UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

HELLEN RAYSSA OLIVEIRA DE SOUZA

ATUALIZAÇÃO DE ROTAS PARA O TRANSPORTE DE COLABORADORES: UMA ABORDAGEM POR MEIO DE MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

RECIFE
2025

HELLEN RAYSSA OLIVEIRA DE SOUZA

ATUALIZAÇÃO DE ROTAS PARA O TRANSPORTE DE COLABORADORES: UMA ABORDAGEM POR MEIO DE MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção do Centro de Tecnologia e Geociências da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia de Produção. Área de Concentração: Pesquisa Operacional

Orientador: Prof. Dr. Raphael Kramer

RECIFE

2025

.Catalogação de Publicação na Fonte. UFPE - Biblioteca Central

Souza, Hellen Rayssa Oliveira de.
Atualização de rotas para o transporte de colaboradores: uma abordagem por meio de métodos de Otimização / Hellen Rayssa Oliveira de Souza. - Recife, 2025.
70f.: il.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2025.
Orientação: Raphael Kramer.
Inclui referências.

1. Otimização Combinatória; 2. Programação Inteira; 3. Roteamento de Veículos; 4. Planejamento Logístico; 5. Transporte Corporativo. I. Kramer, Raphael. II. Título.

UFPE-Biblioteca Central

HELLEN RAYSSA OLIVEIRA DE SOUZA

ATUALIZAÇÃO DE ROTAS PARA O TRANSPORTE DE COLABORADORES: UMA ABORDAGEM POR MEIO DE MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção do Centro de Tecnologia e Geociências da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia de Produção. Área de Concentração: Pesquisa Operacional

Aprovada em: 21/02/2025.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Raphael Kramer (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

Profª. Drª. Isis Didier Lins (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

Prof. Dr. Thiago A. de Queiroz (Examinador Externo)
Universidade Federal de Catalão (UFCAT)

Ao meu querido avô, Heveraldo Brito de Souza (*in memorian*), que nos deixou há pouco tempo, mas fez tanto por mim ao longo da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar minha profunda gratidão a todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização desta dissertação.

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, por me conceder forças e sabedoria durante toda a jornada de pesquisa. Agradeço também à Nossa Senhora, pela proteção constante e intercessão, que a paz e a graça divina continuem a iluminar meu caminho.

Agradeço ao meu orientador, Raphael Kramer, por sua orientação valiosa, apoio constante e pelo incentivo ao longo de todo o processo de pesquisa. Seus conselhos foram fundamentais para o desenvolvimento e conclusão deste trabalho.

Aos membros da banca avaliadora, agradeço pela atenção dedicada à minha pesquisa e pelas críticas construtivas que certamente enriqueceram este trabalho.

Sou grata também aos meus colegas de laboratório pela companhia, troca de ideias e suporte moral durante os desafios da jornada acadêmica. Aos amigos que conquistei durante a caminhada e que, com certeza, sempre farão parte da minha vida.

Agradeço à minha família pelo apoio incondicional e compreensão ao longo deste período de intenso trabalho. O suporte emocional e a motivação recebida foram essenciais para a minha perseverança. Em especial ao meu irmão Hugo Matheus, que sempre esteve presente (mesmo distante fisicamente) em todo o processo do meu mestrado.

Um agradecimento especial à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) por todo o apoio e financiamento durante todo o mestrado.

Por fim, expresso minha gratidão a todos os colaboradores da empresa objeto do estudo de caso que contribuíram para a realização dos estudos e experimentos descritos nesta dissertação. Sem o suporte e cooperação de cada um, este trabalho não teria sido possível.

A todos, o meu sincero agradecimento.

“Aprender é a única coisa que a mente nunca se cansa, nunca tem medo e nunca se arrepende.”

(Leonardo da Vinci)

RESUMO

O fretamento de veículos para o transporte de colaboradores, em substituição ao transporte público, tem se consolidado como uma prática cada vez mais comum, trazendo benefícios como maior conforto, controle sobre os horários de entrada e saída, além de contribuir para a eficiência operacional das empresas. Nesse contexto, esta dissertação aborda um problema de roteamento de veículos, inspirado em um caso real de uma empresa situada na região metropolitana do Recife-PE, com base no Problema de Roteamento de Ônibus Escolar. Para a resolução do problema, foi desenvolvida uma formulação matemática baseada em Programação Linear Inteira Mista. Complementarmente, foi adotada uma abordagem híbrida, integrando os resultados de uma heurística construtiva para a alocação dos colaboradores e definição das rotas como input para o modelo matemático. Adaptações no modelo original foram realizadas e experimentos computacionais conduzidos para testar diferentes cenários de alocação de recursos, analisando o impacto de variáveis de interesse. Para a resolução da formulação matemática, foi utilizado o solver CPLEX, que usa o método exato Branch-and-Cut, o que permitiu a obtenção de boas soluções para os diferentes cenários simulados. Além disso, uma análise indica que a incorporação de novos colaboradores não impacta o desempenho dos funcionários antigos em relação à distância máxima de caminhada e ao tempo de permanência no veículo. Adicionalmente, o estudo propõe o desenvolvimento de um aplicativo capaz de alocar os colaboradores às paradas e gerar rotas, atendendo à natureza dinâmica das operações logísticas.

Palavras-chave: Otimização Combinatória. Programação Inteira. Roteamento de Veículos. Planejamento Logístico. Transporte Corporativo.

ABSTRACT

The chartering of vehicles for employee transportation, as a substitute for public transport, has become an increasingly common practice, offering benefits such as greater comfort, control over entry and exit times, and contributing to the operational efficiency of companies. In this context, this dissertation addresses a vehicle routing problem inspired by a real case of a company located in the metropolitan area of Recife-PE, based on the School Bus Routing Problem. To solve the problem, a mathematical formulation based on Mixed Integer Linear Programming (MILP) was developed. Additionally, a hybrid approach was adopted, integrating the results of a constructive heuristic for employee allocation and route definition as input for the mathematical model. Adaptations to the original model were made, and computational experiments were conducted to test different resource allocation scenarios, analyzing the impact of key variables.For the resolution of the mathematical formulation, the CPLEX solver was used, which employs the exact Branch-and-Cut method, enabling the attainment of good solutions for the different simulated scenarios. Additionally, an analysis indicates that the incorporation of new employees does not impact the performance of the existing employees regarding the maximum walking distance and the vehicle dwell time. Furthermore, the study proposes the development of an application capable of allocating employees to stops and generating routes, addressing the dynamic nature of logistics operations.

Keywords: Combinatorial Optimization. Integer Programming. Vehicle Routing. Logistical Planning. Corporate Transportation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Etapas da pesquisa 22
Figura 2 – Solução para a instância 1 no Cenário 1 52
Figura 3 – Solução para a instância 1 no Cenário 2 52
Figura 4 – Solução para a instância 9 no Cenário 1 53
Figura 5 – Solução para a instância 9 no Cenário 2 53
Figura 6 – Página inicial do Produto Tecnológico 60
Figura 7 – Solução para a instância selecionada 60
Figura 8 – Visualização gráfica para a instância selecionada 61
Figura 9 – Informações adicionais sobre o produto tecnológico 61

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados *School Bus Routing Problem* (SBRP) - Cenário 1 49
Tabela 2 – Resultados SBRP - Cenário 2 51
Tabela 3 – Resultados da Estratégia Híbrida 55
Tabela 3 – Resultados da Estratégia Híbrida (*Continuação*) 56

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Etapas para a Solução do SBRP 28
Quadro 2 – Características dos SBRPs abordadas na literatura 29
Quadro 3 – Parâmetros utilizados no modelo 41
Quadro 4 – Variáveis de decisão utilizadas no modelo 41
Quadro 5 – Abreviações e parâmetros utilizados para a apresentação dos resultados . . 48

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SBRP	*School Bus Routing Problem*
PRV	Problema de Roteamento de Veículos
PROCONVE	Programa de Controle de Emissões Veiculares
MILP	Programação Linear Inteira Mista
EEC	Empresa Estudo de Caso
VRP	*Vehicle Routing Problem*
PM	Programação Matemática
PO	Pesquisa Operacional
PCV	Problema do Caixeiro Viajante
PRVC	Problema de Roteamento de Veículos Capacitado
PRVA	Problema de Roteamento de Veículos Aberto
PRVCES	Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultânea
PRVJT	Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo
SBRST	*School Bus Routing with Synchronous Times*
ILS	*Iterated Local Search*
SA	*Simulated Annealing*
TS	*Tabu Search*
GA	*Genetic Algorithm*
VNS	*Variable Neighborhood Search*
CFRS	*Cluster-First and Route-Second*
ESBP	Problema do Transporte de Colaboradores
EBR	Roteamento de Ônibus para Colaboradores

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 14
1.1 Justificativa 17
1.2 Objetivos 19
1.2.1 Objetivo geral 19
1.2.2 Objetivos específicos 19
1.3 Metodologia da Pesquisa 20
1.3.1 Classificação da Pesquisa 20
1.3.2 Etapas da Pesquisa 21
1.4 Organização da dissertação 23
2 REFERENCIAL TEÓRICO E REVISÃO DA LITERATURA 24
2.1 Fundamentação Teórica 24
2.1.1 O Problema de Roteamento de Veículos 24
2.1.2 O Problema de Roteamento de Ônibus Escolares 27
2.1.3 Métodos de otimização 30
2.1.3.1 Métodos exatos *30*
2.1.3.2 Métodos heurísticos *31*
2.2 Revisão da Literatura 33
3 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA 38
3.1 Caracterização da Empresa 38
3.2 Descrição do Problema 40
3.3 Heurística para Geração de Soluções Iniciais 44
4 RESULTADOS 46
4.1 Experimentos Computacionais 46
4.1.1 Adaptação das Instâncias 46
4.2 Resultados Computacionais para os Cenários 1 e 2 48
4.3 Resultados para o Cenário 2 com auxílio da Heurística Construtiva . . . 54
4.4 Produto Tecnológico 58
5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS 62
REFERÊNCIAS 65

1 INTRODUÇÃO

A cadeia de suprimentos, conceito que engloba a integração de diversas áreas relacionadas aos serviços logísticos, é amplamente reconhecida por sua relevância tanto como fator de impacto quanto como elemento impactado. Conforme Ballou (2009), o planejamento eficaz dessa cadeia exige o alinhamento estratégico entre as decisões de estoque, transporte e localização, as quais possuem forte interdependência. Esse sistema logístico pode ser representado por redes abstratas compostas por ligações e nós, cuja gestão eficiente é essencial, dado o impacto direto nos custos de transporte. Entre as atividades estratégicas centrais na gestão da cadeia de suprimentos destacam-se a escolha da modalidade de transporte, bem como a roteirização e programação dos veículos.

A logística moderna enfrenta desafios cada vez mais complexos, especialmente quando se trata do transporte bens e de pessoas. Um destes desafios é o Problema de Roteamento de Veículos (PRV), que teve seu primeiro estudo formal realizado em 1959, quando dois pesquisadores propuseram uma abordagem para otimizar rotas de distribuição de gasolina para postos de combustíveis (Dantzig e Ramser, 1959). Desde então o PRV evoluiu e se tornou um dos assuntos mais estudados da otimização combinatória, ganhando destaque com a formulação mais abrangente proposta cinco anos depois (Clarke e Wright, 1964 e Braekers *et al.*, 2016).

O PRV representa um conceito amplo que abrange uma classe de problemas relacionados à roteirização e programação de veículos. Seu objetivo principal é determinar as rotas ideais a serem seguidas pelos veículos em uma rede de serviços, considerando uma abordagem de otimização. Essa definição está sujeita a um conjunto de recursos disponíveis e restrições específicas, com o propósito de atender às demandas dos clientes (Lee e Ueng, 1999). O processo de roteirização busca alcançar metas predefinidas, comumente voltadas para a minimização de um ou mais objetivos de desempenho.

Desse modo, para abordar de maneira mais eficiente questões relacionadas aos custos e à eficiência do sistema de transporte, podem ser empregadas técnicas da otimização (Siqueira, 2016), visando, por exemplo, a redução do consumo de combustível, que contribui diretamente para a redução de emissões de poluentes, promovendo maior sustentabilidade nas operações logísticas.

A intensa industrialização no Brasil, especialmente no estado de Pernambuco, trouxe à tona novos desafios logísticos (Guimaraes e Santos, 2018). Fábricas têm se instalado em áreas

periféricas, afastadas dos centros urbanos, o que aumenta a complexidade do transporte, particularmente no que diz respeito ao transporte de colaboradores. Esse fenômeno está diretamente relacionado à busca por terrenos mais baratos, proximidade com áreas portuárias e a escassez de grandes áreas disponíveis na capital, Recife. O Porto de Suape, por exemplo, tornou-se um polo industrial importante, favorecendo a instalação de novas fábricas, que precisam otimizar suas rotas para garantir a eficiência no escoamento de produtos e matérias-primas (Ministério dos Portos e Aeroportos, 2024).

Esse deslocamento das indústrias para o interior do estado gera um novo conjunto de desafios logísticos, que incluem não apenas o transporte de materiais e produtos acabados, mas também o transporte de colaboradores para essas áreas afastadas. Muitas dessas indústrias empregam centenas de pessoas de diferentes níveis socioeconômicos, mas o acesso ao transporte particular não é uma opção viável para todos (Maior *et al.*, 2019). As soluções adotadas por muitas empresas para solucionar esse problema incluem a contratação de transporte coletivo privado, no qual os colaboradores são transportados de suas residências para o local de trabalho e vice-versa. Contudo, essa solução exige um planejamento otimizado, especialmente para garantir que as rotas sejam eficientes e que os custos sejam minimizados.

Além disso, muitos desses trajetos ocorrem em regiões onde o transporte público coletivo é escasso ou pouco frequente, dificultando o deslocamento dos colaboradores. Isso se torna uma questão tanto econômica quanto social. As empresas, de acordo com a Lei nº 7.418/1985, Brasil (1985), têm a responsabilidade de fornecer vale-transporte aos colaboradores, mas, na prática, muitas vezes a oferta de transporte coletivo público não é suficiente ou eficiente para atender a demanda, especialmente em áreas afastadas da capital. Este cenário exige que as empresas busquem alternativas viáveis para garantir o transporte dos colaboradores, sem comprometer a viabilidade financeira e a eficiência operacional.

No contexto social e econômico, a descentralização das indústrias para regiões mais periféricas pode gerar benefícios para as cidades do interior, promovendo o desenvolvimento econômico local e criando novos empregos. No entanto, esse processo também traz desafios logísticos que precisam ser enfrentados de forma eficiente, tanto para garantir que os colaboradores possam chegar ao trabalho de maneira rápida e segura, quanto para assegurar que as empresas não incorporem custos excessivos ou aumentem seu impacto ambiental.

Em um contexto mais amplo, os problemas de transporte envolvem questões econômicas, sociais e ambientais. O transporte é uma das principais fontes de poluição urbana,

contribuindo com a emissão de gases de efeito estufa e outros poluentes. Estudos realizados por Patiño-Aroca *et al.* (2022) indicam que a crescente emissão de poluentes veiculares tem efeitos negativos na saúde humana, prejudicando a qualidade de vida das populações, principalmente em áreas urbanas e industriais. Em países como o Brasil, onde a industrialização está em expansão, a pressão por soluções logísticas mais eficientes e sustentáveis cresce a cada dia.

Uma das principais iniciativas do Brasil nesse sentido é o Programa de Controle de Emissões Veiculares (PROCONVE), que visa reduzir as emissões dos veículos e promover uma indústria automotiva mais sustentável. Nesse contexto, a otimização das rotas de transporte pode contribuir de forma significativa para a redução das emissões de CO_2 e outros poluentes, ao diminuir a distância percorrida pelos veículos e, consequentemente, o consumo, leia-se queima de combustível. Para isso, é necessário um planejamento de rotas que considere tanto a eficiência econômica quanto os impactos ambientais, tornando o processo de transporte mais sustentável e alinhado com as normas ambientais.

Embora o transporte de colaboradores seja uma questão central para as empresas, a falta de dados precisos e a dificuldade em gerenciar eficientemente os recursos disponíveis dificultam o planejamento logístico adequado. A gestão de rotas de transporte não é uma tarefa simples, especialmente quando se tem um número elevado de colaboradores e veículos a serem alocados em diferentes pontos da cidade ou região. O erro no planejamento pode resultar em aumento de custos e ineficiência, impactando diretamente a operação das empresas e a qualidade do serviço prestado aos colaboradores.

Nesse contexto, o uso de modelos matemáticos e algoritmos de otimização se torna fundamental. O Problema de Roteamento de Ônibus Escolar (SBRP) é uma adaptação do PRV e é aplicável ao problema em questão, pois envolve o roteamento de veículos (ônibus) para a coleta de pessoas (colaboradores) em pontos específicos, no qual envolve desafios adicionais relacionados à segurança, bem-estar e horários rígidos. No SBRP, as rotas precisam respeitar restrições de segurança, tempos de espera e otimização paradas de embarque e desembarque considerando a proximidade das residências e a capacidade dos ônibus, tornando o problema mais complexo e com um foco social e de segurança mais acentuado.

Desse modo, a aplicação de técnicas de Programação Linear Inteira Mista (MILP) permite encontrar soluções que minimizem os custos de transporte, otimizando tanto as distâncias percorridas quanto o tempo de deslocamento. Esse tipo de abordagem não só resolve questões de eficiência operacional, mas também pode contribuir para a redução de impactos ambientais,

ao otimizar as rotas de transporte e reduzir o consumo de combustível.

A pesquisa proposta visa abordar esses desafios, desenvolvendo um modelo de otimização inspirado em um contexto específico de uma multinacional localizada no estado de Pernambuco, no setor de logística e transporte. A proposta é integrar novos colaboradores ao sistema de transporte existente, sem comprometer a qualidade do serviço, utilizando algoritmos de otimização para garantir que as rotas sejam ajustadas de forma eficiente e sustentável.

Ponderando a dificuldade inerente ao SBRP, surge a seguinte questão: **Como adaptar o SBRP ao contexto empresarial para atualizar as rotas existentes de modo a integrar novos colaboradores ao sistema de transporte?**

1.1 Justificativa

Entre os diversos gastos logísticos que impactam no custo final dos produtos, os custos de transporte são os mais significativos, exercendo uma influência direta sobre o lucro das organizações. Por isso, um planejamento eficiente das rotas torna-se de extrema importância para determinar o êxito ou insucesso dessas operações (Fracttal, 2024). Assim, o setor de transporte busca reduzir seus custos por meio da otimização das rotas.

Embora exista a iniciativa voltada ao transporte de colaboradores na Empresa Estudo de Caso (EEC), há lacunas identificadas no planejamento e na execução desses serviços. Questões como falta de dados precisos, desorganização na gestão de recursos e desafios logísticos que interferem na eficiência e na qualidade do transporte oferecido. Este estudo se propõe a preencher as lacunas que mais impactam na eficácia e eficiência do serviço supramencionadas (por exemplo, a não utilização de técnicas de otimização), ao desenvolver e aplicar modelos matemáticos e algoritmos de otimização específicos para o roteamento na EEC. Ao explorar técnicas de otimização, pretende-se oferecer soluções viáveis para elaborar o planejamento das rotas mais eficientes, reduzir custos operacionais e, consequentemente, minimizar impactos ambientais.

Tanto o *Vehicle Routing Problem* (VRP) quanto o SBRP, pertencem à classe de problemas de natureza combinatória, onde decisões devem ser deliberadas para sua resolução, cada uma baseada em um conjunto discreto de possibilidades. Neste enquadramento, a composição de diversas decisões configura uma solução final, sendo o conjunto abrangente de todas as soluções possíveis designado como espaço de soluções. Dentro deste espaço, dependendo do objetivo específico do problema, existe a presença de uma solução ótima ou de um conjunto de

soluções ótimas, representando aquelas que proporcionam o melhor valor (máximo ou mínimo) para a função objetivo (Melo e Kramer, 2024).

Devido à natureza combinatória, problemas deste tipo frequentemente apresentam um espaço de soluções de difícil enumeração exaustiva, tornando impraticável a utilização desse método para encontrar uma solução ótima na maioria dos casos, uma vez que o número de soluções potenciais aumenta exponencialmente com o número de decisões a serem tomadas (Martí e Reinelt, 2022). Nesse contexto, a resolução eficiente de problemas combinatórios requer o emprego de técnicas especializadas em otimização, incluindo, por exemplo, abordagens de Programação Matemática (PM) e/ou heurísticas.

As heurísticas são consideradas abordagens inteligentes e são descritas por Semaan *et al.* (2020) como atalhos mentais aplicados na solução de problemas cotidianos. O propósito das heurísticas é oferecer uma solução viável para o problema, apoiada por algoritmos que demandam um esforço computacional considerado aceitável (Goldbarg *et al.*, 2017). A escolha pelo uso de heurísticas na resolução de problemas combinatórios ocorre em situações em que se busca economizar recursos disponíveis ou quando os recursos disponíveis não são suficientes (isto é, recusos computacionais) (Semaan *et al.*, 2020). No entanto, é importante observar que a aplicação dessas abordagens não garante a otimalidade da solução.

Apesar dessa incerteza, as heurísticas são amplamente empregadas na resolução de problemas combinatórios, o que também se reflete nos problemas de roteamento abordados na literatura. Tanto nas revisões conduzidas por Park e Kim (2010) quanto por Ellegood *et al.* (2020), diversos estudos abordam o SBRP utilizando heurísticas, sejam as clássicas (desenvolvidas especificamente para o problema) ou as meta-heurísticas (abordagens inteligentes mais flexíveis, aplicáveis a diversos problemas). Esta preferência destaca-se como a abordagem mais apropriada para explorar o espaço de soluções, dada a complexidade intrínseca ao problema em questão. Portanto, a aplicação de heurísticas revela-se primordial para a resolução eficaz do SBRP, independentemente das características específicas do problema e de seus objetivos finais.

Os problemas de roteamento representam desafios operacionais que requerem soluções rápidas e eficientes, dada a natureza dinâmica das operações logísticas (Vieira *et al.*, 2010) e Aquino *et al.*, 2021). Em particular, o roteamento eficaz é vital para a gestão adequada do transporte, visando a minimização de custos e a maximização da eficiência operacional.

O interesse e a demanda pela aplicação de modelos de roteamento para problemas reais têm crescido muito nos últimos anos, devido ao aumento da complexidade da logís-

tica urbana, impulsionado pelos avanços tecnológicos em algoritmos de otimização e de alto desempenho (Gan *et al.*, 2018). Além disso, a necessidade de reduzir custos e aumentar a eficiência operacional, bem como uma crescente preocupação com a sustentabilidade ambiental e a responsabilidade social.

À vista disso, a relevância deste estudo consiste na capacidade de oferecer soluções práticas para os desafios relacionados ao roteamento de transporte dos colaboradores, contribuindo para melhorar tanto a eficiência operacional quanto a qualidade do serviço oferecido, impactando positivamente a vida dos colaboradores. Este trabalho se dedica ao estudo do problema de roteamento de veículos com o objetivo de alocar de forma mais eficiente os novos colaboradores recém contratados às rotas já existentes e predeterminadas pela EEC. Isso significa que, em vez de simplesmente adicionar novas rotas ou veículos, busca-se alocar os novos colaboradores e realocar os antigos colaboradores nas rotas atuais de maneira otimizada. O objetivo é otimizar o uso dos recursos disponíveis, minimizando a distância total percorrida e/ou o tempo de deslocamento, sem comprometer o nível de serviço oferecido aos colaboradores que já utilizam o transporte.

1.2 Objetivos

A seguir são apresentados o objetivo geral e os objetivos específicos desta dissertação.

1.2.1 Objetivo geral

Propor modelo(s) matemático(s) e/ou heurística(s) para redefinir as rotas de ônibus corporativo devido a contratação de novos colaboradores, visando a minimização da distância total percorrida pelos veículos sem prejudicar a satisfação dos colaboradores já antedidos pelo serviço de transporte.

1.2.2 Objetivos específicos

Para alcançar o que foi apresentado acima, são propostos os seguintes objetivos específicos:

- Realizar um levantamento detalhado das características e especificidades do problema no contexto da empresa de estudo de caso;

- Desenvolver modelo(s) matemático(s) de forma a atender às particularidades e desafios do problema;
- Implementar e testar o(s) modelo(s) e a(s) heurística(s) avaliando sua eficácia na resolução do problema;
- Desenvolver uma aplicação web para auxiliar a gestão da empresa, permitindo a atualização eficiente de informações sobre colaboradores e rotas.

1.3 Metodologia da Pesquisa

Neste capítulo, apresentamos a classificação da pesquisa e detalhamos as etapas que orientaram o desenvolvimento deste estudo, destacando os procedimentos e abordagens adotados para alcançar os objetivos propostos.

1.3.1 Classificação da Pesquisa

Referente ao presente estudo, quanto à classificação, são utilizadas técnicas mistas, combinando abordagem qualitativa e quantitativa para obter uma compreensão mais abrangente acerca do problema.

Em uma abordagem qualitativa, são realizadas reuniões com os colaboradores da EEC do setor de logística e transporte, essas reuniões têm como objetivo coletar informações sobre os desafios enfrentados nesse âmbito, as lacunas existentes no planejamento e execução e o cenário atual do processo de roteamento dos veículos. A análise qualitativa destas informações contribuirá para uma percepção mais profunda do contexto e das nuances do problema. Assim como destaca Cauchick (2019), com os elementos qualitativos o pesquisador tem a possibilidade de adquirir conhecimentos sobre os fenômenos no ambiente da pesquisa, explorando observações e reunindo evidências.

Por outro lado, a abordagem quantitativa se concentrará na aplicação de modelos matemáticos e algoritmos de otimização para o roteamento de veículos. Os dados sobre a localização das residências dos colaboradores, paradas dos ônibus, condições de tráfego e outros fatores relevantes, são processados e alimentados nos modelos matemáticos para encontrar soluções eficientes em termos de rotas, redução de custos e, consequentemente, os impactos ambientais. Cauchick (2019) também menciona que a característica distintiva desta abordagem é a medição de variáveis de pesquisa, uma vez que há ênfase na mensuração, causalidade,

generalização e replicação.

Do ponto de vista da sua natureza, este estudo se enquadra como aplicado, pois, tem como objetivo principal gerar conhecimentos direcionados para aplicação prática e focados na resolução de problemas específicos. Este tipo de pesquisa está vinculado a verdades e interesses locais, buscando dispor soluções concretas para questões específicas (Jung, 2004).

No que diz respeito aos seus propósitos, Gil (2022) salienta que a pesquisa é categorizada de acordo com seus objetivos, sendo de cunho exploratório, porque busca proporcionar uma maior familiaridade com o problema, tornando-o explícito ou construindo hipóteses. E, também, se adequa como pesquisa descritiva, uma vez que tem como meta descrever as características de uma população ou fenômeno específico, e/ou estabelecer relações entre variáveis e utiliza técnicas padronizadas de coleta de dados, como questionários e observação sistemática.

No que se reporta aos métodos técnicos empregados, Gil (2022) ressalta que o estudo é adotado na forma de Estudo de Caso, no qual consiste em uma análise aprofundada e minuciosa de um ou poucos objetos, permitindo um conhecimento amplo e detalhado sobre os mesmos.

Posto isto, foi desenvolvido um estudo sobre roteamento de veículos, em uma empresa da capital pernambucana, com o intuito de investigar a eficiência e eficácia das rotas existentes e propor melhorias para otimizar a logística e o transporte da EEC, de acordo com o problema enfrentado atualmente pela mesma.

1.3.2 Etapas da Pesquisa

O presente estudo foi dividido por etapas, conforme esquema ilustrado na Figura 2. Inicialmente por meio de uma revisão da literatura, foi realizada uma pesquisa no que se refere ao tema do trabalho, paralelamente, reuniões foram realizadas com os colaboradores do setor de logística e transporte, da EEC, para levantamento das principais características do problema. Ainda baseada na revisão da literatura, foi definido um modelo matemático base para assessorar a construção dos modelos matemáticos adaptados para a realidade do problema, ainda não tratado na literatura por modelagem por se referir a uma aplicação específica e única.

O modelo matemático estruturado, pertence à classe dos modelos exatos de MILP, sendo assim, o problema foi modelado usando variáveis binárias (inteiras) para as decisões de roteamento e alocação de colaboradores, bem como variáveis contínuas para tempos e outras medidas, como demonstrado no Capítulo 3. Por conseguinte, foi efetuada uma calibração e

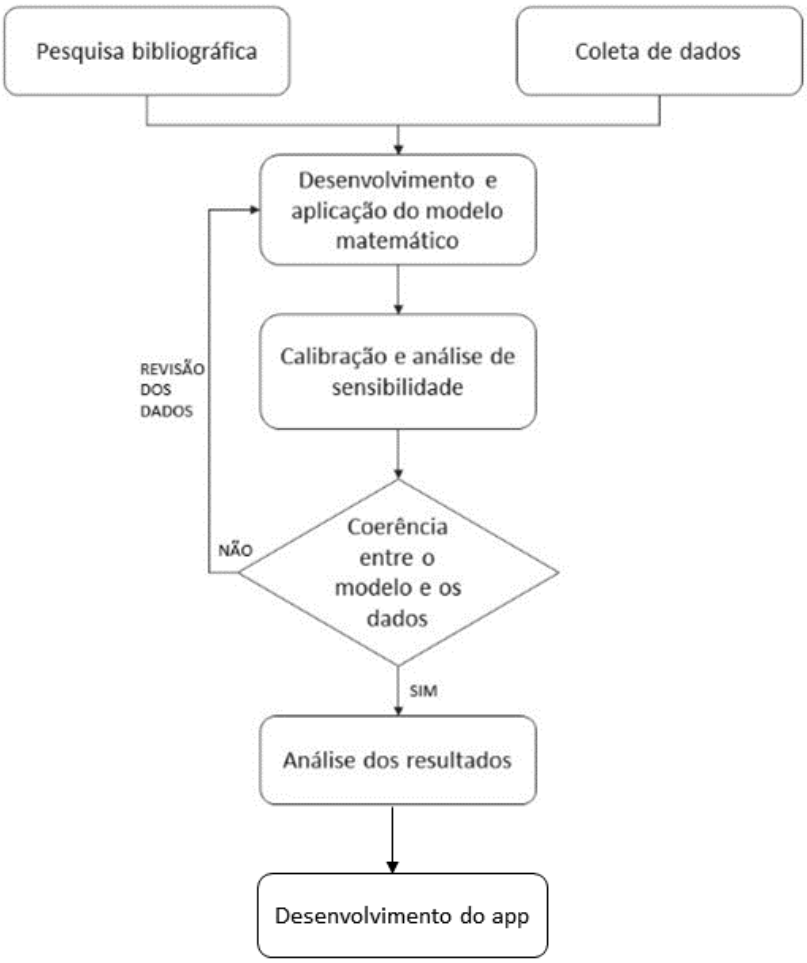

Figura 1 – Etapas da pesquisa
Fonte: Autora (2024)

análise de sensibilidade dos modelos e algoritmos desenvolvidos para checagem da coerência entre os modelos e os dados reais. No caso da pesquisa, foi avaliado se os modelos e algoritmos retornam soluções condizentes com a realidade prática do problema.

Além disso, foi desenvolvido um algoritmo heurístico que serve como uma etapa inicial para gerar soluções viáveis, as quais foram posteriormente utilizadas como *input* para o solver do modelo matemático. Esse procedimento visou melhorar a eficiência computacional e garantir que o modelo exato fosse alimentado com soluções iniciais, acelerando a convergência e permitindo uma análise mais robusta do problema.

Desta maneira, foram realizados experimentos computacionais em instâncias de testes adaptadas de Schittekat *et al.* (2013) (enquanto os dados reais estão sendo analisados) para a realidade do problema, com a finalidade de identificar o comportamento dos algoritmos imple-

mentados (por exemplo, em questões do desempenho das soluções, em tempo computacional e o impacto para a organização e os colaboradores).

Por fim, foi desenvolvido um aplicativo com o objetivo de otimizar o processo de redefinição das rotas da EEC, levando em consideração as alterações na equipe, como as contratações e/ou demissões de colaboradores. A ferramenta visa proporcionar agilidade e precisão na atualização das rotas, garantindo que sempre seja ajustada de acordo com as novas condições da equipe.

1.4 Organização da dissertação

Esta dissertação está organizada em cinco capítulos principais, além deste capítulo introdutório. No Capítulo 2, são apresentados os conceitos fundamentais relacionados ao Problema de Roteamento de Veículos (VRP) e ao Problema de Roteamento de Ônibus Escolar (SBRP), abordando métodos da Pesquisa Operacional (PO) relevantes para a modelagem e resolução do problema.

O Capítulo 3 detalha os aspectos específicos do problema estudado, considerando suas particularidades e os elementos essenciais para a formulação do modelo e dos algoritmos propostos.

No Capítulo 4, são descritos os experimentos computacionais realizados para a resolução do problema prático. Esse capítulo inclui a análise dos resultados obtidos e a avaliação da eficácia do(s) modelo(s) propostos.

Por fim, o Capítulo 5 apresenta as conclusões do estudo, destacando as contribuições da pesquisa, bem como sugestões para trabalhos futuros que possam aprofundar ou expandir os resultados alcançados.

2 REFERENCIAL TEÓRICO E REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo, são apresentados conceitos importantes e fundamentais com relação ao tema da pesquisa, estando dividido da seguinte forma. A Seção 2.1 apresenta o Referencial Teórico, onde são expostos os principais conceitos referentes ao Problema de Roteamento de Veículos e ao Problema de Roteamento de Ônibus Escolares, assim como os métodos de otimização comumente utilizados para a resolução do problema em estudo. Por fim, a Seção 2.2 descreve uma revisão da literatura acerca do Problema de Roteamento de Ônibus e sua resolução.

2.1 Fundamentação Teórica

Nesta seção, são apresentados de maneira mais clara e abrangente os conteúdos teóricos abordados na literatura referente ao VRP e suas variantes. Destaca-se, em particular, o SBRP, que é o foco central deste estudo. Além disso, são explorados os métodos de otimização frequentemente empregados na resolução desse problema específico.

2.1.1 O Problema de Roteamento de Veículos

Em uma análise de desafios práticos relacionados à logística do mundo real, foi inicialmente documentado por Dantzig e Ramser (1959) a observação e descrição de um estudo que visava otimizar rotas para a distribuição de gasolina em postos de combustíveis. Cinco anos depois, Clarke e Wright (1964), ampliaram este problema para uma forma de otimização linear, popularmente encontrada nos domínios da logística e transporte. A generalização envolveu o desafio de atender a um conjunto de clientes dispersos geograficamente em torno de um depósito central, utilizando uma frota de veículos com capacidades variadas. A formulação mais abrangente ficou conhecida como o VRP, tornando-se um dos tópicos mais estudados na área de otimização combinatória (Braekers *et al.*, 2016).

Conforme delineado por Pillac *et al.* (2012) e Reis (2015), o VRP consiste em determinar as rotas mais eficientes para os veículos disponíveis (por exemplo, em termos de distâncias totais percorridas), de modo a englobar todos os pontos designados, que podem ser clientes e/ou suas requisições, no qual o objetivo principal é a minimização dos custos associados ao transporte.

Como destacado por Reis (2015), a estratégia envolve a minimização dos custos ope-

racionais associados à utilização dos veículos em cada intervalo de tempo de trabalho, resultando na redução total da distância percorrida pelos veículos e, por conseguinte, na diminuição do custo total. É válido ressaltar que os veículos utilizados nas atividades de transporte geralmente têm início e término de suas rotas no mesmo ponto de origem, que normalmente é o depósito ou a garagem (Bittencourt, 2010).

De acordo com Alves *et al.* (2015), o VRP representa uma extensão natural do conhecido Problema do Caixeiro Viajante (PCV) e é categorizado como um problema NP-Difícil, ou seja, não existe um algoritmo exato conhecido que garanta a resolução de qualquer instância em tempo polinomial.

Como elucidado por Kramer *et al.* (2015), o VRP é caracterizado por um conjunto de n locais que podem ser residências de clientes, cidades ou pontos específicos de atendimento. Cada local possui uma demanda a ser atendida, representada pela quantidade de produtos q_i. Considerando um depósito equipado com k veículos, cada um com capacidade limitada Q, o desafio consiste em encontrar as rotas mais eficientes para esses veículos, buscando a minimização dos custos de transporte. Além disso, é indispensável atender às restrições associadas à demanda de cada local, respeitando a capacidade do veículo.

A definição clássica do VRP pode ser resumida da seguinte forma: Considere um grafo não orientado $G = (V,E)$, onde $V = \{v_0, v_1, \ldots, v_n\}$ é o conjunto de vértices, e $E = \{(v_i, v_j) : v_i, v_j \in V \text{ com } i < j\}$ representa as arestas que conectam os locais. Na expressão, V representa o conjunto de locais, correspondendo ao total de clientes, e as arestas modelam as possibilidades de deslocamento entre esses locais. O vértice v_0 representa o ponto de partida, como o depósito ou a garagem. Cada cliente, identificado por v_i, com $i \in V \setminus \{0\}$, necessita de atendimento, seja por veículos de transporte de pessoas ou carga. A distância entre os vértices é não negativa, expressa por c_{ij}, onde o deslocamento do cliente i para j está associado a cada aresta (v_i, v_j). O valor de c_{ij} pode ser interpretado em termos de distância, tempo e/ou custos de viagem (Kramer *et al.*, 2015).

Ainda de acordo com Kramer *et al.* (2015), os VRP's podem apresentar diferentes funções objetivo, restrições e/ou decisões, algumas das quais são apresentadas a seguir:

- Principais funções objetivo do VRP:
  - Minimizar a distância total percorrida e/ou o tempo gasto em viagens por todos os veículo;
  - Minimizar o número de veículos utilizados para atender os clientes;

- Principais restrições do VRP:
  - Cada rota inicia e termina no local de origem, que pode ser o depósito ou a garagem dos veículos;
  - Cada local pode ser visitado apenas uma vez por um veículo;
  - A carga transportada pelos veículos não pode exceder a capacidade Q ao atender os clientes, onde a capacidade pode ser definida em termos de volume, peso e tipo de carga para o transporte naquela rota;
  - Faz uso apenas da quantidade e tipos de veículos disponíveis;
  - Garantir que todos os clientes tenham suas demandas atendidas;
  - Respeitar os horários para efetuar a entrega e/ou coleta dos produtos demandados, assim como retornar ao depósito ou garagem.
- Principais decisões do VRP:
  - Determinar a quantidade de veículos a serem utilizados;
  - Definir a rota de cada veículo;
  - Estabelecer a quantidade de carga em cada rota;
  - Especificar qual veículo atenderá cada cliente.

O VRP é objeto de estudo em várias áreas, incluindo logística, departamentos de transporte e pesquisa operacional. De acordo com as observações de Reis (2015), este problema assume diferentes formas em situações comuns relacionadas ao uso de veículos, como coleta e entrega de produtos, transporte de pessoas e distribuição de mantimentos. Desta forma, Braekers *et al.* (2016) enfatizam a diversidade do VRP, que se manifesta em uma ampla gama de características, resultando em diversas variantes. Algumas destas variantes são particularmente notáveis, abrangendo contextos como:

- Problema de Roteamento de Veículos Capacitado (PRVC): O principal objetivo é determinar um conjunto de rotas de custo mínimo para uma frota de veículos, cada um com capacidade limitada, que parte de um único depósito para atender a uma lista de clientes. As rotas devem obedecer às seguintes restrições: i) cada rota deve começar e terminar no depósito; ii) cada cliente deve ser atendido exatamente uma vez por um único veículo; e iii) a carga total transportada em cada rota não pode exceder a capacidade do veículo. O PRVC foi inicialmente estudado por Dantzig e Ramser (1959), sendo considerado uma extensão do PCV.
- Problema de Roteamento de Veículos Aberto (PRVA): É uma variante do PRVC em que

o veículo não precisa retornar ao depósito, o que equivale a adotar o custo de retorno do veículo ao depósito nulo. A maioria dos autores da literatura assume que o objetivo primário é minimizar o número de veículos (Subramanian *et al.*, 2013).

- Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultânea (PRVCES): Dada uma frota de k veículos com capacidade Q, o objetivo é atender simultaneamente às demandas de coleta e entrega de um conjunto de N clientes, garantindo que cada veículo retorne ao depósito ao final do trajeto com o total coletado. O desafio principal do problema é minimizar o custo total das rotas percorridas pelos veículos, assegurando que todas as demandas sejam atendidas e dentro das limitações de capacidade (Morais *et al.*, 2011).
- Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo (PRVJT): Cada cliente possui uma janela de tempo específica dentro da qual o serviço deve ser iniciado. Os veículos partem do depósito no instante 0 e precisam retornar dentro de um intervalo de tempo predefinido. Se um veículo chegar ao cliente antes da abertura da janela, ele deve aguardar até o início do serviço, sem incorrer em custos adicionais durante a espera. O objetivo é atender todas as demandas de forma eficiente, respeitando as janelas temporais e minimizando o custo das rotas (Arenales *et al.*, 2007).

Vale salientar que essas são apenas algumas das variantes exploradas no estado da arte do VRP. Outras variantes podem ser encontradas nos trabalhos de Park e Kim (2010), Braekers *et al.* (2016) e Ellegood *et al.* (2020).

Como explicitado anteriormente, o SBRP se comporta como uma variante do VRP. Sendo assim, o próximo tópico é dedicado ao esclarecimento do assunto, como objeto de estudo da presente pesquisa.

2.1.2 O Problema de Roteamento de Ônibus Escolares

O desafio do Roteamento de Ônibus Escolares representa uma questão essencial no transporte do mundo real, impactando diariamente milhões de famílias e se enquadra como um problema logístico complexo que envolve a otimização das rotas e horários dos ônibus escolares para atender eficientemente às necessidades dos alunos. Esta otimização busca minimizar custos operacionais e tempo de viagem, além de melhorar a utilização dos recursos disponíveis (Miranda *et al.*, 2021).

A flutuação anual na demanda por este serviço, devido às mudanças naturais na entrada e saída de estudantes de suas escolas, torna o planejamento e a operacionalização

um desafio recorrente para os gestores e analistas responsáveis (Mohandas *et al.*, 2021). Esta variação requer um planejamento de rotas, pelo menos, em uma base anual. No entanto, encontrar uma decisão eficiente não é uma tarefa simples, pois as complexidades residem na natureza combinatória do problema e no equilíbrio necessário entre custo e qualidade do serviço prestado. Por estes e outros motivos, tentar resolver o problema de maneira intuitiva pode frequentemente resultar em soluções subótimas (Komijan *et al.*, 2021).

Segundo Park e Kim (2010), a literatura sobre o SBRP inicialmente se concentrou em problemas com uma única escola, apresentando uma estrutura semelhante à do VRP. No entanto, ao longo dos anos, conforme destacado por Ellegood *et al.* (2020), o SBRP ganhou maior relevância, o que resultou na proposição de modelos mais próximos da realidade. Muitos destes modelos passaram a considerar múltiplas escolas, refletindo a situação encontrada na maioria dos municípios.

A solução para o SBRP envolve cinco etapas distintas: (i) preparação de dados; (ii) escolha de pontos de ônibus (atribuição de alunos para paradas); (iii) criação de rotas para os ônibus; (iv) ajuste dos horários escolares e (v) elaboração do cronograma das rotas. Desse modo, Park e Kim (2010) estruturam as cinco etapas como subproblemas, e as conceitua de acordo com as explicações evidenciadas no Quadro 1.

Quadro 1 – Etapas para a Solução do SBRP

Etapa	**Descrição**
Preparação de dados	Coleta e preparação de dados geográficos, horários escolares, capacidades dos veículos e outras informações relevantes para a modelagem do problema
Escolha de pontos de ônibus	Desenvolvimento de critérios e algoritmos para a seleção estratégica de paradas de ônibus considerando a distância máxima de caminhada, capacidade das paradas e outras restrições específicas do ambiente estudado
Criação de rotas	Desenvolvimento de modelos matemáticos e algoritmos de otimização para a definição da sequência de paradas a serem visitadas, levando em conta, por exemplo, a minimização da distância total percorrida, restrições de capacidade do veículo e janelas de tempo das escolas
Ajuste dos horários escolares	Proposição de estratégias para ajuste eficiente dos horários de chegada/saída dos ônibus às escolas, considerando as janelas de horário escolar para maximizar a eficiência das rotas
Elaboração do cronograma	Desenvolvimento de um sistema para implementação prática das rotas otimizadas

Fonte: Adaptado de Park e Kim (2010)

A classificação do SBRP é baseada de acordo com as características do problema, podendo ser elencadas em algumas categorias presentes na literatura, sendo elas: tipo de subproblema, número de escolas, ambiente de serviço, escopo do problema, tipo de carga, alunos de educação especial, mix de frota, objetivo e restrições (Park e Kim, 2010). A explicação condensada está exposta no Quadro 2.

Quadro 2 – Características dos SBRPs abordadas na literatura

Característica	**Descrição**
Tipo de Subproblema	Preparação de dados Escolha de pontos de ônibus Criação de rotas para os ônibus Ajuste dos horários escolares Elaboração do cronograma das rotas
Número de Escolas	Única ou múltiplas escolas
Ambiente de Serviço	Urbano, rural ou misto
Escopo do Problema	Manhã, tarde ou ambos
Tipo de Carga	Única ou mista
Alunos de Educação Especial	Considerados ou não
Mix de Frota	Homogênea ou heterogênea
Objetivo	Minimização do número de ônibus utilizados Minimização da distância ou tempo total de viagem dos ônibus Minimização da distância percorrida pelos alunos até as paradas de ônibus Maximização do balanceamento da quantidade de estudantes transportados por rota Minimização do comprimento máximo da rota
Restrições	Capacidade do veículo Tempo máximo de condução Janela de horário escolar Tempo ou distância máxima de caminhada Horário de embarque mais cedo

Fonte: Adaptado de Park e Kim (2010)

Em outras pesquisas, algumas destas restrições foram tratadas como objetivos específicos. Por exemplo, Li e Fu (2002) adotaram o tempo máximo de condução como uma meta, visando minimizar o tempo total de viagem para todos os estudantes. Bowerman *et al.* (1995) incorporaram a distância total percorrida pelos alunos como parte de sua função objetivo. Já Ashford (1982) considerou as janelas de tempo das escolas como variáveis de decisão, ajustando os horários escolares para reduzir o número necessário de ônibus.

2.1.3 Métodos de otimização

Os métodos de solução encontrados na literatura para a resolução do SBRP podem ser classificados em exatos ou aproximados, através de heurísticas ou meta-heurísticas. Os métodos exatos garantem a solução ótima, em contrapartida, são aplicados apenas em problemas de dimensões pequenas e médias por demandar um maior esforço computacional para a sua aplicação. À vista disso, nesta seção são apresentados os métodos de otimização frequentemente utilizados na literatura para a resolução do SBRP.

2.1.3.1 Métodos exatos

As estratégias exatas têm como objetivo assegurar a obtenção da solução ótima, isso implica percorrer integralmente todo espaço de busca ou identificar abordagens metodológicas capazes de restringir esse processo. É importante garantir que qualquer área não meticulosamente examinada não corresponda ao valor desejado na busca pela maximização ou minimização do objetivo (Oliveira, 2023).

Muitas das estratégias exatas têm como base soluções desenvolvidas para o PCV. Christofides *et al.* (1981) foram pioneiros ao abordar uma solução exata no contexto do VRP por meio da técnica de *branch-and-bound* (traduzido como ramificar e podar) combinada com a relaxação Lagrangiana. O algoritmo incorpora um mecanismo baseado em limites para podar a busca exaustiva por todo o espaço de soluções. Sempre que o algoritmo encontra uma solução de qualidade inferior ou uma solução infactível, encerra a exploração daquela ramificação.

O método *branch-and-bound* serviu de inspiração para abordagens mais eficientes, como o *branch-and-cut*, *branch-and-price* e *branch-price-and-cut*. A abordagem *branch-and-cut* fundamenta-se na ramificação com base em desigualdades válidas, visando realizar cortes (ou seja, restrições adicionais que eliminam soluções que não são promissoras, permitindo ao algoritmo de otimização concentrar-se em partes do espaço de busca mais propensas a conter a solução ótima) mais eficazes em comparação com o método *branch-and-bound*. A seleção dos critérios para esta estratégia tem um impacto direto nos algoritmos desenvolvidos, resultando em aprimoramentos contínuos do método, possibilitando a resolução de problemas envolvendo um número maior de veículos e clientes (Oliveira, 2023).

O método *branch-and-price* é uma extensão do método *branch-and-bound* que incorpora a geração de colunas. Em cada nó da árvore de busca criada pelo *branch-and-bound*,

utiliza-se a geração de colunas para encontrar novas soluções viáveis. Este método de geração de colunas é uma generalização da decomposição de Dantzig e Wolfe (1960). Nele, o problema original é dividido em duas partes: um problema principal e um subproblema. Devido ao vasto conjunto de soluções factíveis, apenas uma pequena parte dessas soluções é inicialmente considerada no problema principal. Em cada iteração, é verificado se existe uma rota que possa reduzir a distância total, o que é feito resolvendo o subproblema. Se tal rota for encontrada, a coluna correspondente é adicionada ao modelo, e o processo é repetido até que a solução ótima seja alcançada.

2.1.3.2 Métodos heurísticos

Conforme explicado anteriormente, SBRPs são considerados problemas pertencentes à classe NP-Difícil (*Non-Deterministic Polynomial time*), problema para o qual não se sabe se existe um algoritmo eficiente (em tempo polinomial) para resolvê-lo. Devido a esta complexidade, a utilização de algoritmos heurísticos se apresenta como uma abordagem adequada para solucionar problemas dessa natureza. Neste sentido, a literatura é abrangente em abordagens heurísticas e meta-heurísticas, todavia a utilização desses métodos não garante a obtenção da solução ótima global, pois o foco está na redução do custo computacional (Semaan *et al.*, 2020).

Semaan *et al.* (2020) descrevem heurísticas como abordagens mentais rápidas empregadas diariamente pelo cérebro humano para resolver problemas comuns, priorizando uma solução satisfatória em detrimento da busca pelo ótimo global. É importante ressaltar também que as heurísticas não oferecem garantia sobre quão próxima da solução ótima está a solução gerada, diferentemente dos algoritmos aproximativos, que conseguem delinear uma região de proximidade em relação à solução ótima do problema. Portanto, ainda conforme os mesmos autores, é comum avaliar a qualidade ou eficiência de um algoritmo heurístico comparando as soluções obtidas com aquelas encontradas por outros algoritmos, sejam eles exatos ou heurísticos. Quando lidando com problemas abordados pela primeira vez, esta comparação pode ser realizada com a solução obtida pela resolução do modelo matemático, impondo um limite de tempo de execução, ou pela solução relaxada do modelo matemático.

As heurísticas podem ser categorizadas em dois grupos distintos: heurísticas construtivas e heurísticas de refinamento. Geralmente, estas abordagens são empregadas sequencialmente, começando com a aplicação da heurística construtiva, seguida pela heurística de refinamento.

As heurísticas construtivas têm a responsabilidade de fornecer uma solução inicial viável para o problema em questão, construindo essa solução elemento por elemento (Burke *et al.*, 2014). Em outras palavras, a cada iteração, uma decisão é tomada, e o elemento escolhido é adicionado à solução. A forma como os elementos são selecionados para formar a solução dependerá do procedimento utilizado, podendo ser realizado de maneira gulosa, determinando o melhor elemento sem levar em consideração as implicações nas decisões futuras, ou de maneira aleatória, por exemplo (Souza, 2024).

Por outro lado, as heurísticas de refinamento têm como objetivo explorar a vizinhança da solução inicial ou atual do problema, buscando substituí-la por outra solução com base em uma função de avaliação, isto é, heurística de refinamento é um método capaz de modificar componentes de uma solução existente com o objetivo de obter um conjunto de soluções com características semelhantes. Essas alterações, também conhecidas como movimentos, exploram o espaço de soluções próximo à solução atual, denominado vizinhança (Burke *et al.*, 2014).

Enquanto as heurísticas conduzem uma busca restrita no espaço de soluções, as meta-heurísticas adotam os princípios de intensificação e diversificação. A intensificação busca explorar mais detalhadamente as áreas mais promissoras do espaço de busca, ao passo que a diversificação visa evitar que uma solução específica fique aprisionada em um ótimo local durante o processo de busca (Laporte, 1992).

Explicado por Glover (1986), o termo “meta-heurística” se refere a uma estratégia principal que orienta e modifica outras heurísticas para obter soluções além das normalmente geradas em procedimentos de busca local. Durante essa exploração, são consideradas boas características das soluções encontradas para explorar novas regiões promissoras (Kramer *et al.*, 2015). As heurísticas guiadas por estas meta-heurísticas podem ser procedimentos de alto nível ou incorporar a descrição dos movimentos possíveis para transformar uma solução em outra (Glover *et al.*, 2018).

Em síntese, a resolução do SBRP demanda uma abordagem meticulosa, considerando suas particularidades em relação ao VRP. A complexidade inerente ao problema, classificado como NP-Difícil, direciona a preferência por abordagens heurísticas e meta-heurísticas. Estas últimas, ao seguir princípios de intensificação e diversificação, proporcionam uma exploração mais eficaz do espaço de soluções. As heurísticas construtivas e de refinamento, aplicadas sequencialmente, contribuem para a obtenção de soluções iniciais viáveis, enquanto as meta-heurísticas atuam como estratégias mestras para orientar e modificar outras heurísticas

fazendo uso de estratégias que ajudam a escapar de ótimos locais.

2.2 Revisão da Literatura

Neste trabalho, a revisão se concentrou em estudos que utilizaram métodos exatos e/ou aplicações recentes no mundo real, seja no SBRP ou do Transporte/Roteamento de Colaboradores.

Nas últimas duas décadas, o problema de roteamento de ônibus escolar tem atraído crescente atenção na literatura acadêmica, sendo amplamente estudado por suas especificidades, variados objetivos e restrições específicas. Conforme destacado por Li e Fu (2002), as abordagens para resolvê-lo são altamente dependentes do contexto, variando de acordo com as características únicas de cada instância. Apesar da relevância e complexidade do problema, ele é frequentemente abordado de maneira intuitiva na prática, sem o suporte de métodos científicos, o que pode levar a custos excessivos de transporte, conforme apontado por Bektaş e Elmastaş (2007). Essa discrepância entre teoria e prática ressalta a importância de soluções baseadas em modelagem científica para otimizar recursos e reduzir desperdícios.

O SBRP tem sido abordado de diversas formas na literatura recente, refletindo uma ampla gama de estratégias e resultados. De acordo com Bowerman *et al.* (1995), Martínez e Viegas (2011) e Riera-Ledesma e Salazar-Gonzalez (2012), o SBRP possui uma formulação simples, mas é difícil de resolver. Esses autores classificam o SBRP como um problema NP-Difícil, o que significa que atualmente não existem algoritmos capazes de resolvê-lo exatamente em tempo polinomial.

Os métodos exatos são amplamente utilizados para resolver problemas de otimização combinatória. No entanto, na literatura sobre o SBRP, sua aplicação é limitada a problemas relativamente pequenos devido ao elevado nível de complexidade envolvido tanto na resolução do problema quanto de seus subproblemas. Estudos como os de Schittekat *et al.* (2006), Fügenschuh (2009) e Chen *et al.* (2015) exploram o uso de métodos exatos no SBRP.

Schittekat *et al.* (2006) desenvolveram uma formulação matemática para o SBRP baseada em Programação Linear Inteira (PLI), demonstrando que métodos exatos são eficazes apenas para problemas de pequena escala, como no caso de 50 estudantes e 10 pontos de parada, destacando as limitações de escalabilidade. Fügenschuh (2009) propôs uma formulação PLI para otimizar a integração dos horários escolares com o transporte público em áreas rurais, utilizando um algoritmo de *branch-and-cut*. Sua abordagem resultou em uma redução de 10-

25% no número de ônibus (5-50 ônibus), gerando economias significativas, como 30 mil euros por ônibus para a administração do condado ou 200 mil euros em custos operacionais para as empresas de transporte. Por sua vez, Chen *et al.* (2015) apresentaram uma formulação PLI para o problema de roteamento com uma frota heterogênea de ônibus, abordando problemas do mundo real com veículos de diferentes capacidades e características. Sua formulação reduz a complexidade do modelo ao diminuir o número de variáveis e restrições sem sacrificar a precisão, permitindo que o problema seja resolvido de forma eficiente, otimizando instâncias com até 745 viagens para frotas homogêneas e 286 para frotas heterogêneas. Além disso, a abordagem supera as heurísticas existentes, fornecendo soluções ótimas ou quase ótimas, com vantagens claras em qualidade e eficiência, especialmente para frotas heterogêneas.

Alguns estudos destacaram o uso de métodos exatos para lidar com o SBRP em diferentes contextos. Por exemplo, Bertsimas *et al.* (2019) propuseram um modelo para o *School Bus Routing with Synchronous Times* (SBRST), otimizando conjuntamente os horários escolares e as rotas dos ônibus, baseado em um caso real na cidade de Boston, EUA. O modelo resultou em uma economia de 10 a 15 milhões de dólares no ano de 2017. Já Hulagu e Celikoglu (2020) abordaram o problema sob a perspectiva ambiental, analisando frotas heterogêneas e obtendo uma redução de até 30% nos custos totais e uma taxa de utilização de assentos de 96,4%.

Esses trabalhos demonstram que, embora os métodos exatos ofereçam soluções ótimas, eles são adequados apenas para instâncias pequenas, e sua aplicabilidade em cenários de maior escala é limitada devido à complexidade computacional.

Pesquisas recentes sobre o SBRP têm enfatizado cada vez mais questões do mundo real, como a consideração de frotas heterogêneas, carga mista, atendimento a múltiplas escolas e incerteza dos passageiros. Esses aspectos não apenas aumentam a complexidade das abordagens de solução, mas também melhoram significativamente a utilidade prática dos modelos desenvolvidos (Ellegood *et al.*, 2019). Portanto, apresentamos alguns estudos que destacam essas questões.

A estratégia de carga mista no SBRP contribui significativamente para melhorar a eficiência dos sistemas de transporte escolar. Conforme demonstrado por Feng *et al.* (2023), os resultados mostraram que essa abordagem é mais eficiente em termos de custos operacionais e acessibilidade escolar. De forma semelhante, Shang *et al.* (2020) propuseram um modelo baseado em uma estrutura de multicomodidades com discretização temporal, capaz de abordar o SBRP considerando condições práticas, como atendimento a múltiplas escolas, cargas mistas

(estudantes embarcando no mesmo ônibus em diferentes paradas com destinos distintos), frotas heterogêneas, múltiplas janelas de tempo para embarque de estudantes e restrições de horários escolares. Os testes foram realizados com cenários envolvendo 50 estudantes, 2 paradas e 2 escolas, demonstrando a viabilidade do modelo em contextos reais.

É importante destacar que as meta-heurísticas têm sido amplamente exploradas para resolver versões do SBRP em contextos reais e complexos. Caldas *et al.* (2022) aplicaram *Iterated Local Search* (ILS) no Rio de Janeiro para otimizar rotas envolvendo 13.664 estudantes. O modelo reduziu em 40,5% o custo total e em 46% a quilometragem percorrida. No México, Avilés-González *et al.* (2020) usaram a meta-heurística *Simulated Annealing* (SA), demonstrando a superioridade dessa abordagem frente a métodos tradicionais. Feng *et al.* (2023), por sua vez, utilizaram *Tabu Search* (TS) para avaliar estratégias de carga mista na China, destacando sua eficiência na redução de custos operacionais e quilometragem percorrida. Outro exemplo interessante é o de Ozmen e Sahin (2021), que integraram tecnologias de cidades inteligentes com *Genetic Algorithm* (GA), otimizando o transporte escolar em tempo real com base em dados do Google Maps, minimizando custos operacionais e emissões.

Além disso, Liu *et al.* (2022) utilizaram uma combinação de MILP e a meta-heurística *Variable Neighborhood Search* (VNS) para analisar estratégias de transferência de alunos, identificando a transferência como a mais eficiente em termos de qualidade de serviço e acessibilidade. Por outro lado, Dasdemir *et al.* (2022) exploraram objetivos conflitantes, como minimizar a distância total e o número de passageiros em pé, destacando os *trade-offs* e permitindo o relaxamento da restrição de capacidade, algo raro na literatura.

Alguns estudos têm considerado objetivos múltiplos e sustentáveis. Xue *et al.* (2023) formularam o SBRP como um problema de otimização multiobjetivo, abordando segurança, eficiência de tempo e redução de custos. Usando esquemas de GA adaptativos e *Cluster-First and Route-Second* (CFRS), o estudo apresentou soluções eficientes que minimizam o número de ônibus e a distância percorrida. Focando na redução de emissões de CO_2, Kramberger *et al.* (2015) aplicaram heurísticas e sistemas GIS, resultando em uma redução de 25,1% na distância percorrida e 22 toneladas de CO_2 por ano.

Estudos também destacaram aplicações regionais do SBRP, considerando particularidades locais. Em Virgínia, EUA, Xue *et al.* (2023) aplicaram um algoritmo baseado em GA, destacando a eficácia da abordagem CFRS em dados reais de escolas públicas. Na China, Liu *et al.* (2022) e Feng *et al.* (2023) abordaram diferentes aspectos do SBRP, como acessibilidade e

carga mista, aplicando técnicas avançadas para melhorar a qualidade do serviço e reduzir custos.

No contexto industrial, o problema abordado neste estudo, é comumente conhecido como Problema do Transporte de Colaboradores (ESBP) ou Roteamento de Ônibus para Colaboradores (EBR). Diversas abordagens têm sido aplicadas para resolver esse problema em cenários reais. Leksakul *et al.* (2017) utilizaram técnicas de inteligência artificial, como *K-means* e *Competitive Learning*, para abordar problemas de roteamento de ônibus para colaboradores em um ambiente prático. De forma semelhante, Hart *et al.* (2014) desenvolveram uma abordagem baseada em hiper-heurísticas para lidar com problemas de agendamento e roteamento no ESBP, criando uma aplicação que permite a seleção de diferentes funções objetivo. Enquanto isso, Purba *et al.* (2020) aplicaram a TS para resolver o ESBP, alcançando soluções significativamente mais eficazes em comparação com a abordagem anteriormente adotada pela empresa.

Para abordar o desafio de otimizar custos em frotas heterogêneas, Pitakaso e Srijaroon (2020) e Bideq *et al.* (2022) propuseram modelos que integram soluções matemáticas e técnicas de agrupamento. Pitakaso e Srijaroon (2020) focaram na integração de subproblemas de determinação de paradas, alocação de ônibus e planejamento de rotas para minimizar custos de viagem e aluguel. Em um estudo envolvendo 10.340 colaboradores, 472 paradas e 300 ônibus, as heurísticas propostas alcançaram uma redução de 11,10% nos custos em comparação com a prática atual. Por sua vez, Bideq *et al.* (2022) desenvolveram um modelo adaptado às regulamentações sanitárias da Covid-19, permitindo a ativação ou desativação do transporte com carga mista e a alocação de mais de 1.100 colaboradores em uma frota de 80 veículos. Dada a complexidade aumentada para instâncias maiores (mais de 16 nós, ou 20 sem carga mista), eles aplicaram agrupamento aglomerativo para dividir os pontos em subgrupos menores, permitindo a resolução independente de cada grupo e melhorando a aplicabilidade prática do modelo.

Peker e Eliiyi (2022) destacam que a maioria dos estudos relacionados ao roteamento de colaboradores utiliza métodos heurísticos e meta-heurísticos, representando cerca de 80% das soluções encontradas. No entanto, apenas 9% dos estudos empregam métodos exatos para resolver esses problemas. Essa discrepância ressalta a predominância de abordagens que, embora não garantam soluções ótimas, são preferidas por sua eficiência computacional, especialmente em problemas de grande escala. A aplicação limitada de métodos exatos reflete os desafios de equilibrar precisão e eficiência em cenários mais complexos.

Com base nos trabalhos apresentados, fica evidente a relevância dos métodos de otimização, como heurísticas e meta-heurísticas, para resolver o SBRP em contextos reais. Nesse

sentido, este estudo inicialmente aplicou um método exato para resolver o problema. No entanto, devido ao alto custo computacional do uso exclusivo desse método, optou-se pela adoção de uma abordagem híbrida, combinando heurísticas com métodos exatos. Essa estratégia possibilitou a obtenção de mais soluções em um tempo computacional viável, tornando a abordagem mais adequada para aplicações práticas.

A vista disso, este estudo é inspirado em um caso real de transporte corporativo, no qual busca a integração de novos colaboradores ao serviço sem comprometer a qualidade oferecida aos usuários antigos. A análise dessas propostas avalia os resultados da otimização na qualidade do serviço e nos custos operacionais da empresa.

As contribuições deste estudo são, portanto, múltiplas. Primeiramente, propõe-se uma adaptação do SBRP ao contexto empresarial, levando em conta restrições específicas do problema real, como as limitações na distância de caminhada dos colaboradores até as paradas, bem como o tempo em que o colaborador passa dentro dos veículos até chegar à empresa. Em segundo lugar, o desenvolvimento de um modelo híbrido, combinando heurísticas e métodos exatos, demonstra ser uma solução eficiente para a complexidade do problema. Por fim, uma análise quantitativa realizada mostra que a otimização do sistema de transporte corporativo pode reduzir os custos operacionais, melhorar a eficiência logística e contribuir para a sustentabilidade ao minimizar o impacto ambiental do transporte.

Além disso, uma foi possível perceber a necessidade de desenvolver um produto tecnológico baseado em otimização para auxiliar na tomada de decisões do sertor de logística e transporte da EEC. Nesse contexto, este estudo avança ao considerar a implementação de um *software*, tornando uma solução acessível para gestores e facilitando a aplicação prática dos métodos propostos. A automação do processo de roteirização, por meio de uma interface amigável e funcional, pode ampliar o uso dessas abordagens em empresas que enfrentam desafios semelhantes, promovendo um impacto positivo na eficiência operacional e na qualidade do serviço prestado.

3 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Este capítulo é dedicado ao estudo de caso, focando na apresentação da Empresa Estudo de Caso (EEC) e no problema central que motivou esta pesquisa. Primeiramente, a Seção 3.1 evidencia a caracterização da empresa, oferecendo uma visão de seu histórico e mercado de atuação. Em seguida, a Seção 3.2 descreve o problema em questão, apresentando-o sob a forma de um modelo matemático, que pode ser resolvido por um algoritmo exato. Posteriormente, na Seção 3.3 é apresentada a heurística proposta para geração de soluções iniciais.

3.1 Caracterização da Empresa

A EEC é uma subsidiária de uma multinacional dinamarquesa, e se destaca como uma das principais fabricantes globais de pás eólicas, com uma trajetória de liderança e inovação no setor de energias renováveis. A mesma se estabeleceu no Brasil há 11 anos, dentro do Complexo Industrial de Suape, em Pernambuco. Esta localização estratégica foi escolhida devido à proximidade com importantes rotas logísticas e à infraestrutura oferecida pelo complexo, facilitando tanto a produção quanto a logística de distribuição.

A presença global da EEC é significativa, com operações em países como Índia, China, Polônia, Estados Unidos, Espanha e Dinamarca. No Brasil, a unidade de Suape é uma das mais importantes, empregando entre 1200 e 1400 colaboradores (operando em três turnos), o que reflete a relevância da planta no contexto das operações globais da empresa. O foco no Brasil não se limita à produção em larga escala, a empresa também se destaca pelo comprometimento com práticas de sustentabilidade e inovação contínua em seus processos de fabricação. Exemplificando, a EEC é responsável pela fabricação de uma em cada cinco pás eólicas em operação no mundo, consolidando sua posição como líder global no setor.

Por fim, é importante ressaltar que, devido à natureza estratégica e sensível de algumas operações e processos, muitas informações detalhadas permanecem confidenciais, protegendo assim a competitividade e a integridade das operações da EEC.

Pode-se dizer que o trabalho de roteamento em uma organização é um dos fatores que determinam a sua eficiência. Sendo assim, definir um bom roteiro levando em consideração o agravamento dos problemas de trânsito, acesso e circulação de veículos nos centros urbanos pode demandar elevados esforços se realizado manualmente. Contudo, a utilização de técnicas de otimização pode proporcionar a realização desta tarefa de forma mais segura, eficiente e em

tempo mais curto.

Parte dos colaboradores residem na mesma região onde a empresa está localizada, no entanto, a maior parte deles necessita utilizar, no mínimo, um veículo para se deslocar até a mesma. Devido a isso, existe na EEC um sistema de transporte responsável por coletar os colaboradores desde a sua residência (ou um ponto de veículo próximo e predeterminado) até a sede da empresa e entregá-los ao final do turno. Deste modo é evidente que um sistema de transporte capaz de deslocar os colaboradores de forma segura, com a menor distância percorrida (pelos veículos e colaboradores), tem se tornado uma preocupação contínua para as organizações, especialmente quando se busca alcançar a qualidade total em seus serviços.

Os veículos partem da garagem até duas horas antes do início do horário de trabalho, assegurando que todos os colaboradores cheguem pontualmente à sede da empresa. O setor de logística e transporte é encarregado pelo planejamento das rotas, empenhando-se para minimizar o tempo de deslocamento e otimizar o uso dos veículos, todavia a empresa não utiliza técnicas de otimização para lidar com a natureza dinâmica dessas operações.

Para acessar o serviço de transporte, cada colaborador deve caminhar uma distância predefinida até os pontos de parada designados. Em situações extremas, pode ser estabelecido um ponto de parada diretamente no endereço residencial de um colaborador, caso isso se mostre mais eficiente ou necessário por motivos de acessibilidade ou segurança. Além disso, o planejamento das rotas leva em consideração fatores como o tráfego, as condições das estradas e a capacidade dos veículo, garantindo que o serviço permaneça eficiente e confiável.

O setor de logística e transporte é responsável por diversas atribuições, incluindo: i) definir os pontos de parada dos veículos; ii) organizar a alocação dos colaboradores às paradas; iii) estabelecer os pontos de embarque e desembarque, bem como a ordem de visita que cada veículo deve atender; e iv) determinar o tipo de veículo apropriado para cada rota. No entanto, a empresa enfrenta uma problemática específica relacionada à alocação de novos colaboradores às rotas de veículos existentes. O desafio consiste em minimizar o aumento do tempo de viagem e o tempo de permanência nas paradas, respeitando o limite máximo de distância que os colaboradores podem percorrer até as paradas, além de garantir que a capacidade dos veículos não seja excedida.

Além disso, é essencial garantir que a inclusão dos novos colaboradores nas rotas não prejudique aqueles que já utilizam o serviço, em termos de distância de caminhada e tempo de permanencia no ônibus, preservando o equilíbrio entre a eficiência operacional e a satisfação

de todos os colaboradores, tanto antigos quanto novos. A finalidade é assegurar um serviço de transporte que atenda a todos de maneira eficaz e equitativa, sem comprometer a qualidade do serviço para os colaboradores antigos, evitando que a distância de caminhada deles piore. Para os novos colaboradores, é importante estabelecer um limite fixo de distância a ser percorrida até as paradas, garantindo que suas necessidades também sejam atendidas de forma adequada.

3.2 Descrição do Problema

O SBRP é um problema de otimização amplamente estudado na literatura e tradicionalmente aplicado ao transporte de estudantes. Entretanto, sua flexibilidade e robustez possibilitam que ele seja adaptado para outras situações que envolvem a necessidade de transportar grupos de pessoas de maneira eficiente.

Esta adaptabilidade se deve ao fato de que os conceitos centrais do SBRP (isto é, minimização da distância percorrida, respeito à capacidade dos veículos, e atendimento a demandas específicas em locais determinados), são princípios aplicáveis a uma variedade de contextos logísticos. E a partir de uma formulação básica é possível incluir novos parâmetros e restrições que reflitam as particularidades do problema em questão, expandindo o alcance e a aplicabilidade desta abordagem.

Para o presente estudo, inicialmente, um modelo matemático adaptado às especificidades do transporte dos colaboradores, foi selecionado com base no trabalho de Schittekat *et al.* (2013), no qual os autores apresentaram uma formulação de programação linear inteira mista para o SBRP, abordando uma única escola, um único tipo de estudantes e veículo com capacidades homogêneas. E, também, o critério convencional de roteamento de veículos é focado na minimização da distância total percorrida por todos os veículos.

Seja $G = (V,A)$ um grafo orientado composto por um conjunto V de vértices e um conjunto A de arcos. O conjunto de vértices é definido como $V = V_p \cup V_s$, sendo $V_p = \{0,\ldots,n+1\}$ a representação dos $n+2$ possíveis locais de paradas de veículos, onde $(0,n+1)$ os vértices que representam a sede da empresa e $V_s = \{n+2,\ldots,n+m+1\}$ a representação das m residências dos colaboradores. O conjunto de arcos é definido como $A = A_p \cup A_s$, sendo $A_p = \{(i,j) : i,j \in V_p, i \neq j\}$ os arcos que estão associados à distância necessária para se deslocar entre os potenciais pontos de parada de ônibus e/ou a sede da empresa e serão segmentos de rotas considerados para construção das soluções, e $A_s = \{(s,j) : s \in V_s, j \in V_p, d_{sj} \leq D_s\}$ os arcos que conectam a residência dos colaboradores (s) aos potenciais pontos de ônibus (j), onde

D_s representa a distância máxima que o colaborador s pode caminhar. Os vértices de V_p que são alcançados por um colaborador s são representados pelo conjunto V_s.

O SBRP consiste em alocar cada colaborador do conjunto V_s a uma parada de ônibus do conjunto P_s, além de determinar um conjunto de rotas que minimize a distância total percorrida pela frota de ônibus e que satisfaça as seguintes restrições: (i) as paradas com colaboradores alocados devem ser visitadas uma única vez, (ii) cada colaborador deve ser alocado a exatamente uma parada, e (iii) a quantidade de ecolaboradores alocados por rota não deve exceder a capacidade C dos veículos.

Tomando como base os dados e variáveis apresentados nos Quadros 3 e 4, a seguir é apresentada a formulação matemática proposta para o problema, a qual fundamentou-se no modelo do SBRP proposto por Schittekat *et al.* (2013).

Quadro 3 – Parâmetros utilizados no modelo

Conjuntos, Índices e Parâmetros	
C	Capacidade do veículo
V_p	Conjunto de vértices, incluindo a garagem e potenciais paradas
A_s	Conjunto de arcos entre paradas
V_s	Conjunto de colaboradores
c_{ij}	Custo para percorrer o arco da parada i até a parada j
t_{ij}	Tempo para percorrer o arco da parada i até a parada j
d_{il}	Distância do colaborador l à parada i
s_{il}	1 se o colaborador l puder alcançar a parada i, 0 caso contrário
T_l	Tempo máximo que o colaborador l pode permanecer no veículo

Fonte: Autora (2024)

Quadro 4 – Variáveis de decisão utilizadas no modelo

Variáveis de Decisão	
x_{ijk}	1 se o veículo k percorre o arco $(i,j) \in A_p$, 0 caso contrário
y_{ik}	1 se o veículo k visita a parada i, 0 caso contrário
z_{ilk}	1 se o colaborador l for pego pelo veículo k na parada i, 0 caso contrário
u_i	Ordem em que a parada i é visitada, onde $u_i \in \mathbb{R}^+$
r_{ik}	Tempo que o veículo k chega na parada i, onde $r_{ik} \in \mathbb{R}^+$
w_{lk}	Tempo que o colaborador l embarca no veículo k, onde $w_{lk} \in \mathbb{R}^+$

Fonte: Autora (2024)

$$\min \sum_{i \in V_p} \sum_{j \in V_p} c_{ij} \sum_{k=1}^{n} x_{ijk} \tag{3.1}$$

sujeito a:

$$\sum_{j \in V_p \setminus \{0\}: j \neq i} x_{ijk} = \sum_{j \in V_p \setminus \{v_n\}: j \neq i} x_{jik} = y_{ik} \qquad \forall\, i \in V_p \setminus \{0, n+1\}, k = 1, \ldots, n; \tag{3.2}$$

$$\sum_{j \in V_p \setminus \{0, n+1\}} x_{0jk} = y_{0k} \qquad k = 1, \ldots, n; \qquad (3.3)$$

$$\sum_{i \in V_p \setminus \{n+1, 0\}} x_{ink} = y_{nk} \qquad k = 1, \ldots, n; \qquad (3.4)$$

$$y_{0k} \geq y_{ik} \qquad \forall\, i \in V_p \setminus \{0, n+1\}, k = 1, \ldots, n; \qquad (3.5)$$

$$y_{nk} \geq y_{ik} \qquad \forall\, i \in V_p \setminus \{0, n+1\}, k = 1, \ldots, n; \qquad (3.6)$$

$$\sum_{i \in Q} \sum_{j \in Q} x_{ijk} \leq |Q| - 1 \qquad \forall\, Q \subseteq V_p \setminus \{0, n+1\}, k = 1, \ldots, n; \qquad (3.7)$$

$$\sum_{k=1}^{n} y_{ik} \leq 1 \qquad \forall\, i \in V_p \setminus \{0, n+1\}; \qquad (3.8)$$

$$\sum_{k=1}^{n} z_{ilk} \leq s_{il} \qquad \forall\, l \in V_s, \forall i \in V_p; \qquad (3.9)$$

$$\sum_{i \in V_p} \sum_{l \in V_s} z_{ilk} \leq C \qquad k = 1, \ldots, n; \qquad (3.10)$$

$$z_{ilk} \leq y_{ik} \qquad \forall\, i \in V_p, l \in V_s, k = 1, \ldots, n; \qquad (3.11)$$

$$\sum_{i \in V_p} \sum_{k=1}^{n} z_{ilk} = 1 \qquad \forall\, l \in V_s; \qquad (3.12)$$

$$r_{ik} + t_{ij} - M_{ijk}(1 - x_{ijk}) \leq r_{jk} \qquad \forall\, i, j \in V_p, k = 1, \ldots, n; \qquad (3.13)$$

$$r_{n+1,k} - w_{lk} \leq T_l \qquad \forall\, l \in V_s, k = 1, \ldots, n; \qquad (3.14)$$

$$w_{lk} \leq r_{ik} + M(1 - z_{ilk}) \qquad \forall\, l \in V_s,\ i \in V_p, k = 1, \ldots, n; \qquad (3.15)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \qquad \forall\, i, j \in V_p, i \neq j, k = 1, \ldots, n; \qquad (3.16)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\} \qquad \forall\, i \in V_p, k = 1, \ldots, n; \qquad (3.17)$$

$$z_{ilk} \in \{0, 1\} \qquad \forall\, i \in V_p, l \in V_s, k = 1, \ldots, n. \qquad (3.18)$$

A Função Objetivo (3.1) minimiza a distância total percorrida por todos os veículos. As Restrições (3.2) garantem que se a parada i é visitada pelo veículo k, então um arco deve ser percorrido pelo veículo k ao entrar na parada i e ao sair da parada i, enquanto que as Restrições (3.3) e (3.4) asseguram que se o veículo k é utilizado, exatamente 1 arco saindo da garagem (vértice 0) deve ser utilizado e exatamente um arco entrando na garagem (vértice $n+1$) deve ser percorrido. As Restrições (3.5) e (3.6) indicam que se o veículo k visita alguma parada, então ele deve visitar obrigatoriamente a garagem (vértices 0 e $n+1$). As Restrições (3.7) estabelecem a interligação da rota realizada pelo veículo k. Reforçando, estas restrições servem como restrições de eliminação de subrotas.

O conjunto de Restrições (3.8) asseguram que cada parada seja visitada no máximo

uma vez. As Restrições (3.9) e (3.12) garantem que cada colaborador seja pego em uma parada que ele ou ela possa alcançar. As Restrições (3.10) certificam que as capacidades dos veículos não sejam excedidas. As Restrições (3.11) determinam que o colaborador l só pode ser pego na parada i pelo veículo k se o veículo k visita a parada i. As Restrições (3.13) estabelecem que se o arco (i, j) é percorrido pelo veículo k, então o tempo de chegada em j não deve ser inferior ao tempo de chegada em i acrescido do tempo de viagem de i para j. O M_{ijk} representam uma constante suficientemente grande que é utilizada para modelar restrições em problemas de otimização. O objetivo de utilizar esse termo é permitir que a restrição se torne irrelevante (ou seja, não impacte a solução) quando a variável x_{ijk} é igual a zero.

As Restrições (3.14) asseguram que o tempo de permanência do colaborador l no veículo não exceda T_l. Já as Restrições (3.15) garantem que o tempo em que o colaborador embarca no ônibus não seja superior ao tempo em que o ônibus chega à parada onde o colaborador está alocado. O valor de M é escolhido de forma que seja maior do que qualquer tempo ou distância relevante no contexto do problema, assegurando que a restrição permaneça suficientemente flexível e não limite inadequadamente a solução.

No contexto real, esse tempo não pode ser inferior, mas, para permitir certa flexibilidade e ajustar a modelagem a variações no tempo de chegada, a variável w_{lk} é utilizada para monitorar o tempo de permanência do colaborador no veículo. Essa variável atua em conjunto com $r_{n+1,k}$, que controla o tempo total de permanência. Por fim, as Restrições (3.16)-(3.18) estabelecem que todas as variáveis de decisão assumem valores binários.

É importante ressaltar que nas Restrições (3.13) indicamos que o valor descrito para M e M_{ijk} seja correspondente à Equação (3.19).

$$M = M_{ijk} = \sum_{i=0}^{n} d_{i,i+1} \qquad \forall i, j, k \in V_p \tag{3.19}$$

O modelo proposto compartilha características com o modelo apresentado por Schittekat *et al.* (2013), mas também apresenta diferenças que refletem melhor as necessidades do problema estudado, como, por exemplo, a inclusão de restrições para limitar o tempo de permanência dos colaboradores nos ônibus até a chegada na empresa (*ride time*), além de considerar que o serviço para os antigos colaboradores não seja prejudicado pela adição dos novos colaboradores nas rotas, o que torna o modelo mais flexível e adequado ao caso estudado, permitindo uma melhor adaptação às condições reais do problema abordado.

3.3 Heurística para Geração de Soluções Iniciais

Uma heurística *multi-start* foi desenvolvida para realizar a alocação de colaboradores às paradas e a construção das rotas, levando em consideração restrições de capacidade dos veículos, distâncias máximas de caminhada permitida e tempo que os colaboradores passam dentro do veículo até chegar à empresa. A solução proposta é baseada em um procedimento iterativo que é repetido múltiplas vezes, conforme o número de reinícios definidos pelo parâmetro *NR_RESTARTS*.

Em cada reinicialização, busca-se construir uma solução viável para o problema. O algoritmo faz uso da estratégia sequencial, isto é, as rotas são construídas sequencialmente, uma por vez (a segunda só pode ser construída após a conclusão da primeira, a terceira só pode ser constrída após a conclusão da segunda, e assim por diante). A construção de uma rota é iniciada com a inclusão da empresa no final. Posteriormente, escolhe-se uma parada candidata (de forma aleatória) e, caso ela tenha como atender algum colaborador ainda não atendido, a parada é inserida no início da rota (em construção).

Após a inserção da parada, aloca-se o máximo de colaboradores possíveis à parada (isto é, que atendam o limite máximo de distância de caminhada, o limite de permanência no veículo até a empresa e não exceda a capacidade do veículo). Caso o limite de capacidade do veículo não seja atingido, uma nova parada é selecionada e inserida no início da rota, e os novos colaboradores são alocados à nova parada, de maneira similar ao descrito anteriormente. Caso a capacidade do veículo seja atingida, insere-se a empresa no início da rota e, então, repete-se o procedimento para construção de uma nova rota. O procedimento termina quando todos os colaboradores tiverem sido alocados a alguma parada, ou quando não for possível alocar todos os colaboradores. O pseudocódigo da heurística proposta é apresentado no Algoritmo 1.

Algorithm 1 Heurística Multi-Start para Alocação de Colaboradores e Construção de Rotas

Procedimento $(NR_RESTARTS)$

$best_cost \leftarrow \infty$; $best_rotas \leftarrow \emptyset$;

for $ms \leftarrow 1, \ldots, NR_RESTARTS$ **do**

  Inicializar: R $= [\,]$, CNA $= \{1, \ldots, e\}$, PV $= \emptyset$, PD $= \emptyset$; CS $= 0$; CandStop = shuffle($V_p \setminus \{0, n+1\}$)

  while $CNA \neq \emptyset$ *e* $CandStop \neq \emptyset$ **do**

    Inicializar: RA $= [1]$, CA $= 0$, A $= 0$, last_added $= 1$, $T_{last_added} = 0$

    while $A < C$ *e* $CNA \neq \emptyset$ **do**

      for $p \in CandStop$ **do**

        if $p \notin \{PV \cup PD\}$ **then**

          $P = \{i \in \text{CNA} : \text{dist}_{i,p} \leq D_i\}$

          $PF = \{i \in P : t_{i,\text{last_added}} + T_{\text{last_added}} \leq T_i\}$

          if $PF \neq \emptyset$ **then**

            Inserir p na 1ª posição de RA; CA $= \text{CA} + C_{p,\text{last_added}}$; PV $= \text{PV} \cup \{p\}$

            for $i \in PF$ **do**

              if $A < C$ **then**

                Alocar i à p; A $= \text{A} + 1$; CNA $= \text{CNA} \setminus \{i\}$

              end

            end

          end

          else

            PD $\leftarrow$ PD $\cup \{p\}$

          end

        end

        CandStop = CandStop $\setminus \{\text{PV} \cup \text{PD}\}$

        last_added = p

        if $A = C$ **then**

          break

        end

      end

    end

    Inserir 1 na 1ª posição de RA; CA $= \text{CA} + C_{1,\text{last_added}}$; Adicionar RA à R; CS $= \text{CS} + \text{CA}$

  end

  if $CNA \neq \emptyset$ **then**

    CS $\leftarrow \infty$

  end

  if $CS < best_cost$ **then**

    best_cost $\leftarrow$ CS; best_rotas $\leftarrow$ R

  end

end

4 RESULTADOS

Neste capítulo, são apresentados os resultados dos experimentos computacionais realizados. O objetivo principal foi analisar a qualidade das soluções geradas, considerando as especificidades operacionais da EEC e as variáveis envolvidas no processo de roteamento de veículos.

4.1 Experimentos Computacionais

Os experimentos computacionais foram realizados utilizando o modelo matemático, apresentado em Schittekat *et al.* (2013) e o modelo matemático descrito no Capítulo 3, ambos implementados em linguagem de programação Julia, fazendo uso do pacote de modelagem JuMP. Foram executados em um computador com processador Intel® Core™ i5-1135G7 com CPU de @2.40GHz, 8 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 11. Para a resolução dos problemas de otimização, foi utilizado o solver CPLEX Optimization Studio 22.1.1 com tempo limite de execução de 600 segundos para o Cenário 1, 7200 segundos para o Cenário 2 e 3600 segundos para a estratégia híbrida.

4.1.1 Adaptação das Instâncias

Inicialmente, o estudo foi estruturado em dois cenários distintos. No Cenário 1, as instâncias propostas por Schittekat *et al.* (2013) para o SBRP foram adaptadas para refletir de maneira mais precisa o contexto atual da empresa, já que os dados reais da EEC, no momento da elaboração deste estudo, ainda estavam em fase de coleta e análise. Nessa adaptação, considerou-se que 90% dos colaboradores (equivalentes aos "estudantes" nas instâncias originais) já faziam uso do serviço de transporte, representando os colaboradores antigos. Esses 90% foram selecionados aleatoriamente em cada instância, enquanto os 10% restantes modelaram os novos colaboradores (recém-contratados). Desse modo, para o Cenário 1, foi resolvido o modelo proposto por Schittekat *et al.* (2013) para 90% dos colaboradores, como forma de obter as rotas antes da contratação dos 10% adicionais. Tal modelagem permitiu avaliar de maneira mais realista as soluções propostas, em termos de integração de novos colaboradores ao sistema sem comprometer o atendimento existente, assim como delineado em Souza e Kramer (2024).

A escolha das proporções de 90% e 10% para representar os colaboradores antigos e novos, respectivamente, foi baseada em uma análise preliminar do perfil da EEC e no contexto

de integração dos novos colaboradores ao sistema de transporte já existente. Essa abordagem reflete uma situação prática que muitas empresas enfrentam ao expandir suas operações ou recrutar novos colaboradores enquanto ainda mantêm um número significativo de colaboradores antigos.

No Cenário 2, considerou-se a totalidade dos colaboradores, ou seja, tanto os antigos quanto os novos contratados, representando 100% dos usuários do serviço de transporte. A análise foi realizada com foco em avaliar que a qualidade do serviço oferecido aos colaboradores antigos não fosse prejudicada, pois isso poderia gerar insatisfação e impactos negativos na operação. Em relação ao tempo de execução do algoritmo, foi estipulado um limite de 7200 segundos, considerando o aumento da complexidade do problema em decorrência da inclusão de novos conjuntos de restrições. O tempo maior se mostrou necessário em relação ao Cenário 1, onde a resolução foi mais simples e rápida.

Além disso, o Cenário 2 depende da solução do Cenário 1, pois no Cenário 2 os valores de distância percorrida e de tempo de permanência nos veículos pelos colaboradores antigos serão restrições (para não piorar o serviço para cada colaborador). A solução obtida, no Cenário 1, foi utilizada para simular as rotas em uso pela empresa antes da inclusão dos novos colaboradores (ou seja, os 10% adicionais). Com base nessa solução, foram calculadas as distâncias percorridas por cada colaborador até a parada selecionada, bem como o tempo que cada um permanece no veículo até chegar à empresa. Esses valores foram definidos como limites máximos (isto é, não podem ser excedidos) para a geração de novas rotas que incluirão os “novos” colaboradores.

Em ambos os cenários o número de paradas candidatas foi aumentado, sendo estabelecido como 80% da quantidade total de colaboradores de cada instância, o que possibilitou uma maior flexibilidade na definição das rotas e pontos de embarque, assegurando um equilíbrio entre eficiência operacional e a satisfação dos usuários.

As instâncias contêm quatro parâmetros principais: i) coordenadas geográficas dos locais de paradas candidatas de veículos; ii) coordenadas geográficas dos locais de origem dos colaboradores que utilizam o serviço (por exemplo, residências); iii) capacidade dos veículos; iv) distância máxima permitida de caminhada dos usuários do local de origem para a parada de veículos (no Cenário 1 é um valor comum a todos, no Cenário 2 é um valor para cada colaborador, baseado na solução do Cenário 1), e v) duração máxima de permanência no ônibus (para o Cenário 2). Essas instâncias estão disponíveis em

https://github.com/HellenSouza24/InstanciasSBRP.git, bem como as instâncias geradas, que contêm os dados necessários para a resolução do modelo apresentado na Seção 3.2, estão disponíveis em https://github.com/HellenSouza24/InstanciasSBRP2etapa.git.

4.2 Resultados Computacionais para os Cenários 1 e 2

Os testes computacionais foram realizados em dois cenários distintos, permitindo que os tomadores de decisão tenham uma visão mais abrangente dos resultados esperados e das possíveis variações nas decisões sugeridas pelo modelo em diferentes contextos, contribuindo para a tomada de decisões mais informadas e melhores. No Cenário 1, o SBRP original foi resolvido apenas para os colaboradores antigos, ou seja, aqueles que já são atendidos pelo serviço de transporte, considerando o tempo limite de execução de 600 segundos, conforme explicitado anteriormente.

Com base nas abreviações e parâmetros descritos no Quadro 5, os resultados referentes ao Cenário 1 são apresentados na Tabela 1. É oportuno ressaltar que o número de paradas candidatas pode ser 20, 40 ou 80; a quantidade de colaboradores é de 22, 45 ou 90; a capacidade máxima de cada veículo pode ser 22 ou 45 pessoas; além disso, a distância máxima permitida de caminhada foi definida em 5, 10, 20 ou 40 unidades de comprimento.

Quadro 5 – Abreviações e parâmetros utilizados para a apresentação dos resultados

Parâmetros	
#inst	Número da instância
n	Quantidade de paradas candidatas
m	Quantidade de colaboradores
C	Capacidade máxima do(s) veículo(s)
d_max	Distância máxima permitida de caminhada
Abreviações	
BestSol1	Valor da Solução Ótima do Cenário 1 (em unidades de comprimento)
BestSol2	Valor da Solução Ótima do Cenário 2 (em unidades de comprimento)
BestSol3	Valor da Solução da Estratégia Híbrida (em unidades de comprimento)
Time(s)	Tempo de execução
StatusSol	Status da solução (OPTIMAL ou TIME_LIMIT)
Gap	Gap da solução em relação a solução ótima (%)
QV	Quantidade de veículos utilizada em cada instância (unidades)
$\overline{x}_{walkdist}$	Média da distância máxima de caminhada permitida
$\overline{x}_{durationInBus}$	Média do tempo máximo (duração máxima) de viagem que o colaborador passa dentro do veículo

Fonte: Autora (2024)

Tabela 1 – Resultados SBRP - Cenário 1

#inst	n	m	C	d_max	$\bar{x}_{walkdist}$	$\bar{x}_{durationInBus}$	BestSol1	Time(s)	QV	StatusSol
1	15	22	22	5	3,43	137,55	137,73	600	1	TIME_LIMIT
2	15	22	45	5	3,06	130,21	161,62	600	1	TIME_LIMIT
3	15	22	22	10	3,43	137,55	137,73	15,18	1	TIME_LIMIT
4	15	22	45	10	5,41	139,00	195,80	29,10	1	OPTIMAL
5	15	22	22	20	13,90	92,26	101,92	22,81	1	OPTIMAL
6	15	22	45	20	11,83	115,49	103,18	600	1	TIME_LIMIT
7	15	22	22	40	23,37	65,31	7,62	1,79	1	OPTIMAL
8	15	22	45	40	23,25	63,81	16,61	2,40	1	OPTIMAL
9	35	45	22	5	2,87	160,73	294,47	600	3	TIME_LIMIT
10	35	45	45	5	2,64	158,98	197,75	600	1	TIME_LIMIT
11	35	45	22	10	5,96	161,40	183,14	600	3	TIME_LIMIT
12	35	45	45	10	6,12	207,03	217,12	600	2	TIME_LIMIT
13	35	45	22	20	13,82	148,68	213,80	600	3	TIME_LIMIT
14	35	45	45	20	14,43	115,88	97,54	600	2	TIME_LIMIT
15	35	45	22	40	22,33	84,45	19,28	600	3	TIME_LIMIT
16	35	45	45	40	23,19	129,92	19,25	93,73	1	OPTIMAL
17	75	90	22	5	3,04	184,85	515,44	600	6	TIME_LIMIT
18	75	90	45	5	3,05	231,84	841,53	600	6	TIME_LIMIT
19	75	90	22	10	6,54	172,82	861,27	3600	8	TIME_LIMIT
20	75	90	45	10	5,88	243,63	388,41	600	3	TIME_LIMIT
21	75	90	22	20	-	-	-	3600	-	TIME_LIMIT
22	75	90	45	20	13,17	214,89	184,70	600	3	TIME_LIMIT
23	75	90	22	40	-	-	-	3600	-	TIME_LIMIT
24	75	90	45	40	27,14	348,99	254,38	3600	3	TIME_LIMIT

Fonte: Autora (2024)

Vale enfatizar que o tempo limite para a resolução das instâncias 19, 21, 23 e 24 foi aumentado para 3600 segundos, pois dentro do primeiro tempo estabelecido, não foi encontrada nenhuma solução para o problema. No entanto, mesmo com este aumento significativo, duas das três instâncias (21 e 23) não retornaram nenhuma solução. Essas dificuldades de encontrar uma solução viável para as instâncias 21 e 23, mesmo com o aumento significativo no tempo de execução, refletem a natureza combinatória e a complexidade do problema de roteamento de veículos e a interação entre as diversas variáveis e restrições. Para isso, no total, foram analisadas 22 instâncias, considerando diferentes combinações dos parâmetros.

Para algumas instâncias, como a 4, 5, 7, 8 e 16 o solver encontrou a solução ótima

dentro do limite de tempo estabelecido. Em contraste, todas as outras instâncias, especialmente com maior número de colaboradores e capacidade, não conseguiram encontrar a solução ótima dentro do tempo limite.

Quando o tempo de execução atingiu o limite estabelecido, o algoritmo forneceu a melhor solução encontrada até aquele momento. Essa solução pode não ser a ótima, mas é a melhor disponível dentro do intervalo de tempo permitido. Essa abordagem foi necessária para lidar com a variabilidade na dificuldade das instâncias e para evitar que o processo se torne excessivamente prolongado. Portanto, as variações observadas nos tempos de execução e nos resultados obtidos refletem as dificuldades inerentes ao problema e destacam a necessidade de um equilíbrio entre precisão e eficiência computacional, evidenciando a importância do uso dos métodos heurísticos para a resolução do problema.

As instâncias 7 e 15, assim como as 8 e 16, apresentaram custos baixos, principalmente devido ao parâmetro d_max. Com o ajuste realizado na quantidade de paradas candidatas, por sua vez, facilitou a alocação de todos os colaboradores em locais mais próximos à sede da empresa. Como resultado, as distâncias mais curtas entre as paradas e a sede contribuíram para a redução dos custos operacionais, uma vez que minimizaram o tempo e os recursos necessários para a logística de alocação.

O objetivo deste teste foi obter uma solução para cada instância, simulando a solução (rotas) adotada atualmente pela EEC. Os valores obtidos serviram como referência para avaliar os impactos da inclusão de novos colaboradores no serviço de transporte. Por exemplo, os resultados permitiram estimar o aumento nos custos, representados pela distância total percorrida pelos veículos, além de analisar a duração da viagem de cada colaborador (tempo que cada colaborador passa dentro do veículo), a distância percorrida pelos colaboradore até a parada designada e a quantidade total de veículos necessários para o transporte.

Para o Cenário 2, considerou-se o contexto de novos usuários do serviço de transporte. A análise foi realizada com foco em avaliar que a qualidade do serviço oferecido aos colaboradores antigos não fosse prejudicada (isto é, o tempo de permanência no veículo até a chegada na empresa e a distância de caminhada até a parada), pois isso poderia gerar insatisfação e impactos negativos para a EEC.

Foram analisadas um total de 22 instâncias, geradas a partir daquelas em que se obteve solução no Cenário 1. Assim, o número de colaboradores foi ajustado para 25, 50 e 100, representando a inclusão dos novos contratados nas análises. Os resultados desta abordagem

são apresentados na Tabela 2, com as abreviações e parâmetros correspondentes detalhados no Quadro 5 apresentado anteriormente.

Tabela 2 – Resultados SBRP - Cenário 2

#inst	n	m	C	d_max	$\overline{x}_{walkdist}$	$\overline{x}_{durationInBus}$	BestSol2	Time(s)	QV	StatusSol
1	15	25	22	5	3,12	50,67	166,21	7200	2	TIME_LIMIT
2	15	25	45	5	2,91	75,34	161,62	780,73	1	OPTIMAL
3	15	25	22	10	5,35	51,91	185,37	2118,32	2	OPTIMAL
4	15	25	45	10	4,74	86,71	195,80	260,375	1	OPTIMAL
5	15	25	22	20	12,09	31,78	127,70	7200	2	TIME_LIMIT
6	15	25	45	20	11,79	47,85	103,18	27,27	1	OPTIMAL
7	15	25	22	40	20,85	3,98	18,07	12,18	2	OPTIMAL
8	15	25	45	40	21,95	13,10	18,83	4,17	1	OPTIMAL
9	35	50	22	5	2,52	38,72	447,20	7200	6	TIME_LIMIT
10	35	50	45	5	2,37	63,34	202,45	7200	2	TIME_LIMIT
11	35	50	22	10	-	-	-	-	-	TIME_LIMIT
12	35	50	45	10	5,35	56,81	234,89	7200	2	TIME_LIMIT
13	35	50	22	20	-	-	-	-	-	TIME_LIMIT
14	35	50	45	20	-	-	-	-	-	TIME_LIMIT
15	35	50	22	40	-	-	-	-	-	TIME_LIMIT
16	35	50	45	40	-	-	-	-	-	TIME_LIMIT
17	75	100	22	5	-	-	-	-	-	TIME_LIMIT
18	75	100	45	5	-	-	-	-	-	TIME_LIMIT
19	75	100	22	10	-	-	-	-	-	TIME_LIMIT
20	75	100	45	10	-	-	-	-	-	TIME_LIMIT
21	75	100	22	20	-	-	-	-	-	-
22	75	100	45	20	-	-	-	-	-	TIME_LIMIT
23	75	100	22	40	-	-	-	-	-	-
24	75	100	45	40	-	-	-	-	-	- TIME_LIMIT

Fonte: Autora (2024)

Apesar de possuir um tempo relativamente alto (7200 segundos), o algoritmo não conseguiu encontrar soluções viáveis para as instâncias 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 22 e 24. A dificuldade de resolução destas instâncias está diretamente relacionada ao modelo em si, onde a quantidade de variáveis e restrições aumentam significativamente com o tamanho das instâncias, e a complexidade combinatória do problema, que faz com que a quantidade de soluções cresça exponencialmente. Como consequência, o tempo necessário para que o algoritmo percorra todas

as soluções possíveis também se expande, tornando a obtenção de soluções viáveis muito mais desafiadora dentro do tempo estipulado.

Além disso, o fato de o algoritmo não ter encontrado soluções para essas instâncias específicas sugere que o tempo limite de 7200 segundos pode não ser suficiente para instâncias maiores e mais restritivas. Embora tenha sido possível resolver instâncias menores dentro desse tempo, as instâncias maiores exigem métodos mais sofisticados para explorar o espaço de soluções de maneira mais eficiente. Uma abordagem potencial para melhorar o desempenho em instâncias de grande escala consiste no uso de heurísticas, que, embora não garantem retornar soluções ótimas, tendem a encontrar soluções de boa qualidade em um menor tempo computacional.

Para ilustrar o aumento na quantidade de veículos entre os dois cenários, as representações das instâncias e suas respectivas soluções são apresentadas nas Figuras 2-5. É importante destacar que as figuras à esquerda correspondem às soluções do Cenário 1, enquanto as figuras à direita representam às soluções do Cenário 2.

As figuras ilustram dois contextos distintos: no Cenário 1, há 22 e 45 colaboradores e 40 paradas candidatas, enquanto o Cenário 2 apresenta 25 e 50 colaboradores e 35 paradas candidatas (este aumento corresponde a 10% de aumento no cenário 2.) . No gráfico, o conjunto de paradas candidatas (V_p) é representado por pontos cinza, enquanto o conjunto de colaboradores (V_s) é indicado por círculos pretos, as rotas percorridas pelos veículos são representadas pelas arestas nas cores vermelha, verde e amarela, começando e terminando o percurso na empresa (representada por um círculo cinza grande).

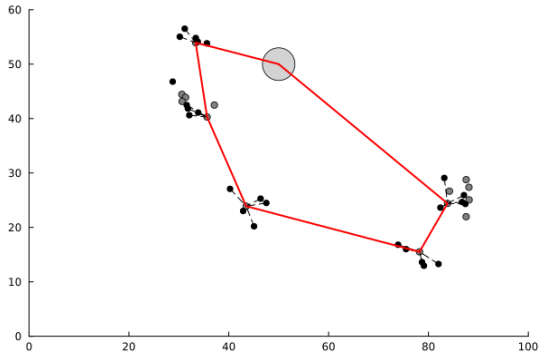

Figura 2 – Solução para a instância 1 no Cenário 1
Fonte: Autora (2024)

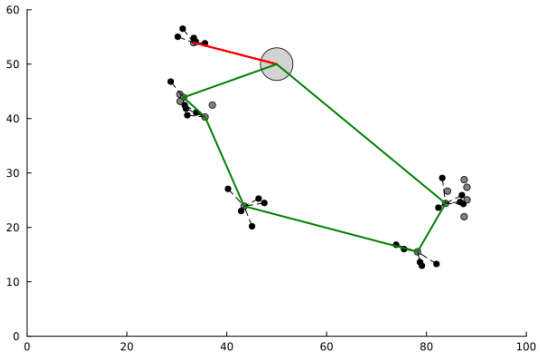

Figura 3 – Solução para a instância 1 no Cenário 2
Fonte: Autora (2024)

Observa-se que, no Cenário 2, o aumento no número de colaboradores resultou na necessidade de mais veículos para atender à demanda, em algumas instâncias. Assim, houve

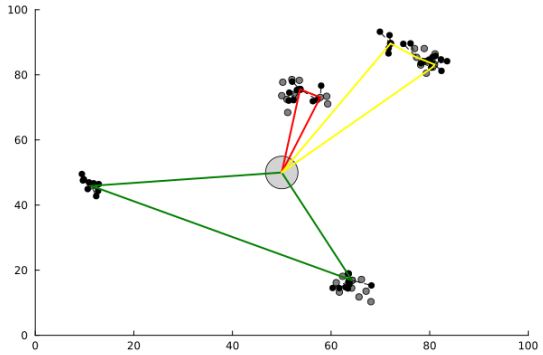

Figura 4 – Solução para a instância 9 no Cenário 1
Fonte: Autora (2024)

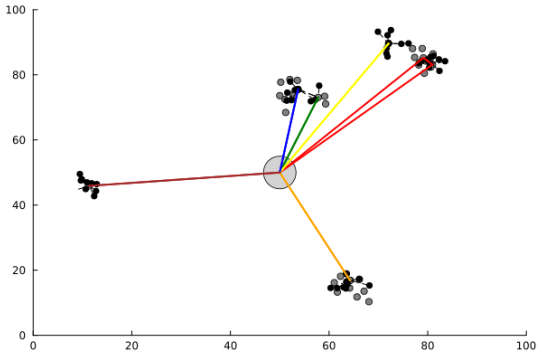

Figura 5 – Solução para a instância 9 no Cenário 2
Fonte: Autora (2024)

necessidade de otimizar o transporte para garantir que todos os colaboradores sejam atendidos de forma eficiente. Além disso, esse ajuste na frota teve um impacto direto nos custos operacionais, que aumentaram no Cenário 2 devido ao maior número de veículos em operação, evidenciando a relação entre a demanda crescente e a necessidade de recursos adicionais para manter a qualidade do serviço. Essa análise destaca a importância de um planejamento de roteamento eficaz, que não apenas considere a quantidade de paradas e colaboradores, mas também as implicações financeiras associadas ao aumento da frota.

Do ponto de vista gerencial, a decisão de aumentar a frota de veículos é fundamental para assegurar que as operações de transporte se mantenham alinhadas às expectativas de desempenho da EEC. Com o aumento da quantidade de veículos, a gerência pode observar um melhor cumprimento dos horários de transporte e uma redução na espera dos colaboradores. Contudo, isso também implica em uma análise cuidadosa dos custos operacionais, pois o aumento na frota requer planejamento financeiro e gestão eficiente para evitar desperdícios. Os gestores devem avaliar estratégias que maximizem a eficiência do uso da frota como rotas otimizadas, a fim de garantir um equilíbrio entre custo e qualidade do serviço.

Ainda, a análise dos dois cenários evidencia o aumento na complexidade e no custo operacional ao se considerar a inclusão de novos colaboradores. Pois as soluções encontradas para o Cenário 2, que envolve 100% dos colaboradores, em comparação ao Cenário 1, onde apenas os colaboradores antigos eram atendidos, houve aumento no número de colaboradores e elevou a demanda por veículos, gerando um impacto direto no custo do serviço de transporte.

É importante destacar que, ao adicionar novas rotas para atender os colaboradores recém-integrados, há um potencial para reduzir tanto a distância percorrida a pé quanto o tempo dentro do veículo. Em contrapartida, essa melhoria vem acompanhada de um aumento nos custos das rotas, seja por uma maior distância total percorrida pelo(s) veículo(s), seja pela

necessidade de maior quantidade de veículos. Para a gestão, os resultados sinalizam que, sem uma adaptação eficiente do serviço, a inclusão de novos colaboradores pode comprometer a qualidade, aumentando os custos de operação e gerando insatisfação, o que, em última análise, afetará a produtividade e o bem-estar dos colaboradores.

Dado o elevado custo computacional associado ao Cenário 2, que resultou em muitas instâncias não resolvidas dentro do tempo de execução disponível, uma heurística construtiva foi desenvolvida com o intuito de gerar soluções de partida para o solver do modelo matemático descrito no Capítulo 3. Esse modelo foi então utilizado para refinar e otimizar o processo, aproveitando as soluções heurísticas iniciais como base.

4.3 Resultados para o Cenário 2 com auxílio da Heurística Construtiva

Nesta seção, apresentamos os resultados obtidos a partir da implementação da estratégia híbrida (combinando heurística e modelo descritos no Capítulo 3) para a solução do problema. O principal objetivo dessa abordagem foi avaliar o desempenho do modelo quando uma solução viável gerada pela heurística é utilizada como ponto de partida. A heurística, neste contexto, foi projetada para fornecer soluções iniciais rápidas e de boa qualidade, que servem como uma base sólida para o refinamento posterior realizado pelo modelo matemático.

A estratégia híbrida combinou uma heurística construtiva com um modelo de otimização baseado em programação matemática. A heurística teve como objetivo gerar uma solução viável rapidamente, considerando um conjunto inicial de decisões e selecionando as melhores alternativas para otimizar um objetivo específico, no caso do presente estudo, minimizar a distância total percorrida por todos os veículos.

É importante ressaltar que na abordagem híbrida, os valores das variáveis x e y foram passados como "*input*" para o solver, que ao início da sua execução irá tentar obter uma solução viável a partir dos valores fornecidos.

Após a obtenção de uma solução inicial por meio da heurística, o solver irá iniciar a busca pela solução ótima, explorando possibilidades além das escolhas iniciais feitas pela heurística. Essa combinação entre a heurística e o modelo de otimização permite refinar a solução viável gerada, reduzindo o tempo de execução em comparação com abordagens puramente exatas, como no Cenário 2. No entanto, é válido evidenciar que a eficiência da abordagem híbrida depende de como a heurística e o modelo trabalham em conjunto para explorar diferentes regiões do espaço de soluções.

Os experimentos computacionais foram realizados utilizando a abordagem descrita anteriormente, configurado para operar dentro de um limite de tempo de 3600 segundos por execução. Este tempo foi escolhido para balancear a busca por soluções e o custo computacional, considerando a aplicabilidade prática do sistema em contextos reais.

A Tabela 3 apresenta os resultados computacionais obtidos para a estratégia híbrida, composta por 9 colunas. Essas colunas incluem: o número da instância (*#inst*), a quantidade de paradas candidatas (n), o número de colaboradores na instância (m), a capacidade dos veículos (C), a melhor solução encontrada dentro do tempo de execução ($BestSol3$), o tempo de processamento da instância ($Time$), o número de veículos utilizados na instância (QV), o status da solução (ótima ou com limite de tempo atingido) ($StatusSol$) e o gap da solução (Gap).

Tabela 3 – Resultados da Estratégia Híbrida

#inst	n	m	C	BestSol3	Time	QV	StatusSol	Gap
1	15	25	22	163,827	456,102	2	OPTIMAL	0,010
2	15	25	45	161,621	130,461	1	OPTIMAL	0,008
3	15	25	22	185,37	17,103	2	OPTIMAL	0,000
4	15	25	45	195,804	15,822	1	OPTIMAL	0,000
5	15	25	22	127,696	3600	2	TIME_LIMIT	5,304
6	15	25	45	95,975	2185,217	2	OPTIMAL	0,008
7	15	25	22	5,381	25,658	2	OPTIMAL	0,000
8	15	25	45	18,825	10,070	1	OPTIMAL	0,000
9	35	50	22	286,680	3600	3	TIME_LIMIT	46,170
10	35	50	45	201,040	3600	2	TIME_LIMIT	35,000
11	35	50	22	194,074	3600	4	TIME_LIMIT	*
12	35	50	45	234,898	3600	2	TIME_LIMIT	48,577
13	35	50	22	190,517	3600	4	TIME_LIMIT	74,190
14	35	50	45	221,336	3600	4	TIME_LIMIT	82,003
15	35	50	22	16,020	3600	4	TIME_LIMIT	77,514
16	35	50	45	23,167	3600	2	TIME_LIMIT	74,746
17	75	100	22	244,868	3600	5	TIME_LIMIT	*
18	75	100	45	631,914	3600	18	TIME_LIMIT	*
19	75	100	22	755,195	3600	21	TIME_LIMIT	*
20	75	100	45	397,288	3600	6	TIME_LIMIT	*
21	75	100	22	-	-	-	-	-
22	75	100	45	298,629	3600	6	TIME_LIMIT	*
23	75	100	22	-	-	-	-	-

Continua na próxima página

Tabela 3 – Resultados da Estratégia Híbrida (*Continuação*)

#inst	n	m	C	BestSol3	Time	QV	StatusSol	Gap
24	75	100	45	242,397	3600	6	TIME_LIMIT	*

* Nó raiz não foi resolvido.

Fonte: Autora (2025)

A análise do tempo de execução e seu impacto nas soluções obtidas revelou uma interessante melhoria no desempenho do algoritmo, no Cenário 2, com um tempo de execução de 7200 segundos (2 horas), o solver teve mais tempo para processar as instâncias e tentar encontrar a solução ótima ou soluções viáveis. O maior tempo proporcionou mais espaço para explorar diferentes possibilidades e refinamentos na busca pela solução. No entanto, o tempo adicional não necessariamente resultou em um número superior de soluções, como poderia ser esperado, especialmente considerando o aumento no tempo de execução.

Porém, ao reduzir o tempo de execução para 3600 segundos (1 hora) na abordagem híbrida, o solver conseguiu encontrar mais soluções, o que sugere que a redução no tempo não limitou a capacidade de encontrar boas soluções, mas, de fato, pode ter levado o algoritmo a ser mais eficiente, dado que foi fornecida ao solver uma solução inicial. O comportamento sugere que a melhoria do desempenho não depende apenas de mais tempo de execução, mas de estratégias mais inteligentes e eficientes de busca, além de otimizações no próprio algoritmo.

Exemplificando, a abordagem híbrida retornou mais soluções, dentro do conjunto de instâncias analisadas, em comparação ao Cenário 2, representando um aumento de aproximadamente 55%. Sendo assim, o resultado evidencia que a abordagem híbrida foi mais eficaz, oferecendo um número maior de soluções viáveis. Essa diferença reflete a capacidade da abordagem híbrida em lidar com as variações nas instâncias de forma mais robusta, gerando soluções adicionais que o Cenário 2 não conseguiu alcançar.

Desse modo, os resultados demonstraram que a estratégia híbrida foi capaz de gerar boas soluções dentro do tempo limite estabelecido, atendendo às restrições e aos objetivos definidos no modelo matemático. Além disso, confirmaram que o modelo atende às necessidades operacionais e permite flexibilidade para ajustes conforme variações nos parâmetros, como aumento do número de colaboradores ou modificações nas paradas, para instâncias de pequeno e médio porte.

Contudo, em algumas instâncias, mesmo ao fornecer a solução viável gerada pela heurística como entrada, o modelo não conseguiu convertê-la em uma solução viável. Assim,

para as instâncias 11, 17, 18, 19, 20, 22 e 24, os custos apresentados na Tabela 3 correspondem apenas àqueles exportados pela heurística. Uma possível explicação para o fato de o solver não ter conseguido converter a solução heurística em uma solução viável reside na restrição dos dados fornecidos: apenas os valores das variáveis x e y foram passados ao solver, deixando a ele a tarefa de determinar os valores das demais variáveis. Em alguns casos, essa etapa pode ter se mostrado demasiado complexa para o solver, que não encontrou uma solução viável. Além disso, a natureza das variáveis de tempo — do tipo float — pode ter contribuído para o problema, uma vez que questões de precisão numérica ou arredondamentos podem ter impedido o solver de complementar adequadamente a solução heurística.

Também foi possível observar que, à medida que os valores dos parâmetros aumentaram (a partir da instância 9), o gap também se ampliou. Isso indica que, com o aumento da complexidade das instâncias, o solver teve mais dificuldade em encontrar soluções ótimas. Em outras palavras, a qualidade da solução obtida (em relação à solução ótima) foi comprometida à medida que a instânciaa cresce em tamanho. No entanto, o solver ainda foi capaz de encontrar soluções viáveis, apesar dos gap's altos.

Em relação aos custos (BestSol3), observou-se que, em algumas instâncias, como as 2, 3, 4, 5, 8 e 12, os valores se mantiveram inalterados. No entanto, para as instâncias 1, 6, 7, 9 e 10, houve uma redução nos custos. Isso pode indicar uma melhoria no desempenho da estratégia híbrida, em termos de eficiência de custos, para essas instâncias. Apesar das variações nos custos, é importante destacar que, para quase todas as instâncias, o número de veículos utilizados permaneceu constante. Isso sugere que as mudanças nos custos não foram influenciadas pela quantidade de veículos, mas sim pela maneira como a solução foi ajustada para cada cenário específico. A exceção foi a instância 6, que, embora tenha havido uma redução de cerca de 7% nos custos em comparação com o Cenário 2, necessitou de um veículo adicional. Isso pode refletir um *trade-off* entre a otimização de custos e as restrições do problema, como a capacidade de carga dos veículos e a necessidade de atender às demandas do problema de forma viável.

Com isso, observou-se que as instâncias processadas exclusivamente pela heurística utilizaram um número maior de veículos em comparação à estratégia híbrida. Essa diferença pode ser explicada pela capacidade do modelo de otimizar a solução de forma mais global e eficiente, levando em conta todos os parâmetros relevantes, o que resulta em um menor número de veículos necessários.

A limitação de tempo imposta também é uma característica relevante para o uso

prático da ferramenta, pois assegura que soluções sejam geradas em tempo relativamente hábil para decisões estratégicas. Esse aspecto reforça o potencial do produto como uma ferramenta de apoio à decisão para gestores logísticos.

Portanto, para empresas que necessitam de soluções rápidas, o limite de tempo pode ser um fator limitante, especialmente em instâncias maiores. Embora o modelo tenha funcionado bem para instâncias menores, a implementação de uma estratégia de simplificação de algumas variáveis pode ser necessária para melhorar o tempo de resposta. A empresa deve considerar esses tempos de processamento ao tomar decisões sobre a viabilidade do modelo para diferentes portes de problemas logísticos.

Por fim, os resultados validam a estratégia híbrida como uma abordagem eficaz, proporcionando soluções de qualidade e maior agilidade e adaptabilidade para lidar com a variabilidade das instâncias no problema estudado. Essa variabilidade se torna especialmente relevante em ambientes dinâmicos, como o da EEC onde decisões precisam ser tomadas com agilidade. Em suma, a abordagem híbrida apresenta-se como uma solução prática para gerenciar desafios logísticos, atendendo às necessidades operacionais e permitindo ajustes conforme as mudanças nos parâmetros de operação.

Desse modo, as observações oferecem perspectivas ao planejamento logístico e a definição de estratégias computacionais adequadas à capacidade do modelo e às exigências do problema. Com o objetivo de auxiliar o setor de logística e transporte da EEC na alocação de colaboradores às paradas e na construção das rotas, foi desenvolvido um aplicativo que permite realizar essas tarefas de maneira rápida e eficiente, demonstrado na Seção 4.4. Este recurso foi projetado para atender à necessidade da empresa de redefinir as rotas sempre que novos colaboradores são contratados/demitidos, facilitando a adaptação das operações logísticas às mudanças na equipe.

4.4 Produto Tecnológico

Como parte desta pesquisa, foi desenvolvido um produto tecnológico com o objetivo de aprimorar a gestão de rotas logísticas da EEC que enfrenta desafios devido à expansão de equipes e à necessidade de reconfiguração de itinerários. O sistema foi implementado utilizando a linguagem de programação Python em conjunto com o *framework* de código aberto *Streamlit*, que proporciona uma interface de fácil navegação para os usuários.

O produto foi projetado para atender a uma demanda específica para a EEC, ajustar

rotas operacionais em função de novas contratações de colaboradores, algo comum em organizações que necessitam de flexibilidade e rapidez em processos logísticos. O sistema é acessível por meio de uma aplicação web, disponível em https://desenvolvimentotecnologico.streamlit.app/, permitindo que usuários acessem a ferramenta de qualquer local com conexão à internet.

Uma das principais características do produto tecnológico é sua usabilidade. Diferentemente de sistemas tradicionais que exigem conhecimento aprofundado de modelos matemáticos ou de algoritmos de otimização, esta ferramenta oferece uma interface simplificada. Esse diferencial reduz significativamente a curva de aprendizado e torna o sistema acessível mesmo para pessoas com pouca ou nenhuma experiência técnica.

A estrutura do sistema é composta por módulos interconectados que garantem eficiência e flexibilidade. O primeiro módulo é responsável pela entrada de dados, onde o usuário pode importar informações sobre colaboradores, paradas, capacidade dos veículos e distâncias percorridas. O segundo módulo realiza o processamento dessas informações, utilizando a heurística proposta. Por fim, o terceiro módulo apresenta os resultados de forma clara e visual que facilitam a análise e a tomada de decisão.

Além disso, o sistema foi desenvolvido com foco na escalabilidade, permitindo que organizações de diferentes tamanhos e setores o utilizem. A modularidade do código permite atualizações futuras, incluindo a integração de novas funcionalidades ou melhorias no desempenho dos algoritmos.

Em síntese, o produto tecnológico desenvolvido simplifica a gestão de rotas em cenários complexos e, também, se apresenta como uma ferramenta de apoio à decisão prática e acessível. Sua implementação representa uma contribuição relevante para a área de gestão logística, oferecendo uma solução eficiente e centrada no usuário.

A Figura 6 apresenta a página inicial do aplicativo, que serve como ponto de partida para a interação do usuário. Ao acessar essa interface, é possível carregar uma ou mais instâncias contendo as informações necessárias para resolver o problema. Após o envio dos dados, o aplicativo processa as informações e retorna a solução, detalhando a(s) rota(s) planejada(s) para o(s) veículo(s) e atribuindo as paradas aos respectivos colaboradores, como ilustrado na Figura 7.

Figura 6 – Página inicial do Produto Tecnológico
Fonte: Autora (2025)

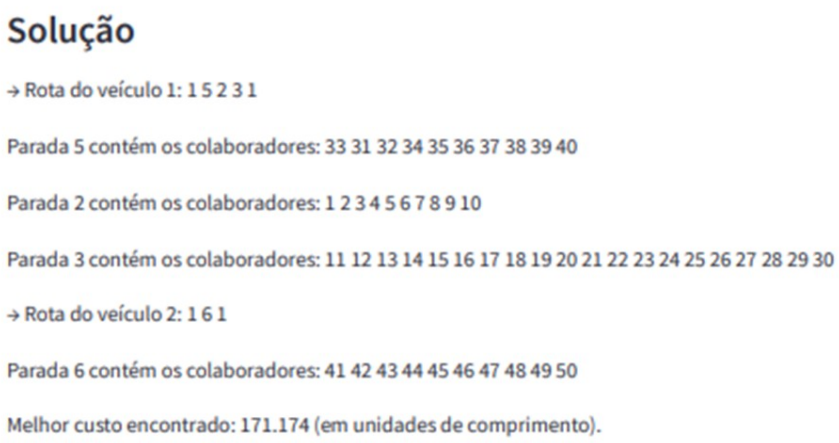

Figura 7 – Solução para a instância selecionada
Fonte: Autora (2025)

O aplicativo também incorpora uma funcionalidade de visualização gráfica, conforme Figura 8, gerando figura(s) da(s) rota(s). Essa(s) figura(s) permite(m) uma análise visual das conexões entre os colaboradores e as paradas, bem como do(s) trajeto(s) percorrido(s) pelo(s) veículo(s), tornando a solução mais intuitiva e facilitando a interpretação dos resultados. É importante ressaltar que a(s) instância(s) importada(s) pelo usuário deve(m) seguir o mesmo formato apresentado na Seção 4.1.1 para garantir o processamento correto dos dados.

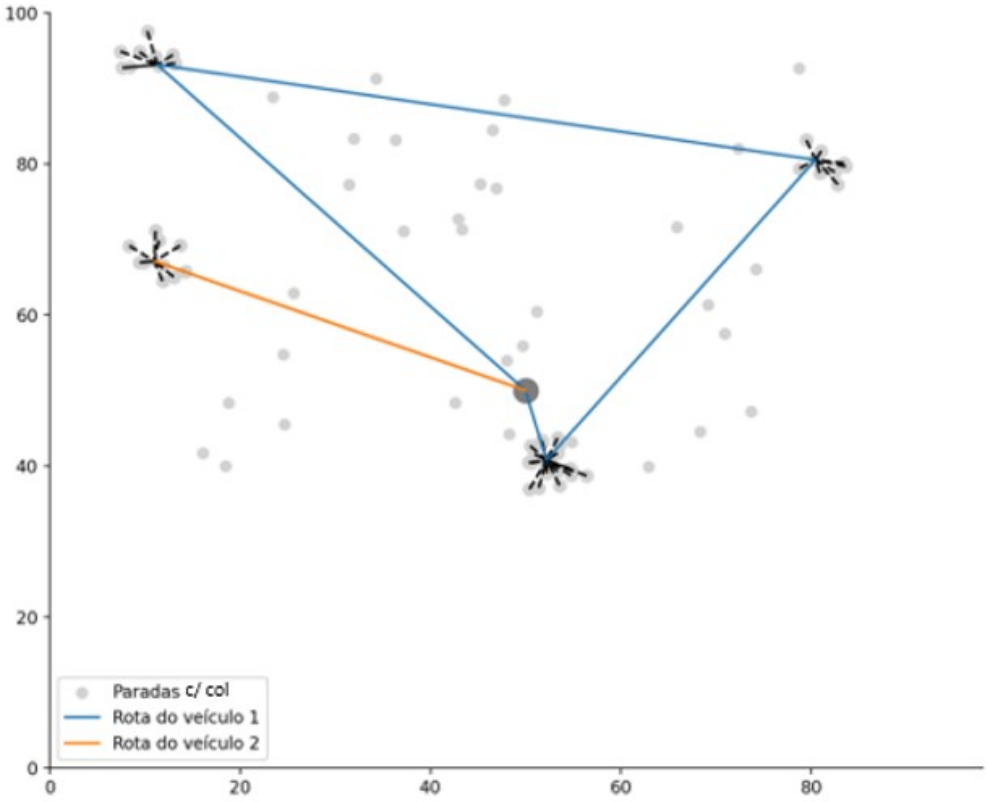

Figura 8 – Visualização gráfica para a instância selecionada
Fonte: Autora (2025)

Por fim, ao selecionar a aba de informações, é possível visualizar um breve resumo sobre o objetivo do aplicativo, assim como o contato dos desenvolvedores, como ilustrado na Figura 9.

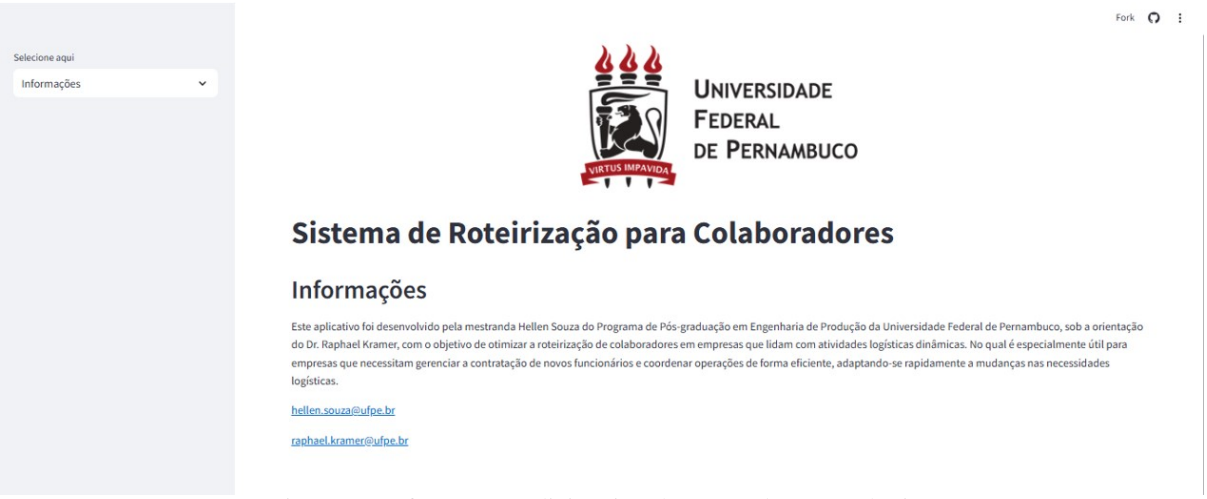

Figura 9 – Informações adicionais sobre o produto tecnológico
Fonte: Autora (2025)

5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

O trabalho exposto propõe uma formulação para o problema de roteamento de veículos para colaboradores, com o objetivo de avaliar o impacto da contratação de novos colaboradores e sua alocação às rotas e paradas predeterminadas pela EEC. A abordagem proposta busca criar uma sequência eficiente de coleta de passageiros, evitando a sobrecarga dos veículos e minimizando (o máximo) a distância total percorrida, sem comprometer a qualidade do serviço disponibilizado.

O modelo foi testado como uma ferramenta de apoio ao planejamento das frotas, fornecendo soluções para os cenários testados e permitindo que os tomadores de decisão considerem diferentes perspectivas para o transporte dos colaboradores. Algumas alternativas permitem avaliar a prestação do serviço de transporte utilizando não unicamente ônibus, mas também micro-ônibus e vans. Outro aspecto importante é a possibilidade de manter rotas e paradas já existentes, para que os colaboradores antigos não sejam afetados pela designação dos novos colaboradores às rotas.

Além disso, o desenvolvimento do produto tecnológico proporcionou um benefício relevante, pois permitiu transformar a complexidade de um problema matemático em uma solução acessível e prática para os usuários. Através de sua interface intuitiva sem a necessidade de um conhecimento técnico avançado, facilitando sua adoção em diversos níveis organizacionais. A capacidade de oferecer suporte ao planejamento estratégico de transporte de forma acessível e personalizada evidencia sua relevância como um recurso estratégico para a EEC.

Os resultados obtidos por meio da modelagem e otimização dos problemas de roteamento de veículos também proporcionam impactos em outras dimensões, como nos âmbitos ambientais, sociais e econômicos que emergem das soluções propostas.

Nos benefícios ambientais, a otimização das rotas e a alocação eficiente dos veículos resultam em uma redução na quilometragem total percorrida. Menos distância percorrida significa menos consumo de combustível e, consequentemente, uma diminuição nas emissões de gases poluentes. Com a otimização dos veículos, há uma redução no número de viagens desnecessárias e ociosas, isto é, a implementação de rotas mais eficientes contribui para a diminuição das emissões de dióxido de carbono, alinhando-se com práticas sustentáveis e políticas ambientais da EEC.

No âmbito social, podemos destacar a redução dos tempos de viagem e o planeja-

mento mais eficiente das rotas, as quais resultam em menor tempo gasto em deslocamentos, aumentando o conforto e a satisfação dos colaboradores. Sendo assim, a implementação de soluções que consideram o tempo em que o colaborador permanece dentro do veículo reduz o estresse associado ao transporte, promovendo um ambiente de trabalho mais saudável. Na mesma perspectiva, a otimização das rotas e a redução da quantidade de viagens contribuem para uma maior segurança dos trajetos, diminuindo o risco de acidentes e melhorando a segurança dos colaboradores durante o transporte.

Por fim, no contexto financeiro, a eficiência nas rotas e na alocação eficiente dos colaboradores resulta em uma redução nos custos com combustível, manutenção dos veículos, diminuição do tempo ocioso e uma melhor gestão dos recursos. Pode-se inferir que a otimização do roteamento de transporte reduz os custos associados a contratempos e atrasos, promovendo uma operação mais fluida e menos custosa. Do mesmo modo, com a adoção das soluções propostas é possível melhorar a eficiência geral das operações de transporte, permitindo que a EEC atenda a uma maior demanda com a mesma quantidade de recursos.

De maneira indireta, a redução dos custos operacionais e a melhoria da eficiência operacional podem levar a um aumento na rentabilidade e na capacidade de reinvestir em outras áreas da EEC, promovendo um crescimento sustentável a longo prazo. É oportuno salientar que a prática de uma gestão mais eficiente pode também melhorar a imagem da EEC junto a clientes e parceiros, potencialmente resultando em novas oportunidades de negócios.

Portanto, a integração de soluções de otimização de roteamento de veículos não apenas atende às necessidades operacionais imediatas, mas também estabelece um caminho para a sustentabilidade e o desenvolvimento contínuo da EEC. As análises realizadas ao longo deste estudo ressaltam a importância de uma abordagem abrangente que considere o impacto ambiental, social e financeiro das decisões referentes ao transporte, criando um ciclo de eficiência e responsabilidade corporativa.

Em conclusão, a continuidade deste estudo deve envolver a adaptação do modelo matemático para incorporar o impacto do embarque e desembarque simultâneo de colaboradores nos pontos de parada, considerando a variabilidade nos tempos de operação e a influência desses processos no tempo de permanência dos veículos. Além disso, a realização de simulações para diferentes cenários, levando em conta fatores externos, como por exemplo, condições climáticas, pode fornecer uma análise mais precisa e robusta. A gestão eficiente de recursos e a otimização da programação de veículos, aliadas à garantia de segurança e conforto para os colaboradores,

são essenciais para o sucesso dessa abordagem. Também se faz necessário avaliar o impacto econômico e ambiental das mudanças propostas, esses aspectos são fundamentais para aprimorar a eficiência e a sustentabilidade do sistema de transporte proposto, consolidando um modelo mais eficaz e adaptável.

REFERÊNCIAS

ALVES, F. S. *et al.* **Problemas de roteamento de veículos aplicados no planejamento logístico do transporte escolar da cidade de Coxim-MS**. Dissertação (Dissertação de Mestrado em Matemática Aplicada e Computacional) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2015.

AQUINO, A. C. B. d.; LINO, A. F.; AZEVEDO, R. R. d. Enraizamento de infraestruturas digitais de coleta de dados pelos tribunais de contas. **Revista Contabilidade & Finanças**, SciELO Brasil, v. 33, p. 46–62, 2021.

ARENALES, M. N.; ARMENTANO, V. A.; NETO, R. M.; YANASSE, H. H. **Pesquisa operacional**. 1ª. ed. São Paulo: Elsevier, 2007.

ASHFORD, N. A review of: "scientific management of transport systems". **The International Journal of Production Research**, North-Holland Publishing Co., v. 20, n. 5, p. 669, 1982. Edited by NK Jaiswal. Amsterdam: North-Holland Publishing Co., 1981. [Pp. 377.] Price $58.50; Dfl. 120.00.

AVILÉS-GONZÁLEZ, J. F.; MORA-VARGAS, J.; SMITH, N. R.; CEDILLO-CAMPOS, M. G. Artificial intelligence and doe: an application to school bus routing problems. **Wireless Networks**, Springer, v. 26, p. 4975–4983, 2020.

BALLOU, R. H. **Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos-: Logística Empresarial**. [*S. l.*]: Bookman editora, 2009.

BEKTAş, T.; ELMASTAş, S. Resolvendo problemas de roteamento de ônibus escolares por meio de programação inteira. **Journal of the Operational Research Society**, v. 58, n. 12, p. 1599–1604, 2007.

BERTSIMAS, D.; DELARUE, A.; MARTIN, S. Optimizing schools' start time and bus routes. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, National Acad Sciences, v. 116, n. 13, p. 5943–5948, 2019.

BIDEQ, H.; OUADDI, K.; GORGE, A.; ELLAIA, R. A real-world employee bus routing problem application with mixed loads. In: **2022 IEEE 6th International Conference on Logistics Operations Management (GOL)**. [*S. l.*: *s. n.*], 2022. p. 1–7.

BITTENCOURT, G. d. Modelagem e implementação de um sistema computacional para a solução de um problema de roteamento de veículos (prv) com o uso da metaheurística busca dispersa (scatter search). **Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção) Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora**, 2010.

BOWERMAN, R.; HALL, B.; CALAMAI, P. A multi-objective optimization approach to urban school bus routing: Formulation and solution method. **Transportation Research Part A: Policy and Practice**, Elsevier, v. 29, n. 2, p. 107–123, 1995.

BRAEKERS, K.; RAMAEKERS, K.; NIEUWENHUYSE, I. V. The vehicle routing problem: State of the art classification and review. **Computers & Industrial Engineering**, Elsevier, v. 99, p. 300–313, 2016.

Brasil. **Lei n° 7.418, de 16 de dezembro de 1985**. 1985. https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l7418.htm. [Acesso em: 8-ago-2024].

BURKE, E. K. *et al.* **Search methodologies: introductory tutorials in optimization and decision support techniques**. [*S. l.*]: Springer, 2014.

CALDAS, L.; MARTINELLI, R.; ROSA, B. Solving a school bus routing problem in rural areas: An application in brazil. In: **International Conference on Computational Logistics**. Cham: Springer International Publishing, 2022. p. 162–176.

CAUCHICK, P. A. M. **Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2019.

CHEN, X.; KONG, Y.; DANG, L.; HOU, Y.; YE, X. Exact and metaheuristic approaches for a bi-objective school bus scheduling problem. **PloS One**, Public Library of Science San Francisco, CA USA, v. 10, n. 7, p. e0132600, 2015.

CHRISTOFIDES, N.; MINGOZZI, A.; TOTH, P. State-space relaxation procedures for the computation of bounds to routing problems. **Networks**, Wiley Online Library, v. 11, n. 2, p. 145–164, 1981.

CLARKE, G.; WRIGHT, J. W. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. **Operations research**, Informs, v. 12, n. 4, p. 568–581, 1964.

DANTZIG, G. B.; RAMSER, J. H. The truck dispatching problem. **Management Science**, Informs, v. 6, n. 1, p. 80–91, 1959.

DANTZIG, G. B.; WOLFE, P. Decomposition principle for linear programs. **Operations Research**, INFORMS, v. 8, n. 1, p. 101–111, 1960.

DASDEMIR, E.; TESTIK, M. C.; ÖZTüRK, D. T.; ŞAKAR, C. T.; GüLERYüZ, G.; TESTIK Özlem M. A multi-objective open vehicle routing problem with overbooking: Exact and heuristic solution approaches for an employee transportation problem. **Omega**, v. 108, p. 102587, 2022. ISSN 0305-0483.

ELLEGOOD, W. A.; SOLOMON, S.; NORTH, J.; CAMPBELL, J. F. School bus routing problem: Contemporary trends and research directions. **Omega**, 2019. Forthcoming.

ELLEGOOD, W. A.; SOLOMON, S.; NORTH, J.; CAMPBELL, J. F. School bus routing problem: Contemporary trends and research directions. **Omega**, Elsevier, v. 95, p. 102056, 2020.

FENG, R.; ZHANG, J.; WU, Y.; WU, R.; YAO, B. School accessibility evaluation under mixed-load school bus routing problem strategies. **Transport Policy**, Elsevier, v. 131, p. 75–86, 2023.

Fracttal. **Gestão de custos logísticos: tudo o que você precisa saber!** 2024. https://www.fracttal.com/pt-br/blog/gestao-de-custos-logisticos. [Acesso em: 8-ago-2024].

FÜGENSCHUH, A. Solving a school bus scheduling problem with integer programming. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 193, n. 3, p. 867–884, 2009.

GAN, M.; LIU, X.; CHEN, S.; YAN, Y.; LI, D. The identification of truck-related greenhouse gas emissions and critical impact factors in an urban logistics network. **Journal of Cleaner Production**, Elsevier, v. 178, p. 561–571, 2018.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 7ª. ed. [*S. l.*]: Atlas, 2022.

GLOVER, F. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. **Computers & Operations Research**, Elsevier, v. 13, n. 5, p. 533–549, 1986.

GLOVER, F.; LAGUNA, M.; MARTí, R. Principles and strategies of tabu search. In: **Handbook of Approximation Algorithms and Metaheuristics**. [*S. l.*]: Chapman and Hall/CRC, 2018. p. 361–377.

GOLDBARG, E.; GOLDBARG, M.; LUNA, H. **Otimização combinatória e metaheurísticas: algoritmos e aplicações**. [*S. l.*]: Elsevier Brasil, 2017.

GUIMARAES, P. F.; SANTOS, V. M. Dinâmica dos investimentos na economia de pernambuco: 2000-2017. In: ARAUJO, T. B.; ARAUJO, T. P. (Ed.). **Socioeconomia pernambucana: mudanças e desafios**. Recife: Cia Editora de Pernambuco, 2018.

HART, E.; SIM, K.; URQUHART, N. A real-world employee scheduling and routing application. In: **Proceedings of the Companion Publication of the 2014 Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation**. [*S. l.*: *s. n.*], 2014. p. 1239–1242.

HULAGU, S.; CELIKOGLU, H. B. Environment-friendly school bus routing problem with heterogeneous fleet: A large-scale real case. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, IEEE, v. 23, n. 4, p. 3461–3471, 2020.

JUNG, C. **Metodologia para pesquisa & desenvolvimento: aplicada a novas tecnologias, produtos e processos**. Rio de Janeiro: Axcel Books, 2004.

KOMIJAN, A. R.; GHASEMI, P.; KHALILI-DAMGHANI, K.; HASHEMIYAZDI, F. A new school bus routing problem considering gender separation, special students and mix loading: a genetic algorithm approach. **Journal of Optimization in Industrial Engineering**, QIAU, v. 14, n. 2, p. 23–39, 2021.

KRAMBERGER, K.; DRAGAN, D.; PRAH, K. A heuristic approach to reduce carbon dioxide emissions. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Transport**, ICE Publishing, v. 167, n. TR5, p. 296–305, 2015.

KRAMER, R. H. F. R.; SUBRAMANIAN, A.; PENNA, P. H. V. Problema de roteamento de veículos assimétrico com frota heterogênea limitada: um estudo de caso em uma indústria de bebidas. **Gestão & Produção**, SciELO Brasil, v. 23, n. 1, p. 165–176, 2015.

LAPORTE, G. The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 59, n. 3, p. 345–358, 1992.

LEE, T. R.; UENG, J. A study of vehicle routing problems with load-balancing. **International Journal of Physical Distribution & Logistics Management**, v. 29, p. 646–657, 1999. Disponível em: https://api.semanticscholar.org/CorpusID:167842359.

LEKSAKUL, K.; SMUTKUPT, U.; JINTAWIWAT, R.; PHONGMOO, S. Heuristic approach for solving employee bus routes in a large-scale industrial factory. **Advanced Engineering Informatics**, Elsevier, v. 32, p. 176–187, 2017.

LI, L. Y.; FU, Z. The school bus routing problem: a case study. **Journal of the Operational Research Society**, Taylor & Francis, v. 53, n. 5, p. 552–558, 2002.

LIU, Z.; GANG, L.; YU, B.; ZHANG, H. The routing problem for school buses considering accessibility and equity. **Transportation Research Part D: Transport and Environment**, Elsevier, v. 107, p. 103299, 2022.

MAIOR, C. B. S. *et al.* Roteirização de veículos para transporte de funcionários – estudo de caso em pernambuco. p. 2504–2519, 2019.

MARTÍ, R.; REINELT, G. **Exact and heuristic methods in combinatorial optimization**. 2nd. ed. Berlin: Springer, 2022. 227 p.

MARTÍNEZ, L. M.; VIEGAS, J. M. Design and deployment of an innovative school bus service in lisbon. **Procedia-Social and Behavioral Sciences**, Elsevier, v. 20, p. 120–130, 2011.

MELO, I.; KRAMER, R. Mathematical model and matheuristic algorithm for the multi-period school bus routing problem. **Annals of Operations Research**, p. 1–47, 11 2024.

Ministério dos Portos e Aeroportos. **Porto de Suape aumenta competitividade com dragagem do canal externo**. 2024. Acesso em: 10 dez. 2024. Disponível em: https://www.gov.br/portos-e-aeroportos/pt-br/assuntos/noticias/2024/05/porto-de-suape-aumenta-competitividade-com-dragagem-do-canal-externo.

MIRANDA, D. M.; CAMARGO, R. S. de; CONCEIÇÃO, S. V.; PORTO, M. F.; NUNES, N. T. A metaheuristic for the rural school bus routing problem with bell adjustment. **Expert Systems with Applications**, Elsevier, v. 180, p. 115086, 2021.

MOHANDAS, P.; SARASWATHY, M. V.; ALEX, A. P. Development of an algorithm for bus routing and tracking for an educational institution: A case study. **Journal of The Institution of Engineers (India): Series A**, Springer, v. 102, p. 279–292, 2021.

MORAIS, V. W. C. de; MARAVILHA, A. L.; ASSIS, L. P. de; ANDRADE, A. V. Abordagem imunológica ao problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultâneas. **XLIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO)**, p. 1422–1433, 2011.

OLIVEIRA, R. R. de. **Solucionando o problema de roteamento de veículos capacitado com uso de algoritmos genéticos e paralelismo**. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso) – Instituto Federal do Espírito Santo, Campus Serra, Serra, Espírito Santo, 2023.

OZMEN, M.; SAHIN, H. Real-time optimization of school bus routing problem in smart cities using genetic algorithm. In: **2021 6th International Conference on Inventive Computation Technologies (ICICT)**. [*S. l.*]: IEEE, 2021. p. 1152–1158.

PARK, J.; KIM, B.-I. The school bus routing problem: A review. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 202, n. 2, p. 311–319, 2010.

PATIñO-AROCA, M.; PARRA, A.; BORGE, R. On-road vehicle emission inventory and its spatial and temporal distribution in the city of guayaquil, ecuador. **Science of The Total Environment**, v. 848, p. 157664, 2022. ISSN 0048-9697. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0048969722047623.

PEKER, G.; ELIIYI, D. T. Shuttle bus service routing: A systematic literature review. **Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi**, Pamukkale University, v. 28, n. 1, p. 160–172, 2022.

PILLAC, V.; GUÉRET, C.; MEDAGLIA, A. L. An event-driven optimization framework for dynamic vehicle routing. **Decision Support Systems**, Elsevier, v. 54, n. 1, p. 414–423, 2012.

PITAKASO, K. S. R.; SRIJAROON, N. Modified differential evolution algorithms for multi-vehicle allocation and route optimization for employee transportation. **Engineering Optimization**, Taylor & Francis, v. 52, n. 7, p. 1225–1243, 2020.

PURBA, A. P.; SISWANTO, N.; RUSDIANSYAH, A. Routing and scheduling employee transportation using tabu search. In: AIP PUBLISHING. **AIP Conference Proceedings**. [*S. l.*], 2020. v. 2217, n. 1.

REIS, A. F. da S. **O problema do transporte escolar rural: uma abordagem Column-and-cut para o problema de roteamento de veículos capacitado**. Dissertação (Dissertação de Mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Minas Gerais, 2015.

RIERA-LEDESMA, J.; SALAZAR-GONZALEZ, J.-J. Solving school bus routing using the multiple vehicle traveling purchaser problem: A branch-and-cut approach. **Computers & Operations Research**, Elsevier, v. 39, n. 2, p. 391–404, 2012.

SCHITTEKAT, P.; KINABLE, J.; SÖRENSEN, K.; SEVAUX, M.; SPIEKSMA, F.; SPRINGAEL, J. A metaheuristic for the school bus routing problem with bus stop selection. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 229, n. 2, p. 518–528, 2013.

SCHITTEKAT, P.; SEVAUX, M.; SORENSEN, K. A mathematical formulation for a school bus routing problem. In: IEEE. **2006 International Conference on Service Systems and Service Management**. [*S. l.*], 2006. v. 2, p. 1552–1557.

SEMAAN, G. S.; BRITO, J. A. de M.; COELHO, I. M.; SILVA, E. F.; FADEL, A. C.; OCHI, L. S.; MACULAN, N. A brief history of heuristics: from bounded rationality to intractability. **IEEE Latin America Transactions**, IEEE, v. 18, n. 11, p. 1975–1986, 2020.

SHANG, P.; TONG, L.; YANG, L.; ZENG, Z. Solving school bus routing problem with mixed-load allowance for multiple schools. **Computers Industrial Engineering**, v. 151, 10 2020.

SIQUEIRA, V. S. d. **Sisrouting: um sistema de apoio a decisão com a utilização da metaheurística GRASP aplicada ao problema de roteamento do ônibus escolar**. Dissertação (Dissertação de Mestrado) – Universidade Federal do Tocantins, Palmas, Tocantins, 2016.

SOUZA, H. R. O. d.; KRAMER, R. Modelo de programação matemática para atualização de rotas para transporte de colaboradores devido a novas contratações. In: **XIV Congresso Brasileiro de Engenharia de Produção**. Ponta Grossa: APREPRO, 2024. Disponível em: https://aprepro.org.br/conbrepro/anais/2024/arquivos/10232024_151029_671942696e89a.pdf.

SOUZA, M. J. F. **Inteligência Computacional para Otimização**. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, Minas Gerais: [*S. n.*], 2024. Disponível em: http://www.decom.ufop.br/prof/marcone/Disciplinas/InteligenciaComputacional/InteligenciaComputacional.pdf.

SUBRAMANIAN, A.; PENNA, P. H. V.; OCHI, L. S.; SOUZA, M. J. F. Um algoritmo heurístico baseado em iterated local search para problemas de roteamento de veículos. **Meta-Heurísticas em Pesquisa Operacional. Ed. Omnipax, Curitiba, Brazil**, 2013.

VIEIRA, J. G. V.; YOSHIZAKI, H. T. Y.; LUSTOSA, L. J. Um estudo exploratório sobre colaboração logística em um grande varejo supermercadista. **Production**, SciELO Brasil, v. 20, p. 135–147, 2010.

XUE, Z. *et al.* School bus routing using metaheuristics algorithms. In: **2023 IEEE International Conference on Smart Mobility (SM)**. [*S. l.*]: IEEE, 2023. p. 33–38.