



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - EaD

MARCOS SILVA BARBOSA

**DESENVOLVIMENTO DE ESTRATÉGIAS DIDÁTICAS PARA A COMPREENSÃO
E APLICAÇÃO DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NO ENSINO
MÉDIO: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA**

PESQUEIRA

2024

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CENTRO ACADÊMICO DA PESQUEIRA

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA-EaD

MARCOS SILVA BARBOSA

**DESENVOLVIMENTO DE ESTRATÉGIAS DIDÁTICAS PARA A COMPREENSÃO
E APLICAÇÃO DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NO ENSINO
MÉDIO: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA**

TCC apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico da Pesqueira, como requisito para a obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Orientador(a): Prof. Gleidson Gomes da Silva

PESQUEIRA

2024

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Barbosa, Marcos Silva.

Desenvolvimento de Estratégias Didáticas para a Compreensão e Aplicação
do Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio: Uma Revisão
Sistemática / Marcos Silva Barbosa. - Recife, 2024.

29 : il., tab.

Orientador(a): Gleidson Gomes da Silva

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de
Pernambuco, Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Matemática -
Licenciatura, 2024.

Inclui referências, apêndices, anexos.

1. aprendizado. 2. integral. 3. derivada. I. Silva, Gleidson Gomes da.
(Orientação). II. Título.

510 CDD (22.ed.)

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DA GRADUAÇÃO
EM MATEMÁTICA/LICENCIATURA - EAD, DO CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
E DA NATUREZA, DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO,
NO DIA 02 DE SETEMBRO DE 2024.

Aos 02 dias do mês de Setembro do ano de dois mil e vinte e quatro, às 18h30min, em sessão pública virtual, teve início a defesa do Trabalho de Conclusão de Curso intitulado “Desenvolvimento de estratégias didáticas para a compreensão e aplicação do Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio: Uma revisão sistemática” do aluno de Licenciatura em Matemática na modalidade a distância MARCOS SILVA BARBOSA, tendo sido tal TCC orientado pelo Prof. Gleidson Gomes da Silva. A Banca Examinadora foi composta pelos Professores: Gleidson Gomes da Silva, William Artiles Roqueta e Reinaldo Manoel da Silva. Após cumpridas as formalidades, o candidato foi convidado a discorrer sobre o conteúdo do TCC. Concluída a explanação, o candidato foi arguido pela Banca Examinadora que, em seguida, reuniu-se para deliberar e conceder ao mesmo a menção: **Aprovado**. E, para constar, lavrei a presente Ata que vai por mim assinada, Secretária de Graduação, e pelos membros da Banca Examinadora.

Recife, 02 de setembro de 2024.

Documento assinado digitalmente
 ANGELA MONICA THIERS SANTIAGO
Data: 28/05/2025 16:58:50-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Banca Examinadora
Gleidson Gomes da Silva
Professor Orientador

(9,5)
Nota

Documento assinado digitalmente
 GLEIDSON GOMES DA SILVA
Data: 29/05/2025 15:08:10-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Assinatura

William Artiles Roqueta
Professor Examinador

(9,5)
Nota

Documento assinado digitalmente
 WILLIAM ARTILES ROQUETA
Data: 29/05/2025 17:32:57-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Assinatura

Reinaldo Manoel da Silva
Professor Examinador

(9,5)
Nota

Documento assinado digitalmente
 REINALDO MANOEL DA SILVA
Data: 29/05/2025 19:01:57-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Assinatura

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus filhos, por serem o motivo da minha dedicação e esforço. Cada passo que dei nesta jornada teve como objetivo proporcionar um futuro melhor para eles.

A minha esposa, pela compreensão e apoio constante. A sua presença e confiança foram fundamentais para que eu pudesse finalizar este trabalho.

Aos professores e tutores, por seus compromissos e paciência. O conhecimento e as orientações fornecidas foram determinantes para o êxito deste trabalho.

Aos meus colegas, que compartilharam esta jornada comigo e são uma fonte constante de encorajamento e amizade.

RESUMO

Esse estudo visa analisar a relevância e os benefícios da implementação precoce da matéria de Cálculo no Ensino Médio, também conhecido como “segundo grau”. Durante o período da minha graduação na UFPE, recebi diversos relatos de colegas de turma, além de meu filho e sobrinho, que estão cursando graduações na área de engenharia. Eles relataram que, no início das atividades acadêmicas na área de exatas, enfrentaram muitas dificuldades para compreender a matéria. Eu mesmo, nos períodos considerados “básicos”, tive bastante dificuldade para compreender a matéria, principalmente os conteúdos de integral e derivadas. Portanto, o objetivo desse estudo não é apenas aprimorar a base matemática dos alunos, mas também despertar o interesse e a compreensão da aplicabilidade prática desses conceitos desde as primeiras etapas da educação. É importante enfatizar a importância da Matemática como uma disciplina presente em nossa rotina, eliminando a ideia de dificuldade e desconexão com outras disciplinas.

Palavras-Chave: aprendizado, integral, derivada.

ABSTRACT

The purpose of this study is to analyze the relevance and benefits of early implementation of Calculus in high school. During my time as an undergraduate at UFPE, I received several reports from classmates, as well as my son and nephew, who are studying engineering. They reported that, at the beginning of their academic activities in the area of exact sciences, they faced many difficulties in understanding the subject. Myself, in the periods considered "basic", I had a lot of difficulty understanding the subject, especially the integral and derivative content. Therefore, the aim of this study is not only to improve the mathematical basis of the students, but also to arouse interest and understanding of the practical applicability of these concepts from the earliest stages of education. It is important to emphasize the importance of mathematics as a subject that is present in our routine, eliminating the idea that it is difficult and disconnected from other subjects.

Keywords: learning, integral, derivative.

SUMÁRIO

1- INTRODUÇÃO	8
1.1- JUSTIFICATIVA.....	10
2-OBJETIVOS	13
2.1 Objetivo Geral	13
2.2 Objetivos Específicos.....	13
3- METODOLOGIA DA PESQUISA	14
3.1 ESTRATÉGIA DE PESQUISA	14
3.2 SELEÇÃO DE ESTUDOS.....	14
3.3 EXTRAÇÃO DE DADOS.....	14
4- RESULTADOS	15
4.1 SELEÇÃO DOS ESTUDOS	15
4.2 PRINCIPAIS RESULTADOS DOS ESTUDOS.....	16
4.3 QUESTIONÁRIOS E RESOLUÇÃO UTILIZADOS NOS ARTIGOS	18
5- DISCUSSÃO	21
6- CONCLUSÃO.....	23
7- ANEXO A	24
8- ANEXO B	25
9- ANEXO C	26
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	27

1- INTRODUÇÃO

"O Cálculo" é uma expressão simplificada, adotada pelos matemáticos quando estes se referem à ferramenta matemática usada para analisar, qualitativamente ou quantitativamente, variações que ocorrem em fenômenos que abrigam uma ou mais componentes de natureza essencialmente física.

Para isto as funções jogam um papel de representante direta dos fenômenos. Veja, as funções são relações estabelecidas entre duas ou mais variáveis, de modo que o valor de uma delas fica determinado a partir dos valores atribuídos às demais e se diz simplificada que aquela "é função" das últimas. Outra forma de ver as funções consiste em interpretá-las como regras de associação entre as variáveis, inspirando a notação padrão $x \rightarrow y$ para indicar que a cada valor atribuído à variável x se associa um valor determinado à variável y .

Fica Claro que no âmbito do desenvolvimento da matemática, da ciência e da sociedade a representação da realidade por meio de fórmulas matemáticas precisa-se estudar as funções, seu comportamento e propriedades; porém as operações básicas sobre números como: soma, resta, divisão, potenciação, radiciação mesmo que sendo válidas sobre funções estas são ferramentas insuficientes para um estudo completo e detalhado das funções.

Assim no século XVII, o cálculo tinha por objetivo resolver quatro classes principais de problemas científicos e matemáticos daquela época:

1. Determinação da reta tangente a uma curva, em um dado ponto desta.
2. Determinação do comprimento de uma curva, da área de uma região e do volume de um sólido.
3. Determinação dos valores máximo e mínimo de uma quantidade – por exemplo, as distâncias máxima e mínima de um corpo celeste a outro, ou qual ângulo de lançamento proporciona alcance máximo a um projétil.
4. Conhecendo uma fórmula que descreva a distância percorrida por um corpo, em um intervalo qualquer de tempo, determinar a velocidade e a aceleração dele, em cada instante ao longo de tal intervalo. Reciprocamente, a partir de uma fórmula para a velocidade ou para a aceleração de um corpo, em

qualquer instante, ao longo de um dado intervalo de tempo, determinar a distância percorrida pelo corpo em tal intervalo.

Destes problemas ocuparam-se grandes cientistas do século XVII, porém o clímax destes esforços – a invenção (ou descoberta?) do Cálculo – coube a Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz.

O Cálculo Diferencial e Integral passou a se destacar como uma das áreas mais relevantes da Matemática, devido à sua capacidade de oferecer ferramentas matemáticas para uma ampla variedade de aplicações. Sua importância é evidente tanto em áreas puras, como equações diferenciais, análise complexa e geometria (FULANI, 2016), quanto em áreas aplicadas, como Física, Química, Biologia, Medicina e Economia (LOPES, 1999, p. 125). Além disso, o cálculo se torna uma ferramenta indispensável para compreender fenômenos do cotidiano, como a velocidade de um carro, os juros bancários, a dinâmica populacional e as movimentações financeiras (LIMA, 2016).

Apesar de sua ampla relevância, o cálculo diferencial e integral é frequentemente ensinado apenas no ensino superior, principalmente em cursos de ciências exatas e engenharias. A disciplina é ministrada em períodos semestrais, o que limita o tempo disponível para explorar exemplos e aplicações mais aprofundados. A combinação de conceitos formais, precisão nas ferramentas matemáticas e abordagem semestral pode dificultar a compreensão e desanimar os estudantes, refletindo-se nos altos índices de reprovação (RUBI, 2018).

Portanto, a proposta deste trabalho será avaliar a introdução dos conceitos de derivada e integral aos estudantes do ensino médio, utilizando estratégias e exemplos práticos para torná-los mais compreensíveis e acessíveis. Assim, forneceremos uma base sólida para que os alunos possam enfrentar desafios mais complexos durante a graduação, especialmente nas áreas de engenharia e ciências exatas.

1-1 JUSTIFICATIVA

Diversos estudiosos têm se empenhado em analisar as alternativas de inserir o cálculo diferencial e integral no ensino médio com o propósito de enfatizar a relevância da Matemática e eliminar a ideia de que ela é difícil.

A dificuldade em compreender e aplicar conceitos de cálculo, especialmente integrais e derivadas, é perceptível em vários setores da sociedade, principalmente quando os estudantes entram na faculdade. Segundo Rafael (2017, apud Machado, 2008), as prováveis causas desse déficit de aprendizagem são:

[...] as causas de natureza cognitiva, isto é, os alunos não apresentam estruturas cognitivas capazes de compreender as complexidades do Cálculo; as causas de natureza didática, segundo esta concepção as dificuldades estariam, em encontrar a metodologia mais adequada ao ensino e, por último, as dificuldades de natureza epistemológica, que se baseiam na ideia que as deficiências referentes ao ensino de Cálculo são anteriores ao espaço-tempo local do ensino de Cálculo.” (Rafael, 2017, apud Machado, 2008)

Desta forma, esta pesquisa tem como intuito observar a necessidade e reconhecer a relevância do cálculo na formação dos estudantes. Serão realizadas avaliações sobre a possível inclusão desses conteúdos no ensino médio. Os métodos de cálculo diferencial e integral no ensino médio podem trazer benefícios significativos, visto que familiarizar os estudantes com esses conceitos lhes dará mais tempo para assimilar e compreender os fundamentos matemáticos necessários para várias áreas de uma possível graduação, principalmente aquelas relacionadas às ciências exatas. Além disso, essa abordagem pode diminuir as taxas de reprovação e melhorar o desempenho acadêmico, especialmente no início da graduação, uma vez que os estudantes já terão familiaridade com os conceitos quando ingressarem no ensino superior (MACHADO, 2016).

Assim sendo, a proposta é enfatizar a relevância de adequar o currículo escolar para melhorar o ensino dos estudantes, evitando o déficit de aprendizado. Isso proporcionará uma transição mais suave e eficaz entre o ensino médio e o ensino superior. Essa mudança pode ser benéfica não somente para os estudantes, mas também para o sistema de ensino em geral e para o crescimento acadêmico. Segundo Bathelt (apud FERRUZZI 2003, p.30):

[...] a insatisfação de alunos e professores sobre os resultados escolares nessa ciência, indica que existem problemas sobre sua prática de ensino e aprendizagem que precisam ser encarados. A Matemática tem sido trabalhada nas escolas como um amontoado de regras e procedimentos mecânicos a serem decorados e, oportunamente, utilizados. Trabalhados

dessa forma seus conteúdos decorados não têm qualquer significado prático ou teórico para a vida dos alunos.

Ávila, na obra “Limites e derivadas no ensino médio”, retrata que os livros trazem esse conteúdo, entretanto ele não é ensinado pelo sistema de educação. Ele demonstra que esse conhecimento é fundamental, podendo começar de forma simples, com estratégias e dinâmicas diferentes. Dessa forma, entende-se que é hora de renovarmos as práticas pedagógicas e buscar uma abordagem prática, dinâmica e direta para facilitar o ensino da matemática. Ávila (1991) retrata:

Cálculo é moderno porque traz ideias novas, diferentes do que o aluno de grau encontra nas outras coisas que aprende em aritmética, Álgebra, Geometria, Trigonometria, Geometria Analítica. Não apenas novas, mas ideias que têm grande relevância numa variedade de aplicações científicas no mundo moderno. Ora, o objetivo principal do ensino não é outro senão preparar o jovem para se integrar mais adequadamente à sociedade. Não se visa, com o ensino da Matemática no 2º grau, formar especialistas no assunto. Ensina-se Matemática porque esta é uma disciplina que faz parte significativa da experiência humana ao longo dos séculos, porque ela continua sendo hoje, com intensidade ainda maior do que no passado, um instrumento eficaz e indispensável para os outros ramos do conhecimento. (ÁVILA, 1991, p. 1)

Rezende (2003, p. 13) enfatiza que a educação básica desempenha um papel crucial na formação das dificuldades enfrentadas no aprendizado e ensino de Cálculo:

Antes de tudo, cabe destacar que a maior parte do território do lugar-matriz das dificuldades de aprendizagem do ensino superior Cálculo encontra-se no ensino básico. A evitação/ausência das ideias e problemas construtores do Cálculo no ensino básico de matemática constitui, efetivamente, o maior obstáculo de natureza epistemológica do ensino de Cálculo, e porque não dizer do próprio ensino de matemática. É incompreensível que o Cálculo, conhecimento tão importante para a construção e evolução do próprio conhecimento matemático, não participe do ensino de matemática. O cálculo é, metaforicamente falando, a espinha dorsal do conhecimento matemático. (REZENDE, 2003, p. 13)

Dessa forma, é perceptível que devemos refletir sobre as práticas pedagógicas e buscar novas metodologias para o ensino da matemática nos níveis fundamental e médio, de modo que os alunos compreendam sua aplicação prática e relevância no dia a dia. Ao expandir o currículo para incluir derivadas e integrais, estamos preparando os alunos para estudos avançados em áreas onde esses conceitos são amplamente usados, como matemática, ciências e engenharia.

Busse e Soares (2007) apoiam a inclusão do ensino de derivadas no currículo do ensino médio, alegando que:

A introdução da derivada deve ser acompanhada de várias de suas aplicações. Na Física, por exemplo, ela tem inúmeras utilidades na introdução de conceitos como pressão, densidade da massa, densidade de

carga elétrica etc. Sendo assim, o Cálculo Diferencial e Integral é ferramenta necessária para a compreensão da Física e a falta desse tópico no Ensino Médio torna para o aluno a Física mais difícil do que realmente parece ser. Exemplo disso é o ensino da mecânica newtoniana, ensinado no Ensino Médio que nasceu junto com o Cálculo e fica incoerente sem ele.” (BUSSE; SOARES, p. 2)

Além disso, estamos desenvolvendo capacidades analíticas e de resolução de problemas que serão úteis para suas vidas pessoais e profissionais. Resumindo, a inclusão desses tópicos no ensino médio não apenas enriquece o currículo, mas também capacita os estudantes a enfrentarem desafios complexos e a se preparar para um futuro promissor.

2- OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

Analisar a relevância e os benefícios da implementação do cálculo diferencial e integral no ensino médio.

2.2 Objetivos Específicos

- Realizar um levantamento bibliográfico para apresentar exemplos de inserção do conteúdo de cálculo diferencial e integral no ensino médio;
- Identificar estratégias pedagógicas para a aplicabilidade prática desses conceitos na educação;
- Validar as estratégias de ensino durante todos os anos do ensino médio, utilizando conteúdos específicos como funções;
- Aumentar a motivação dos estudantes e desenvolver uma base sólida em Matemática, preparando-os para os desafios acadêmicos futuros e para a aplicação prática dos conhecimentos adquiridos.

3- METODOLOGIA DA PESQUISA

3.1. ESTRATÉGIA DE PESQUISA

Trata-se de uma revisão sistemática que utilizou as recomendações do PRISMA. A pesquisa foi realizada mediante levantamento bibliográfico, através dos bancos de dados: ERIC-Institute of Education Sciences, Google acadêmico, Periódicos Capes. A estratégia de busca utilizada foi de acordo com os descritores: derivada, integral, ensino médio, utilizou-se os operadores booleanos (and, not e or) para um melhor direcionamento da pesquisa, bem como, as palavras no idioma inglês.

3.2. SELEÇÃO DE ESTUDOS

Foi realizada a seleção dos artigos, por meio dos filtros de acordo com os critérios de inclusão e exclusão, bem como, pelos títulos. Foram incluídos estudos Clássicos e Teóricos Fundamentais, estudos Aplicados, estudos Comparativos e de Revisão, estudos Interdisciplinares e estudos Recorrentes e Contemporâneos, durante os anos de 2020 e 2024. Além, de artigos de diversos idiomas que tratassem especificamente do estudo. Excluímos revisões narrativas, sistemáticas da literatura, relatório, tese, dissertação, trabalho de conclusão de curso. Artigos que durante a leitura não apresentaram concordância com o tema também foram excluídos. Avaliou-se os artigos para encontrar duplicadas pelo programa EndNote.

3.3. EXTRAÇÃO DE DADOS

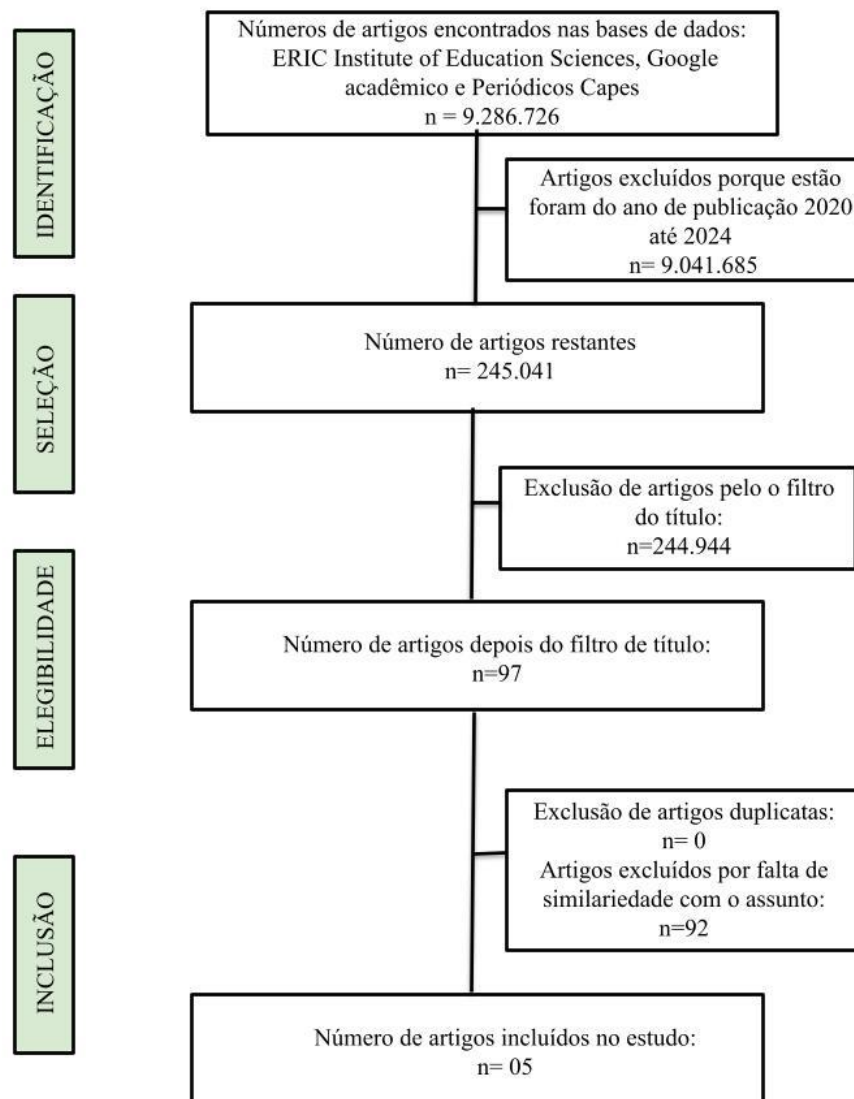
As informações extraídas dos artigos foram: O tipo de estudo, n amostral (população), localização dos estudos, objetivo.

4 – RESULTADOS

4.1. SELEÇÃO DOS ESTUDOS

Um total de 9.286.726 estudos foram encontrados pesquisando os seguintes bancos de dados: ERIC-Institute of Education Sciences 28.034, Google Scholar 9.250.000, Periódicos Capes 8.692 Após excluir 9.041.685 pois não estavam dentro do período determinado que foi de 2020 até 2024, artigos duplicados e estudos que não atendem aos critérios de inclusão com base em títulos e resumos de estudos mostraram relevância potencial para análise completa. Ao final de todos os critérios de seleção apenas 05 estudos preencheram os critérios de elegibilidade predefinidos. (Figura 1).

Figura 1. Fluxograma de seleção dos estudos, desde a identificação até os artigos incluídos na presente revisão



4.2. PRINCIPAIS RESULTADOS DOS ESTUDOS

As características dos estudos incluídos nesta revisão sistemática estão descritas na Tabela 1. Em relação à nacionalidade dos estudos encontrados, não foi possível verificar prevalência de um lugar ou região do mundo específica, mas observou-se uma variedade de países. Não houve homogeneidade na quantidade de estudantes quando se compara os estudos. Entretanto a média dos estudantes dos artigos foi $n=28$ estudantes. Desses artigos 40% dos artigos selecionados tiveram uma análise qualitativa com abordagem descritiva, 20% eram pesquisa de design, 20% estudo de caso e 20% não abordou o tipo de estudo presente. Dos

artigos analisados 80% abordavam a derivada e somente 20% abordava sobre integral.

Figura 2. Dados principais dos estudos selecionados.

AUTOR	OBJETIVO	TIPO DE ESTUDO	POPULAÇÃO	LOCALIZAÇÃO DO ESTUDO
Le Thi Hoai Chau ¹ , Ngo Minh Duc, Duong Huu Tong	Proporcionar aos alunos uma compreensão completa do conceito de derivada	Estudo de caso	30 alunos do 11º ano	Cidade de Ho Chi Minh, no Vietnã. PMRI)
S Sulasmi, PD Sampoerno e A Noornia	Desenvolver a teoria instrucional local sobre derivados de aprendizagem para construir a compreensão relacional na classe XI da Escola Secundária Cikarang Utara	Pesquisa de design	6 estudantes do ensino médio XI MIPA Cikarang Utara	Cikarang na Indonésia
Y Hilmi ^{1*} , D Juandi ^{2e} D Usdiyana ²	dificuldades vivenciadas pelos alunos na resolução de problemas de pensamento criativo sobre o tema aplicação de derivadas	Qualitativa descritiva	27 alunos do 11º ano escola secundária em Tasikmalaya	Tasikmalaya localizada na província de Java Ocidental, na Indonésia, no ano letivo 2019/2020.
Mútia, Zaenuri e Wardono	baseia-se nos problemas dos alunos na compreensão do conceito de derivadas no cálculo diferencial	Pesquisa qualitativa com abordagem descritiva	3 alunos do quarto semestre do Programa de Educação Matemática do Instituto Estadual Islâmico de Curup	Ilha de Sumatra, Indonésia, ano letivo 2019/2020
Anass El Guenyari ¹ Mohamed Chergui, Bouazza El Wahbi ¹	Vários estudos têm apontado dificuldades de vários tipos encontradas por alunos do ensino médio para adquirir o significado exato da integral e dominar a capacidade de investi-la corretamente em diferentes domínios	-	75 alunos ensino secundário	Marrocos

4.3 QUESTIONÁRIOS E RESOLUÇÃO UTILIZADOS NOS ARTIGOS

Os questionários aplicados nos artigos para verificar o nível de conhecimento e entendimentos dos alunos foram o mesmo para todos os alunos, variando de artigo para artigo. No artigo de Hilmi... percebeu-se que os alunos buscaram um caminho mais longo para achar a resolução dos exercícios, como podemos ver no problema 1 a seguir, a resposta do aluno está contida no **Anexo A**.

Problema 1

O Sr. Firman irá reformar seu escritório. As atividades de renovação podem ser concluídas em dias com o custo do projeto declarado por função $B(x) = x(2x - 180 + 6300/x)$ (m mil rupias). Qual o custo mínimo para conclusão da obra? Traga sua ideia!

Nessa primeira resolução, parte dos alunos resolveram da seguinte forma, em relação ao **anexo A**

Simplificaram a Função

x) com um denominador comum:

$$B(x) = 2x - 180 + 6300/x$$

Multiplicamos todos os termos por x para eliminar o denominador:

$$B(x) \cdot x = 2x^2 - 180x + 6300$$

Assim, temos:

$$B(x) = 2x^2 - 180x + 6300$$

Derivar a Função

Como a derivada e integral são as coisas mais importantes quando se estuda cálculo, assim os alunos trabalharam apenas com o conceito de derivadas, como foi citada acima.

Derivando a função, temos:

$$B'(x) = 2x^2 - 180x + 6300$$

$$B'(x) = 4x - 180$$

Porém para descobrir o x, basta igualar a zero $B'(x) = 0$.

$$4x - 180 = 0$$

$$x = 180/4$$

$$x = 45$$

3. Substituir o Valor de x na Função Original

Agora, substituímos $x=45$ na função original $B(x)$:

$$B(45)=2(45)^2-180(45) + 6300$$

$$B(45) = 2 \cdot 2025 - 180 \cdot 45 + 6300$$

$$B(45) = 4050 - 8100 + 6300$$

$$B(45)=2250$$

Portanto, a função $B(x)=2x^2-180x+6300$, tem um mínimo local em $x=45$, e o valor mínimo da função é 2250.

Já o artigo de Sulasmi, Sampoerno e Noornia abordou em relação ao **anexo B**

Na atividade como os alunos da Indonésia, eles já estudam derivadas no ensino médio, conseguiram resolver encontrando o limite $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ e finalmente concluindo a derivada $f'(x) = nx^{n-1}$. Como o objetivo aqui é introduzir apenas o conceito de derivadas no ensino médio as respostas dos alunos para essa questão está contida no **Anexo B**. O professor pode resolver dessa maneira, derivando e explicando assim:

Vamos derivar diretamente as funções $f(x)=x^3$ e $f(x)=x^4$ usando as regras básicas de derivação, sem recorrer à definição de limite.

Função $f(x)=x^3$

Para derivar $f(x)=x^3$, usamos a regra da potência. A regra da potência afirma que a derivada de x^n é nx^{n-1}

Aplicando essa regra:

$$f(x)=x^3$$

$$f'(x)=3x^{3-1}$$

$$f'(x)=3x^2$$

Portanto, a derivada de $f(x)=x^3$ é $f'(x)=3x^2$.

Função $f(x)=x^4$

Novamente, aplicamos a regra da potência para derivar $f(x)=x^4$:

$$f(x)=x^4$$

$$f'(x)=4x^{4-1}$$

$$f'(x)=4x^3$$

Portanto, a derivada de $f(x)=x^4$ é $f'(x)=4x^3$.

Sulasmi, Sampoerno e Noornia, mostra também no **anexo C** as respostas dos alunos utilizando o limite, primeiro, simplificamos a função multiplicando as expressões. Porém como o estudo é apenas a introdução da derivada e integral no ensino médio, poderíamos apenas usar o conceito de derivação

$$f(x)=(2x^2-5x)(3x)$$

Distribuímos $3x$ para os termos dentro do parêntese:

$$f(x)=3x.2x^2-3x.5x$$

$$f(x)=6x^3-15x^2$$

Agora que temos a função simplificada $f(x)=6x^3-15x^2$, podemos derivá-la diretamente:

Usamos a regra da potência, que diz que a derivada de x^n é nx^{n-1} .

Derivada de $6x^3$:

$$(6x^3)=6.3x^{3-1}=18x^2$$

Derivada de $15x^2$:

$$(15x^2)=15.2x^{2-1}=30x.$$

Portanto, a derivada de $f(x)=6x^3-15x^2$ é:

$$f'(x)=18x^2-30x$$

A derivada de $f(x)=(2x^2-5x)(3x)$ simplificando a expressão primeiro e depois derivando diretamente é:

$$f'(x)=18x^2-30x.$$

Dessa forma, os professores podem explicar como encontrar as derivadas usando a regra da potência, sem a necessidade de usar a definição limite. Nessa resolução, os alunos foram capazes de resolver o problema utilizando o conceito de derivada de funções de forma suave e obtendo as respostas finais.

5- DISCUSSÃO

A matemática para a maioria dos estudantes brasileiros é uma disciplina que impõem bastante dificuldade para o aprendizado devido a sua complexidade, isso é perceptível tanto no ensino médio quanto no ensino superior. No ensino médio brasileiro, além da complexidade que já envolve toda a disciplina outros motivos também podem ser determinantes para essa dificuldade, como, falta de motivação, grade escolar não compatível, superlotação nas escolas. A dificuldade no ensino superior por sua vez pode ser um resultado da má qualidade de entendimento da matemática no ensino médio.

Devido a isso, essa revisão sistemática propôs em analisar os estudos que abordaram a aplicação do ensino de derivada e integral no ensino médio, visto que pode o estudo desses conteúdos pode impactar o desempenho acadêmico dos estudantes. Os artigos encontrados abrangem diferentes aspectos do ensino de cálculo diferencial e integral no ensino médio possibilitando diversas perspectivas sobre como é essencial uma introdução desses assuntos já no ensino médio, tendo em vista que outros países já faz essa abordagem.

Um estudo realizado na China, com 30 alunos percebeu a dificuldade dos estudantes 11º ano do ensino médio em correlacionar os ensinados de derivadas lecionado na disciplina de matemática, no estudo da física. Para ajudar aos alunos a entenderem e verificar o nível de entendimento dos alunos o estudo realizou 7 fases, aplicando perguntas referentes a derivadas, limite, cálculo diferencial, para que os alunos pudessem entender como esses assuntos são abordados na física (CHAU, DUC, TONG, 2021). Isso ocorre porque o ensino tradicional de matemática tende a focar no significado geométrico das derivadas, enquanto a aplicação prática em física requer uma compreensão mais profunda, como a ideia de taxa de variação.

Entender e compreender o conceito de um determinado assunto é extremamente importante e facilita o estudo do assunto, isso foi abordado em um estudo realizado na Indonésia com os alunos do ensino médio com nota superior a 70 do Programa de Educação Matemática do Instituto Estatal Islâmico de Curul, no total foram 3 alunos. Esse programa utilizado nessa pesquisa abrange duas escolas, na qual percebeu que os alunos de uma das escolas apresentavam um pouco de descuido esquecendo de escrever algumas coisas da função, mas uma memória

boa, e os estudantes da outra escola, tiveram dificuldade em compreender conceitos algébricos como fatoração de equações quadráticas e agrupamento de termos (MÚTIA; WARDONO, 2021)

Segundo Sulasmi, Sampoerno e Noornia (2020) uma das lições a serem ensinadas no ensino médio é a derivada. As derivadas têm diversas aplicações práticas, como no campo da física para calcular a taxa de variação da velocidade. No entanto, muitos estudantes encontram dificuldades em compreender os conceitos relacionados às derivadas, devido à complexidade das fórmulas e a necessidade de um entendimento profundo de vários conceitos. Com isso, é crucial que os alunos conectem a aprendizagem de derivadas com conhecimentos pré-existentes, limites. Usar contextos relevantes pode ajudar a desenvolver uma compreensão mais profunda.

Os autores citam que as funções derivadas são novas funções obtidas a partir das funções originais. O estudo das derivadas é bastante complexo, pois envolve muitos conceitos matemáticos inter-relacionados, o que pode levar os alunos a encontrarem dificuldades ao resolver problemas relacionados a derivadas. Porém podemos usar o conceito de cálculo para descobrir isso no ensino médio de uma forma mais rápida. Quando estudamos derivada, existe essa fórmula, derivar um polinômio, um monômio)'), quando derivamos, fica assim: Essa fórmula é bem simples e fácil de derivar, vem do conceito de limites, o aluno aprendendo esse conceito no ensino médio, facilitaria a vida dele (HILMI; JUANDI; USDIYANA, 2024)

Em um estudo realizado em 2022, com 75 estudantes de 5 escolas diferentes de Marrocos, foram aplicadas atividades que foram escolhidas a partir de livros didáticos de matemática para aulas de ciências e tecnologia, credenciados pelo Ministério da Educação Nacional. O artigo buscou verificar o conhecimento dos estudantes sobre o conteúdo de integral através de um programa oficial, na qual esse programa mostrou os erros e acertos dos alunos por questão. Os autores apresentaram integral para os alunos através da forma Newton-Leibniz e talvez os alunos se tenham apropriado da fórmula para o seu cálculo das questões (GUENYARI; CHERGUI; WAHBI, 2022)

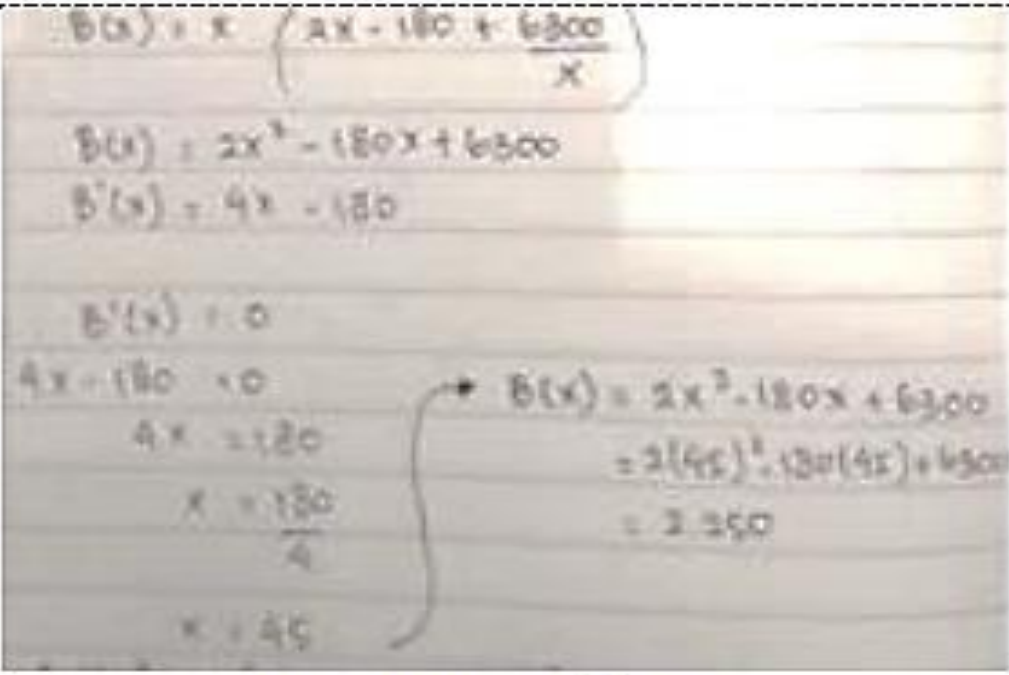
6- CONCLUSÃO

O objetivo deste estudo é analisar pesquisas recentes que apontam a dificuldade do ensino de matemática, em especial nos assuntos de derivadas e integrais, como um grande desafio tanto no ensino médio quanto no ensino superior, dentro e fora do Brasil. Os obstáculos enfrentados pelos alunos parecem estar relacionados a vários fatores, como a falta de interesse, a inadequação do programa e as condições de aprendizado. Essas dificuldades são ainda mais visíveis no ensino superior, onde as lacunas no entendimento matemático desde o ensino médio impactam de forma negativa no desempenho acadêmico.

Os estudos internacionais ressaltam a necessidade de uma abordagem educacional eficiente para ensinar esses conceitos avançados desde o ensino secundário. A introdução antecipada e contextualizada de tópico como derivadas e integrais, comumente feita em alguns países, pode ser crucial para aprimorar o desempenho dos estudantes. No entanto, conforme evidenciado por estudos realizados na China, Indonésia e Marrocos, entender esses conceitos vai além da aplicação de fórmulas; é preciso conectar o novo conhecimento a conceitos já conhecidos e torná-lo significativo para os alunos. Essa conexão pode ser facilitada por técnicas de ensino que unem matemática a outras áreas do conhecimento, como a física.

Portanto, a revisão sugere que a inclusão de derivadas e integrais no currículo do ensino médio, acompanhada de uma pedagogia que enfatize a compreensão profunda e a aplicação prática desses conceitos, pode ser uma estratégia eficaz para superar as dificuldades enfrentadas pelos estudantes, e proporcionar uma melhor preparação e motivação para ingresso no ensino superior. É essencial que o ensino médio no Brasil não apenas introduza esses conteúdos, mas também crie um ambiente de aprendizagem que estimule a motivação e a compreensão, preparando os alunos para os desafios acadêmicos futuros.

7-ANEXO A



Handwritten mathematical work on lined paper:

$$B(x) = x \left(2x - 180 + \frac{6300}{x} \right)$$
$$B(x) = 2x^2 - 180x + 6300$$
$$B'(x) = 4x - 180$$
$$B'(x) = 0$$
$$4x - 180 = 0$$
$$4x = 180$$
$$x = \frac{180}{4}$$
$$x = 45$$
$$\bullet B(x) = 2x^2 - 180x + 6300$$
$$= 2(45)^2 - 180(45) + 6300$$
$$= 2250$$

Respostas de S-1

8- ANEXO B

c. $f(x) = x^3$

Jawab:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} = \frac{(x+\Delta x)^3 - x^3}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} = \frac{x^3 + 3x^2\Delta x + 3x\Delta x^2 + \Delta x^3 - x^3}{\Delta x}$$

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} &= 3x^2 + 3x\Delta x + \Delta x^2 \\ &= 3x^2 + 0 + 0 \\ &= 3x^2 \end{aligned}$$

d. $f(x) = x^4$ $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} = \frac{(x+\Delta x)^4 - x^4}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} = \frac{(x+\Delta x)^4 - x^4}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} = \frac{x^4 + 4x^3\Delta x + 6x^2\Delta x^2 + 4x\Delta x^3 + \Delta x^4 - x^4}{\Delta x}$$

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} &= 4x^3 + 6x^2\Delta x + 4x\Delta x^2 + \Delta x^3 \\ &= 4x^3 + 0 + 0 + 0 \\ &= 4x^3 \end{aligned}$$

9- ANEXO C

P: $P(x) = 2x^2 - 5x \rightarrow P'(x) = 4x - 5$

c. $f(x) = (2x^2 - 5x)(3x)$ $Q(x) = 3x \rightarrow Q'(x) = 3$

Jawab:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{Q(x + \Delta x) P(x + \Delta x) - Q(x) P(x)}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} = \frac{3(x + \Delta x) (2(x + \Delta x)^2 - 5(x + \Delta x)) - (3x)(2x^2 - 5x)}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} = \frac{(3x + 3\Delta x)(2x^2 + 4x\Delta x + 2\Delta x^2 - 5x - 5\Delta x) - (3x)(2x^2 - 5x)}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} = \frac{(3x + 3\Delta x)((2x^2 - 5x) + 4x\Delta x + 2\Delta x^2 - 5\Delta x) - (3x)(2x^2 - 5x)}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} = \frac{(3x)(2x^2 - 5x) + (3\Delta x)(2x^2 - 5x) + (3x)(4x\Delta x) + (3\Delta x)(2\Delta x^2) - (3\Delta x)(5\Delta x) + (3\Delta x)(-5\Delta x) - (3x)(2x^2 - 5x)}{\Delta x}$$

$$= \frac{(3x)(2x^2 - 5x) + (3\Delta x)(2x^2 - 5x) + (3x)(4x\Delta x) + (3\Delta x)(2\Delta x^2) - (3\Delta x)(5\Delta x) + (3\Delta x)(-5\Delta x) - (3x)(2x^2 - 5x)}{\Delta x}$$

$$= (3x)(4x) - (3x)(5) + (3)(2x^2 - 5x)$$

$$= 3x(4x - 5) + (3)(2x^2 - 5x)$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Cálculo Diferencial e Integral: Aprenda a Calcular.** Disponível em: <<https://calculocerto.com/calculo-diferencial-e-integral/>>. acessado em: 31 de janeiro de 2024.
- DA SILVA, C. R.; SOUSA, K. R. Q. **Cálculo: Uma proposta possível para o ensino médio.**
- DE MELO ROCHA, J. S. **O Ensino de Cálculo no Ensino Médio.** 2018. Tese de Doutorado. Universidade Federal de São João Del Rei.
- DIAS, A. G. **Cálculo Diferencial e Integral e suas Aplicações,** 2016.
- DOS SANTOS, B. V.; DE BRITO, F. L.; GOULART, L. A. **Cálculo no ensino médio para o ensino médio**
- EL GUENYARI, A.; CHERGUI, M.; EL WAHBI, B. A Study on the Effectiveness of Some Cognitive Activities in Teaching Integrals in Secondary School. **Mathematics Teaching Research Journal**, v. 14, n. 5, p. 66-83, 2022.
- FULINI. M. A. **História do cálculo diferencial e integral,** 2016.
- GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6. ed. São Paulo: Atlas, p. 50, 2008.
- GOMES, T. O.; SILVA, R. C.; MORAIS, L. B. **Aplicações do cálculo diferencial no cotidiano.**
- HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentals of physics.** John Wiley & Sons, 2013.
- HILMI, Y.; JUANDI, D.; USDIYANA, D. Students' difficulties in solving mathematical creative thinking problems on derivative application. In: **Journal of Physics: Conference Series.** IOP Publishing, 2021. p. 012062.
- LE THI HOAI CHAU, N. M.; DUC, D. H. T. The teaching of the concept of derivative in high school and its relationship with physics. **Universal Journal of Educational Research**, v. 9, n. 1, p. 186-201, 2021.
- MACHADO, F. M. **Noções de cálculo I no ensino médio: uma proposta de intervenção curricular.** 2016.
- RIBEIRO, T. A. S. Cálculo Diferencial e Integral: abordagem histórica. **Jornada Científica**, v. 1, n. 2, 2016.
- RUBI, G. L. Metodologias ativas no ensino de cálculo: Desafios e oportunidades. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul**, v. 12, n. 3, p. 1-16, 2021.

SENA, W. R. de. **O estudo do erro**: contribuições do modelo de análise didática do erro no processo de ensino e aprendizagem de matemática. 2021.111f. Dissertação (Mestrado)–Universidade Federal de Pernambuco,CAA, Mestrado em Educação em Ciências e Matemática.Caruaru,2021.

SODRÉ, U. **Matemática essencial ensino fundamental, médio e superior no brasil.**

SULASMI, S.; SAMPOERNO, P. D.; NOORNIA, A. Development of learning using Indonesian realistic mathematics education approach to build students' relational understanding of derivative. In: **Journal of Physics: Conference Series**. IOP Publishing, 2020. p. 012060.

STEWART, James. **Calculus: early transcendentals**. Cengage Learning, 2012