28. A distância entre eixos dos pilares é de 6,7 m, e a altura da laje é de 21 cm. Os pilares têm seção quadrada de 45 cm e altura de 3,6 m. O f_c' do concreto equivale a 28 MPa. No entanto, como este trabalho segue a NBR 6118, foi necessário converter esse valor, uma vez que as normas adotam critérios diferentes para a definição da resistência característica do concreto. Considerando um desvio padrão de 15%, a conversão resultou em um F_{ck} de 27,74 MPa. Como esse valor é muito próximo de 28 MPa, optou-se por adotar 28 MPa para simplificação.

As características da laje de Darwin *et al.* (2016) foram inseridas na implementação de otimização deste trabalho. Desta forma, ressalta-se que a formulação da implementação não foi alterada, apenas os parâmetros do problema modificados. Portanto, o resultado obtido trata-se de uma laje *BubbleDeck* otimizada, submetida às mesmas condições que definem a estrutura de Darwin *et al.* (2016). A Tabela 8 apresenta os resultados da otimização e da laje dimensionada por Darwin *et al.* (2016).

Tabela 8 - Laje dimensionada por Darwin et al. (2016) e pelo programa de otimização

Descrição	Darwin <i>et al.</i> (2016)	Otimização
bf (cm)	-	21,10
h (cm)	21,00	23,17
r (cm)	-	9,40
Volume de concreto (m ³ /m ²)	0,210	0,153
As	13,12 cm ² /m	2,11 cm ² /nervura

Fonte: Autor (2023)

Antes de prosseguir com a análise, é importante observar que os autores utilizaram as recomendações da ACI 318-14 (2014) para dimensionamento à flexão da laje. Sendo assim, o método dos pórticos equivalentes foi utilizado para quantificação do momento fletor atuante sobre a estrutura. O dimensionamento à flexão ocorreu especificamente na região de maior momento fletor, que, na estrutura em questão, corresponde no pilar P6 ilustrado na Figura 28.

Conforme os resultados apresentados na Tabela 8, a laje otimizada apresentou um ganho de altura de 10,3% e uma redução de aproximadamente 27% no volume de concreto, quando comparado com a mesma laje dimensionada por Darwin *et al.* (2016).

A área de aço obtida na otimização é associada a cada nervura da estrutura, definida pela distância entre eixos das esferas. Com cada nervura medindo 21,1 cm, em uma extensão de 1m a estrutura abrange cerca de 5 nervuras, resultando em uma área de aço de aproximadamente 10,55 cm²/m. Sendo assim, é possível constatar uma redução de 19,5% na área de aço.

A diferença no volume de concreto ocorre devido à adição de esferas na estrutura. Isso resulta na redução do peso próprio da laje, justificando consequentemente a diminuição da área de aço na faixa analisada. O aumento na altura da laje se faz necessário para acomodar as esferas de maneira adequada, atendendo a restrição de altura estabelecida pelo modelo estrutural adotado.

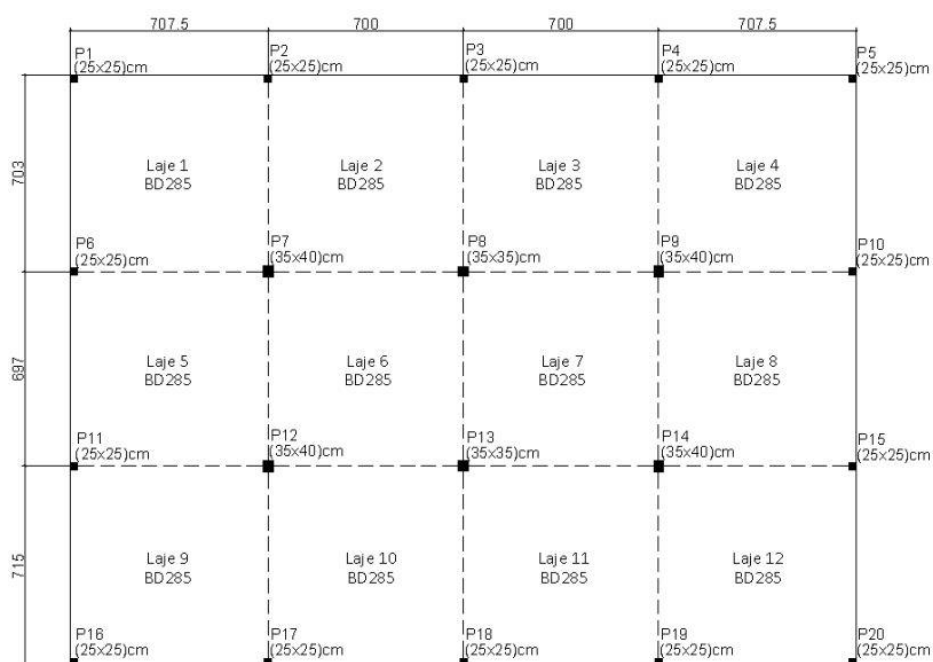
Assim, as variações dos resultados surgem das diferenças da formulação para o cálculo estrutural, devido ao modelo de laje escolhido para otimização. Desta forma, torna-se evidente uma similaridade entre as estruturas, permitindo afirmar que o programa implementado opera corretamente.

3.7.2 Laje *BubbleDeck* dimensionada por Presotto (2017)

A autora realizou o dimensionamento da laje *BubbleDeck* conforme as considerações de cálculo disponibilizadas pela *BubbleDeck* (2022). Isto é, coeficientes foram aplicados sobre o cálculo de uma estrutura de laje maciça equivalente, para simular a presença das esferas. A quantificação dos esforços ocorreu mediante o emprego do método dos pórticos equivalentes.

A estrutura dimensionada é composta por um concreto com resistência característica de 25 MPa. Ela está submetida a um carregamento permanente de 3,61 kN/m², atribuído ao revestimento e a alvenaria, além de uma sobrecarga de uso de 2,0 kN/m². Para o cálculo da estrutura a autora considerou a utilização da laje BD285, com esferas de 22,5 cm de diâmetro e adotou a espessura da laje de 30 cm. A Figura 35 apresenta as características em planta da laje de Presotto (2017).

Figura 35 - Laje de Presotto (2017)



Fonte: Presotto (2017)

Para otimizar a laje de Presotto (2017), os parâmetros citados anteriormente foram inseridos na implementação deste trabalho. Entretanto, ressalta-se que a formulação implementada pressupõe que todos os pilares sejam quadrados e tenham dimensões idênticas, além de que a distância entre eles deve ser uniforme. Desta forma, para otimização, foi considerada uma distância aproximada de 7m entre eixos dos pilares, com seção quadrada de 35cm. Os resultados obtidos pelo programa de otimização e por Presotto (2017) podem ser encontrados na Tabela 9.

Tabela 9 - Laje dimensionada por Presotto (2017) e pelo programa de otimização

Descrição	Presotto (2017)	Otimização
bf (cm)	25	21,99
h (cm)	30	23,45
r (cm)	11,25	9,43
Volume de concreto (m^3/m^2)	0,219	0,162
As	19,33 cm^2 /faixa	2,47 cm^2 /nervura
Flecha total	10,5 mm	17,42 mm

Fonte: Autor (2023)

Antes de prosseguir com a análise, é importante ressaltar que Presotto (2017) calculou a estrutura com base em uma laje maciça, com altura de 30cm e utilizou de coeficientes de minoração para simulação das esferas na estrutura. No programa de otimização, foi implementada a formulação exposta no item 3.3 para o cálculo estrutural da laje, que considera uma seção transversal aproximada da estrutura real.

Além disso, o dimensionamento exposto na Tabela 9 é referente a região de maior momento fletor da estrutura. Desta forma, a área de aço atribuída pelo programa de otimização destina-se às nervuras pertencentes a faixa de maior solicitação. No trabalho de Presotto (2017), foi observado que a autora utilizou o momento de cálculo para o dimensionamento, correspondendo ao esforço em uma faixa definida por $L/4$, onde L representa o vão da estrutura. Dessa maneira, compreende-se que a área de aço calculada refere-se à armadura necessária para uma faixa de $L/4$ da laje.

Neste contexto, considerando que as nervuras obtidas no programa de otimização possuem uma largura de 21,99 cm, são necessárias 8 nervuras para cobrir a extensão de uma faixa de laje (1,75m). Isso resulta em uma área de aço de aproximadamente 19,76 cm^2 .

Com base na análise da Tabela 9, nota-se que a distância entre os eixos das esferas foi reduzida em 12%, a altura total da laje diminuiu em 21,83%, e o tamanho das esferas foi reduzido em 16,17%. Essa combinação de ajustes resultou em uma diminuição global de 26% no volume de concreto.

Desta forma, a otimização pelo programa, que levou à diminuição do volume de concreto, resultou em um peso próprio menor para a laje. A redução no peso próprio da estrutura e da altura útil da laje são fatores que justificam a baixa variação na área de aço.

Além disso, o reajuste na altura da seção transversal da laje é uma das variáveis que pode justificar o aumento na flecha.

Portanto, observa-se uma semelhança entre as soluções, levando em consideração as diferentes formulações para o cálculo da estrutura. Assim sendo, é possível constatar que o programa implementado opera corretamente.

4.0 RESULTADOS

Na primeira parte desta seção, apresentam-se os resultados obtidos na análise da estrutura proposta conforme descrito no item 3.1 deste trabalho. Inicialmente, a estrutura foi concebida como uma laje *BubbleDeck*, levando em consideração os coeficientes necessários para simular a presença das esferas no interior da estrutura. Posteriormente, o cálculo foi realizado conforme descrito no item 3.4, no qual a seção transversal foi aproximada à verdadeira configuração da estrutura. Em seguida, procedeu-se à otimização da laje.

Na segunda parte dos resultados, item 4.2, foi conduzida uma análise paramétrica. Essa análise envolveu a variação da distância entre os eixos dos pilares, a carga de utilização e a resistência característica do concreto.

4.1 Dimensionamento e otimização da laje *BubbleDeck*

Trata-se de uma laje apoiada diretamente sobre os pilares, submetida a um carregamento uniformemente distribuído devido ao peso próprio, um revestimento de pisos com 5 cm de espessura (1 kN/m^2) e uma carga variável de $2,5 \text{ kN/m}^2$, conforme a NBR 6120. Os pilares possuem seção de $40 \times 40 \text{ cm}$ e estão alinhados regularmente. Para o cálculo estrutural, adotou-se um F_{ck} de 25 MPa e um vão de 7 m. A classe de agressividade é II, com cobrimento de 25 mm.

Considerando a estrutura descrita e a Tabela 1 de pré-dimensionamento para lajes *BubbleDeck*, a laje escolhida para o cálculo estrutural é a BD285. Esta estrutura possui uma altura de 28,5 cm, esferas com diâmetro de 22,5 cm e distância entre eixos de 25 cm. Além disso, a mesma apresenta um consumo de concreto correspondente a $0,19 \text{ m}^3/\text{m}^2$ e um peso próprio de $0,475 \text{ tf/m}^2$.

A Tabela 10 apresenta os resultados obtidos pelo dimensionamento da estrutura, seguindo as recomendações da *BubbleDeck*, a rotina de cálculo desenvolvida no item 3.4 deste trabalho e a otimização.

Tabela 10 - Resultados da análise da laje proposta

	Análise 01	Análise 02	Análise 03
Descrição	Dimensionamento conforme <i>BubbleDeck</i>	Dimensionamento conforme rotina apresentada em 3.4	Otimização
bf (cm)	25	25	21,58
h (cm)	28,5	28,5	23,44
r (cm)	11,25	11,25	9,44
Volume de concreto (m ³ /m ²)	0,19	0,189	0,158
As	7,79 cm ² /m	1,87 cm ² /nervura	1,81 cm ² /nervura
Flecha total (mm)	3,78	3,31	5,94
Tensão solicitante em C (MPa)	2,04	1,93	2,34
Tensão solicitante em C' (MPa)	0,56	0,51	0,71
Armadura de punção (cm ²)	2,58	2,52	3,54
Número de linhas	3	3	3

Fonte: Autor (2023)

A análise dos dados na Tabela 10 destaca uma redução significativa de 16,84% no volume de concreto para a estrutura otimizada, em comparação com aquela dimensionada conforme as recomendações da *BubbleDeck*. Em geral, todas as dimensões da seção transversal foram reduzidas: a distância entre os eixos das esferas teve uma diminuição de 13,68%, a altura da laje de 17,75% e o raio da esfera de 16,08%.

A área de aço também variou de acordo com o modelo de análise empregado. Na primeira análise, obteve-se uma armadura de 7,79 cm²/m. Nas análises seguintes, a área de aço foi especificamente definida para cada nervura analisada. Na análise 02, por exemplo, considerando que a nervura tem 25 cm e que, para uma região de 1 m de laje, são necessárias 4 nervuras, a área de aço calculada para essa região é de 7,48 cm². Aplicando a mesma lógica à estrutura otimizada, onde atribui-se 5 nervuras para 1 m de laje, obtem-se uma área de aço de 9,05 cm².

A redução da altura útil na estrutura otimizada está diretamente relacionada ao aumento da área de aço, assim como ao acréscimo na flecha. Nesse contexto, nota-se que

a armadura apresentou um aumento de 16,17% em comparação com a estrutura da Análise 01. Este acréscimo é ainda mais expressivo quando comparado à Análise 02, atingindo 20,98%.

A variação na área de aço entre a Análise 01 e 02 pode ser justificada pela formulação diferente usada no cálculo da estrutura. Na segunda análise, a presença das esferas é considerada na seção transversal, permitindo que tanto a mesa quanto a nervura contribuam para resistir aos esforços de compressão. Isso difere da estrutura 01, onde a altura da mesa se torna um fator limitante para a profundidade da linha neutra.

A análise de punção apresentada na Tabela 10 refere-se ao pilar mais solicitado da estrutura, ou seja, aos pilares internos. Observa-se uma redução tanto na tensão solicitante em ambos os perímetros críticos C e C'', quanto na armadura necessária para resistir à punção, na estrutura dimensionada. Este fenômeno pode ser justificado pela maior altura da laje em comparação com a estrutura otimizada. Conforme enfatizado por Santos (2018), o aumento da altura útil da laje contribui para aprimorar a resistência à punção das lajes lisas, proporcionando uma espessura maior de concreto disponível para resistir às forças de cisalhamento.

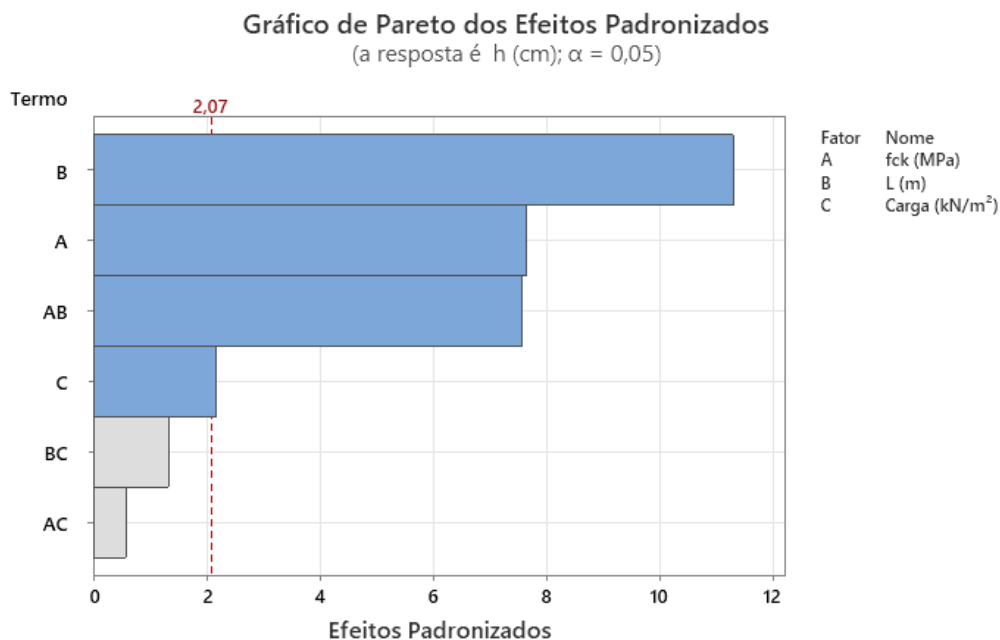
4.2 Análise paramétrica

Nesta seção, será apresentado o estudo paramétrico, considerando a variação do vão da laje, a carga de utilização da estrutura e a resistência característica do concreto. Para o planejamento dos experimentos e auxílio na análise estatística, foi empregado o software Minitab na sua versão 21. Na análise, o concreto teve sua resistência característica variando entre 25MPa a 35MPa, em intervalos de 5MPa. A dimensão do vão da laje (L) foi variada de 7m a 10m em incrementos de 1 m.

4.2.1 Altura ótima

A fim de examinar os parâmetros que impactam a altura ótima e sua magnitude, é apresentado o gráfico de Pareto dos efeitos padronizados (Gráfico 3). Esse procedimento foi conduzido com um nível de significância de 5% e um nível de confiança de 95%.

Gráfico 3 - Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para altura ótima, até segunda ordem



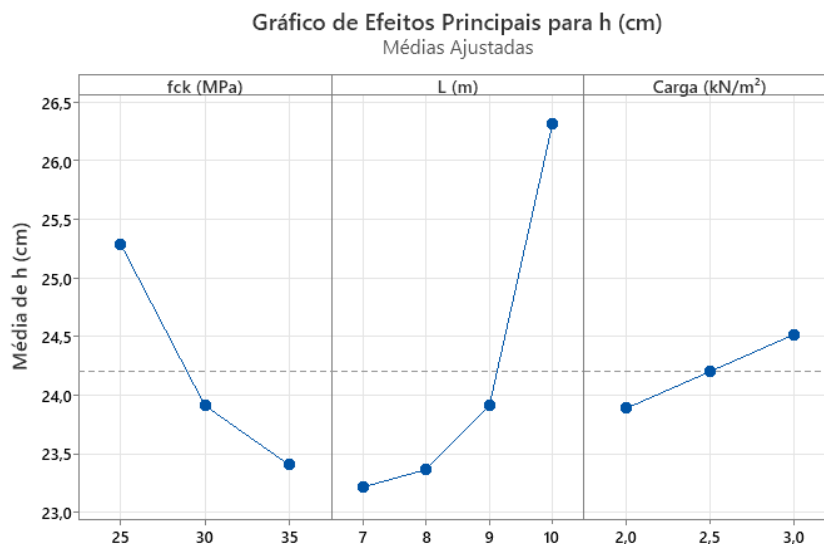
Conforme é possível verificar no Gráfico 3, todos os fatores analisados apresentam efeitos principais estatisticamente significativos a um nível de 0,05, uma vez que tais elementos ultrapassam a linha de referência marcada em 2,07. Entretanto, vale destacar que o fator B (distância entre eixo dos pilares) apresenta o maior nível de influência sobre a variável de resposta, devido a sua magnitude de efeito de 11,29.

O fator A (Resistência característica do concreto) e fator C (Carga de uso) também apresentaram influência significativa sobre a altura otimizada. Contudo, a carga de uso demonstrou menor impacto entre os itens analisados, devido a sua magnitude de efeito de 2,17, valor próximo ao limite estabelecido.

Na análise do Gráfico 3, observa-se que somente a interação A-B, entre f_{ck} e distância entre eixo dos pilares, apresenta efeitos principais estatisticamente significativos ao nível de 0,05. As interações entre os fatores B-C e A-C não demonstram significância em relação à altura ótima, visto que suas magnitudes de efeito são inferiores ao limite estabelecido. A interação entre os fatores analisados também pode ser verificada a partir do Gráfico 5.

No Gráfico 4 é possível analisar os efeitos principais, apresentado a variação da altura ótima para os diversos valores dos parâmetros analisados.

Gráfico 4 - Efeitos principais para a altura ótima



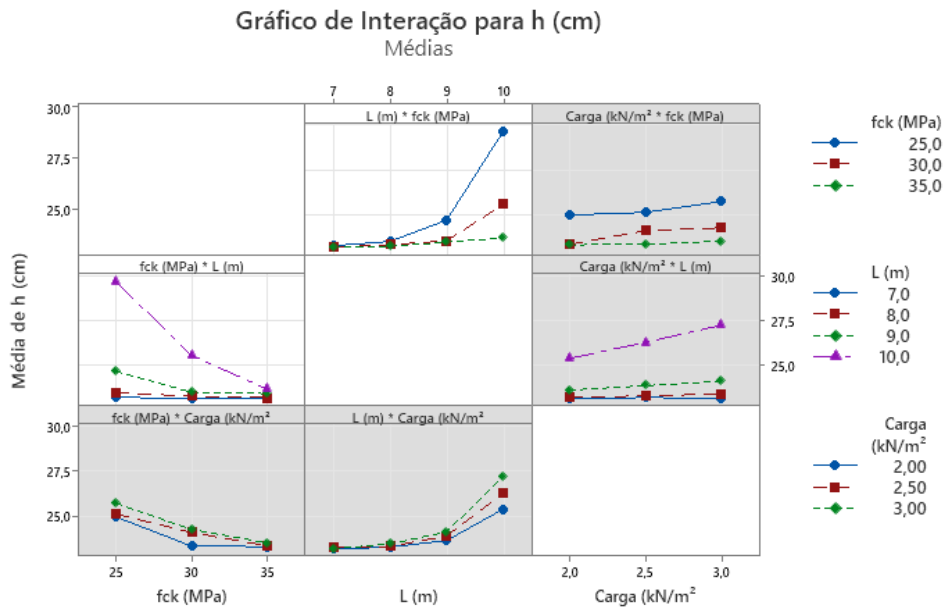
Fonte: Autor (2023)

Como citado anteriormente, a influência do fator sobre a variável de resposta é verificada no gráfico de efeitos principais a partir da inclinação da reta definida pelas médias da altura. Desta forma, uma inclinação menor indica baixa influência do fator sobre a variável de resposta.

Sendo assim, a partir do Gráfico 4, confirma-se que a carga de uso é o fator que exerce menor influência sobre a variável de resposta, devido a menor inclinação da reta. Além disso, observa-se que os fatores que mais influenciam na altura ótima da laje são a resistência característica do concreto e a distância entre eixo dos pilares.

No Gráfico 5 é exibido o gráfico de interação para os valores ótimos da altura. Na análise do gráfico de interação, o paralelismo das retas é indicativo do nível de interação entre os parâmetros. Desta forma, quanto mais paralelas forem as linhas no gráfico, menor será a interação entre os fatores.

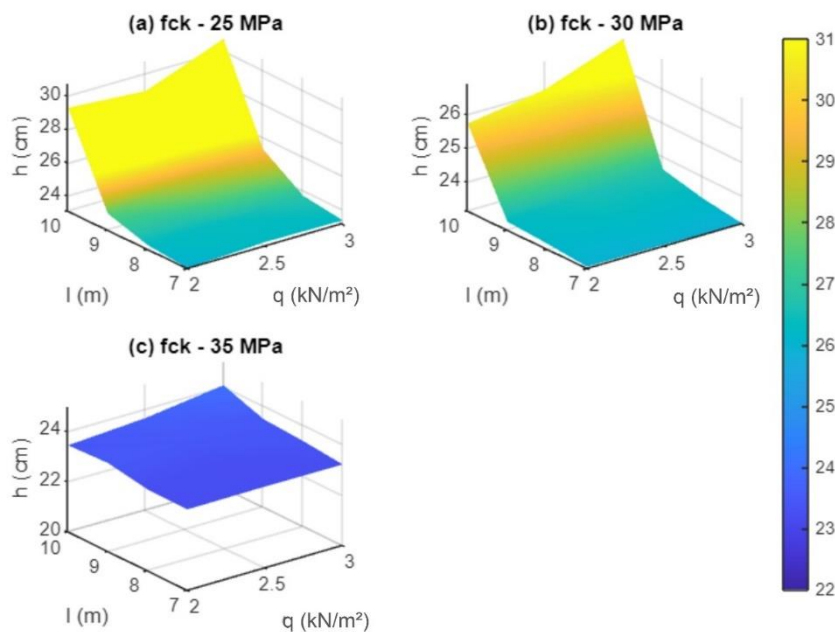
Gráfico 5 - Gráfico de interação para a altura ótima



Conforme citado anteriormente e evidenciado pelo o Gráfico 5, as interações entre a carga de uso e os demais fatores (f_{ck} e L) são pouco expressivas. Entretanto, a interação entre L e f_{ck} mostra-se mais significativa, exercendo maior efeito sobre a altura ótima.

Para realizar uma análise paramétrica do desempenho da altura ótima, o Gráfico 6 apresenta os valores otimizados para a altura da laje, levando em conta variações nos fatores f_{ck} , carga de uso e distância entre os eixos dos pilares.

Gráfico 6 - Análise paramétrica da altura ótima



Ao examinar o gráfico, destaca-se que, ao otimizar a laje com concreto de 35 MPa para um vão de 10 m e carga de uso de 3 kN/m², a altura ótima atingiu 24,06 cm. No entanto, sob as mesmas condições de carregamento e resistência do concreto, mas com um vão de 7 m, a estrutura resultou em uma laje com altura de 23,20 cm, representando uma variação de aproximadamente 3,5% na altura ótima.

Essa observação contrasta com o comportamento da laje dimensionada com concreto de 25 MPa, onde a altura registrou uma variação de 24,2% com a modificação do vão de 7 m para 10 m.

Neste contexto, é possível verificar que as menores variações na altura ótima ocorrem para concretos de maior classe de resistência. Conforme Araújo (2010), os concretos de maior resistência conferem à superestrutura a possibilidade de reduzir as dimensões das seções dos elementos estruturais.

Além disso, nota-se que o vão entre pilares possui relação diretamente proporcional com a altura, chegando a apresentar uma redução de até 24,18% quando comparando às lajes dimensionadas com 7m e 10m, ambas sujeitas ao mesmo f_{ck} (25 MPa) e carga de uso (3 kN/m²).

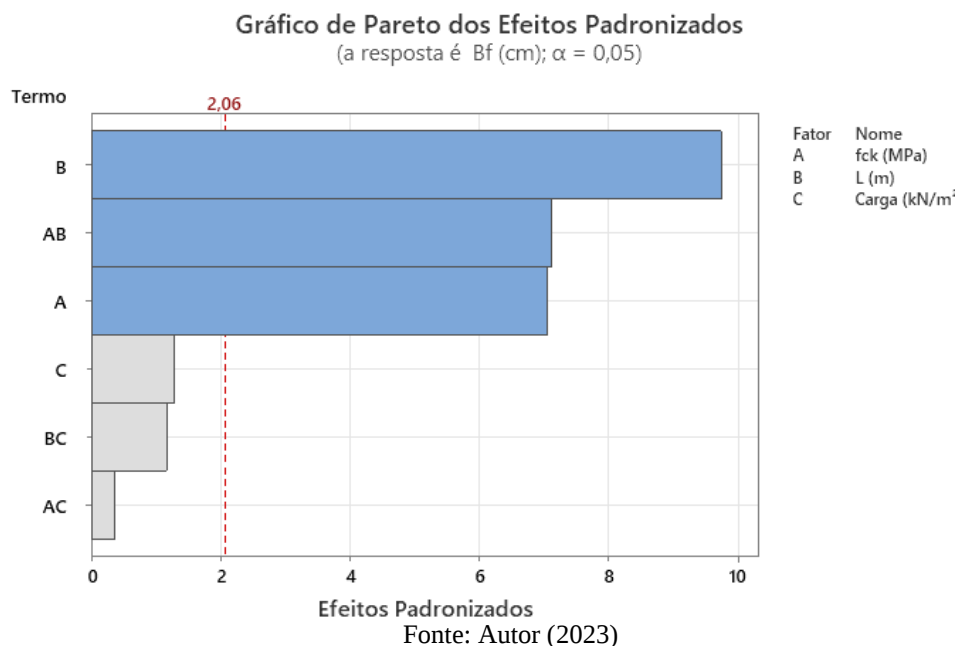
Ao analisar a influência da variação do carregamento na altura da laje, é evidente que esse parâmetro se mostra menos expressivo em comparação com os outros analisados anteriormente. Isso pode ser verificado ao considerar a estrutura otimizada com f_{ck} de 25 MPa e um vão de 8m, onde as alturas obtidas para as cargas de 2 kN/m² e 3 kN/m² são, respectivamente, 23,39 e 23,68, uma diferença de apenas 1,22%.

A análise do Gráfico 6 reforça que os parâmetros distância entre eixo dos pilares e resistência característica do concreto apresentam maior influência sobre a altura ótima.

4.2.2 Distância entre eixo das esferas

Para a análise dos fatores que influenciam na distância entre eixo das esferas, apresenta-se no Gráfico 7 o gráfico de Pareto para efeitos padronizados até segunda ordem.

Gráfico 7 - Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para distância entre eixo das esferas, até segunda ordem



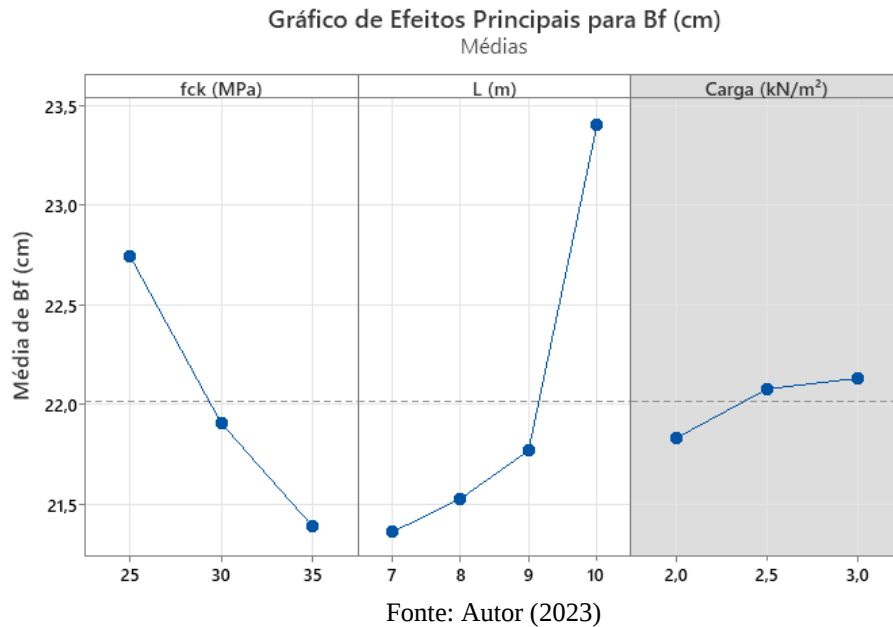
Na análise do Gráfico 7, identifica-se que apenas os fatores f_{ck} e L apresentam efeitos principais estatisticamente significativo ao nível de 5%, para a distância entre eixo das esferas, uma vez que as magnitudes de ambos foram de 9,73 e 7,05 respectivamente. O parâmetro carga se apresentou como insignificante, possuindo uma magnitude de 1,27.

Desta forma, ao verificar a influência dos fatores sobre a altura ótima e a distância ótima entre eixo das esferas, verifica-se uma diminuição de sua magnitude no último caso. Assim sendo, os parâmetros tem uma influência menor sobre tal variável, em comparação com a altura. Neste contexto, destaca-se o fator carga de uso, que apresentava uma influência significativa na altura, diferente do que pode ser visto na análise atual.

O Gráfico 7 ainda revela que as interações envolvendo o fator carga de uso não são estatisticamente significativas. Somente a interação f_{ck} - L apresentou um efeito mais expressivo, com um valor de 7,11.

Para melhor visualização da influência dos parâmetros sobre a distância ótima entre eixo das esferas, o Gráfico 8 apresenta os efeitos principais.

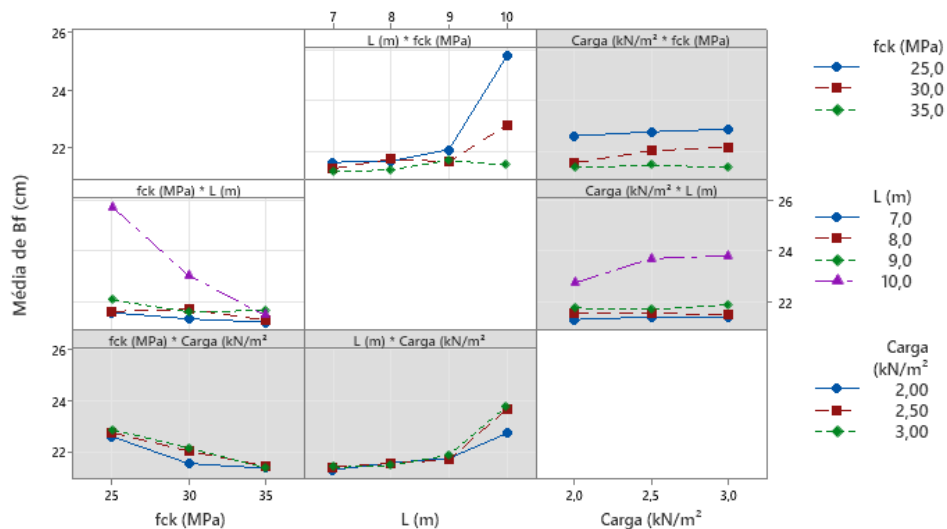
Gráfico 8 - Gráfico dos efeitos principais para a distância ótima entre eixo das esferas



Observa-se, a partir do Gráfico 8, que o comprimento continua sendo o termo que causa a maior variação na variável analisada, seguido pelo f_{ck} . A carga de uso, por outro lado, é o fator que menos influencia a variável de resposta, evidenciado pela pequena inclinação da reta no gráfico.

O Gráfico 9 apresenta o gráfico de interação entre os fatores na obtenção da distância ótima entre eixo das esferas.

Gráfico 9 - Gráfico de interação para distância ótima entre eixo das esferas
Gráfico de Interação para Bf (cm)
Médias

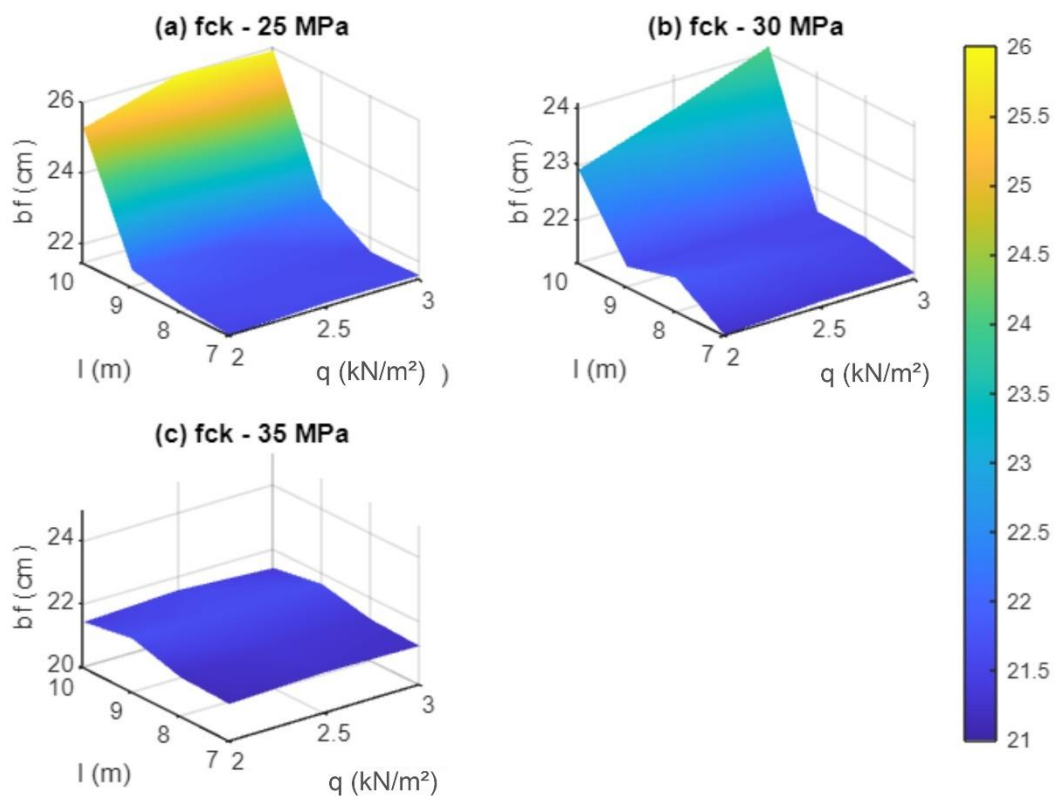


Conforme mencionado anteriormente e evidenciado no Gráfico 9, as interações envolvendo o fator carga não apresentam significância estatística, sendo este fato

atribuído ao paralelismo entre as retas que compõem o gráfico. É notável que a apenas a interação f_{ck} e l apresentam-se mais expressivas. Dessa maneira, observa-se um padrão semelhante ao destacado na análise da altura ótima, onde o fator carga também não se mostrou significativo quando em interação com outros parâmetros.

O Gráfico 10 exibe os resultados para a distância ótima entre eixo das esferas, referentes ao estudo paramétrico realizado mediante variações nos fatores f_{ck} , l e carga de uso.

Gráfico 10 - Análise paramétrica da distância ótima entre eixo das esferas



Fonte: Autor (2023)

A partir do Gráfico 10, nota-se que, para concretos de maior resistência, ocorre uma menor variação na distância ótima entre eixo das esferas. Isso se evidencia ao comparar os resultados obtidos para lajes dimensionadas com 10 m e 7 m, ambas com resistência de 35 MPa e carga de uso de 3 kN/m². Os valores para a distância ótima entre eixo das esferas foram de 21,37 e 21,04, respectivamente, representando uma diferença de apenas 1,54%.

O inverso ocorre ao analisar a estrutura dimensionada com f_{ck} de menor resistência. A variação na distância entre os pilares resultou em uma significativa mudança no valor da distância ótima entre eixo das esferas. Foi constatada uma redução de 25,58 cm para

21,50 cm, que corresponde a 14,95%, entre as estruturas dimensionadas com 10 m e 7 m, ambas com f_{ck} de 25 MPa, carregada com 2 kN/m². Quando atribuído um f_{ck} de 30 MPa e carregamento de 2 kN/m², a redução na distância entre eixo das esferas corresponde a 7,76%, considerando a distância entre pilares de 10 m e 7 m.

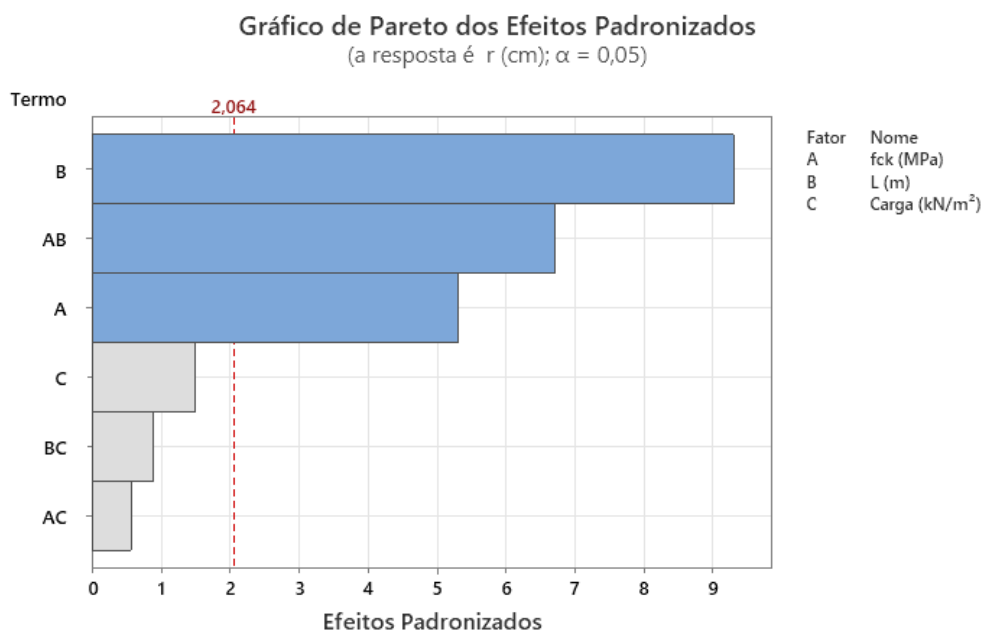
Ao examinar o comportamento da distância ótima entre eixo das esferas diante da variação da carga de utilização da estrutura, é possível reafirmar que tal fator apresenta pouca significância sobre a variável de resposta. Ao comparar duas estruturas dimensionadas com f_{ck} de 25 MPa e distância entre pilares de 9 m, onde a primeira possui carga de uso de 3 kN/m² e a segunda, 2 kN/m², observa-se uma redução de apenas 2,35% na distância ótima entre os eixos das esferas.

Dessa forma, a distância máxima entre os eixos das esferas corresponde a 25,88 cm, alcançada quando a laje foi dimensionada para um f_{ck} de 25 MPa, distância entre os eixos dos pilares de 10 m e carga de uso de 3 kN/m². Por outro lado, a menor distância entre os eixos das esferas foi de 21,13 cm, identificada na laje dimensionada com f_{ck} de 35 MPa, distância entre os eixos dos pilares de 7 m e carga de uso de 2 kN/m².

4.2.3 Raio da esfera

No Gráfico 11 é apresentado o diagrama de Pareto dos efeitos padronizados para o raio ótimo da esfera, considerando os termos de até a segunda ordem, a fim de analisar a influência dos fatores sobre a variável de resposta.

Gráfico 11 - Gráfico de Pareto dos efeitos padronizados para o raio ótimo da esfera, até segunda ordem



Fonte: Autor (2023)

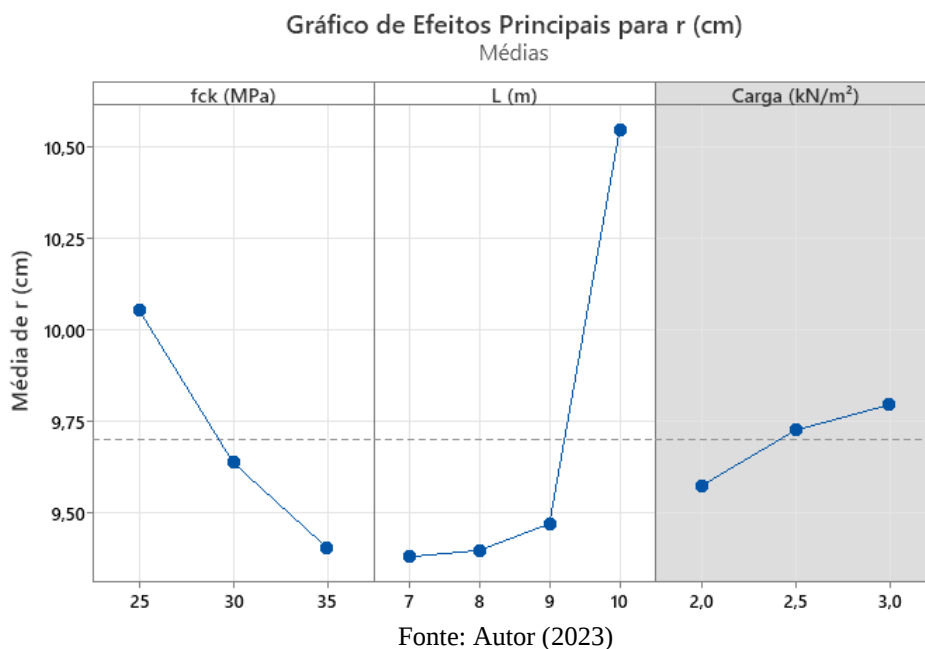
A partir do Gráfico 11, é possível observar que os fatores f_{ck} e l apresentaram magnitudes de efeitos de 9,299 e 5,295, respectivamente. Desta forma, tais fatores possuem efeitos principais estatisticamente significativos ao nível de 5%, uma vez que ultrapassam o limite mínimo de 2,064.

O parâmetro carga de uso mais uma vez revelou-se estatisticamente insignificante, devido à sua baixa magnitude de efeitos, a qual foi apenas de 1,50. Dessa forma, nota-se que esse fator demonstrou relevância somente em relação à variável altura.

Na análise do Gráfico 11, da mesma forma que ocorreu na análise da distância entre os eixos das esferas, todas as interações envolvendo o fator carga de uso não se mostraram estatisticamente significativas. Apenas a interação entre f_{ck} e l mostrou-se expressiva, com uma magnitude de efeito de 6,708.

Para melhor análise da influência dos fatores sobre a variável de resposta, apresenta-se no Gráfico 12 os efeitos principais para o raio ótimo.

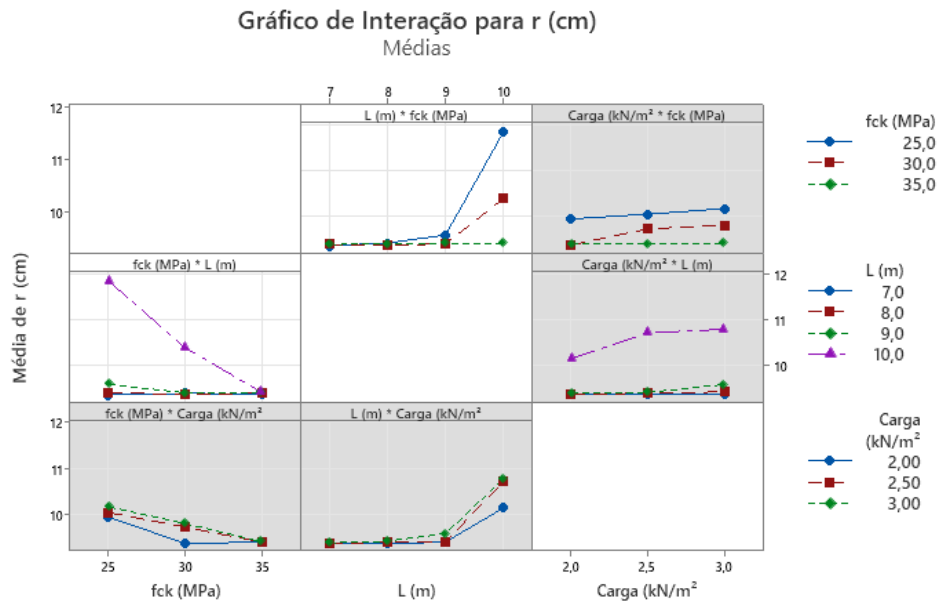
Gráfico 12 - Gráfico dos efeitos principais para o raio ótimo



Conforme observado no Gráfico 12, o fator carga foi o parâmetro que apresentou menor influência em comparação com os demais. Sendo assim, os termos f_{ck} e distância entre pilares continuam sendo os parâmetros mais significativos, uma vez que as retas que representam esses termos mostram uma inclinação mais pronunciada.

No Gráfico 13 é exibido o gráfico de interação entre os fatores, na obtenção dos valores ótimos do raio da esfera.

Gráfico 13 - Gráfico de interação para raio ótimo das esferas

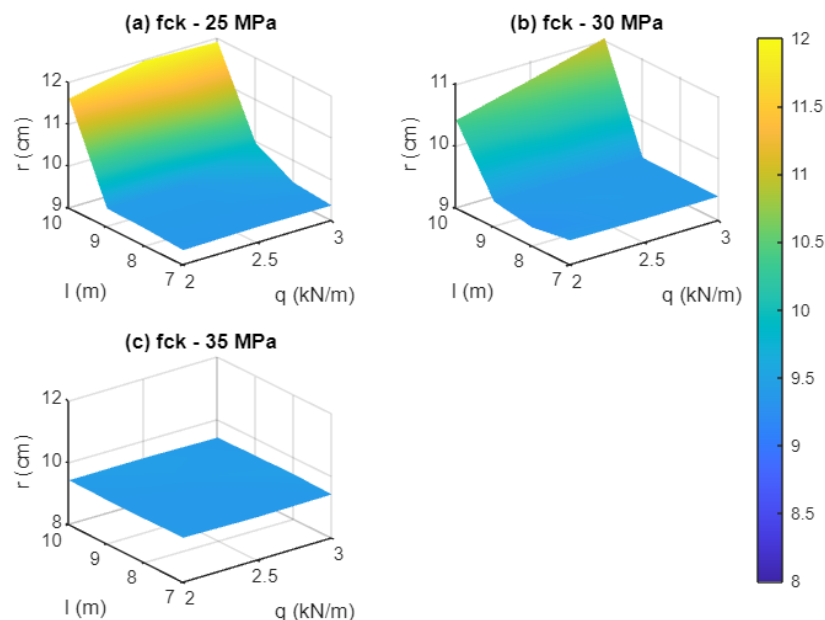


Fonte: Autor (2023)

Após uma análise do Gráfico 13, nota-se mais uma vez a ausência de significância estatística em todos os parâmetros relacionados ao fator carga. Assim, apenas os parâmetros f_{ck} e l se destacam como mais expressivos. Esse padrão assemelha-se ao observado na análise da altura ótima e da distância ótima entre as esferas, onde o fator carga também não se mostrou significativo em interação com outros parâmetros.

O Gráfico 14 exibe os valores ótimos para o raio da esfera, levando em consideração as variações nos parâmetros f_{ck} e na distância entre os pilares.

Gráfico 14 - Análise paramétrica do raio ótimo das esferas



Fonte: Autor (2023)

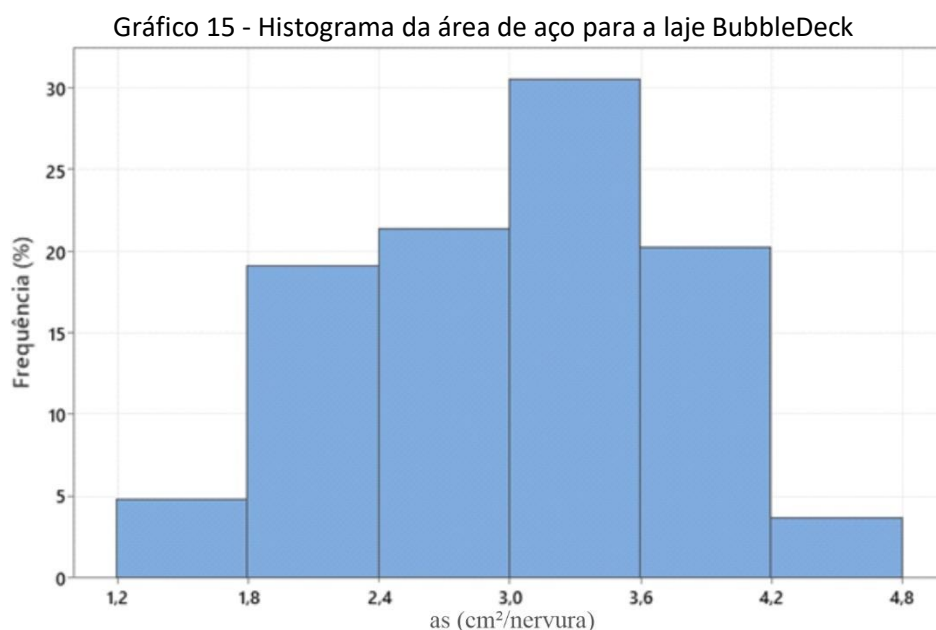
Com base na análise do Gráfico 14, destaca-se que a laje dimensionada com concreto com menor resistência apresenta uma variação mais significativa no raio da esfera. Nas lajes com vão entre pilares de 10 m e f_{ck} de 25 MPa, o raio médio da esfera alcançou aproximadamente 11,80 cm. No entanto, com essa mesma classe de concreto, mas agora com um vão de 7 m, o raio médio da esfera apresentou uma redução para 9,36 cm. Esses resultados indicam uma variação de aproximadamente 20%.

Na análise da laje com 35 MPa, observa-se o inverso. Conforme indicado pelo Gráfico 14 (c), a superfície gráfica que representa a variação do raio da esfera aparece quase plana e horizontal, indicando uma baixa variação no raio da esfera. Esse fato foi evidenciado nas análises anteriores, revelando que, para uma maior classe de resistência do concreto, as dimensões ótimas apresentaram uma variação menos expressiva.

Sendo assim, o raio máximo obtido foi de 11,91 cm, encontrado quando a laje foi otimizada com vão de 10 m, f_{ck} de 25 MPa e carga de utilização de 3 kN/m². O menor raio obtido entre as estruturas otimizadas foi de 9,29 cm, quando a estrutura foi calculada considerando o concreto com resistência característica de 25 MPa, o vão entre os pilares de 7 m e a carga de uso de 2 kN/m².

4.2.4 Área de Aço

O Gráfico 15 apresenta a frequência da área de aço obtida na otimização da laje *BubbleDeck*.

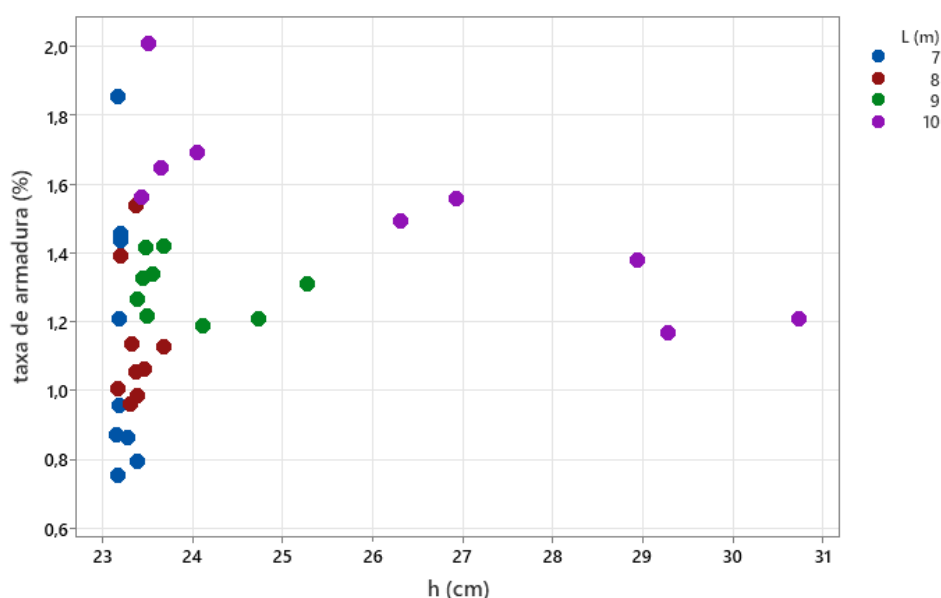


Fonte: Autor (2023)

A partir do Gráfico 15, é possível analisar a distribuição da área de aço atribuída às lajes otimizadas, variando de 1,2 cm² a 4,8 cm². Dentro desse intervalo, observa-se que cerca de 30% das estruturas otimizadas apresentam uma armadura na faixa de 3,0 cm² a 3,6 cm², seguido pelo intervalo de 2,4 cm² a 3,0 cm², o qual está presente em aproximadamente 22% das lajes.

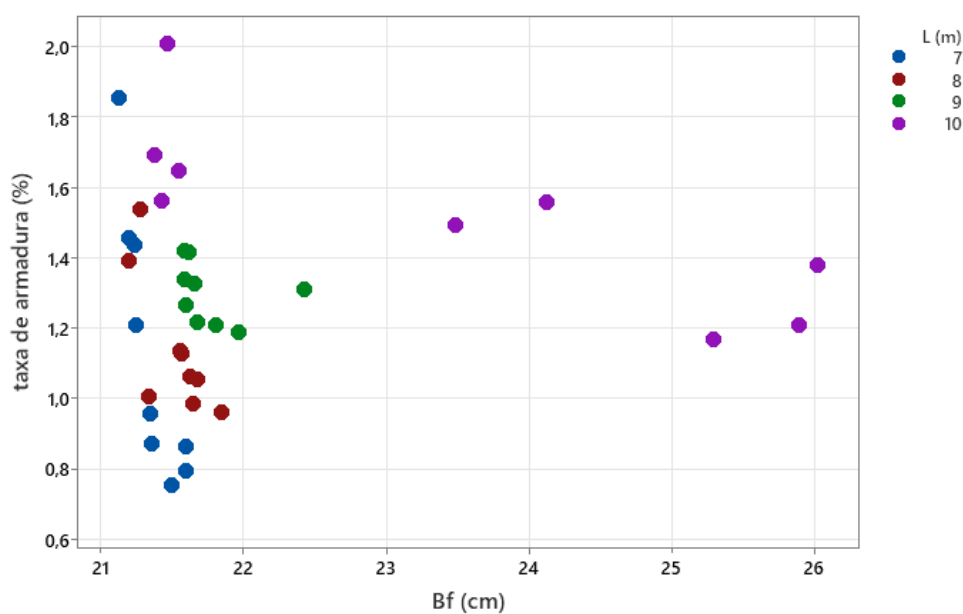
No Gráfico 16 e 17 é apresentado o gráfico de dispersão da taxa de armadura em relação à altura da laje e a distância entre eixo das esferas, respectivamente.

Gráfico 16 - Gráfico de dispersão da taxa de armadura em relação a h



Fonte: Autor (2023)

Gráfico 17 - Gráfico de dispersão da taxa de armadura em relação a b_f



Fonte: Autor (2023)

No Gráfico 16, nota-se que a maioria das estruturas analisadas apresenta altura na faixa de 23 cm e 24 cm. Nessa região, observa-se um aumento na taxa de armadura à medida que a distância entre pilares é ampliada. Notavelmente, as menores taxas de armaduras são verificadas para lajes com distância entre pilares de 7 m.

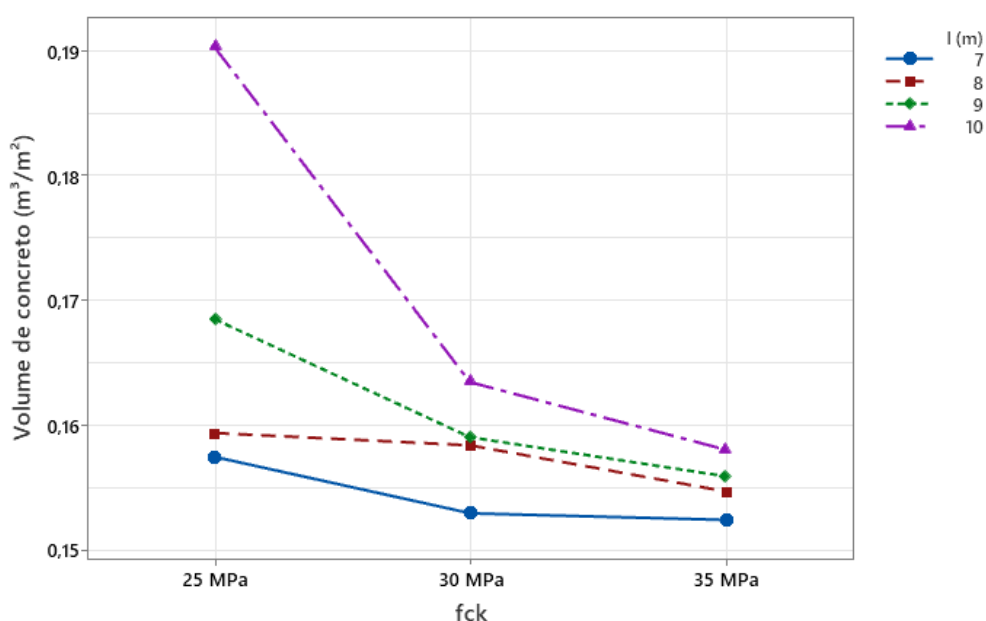
Nas lajes com distância entre eixos dos pilares de 10 m, observa-se que a altura da laje é um fator decisivo na taxa de armadura. Ou seja, à medida que há um aumento na altura da laje, a taxa de aço é reduzida.

No Gráfico 17, é possível observar um padrão semelhante ao apresentado no Gráfico 16. Nota-se que a maioria das estruturas possui a distância entre os eixos das esferas próximo ao limite mínimo da restrição, na faixa delimitada por 21 cm e 22 cm. Mais uma vez, a laje com uma distância de 7m entre pilares apresenta a menor taxa de armadura. A laje com 10m possui a maior dispersão, devido à maior variação na largura ótima, que, por sua vez, influencia diretamente a taxa de armadura. Constatou-se que, à medida que essa largura aumenta, ocorre uma redução na taxa de armadura.

4.2.5 Volume de concreto

O Gráfico 18 apresenta o volume ótimo de concreto para a laje BubbleDeck, obtido diante de diferentes situações dos projetos, considerando a carga de utilização da estrutura de 2,0 kN/m².

Gráfico 18 - Volume de concreto da laje otimizada com carga de uso de 2,0 kN/m²



Fonte: Autor (2023)

No Gráfico 18 observa-se que a laje apresenta uma redução no volume de concreto conforme variação na resistência característica do concreto, e na distância entre eixo dos pilares.

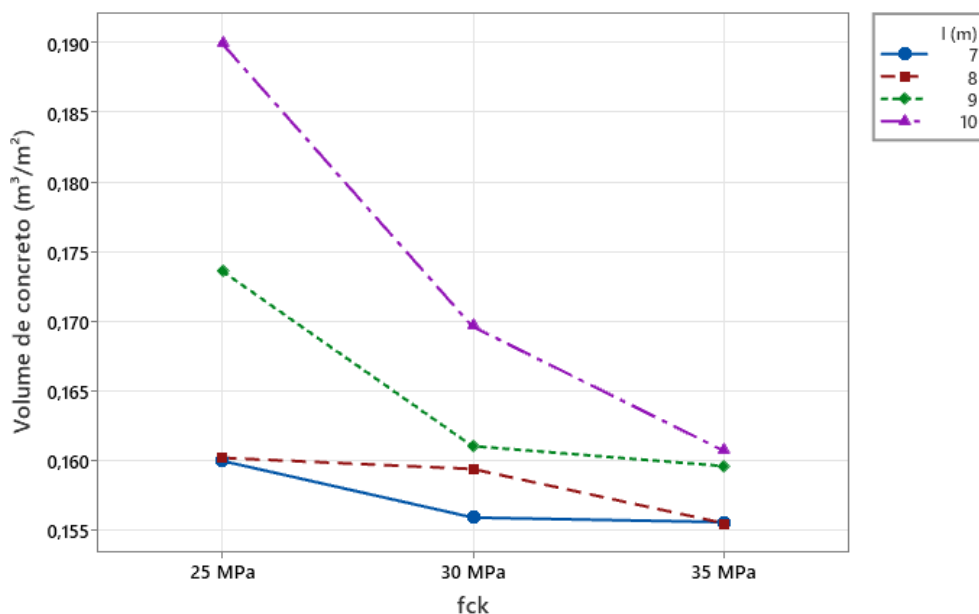
Analisando a influência do f_{ck} no volume de concreto, destaca-se a laje com vão de 10 m, que apresentou a maior variação no volume de concreto em comparação com as demais situações de projeto, registrando uma redução de 0,190 m³/m² para 0,158 m³/m² (16,96%), ao considerar a estrutura dimensionada com f_{ck} de 25 MPa e 35 MPa, respectivamente.

A menor variação no volume de concreto foi observada na laje com vão de 8 m, apresentando uma redução de aproximadamente 2,95%. Já o menor volume de concreto foi registrado na laje dimensionada com vão de 7 m e f_{ck} de 35 MPa. Este ponto apresentou um consumo de concreto de 0,152 m³/m².

Desta forma, destaca-se que os menores volumes de concreto para cada classe de resistência foram obtidos nos menores vãos.

O Gráfico 19 apresenta o volume ótimo da laje, dimensionada com carga de utilização de 2,5 kN/m².

Gráfico 19 - Volume de concreto da laje otimizada com carga de uso de 2,5 kN/m²



Fonte: Autor (2023)

Através dos resultados expostos no Gráfico 19, observa-se novamente a tendência na redução do volume de concreto, com o aumento do f_{ck} .

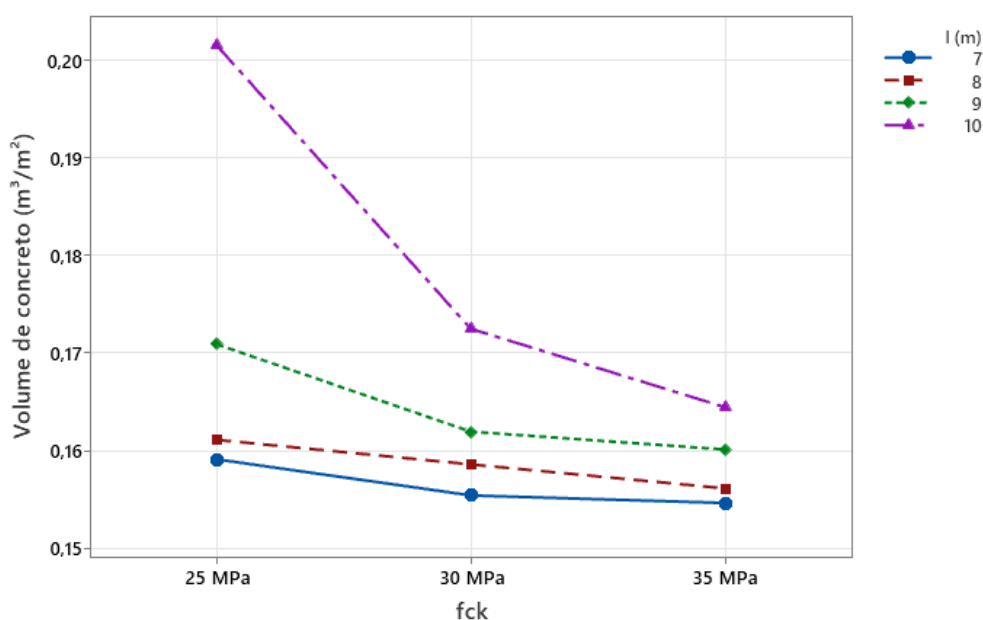
No entanto, vale destacar que nesta nova avaliação as estruturas otimizadas apresentaram um ganho no volume de concreto, devido ao aumento na carga de utilização. Na laje com vão de 7 m, e f_{ck} de 25 MPa, o volume de concreto da laje otimizada com

carga de uso de 2,0 kN/m² e 2,5 kN/m², saltou de 0,157 para 0,160 m³/m², respectivamente, representando um aumento de aproximadamente 1,6%. O maior acréscimo foi observado na laje com vão de 10 m e f_{ck} de 30 MPa, onde a variação foi de 3,7%.

Este aumento foi menos evidente na estrutura com vão de 10 m e f_{ck} de 25 MPa, onde o volume de concreto sofreu um acréscimo de apenas 0,18%, com a mudança da carga de utilização.

O Gráfico 20 exibe o volume da laje otimizada sob uma carga de utilização de 3,0 kN/m².

Gráfico 20 - Volume de concreto da laje otimizada com carga de uso de 3,0 kN/m²



Fonte: Autor (2023)

Para o consumo de concreto da laje otimizada sob uma carga de utilização de 3,0 kN/m², nota-se no Gráfico 20 um padrão semelhante ao mencionado anteriormente. Ou seja, as estruturas demonstraram uma diminuição no volume de concreto conforme a variação do f_{ck} .

Percebe-se nesta análise, uma maior variação no consumo de concreto para a laje com vão de 10 m. A mesma apresentou uma redução de 18,40% com a variação do f_{ck} de 25 MPa para 35 MPa. Entretanto, a laje de 7 m teve seu concreto reduzido em apenas 2,80%, quando otimizada sob as mesmas condições.

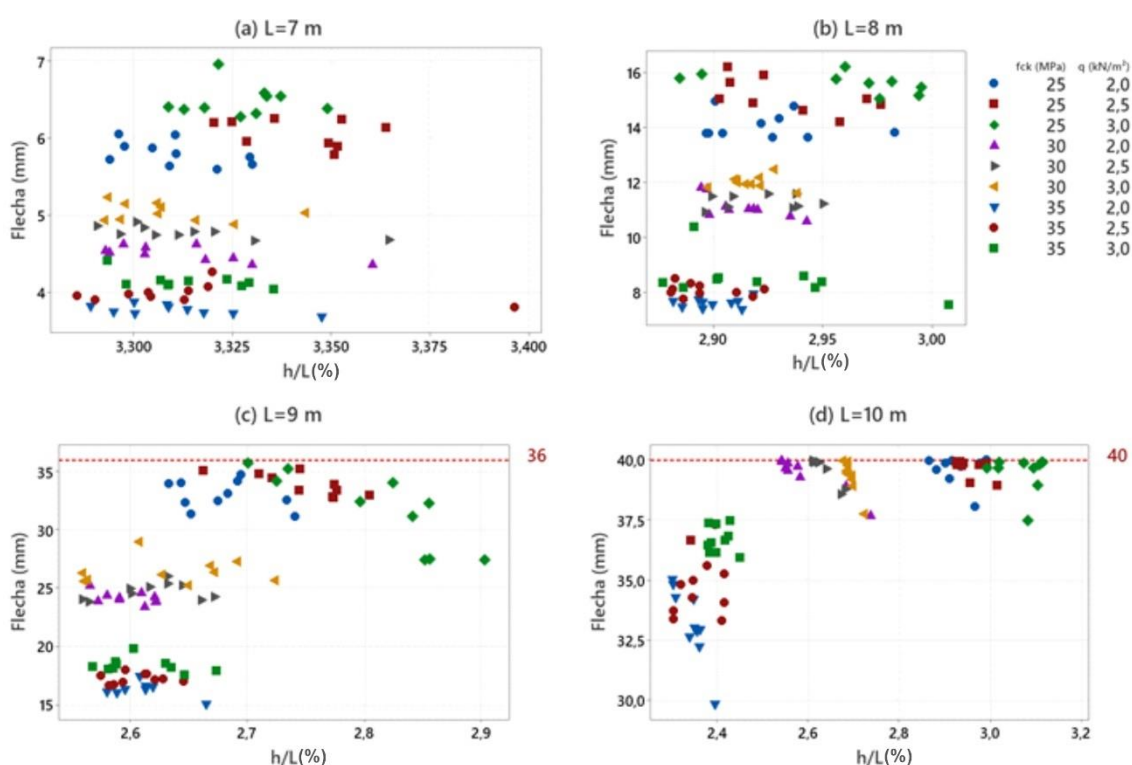
Avaliando a variação no volume de concreto, mediante mudança na carga de utilização, observa-se que as estruturas apresentaram um ganho de volume. Na laje com 10 m e f_{ck} de 25 MPa, este valor saltou de 0,190 m³/m² para 0,201 m³/m² (5,74%), quando a estrutura otimizada com 2,0 kN/m² e 3,0 kN/m², respectivamente.

Este fenômeno foi observado nas demais estruturas analisadas, no entanto a menor variação no volume de concreto (0,31%), foi constatada na laje otimizada com f_{ck} de 30 MPa, vão de 8 m e carga de utilização de 2,0 kN/m² e 3,0 kN/m².

4.2.6 Análise da deformação

Para análise da deformação máxima da laje, as flechas foram calculadas na região mais solicitada da estrutura (região central do painel localizado entre os pilares P1, P2, P5 e P7). Para a laje, foi considerado um deslocamento máximo vertical de $L/250$ (L =vão da laje). O Gráfico 21 apresenta os deslocamentos verticais em relação a h/L , para diferentes vãos da estrutura.

Gráfico 21 - Dispersão da flecha total em relação a h/L



Fonte: Autor (2023)

Com base no Gráfico 21, percebe-se que a flecha máxima das estruturas aumenta à medida que o vão da laje aumenta. No entanto, é notável que, em todas as situações de projeto, as menores flechas são registradas nos casos com os maiores valores de f_{ck} .

Ao examinar individualmente o comportamento da estrutura para cada classe de resistência do concreto, observa-se que, os menores deslocamentos são associados às estruturas otimizadas com menor carga de utilização.

Na estrutura otimizada com vão de 10 m, é possível constatar que as lajes com f_{ck} de 25 MPa e 30 MPa exibem deslocamentos mais próximos dos valores limites. Nesse

contexto, observa-se um aumento na relação h/L para a laje com f_{ck} de 25 MPa, indicando um acréscimo na altura da estrutura e, conseqüentemente, um ganho em rigidez para conter as deformações.

O mesmo ocorre na laje com vão de 9 m, no entanto observa-se que apenas as estruturas com f_{ck} de 25 MPa apresentam flechas próximas ao limite. Nesta região, observa-se também um aumento na relação h/L , especialmente para a estrutura otimizada com carga de uso de 3,0 kN/m².

As lajes com vãos de 7 m e 8 m apresentam as menores flechas, mantendo-se mais distantes dos limites correspondentes a 28 mm e 32 mm, respectivamente, para essas estruturas.

5.0 CONCLUSÃO

Neste trabalho, inicialmente, foi desenvolvido um modelo de cálculo para o dimensionamento da laje BubbleDeck, levando em consideração efetivamente a presença das esferas na estrutura. A análise dos resultados obtidos revelou que essa abordagem de cálculo apresenta resultados similares à metodologia de dimensionamento atual proposta pela *BubbleDeck* (2022).

Nesse contexto, se pode concluir que os coeficientes empregados no dimensionamento aproximado da laje demonstram coerência, evidenciada pela semelhança nos resultados obtidos. Esta constatação não apenas valida a eficácia do modelo proposto, mas também destaca a importância dos coeficientes no processo de dimensionamento aproximado da estrutura.

Na segunda fase deste trabalho, foi proposto um modelo de otimização, a partir da utilização do método dos Algoritmos Genéticos, com foco na minimização do volume de concreto necessário para a construção da estrutura da laje. Os resultados obtidos na otimização destacaram as vantagens do projeto ótimo em comparação com o convencional. O projeto otimizado revelou uma significativa redução de 16,84% no consumo de concreto, resultado de uma reconfiguração nas dimensões da seção transversal. Essa reconfiguração incluiu uma diminuição de 13,68% na distância entre os eixos das esferas, 17,75% na altura da laje e 16,08% no raio da esfera. Vale ressaltar que a magnitude dessa economia pode variar, dependendo das configurações de projetos adotadas.

Neste contexto, foram simuladas diversas condições de projeto, variando o vão, a resistência característica do concreto e a carga de utilização. Assim, foi possível observar uma influência mais significativa do vão e do f_{ck} sobre as variáveis de projeto.

Ao analisar a altura da laje, foi possível identificar uma forte correlação entre essa variável, o vão e o f_{ck} . Foi constatada uma relação diretamente proporcional entre a altura e o vão da laje, indicando um aumento na altura conforme o aumento do vão. No entanto, ao analisar a relação entre a altura e o f_{ck} , observa-se que esta é reduzida à medida que há um ganho na resistência do concreto. Dessa forma, nota-se uma baixa variação na altura para os diversos vãos analisados quando a otimização ocorre com concretos de maior classe de resistência.

A distância entre o eixo das esferas e o raio exibiram um padrão semelhante ao observado na altura ótima. À medida que o vão da laje aumenta, há uma tendência de

crescimento no valor das dimensões dessas variáveis, enquanto o aumento na resistência do concreto tende a reduzir seus valores.

Em relação aos valores ótimos da armadura, foi possível observar que as estruturas apresentaram uma área de aço variando de 1,2 cm² a 4,8 cm². Com taxas de armadura variando conforme o vão e a altura. Desta forma, as maiores taxas de armadura foram verificadas nas lajes com maior vão e menor altura. No entanto, foi possível constatar uma redução na taxa da armadura com o aumento da altura ótima.

Na análise do volume de concreto, observou-se que os menores consumos de concreto foram alcançados quando a estrutura foi otimizada com um f_{ck} mais elevado. Houve uma redução significativa de 18,40% ao variar o f_{ck} de 25 MPa para 35 MPa, mantendo o mesmo vão e carga de utilização da estrutura analisada. Além disso, constatou-se que a carga de utilização apresentou influência no volume de concreto. A variação desse parâmetro resultou em um acréscimo de 5,74% no consumo de concreto, ao comparar duas estruturas com o mesmo vão e f_{ck} , diferindo apenas na carga de uso, de 2 kN/m² para 3 kN/m².

Dentre os parâmetros considerados para a otimização, a carga foi o fator que apresentou menor impacto sobre as variáveis. Essa observação pode ser atribuída ao pequeno acréscimo numérico na variação da carga durante a análise paramétrica da laje em estudo. No entanto, não se pode negligenciar a importância desse fator na análise estrutural, uma vez que ele desempenha um papel significativo no dimensionamento estrutural, especialmente quando aplicado com maior magnitude.

Em relação ao comportamento em serviço, o cálculo da flecha foi realizado para o painel de laje mais solicitado, situado entre os pilares P1, P2, P5 e P6. Foi observada uma influência dos três parâmetros analisados na flecha total. Verificou-se que os menores deslocamentos estão associados aos maiores valores de f_{ck} , menores vãos e menores cargas. Por outro lado, as maiores flechas foram observadas nas estruturas com maior vão, menor f_{ck} e maior carga de uso. Nestas configurações, notou-se também um significativo aumento na relação h/L . Dessa forma, conclui-se que o aumento na altura tem como objetivo principal aumentar a rigidez da estrutura, consequentemente, controlando as deformações.

Portanto, este estudo propôs uma metodologia de otimização para a laje *BubbleDeck*, considerando efetivamente a presença das esferas na estrutura. O modelo de otimização desenvolvido permitiu estudar diferentes situações de projeto, com o objetivo de minimizar o volume de concreto. Nesta abordagem ampliou-se o entendimento sobre o comportamento da estrutura, e destacou, a partir dos resultados obtidos, não apenas a

eficácia do modelo proposto, mas também a relevância de abordagens que visam à otimização de projetos estruturais.

5.1 Sugestão para trabalhos futuros

- Otimizar a laje BubbleDeck com o intuito de minimizar os custos de produção da estrutura.
- Realizar uma análise de confiabilidade da laje BubbleDeck otimizada.
- Investigar os limites de fissuração durante o processo de otimização da laje.
- Realizar a otimização da laje BubbleDeck visando a redução do consumo de CO₂ na estrutura.
- Aprimorar o modelo proposto, incorporando outros métodos para a quantificação dos momentos fletores atuantes na laje lisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI COMMITTEE 318. *Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary* – ACI 318/2014. Farmington Hills, Michigan, American Concrete Institute, 2002.

ALI, Wondwosen Belay. *Two Dimensional Micromechanics Based Computational Model for Spherically Voided Biaxial Slabs (SVBS)*. Mason Archival Repository Service Norwegian University of Science and Technology, 2014, 177p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118:2014 – *Projeto de Estruturas de Concreto*, Rio de Janeiro, 2014.

BEZERRA, L. A. *Emprego de algoritmos genéticos para otimização de vigas de concreto armado*. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, PE, 2017.

BUBBLEDECK-BR (2022). *Manual do calculista BubbleDeck*, BubbleDeck Brasil LTDA

BUBBLEDECK-BR, disponível em, <<https://www.bubbledeck.com.br/>> acesso em: 19 de janeiro de 2023

BUBBLEDECK-UK (2008). *BubbleDeck structure solutions – Product introduction*. Part 1, BubbleDeck UK Ltd.

BUBBLEDECK-UK (2008). *Design Guide for compliance with BCA using AS3600 and EC2*, BubbleDeck UK Ltd

CARVALHO, R.C.; PINHEIRO, L.M. *Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: vol.2*. São Paulo: PINI, 2013.

COLEY, David A. *An introduction to genetic algorithms for scientists and engineers*. Singapore: World Scientific, 1999.

CORREIA, R. S. *Avaliação da confiabilidade de vigas otimizadas de concreto armado*. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2020.

DARWIN, David et al. *Design of concrete structures*. New York: McGraw-Hill Education, 786 p. ISBN 978-0-07-339794-8, 2016.

JÚNIOR, E. R. S. *Otimização de vigas de concreto armadas com barras de polímero reforçado com fibras de vidro (GFRP) utilizando algoritmos genéticos*. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2023.

EN 13747 (2005) - EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. *Precast concrete products - Floor plates for floor systems*,

EIBEN, A. E.; SMITH, J. E. *Introduction to Evolutionary Computation*. Berlin: Springer, 2017.

FERREIRA, F. M. G. *Otimização de Sistema de Ancoragem equivalente em Profundidade Truncada*. Tese (Doutorado). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE, 2016.

Gajewski, T. et al. Optimal Design of Bubble Deck Concrete Slabs: Serviceability Limit State. *Materials* 2023, 16, 4897. <https://doi.org/10.3390/ma16144897>

GALDÁMEZ, E. V. C. *Aplicação das Técnicas de Planejamento e Análise de Experimentos na Melhoria da Qualidade de um Processo de Fabricação de Produtos Plásticos*. Dissertação (Mestrado) – USP/EESC, São Carlos, SP, 2002

GASHAM, T.S. et. al. Improving punching behavior of interior voided slab-column connections using steel sheets. *Engineering Structures*, v. 199, 2019,

GOLDBERG, D. E. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. 1ª.ed. Boston: Addison-Wesley Longman Publishing, 1989.

GODOY, C. *Uma aplicação do planejamento de experimentos e carta de controle em uma indústria de cosméticos*. Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia, Bauru, SP, 2014.

GUARDA, M.C.C. *Cálculo de Lajes-Cogumelo pela Teoria das Charneiras Plásticas*. Dissertação (Mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, 1995.

HAQUE, M. et al. *Finite element analysis of bubble deck slab with various thickness of HDPE bubble*. *Materials Today: Proceedings*, India, v. 65. 2022

HARDING, Paul. *BubbleDeck – Advanced Structure Engineering*. New construction technology, [S. l.], 30 out. 2004. Disponível em: <http://www.bubbledeck-uk.com/pdf/BDArticle11-04copy.pdf>. Acesso em: 6 dez. 2022

IOANNIS N. T. *et al.* *Structural optimization employing isogeometric tools in Particle Swarm Optimizer*, Journal of Building Engineering, v. 24, 2019.

KOMO K22722/01: Bubbledeck vloersystemen / Bubbledeck Nederland BV. 2002.

LAI, T. *Structural Behavior of BubbleDeck Slabs and Their Application to Lightweight Bridge Decks*. Msc-Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, USA, 2010.

LIU X. *et al.* Genetic evolutionary structural optimization, Journal of Constructional Steel Research, v. 64, p. 305-311, 2008.

LANINI, T. L. S. *Estimativa da força de ruptura à punção em ligações laje-pilar interno sem armadura de cisalhamento de estruturas em concreto armado via modelos de regressão múltipla*. 2021. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Departamento, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2021.

LEDO, M. M. *Análise experimental à punção de lajes lisas tipo BubbleDeck com pilar interno*. Dissertação (Mestrado) - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2016.

MAIA, J. P. R. *Otimização estrutural: estudo e aplicações em problemas clássicos de vigas utilizando a ferramenta Solver*. 2009. 83 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos - SP, 2009.

MATHWORKS Inc. Global Optimization Toolbox User's Guide. Release 2020a (Versão 4.3), 2020.

MEDEIROS, G. F.; KRIPKA, M. *Algumas aplicações de métodos heurísticos na otimização de estruturas*. Revista CIATEC – UPF, vol. 4, pg 19-32. (2012)

MONTOYA, P. J.; MESSEGUER, A. G.; CABRE, F. M. (2000). *Hormigon armado*. 14^o ed. Barcelona, Gustavo Gili.

MONTGOMERY, D. C. *Design and Analysis of Experiments*, Ed. John Wiley & Sons, 3^a Edição, New York, 1991.

MONTGOMERY, D.C. 2001. *Design and analysis of experiments*. 5 ed., New York, John Wiley & Sons, 2001;

NASCIMENTO, K. M. B. *Dimensionamento otimizado de pilares de concreto armado utilizando algoritmos genéticos*. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, PE, 2017.

NUNES, J. P. A. *Otimização de lajes nervuradas de concreto armado, utilizando algoritmo genético*. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, PE, 2018.

NICACIO, W. G. (2018). *Comportamento à punção de lajes de concreto armado tipo BubbleDeck*. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD - 2A/18, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 200p.

PRESOTTO, A. C. *Dimensionamento de laje lisa maciça de concreto armado e laje bubbledeck – estudo comparativo*. TCC. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco – PR, 2017.

SANTOS, E. V. *Punção em Lajes Lisas – Método de Cálculo, Prescrições Normativas*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Brasília – DF, 2018.

SILVA, W.V (2016). *Análise Experimental do Comportamento à Flexão e Ligação Entre Painéis de Lajes Tipo BubbleDeck*. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM-01A/16, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 150p.

SIVANANDAM, S. N.; DEEPA, S. N. *Introduction to genetic algorithms*. New York: Springer, 442 p. 2008.

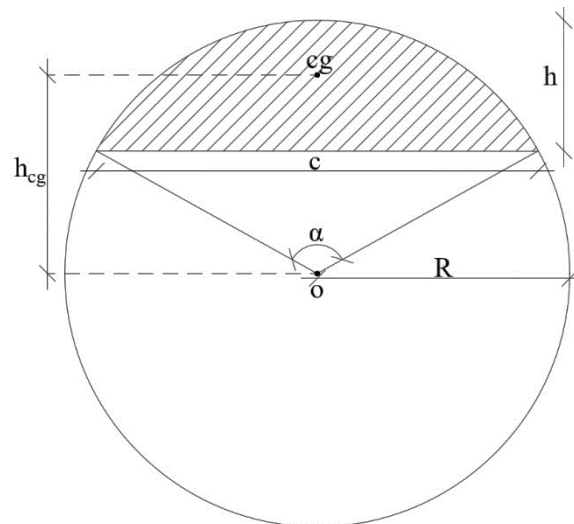
RAO, S. S. *Engineering Optimization: Theory and Practice*. 4o ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009.

VÉLEZ, D. I. A. *Otimização de Estruturas Reticuladas Utilizando Algoritmos Genéticos*. Dissertação (Mestrado), Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Universidade de Brasília. Brasília – DF, 2015.

XU, J. et al. *Application of a Genetic Algorithm with Random Crossover and Dynamic Mutation on the Travelling Salesman Problem*, Procedia Computer Science, v. 131, p. 937-945. 2018 (DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2018.04.230>).

ANEXO 01 - Características geométricas do segmento circular

Figura 36 - Segmento circular



Fonte: Autor (2023)

$$A = \frac{R^2}{2} (\alpha - \text{sen}\alpha) \quad (74)$$

$$h = R(1 - \cos \frac{\alpha}{2}) \quad (75)$$

$$c = 2R \text{sen} \frac{\alpha}{2} \quad (76)$$

$$h_{cg} = \frac{c^3}{12A} \quad (77)$$

onde:

A – Área do segmento circular

R – Raio da circunferência

α – Ângulo

h – Altura do segmento circular

c – Comprimento da corda

h_{cg} – Distância entre o centro de gravidade do segmento circular e o centro da circunferência