UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CAMPUS AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA-LICENCIATURA

RAYANE SILVA SALES

O ensino do conceito de função em livros didáticos dos Anos Finais: uma análise baseada em representações semióticas e analogias didáticas

Caruaru
2025

RAYANE SILVA SALES

O ensino do conceito de função em livros didáticos dos Anos Finais: uma análise baseada em representações semióticas e analogias didáticas

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau de licenciado em matemática.

Área de concentração: Ensino de Matemática

Orientador (a): Marcus Bessa de Menezes

Coorientador (a): Rachidi Mustapha

Caruaru

2025

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Sales, Rayane Silva.
O ensino do conceito de função em livros didáticos dos Anos Finais: uma análise baseada em representações semióticas e analogias didáticas / Rayane Silva Sales. - Caruaru, 2025.
85 : il., tab.

Orientador(a): Marcus Bessa de Menezes
Cooorientador(a): Rachidi Mustapha
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Matemática - Licenciatura, 2025.
Inclui referências.

1. Conceito de funções. 2. registros de representação semiótica. 3. analogias . 4. livros didáticos. 5. educação. 6. matemática. I. Menezes, Marcus Bessa de. (Orientação). II. Mustapha, Rachidi. (Coorientação). IV. Título.

510 CDD (22.ed.)

RAYANE SILVA SALES

O ensino do conceito de função em livros didáticos dos Anos Finais: uma análise baseada em representações semióticas e analogias didáticas

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau de licenciado em Matemática.

Aprovada em: 01/04/2025

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Marcus Bessa de Menezes (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Edelweis José Tavares Barbosa (Examinador Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Profª. Me. Lidiane Pereira de Carvalho (Examinador Externo)
Escola Técnica Estadual Maria José Vasconcelos

Dedico este trabalho à minha mãe, meu apoio e minha maior inspiração.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, à Deus pela dádiva da vida, por me conceder tantas oportunidades de crescimento e ser meu refúgio e alento.

Á minha família, em especial à minha mãe que renunciou diversas coisas por mim, que sempre me incentivou a estudar e ter minhas próprias conquistas, sou eternamente grata por ser sua filha. Amo a senhora!!

A meu irmão Ryan, meu pequeno, por todo seu afeto, admiração, seu amor incondicional. A meu pai, que sempre fez de tudo por nós. E os demais familiares que sempre me apoiaram na vida e nos estudos. A dona Júlia, uma boa alma caridosa, que quando precisei me estendeu a mão sem pedir nada em troca.

A meu orientador, professor Doutor Marcus Bessa, um professor muito querido, que tive o prazer de ser aluna, monitora e orientanda. Admiro demais seu trabalho e sabedoria. Agradeço por aceitar ser meu orientador.

À minha banca examinadora, Professor Doutor Edelweis José, que participou da minha trajetória acadêmica, onde fui aluna, monitora e orientanda em trabalhos acadêmicos. A professora Mestra Lidiane Carvalho, que fui aluna em diversas disciplinas.

Agradeço meu grupinho de curso, do Clube da Mãe Joana: A Ivanilson Cunha, meu melhor amigo de curso, foi meu primeiro amigo na graduação e por muitos períodos, um foi incentivo do outro a não desistir. Sou grata por tê-lo como amigo, por todas as risadas e momentos divertidos, que tornaram o curso mais leve, levarei sua amizade para a vida. A Isaac Emmanuel, uma mente brilhante que sempre admirei, sua criatividade é uma inspiração, adorei todos os momentos juntos, nossas viagens, trabalhos. A Isabel Galvão, minha querida amiga, passamos por tantas situações nesse processo e fico feliz que no final deu tudo certo, sou muito grata por sua amizade, seus conselhos nos momentos difíceis foram essenciais. Levarei a amizade de todos vocês para a vida toda!! Espero sempre os reencontrar!!

Aos demais colegas de curso, pessoal do DAM dos números amigáveis, meus conterrâneos de Lajedo – PE e colegas do ônibus, Marcos, Miriam, Judson, Ariane e tantos outros.

Por fim, expresso minha gratidão a todos que, de forma direta ou indireta, contribuíram na concretização deste trabalho e para minha trajetória.

"Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção".

Paulo Freire

RESUMO

A presente pesquisa tem como objetivo analisar a abordagem do conceito de função nos livros didáticos, investigando os principais registros de representação semiótica utilizados e as analogias didáticas apresentadas para compreensão, considerando a obra aprovada pelo (PNLD) 2024 e usada na rede municipal de Lajedo - PE nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Diante disto, o trabalho foi fundamentado a partir de duas teorias: Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (2011), e a Teoria do Mapeamento Estrutural de Analogias de Dedre Gentner (1983) e aprimorada por Alexandre Ferry (2016). Quanto à natureza da pesquisa, ela apresenta uma abordagem qualitativa, com o método de pesquisa documental. Neste sentido, a pesquisa identificou trechos, imagens, questões que estavam relacionadas direto e indiretamente ao conceito de função e ao mesmo tempo vinculadas às nossas duas teorias, as duas simultaneamente ou separadamente. Dessa forma, foi constatada uma grande escassez da abordagem analógica no conteúdo dos livros didáticos, no total foram encontrados apenas cinco trechos que tinham analogias em seu contexto. Em contrapartida, o que foi mais visto foram os registros de representações semióticas, nos trechos e em muitas questões, enfatizando contextos diretos e de resolução mecânica.

Palavras-chave: Conceito de funções; registros de representação semiótica; analogias; livros didáticos.

ABSTRACT

The present research aims to analyze the approach to the concept of function in textbooks, investigating the main records of semiotic representation used and the didactic analogies presented for understanding, considering the work approved by (PNLD) 2024 and used in the municipal network of Lajedo - PE in the Final Years of Elementary School. Given this, the work was based on two theories: Theory of Semiotic Representation Records by Raymond Duval (2011), and the Theory of Structural Mapping of Analogies by Dedre Gentner (1983) and improved by Alexandre Ferry (2016). Regarding the nature of the research, it presents a qualitative approach, with the documentary research method. In this sense, the research identified excerpts, images, and questions that were directly and indirectly related to the concept of function and at the same time linked to our two theories, both simultaneously or separately. Thus, a great scarcity of the analogical approach was found in the content of the textbooks; in total, only five excerpts that had analogies in their context were found. On the other hand, what was seen most were the records of semiotic representations, in the excerpts and in many questions, emphasizing direct contexts and mechanical resolution.

Keywords: Concept of functions; records of semiotic representation; analogies; textbooks.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A matemática é uma ciência abstrata que, muitas vezes, gera descontentamento entre os estudantes, que a percebem como uma disciplina excessivamente complexa e distante da realidade cotidiana, o que dificulta sua aceitação. No entanto, o que muitos desconhecem é que os conceitos matemáticos não surgem aleatoriamente; ao contrário, cada um possui uma finalidade específica. O desenvolvimento do conhecimento matemático está diretamente relacionado às necessidades da sociedade, da cultura e do contexto histórico. Como afirma Caraça (1989) a necessidade cria o instrumento. Diante disso, esta pesquisa busca explorar o conceito de função, investigando suas diferentes formas de representação e possibilidades didáticas para o ensino.

As funções matemáticas compreendem uma estrutura essencial para o entendimento da humanidade, podendo prever e modelar situações reais. Segundo Ribeiro (2023, p.2) “ela também (a função) auxilia na compreensão de fenômenos complexos e na resolução de problemas em diversas áreas do conhecimento que pode ir desde a física e a engenharia até a economia e a medicina”. Dessa forma, é de suma importância seu estudo, além da relação estabelecida com outros conceitos matemáticos como as grandezas, o pensamento algébrico desenvolvido, o crescimento populacional, o movimento de objetos e os padrões de variação de quantidades ao longo do tempo.

O estudo de funções na Educação Básica é fundamental para o desenvolvimento da aprendizagem matemática. As funções oferecem um alicerce para a compreensão das relações entre conjuntos de números, ajudando os estudantes a analisarem e interpretarem dados de forma mais eficaz, aprendendo a identificar padrões e a aplicar conceitos matemáticos por meio de resolução de problemas e pensamento abstrato (Guimarães, 2010; Ribeiro, 2023).

Por intermédio do livro didático, conteúdos como o conceito de função são estudados e vivenciados pelos discentes no Ensino Básico. Os livros didáticos são nosso recurso de apoio nesta pesquisa, já que favorecem a aprendizagem e não se limitam a transmissão de conhecimento, transcendendo para a construção social e experiência humana significante na vida de cada estudante, valorizando os traços culturais presentes no momento histórico vivenciado (Perovano; Amaral, 2023). Desse modo, pode-se entender que a partir dos livros é realizada a construção de uma ponte, entre a exposição dos conteúdos pelo professor e o entendimento do aluno, contribuindo na identificação de dificuldades e obstáculos presentes no ensino e na aprendizagem da matemática.

Os conteúdos matemáticos podem ser expostos aos estudantes de inúmeras maneiras, em função disso limitamos nosso repertório para analisar como o conceito de função é apresentado em livros didáticos. A representação vista para a função segue baseada nos autores Duval (2011) e Moretti e Thiel (2012) o entendimento e classificação dos registros de representação semiótica, e os autores Santos e Barbosa (2017) que abordam exemplos dessa classificação feita por Duval (2011). Como outra forma de análise temos o estudo de similaridades realizado pela Psicóloga Dedre Gentner (1983), em especial a comparação conhecida como analogia, sendo um dos focos de análise, a organização para o entendimento das analogias é feita por meio de um mapeamento estrutural das analogias como é proposto pela Tese de Doutorado de Ferry (2016).

Com isso, nosso objetivo de pesquisa está baseado em como é realizada a abordagem conceito de função nos livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental, levando em consideração os principais registros de representação semióticas e analogias usadas, na obra adotada na rede municipal de Ensino da cidade de Lajedo- PE, cidade natal da primeira autora.

Logo, este trabalho está dividido em 9 seções, que abordam de maneira integrada o conceito de funções no Ensino Fundamental e a análise de sua abordagem em livros didáticos. Na seção 1 abordamos a introdução de nossa temática juntamente com os objetivos para esta pesquisa e nossa justificativa.

Seguindo organizado pela abordagem histórica do conceito de função, seguido pela sua evolução conceitual onde evidencia-se a definição usada nos últimos anos.

Posteriormente realizada a abordagem do uso do livro didático como recurso de apoio ao processo de ensino e aprendizagem, além do mais, o objetivo desse trabalho fundamenta-se na análise do conceito de função por meio do livro didático.

Em sua continuedade é feita uma introdução a perspectiva das analogias (usado no referencial teórico) para a aprendizagem e como apresenta influência na aprendizagem de conceitos abstratos como o de função.

Posteriormente, é explanado sobre a Base Nacional Comum Curricular - BNCC e como ela trata sobre a área da matemática e o que espera que seja trabalhado na espera do Ensino Fundamental sobre o desenvolvimento do conceito de função.

Nosso referencial teórico é dividido em duas subseções, com os diferentes registros de representação semiótica, abordados por Duval (2011), Moretti e Thiel (2012), Santos e Barbosa (2017). E com a teoria do mapeamento estrutural das analogias estabelecido inicialmente por Gentner (1983), Gentner e Markman (1997) como o estudo das similaridades e aprimorado por Ferry (2016).

Na metodologia descreve os métodos utilizados para a pesquisa, incluindo a análise de livros didáticos adotados nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Também são apresentados os critérios de seleção dos materiais e o processo de coleta de dados.

Logo apois é efetuada a análise dos resultados confrontando com a literatura revisada, destacando as lacunas e potencialidades na forma como as funções são trabalhadas. São exploradas possíveis melhorias para uma abordagem mais eficaz do conteúdo

As considerações finais do estudo são apresentadas refletindo sobre as contribuições da pesquisa para o ensino de funções no Ensino Fundamental e sugerindo futuras investigações no campo da Educação Matemática.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Analisar a abordagem do conceito de função nos livros didáticos, investigando os principais registros de representação semiótica utilizados e as analogias didáticas apresentadas para compreensão, considerando a obra aprovada pelo (PNLD) 2024 e usada na rede municipal de Lajedo - PE nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

1.1.2 Objetivos específicos

- Identificar as representações semióticas utilizadas para explicar as funções e seu conceito nos livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental;
- Identificar como a BNCC trata o conceito de função no Ensino Fundamental;
- Analisar as abordagens analógicas propostas pelos livros didáticos no processo de entendimento do conceito de função.

1.2 JUSTIFICATIVA

Como justificativa plausível efetuamos um apanhado do estado da arte sobre o tema que está sendo proposto nesta pesquisa, definindo um intervalo de tempo entre as publicações baseado na aprovação da Base Nacional Comum Curricular - BNCC em dezembro de 2017, logo tomamos como base trabalhos publicados a partir de 2018.

O mapeamento foi executado no Portal de Periódicos da Capes no dia 27 de fevereiro de 2025, usando das palavras chaves: livros didáticos; conceito de função; analogias e representações semióticas, nenhum resultado foi encontrado, nenhum trabalho conta com essas quatro abordagens juntas o que já nos faz refletir sobre a importância desse trabalho.

Alterando as palavras chaves para: livros didáticos; conceito de função; analogias aparecem um total de dois trabalhos, onde um é de 2013 não condizente com os critérios de nossa pesquisa e o outro é de 2023, contando com os três critérios iniciais.

O trabalho é intitulado **‘A utilização de analogias como recurso didático no ensino de matemática: uma análise estrutural em livros didáticos no ensino do conceito de função**’ dos autores Lucas Cunha da Silva e Saulo Cézar Seiffert Santos. O trabalho analisa as analogias presentes nos livros didáticos de Matemática do 9º ano no ensino do conceito de função. Fundamentado na teoria do mapeamento estrutural de Gentner (1983), investiga a potencialidade cognitiva das analogias como ferramentas de ensino e aprendizagem. A pesquisa examinou oito livros didáticos aprovados pelo PNLD (2020), evidenciando a escassez de estudos sobre o uso de analogias na Matemática. Os resultados indicam que as analogias identificadas são estruturalmente consistentes e possuem potencial didático, contribuindo para a compreensão desse recurso no ensino de funções.

A segunda alteração das palavras chaves foi a substituição da palavra analogia por representação semiótica, ficando as palavras chaves: livros didáticos; conceito de função; representação semiótica; foram encontrados um total de quatro trabalhos, onde um destes não trata sobre funções e sim de geometria, sendo descartado. Outro artigo trabalha com os livros didáticos do ensino superior relacionados ao estudo de cálculo diferencial que também não condiz com nossa proposta de pesquisa, restando um total de dois trabalhos.

O trabalho é intitulado ‘**Os registros de representações semióticas de função do primeiro grau em uma coleção de livros didático de matemática aprovada no PNLD 2021’** dos autores Adriana Fátima de Souza Miola, Michele Rodrigues Pereira Sogame. Este trabalho investiga as representações de funções do primeiro grau em uma coleção de livros didáticos do Ensino Médio, aprovada no PNLD 2021. Adotando uma abordagem qualitativa, a análise foi baseada na teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval, considerando os conceitos de formação, tratamento e conversão. A pesquisa focou na obra Matemática nos Dias de Hoje, identificando a predominância da atividade cognitiva de formação, especialmente em definições e exercícios que exigem a determinação da lei de formação da função.

O outro trabalho é intitulado **“ Covariação e o conceito de função: objetos dinâmicos”** dos autores Jeferson Moizés Lima, Ivanete Zuchi Siple, Rogério de Aguiar. Este estudo explora o ensino e a aprendizagem do conceito de função a partir de uma abordagem dinâmica baseada na covariação. Desenvolvido no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias da UDESC, o trabalho enfatiza a necessidade de atividades interativas que auxiliem os alunos a anteciparem o comportamento de grandezas variáveis ao longo do tempo. Como parte da pesquisa, foi criado o material educacional *Covariação e o Conceito de Função: Objetos Dinâmicos*, que integra diferentes representações matemáticas de maneira dinâmica. A experimentação de uma de suas atividades com alunos do Ensino Médio evidenciou impactos positivos no desenvolvimento do raciocínio covariacional, permitindo uma melhor articulação entre visualização e experimentação, superando limitações do ensino tradicional com papel e lápis.

Como foi visto, poucos são os trabalhos que abrangem a perspectiva proposta em nossa pesquisa, sendo que a combinação das teorias de representação semiótica e analogias didáticas ainda não é amplamente explorada. A ausência de publicações na Capes sobre essa abordagem reforça a lacuna existente na literatura, evidenciando a relevância do estudo. Dessa forma, nossa pesquisa busca contribuir com novas reflexões e possibilidades didáticas, fornecendo subsídios teóricos e práticos para o ensino do conceito de função, a fim de enriquecer as estratégias pedagógicas e favorecer a aprendizagem dos alunos.

A justificativa pessoal para esta pesquisa surgiu a partir da minha trajetória na Educação Básica, onde sempre tive uma forte afinidade com a Álgebra. Essa área da Matemática sempre me despertou interesse e foi uma das minhas maiores facilidades ao longo da minha vivência acadêmica, o que influenciou diretamente minha decisão de estudá-la mais a fundo. Durante minha formação, tanto como estudante quanto nos estágios docentes, percebi que o conceito de função é frequentemente negligenciado pelos alunos. Muitos demonstravam dificuldade em compreender suas diferentes formas de representação, pois essas variações não faziam sentido para eles. Além disso, observei que os professores, em sua maioria, não buscavam estratégias didáticas diferenciadas ou analogias que pudessem facilitar esse aprendizado. Essas percepções me motivaram a investigar mais profundamente essa temática, levando à realização desta pesquisa.

2 CONCEITO DE FUNÇÃO

Os conceitos matemáticos surgem das necessidades da sociedade, de problemas práticos ou teóricos que precisam de explicações, dessa forma Caraça (1989) nos diz que o estudo de leis sejam elas qualitativas e principalmente quantitativas, vão auxiliar o estudo de sua variação, visto que a necessidade cria o instrumento. Em meio a este contexto, observamos as primeiras manifestações para a criação do que hoje consideramos como o conceito de função.

2.1 UM BREVE CONTEXTO HISTÓRICO PARA O CONCEITO DE FUNÇÃO

Segundo Kieran (1992) o desenvolvimento das notações algébricas pode ser dividido em três fases: retórica, lacônica (sincopada) e simbólica. O conceito de função é iniciado com as primeiras civilizações, os egípcios e babilônicos (Eves, 2004), iniciando a fase retórica do desenvolvimento algébrico que faz jus ao seu significado: é a arte de argumentar e verbalizar sem a utilização da linguagem matemática simbólica, apenas utilizando o sistema numérico, sendo esta vivenciada em meio às primeiras civilizações em 1700 a.C. os papiros egípcios e as tábuas babilônicas representavam funções em forma de tabelas.

De acordo com Tatiana Roque (2012) pode ser realizada uma associação entre as tabelas e as funções, pois "as tabelas babilônicas e egípcias já continham, de alguma forma, uma ideia de função, uma vez que tratavam justamente de registros de correspondências (entre um número e o resultado das operações que envolvem esse número)" (Roque, 2012, p. 295). Posteriormente, na Grécia Antiga deixou-se de usar tabelas e iniciou-se o uso de gráficos de seções cônicas relacionadas a curvas, que foram desenvolvidos por Arquimedes e Apolônio (Eves, 2004).

De acordo com Kleiner (1989, p.2, **tradução nossa**) em cerca de 200 anos (1450-1650) surgiram diversas contribuições que fundamentaram o conceito de função:

- A criação de uma álgebra simbólica (Viète, Descartes, et al.);

> • O estudo do movimento como um problema central da ciência (Kepler, Galileu, et al.);
>
> • O casamento da álgebra e da geometria (Fermat, Descartes, et al.).

Na França, o Bispo Nicolau de Oresme (1323-1387) estudava sobre movimento com aceleração constante e em meio a seus estudos usou de um gráfico para representar a variação de velocidade conforme o tempo, associando uma dependência das magnitudes de velocidade e tempo. As magnitudes horizontais ele intitulou de longitudes, já as verticais de latitudes, uma correspondência aos atuais eixos das abscissas e ordenadas.

O estudo do movimento também foi desenvolvido pelo Astrônomo e Cientista Alemão Jhoannes Kepler e suas três leis matemáticas sobre o movimento dos planetas inspirado por Nicolau Copérnico (1473-1543) e sua teoria Heliocêntrica[1] (Botelho e Rezende, 2007).

De acordo com Botelho e Rezende (2007, p. 67):

> A terceira Lei de Kepler afirma que os quadrados dos períodos orbitais dos planetas são proporcionais aos cubos dos semi-eixos maiores das órbitas. Esta lei descreve de forma quantitativa um fenômeno físico e expressa matematicamente a relação entre as duas grandezas envolvidas, trazendo em seu enunciado implicitamente o conceito de função.

À vista disso, a segunda fase da Álgebra é a fase sincopada, ela que auxilia na construção do conceito de função por meio da relação entre grandezas, pois segundo Botelho e Rezende (2007, p. 68):

> Para estabelecer o conceito de função - como relação entre grandezas que variam - foi necessária a definição do conceito de variável, o que se deu, inicialmente, a partir da simbolização da álgebra. O uso de símbolos ingressou na matemática através de duas vias principais: pela álgebra desenvolvida na Grécia por Diofanto e pela álgebra hindu.

A Álgebra Sincopada foi estimulada pelo matemático grego Diofanto de Alexandria que adota a escrita das equações e com a utilização de alguns símbolos, “em geral, considera-se que a primeira ocorrência da notação simbólica que caracteriza nossa álgebra remonta ao livro Aritmética, escrito por Diofanto” (Roque, 2012, p. 231).

---

[1] O Heliocentrismo é a teoria em que o Sol está no centro do Universo.

Podemos observar que os fatores desconhecidos são aqui representados por designações abreviadas, Diofanto descreve o desconhecido e seus símbolos na intenção de facilitar as manipulações, os evidenciando. Por meio de nossas terminologias atuais podemos entender como ele atribuía as abreviações. A incógnita ‘x’ era retratada como arithmos, com símbolo referente a sua última letra ζ , ‘x^2’ era a palavra grega dynamis (ΔYNAMI∑) que significa potência, assim como ‘x^3’ era a palavra grega kybos (KYBO∑) que significa cubo (Gil, 2001; Ribeiro, 2015).

Não havia, portanto, fórmulas que permitissem generalizar os problemas matemáticos da época. Para que isso fosse possível, era necessário o desenvolvimento de uma nova abordagem: a álgebra simbólica. Um dos pioneiros na tentativa de introduzir essa nova forma de álgebra foi o francês François Viète (1540-1603), que trouxe avanços significativos para o campo matemático. Assim, a fase simbólica é vivenciada por meio de François Viète, considerado o maior matemático francês do século XVI.

Assim, a arte analítica de Viète não apenas valorizou o processo de encontrar soluções, ou seja, o método de resolução, mas também abriu caminho para a exploração da estrutura interna das equações. Sua abordagem incentivou a investigação profunda das relações entre os termos da equação, promovendo um entendimento mais amplo da matemática e oferecendo uma base sólida para o desenvolvimento da álgebra moderna (Eves, 2004; Roque, 2012).

As notações e terminologias utilizadas atualmente foram amplamente consolidadas por René Descartes (1596-1650), cujas contribuições padronizaram o uso de símbolos como conhecemos hoje. Ele atribuiu as primeiras letras do nosso alfabeto às quantidades conhecidas, no caso a,b,c que nas equações quadráticas chamamos de coeficientes e as últimas letras para os fatores desconhecidos, x,y e z (Eves, 2004). Além da associação de equações algébricas as curvas e o uso de coordenadas que concatena as variáveis (Botelho; Rezende, 2007).

Já Pierre de Fermat (1601-1665) estudava as curvas e associava as coordenadas geométricas usando duas variáveis. De acordo com Botelho e Rezende (2007, p.68) “ a relação entre as incógnitas é estabelecida através de um lugar geométrico, isto é, o que conhecemos hoje como expressão algébrica de uma função, tanto para Fermat como para Descartes, era uma curva”. Em meio a isso é adotada pela primeira vez o uso da expressão “função” por Leibniz (1646-1716) com a mesma ideia proposta por Fermat.

2.2 O CONCEITO DE FUNÇÃO

Para Simmons (1987) “O conceito mais importante em toda a Matemática é o de função”. Ela é o idioma no qual a natureza escreve suas leis e se encontra presente nas grandes áreas da matemática: Álgebra, Geometria, Teoria dos Números, dentre outras. O foco das funções é justamente explicar os diversos fenômenos naturais ou não, aqueles também criados pelo homem, por meios de fórmulas matemáticas levando em consideração a dependência entre os fatores e as variáveis.

De acordo com Sá, Souza e Silva (2003, p.1) uma das primeiras formas de pensar no conceito de função foi "quando o homem levado pela necessidade, passou a associar uma pedra a cada animal visando ao controle de seu rebanho, poderíamos encarar essa relação de dependência entre as pedras e os animais como uma relação funcional".

A maneira de associação usada demonstra a relação de unicidade presente no processo de interligação entre a pedra e o animal, sempre um a um, causando uma representatividade diferente, visto que lidamos com conjuntos distintos. Os conjuntos são coleções não ordenadas de coisas e/ou objetos bem definidos.

Caraça (1989) define um conjunto como isolado, sendo o isolado um fragmento da realidade:

> “Sejam A e B dois componentes dum isolado, entre eles existem relações de interdependência. Consideremos uma dessas relações; nela podemos distinguir dois sentidos: um de A para B, e outro de B para A; diremos, do primeiro sentido que tem antecedente A e consequente B, do segundo, que tem antecedente B e consequente A; distingui-las e mais respectivamente pelas notações: sentido de relação A_ B e sentido de relação B.....A.” (Caraça, 1989, p.113)

O autor nos traz uma comparação para explicar o sentido da relação entre conjuntos, A e B são presa e predador, ambas ordens de relação alteram consequentemente o estado da natureza, A pode se alimentar de B, como em outro caso B se alimenta de A. Em casos à parte em ambos os acontecimentos vão resultar em mesmo resultado, nesse caso é uma relação simétrica. Ele prossegue dizendo que “ à evolução dum isolado, chamaremos daqui em diante um fenômeno natural” (Caraça, 1989, p.119).

Os fenômenos naturais são procedimentos físicos, biológicos e sociais, como o movimento dos corpos, a passagem de uma corrente elétrica e germinação de uma semente, além da participação em exercícios da sociedade na garantia de direitos. Caraça comenta que “essa evolução se manifesta pela alteração das qualidades dos componentes do isolado; logo, explicar um fenômeno é dar o porquê da alteração das qualidades” (Caraça, 1989, p.119).

O estudo de funções se inicia na busca por regularidade de um determinado fenômeno, para isso usamos da lei quantitativa, na esperança de contabilizar as condições e propriedades existentes no isolado, assim “queremos estudar leis quantitativas, temos que criar um instrumento matemático cuja essência seja a correspondência de dois conjuntos” (Caraça, 1989, p.127).

A correspondência entre os conjuntos é feita por uma “regra” uma lei de associação que estabelece como serão produzidos os valores da variável y em função da variável x.

Conforme Grugnetti, Maffini e Marchini (1999, p.422,423.424**, tradução nossa**) houve diversas definições formais de função ao longo da história e aqui apresentamos algumas delas:

> 1694 LEIBNIZ (1646 - 1716) "Chamo de funções todas as porções de linhas retas, que são feitas por linhas indefinidas à esquerda, que correspondem ao ponto fixo e aos pontos da curva".
>
> 1755 EULER "Se algumas quantidades dependem de outras quantidades de tal forma que, se as outras mudam, essas quantidades também mudam, então estamos acostumados a chamar essas quantidades de funções destas últimas; Essa denominação tem a maior extensão e contém em si todas as maneiras pelas quais uma quantidade pode ser determinada por outra. Se, portanto, x denota uma quantidade variável, então todas as outras quantidades que dependem de x de alguma forma, ou que são determinadas por x, são chamadas de funções de x.”
>
> 1782 CONDORCET (1743 - 1794) "Suponho que tenho um certo número de quantidades x, y, z, ... F, e que para cada valor dado de x,y,z, ... etc., F tem um ou mais valores determinados que correspondem a ele: eu digo que F é uma função de x, y, z,... Finalmente, sei que quando x,y,z são determinados, F também será determinado, mesmo que eu não saiba a maneira de expressar F em x,y,z, ou a forma da equação entre F e x,y,z; Eu saberei que F é uma função de x, y, z.

> 1797 LAGRANGE (1736 - 1813) 1. "Uma função de uma ou mais quantidades é qualquer expressão de cálculo em que essas quantidades entram de alguma forma, misturadas ou não com outras quantidades que são consideradas como tendo valores dados e invariáveis, enquanto as quantidades da função podem receber todos os valores possíveis. Assim, nas funções, apenas as quantidades que se supõe serem variáveis são consideradas, sem qualquer consideração pelas constantes que podem ser misturadas com elas. 2. Para marcar uma função de uma única variável como x, simplesmente precederemos essa variável com a letra ou característica f, ou F; mas quando quisermos designar a função de uma quantidade já composta por essa variável, como x^2 ou a+bx ou etc., colocaremos essa quantidade entre dois parênteses. Assim, fx denotará uma função de x, $f(x^2)$ f(a + bx), etc. designará funções de x^2 , a + bx, etc. Para marcar uma função de duas variáveis independentes, como x, y, escreveremos f(x, y) e assim por diante com as outras."

> 1851 RIEMANN (1826 - 1866) "Seja z uma quantidade variável, que gradualmente assume todos os valores reais possíveis, então chamamos w de função de z, se a cada um desses valores corresponde um valor único da quantidade indefinida w, e se z atravessa continuamente todos os valores que estão entre dois valores constantes, w também muda continuamente, então chamamos essa função de contínua."

> 1939 BOURBAKI "Seja E e F dois conjuntos distintos ou não, uma relação entre uma variável x de E e uma variável y de F é dita uma relação funcional em y ou uma relação funcional de E para F, se para cada x pertencente a E, existe apenas um y pertencente a F, que está na relação considerada com x. Damos o nome de função à operação que assim se associa a qualquer elemento x de E, o elemento y em F que está na relação dada com x; Dizemos que y é o valor da função para o elemento x, e que a função é determinada pela relação funcional em consideração."

A evolução do conceito de função, desde a visão geométrica de Leibniz até a formalização abstrata de Bourbaki, revela um percurso de crescente sofisticação matemática. Euler expandiu o conceito para incluir relações entre variáveis, enquanto Lagrange introduziu a notação f(x). Riemann enfatizou a continuidade, e Bourbaki, utilizando a teoria dos conjuntos, consolidou a definição moderna de função como uma relação unívoca entre conjuntos.

3 OS LIVROS DIDÁTICOS COMO RECURSO DE APOIO NA APRENDIZAGEM

Os livros didáticos são materiais pedagógicos usados durante o processo de ensino e aprendizagem escolar. Segundo Macêdo, Brandão e Nunes (2019) diversas são as problemáticas vivenciadas pelo uso do livro didático, como sua unicidade adotada por muitos docentes, assim como segui-los à risca em toda sua didática e organização curricular, o que não é benéfico ao desenvolvimento da aprendizagem (Gonçalvez, 2007). Além da possibilidade de que não estejam adequados à realidade dos estudantes e do ambiente escolar representa um dos pontos que colaboram a não os utilizar de forma integral.

Segundo Peyneau et al. (2022) existem outros fatores em nosso país referentes a educação brasileira que contribuem para o uso integral do livro em contrapartida ao mencionado por Macêdo, Brandão e Nunes(2019), pois:

> Em um país como o Brasil, onde há a baixa remuneração devido a pouca valorização do educador, vemos muitos professores tendo que assumir mais aulas do que realmente seu tempo deveria lhe permitir, tendo que abrir mão muitas vezes do seu lazer pessoal, de sua vida social, se sobrecarregando de trabalhos e mais trabalhos, onde em suas poucas horas que pode respirar, precisa sentar e fazer seus planejamentos. Neste tipo de cenário, o livro se torna uma grande ferramenta aliada, mesmo que seja por um motivo de certa forma trágico para não dizer pior (Peyneau et al., 2022, p.6).

O perfil socioeconômico das turmas também diz respeito ao uso do livro, classes mais desfavorecidas utilizam muito mais os livros didáticos, em face de não possuírem outros materiais de apoio para o estudo, tecnológicos ou não, o tornando a base para o processo de ensino. Assim, como salienta Macêdo, Brandão e Nunes (2019, p.72) “o livro continua sendo o principal instrumento de apoio ao estudo, visto que somente a utilização de sons e imagens não é suficiente para que ocorra aprendizagem dos conteúdos abordados”, além de que “ realidade de várias escolas brasileiras que ainda não se adequaram a este modelo tecnológico e que, portanto, tais recursos tecnológicos ainda não passam de um sonho distante” (Macêdo; Brandão; Nunes, 2019, p.72).

Dante (1996) ressalta que o livro é de grande apoio ao docente, visto que em meia a rotina caótica dos afazeres, de atividades e ter muitos alunos, acabam contribuindo na falta de criatividade no planejamento de aulas e de questões, o que possibilita que o livro proporcione questões interessantes e conteúdos diferenciados, que não seriam produzidos pelo docente. O autor acrescenta que “matemática é essencialmente sequencial, um assunto depende do outro, e o livro didático fornece uma ajuda útil para essa abordagem”, e complementa acentuando que “a aprendizagem da matemática depende do domínio de conceitos e habilidades. O aluno pode melhorar esse domínio resolvendo os problemas, executando as atividades e os exercícios sugeridos pelo livro didático” (Dante, 1996, p.83-84). Gonçalves (2007) ressalta que já foi mencionado por Dante (1996), sendo o livro um material de apoio aos discentes, uma possibilidade para rever conteúdos e expandir seu conhecimento por meio da curiosidade pelos próximos capítulos de estudo.

Segundo Dante (1996) o livro é um material didático que permite ajudar de maneira adequada o docente a suprir a deficiência que foi deixada em sua formação em matemática, podendo assim erradicá-la.

O livro didático é caracterizado como um instrumento de apoio tanto ao docente quanto ao estudante, o que condiciona visões diferentes em sua aplicação. Gonçalves (2022) exalta que o livro didático apresenta limitações e possibilidades ao seu uso, dessa forma caberá ao professor a decisão de torná-lo única fonte de conhecimento para sua aula, não sendo de fato relevante restringir o material didático das aulas, em decorrência de apresentar discrepâncias entre o conhecimento do docente e o conteúdo apresentado pelo livro didático.

Desta maneira, não há uma forma ‘certa’ de uso, entretanto cabe ao docente o entendimento de que nem todo conteúdo apresentado pela coleção vai seguir a sequência didática devidamente, às vezes são necessárias alterações devido ao contexto ou até mesmo pela forma como determinada turma aprende. O autor Gonçalves (2022, p. 46) nos diz que “o livro não pode ser visto apenas como um material que fornece orientações didáticas e uma sequência de conteúdo a ser trabalhada em sala de aula.” Mas, que o livro “além da parte pedagógica e conteudista da Matemática, contêm traços da cultura e de alguns elementos presentes na sociedade, além das crenças e da visão do mundo, da Matemática e do seu ensino por parte dos autores e das editoras” (Gonçalves, 2022, p. 46).

Uma boa coleção de livros deve ser escolhida com sabedoria, pois passará os três anos seguintes com o docente configurando seu material base de ensino, para conteúdos e questões. Dessa forma, a apresentação do livro é de suma importância, as cores, ilustrações, as fontes, além do próprio conteúdo com uma linguagem adequada são de fato essenciais para que seja cativado o propósito de aprendizagem dos discentes (Gonçalves, 2007). O ensino de Matemática não se limita à memorização de fórmulas, conceitos, teoremas, temos a busca pela compreensão de ideias que são vistas e vivenciadas por todos, mas de fato concretizadas por poucos (Gonçalves, 2007).

4 ANALOGIAS COMO RECURSO DE MEDIAÇÃO DIDÁTICA

Existem diversos recursos didáticos disponíveis no âmbito da educação para fortalecer o processo de ensino-aprendizagem, em virtude disso buscamos entender inicialmente o que é o recurso didático analógico e como ele se relaciona com a aprendizagem escolar.

Os autores Nagem e Oliveira (2004) relatam que o pensamento analógico representa uma expansão cognitiva utilizada como recurso de ensino-aprendizagem, onde a finalidade é formar relações com conhecimentos informais e intuitivos dos estudantes conectados a novos domínios de conhecimento e aprendizagem, para que ocorra a familiaridade dos estudantes, tornando o processo mais simples.

Para Seiffert Santos (2020), as estratégias que usamos para o ensino podem trazer um diferencial ao perfil de raciocínio, uma vez que as relações analógicas criam pontes, ou seja, conexões entre o domínio familiar e o desconhecido, potencializando a interação didática, assim como o próprio autor menciona que " partindo da realidade ordinária para um processo de comparação racional" (Seiffert, 2020, p. 81). As analogias geralmente se enquadram a mecanismos introdutórios utilizados na comunicação de conceitos e teorias mais abstratas.

A analogia não tem o papel de igualar os domínios propostos, sendo assim seu fim é manter uma relação de similaridade onde seu fim é esclarecer, estruturar e avaliar o domínio desconhecido, a partir do que supomos que já se conheça (Duarte, 2005).

Benigno González (2005) relata que o modelo analógico é um recurso didático utilizado no processo de construção do conhecimento requerendo instrumentos facilitadores para conceitos científicos, visto que ilustra o emprego do modelo conceitual e mental voltado ao processo de ensino e aprendizagem. O desenvolvimento do modelo mental, ou seja, estamos falando de algo abstrato de custosa compreensão, é trabalhoso ao estudante. Essa concepção descrita por

González (2005) pode ser relacionada ao entendimento do domínio base e domínio alvo que é proposto por Gentner (1983).

As analogias promovem uma aprendizagem menos mecânica, onde apenas se decoram fórmulas e métodos de resolução, são criadas pontes entre conhecimentos prévios e novos. Segundo González (2005, p.3):

> A estrutura mental que compreende a comparação e transferência de conhecimento do análogo para o tópico é chamada de analogia ou modelo analógico. Pode-se dizer que toda analogia implica um raciocínio analógico que permite a transferência conceitual entre o análogo e o tópico. Consequentemente, o aluno recebe um modelo mental adequado e essencial para o aprendizado subsequente (tradução nossa).

A analogia é vivenciada durante uma explicação de um conteúdo novo e o autor referencia o novo como tópico, enquanto o conceito conhecido do aluno é chamado analógico. Além de evidenciar que ambos analógicos e tópicos são conhecimentos diferentes que possuem similaridades, e essas similaridades são o que permitem a comparação (González, 2005).

A psicóloga cognitiva Dedre Gentner (1983) trabalha com o estudo de similaridades voltadas a área da educação, sendo cinco esferas de comparação detalhadas por ela: analogia, similaridade de mera aparência, similaridade literal, as anomalias e as metáforas. No estudo das Analogias, assim como nos quatro demais, alguns pontos precisam ser destacados para o entendimento das comparações, sendo eles os elementos, atributos de objetos e relações nos domínios de conhecimento e entre domínios, mantendo relações com ordens diferentes. Os domínios podem ser também representados por sistemas de conhecimento, onde o que já é familiar ao estudante configura-se como domínio base, já o que ainda é desconhecido é considerado como domínio alvo, onde queremos alcançar (Gentner, 1983).

Benigno González (2005) traz uma visão semelhante à de Gentner:

> O análogo é o ponto de partida da analogia. Representa o conhecimento que o aluno possui, conhecimento que será conectado – por comparação – com o que será aprendido. Sua estrutura é constituída pelos componentes e seus atributos e pelos vínculos e características desses elos. As características dos componentes são chamadas de características de superfície do análogo e as do nexo são chamadas de características estruturais (González, 2005. p.6)

O autor dá início a uma discussão que será aprofundada mais à frente no referencial teórico, quando for explanado sobre a discussão de Gentner (1983).

5 BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC é um documento de caráter normativo que determina habilidades e competências ditas essenciais no desenvolvimento escolar dos estudantes durante toda a Educação Básica. Dessa forma, ela orienta a formulação de currículos locais, sendo literalmente a Base para a Educação brasileira, orientando a Educação Pública e Privada na busca de garantir a construção de uma sociedade justa, humana e com responsabilidade sustentável (Brasil, 2018).

Durante toda a Educação Básica, é de suma importância que as aprendizagens essenciais realizadas estejam garantindo o desenvolvimento de dez competências gerais, que estimulam a construção de conhecimentos e formação de cidadãos críticos, assim como menciona a BNCC, dos quais citamos algumas competências:

> 1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
>
> 2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
>
> 4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
>
> 7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
>
> 8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

Posteriormente, ela é subdividida em áreas de conhecimento para o Ensino Fundamental e Médio, representando quatro grandes áreas: Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza e Ciências Humanas. A área de matemática é dividida em cinco unidades temáticas: Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade.

5.1 ABORDAGEM DA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR SOBRE O ESTUDO DE FUNÇÕES

Na BNCC, a abordagem de funções é feita de forma explícita na unidade temática de Álgebra, que tem como objetivo o desenvolvimento do pensamento algébrico buscando evidenciar a existência de padrões numéricos ou não, de conjuntos e suas relações, visto que a identificação, compreensão, representação e relações entre grandezas quantitativas que nos ajudam a moldar as leis matemáticas que explicam diversos contextos naturais ou não (Brasil, 2018). Dessa forma, a BNCC apresenta previamente a noção intuitiva de função que pode ser trabalhada nos anos iniciais do Ensino Fundamental, explorando a variação proporcional direta entre grandezas, usando do seguinte questionamento “Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco?” (Brasil, 2018, p.272).

Posteriormente para os anos finais do Ensino Fundamental, ela revela ser necessária estabelecer uma conexão entre variável e função e entre incógnita e equação. Não evidenciando claramente como fazer isso, surgindo o questionamento: como essa relação é feita de fato? segundo Walle (2009, p.288) “a fim de fazer generalizações é útil usar simbolismos. Desse modo, as generalizações e a compreensão de variáveis e do simbolismo são ambas desenvolvidas ao mesmo tempo”.

Consequentemente, são necessárias habilidades para alcançar essa conexão, dado que faz toda a diferença visto que o “modo como o indivíduo compreende e usa o sistema de símbolos e as respectivas regras” (Canavarro, 2007, p. 88). O conhecimento da simbologia matemática é primordial para alcançar as habilidades algébricas, como as apresentadas pela BNCC:

> **(EF07MA13)** Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. **(EF07MA15)** Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas. (Linguagem algébrica: variável e incógnita) (Brasil, 2018, p. 307)

Previamente o estudante precisa do entendimento sobre variáveis e incógnitas e o sistema simbólico usado na álgebra para compreender e identificar a existência de padronização nas sequências numéricas, ou de objetos. Por consequência, a forma de classificação de sequências depende do padrão encontrado, a repetição de alguma ideia a faz ser geral para a infinitude ou finitude da sequência, posto isto buscamos uma generalização que possa encontrar qualquer termo. A BNCC (Brasil, 2018) tem a habilidade (EF07MA14) para tratar de “Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura”.

As sequências recursivas são aquelas que dependem do termo anterior para gerar o termo posterior, como é o caso da famosa sequência de Fibonacci, expressa por: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, … , cada novo número é formado pela soma de dois antecessores, por exemplo, 89 é a soma de 55 mais 34 (Alves, 2015). Nesse tipo de sequência é passível da utilização de uma lei de formação, uma fórmula direta que generalize a relação entre os números.

As relações recursivas entre os números podem ser expressas de diversos modos, Walle (2009) menciona que:

> uma regra geral ou relação funcional como também a relação recursiva no padrão. Isso é quase sempre mais fácil com uma relação linear. Com padrões crescentes, também é importante que os estudantes comecem a perceber as conexões entre o padrão, a tabela de valores e os gráficos. (Walle, 2009, p. 302)

A BNCC intercala esse envolvimento com a inserção do estudo das grandezas e suas relações de medidas, de unidades, que representam uma sentença algébrica, usando das habilidades seguintes:

> **(EF07MA17)** Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas. (Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais);
> **(EF07MA29)** Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada. (Problemas envolvendo medições);
> **EF08MA12) I**dentificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.
> **(EF08MA13)** Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.(Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais) (Brasil, 2018, p.309).

Com o entendimento sobre simbologia e grandezas a BNCC progride para a compreensão das funções propriamente ditas, estas que são “relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utiliza esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis” (Brasil, 2018, p.317). No último ano do Ensino Fundamental, é vivenciado de fato o estudo sobre as funções, onde é associado mais uma vez com os conteúdos: grandezas e relações entre as grandezas, como bem afirmado na BNCC:

> **(EF09MA07)** Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica. (Razão entre grandezas de espécies diferentes)
> **(EF09MA08)** Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas. (Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais (Brasil, 2018, p.317).

As grandezas e as funções estão intimamente associadas, pois as funções matemáticas são usadas para descrever como uma grandeza varia em relação a outra. Uma grandeza, como tempo, distância, velocidade ou volume, pode ser representada por uma variável, e a função estabelece uma relação de dependência entre essas variáveis. Por exemplo, a velocidade é uma grandeza que pode ser definida como a razão entre a variação da distância e a variação do tempo, o que pode ser expresso por uma função, assim como foi visto por Bispo Nicolau de Oresme (1323-1387) em seus estudos.

Logo a BNCC exemplifica isso ao abordar o conceito de função associando grandezas, como na resolução de problemas envolvendo proporcionalidade direta e inversa que envolvem a análise de como a variação de uma grandeza afeta a outra. Funções permitem representar essas relações de forma gráfica, algébrica ou numérica, facilitando a análise de fenômenos no contexto sociocultural, ambiental e de outras áreas. Assim, funções são uma ferramenta essencial para estudar grandezas, já que descrevem quantitativamente como variáveis interagem e dependem umas das outras.

6 REFERENCIAL TEÓRICO E UNIDADE DE ANÁLISE

Para este capítulo, utilizaremos três recursos como nossas unidades de análise: Os Registros de Representação Semiótica para o Conceito de Função abordados por Durval (2011), Moretti e Thiel (2012), As Formas de Apresentação do Conceito de Função proposta por Santos e Barbosa (2017), assim como a Teoria do Mapeamento Estrutural de Analogias proposto do Gentner(1983), Gentner e Markman (1997) e Ferry (2016).

6.1 DIFERENTES REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA PARA O CONCEITO DE FUNÇÕES SEGUNDO DUVAL (2011)

Na Educação Básica são apresentadas algumas formas de representação para as funções e em muitas vezes se tornam tão algébricas que o estudante não consegue observar a ocorrência daquela mesma função escrita de uma outra forma, por exemplo em um gráfico, implicando em dificuldades na aprendizagem por não assimilarem a pluralidade existente entre os registros de representação. Dessa forma, buscamos explicar aqui sobre as maneiras de representar uma função por meio dos trabalhos de Duval (2011) e Moretti e Thiel (2012) sobre os registros de representação semiótica.

A semiótica é a ciência que busca estudar os signos e significados, Moretti e Thies (2012, p. 380) mencionam que :

> se semiose significa a produção ou a apreensão de uma representação semiótica, e noesis, a apreensão conceitual de um objeto, Duval (1995, p. 5) é enfático em afirmar que não existe noesis sem semiose, que dizer, sem o recurso de uma pluralidade ao menos potencial de sistemas semióticos, o que implica a coordenação pelo próprio sujeito.

As representações semióticas auxiliam no tratamento matemático orientando as diversas possibilidades de aprendizagem que podem ser adquiridas pelos estudantes, visto que ao utilizar um único registro de representação limitamos o conhecimento do estudante (Duval, 2011). Duval enfatiza a necessidade de conhecermos ao menos dois registros de representação semiótica para o determinado conhecimento.

Os registros podem ser realizados usando uma gama de sistemas, assim como menciona Duval (2011, p.15):

> Além dos sistemas de numeração, existem as figuras geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural, mesmo se ela é utilizada de outra maneira que não a da linguagem corrente.

Dessa forma, é importante que o estudante conheça ao menos dois desses diferentes tipos de registro, que simbolizam o mesmo conteúdo, seja função, seja outro em estudo. Posteriormente, Duval (2011) apresenta dois tipos de registros: plurifuncionais e monofuncionais e duas possíveis representações: discursivos e não discursivos, assim dispostos no quadro abaixo:

Quadro 1- Tipos de registros de representação semiótica

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	**REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA**
REGISTROS PLURIFUNCIONAIS (os tratamentos **não são algoritmizáveis**)	Célula 11 Língua natural: associações verbais (conceituais); descrição, definição, explicação; Raciocínio: argumento a partir de observações, de crenças….; dedução válida a partir de definição ou de teoremas	Célula 12 Figuras geométricas planas ou em perspectiva (configurações de formas nas dimensões 0,1,2,3); Apreensão operatória e não somente perceptiva; construção com instrumentos; modelização de estruturas físicas (ex. cristais, moléculas…)
REGISTROS MONOFUNCIONAIS (os tratamentos são principalmente **algoritmizáveis**)	Célula 21 Sistema de escrita: -Numéricas (binária, decimal, fracionária…); - Algébricas; - Simbólicas (línguas formais); Cálculo literal, algébrico, formal…	Célula 22 Gráficos cartesianos (visualização de variações) mudanças de sistemas de coordenadas; interpolação, extrapolação.

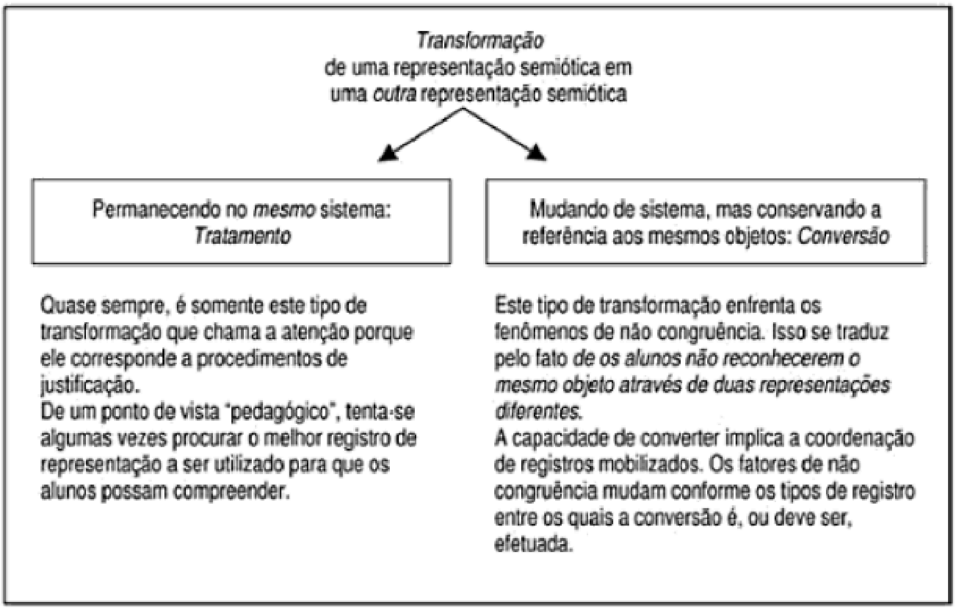
Fonte: Duval (2004, p.52 Apud Moretti e Thiel (2012, p.386))

Segundo Moretti e Thies (2012, p. 386) “cada uma dessas células pode conter outros subsistemas semióticos, e as operações entre eles, mesmo que se mantenham em uma mesma célula, podem ser consideradas como conversões”. O exemplo citado pelos autores é relacionado a célula 21 e os sistema numéricos, pois um sistema pode conter outros sistemas, como é o caso dos números reais que abrangem os números naturais, inteiros e racionais.

Na geometria são usadas transformações entre as células 11 e 12, passando de associações e explicações a figuras geométricas, na área da aritmética são usadas de transformações feitas entre 21 e 22, da escrita algébrica para a gráfica (Moretti e Thies, 2012). No estudo de funções podemos observar mudanças de representação entre as células 11 e 21,11 e 12, 21 e 22.

Abaixo Duval (2011) traz os conceitos de transformação e conversão que são utilizados nas representações semióticas:

Figura 1- Transformações de uma figura semiótica



Fonte : Duval (2011, p.16)

Duval (2011) ressalta a diferença entre tratamento e conversão. O tratamento é uma modificação realizada dentro do próprio registro, como a simplificação de uma equação, já a conversão é a modificação de um tipo de registro para outro, alterando a forma de apresentação deste registro. Moretti e Thies (2012) argumentam que a conversão é a operação que mais auxilia na aprendizagem matemática, não esquecendo do tratamento, mas a mudança de registro evidencia as operações entre os diferentes registros.

6.2 FORMAS DE APRESENTAÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇAO PROPOSTA POR SANTOS E BARBOSA (2017)

Seguindo a perspectiva de Duval (2011) os registros de representação mais usuais para as funções são: linguagem natural evidenciando as deduções, a representação figural ou geométrica, a algébrica e gráfica. As funções também podem ser comunicadas de outras maneiras sem necessariamente aparecer a ideia explicita de que é uma função, para estes casos existem formas de apresentação do conceito de função que são propostos por Santos e Barbosa (2017). Para este trabalho foram abordadas as formas de apresentação denominadas: generalização, metáfora da máquina, diagrama, tabela, gráfico e expressão algébrica.

6.2.1 Função como generalização

O pensamento algébrico e as relações funcionais incluem formar generalizações de acordo com experiências utilizando números e operações, em que se possa usar símbolos e um sistema adequado para construir padrões, estes que conceituam as funções (Walle, 2009). A comunicação do conceito de função por meio de generalização já é estabelecida desde os Anos Iniciais no processo de alfabetização, já que é feita uma associação entre números e suas operações (Walle, 2009).

Walle (2009, p.287) estabelece que "a estrutura de nosso sistema de numeração e os métodos que utilizamos para calcular podem ser generalizados. Essas generalizações se tornam ideias poderosas para fazer matemática". E ainda complementa que:

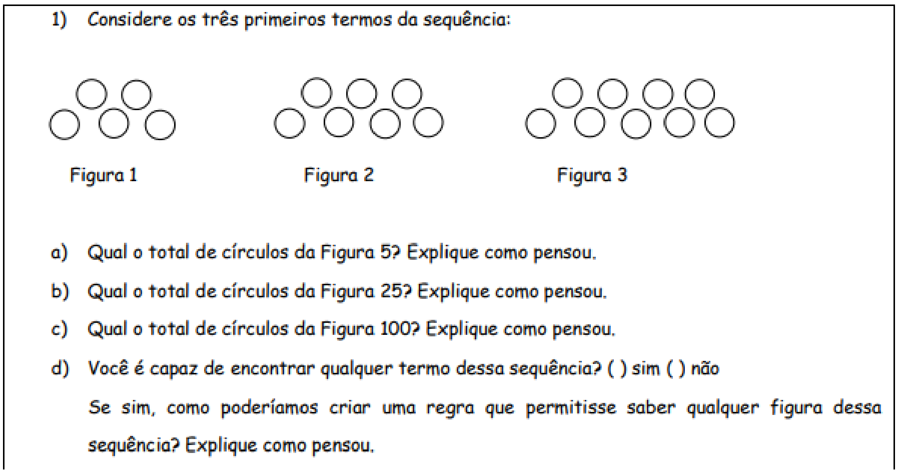
> O simbolismo, especialmente envolvendo equações e variáveis, é usado para expressar as generalizações aritméticas e a estrutura do sistema numérico. Por exemplo, a generalização de que (a + b) = (b + a) nos diz que 83 + 27 = 27 + 83 sem precisar calcular as somas em cada lado da igualdade.

> As variáveis são símbolos que tomam o lugar de números ou domínio de números. Eles são usados para representar quantidades que variam ou mudam (variáveis), valores desconhecidos específicos (incógnitas) e como parâmetros em expressões ou fórmulas generalizadas.
> Os padrões, uma ocorrência regular em toda matemática, podem ser reconhecidos, ampliados e generalizados.
> As funções são relações ou regras (leis) que associam exclusivamente os membros de um conjunto com os membros de outro conjunto.
> As relações funcionais podem ser representadas em contextos do mundo real, gráficos, equações simbólicas, tabelas e palavras. Cada representação fornece uma visão diferente da mesma relação. As representações diferentes servem a propósitos diferentes ao tornar a função útil (Walle, 2009, p.287-288).

É por meio dessas ideias intuitivas vivenciadas pelos padrões, ou seja, acontece de forma regular sempre da mesma forma, que podemos generalizar e torná-la uma lei, ou relação que envolve a presença de grandezas e variáveis. Dias (2019) expressa a diferença entre incógnita e variável, ambas usam de letras com intuitos diferentes. As incógnitas representam o valor desconhecido da álgebra de equações. Enquanto, as variáveis representam a relação entre dependência na álgebra funcional.

Boni et al (2014) traz um exemplo de generalização proposta por Redford (2006, apud Boni et al, 2014):

Figura 2- Proposta de generalização



Fonte: Radford (2006, apud Boni et al, 2014)

A figura um tem cinco bolas, na figura dois tem sete bolas, na figura três tem nove bolas, podemos observar que aumenta de dois em dois, esse é nosso padrão e a generalização seria propor a quantidade de bolas das próximas figuras. No caso da letra A, pode ser feito mentalmente calculando as figuras quatro e cinco. A Figura quatro conta com 11 bolas e a cinco com 13. Para ficar mais fácil de encontrar os valores das sucessivas alternativas é necessário criar uma regra que permita alcançar qualquer número da sequência. Dessa forma, pensaremos o seguinte: y= 5+x.2, considerando que para a figura um adotamos o 'zero' como valor para substituir o 'x', e assim por diante, para a figura dois adotamos o um. Consequentemente a figura 25 tem y= 5+24.2= 5+48=53 bolas, a figura 100 tem y= 5+99.2= 5+198=203 bolas.

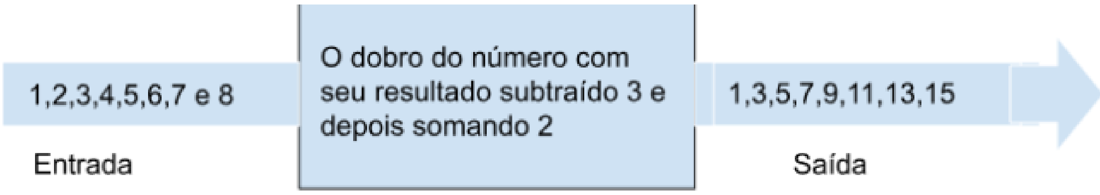
A generalização é uma forma de comunicar os registros mais comuns são a língua natural ou algébrica enquadrada na representação discursiva da célula 11 e 21 em razão de descrever um raciocínio, um padrão numérico ou não, e a escrita algébrica, utilizando de dedução com intermédio dos registros plurifuncionais e monofuncionais propostos por Duval no quadro 1.

6.2.2 Função na metáfora máquina de transformação

A transmissão do conceito de função pode ser realizada pela metáfora da "máquina de transformação" mencionada por Santos e Barbosa (2017), seria semelhante ao procedimento realizado em uma fábrica, a matéria prima sendo direcionada a uma máquina e transformada no produto. Com essa analogia podemos associar uma relação funcional com os processos, sendo a matéria prima os números do domínio (entrada), a máquina seria a regra (lei matemática) e o produto seria a imagem (saída). A metáfora além de uma figura de linguagem, pode ser usada como mecanismo de ensino para a comunicação do conceito de função e de outros tópicos como a aritmética.

Como exemplo temos a figura a seguir representando a 'máquina', os números propostos a passar pelo procedimento são naturais de 1 a 8, com a seguinte lei matemática também chamada de regra: o dobro do número subtraindo 3 e somando 2, resultando nos números ímpares de 1 a 15.

Figura 3- máquina de transformação



Fonte: elaborado pelos autores (2025)

A máquina transformação é uma forma intuitiva que pode ser usada principalmente nos anos iniciais já que está escrita não como uma função, mas como uma operação aritmética simples. Dessa forma, a noção de função e seu conceito está implícito no contexto, apresentando domínio, contradomínio, imagem e lei de formação.

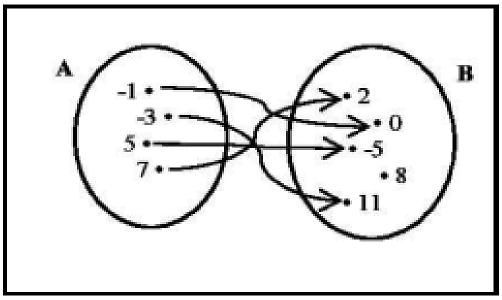
Esta forma de comunicação nos remete a linguagem natural proposta Duval (2004, 2011) já que a metáfora é um recurso de ensino não necessariamente matemático.

6.2.3 Representação de função em diagrama

Uma função pode ser representada de diversas maneiras, nisso podemos associar dois conjuntos numéricos, A e B, não vazios, por uma lei, de forma que cada elemento de A (domínio) possa ser ligado a um único elemento de B (contradomínio), assim por diante até que todos os elementos sejam interligados (Santos e Barbosa, 2017).

A figura 4 traz consigo a ideia acima mencionada, pois todos os elementos do conjunto A estão se conectando a um único elemento do conjunto B, simbolizando que temos de fato uma relação funcional acontecendo e que estamos tratando de um conjunto finito de números.

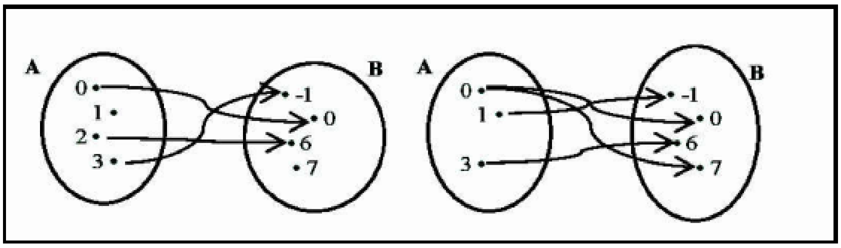
Figura 4- Diagrama de setas na relação funcional



Fonte: Santos e Barbosa (2017)

Já a figura 5 mostra a disparidade com a representação de função pelo diagrama, pois no diagrama a esquerda um dos elementos do domínio A não está sendo interligado com um elemento de B contrariando a associação dos conjuntos. O diagrama a direita liga todos os elementos do conjunto A, entretanto conecta duas vezes o primeiro elemento a outros elementos em B, por mais que não tenha sobrado elementos perde a unicidade do elemento, ele deveria ser conectado uma única vez.

Figura 5 Diagrama de setas na relação não funcional



Fonte: Santos e Barbosa (2017)

A figura 4 propõe uma função injetora, já que todos os elementos distintos de A estão ligados a elementos distintos de B. A figura 5, ao lado direito é uma função sobrejetora, visto que seu contradomínio é equivalente ao conjunto imagem. Já ao lado esquerdo não pode se classificar como nenhum tipo, em razão de faltar a ligação ao elemento número 1 do domínio.

A relação entre elementos dos conjuntos que representamos pelo diagrama, adequa-se como apreensão operatória e não somente perceptiva, sendo representação não discursiva da célula 12, um registro plurifuncional. Já que usamos a construção como instrumento da relação.

6.2.4 Representação de função em tabela

Segundo Santos e Barbosa (2017) umas das formas de apresentar o conceito de função é por meio do uso de tabelas, estas “que organiza(m) os dados de uma relação funcional em linhas ou colunas, de forma que os dados de entrada e os seus correspondentes dados de saída estejam na mesma coluna ou linha” (Santos e Barbosa, 2017, p.29).

Exemplos simples que demonstram variações de quantidades podem se encaixar na perspectiva das tabelas. Um exemplo citado por Santos e Barbosa (2017) é uma relação funcional realidade na compra de DVD’s, pois um DVD teria o valor fixo de R$ 9,50, e qualquer outra quantidade variaria em prol do valor fixo multiplicado pela quantidade desejada. Dessa forma, a comunicação por meio da tabela pode ser vivenciada em diversos momentos de escolarização, não obrigatoriamente relacionado ao conteúdo de funções.

Quadro 2- Tabela de preços

Quantidade de DVD’s (n)	Preço (p)
1	R$9,50
2	R$19
3	R$28,5
4	R$38
5	R$47,5

Fonte: Elaborado pelos autores (2025)

A tabela é uma forma organizada de generalização, visto que tomamos como base o valor fixo e por meio dela temos uma noção de como serão os sucessivos números, assim podemos organizá-los de acordo com sua grandeza em colunas e linhas.

Relacionado aos estudos de Duval e do quadro 1, a tabela corresponde a uma representação semiótica discursiva com registros monofuncionais, onde o sistema de escrita é simbólico e pode observar que a sua construção é feita com base em um raciocínio lógico- argumentativo.

6.2.5 Função como expressão algébrica

A expressão algébrica é uma das formas de evidenciar as relações funcionais entre variáveis, usando da simbologia matemática, com fatores de dependência e independência escritos com lei matemática (Santos e Barbosa, 2017).

Santos e Barbosa (2017) mencionam que com esse registro de representação:

> é possível identificar, e assim definir, tipos específicos de relações funcionais, tais como a função constante, a afim, a quadrática, a exponencial, a logarítmica e as trigonométricas. Por exemplo, podemos definir uma função quadrática como toda função f : R → R , tal que ( ) , 0 2 f x = ax + bx + c a ≠ (Santos; Barbosa, 2017, p. 32-33)

Essa é a forma mais comum de comunicar o conceito de função aos estudantes por se tratar de uma estrutura algébrica com variáveis vistas ao longo dos anos finais do Ensino Fundamental. Uma forma de exemplificar a utilização de tal expressão é por meio de questões como essa proposta pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica - Saeb:

SAEB- A expressão representa a compra de camisetas feita por uma loja na qual obteve R$100,00 de desconto:

c=15a+10b+18c+12d-100

Os preços das quatro marcas de camisetas são dados na tabela a seguir, então o valor dessa compra com o desconto foi de:

Quadro 3- Tabela de preços das camisas

CAMISETA	PREÇO
a	R$ 5,00
b	R$ 8,00
c	R$ 12,00
d	R$ 20,00

Fonte: Elaborado pelos autores (2025)

(A) R$ 511,00

(B) R$ 611,00

(C) R$ 621,00

(D) R$ 711,00

Para a resolução utilizaremos os dados da tabela e substituiremos cada respectiva letra por seu valor:

$$c= 15.5 +10.8 +18.12 +12.20 -100$$

$$c= 75 +80 +216 +240 -100$$

$$c= 511 \text{ reais}$$

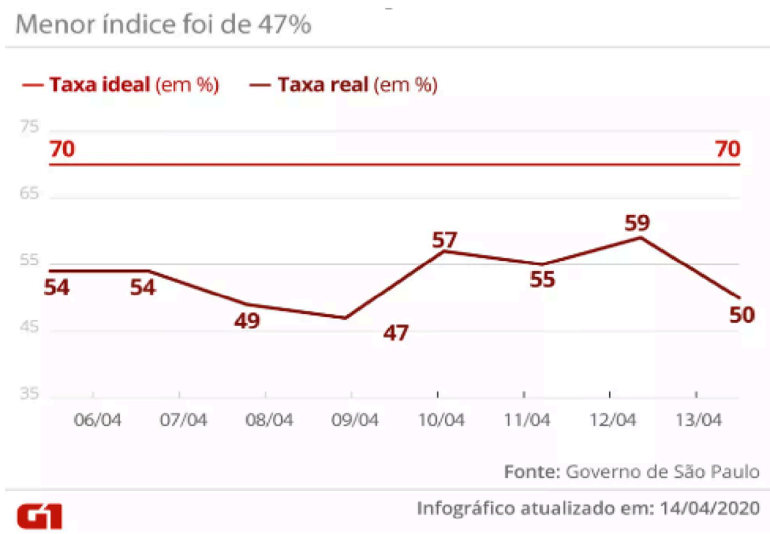
A expressão algébrica é uma representação que se detém de sistemas de escritas algébricas, composta pela célula 21, assim como a tabela e a máquina transformação, dado que é um registro monofuncional discursivo, como podemos observar no quadro 1.

6.2.6 Representação de função em gráfico

O conceito de função pode ser abordado de forma gráfica onde fica implícita a existência de uma relação funcional, visto que os gráficos são usados para análise de dados inicialmente tabulados e dispostos para uma melhor visualização no gráfico. Segundo Santos e Barbosa (2017, p.34) “um gráfico consiste em apresentar no plano cartesiano o subconjunto de pontos (x, y), em que x pertence ao domínio da função f e y é a imagem de x por f, ou seja, y = f (x), sendo geralmente visualizado como uma linha no plano”.

Existem vários exemplos de como dispor a organização do gráfico, podemos usá-lo para representar equações e funções, assim como pode usá-lo na apresentação de notícias e dados estatísticos como apresentamos no abaixo:

Figura 6- Gráfico da variação do isolamento social na semana em São Paulo



Fonte: Arte/ G1 (2020)

Os gráficos estão dispostos na célula 22 do quadro 1, aventado por Duval (2011), com representação não discursiva onde o tratamento é algoritmizável por meio de registros monofuncionais.

6.3 TEORIA DO MAPEAMENTO ESTRUTURAL DE ANALOGIAS DE GENTNER (1983), GENTNER E MARKMAN (1997) E FERRY (2016)

Fundamentamos esta parte do estudo nos trabalhos de Gentner e em suas pesquisas desenvolvidas posteriormente em parceria com o professor e cientista Markman, cujas contribuições foram essenciais para o aprimoramento do mapeamento estrutural das analogias e similaridades. A partir dessas bases teóricas, a Tese de Doutorado de Alexandre Ferry avança nesse campo, propondo um novo modelo de mapeamento. Assim, tomamos como referência esses autores para estruturar o arcabouço teórico que sustentará nossas análises ao longo deste capítulo.

6.3.1 As cinco esferas de comparação

A autora Dedre Gentner usa da psicologia cognitiva voltada ao campo educacional e aos processos de ensino e aprendizagem, remetendo como ideia central o uso da analogia, ou seja, a comparação realizada entre meios diferentes representa uma estrutura relacional que busca estabelecer relações de semelhança entre os meios para que estes se tornem ambos familiares.

Propondo assim, a realização de um mapeamento de similaridades, isto é, de semelhanças, estudando cinco esperas de comparação: analogia, similaridade de mera aparência, similaridade literal, as anomalias e as metáforas. Gentner (1983) expõe que a analogia acontece quando apresentamos domínios e situações que cognitivamente são espremidos como sistemas de objetos, atributos de objetos e relações entre objetos. A autora explica que atributos de objetos e relacionamentos são ambos predicados com diferenças em suas estruturas, pois "atributos são predicados que recebem um argumento e relações são predicados que recebem dois ou mais argumentos"(Gentner, 1983, p.157, tradução nossa).

Dessa forma, Gentner (1983) nos faz interpretar que as analogias são comparações entre domínios, conhecidos por domínio base (DB) e domínio alvo (DA). O DB representa conhecimentos que já possuímos, enquanto o DA representa o quer queremos conhecer, assim estabelecendo conexões entre saberes prévios e novos. Cada domínio constitui um sistema de conhecimentos, dispondo de seus objetos (elementos), atributos dos objetos e relações entre os atributos e/ou os objetos. Os atributos de objeto são características ou propriedades presentes em um objeto dentro do domínio/sistema, dessa forma podemos usar de exemplo, o sistema solar como o domínio/sistema e seus objetos ou elementos são os planetas, e seus atributos são tamanho, massa, composição, temperatura, características que os definem.

Segundo Dedre Gentner (1983) o tipo sintático do predicado mapeado ou não, pode determinar se uma comparação é uma analogia ou uma semelhança literal ou simplesmente uma abstração. "Em uma comparação de similaridade literal, todos ou a maioria dos predicados mostrados seriam mapeados" (Gentner, 1983, p.159, tradução nossa), sendo assim observamos que a comparação é o contrário da similaridade literal, pois usa de poucos ou nenhum atributo de objeto, mapeado entre os domínios.

A similaridade literal é uma comparação direta entre dois elementos que compartilham características óbvias, de fácil associação, por exemplo, um gato é semelhante a um tigre, devido aos dois serem felinos, ter garras e pelos. A similaridade de mera aparência refere-se a uma comparação de características superficiais e perceptíveis dos objetos, como, 'um limão é como uma bola de tênis', logicamente que são objetos totalmente diferentes, possuindo apenas o superficial semelhante, ambos amarelos e redondos.

A anomalia é evidenciada por Ferry (2016, p.52), onde ele busca mencionar que é uma comparação "na qual o mapeamento das similaridades entre os dois domínios comparados não encontra correspondências, nem entre atributos dos elementos, nem, tampouco, entre as relações que os elementos exibem em cada domínio", como podemos observar no quadro elaborado pelo autor.

Figura 7- Mapeamentos dos diferentes tipos de comparações nos domínios

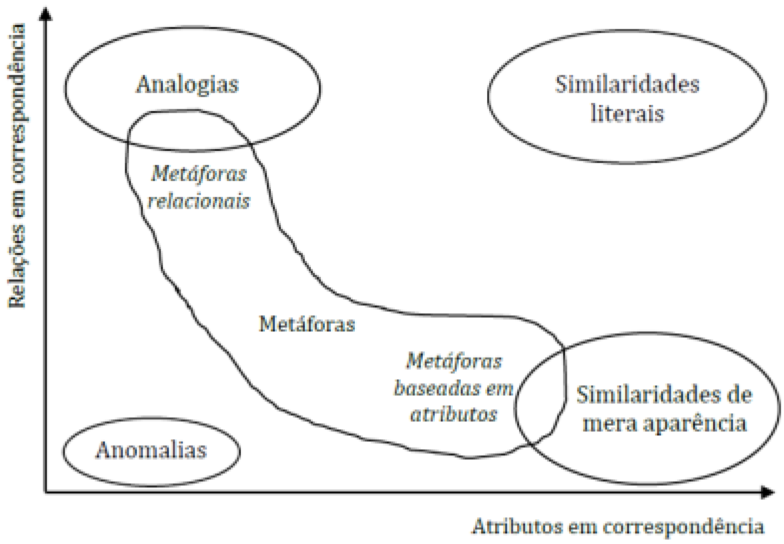
Tipo de comparação	Atributos de elementos mapeados do DB para o DA	Relações mapeadas do DB para o DA	Exemplo
Similaridade literal	Muitos	Muitas	*O sistema solar K5 é como o nosso sistema solar.*
Analogia	Poucos	Muitas	*O átomo de Bohr é como o nosso sistema solar.*
Anomalia	Poucos ou nenhum	Poucas ou nenhuma	*O buraco negro no centro da Via Láctea é como um ponto escuro em um pedaço de papel.*
Similaridade de mera aparência (*)	Muitos	Poucas	*O átomo de Dalton é como uma bola de sinuca.*

(*) Gentner (1983) não distingue a similaridade de mera aparência de outros tipos de comparação por meio de uma tabela, embora a caracterize de forma clara no seu artigo.

Fonte: Ferry (2016, p.52)

O exemplo utilizado para o entendimento das anomalias é de fato pertinente, sendo uma comparação totalmente inválida e sem cabimento, pois não a semelhança alguma entre um buraco negro no espaço e um pigmento escuro reproduzido em um pedaço de papel, nem podemos encontrar relações entre os domínios (Ferry, 2016). O autor aborda outros exemplos para cada esfera de comparação. Na similaridade literal, tanto os atributos quanto as relações são vistos em quantidade, porque é uma comparação de domínios muito próximos, onde Dedre Gentner compara nosso sistema solar a um sistema que ela intitula 'k5', nos fazendo pensar que são muito semelhantes.

Gentner e Markman (1997) efetuam a progressão desenvolvida inicialmente por Gentner (1983) da abordagem das quatro similaridades e adicionando a metáfora como uma comparação. O gráfico a seguir mostra um “espaço de similaridades” onde podemos notar a apresentação de dois eixos, com a mesma proposta do quadro x de Ferry, exibindo o grau de similaridade entre relações em correspondência versus o grau de similaridade de atributos em correspondência.



fonte: Gentner & Markman (1997, p. 48)

Como exposto acima, as analogias têm muita similaridade relacional e pouca similaridade de atributos, ou seja, é muito mais proveitoso para a analogia que a sua funcionalidade seja semelhante entre os domínios do que suas características superficiais ou descrições. Vejam que as similaridades de mera aparência são opostas as analogias, de acordo com a figura, pois tem muita semelhança de atributo e baixo em semelhança de relação, os autores Gentner e Markman (1997) aduzem um exemplo neste caso, a comparação de um planeta a uma bola redonda, onde obviamente só tem uma característica física semelhante, de mera aparência.

As similaridades literais são compostas tanto pelo alto nível de relações quanto de atributos, simbolizando dois domínios praticamente idênticos, a divergência é mínima. Novamente em contrapartida temos as anomalias, que são basicamente o vértice dos eixos, visto que são baixos tanto em relações como em atributos, assim não representam comparações válidas. Consequentemente, as similaridades literais são opostas às anomalias.

As metáforas entre analogias e similaridades de mera aparência, podendo ter comparações relacionais, como "dois amantes como bússolas gêmeas" (Gentner; Markman,1997, p. 48, tradução nossa) como metáforas com semelhança de atributos, como “uma lua como uma moeda de prata" (Gentner; Markman,1997, p. 48, tradução nossa).

Nagem e Oliveira (2004) elucidam a diferença entre analogia e metáfora, em razão de serem dois tipos de comparações que podem gerar confusão em sua diferenciação. A analogia condiz a uma comparação entre elementos de forma explícita, “ por exemplo: Maria é bonita como uma flor. A característica expressa é a beleza de Maria que é comparada com a flor” (Nagem; Oliveira, 2004, p.18). Já a metáfora carrega consigo a condição de comparação implícita entre dois elementos, “por exemplo: Maria é uma flor” (Nagem; Oliveira, 2004, p.18), obviamente que Maria não é uma flor, entretanto Maria tem traços, características, qualidades equiparadas a uma flor.

Com isso, entendemos como podemos identificar as analogias, assim buscamos ressaltar também os demais tipos de comparação que podem surgir e suas diferenças com a ideia principal deste trabalho.

6.3.2 Restrições presentes no mapeamento estrutural

As restrições no alinhamento estrutural são apresentadas por Gentner e Markman (1997), totalizando três. A primeira restrição é a consistência estrutural, basicamente ela informa que a uma conexão entre os domínios para que ocorra a comparação, posto isso cada elemento, atributo ou relação do DB busca uma correspondência a seu semelhante no DA. Tendo uma conectividade paralela um-para-um, como ocorre nas funções bijetoras onde seu domínio e contradomínio apresentam conexão de um elemento em cada conjunto.

A segunda restrição é explicada por Ferry (2016, p.56):

> Uma comparação seja considerada uma analogia é o foco relacional. Em outras palavras, as analogias diferem de outras formas de comparação em virtude do foco que nelas se estabelece entre relações supostamente existentes entre os elementos do DB e outras postuladas para os elementos do DA.

A terceira restrição é a sistematicidade é a prioridade dada ao sistema de relações conectadas e organizadas, ao invés de identificar semelhanças superficiais, buscando relações de ordem superior, governando outras relações (Gentner; Markman, 1997; Ferry, 2016). Quanto mais estruturadas e interconectadas forem as relações entre os elementos comparados, mais forte será a analogia.

6.3.3 Mapeamento estrutural

A autora Gentner (1983) recomenda que o mapeamento siga uma estrutura para melhor entendimento, ele denomina de regras, onde " a analogia **A T** é como um **B**. Define um mapeamento de **B** para **T**, **T** é alvo e **B** a base"(Gentner, 1983, p.157, tradução nossa).

Dessa maneira, a primeira regra é atributos de objetos:

$$A(\ b_j)] \rightarrow [\ A(t_j)$$

Onde o **A** é o atributo, ou seja, a característica do elemento, $\mathbf{b}_j$ algum dos elementos presentes no DB, $\mathbf{t}_j$ é elemento presente no DA.

A segunda regra é sobre as relações de primeira ordem:

$$R(\ b_j, b_i\ )] \rightarrow [\ R(t_j,\ t_i,)$$

É a correspondência entre dois ou mais elementos ou atributos de cada domínio, a partir de dois ou mais elementos conectados, deixamos de ter um atributo e partimos a ter uma relação. Os elementos b_j e b_i pertencem ao DB e t_j e t_i pertencem ao DA, assim representamos uma relação de primeira ordem.

A terceira e última regra é de relações de relações:

$$R'(\ R1(b_j,b_i\ ),R2(b_k,b_l\ )\ ]\rightarrow [\ R'(\ R1(t_j,t_i\ ),R2(t_k,t_l\ )$$

R' é uma relação de relações mais simples de primeira e segunda ordem, tornando-se uma relação mais complexa.

Com base em Ferry (2016) para representar as correspondências entre o DB e DA:

- entre os elementos usamos a letra **E com números (En)**;
- entre os atributos de objetos por **A e números (An)**;

- entre relações de relações de ordem inferior usamos **r e números (rn);**
- entre relações de ordem superior, usamos **R e números (Rn)**;

Segundo Ferry (2016) o código r1(E2,E1) representa uma relação de correspondência de primeira ordem entre dois elementos mapeados nos dois domínios, DB e DA. O código r2(A2,A1) representa uma relação de correspondência entre dois atributos de objetos dos domínios. O código R3(r1,r2) representa uma relação de segunda ordem entre duas outras relações.

O quadro abaixo desenvolvido por Ferry (2016) traz a proposta de correspondências usando de uma seta bidirecional, tanto vai como vem dos dois domínios, sendo usada como base de mapeamento em nossa análise .

Figura 8- Quadro de símbolos usados na correspondência entre domínios

DOMÍNIO BASE	CORRESPONDÊNCIAS	DOMÍNIO ALVO
Elemento análogo	$\xleftrightarrow{E_n}$	**Elemento alvo**
Um dos elementos que compõem o DB	*Correspondências entre elementos **(E)***	Um dos elementos que compõem o DA
Atributo do elemento análogo	$\xleftrightarrow{A_n}$	**Atributo do elemento alvo**
Predicados de um elemento do DB baseados em uma única característica	*Correspondências entre atributos **(A)***	Predicados de um elemento do DA baseados em uma única característica
Relações de 1ª ordem	$\xleftrightarrow{r_n}$	**Relações de 1ª ordem**
Relações entre dois ou mais elementos do DB ou entre suas características ou atributos	*Correspondências entre relações de menor complexidade **(r)***	Relações entre dois ou mais elementos do DA ou entre suas características ou atributos
Relações de segunda ordem ou de ordem superior	$\xleftrightarrow{R_n}$	**Relações de segunda ordem ou de ordem superior**
Relações estabelecidas entre relações previamente postuladas entre elementos do DB	*Correspondências entre relações de maior complexidade **(R)***	Relações estabelecidas entre relações previamente postuladas entre elementos do DA
Atributo ou relação do DB	$\longleftarrow\!\times\!\longrightarrow$	**Atributo ou relação do DA**
Característica ou relação presente no DB que não se aplica ou que não pode ser transferida para o alvo	*Limitação da comparação; diferença alinhável*	Característica ou relação presente no DA que é diferente da base

Fonte: Ferry (2016)

Por meio deste quadro será realizada os mapeamentos estruturais de nossa pesquisa, além do uso de outros conceitos empregados as analogias. Assim como os registros de representação semióticos.

7 METODOLOGIA E CONTEXTO DE PESQUISA

De acordo com Oliveira (2011) a metodologia de uma pesquisa é o “processo no qual se aplicam diferentes métodos, técnicas e materiais, tanto laboratoriais como instrumentos e equipamentos para coleta de dados de campo” (Oliveira, 2011, p.41). Nesta seção, apresentamos como foi organizado os procedimentos para a obtenção dos dados necessários à pesquisa. Desse modo, este trabalho refere-se a um estudo de natureza qualitativa e documental.

A análise qualitativa, de acordo com Gil (2002) é um tipo de pesquisa de caráter mais informal, requerendo uma quantidade maior de passos na coleta de dados, em consequência do detalhamento que a pesquisa exige com a necessidade de um referencial teórico para o conteúdo em análise, havendo exigência de textos narrativos baseados no referencial teórico que validem as ideias apresentadas durante a pesquisa.

Na pesquisa qualitativa, segundo Goldenberg:

> Os dados qualitativos consistem em descrições detalhadas de situações [...] Estes dados não são padronizáveis como os dados quantitativos, obrigando o pesquisador a ter flexibilidade e criatividade no momento e coletá-los e analisá-los. (Goldenberg, 2011, p.53)

Gil (2002) também traz uma abordagem sobre a pesquisa documental que usa materiais que ainda não receberam um tratamento (uma análise de acordo com algum critério) ou já receberam algum tratamento, mas que de acordo com a necessidade dos objetos da pesquisa podem ser reelaborados. Assim, análise documental que “é realizada com documentos originais escritos” (Helder, 2006, p.1).

Para esta pesquisa buscamos os livros didáticos por meio do Programa Nacional do Livro e do Material Didático- PNLD que é uma política pública executada pelo FNDE – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação e pelo MEC – Ministério de Educação, que realiza a distribuição gratuita de livros didáticos, paradidáticos e outros materiais pedagógicos para a rede pública de ensino. Os LD têm uma duração de 4 anos, sendo que a coleção distribuída em 2024 tem duração até 2027.

No guia digital do PNLD 2024 é evidenciado que a escolha dos livros didáticos levou em consideração o contexto social atual 'pós pandêmico' e foram avaliadas as possíveis lacunas existentes na aprendizagem dos estudantes, e como esses livros podem promover um estímulo maior aos estudantes. O PNLD 2024 aprovou um total de 13 coleções didáticas como opções para as escolas, como segue sendo apresentada pelo quadro abaixo:

Figura 9- Livros selecionados pelo PNLD 2024

CÓDIGO DAS COLEÇÕES	**COLEÇÃO**	**EDITORA**
0020 P24 01 00 020 020	Araribá Conecta – Matemática	Editora Moderna Ltda
0021 P24 01 00 020 020	Desafios Da Matemática Com Ênio Silveira	Editora Moderna Ltda
0022 P24 01 00 020 020	Matemática – Bianchini	Editora Moderna Ltda
0023 P24 01 00 020 020	Superação! Matemática	Editora Moderna Ltda
0043 P24 01 00 020 020	Jornadas: Novos Caminhos – Matemática	Saraiva Educação S.A.
0044 P24 01 00 020 020	Matemática E Realidade	Saraiva Educação S.A.
0055 P24 01 00 020 020	Teláris Essencial: Matemática	Editora Atica S/A
0065 P24 01 00 020 020	Conexões & Vivências Matemática	Editora Do Brasil S/A
0066 P24 01 00 020 020	Amplitude Matemática	Editora Do Brasil S/A
0079 P24 01 00 020 020	A Conquista Matemática	Editora Ftd S.A.
0102 P24 01 00 020 020	Geração Alpha Matemática	Edições Sm Ltda
0106 P24 01 00 020 020	Matemática Nos Dias De Hoje	Editora Sei Ltda
0113 P24 01 00 020 020	Coleção Matemática Em Cena	Editora Wisdom Ltda

Fonte: Guia digital PNLD 2024

A seleção da coleção de livros didáticos usados nesta pesquisa foi realizada frisando alguns critérios, primeiro serem livros usados no ano de 2025 aprovados pela PNLD de 2024, e dispostos no SIMAD[2]- Sistema de Material Didático, para distribuição de livros didáticos para a rede municipal da cidade de Lajedo localizado no agreste de Pernambuco. Segundo, foram encontradas 38 entidades educacionais na rede municipal, onde destas apenas 14 são de ensino fundamental II – anos finais, as demais ficam entre creche, ensino infantil e anos iniciais. Todas as 14 entidades adotam o mesmo material didático, sendo para os anos finais do ensino fundamental a coleção de livros Superação Matemática, enquanto nos anos iniciais do ensino fundamental é a coleção de livros A conquista Matemática.

Neste caso foi feita uma análise da coleção de livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental, onde foi visto tanto as diferentes representações semióticas adotadas pelos livros na transmissão do conteúdo de função, assim como as analogias e comparações trazidas para elucidar as funções, ressaltando que ambas as teorias podem aparecer vinculas ou separadamente. Dessa forma, para a análise e discussão dos resultados que encontramos no LD, usamos dos seguintes passos:

1) Realizamos uma leitura nos livros da coleção, com o intuito de identificar as representações semióticas e as analogias usadas ao decorrer dos conteúdos relacionados ao conceito de função.
2) Ao identificar os trechos onde estavam presentes os registros e as analogias ou os outros tipos de comparação, foram registradas as páginas dos LD, os conteúdos, imagens, descrevemos assim o que foi selecionado.
3) Depois de selecionados os trechos, partimos para as análises que ocorreram de acordo com o referencial teórico, dividindo assim, em dois momentos:
4) Momento A, onde foi tratado sobre a Teoria de Durval (2011) juntamente com as representações propostas por santos e Barbosa (2017), evidenciando assim como os conceitos foram abordados.
5) Momento B, onde foram identificadas comparações no entendimento do conceito de função por meio do mapeamento de similaridades, como

[2] sistema de material didático: https://www.gov.br/fnde/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/programas/programas-do-livro/pnld/materiais-digitais/arquivos/ManualAcessoaoSistemadeDistribuiodosLivrosSIMAD.pdf

analogias, similaridades de mera aparência, similaridade literal, metáfora e anomalia, proposto por Dedre Gentner (1983).

6) posteriormente identificação do que se refere ao domínio base e domínio alvo, de cada comparação.
7) por meio do mapeamento estrutural de Ferry (2016) estabelecer as relações entre os domínios .

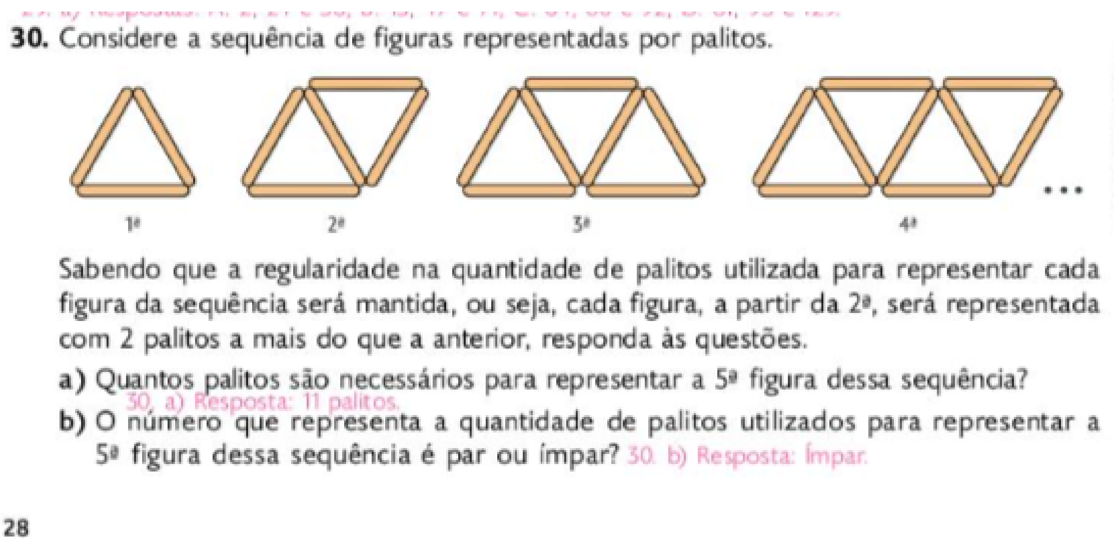
8 ANÁLISE DA COLEÇÃO DE LIVROS

Nesta seção realizamos a análise da coleção de livros Superação Matemática. Com o intuito de alcançar os objetivos iniciais, logo buscamos observar como são realizadas as abordagens do conceito de função em ambas as séries, do 6° ano ao 9° ano de ensino fundamental, com a convicção de que as abordagens propostas pelos livros didáticos tendem a ser mais mecânicas e sem contextualizações mais elaboradas, que seriam necessárias para o estudo das analogias. Para as representações semióticas é mais persceptível sua presença na composição dos conteúdos.

8.1 LIVRO DO 6° ANO

Inicialmente observamos o capítulo 1 sobre sistemas de numeração, notamos uma atividade que lida com a ideia de sequência numérica, como disposto na imagem abaixo:

Figura 10- Questão 30 – sistema de numeração



30. Considere a sequência de figuras representadas por palitos.

Sabendo que a regularidade na quantidade de palitos utilizada para representar cada figura da sequência será mantida, ou seja, cada figura, a partir da 2ª, será representada com 2 palitos a mais do que a anterior, responda às questões.

a) Quantos palitos são necessários para representar a 5ª figura dessa sequência? 30. a) Resposta: 11 palitos.

b) O número que representa a quantidade de palitos utilizados para representar a 5ª figura dessa sequência é par ou ímpar? 30. b) Resposta: Ímpar.

28

Fonte: Livro Superação Matemática, 6°ano (2024, p.28)

No 6° ano do Ensino Fundamental, ainda não é trabalhado o conteúdo de funções, por isso encontramos apenas esta questão da figura 10 que expõe uma sequência de figuras feitas de palitos. Devido a isso, não é vivenciada nenhuma habilidade da BNCC relacionada ao conteúdo de funções, iniciando apenas no 7° ano. Neste caso observamos a presença da habilidade EF06MA01 referente a ordenação de números naturais fazendo uso da reta numérica, visando o entendimento da ordem crescente e decrescente.

De acordo com o quadro 1, elaborado por Duval (2004,2011) podemos classificar esta atividade como, registro plurifuncional com representação discursiva, com célula 11 e 12, em virtude da necessidade de um raciocínio explicativo e dedutivo para a definição de uma lei de formação que encaixe a cada termo do padrão apresentado e também por possuir uma representação figural de uma sequência. Na questão, observamos a forma de representação do conceito de função pela ideia da generalização, como contemplado no livro de Walle (2009), nos ajudando a construir e identificar os padrões existentes no sistema proposto.

Considerando a questão 30, o próprio enunciado já esclarece alguns fatos, cada número da sequência é sempre acrescido de duas unidades, sendo um padrão, o primeiro termo é três, o segundo é a soma do primeiro com duas unidades, sendo o total de cinco, o terceiro pela lógica será sete e assim sucessivamente. Logo, é simples manter a sucessão de números.

A sequência seria:

$$T:\ 3, 5, 7, 11, 13, 15, \ldots$$

É a sequência de números ímpares a partir do número três, transformando em uma função temos que: $T(n) \ = \ 2n \ + \ 1$.

Nesta questão, o livro não traz abordagem analógica, que nos faça observar a comparação, é apenas apresentada a sequência.

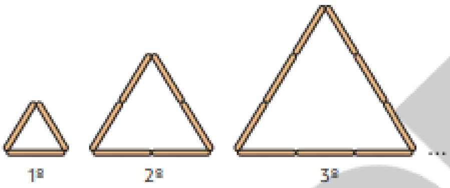
8.2 LIVRO DO 7° ANO

Ao 7° ano são contempladas algumas habilidades dispostas na BNCC: (EF07MA13), (EF07MA14) (EF07MA15) relacionadas ao início de uso de simbologia, e as sequências.

O conceito de função começa a ser abordado na unidade 6, onde é trabalhado o cálculo numérico, iniciando com as expressões algébricas identificamos algumas questões associadas ao conceito de função, dispostos nas imagens abaixo:

Figura 11- Questão 2- expressão algébrica

2. Os triângulos que formam a sequência a seguir foram representados com palitos. A cada novo triângulo foi acrescentado 1 palito em cada lado do triângulo anterior.



a) Com base na imagem, determine a quantidade de palitos utilizados para representar o 4º e o 5º triângulos dessa sequência. 2. a) Resposta: 12 e 15 palitos, respectivamente.

b) Escreva uma expressão algébrica que expresse a quantidade de palitos necessários para representar um triângulo em uma posição qualquer da sequência. Para isso, denomine p o número natural que representa a posição do triângulo. 2. b) Resposta: $3p$.

c) Efetue os cálculos e descubra quantos palitos são necessários para representar o:

- 9º triângulo.
- 21º triângulo.

2. c) Respostas: 27 palitos; 63 palitos.

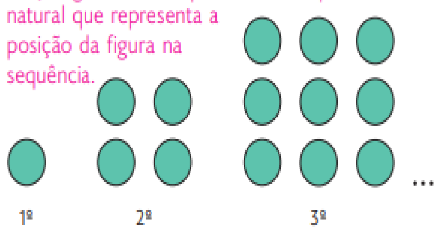
122

Fonte: Livro Superação Matemática , 7° ano (2024, p. 122)

Figura 12- Questão 6- expressão algébrica

6. Junte-se a um colega e analisem a quantidade de círculos em cada posição da sequência.

6. a) Sugestão de resposta: n^2, em que n é o número natural que representa a posição da figura na sequência.



HELOISA PINTARELLI/ ARQUIVO DA EDITORA

a) Escreva uma expressão algébrica que possibilite determinar a quantidade de círculos em uma posição qualquer dessa sequência.

b) Quantos círculos há na 35ª posição dessa sequência? E na 52ª posição?

6. b) Sugestão de respostas: 1225 círculos; 2704 círculos.

Fonte: Livro Superação Matemática , 7° ano (2024, p. 122)

As questões 2 e 6, ambas evidenciam o uso de generalização como foi mencionado na questão do livro anterior. Dessa forma, seguimos com o mesmo raciocínio da questão 30, na teoria de Duval (2004,2011), as duas atividades partem dos registros plurifuncional perpassando ao registro monofuncional, das células 11, 12 e 21 presentes no quadro 1. Nestas questões diferentemente da questão 30 é de fato pedido a lei de formação, ou seja, a expressão algébrica que estabelece os termos da sequência.

Na alternativa b, na imagem 12, exige a posição 35° e 52° da sequência, aqui temos a mesma ideia de representação do conceito por meio da generalização descrita por Walle (2009), temos um sistema adequado para construir os padrões necessários e identificar os termos das respectivas posições.

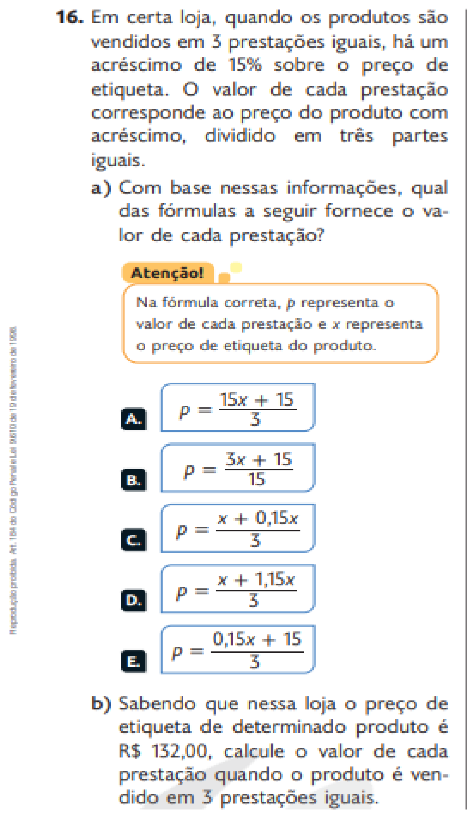
Com relação as analogias, não encontramos uso de comparações nessas questões já que se comportam igualmente a figura 10.

Posteriormente na unidade 6, temos o capítulo de fórmulas onde percebemos a presença das funções nas questões 16,17 e 19 da página 127.

Na questão 16, o próprio enunciado já nos remete a ideia de função, pois a prestação está em função do valor da etiqueta acrescido dos 15% da etiqueta, pedindo a interpretação dos dados fornecidos para obter a lei de formação. De acordo com Duval (2004,2011) temos um registro monofuncional discursivo, onde os dados são algoritmizáveis, temos um cálculo algébrico possuindo símbolos e variáveis. A expressão algébrica segundo Santos e Barbosa (2017) expressa as relações funcionais existentes entre variáveis, evidenciando os fatores.

Em seu enunciado é feita uma contextualização, entretanto ela não traz nenhum tipo de similaridade. Como visto anteriormente, as analogias e outras similaridades tendem a ter saberes prévios e novos para poder acontecer, como exposto por Gentner (1983), neste caso, no entanto não notamos isso.

Figura 13- Questão 16 -fórmula



16. Em certa loja, quando os produtos são vendidos em 3 prestações iguais, há um acréscimo de 15% sobre o preço de etiqueta. O valor de cada prestação corresponde ao preço do produto com acréscimo, dividido em três partes iguais.

a) Com base nessas informações, qual das fórmulas a seguir fornece o valor de cada prestação?

Atenção!

Na fórmula correta, p representa o valor de cada prestação e x representa o preço de etiqueta do produto.

A. $p = \frac{15x + 15}{3}$

B. $p = \frac{3x + 15}{15}$

C. $p = \frac{x + 0{,}15x}{3}$

D. $p = \frac{x + 1{,}15x}{3}$

E. $p = \frac{0{,}15x + 15}{3}$

b) Sabendo que nessa loja o preço de etiqueta de determinado produto é R$ 132,00, calcule o valor de cada prestação quando o produto é vendido em 3 prestações iguais.

Fonte: Livro Superação Matemática , 7° ano (2024, p. 127)

Na 17, com visto na figura 14, no enunciado já nos é exposta a relação entre o lucro e os pares de calçados produzidos para a venda, onde o lucro está em função dos pares, expressos pela fórmula:

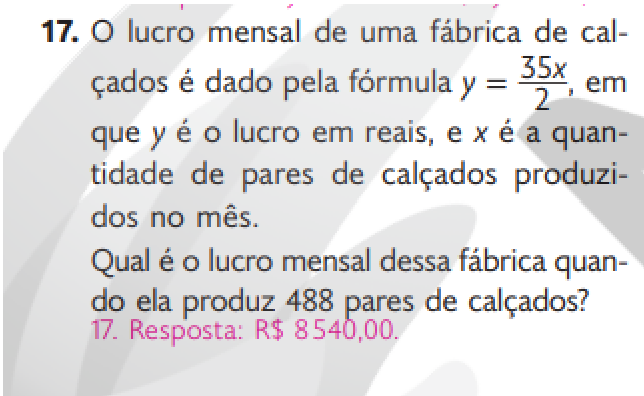
$$y = \frac{35x}{2}$$

Reescrevendo:

$$f(x) = \frac{35x}{2}$$

Funcionando da mesma forma da atividade da imagem 13.

Figura 14- Questão 17- fórmulas



17. O lucro mensal de uma fábrica de calçados é dado pela fórmula $y = \frac{35x}{2}$, em que y é o lucro em reais, e x é a quantidade de pares de calçados produzidos no mês.

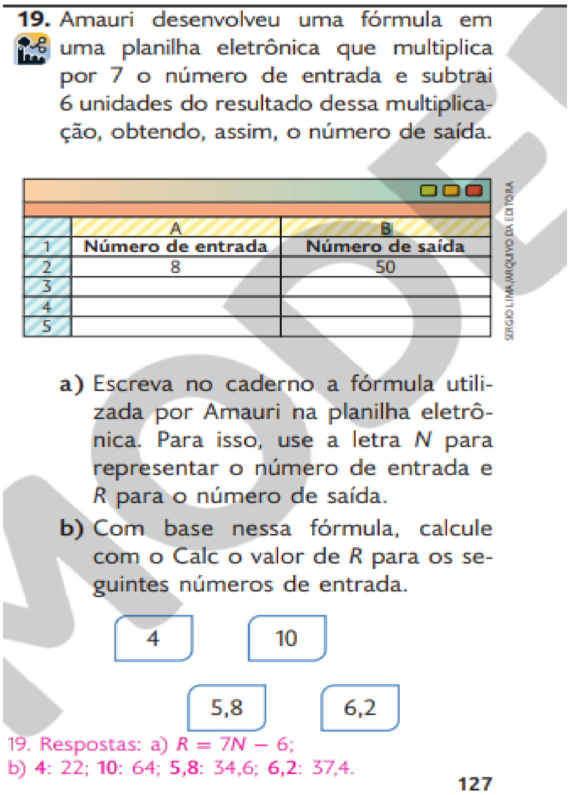
Qual é o lucro mensal dessa fábrica quando ela produz 488 pares de calçados?

17. Resposta: R$ 8 540,00.

Fonte: Livro Superação Matemática , 7° ano (2024, p. 127)

Na atividade 19, presente na figura 15 a presença da uma abordagem que usa a planilha eletrônica como uma máquina assim como apresentamos no conceito da metáfora de máquina transformação, ou seja, é colocado o número na planilha/máquina e com um comando é feito todo o procedimento do cálculo, resultando no valor esperado.

Figura 15- Questão 19 fórmulas



19. Amauri desenvolveu uma fórmula em uma planilha eletrônica que multiplica por 7 o número de entrada e subtrai 6 unidades do resultado dessa multiplicação, obtendo, assim, o número de saída.

	A	B
1	Número de entrada	Número de saída
2	8	50
3		
4		
5		

SERGIO LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Escreva no caderno a fórmula utilizada por Amauri na planilha eletrônica. Para isso, use a letra *N* para representar o número de entrada e *R* para o número de saída.

b) Com base nessa fórmula, calcule com o Calc o valor de *R* para os seguintes números de entrada.

4 10 5,8 6,2

19. Respostas: a) $R = 7N - 6$;
b) **4**: 22; **10**: 64; **5,8**: 34,6; **6,2**: 37,4.

127

Fonte: Livro Superação Matemática , 7° ano (2024, p. 127)

A máquina transformação, como apresenta Santos e Barbosa (2017) em que os números de entrada passam por procedimentos, ou seja, uma regra ou lei que define o resultado de saída. A lei estabelecida no enunciado é $x7 - 6 = y$ ou $f(x) = 7x - 6$.

Segundo Duval essa categoria de representação é feita por meio do registro monofuncional disposto na representação discursiva da célula 21, com escrita algébrica e numérica.

Nesta questão, compreendemos que pode ser usada analogia para o entendimento do conceito de função, o uso da planilha eletrônica se assemelha a máquina transformação, o que nos sugere a comparação 'função é como uma máquina'.

Na analogia, como propõe Ferry (2016) na figura 7 no mapeamento das similaridades, as comparações são na relação de semelhança entre os domínios e não nas características superficiais observadas. Para uma melhor compreensão da analogia usada realizamos o mapeamento estrutural sugerido por Ferry (2016), onde nosso DB representa o sistema integrado pela planilha eletrônica e seus elementos, enquanto o DA representa o sistema funcional e suas características. O mapeamento foi realizado no quadro abaixo:

Quadro 4- Mapeamento da questão 19

DOMÍNIO BASE	CORRESPONDÊNCIA	DOMÍNIO ALVO
Planilha eletrônica: $y = 7x - 6$	E_1	Lei de formação da função $F(x) = 7x - 6$
Coluna A	E_2	Domínio
Coluna B	E_3	Contradomínio
Número que entra	$A_1(E_2)$	Conjunto do domínio
Número que sai	$A_2(E_3)$	Conjunto imagem
O número da coluna B que é a saída depende da entrada na coluna A	$R_1 (A_1,A_2)$	Variáveis dependentes e independentes

Fonte: elaborada pelos autores (2025)

Com base no quadro 4, podemos entender que a lei de formação da função apresenta correspondência com a planilha eletrônica e seu comando; o domínio é composto por todos os elementos dispostos na coluna A; o contradomínio é composto pelos elementos da coluna B; os números de entrada vamos considerar como atributos dos elementos do domínio e os números de saída como atributos dos elementos do contradomínio, representando a imagem. São associações feitas que nos permitem alcançar o entendimento do conceito abstrato de função, ao final do quadro 4, temos a relação entre os números de entrada e saída que justamento acontece na função.

Estes termos relacionados ao estudo da função não são familiares aos estudantes do 7° ano, já que eles são concretizados apenas no 9° ano, portando são noções que os discentes ainda não poderiam associar facilmente.

Nas páginas seguintes 128 e 129, o livro aborda um capítulo sobre sequências trabalhando com exemplos de listas ordenadas como uma sequência lógica, como os números ímpares e apenas descreve que em alguns casos há presença da lei de formação. As questões propostas nos exercícios de 20 a 25, no enunciado é dada a lei de formação (função) e é pedido para que os discentes reproduzam a sequência, ou a contrário dada a sequência é pedida a lei. As atividades 26 e 27 são semelhantes as expostas na figura 11 e 12.

No 7°ano, as demais unidades não apresentam ligações ao conceito de função, a unidade de grandezas e medidas presentes não apresenta abordagem semelhante.

8.3 LIVRO DO 8°ANO

Para o 8° ano, a BNCC estabelece duas habilidades tem uma relação ao conceito de função: são elas EF08MA12 e EF08MA13, ambas ressaltando o uso de grandezas na elaboração de problemas.

No livro do 8° ano começamos investigando a unidade 4 das proporcionalidades, na abordagem empregada no capítulo de grandezas proporcionais observamos na página 61 as relações estabelecidas entre as grandezas, consumo médio mensal (Kwh) e medida de tempo (h) ocorrendo uma variação diretamente proporcional. Por conseguinte, podemos montar uma fórmula geral desse consumo :

$$Y = 15x \text{ ou seja } F(x) = 15x$$

Na página 62, notamos dois procedimentos utilizados para representar a relação entre grandezas, a correspondência entre os valores da medida do tempo dispostos na função obtendo o consumo médio, o par ordenado organizado na tabela e usado como base para os gráficos, como apresentando na figura 16. De acordo com Duval (2004,2011) tanto a tabela quanto o gráfico estão presentes na mesma classificação de registro de representação, sendo monofuncionais, algoritmizáveis e pertencentes a célula 22, com a representação não discursiva.

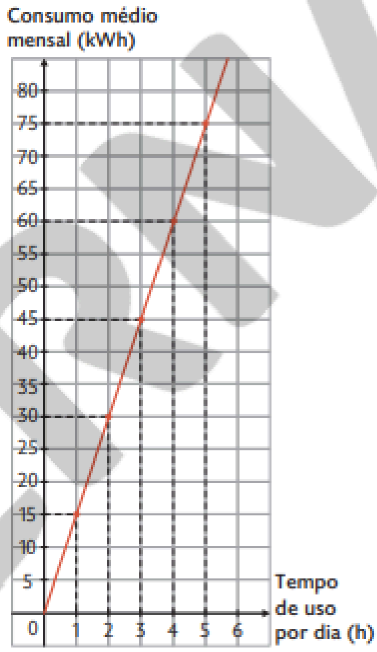
Figura 16- Exemplificação de grandezas proporcionais

Questão 1. Em seu caderno, determine quantos quilowatts-hora o forno elétrico consome em um mês se ficar ligado por 8 h diariamente. Questão 1. Resposta: 120 kWh.

Agora, vamos representar a relação entre as grandezas da situação da página anterior em um gráfico. Para isso, inicialmente, atribuímos valores para *x*, na sentença $y = 15x$, e calculamos os valores correspondentes para *y*. Desse modo, obtemos pares ordenados e os marcamos no plano cartesiano.

x	$y = 15x$	(x, y)
1	$y = 15 \cdot 1 = 15$	(1, 15)
2	$y = 15 \cdot 2 = 30$	(2, 30)
3	$y = 15 \cdot 3 = 45$	(3, 45)
4	$y = 15 \cdot 4 = 60$	(4, 60)
5	$y = 15 \cdot 5 = 75$	(5, 75)

Os pontos marcados no plano sugerem uma reta. Ao considerarmos que *x* pode assumir valores reais maiores do que zero, obtemos o gráfico ao lado.



Atenção!

O ponto (0, 0) não pertence ao gráfico apresentado.

Fonte: Livro Superação Matemática , 8° ano (2024, p. 62)

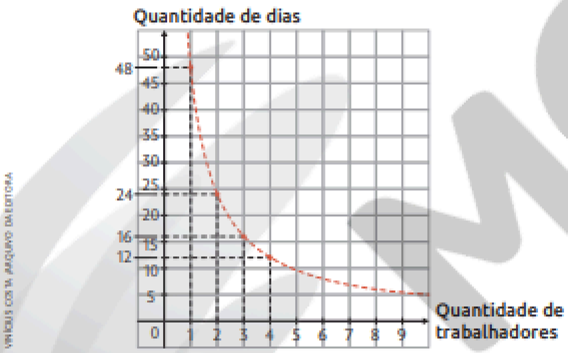
Presenciamos uma conversão de representação semiótica, visto que tanto Duval (2011) e Moretti e Thies (2012) a conversão é justamente a alteração do registro. Tanto o gráfico como a tabela são abordados por Santos e Barbosa (2017), as tabelas "que organiza(m) os dados de uma relação funcional em linhas ou colunas, de forma que os dados de entrada e os seus correspondentes dados de saída estejam na mesma coluna ou linha" (Santos; Barbosa, 2017, p.29), enquanto, o gráfico "consiste em apresentar no plano cartesiano o subconjunto de pontos (x, y), em que x pertence ao domínio da função f e y é a imagem de x por f, ou seja, y = f (x), sendo geralmente visualizado como uma linha no plano" (Santos; Barbosa, 2017, p.34).

Na página 62 é trabalhada uma função linear, em contrapartida na página 63 é uma função que tende ao infinito positivo, devido a divisão de $\frac{48}{x}$, o x quanto maior torna menor o resultado da divisão.

Figura 17- Segunda exemplificação das grandezas proporcionais

x	$y = \frac{48}{x}$	(x, y)
1	$y = \frac{48}{1} = 48$	(1, 48)
2	$y = \frac{48}{2} = 24$	(2, 24)
3	$y = \frac{48}{3} = 16$	(3, 16)
4	$y = \frac{48}{4} = 12$	(4, 12)

Ao representarmos esses pares ordenados no plano cartesiano, obtemos:



Atenção!
Ao considerarmos que x pode assumir valores reais maiores do que zero, obtemos a curva representada pela linha tracejada no gráfico ao lado.

63

Fonte: Livro Superação Matemática , 8° ano (2024, p. 63)

Na página 64 é proposto pelos autores relações entre grandezas não proporcionais que se configuram, principalmente como funções. O exemplo da imagem 18 é uma figura geométrica para calcular o volume, neste caso o cubo, posto isso a 'fórmula' e o valor da sua aresta x=1, expresso na seguinte função:

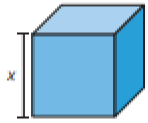
$$Y = x^3 \; ou \; f(x) = x^3$$

De imediato é construída a sua tabela que esclarece a relação de dependência e independência entre os fatores para a visualização gráfica na figura 19.

Figura 18- contextualização sobre as grandezas não proporcionais

Vamos analisar uma situação envolvendo grandezas não proporcionais. Para isso, considere um cubo cujo comprimento da aresta mede x, com $x \geq 1$. Sabemos que a medida de seu volume y é igual ao cubo da medida do comprimento de sua aresta x, ou seja:

$$y = x^3$$

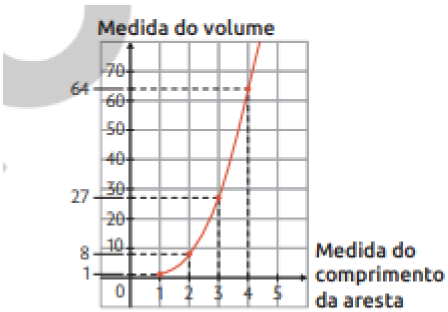


Agora, vamos representar a relação entre essas grandezas em um gráfico. Para isso, inicialmente, atribuímos valores para x e calculamos os valores correspondentes para y. Desse modo, obtemos pares ordenados.

x	$y = x^3$	(x, y)
1	$y = 1^3 = 1$	(1, 1)
2	$y = 2^3 = 8$	(2, 8)
3	$y = 3^3 = 27$	(3, 27)
4	$y = 4^3 = 64$	(4, 64)

Fonte: Livro Superação Matemática , 8° ano (2024, p. 64)

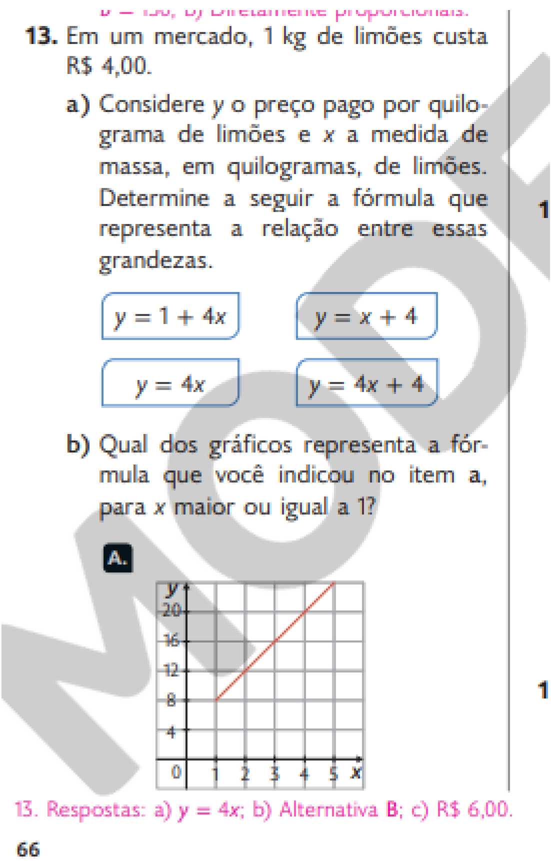
Figura 19- representação gráfica da grandeza não proporcional



Fonte: Livro Superação Matemática , 8° ano (2024, p. 64)

A questão 13 da página 66 apresenta uma relação funcional entre as grandezas: preço pago por quilograma e peso em quilograma, escritos por extenso e pedindo a representação algébrica e gráfica, que se encaixa na célula 21 e 22 respectivamente, configurando duas representações diferentes: a discursiva e não discursiva. Entretanto, como o mesmo registro semiótico monofuncional que apresenta tratamento com organização.

Figura 20- Questão 13



13. Em um mercado, 1 kg de limões custa R$ 4,00.

a) Considere y o preço pago por quilograma de limões e x a medida de massa, em quilogramas, de limões. Determine a seguir a fórmula que representa a relação entre essas grandezas.

$y = 1 + 4x$ | $y = x + 4$ | $y = 4x$ | $y = 4x + 4$

b) Qual dos gráficos representa a fórmula que você indicou no item **a**, para x maior ou igual a 1?

13. Respostas: a) $y = 4x$; b) Alternativa B; c) R$ 6,00.

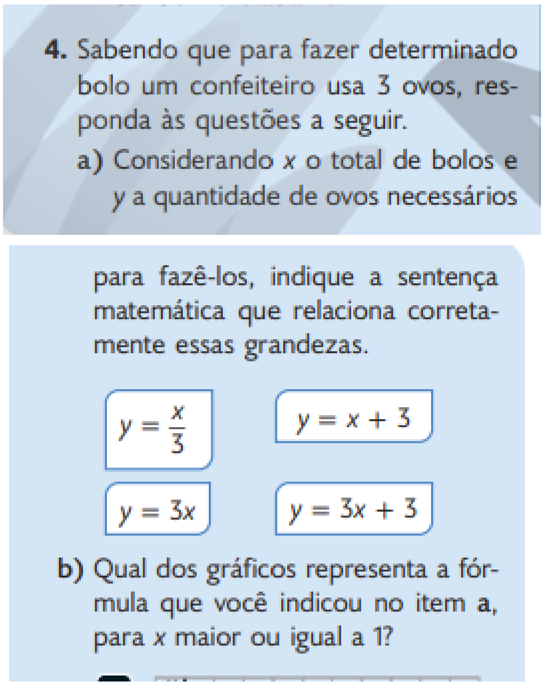
66

Fonte: Livro Superação Matemática , 8° ano (2024, p. 66)

Expresso com a expressão algébrica que explicita as relações entre variáveis ou grandezas presentes (Santos; Barbosa, 2017) e gráfica, para uma análise visual de como se comporta essa relação. A questão 14 tem a mesma proposta da questão 13, assim como a questão 15.

Ao final da unidade são sugeridas algumas atividades intituladas ‘o que estudei?’, na questão 4 tem a mesma perspectiva da figura 20, pedindo a expressão algébrica do enunciado escrito e a sua representação gráfica, como segue na figura a seguir:

Figura 21- Questão 4 do ‘o que estudei?’



4. Sabendo que para fazer determinado bolo um confeiteiro usa 3 ovos, responda às questões a seguir.

a) Considerando x o total de bolos e y a quantidade de ovos necessários para fazê-los, indique a sentença matemática que relaciona corretamente essas grandezas.

$\boxed{y = \frac{x}{3}}$ $\boxed{y = x + 3}$

$\boxed{y = 3x}$ $\boxed{y = 3x + 3}$

b) Qual dos gráficos representa a fórmula que você indicou no item **a**, para x maior ou igual a 1?

Fonte: Livro Superação Matemática , 8° ano (2024, p. 73)

Seguimos para a unidade 9 de sequências, onde a imagem da capa traz uma comparação entre a ideia de sequência e a galáxia Messier 74, em que os comprimentos dos arcos de suas espirais sugerem o padrão da sequência de Fibonacci. Aqui podemos classificar essa similaridade como Analogia, porque são poucos os elementos do DB ao DA, já que são domínios diferentes, um algébrico e um físico, a essência do conceito compartilhado por ambos é semelhante e é isso que nos prendemos a realizar a comparação.

Figura 22- Capa da unidade 9

Fonte: Livro Superação Matemática , 8° ano (2024, p. 187)

Dessa forma, desenvolvemos o mapeamento desses dois domínios, de modo que está no quadro abaixo:

Quadro 5- Mapeamento estrutural da unidade 9

DOMÍNIO BASE (galáxia)	CORRESPONDÊNCIA	DOMÍNIO ALVO (sequência de Fibonacci)
A representação visual da espiral da galáxia Messier 74	E_1	A representação da espiral de Fibonacci
Braços espirais da galáxia	E_2	Termos da sequência

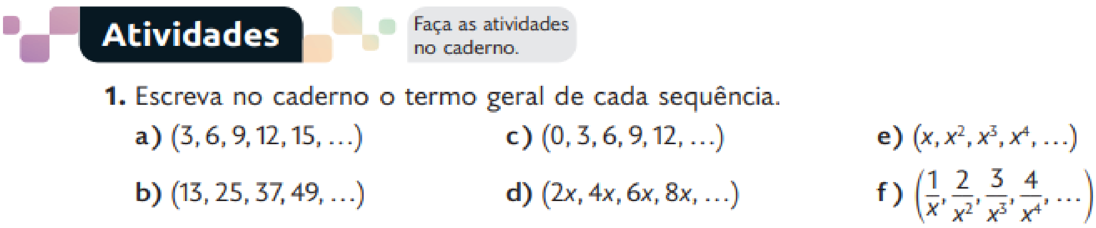
Padrão espiral organizado	$A_1(E_1)$	Lógica por traz da sequência
Cada braço se estende de forma contínua e proporcional	$R_1(E_1,A_1)$	Cada termo depende do anterior (relação de recorrência)

Fonte: elaborado pelos autores (2025)

Entendemos que há uma associação necessária para que esse exemplo seja usado na sala de aula, entretanto os estudantes precisam de um conhecimento prévio para conceber a comparação, devido a lógica principal da analogia, um conhecimento prévio para um conhecimento futuro, estabelecendo conexões como dito por Seiffert Santos (2020).

Posteriormente no capítulo, seguindo com os estudos é vivenciada uma atividade sobre as sequências, com disposta na figura 23. A questão nos dá uma sequência de números ou incógnitas e pede um termo geral, ou seja, a expressão algébrica, que gera qualquer termo. Segundo Durval (2004,2011) esse tipo de expressão é caracterizado como registro monofuncional de representação discursiva da célula 21, que se desenvolve por meio de sistemas algébricos e de variáveis e símbolos

Figura 23- Questão 1 sequências



Atividades Faça as atividades no caderno.

1. Escreva no caderno o termo geral de cada sequência.

a) $(3, 6, 9, 12, 15, \ldots)$ **c)** $(0, 3, 6, 9, 12, \ldots)$ **e)** $(x, x^2, x^3, x^4, \ldots)$

b) $(13, 25, 37, 49, \ldots)$ **d)** $(2x, 4x, 6x, 8x, \ldots)$ **f)** $\left(\frac{1}{x}, \frac{2}{x^2}, \frac{3}{x^3}, \frac{4}{x^4}, \ldots\right)$

Fonte: Livro Superação Matemática , 8° ano (2024, p. 190)

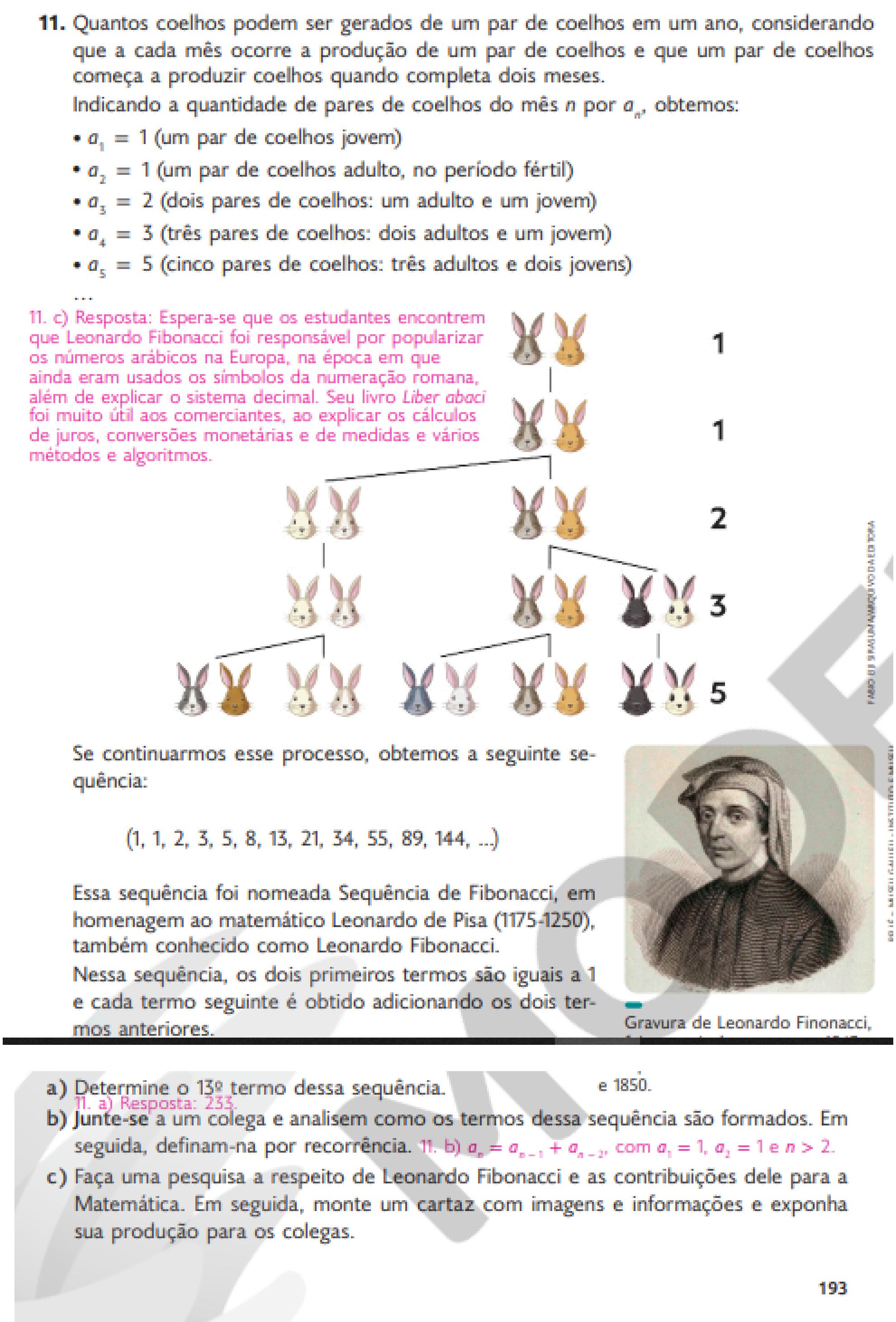
A questão 3 da página 191, se comporta como as demais vistas sobre sequência como a questão 2 e 6 das figuras 11 e 12, do 7° ano.

Consecutivamente, na questão 11, encontramos o uso de uma analogia biológica para explicar um conceito matemático, neste caso a sequência de Fibonacci.

É feita aqui uma comparação entre a reprodução dos coelhos e um padrão de crescimento numérico que tem como lei de formação:

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

Figura 24- Questão 11- sequências



11. Quantos coelhos podem ser gerados de um par de coelhos em um ano, considerando que a cada mês ocorre a produção de um par de coelhos e que um par de coelhos começa a produzir coelhos quando completa dois meses.

Indicando a quantidade de pares de coelhos do mês *n* por a_n, obtemos:

- $a_1 = 1$ (um par de coelhos jovem)
- $a_2 = 1$ (um par de coelhos adulto, no período fértil)
- $a_3 = 2$ (dois pares de coelhos: um adulto e um jovem)
- $a_4 = 3$ (três pares de coelhos: dois adultos e um jovem)
- $a_5 = 5$ (cinco pares de coelhos: três adultos e dois jovens)

...

11. c) Resposta: Espera-se que os estudantes encontrem que Leonardo Fibonacci foi responsável por popularizar os números arábicos na Europa, na época em que ainda eram usados os símbolos da numeração romana, além de explicar o sistema decimal. Seu livro *Liber abaci* foi muito útil aos comerciantes, ao explicar os cálculos de juros, conversões monetárias e de medidas e vários métodos e algoritmos.

Se continuarmos esse processo, obtemos a seguinte sequência:

(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...)

Essa sequência foi nomeada Sequência de Fibonacci, em homenagem ao matemático Leonardo de Pisa (1175-1250), também conhecido como Leonardo Fibonacci.

Nessa sequência, os dois primeiros termos são iguais a 1 e cada termo seguinte é obtido adicionando os dois termos anteriores.

Gravura de Leonardo Finonacci, ... e 1850.

a) Determine o 13º termo dessa sequência. 11. a) Resposta: 233.

b) Junte-se a um colega e analisem como os termos dessa sequência são formados. Em seguida, definam-na por recorrência. 11. b) $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, com $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ e $n > 2$.

c) Faça uma pesquisa a respeito de Leonardo Fibonacci e as contribuições dele para a Matemática. Em seguida, monte um cartaz com imagens e informações e exponha sua produção para os colegas.

193

Fonte: Livro Superação Matemática , 8° ano (2024, p. 193)

Neste caso nosso domínio base é a reprodução dos coelhos e o domínio alvo é o conceito abstrato da sequência de Fibonacci. Usando do mapeamento proposto por Ferry (2016), podemos efetuar o mapeamento estrutural, como exposto no quadro

Quadro 6- Mapeamento da questão 11

DOMÍNIO BASE coelhos	CORRESPONDÊNCIA	DOMÍNIO ALVO Sequência de Fibonacci
Coelhos adultos geram novos pares	E_1	Lei de formação : $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$
Pares de coelhos	E_2	Termos da sequência
Tempo em meses	$A_1(E_2)$	Posição dos termos da sequência
Reprodução dos coelhos	$A_2(E_2,A_1)$	Cada novo termo da sequência
Primeiro par de coelhos	E_3	Primeiro termo da sequência
Primeiro par de coelhos adultos	$R_1(E_3, A_1)$	Segundo termo da sequência
Cada nova geração	$R_2(E_1,E_2)$	Soma dos dois últimos números da sequência

Fonte: Elaborado pelos autores (2025)

A relação entre os domínios é estabelecida, por meio dos seus elementos, atributos e relações, presenciamos muitas informações: entendemos como elementos a lei de formação de ambos os domínios, assim como os elementos que o fazem um sistema, no caso do DB são os pares de coelhos, enquanto, no DA são os termos. O tempo não é um elemento, ele é um atributo vinculado ao elemento par de coelhos/ posições da sequência. O primeiro par de coelhos é um elemento presente no domínio, entretanto o primeiro par adulto é uma relação entre o tempo e o primeiro par. As demais gerações são formadas pela soma das anteriores, logo é uma relação entre a lei de formação e os pares.

As demais questões da página 194 do 1° a 7°, são semelhantes as outras analisadas.

8.4 LIVRO DO 9°ANO

Ao início da unidade 9 do livro do 9° ano, presente em sua capa há uma imagem de uma menina praticando salto à distância, evidenciando cada momento do salto dela, formando uma função quadrática em sua representação gráfica, mais conhecida como parábola. Observamos a existência de uma comparação entre o salto em distância e o gráfico. Visto isso, foi efetuado o mapeamento estrutural segundo Ferry (2016), considerando como DB o salto à distância da atleta e como DA o gráfico da função quadrática.

Quadro 7- Mapeamento estrutural da capa da unidade 9

DOMÍNIO BASE	CORRESPONDÊNCIA	DOMÍNIO ALVO
A atleta saltando	E_1	O gráfico
A corrida pré salto (impulso)	$A_1(E_1)$	Coeficiente a determina a concavidade
Ponto mais alto do salto	$A_2(E_1)$	Vértice da parábola
Momentos da atleta no solo	$A_3(E_1)$	Raízes da função
Distância do salto	$R_1(A_1,A_3)$	Largura da parábola no gráfico

Fonte: Elaborado pelos autores (2025)

A partir do mapeamento acima, percebemos que existe apenas um elemento : o gráfico e a atleta saltando, todos os demais são caracteristicas presentes no gráfico ou decorrentes dele. A correspondência $A_1(E_1)$ depende exclusivamente da representação visual que temos seja do DB ou DA, pois com um coeficiente negativo não teriamos um salto e sim uma queda, a $A_2(E_1)$ funciona da mesma forma. A relação $R_1(A_1,A_3)$ é estabelecida por meios dos dois atributos.

Figura 25- capa da unidade 9

159

Fonte: Livro Superação Matemática , 9° ano (2024, p. 159)

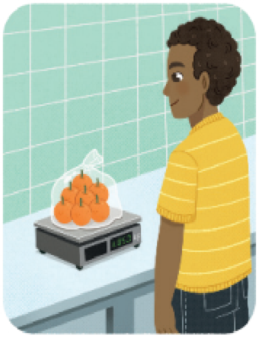
Em acordo com a teoria de Duval (2004,2011) tem aqui sua identidade presente na célula 22, onde é mencionado sobre os gráficos e outras representações, contando com o registro monofuncional de representação não discursiva, registro comum observado na área de matemática.

Dando continuidade, nas páginas 160 e 161, é estabelecida a noção de função como uma relação de grandezas, trazendo exemplos escritos e representações por tabelas, tabulando as duas grandezas presentes e informando a lei de formação da função. Como evidenciado nas figuras 26 e 27.

Figura 26- Noção de função

A noção de função

Em muitas situações do dia a dia, quando relacionamos grandezas, estamos tratando de um conceito importante na Matemática: o conceito de **função**. Acompanhe alguns exemplos.



A quantia a ser paga pelas laranjas é calculada em **função** da medida da massa das laranjas.

A quantidade de tela para cercar um terreno está em **função** das medidas do comprimento dos lados do terreno.

Fonte: Livro Superação Matemática , 9° ano (2024, p. 160)

Figura 27- Noção tabular de função

Antônio é vendedor, e seu salário é calculado da seguinte maneira: salário-base de R$ 1800,00 mais uma comissão de R$ 5,00 para cada peça de roupa vendida. O quadro a seguir apresenta o salário de Antônio de acordo com a quantidade de peças de roupa vendidas.

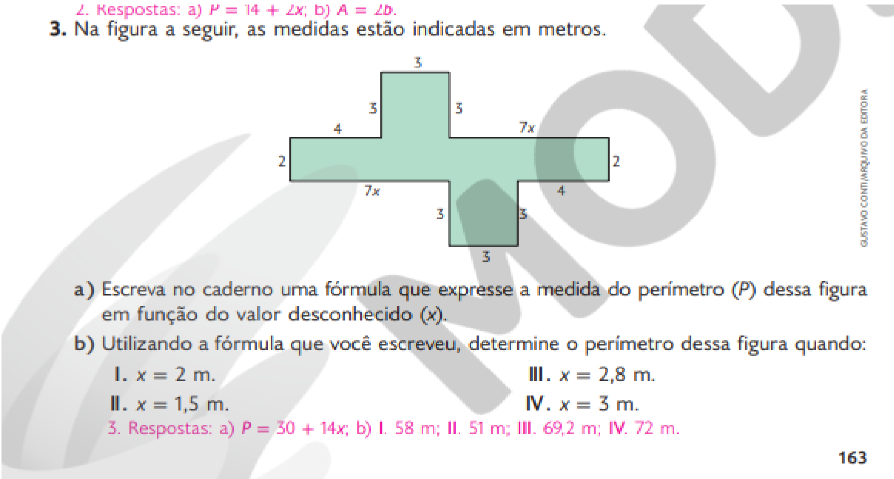
Quantidade de peças de roupa vendidas	Salário (R$)
0	$1800 + 5 \cdot 0 = 1800$
1	$1800 + 5 \cdot 1 = 1805$
2	$1800 + 5 \cdot 2 = 1810$
3	$1800 + 5 \cdot 3 = 1815$
⋮	⋮
12	$1800 + 5 \cdot 12 = 1860$
⋮	⋮
p	$1800 + 5 \cdot p$

O salário de Antônio é dado em função da quantidade de peças de roupa vendidas. A lei de formação dessa função é $f(p) = 1800 + 5 \cdot p$, em que $f(p)$ indica o salário de Antônio e p, a quantidade de peças de roupa vendidas.

Fonte: Livro Superação Matemática , 9° ano (2024, p. 161)

Mais a diante, são explanadas as atividades, da questão 1 a 3, traz as informações e pede ao estudante que escreva ou identifique a lei de formação, seja pelo enunciado, tabela ou figura geométrica, seguindo a perspectiva das questões já analisadas. Como exemplo, foi exposto na figura 28 a questão 3:

Figura 28- Questão 3


2. Respostas: a) $P = 14 + 2x$; b) $A = 2b$.

3. Na figura a seguir, as medidas estão indicadas em metros.

a) Escreva no caderno uma fórmula que expresse a medida do perímetro (P) dessa figura em função do valor desconhecido (x).

b) Utilizando a fórmula que você escreveu, determine o perímetro dessa figura quando:

I. $x = 2$ m.
II. $x = 1,5$ m.
III. $x = 2,8$ m.
IV. $x = 3$ m.

3. Respostas: a) $P = 30 + 14x$; b) **I.** 58 m; **II.** 51 m; **III.** 69,2 m; **IV.** 72 m.

163

Fonte: Livro Superação Matemática , 9° ano (2024, p. 163)

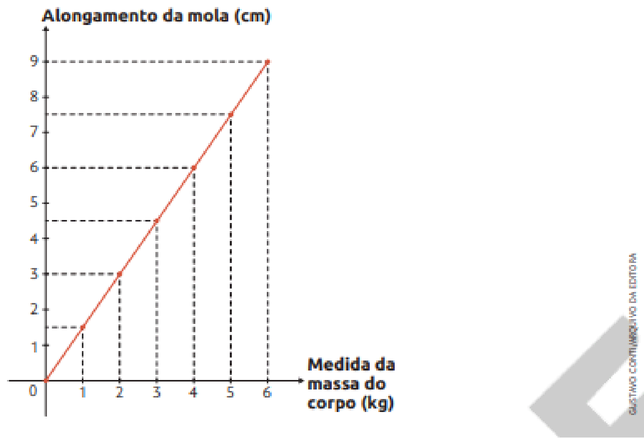
As questões 4,5 e 6 têm a mesma premissa das demais, ambas com tabela e pedindo a lei de formação e algum valor proporcional. Na página 165 é feita a definição de função afim a partir da noção estabelecida de função. Seguindo na página a diante com as atividades, 7,8 e 9 é trabalhado a forma algébrica da função exibindo as leis de formação; as questões 10 e 11 tem a mesma ideia algébrica e encontrar a lei de formação, entretanto com enunciados mais elaborados.

A questão 12 traz o velho exemplo da corrida de táxi para entendermos como funciona a relação entre as grandezas, mais uma vez com representação algébrica, as questões 13,14 e 15 com a mesma proposta.

A questão 16 emprega o uso de analogia, por meio de um fator físico a deformação de uma mola. Inicialmente não fica claro sua relação com a função, entretanto apresenta domínios que podem ser equiparados. A relação entre a massa e o alongamento da mola segue um padrão matemático como uma função linear, se a mola obedecer à Lei de Hooke. Os elementos nos dois domínios são diferentes, mas a estrutura é a mesma.

Figura 29- questão 16

16. Jonas tem uma mola que se alonga de acordo com a medida da massa do corpo que é pendurado nela. Com essa mola, ele fez um experimento e pendurou alguns corpos, com diferentes medidas de massa, um de cada vez, e registrou o alongamento da mola.
No gráfico, está representado o alongamento dessa mola, em centímetros, em função da medida da massa do corpo pendurado, em quilogramas.



Fonte: Livro Superação Matemática , 9° ano (2024, p. 169)

Seguimos como a correspondência estrutural proposta por Ferry (2016):

Quadro 8- Mapeamento da questão 16

DOMÍNIO BASE	CORRESPONDÊNCIA	DOMÍNIO ALVO
Mola	E_1	Função afim
Massa do corpo pendurado (kg)	E_2	Variável x da função F(x)
Alongamento da mola (cm)	$A_1(E_2)$	Valor do f(x) da função
A mola se alonga proporcionalmente à massa	$R_1(A_1, E_2)$	A função estabelece uma relação entre x e f(x)

Fonte: Elaborado pelos autores (2025)

Como elemento desses domínios temos a mola, que está representando graficamente a relação entre a deformidade da mola e a massa do corpo, que podemos enquadrar também, já que é uma variável independente, todavia o alongamento da mola expresso pelo atributo $A_1(E_2)$ tem uma relação direta com nosso elemento anterior, já que depende da massa para determinar o alongamento, representando uma variável dependente. A relação é entendida com uma conexão ligada as duas variáveis $R_1(A_1,E_2)$.

São vistas outras questões ao longo da unidade, todavia, elas têm a mesma essência da maioria que já foi analisada aqui. Elas não apresentam mais analogias em sua composição, mas tem os registros discutidos por Duval (2011).

Desta maneira, a coleção Superação Matemática, utilizada na cidade de Lajedo-PE, abrange uma gama de questões e discussões que se utilizam de combinações de registros de representação semiótica, no intuito de estabelecer uma comunicação eficaz entre o conteúdo e seus leitores. Em meio a esse contexto, buscamos incorporar, juntamente às duas teorias propostas no desenvolvimento dos registros — Duval (2011) e Santos e Barbosa (2017) —, a noção do estudo das similaridades propostas por Gentner (1983) para o ambiente de ensino, aprofundando o uso das analogias como recurso didático.

As analogias didáticas, no entanto, não ocupam uma posição central na construção do conhecimento na coleção analisada. Embora apareçam em determinados trechos, sua presença é esporádica e geralmente dependente de conhecimentos prévios por parte dos estudantes, o que pode dificultar seu papel como facilitadoras da compreensão. De maneira geral, essas analogias não são exploradas de forma sistemática ou estratégica, o que evidencia uma lacuna no potencial de uso desse recurso como apoio ao ensino de conceitos abstratos, como o de função. Seria possível ampliar a eficácia pedagógica da coleção caso houvesse um investimento maior na integração consciente e contextualizada de analogias, especialmente aquelas capazes de construir pontes cognitivas entre o conhecimento cotidiano dos alunos e os conteúdos matemáticos escolares.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como objetivo analisar a abordagem do conceito de função nos livros didáticos, investigando os principais registros de representação semiótica utilizados, bem como as analogias didáticas apresentadas para auxiliar na compreensão desse conceito. Para isso, foram analisadas as obras aprovadas pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) 2024, utilizadas na rede municipal de Lajedo - PE para os Anos Finais do Ensino Fundamental. A questão norteadora desta investigação foi: “De que forma os livros didáticos aprovados pelo PNLD 2024 apresentam o conceito de função, considerando o uso de registros de representação semiótica e analogias didáticas?”

Ao final desta pesquisa, foi possível identificar padrões relevantes na abordagem do conceito de função nos livros didáticos analisados. No total, foram encontradas 37 questões relacionadas a esse conceito, sem considerar as capas das unidades. Dentre elas, apenas três apresentavam alguma abordagem analógica, enquanto as demais 34 questões seguiam um modelo mais tradicional, baseado na repetição e na memorização, sem proporcionar reflexões mais profundas aos estudantes. No entanto, observamos que duas capas de unidades adotaram uma proposta analógica, sugerindo um potencial subutilizado desse recurso nos materiais didáticos.

No que diz respeito às representações semióticas, o cenário foi mais favorável. Das 37 questões analisadas, 34 incluíam algum tipo de registro ou conversão entre registros, como a relação entre expressões algébricas, representações gráficas e tabelas. Isso indica que, de certa forma, os livros didáticos incentivam os alunos a trabalharem com diferentes formas de representação, o que pode contribuir para a compreensão do conceito de função, desde que seja acompanhado de uma postura docente que explore essas conexões de maneira significativa.

Com base nos resultados obtidos, foi possível responder à questão norteadora da pesquisa. Identificamos que os livros didáticos analisados abordam o conceito de função predominantemente de forma algébrica, gráfica e de linguagem natural, com registros de representação semiótica presentes, mas ainda pouco explorados em termos de conversão e inter-relação. Além disso, a pesquisa evidenciou que as analogias são pouco utilizadas como recurso didático, o que pode dificultar a construção de significados mais intuitivos para os estudantes.

Dessa forma, concluímos que há uma carência no uso de recursos analógicos nos livros didáticos, o que pode limitar a construção de significados mais intuitivos e concretos para os estudantes. A presença predominante de exercícios diretos e descontextualizados reforça a necessidade de uma abordagem pedagógica mais reflexiva, que valorize a aplicação da matemática em contextos reais e incentive o pensamento crítico dos discentes.

REFERÊNCIAS

ALVES, Francisco Regis Vieira. Sequência Generalizada de Fibonacci e Relações com o número Áureo. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, v. 2, n. 6, p. 30-36, 2015.

BONI, Keila Tatiana et al. Níveis De Generalidade Manifestados Por Estudantes Dos Anos Iniciais Do Ensino Fundamental Em Uma Tarefa De Padrões.

BOTELHO, Leila; REZENDE, Wanderley. Um breve histórico do conceito de função. Caderno Dá-Licença, Niterói, v. 6, p. 64-75, 2007.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2018.

BRASIL, Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica.Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Brasília. 1999. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: dezembro de 2024.

DANTE, Luiz Roberto. Livro didático de Matemática: uso ou abuso? Em Aberto, Brasília, v. 16, n.69, p. 83-97, jan./mar. 1996.

DE MACÊDO, Josué Antunes; BRANDÃO, Daniel Pereira; NUNES, Daniel Martins. Limites e possibilidades do uso do livro didático de Matemática nos processos de ensino e de aprendizagem. Educação Matemática Debate, v. 3, n. 7, p. 68-86, 2019.

DIAS, Guédulla de Senna et al. Análise das diferentes representações do conceito de função identificadas em livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental. 2019.

DUARTE, Maria da Conceição. Analogias na educação em ciências contributos e desafios. Investigações em Ensino de Ciências, [S. l.], v. 10, n. 1, 2016. p. 7-29.

Duval, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. de A. (Org.). Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica. 8. ed. Campinas, SP: Papirus, 2011b. p. 11-33

EVES, Howard. Introdução à história da matemática. Tradução por Hygino H. Domingues. Campinas/SP: Unicamp, 2004.

FERRY, Alexandre da Silva. Análise estrutural e multimodal de analogias em uma sala de aula de química. Tese de Doutorado - Universidade Federal de Minas

Gerais, Faculdade de Educação, Programa de pós-graduação em educação: Conhecimento e inclusão social, Belo Horizonte, 2016.

GENTNER, Dedre. Structure-Mapping: a Theoretical Framework for Analogy. Cognitive Science, v. 7, p. 155–170, 1983.

GENTNER, Dedre.; MARKMAN, Arthur. B. Structure mapping in analogy and similarity. American Psychologist, v. 52, n. 1, p. 45–56, 1997.

GIL, Paulo Duarte Bastos. François Viète: o despontar da álgebra simbólica. 2001.

GIL, Antônio Carlos. Como elaborar projetos de pesquisa. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GOLDENBERG, Mirian. A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. Editora Record, 2011.

GONÇALVES, Franciéllem Roberta. Um estudo sobre a presença e a influência das crenças de professores de Matemática ao utilizar o Livro Didático. 2022.

GONÇALVES, Ruth Grossmann. O emprego do livro didático de Matemática no Ensino Fundamental da rede pública estadual. 2007. 40f. Monografia (Especialização em Didática e Metodologia do Ensino Superior). Universidade do Extremo Sul Catarinense. Criciúma.

GONZÁLEZ, Benigno Martín. M. El modelo analógico como recurso didáctico en ciencias experimentales. Revista Iberoamericana de Educación, v. 37, n. 2, 10 dic. 2005. p. 1-16.

GRUGNETTI, Lucia; MARCHINI, C.; MAFFINI, A. Le concept de fonction dans l'école italienne; usage de l'épistémologie et de l'histoire des mathématiques pour en clarifier le sens'. Histoire et épistémologie dans l'éducation mathématique, p. 421-444, 1999.

GUIMARÃES, Rita Santos. Atividades para aprendizagem do conceito matemático de função. 2010.

HELDER, Raimundo R. Como fazer análise documental. Porto, Universidade de Algarve, v. 1, p. 1-5, 2006.

KIERAN, Carolyn. The learning and teaching of school algebra. In: GROWS, D. A. (Ed.). Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York: Macmillan, 1992. p. 390-419.

KLEINER, Israel. Evolution of the Function Concept: A Brief Survey. The College Mathematics Journal, v.2, cap 4. p. 282-300,1989.

MESSIAS, Maria Alice De Vasconcelos Feio; BRANDEMBERG, João. Cláudio. Um olhar sobre a psicologia da aprendizagem em matemática no contexto de teorias cognitivas do pensamento matemático avançado. REAMEC -Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática, Cuiabá, Brasil, v. 11, n. 1, p. e23091, 2023.

MORETTI, Méricles Thadeu; THIEL, Afrânio Austregésilo. O ensino de matemática hermético: um olhar crítico a partir dos registros de representação semiótica. Práxis Educativa, p. 379-396, 2012.

OLIVEIRA, Maria Marly. Como fazer projetos, relatórios, monografias, dissertações e teses. Volume único, Elsevier, 5a edição, Rio de Janeiro, 2011.

PEROVANO, Ana Paula; AMARAL, Rubia Barcelos. LIVRO DIDÁTICO COMO RECURSO PEDAGÓGICO: CONCEITO, FUNÇÃO, ESCOLHA E USO. Revista Binacional Brasil-Argentina: Diálogo entre as ciências, v. 12, n. 02, p. 16-32, 2023.

PEYNEAU, Arthur Cardoso et al. O LIVRO DIDÁTICO: SUA IMPORTÂNCIA PARA A EDUCAÇÃO. Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro, v. 3, n. 1, 2022.

RIBEIRO, Denise Benino Dourado. O Uso da História das Equaçoes nos Processos de Ensino e de Aprendizagem de Matemática na Educaçao Básica. 2015. Tese de Doutorado. Dissertaçao (mestrado-Universidade Anhanguera de Sao Paulo: Programa de Pós Graduaçao em Educaçao Matemática, Sao Paulo.

RIBEIRO, Robert Luis Lara. Quebra-Cabeça Com Funções Matemáticas: Uma Proposta De Ferramenta Educacional Para O Ensino Do Comportamento De Funções Matemáticas**.** Revista Contemporânea, v. 3, n. 5, p. 4370-4391, 2023.

ROQUE, Tatiana. História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SÁ, Pedro Franco de; SOUZA, Glageane da Silva; SILVA, Isaac Dayan Bastos da. A Construção do Conceito de Função: Alguns dados históricos. Traços. Belém, v. 6, n.11, p. 123-140, 2003.

SANTOS, Graça Luzia Dominguez; BARBOSA, Jonei Cerqueira. Como ensinar o conceito de função. Educação Matemática em Revista, v. 22, n. 53, p. 27-37, 2017.

SEIFFERT SANTOS, Saulo Cezar. Uma reflexão sobre o uso de analogias no ensino de ciências e o desdobramento multimodal da realidade: o exemplo de tópicos da teoria da evolução biológica. Investigações em Ensino de Ciências, [S. l.], v. 25, n. 2, 2020. p. 80-97.

SIMMONS, George. F. Cálculo com Geometria Analítica volume I, tradução: Seiji Hariki, McGraw-Hill, São Paulo, 1987.

VAN DE WALLE, John. A**. Pensamento Algébrico: generalizações, padrões e funções**. In: VAN DE WALLE, J. A. Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula. Artmed, 2009, pp. 287-321.