



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CAMPUS AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA-LICENCIATURA

RAYLE MARIA SILVA DOS SANTOS

MAPEANDO QUESTÕES DE ÁLGEBRA DO ENEM DE 2023: uma análise dos
erros no processo de aprendizagem matemática a partir de uma revisão bibliográfica

Caruaru
2025

RAYLE MARIA SILVA DOS SANTOS

MAPEANDO QUESTÕES DE ÁLGEBRA DO ENEM DE 2023: uma análise dos erros no processo de aprendizagem matemática a partir de uma revisão bibliográfica

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau de bacharel/licenciado em Matemática.

Área de concentração: Ensino (Matemática).

Orientador (a): EDELWEIS JOSÉ TAVARES BARBOSA

Caruaru
2025

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Santos, Rayle Maria Silva dos.

MAPEANDO QUESTÕES DE ÁLGEBRA DO ENEM DE 2023: uma análise dos erros no processo de aprendizagem matemática a partir de uma revisão bibliográfica / Rayle Maria Silva dos Santos. - Caruaru, 2025.

68 p. : il., tab.

Orientador(a): Edelweis José Tavares Barbosa

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Matemática - Licenciatura, 2025.

Inclui referências.

1. Erro. 2. ENEM. 3. Álgebra. 4. Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE). 5. Microdados do INEP. I. Barbosa, Edelweis José Tavares. (Orientação). II. Título.

370 CDD (22.ed.)

RAYLE MARIA SILVA DOS SANTOS

MAPEANDO QUESTÕES DE ÁLGEBRA DO ENEM DE 2023: uma análise dos erros no processo de aprendizagem matemática a partir de uma revisão bibliográfica

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau de bacharel/licenciado em Matemática.

Aprovado em: 09/04/2025

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Edelweis José Tavares Barbosa (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^a. Dra. Cristiane de Arimatéa Rocha (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Me. Tarcis Teles Xavier da Silva (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico este trabalho primeiramente a Deus e a Nossa Senhora das Graças que foram quem me concebeu a honra de viver o meu sonho mesmo na dificuldade, aos meus pais Rosilda e Ronaldo que me formaram gente desde o ventre e ao meu amado vô Neco, de quem tenho muita saudade, eu amo muito todos vocês.

AGRADECIMENTOS

A todos que excepcionalmente estiveram presentes ao longo da minha jornada, o meu muito obrigada. Agradeço a todos aqueles que foram fundamentais para que eu ingressasse no curso e aos que estiveram comigo no processo de duração, sem o incentivo e apoio de vocês eu não teria chegado tão longe.

Ao meu tão amado Criador, Jesus Cristo, a quem eu devo todos os méritos e à sua mãe, a Virgem Maria, na qual eu tenho grande amor e devoção, o meu muito obrigada, pude chegar até aqui porque em tudo o Senhor me sustentou alegremente e como serva reafirmo o “Servi o Senhor com Alegria” (Salmos, 99,2) de todas as formas com amor.

Aos meus pais Ronaldo Caetano dos Santos e Rosilda da Silva, a minha irmã Raiane, ao meu irmão Rodrigo e ao meu esposo Ítalo, que foram o meu combustível durante todos esses anos, o meu muito obrigada por olharem com seus corações para o meu sonho e me apoiarem em todas as circunstâncias, devo tudo o que tenho e o que sou a vocês, a minha base, vocês são parte disso.

Aos meus amigos, em especial aos que estiveram comigo em toda a graduação Davyd Emanuel, Évila Zayne, Filipe Matheus, Wesley de Arruda, Vinícius Pereira e Wellytania, o meu muito obrigada por toda a ajuda e parceria que tornaram o processo mais leve.

Ao meu querido professor Edelweis que aceitou o desafio de ser meu orientador e com toda a sua paciência foi perseverante em alinhar as minhas ideias nos momentos de orientação, muito obrigada. Por fim, agradeço a cada professor que passou por toda a minha vida acadêmica, vocês me ensinaram qual o modelo de professor que eu quero ser.

RESUMO

A presente pesquisa tem como objetivo principal analisar e identificar os erros nos gabaritos dos participantes do Exame Nacional do Ensino Médio na edição de 2023 nas questões de Álgebra em Matemática e suas Tecnologias, de acordo com os microdados disponibilizados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira. Com cunho quantitativo, a pesquisa apresenta natureza exploratória com análise descritiva, além de usar os microdados como instrumento de coleta de dados, no qual a análise desses dados partiu do pressuposto de que o erro é tido como algo negativo, mostrando a visão de autores que usam o erro como uma estratégia para fins didáticos. Com isso, é possível analisar os erros dos participantes da prova e categorizá-los com base no Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), desenvolvido por Saturnino de la Torre, de acordo com as características que se assemelham ao que é descrito pelo autor. Além disso, os resultados obtidos a partir da análise, mostraram que os erros mais comuns nas questões de Álgebra na prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) de 2023 foram os erros de execução, caracterizados principalmente pelo erro no manuseio das informações, mas que também são consequências dos erros de entrada e na organização das informações pelo próprio participante, indicando que ainda é preciso melhorar as habilidades e competências do aluno enquanto estudante do Ensino Médio.

Palavras-chave: Erro; ENEM; Álgebra; Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE); Microdados do INEP.

ABSTRACT

The main objective of this research is to analyze and identify errors in the answers of participants in the 2023 National High School Exam in the questions on Algebra in Mathematics and its Technologies, according to the microdata provided by the National Institute of Studies and Research Anísio Teixeira. With a quantitative nature, the research has an exploratory nature with descriptive analysis, in addition to using microdata as a data collection instrument, in which the analysis of these data started from the assumption that error is seen as something negative, showing the view of authors who use error as a strategy for didactic purposes. With this, it is possible to analyze the errors of the test participants and categorize them based on the Didactic Analysis of Errors Model (MADE), developed by Saturnino de la Torre, according to the characteristics that resemble what is described by the author. Furthermore, the results obtained from the analysis of competencies demonstrated that the most common errors in the Algebra questions in the 2023 National High School Exam (ENEM) were execution errors, characterized mainly by errors related to information, but which are also consequences of input errors and in the organization of information by the participant himself, determining that it is still necessary to improve the student's skills and abilities as a high school student.

Keywords: Error; ENEM; Didactic Error Analysis Model (MADE); INEP Microdata.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE)	21
Figura 2 –	Exemplo de erro de entrada	23
Figura 3 –	Exemplo de erro de organização da informação	24
Figura 4 –	Exemplo de erro de execução	25
Figura 5 –	Questão 136 de Matemática do ENEM de 2023	41
Figura 6 –	Questão 153 de Matemática do ENEM de 2023	45
Figura 7 –	Alternativas da questão 153 de Matemática do ENEM de 2023	45
Figura 8 –	Questão 155 de Matemática do ENEM de 2023	50
Figura 9 –	Questão 160 de Matemática do ENEM de 2023	53
Figura 10 –	Questão 163 de Matemática do ENEM de 2023	55
Figura 11 –	Questão 170 de Matemática do ENEM de 2023	57
Figura 12 –	Questão 171 de Matemática do ENEM de 2023	60
Figura 13 –	Questão 180 de Matemática do ENEM de 2023	62

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 –	Descrição das habilidades na competência específica de área 4 da Matriz ENEM	28
Quadro 2 –	Descrição das habilidades na competência específica de área 5 da Matriz ENEM	29
Quadro 3 –	Habilidades que abordam a Álgebra na competência específica 3 da BNCC	31
Quadro 4 –	Habilidades que abordam a Álgebra na competência específica 4 da BNCC	32
Quadro 5 –	Habilidades que abordam a Álgebra na competência específica 5 da BNCC	32

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 –	Microdados da questão 136	42
Gráfico 2 –	Microdados da questão 153	46
Gráfico 3 –	Microdados da questão 155	50
Gráfico 4 –	Microdados da questão 160	53
Gráfico 5 –	Microdados da questão 163	56
Gráfico 6 –	Microdados da questão 170	58
Gráfico 7 –	Microdados da questão 171	60
Gráfico 8 –	Microdados da questão 180	63

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	13
2	OBJETIVOS.....	17
2.1	OBJETIVO GERAL.....	17
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	17
3	A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA E O	
	ERRO.....	18
3.1	O PAPEL DIDÁTICO DO ERRO NA APRENDIZAGEM.....	18
3.2	O MODELO DE ANÁLISE DIDÁTICA DOS ERROS (MADE).....	20
3.2.1	Erros de entrada	22
3.2.2	Erros de organização da informação	23
3.2.3	Erros de execução	25
4	O EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO E A BASE NACIONAL	
	COMUM CURRICULAR: ABORDANDO A MATEMÁTICA, COM	
	ÊNFASE EM ÁLGEBRA, O ENSINO	
	MÉDIO.....	27
4.1	O EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO E OS SEUS	
	ASPECTOS HISTÓRICOS.....	27
4.2	A ÁLGEBRA NO EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO.....	28
4.3	A ÁLGEBRA DA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR.....	29
4.4	ENEM VS BNCC: UM COMPARATIVO ENTRE A FORMA QUE	
	AMBOS ABORDAM A ÁLGEBRA NO ENSINO MÉDIO.....	33
5	METODOLOGIA.....	35
5.1	CARACTERIZAÇÃO DA NATUREZA DA PESQUISA.....	35
5.2	DETERMINAÇÃO DO ANDAMENTO DA PESQUISA.....	36
5.3	OS MICRODADOS DO INEP COMO INSTRUMENTO DE COLETA	
	DE DADOS.....	37
6	ANÁLISE E DISCUSSÃO A PARTIR DOS MICRODADOS	39
6.1	AS QUESTÕES, OS RESULTADOS OBTIDOS E A	40
	CATEGORIZAÇÃO DOS ERROS	
6.1.1	Questão 136	41

6.1.1.1	Microdados e discussão acerca da categorização dos erros da questão 136	42
6.1.2	Questão 153	45
6.1.2.1	Microdados e discussão acerca da categorização dos erros da questão 153	46
6.1.3	Questão 155	49
6.1.3.1	Microdados e discussão acerca da categorização dos erros da questão 155	50
6.1.4	Questão 160	52
6.1.4.1	Microdados e discussão acerca da categorização dos erros da questão 160	53
6.1.5	Questão 163	55
6.1.5.1	Microdados e discussão acerca da categorização dos erros da questão 163	56
6.1.6	Questão 170	57
6.1.6.1	Microdados e discussão acerca da categorização dos erros da questão 170	58
6.1.7	Questão 171	59
6.1.7.1	Microdados e discussão acerca da categorização dos erros da questão 171	60
6.1.8	Questão 180	62
6.1.8.1	Microdados e discussão acerca da categorização dos erros da questão 180	63
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	65
	REFERÊNCIAS.....	68

1 INTRODUÇÃO

A temática da avaliação da aprendizagem tem sua devida importância na educação, já que enquanto professores, “estamos necessitando de ‘aprender a avaliar’, pois que, ainda, estamos mais examinando que avaliando” (Luckesi, 2011, s.p.), mostrando que o professor pode deixar de lado o ensino tradicional, que é centrado numa pedagogia tradicional, para auxiliar nesse aporte na inovação constante da educação.

Em meio a tantas discussões acerca da avaliação da aprendizagem escolar, surgiram questionamentos como: *Por que o aluno erra? O que faz o aluno errar? O erro cometido pelo aluno é sempre culpa dele? Porém, onde o erro entra no ensino e aprendizagem de matemática?* O erro é algo recorrente na disciplina de matemática, principalmente nas resoluções dos cálculos, na interpretação das questões, na organização das informações e na execução do que se pede.

De acordo com Cury (1994), os erros cometidos pelos alunos são uma oportunidade de eles construírem conhecimento. Assim, o erro faz parte do processo de aprendizagem do aluno e de como o aluno constrói o conhecimento matemático, pois é a partir do ato de errar que o aluno acerta, corrigindo os próprios erros e evoluindo na sua construção do saber.

Com isso, a avaliação da aprendizagem tenta acompanhar o ritmo dessas mudanças com enfoque num trabalho mais humanizado, como cita Paulo Freire (1991) sobre “a educação em favor da [educação que] se põe como um que fazer histórico em consonância com a também histórica natureza humana, inclusive, finita, limitada” (Freire, 1991, p. 72). Freire (1991) trabalha com uma perspectiva de formação de professores mais humanos, que entendam e escutem os seus alunos, fazendo-os se sentirem seguros para partilharem com o professor suas dúvidas e saná-las em sala de aula.

O erro cometido pelo aluno indica ao professor que algo deve ser dado a devida atenção, podendo indicar várias coisas, não focando apenas no aluno, mas no que fez o aluno errar, se foi mesmo culpa do aluno ou se teve algo que o fez errar de fato. De acordo com Jucá (2022), o professor pode utilizar o erro do aluno de várias formas, como por exemplo

Criticar a resposta, ignorar, punir, recusar, fazer uma pergunta, lançar uma sugestão, opor-se a outra resposta, denunciar o erro, ou provar implicitamente o erro, mas é também o professor quem propõe os meios para evitar o erro no futuro, a forma como o professor vai reagir frente ao erro do aluno é que vai garantir a superação ou não desse erro (Jucá, 2022, p. 5).

Com isso, ao escolher o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) como instrumento de análise documental, busca-se nesse estudo analisar o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) da edição de 2023, onde serão analisadas especificamente as questões de Álgebra em Matemática e suas tecnologias, focando principalmente nos dados que mostram os erros cometidos pelos estudantes que realizaram as provas e quanto ao Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), ele permite que professores de matemática vejam o que precisam melhorar acerca da prática escolar.

Torre (2007) desenvolveu uma fundamentação e base teórica do erro e como ele pode ser usado pelo professor sendo uma ferramenta didática em sala de aula, trabalhando com a ideia de inovar a educação por meio de assuntos antes negligenciados ou pouco falados.

Ao discutir acerca da problemática do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e os erros cometidos na prova pelos alunos, pode-se deduzir que o erro produzido ali provém de como esse aluno está se preparando para a realização do exame. Assim como na fala de Torre (2007), em que podemos ver que o foco didático do erro consiste na forma criativa de poder usá-lo no processo de ensino e aprendizagem.

Com a finalidade de utilizar os microdados fornecidos pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) para a realização da pesquisa, que contém as menores informações acerca dos resultados obtidos por meio do Exame, dispondo de alguns resultados das provas, como os gabaritos e as notas, a pesquisa busca fazer um mapeamento desses microdados, especificamente os gabaritos, identificando os erros dos participantes nas alternativas das questões de Álgebra em Matemática e suas Tecnologias na prova de 2023 e analisando a associação desses erros com o Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE). Além disso, a pesquisa parte de discussões teóricas sobre o estudo do erro no processo de ensino e aprendizagem, particularmente na matemática.

Diante disso, o trabalho está dividido entre a presente introdução, um capítulo que deixa explícito os objetivos que conduziram a pesquisa, dois capítulos que visam trabalhar a revisão bibliográfica que vem a fundamentar a pesquisa, seguido da metodologia utilizada para a delimitação dela, finalizando com a análise e discussão dos resultados obtidos e, no último capítulo, as considerações finais.

No primeiro capítulo de revisão bibliográfica, é apresentado como o aluno aprende matemática e como esse processo de assimilação é influenciado com a relação tida entre o acerto e o erro a partir dos documentos curriculares da Educação. A posteriori é analisado como o erro do aluno pode ser precursor para o papel da didática, entrelaçado com a metodologia utilizada pelo professor, a fim de que seja trabalhado ainda o Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE).

No segundo momento de revisão bibliográfica, foi trabalhada a ideia de analisar os microdados do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) que são disponibilizados pelo próprio Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), buscando analisar as questões erradas nos descritores de Matemática e suas Tecnologias no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e, com isso, trabalhar a Unidade Temática Álgebra prevista na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para compor o estudo, analisando e comparando o que diz o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) quanto à Unidade Temática Álgebra.

No que se refere à metodologia, ela traz mais detalhes da pesquisa, apresentando a pesquisa que tem natureza exploratória com análise descritiva, tendo uma abordagem quantitativa, onde os dados da análise serão classificados a partir dos erros presentes em cada questão. Além disso, ainda é exibido os microdados do INEP como instrumento de coleta de dados e os participantes da coleta de dados são os alunos do Ensino Médio e os demais já concluintes inscritos para a realização da prova.

Ainda é possível ver no capítulo 6, que aborda a análise e a discussão dos resultados, as dificuldades enfrentadas para a realização da análise, visto que no ano de 2023, foram registrados 1.048.575 candidatos que, por conseguinte, realizaram a prova. As dificuldades enfrentadas diante desse número, se trata dos meios que poderiam serem seguidos para a análise individual do gabarito de cada um desses candidatos, onde apenas 8 das 45 questões da prova equivalem ao conteúdo de Álgebra, e cada questão precisou ser analisada no gabarito de cada um dos

participantes, também dentre as 45 questões de matemática, apenas as questões 136, 153, 155, 160, 163, 170, 171 e 180 equivalem à composição do estudo, já que apenas elas abordam Álgebra como conteúdo principal.

O desfecho para a análise desses dados se deu por meio das próprias ferramentas presentes no documento Excel que os microdados estavam inseridos, em que foram usadas duas fórmulas do software para a análise dos dados, dando para se obter o número de candidatos que faltaram à prova e o número de candidatos que marcaram cada uma das cinco alternativas de cada questão.

A análise desses dados deu conta do objetivo geral e da metodologia, principalmente por ter-se conseguido categorizar cada erro marcado pelos participantes, a partir do critério de assimilação dos caminhos que possivelmente levaram o candidato a escolher aquela como a opção correspondente à resposta da questão.

No mais, o capítulo 6 está dividido entre a descrição de cada uma das questões de Álgebra da prova e seguidos pelos gráficos que apresentam os microdados do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) de 2023, também com a categorização dos erros em cada alternativa que não correspondia à resposta correta, tendo apenas 3 questões que foram categorizadas de maneira geral, pois um erro gerou o outro e assim sucessivamente. Os resultados obtidos a partir disso, mostram que a maioria dos erros nas questões de Álgebra do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) de 2023 podem ser classificados como erros de execução, onde muitas vezes os participantes interpreta bem o enunciado, mas se errar na organização das informações que são dadas, automaticamente já erra na execução do que se pede, ou seja, errando no manuseio da questão.

Por fim, a pesquisa serve como reflexão e incentivo para que professores possam tratar o erro de forma didática e acolher ao invés de reprimir o aluno e por se tratar de um exame de Ensino Médio, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) também é uma forma de entender como o aluno anda recebendo o conteúdo ainda dentro da sala de aula, exigindo que as habilidades e as competências de fato estejam sendo postas em uso.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

- Analisar e categorizar, de acordo com o Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), os erros cometidos em questões de Álgebra nas edições do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) de 2023 a partir dos microdados disponibilizados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Relacionar a prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), alinhando ambos acerca do ensino e da aprendizagem de Álgebra no Ensino Médio;
- Analisar os microdados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) acerca do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e verificar os erros dos participantes nas alternativas do exame dentro da Unidade Temática Álgebra em Matemática e suas Tecnologias, categorizando-os a partir do Modelo de Análise Didático dos Erros (MADE);
- Categorizar os erros na Unidade Temática Álgebra presentes nos microdados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) de 2023 com base no Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE).

3 A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA E O ERRO

Neste capítulo está sendo trabalhada a relação entre o erro e a aprendizagem matemática, tendo em vista que ao trabalhar essa junção é levado em consideração o aluno como um ser singular que aprende do seu jeito, também que o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) dispõe de dados úteis para analisar e categorizar quando se trata dos erros nos respectivos gabaritos da prova, tanto quanto interpretar o que levou os participantes a errarem.

Inicialmente é analisado como o erro do aluno pode ser precursor para o papel da didática, entrelaçado com a metodologia utilizada pelo professor, a fim de que seja trabalhado ainda o Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), evidenciando que este será o respectivo objeto utilizado para a análise dos dados obtidos a partir dos microdados do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

3.1 O PAPEL DIDÁTICO DO ERRO NA APRENDIZAGEM

É comum ver alguns professores defendendo a ideia de que não é possível tirar proveito algum do erro e é claro que muitos ainda acreditam que o erro é algo contido no aluno, única e exclusivamente culpa dele. Segundo Torre (2007), “ainda prevalece no pensamento de muitos educadores a prescrição skinneriana de se evitar o erro como princípio de ensino” (Torre, 2007, p. 10). Muitos professores estão centrados em trabalhar uma pedagogia totalmente autoritária, onde apenas o professor é portador do saber e o aluno tem apenas a função de recebê-lo.

O trabalho com o erro na educação é um passaporte para novas metodologias e adaptações na didática do professor, é possível ainda que o professor consiga alcançar metas pré-estabelecidas a partir do erro do aluno.

O papel didático do erro está em utilizá-lo como uma estratégia de mudança, onde Torre (2007) cita ainda que

O erro pode ser utilizado como uma estratégia inovadora para aproximar a teoria e a prática, para passar de um enfoque de resultados para um de processos, de uma *pedagogia do êxito* para uma *didática do erro*, de ensino de conteúdos para aprendizagem de processos. (Torre, 2007, p. 10)

Nessa visão, é determinante que o papel da didática seja também trabalhar as ações, orientando o aluno e levando-o ao acerto. Segundo Torre (2007), “serve de

muito pouco dispor de teorias se não conseguirmos que os alunos melhorem em algum aspecto de sua aprendizagem e os professores, em algum aspecto de seu ensino” (Torre, 2007, p. 11) e é por esse motivo que é importante que o professor saiba que o erro é o agente que pode trazer essas melhorias para o aluno.

A visão do erro traz ao professor que é por meio do erro que vem o acerto e na matemática trabalhar o erro é algo ainda mais proveitoso, já que há muitos indícios de erros cometidos pelos alunos ao tentar aplicar algum conceito em determinado problema matemático.

Segundo Jean Piaget, o erro é considerado como parte do aprendizado, onde é trabalhada a concepção de que as crianças são construtoras do próprio conhecimento, assim como Torre (2007) afirma que “a utilização do erro deve ser entendida como uma ferramenta conceitual da qual necessita ante os conceitos específicos, como um veículo que encurta as distâncias entre intenções e realizações.” (Torre, 2007, p. 10)

Não só a ideia de utilizar o erro como mecanismo de aprendizagem, mas também é preciso usá-lo com cautela, pois ele não é a única fonte pedagógica de fazer conhecimento, por isso é possível que haja um desequilíbrio ao somente focar no erro. Logo, é preciso que o erro seja usado com a noção de que não se tem apenas pontos positivos, pois é exatamente essa noção positiva do erro que implica no uso indevido dele.

Para Luckesi (2011), o erro cometido pelo aluno no processo de aprendizagem serve como ponto de partida para o desenvolvimento cognitivo do aluno, dando ao professor o entendimento de como o aluno anda aprendendo o que é ensinado. Luckesi (2011) afirma ainda que os professores precisam aprender muito mais que avaliar o conhecimento do aluno, pois enquanto o professor se preocupa em apenas avaliar o aluno, acaba por não analisar que talvez a sua metodologia esteja levando o aluno ao erro, consecutivamente, não sendo culpa do mesmo.

É importante ressaltar ainda que Paulo Freire (1991) afirma que

Se as crianças cometem erros é porque, geralmente, estão usando sua inteligência a seu modo. Considerando que o erro é um reflexo do pensamento da criança, a tarefa do professor não é a de corrigir, mas descobrir como foi que a criança fez o erro (Freire, 1991, p. 64).

Quando se trabalha com educação matemática, fala-se muito sobre o erro e como ele transforma a aprendizagem matemática, pois o erro é um ótimo objeto de

estudo para a matemática, no intuito do professor criar situações que levem o aluno ao erro, mas que ao mesmo tempo possa ensinar ao aluno a seguir o caminho rumo ao acerto.

Nisso, a abordagem do erro em sala de aula traz ao aluno o poder de conseguir assimilar o que está aprendendo do que não está sendo aprendido, visto que a aprendizagem é significativa e única. Em contrapartida, o papel do professor nesse sentido é ampliar a visão crítica do aluno, mas também de evidenciar qual o obstáculo que está sendo enfrentado pelo aluno, pois cada aluno aprende de forma diferente e isso faz com que nem todos os alunos numa mesma turma consigam aprender da mesma forma.

Ainda é necessário compreender que ao ensinar para alunos distintos e únicos, é preciso que mesmo diante dos que têm uma forma de aprender mais rápida ou até mesmo mais lenta, é papel unicamente do professor que todos aprendam o mesmo conteúdo, ainda que de forma diferente.

Em virtude das situações mencionadas acima, é imprescindível que o erro seja usado de forma pedagógica, a fim de que o professor auxilie o aluno para aprimorar os seus conhecimentos, evitando futuras frustrações em provas externas e para que seja evitado que o aluno apenas decore as propriedades sem entender os respectivos conceitos.

Com base nessa compreensão do papel pedagógico do erro, passamos agora à análise de um modelo que busca sistematizar essa abordagem: o Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE).

3.2 O MODELO DE ANÁLISE DIDÁTICA DOS ERROS (MADE)

Ao analisar os fatos, é refletido que o papel do erro vai muito além de punir o aluno por ter errado. O fato é que o erro indica ao professor muito mais que somente falta de domínio do aluno em determinado assunto, o erro mostra além do equivocar-se ou então que o aluno não estudou direito e, ao abordar o erro de forma estratégica, tira-se proveito do mesmo e criam-se indicativos de onde melhorar, tanto o aluno, quanto o professor.

A sistematização de abordar o erro de forma didática traz ao professor um novo leque para o ensino, tomando as várias formas de se estar equivocado para quantas formas pode-se ensinar matemática a partir do erro cometido pelo aluno. É preciso

entender que não há uma forma única de errar e sabendo disso, entende-se que os erros não são iguais, por isso que “o conhecimento dos erros e de seus tipos facilita o diagnóstico e o tratamento” (Torre, 2007, p. 107).

O tratamento do erro deve e pode ser usado corretamente e é nisso que consiste o Modelo de Análise Didática dos Erros de Saturnino de La Torre (2007). O intuito de Torre (2007) ao tratar de forma didática o erro é apresentar ao professor a sua visão de pesquisador que busca melhorias para a educação. Segundo Torre (2007), “o erro como estratégia de mudança tem sua razão de ser no contexto de um projeto mais amplo, orientado para a formação de professores no meio escolar.” (Torre, 2007, p. 9)

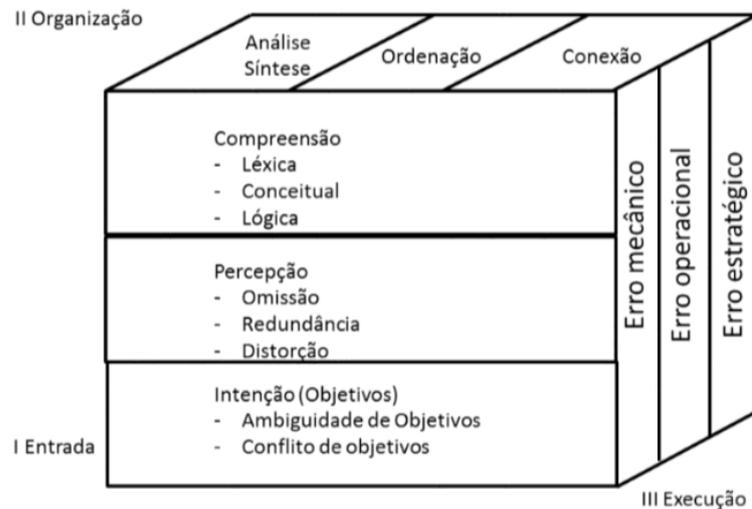
De modo geral, o erro pode ser compreendido de diversas formas, inclusive de forma auto avaliativa pelo professor, para que ele busque entender o que o ele pode estar fazendo para o aluno errar tanto. No mais, é do interesse de Torre (2007) entender que “o aluno cai uma vez depois da outra nas mesmas falhas” (Torre, 2007, p. 107) pode indicar que o professor pode não estar dando o devido valor ao indicativo desse erro repetitivo.

O Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE) dispõe de mostrar ao professor que essas várias formas de erro podem sim ser utilizadas com fins pedagógicos, que facilitam a aprendizagem do aluno e trazendo melhorias para o método de ensino do professor. A reflexão de Torre (2007) presente em seu livro mostra uma preocupação do autor enredada no saber que o aluno aprende errando e que nem sempre estamos propícios a acertar, logo, o erro é algo esperado.

É necessário entender que como ser individual, o aluno também é um ser singular, que a forma com que um aluno aprende pode ser diferente da forma que outro aluno consegue aprender. Ademais, é necessário lembrar-se que todo ser humano tem os seus próprios processos, que por sinal são complexos e únicos, e que “ocorrem erros diferentes e atrás de cada um existe um porquê.” (Torre, 2007, p. 108)

Na figura 1 a seguir, é mostrado o Modelo de Análise Didática dos Erros que Torre (2007) organizou, onde “são recolhidas as principais dimensões e categorias do erro, que podem servir de guia tanto de investigação como para sua análise e seu tratamento didático” (Torre, 2007, p. 108):

Figura 1 – Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE)



Fonte: Torre (2007, p. 108.)

Em suma, é levado em consideração essas três principais dimensões e categorias do erro, sendo elas: os *erros de entrada* ou desequilíbrio, *erros de organização* da informação e os *erros de execução* e é em torno desses três momentos que podemos responder perguntas do tipo “*como o aluno compreende o erro?*”, “*como o aluno organiza a informação?*”, “*como o aluno executa a tarefa?*”, tanto quanto a partir das perguntas podemos descrever as três categorias do erro.

3.2.1 Erros de entrada

São os tipos de erros que ocorrem quando o aluno lê a questão, mas não interpreta corretamente o que se é pedido. Logo, o desequilíbrio entre a informação dada e o que é pedido se transforma em erro.

Há três problemas de erros de entrada fragmentados em três planos: da intenção, da percepção e da compreensão. Vejamos a seguir o que Torre (2007) fala sobre esses planos, no que se refere aos erros de entrada:

- a) Erros no plano das intenções: decorre quando o professor não deixa claro o que quer no problema proposto, causando confusão no aluno na clareza de entender a intenção da questão. Podem acontecer em atividades de duplo sentido ou então sem objetivo único, que acabam por confundir o aluno, mas também ocorrem quando o aluno não entende o que se é pedido e realiza mais do que o devido.
- b) Erros no plano das percepções da informação: é um erro comum na má captação da informação, geralmente tem como principal causador a

metodologia usada pelo professor e a capacidade do aluno; o duplo sentido na questão pode levar o aluno a entender errado o que se pede. São comuns os erros de omissão, erros de redundância e erros de distorção; também quando o professor ignora que o aluno pode não ter o conhecimento do assunto, podendo levar o aluno à sobrecarga de informação e quando o problema dado tem informações desnecessárias ou que são recorrentes.

- c) Erros de compreensão: esse tipo de erro provém da falta de compreensão do aluno quanto ao significado de palavras, de conceitos e até mesmo de expressões, levando-o a limitarem-se nas falhas também lógicas; mas se o professor não expressa o problema de acordo com a idade do sujeito, pode levar ao erro pela idade inadequada dele. Esse tipo de erro repercute no processo de desenvolvimento cognitivo do aluno, pois o aluno desenvolve o pensamento por meio dos significados e conceitos, podendo ter origem em metodologias inadequadas.

Por conseguinte, é apresentado um exemplo do erro de entrada, como é mostrado na Figura 2, dando ênfase ao conteúdo de Álgebra.

Figura 2 – Exemplo de erro de entrada

1. Resolva o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Handwritten student work showing the system of equations and the solution process:

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ x - y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 11 \\ x - y = 1 \end{cases} + - = -$$

$$x = 5 \quad y = 5 \quad 11 - 1 = 10 \quad + = -$$

Fonte: Santos e Maciel (2023, p. 9)

No exemplo da figura 2, é mostrada a resolução de uma questão em que o erro do aluno está categorizado na falta de entendimento quanto ao que se pede, levando-o a desviar do objetivo, mas também pela falta de compreensão e distorcendo o que de fato é para ser respondido.

3.2.2 Erros de organização da informação

Esse tipo de erro mostra a forma com que o aluno organiza as informações que são dadas no problema, podendo levá-lo ao êxito ou ao erro. Cada sujeito tem sua maneira de organizar o modo com que irá responder o que lhe é dado como problema,

sendo assim, é conveniente lembrar que o aluno como sujeito causador do erro, realiza os processos de forma cognitiva.

Torre (2007) ressalta que “os erros de organização ocorrem quando o sujeito trata de mudar a informação de que dispõe para dar a resposta que é pedida” (Torre, 2007, p. 118). Os erros de organização se subdividem entre os erros de análise e síntese, os erros de ordenação e os erros de conexão e interferências, como mostram a seguir:

- a) Erros de análise e síntese: ocorrem quando o aluno tem dificuldade em analisar o que é pedido e sintetizar como responder. Quando o aluno tem um problema e não parte de algum critério para resolver, ele erra ao organizar esses dados e acaba dificultando ao não saber diferenciar o que representa cada dado e como utilizar em seguida e é como se o aluno agisse de acordo com as suas experiências e quisesse adivinhar o que é para ser feito.
- b) Erros de ordenação: derivado da falta de organização das informações, esse tipo de erro provém do desvio de metas buscadas, onde o aluno tenta organizar as informações, mas erra a ordem e acaba fugindo do sentido original, acarretando a falha ao tentar resolver o problema.
- c) Erros de conexão e interferências: esse erro se caracteriza pelo conhecimento que o aluno tem do assunto, mas que na prática acaba por se confundir com o excesso de informações e errando no resultado; quando o aluno está habituado com um método e vai tentar de outra maneira e se confunde mesmo sabendo como resolver, mas acaba se atrapalhando por não conseguir resolver da forma que era acostumado a ver.

Nesse sentido, é possível analisar a seguir na Figura 3 um exemplo de erro de organização da informação.

Figura 3 – Exemplo de erro de organização da informação

2. José comprou na cantina da escola dois biscoitos e um refrigerante pelos quais pagou R\$8,00. Seu amigo Biel comprou um biscoito e um refrigerante a mais que José, pagando R\$13,00 no total. Qual o preço unitário do biscoito e do refrigerante pagos por José e Biel?

$$\begin{cases} x+y=8,00 \\ x-y=13,00 \end{cases} \quad 2x=27,00$$

$$x=\frac{27}{2}$$

$$x=10,5$$

5,5 do biscoito
e do refrigerante

Fonte: Santos e Maciel (2023)

Nesse exemplo da figura 3, é mostrado como o aluno entende o que a questão pede, mas errando ao organizar as informações dadas no problema e no momento de organizar os dados.

3.2.3 Erros de execução

Esses erros são caracterizados pelo equívoco do aluno, de quando o sujeito tem todas as informações necessárias, com um comando que dá para se interpretar, mesmo assim erra ao executar o problema, quando o põe em prática. Basta que sejam apontadas pistas que indiquem até onde está correto o processo que o aluno levou para chegar ao resultado, que ele consegue reconhecer a sua falha e corrigi-la.

Ao tentar arriscar-se no novo, no desconhecido, o aluno pode chegar ao erro ao invés do acerto, consistindo em erros mecânicos ou lapsos, erros operacionais e de distração e os erros estratégicos, como apresentado a seguir:

- a) Os erros mecânicos ou lapsos: é quando o aluno se precipita no processo de codificação, onde o sujeito se precipita; são também pequenos detalhes como omissão de letras, troca de sinais ou também de palavras.
- b) Os erros operacionais e de distração: esse tipo de erro consiste na operação ou execução de um problema; até mesmo quando se há um esquecimento por parte do sujeito, quando ele não lembra que algo está ali e que importa, levando-o direto ao erro.
- c) Os erros estratégicos: esses, por sua vez, ocorrem no equívoco da estratégia utilizada para resolver algum problema proposto; sendo eles os erros de procedimento.

A seguir, vê-se um exemplo de um erro de execução, como apresentado na Figura 4.

Figura 4 – Exemplo de erro de execução

1. Resolva o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$2x = 11 - 7$$

$$-2x = 10$$

$$x = \frac{10}{2}$$

$$x = 5$$

$x - 7$
 $5 - 7$
4

Fonte: Santos e Maciel (2023, p. 9)

A categorização do erro de execução apresentado na figura 4 exibe como o aluno entende o que a questão pede, entende os conceitos de sistema de equações, mas erra na troca de sinal no momento de executar o exercício, levando-o ao erro.

O Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE) apresentado mostra que a educação pode sim passar por processos que tragam melhorias para o ensino, tanto para beneficiar o aluno quanto o professor. É nesse sentido que o erro deve ser utilizado de forma didática, para que o professor dê mais atenção ao erro cometido pelo aluno, pois ele é indicativo de tantas coisas e oportunidades, mostrando também como o professor está ensinando e se a metodologia utilizada por ele é de fato eficaz em sala de aula.

O autor ainda cita que “em todas as etapas encontramos erros que podemos transformar em informação valiosa” (Torre, 2007, p. 109), visto que é a partir do erro que vem o acerto e que ninguém nasce sabendo. Torre (2007) explica ainda que a intenção do Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE) é ser descritiva, ou seja, descrever os tipos de erros que ele desenvolveu.

No mais, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) dispõe dos dados que mostram os erros dos participantes um a um, indicando explicitamente o erro de cada um deles, e ao analisar esses dados é possível que, pelo Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), sejam eles categorizados, dando margem de como possivelmente o participante errou ao escolher tal alternativa dentre os descritores de cada questão que mais tarde serão descritas e analisadas, visto que até o participante chegar ao erro, há muitas informações que são relevantes para o estudo.

4 O EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO E A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR: ABORDANDO A MATEMÁTICA, COM ÊNFASE EM ÁLGEBRA, NO ENSINO MÉDIO.

O embasamento da pesquisa se encontra na busca em analisar as questões erradas nos descritores de Matemática e suas Tecnologias no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e, com isso, foi escolhida a Unidade Temática Álgebra prevista na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para compor o estudo. Em síntese, descreveu-se um comparativo entre o que diz o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e o que diz a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sobre o conteúdo de Álgebra.

4.1 O EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO E OS SEUS ASPECTOS HISTÓRICOS

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) foi enraizado na necessidade de avaliar o desempenho dos estudantes matriculados no Ensino Médio, logo após ter sido aprovada a lei 9.394 que garante o acesso gratuito e igualitário do ensino público para todos os cidadãos. Silva (2021) afirma que

Após a consolidação do Ensino Médio e o grande aumento de estudantes matriculados neste nível de ensino, foi necessária a implantação de um exame que pudesse avaliar sua qualidade. Com isso, o ENEM foi criado em 1998, primeiramente com o objetivo de avaliar o desempenho dos estudantes que terminam a Educação Básica, seguindo critérios de competências e habilidades que se espera ter sido alcançados por estes estudantes durante seus anos de estudo na Educação Básica (Silva, 2021, p. 27).

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) tem como finalidade o ingresso dos candidatos inscritos para concorrerem ao ingresso no Ensino Superior por meio do Sistema de Seleção Unificada (SISU) e do Programa Universidade para Todos (ProUni) no ano seguinte, mas nem sempre o intuito do exame foi exatamente esse. Com o passar do tempo, foi vista a necessidade de aperfeiçoamento do objetivo do exame para torná-lo um mecanismo de ingresso ao ensino superior.

Atualmente, a prova consiste em um total de 180 questões objetivas com quatro áreas de conhecimentos, sendo elas: linguagens, códigos e suas tecnologias; ciências humanas e suas tecnologias; ciências da natureza e suas tecnologias; matemática e

suas tecnologias. Além disso, conta também com a redação dissertativa-argumentativa de até 30 linhas como método de avaliação do candidato.

Os alunos participantes do exame são aqueles que estão na etapa de conclusão do ensino médio, os que ainda estão cursando o ensino médio e aqueles que, porventura, já se formaram e querem fazer a prova para a entrada no ensino superior.

4.2 A ÁLGEBRA NO EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO

A prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) consiste em um conjunto de competências e habilidades em cada área de conhecimento, tendo um total de 7 competências na área de conhecimento de Matemática e suas Tecnologias.

Dentre essas competências específicas, apenas as competências de número 4 e número 5 abordam a álgebra. Silva (2021) afirma ainda que

Embora não apresentem explicitamente entre suas habilidades a Álgebra, trazem com muita frequência a expressão “Resolver situação-problema”, que insere a Álgebra nos métodos e procedimentos para resolver problemas numéricos, geométricos, de grandezas e medidas, probabilidade e estatística (Silva, 2021, p. 28).

De acordo com a Matriz Referência Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), as competências que trabalham a álgebra são:

“Competência de área 4 – Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano”.¹

Para a competência de área 4 são destacadas 4 habilidades, descritas entre as referências H15 a H18.

QUADRO 1 - DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES NA COMPETÊNCIA DE ÁREA 4 DA MATRIZ ENEM

Habilidades	Descrevendo a habilidade
H15	Identificar a relação de dependência entre grandezas.
H16	Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.
H17	Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.
H18	Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.

Fonte: Adaptação da Matriz Referência do ENEM. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/matriz-de-referencia>. Acesso em: 14 de mar. de 2024.

“Competência de área 5 - Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.”

Para a competência de área 5 são destacadas 5 habilidades, descritas entre as referências H19 a H23.

QUADRO 2 - DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES NA COMPETÊNCIA DE ÁREA 5 DA MATRIZ ENEM

Habilidades	Descrevendo a Habilidade
H19	Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.
H20	Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.
H21	Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.
H22	Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.
H23	Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

Fonte: Adaptação da Matriz Referência do ENEM. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/matriz-de-referencia>. Acesso em: 14 de mar. de 2024.

Essas competências e habilidades auxiliam no entendimento do funcionamento e na organização da prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), para que seja possível entender a Álgebra como um mecanismo de resolução de problemas que abordam outras articulações, onde a sua importância se dá pela relação entre as demais disciplinas.

Quanto à prova em si, ela se divide em 45 questões objetivas em Matemática e suas Tecnologias, contendo cinco descritores em cada questão. As questões que abordam a Álgebra na prova são divididas, de acordo com a Matriz Referência, em conteúdos de conhecimentos algébricos, sendo eles: gráficos e funções; funções algébricas do 1.º e do 2.º grau, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas.

4.3 A ÁLGEBRA NA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

A Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) descreve a Matemática no Ensino Médio com foco na “construção de uma visão integrada da Matemática,

aplicada à realidade, em diferentes contextos” (Brasil, 2018, p. 528), acrescentando ainda que

A área de Matemática e suas Tecnologias tem a responsabilidade de aproveitar todo o potencial já constituído por esses estudantes no Ensino Fundamental, para promover ações que ampliem o letramento matemático iniciado na etapa anterior” (Brasil, 2018, p. 528-529).

O objetivo explícito na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é que cada estudante possa desenvolver habilidades determinadas para uso nos processos investigativos, na construção de modelos e na resolução de problemas. O desenvolvimento dessas habilidades precisa vir com argumentações plausíveis que justifiquem o raciocínio que o aluno utilizou para chegar no resultado obtido. No que diz respeito a representar, é preciso que o aluno elabore registros contendo objetos matemáticos, deixando claro que “na Matemática, o uso dos registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, a resolução e a comunicação de resultados de uma atividade” (Brasil, 2018, p. 529).

Com a intenção de desenvolver competências específicas, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) indica que os alunos devem alcançar habilidades, a fim de que o aluno desenvolva melhor essas competências por meio das habilidades, interligadas diretamente a determinadas competências. No que diz respeito à forma organizacional dessas competências, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) diz que elas “não têm ordem preestabelecida” (Brasil, 2018, p. 530), pois formam um todo, de forma que para desenvolver uma, precisa-se que se tenha outras.

A área de Matemática e suas Tecnologias na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta ainda

Em continuidade a essas aprendizagens, no Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, conforme anteriormente anunciado. Nesse contexto, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio, envolvidos, em diferentes graus dados por suas condições socioeconômicas, pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros (Brasil, 2018, p. 528).

A respeito da Unidade Temática Álgebra na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), é visto que é mais abordada nas competências específicas 3, 4 e 5. Vejamos a seguir:

Competência específica 3: fazer o uso de estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para a interpretação, a construção de modelos e a resolução de problemas em variados contextos.

Nas habilidades dessa competência, é possível distinguir as habilidades que se adequam à Álgebra, sendo elas transcritas no quadro 3 a seguir:

QUADRO 3 - HABILIDADES QUE ABORDAM A ÁLGEBRA NA COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3 DA BNCC

Habilidades	Descrevendo as habilidades
EM13MAT301	Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, incluindo ou não tecnologias digitais.
EM13MAT302	Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1 ^o e 2 ^o graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais.
EM13MAT304	Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros.
EM13MAT305	Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.
EM13MAT306	Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais, como ondas sonoras, ciclos menstruais, movimentos cíclicos, entre outros, e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.
EM13MAT308	Resolver e elaborar problemas em variados contextos, envolvendo triângulos nos quais se aplicam as relações métricas ou as noções de congruência e semelhança.
EM13MAT313	Resolver e elaborar problemas que envolvem medições em que se discuta o emprego de algarismos significativos e algarismos duvidosos, utilizando, quando necessário, a notação científica.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular (BNCC, Brasil, 2018, p. 527-529).

Competência específica 4: promover a compressão e utilização de diferentes representações matemáticas, sejam elas algébricas, geométricas, estatísticas, computacionais etc., buscando solucionar e relacionais problemas com a comunicação.

Nas habilidades da competência específica 4, vê-se a presença de 4 habilidades que trabalham a Álgebra, especificadas no quadro 4 a seguir:

QUADRO 4 - HABILIDADES QUE ABORDAM A ÁLGEBRA NA COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 4 DA BNCC

Habilidades	Descrevendo as habilidades
EM13MAT401	Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
EM13MAT402	Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
EM13MAT403	Comparar e analisar as representações, em plano cartesiano, das funções exponencial e logarítmica para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada uma, com ou sem apoio de tecnologias digitais, estabelecendo relações entre elas.
EM13MAT404	Identificar as características fundamentais das funções seno e cosseno (periodicidade, domínio, imagem), por meio da comparação das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular (BNCC, Brasil, 2018, p. 530-531).

Competência específica 5: saber investigar e estabelecer conjecturas a respeito dos diferentes conceitos e propriedades matemáticas, fazendo o emprego de estratégias e recursos tecnológicos.

Nas habilidades da competência específica 5, estão presentes 7 habilidades que abordam a Álgebra. No quadro 5 estão colocadas essas habilidades:

QUADRO 5 - HABILIDADES QUE ABORDAM A ÁLGEBRA NA COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 5 DA BNCC

Habilidades	Descrevendo as habilidades
EM13MAT501	Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
EM13MAT502	Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente

	essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.
EM13MAT503	Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos da Matemática Financeira ou da Cinemática, entre outros.
EM13MAT506	Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.
EM13MAT507	Identificar e associar sequências numéricas (PA) a funções afins de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
EM13MAT508	Identificar e associar sequências numéricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
EM13MAT510	Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando tecnologias da informação, e, se apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular (BNCC, Brasil, 2018, pp. 532-533).

Em suma, é possível analisar que a organização da Unidade Temática Álgebra na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) busca trabalhar no aluno diversas habilidades e inter-relacionar a Álgebra com as demais Unidades Temáticas. O argumento consiste como é mostrado, por exemplo, na habilidade *EM13MAT503*, que faz essa relação entre a Matemática Financeira e conceitos de Álgebra, trabalhando ainda, a ideia de desenvolver no aluno o pensamento algébrico, focando em fazer com que o aluno possa pensar para desenvolver o cálculo.

Ao analisar os documentos oficiais — Matriz de Referência do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) —, percebe-se um alinhamento no que diz respeito à abordagem contextual da Álgebra. Ambas enfatizam a resolução de problemas, a modelagem matemática e o uso de diferentes representações (algébricas, gráficas, tecnológicas). No entanto, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta as habilidades de forma mais detalhada e progressiva, enquanto o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), por seu caráter avaliativo, trabalha com descritores mais amplos e objetivos.

4.4 ENEM VS BNCC: COMPARANDO A FORMA QUE AMBOS ABORDAM ÁLGEBRA NO ENSINO MÉDIO

Ao buscar comparar o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), é possível que se tenha duas vertentes acerca desse comparativo. De um lado, é possível analisar que ambos se complementam e se entrelaçam e do outro lado, é possível verificar que um não segue propriamente dito a linha de raciocínio do outro. Sabe-se que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é a base de seguimento dos demais documentos curriculares para a Educação brasileira, já o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) segue na meta de avaliar o aluno do Ensino Médio e a Educação Brasileira.

A relação entre os dois se dá a partir dessa unidade que se faz presente entre nortear a educação e avaliá-la, com isso, é possível a partir do que já foi visto, analisar se o trabalho da Álgebra que é desenvolvido no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) são equivalentes ou distintos. Quanto às características de ambos, tanto um quanto o outro seguem o conceito de que o estudante adquira competências e habilidades específicas, a fim de que elas possam servir de norte para o aluno.

Esses dois pilares servem para o mesmo fim, ainda que o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) seja mais para avaliar do que para melhorar pontos da educação, mas tem o intuito de que os seus resultados possam ajudar a concluir essas melhorias, indicando como a educação se encontra.

Ainda é possível notar que muitos pontos do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) estão prescritos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) a exemplo das contextualizações das questões presentes na prova e a relação entre o cotidiano do aluno e as Unidades Temáticas.

No mais, a vertente predominante na análise entre os dois é que os dois conseguem ter fins distintos e ainda se igualarem na intenção e objetivo, a fim de que seja trabalhada a busca pela melhoria na educação. Vejamos no *Capítulo 5* a seguir mais dessa relação entre o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

5 METODOLOGIA

O andamento da pesquisa se deu a partir de um primeiro contato com a Avaliação da Aprendizagem, disciplina ofertada dentro do curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Pernambuco - Campus do Agreste (UFPE - CAA). Despertando, assim, o interesse para a investigação dos erros nas avaliações realizadas pelos alunos na Educação Básica, tendo também o intuito de fazer um estudo acerca da relação entre a prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e a Base Nacional Comum Curricular.

Destarte, a metodologia foi dividida em três partes, onde foram apresentadas as respectivas características da pesquisa. Na primeira parte está sendo apresentada a natureza da pesquisa, onde são descritos os motivos da escolha da pesquisa, abordando também o erro e a prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) como parte do processo de aprendizagem matemática. Na segunda parte está sendo discutido o método de pesquisa utilizado para chegar ao objetivo da pesquisa. E por último, na terceira parte, é exibido o instrumento de coleta escolhido para o desenvolvimento da pesquisa, a fim de descrever os microdados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

5.1 CARACTERIZAÇÃO DA NATUREZA DA PESQUISA

A presente pesquisa tem caráter de cunho quantitativo, com natureza descritiva e exploratória, com a intenção de evidenciar um mapeamento que será realizado a partir dos erros dos estudantes nas questões de Álgebra da prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) de 2023 por meio dos microdados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

A escolha do tema veio a partir do interesse de relacionar o erro nas avaliações escolares e a prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), no qual alcança inúmeros participantes e se obtém resultados relevantes a serem considerados e estudados por meio da análise dos microdados. Ainda mais, a escolha da edição de 2023 da prova se deu pelo cenário pós pandemia, que visa lembrar do cenário pandêmico, que teve como uma de suas consequências, as aulas remotas.

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) permite que se tenha um conhecimento plausível acerca dos descritores, o que influencia na análise das questões erradas, já com a justificativa de que a pesquisa buscou analisar sobre como

o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) pode refletir no processo de aprendizagem matemática.

Diante disso, é relevante salientar que a escolha de analisar a prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) do ano de 2023 traz um cenário de antes da pandemia e pós-pandemia, além de poder comparar a prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que entrou em vigor no ano de 2018.

Dessa forma, a pesquisa quantitativa melhor se enquadra nesta pesquisa por focar em dados concretos, tendo em vista que esse tipo de abordagem de pesquisa com natureza descritiva e exploratória visa aprofundar os conhecimentos sobre o tema e explorar o tido como desconhecido por meio do levantamento de dados e da pesquisa bibliográfica.

5.2 DETERMINAÇÃO DO ANDAMENTO DA PESQUISA

Para a determinação do estudo escolheu-se, com a finalidade de chegar ao objetivo dela, utilizar a pesquisa de natureza exploratória com análise descritiva, tendo uma abordagem quantitativa e discutindo o propósito da pesquisa e as suas implicações na aprendizagem matemática.

Com isso, é oportuno que, ao explorar os microdados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), encare-se a necessidade de uma análise desses dados, buscando entendê-los e colocá-los em análise estatística, a fim de que esses mesmos dados possam passar aquilo que será descrito. Não somente, mas a pesquisa se torna extensa quando se trata dos microdados por haver a necessidade de analisar um a um dentre os milhares de dados em suas planilhas, o que dificultou ainda mais para a finalização da mesma, já que para analisar esses dados foi preciso ter conhecimentos prévios sobre o programa Microsoft Excel.

A seleção das questões de Álgebra foi realizada com base na Matriz de Referência do ENEM (INEP, 2019), considerando os descritores que envolvem conteúdos como linguagem algébrica, equações, inequações, sistemas de equações, expressões algébricas, funções e sequências. Esses descritores foram cruzados com os códigos das questões presentes nos cadernos da prova, de modo a isolar os itens relacionados a Álgebra para análise dos erros mais recorrentes. Essa categorização

considerou ainda o conteúdo programático previsto na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) no campo "Álgebra", conforme as competências e habilidades esperadas para o final do Ensino Médio.

É por meio dessa concepção da necessidade de uma análise estatística que o presente trabalho aborda o erro como um processo natural da aprendizagem matemática. Visto que o aluno aprende errando, então é esperado que, ao analisar esses erros na prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), obtinham-se resultados a respeito de como o aluno absorve a Álgebra no Ensino Médio, assim como é citado nos Microdados de 2019 no arquivo LEIA-ME (2019)¹, que diz que os resultados do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) mostram “o desenvolvimento de estudos e indicadores sobre a educação brasileira” (LEIA-ME - ENEM, 2019, p. 5).

5.3 OS MICRODADOS DO INEP COMO INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS

Como instrumento de coleta de dados serão utilizados os Microdados do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) de 2023, que “são o menor nível de desagregação de dados recolhidos por meio do exame” (LEIA-ME – ENEM, 2019, p. 4). De acordo com o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP),

Os microdados do Inep reúnem um conjunto de informações detalhadas relacionadas às pesquisas, aos exames e às avaliações do Instituto. Os formatos de apresentação do conteúdo dos arquivos estão sendo reestruturados para suprimir a possibilidade de identificação de pessoas, em atendimento às normas previstas na Lei n.º 13.709, de 14 de agosto de 2018 – Lei Geral de Proteção de Dados Pessoais (LGPD) (MICRODADOS - INEP, 2019).

Os microdados deixam claro que os dados dos resultados do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) “estão por participante” (LEIA-ME, 2019, p. 4), não disponibilizando informações pessoais sobre cada participante. Nesse sentido, os participantes da coleta de dados são os alunos do Ensino Médio e os demais já concluintes de todo o território brasileiro que realizaram a prova no de 2023. Quanto à finalidade da prova, a disposição dos dados disponíveis por meio do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM),

¹ Disponível em: <https://evaluations-files.s3-us-west-1.amazonaws.com/Leia_Me_Enem_2019.pdf>. Acesso em: 24/04/2025.

Tem como objetivo primordial aferir se aqueles que dele participam demonstram, ao final do ensino médio, individualmente, domínio dos princípios científicos e tecnológicos que presidem a produção moderna e se detêm conhecimento das formas contemporâneas de linguagem. (LEIA-ME - ENEM, 2019, p. 4)

Dessas considerações, leva-se em conta que os microdados são um mecanismo de informações que auxiliam para entendimento de variados aspectos. A estrutura dos dados se dá por meio de planilhas em formato “.csv”, também interpretado pelo programa de computador Microsoft Excel. Na análise desses dados, é necessário entender que a sua organização tem como objetivo especificar dados como os resultados das provas de forma geral, os modelos de prova com as respectivas cores de caderno e como cada questão pode influenciar na nota final.

Com isso, é preciso entender que a análise descritiva desses dados colocará em pauta as características analisadas por meio dos microdados, evidenciando o gabarito exclusivamente de Matemática e suas Tecnologias, analisando somente as questões de Álgebra que corresponderem ao critério evidenciado nas competências e habilidades do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

A partir disso, esses dados serão utilizados para relacionar os erros dos estudantes que fizeram o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) com a forma que eles aprenderam matemática no Ensino Médio, utilizando o Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE) para entender como esse processo da aprendizagem matemática pode estar diretamente ligado à prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

6 ANÁLISE E DISCUSSÃO A PARTIR DOS MICRODADOS

Nessa seção, abordaremos o caminho que conduziu a análise documental, os Microdados da prova de Matemática e suas Tecnologias do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) de 2023, especificamente as questões de Álgebra.

A princípio, a análise dos Microdados se tornou complicada por não se ter o conhecimento necessário quanto às ferramentas computacionais que poderiam fazer a leitura e análise do extenso documento do Excel, visto que ao abrir o documento foi analisado que havia 1.048.575 de participantes inscritos no exame, dentre esse número também está aqueles que se inscreveram, mas não foram realizar o exame, que totalizam 273.805 candidatos. Ademais, o arquivo Excel que contém todos os microdados do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) de 2023, tem inúmeras células que indicam todos os detalhes do participante e dos gabaritos da prova por completo, mas como apenas a *Taxa de Gabarito*² é o que seria posteriormente analisada, foi-se copiada e colada em novo arquivo, excluindo as questões que não correspondiam ao estado. Logo, a contagem foi feita a partir de cada questão que correspondia apenas às questões de Álgebra, sendo elas as *questões 136, 153, 155, 160, 163, 170, 171 e 180*.

Por meio de uma busca detalhada no navegador do *Google Chrome* e da ferramenta de busca *Google*, buscou-se achar uma forma de analisar esses dados de forma mais simplificada. Por consequência, ao longo de várias pesquisas, chegou-se ao resultado que apresentava as ferramentas disponíveis no próprio software de planilhas eletrônicas, o *Microsoft Excel*, que disponibiliza fórmulas para analisar os dados inseridos nas próprias tabelas dentro do Excel.

No mais, foram usadas 2 fórmulas do próprio programa para análise dos microdados, sendo elas: “=CONTAR.VAZIO(intervalo)”³ usada para contar os vazios em cada célula que continha uma única questão. Na contagem feita por essa célula, houve diferença nos valores em cada uma das questões, referentes aos participantes que estavam presentes, mas que não responderam a questão ou que cometeram marcação dupla na mesma questão, sendo ela anulada para este candidato e estas não entraram na análise e categorização por principalmente não se encaixar no que

² “*Taxa de gabarito*” é a Célula do documento em Excel presente nos Microdados que contém as respostas marcadas pelos participantes no gabarito exclusivamente de Matemática e suas Tecnologias;

³ Fórmula própria do Excel para contar vazios de uma célula;

Torre (2007) classifica como erro; já a segunda fórmula é a “=CONT.NÚM(intervalo)”⁴ e foi usada na análise para contar as células de cada questão, mostrando o intervalo com o número total de participantes que assinalaram cada uma das 5 alternativas de cada questão, que será visto mais a diante, estando exposto nos respectivos gráficos de cada questão.

Em suma, veremos detalhadamente a seguir cada uma das questões que corresponderam ao objeto de coleta, o que foi analisado na coleta dos microdados e, por fim, a categorização dos erros a partir da análise feita por meio das ferramentas disponíveis no Excel.

6.1 AS QUESTÕES, OS RESULTADOS OBTIDOS E A CATEGORIZAÇÃO DOS ERROS

Ao analisar a Prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) de 2023, foi feita uma investigação a respeito de quais das questões de Matemática e suas Tecnologias correspondiam, respectivamente, à Unidade Temática Álgebra. Após a análise, inferiu-se que somente 8 das 45 questões da prova serviriam para a análise documental, pois apenas essas 8 correspondiam corretamente aos critérios exibidos nos *Quadros 1, 2, 3, 4 e 5*. Com isso, o caderno de prova escolhido para a análise foi o de cor amarela, e tem-se que as questões de número *136, 153, 155, 160, 163, 170, 171 e 180* foram as que compuseram o estudo.

A análise que veremos a seguir, está organizada pela divisão de cada uma das 8 questões e em cada análise da questão, veremos primeiramente qual conteúdo de Álgebra a questão aborda, seguido da figura com a respectiva questão. Logo após, está descrito um tópico específico somente para os microdados, disponíveis em cada um de seus gráficos, especificando também a leitura do gráfico e seguindo com a categorização dos erros presentes nas alternativas que não correspondiam à resposta da questão, abrindo a discussão acerca do que esses erros possivelmente podem indicar, seja da questão ou do participante que a marcou como alternativa correta.

O intuito é tentar entender quais os caminhos que o participante tomou para assinalar tal alternativa, sendo estes erros classificados pela categorização dos erros, descritos por Torre (2007). Algumas questões, como as 163, 170 e 180 foram categorizadas de modo geral, pois na análise identificou-se que os erros presentes

⁴ Fórmula própria do Excel para contar intervalos em uma mesma célula.

nas alternativas foram consequência uns dos outros, gerados gradativamente pelos erros de entrada, de organização e de execução sucessivamente.

No mais, a análise aqui feita, deu conta dos objetivos, visto que o erro é parte do processo de aprendizagem e que as habilidades e competências exigidas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) correspondem ao que é proposto no próprio exame. Também no que se trata de analisar e identificar os tipos de erros cometidos pelos participantes, onde foi possível categorizar os mesmos, a proposta deu conta de atender à expectativa, apesar da dificuldade em conseguir identificar os erros e como eles supostamente aconteceram, bastando serem categorizados a partir da visualização dos caminhos tomados pelos participantes.

Dessa forma, veremos a seguir cada questão que compôs o estudo, seguidos dos seus microdados e as suas inerentes categorizações.

6.1.1 Questão 136

A questão 136 aborda matemática básica como principal temática e é possível resolvê-la por meio de regra de três simples, com ênfase nos conceitos algébricos que são utilizados para sua resolução.

Abaixo, na figura 5, é possível visualizar a questão 136:

Figura 5 - Questão 136 de Matemática do ENEM de 2023

QUESTÃO 136

Alguns estudos comprovam que os carboidratos fornecem energia ao corpo, preservam as proteínas estruturais dos músculos durante a prática de atividade física e ainda dão força para o cérebro coordenar os movimentos, o que de fato tem impacto positivo no desenvolvimento do praticante. O ideal é consumir 1 grama de carboidrato para cada minuto de caminhada.

CIRINO, C. Boa pergunta: consumir carboidratos antes dos exercícios melhora o desempenho do atleta? *Revista Saúde! É Vital*, n. 330, nov. 2010 (adaptado).

Um casal realizará diariamente 30 minutos de caminhada, ingerindo, antes dessa atividade, a quantidade ideal de carboidratos recomendada. Para ter o consumo ideal apenas por meio do consumo de pão de fôrma integral, o casal planeja garantir o suprimento de pães para um período de 30 dias ininterruptos. Sabe-se que cada pacote desse pão vem com 18 fatias, e que cada uma delas tem 15 gramas de carboidratos.

A quantidade mínima de pacotes de pão de fôrma necessários para prover o suprimento a esse casal é

- A** 1.
- B** 4.
- C** 6.
- D** 7.
- E** 8.

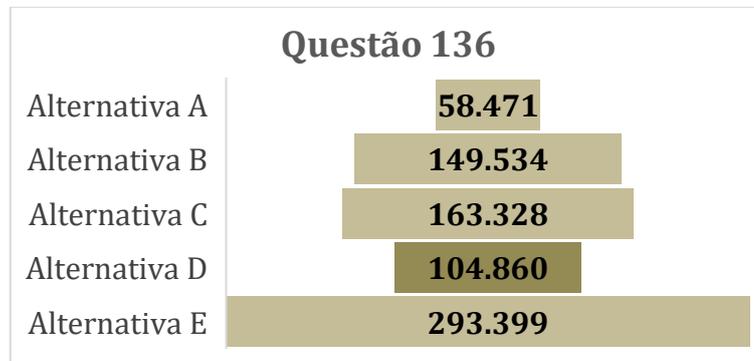
Fonte: Inep, 2023.

6.1.1.1 Microdados e discussão acerca da categorização dos erros da questão 136

Nesta seção, veremos os microdados da questão 136 e, em seguida, discutiremos, a partir do Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), a categorização dos erros dos participantes que realizaram a prova e marcaram as alternativas A, B, C e E, fazendo, por fim, um levantamento de como os candidatos se saíram ao analisarmos a categorização dos erros.

A partir da descrição da figura 5, que apresenta a questão 136, podemos considerar os dados obtidos pelos microdados de 2023 por meio do gráfico a seguir:

Gráfico 1 – Microdados da questão 136



Fonte: Elaborado pela autora, a partir dos microdados do ENEM de 2023.

Como mostrado no gráfico acima, é possível vermos, dentre a soma das cinco alternativas, um total de 769.592 participantes que responderam à questão. A letra A foi assinalada por um total de 58.471 participantes, a letra B foi assinalada por um total de 149.534 participantes, a letra C foi assinalada por um total de 163.328 participantes, a letra D foi assinalada por um total de 104.860 participantes e a letra E teve um total de 293.399 participantes que a marcaram como alternativa correta.

Em destaque com cor mais escura no gráfico 1 está a letra D, que é a alternativa que corresponde à resposta da questão, onde percebe-se que ela não foi a alternativa mais escolhida. Por sua vez, apesar de ser uma questão que pode ser considerada fácil, não foi muito acertada, podendo-se analisar a seguir o que, por meio do Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), esses erros podem indicar da questão:

A princípio, iniciaremos a discussão e categorização por ordem de alternativas, iniciando com a letra A e finalizando com a letra E, excluindo apenas a letra D, que é a alternativa correta. Percebamos abaixo:

- Letra A

A letra A indica que apenas 1 pacote de pão supriria a necessidade do casal, mas ao analisarmos a questão, vemos que possivelmente o aluno que marcou essa alternativa, faltou com a leitura do enunciado, pois o próprio informa que 1 pacote de pão tem 18 fatias, o que já descarta automaticamente essa alternativa. Porém, se o participante não leu o enunciado ou não prestou a atenção, pode ter chutado a questão ou achado que essa era a resposta, sem ter realizado nenhum cálculo.

A erro dos participantes que assinalaram essa alternativa, de acordo com o Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), se dão por chute ou falta de leitura do enunciado, no qual podemos categorizar como *erro de entrada*, com ênfase na “incompreensão ou confusão do objetivo ou da intenção” (Torre, 2007, p. 110), dado principalmente pelo excesso de informações no próprio enunciado, ou pela falta de informações, havendo também uma possível insuficiência por parte do aluno na percepção ou na análise da questão.

- Letra B

A letra B indica que são necessários 4 pacotes de pão para suprirem a necessidade do casal, o que pode ser categorizado como *erro de execução*. Muito possivelmente os participantes que assinalaram essa alternativa erraram por um detalhe na execução, onde é provável que estes esqueceram de multiplicar a quantidade de pacotes para um casal e não para uma única pessoa.

Ao arriscarem caminhos novos, com grande possibilidade de terem resolvido apenas para uma pessoa, eles podem ter cometido esse erro, também chamado de equívoco. O participante entendeu o que foi pedido no enunciado, organizou corretamente as informações, mas errou na execução ou apenas esqueceu de multiplicar por 2 no resultado.

Outro erro que é possível observar é o de arredondamento no processo de execução da questão, pois o candidato que chegou à quantidade de pão que uma única pessoa precisaria para suprir a necessidade vigente, encontrou como resposta 3,33 pacotes de pão e arredondou para 4 por não haver 3 como opção dentre as alternativas, esquecendo ainda de multiplicar o valor para duas pessoas.

O erro de execução, nesse caso, pode ser categorizado também como erro mecânico ou lapsos, com ênfase na omissão, alteração ou substituição de um sinal por outro (Torre, 2007, p. 124).

- Letra C

A letra C indica que são necessários 6 pacotes de pão para suprirem a necessidade do casal e, assim como a letra B, esse também é um caso em que possivelmente o candidato erra no arredondamento da resposta, podendo ser categorizado como *erro de execução*.

Diferentemente do arredondamento da letra B, esse foi arredondado para menos, pois possivelmente o candidato também chegou na resposta de 3,33 pacotes de pão para cada pessoa do casal, mas desconsiderou o 0,33 pacote de pão, multiplicando corretamente o valor para o casal, só que isso levou aos 6 pacotes como resposta, ocasionando o erro.

Podemos considerar que, de acordo com a categorização do erro como erro na execução, o candidato também errou na organização das informações, onde ele acumulou informações e acabou se atrapalhando na execução, levando a ambos os erros de execução e organização.

- Letra E

A letra E indica que são necessários 8 pacotes de pão para suprir a necessidade do casal e, como nas letras B e C, é possível observar que aqui também houve erro no arredondamento da resposta, onde pode-se considerar que o candidato provavelmente calculou primeiramente com uma pessoa do casal e chegou em 3,33, esquecendo de arredondar 3,33 para 3,5, fazendo então 3,33 ser 4 e depois multiplicar para 2 pessoas que formam o casal.

Nota-se que a alternativa E, apesar de incorreta, foi a mais assinalada. Isso sugere que a maioria dos estudantes cometeu o mesmo tipo de erro de arredondamento, o que indica um padrão comum de raciocínio inadequado e podemos categorizá-la por meio dos *erros na execução*, espelhado no erro de execução da letra B, com ênfase nos “erros operacionais e de distração” (Torre, 2007, p. 124).

Em conclusão, a questão 136 teve muitos erros, principalmente de redundância, o que levou ao erro nas execuções do cálculo. É possível considerar que apesar da questão ser de fácil resolução para o Ensino Médio, ainda há muitos erros

de equívoco, erros de compreensão e erros que incluem esquecer detalhes importantes.

6.1.2 Questão 153

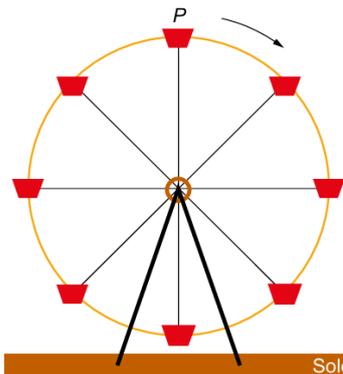
A questão 153 tem como principal temática as funções trigonométricas, já a sua resolução é através de análise e precisa que o candidato tenha conhecimento sobre as funções trigonométricas para poder identificar que a roda gigante se move em movimento circular. Logo, o gráfico que melhor responde o que a questão pede é o gráfico de uma função seno, estando ele descrito na letra A da questão.

Abaixo, nas figuras 6 e 7, visualiza-se a questão 153:

Figura 6 - Questão 153 de Matemática do ENEM de 2023

QUESTÃO 153

A figura ilustra uma roda-gigante no exato instante em que a cadeira onde se encontra a pessoa P está no ponto mais alto dessa roda-gigante.

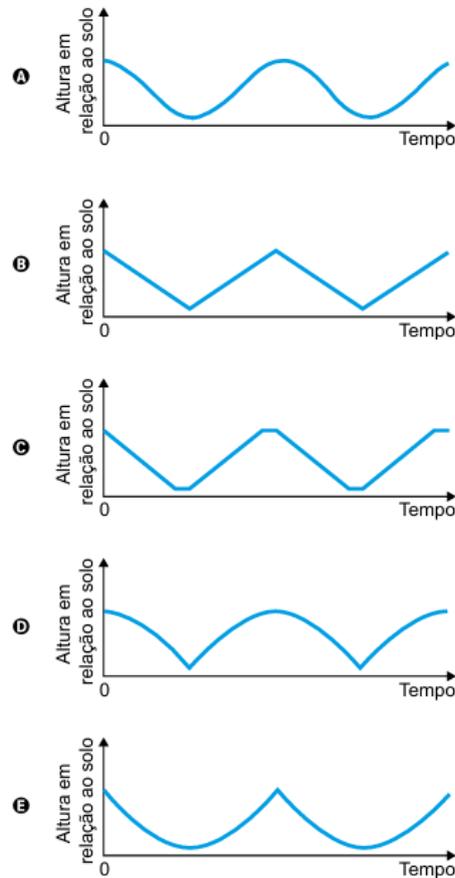


Com o passar do tempo, à medida que a roda-gigante gira, com velocidade angular constante e no sentido horário, a altura da cadeira onde se encontra a pessoa P , em relação ao solo, vai se alterando.

Fonte: Inep, 2023.

Figura 7 – Alternativas da questão 153 de Matemática do ENEM de 2023

O gráfico que melhor representa a variação dessa altura, em função do tempo, contado a partir do instante em que a cadeira da pessoa *P* se encontra na posição mais alta da roda-gigante, é



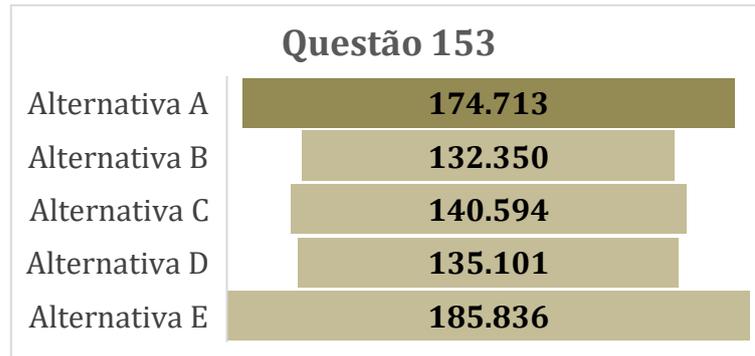
Fonte: Inep, 2023.

6.1.2.1 Microdados e discussão acerca da categorização dos erros da questão 153

Nesta seção veremos os microdados da questão 153 e, em seguida, discutiremos, a partir do Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), a categorização dos erros dos participantes que realizaram a prova e marcaram as alternativas B, C, D e E.

A partir da descrição das figuras 6 e 7, que apresentam a questão 153, podemos considerar os dados obtidos pelos microdados de 2023 por meio do gráfico a seguir:

Gráfico 2 – Microdados da questão 153



Fonte: Elaborado pela autora, a partir dos microdados do ENEM de 2023.

Como mostrado no gráfico acima, é possível vermos, dentre a soma das cinco alternativas, um total de 768.594 participantes que responderam à questão. A letra A foi assinalada por um total de 174.713 participantes, a letra B foi assinalada por um total de 132.350 participantes, a letra C foi assinalada por um total de 140.594 participantes, a letra D foi assinalada por um total de 135.101 participantes e a letra E teve um total de 185.836 participantes que a marcaram como alternativa correta.

Em destaque com cor mais escura no gráfico 2 está a letra A, que é a alternativa que corresponde à resposta da questão, onde percebe-se que ela foi a 2ª alternativa mais escolhida, perdendo apenas para a letra E. Essa é uma questão de interpretação e análise gráfica, muito comum nas provas do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), ela exige que o participante tenha conhecimentos sobre as funções trigonométricas para respondê-la.

Tendo bastante marcações nas letras B, C, D e E, sendo essas as alternativas que não correspondem à resposta da questão, veremos a seguir, por meio do Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), o que esses erros podem indicar da questão e dos participantes:

A princípio, iniciaremos a discussão e categorização por ordem de alternativas, iniciando com a letra B e finalizando com a letra E. Percebamos abaixo:

- **Letra B**

Iniciando pela letra B, que teve 132.350 marcações, podemos dizer que essa alternativa principalmente não se encaixaria no que a questão pede por ser um gráfico de linhas, também conhecido como gráfico linear. Um dos motivos para essa não ser a alternativa correta é pelo fato de que, ao analisarmos, vemos que nos pontos de máximo e de mínimo alcançados pela roda gigante, o gráfico mostra que ela não se movimenta nesses intervalos, o que não precisa de muito para entender que a menos

que a roda gigante pare para alguém entrar, ela não faz movimentos de parada nos pontos máximos e mínimos.

Ao revisarmos a que o Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE) diz, infere-se que os participantes que marcaram a letra B como alternativa correta poderiam não ter o conhecimento necessário para responder à questão, mas também devemos considerar que muitos podem apenas ter não se atentado ao fato de que.

Podemos então, categorizá-los como *erros de entrada*, pois estes podem indicar que há erros no plano das percepções da informação, onde o participante muito possivelmente teve insuficiência de percepção e análise do problema ou que ele apenas distorceu a informação que lhe foi dada, ocasionando o erro.

Torre (2007) destaca que “a distorção pode provir também da complexidade da informação e da tentativa de simplificá-la ou da dificuldade de discriminar o essencial do secundário” (Torre, 2007, p. 115), nisso podemos considerar que quando o participante distorce a informação do enunciado, ele tende a interpretá-la de modo que venha a esquecer de detalhes importantes, a exemplo dos máximos e mínimos que a roda gigante atinge.

- Letra C

Para a letra C temos que 140.594 participantes marcaram-na como alternativa correta, um número maior que o que vemos na letra B, mas assim como na letra B, que os participantes cometeram o erro de distorcer o que de fato é, essa alternativa mostra que nos pontos de máximo e mínimo alcançados pela roda gigante, há uma pausa nos mesmos momentos em que a roda gigante atinge as alturas máximas e mínimas no movimento circular que ela faz, ou seja, essa pausa indica que ela fica para por alguns momentos, segundos talvez.

Esse fato que é mostrado no gráfico da letra C, que indica pausa, nos mostra rapidamente como essa questão não pode ser a questão, pois nisso é espelhado também no exemplo da letra B, que a roda gigante só faz momentos de pausa quando precisa parar para alguém entrar nela e, assim, voltar ao movimento que ela faz. O que, mais uma vez, não é o que indica no enunciado, então podemos categorizar os erros dos participantes que marcaram esta como a alternativa correta, de *erros de entrada* também, pois esse é um exemplo de erros que Torre (2007) categoriza como erro de entrada com ênfase na distorção das informações que são dadas.

- Letra D

A alternativa D teve 135.101 participantes que a assinalaram e de cara já dá para eliminá-la, pois o gráfico dela mostra que o movimento da roda gigante é descendo, com picos de altura mínima, que não dá para chamá-lo de simétrico. Esse pode ser considerado como *erro de execução*, pois o participante entendeu o que a questão pede, entendeu como poderia organizar a informação que foi dada, mas errou quando executou, pois muito possivelmente ele fez o movimento da roda gigante, só não lembrou de considerar que ela sobe em dado momento e desce no momento seguinte, o que acabou gerando um equívoco, que são os considerados erros estratégicos e “ocorrem quando se dá um equívoco na utilização da estratégia adequada para a resolução de um problema” (Torre, 2007, p. 125).

- Letra E

Com 185.836 participantes que a assinalaram como alternativa correta, esta é a alternativa mais marcada pelos participantes. A letra E é o inverso do que mostra no gráfico da letra D, causando confusão na interpretação do gráfico, pois o enunciado informa que a roda gigante se movimenta em sentido horário, o que dá a entender que o movimento é sempre num sentido só, mas que atinge a altura máxima e que começa a contar novamente, interrompendo o fato de que ela tem movimento circular no ponto de altura máxima. Esse é um exemplo de *erro de organização da informação*, o que pode ser classificado a partir dos erros de conexão e interferências, pois o participante pode ter se confundido na hora de passar os próprios conhecimentos para a prática, gerando nele uma confusão entre relacionar o movimento feito pela roda gigante e como de fato esse movimento acontece.

Torre (2007) classifica esse tipo de erro como “interferência entre o conceito teórico e o modelo empírico, predominando este em caso de conflito” (Torre, 2007, p. 121), o que significa dizer que esse tipo de erro é apenas uma forma que o aluno tem como dificuldade em “transferir as estratégias conhecidas para o problema atual” (Torre, 2007, p. 121). Em suma, essa questão trouxe confusões aos participantes derivadas de má interpretação, falta de conhecimento de funções trigonométricas, dificuldade em transferir o que se vê para o que de fato é. No geral, as alternativas causam confusão no leitor, pois quando se tenta imaginar ou descrever o movimento da roda gigante, pode-se pensar de várias formas diferentes, mesmo que seja de forma circular, onde as próprias informações levam à confusão e ao equívoco.

6.1.3 Questão 155

A questão 155 aborda os conceitos de função afim, mas também é preciso utilizar razão e proporção para resolvê-la, pois a montagem da função afim é o que determinará o resultado, mas é preciso intercalar com razão e proporção para resolver.

Figura 8 - Questão 155 de Matemática do ENEM de 2023

QUESTÃO 155

Um pescador tem um custo fixo diário de R\$ 900,00 com combustível, iscas, manutenção de seu barco e outras pequenas despesas. Ele vende cada quilograma de peixe por R\$ 5,00. Sua meta é obter um lucro mínimo de R\$ 800,00 por dia. Sozinho, ele consegue, ao final de um dia de trabalho, pescar 180 kg de peixe, o que é suficiente apenas para cobrir o custo fixo diário. Portanto, precisa contratar ajudantes, pagando para cada um R\$ 250,00 por dia de trabalho. Além desse valor, 4% da receita obtida pela venda de peixe é repartida igualmente entre os ajudantes. Considerando o tamanho de seu barco, ele pode contratar até 5 ajudantes. Ele sabe que com um ajudante a pesca diária é de 300 kg e que, a partir do segundo ajudante contratado, aumenta-se em 100 kg a quantidade de peixe pescada por ajudante em um dia de trabalho.

A quantidade mínima de ajudantes que esse pescador precisa contratar para conseguir o lucro diário pretendido é

- A** 1.
- B** 2.
- C** 3.
- D** 4.
- E** 5.

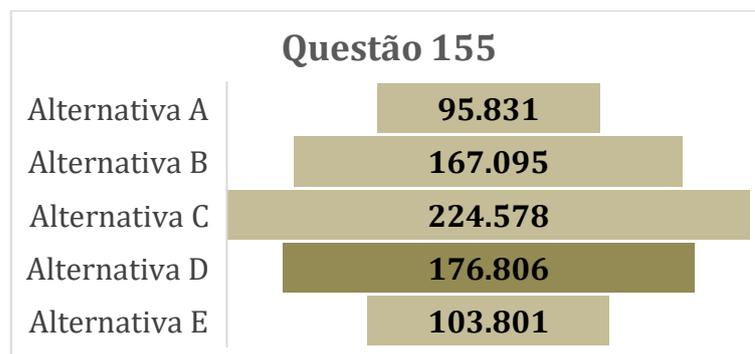
Fonte: Inep, 2023.

6.1.3.1 Microdados e discussão acerca da categorização dos erros da questão 155

Nesta seção veremos os microdados da questão 155 e, em seguida, discutiremos, a partir do Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), a categorização dos erros dos participantes que realizaram a prova e marcaram as alternativas A, B, C e E.

A partir da descrição da figura 8, que apresenta a questão 155, podemos considerar os dados obtidos pelos microdados de 2023 por meio do gráfico a seguir:

Gráfico 3 – Microdados da questão 136



Fonte: Elaborado pela autora, a partir dos microdados do ENEM de 2023.

Como mostrado no gráfico acima, é possível vermos, dentre a soma das cinco alternativas, um total de 768.111 participantes que responderam à questão. A letra A foi assinalada por um total de 95.831 participantes, a letra B foi assinalada por um total de 167.085 participantes, a letra C foi assinalada por um total de 224.578 participantes, a letra D foi assinalada por um total de 176.806 participantes e a letra E teve um total de 103.801 participantes que a marcaram como alternativa correta.

Em destaque com cor mais escura no gráfico 3 está a letra D, que é a alternativa que corresponde à resposta da questão. Essa é uma questão que pode causar confusão no leitor, por ter muita informação e por não ser clara no que se pede e nas informações que dá. A partir disso, podemos analisar a seguir o que, por meio do Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), os erros podem indicar da questão:

A princípio, iniciaremos a discussão e categorização por ordem de alternativas erradas, iniciando com a letra A e finalizando com a letra E. Percebamos abaixo:

- Letra A

A letra A teve 95.831 participantes que a assinalaram como a alternativa correta, também foi a alternativa menos marcada de toda a questão, como podemos observar no gráfico 3, indicando que apenas 1 ajudante é o suficiente para cumprir todos os requisitos dados no enunciado.

Claramente quem marcou essa alternativa não deu a devida atenção ao que diz o enunciado, pois ele informa que com um ajudante daria para pescar 300kg de peixe, mas se observar essa informação, vê-se que ainda não conseguiria ser o suficiente para cumprir com os requisitos de pagar o ajudante, os 4% da receita, o lucro do pescador etc., assim, podemos considerar que os participantes que assinalaram essa alternativa cometeram, muito possivelmente o que chamados de *erro de entrada*, pois faltou atenção na leitura do enunciado e ignorou as informações relevantes. Esse erro de entrada em específico, pode ser chamado de erro no plano das percepções da informação, caracterizado pelo excesso de informações que posteriormente levou o participante à preguiça e a distração, se desinteressando de buscar uma solução.

- Letra B

A letra B teve 167.095 marcações pelos participantes e indica que apenas 2 ajudantes são o suficiente para suprir a necessidade do pescador. Assim como na

letra A, esse também é categorizado como *erro de entrada*, pois o participante não teve percepção e nem analisou o suficiente para responder à questão corretamente. Muito possivelmente, o participante até pode ter o conhecimento necessário para resolver, mas devido ao excesso de informações, não deu importância ao que foi pedido e apenas leu o enunciado de forma rasa e decidiu responder desviando da meta, se perdendo do objetivo principal da questão, que é descobrir a quantidade mínima de ajudantes que supriria a necessidade do pescador.

- Letra C

Para a letra C, têm-se que 224.578 participantes assinalaram esta como a alternativa correta, sendo esta a alternativa mais marcada. Considera-se que essa é a mais próxima da resposta correta, já que ela diz que são necessários 3 ajudantes, o que significa dizer que o participante que a marcou compreendeu o que foi pedido, organizou corretamente as informações, mas errou ao chegar em 3 ajudantes e achar que essa é a resposta correta no fim dos cálculos, esquecendo que a função custo é definida a partir da quantidade $x + 1$, sendo 3 o x da função.

Podemos caracterizar este como *erro de execução*, devido ao erro de não ter somado no fim do cálculo, onde caracteriza-se como erro mecânico e operacional, em que houve precipitação e omissão, causando esquecimento num detalhe simples e erro na operação do procedimento.

- Letra E

A letra E, por sua vez, teve 103.801 participantes que a assinalaram como a resposta correta, e assim como a letra C, melhor se encaixa nos *erros de execução* pelo fato do participante ter entendido o que a questão pede, organizado as informações corretamente, mas executou errado a questão, levando ao erro.

Talvez tenha sido apenas um chute do participante, mas também pode ter sido realmente um erro na execução, onde o participante pode ter apenas trocado o sinal no final da função custo, se equivocado no geral, que é o chamado erro mecânico.

Portanto, fica aqui a reflexão de que essa questão se torna extensa e com muitas informações que podem confundir o participante ou fazer com que ele não leia o enunciado e apenas chute uma resposta, polpando tempo para resolver as outras questões.

6.1.4 Questão 160

A questão 160 trabalha as funções quadráticas, trabalhando com o menor montante. Logo, utiliza-se o Y do vértice para resolver o problema para posteriormente classificar o desempenho da empresa.

Figura 9 - Questão 160 de Matemática do ENEM de 2023

QUESTÃO 160

Analisando as vendas de uma empresa, o gerente concluiu que o montante diário arrecadado, em milhar de real, poderia ser calculado pela expressão $V(x) = \frac{x^2}{4} - 10x + 105$, em que os valores de x representam os dias do mês, variando de 1 a 30.

Um dos fatores para avaliar o desempenho mensal da empresa é verificar qual é o menor montante diário V_0 arrecadado ao longo do mês e classificar o desempenho conforme as categorias apresentadas a seguir, em que as quantidades estão expressas em milhar de real.

- Ótimo: $V_0 \geq 24$
- Bom: $20 \leq V_0 < 24$
- Normal: $10 \leq V_0 < 20$
- Ruim: $4 \leq V_0 < 10$
- Péssimo: $V_0 < 4$

No caso analisado, qual seria a classificação do desempenho da empresa?

- A Ótimo.
- B Bom.
- C Normal.
- D Ruim.
- E Péssimo.

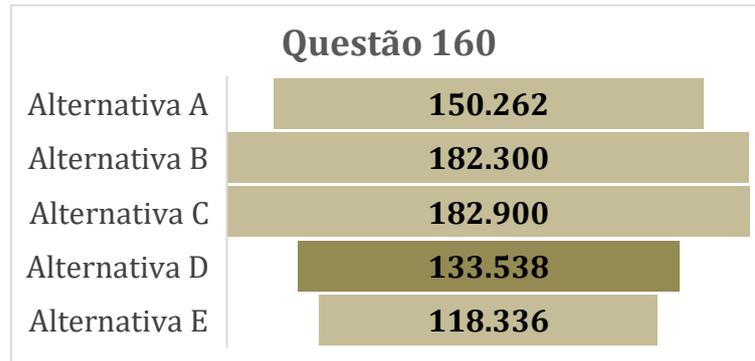
Fonte: Inep, 2023.

6.1.4.1 Microdados e discussão acerca da categorização dos erros da questão 160

Nesta seção veremos os microdados da questão 160 e, em seguida, discutiremos, a partir do Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), a categorização dos erros dos participantes que realizaram a prova e marcaram as alternativas A, B, C e E.

A partir da descrição da figura 9, que apresenta a questão 160, podemos considerar os dados obtidos pelos microdados de 2023 por meio do gráfico a seguir:

Gráfico 4 – Microdados da questão 160



Fonte: Elaborado pela autora, a partir dos microdados do ENEM de 2023.

Como mostrado no gráfico acima, é possível vermos, dentre a soma das cinco alternativas, um total de 767.366 participantes que responderam à questão. A letra A foi assinalada por um total de 150.262 participantes, a letra B foi assinalada por um total de 182.300 participantes, a letra C foi assinalada por um total de 182.900 participantes, a letra D foi assinalada por um total de 133.538 participantes e a letra E teve um total de 118.366 participantes que a marcaram como alternativa correta.

Em destaque com cor mais escura no gráfico 4 está a letra D, que é a alternativa que corresponde à resposta da questão. A partir desses dados, podemos analisar a seguir o que, por meio do Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), as marcações erradas podem indicar da questão.

A princípio, iniciaremos a discussão e categorização por ordem de alternativas, iniciando com a letra A e finalizando com a letra E. Percebamos abaixo:

- Letra A

De acordo com o microdados, a letra A teve 150.262 marcações pelos participantes e está é a alternativa que considera a classificação do desempenho da empresa como ótimo, mesmo sendo mencionado pelo enunciado que a empresa avalia o menor montante diário arrecadado ao longo do mês como um dos fatores de classificação do desempenho da empresa.

Logo, dá para perceber que faltou leitura do enunciado e interpretação de um detalhe tão simples que a própria questão já dá e anula a letra A como alternativa correta. Por meio disso, categoriza-se este como *erro de entrada*, dado principalmente pela falta de leitura, com possível chute, causando confusão no que diz respeito ao principal objetivo da questão. Talvez o aluno até tenha achado que a questão pedia a maior classificação da empresa, mas ainda assim, faltou leitura do enunciado.

- Letra B

A letra B teve um total de 182.300 participantes que a assinalaram como resposta correta, o que, por sua vez, pode ser caracterizado como *erro de execução*, onde o participante, muito possivelmente, se equivocou ao fazer o cálculo por meio do X do vértice e não pelo Y do vértice, que já indica que é o mínimo e não o máximo da função. O participante que utilizou o X do vértice pode ter apenas confundido a fórmula, gerando confusão no conhecimento acerca do conceito função quadrática que deveria usar. Ou seja, o participante tinha o conhecimento, mas não soube empregá-lo corretamente, levando ao erro.

- Letra C

Assim como na letra B, essa alternativa também é caracterizada pelo *erro de execução*. Com 182.900 participantes que a assinalaram como alternativa correta, esta alternativa em específico mostra que o desempenho da empresa foi normal, estando o Montante diário (V_0) entre $10 \leq V_0 < 20$, mostrando que o participante também optou por resolver pelo X do vértice e não pelo Y do vértice, mas que ainda precisaria que o Montante diário (V_0) fosse $V_0 \leq 20$.

- Letra E

A letra E teve 118.366 participantes que a marcaram como alternativa correta, mas vê-se que ela excede em faltante o valor do Y do vértice. O participante entendeu bem a questão, organizou corretamente as informações e interpretou como poderia resolver, chegando até no resultado, mas não considerou que o $Y_v = 5$, errando ao achar que o $Y_v < 4$, sem considerar que este poderia ter um intervalo fechado. No mais, essa é uma questão que deixa bem explícito o que se pede, mas pela simples falta de atenção, chute ou análise errada, gera inúmeros erros.

6.1.5 Questão 163

A questão 163 trabalha as funções logarítmicas dando, na própria questão, a fórmula para achar o que se pede, só precisando fazer as devidas substituições e resolvê-la.

Figura 10 - Questão 163 de Matemática do ENEM de 2023

QUESTÃO 163

A exposição a alguns níveis sonoros pode causar lesões auditivas. Por isso, em uma indústria, são adotadas medidas preventivas de acordo com a máquina que o funcionário opera e o nível N de intensidade do som, medido em decibel (dB), a que o operário é exposto, sendo $N = \log_{10} I^{10} - \log_{10} I_0^{10}$, I a intensidade do som e $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

Disponível em: www.sofisica.com.br. Acesso em: 8 jul. 2015 (adaptado).

Quando o som é considerado baixo, ou seja, $N = 48$ dB ou menos, deve ser utilizada a medida preventiva I. No caso de o som ser moderado, quando N está no intervalo (48 dB, 55 dB), deve ser utilizada a medida preventiva II. Quando o som é moderado alto, que equivale a N no intervalo (55 dB, 80 dB), a medida preventiva a ser usada é a III. Se N estiver no intervalo (80 dB, 115 dB), quando o som é considerado alto, deve ser utilizada a medida preventiva IV. E se o som é considerado muito alto, com N maior que 115 dB, deve-se utilizar a medida preventiva V.

Uma nova máquina, com $I = 8 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$, foi adquirida e será classificada de acordo com o nível de ruído que produz.

Considere 0,3 como aproximação para $\log_{10} 2$.

O funcionário que operará a nova máquina deverá adotar a medida preventiva

- A** I.
- B** II.
- C** III.
- D** IV.
- E** V.

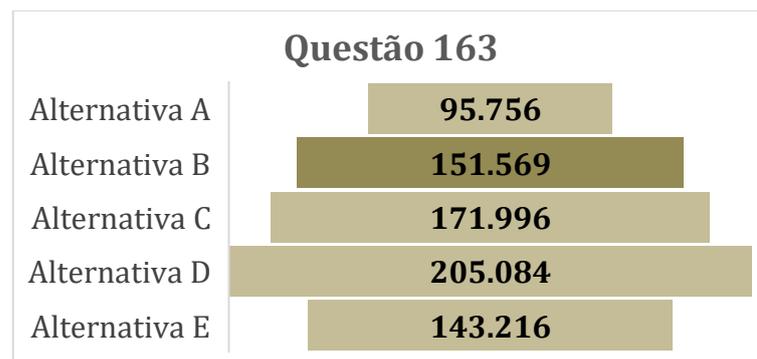
Fonte: Inep, 2023.

6.1.5.1 Microdados e discussão acerca da categorização dos erros da questão 163

Nesta seção veremos os microdados da questão 163 e, em seguida, discutiremos, a partir do Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), a categorização dos erros dos participantes que realizaram a prova e marcaram as alternativas A C, D e E.

A partir da descrição da figura 10, que apresenta a questão 163, podemos considerar os dados obtidos pelos microdados de 2023 por meio do gráfico a seguir:

Gráfico 5 – Microdados da questão 163



Fonte: Elaborado pela autora, a partir dos microdados do ENEM de 2023.

Como mostrado no gráfico acima, é possível vermos, dentre a soma das cinco alternativas, um total de 767.621 participantes que responderam à questão. A letra A foi assinalada por um total de 95.756 participantes, a letra B foi assinalada por um total de 151.569 participantes, a letra C foi assinalada por um total de 171.996 participantes, a letra D foi assinalada por um total de 205.084 participantes e a letra E teve um total de 143.216 participantes que a marcaram como alternativa correta. Em destaque com cor mais escura no gráfico 5 está a letra B, que é a alternativa que corresponde à resposta da questão.

Essa questão em específico, gerou muitos erros de execução causados unicamente pelos participantes, e é possível averiguar na análise da questão o que ela pede, pois o comando do enunciado consegue ser bem claro e objetivo quanto ao que se pede, gerando minimamente erros de entrada, a menos que o participante não faça a leitura atenta do enunciado, e erros de organização das informações em caso de confusão quanto às opções que são dadas de cada uma das preventivas.

A questão deixa claro que o seu conteúdo principal se trata de funções, dando também para identificar que as funções logarítmicas estão presentes para chegar ao resultado esperado. O que pode acontecer quanto aos erros é que os participantes provavelmente não dominavam as propriedades dos logaritmos, errando até mesmo nas propriedades das operações básicas.

A partir disso, podemos analisar e categorizar que, por meio do Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), esses erros nas alternativas A C, D e E são exclusivamente categorizados como *erros de execução*, deixando claro que os erros em ambas as alternativas ocorrem por erros mecânicos e mesmo os erros derivados da má entrada das informações e da má organização das informações, geram erros na execução do problema.

6.1.6 Questão 170

A questão 170 também trabalha as funções quadráticas, mas dessa vez é uma questão que exige o uso da fórmula de Bhaskara para resolvê-la.

Figura 11 - Questão 170 de Matemática do ENEM de 2023

QUESTÃO 170

Uma loja vende seus produtos de duas formas: à vista ou financiado em três parcelas mensais iguais. Para definir o valor dessas parcelas nas vendas financiadas, a loja aumenta em 20% o valor do produto à vista e divide esse novo valor por 3. A primeira parcela deve ser paga no ato da compra, e as duas últimas, em 30 e 60 dias após a compra.

Um cliente da loja decidiu comprar, de forma financiada, um produto cujo valor à vista é R\$ 1 500,00.

Utilize 5,29 como aproximação para $\sqrt{28}$.

A taxa mensal de juros compostos praticada nesse financiamento é de

- A** 6,7%
- B** 10%
- C** 20%
- D** 21,5%
- E** 23,3%

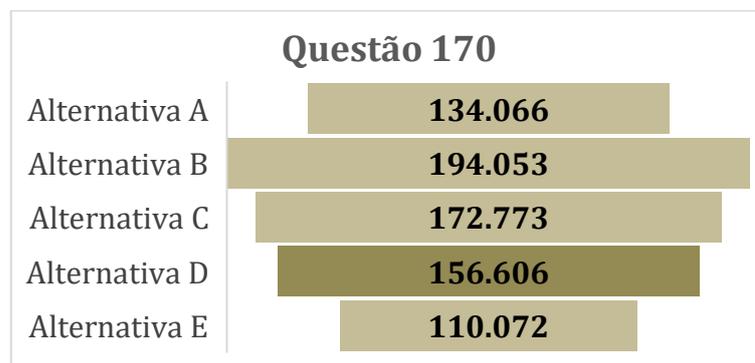
Fonte: Inep, 2023.

6.1.6.1 Microdados e discussão acerca da categorização dos erros da questão 170

Nesta seção veremos os microdados da questão 170 e, em seguida, discutiremos, a partir do Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), a categorização, de modo geral, dos erros dos participantes que realizaram a prova e marcaram as alternativas A, B, C e E.

A partir da descrição da figura 11, que apresenta a questão 170, podemos considerar os dados obtidos pelos microdados de 2023 por meio do gráfico a seguir:

Gráfico 6 – Microdados da questão 170



Fonte: Elaborado pela autora, a partir dos microdados do ENEM de 2023.

Como mostrado no gráfico acima, é possível vermos, dentre a soma das cinco alternativas, um total de 767.570 participantes que responderam à questão. A letra A foi assinalada por um total de 134.066 participantes, a letra B foi assinalada por um total de 194.053 participantes, a letra C foi assinalada por um total de 172.773

participantes, a letra D foi assinalada por um total de 156.606 participantes e a letra E teve um total de 110.072 participantes que a marcaram como alternativa correta. Em destaque com cor mais escura no gráfico 6 está a letra D, que é a alternativa que corresponde à resposta da questão.

Essa questão abre inúmeras possibilidades que podem levar o participante ao erro, principalmente porque ela deixa no ar a confusão de que se deve usar juros compostos para resolvê-la, quando na verdade ela pode sim ser resolvida por juros compostos até certo momento, mas o intuito principal é trazer uma contextualização do tema sobre educação financeira e englobando as funções quadráticas.

Para que o participante consiga enxergar isso, é preciso que ele tenha bom domínio quanto às contextualizações presentes nas questões da prova, pois resolver a questão unicamente pela fórmula de juros compostos, leva ao erro, pois é aí que o aluno cai no erro de entrada. Nessa questão, assim como na questão 163, a categorização se dá de modo geral, ou seja, abordando as possibilidades que geraram os erros.

A princípio, é possível analisarmos que se o participante resolve por juros compostos, ele não entendeu o que se foi pedido no enunciado, pois apesar do comando estar dizendo “taxa mensal de juros compostos”, essa não é uma questão que trabalha necessariamente juros compostos, e ao identificar erroneamente isso, o participante gera um erro de entrada, pois houve uma “indefinição no plano das intenções”, como visto no Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), que ocorre quando o aluno não identifica o que realmente é pedido na questão.

Porém, quando se trata do que é executado pelo participante, além de possivelmente não ter identificado que era para se resolver por meio das funções quadráticas, ele gerou erros de execução, dado principalmente pelo equívoco na entrada da questão. No mais, essa questão também pode ter seus erros categorizados pelos *erros de entrada*, cometidos na falta de análise e interpretação do enunciado e do que se pede, gerando os *erros de execução*, onde propriamente houve erros estratégicos, dados pelo equívoco de não ter identificado qual o meio de resolução da questão.

6.1.7 Questão 171

A questão 171 trabalha função afim, fazendo-se necessário utilizar os conceitos da função afim para resolvê-la, a exemplo de saber quem seria o a e quem seria o b da equação.

Figura 12 - Questão 171 de Matemática do ENEM de 2023

QUESTÃO 171

Para concretar a laje de sua residência, uma pessoa contratou uma construtora. Tal empresa informa que o preço y do concreto bombeado é composto de duas partes: uma fixa, chamada de taxa de bombeamento, e uma variável, que depende do volume x de concreto utilizado. Sabe-se que a taxa de bombeamento custa R\$ 500,00 e que o metro cúbico do concreto bombeado é de R\$ 250,00.

A expressão que representa o preço y em função do volume x , em metro cúbico, é

- A** $y = 250x$
- B** $y = 500x$
- C** $y = 750x$
- D** $y = 250x + 500$
- E** $y = 500x + 250$

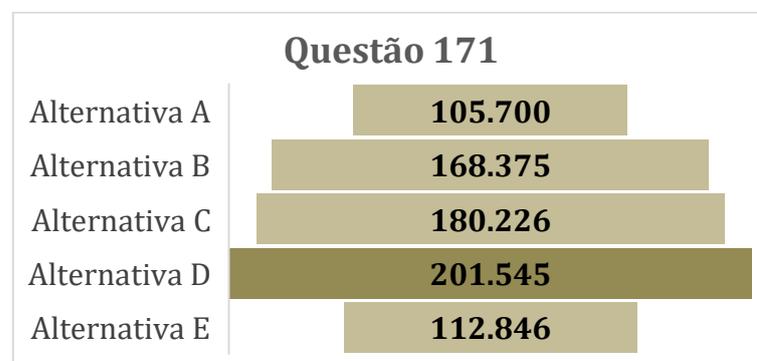
Fonte: Inep, 2023.

6.1.7.1 Microdados e discussão acerca da categorização dos erros da questão 171

Nesta seção veremos os microdados da questão 171 e, em seguida, discutiremos, a partir do Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), a categorização dos erros dos participantes que realizaram a prova e marcaram as alternativas A, B, C e E.

A partir da descrição da figura 12, que apresenta a questão 171, podemos considerar os dados obtidos pelos microdados de 2023 por meio do gráfico a seguir:

Gráfico 7 – Microdados da questão 171



Fonte: Elaborado pela autora, a partir dos microdados do ENEM de 2023.

Como mostrado no gráfico acima, é possível vermos, dentre a soma das cinco alternativas, um total de 768.692 participantes que responderam à questão. A letra A foi assinalada por um total de 105.700 participantes, a letra B foi assinalada por um total de 168.375 participantes, a letra C foi assinalada por um total de 180.226 participantes, a letra D foi assinalada por um total de 201.545 participantes e a letra E teve um total de 112.846 participantes que a marcaram como alternativa correta.

Em destaque com cor mais escura no gráfico 7 está a letra D, que é a alternativa que corresponde à resposta da questão, onde percebe-se que ela foi a alternativa mais escolhida dentre todos os participantes que responderam no gabarito corretamente. Esta, por sua vez, é a primeira questão que estamos analisando que obtém o maior número de assinaladas na alternativa correta.

Porém, ainda precisamos analisar a seguir o que, por meio do Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), o que os erros podem indicar da questão e dos participantes que responderam a mesma:

A princípio, iniciaremos a discussão e categorização por ordem de alternativas, iniciando com a letra A e finalizando com a letra E. Percebamos abaixo:

- Letra A

A letra A teve 105.700 participantes que a assinalaram como resposta correta e vendo pelo que diz na alternativa e no próprio enunciado, analisamos que o estudante que a marcou como alternativa correta, acabou por cometer um simples *erro de entrada*, onde interpretou mal a questão, podendo nem ter lido-a ou apenas ter chutado esta como alternativa correta.

É indicado pela função $y = 250x$ que o participante não se lembrou que o enunciado dava uma informação a mais para a resolução correta da questão. Também que ele é muito claro e objetivo naquilo que comunica ao leitor, já que indica que há uma taxa fixa e uma taxa variável que é dependente do volume x de concreto. No mais, o participante que marcou esta alternativa, não compreendeu o objetivo da função ou da intenção dele, organizando as informações indevidamente e causando um equívoco.

- Letra B

A letra B é marcada pelos 168.375 participantes que a assinalaram como alternativa correta, o que, assim como na letra A, também gerou uma incompreensão ou confusão no objetivo da questão, gerando um *erro de entrada* como foco na

organização das informações que foram dadas no próprio enunciado, onde é considerado que $y = 500x$ excluindo a outra informação que é dada.

- Letra C

A letra C foi a alternativa marcada por 180.226 participantes, gerando um *erro de organização*, em que o participante pode ter somado as duas variáveis, achando que elas indicavam a mesma coisa.

Esse erro de organização das informações gerou erro na execução do que foi pedido no próprio enunciado, com ênfase nos “erros de ordenação” (Torre, 2007, p. 119), onde o participante desviou-se das informações que possui, não identificando que tem uma ordem a ser seguida e que as variáveis são diferentes, onde ele quis adivinhar para suprir a falta de informação que ele não identificou.

- Letra E

A letra E foi marcada como alternativa correta por 112.846 participantes e pode ser categorizada como *erro de organização da informação*, pois houve uma troca nas informações que foram dadas, gerando o erro. Este é categorizado por Torre (2007) como sendo um “erro de ordenação” (TORRE, 2007, p. 119), onde o próprio participante erra a ordem dos fatores.

Dessa maneira, é possível observar que os participantes até tinham o conhecimento sobre as funções afim, mas se equivocaram na organização dos fatores, levando-os ao erro.

6.1.8 Questão 180

A questão 180 trata-se de sistema de equações, onde é preciso associar cada membro da equação às partes do enunciado.

Figura 13 - Questão 180 de Matemática do ENEM de 2023

QUESTÃO 180

O metrô de um município oferece dois tipos de tíquetes com colorações diferentes, azul e vermelha, sendo vendidos em cartelas, cada qual com nove tíquetes da mesma cor e mesmo valor unitário. Duas cartelas de tíquetes azuis e uma cartela de tíquetes vermelhos são vendidas por R\$ 32,40. Sabe-se que o preço de um tíquete azul menos o preço de um tíquete vermelho é igual ao preço de um tíquete vermelho mais cinco centavos.

Qual o preço, em real, de uma cartela de tíquetes vermelhos?

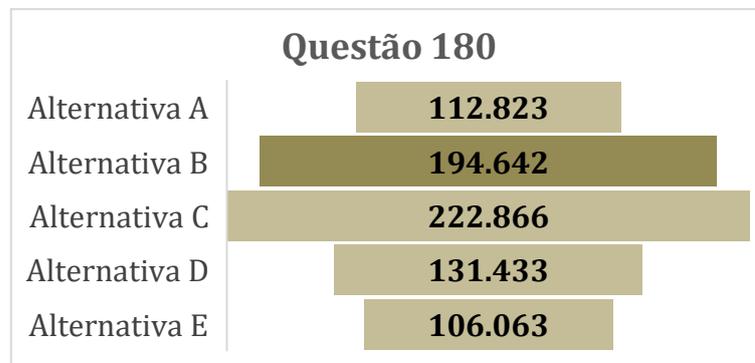
- Ⓐ 4,68
- Ⓑ 6,30
- Ⓒ 9,30
- Ⓓ 10,50
- Ⓔ 10,65

6.1.8.1 Microdados e discussão acerca da categorização dos erros na questão 180

Nesta seção veremos os microdados da questão 180 e, em seguida, discutiremos, a partir do Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), a categorização, de modo geral, dos erros dos participantes que realizaram a prova e marcaram as alternativas A, B, C e E.

A partir da descrição da figura 13 e de sua resolução, que apresenta a questão 180, podemos considerar os dados obtidos pelos microdados de 2023 por meio do gráfico a seguir:

Gráfico 8 – Microdados da questão 180



Fonte: Elaborado pela autora, a partir dos microdados do ENEM de 2023.

Como mostrado no gráfico acima, é possível vermos, dentre a soma das cinco alternativas, um total de 767.827 participantes que responderam à questão. A letra A foi assinalada por um total de 112.823 participantes, a letra B foi assinalada por um total de 194.642 participantes, a letra C foi assinalada por um total de 222.866 participantes, a letra D foi assinalada por um total de 131.433 participantes e a letra E teve um total de 106.063 participantes que a marcaram como alternativa correta. Em destaque com cor mais escura no gráfico 8 está a letra B, que é a alternativa que corresponde à resposta da questão.

Ao analisarmos a questão e as suas respectivas alternativas, notamos que essa é uma questão que, de modo geral, pode-se ter os seus erros categorizados juntos, pois não houve maneiras únicas de se errar, mas sim maneiras que geraram consecutivamente os demais erros, como em cadeia.

Todos os três tipos de erros, categorizados por Torre (2007) no Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), geraram uns aos outros, pois como analisado, foi possível ver que houve *erros de entrada*, *erros de organização das informações* e

erros de execução, não sendo possível verificar cada alternativa e dizer exclusivamente qual os possíveis erros cometidos em cada uma delas.

Visto que se o participante, ao analisar o enunciado, não compreender o que se pede, ele automaticamente já vai errar a questão e acabar chutando-a, mas se ele até entende o enunciado e erra ao organizar as informações dadas, ele erra na execução também.

As possibilidades de erros que foram analisadas diante do proposto na questão foram justamente acerca da não identificação que se pede, tanto quanto na montagem do sistema de equações, que para o caso de o participante errar um sinal ou esquecer de acrescentar à equação o valor de R\$0,05 centavos, já dá um resultado diferente, gerado pelo erro de organização das informações do enunciado.

Em conclusão, essa é uma questão de análise e interpretação das informações dadas e todos os detalhes importam, pois são necessários para a resolução dela. Quando se trata dos erros cometidos nas letras A C, D e E, vê-se que os três tipos de erros podem se encaixar em ambas as alternativas, já que um erro pode gerar o outro.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa teve como principal objetivo analisar e categorizar, de acordo com o Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), os erros cometidos em questões de Álgebra nas edições do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) de 2023 a partir dos microdados disponibilizados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP)

O interesse em realizar a pesquisa a partir da classificação dos erros se deu pelo questionamento acerca do processo que leva o aluno ao erro, os caminhos tomados por ele, as possíveis suposições pertinentes ao erro etc., proporcionando uma análise mais aprofundada sobre o Exame Nacional do Ensino Médio e o que é abordado nos seus documentos curriculares no que se refere ao conteúdo de Álgebra, comparando também com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, Brasil, 2018).

Ao comparar os documentos do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), chegou-se à conclusão de que ambos os documentos se conectam em alguns pontos, no que se refere à forma de elaboração do conteúdo, apesar de serem documentos de vertentes diferentes, ainda que um seja para avaliar o Ensino Médio e o outro para formular os conteúdos dados em sala de aula, eles conseguem se interconectar por meio das habilidades e competências que exigem que o aluno desenvolva no percurso em sua vida estudantil.

No que se trata da metodologia, é possível ver que ela concretizou a pesquisa e deu norte para a coleta e análise de dados, pois foi escolhido e analisado os Microdados do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), que contém os dados necessários para a análise dos gabaritos de cada participante do exame, o que compôs a análise de dados. Apresentando em detalhes os documentos que formam os Microdados e filtrando o que era do interesse da própria pesquisa.

A análise e discussão dos Microdados foi parte crucial da pesquisa, onde foram apresentados os resultados obtidos na coleta e quais as dificuldades enfrentadas para conseguir analisar os dados, pois devido ao grande número de dados a serem analisados e levando em consideração que cada questão teria que ser analisada por alternativa, fez-se necessário que conhecimentos do próprio Microsoft Excel fossem adquiridos no processo para a análise. Além disso, os resultados obtidos após a análise mostraram como os participantes possivelmente erraram ao escolher cada alternativa que foi analisada e categorizada.

No que se refere às dificuldades enfrentadas na análise documental, algumas considerações devem ser levadas em conta, a exemplo das limitações enfrentadas ao realizar a análise, pois devido ao grande número de dados, a estudante se deparou com a falta de conhecimento prévio quanto ao uso do programa Microsoft Excel, como dito anteriormente do capítulo acima e visto que este conhecimento seria útil para a análise dos dados dispostos. Assim como também houve alguns desafios enfrentados para categorizar os erros, pois não se tinha acesso ao raciocínio do participante.

Logo, fez-se necessário pensar como muito possivelmente eles raciocinaram para chegar a algum resultado que correspondia àquela alternativa, mas também se, porventura, haviam chutado a questão. E enquanto se fazia essa análise dos caminhos que levaram ao erro, foi preciso resolver a questão de forma abrangente, com intenção voltada em errar a resposta da questão, a exemplo de usar o conceito errado ou até mesmo supor que o participante esqueceu de usar um sinal, levando ao erro.

Dessa forma, é possível constatar que a discussão dos resultados obtidos, se trata de visualizações acerca dos caminhos que levaram ao erro, onde pegou-se a classificação dos erros por meio do Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE) de Torre (2007) e categorizou-os de acordo com as características que se assemelhavam ao que o autor descrevia como erro de entrada, erro de organização da informação e erro de execução.

Os resultados obtidos a partir disso, mostram que a maioria dos erros nas questões de Álgebra do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) de 2023 podem ser classificados como erros de execução, onde muitas vezes os participantes interpreta bem o enunciado, mas se errar na organização das informações que são dadas, automaticamente já erra na execução do que se pede, ou seja, errando no manuseio da questão.

Esses erros, no geral, mostram que se o participante interpreta a questão, há mais chances de chegar no resultado correto. Assim como para o caso do participante que chuta ou não diferencia o que a questão pede, qual conteúdo de Álgebra ela está abordando, ocasiona o erro. De modo geral, os erros levam a uma reação em cadeia, pois um erro gera o outro e um acerto gera outro acerto ou um erro, o que depende muito da forma que o participante recebe o enunciado e o interpreta.

No mais, a análise deu conta dos objetivos e da metodologia, visto que o erro é parte do processo de aprendizagem e que as habilidades e competências exigidas

na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) correspondem ao que é proposto na própria prova. Também no que se trata de analisar e identificar os tipos de erros cometidos pelos participantes, onde foi possível categorizar os mesmos, a proposta deu conta de atender à expectativa, apesar da dificuldade em conseguir identificar os erros e como eles supostamente aconteceram, bastando serem categorizados a partir da visualização dos caminhos tomados pelos participantes.

Em suma, este estudo contribuirá para que mais professores possam dar relevância ao papel do erro na educação, principalmente no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), por se tratar de um exame que mostra a realidade da educação básica ainda no Ensino Médio, mas ainda existem algumas questões que merecem ser aprofundadas em futuras pesquisas. Sugere-se a realização de estudos como esses também em outras áreas de conhecimento, a exemplo de Ciências da Natureza e suas Tecnologias, com foco em analisar os erros para explorar como o ensino dessas áreas andam sendo ofertados e recebidos. Além disso, a utilização de ferramentas dispostas pelo próprio Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), como a Teoria de Resposta ao Item (TRI) e o Índice de Desempenho (ID) podem ser úteis para futuras pesquisas voltadas também ao erro, trazendo consigo, novos insights para a área.

Com isso, conclui-se que mudar a abordagem também pode ter resultado positivo nos Exames externos, que o próprio professor pode ajudar o aluno a realizar a prova com mais preparo e com melhor análise e identificação no que se refere ao conteúdo de cada questão, pois essa é uma prática que pode ser desenvolvida em sala de aula, também mudar a forma de elaboração do enunciado pode evitar conflitos na intenção da questão e no que de fato deve ser executado.

REFERÊNCIAS

BÍBLIA. **Bíblia Sagrada**. Tradução dos originais gregos, hebraico e aramaico mediante a versão dos Monges Beneditinos e Maredsous (Bélgica). 23ª Edição. São Paulo: Editora Ave-Maria, 2021.

BRASIL. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira** (Inep). Resumo Técnico: Microdados, 2019. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/aceso-a-informacao/dados-abertos/microdados>>. Acesso em: 05/02/2025.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

CURY, Helena Noronha. **As concepções de matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos**. Tese apresentada à Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 1994.

FREIRE, Paulo. **A Educação na Cidade**. São Paulo: Cortez, 1991

JUCÁ, Rosineide de Souza. O estudo do erro: contributos para o trabalho docente do professor de matemática. **Revemat**, Santa Catarina, p. 01-20, 2022.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições**. São Paulo: Cortez, 1995.

Matrizes de referência. INEP, Brasília, 20 de out. de 2015. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf>. Acesso em: 14/02/2025.

Microsoft Corporation. (2018). **Microsoft Excel**. Recuperado de: <<https://office.microsoft.com/excel>>. Acesso em: 26/02/2025

SANTOS, Rayle Maria Silva Dos *et al.*. **Uma análise dos erros no processo de ensino e de aprendizagem referente aos sistemas de equações do 1º grau no 8º ano do ensino fundamental**. Anais IX CONEDU... Campina Grande: Realize Editora, 2023, p. 1-12. Disponível em: <<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/96044>>. Acesso em: 19/03/2024

SILVA, Rayssa Maria da. **Análise das questões de álgebra no Exame Nacional do Ensino Médio**. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática) - Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2021.

TORRE, Saturnino de la. **Aprender com os erros: o erro como estratégia de mudança**. Tradução Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2007.

SILVA, Marcos Antonio Martins da. Uma análise da contextualização e interdisciplinaridade nas questões de probabilidade e estatística do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) no período de 2017 à 2019. 2020. **Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba**. Paraíba, Cajazeiras, 2020. Disponível em: <<https://repositorio.ifpb.edu.br/handle/177683/1501>>. Acesso em: 26/02/2025.