



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CAMPUS AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA-LICENCIATURA

LUTERO BANDEIRA CORREIA

**ANÁLISE DA ADEQUAÇÃO DIDÁTICA DA COMBINATÓRIA EM UM LIVRO
DIDÁTICO**

Caruaru
2025

LUTERO BANDEIRA CORREIA

ANÁLISE DA ADEQUAÇÃO DIDÁTICA DA COMBINATÓRIA EM UM LIVRO DIDÁTICO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Matemática-Licenciatura do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau licenciado em matemática.

Área de concentração: Ensino (Matemática).

Orientador (a): Cristiane de Arimatéa Rocha

Coorientador (a): Lidiane Pereira de Carvalho

Caruaru

2025

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Correia, Lutero Bandeira .

Análise da adequação didática da combinatória em um livro didático /
Lutero Bandeira Correia. - Caruaru, 2025.

63 p. : il., tab.

Orientador(a): Cristiane de Arimatéa Rocha

Coorientador(a): Lidiane Pereira de Carvalho

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de
Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Matemática - Licenciatura,
2025.

1. combinatória. 2. livro didático. 3. teoria da idoneidade didática. I.
Rocha, Cristiane de Arimatéa. (Orientação). II. Carvalho, Lidiane Pereira de.
(Coorientação). IV. Título.

370 CDD (22.ed.)

LUTERO BANDEIRA CORREIA

ANÁLISE DA ADEQUAÇÃO DIDÁTICA DA COMBINATÓRIA EM UM LIVRO DIDÁTICO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Matemática-Licenciatura do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau de licenciado em matemática.

Aprovada em: 22/07/2025

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Cristiane de Arimatéa Rocha (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Profº. Ma. Lidiane Pereira de Carvalho (Coorientadora)
Secretaria de Educação e Esportes - SEE/PE

Profº. Me. Edson Carlos Sobral de Sousa (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

Profº. Ma. Jaíne Macêdo Ferreira (Examinadora Externa)
Universidade Federal de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, obrigado por ter cuidado de mim em todo esse tempo, por ter me dado a salvação através do sacrifício e da ressurreição do Seu Filho, por todas as bênçãos que tens me proporcionado, são infinitas. O Senhor tem me mostrado todos os dias como é grande o seu amor, que alcança até alguém como eu, muito obrigado por ter me feito seu filho.

Agradeço aos meus pais, por todo apoio que sempre me deram, por toda a paciência e cuidado, amo vocês, não sei como conseguiram me suportar todo esse tempo, agradeço muito por isso.

Joana, obrigado por existir e ser tão incrível, agradeço por todos os nossos momentos juntos, você sempre me deixa sem palavras, amo você.

Fernanda, amiga, obrigado por me carregar nessa aventura que foi esse curso diversas vezes, por toda a paciência, sua animação, trabalhos juntos, mas principalmente pela sua amizade, por não ter ido embora durante toda a minha depressão, mas ter ficado, mesmo eu sendo bem insuportável.

Pedro, da mesma forma, obrigado por me aguentar em todas as minhas tristezas, e estar comigo em todos os momentos felizes, como se eles fossem os seus. Por todas as conversas diárias ao longo desses anos, pelas broncas, jogos, e por me chamar para ser o padrinho do seu casamento. Espero que essa amizade dure por toda a vida. Te desejo todo o sucesso do mundo.

Cris, obrigado por ser minha amiga. Agradeço pelo universo de coisas que me proporcionou aqui na UFPE, todos os projetos que participamos, em especial os do Lemape, nosso lar nesse curso. Obrigado por toda empatia, por torcer pelo meu sucesso, e estar sempre presente. Obrigado por me orientar neste trabalho (e em tantos outros). Seu nome está marcado na minha história.

Lidiane, muito obrigado principalmente pela sua amizade, e por me mostrar com seu exemplo o professor que quero ser, é a melhor professora que já conheci. Obrigado por toda a força, por toda a sua empatia, pela ajuda na escrita deste TCC, mesmo depois em dias corridos de trabalho e nos finais de semana. Perdão pela correria.

Jéssica, obrigado por me ensinar sobre amizade, você é uma pessoa excepcional. Torço pelo seu sucesso sempre.

Camilla, obrigado por toda ajuda quando nem me conhecia, quando cheguei de paraquedas na segunda ou terceira semana de aula. Por ser tão confiável e amiga, e pelo convite para o seu casamento. Espero que você e a sua família sejam muito felizes todos os dias, com a benção do Senhor.

Vitória, agradeço pela sua amizade desde sempre.

Jennyfer, obrigado por me ensinar e dividir os momentos no Lemape, você é muito divertida, e muito inteligente também, sinto sua falta.

João T., obrigado por toda a força amigo, sou muito grato a Deus por lhe conhecer, você é muito dedicado, esperto e divertido. Desejo-lhe tudo de bom sempre e que nossa amizade cresça cada vez mais.

Isaac, obrigado amigo por me suportar, e por toda a dedicação ao Lemape e à minha turma também, por tirar tantas dúvidas minhas, obrigado por toda a sua amizade e animação de sempre.

Isabella, obrigado pela amizade, e pela força, principalmente no estágio, nunca vou esquecer. Agradeço também pelas aulas de reforço para a turma, me ajudaram muito, seu futuro é brilhante, estarei comemorando seu sucesso, pode acreditar, mesmo longe.

Kalina, obrigado pela amizade do início, foi muito importante pra mim. Rayanne, agradeço pela sua animação, já me ajudou muito, você é muito divertida amiga. Jaelson, obrigado por me mostrar sua paixão pela matemática e seu vício por livros de matemática, também pelo seu exemplo como pessoa, espero te ver no doutorado em breve.

Lucas, agradeço pela amizade, pelas piadas, e parceria nas monitorias e no vôlei. Anderson, Warlyson e Malcolm, obrigado pela amizade de cada um de vocês. Josivaldo, agradeço pelas ótimas piadas, em destaque no online, e por ser nosso capitão do time de vôlei. Agradeço a Lara, pelas suas aparições, e por ser tão legal; a José Pedro, por sempre saber de todas as informações e disponibilizá-las, você é divertido amigo; a João Paulo, pelo bom humor e companhia. Obrigado Pedro Daniel, Gustavo Henrique, Anna, Maria Luiza, José Carlos, Nathan, e Gustavo Sobral pelos bons momentos compartilhados nesses anos, espero que eles não acabem por aqui.

Agradeço a Eduardo Mendonça, pelas listas, jogos, e caronas para a faculdade durante o PIBID.

Agradeço a Luís e a Erick, por me adotarem no Lemape e pelos jogos de Xadrez, a Samara, por me ensinar sobre felicidade, coragem e autenticidade. Agradeço a Kawan e a Aurélio, pela grande preocupação constante comigo, e pela coragem que beira a loucura.

Agradeço a José Eduardo, Carlos, Thalita e Manu, por serem descomunalmente legais comigo a todo instante, a Ellen, por me suportar nesses instantes finais, e pelos entrenós; a Camylle, por toda a ajuda com a minha defesa e sua amizade. Agradeço à Ícaro, Emy, e Manu, pelo cuidado comigo, e pelos lanches nesse último período.

Obrigado Marília, pelo futebol no Lemape e pelas conversas sobre o Corinthians. Joca, Fernanda, Kawan e Letícia, pelo suporte na minha defesa, a Rayane pela amizade, a Alex e Julya também, a Jonas, Ivanilson, José Eric, Edgar, Mateus, Elisson, Higor, Sara, Elias, a galera da química, Jéssyca, Kailane, Bruna, Cícera, Mariana, Dâmily e Victor.

Agradeço a Isabella, Aurélio e Cícera por me defenderem quando realmente precisei.

Obrigado aos pesqueirenses pelos momentos compartilhados no caminho, a Gabi, Andayra, Rayanne, Luiz, Elayne, Glória, Mateus, Erick, Sabrina, Camille, João Cícero, John e o restante do pessoal também.

Ao mestre e caro amigo Anderson Rodrigo, por me mostrar seu amor contagiante pela matemática pura, e que existem professores felizes em ensinar na educação básica, obrigado pelas aulas maravilhosas, certamente não me arrependo de ter bagunçado minha grade completamente para ter você como professor.

Agradeço a Maria do Desterro, por me ensinar matemática de verdade, começando no início, por me aceitar como monitor sem nem me conhecer e acreditar no meu potencial, por todo incentivo e ensino nesse processo de seleção do mestrado. Obrigado por toda a paciência, por ser uma excelente profissional, e pelas aulas divertidas também.

Jô, obrigado pela amizade, as histórias e por coordenar o Logames, agradeço pela sua felicidade quando fui aprovado na minha defesa. Agradeço a Dra. Jaqueline por ser a melhor coordenadora desse mundo, por se importar com nós discentes, e por comemorar (de verdade) minhas conquistas mesmo já tendo presenciado o mesmo acontecimento milhões de vezes.

Agradeço a Luan Danilo, por todo o apoio de sempre, conversas e pelas ótimas aulas de Cálculo III, Janiely, pelo entusiasmo, conversas, e pelo tempo em Estágio IV, saudades dos seus alunos, são ótimos. Agradeço a Simone por ser minha professora na disciplina de TCC2.

Cris, Ivanildo, Jô, Simone, Jaqueline e Valdir, por cuidarem tão bem do Lemape, e de nós monitores.

Agradeço a Edson e Jaíne, por comporem minha banca, e que mesmo com pouco tempo me deram recomendações tão detalhadas e pertinentes de como melhorar este trabalho.

Agradeço a Allan, pelos momentos no laboratório de física, aos professores Jean Felipe, Luciana, Lázaro, Naralina, Ricardo Braz e Edelweis; ao pessoal da Segec pelo trabalho com a minha documentação durante a graduação.

Sou grato pela vida de cada um de vocês, peço perdão se esqueci alguém. Obrigado por marcarem a minha história.

RESUMO

O livro didático é um dos principais recursos de ajuda ao professor na sala de aula. Ele pode ser útil especialmente em temas considerados difíceis pelos estudantes, como a combinatória. Assim, uma ferramenta capaz de apoiar o professor no planejamento de uma aula com o uso do livro pode ser um importante recurso para a construção de um processo de ensino e aprendizagem adequado. Essa pesquisa tem como objetivo analisar o grau de idoneidade didática do capítulo de combinatória em uma coleção de livros didáticos do Novo Ensino Médio, tendo como base a Teoria da Idoneidade Didática, presente no Enfoque Ontossemiótico (EOS). Inicialmente, componentes e indicadores foram escolhidos para formação de um guia para combinatória, e um levantamento das coleções utilizadas nas escolas públicas de Caruaru e Bezerros no ano de 2024 foi realizado. A coleção foi escolhida por ser a mais utilizada dentre as escolas pesquisadas nos municípios de Caruaru e Bezerros no ano de 2024. O capítulo sobre combinatória foi analisado e classificado segundo o guia elaborado de acordo com diferentes critérios de idoneidade. O resultado deste trabalho busca apoiar o professor em suas aulas de combinatória, provendo um material para guiá-lo no uso do livro para a realização de um processo de ensino e aprendizagem idôneo.

Palavras-chave: combinatória; livro didático; teoria da idoneidade didática.

ABSTRACT

The textbook is one of the main resources used to assist teachers in the classroom. It can be especially useful in subjects that present difficulties for some students, such as combinatorics. Therefore, a tool capable of supporting the teacher in planning a lesson using a book can be an important resource for building an adequate teaching and learning process. This research aims to analyze the didactic suitability of the combinatorics chapter in a collection of New High School textbooks, based on the Theory of Didactic Suitability, present in the Ontosemiotic Approach (EOS). Initially, components and indicators were selected to form a guide for combinatorics, and a survey of the collections used in public schools in Caruaru and Bezerros in 2024 was conducted. The collection was chosen because it was the most used among the schools surveyed in the municipalities of Caruaru and Bezerros in 2024. The chapter of combinatorics was analyzed and classified according to the guide developed conforming to various suitability criteria. The result of this work seeks to support the teacher in his Combinatorics classes, providing material to guide him in using the book to carry out a suitable teaching and learning process.

Keywords: combinatorics; textbook; theory of didactic suitability.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	11
2	O LIVRO DIDÁTICO.....	15
2.1	O PNLD.....	15
2.2	A COLEÇÃO MATEMÁTICA INTERLIGADA.....	16
3	O ENSINO DE COMBINATÓRIA.....	18
3.1	A COMBINATÓRIA NA BNCC.....	19
4	O EOS.....	22
4.1	A IDONEIDADE DIDÁTICA.....	24
4.2	A GALD-MATEMÁTICA.....	26
5	METODOLOGIA.....	28
5.1	CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA.....	28
5.2	ETAPAS DA PESQUISA.....	28
6	RESULTADOS.....	30
6.1	A GALD-COMBINATÓRIA ELABORADA.....	31
6.2	INDICADORES.....	33
6.2.1	Idoneidade Epistêmica.....	33
6.2.2	Idoneidade Cognitiva.....	39
6.2.3	Idoneidade Afetiva.....	42
6.2.4	Idoneidade Interacional.....	47
6.2.5	Idoneidade Mediacional.....	50
6.2.6	Idoneidade Ecológica.....	55
6.3	ANÁLISE DIMENSIONAL.....	56
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	60
	REFERÊNCIAS.....	61

1 INTRODUÇÃO

A combinatória é a *arte de contar*, ela “estuda técnicas de contagem – direta e implícita – de agrupamentos possíveis, a partir de elementos dados, que satisfaçam determinadas condições” (Borba; Rocha; Azevedo, 2015, p.1350). É um conteúdo apresentado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental e engloba uma ampla variedade de problemas com diferentes significados. Ela faz parte da Análise Combinatória, ramo da matemática que estuda os agrupamentos segundo alguns critérios, sem que haja necessidade de enumerá-los (Pessoa, 2009). “A combinatória assume os seguintes significados: produtos cartesianos, combinações, arranjos e permutações, os quais podem ser solucionados, dentre outras formas, através do princípio fundamental da contagem.” (Pessoa, 2009, p.73). Perceba que, embora os significados sejam diferentes, em todos eles há o levantamento de possibilidades (Pessoa, 2009).

A combinatória é imprescindível no nosso mundo, e os seus métodos têm aplicações em diversas áreas:

no cálculo das probabilidades, em problemas de transporte, de confecção de horários, de elaboração de planos de produção, de programação linear, de estatística, de teoria da informação, de biologia molecular, de economia, de lógica, [...] em problemas de Matemática Pura, como na teoria dos grupos e de representações, no estudo dos fundamentos da Geometria, nas álgebras não associativas, etc. (Guirado; Cardoso, 2007 *apud* Pessoa, 2009, p. 72).

Os problemas nesta área desenvolvem o raciocínio combinatório de cada estudante. Pessoa (2009) define o raciocínio combinatório como "um tipo de pensamento que envolve contagem, mas que vai além da enumeração de elementos de um conjunto." (p. 72).

De acordo com Borba, Rocha, Martins e Lima (2009), a prática docente tem mostrado que problemas de raciocínio combinatório podem despertar nos estudantes curiosidades e a participação na sala de aula” (*apud* Lima, 2010, p. 57). É interessante este último dado, pois é uma tarefa difícil cativar o interesse dos estudantes em uma aula de matemática. Um dos fatores que podem contribuir para isso é o fato da combinatória ser acessível para a maioria dos estudantes, já que exige menor quantidade de pré-requisitos para um entendimento das situações

abordadas em sala, diferentemente do que acontece com a álgebra, por exemplo (Lockwood, 2020).

Além disso, Inhelder e Piaget (1951) afirmam que a combinatória tem papel importante no desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático dos estudantes (*apud* Lima, 2010, p. 57). Além disso, os problemas da Análise Combinatória formam “um desafio para os alunos, pois exige flexibilidade de pensamento: é preciso perceber regularidades, controlar as variáveis, não perder de vista nenhum elemento e esgotar todas as possibilidades” (Pessoa, 2009, p.85).

Embora seja de grande importância para o mundo e para o estudante da educação básica, a Combinatória não é muito trabalhada na Base Nacional Comum Curricular, aparecendo em apenas duas habilidades do Ensino Médio, e numa delas voltada apenas ao cálculo de probabilidade.

Conversando agora sobre o referencial do trabalho, nos baseamos também na Teoria da Idoneidade Didática (ou adequação didática) elaborada por (Godino *et al.*, 2006; Godino, 2013) e apresentada detalhadamente e recentemente por Godino (2024), em seu livro *Enfoque ontosemiótico en educación matemática Fundamentos, herramientas y aplicaciones*¹.

Nos apoiamos nessa teoria por ser um referencial teórico que possibilita a análise e reflexão dos processos de ensino e aprendizagem considerando aspectos epistemológicos, cognitivos, didáticos e sociais. A teoria faz parte do Enfoque Ontossemiótico (EOS) que busca abordar uma integração entre diferentes teorias da Educação Matemática, em alguns casos construindo uma estratégia de hibridização entre elas, e em outros apenas “reconhecendo a complementaridade e o uso coordenado de várias teorias” (Godino, 2024, p. 26, tradução nossa).

Faremos um estudo do livro didático, que é um artefato cultural importante de mediação e apoio ao fazer pedagógico do professor (Brasil, 2021b), sendo portador de escolhas sobre: o saber a ser estudado, os métodos adotados para que os estudantes consigam aprendê-lo mais eficazmente e a organização curricular ao longo dos anos de escolaridade. (Brasil, 2016). Damos ênfase ao uso do livro no Ensino Médio, onde as habilidades descritas na BNCC podem ser trabalhadas em qualquer um dos três anos dessa etapa (Brasil, 2018).

¹ Enfoque Ontossemiótico na educação matemática: fundamentos, ferramentas e aplicações.

A partir de todo esse destaque que possui o livro dentro do ambiente escolar, buscamos uma forma de avaliar se o conteúdo sistematizado em um livro didático é adequado para um processo de ensino e aprendizagem de combinatória. Eis então o nosso problema de pesquisa: *Qual o grau de adequação de um livro didático do Novo Ensino Médio utilizado nas escolas públicas de Caruaru e Bezerros para o ensino e aprendizagem de combinatória?*

Nosso objetivo geral é: analisar o grau de idoneidade didática do capítulo de combinatória em uma coleção de livros didáticos do Novo Ensino Médio. Os objetivos específicos são: elaborar um guia de análise de livro didático para o ensino e aprendizagem de combinatória baseada na Idoneidade Didática e identificar o grau das diferentes dimensões da Idoneidade Didática sobre combinatória no livro didático selecionado.

Para realizar a pesquisa, foi desenvolvido um guia para análise dos capítulos, de acordo com a proposta feita por Céspedes, Burgos e Godino (2022) que elaboraram o GALT-Matemáticas (Guia de Análise de Lições de Livros Didáticos de Matemática), que chamaremos GALD-Matemática. No artigo, os autores sugeriram que, caso alguém quisesse analisar um tema específico de matemática presente no livro didático, o GALD-Matemática deveria ser adaptado ao conhecimento didático-matemático de tal conteúdo (Céspedes; Burgos; Godino, 2022). Apresentamos aqui um recorte do mesmo voltado para a combinatória.

Após a elaboração do guia, procuramos saber qual a coleção mais utilizada pelas escolas públicas pesquisadas nos municípios de Caruaru e Bezerros nas aulas de Matemática, e assim foi selecionada a coleção Matemática Interligada. Neste trabalho, analisamos o capítulo de combinatória presente nessa coleção, em seu volume Estatística, Análise Combinatória e Probabilidade. Essa coleção foi escolhida de acordo com o Edital de Convocação CGPLI nº 3/2019 - PNL D 2021 e utilizada na Escola de Referência do Ensino Médio (EREM) Arnaldo Assunção, EREM Professor Vicente Monteiro e EREM Professora Elisete Lopes de Lima Pires, em Caruaru, e nas escolas EREM Cônego Alexandre Cavalcanti e Escola Técnica Estadual (ETE) Maria José Vasconcelos em Bezerros no ano de 2024.

A pesquisa é relevante, pois disponibiliza um material detalhado que os professores possam utilizar para facilitar a escolha de livros didáticos para suas aulas de combinatória. Também abre margem para a mesma abordagem em outros

temas matemáticos. Ela traz um olhar desenvolvido pelos trabalhos de Breda, Font e Pino (2018), Céspedes, Burgos e Godino (2022), e Godino (2024) para o interior de Pernambuco, incentivando a utilização da Teoria da Idoneidade Didática na região. Esta pesquisa pode apoiar outras com o mesmo tema ou com temas semelhantes.

Após a introdução feita aqui no primeiro capítulo, discorreremos no segundo capítulo sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático - PNLD, a importância do livro didático e a coleção analisada. No terceiro, apresentamos uma defesa da combinatória na educação básica, e como ela é apresentada dentro da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). No quarto capítulo damos uma breve exposição ao Enfoque Ontossemiótico, apresentando aspectos da Teoria da Idoneidade Didática, com especial atenção ao GALD-Matemática. Na metodologia, apresentamos a classificação e as etapas da pesquisa. Nos resultados temos o guia elaborado, e a análise do capítulo do livro. Terminamos esta pesquisa com as considerações finais e sugestões para próximas pesquisas na área.

2 O LIVRO DIDÁTICO

Neste capítulo apresentamos brevemente o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) e apresentamos a coleção analisada.

2.1 O PNLD

O Programa Nacional do Livro e do Material Didático é desenvolvido pelo Ministério da Educação e tem como fim

avaliar e disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita, às escolas públicas de educação básica das redes federal, estaduais, municipais e distrital e às instituições comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público. (Brasil, 2020, p.2).

A coleção analisada segue o Edital de convocação nº 03/2019 – CGPLI (Brasil, 2019) que estabelece um ciclo de três anos para as coleções escolhidas, indo de 2023 até 2025. Após esse período deve entrar em vigor a próxima seleção, em que novas coleções serão selecionadas e utilizadas entre 2026 e 2029 (Brasil, 2024).

O Guia Digital PNLD 2021 do ensino médio indica que o livro didático “traz para o processo de ensino e aprendizagem mais um elemento, o seu autor, que passa a dialogar com o professor e com o estudante.” (Brasil, 2016, p. 14). (Brasil, 2020, p. 3), e acena para a importância do processo de seleção anual das escolas públicas, em que os professores de cada instituição decidem qual dentre as coleções aprovadas no edital de convocação em vigência será utilizada em sua escola. O Guia reforça que este processo deve seguir o Projeto Político Pedagógico de cada escola.

Avaliaremos a coleção Matemática Interligada, aprovada no PNLD na Portaria nº 68 de 2 de junho de 2021 para uso das escolas públicas do Ensino Médio entre 2021 e 2024 (Brasil, 2021a).

2.2 A COLEÇÃO MATEMÁTICA INTERLIGADA

A coleção Matemática Interligada foi criada em 2020 pelos autores Victor Hugo dos Santos Gois, Danielly Regina Kaspary dos Anjos, Eduardo Henrique Gomes Tavares, Elias Borges da Silva, Keila Tatiana Boni e Thais Marcelle de Andrade; e tem por editora a Scipione (Brasil, 2021b).

A obra “oportuniza a construção das competências específicas e das habilidades da área de Matemática e suas Tecnologias”, (Brasil, 2021b, p. 71) e visa o desenvolvimento do pensamento científico, computacional, crítico e criativo. A coleção é composta pelo Livro do Estudante (LE), Manual do Professor (MP), cada um contendo seis volumes, e Material Digital do Professor (MDP) com seis vídeos tutoriais (Brasil, 2021b). O LE começa com a organização de distribuição dos conteúdos e atividades em cada volume, são explicitados os objetivos, as competências gerais, as competências específicas e as habilidades a serem desenvolvidas nos respectivos volumes, estando essas, em conformidade com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2021b).

Já o MP (material por nós analisado), é composto pelo Livro do Estudante somado com orientações pedagógicas gerais, sugestões de aprofundamento, orientações sobre os capítulos e resolução de todas as atividades propostas (Brasil, 2021b).

Na Assessoria Pedagógica (que faz parte do MP) é apresentado “o embasamento teórico sobre pensamento computacional, metodologias e estratégias ativas, avaliação, BNCC e abordagem teórico-metodológica utilizada na obra” (Brasil, 2021b, p. 71). Por fim, estão contidos na obra os vídeos tutoriais do MDP, que apresentam os objetos do conhecimento proposto, a abordagem teórico-metodológica articulada com os objetivos, as justificativas e as competências gerais recomendadas pela BNCC (Brasil, 2021b).

O capítulo que apresenta a combinatória está presente no volume Estatística, Análise Combinatória e Probabilidade (E.A.C.P.), que é de autoria de Thais Marcelle de Andrade (Andrade, 2020). Este volume se compromete a proporcionar ao estudante o desenvolvimento da autonomia, pensamento crítico e capacidade de tomar decisões, buscando que o estudante seja o protagonista da construção de sua

aprendizagem (Andrade, 2020). O Quadro 1 apresenta os objetivos do volume E.A.C.P.

Quadro 1 – Objetivos do volume E.A.C.P.

Objetivos do volume Estatística, Análise Combinatória e Probabilidade
Compreender os métodos de contagem que constituem a análise combinatória e binômio de Newton.
Reconhecer o triângulo de Pascal como uma disposição dos números binomiais de forma ordenada.
Relacionar o conhecimento sobre análise combinatória a outras áreas do conhecimento. Identificar as diferenças entre os conceitos de arranjo, permutação e combinação.
Compreender o conceito de probabilidade. Identificar eventos probabilísticos e organizar e calcular a probabilidade desses eventos. Familiarizar-se com os termos utilizados na estatística.
Esboçar, ler e interpretar representações gráficas de dados estatísticos de ocorrências na vida cotidiana. Analisar dados estatísticos por meio de medidas de tendência central e de dispersão.
Relacionar os conceitos de estatística e probabilidade. Reconhecer situações do dia a dia cujas informações estejam relacionadas à estatística

Fonte: Andrade (2020, p.5).

A seguir é feita uma defesa ao ensino de combinatória, reforçando a sua importância no currículo da educação básica.

3 O ENSINO DE COMBINATÓRIA

Apresentamos agora cinco razões para a presença da combinatória no currículo da educação básica. Seguimos os passos de Lockwood, Wasserman e Tilema no trabalho “A case for combinatorics: A research commentary” (Um caso para a combinatória: Um comentário de pesquisa) publicado na revista “The Journal of Mathematical Behavior” (Lockwood; Wasserman; Tilema, 2020). O trabalho contém uma defesa pela inclusão explícita de tópicos combinatórios nos currículos de matemática americanos, que hoje se encontram praticamente ausentes (Lockwood; Wasserman; Tilema, 2020). As razões são:

- 1) A combinatória é acessível;
- 2) Os problemas de combinatória oferecem oportunidades para um pensamento matemático rico;
- 3) A combinatória promove práticas matemáticas desejáveis;
- 4) A combinatória pode contribuir positivamente para questões de equidade na educação matemática;
- 5) A combinatória é um domínio natural no qual se pode examinar e desenvolver o pensamento e a atividade computacional. (Lockwood; Wasserman; Tilema, 2020, p. 1-2, tradução nossa)

Detalharemos tópico por tópico.

A combinatória é acessível, pois em primeiro lugar, os seus problemas exigem pouca linguagem técnica, com perguntas fáceis de se entender e soluções sendo frequentemente números inteiros, que indicam o número de combinações possíveis para algum evento (Lockwood; Wasserman; Tilema, 2020). Além disso, são exigidos poucos pré-requisitos matemáticos para que o estudante se aventure nestes problemas (Lockwood; Wasserman; Tilema, 2020).

Defendemos que os problemas combinatórios abrem oportunidades para o desenvolvimento de um pensamento matemático rico, isso acontece pois por sua própria natureza tais problemas fogem ao nosso senso comum, abrindo espaço para o desenrolar do pensamento crítico e raciocínio lógico (Lockwood; Wasserman; Tilema, 2020). Diferentemente do que acontece com outras áreas da matemática, possuindo abordagens mais procedimentais.

A combinatória promove práticas matemáticas desejáveis. Talvez com maior naturalidade do que em outras áreas da matemática, os estudantes têm que defender as suas próprias soluções, e entender a solução de outra pessoa (Lockwood; Wasserman; Tilema, 2020). Parte da diversão da combinatória é perceber que duas respostas aparentemente muito diferentes podem estar todas

corretas (Lockwood; Wasserman; Tilema, 2020). Além disso, foi demonstrado por pesquisadores, que “os alunos podem aproveitar a estrutura de objetos combinatórios no desenvolvimento, refinamento e implementação de estratégias de listagem” (Lockwood; Wasserman; Tilema, 2020, p. 7).

A combinatória pode contribuir positivamente para questões de equidade na educação matemática, pois, pelo fato de não possuir muitos pré-requisitos, abre acesso para que populações mais amplas se envolvam com ideias e tópicos matemáticos (Lockwood; Wasserman; Tilema, 2020). Além de proporcionar aos estudantes a oportunidade de compreender problemas, por meio da combinatória podem surgir mais oportunidades para estudantes sentirem que são capazes em matemática, já que os estudantes supõem muitas vezes que, para ser bom em matemática, devem se destacar em álgebra e cálculo (Lockwood; Wasserman; Tilema, 2020).

Ela é um domínio natural no qual se pode examinar e desenvolver o pensamento e a atividade computacional, já que ela é cada vez mais essencial para o cidadão se envolver criticamente nesse mundo tecnológico que vivemos (Lockwood; Wasserman; Tilema, 2020). E ainda: mais e mais áreas utilizam a computação, e envolvem empregos que pedem alfabetização e fluência computacionais (Lockwood; Wasserman; Tilema, 2020).

Concluimos enfatizando que o ensino de combinatória proporciona ao estudante “oportunidades acessíveis de inclusão em torno da aprendizagem matemática e fortalece seu desenvolvimento matemático, aprofundando seu pensamento matemático e expandindo suas noções de matemática” (Lockwood; Wasserman; Tilema, 2020, p. 1).

A seguir apresentamos como a combinatória aparece na BNCC, documento oficial que “norteia os currículos dos sistemas e redes de ensino das Unidades Federativas, como também as propostas pedagógicas de todas as escolas públicas e privadas de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, em todo o Brasil” (Brasil, 2017),

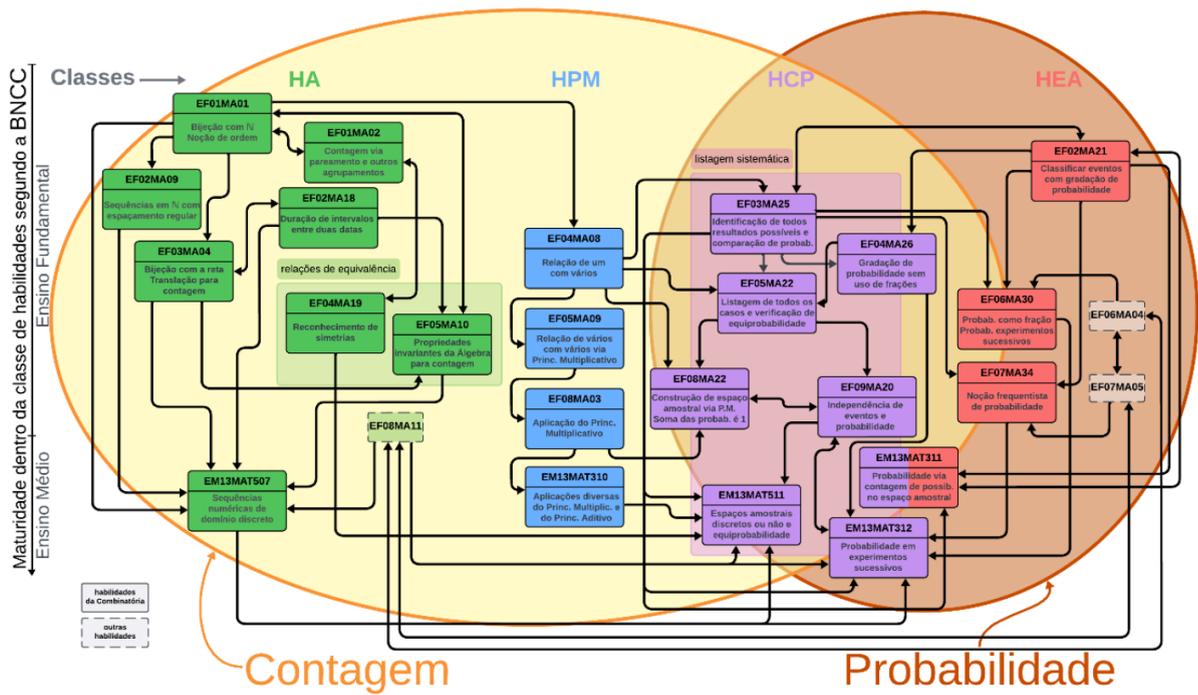
3.1 A COMBINATÓRIA NA BNCC

Na Base Nacional Comum Curricular encontramos o ensino de combinatória presente explicitamente em apenas duas habilidades. São duas as habilidades que abordam a contagem. A primeira é a EM13MAT310, “Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo diferentes tipos de agrupamento de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas como o diagrama de árvore” (Brasil, 2018, p. 529). A outra é a EM13MAT311, associada com a Probabilidade, que busca que o estudante seja capaz de “Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade de eventos aleatórios, identificando e descrevendo o espaço amostral e realizando contagem das possibilidades” (Brasil, 2018, p. 529).

Veja que nenhuma das habilidades especificam quais agrupamentos que devem ser trabalhados (podendo-se escolher dentre arranjo, combinações e permutações com ou sem repetições, entre outros tipos) mas deixam grande margem para escolha do conteúdo que será aplicado. Na segunda habilidade, vemos a combinatória relacionada à Probabilidade, o que é natural, pois o domínio de conteúdos da combinatória é necessário para o desenvolvimento do pensamento probabilístico. De acordo com a definição clássica da Probabilidade, temos que a probabilidade de um evento acontecer é igual ao número de casos favoráveis pela quantidade de casos possíveis, conjuntos que na educação básica geralmente são enumeráveis.

Mesmo aparecendo pouco no Ensino Médio, as habilidades da BNCC voltadas ao desenvolvimento do pensamento combinatório não aparecem apenas nessa etapa, estando conectadas a outras habilidades trazidas em outros momentos da educação básica, tornando possível uma aprendizagem mais significativa dentro desse tipo de pensamento (Anselmo, 2021). Acompanhe a figura abaixo.

Figura 1 – O raciocínio combinatório na BNCC



Fonte: Anselmo (2020, p. 21).

Veja que o pensamento combinatório é trabalhado desde o primeiro ano, a partir da EF01MA01 (Figura 1). No Ensino Médio, além da EM13MAT310 e a EM13MAT311, onde é clara a presença deste tipo de pensamento, a combinatória aparece implicitamente em outras três habilidades: a EM13MAT312, sobre a probabilidade em eventos sucessivos, a EM13MAT507, que se refere a sequências numéricas de domínio discreto e a EM13MAT511, que trata de espaços amostrais e equiprobabilidade (Anselmo, 2020). Por exemplo, quando é mencionado o “domínio discreto”, está aí incluso o pensamento combinatório, permitindo contar os elementos do domínio.

4 O EOS

Desde a construção da Didática da Matemática nos anos 70, vêm se elaborando diversas teorias que permitem descrever e explicar os fenômenos relativos aos processos de ensino e aprendizagem da matemática (Godino, 2024). A complexidade desses fenômenos, os distintos fatores levados em consideração e a influência dos diversos contextos em que são gerados explicam a profusão da Didática da Matemática e dos dilemas e controvérsias que aparecem entre essas teorias (Godino, 2024). Isso dificulta a comunicação e o uso eficiente do conhecimento produzido por esses pesquisadores (Godino, 2024). A construção do Enfoque Ontossemiótico tem por objetivo responder a diversos dilemas e contradições que compõem diferentes teorias e paradigmas de investigação que estão sendo utilizadas na Educação Matemática (Godino, 2024).

O arcabouço teórico do EOS foi desenvolvido por Godino, Batanero e Font, e vem apoiando muitas pesquisas desde os primeiros anos da década de 90 (Godino, 2024). Esse enfoque busca abordar de forma articulada problemas de fundamentação, concepção, implementação e avaliação dos processos de ensino e aprendizagem da matemática (Godino, 2024). Assim, o EOS não se restringe a uma etapa do processo de ensino, mas busca acompanhá-lo de forma completa.

A sua finalidade é ser um sistema teórico no qual haja “uma abordagem articulada dos problemas epistemológicos, ontológicos, semióticos, cognitivos e educacionais envolvidos no ensino e na aprendizagem da matemática” (Godino, 2024, p. 21-22, tradução nossa)². Assim, o EOS procura dar maior articulação entre os diferentes pontos de vistas presentes nas teorias da Didática da Matemática, servindo de suporte aos pesquisadores.

Godino (2024, p. 21) traz que este Enfoque se baseia na “estratégia de clarificação, comparação, hibridização e construção modular de teorias, a partir de uma abordagem ontológica e semiótica”. São cinco as teorias construídas nele, criadas para abordar problemas específicos que surgem nas diversas atividades que compõem a educação matemática (Godino, 2024).

² abordar de manera articulada los problemas epistemológicos, ontológicos, semióticos, cognitivos y educativos implicados en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Acompanhe no Quadro 1 a definição de cada uma delas.

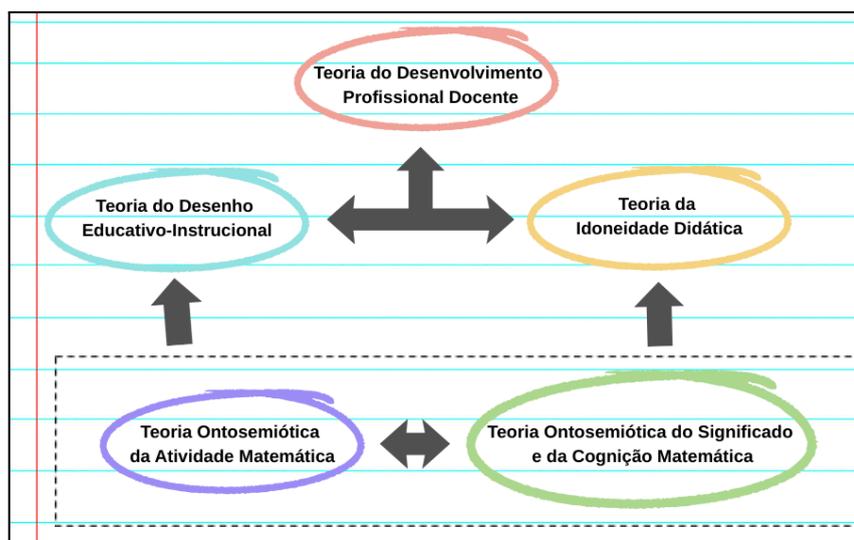
Quadro 1 – Sistema Teórico do EOS

Teoria Ontosemiótica da Atividade Matemática	Desenvolve uma visão antropológica e pragmática da matemática, isto é, como uma atividade humana focada na resolução de problemas. Essa visão antropológica da matemática é complementada e articulada com duas outras concepções: a matemática como um sistema de objetos e processos e a matemática como um sistema de signos.
Teoria Ontosemiótica do Significado e Cognição Matemática	Desenvolve uma visão global do significado dos objetos matemáticos, articulando pressupostos realistas e pragmáticos como base da cognição matemática, tanto da perspectiva individual (pessoal) quanto da social (institucional).
Teoria do Design Educacional em Matemática	Desenvolve pressupostos teóricos e ferramentas para a descrição e o design de processos de ensino e aprendizagem de matemática com base na teoria específica da atividade matemática e o significado dos objetos propostos pela EOS.
Teoria da Idoneidade Didática	Desenvolve um sistema de critérios para a otimização local do design, implementação e avaliação de processos educacionais-instrucionais em matemática, com base nos pressupostos e constructos do EOS. [...]
Teoria do Desenvolvimento Profissional Docente	Desenvolve um modelo de conhecimento e competências para professores de matemática que leva em consideração as facetas, componentes e subcomponentes dos processos educacionais envolvidos nas atividades de fundamentação, design, planejamento e avaliação desses processos. Inclui também um sistema de princípios ou critérios para a eficiência dos programas de formação de professores.

Fonte: Godino (2024, p.18-19, tradução nossa)

E veja como essas teorias se relacionam.

Figura 2 – Sistema Teórico do EOS



Fonte: Godino (2024)

Nosso trabalho será embasado exclusivamente na Teoria da Idoneidade Didática, responsável por desenvolver os critérios de idoneidade que serão usados em nossa análise (descritos no Quadro 4, páginas 30 a 32). Veremos mais dessa Teoria agora.

4.1 A IDONEIDADE DIDÁTICA

A Idoneidade Didática é um sistema de critérios que “orienta, implícita ou explicitamente, o objetivo de otimizar os processos educativo-instrucionais” (Godino, 2024, p. 270). Essa ferramenta pode ser utilizada no planejamento, na implementação, na análise retrospectiva ou avaliação da aprendizagem e serve para identificar os fatores que estão condicionando o desenvolvimento do processo educativo e onde pode haver melhorias no mesmo (Godino, 2024).

Sobre a Idoneidade, ela está intimamente relacionada à qualidade da instrução e aos instrumentos de mensuração da aprendizagem, focada na otimização local dos processos educacionais em matemática (Godino, 2024). Há a ênfase no reconhecimento da complexidade das facetas e componentes que determinam esses processos e também desenvolvimento de critérios que buscam auxiliar os professores, que devem pesar cada critério dada a circunstância (Godino, 2024).

Para Breda, Font e Pino-Fan (2018), a Idoneidade Didática de um processo de ensino-aprendizagem é o grau em que este (ou uma parte dele) reúne certas características que permitem qualificá-lo como ótimo ou idôneo para conseguir a

adequação entre o ensino e a aprendizagem, tendo em conta as circunstâncias e os recursos disponíveis (entorno).

Esse constructo é multidimensional. Dessa forma ele se decompõe em Idoneidades parciais, e cada uma delas possui componentes (Breda; Font; Pino-Fan, 2018). As dimensões da Idoneidade Didática são seis que estão brevemente descritas no Quadro 2.

Quadro 2: As seis dimensões da Idoneidade

Idoneidade Epistêmica	Grau de representatividade dos significados institucionais implementado em relação a um significado de referência.
Idoneidade Cognitiva	Grau em que os significados implementados estão em a Zona de Desenvolvimento Proximal dos alunos; proximidade dos significados pessoais alcançados aos significados implementados.
Idoneidade Interacional	Grau em que as configurações e trajetórias didáticas permitem identificar potenciais conflitos semióticos e resolver os conflitos que ocorrem no processo de instrução.
Idoneidade Mediacional	Grau de disponibilidade e adequação dos recursos materiais e temporais.
Idoneidade Afetiva	Grau de envolvimento do aluno no processo de estudo.
Idoneidade Ecológica	Grau em que o processo de estudo se adapta ao projeto educativo (a escola, a sociedade e o ambiente em que esse processo se desenvolve).

Fonte: Céspedes; Burgos; Godino (2022).

Para entender melhor todas as facetas da Idoneidade, apresentamos as definições dos diferentes significados (institucionais e pessoais) empregados neste enfoque teórico.

Quadro 3: Os tipos de significados da EOS

Significados institucionais	Significados pessoais
Referencial: Sistema de práticas que se usa como referência para elaborar o significado pretendido. Numa instituição de ensino, esse significado de referência será uma parte do significado holístico do objeto matemático.	Global: Sistema de práticas pessoais relativas a um objeto matemático
Pretendido: Sistema de práticas incluídas no planejamento do processo de ensino e aprendizagem.	

Implementado: Sistema de práticas efetivamente implementadas pelo docente.	Declarado: Práticas expressas para fins de avaliação propostos, incluindo tanto o correto e incorreto do ponto de vista institucional.
Avaliado: Subsistema de práticas que o docente utiliza para avaliar as aprendizagens.	Alcançado: Práticas apresentadas que são consistentes com o padrão institucional estabelecido.

Fonte: Godino, Batanero e Font (2008, p.5) *apud* Rocha (2019).

Observe, por exemplo, a definição da Idoneidade Epistêmica no Quadro 2. Observando as definições de significado institucional implementado e significado de referência no Quadro 3, entendemos que a Idoneidade Epistêmica acontece quando as práticas adotadas pelo docente representam os significados que são base para elaboração do planejamento das aulas, como aqueles na BNCC.

Cada dimensão possui critérios de idoneidade, provenientes da Didática da Matemática, consensuados pela comunidade de interessados na educação matemática, ou de um setor importante da mesma (Breda; Font; Pino, 2018). Um critério de idoneidade é uma norma que estabelece como deve acontecer um processo de ensino e aprendizagem, eles podem servir para guiar tais processos e para avaliar as suas implementações, ou seja, os critérios de Idoneidade Didática podem ser utilizados antes, durante e depois de um processo de ensino e aprendizagem de matemática como princípios norteadores, mas não são regras (Breda; Font; Pino, 2018).

Assim, “esses princípios [os critérios de Idoneidade Didática] desempenham um papel central na reflexão com os quais os professores justificam as decisões tomadas em um antigo ou novo projeto de um processo de ensino e aprendizagem.” (Breda; Font; Pino, 2018, p. 264, tradução nossa).

A partir dos critérios de Idoneidade Didática foi elaborada a GALD-Matemática por Céspedes, Burgos e Godino (2022), acompanhe a discussão da seção abaixo.

4.2 A GALD-MATEMÁTICA

Imagine que um professor irá usar o livro didático para trabalhar um conteúdo matemático em sala, não seria útil que ele tivesse um guia que o ajudasse a saber se a forma e o conteúdo abordado no livro são adequados para um processo de

ensino e aprendizagem? Dessa forma, ele poderia tomar uma decisão melhor fundamentada de como utilizar o livro com seus estudantes.

O GALT-Matemáticas [que chamamos GALD-Matemática] incorpora os aspectos mais relevantes como critérios específicos para avaliar a adequação didática geral de uma lição de livro didático previamente selecionada para implementar o processo de ensino e aprendizagem de conteúdo matemático específico. (Céspedes; Burgos; Godino, 2022, p. 15)

O GALD-Matemática (Guia de Análise de Lições de Livros Didáticos de Matemática) serve como diretriz para a análise de uma aula com a utilização de um livro didático de um conteúdo matemático (Céspedes; Burgos; Godino, 2022). Existem poucos trabalhos anteriores que incluem análise de uma aula neste formato para um tema matemático específico, na revisão feita pelos autores, foi identificada a existência de vários outros guias que propuseram indicadores, mas sem um critério explícito de adequação, como ocorre na Teoria da Idoneidade Didática (Céspedes; Burgos; Godino, 2022).

Céspedes, Burgos e Godino (2022, p. 5, tradução nossa) trazem que o GALD-Matemática deve ser útil “para a tomada de decisões fundamentadas sobre a utilização de uma lição do livro didático na sala de aula, como recurso para apoiar o processo de ensino e aprendizagem de algum conteúdo matemático”.

Este guia possui quatro níveis de categorias: Facetas (ou dimensões), os componentes destas, os seus subcomponentes e, finalizando, os indicadores de adequação (Céspedes; Burgos; Godino, 2022). Os indicadores fazem parte dos subcomponentes, ou quando não existem, apenas de seus componentes. O Quadro 4 mostra parte dos níveis citados, já que é um recorte do GALT-Matemáticas.

Finalizando a discussão, Céspedes, Burgos e Godino (2022, p. 5, tradução nossa) trazem “que para realizar a análise de uma aula de livro didático sobre um tópico específico de matemática, os indicadores gerais aqui propostos [pela GALD-Matemática] devem ser adaptados aos conhecimentos didático-matemáticos daquele conteúdo.” O que nos levou a propor a pesquisa, para construir e aplicar a GALD-Combinatória na coleção mais utilizada nas escolas pesquisadas em 2024, a Matemática Interligada.

5 METODOLOGIA

5.1 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA

Do ponto de vista de sua natureza, a pesquisa é exploratória, já que procuramos aqui esclarecer qual o grau de adequação de um livro didático do Novo Ensino Médio utilizado nas escolas públicas de Caruaru e Bezerros para o ensino e aprendizagem de combinatória. Pesquisas dessa natureza tem “como principal finalidade desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, tendo em vista a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores” (Gil, 2006, p. 27).

Em relação à forma de abordagem ao problema, a pesquisa é qualitativa, pois analisamos o contexto em que o processo de ensino e aprendizagem de combinatória ocorre, e classificamos o livro descrevendo o raciocínio usado em cada uma das classificações. Segundo Gil (2017, p. 41) “Nas pesquisas quantitativas os resultados são apresentados em termos numéricos e, nas qualitativas, mediante descrições verbais”.

De acordo com os objetivos, a pesquisa se apresenta como descritiva. “As pesquisas descritivas têm como objetivo a descrição das características de determinada população ou fenômeno.” (Gil, 2017, p. 33). Esta pesquisa se classifica desta maneira, pois a partir do guia elaborado, nosso foco foi de analisar o capítulo escolhido descrevendo-o segundo os indicadores na GALD-Combinatória.

Concomitantemente, do ponto de vista dos procedimentos técnicos, a pesquisa é documental, pois o livro didático alvo, não recebeu tratamento analítico (Gil, 2006). Repare que embora esse livro tenha passado no processo de escolha do PNLD, é um processo diferente da análise utilizada aqui.

5.2 ETAPAS DA PESQUISA

Para o levantamento bibliográfico preliminar buscamos os trabalhos sobre a Teoria da Idoneidade, tendo como base Breda, Font e Pino-Fan (2018), Céspedes, Burgos e Godino (2022) e Godino (2024); além de trabalhos com ideias semelhantes apresentando guias para função (Braga e Santos-Wagner, 2021) e proporcionalidade (Céspedes, Navarro e Godino, 2022).

Fizemos um recorte no guia de Céspedes, Burgos e Godino (2022), adaptando-a para uso em capítulos de combinatória.

Para selecionar a coleção que foi analisada consultamos a lista de livros aprovados pelo PNLD e solicitamos ao Ministério da Educação as coleções de livros de matemática utilizadas pelas escolas públicas do Ensino Médio na cidade de Caruaru-PE e Bezerros-PE no ano de 2024.

Além disso, entramos em contato com as Escolas Técnicas Estaduais Nelson Barbalho e Fernando Lyra em Caruaru e a Escola Técnica Estadual (ETE) Maria José Vasconcelos em Bezerros para descobrir qual coleção foi utilizada por elas. Com os dados coletados, selecionamos a coleção mais escolhida, a Matemática Interligada (veja o Tabela 1), utilizada nas escolas EREM Arnaldo Assunção, EREM Professor Vicente Monteiro, EREM Professora Elisete Lopes de Lima Pires, EREM Cônego Alexandre Cavalcanti e ETE Maria José Vasconcelos.

Tabela 1 - Número de escolas que adotaram a coleção

Coleção	Número de escolas que adotaram
Conexões	2
Diálogo	3
Matemática em Contextos	1
Matemática Interligada	5
Prisma	3
Quadrante	2
Ser Protagonista	1

Fonte: Os autores (2025).

A seguir, analisamos o capítulo sobre combinatória juntamente com a seção com orientações ao professor (chamada de Assessoria Pedagógica) dessa coleção de acordo com a GALD-Combinatória, identificando o grau das diferentes facetas da idoneidade didática presentes neste guia, dentro do capítulo estudado. Para cada indicador do guia (apresentados como perguntas) houve uma categorização, a saber: não (0); parcialmente (1); e sim (2). Analisados e avaliamos o livro a partir dos indicadores. Concluindo a pesquisa, fizemos as considerações gerais sobre o grau de adequação didática do capítulo selecionado.

Em resumo, esta pesquisa seguiu as seguintes etapas:

1. Solicitamos ao FNDE a lista de livros que estão sendo utilizados pelas escolas de Caruaru e Bezerros;
2. Selecionamos a coleção mais utilizada a partir de informações de uma amostra de escolas da região;
3. Adaptamos a GALD-Combinatória;
4. Analisamos o capítulo que apresenta a combinatória na coleção Matemática Interligada;
5. Discutimos os resultados obtidos.

Os resultados foram apresentados no próximo capítulo.

6 RESULTADOS

Para a discussão dos resultados adotamos a seguinte ordem, primeiro apresentamos o guia elaborado, e logo após iniciamos a análise de acordo com o guia, respondendo a cada indicador. No final do capítulo fazemos algumas considerações gerais de acordo com os componentes avaliados.

6.1 A GALD-COMBINATÓRIA ELABORADA

Para a formação do Guia de Análise de Livro Didático sobre combinatória (GALD-Combinatória), utilizamos a GALD-Matemática de Céspedes, Burgos e Godino (2022) e selecionamos os componentes, subcomponentes e indicadores que consideramos mais relevantes para a discussão sobre o processo de ensino e aprendizagem de combinatória. Como resultado foi gerado o guia apresentado no quadro 4.

Quadro 4- GALD-Combinatória

Idoneidade	Componentes	Subcomponentes	Indicadores
Epistêmica	Significados	Problemas	É apresentada uma amostra representativa e articulada de situações-problema que permitem contextualizar, exercitar, ampliar e aplicar o conhecimento matemático, provenientes da própria matemática e de outros contextos?
			São propostas situações geradoras de problemas (problematização)?
		Proposições	As proposições fundamentais da matéria são apresentadas de forma clara e correta e estão adaptadas ao nível educativo a que se destinam?
			Se propõe situações em que os alunos tenham que gerar ou negociar proposições?
	Processos	Comunicação e argumentação	São promovidas situações em que o aluno tenha que argumentar (descrever, explicar, verificar) e formular conjecturas sobre relações matemáticas, investigá-las e justificá-las?
			São propostas situações que permitem ao estudante se comunicar utilizando a linguagem matemática para exprimir as suas ideias com precisão?

		São propostas situações em que o aluno pode analisar e avaliar o pensamento matemático e as estratégias dos outros?
Idoneidade	Componentes	Indicadores
Cognitiva	Conflitos Cognitivos	Os erros são valorizados como fonte de aprendizagem?
		Estão previstos possíveis conflitos cognitivos dos alunos?
	Avaliação	São propostos instrumentos de avaliação e de autoavaliação?
		É promovido que os resultados das avaliações sejam divulgados e utilizados para a tomada de decisões?
		Os vários modos de avaliação incluídos no texto são adequados para avaliar se os alunos atingem a apropriação dos conhecimentos, compreensões e competências pretendidos (compreensão conceitual e proposicional; competência comunicativa e argumentativa; fluência procedimental; compreensão situacional; competência de modelação e generalização; competência metacognitiva)?
A avaliação tem em conta os diferentes níveis de compreensão e de competência?		
Afetiva	Emoções	Existem elementos motivadores: ilustrações, humor, poemas, adivinhas, etc.?
		O raciocínio lógico, as ideias originais ou o trabalho útil, prático ou realista, são encorajados e potenciados?
	Crenças	As crenças sobre a matemática, sobre a metacognição dos alunos, sobre o ensino da matemática e sobre o contexto social em que aprendem são analisadas e consideradas?
	Valores	O aluno é encorajado a valorizar as qualidades estéticas, a precisão e a utilidade da matemática na vida diária e profissional?
Interacional	Interações discentes	São propostas tarefas que favorecem o diálogo, a comunicação e o debate entre os alunos, em que diferentes pontos de vista são explicados, justificados e questionados com argumentos matemáticos?
	Autonomia	São propostos momentos em que os alunos assumem a responsabilidade pelo estudo (colocam questões e apresentam soluções; exploram exemplos e contra-exemplos para investigar e conjecturar; utilizam uma variedade de ferramentas para raciocinar, estabelecer ligações, resolver problemas e comunicar)?
Mediacional	Recursos materiais	É promovida a utilização de materiais manipulativos, audiovisuais e informáticos, permitindo a introdução de boas situações, linguagens, procedimentos e argumentos adaptados ao conteúdo pretendido?

		As definições e as propriedades são contextualizadas e motivadas através de situações concretas, modelos e visualizações?
		São definidas as fontes utilizadas? Elas são muitas?
	Tempo	É considerado tempo suficiente aos conteúdos com maior dificuldade de compreensão?
		O cronograma da sequência de atividades e dos conteúdos é adequado?
Ecológica	Conexões intra- e interdisciplinares	Os conteúdos estão relacionados com outros conteúdos intra e interdisciplinares (temas transversais, História da Matemática, outros)?

Fonte: Os autores (2025) embasados em Céspedes, Burgos e Godino (2022).

Com o guia adaptado, analisamos o capítulo sobre combinatória utilizando como direcionamento as questões relativas aos indicadores.

6.2 PRESENÇA DOS INDICADORES NO CAPÍTULO DE COMBINATÓRIA

Respondemos agora a cada pergunta feita na GALD-Combinatória referindo-se à coleção escolhida quando aborda o ensino de combinatória, cada resposta será classificada em não (0), parcialmente (1); e sim (2); como já exposto na metodologia. Nos esforçamos em trazer exemplos e explicações que defendam a nossa posição neste processo de avaliação, e separamos os indicadores pela sua dimensão.

6.2.1 Idoneidade Epistêmica

Iniciamos a discussão com a presença dos significados de combinatória no capítulo analisado, seja por meio dos problemas combinatórios ou pela discussão das proposições relativas a esse conceito.

É apresentada uma amostra representativa e articulada de situações-problema que permitem contextualizar, exercitar, ampliar e aplicar o conhecimento matemático, provenientes da própria matemática e de outros contextos?

Parcialmente (1). No capítulo existem muitas situações com significados articulados aos conteúdos de: Princípio Fundamental da Contagem (PFC) (p. 13), Fatorial (p.17), Arranjo Simples (p.19) e Combinação Simples (p. 25).

Existe também a diversidade do uso de metodologias nas situações trabalhadas. A autora incentiva utilizar a sala de aula invertida (p. 208) para trabalhar com xadrez, o uso de metodologia ativa no trabalho com Braille (p. 207), e sugere o uso da metodologia Gallery Walk quando se trabalha a situação dos novos modelos de placas de carro (p. 210) (Andrade, 2020).

Em alguns momentos propõe a interdisciplinaridade, por exemplo nas páginas 44 e 45, é feito o paralelo com a biologia quando se aborda a composição do DNA (Andrade, 2020), e há uma forte ênfase também no pensamento computacional.

A seguir acompanhe uma situação onde é trabalhado o Princípio Fundamental da Contagem

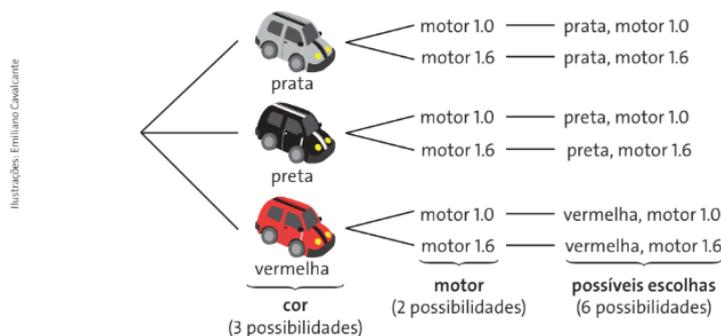
Figura 3 – Situação sobre o PFC

Veja, por exemplo, a resolução da seguinte situação.

- Simone foi a uma concessionária comprar um carro. Para determinado modelo, ela poderia escolher entre as cores prata, preta e vermelha, além de dois tipos de motor, 1.0 e 1.6. Quantas possibilidades diferentes Simone teria para escolher esse modelo de carro nessa concessionária, sabendo que ela pode optar por uma cor e um tipo de motor?

Proponha a situação apresentada aos alunos sem que eles olhem no livro, a fim de que, em duplas, tentem resolvê-la. Depois, considerando as estratégias e as resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas no livro.

Para determinar todas as opções de Simone, podemos utilizar o seguinte esquema, conhecido como **diagrama de árvore** ou **árvore de possibilidades**.



Fonte: Andrade (2020, p. 14).

Na Figura 3 há a utilização do diagrama de árvore, no exemplo Simone pode escolher a cor e o motor de seu novo carro. Com esse diagrama o estudante pode ver todas as combinações possíveis do novo carro de Simone. Na orientação ao professor é sugerido um tempo para discussão de estratégias entre os pares.

Porém, as seções que abordam a permutação simples (p. 23) e a permutação com elementos repetidos (p. 31) apresentam muitos problemas clássicos apenas

com anagramas (Figura 4) e dígitos, não havendo boa diversidade de situações problemas nesses casos.

Figura 4 – Questão de Anagrama 1

- 60.** Calcule a quantidade de anagramas formados a partir das palavras a seguir.
- PORTO 60 anagramas
 - CACAU 30 anagramas
 - PRATELEIRA 453 600 anagramas

Fonte: Andrade (2020, p. 32).

Por fim, quando adentramos as seções sobre Triângulo de Pascal (p.33), Binômio de Newton (p. 37), as situações se tornam monótonas, tendo uma contextualização histórica, mas que não é suficiente para responder positivamente a esse indicador.

São propostas situações geradoras de problemas (problematização)?

Sim (2), o livro apresenta várias delas, principalmente ao início das primeiras seções. Veja o exemplo na Figura 5.

Figura 5 – Exemplo de Situação Geradora de Problema

Conversando

c) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que para cada tipo de processador há três opções de memória, com quatro opções de HD e quatro opções de acessórios. Ao combinar as opções entre si, obtém-se o total de maneiras distintas para montar o computador. Para isso, multiplica-se o número de processadores pelo de opções de memória, opções de HD e opções de acessórios, isto é, $5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 = 240$.

a) Cite outras situações, parecidas com a apresentada na página anterior, em que é necessário realizar escolhas entre várias opções. Resposta pessoal. Possíveis respostas: escolha de saladas com sucos; escolha de modelo de bicicleta, cores e acessórios.

b) O que você entende por Análise combinatória? Resposta pessoal.

c) Explique para um colega sua estratégia para responder à questão da página anterior.

d) Em sua opinião, qual é a importância de calcular a quantidade de possibilidades diferentes acerca de uma situação? Resposta pessoal.

e) Vamos supor que Carolina optasse pelo processador de 3.8 GHz. De quantas maneiras distintas ela ainda poderia montar um computador nessa loja, sabendo que ela também pode escolher uma memória RAM, um HD e uma das opções de acessórios? 48 maneiras

Fonte: Andrade (2020, p. 13).

Por exemplo, na letra (A) podem surgir diversos outros problemas para debate a partir das situações levantadas em sala pelos estudantes, momento que pode ser mediado pelo professor.

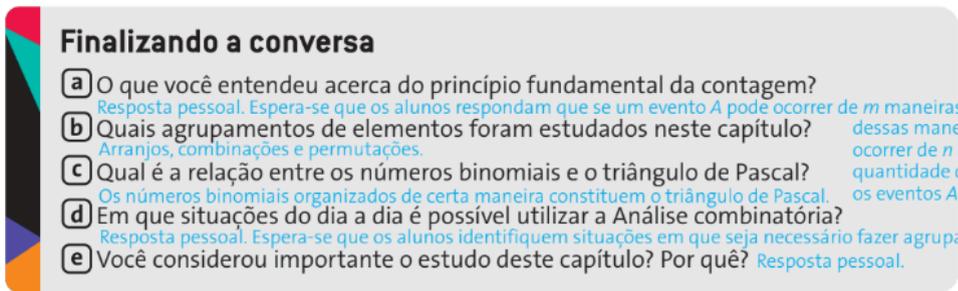
As proposições fundamentais da matéria são apresentadas de forma clara e correta e estão adaptadas ao nível educativo a que se destinam?

Avaliamos que sim (2), de forma geral, a autora aborda as diferentes propriedades relacionadas à combinatória, a linguagem é adequada ao ensino médio, e os problemas estão em um nível adequado.

Se propõe situações em que os alunos tenham que gerar ou negociar proposições?

Esse indicador é atendido (2), essas situações são propostas diversas vezes neste livro. Temos exemplos encontrados nas letras (B), (C) e (D) da Figura 5 (em “Conversando”). Como exemplo, na letra (B) tem-se a pergunta “O que você entende por Análise Combinatória?” onde é esperado que o aluno defina este ramo da matemática, e mesmo que não o faça corretamente o professor pode trabalhar para que a definição proposta seja aperfeiçoada até que esteja certa. Veja também na Figura 6, no momento “Finalizando a conversa” abaixo, as letras (A) e (C).

Figura 6 – Exemplo de questão que trabalha a geração de proposições



Finalizando a conversa

- (a) O que você entendeu acerca do princípio fundamental da contagem?
Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que se um evento A pode ocorrer de m maneiras distintas e para cada uma dessas maneiras um evento B pode ocorrer de n maneiras distintas, então a quantidade de possibilidades de ocorrer os eventos A e B é dada por $m \cdot n$.
- (b) Quais agrupamentos de elementos foram estudados neste capítulo?
Arranjos, combinações e permutações.
- (c) Qual é a relação entre os números binomiais e o triângulo de Pascal?
Os números binomiais organizados de certa maneira constituem o triângulo de Pascal.
- (d) Em que situações do dia a dia é possível utilizar a Análise combinatória?
Resposta pessoal. Espera-se que os alunos identifiquem situações em que seja necessário fazer agrupamentos.
- (e) Você considerou importante o estudo deste capítulo? Por quê?
Resposta pessoal.

Fonte: Andrade (2020, p. 13).

Na primeira alternativa, o estudante é motivado a expressar um conceito com suas próprias palavras, e a terceira a explicar uma relação entre dois objetos matemáticos.

Nessa fase do GALD-Combinatória, apresentamos discussão sobre os processos de comunicação e argumentação relativos à combinatória presentes no capítulo analisado.

São promovidas situações em que o aluno tenha que argumentar (descrever, explicar, verificar) e formular conjecturas sobre relações matemáticas, investigá-las e justificá-las?

Temos que esse indicador é atendido parcialmente (1), pois essas situações são propostas poucas vezes (como nas figuras 4 e 5), e em vários desses casos a resposta é apenas uma retomada da fórmula do último assunto visto.

Figura 7 – Exemplo de Questão de definição

Resposta pessoal. Possível resposta: PRAIA e TINTA.
 b) Escreva um algoritmo que possibilite calcular a quantidade de anagramas de palavras com letras repetidas. Veja uma possível resposta na Resolução dos problemas e exercícios na Assessoria pedagógica.

Fonte: Andrade (2020, p. 32).

Na Figura 7, a fórmula da Permutação com repetição tinha sido o último conteúdo trabalhado, logo, a questão é positiva no quesito de fixação, porém trabalha pouco do que o guia apresenta neste indicador.

São propostas situações que permitem ao estudante se comunicar utilizando a linguagem matemática para exprimir as suas ideias com precisão?

Parcialmente (1). Grande parte dos problemas analisados que abordam a utilização de linguagem matemática são questões meramente procedimentais (apenas de aplicação de um algoritmo). Observe a Figura 8.

Figura 8 – Exemplo de Questão do Binômio de Newton

Problemas e exercícios resolvidos

R19. Desenvolva os binômios.

a) $(x + \sqrt{2})^4$

b) $(x - y)^5$

Observação

No item b, note que o binômio a ser desenvolvido é do tipo $(a - b)^n$, ou seja, $[a + (-b)]^n$. Nesse caso, os sinais dos coeficientes do desenvolvimento se alternam.

Resolução

Utilizando a fórmula do binômio de Newton, temos:

a) $(x + \sqrt{2})^4 = \binom{4}{0}x^4(\sqrt{2})^0 + \binom{4}{1}x^3(\sqrt{2})^1 + \binom{4}{2}x^2(\sqrt{2})^2 + \binom{4}{3}x^1(\sqrt{2})^3 + \binom{4}{4}x^0(\sqrt{2})^4 =$
 $= x^4 + 4x^3\sqrt{2} + 6x^2 \cdot 2 + 4x^1 \cdot 2\sqrt{2} + 4 = x^4 + 4\sqrt{2}x^3 + 12x^2 + 8\sqrt{2}x + 4$

b) $(x - y)^5 = \binom{5}{0}x^5(-y)^0 + \binom{5}{1}x^4(-y)^1 + \binom{5}{2}x^3(-y)^2 + \binom{5}{3}x^2(-y)^3 + \binom{5}{4}x^1(-y)^4 + \binom{5}{5}x^0(-y)^5 =$
 $= x^5 + 5x^4(-y) + 10x^3y^2 + 10x^2(-y^3) + 5xy^4 + (-y^5) = x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$

Fonte: Andrade (2020, p. 38).

Os exercícios desse tipo não fomentam a expressão de ideias do estudante utilizando a linguagem matemática, mas sim se ele consegue reproduzir a regra de desenvolvimento de um Binômio de Newton. Exemplos de questões que trabalham a linguagem matemática são aquelas presentes nas Figura 5 e 6.

São propostas situações em que o aluno pode analisar e avaliar o pensamento matemático e as estratégias dos outros?

Sim (2), em diversas vezes. Por exemplo, no livro do professor, encontramos situações na apresentação do PFC (p.13), de Fatorial (p.17), de Arranjo Simples (p.19), da Combinação Simples (p.25), na Permutação com elementos repetidos (p.31) (Andrade, 2020). Nelas são incentivadas a troca entre ideias de estudantes antes de ser dada a resolução do livro, como acontece no exemplo abaixo.

Figura 9 – Questão de Anagrama 2

Agora, veja outro exemplo.

- Com a palavra CORPO, quantos anagramas podemos formar?

Caso todas as letras dessa palavra fossem distintas, teríamos $5!$ anagramas. No entanto, ao permutarmos letras iguais, não obtemos um novo anagrama. Por exemplo, se tomarmos o anagrama PORCO e trocarmos de posição as duas letras O, obteremos o mesmo anagrama:

$$PO_1RCO_2 \leftrightarrow PO_2RCO_1$$

Dessa maneira, como a letra O se repete 2 vezes, há outro anagrama igual em cada um dos $5!$ anagramas com a letra O nas mesmas posições.

Assim, para obtermos o total de anagramas, calculamos $\frac{5!}{2!}$.

$$\frac{5!}{2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!}{2!} = 60$$

Com a palavra CORPO é possível formar 60 anagramas.

Proponha aos alunos a situação apresentada antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles busquem resolvê-la. Depois, considerando as estratégias e resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas nesta página.

Fonte: Andrade (2020, p. 31).

Na Figura 9 temos um exemplo de Permutação com elementos repetidos, no comentário direcionado ao professor, a autora propõe que os estudantes trabalhem em duplas para resolver a questão. Após esse momento, há um espaço para a exposição das ideias deles e de suas resoluções, promovendo essa análise entre o professor e o estudante, e entre os próprios estudantes.

Os alunos são chamados para construir questões, com destaque na Figura 10 para as questões do tipo “Você produtor”.

Figura 10 – Questão que promove a análise do pensamento matemático entre alunos

Você produtor

50. De acordo com as informações vistas até agora, elabore e escreva um problema envolvendo combinação simples. Depois, troque o problema com um colega e resolva. Em seguida, verifique se a resolução apresentada está correta.

Resposta pessoal. Possível resposta: Quantas comissões de 3 pessoas podem ser formadas em uma turma de 32 alunos?

Fonte: Andrade (2020, p. 29).

Também é possível debater sobre situações-problemas postas pelo livro. Na Figura 11 é proposta uma atividade em grupo, nesse caso envolvendo a catalogação dos livros de uma biblioteca.

Figura 11 – Questão em grupo

Em grupo

26. Na biblioteca de uma escola, cada um dos livros é registrado com um código formado por duas letras distintas e dois algarismos distintos. Para compor esse código, são utilizadas 26 letras e algarismos de 0 a 9. Veja a disposição das letras e dos algarismos desse código.



Nessa biblioteca, o livro *Dom Casmurro*, de Machado de Assis, por exemplo, é identificado pelo código BL29.

a) Com as 26 letras e os 10 algarismos, quantos livros é possível cadastrar nessa biblioteca?
58 500 livros

b) Quantos livros poderiam ser cadastrados nesse código caso fossem utilizadas apenas vogais, com exceção da letra A, para ocupar o campo destinado às letras?
1080 livros

Fonte: Andrade (2020, p. 22).

São várias as atividades “Em grupo”, proporcionando durante o estudo dos tópicos de combinatória vários momentos de debate entre os estudantes.

6.2.2 Idoneidade Cognitiva

Essa dimensão é analisada pela presença de conflitos cognitivos e de elementos de avaliação apresentada no capítulo analisado.

Os erros são valorizados como fonte de aprendizagem?

Parcialmente (1). Os erros não são abordados diretamente, nem mencionados dentro do capítulo, o que existe é a busca da resolução das situações a partir de discussões. A discussão sobre o erro acontece dentro da Assessoria Pedagógica, que trata o erro “não como um fator negativo, mas como um mecanismo de autorregulação capaz de contribuir para a aprendizagem” (Andrade, 2020, p.172). Dessa forma, os erros podem ser superados com o direcionamento do professor, mudando metodologias ou abordagens (Andrade, 2020). Porém, o foco da discussão é o professor, ela não traz a discussão diretamente para o estudante.

Estão previstos possíveis conflitos cognitivos dos alunos?

Não (0).

São propostos instrumentos de avaliação e de autoavaliação?

Parcialmente (1), há somente uma atividade diagnóstica específica proposta no capítulo, veja a Figura 12. O seu tema é a nova forma de emplacamento adotada no Brasil.

Figura 12 – Sugestão de avaliação diagnóstica

Avaliação

Aproveite esse momento para realizar uma avaliação diagnóstica com a turma. Para isso, reúna os alunos em grupos de, no máximo, três integrantes e peça-lhes que leiam todo o conteúdo apresentado nessas páginas. Com base nessa leitura, oriente-os a escrever no caderno eventuais dúvidas. Em seguida, peça aos grupos que repassem suas dúvidas entre si, de modo que um possa auxiliar a sanar as dúvidas do outro, promovendo uma interação entre os alunos. Caso eles apresentem dificuldades nessa etapa, peça que leiam as dúvidas em voz alta e, por meio de questionamentos, promova uma conversa com toda a turma. Para isso, proponha algumas questões, como as sugeridas a seguir.

- Nos modelos de emplacamento atual, é possível saber em qual unidade federativa o veículo foi licenciado analisando apenas o código de sua placa?
- Em sua opinião, é possível saber o nome do atual proprietário do veículo analisando apenas o código informado em sua placa?

Esse tipo de avaliação possibilita que se verifique como o aluno está interagindo com o conhecimento e permite que você tome decisões para melhoria da qualidade do processo de ensino-aprendizagem executando um novo planejamento, caso necessário.

Fonte: Andrade (2020, p. 212).

De forma geral, encontramos dentro da Assessoria Pedagógica, entre as páginas 179 e 182, uma boa discussão sobre avaliação. Trouxemos um trecho de uma síntese da posição da autora.

Diante dessas possibilidades, considerando a articulação entre as avaliações diagnóstica, formativa e somativa, em conjunto com a autoavaliação, o processo avaliativo, portanto, passa a ter um caráter de formação, e não de punição. O foco, agora, está na compreensão dos conteúdos e procedimentos avaliados, e os erros cometidos pelos alunos não têm mais caráter punitivo, antes se converteram em elementos de investigação, discussão e produção de novos saberes (Andrade, 2020, p.181).

Sobre autoavaliação, Andrade (2020) traz que proporciona ao aluno uma reflexão sobre a própria aprendizagem, tendo maior protagonismo, e proporciona ao docente a oportunidade de reorganizar o seu trabalho para potencializar as aprendizagens de seus estudantes.

Concluimos que, embora a abordagem geral seja rica, sentimos falta de sugestões avaliativas específicas à combinatória.

É promovido que os resultados das avaliações sejam divulgados e utilizados para a tomada de decisões?

Parcialmente (1), há grande ênfase dentro da Assessoria Pedagógica, que sejam feitas variadas formas de avaliação (somativas, formativas e diagnósticas) para guiar a tomada de decisões (Andrade, 2020), mas não são discutidas estratégias de divulgação.

Os vários modos de avaliação incluídos no texto são adequados para avaliar se os alunos atingem a apropriação dos conhecimentos, compreensões e competências pretendidos (compreensão conceitual e proposicional; competência comunicativa e argumentativa; fluência procedimental; compreensão situacional; competência de modelação e generalização; competência metacognitiva)?

Sim (2), embora não haja muitas avaliações propostas no capítulo, na Assessoria Pedagógica é incentivado o uso de “diversos recursos, como listas de atividades, apresentação de seminários, relatórios e provas escritas e elaboração de

portfólios, mediante a utilização de instrumentos que envolvam a produção escrita.” (Andrade, 2025, p. 181).

A avaliação tem em conta os diferentes níveis de compreensão e de competência?

Sim (2), a Assessoria Pedagógica também contempla esse indicador, e de forma específica, é proposta apenas uma avaliação para o capítulo de combinatória, que é diagnóstica e tem por tema a capacidade de interpretação dos estudantes a partir do texto que trabalha sobre emplacamento (Figura 12). Essa avaliação, embora não seja sobre a combinatória, leva em conta os diferentes níveis de compreensão e de competência dos estudantes.

6.2.3 Idoneidade Afetiva

Existem elementos motivadores: ilustrações, humor, poemas, adivinhas, etc.?

Sim (2), há a presença de várias ilustrações, juntamente com paralelos na área de computação, biologia, história da matemática, etc. Como exemplo, trazemos a informação histórica trazida na Figura 13, que é interessante, pois mostra que o Triângulo de Pascal foi descoberto bem antes do nascimento de Blaise Pascal, aparecendo anteriormente na China. Informações desse tipo abrem margem para uma discussão relevante sobre a apropriação cultural feita por europeus em relação a construções matemáticas originadas em outros lugares do mundo, aspecto importante a ser considerado quando consideramos o Triângulo de Pitágoras e a Fórmula de Bhaskara, por exemplo.

Figura 13 – Nota histórica sobre o Triângulo de Pascal



Fonte: Andrade (2020, p. 33).

O raciocínio lógico, as ideias originais ou o trabalho útil, prático ou realista, são encorajados e potenciados?

Parcialmente (1), há momentos nos quais se busca que os estudantes desenvolvam as ideias por trás dos conceitos, trabalhem e os apliquem nas situações do dia a dia. Porém, as atividades geralmente não são realistas. Na Figura 14 se vê um exemplo disso.

Figura 14 – Exemplo de atividade pouco realista

25. Durante a aula de Geografia, um aluno pretende pintar as cinco grandes regiões (Centro-Oeste, Nordeste, Norte, Sudeste e Sul) em um mapa do Brasil. Sabendo que o aluno tem disponíveis 10 lápis de cores diferentes e que não será utilizada a mesma cor para pintar regiões diferentes, determine de quantas maneiras distintas o mapa poderá ser pintado. 30 240 maneiras
27. Resposta pessoal. Possível resposta:
- 22 De quantas maneiras distintas Leonardo pode dispor as fotografias nos espaços disponíveis no painel?

Fonte: Andrade (2020, p. 22).

No dia a dia, o estudante não precisa fazer essa conta, ele simplesmente irá escolher a combinação que mais lhe agrada e pintar o desenho. Por outro lado, entendemos a dificuldade em se pensar em vários exemplos práticos nos quais esses assuntos podem ser trabalhados.

As crenças sobre a matemática, sobre a metacognição dos alunos, sobre o ensino da matemática e sobre o contexto social em que aprendem são analisadas e consideradas?

Parcialmente (1), responderemos esta pergunta por partes.

Quando falamos sobre as crenças do estudante sobre a matemática e o ensino da matemática temos que elas são pouco abordadas, mas com referências muito positivas nos momentos “Conversando” e “Finalizando a conversa” que ficam no início e no fim do capítulo, respectivamente (Figuras 3 e 4). Em “Conversando”, por exemplo, temos a alternativa (D) que diz: “Em sua opinião, qual é a importância de calcular a quantidade de possibilidades diferentes acerca de uma situação?” (Andrade, 2020, p. 13). Nessa pergunta se busca descobrir o que o estudante acredita sobre a relevância da contagem.

Em mais um exemplo, em “Finalizando a Conversa” (Figura 6) é feita a pergunta: “Você considerou importante o estudo desse capítulo? Por quê?” (Andrade, 2020, p.13). Nela, a autora busca trazer uma discussão sobre como os estudantes veem a combinatória, e se acreditam ter algum proveito do seu aprofundamento. A partir do debate, pode-se mostrar a importância e a defesa do seu ensino, como feito no referencial teórico.

As crenças sobre a metacognição encorajada em muitos momentos no livro, principalmente no início das seções onde há a incentivo para a discussão de resolução de problemas e nos momentos “Você produtor” (Figura 15), em que o estudante cria um problema e troca com um colega, que o resolve, e o estudante que criou a questão também a corrige.

Figura 15 – Problema em que há a metacognição

Você produtor

27. Leonardo está prestes a preencher um painel de fotografias instalado na parede de seu quarto. Ele dispõe de 8 fotografias para ocupar os 3 espaços restantes.

Com base nas informações apresentadas, elabore um problema que envolva arranjo simples e entregue-o para um colega resolver. Em seguida, verifique se a resposta dele está correta.



Fonte: Andrade (2020, p. 22).

As crenças sobre o contexto social em que os estudantes aprendem são parcialmente contempladas. Por exemplo, há a pergunta “Você considera importante a utilização de transportes coletivos? Por quê?” (Andrade, 2020, p. 16, veja a figura abaixo).

Figura 16 – Questão ligada ao contexto social

10. (Mack-SP) Em uma cidade, há duas linhas de ônibus, uma na direção Norte-Sul e outra na direção Leste-Oeste. Cada ônibus tem um código formado por 3 números, escolhidos entre 1, 2, 3, 4 e 5 para a linha Norte-Sul e entre 6, 7, 8 e 9 para a Leste-Oeste. Não são permitidos códigos com 3 números iguais. Se A é o total de códigos disponíveis para a linha Norte-Sul e B é o total de códigos disponíveis para a linha Leste-Oeste, então $\frac{A}{B}$ é igual a b
- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

Você cidadão

- Você considera importante a utilização de transportes coletivos? Por quê? [Resposta pessoal.](#)

Fonte: Andrade (2020, p. 16).

A partir da questão, pode-se seguir uma discussão sobre o uso de transportes coletivos (p.208-209), quais os pontos positivos e negativos, como indicada pela autora, na figura abaixo.

Figura 17 – Proposta de discussão da Figura 16

Para nortear a discussão, pode-se apontar alguns detalhes, como afirmar que, caso a população optasse pela utilização de transportes coletivos, a quantidade de veículos nas vias diminuiria, reduzindo assim os congestionamentos, a quantidade de acidentes e a emissão de gases que agravam o efeito estufa, como o dióxido de carbono (CO₂). Esse tema está relacionado com a **Competência específica 1** da área de **Ciências da Natureza e suas Tecnologias**: “Analisar fenômenos naturais e processos tecnológicos, com base nas interações e relações entre matéria e energia, para propor ações individuais e coletivas que aperfeiçoem processos produtivos, minimizem impactos socioambientais e melhorem as condições de vida em âmbito local, regional e global”, mais especificamente com a habilidade **EM13CNT105**: “Analisar os ciclos biogeoquímicos e interpretar os efeitos de fenômenos naturais e da interferência humana sobre esses ciclos, para promover ações individuais e/ou coletivas que minimizem consequências nocivas à vida”.

Fonte: Andrade (2020, p. 208).

Entretanto, esse tipo de abordagem aparece pontualmente, e o tema pode não ser tão atrativo e estimulante aos estudantes. Ainda assim, é um debate socialmente pertinente, mesmo que embasado em outra área do conhecimento. Sentimos falta de elementos mais relacionados com o contexto social dos estudantes (nem todos usam transporte coletivo, por exemplo).

O aluno é encorajado a valorizar as qualidades estéticas, a precisão e a utilidade da matemática na vida diária e profissional?

Parcialmente (1). São escassas as situações em que há essa forma de abordagem. A maioria das situações apresentadas são as mais comuns, que sempre são trabalhadas, como anagramas, a retirada de bolas de uma caixa, o total de formas possíveis de ser formado certo grupo, encontrar o número de algarismos que podem ser formados seguindo alguma regra, desenvolvimento de um binômio, etc. Mas há exceções muito interessantes, como a apresentada a seguir.

Figura 18 – Exemplo de utilidade da combinatória

emblem do Mercosul

nome do país

marca d'água

bandeira do país

código bidimensional

BR

BRASIL

7S19

selo fiscal federal (chip)

signo/distintivo do Brasil

A estampagem dessa placa é composta de 7 caracteres alfanuméricos em alto-relevo, sendo 4 letras e 3 números. Denominando L o caractere referente à letra e N o caractere referente ao número, eles são dispostos na seguinte sequência: LLLNLNN.

b) Espera-se que os alunos respondam que o motivo foi o aumento da frota brasileira de veículos, que, devido à taxa de crescimento, podia ultrapassar a qualquer momento a quantidade de códigos disponíveis para a elaboração de placas distintas.

De acordo com o tipo de atribuição que um veículo recebe, a cor de sua placa pode se diferenciar com relação às placas dos veículos comuns.

Veículos particulares. Veículos especiais. Veículos comerciais.

Veículos oficiais. Veículos diplomáticos. Veículos de colecionador.

Após isso, é gerado um código alfanumérico, que será utilizado para identificar o veículo recém-cadastrado. No caso dos veículos 0 km, o proprietário pode optar, seguindo algumas regras, por escolher a sequência de caracteres que vai identificar seu veículo, mediante o pagamento de uma taxa.

Depois de obter toda a documentação oficial, o código alfanumérico e pagar o seguro obrigatório, o proprietário deverá ir a uma loja credenciada para solicitar a confecção de suas placas.

a) Utilize seus conhecimentos acerca de Análise combinatória e verifique quantos códigos distintos podem ser formados no emplacamento de veículos de acordo com o novo sistema de codificação.
456 976 000 códigos

b) Qual foi o motivo para implantar um novo sistema de codificação?

c) Em sua opinião, quais são os possíveis transtornos causados por um emplacamento com o mesmo código em mais de um veículo?
Resposta pessoal. Espera-se que os alunos citem motivos relacionados a multas e perda de pontos na carteira, impostos cobrados indevidamente, entre outros.

Fonte: Andrade (2020, p. 45).

Nessa situação, o estudante pode perceber por que as placas foram trocadas. E que o novo formato garante uma maior possibilidade de combinações (aproximadamente 457 milhões), ou seja, muito mais carros poderão ser

contemplados mantendo o novo padrão, diferente do anterior que só permitia aproximadamente 176 milhões como descrito na página 44 do livro.

6.2.4 Idoneidade Interacional

São propostas tarefas que favorecem o diálogo, a comunicação e o debate entre os alunos, em que diferentes pontos de vista são explicados, justificados e questionados com argumentos matemáticos?

Sim (2). Há diversos momentos para debate, destacamos como exemplo a situação exposta aqui, no ensino de fatorial (Figuras 19 e 20).

Figura 19 – Situação sobre Fatorial

Para resolver algumas situações envolvendo Análise combinatória, precisamos recorrer a cálculos em que é necessário determinar o produto entre números naturais.

Veja a pergunta a seguir.

- Quantos números distintos com cinco algarismos podem ser formados usando as fichas abaixo?

3 7 9 1 8

Como vimos anteriormente, podemos responder a essa pergunta da seguinte maneira:

$$\underbrace{5}_{DM} \cdot \underbrace{4}_{UM} \cdot \underbrace{3}_{C} \cdot \underbrace{2}_{D} \cdot \underbrace{1}_{U} = 120 \rightarrow 120 \text{ números}$$

Esse tipo de cálculo surge com frequência em problemas envolvendo Análise combinatória. Para representá-lo, utilizamos **fatorial**, cuja notação é $n!$ (lê-se: fatorial de n , ou então, n fatorial).

No caso acima, $\underbrace{5!}_{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$.

Fonte: Andrade (2020, p. 17).

A seguir, temos a sugestão de Andrade para o trabalho do tema.

Figura 20 – Atividade que promove o diálogo, a comunicação e o debate (pt. 1)

Página 17

- Uma sugestão para iniciar o assunto desse tópico é desenvolver com os alunos, na prática, a tarefa com fichas proposta nessa página, antes de abordá-la no livro. Para realizá-la, peça aos alunos que se organizem em grupos com três integrantes e reproduzam as fichas e o quadro que se encontram nas páginas para reprodução desta Assessoria pedagógica.

Inicialmente, distribua a cada grupo as cinco fichas com algarismos distintos. Em seguida, solicite aos alunos que verifiquem quantos números distintos com três algarismos podem ser formados utilizando três dessas fichas. Repita o processo utilizando quatro fichas e depois, as cinco fichas, a fim de que percebam a relação entre a quantidade de possibilidades e a quantidade de fichas (algarismos) em mãos. Para complementar a proposta, distribua também para cada grupo o quadro que está junto com as fichas e peça aos alunos que o completem, à medida que investigam os números formados e obtenham a quantidade de números distintos com três, quatro e cinco algarismos.

Ao final, converse com os alunos e verifique se os grupos conseguiram chegar às mesmas respostas. Se julgar pertinente, escreva na lousa o quadro a seguir

Fonte: Andrade (2020, p. 209).

Figura 21 – Atividade que promove o diálogo, a comunicação e o debate (pt. 2)

com as quantidades de números de algarismos distintos formados com três, quatro e cinco algarismos.

Quantidade de algarismos que compõem o número	Quantidade de números distintos que podem ser formados
3	60
4	120
5	120

Fonte: Andrade (2020, p. 209).

Veja que a atividade proposta é rica em detalhes, o material proposto é todo disponibilizado no livro (p. 227), e é uma situação que fomenta a construção do raciocínio matemático. Mas mesmo o capítulo cumprindo com este critério, sentimos falta de mais sugestões detalhadas como a apresentada.

São propostos momentos em que os alunos assumem a responsabilidade pelo estudo (colocam questões e apresentam soluções; exploram exemplos e contra-exemplos para investigar e conjecturar; utilizam uma variedade de ferramentas para raciocinar, estabelecer ligações, resolver problemas e comunicar)?

Parcialmente (1). Vamos responder essa questão parte por parte.

Os estudantes colocam questões e apresentam soluções? Sim, a autora tem o cuidado de, dentro das listas de exercício, colocar questões “Você produtor” nas quais os estudantes elaboram um problema com base em imagens ou informações

ou realizam algumas construções (Andrade, 2020). Um claro exemplo é o da figura a seguir.

Figura 22 – Elaboração de Questão pelos alunos

84 maneiras

7. a) Veja a resposta na Resolução dos problemas e exercícios na Assessoria pedagógica.

Você produtor

5. Elabore e escreva um problema envolvendo o princípio fundamental da contagem. Depois, troque o problema com um colega e resolva-o. Em seguida, verifique se a resposta apresentada está correta.

Fonte: Andrade (2020, p. 16).

Os estudantes exploram exemplos e contra-exemplos para investigar e conjecturar? Parcialmente, embora existam várias situações para investigação, como a apresentada na Figura 23 (veja o comentário ao professor), não encontramos a presença de contra-exemplos.

Figura 23 – Situação de investigação envolvendo Combinação simples

6 **Combinação simples**

Verifique a possibilidade de propor aos alunos esta situação antes de abordá-la no livro, a fim de que, em duplas, eles tentem resolvê-la. Depois, considerando as estratégias de resoluções propostas e desenvolvidas por eles, apresente as explicações encontradas nestas páginas.

O gerente de uma empresa decidiu formar uma equipe com 2 pessoas para executar certo trabalho. Para formar a equipe, ele deveria escolher entre 4 pessoas: Ana, Bia, Carlos e Daniela.

- Quantas são as possibilidades de formar essa equipe?

Representando Ana, Bia, Carlos e Daniela por A, B, C e D, respectivamente, temos o diagrama de árvore ao lado.

Observando o diagrama, notamos que há 12 possibilidades de formar essa equipe.

No entanto, se considerarmos todas as possibilidades da maneira como foram apresentadas, estaremos contando duas vezes a mesma equipe, ou seja:

AB e BA, AC e CA, AD e DA, BC e CB, BD e DB, CD e DC

Fonte: Andrade (2020, p. 197).

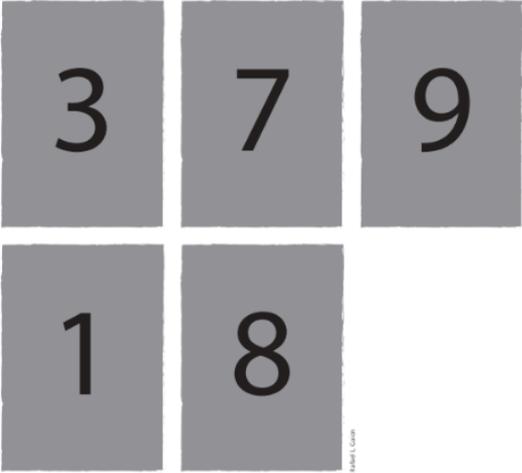
Os estudantes utilizam uma variedade de ferramentas para raciocinar, estabelecer ligações, resolver problemas e comunicar?

Parcialmente, há vários momentos para a resolução de problemas e comunicação dentro de sala de aula, já abordados anteriormente.

Figura 24 – Exemplo de ferramenta

6 Páginas para reprodução

• Fichas e quadro



Quantidade de algarismos que compõem o número	Quantidade de números distintos que podem ser formados
3	
4	
5	

Fonte: Andrade (2020, p. 209).

Há certo material que procura que o estudante estabeleça relações entre os conceitos estudados, mas não há muitas sugestões de ferramentas para promover o raciocínio, como as fichas mencionadas na Figura 24.

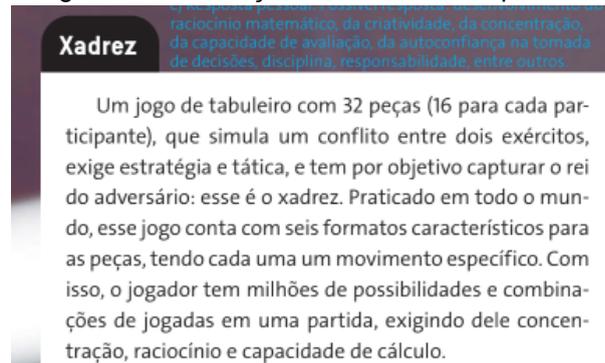
6.2.5 Idoneidade Mediacional

É promovida a utilização de materiais manipulativos, audiovisuais e informáticos, permitindo a introdução de boas situações, linguagens, procedimentos e argumentos adaptados ao conteúdo pretendido?

Sim (2), temos vários exemplos, como os apresentados a seguir.

A autora incentiva que seja trabalhada a relação entre o jogo de xadrez e a matemática, entendendo que “O jogo de xadrez envolve memorização, raciocínio lógico e capacidade de cálculo para analisar as inúmeras possibilidades existentes em cada jogada e suas possíveis consequências” (Andrade, 2020, p. 206).

Figura 25 – Utilização de material manipulativo



Fonte: Andrade (2020, p.11).

Temos vários momentos que a autora ensina a trabalhar com vários conteúdos na calculadora científica, além de exercícios específicos para serem respondidos utilizando este instrumento. Na figura abaixo trouxemos o cálculo de fatorial.

Figura 26 – Utilização de material informático

As calculadoras científicas, em geral, apresentam uma função que permite calcular o fatorial de um número natural.

Podemos calcular $7!$, por exemplo, utilizando uma calculadora científica. Em algumas delas o comando $x!$ corresponde à segunda função de certa tecla. Nesse caso, para que esse comando seja ativado, primeiro é necessário digitar a tecla .



Fonte: Andrade (2020, p. 17).

Quando abordado o Triângulo de Pascal, Andrade (2020) ensina a realizar a construção do Triângulo de Pascal utilizando a planilha eletrônica do LibreOffice (ver páginas 42 e 43). Consideramos uma abordagem interessante, embora o passo a passo seja de difícil compreensão.

Figura 27 – Utilização de outro material informático

Acesso digital

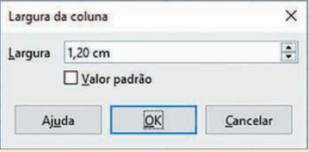
Triângulo de Pascal na planilha eletrônica

Nesta seção, vamos construir o triângulo de Pascal utilizando uma planilha eletrônica. Nessa planilha, as tabelas podem ser usadas para inserir vários tipos de informações, ou seja, dados numéricos, textos e fórmulas. Cada parte dada pelo cruzamento de uma linha com uma coluna é chamada **célula**, cuja localização é indicada por uma letra e um número. Para isso, vamos utilizar o Calc, que é um *software* gratuito de planilha eletrônica.

Siga as orientações do professor e o passo a passo apresentados a seguir para realizar a construção. [Caso não tenha instalada a planilha Calc no computador que os alunos vão utilizar, acesse o site e clique no botão Baixar o LibreOffice. Disponível em: <http://pt-br.libreoffice.org>. Acesso em: 21 jul. 2020.](http://pt-br.libreoffice.org)

19 Inicialmente, ajuste a medida da largura das colunas. Para isso, selecione todas as células com a combinação de teclas **Ctrl+A** e acesse o menu **Formatar** → **Colunas** → **Largura...**

Na caixa de diálogo, digite **1,20 cm** e tecla **Enter**.

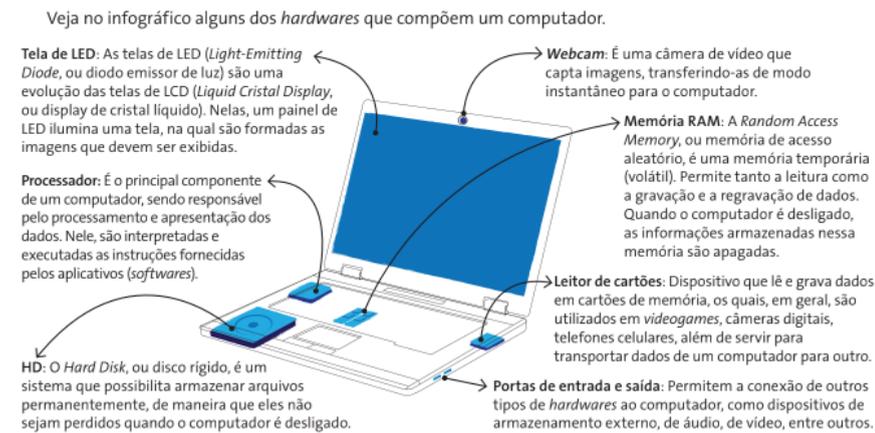


Fonte: Andrade (2020, p. 42).

As definições e as propriedades são contextualizadas e motivadas através de situações concretas, modelos e visualizações?

Parcialmente (1). Existem elementos motivadores quando se aborda o Princípio Fundamental da Contagem (PFC), o Arranjo e a Combinação (por exemplo a Figura 28). Porém, há carência de situações concretas, modelos e visualizações quando se é abordado o Binômio de Newton e o Triângulo de Pascal (no último há apenas a visualização desse triângulo). O que é em parte compreensível, mas deixa a desejar.

Figura 28 – Situação concreta com visualização



Para montar um computador, Carolina pretende escolher algumas peças. Uma das lojas que ela visitou ofereceu algumas opções, conforme indicado a seguir, além do *mouse* e do teclado que já estão inclusos na compra.

Processador	Memória RAM	Acessórios
<ul style="list-style-type: none"> • 3.5 GHz • 3.6 GHz • 3.7 GHz • 3.8 GHz • 3.9 GHz 	<ul style="list-style-type: none"> • 4 GB • 8 GB • 16 GB 	<ul style="list-style-type: none"> • Monitor 14" • Monitor 14", <i>webcam</i> e <i>bluetooth</i> • Monitor 15", <i>webcam</i> e <i>bluetooth</i> • Monitor 15", <i>webcam</i>, leitor de cartões e <i>bluetooth</i>
	<ul style="list-style-type: none"> • 1 TB • 2 TB • 3 TB • 4 TB 	

• De quantas maneiras distintas Carolina pode montar um computador nessa loja, sabendo que ela pode escolher um processador, uma memória RAM, um HD e uma das opções de acessórios? Deixe os alunos tentem resolver essa situação. Depois, considerando as estratégias de resoluções propostas por eles, diga-lhes que podemos responder a essa pergunta por meio do seguinte cálculo: Para responder a essa questão, utilizamos o princípio fundamental da contagem, assunto que será estudado a seguir.

$5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 = 240$, ou seja, 240 maneiras.

Fonte: Andrade (2020, p. 12).

Na Figura 28 mostramos uma situação clara de contextualização, em que existe um elemento motivador (o computador), uma boa visualização (como são as peças e onde elas se encaixam), e uso do Princípio Fundamental da Contagem.

São definidas as fontes utilizadas? Elas são muitas?

Sim (2). Temos um bom referencial em educação matemática presente na Assessoria Pedagógica (p. 193 a 196), que é rico, com a menção de livros como “Diálogo e aprendizagem em educação matemática”, de Ole Skovsmose, e “Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino.” de Guy Brousseau. Além disso, todas as questões de vestibulares, aplicações e os dados históricos também estão referenciadas.

É considerado tempo suficiente aos conteúdos com maior dificuldade de compreensão?

Sim (2), devido a dois fatores. O primeiro é que Andrade (2020, p. 170) deixa claro que “desde que considere todas as competências e as habilidades esperadas dos estudantes ao concluírem o Ensino Médio, o professor tem autonomia para distribuir os conteúdos ao longo dessa etapa de ensino, ordenando-os e articulando-os da forma que julgar mais adequada” (2020, p. 170). E segundo, no livro são apresentadas três sugestões de cronograma, que entendemos que todas elas estão de acordo com o tempo previsto para a aprendizagem dos conteúdos deste livro.

Figura 29 – Sugestões de cronogramas

2 Sugestões de cronogramas

A seguir, apresentamos duas sugestões de cronogramas para o trabalho com esta coleção, **Opção 1** e **Opção 2**, nas quais os conteúdos estão distribuídos em seis volumes, com seus respectivos capítulos.

Tanto uma quanto a outra dão sugestões para o professor elaborar o planejamento de modo **bimestral**, **trimestral** ou **semestral**. Ainda assim, ele tem autonomia pedagógica para elaborar outro cronograma para esta coleção, baseando-se em suas necessidades e na realidade que o cerca, como a grade curricular, a quantidade de aulas e horas destinadas à Matemática e as condições de cada turma.

Neste quadro, chamaremos de:

- F.A.Q.E.L. o volume de Funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica;
- T.F.P.P. o volume de Trigonometria, fenômenos periódicos e programação;
- G.S.M.F. o volume de Grandezas, sequências e matemática financeira;
- M.S.L.G.A. o volume de Matrizes, sistemas lineares e geometria analítica;
- E.A.C.P. o volume de Estatística, análise combinatória e probabilidade;
- G.E.P. o volume de Geometria espacial e plana.

Bimestre		Trimestre		Semestre	
1º	Volume F.A.Q.E.L. Capítulos 1 e 2	1º	Volume F.A.Q.E.L. Capítulos 1, 2 e 3	1º	Volume F.A.Q.E.L. Capítulos 1, 2, 3, 4 e 5
2º	Volume F.A.Q.E.L. Capítulos 3, 4 e 5	2º	Volume F.A.Q.E.L. Capítulos 4 e 5	2º	Volume T.F.P.P. Capítulos 1, 2, 3 e 4
3º	Volume T.F.P.P. Capítulos 1 e 2	3º	Volume G.S.M.F. Capítulos 1, 2 e 3	3º	Volume G.S.M.F. Capítulos 1, 2 e 3
4º	Volume T.F.P.P. Capítulos 3 e 4	4º	Volume E.A.C.P. Capítulos 1, 2 e 3	4º	Volume M.S.L.G.A. Capítulos 1, 2, 3, 4 e 5
5º	Volume G.S.M.F. Capítulo 1	5º	Volume M.S.L.G.A. Capítulos 1 e 2	5º	Volume E.A.C.P. Capítulos 1, 2 e 3
6º	Volume G.S.M.F. Capítulos 2 e 3	6º	Volume M.S.L.G.A. Capítulos 3, 4 e 5	6º	Volume G.E.P. Capítulos 1, 2 e 3
7º	Volume M.S.L.G.A. Capítulos 1, 2 e 3	7º	Volume T.F.P.P. Capítulos 1 e 2		
8º	Volume M.S.L.G.A. Capítulos 4 e 5	8º	Volume T.F.P.P. Capítulos 3 e 4		
9º	Volume E.A.C.P. Capítulos 1 e 2	9º	Volume G.E.P. Capítulos 1, 2 e 3		
10º	Volume E.A.C.P. Capítulo 3				
11º	Volume G.E.P. Capítulos 1 e 2				
12º	Volume G.E.P. Capítulo 3				

Fonte: Andrade (2020, p. 197).

O cronograma da sequência de atividades e dos conteúdos é adequado?

Parcialmente (1), é adequado, porém, um pouco inconsistente. Na Figura 28, E.A.C.P. é o volume que contempla os conteúdos de Estatística, Análise

Combinatória e Probabilidade. O problema identificado é que no planejamento bimestral, este volume está no início do terceiro ano (no 9º bimestre), o que acontece também no semestral (no 5º semestre). Já no planejamento trimestral, este volume está no início do segundo ano (no 4ª trimestre). Esse desencaixe pode gerar problemas, por exemplo, caso um estudante mude de escola do segundo para o terceiro ano, com a antiga escola seguindo o planejamento semestral e a nova o trimestral, ele não veria Estatística, Análise Combinatória e Probabilidade no ensino médio.

6.2.6 Idoneidade Ecológica

Os conteúdos estão relacionados com outros conteúdos intra e interdisciplinares (temas transversais, História da Matemática, outros)?

Sim (2), há boa quantidade de relação intra e interdisciplinar. É curioso destacar que os conteúdos de História da Matemática aparecem nos tópicos que exigem maior manipulação algébrica (como acontece na Figura 13). Apresentaremos agora um exemplo onde essa relação é bem trabalhada, acompanhe a imagem abaixo.

Figura 30 – Relação entre a combinatória e a Biologia

Representação esquemática de um nucleotídeo
O DNA é comparado a uma escada em espiral, sendo o fosfato e o açúcar o corrimão e as bases nitrogenadas os degraus. Na composição do DNA, existem quatro bases nitrogenadas: adenina (A), guanina (G), timina (T) e citosina (C). A adenina sempre se liga à timina por meio de duas pontes de hidrogênio e a citosina à guanina por meio de três pontes de hidrogênio.

Espera-se que os alunos respondam que podemos associar a organização da sequência de nucleotídeos que formam a estrutura do DNA com os conteúdos de arranjo e combinação estudados neste capítulo.

a) De que maneira os conteúdos abordados neste capítulo estão relacionados à estrutura do DNA?
b) Os conhecimentos que você possui sobre Análise combinatória o ajudaram a compreender as informações apresentadas? Justifique sua resposta.

Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que o estudo dos conteúdos de Análise combinatória os auxiliou na compreensão das ligações entre as bases nitrogenadas que compõem o DNA.

Gene: sequência de **nucleotídeos** que determinam as características do ser vivo. Um gene tem a dimensão da metade de um fio de cabelo (0,4 micrômetro).

DNA: abreviação de ácido desoxirribonucleico. Trata-se de uma molécula comprida no formato de espiral, formada pela junção de uma grande quantidade de nucleotídeos. Esticado, atinge aproximadamente 2 m de comprimento e todo o DNA do corpo atinge aproximadamente 6 bilhões de quilômetros, 40 vezes a medida da distância entre a Terra e o Sol.

Fonte: Andrade (2020, p. 47).

Nas páginas 46 e 47, existe um diálogo entre a combinatória e a Biologia, em que é descrita a composição do DNA. A partir da explicação, a autora espera que o estudante compreenda que cada ser humano tem a sua combinação única de genes, formado por uma combinação de bases nitrogenadas. Também espera-se que eles percebam a importância do conhecimento combinatório para entender diversos tipos de situações, sendo nesse caso, o próprio processo de formação (Andrade, 2020).

6.3 ANÁLISE DIMENSIONAL

Para avaliar o grau de idoneidade das dimensões, foi feita uma classificação baseada na pontuação em cada indicador: de 0 até 33,3% foi considerado que o grau de adequação é baixo, entre 33,3% e 66,7% é considerado médio, e acima de 66,7% dizemos que este grau é alto. O Quadro 6 informa o número de indicadores por componente e a nota por componente e por dimensão da Idoneidade.

Quadro 6 - GALD-Combinatória do capítulo analisado

Idoneidade	Componentes	Número de Indicadores	Avaliação	
Epistêmica	Significados	4	7/8; 87,5%	11/14; 78,6%
	Processos	4	4/6; 66,7%	
Cognitiva	Conflitos Cognitivos	2	1/4; 25,0%	7/12; 58,3%
	Avaliação	4	6/8; 75,0%	
Afetiva	Emoções	2	3/4; 75,0%	5/8; 62,5%
	Crenças	1	1/2; 50,0%	
	Valores	1	1/2; 50,0%	
Interacional	Interações discentes	1	2/2; 100,0%	3/4; 75,0%
	Autonomia	1	1/2; 50,0%	
Mediacional	Recursos materiais	3	5/6, 83,3%	8/10; 80,0%
	Tempo	2	3/4; 75,0%	
Ecológica	Conexões intra e interdisciplinares	1	2/2, 100,0%	2/2, 100,0%

Fonte: Os autores (2024).

Iniciando a discussão, na Dimensão Epistêmica foram alcançados 10 dos 14 pontos, sendo seu grau considerado alto (78,6%). Isso evidencia que as práticas propostas para o docente representam os significados que são base para a elaboração do planejamento das aulas, como os significados presentes na BNCC. As proposições são devidamente apresentadas, existem diversas situações problemas, os estudantes são chamados a avaliar as estratégias e pensamentos matemáticos dos outros, e incentivados a formar conjecturas e a desenvolver seu raciocínio matemático, entre outras qualidades. Porém, faltam mais questionamentos que desenvolvam a produção da linguagem matemática por parte

do estudante, e há escassez de diversidade de problemas quando trabalhadas as permutações, o Triângulo de Pascal e o Binômio de Newton.

Na Dimensão Cognitiva temos um total de 7 entre os 12 pontos, seu grau foi classificado como médio (58,3%). Nessa dimensão se busca identificar a proximidade das práticas apresentadas pelos estudantes (que são consistentes com o padrão institucional estabelecido) ao sistema de práticas implementadas pelo professor (que no nosso caso é a autora) (Céspedes; Burgos; Godino, 2022). Essa dimensão não teve uma avaliação alta, pois, no capítulo avaliado se explorou pouco os possíveis conflitos cognitivos dos estudantes. Não há nenhuma atividade que mencione o erro do estudante, e o livro não prevê nenhum conflito cognitivo que os estudantes possam ter no processo de aprendizagem de combinatória. Quando a autora aborda sobre o processo de avaliação, o livro traz uma discussão rica envolvendo diferentes formas e instrumentos de avaliação, como ela deve ocorrer, o que ela deve promover etc. Por outro lado, não é apresentada nenhuma sugestão de avaliação de qualquer conteúdo de combinatória, e nem se discute o processo de divulgação dessas avaliações.

Na Dimensão Afetiva, que mede o grau de envolvimento do estudante com o processo de estudo (Céspedes; Burgos; Godino, 2022), temos de 5 dos 8 pontos possíveis, sendo o seu grau classificado como médio (62,5%). Apesar de possuir vários elementos motivacionais, o livro não traz muitos dados sobre o contexto social dos estudantes, com poucos problemas relacionados à realidade deles.

Na Interacional, foram conquistados 3 dos 4 pontos, atingindo 75,0%. O grau da Dimensão Interacional é considerado adequado se as “configurações e trajetórias didáticas permitam identificar potenciais conflitos semióticos e resolver os conflitos que ocorrem no processo de instrução.” (Céspedes; Burgos; Godino, 2022, p. 4, tradução nossa). Apenas dois indicadores da GALD-Combinatória estão presentes nessa dimensão, e a partir deles constatamos que existem tarefas que favorecem o diálogo, a comunicação e o debate, em que diferentes pontos de vista são explicados, justificados e questionados com argumentos matemáticos. A nota não foi máxima, pois não foram encontradas muitas ferramentas para promover o raciocínio, e não existe um contraexemplo em todo o capítulo. Por fim, apenas esses dois indicadores não são suficientes para afirmar que o grau do processo de ensino e aprendizagem proposto pelo autor nesse capítulo é adequado para essa dimensão, mas sua nota reforça aspectos positivos dessa dimensão.

Avaliando os indicadores da Dimensão Mediacional, vemos que o capítulo apresenta um grau alto, com 8 de 10 pontos (80,0%). Essa dimensão avalia o “grau da disponibilidade e da adequação dos recursos materiais e temporais” (Céspedes; Burgos; Godino, 2022, p. 4, tradução nossa). Os indicadores dessa dimensão apontam que materiais manipulativos, audiovisuais e informáticos são incentivados para abordar o conteúdo, que é grande o referencial bibliográfico, que o tempo proposto para as atividades do capítulo é adequado, etc. A análise nesta dimensão deixa a desejar em dois aspectos: há uma falta de aplicações quando tratamos de Binômio de Newton e Triângulo de Pascal e existe um problema lógico nas diferentes sugestões de cronograma.

Na Dimensão Ecológica, seu único indicador foi atendido, garantindo a pontuação máxima, 100,0%. Esta dimensão é considerada idônea se o processo de estudo se ajusta ao projeto educativo (a escola, a sociedade e o ambiente em que se desenvolve) (Céspedes; Burgos; Godino, 2022). Há, porém, uma ressalva, o indicador só fala sobre a relação entre os conteúdos de Análise Combinatória e outros, intra e interdisciplinares, mas não há informação suficiente para discutir o grau desta dimensão, como foi feito em casos anteriores.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa trouxe um recorte da GALD-Matemática da Idoneidade Didática em livros didáticos para a realidade do professor de matemática da região, sendo criado um instrumento para ser usado pelos professores do ensino médio, visando identificar o grau de adequação do ensino de combinatória presente na coleção que pretende usar. Na coleção Matemática Interligada, tivemos, em geral, um resultado positivo, na avaliação geral, foi obtido 36 dos 50 da pontuação total, gerando um aproveitamento de 72,0%. Consideramos que o livro possui alto grau de idoneidade nas dimensões Epistêmica e Mediacional, bons resultados nas dimensões Interacional e Ecológica, e um grau de idoneidade médio nas dimensões cognitiva e afetiva. A autora traz muitos momentos para debate, de metacognição, vários elementos motivadores, boa estruturação do conteúdo, uma boa variedade de situações problemas sobre o PFC, a combinação e o arranjo, etc.; mas sentimos falta de uma maior diversidade de problemas para os conteúdos não citados, considerações sobre o erro dentro do capítulo, alguma sugestão de avaliação sobre um dos temas de Análise Combinatória, entre outros motivos.

Para pesquisas posteriores, sugerimos uma análise semelhante com os livros a serem aprovados pelo PNLD para os anos de 2026 e 2029. Novos guias podem ser elaborados, aprimorados e aplicados em diversos tópicos matemáticos, visando auxiliar o professor a escolher o livro que usará e a forma que ele será aproveitado em sua aula, identificando se contém os princípios norteadores (critérios de idoneidade) apresentados nessas guias de modo que o processo de ensino e aprendizagem seja considerado idôneo em todas as seis dimensões.

Esse trabalho também pode incentivar futuras pesquisas envolvendo a Teoria da Idoneidade Didática e, de forma geral, o EOS. É um enfoque muito rico e complexo, possuindo muitas aplicações, podendo somar para o avanço das pesquisas em Educação Matemática da região.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, T. M. **Matemática Interligada**: Estatística, Análise combinatória e Probabilidade. 1. ed. São Paulo: Editora Scipione, 2020.

ANSELMO, César Augusto De Freitas; BARONI, Ana Karina Cancian. Mapeando o pensamento combinatório na BNCC: conexões explícitas e implícitas. **Revista Ciência em Evidência**, v. 5, n. FC, p. e024002, 2024. Disponível em: <<https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/cienciaevidencia/article/view/2572>>. Acesso em: 23 jul. 2025.

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; ROCHA, Cristiane de Arimatéa; AZEVEDO, Juliana. Estudos em Raciocínio Combinatório: investigações e práticas de ensino na Educação Básica. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, v. 29, n. 53, p. 1348–1368, 2015. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2015000301348&lng=pt&tlng=pt>. Acesso em: 14 jul. 2025.

BRAGA, Nádia Helena; SANTOS-WAGNER, Vânia Maria Pereira. Utilização de ferramentas de idoneidade didática para análise do conceito de função em livros didáticos. **Revemop**, v. 3, p. e202127–e202127, 2021. Disponível em: <<https://periodicos.ufop.br/revemop/article/view/5061>>. Acesso em: 9 jul. 2025.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Disponível em: basenacionalcomum.mec.gov.br. 2017. Acesso em: 15 jul. 2025.

BRASIL, Ministério da Educação. **Resolução. Resolução nº12, de outubro de 2020**. Dispõe sobre o Programa Nacional do livro e do Material Didático – PNLD. Diário Oficial da União, 2020. Disponível em: <https://www.gov.br/fnde/pt-br/aceso-a-informacao/acoes-e-programas/programas/pr-ogramas-do-livro/pnld/legislacao-pnld/resolucao-no-12-de-07-de-outubro-de-2020/vie-w>. Acesso em 04 de outubro 2024.

BRASIL. Ministério da Educação; Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação; Secretaria de Educação Básica. **Edital de Convocação Nº 03/2019 – CGPLI: Edital de Convocação para o Processo de Inscrição e Avaliação de Obras Didáticas, Literárias e Recursos Digitais para o Programa Nacional do Livro e do Material Didático – PNLD 2021**. 27 de nov. 2019. Disponível em: <https://www.gov.br/fnde/pt-br/aceso-a-informacao/acoes-e-programas/programas/pr-ogramas-do-livro/consultas-editais/editais/edital-pnld-2021>. Acesso em: 15 jul. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação; Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação; Secretaria de Educação Básica. **Edital de Convocação Nº 02/2024-CGPLI : Edital de Convocação para o Processo de Inscrição e Avaliação de Obras Didáticas para o Programa Nacional do Livro e do Material Didático – PNLD Ensino Médio – 2026-2029 (2ª retificação)**. Brasília, 14 de jun. 2024. Disponível em:

<https://www.gov.br/fnde/pt-br/aceso-a-informacao/acoes-e-programas/programas/programas-do-livro/consultas-editais/editais/edital-pnld-ensino-medio-2026-2029>.

Acesso em: 15 jul. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Portaria nº 68 de 2 de junho de 2021**. Diário Oficial da União, Poder Executivo, Brasília, DF, 2 de junho de 2021a. Seção 1. p. 108.

BRASIL. **Programa Nacional do Livro Didático - Matemática**. Brasília: MEC / Secretaria de Educação Básica, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia Digital PNLD 2021: Matemática e suas tecnologias**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2021b.

BREDA, Adriana; FONT, Vicenç; PINO-FAN, Luis Roberto. Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. **Bolema**, Rio Claro, v. 32, n. 60, p. 255-278, 2018.

CÉSPEDES, M.; BURGOS, M.; GODINO, JUAN. Elaboración de una guía de análisis de libros de texto de matemáticas basada en la teoría de la idoneidad didáctica. **Educação e Pesquisa**, [S. l.], v. 48, n. contínuo, p. e238787, 2022. DOI: 10.1590/S1678-4634202248238787eng. Disponível em: <https://www.revistas.usp.br/ep/article/view/198871>. Acesso em: 16 set. 2024.

CÉSPEDES, María José Castillo; NAVARRO, María Burgos; GODINO, Juan Díaz. Guía de análisis de lecciones de libros de texto de Matemáticas en el tema de proporcionalidad. **Uniciencia**, v. 36, n. 1, p. 1–19, 2022. Disponível em: <<https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/15399>>. Acesso em: 9 jul. 2025.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2006.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

GODINO, J. D.; CONTRERAS, A.; FONT, V. Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. **Recherches en Didactiques des Mathématiques**, v. 26, n. 1, p. 39–88, 2006.

GODINO, Juan D. Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. **Recherches en Didactiques des Mathématiques**, v. 22, n. 2/3, p. 237-284, 2002.

GODINO, Juan D. **Enfoque ontosemiótico en educación matemática: fundamentos, herramientas y aplicaciones**. Primera edición : 2024. ed. Sevilla: Aula Magna Proyecto Clave McGraw Hill, 2024.

LIMA, Rita de Cássia Gomes de. **O raciocínio combinatório de alunos da educação de jovens e adultos: do início da escolarização até o ensino médio**. 2010. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

LOCKWOOD, E.; WASSERMAN, N.; TILEMA, E. A case for combinatorics: A research commentary. **The Journal of Mathematical Behavior**, [S.l.], v. 59, n. 59, n. p., Set. 2020. DOI: 10.1016/j.jmathb.2020.100783. Disponível em: doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100783. Acesso em: 16 set. 2024.

PESSOA, C. **Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório do 2º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio**. 2009. 267 p. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

ROCHA, Cristiane de Arimatéa. **Estudo de combinatória no ensino médio à luz do enfoque ontossemiótico: o que e por que priorizar no livro didático e nas aulas?**. 2019. 381 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.