



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

WAGNER FARIAS GOUVEIA

**INCORPORAÇÃO DE MELHORIAS NO PROCESSO DE ANÁLISE DE
SENSIBILIDADE NO MÉTODO *FITRADEOFF*: Uma Nova Abordagem Para
Problemática de *Ranking* e Critérios Construídos**

Recife

2024

WAGNER FARIAS GOUVEIA

**INCORPORAÇÃO DE MELHORIAS NO PROCESSO DE ANÁLISE DE
SENSIBILIDADE NO MÉTODO *FITRADEOFF*: Uma Nova Abordagem Para
Problemática de *Ranking* e Critérios Construídos**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de produção da Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção. Área de concentração: Pesquisa Operacional.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Eduarda Asfora Frej

Recife

2024

Catálogo de Publicação na Fonte. UFPE - Biblioteca Central

Gouveia, Wagner Farias.

Incorporação de melhorias no processo de análise de sensibilidade no método FITradeoff: uma nova abordagem para problemática de rankings e critérios construídos / Wagner Farias Gouveia. - Recife, 2024.

80f.: il.

Dissertação (Mestrado) - Centro de Tecnologia e Geociência, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2024.

Orientação: Eduarda Asfora Frej.

1. Decisão multicritério; 2. Análise de sensibilidade; 3. Método FITradeoff; 4. Problemática de ranking; 5. Critérios construídos. I. Frej, Eduarda Asfora. II. Título.

UFPE-Biblioteca Central

WAGNER FARIAS GOUVEIA

**INCORPORAÇÃO DE MELHORIAS NO PROCESSO DE ANÁLISE DE
SENSIBILIDADE NO MÉTODO *FITRADEOFF*: Uma Nova Abordagem Para
Problemática de *Ranking* e Critérios Construídos**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de produção da Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção. Área de concentração: Pesquisa Operacional.

Aprovada em: 18/07/2024

BANCA EXAMINADORA

Prof^a. Dr^a. Eduarda Asfora Frej (Orientadora)

Universidade Federal de Pernambuco

Prof^a. Dr^a. Lúcia Reis Peixoto Roseli (Examinadora Interna)

Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Ricardo Pires de Souza (Examinador Externo)

Universidade Federal do Rio Grande do Norte

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ser uma fonte inesgotável de força e inspiração para lidar com qualquer situação da minha vida.

Agradeço aos meus pais Maria Eliane e José Walter, meu irmão José Walber e a toda a minha família por estarem sempre presentes na minha vida de forma positiva e por terem me dado suporte para chegar até aqui.

Agradeço à minha orientadora Eduarda e aos meus professores do mestrado por terem facilitado, de forma inspiradora, o meu aprendizado e o desenvolvimento das minhas habilidades científicas.

Agradeço a minha namorada pelo carinho e por dividir comigo, com muita serenidade, momentos de dificuldades e alegrias.

Agradeço a todos os meus amigos que compartilharam comigo, de forma descontraída, desafios e momentos de bastante aprendizado.

Agradeço à CAPES pelo suporte financeiro que me permitiu desenvolver esta pesquisa.

RESUMO

O *Flexible and Interactive Tradeoff (FITradeoff)* é um método de apoio a tomada de decisão multicritério capaz de fornecer aos decisores recomendações com base em informações parciais no modelo aditivo. Dentre as funcionalidades do seu Sistema de Apoio a Decisão (SAD), ao final do processo de decisão destaca-se a etapa de Análise de Sensibilidade (AS). A AS é essencial na construção de modelos de decisão multicritério, considerando que auxilia na análise da robustez dos modelos e dos resultados e permite avaliar como os resultados podem ser alterados com possíveis mudanças nas variáveis de entrada. Entretanto, a partir de uma análise crítica do método *FITradeoff*, foram identificadas algumas deficiências e lacunas no seu processo de AS, sobretudo na problemática de *ranking*, e também quando critérios construídos estão envolvidos no problema. Portanto, o objetivo deste estudo é de evidenciar e analisar essas deficiências e, com base nisso, propor melhorias no processo de AS do método, a partir da incorporação de um protocolo estruturado, capaz de avaliar a robustez das soluções obtidas e incorporar um teste de correlação estatística a fim de empregar significância estatística aos resultados gerados na AS. Além disso, ajustes são realizados no processo de escolha dos limites de variações considerando também os tipos dos critérios. Os resultados obtidos a partir da aplicação dessas melhorias mostram que é possível obter processos de AS mais consistentes e confiáveis, que resultam em análises e soluções mais acertadas e permitem a identificação de aspectos relevantes para a tomada de decisão. Essas melhorias podem contribuir para a tomada de decisões mais assertivas e mais adequadas às necessidades dos decisores, além de abrir espaço para o aprimoramento de outros métodos de informação parcial.

Palavras-chave: Decisão multicritério; Método *FITradeoff*; Análise de sensibilidade; Problemática de *Ranking*; Critérios construídos.

ABSTRACT

Flexible and Interactive Tradeoff (FITradeoff) is a multi-criteria decision support method capable of providing decision-makers (DMs) with recommendations based on partial information in the additive model. Among the functionalities of its Decision Support System (DSS), the Sensitivity Analysis (SA) stage stands out at the end of the decision-making process. SA is essential when construction of multi-criteria decision models, as it helps to analyze the robustness of the models and how the results can be altered by possible changes in the *input* variables. However, from a critical analysis of the FITradeoff method, some deficiencies and gaps were identified in its SA process, especially in the SA results for the ranking problematic, and also when constructed criteria are involved in the problem. Therefore, the aim of this work is to highlight and analyze these shortcomings and, based on this, propose improvements to the FITradeoff method's SA process, starting with the incorporation of a structured protocol, capable of evaluating the robustness of the solutions obtained and incorporating a statistical correlation test in order to employ statistical significance to the results generated in the SA. In addition, adjustments are made to the process of choosing variation limits when constructed criteria are involved. The results obtained from the application of these improvements show that it is possible to obtain more consistent and reliable SA processes, which result in more accurate solutions and allow the identification of relevant aspects for DM. These improvements can contribute to making more assertive decisions that are better suited to the needs of decision-makers, as well as opening up space for the improvement of other partial information methods.

Keywords: Multicriteria decision; FITradeoff method; Sensitivity Analysis; ranking problematic; Constructed criteria.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Funcionamento do SAD do método <i>FITradeoff</i> para a problemática de escolha	23
Figura 2 –	Diagrama de relações de dominância entre as alternativas	26
Figura 3 –	Funcionamento do SAD do <i>FITradeoff</i> para a problemática de <i>ranking</i>	28
Figura 4 –	Tela do processo atual de AS do SAD <i>FITradeoff</i> na problemática de <i>ranking</i>	39
Figura 5 –	Nova tela de definição das variações dos <i>inputs</i> na AS	50
Figura 6 –	Funcionamento da primeira fase do novo protocolo de AS do método <i>FITradeoff</i> para a problemática de <i>raking</i>	51
Figura 7 –	Tela de resultados da primeira fase do novo protocolo de AS do método <i>FITradeoff</i> para a problemática de <i>ranking</i>	52
Figura 8 –	Tela de resultados da primeira fase (com informações adicionais) do novo protocolo de AS do método <i>FITradeoff</i> para a problemática de <i>ranking</i>	53
Figura 9 –	Tela de resultados da segunda fase do novo protocolo de AS do método <i>FITradeoff</i> para problemática de <i>ranking</i>	54
Figura 10 –	Funcionamento da segunda fase do novo protocolo de AS do método <i>FITradeoff</i> para a problemática de <i>ranking</i>	56
Figura 11 –	Funcionamento da determinação das variações dos <i>inputs</i> para simulações no novo protocolo de AS	57
Figura 12 –	Tela de determinação das variações dos <i>inputs</i> para simulações no novo protocolo de AS	58
Figura 13 –	Determinação de variações dos <i>inputs</i> para simulações na AS atual no problema de priorização de escolas para execução de um projeto	60
Figura 14 –	Determinação de variações dos <i>inputs</i> para simulações no novo protocolo de AS no problema de priorização de escolas para execução de um projeto	61
Figura 15 –	Resultados da AS atual para o problema de priorização de escolas para execução de um projeto	62

Figura 16 –	Resultados da Análise de Robustez no novo protocolo de AS para o problema de priorização de escolas para execução de um projeto	63
Figura 17 –	Resultado do teste de Kendall para o problema de priorização de escolas para execução de um projeto	64
Figura 18 –	Resultados da Análise de Robustez para Frej <i>et al.</i> (2017)	65
Figura 19 –	Resultado do Teste de Kendall para Frej <i>et al.</i> (2017)	66
Figura 20 –	Resultados da Análise de Robustez para Cunha <i>et al.</i> (2020)	67
Figura 21 –	Resultado do Teste de Kendall com nível de significância de 0,01 para Cunha <i>et al.</i> (2020)	68
Figura 22 –	Resultado do Teste de Kendall com nível de significância de 0,05 para Cunha <i>et al.</i> (2020)	69

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 –	Deficiências e propostas de melhorias para a AS do método <i>FITradeoff</i>	16
Quadro 2 –	<i>Ranking</i> original	40
Quadro 3 –	<i>Ranking</i> parcial obtido em 80% dos casos simulados	40
Quadro 4 –	Resultados exibidos ao decisor	41
Quadro 5 –	<i>Ranking</i> original e <i>rankings</i> simulados	44
Quadro 6 –	Exemplo de escala verbal em critério construído	47
Quadro 7 –	Matriz de consequências do problema de priorização de escolas para um projeto	59
Quadro 8 –	Matriz de consequências do problema de Frej <i>et al.</i> (2017)	64
Quadro 9 –	Matriz de consequências do problema de Cunha <i>et al.</i> (2020)	66

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Probabilidade associada ao valor do <i>Score</i> e à quantidade de elementos da amostra	32
Tabela 2 –	Cálculo dos índices de k-concordância	42
Tabela 3 –	Cálculo dos índices de k-concordância para k=1	44
Tabela 4 –	Cálculo dos índices de k-concordância para k=2	44
Tabela 5 –	Cálculo dos índices de k-concordância para k=3	45
Tabela 6 –	Valores dos índices de robustez de cada alternativa	45
Tabela 7 –	Exemplo de uma escala verbal em critério construído	47

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AS	Análise de Sensibilidade
<i>FI</i> Tradeoff	<i>Flexible and Interactive Tradeoff</i>
IR	Índice de Robustez
IS	Índice de Sensibilidade
MAVT	<i>Multiattribute Value Theory</i>
MCDM/A	<i>Multicriteria Decision Making/Aiding</i>
n	Número de alternativas
N	Número de instâncias na Análise de Sensibilidade
PR	Posição no <i>Ranking</i>
PPL	Problema de Programação Linear
P	Quantidade de pares concordantes no teste de correlação
Q	Quantidade de pares discordantes no teste de correlação
S	<i>Score</i> do teste de correlação
SAD	Sistema de Apoio a Decisão
T	Número total de vezes que uma alternativa foi comparada na análise de robustez
VFT	<i>Value-Focused Thinking</i>
α	Nível de significância do teste de hipótese

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA	17
1.2	OBJETIVOS DO TRABALHO	18
1.2.1	<i>Objetivo Geral</i>	18
1.2.2	<i>Objetivos Específicos</i>	19
1.3	METODOLOGIA	19
1.3.1	<i>Caracterização da pesquisa</i>	19
1.3.2	<i>Etapa da pesquisa</i>	19
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO	20
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA ..	22
2.1	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	22
2.1.1	<i>Método FITradeoff</i>	22
2.1.2	<i>Análise de Sensibilidade</i>	28
2.1.3	<i>Teste de Kendall</i>	29
2.1.3.1	<i>Teste de Kendall para grandes amostras</i>	30
2.1.3.2	<i>Teste de Kendall para pequenas amostras</i>	31
2.2	REVISÃO DA LITERATURA	33
2.2.1	<i>Uso do Método FITradeoff</i>	34
2.2.2	<i>Análise de Sensibilidade em métodos multicritérios para a problemática de ranking</i>	34
2.3	SÍNTESE DO ESTADO DA ARTE E POSICIONAMENTO DESTES TRABALHO	36
3	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO MÉTODO FITRADEOFF: PROCEDIMENTO ATUAL E OS DESAFIOS DA ANÁLISE DE SENSIBILIDADE EM MÉTODOS DE INFORMAÇÃO PARCIAL	37
3.1	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE ATUAL DO MÉTODO FITRADEOFF PARA A PROBLEMÁTICA DE RANKING	37
3.2	O DESAFIO DE REALIZAR A ANÁLISE DE SENSIBILIDADE EM MÉTODOS DE INFORMAÇÕES PARCIAIS	39

3.2.1	<i>O desafio de realizar a Análise de Sensibilidade em métodos de informações parciais</i>	40
3.2.2	<i>Calculando a robustez de uma alternativa com base nas suas relações de dominância</i>	42
3.2.2.1	<i>Exemplo ilustrativo: Calculando o índice de robustez</i>	43
3.3	OS TIPOS DE CRITÉRIOS NA ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO MÉTODO <i>FITRADEOFF</i>	46
4	NOVO PROTOCOLO DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE PARA O MÉTODO <i>FITRADEOFF</i>	49
4.1	PRIMEIRA FASE: SIMULAÇÃO DE MONTE-CARLO E ANÁLISE DE ROBUSTEZ	49
4.2	SEGUNDA FASE: TESTE DE CORRELAÇÃO DE KENDALL	53
4.3	CONSIDERANDO O TIPO DO CRITÉRIO	56
4.4	APLICAÇÕES ILUSTRATIVAS DA ABORDAGEM PROPOSTA	58
4.4.1	<i>Caso 1: Priorização de escolas para execução de um projeto (Escola Sustentável): Uma comparação entre a Análise de Sensibilidade atual e a nova abordagem proposta</i>	59
4.4.2	<i>Caso 2: Seleção de fornecedores</i>	64
4.4.3	<i>Caso 3: Priorização de Operações Policiais Especiais</i>	66
4.5	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	69
5	CONCLUSÕES	73
	REFERÊNCIAS	75

1 INTRODUÇÃO

O *Flexible and Interactive Tradeoff (FITradeoff)* é um método multicritério amplamente utilizado na literatura para resolver problemas em diversas áreas. O método *FITradeoff* se destaca por ser capaz de extrair as preferências do decisor e foi inicialmente desenvolvido para resolver problemas de escolha através de um procedimento que utiliza informações parciais (incompletas) para modelar as preferências do decisor no âmbito da Teoria de Valor Multiatributo (ou *Multiattribute Value Theory - MAVT*) (Keeney & Raiffa, 1993) (De Almeida *et al.*, 2016). O método *FITradeoff* passou por diversas melhorias metodológicas no decorrer dos últimos anos e atualmente suporta 4 problemáticas, são elas: Escolha (De Almeida *et al.*, 2016; De Almeida; Frej; Roselli, 2021), *Ranking* (Frej; De Almeida; Costa, 2019; De Almeida; Frej; Roselli, 2021), Portfólio (Frej; Ekel; De Almeida, 2021; Marques; Frej; De Almeida, 2022) e Classificação (Kang; Frej; De Almeida, 2020). Essa pesquisa se concentrará na problemática de *ranking*.

Pode-se dizer que o método *FITradeoff* se destaca no contexto da problemática de *ranking*, porque de acordo com os autores Frej, De Almeida e Costa (2019) o método é capaz de, através da sua formulação, executar Problemas de Programação Linear (PPL) associados à matriz de decisão (dados relacionados ao desempenho das alternativas em função dos critérios) e às declarações de preferências do decisor e identificar relações de dominâncias entre as alternativas, tudo isso através de informações parciais, além de gerar visualizações gráficas que dão suporte e maior clareza ao decisor na interpretação dos resultados e tomada de decisão.

O *FITradeoff* tem sido amplamente aplicado em diversas áreas nos últimos anos, como gestão de projetos (Schramm *et al.*, 2023), melhoria de processos produtivos (Zanazzi *et al.*, 2023), gestão da cadeia de suprimentos (Carvalho *et al.*, 2023), logística (Cyreno *et al.*, 2023), economia circular (Rico Lugo *et al.*, 2023), investigação agrícola (Rodríguez *et al.*, 2023; Rodriguez *et al.*, 2021), turismo (Czekajski *et al.*, 2023), mobilidade urbana (Oliveira *et al.*, 2023), orçamentos militares (Santos *et al.*, 2023), fornecedores da indústria alimentar (Causil & Moraes, 2023; Frej *et al.*, 2017), manutenção (Rodrigues *et al.*, 2023), gestão de estoque hospitalar (de Assis *et al.*, 2022), controle de doenças (dos Santos *et al.*, 2022), apoio à negociação (Frej *et al.*, 2022), setor calçadista (de Moraes & Correia *et al.*, 2022), localização das instalações (Ribeiro *et al.*, 2021), serviços médicos (Frazão *et al.*, 2021), tecnologia da informação (Poletto *et al.*, 2020) e priorização de atividades (da Cunha *et al.*, 2020).

Diante desta abrangência do método, sendo aplicado em diversas áreas na literatura, é necessário que as recomendações obtidas através dele sejam avaliadas por meio de um processo

de Análise de Sensibilidade (AS), que deve dar suporte para inferir a robustez e a sensibilidade das recomendações, ou seja, o quanto os resultados são robustos ou sensíveis. O método *FITradeoff* para a problemática de *ranking* possui, portanto, um processo de AS simplificado e pouco fundamentado, o que pode levar a análises distorcidas e inadequadas das recomendações obtidas. A etapa é conduzida por um processo de simulação, no qual um determinado número (não desconhecido) de instâncias do modelo de decisão era gerado com valores aleatórios na matriz de consequências, de acordo com limites superiores e inferiores de variações definidos em percentual pelo decisor. Em seguida, os resultados são apresentados por meio de gráfico e tabelas de acordo com as variações ocorridas nos resultados. Na problemática de *ranking*, estas variações são apresentadas em termos das mudanças nas posições de cada alternativa que ocorrem entre o *ranking* obtido na solução original e os *rankings* obtidos nas instâncias da AS.

Por se tratar de um método de informações parciais, no método *FITradeoff* para a problemática de *ranking*, a depender do nível de informações fornecidas pelo decisor, as relações de dominância entre as alternativas podem não ser definidas completamente, havendo a possibilidade de se obter *rankings* com quantidades diferentes de posições entre a solução original fornecida pelo Sistema de Apoio a Decisão (SAD) e as soluções obtidas nas instâncias da AS, o que ocasiona resultados confusos para o decisor (Gouveia, Souza e Frej, 2023). Quando um par de alternativas não possui as relações de preferência definida, mais de uma alternativa ocupam a mesma posição do *ranking*, fazendo com que *rankings* incompletos sejam gerados. E quando estes *rankings* incompletos são comparados com *rankings* completos, há a falsa impressão de que uma ou mais alternativas mudaram de posição. Isto acontece principalmente com as alternativas que ocupam as últimas posições do *ranking* da solução original fazendo com que análises confusas e vieses cognitivos possam sejam gerados. Este problema será explorado em detalhes neste trabalho e uma proposta será apresentada para solucionar tais inconsistências.

Além disso, ainda segundo os autores Gouveia, Souza e Frej (2023), deficiências foram encontradas no processo de AS do *FITradeoff* quando critérios construídos estão envolvidos no problema, uma vez que, nesta etapa do método, os limites de variações dos valores das consequências são definidos pelo decisor apenas em percentuais, fazendo com que, nas simulações da AS, sejam obtidos valores reais e/ou contínuos para as consequências, ocasionando em simulações indevidas, visto que valores contínuos e/ou reais nas consequências são inadequados para lidar com critérios construídos, que naturalmente devem ser definidos em termos de uma escala verbal e têm que receber apenas valores inteiros e discretos (Gouveia, Souza e Frej, 2023).

Tais problemas foram detalhados com sugestões de melhorias através da tabela auxiliar mostrada abaixo (Quadro 1).

Quadro 1 – Deficiências e propostas para a AS do método *FITradeoff*

Deficiências	Propostas
Inconsistências geradas pela inclusão/exclusão de posições nos <i>rankings</i> gerados nas simulações da análise de sensibilidade do método <i>FITradeoff</i> .	Implementação de um teste de hipóteses estatístico a fim de inferir sobre a correlação entre o <i>ranking</i> gerado na solução original do método <i>FITradeoff</i> e os <i>rankings</i> gerados nas simulações da análise de sensibilidade.
Variação inadequada (em percentual) quando critérios construídos e/ou critérios com valores das consequências discretos estão envolvidos.	Alteração no mecanismo de escolha da variação dos valores das consequências para critérios construídos e/ou critérios que possuem valores discretos, permitindo apenas variação em níveis (unidades).

Fonte: Gouveia, Souza e Frej (2023)

A AS é uma etapa importante para verificar a confiança e a robustez dos resultados obtidos a partir de um método de Tomada/Auxílio a Decisão Multicritério (MCDM/A - Multicriteria Decision Making/Aiding) (Wolters & Mareschal, 1995; Więckowski, J., & Salabun, 2023). Estes métodos são amplamente utilizados para lidar com problemas de decisão em que estão envolvidos múltiplos objetivos e conflitantes (de Almeida *et al.*, 2015; Belton & Stewart 2002), mas as recomendações obtidas a partir da utilização desses métodos devem ser analisadas levando em conta possíveis variações nos valores de entrada, que são possíveis de acontecer em ambientes incertos de tomada de decisão.

Nesse contexto, a realização da AS é uma etapa crucial na construção de modelos de decisão (de Almeida *et al.*, 2015), uma vez que a execução da AS permite que os decisores avaliem a estabilidade dos resultados obtidos em um determinado método de MCDM/A. A AS deve ser realizada para verificar se a solução preliminar é robusta ou sensível às mudanças em aspectos do modelo construído e pode ser vista sob três perspectivas (Belton & Stewart 2002): Perspectiva Técnica que mostra como as mudanças nos *inputs* podem afetar a solução final; Perspectiva Individual, que fornece uma base para que o decisor possa testar a sua compreensão do problema; e a Perspectiva de Grupo que permite explorar diversas perspectivas sobre o problema, através da exploração de diferentes espaços de pesos.

Considerando tais perspectivas, as ferramentas de apoio à decisão devem fornecer suporte adequado para que seja possível conduzir uma AS. Ao projetar um SAD, é importante que um processo estruturado de AS seja incorporado para permitir que os decisores tenham

uma compreensão clara do comportamento da solução do modelo, considerando incertezas e/ou imprecisões nos dados de entrada.

No método *FITradeoff* tais análises também devem auxiliar na compreensão do comportamento da solução do modelo diante de possíveis variações nos dados de entrada, ou seja, nos valores da matriz de consequências. Portanto, a AS desempenha um papel de grande importância no processo de tomada de decisão quando o método *FITradeoff* é utilizado. Desta maneira, o desenvolvimento de um processo de AS consistente é de suma importância para avaliar adequadamente a estabilidade dos resultados obtidos em modelos baseados no método *FITradeoff*, a fim de verificar a robustez destes.

Neste contexto, este estudo tem como objetivo, além de discutir e evidenciar as principais deficiências e fragilidades da AS do método *FITradeoff*, implementar um novo protocolo de AS para verificar a sensibilidade e robustez dos resultados obtidos pelo SAD do método *FITradeoff* de maneira adequada.

O novo modelo de AS implementado no método *FITradeoff* consiste em duas etapas para auxiliar a análise dos resultados obtidos na problemática de *ranking*. Na primeira etapa, uma simulação de *Monte-Carlo* é executada a fim de gerar novos *rankings* resultantes de alterações nos valores das consequências. Com base nos *rankings* obtidos, é possível analisar a robustez de cada alternativa em relação às suas relações de dominância na solução original através do índice de robustez.

A segunda etapa do protocolo de AS implementado, consiste na execução do teste de Correlação de Kendall associado a um teste de hipóteses, a fim de verificar se existe correlação estatisticamente significativa entre o *ranking* obtido na solução original do SAD e os *rankings* obtidos nas instâncias da AS. O teste de Kendall deve ser aplicado de duas formas diferentes, dependendo do tamanho da amostra (Kendall & Gibbons, 1990), ou seja, de acordo com a quantidade de alternativas do problema. A aplicação de um teste estatístico tem como objetivo tornar os resultados da nova AS implementada mais confiáveis para o decisor, dado que, com isso, será agregada significância estatística à análise.

1.1 JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA

Na literatura relacionada ao método *FITradeoff*, a ausência de um modelo estruturado e bem fundamentado para conduzir a AS sobre os resultados obtidos é uma lacuna evidente. Além disso, como esse método funciona com base em informações parciais obtidas do decisor, o desenvolvimento de um protocolo estruturado de AS torna-se um desafio ainda maior.

O tema da AS no método *FITradeoff* é pouco abordado na literatura. Uma revisão sistemática da literatura sobre os métodos de MCDM/A foi recentemente conduzido por Więckowski & Sałabun (2023), na qual são mencionados diversos métodos e sua respectiva abordagem de AS; mas o método *FITradeoff* não foi citado, devido à falta de um modelo estruturado para a realização de AS.

Devido à crescente aplicação do método *FITradeoff* na literatura em diversas áreas, a medida em que sua aplicação se expande, considera-se importante que as recomendações fornecidas pelo SAD sejam avaliadas de maneira consistente e confiável em relação a sua sensibilidade e robustez.

Como foi citado anteriormente, o método *FITradeoff* não possui um processo estruturado de AS, tendo em seu SAD um procedimento simplificado e com algumas deficiências no seu módulo de AS. Deficiências estas que ocasionam vieses cognitivos e resultados confusos ao decisor. Portanto, torna-se fundamental a realização de estudos para investigar e desenvolver aprimoramentos metodológicos a fim de solucionar tais problemas.

É importante desenvolver um protocolo estruturado de AS para o método *FITradeoff*, capaz de avaliar consistentemente as recomendações fornecidas pelo SAD, garantindo que os resultados obtidos sejam precisos e aplicáveis em problemas de qualquer natureza.

Portanto, este trabalho visa contribuir com o campo de pesquisa, uma vez que o novo protocolo de AS desenvolvido nesta pesquisa tem alto potencial para aprimorar a prática de tomada de decisão com o método *FITradeoff*, possibilitando assim a realização de análises mais completas, considerando que a AS é uma etapa crucial na construção de modelos MCDM/A.

1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO

São apresentados nos tópicos a seguir o objetivo geral, bem como os objetivos específicos do presente trabalho.

1.2.1 Objetivo Geral

O presente estudo tem como objetivo discutir o processo de Análise de Sensibilidade do método *FITradeoff* evidenciando suas deficiências e principais lacunas e desenvolver um protocolo estruturado de AS para a problemática de *ranking*, e uma nova abordagem para o tratamento de critérios construídos.

1.2.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho estão descritos da seguinte forma:

- a) Analisar o processo atual de AS do método *FITradeoff*, evidenciando e discutindo suas deficiências;
- b) Desenvolver um novo protocolo estruturado e fundamentado de AS para o método *FITradeoff* para a problemática de *ranking*, corrigindo suas deficiências e incorporando significância estatística;
- c) Desenvolver uma nova abordagem de variação dos *inputs* dos dados de entrada nas simulações da AS do método *FITradeoff*, tornando-a adequada para tratar quaisquer tipos de critérios;
- d) Implementar as melhorias no módulo de Análise de Sensibilidade do SAD do *FITradeoff*;
- e) Validar a implementação a partir de aplicações em casos ilustrativos.

1.3 METODOLOGIA

Nas subseções a seguir, serão apresentados os aspectos relacionados à metodologia de pesquisa.

1.3.1 Caracterização da pesquisa

O estudo realizado se trata de uma pesquisa aplicada, uma vez que são incorporados recursos para preencher lacunas e resolver deficiências encontradas no processo de AS do método *FITradeoff*. O estudo se classifica como uma pesquisa quantitativa, pois utiliza abordagens quantitativas através de análises estatísticas e avaliações matemáticas afim de desenvolver melhorias metodológicas na Análise de Sensibilidade do método *FITradeoff*.

1.3.2 Etapas da pesquisa

Para identificar e evidenciar lacunas e deficiências no processo atual de AS do método *FITradeoff*, são realizadas buscas na literatura e uma revisão integrativa. Uma revisão integrativa permite que sejam utilizadas pesquisas experimentais e não experimentais como forma de aprimorar a coleta de dados (Whittemore, R., e Knafl, K., 2005). A fim de auxiliar na

compreensão das lacunas encontradas é desenvolvido um fluxograma com a finalidade de detalhar o funcionamento do processo atual de AS do método *FITradeoff*. Na identificação das lacunas e deficiências, são realizadas buscas na literatura a respeito dos temas “Análise de Sensibilidade”, “Método *FITradeoff*” e experimentações no SAD do método, através de www.cdsid.org.br/fitradeoff, onde são realizadas simulações específicas à utilização do método. São realizados estudos na literatura a fim de buscar referências relacionadas à AS em métodos de MCDM/A e proposto o desenvolvimento e implementação de um protocolo de AS estruturado em duas fases principais. Sendo a primeira fase desenhada para melhorar a forma de exibição dos resultados a partir da utilização da análise de robustez, que funciona com base no cálculo do índice de robustez de cada alternativa e a apresentação através da visualização gráfica (gráfico de barras) e tabular, tornando a visualização dos resultados consistente e intuitiva. A segunda fase consiste na execução de um teste de correlação de Kendall associado a um teste de hipótese, a fim de trazer resultados mais consistentes e fidedignos, com base em significância estatística para o processo de AS.

Para que o processo de AS possa lidar de forma correta todos os critérios de um problema, uma mudança é implementada no formato da determinação dos limites de variação dos dados de entrada do problema na AS, de acordo com os tipos dos critérios envolvidos no problema.

Como forma de ilustrar o novo protocolo de AS desenvolvido e implementado no SAD do *FITradeoff* e evidenciar as contribuições da implementação, são realizadas aplicações ilustrativas, a partir de um novo problema MCDM/A e problemas da literatura, onde é possível demonstrar de maneira prática, como é possível realizar análises e inferências a respeito dos resultados em situações de indefinição e/ou variações dos dados de entrada e gerar discussões a respeito da sua implementação.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho está estruturado em 5 capítulos a seguir:

O Capítulo 1 contém a Introdução, que apresenta a Justificativa e Relevância do estudo para o desenvolvimento do trabalho, os Objetivos a serem alcançados e a Metodologia utilizada no trabalho.

O Capítulo 2 apresenta a Fundamentação Teórica que trata dos temas descritos nos itens “Método *FITradeoff*”, “Análise de Sensibilidade” e “Teste de Kendall”. Uma Revisão da Literatura que apresenta o uso do método *FITradeoff* em diversas áreas, os diversos formatos

de Análise de Sensibilidade utilizados de maneira mais ampla em métodos multicritério e de forma mais específica para a problemática de *ranking*.

O Capítulo 3 mostra o funcionamento do processo atual de AS do método *FITradeoff*, bem como suas deficiências para a problemática de *ranking* e para o tratamento de critérios construídos. Mostra também os desafios de realizar uma Análise de Sensibilidade quando se tratam de métodos de informações parciais. Em seguida é apresentada uma alternativa para estes desafios através do cálculo e apresentação dos resultados em termos da robustez das alternativas.

O Capítulo 4 apresenta um novo protocolo estruturado de AS dividido em 2 fases, a primeira fase, apresentada na seção 4.1 que consiste em uma simulação de *Monte-Carlo* agregada a uma análise de robustez e a segunda fase, que está apresentada na seção 4.2 consiste em um teste de correlação de Kendall que funciona de formas distintas para grandes e pequenas amostras. Além disso, na seção 4.3 é apresentada uma nova abordagem de variação dos *inputs* na AS desenvolvida para lidar de forma adequada com tais variações em função dos critérios, sejam eles naturais ou construídos. Logo em seguida, na seção 4.4, são apresentados 3 casos de problemas de decisão, a fim de ilustrar a aplicação e gerar discussões a respeito do novo processo de AS desenvolvido. E finalmente na seção 4.5 são apresentadas as discussões a respeito da implementação e aplicação do novo protocolo estruturado de AS desenvolvido neste estudo.

No Capítulo 5 são apresentadas as conclusões finais do estudo, obtidas a partir de análises no desenvolvimento e aplicações ilustrativas do novo protocolo estruturado de AS desenvolvido para o método *FITradeoff* e em seguida são mostradas as sugestões para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo, é fornecida uma base teórica sobre temas relacionados a esse estudo, como Método *FITradeoff*, Análise de sensibilidade e Teste de correlação de Kendall. Posteriormente, é apresentada uma revisão do estado atual referente ao Uso do método *FITradeoff* e Análise de sensibilidade em MCDM/A e na problemática de *ranking*.

2.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A base teórica empregada neste estudo é apresentada a seguir e abrange os seguintes tópicos: Método *FITradeoff*, Análise de sensibilidade e Teste de correlação Kendall.

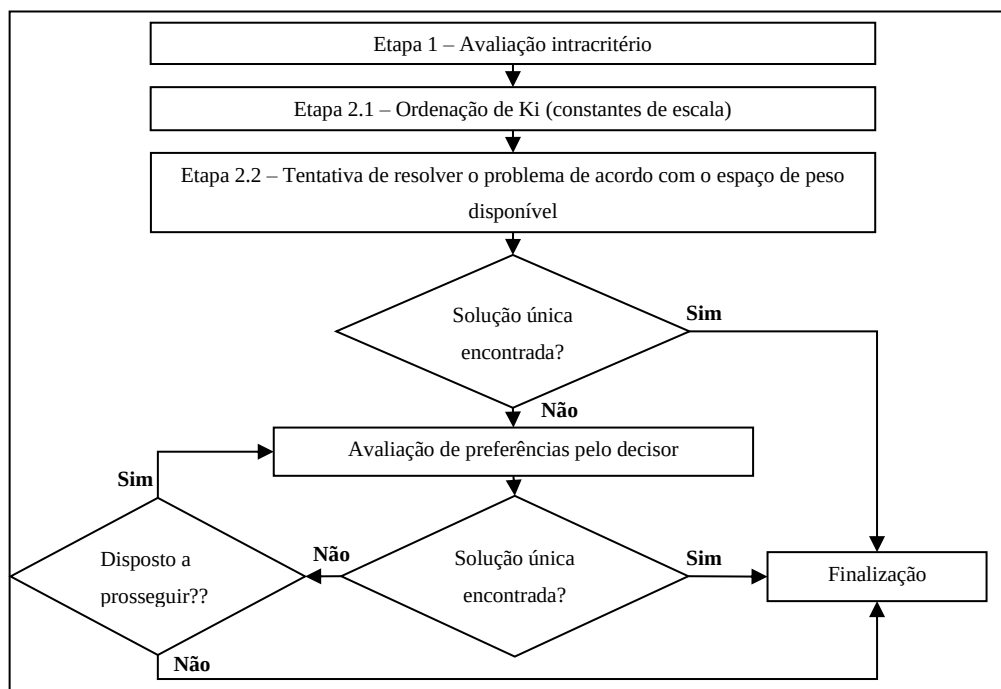
2.1.1 Método *FITradeoff*

O método *FITradeoff* foi originalmente desenvolvido no âmbito da Teoria de Valor Multiatributo (ou *Multiattribute Value Theory* - MAVT) (Keeney & Raiffa, 1993), baseada no fundamento axiomático do procedimento clássico de *Tradeoff* (Keeney & Raiffa, 1993), mas melhorando sua aplicabilidade com a utilização de informações parciais (Almeida *et al.*, 2016).

Ainda de acordo com de Almeida *et al.* (2016) procedimento tradicional de *Tradeoff*, apresenta inconsistências pelo fato de exigir alto esforço cognitivo do decisor, o que torna a elicitación uma atividade longa e tediosa. Desta forma, uma vez que resolve esse problema, pode-se dizer que o método *FITradeoff* representa um avanço para o desenvolvimento de métodos MCDM/A.

O método *FITradeoff* pertence à classe de métodos multicritério de modelo de agregação aditiva, no contexto do MAVT (Keeney & Raiffa, 1993) que considera que os decisores possuem uma racionalidade compensatória, ou seja, são capazes de realizar comparações entre consequências de critérios diferentes e permite que um critério em que a alternativa tenha um desempenho ruim seja compensado por outro critério em que a alternativa tenha um bom desempenho (de Almeida *et al.* 2016). É importante destacar que, no método *FITradeoff*, o decisor obtém uma solução completa ou parcial em qualquer etapa do processo, a depender da quantidade de informações de preferências ele está disposto a fornecer, ou então, assim que o SAD encontra uma solução final. Lembrando que, quanto mais informações são fornecidas pelo decisor, mais precisa é a solução. Para melhor entendimento, o procedimento está ilustrado no fluxograma da Figura 1 abaixo.

Figura 1 – Funcionamento do SAD do método *FITradeoff* para a problemática de escolha



Fonte: Adaptado de De Almeida *et al.* (2016)

O método *FITradeoff* passou pela realização de diversas melhorias metodológicas importantes, pelos quais, passou a suportar também a problemática de *ranking* (Frej; de Almeida; Costa, 2019) onde, por meio de sua formulação, é possível gerar PPLs capazes de encontrar relações de dominâncias entre as alternativas, e com o objetivo de oferecer maior clareza na interpretação dos resultados, utiliza-se da visualização gráfica nomeada de diagrama de Hasse (Frej; de Almeida; Costa, 2019).

Uma característica importante do método *FITradeoff* é a sua perspectiva inovadora de eliciação de preferências, que combina dois tipos diferentes de modelagem de preferências (de Almeida *et al.*, 2021): Elicitação por decomposição, em que o decisor responde questões de preferência comparando elementos no espaço de consequências, considerando *Tradeoffs* entre critérios; e avaliação holística, na qual o decisor declara preferências no espaço de alternativas, comparando assim as alternativas do problema de forma holística.

Os dois paradigmas já faziam parte do *FITradeoff* desde a sua primeira versão, porém a avaliação holística poderia ser utilizada apenas ao final do processo de avaliação, quando o decisor podia comparar as alternativas potencialmente ótimas e definir qual era a melhor. Agora o decisor pode utilizar qualquer um dos paradigmas durante todo o processo de avaliação à medida que ele mesmo desejar (De Almeida, Frej e Roselli, 2021). O processo de decisão do *FITradeoff* é conduzido por meio de um SAD interativo baseado nas etapas a seguir:

Inicialmente é realizada uma avaliação intracritério para obter as funções de valor marginal para cada critério j , $v_j(x_{ij})$, que tem o papel de transformar as consequências de cada alternativa i no critério j , x_{ij} , em uma escala de intervalo de 0-1. A função de valor marginal é definida de tal forma que $v_j(p_j) = 0$; $v_j(m_j) = 1$ e $0 > v_j(x_j) > 1$, no qual p_j representa o pior valor de consequência do critério j , m_j representa o melhor valor de consequência do critério j e x_j representa valores de consequência intermediários do critério j .

Em seguida, o decisor deverá ordenar as constantes de escala associados a cada um dos critérios (k_j) considerando uma análise dos valores das consequências e das respectivas escalas, uma vez que os pesos nos modelos aditivos representam constantes de escala dos critérios (Keeney & Raiffa, 1976; Belton & Stewart, 2002). Quando o decisor ordena as constantes de escala dos critérios, obtém-se um espaço inicial de pesos (φ^R), ou seja, um vetor de um conjunto inicial de constantes de escala possíveis compatível com as preferências que o decisor declarou até aquele ponto, considerando as restrições de normalização e a não negatividade, como mostra a Equação 1.

$$\begin{aligned} \varphi^R = k_1 > k_2 > \dots > k_j > k_{j+1} > \dots > k_{n-1} > k_n \\ \sum_{j=1}^n k_j = 1, k_j \geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Neste ponto, é realizada uma busca por relações de dominância entre alternativas considerando esse espaço inicial de pesos. É importante esclarecer o significado de dominância aqui utilizado. Existem dois conceitos principais de dominância aplicados na literatura MCDM/A. Um primeiro e mais geral que considera as consequências das alternativas sem informação de preferência, baseado apenas no desempenho das suas consequências (Belton & Stewart, 2002; Vincke, 1992); ou seja, a alternativa a domina a alternativa b se a tiver desempenho melhor ou igual que b em todos os critérios (estritamente melhor em pelo menos um critério) e um segundo conceito tem sido largamente aplicado em MAVT, especialmente quando se utiliza informação parcial no contexto MAVT com o modelo aditivo, no qual o método *FITradeoff*, que este trabalho se baseia, está incluído. Portanto, este segundo é o conceito aqui aplicado. Nesta abordagem, as informações de preferência disponíveis em cada estágio são consideradas para avaliar a dominância entre as alternativas, que se baseia no valor

global das alternativas (Weber, 1987; Salo & Hamalainen, 1992; Athanassopoulos & Podinovski, 1997; Podinovski, 1999; Dias & Climaco, 2000);

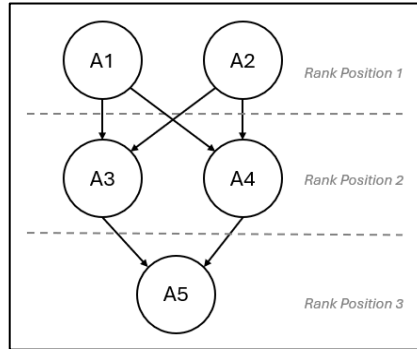
Desse modo, de acordo com o segundo conceito de dominância acima mencionado, para cada par de alternativas (a_i, a_y) , verifica-se se o valor global de a_i , considerando o modelo de agregação aditiva $(\sum_{j=1}^n k_j v_j(x_{ij}))$, pode superar o valor global de a_y . Se a_i não pode superar a_y em termos de valor global, mas a_y pode superar a_i , então pode-se dizer que a_y domina a_i para o espaço atual de pesos. Mas, se acontecer que a_y não pode superar a_i e a_i também não pode superar a_y , então essas duas alternativas ainda estão indefinidas em termos de uma relação de dominância, sendo necessárias mais informações preferenciais do decisor para refinar o espaço de pesos e definir a dominância de um deles sobre o outro. A verificação das relações de dominância entre um par de alternativas pode ser realizada considerando a solução ótima do modelo de programação linear na Equação 2, conforme detalhado por Frej *et al.* (2019).

$$\text{Max } D(a_i, a_y) = \sum_{j=1}^n k_j v_j(x_{ij}) - \sum_{j=1}^n k_j v_j(x_{yj}) \quad (2)$$

Sujeito a: φ^R

Uma ordem parcial semelhante ao apresentado na Figura 2 é então mostrado ao decisor, considerando as relações de dominância obtidas até aquele ponto. A Figura 2 ilustra uma situação com cinco alternativas, em que três posições de *ranking* poderiam ser definidas considerando as relações de dominância encontradas na primeira rodada de modelos PPL, que é realizada logo após o decisor ordenar as constantes de escala. Setas diretas entre alternativas indicam relações de dominância, e a ausência de seta entre alternativas na mesma posição indica que ainda não foi encontrada nenhuma relação de dominância para aquele par de alternativas, ou seja, a relação de dominância permanece indefinida. O diagrama da Figura 2 é semelhante a um diagrama de Hasse, que é utilizado na visualização dos resultados do *FITradeoff* de *ranking* e satisfaz a propriedade de redução de transitividade.

Figura 2 – Diagrama de relações de dominância entre as alternativas



Fonte: Esta pesquisa (2024)

Neste ponto, o decisor escolhe como continuar o processo de elicitação: seja respondendo às questões da elicitação por decomposição ou realizando avaliações holísticas. Semelhante ao procedimento clássico de *Tradeoff*, nas questões de elicitação por decomposição, o decisor deveria declarar suas preferências considerando um vetor de duas consequências (de Almeida *et al.*, 2016): Consequência A, com resultado intermediário no critério j (x_j), e o pior resultado em todos os outros critérios (p_i); e Consequência B, com o melhor resultado no critério j+1 (m_{j+1}) e o pior resultado em todos os outros critérios (p_i), conforme representado a seguir.

$$\text{Consequência A} = [p_1, p_2, \dots, x_j, p_{j+1}, \dots, p_n]$$

$$\text{Consequência B} = [p_1, p_2, \dots, p_j, m_{j+1}, \dots, p_n]$$

Considerando o modelo de agregação aditiva e a forma como são definidas as funções de valor marginal, se o decisor declarar preferência pela Consequência A sobre a Consequência B considerando um determinado valor de $x_j = x'_j$, obtém-se a desigualdade mostrada na Equação 3; mas se ele preferir a Consequência B considerando um determinado valor de $x_j = x''_j$, então a desigualdade mostrada Equação 4 é obtida.

$$k_j v_j(x'_j) > k_{j+1} \quad (3)$$

$$k_j v_j(x''_j) < k_{j+1} \quad (4)$$

Caso o decisor escolha realizar uma avaliação holística, então deverá ser feita uma comparação direta entre um par de alternativas, em que o decisor deve definir diretamente uma

relação de dominância de uma alternativa sobre a outra. O SAD do método *FITradeoff* fornece suporte de visualização gráfica (gráfico de barras) para auxiliar os decisores na análise da avaliação holística (de Almeida *et al.*, 2021). Uma vez que o decisor realiza uma avaliação holística, declarando preferência pela alternativa a_r em vez da alternativa a_s , obtém-se a desigualdade na Equação 5.

$$\sum_{j=1}^n k_j v_j(x_{rj}) > \sum_{j=1}^n k_j v_j(x_{sj}) \quad (5)$$

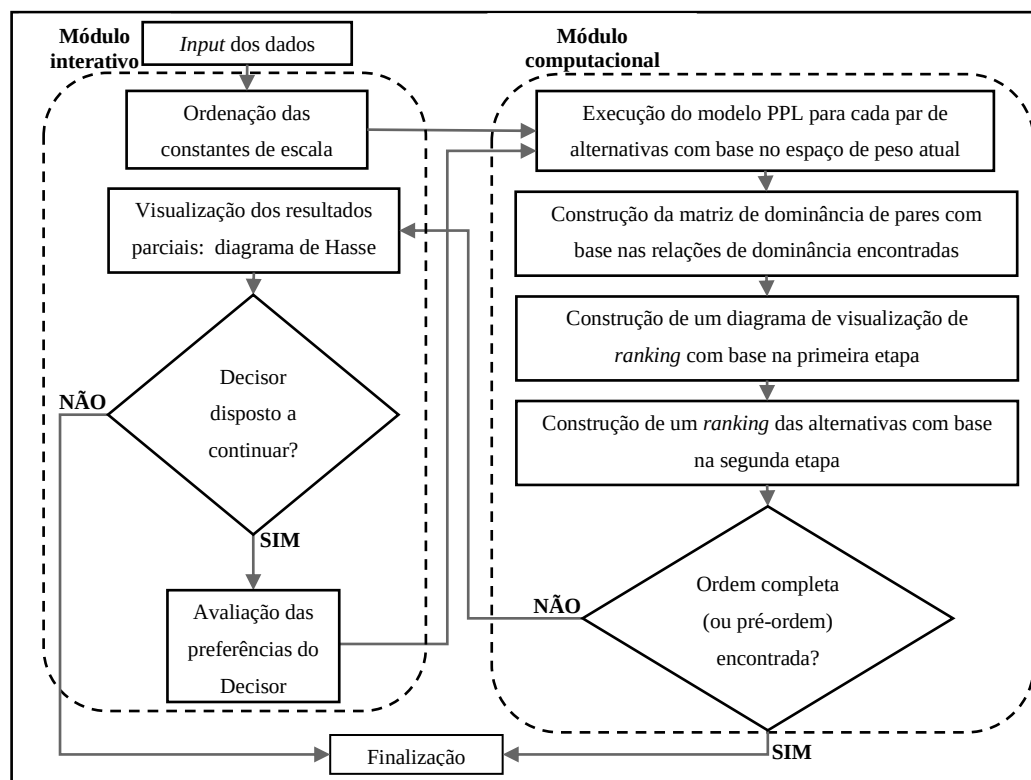
O decisor é livre para alternar entre os dois tipos de elicitación durante o processo de decisão, de forma flexível, de acordo com seus próprios desejos e estilo cognitivo (de Almeida *et al.*, 2021). Novas desigualdades dos tipos de Equações 3, 4 e 5 são obtidas a cada interação, sempre que o decisor fornece uma nova informação de preferência. Essas desigualdades são então somadas para refinar o espaço de pesos, que é atualizado a cada interação. Assim, após cada informação ser fornecida pelo decisor, uma nova busca por novas relações de dominância entre os pares de alternativas é realizada considerando o espaço de pesos atualizado, com base na solução ótima do modelo de programação linear da Equação 6.

$$\begin{aligned} \text{Max } D(a_i, a_y) &= \sum_{j=1}^n k_j v_j(x_{ij}) - \sum_{j=1}^n k_j v_j(x_{yj}) \\ \text{Sujeito a:} \\ k_1 &> k_2 > \dots > k_j > k_{j+1} > \dots > k_{n-1} > k_n \\ k_j v_j(x'_j) &> k_{j+1} \\ k_j v_j(x''_j) &< k_{j+1} \\ \sum_{j=1}^n k_j v_j(x_{rj}) &> \sum_{j=1}^n k_j v_j(x_{sj}) \\ \sum_{j=1}^n k_j &= 1, k_j \geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Com base nas novas relações de dominância encontradas, a cada interação, o *ranking* é refinado e é exibido ao decisor através de um diagrama de Hasse (semelhante ao da Figura 2). O processo termina quando um *ranking* completo das alternativas é obtido; entretanto, o decisor pode interromper o processo de elicitación sempre que o *ranking* parcial obtido for suficiente

para seus propósitos. A Figura 3 abaixo é o fluxograma que mostra o funcionamento do método *FITradeoff* para a problemática de *ranking*.

Figura 3 – Funcionamento do SAD do método *FITradeoff* para a problemática de *ranking*



Fonte: Adaptado de Frej, De Almeida e Costa (2019)

É possível observar que o SAD *FITradeoff* para a problemática de *ranking* está dividido no módulo interativo (interface acessada pelo usuário) e no módulo computacional (processamento interno dos dados pelo SAD).

2.1.2 Análise de Sensibilidade

Em uma resolução de um problema de decisão multicritério, geralmente, é natural que se obtenha uma recomendação através da aplicação de algum método de MCDM/A. Esta recomendação necessita de algum procedimento para inferir sua robustez e/ou sensibilidade em relação aos *inputs* (De Almeida, 2013). O processo de Análise de Sensibilidade é o procedimento normalmente utilizado nos métodos de apoio a tomada de decisão multicritério para avaliar a robustez das recomendações fornecidas pelos SADs diante de variações dos dados de *inputs* do problema (Belton e Stewart, 2002).

Esse processo permite identificar quais critérios possuem maior impacto nas recomendações do método e precisam de mais atenção do decisor no momento da tomada de decisão (Keeney e Raiffa, 1993).

A AS se torna ainda mais importante, uma vez que, pela necessidade de utilização de dados numéricos para formulação de modelos quantitativos, os dados geralmente são levantados nas corporações a partir de estimativas e/ou aproximações (De Almeida, 2013).

O processo de AS, de fato auxilia na avaliação da confiabilidade das recomendações fornecidas por SADs de métodos de MCDM/A. Keeney e Raiffa (1993) destacam que a AS é uma técnica útil para avaliar a robustez das recomendações do SAD diante de incertezas nos valores dos critérios.

Nesse contexto, a realização da AS é uma etapa importante na construção e resolução de modelos de decisão (de Almeida *et al.*, 2015), uma vez que permite que os decisores avaliem a estabilidade dos resultados obtidos por um determinado método multicritério. Nos modelos de MCDM/A, a AS deve ser realizada para inferir se a recomendação preliminar é robusta ou sensível a mudanças em aspectos do modelo. Segundo Belton & Stewart (2002), a AS pode ser visto sob três perspectivas: i) Perspectiva Técnica: a AS mostra como as mudanças nos *inputs* podem afetar os resultados; ii) Perspectiva Individual: a AS fornece uma base para o decisor testar sua compreensão do problema; iii) Perspectiva de Grupo: A AS permite ao decisor explorar diversas perspectivas sobre o problema, geralmente obtidas através da exploração de diferentes espaços de pesos.

Desta maneira, ao projetar um método MCDM/A, é importante incorporar um processo estruturado de AS para permitir que os decisores tenham uma compreensão clara do comportamento da solução do modelo, considerando incertezas e/ou imprecisões nos dados de entrada.

2.1.3 Teste de Kendall

O teste de correlação de Kendall é um teste estatístico não paramétrico e pode ser utilizado para obter a correlação entre dois conjuntos de dados e pode ser utilizado no contexto de MCDM/A para realizar inferências sobre a robustez de recomendações obtidas verificando se há ou não variações significativas nos dados de saída a partir do princípio de incerteza nos dados de entrada de um problema multicritério (Medeiros; Alencar; De Almeida, 2017).

O teste de correlação de Kendall (Kendall & Gibbons, 1990) baseia-se na utilização da estatística de teste amplamente conhecida na literatura como coeficiente de Kendall (τ - ou

simplesmente *tau* de Kendall) que é utilizado para inferir a correlação entre dois conjuntos de dados (Choi; Marden, 1998).

O autor De Almeida (2013) indica a utilização do τ de Kendall como uma alternativa para uma AS consistentes na problemática de *ranking*. Utilizando para avaliar se existem mudanças estatisticamente significativas entre o *ranking* gerado na recomendação do SAD e os *rankings* gerados nas simulações da AS.

Neste contexto, o cálculo do τ associado a um teste de hipótese, pode ser utilizado para empregar significância estatística à AS, uma vez que comprova, estatisticamente, a similaridade *ranking* original da recomendação do SAD e os *rankings* gerados nas simulações da AS tornando as análises mais confiáveis e auxiliando melhor a tomada de decisão.

Um aspecto importante que deve ser levado em consideração na utilização do teste de Kendall diz respeito ao tamanho da amostra (n), que pode ser considerada como uma grande amostra, caso o valor de n seja maior que 10 ou pode ser considerada pequena amostra quando o valor de n é menor ou igual a 10. Esse aspecto impacta na forma que os cálculos são realizados. A seguir, são detalhados aspectos específicos relativos ao teste de Kendall para grandes e pequenas amostras.

2.1.3.1 Teste de Kendall para grandes amostras

Quando o teste de correlação de Kendall é aplicado em grandes amostras, ou seja, n é maior do que 10, pode-se dizer que a amostra possui o comportamento de uma distribuição normal, portanto, é uma amostra considerável para aplicação do teste de correlação Kendall para inferir a correlação entre o *ranking* da solução original do SAD e cada *ranking* das instâncias da AS acordo as etapas abaixo (Kendall e Gibbons, 1990):

Etapla 1: É realizada uma comparação entre cada par de elementos das duas amostras, de modo que, se a comparação de um par indica uma direção igual, pode-se dizer esse par é concordante (P), caso contrário, se a comparação indicar uma direção diferente, pode-se dizer que é discordante (Q).

Etapla 2: Após encontrar a quantidade de pares concordantes (P) e de pares discordantes (Q), calcula-se o *score* da comparação (S), a partir da Equação 7 a seguir:

$$S = P - Q \quad (7)$$

Etapa 3: Com base nos valores de S encontrado através da equação 7 e no valor de n , agora é calculado o valor do coeficiente de tau (τ) através da Equação 8 a seguir:

$$\tau = \frac{S}{\frac{1}{2} n (n - 1)} \quad (8)$$

Etapa 4: Após identificado o valor do de τ , é realizado o teste de hipótese para poder afirmar se há ou não razões para confirmar se existe correlação entre as amostras. Para isto é necessário encontrar o valor de Z_c (Calculado) através da equação 9 mostrada abaixo:

$$Z_c = \frac{\tau}{\sqrt{2 * (2 * n + 5) / [9 * n * (n - 1)]}} \quad (9)$$

Etapa 5: Depois de calcular o valor de Z_c , agora é realizado um teste de hipótese na AS do *FITradeoff* através da comparação entre os valores de Z_c (calculado) e de Z_a (associado ao nível de significância) de modo que o decisor possa escolher o nível de significância (α). As hipóteses para verificar se há ou não correlação positiva entre os *rankings* são formuladas da seguinte forma:

H_0 (Hipótese nula): Indica que não há razões para dizer que existe correlação significativa entre os *rankings*;

H_a (Hipótese alternativa): Indica que há razões para dizer que existe correlação significativa entre os *rankings*;

Como se trata de um teste para saber se há ou não correlação positiva entre os *rankings*, uma vez que qualquer valor negativo indica inversões de ordens entre posições, é realizado um teste de hipótese unilateral. Após a comparação dos valores de Z_c e Z_a podem ser tomadas as seguintes conclusões a respeito da correlação entre os *rankings*:

Caso $Z_c \geq Z_a$, então H_0 é rejeitada, indicando que existe correlação entre os *rankings*, caso contrário, se $Z_c < Z_a$, então H_0 não é rejeitada, o que indica que não existe correlação positiva entre os *rankings*.

2.1.3.2 Teste de Kendall para pequenas amostras

Quando as amostras tratadas contêm n menor ou igual a 10, esta é considerada uma amostra pequena, portanto não pode ser utilizada a formulação de Kendall citada acima, pois não se pode utilizar aproximação da distribuição normal.

Dessa forma, Kendall e Gibbons (1990) desenvolveram a Tabela 1 que mostra a probabilidade associada ao score para tratar *rankings* com n menor ou igual a 10. Esta tabela faz uma associação entre os valores de S e de n, fornecendo a probabilidade (valor-p) associada a esses valores.

Tabela 1 – Probabilidade associada ao valor do Score e à quantidade da amostra

S	Valor de n				S	Valor de n		
	4	5	8	9		6	7	10
0	0.625	0.592	0.548	0.540	1	0.500	0.500	0.500
2	0.375	0.408	0.452	0.460	3	0.360	0.386	0.431
4	0.167	0.242	0.360	0.381	5	0.235	0.281	0.364
6	0.042	0.117	0.274	0.306	7	0.136	0.191	0.300
8		0.042	0.199	0.238	9	0.068	0.119	0.242
10		0.00083	0.138	0.179	11	0.028	0.008	0.190
12			0.089	0.130	13	0.0083	0.035	0.146
14			0.054	0.090	15	0.0014	0.015	0.108
16			0.031	0.060	17		0.0054	0.078
18			0.016	0.038	19		0.0014	0.054
20			0.0071	0.022	21		0.00020	0.036
22			0.0028	0.012	23			0.023
24			0.00087	0.0063	25			0.014
26			0.00019	0.0063	27			0.0083
28			0.000025	0.0029	29			0.0046
30				0.0012	31			0.0023
32				0.000025	33			0.0011
34				0.0000028	35			0.00047
36					37			0.00018
					39			0.000058
					41			0.000015
					43			0.0000028
					45			0.00000028

Fonte: Adaptado de Kendall e Gibbons (1990)

Sendo assim, o cálculo do Teste de correlação de Kendall para *rankings* menores ou igual a 10 seguem as seguintes etapas:

Etapas 1: Igualmente como é realizado no teste de Kendall para grandes amostras, é realizada a comparação par a par das alternativas do *ranking* gerado na recomendação do *FITradeoff* e os *rankings* gerados nas instâncias da AS, de modo que, se os dois *rankings*

tiverem a mesma direção, pode-se dizer esse par de alternativa é concordante, caso contrário, se a comparação indicar uma direção diferente do par nos dois *rankings*, diz-se que é discordante.

Etapa 2: Da mesma forma como é realizado com grandes amostras, após encontrar a quantidade de pares concordantes (P) e de pares discordantes (Q), calcula-se o score da comparação (S), a partir da mesma formulação da Equação 7.

Etapa 3: Busca-se na Tabela 1, o valor da probabilidade (valor-p) para o Score (S) calculado anteriormente, levando em consideração o tamanho da amostra (n);

Etapa 4: Depois de encontrado o valor-p, o mesmo deve ser comparado com o valor do α para a realização do teste de hipótese.

As hipóteses são formuladas da mesma forma que foram quando se tratava de grandes amostras, sendo:

H_0 (Hipótese nula): Indica que não há razões para dizer que existe correlação significativa entre os *rankings*;

H_a (Hipótese alternativa): Indica que há razões para dizer que existe correlação significativa entre os *rankings*;

Assim como no procedimento para grandes amostras, por se tratar de um teste para inferir se há ou não correlação positiva entre os *rankings*, uma vez que qualquer valor negativo indica inversões de ordens entre posições, é realizado um teste de hipótese unilateral.

Deve-se realizar a comparação entre os valores de p e α para que as seguintes conclusões a respeito da correlação entre os *rankings* sejam tomadas:

Caso $p \geq \alpha$ então H_0 não é rejeitada, indicando que não existe correlação estatística significativa entre os *rankings*, caso contrário, se $p < \alpha$ então H_0 é rejeitada, o que significa que existe correlação positiva entre os *rankings*.

Após discutir os conceitos importantes e como eles podem ser utilizados nesta pesquisa, é importante explorar a literatura existente sobre os temas envolvidos. Isto permitirá contextualizar estes temas e identificar oportunidades de aprimoramento.

2.2 REVISÃO DA LITERATURA

Um levantamento preliminar do estado da arte é apresentado a seguir, onde foram efetuadas buscas de estudos relacionados à aplicações práticas do método *FITradeoff*, processo de análise de sensibilidade em métodos multicritério e análise de sensibilidade para a problemática de *ranking*.

2.2.1 Uso do método *FITradeoff*

O SAD do método *FITradeoff* vem sendo utilizado na literatura como ferramenta de suporte a tomada de decisão em diversas áreas. Os autores Frej *et al.* (2017) utilizaram o *FITradeoff* para escolher, com base nas preferências de um gerente de compras, um fornecedor de embalagens para um produto que uma empresa da indústria de alimentos vai produzir. De Macedo, Mota e Sola (2018) construíram um modelo baseado no método *FITradeoff* em um estudo de caso para apoiar a escolha de um motor a ser substituído de acordo com os padrões mínimos exigidos pela Lei de eficiência energética do Brasil. Um modelo baseado no *FITradeoff* também foi utilizado para avaliar diferentes tecnologias geradoras de energia elétrica do Brasil e o método se comprovou adequado para auxiliar nas decisões acerca de gerenciamento de energia (Kang, Junior e De Almeida, 2018). Neste sentido, podemos afirmar que o método *FITradeoff* pode ser utilizado tanto para apoiar decisões em organizações privadas como em organizações públicas a nível internacional.

Os autores Rodriguez *et al.* (2021) utilizaram o método para decidir a compra de equipamentos em laboratórios de pesquisa na agropecuária. Para definir a localização de um *shopping center* no interior do Nordeste, Ribeiro *et al.* (2021) utilizaram o *FITradeoff* para ordenar as melhores alternativas. O método foi utilizado por Zanazzi, Zanazzi e Ponteli (2023) para priorizar ações de melhorias no setor indústria. Além disso, o método também foi utilizado para ordenar e auxiliar na seleção de um prestador de serviço de inspeção de válvulas de gasodutos, baseando-se no conceito de delay time (Rodrigues *et al.*, 2023). Schramm, Damasceno e Schramm (2023) utilizaram o método *FITradeoff* para escolher qual o modelo ágil mais apropriados desenvolvimentos de *softwares* em pequenas e médias empresas. Os autores Cyreno e Roselli (2023) utilizaram o método *FITradeoff* em conjunto com o *Value Focus Thinking* (VFT) para identificar as alternativas que devem compor o portfólio de opções em logística reversa em uma grande empresa atacadista de artigos esportivos e obtiveram uma carteira que maximizasse os lucros. O que demonstra que o método pode ser utilizado desde o contexto de grandes corporações até no de pequenas e medias empresas.

2.2.2 Análise de Sensibilidade em métodos multicritérios para a problemática de ranking

Hamurcu e Eren (2020) realizaram a Análise de Sensibilidade baseada em variações nos pesos dos critérios para avaliar a sensibilidade do método de Técnica para Preferência de Ordem por Similaridade à Solução Ideal (*TOPSIS - Technique for Order Preference by Similarity to*

Ideal Solution) para seleção de um ônibus elétrico a fim de diminuir o tráfego de automóveis e a emissão de dióxido de carbono com o uso de tecnologia limpa no transporte público. Ainda se tratando do meio sustentável, os autores Carvallaro e Ciraolo (2005) utilizaram uma AS baseada em alterações de um parâmetro que mede a credibilidade da preferência em uma abordagem multicritério para avaliar a implantação de usinas eólicas em uma ilha italiana, onde um valor baixo no parâmetro credibilidade indica um alto nível de incerteza e um alto valor no mesmo parâmetro indica forte intensidade da preferência ou indiferença entre as alternativas e verificaram que não houve mudança da solução para qualquer alteração realizada neste parâmetro, ou seja, através da AS foi possível validar a solução encontrada.

Opon e Henry (2020) tratam avaliações de sustentabilidade baseadas em indicadores com uma análise multicritério complexa e utilizam uma AS baseada na variância para avaliar influências das fontes de incerteza metodológica ocorrida pela variedade de soluções encontradas através do uso de vários métodos de apoio a decisão.

Os autores Daher e de Almeida (2012) utilizaram o teste de correlação de Kendall para avaliar a robustez de um modelo, onde implementaram o conceito de veto para uma decisão em grupo e na AS buscaram encontrar o coeficiente de correlação entre cada *ranking* gerado em simulações de *Monte-Carlo* com a solução original do problema e em seguida realizaram um teste de hipótese para concluir que o valor médio do coeficiente é estatisticamente significativo para um p-value 0,001, o que indicou uma ligeira variação dos resultados entre os *rankings*.

Há pouco detalhamento a respeito de processos estruturados de AS desenvolvidos para métodos de apoio à tomada de decisão especificamente voltados para a problemática de *ranking*. Uma metodologia foi desenvolvida para tomada de decisão multicritério integrada com incerteza onde incorporam tanto a dificuldade em quantificar as respostas quanto o grau de confiança nas informações fornecidas para construção dos problemas de tomada de decisão. Na AS, eles avaliam qual é a influência da confiança nos resultados, ou seja, como alterações no valor do grau de confiança pode interferir no *ranking* final das alternativas (Juanpera *et al.*, 2022).

Foi desenvolvida uma metodologia capaz de desenvolver *rankings* de universidades através de uma programação baseada em metas e que além de critérios básicos que já são utilizados, também consideram critérios de sustentabilidade e na análise de sustentabilidade baseada em alterações no valor de um parâmetro λ e no quanto essas alterações afetam o peso dos critérios e as posições das universidades no *ranking* (Burmman *et al.*, 2021).

Recentemente, uma revisão sistemática da literatura sobre métodos de MCDM/A foi conduzido por Więckowski & Sałabun (2023) e, apesar de terem abordado o uso de AS em

problemas de decisão em áreas que o *FITradeoff* também foi utilizado na literatura para apoiar a decisão, o mesmo não foi citado por não ter um processo estruturado e fundamentado de AS.

2.3 SÍNTESE DO ESTADO DA ARTE E POSICIONAMENTO DESTE TRABALHO

Como já foi discutido neste trabalho, o *FITradeoff* é um método MCDM/A que vem sendo amplamente utilizado em diversos campos da literatura. Além disso, diversos estudos têm sido realizados para aprimorar o método e torná-lo mais completo, porém, não existem estudos referentes ao seu protocolo de Análise de Sensibilidade do. A AS é uma etapa fundamental para o método *FITradeoff*, pois é o recurso permite avaliar a robustez e a sensibilidade das soluções obtidas em relação às variações nos critérios e nas alternativas consideradas e dar auxílio a tomada de decisão. No entanto, a AS do método *FITradeoff* apresenta algumas deficiências e lacunas, como uma apresentação de resultados que podem causar vieses. A carência de um teste estatístico de correlação para empregar significância estatística ao processo de forma fundamentada e a falta de uma abordagem sistemática para lidar com critérios construídos, que devem ser definidos apenas com valores discretos. Portanto, pode-se perceber que diversas melhorias metodológicas têm sido implementadas ao método *FITradeoff*, mas ainda há espaço para aprimoramentos e novas abordagens, sobretudo no seu procedimento de AS.

O presente trabalho se posiciona como uma contribuição relevante para a área de AS, uma vez que busca incorporar um processo estruturado de AS do método *FITradeoff*, realizando modificações na forma em que os resultados são calculados e exibidos e incorporar o teste estatístico de correlação de Kendall à AS para a problemática de *ranking*, bem como propor uma nova abordagem para lidar com critérios com valores discretos. Gouveia, Souza e Frej (2023) realizaram análises e identificaram algumas deficiências e propuseram melhorias para aprimorar o processo de AS do método *FITradeoff*.

3 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO MÉTODO *FITRADEOFF*: PROCEDIMENTO ATUAL E OS DESAFIOS DA ANÁLISE DE SENSIBILIDADE EM MÉTODOS DE INFORMAÇÃO PARCIAL

Neste capítulo, na seção 3.1, o processo atual de Análise de Sensibilidade do método *FiTradeoff* para a problemática de *ranking* é apresentado, bem como as deficiências nela identificadas. Deficiências estas que na sua execução podem gerar alguns vieses e ocasionar interpretações confusas dos resultados para o decisor.

Na seção 3.2 são abordados os desafios do desenvolvimento da realização de uma AS para a problemática de *ranking* em métodos de informações parciais. É apresentada uma nova forma de calcular e apresentar os resultados através de um índice de robustez, que é calculado em função das relações de dominância das alternativas ao invés das suas colocações no *ranking*.

3.1 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE ATUAL DO MÉTODO *FITRADEOFF* PARA A PROBLEMÁTICA DE *RANKING*

Na AS atual do *FiTradeoff*, após a apresentação da recomendação (solução original) do problema de decisão, o usuário é conduzido a um processo de AS onde deve indicar quais critérios vão receber variações nas instâncias da AS e os limites de variação que devem ser aplicados nas consequências em cada critério nas instâncias da AS. É importante destacar que o SAD permite que o decisor defina esta variação apenas em percentuais. Em seguida, é executado um processo de simulação com uma certa quantidade de instâncias, onde são geradas novas matrizes de consequências com valores para as consequências, definidos de acordo com os limites de variação estabelecidos anteriormente. Após isso, para cada instância, o modelo matemático do *FiTradeoff* é executado considerando a nova matriz de consequências e o espaço de pesos obtido através das declarações de preferências do decisor no processo de elicitación das preferências a fim de obter as relações de dominância entre as alternativas e gerar um novo *ranking*. Atualmente, na literatura não há nenhum estudo que mencione a quantidade de instâncias geradas na AS do SAD. Em suma, o processo de AS no *FiTradeoff* opera apenas de acordo com o algoritmo.

Após obtenção de dados (soluções) de todas as matrizes alternativas geradas nas instâncias de simulações da AS, os resultados são apresentados em função da frequência em que as alternativas ocupam a mesma posição na solução original e nas instâncias geradas na AS e a frequência em que cada alternativa muda de posição no *ranking*, fornecendo ao decisor

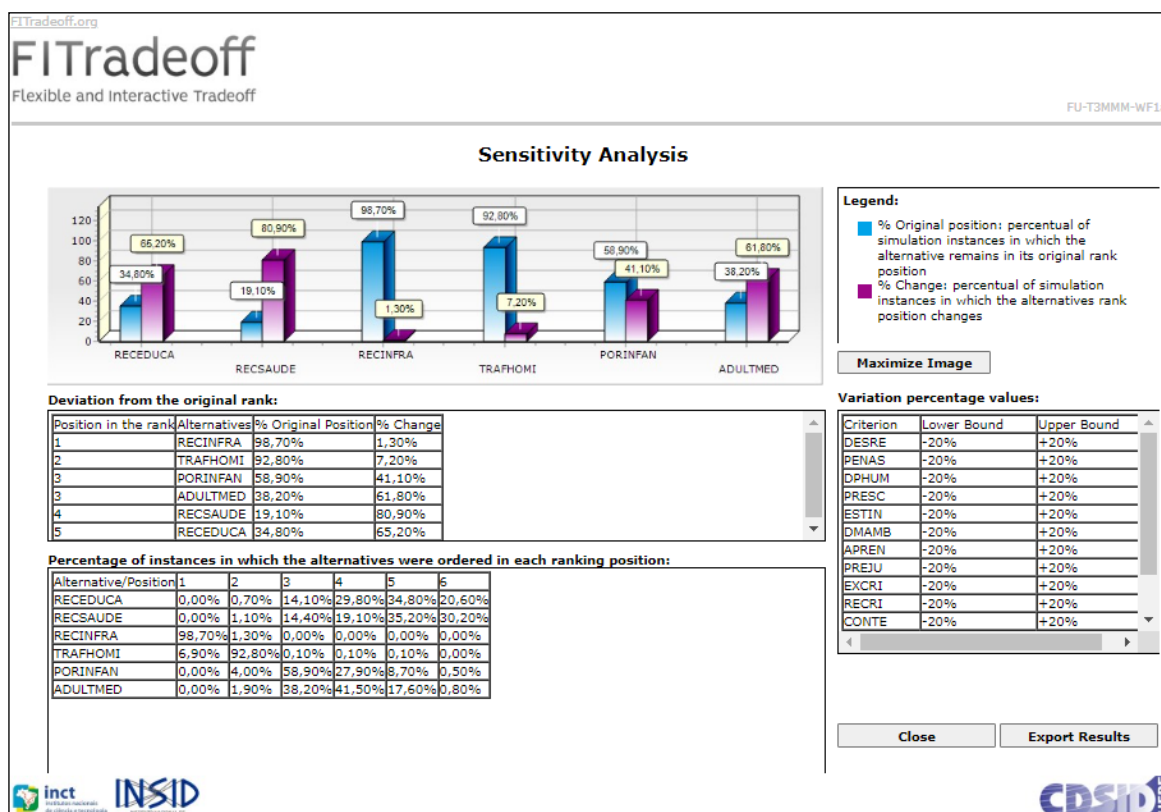
visualizações gráficas (gráfico de barras) e tabular desses valores em percentual, como pode ser visto na Figura 4.

Como o método *FITradeoff* funciona com informações parciais, em muitos casos, há indefinições nas relações de dominância entre pares de alternativas, fazendo com que as interpretações dos resultados em função das posições das alternativas nos *rankings* tornem-se confusas e gerem inconsistências, interferindo negativamente na análise final das alternativas.

Para ilustrar como esses problemas se dão no método *FITradeoff*, a Figura 4 mostra os resultados de uma AS em que as relações de dominância não são completamente definidas no *ranking* da solução original, ou seja, um *ranking* parcial é obtido na solução do problema. Em casos como esse, as instâncias da AS geram novos dados de entradas que quando combinados com as informações de preferências do decisor resultam em definições de relações de dominâncias entre as alternativas, o que ocasiona a criação de novas posições, e com isso, a falsa impressão de mudança de posição das alternativas.

Na Figura 4, podemos observar que a solução original do SAD do *FITradeoff* possui um *ranking* com 6 alternativas, mas com 5 posições. Isso acontece porque há uma indefinição nas dominâncias entre as alternativas “PORINFAN” e “ADULMED” que ocupam a terceira posição. E as simulações da AS geraram *rankings* com 6 posições, fazendo com que as duas últimas alternativas “RECEDUCA” e “RECSAUDE” mudem de posição, indicando uma variação significativa nas suas posições. No entanto, as relações de dominância destas alternativas não mudaram, ou seja, todas as alternativas que estão em posições acima de “RECEDUCA” e “RECSAUDE” na solução original, permaneceram em posições acima delas nas instâncias da AS em que os desempates foram desfeitos. Portanto, mesmo que a posições de “RECEDUCA” e “RECSAUDE” no *ranking* tenham mudado, não houveram mudanças reais em suas relações de dominância.

Figura 4 – Tela do processo atual de AS do SAD *FiTradeoff* na problemática de *ranking*



Fonte: SAD *FiTradeoff* (2024)

A indicação de mudanças no *ranking* apresentadas na Figura 4 pode ocasionar uma compreensão equivocada dos resultados e tornar a análise inadequada. O mesmo fenômeno ocorre com a alternativa “ADULTMED” por ter mudado de posição a partir da definição de suas relações de dominância.

3.2 O DESAFIO DE REALIZAR A ANÁLISE DE SENSIBILIDADE EM MÉTODOS DE INFORMAÇÕES PARCIAIS

Nesta sessão é mostrado como inconsistências podem ocorrer no processo de AS nos métodos de informações parciais, e também como se dá cálculo do índice de robustez das alternativas, que agregado a outros recursos é capaz gerar uma AS coerente e consistente, capaz de avaliar adequadamente a robustez das soluções obtidas.

3.2.1 O desafio de realizar a Análise de Sensibilidade em métodos de informações parciais

O processo de Análise de Sensibilidade em métodos de informações parciais é um enorme desafio, uma vez que uma AS simples, obtida apenas em função das mudanças de posições, podem levar a distorções na compreensão do modelo e da solução obtida. Para ilustrar estas distorções considera-se o seguinte exemplo com cinco alternativas: A1, A2, A3, A4, A5. Supondo que o *ranking* original obtido após a realização do processo de elicitación é o apresentado na Quadro 2.

Quadro 2 – *Ranking* original

Posição no <i>ranking</i> (PR)	Alternativa
1	[A1]
2	[A2]
3	[A3]
4	[A4]
5	[A5]

Fonte: Esta pesquisa (2024)

Então, supondo que o procedimento de AS explicado acima foi realizado. Imagina-se hipoteticamente que o *ranking* original (Quadro 2) também foi obtido em 20% dos casos simulados na AS, e um *ranking* parcial da Quadro 3 foi obtido em 80% dos casos. Alternativas que ocupam as mesmas posições, mas dentro de pares de colchetes separados, possuem relações de dominância não definidas. Por exemplo, no Quadro 3, nem A2 domina A3 nem A3 domina A2, para o nível de informação parcial fornecida pelo decisor no processo de elicitación; da mesma forma, nenhuma relação de dominância é encontrada entre A4 e A5. Como resultado dessas relações indefinidas, A2 e A3 ocupam a mesma posição no *ranking* (PR2), e o mesmo vale para A4 e A5, ambos ocupam PR3.

Quadro 3 – *Ranking* parcial obtido em 80% dos casos simulados

Posição no <i>ranking</i> (PR)	Alternativa
1	[A1]
2	[A2] [A3]
3	[A4] [A5]

Fonte: Esta pesquisa (2024)

Conforme descrito acima, uma medida de estabilidade dos resultados é mostrada ao decisor em termos da frequência de casos de simulação em que cada alternativa permanece na

mesma posição do *ranking* da solução original e a frequência de vezes em que cada alternativa muda de posição em relação ao *ranking* original. Assim, as informações do Quadro 4 seriam exibidas ao decisor.

Quadro 4 – Resultados exibidos ao decisor

Posição original no <i>ranking</i> (POR)	Alternativa	% POR	% Mudança
1	A1	100%	0%
2	A2	100%	0%
3	A3	20%	80%
4	A4	20%	80%
5	A5	20%	80%

Fonte: Esta pesquisa (2024)

As alternativas A1 e A2 permanecem 100% em suas posições originais. Para o caso das alternativas A3, A4 e A5, os resultados mostram 80% de mudança, o que aparentemente indica que estas alternativas não são robustas considerando a sua posição original no *ranking*.

Contudo, ao analisar os *rankings* na Quadro 2 e no Quadro 3, não é possível encontrar nenhuma inversão de ordem; ou seja, o *ranking* do Quadro 3 concorda de alguma maneira com o *ranking* do Quadro 2, no sentido de que nenhuma relação de dominância é invertida. O que ocorreu é que, devido ao nível de informação parcial obtida, os pares de alternativas permaneceram indefinidos, ou seja, não foram definidas as relações de dominância, pois as informações obtidas no processo de elicitação não foram suficientes para estabelecer uma relação de dominância entre elas. Assim, mais de uma alternativa ocupam uma mesma posição no *ranking* no Quadro 3, gerando o que é considerado um *ranking* parcial.

Os resultados do Quadro 4 dão uma falsa impressão de que as alternativas A3, A4 e A5 não possuem estabilidade com relação ao *ranking* original; pode-se pensar que essas alternativas sofrem reversão de ordem em 80% dos casos, o que definitivamente não é verdade, levando a distorções nos resultados e mal-entendidos na percepção do decisor sobre a sensibilidade e robustez dos resultados.

É muito provável que *rankings* parciais semelhantes a este ocorram em métodos de informação parcial como o *FITradeoff*, quando a quantidade de informações fornecidas pelo decisor não é suficiente para definir todas as relações de dominância. Os métodos de informação parcial podem, de fato, gerar seus resultados com base em informações parciais/incompletas e podem, portanto, gerar resultados parciais/incompletos. Deste modo, desenvolver um procedimento estruturado para realizar a AS nesses métodos é uma tarefa desafiadora, uma vez

que devem ser tomados cuidados adicionais para evitar mal-entendidos e distorções nos resultados.

3.2.2 Calculando a robustez de uma alternativa com base nas suas relações de dominância

Para resolver a questão ilustrada acima na subseção 3.2.1, foi proposto, em primeiro lugar, uma medida de robustez para as alternativas, que deve ser calculada considerando as relações de dominância entre elas, ao invés de considerar apenas as suas mudanças de colocação no *ranking*. A construção de tal índice apoiará a análise de robustez soluções obtidas, tornando a interpretação dos dados mais coerente e intuitiva para o decisor.

Para calcular o índice de robustez de uma alternativa a_i (IR_{a_i}), deve-se realizar uma comparação entre o *ranking* da solução original e cada *ranking* obtido em cada instância de simulação da AS, considerando a alteração ou não das relações de dominância envolvendo cada alternativa a_i .

Dessa maneira, foi definido um índice de k -concordância para a alternativa a_i , $c_{a_i}^k$, que mede o número de relações de dominância envolvendo alternativas a_i que foram mantidas no *ranking* final obtido na instância k da simulação. Por exemplo, consideremos o *ranking* original apresentado na Quadro 2: $A1 > A2 > A3 > A4 > A5$. Agora, vamos supor uma simulação de N rodadas de iteração ($k = 1, \dots, N$). Suponhamos que, para uma determinada iteração k , tenha sido obtida o seguinte *ranking*: $A1 > A2 > A4 > A3 > A5$. Percebe-se que ocorreu uma inversão de posições entre $A3$ e $A4$, devido a uma mudança nas relações de dominância entre essas alternativas; ou seja, no *ranking* original $A3$ domina $A4$, e no *ranking* gerado na simulação k , $A4$ domina $A3$. Para obter o índice de k -concordância, consideremos a matriz pareada da Tabela 2, em que 1 indica que a relação de dominância entre a alternativa na linha e a alternativa na coluna obtida no *ranking* da iteração k concorda com a relação obtida em ao *ranking* original para esse par de alternativas; e 0 indica o contrário.

Tabela 2 – Cálculo dos índices de k -concordância.

Alternativas	A1	A2	A3	A4	A5	$c_{a_i}^k$
A1	-	1	1	1	1	4
A2	1	-	1	1	1	4
A3	1	1	-	0	1	3
A4	1	1	0	-	1	3
A5	1	1	1	1	-	4

Fonte: Esta pesquisa (2024)

Após todas as N rodadas de simulação serem realizadas e os valores de $c_{a_i}^k$ para todos k serem obtidos, é então possível calcular um índice de concordância total para a alternativa a_i , C_{a_i} , com base na Equação 10.

$$C_{a_i} = \sum_{k=1}^N c_{a_i}^k \quad (10)$$

Agora, seja T o número total de vezes que cada alternativa foi comparada com todas $n - 1$ alternativas em todas as N rodadas de simulação. O valor de T é então obtido com base na Equação 11.

$$T = (n - 1) \times N \quad (11)$$

Por fim, o índice de robustez da alternativa a_i , IR_{a_i} pode ser obtido com base na Equação 12.

$$IR_{a_i} = \frac{C_{a_i}}{T} \quad (12)$$

Note-se também que o complemento do índice de robustez representa o índice de sensibilidade da alternativa a_i , IS_{a_i} , mostrado na Equação 13.

$$IS_{a_i} = 1 - IR_{a_i} \quad (13)$$

O IS_{a_i} representa a porcentagem de vezes que ocorreram alterações nas relações de dominância que envolvem a_i .

3.2.2.1 Exemplo ilustrativo: Calculando o índice de robustez

Para ilustrar o cálculo do índice de robustez, considera-se o seguinte exemplo. Para fins meramente ilustrativos, assume-se que o número de simulações (N) é igual a 3 e que o número de alternativas (n) é igual a 5. Considerando que o *ranking* original: $A1 > A2 > A3 > A4 >$

A5, conforme exibido na segunda linha da Quadro 5, e os três *rankings* simulados exibidos nas linhas seguintes.

Quadro 5 – *Ranking* original e *rankings* simuladas

Posição no ranking:	PR1	PR2	PR3	PR4	PR5
<i>Ranking original</i>	A1	A2	A3	A4	A5
<i>Ranking Simulado 01:</i>	A2	A1	A3	A4	A5
<i>Ranking Simulado 02:</i>	A1	A2	A3	A4	A5
<i>Ranking Simulado 03:</i>	A3	A2	A1	A4	A5

Fonte: Esta pesquisa (2024)

As Tabelas 3, 4 e 5 apresentam os cálculos do índice de *k*-concordância para *k*=1, 2 e 3, respectivamente, considerando as comparações entre o *ranking* original e os *rankings* simulados 01, 02 e 03.

Tabela 3 – Cálculo dos índices de *k*-concordância para *k*=1

Alternativas	A1	A2	A3	A4	A5	$c_{a_i}^1$
A1	-	0	1	1	1	3
A2	0	-	1	1	1	3
A3	1	1	-	1	1	4
A4	1	1	1	-	1	4
A5	1	1	1	1	-	4

Fonte: Esta pesquisa (2024)

Tabela 4 – Cálculo dos índices de *k*-concordância para *k*=2

Alternativas	A1	A2	A3	A4	A5	$c_{a_i}^2$
A1	-	1	1	1	1	4
A2	1	-	1	1	1	4
A3	1	1	-	1	1	4
A4	1	1	1	-	1	4
A5	1	1	1	1	-	4

Fonte: Esta pesquisa (2024)

Tabela 5 – Cálculo dos índices de k-concordância para k=3

Alternativas	A1	A2	A3	A4	A5	$c_{a_i}^3$
A1	-	0	0	1	1	2
A2	0	-	0	1	1	2
A3	0	0	-	1	1	2
A4	1	1	1	-	1	4
A5	1	1	1	1	-	4

Fonte: Esta pesquisa (2024)

Agora, considerando $T = (5 - 1) \times 3 = 12$, e seguindo o procedimento explicado na acima (Equação 12) e (Equação 13), é possível calcular o índice de robustez e o índice de sensibilidade de cada alternativa, com base nos índices de k -concordância, conforme mostrado na Tabela 6 abaixo.

Tabela 6 – Cálculo dos índices de robustez de cada alternativa

	$c_{a_i}^1$	$c_{a_i}^2$	$c_{a_i}^3$	C_{a_i}	IR_{a_i}	IS_{a_i}
A1	3	4	2	9	75%	25%
A2	3	4	2	9	75%	25%
A3	4	4	2	10	83,34%	16,67%
A4	4	4	4	12	100%	0%
A5	4	4	4	12	100%	0%

Fonte: Esta pesquisa (2024)

Ressalta-se que este exemplo foi meramente ilustrativo, para elucidar os cálculos do índice de robustez e de sensibilidade. Porém, o número de N em problemas da vida real deve ser muito maior (preferencialmente acima de 1.000), pois consiste no número de instâncias de simulação executadas no SA. Como será explicado mais detalhadamente no capítulo 4, todo este processo é operacionalizado dentro de um SAD, de forma a permitir aos usuários fazerem uso eficaz da abordagem proposta.

O índice de robustez de uma alternativa a_i (IR_{a_i}) pode ser interpretado como uma medida de robustez para as suas relações de dominância, ou seja, quanto maior for o índice de robustez de a_i , menor será a quantidade de vezes que suas relações de dominância foram alteradas durante as simulações realizado na AS. Isso significa que se ocorrer reversão de ordem

durante as rodadas de simulação devido a mudanças nas relações de dominância, o índice de robustez das alternativas que sofreram essa reversão de ordem tende a diminuir.

Conforme discutido anteriormente, o *FITradeoff* é um método baseado em informações parciais e, em muitos casos, um *ranking* parcial pode ser recomendado durante o processo de AS. Assim, exibir os resultados da análise diretamente em termos de mudanças de posições (conforme mostrado na seção 3.1) pode ser confuso para os decisores porque existem *rankings* com diferentes números de posições, de modo que uma alternativa pode parecer melhor ou pior posicionado do que ela é realmente. Portanto, é preciso apresentar os resultados em termos de robustez, ou seja, nas relações de dominância. O processo de cálculo do índice de robustez leva em consideração o número de elementos concordantes para cada alternativa, considerando as suas relações de dominância. Assim, é possível garantir uma base sólida para a análise e fornecer informações mais precisas ao decisor, uma vez que o resultado reflete diretamente as mudanças (ou reincidências) nas relações de dominância ao longo da AS.

3.3 OS TIPOS DE CRITÉRIO NA ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO MÉTODO FITRADEOFF

Um aspecto importante que deve ser levado em consideração na Análise de Sensibilidade de um problema de MCDM/A é o tipo de critérios que foram usados no problema, que podem ser classificados como naturais ou construídos (Keeney, 2009).

Critérios naturais são aqueles que possuem uma escala numérica amplamente utilizada. Um exemplo disso pode ser o critério de “distância”, que pode ser medido em metros (m), quilômetros (Km), dentre outras escalas de medida. Os critérios naturais são geralmente medidos de acordo com uma escala contínua e podem assumir um número ilimitado de valores (Keeney, 2009).

Por outro lado, critérios construídos são utilizados quando não existe uma escala de medida capaz de mensurá-los (Keeney, 2009). Um bom exemplo disso é o critério “Qualidade”, onde geralmente é criada uma escala em termos de valores discretos, ou seja, com um determinado número de valores, onde cada valor inteiro tem um significado subjetivo em relação às preferências do decisor.

Um dos problemas ocorridos na AS atual do método *FITradeoff* é que os limites de variações dos valores das consequências podem determinados pelo decisor apenas em percentuais, o que faz com que, nas instâncias de simulações da AS, os valores das consequências recebam números reais, ocasionando simulações inadequadas, uma vez que a

variação em percentual não é adequada para lidar com critérios construídos, que normalmente devem ser definidos em termos de uma escala verbal e deveriam receber apenas valores inteiros e discretos.

Para ilustrar o problema, considerando uma situação hipotética de um problema de MCDM/A onde está incluído o critério “Qualidade” que é do tipo construído de acordo com uma escala verbal mostrada da Quadro 6.

Quadro 6 – Exemplo de uma escala verbal em critério construído

Nível	Descrição
1	Muito ruim
2	Ruim
3	Intermediário
4	Bom
5	Muito bom

Fonte: Esta pesquisa (2024)

Ao iniciar o processo de AS, é requerido ao decisor a definição dos limites de variação dos valores das consequências em função dos critérios. Contudo, como a definição dos limites são requeridos apenas em percentuais, supondo um caso em que um critério construído como o exemplo do Quadro 6 seja selecionado para variar sob os limites $\pm 10\%$, certamente uma alternativa que possua desempenho igual a 4, poderia receber valores simulados na AS resultantes em valores reais dentro de um range que vai de 3,6 até 4,4 o que ocasiona em análises inadequadas na AS. Esse exemplo está ilustrado na tabela 7 abaixo.

Tabela 7 – Variação no desempenho de uma alternativa em um critério construído na AS atual do

*FI*Tradeoff

Alternativa	Consequência	Limite superior	Limite inferior	Intervalo que o valor pode receber nas simulações da AS
Alt.	4	10%	10%	3,6 a 4,4

Fonte: Esta pesquisa (2024)

Variações dessa natureza são adequadas quando apenas critérios naturais estão envolvidos no problema, pois esses podem assumir valores reais em uma escala contínua, mas

o fato do *FITradeoff* aceitar também critérios construídos faz com que simulações inadequadas sejam geradas na AS quando esse tipo de critério é incluído.

Portanto, é evidente que a AS do método *FITradeoff* necessita de ajustes para que seja possível disponibilizar resultados mais coerentes e permitir tomadas de decisões mais informadas e assertivas ao decisor. Na sessão 4.3 é apresentado um novo procedimento de variações dos *inputs* na AS que considera o tipo de critério, para tal, tornando a variação adequada para qualquer problema em que critérios construídos estejam sendo considerados.

4 NOVO PROTOCOLO ESTRUTURADO DE ANÁLISE DE SENSIBILIDADE PARA O MÉTODO *FITRADEOFF*

Com base nas deficiências e desafios evidenciados no capítulo 3, considera-se o desenvolvimento e a implementação de um novo protocolo de Análise de Sensibilidade para o método *FitTradeoff* na problemática de *ranking*, que forneça resultados baseados na robustez de cada alternativa em função das suas relações de dominância ao invés da posição ocupa, bem como a aplicação de um teste estatístico com a finalidade verificar se há ou não correlação estatisticamente comprovada entre o *ranking* da solução original do SAD e os *rankings* gerados nas instâncias da AS. Além disso, uma nova forma de variação dos *inputs* na AS é desenvolvida e apresentada, considerando o tipo de critério para a realização de simulações adequadas e coerentes.

Portanto, neste capítulo é apresentado um novo protocolo de AS para o método *FitTradeoff*, baseado em duas fases principais e uma nova abordagem na variação dos dados de entrada do problema.

A primeira fase consiste na execução de um modelo de simulação de *Monte-Carlo* agregado ao cálculo do índice de robustez das alternativas, a fim de apoiar o decisor na avaliação da solução original; enquanto na segunda fase, é realizado um teste estatístico de correlação afim de verificar se há ou não correlação estatisticamente significativa entre os *rankings*, com a finalidade de agregar significância estatística aos resultados.

4.1 PRIMEIRA FASE: SIMULAÇÃO DE MONTE-CARLO E ANÁLISE DE ROBUSTEZ

O novo protocolo de Análise de Sensibilidade é implementado com base na medida de robustez apresentada na subseção 3.2.2. Após a obtenção de um *ranking* na solução original do SAD do *FitTradeoff*, a opção de realizar a AS continua disponível. Uma vez que o usuário inicia o processo de AS, ele é conduzido a uma tela onde o decisor deve indicar os limites de variações dos *inputs* para as instâncias da AS, esse procedimento é ilustrado na Figura 5, onde serão determinados quais critérios sofrerão variações e quais são o limite superior e inferior das variações dos valores das consequências em cada critério. Esse procedimento de indicação das variações dos dados de entrada para as simulações da AS do método *FitTradeoff* também passou por alterações que serão apresentadas na sessão 4.3.

Figura 5 – Nova tela de definição das variações dos *inputs* na AS

FITradeoff.org

FITradeoff

Flexible and Interactive Tradeoff

FU-T3MMH-WF14

[<<Back](#)

Sensitivity Analysis

Please, select below which criteria you want to vary:

☐	Criteria	Type	Preference Direction	Lower Limit	Upper Limit
☐	Crit 1	Natural	Minimization		
☐	Crit 2	Natural	Maximization		
☐	Crit 3	Constructed	Minimization		
☐	Crit 4	Constructed	Maximization		
☐	Crit 5	Natural	Minimization		
☐	Crit 6	Natural	Maximization		

Criteria Type:

Natural Criteria: Criteria defined in a continuous natural scale.
 Constructed Criteria: Criteria defined in a constructed scale with discrete values.
 Note: The variation in levels for constructed criteria may result in significant changes in the simulation results.

[Redefine](#) [Save](#)

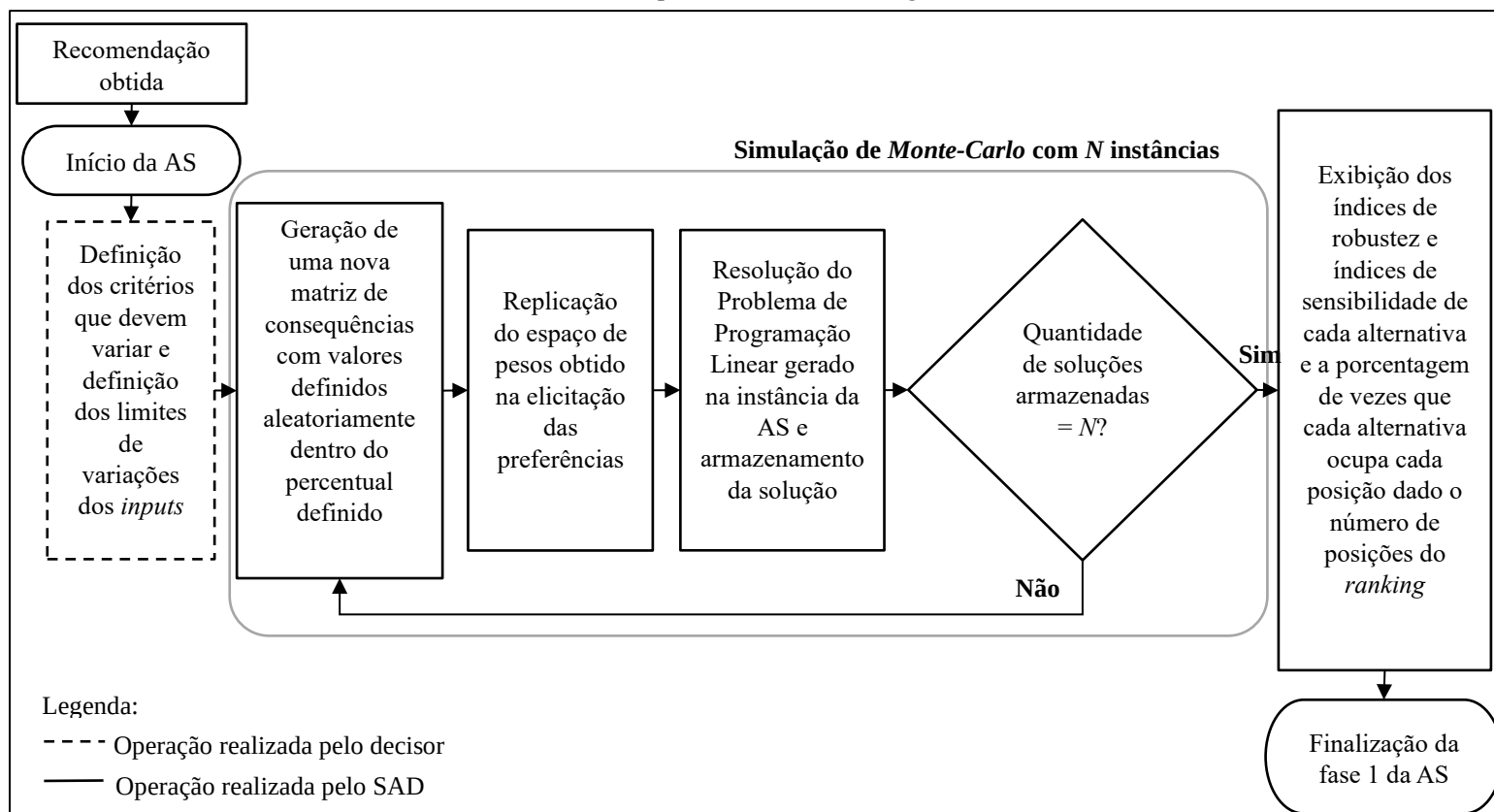
[Run Sensitivity Analysis](#)

Fonte: SAD do FITradeoff (2024)

Em seguida, após a determinação dos critérios que devem variar e limites de variação, o algoritmo do *software* realiza então simulações de *Monte-Carlo*, onde são geradas N instâncias de simulação do modelo, com os valores das consequências (dados de entrada do modelo) alterados aleatoriamente considerando os limites superior e inferior informados pelo decisor.

O espaço de pesos elicitado na avaliação intercritério é replicado em todas as N instâncias e associado às novas matrizes de consequências geradas nas simulações da AS, gerando novas PPLs que são resolvidos pela formulação matemática do método *FITradeoff*, apresentada na sessão 2.1.1. À medida que os modelos simulados são solucionados, novos *rankings* são gerados e armazenados até que sejam obtidas as N soluções. O valor de N nesse caso deve ser maior do que 1.000 para que justifique a simulação de *Monte-Carlo*. O fluxograma da Figura 6 ilustra esse processo.

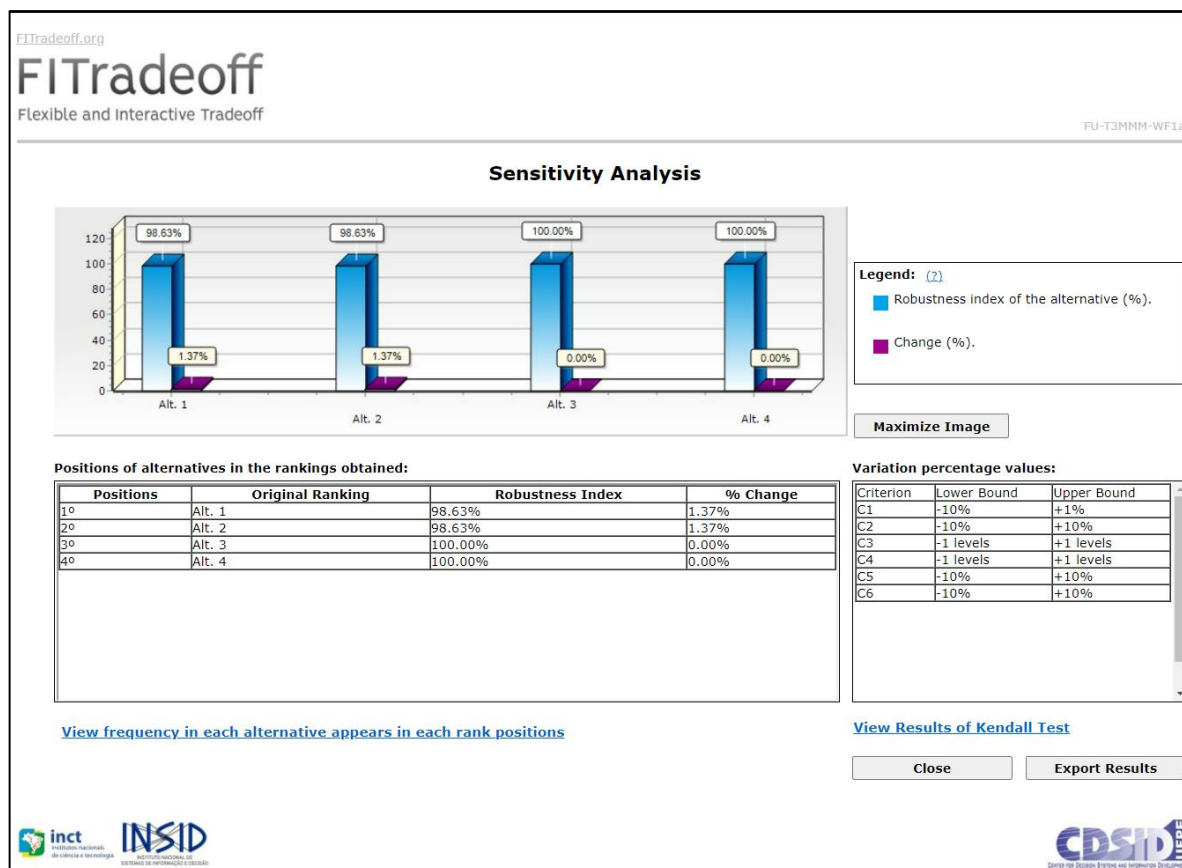
Figura 6 – Funcionamento da primeira fase do novo protocolo de AS do método *FITtradeoff* para a problemática de *raking*



Fonte: Esta pesquisa (2024)

Uma vez obtidas as N soluções, através de seu algoritmo do SAD, é realizado o cálculo do índice de robustez, bem como o índice de sensibilidade de cada alternativa a partir das Equações 12 e 13 respectivamente, que levam em consideração as relações de dominância de cada alternativa e gera as apresentações gráfica e tabulares na tela de resultados da AS, como mostra a figura 7 abaixo.

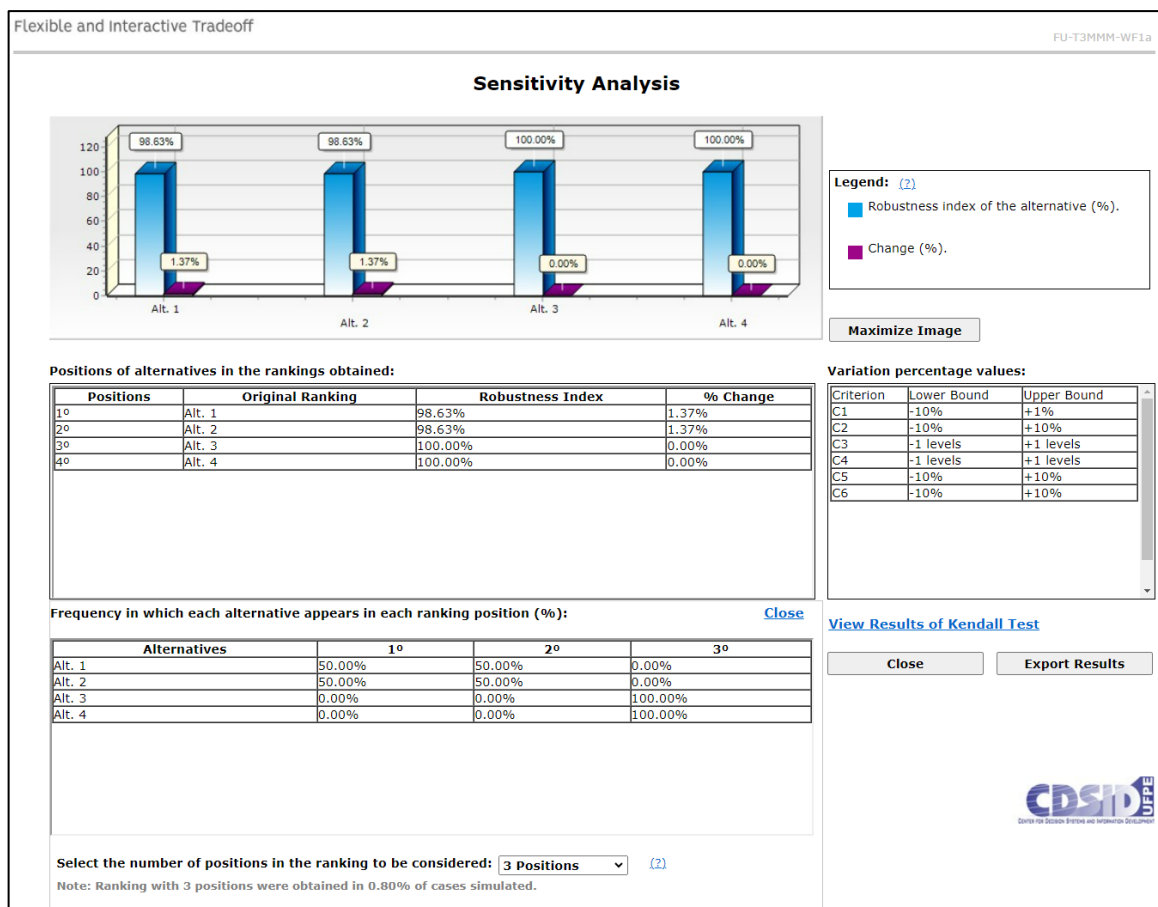
Figura 7 – Tela de resultados da primeira fase do novo protocolo de AS do método *FITradeoff* para a problemática de *ranking*



Fonte: SAD *FITradeoff* (2024)

Adicionalmente, é disponibilizada uma opção onde o decisor tem acesso a uma tabela interativa que mostra o percentual de casos simulados em que cada alternativa ocupa cada posição do *ranking*, dada a quantidade de posições do *ranking*. Esta tabela pode ser acessada pelo usuário através do link “*View frequency in each alternative appears in each rank position*” e considerando que o *FITradeoff* é um método de informações parciais, e por isso, *rankings* com menores quantidades de posições podem ser gerados, como foi explicado na subseção 3.2.1, ao decidir visualizar a tabela adicional, o decisor também pode escolher a quantidade de posições que ele deseja considerar na visualização da tabela. Além disso, há uma nota informativa que mostra frequência em que os *rankings* com a quantidade de posições selecionada foram obtidos nas simulações da AS. A figura 8 ilustra a tela de resultados com a tabela mencionada neste parágrafo.

Figura 8 – Tela de resultados da primeira (com informações adicionais) etapa do novo protocolo de AS para o método *FITradeoff*.



Fonte: SAD *FITradeoff* (2024)

Todas essas informações servem de base para que o decisor possa analisar a estabilidade e sensibilidade da solução obtida e entender profundamente o modelo de decisão.

Há também a possibilidade do decisor realizar uma análise estatística de correlação através do link “*View Results of Kendall Test*”. Essa opção o leva à segunda fase do processo de AS do método *FITradeoff* e será abordado na próxima sessão.

4.2 SEGUNDA FASE: TESTE DE CORRELAÇÃO DE KENDALL

Ao optar por realizar o teste de correlação de Kendall, o decisor é conduzido à tela onde é ocorre toda a aplicação, conforme mostra a Figura 9.

Figura 9 – Tela de resultados da segunda fase do novo protocolo de AS do método *FITradeoff* para problemática de *ranking*

FITradeoff
Flexible and Interactive Tradeoff

Logout

[<< Back](#)

Kendall Test

[Help](#) [Reset](#)

The Kendall correlation test aims to verify the similarity between the original ranking and the rankings obtained in the sensitivity analysis.

Hypothesis Test: (?)

- Null Hypothesis [Rejected]: "The results are robust to changes in the sensitivity analysis."

Technically, that means:

- Null Hypothesis: "There is no association between the rankings (original and the simulated ones) under analysis for the specified significance level."
- Alternative Hypothesis: "There is association between the rankings (original and the simulated ones) under analysis for the specified significance level."

Select the significance Level (α): (?)

The Null Hypothesis is: **Rejected**

- This indicates that there is correlation between the original ranking and the rankings obtained in the sensitivity analysis.

[Show more information about tau coefficient](#)

inct INSID CDSIP UFPE

Fonte: SAD FITradeoff (2024)

Na implementação do teste de correlação no método *FITradeoff* são consideradas as duas situações de aplicação do Teste de Kendall que foram apresentados anteriormente na subseção 2.1.3, a depender da quantidade de alternativas do problema: Teste de Kendall para grandes amostras ou para pequenas amostras.

Neste módulo, inicialmente, o algoritmo inicia automaticamente um processo estruturado identificando a quantidade alternativas do problema, e com base nisso, define se o teste a ser aplicado é para grandes amostras ou para pequenas amostras.

Caso o problema analisado contenha mais de 10 alternativas, ele irá iniciar o processo identificando as quantidades de pares concordantes e discordantes. Em seguida realiza o cálculo do score da comparação através da Equação 7, cálculo do valor do coeficiente tau através da Equação 8 e com base nisso, calcula o valor de Z_c através da Equação 9.

Em seguida, o algoritmo do SAD identifica o valor de Z_a , (com base em um nível de significância definido inicialmente em 0,05) que comparado ao Z_c do teste, consegue verificar se existe correlação estatisticamente significativa entre o *ranking* da solução original e os *rankings* das instâncias da AS. O decisor pode alterar o nível de significância correspondente

ao grau de confiança que ele deseja para o teste de hipótese de acordo com sua tolerância com relação à probabilidade de no teste de correlação.

Como se trata de um teste para saber se há correlação positiva ou não, uma vez que τ igual a zero indica que não há correlação e um τ negativo indica que há inversões de ordens entre as alternativas, o teste de hipótese realizado é unilateral, deste modo, as hipóteses foram formuladas da seguinte maneira:

H_0 (Hipótese nula): Indica que não há razões para dizer que existe correlação significativa entre os *rankings*;

H_a (Hipótese alternativa): Indica que há razões para dizer que existe correlação significativa entre os *rankings*;

Neste caso, o algoritmo do SAD foi montado para realizar as seguintes associações:

Caso $Z_c \geq Z_\alpha$ então H_0 é rejeitada, indicando que existe correlação entre o *ranking* da solução original recomendada pelo SAD e os *rankings* gerados nas instâncias da AS, caso contrário, se $Z_c < Z_\alpha$ então H_0 não é rejeitada é o que indica que não existe correlação positiva entre os *rankings*.

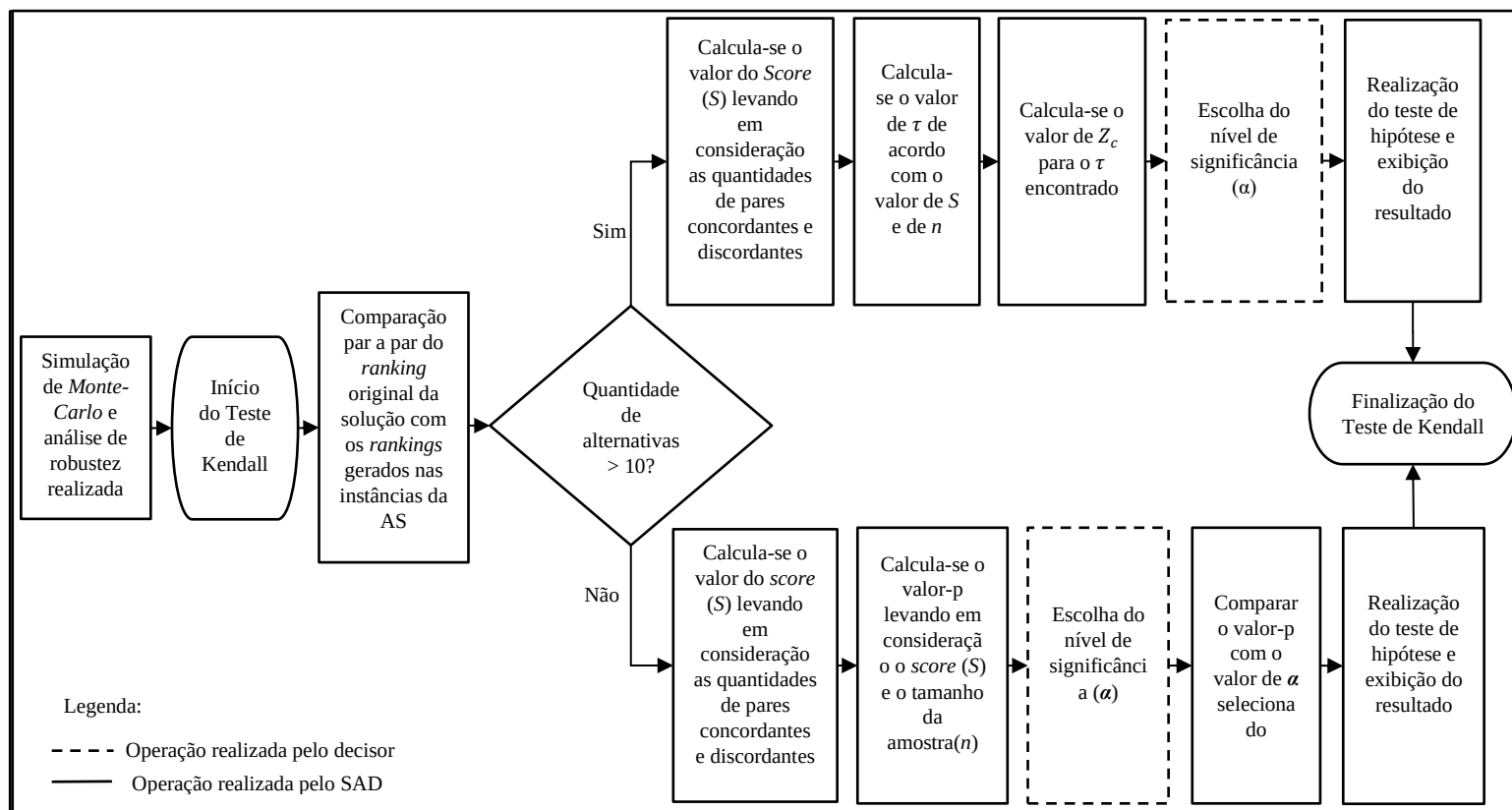
Caso o problema possua 10 ou menos alternativas, se aplica o teste de correlação de Kendall para pequenas amostras, portanto, o processo do teste de Kendall ocorre com algumas modificações, sendo adequada a utilização do seguinte processo: Inicialmente, assim como no processo para grandes amostras, são identificadas as quantidades de pares concordantes e discordantes e a realização do cálculo do *Score* através da equação 7.

Porém, a partir de agora, busca-se na Tabela 1 o valor da probabilidade (valor-p) para o *Score* (S) calculado anteriormente, levando em consideração também o tamanho da amostra (n) e logo após, o valor-p deve ser comparado com o valor de α (nível de significância) definido pelo usuário.

A formulação das hipóteses do teste de Kendall para pequenas amostras segue o mesmo modelo do teste de Kendall para grandes amostras, pois busca a correlação positiva entre o *ranking* da recomendação original do SAD e os *rankings* gerados nas instâncias da AS, porém, para a obtenção do resultado do teste de hipótese, o SAD realiza a comparação da seguinte forma:

Caso $p \geq \alpha$ então H_0 não é rejeitada, indicando que não existe correlação significativa entre o *ranking* da solução original pelo SAD e os *rankings* gerados nas instâncias da AS, caso contrário, se $p < \alpha$ então H_0 é rejeitada, o que significa que existe correlação positiva significativa entre os *rankings*. A Figura 10 abaixo ilustra todo o processo do teste de Kendall para grandes e pequenas amostras e ajuda a melhorar entendimento do teste.

Figura 10 – Funcionamento da segunda fase do novo protocolo de AS do método *FITradeoff* para a problemática de *ranking*



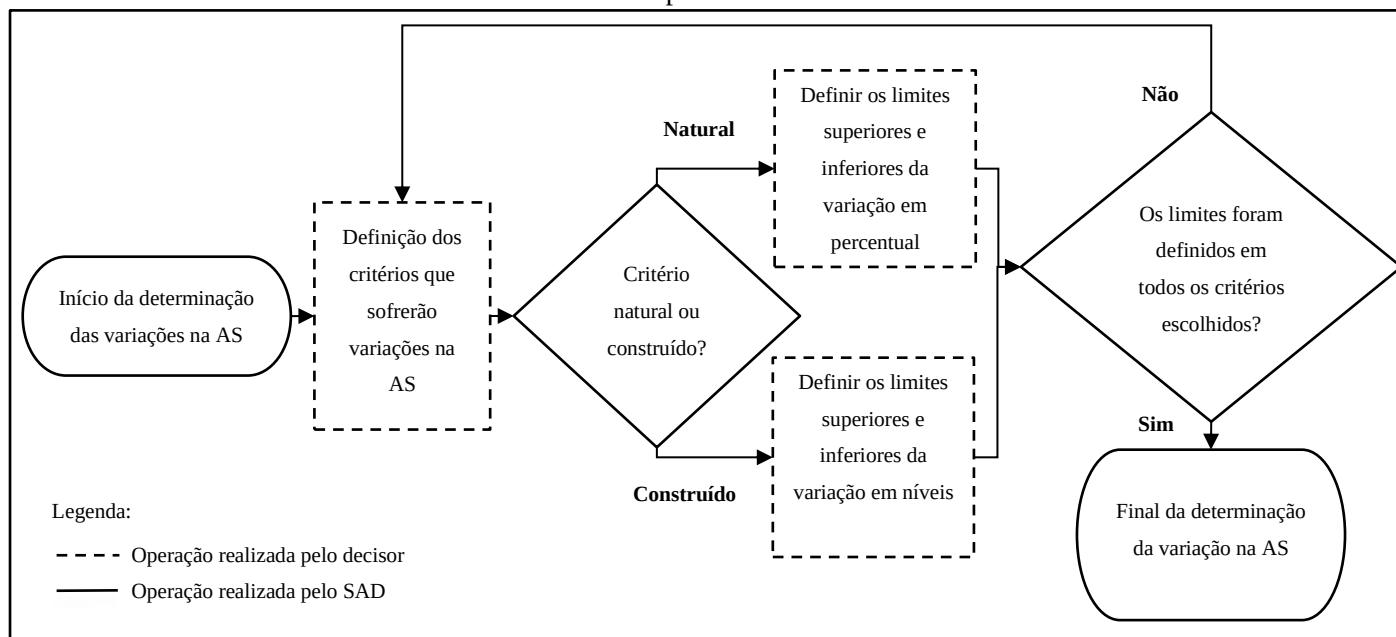
Fonte: Esta pesquisa (2024)

4.3 CONSIDERANDO O TIPO DO CRITÉRIO

Como foi mencionado anteriormente, a variação apenas em percentuais dos valores das consequências nas simulações da Análise de Sensibilidade é inadequada quando critérios construídos são envolvidos em um problema de decisão no método *FITradeoff*.

Com base nisso, uma característica adicional do protocolo de AS desenvolvido neste estudo é a distinção do tipo de critério quando o decisor irá definir os limites de variação dos valores das consequências. Na tela de definição dos limites dos *inputs*, o decisor deverá informar os limites das variações em percentual quando o critério selecionado para variar for natural, pois estes podem assumir qualquer valor real em escala contínua, e a variação em níveis quando o critério selecionado é construído, pois estes só podem ter valores inteiros em uma escala discreta. A figura 11 ilustra o funcionamento novo processo de determinação das variações das consequências nas simulações da AS.

Figura 11 – Funcionamento da determinação das variações dos *inputs* para simulações no novo protocolo de AS



Fonte: Esta pesquisa (2024)

Apesar do decisor escolher quais critérios irão variar e definir quais os limites das variações de cada um dos critérios selecionados, o próprio algoritmo do novo protocolo de AS identifica automaticamente se o critério é natural ou construído, e permite ao decisor escolher apenas a variação adequada para cada critério. A figura 12 abaixo ilustra a interface de definição das variações da AS, onde é possível observar que os critérios construídos, como “nível de ensino” e “estrutura” são critérios construídos e tem a sua medida de variação em termos de níveis (*Levels*) e o critério “quantidade de alunos”, por se tratar de um critério natural, possui sua variação em termos de percentual (%).

Figura 12 – Tela de determinação das variações dos *inputs* para simulações no novo protocolo de AS

Sensitivity Analysis

Please, select below which criteria you want to vary:

☐	Criteria	Type	Preference Direction	Lower Limit	Upper Limit
☐	Distância	Natural	Minimization		
☒	Nível de Ensino	Constructed	Maximization	- 1 Levels	+ 1 Levels
☒	Estrutura	Constructed	Maximization	- 0 Levels	+ 1 Levels
☒	Alunos Matriculados	Natural	Minimization	- 10 %	+ 10 %

Criteria Type:

Natural Criteria: Criteria defined in a continuous natural scale.
 Constructed Criteria: Criteria defined in a constructed scale with discrete values.
 Note: The variation in levels for constructed criteria may result in significant changes in the simulation results.

Buttons: Redefine, Save, Run Sensitivity Analysis

Fonte: SAD do *FITradeoff* (2024)

Dessa maneira, a primeira fase do novo protocolo da AS implementado no método *FITradeoff* irá obter simulações adequadas e coerentes aos tipos de critérios incluídos no problema, implicando em análises e resultados mais consistentes ao decisor quanto a robustez e quanto à sensibilidade do *ranking* original recomendado pelo SAD quando critérios construídos forem utilizados.

4.4 APLICAÇÕES ILUSTRATIVAS DA ABORDAGEM PROPOSTA

A fim de ilustrar o novo processo de AS do método *FITradeoff*, o SAD foi testado em três casos distintos, sendo um *case* inédito que se trata da priorização de escolas para execução do projeto “escola sustentável”, onde é realizada a comparação entre a AS atual e o novo protocolo de AS desenvolvido e implementado ao SAD do método *FITradeoff*. Outros dois *cases* já publicados na literatura: um problema de seleção de fornecedores (Frej *et al.*, 2017), onde são apresentados funcionamento e as vantagens do novo protocolo estruturado ao ser utilizado em problemas práticos e um problema de priorização de operações de segurança (da Cunha *et al.* 2020), onde são apresentados os efeitos da sensibilidade nas etapas do novo protocolo de AS desenvolvido para o método *FITradeoff*. É importante ressaltar que o foco das aplicações é destacar as duas fases do novo protocolo de AS, sem apresentar detalhes sobre a

aplicação do método *FiTradeoff* para resolver os problemas e alcançar o *ranking* final das alternativas, os casos da literatura estão detalhados em Frej *et al.* (2017) e da Cunha *et al.* (2020).

4.4.1 Caso 1: Priorização de escolas para execução de um projeto (Escola Sustentável): Uma comparação entre a Análise de Sensibilidade atual e a nova abordagem proposta

O caso 1 se trata de uma aplicação ilustrativa, onde o novo protocolo de AS desenvolvido para neste estudo é aplicado para fins demonstrativos e explicativos. Trata-se de um problema onde busca-se priorizar escolas de um determinado município para que sejam implementadas ações sustentáveis de maneira educativa. Devido às limitações de recursos, não é possível realizar estas ações em todas as escolas de uma só vez. O problema possui 11 alternativas e 4 critérios e tem sua aplicação simplificada para que o foco seja voltado para o processo de AS, área em que esse estudo está interessado.

A tabela 7 apresenta a matriz de consequências do problema. É importante destacar que os critérios “Distância” e “Alunos matriculados” são critérios naturais mensurados pelas escalas de quilômetros e quantidade, respectivamente. Enquanto os critérios “Estrutura” e “Nível de Ensino” são critérios construídos ambos mensurados por escalas de 4 níveis que foram montadas através da lógica de escalas verbais que fazem sentido para o decisor. O critério “Distância” refere-se à distância entre a sede da organização que está realizando o projeto e “Alunos matriculados” à quantidade de alunos que estão matriculados em cada escola. O critério “Estrutura” está relacionado com a infraestrutura das escolas, enquanto o critério “Nível de Ensino” está relacionado com quais níveis de ensino as escolas estão situadas.

Quadro 7 – Matriz de consequências do problema de priorização de uma escola

Alternativas	Distância	Alunos Matriculados	Estrutura	Nível de Ensino
EEEF VB	0,45	104	3	2
EMEIEF CJMP	0,6	636	3	3
ECIT SBIA	1,7	136	4	4
EMEIEF JDB	0,7	117	2	2
EMEIEF AQT	1	107	2	2
EMEIEF AP	3	94	2	2
UMEIEF LMA	29,1	24	1	2
EMEIEF JRJ	17,5	56	1	2
EMEIEF ACW	22,1	41	1	2
EM MDS	42,8	18	1	1
EEEFM SJG	0,55	362	4	4

Fonte: Esta pesquisa (2024)

Ao aplicar o método *FiTradeoff* foi obtida a seguinte solução original do problema: ECITSBIA>EEEFMSJG>EEEFVB>EMEIEFCJMP>EMEIEFAQT>EMEIEFJDB>EMEIEFAP>EMEIEFJRJ>EMEIEFACW>UMEIEFLMA>EMMDS. A partir daí é iniciado o processo de AS, onde na tela de definição dos limites de variações, o decisor indicou os limites máximos e mínimos das variações nos critérios que devem sofrer variações. A Figura 13 Ilustra a variação escolhida.

Nessa etapa do SAD foram escolhidos para variar os critérios: “Nível de Ensino”, “Estrutura” e “Alunos matriculados”. Vale destacar que, em algumas situações, não é razoável indicar alterações em determinados critérios, o que é o caso do critério “Distância”, pois no contexto do problema é bastante improvável que se altere o local de uma das escolas, portanto não se considera alterações nas distâncias.

Uma vez que os critérios são selecionados para variar, é possível observar que as variações dos critérios na AS atual, apenas pode ser definida em percentual, independentemente do tipo do critério selecionado, como mostra a Figura 13.

Figura 13 – Determinação de variações dos *inputs* para simulações na AS atual para o problema de priorização de escolas para execução de um projeto

Sensitivity Analysis

Criteria	Upper Bound	Lower Bound
Alunos Matriculados	+10%	-10%
Estrutura	+25%	-25%
Nível de Ensino	+25%	-25%

Please select one criterion:

-- No Selection --

[Select all the remaining criteria](#)

Percentage

Without Variation

Back Start

inct INSTITUTO NACIONAL DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSID INSTITUTO NACIONAL DE SISTEMAS DE INFORMAÇÃO E DECISÃO
CDSID UFPE CENTER FOR DECISION SYSTEMS AND INFORMATION DEVELOPMENT

Fonte: SAD do *FiTradeoff* (2024)

No desenvolvimento do novo protocolo de AS do método *FITradeoff*, a interface onde o decisor determina os limites de variações dos *inputs* foi alterada e agora devem ser definidas em função do tipo do critério, uma vez que critérios construídos passaram a ser definidos em níveis (*Levels*) enquanto as variações dos critérios naturais continuam sendo definidas em percentual, como mostra a Figura 14.

Figura 14 – Determinação de variações dos *inputs* para simulações no novo protocolo de AS para o problema de priorização de escolas para execução de um projeto

FITradeoff
Flexible and Interactive Tradeoff

FU-T3MMM-WF1a

[<<Back](#)

Sensitivity Analysis

Please, select below which criteria you want to vary:

☐	Criteria	Type	Preference Direction	Lower Limit	Upper Limit
☐	Distância	Natural	Minimization		
☒	Nível de Ensino	Constructed	Maximization	- 1 Levels	+ 1 Levels
☒	Estrutura	Constructed	Maximization	- 0 Levels	+ 1 Levels
☒	Alunos Matriculados	Natural	Minimization	- 10 %	+ 10 %

Criteria Type:

Natural Criteria: Criteria defined in a continuous natural scale.
Constructed Criteria: Criteria defined in a constructed scale with discrete values.
Note: The variation in levels for constructed criteria may result in significant changes in the simulation results.

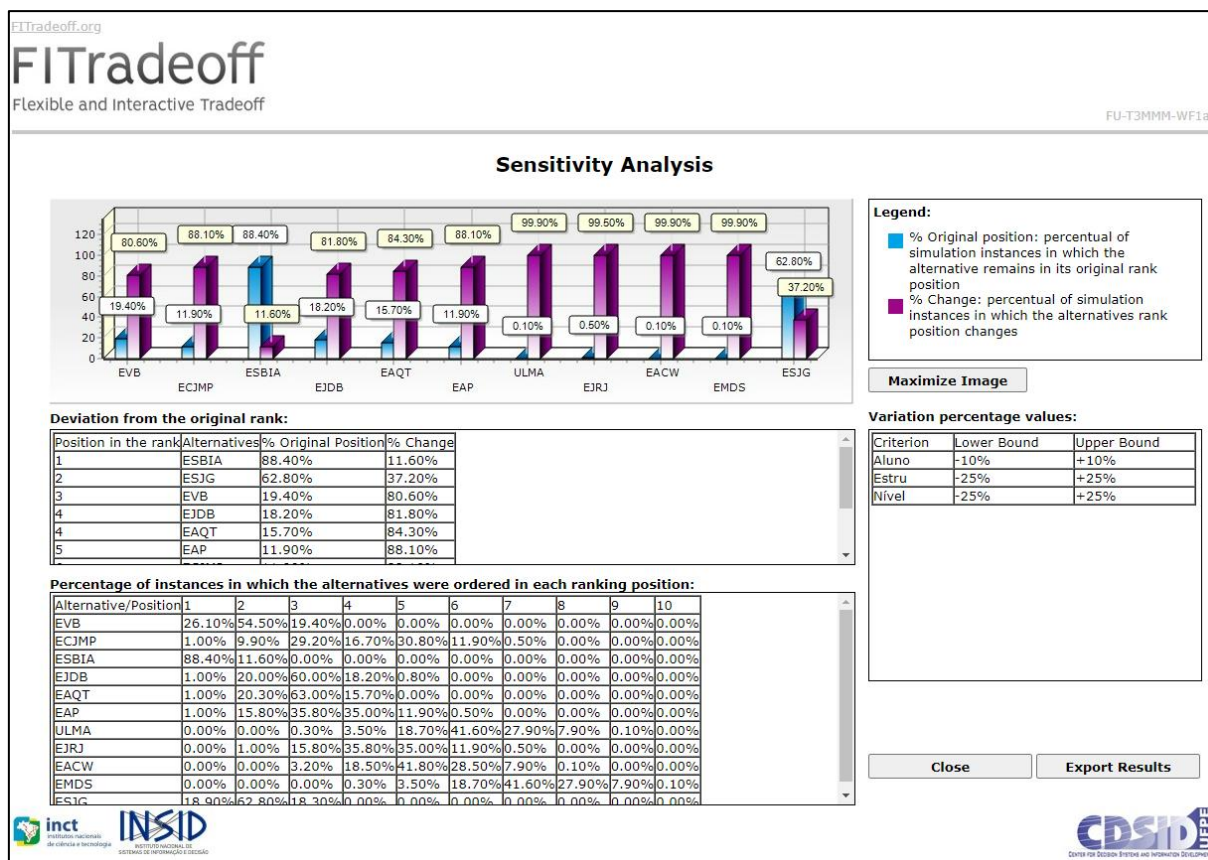
[Redefine](#) [Save](#)
[Run Sensitivity Analysis](#)

inict INSID CDSID UFPE

Fonte: SAD do *FITradeoff* (2024)

Após a definição dos limites de variação, além da obtenção de valores inadequados nas simulações da AS quando critérios construídos estão incluídos no modelo, o principal problema da AS atual do método *FITradeoff* está na tela de resultados, porque estes são apresentados em função de alterações das posições das alternativas no *ranking*, como mostra a Figura 15 a seguir. Ao observar a imagem, há a indicação de altas variações nas posições das alternativas, porém tais variações podem ser causadas a partir de indefinições nas relações de dominância entre as alternativas, que podem ocorrer tanto na solução original como nas instâncias da AS, fazendo com que haja um elevado índice alteração nas posições de todas as demais alternativas que estavam em posições inferiores daquelas que tiveram suas relações de dominância indefinidas.

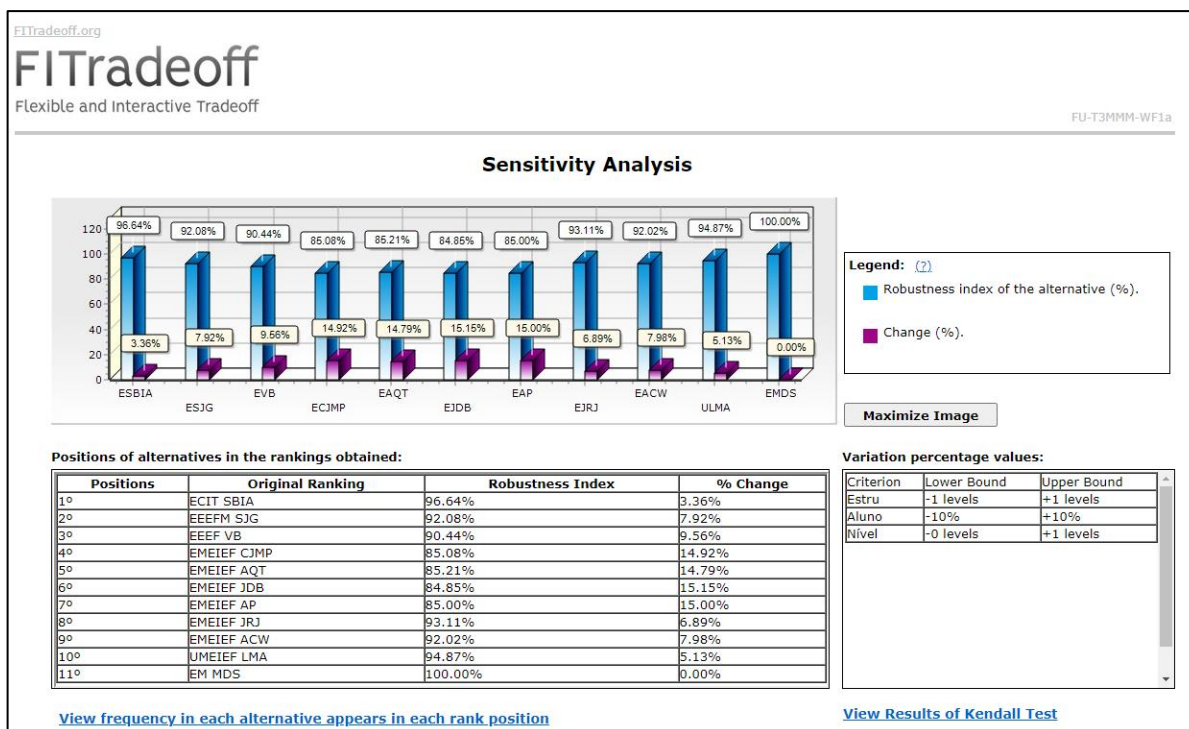
Figura 15 – Resultados da AS atual para o problema de priorização de escolas para a execução de um projeto



Fonte: SAD do FITradeoff (2024)

Com o desenvolvimento do novo protocolo de AS, após o fornecimento dos limites de variação, a primeira fase do processo (simulações de *Monte-Carlo* e análise de robustez) de AS é executada e a tela de resultado é apresentada, dessa vez em função das relações de dominância entre as alternativas, como na Figura 16 abaixo, mostra índices de robustez elevados para todas as alternativas, diferente do que foi obtido na AS atual, trazendo resultados mais coerentes à AS e sendo de fácil e intuitiva interpretação. É possível observar que para este caso a solução é robusta em relação às variações indicadas pelo decisor. Vale destacar que o processo pode se repetir por diversas vezes com diferentes níveis de variação a fim de se obtenha um melhor entendimento a respeito do modelo.

Figura 16 – Resultados da Análise de Robustez no novo protocolo de AS para o problema de priorização de escolas para execução de um projeto



Fonte: SAD do FITradeoff (2024)

Na própria tela de resultados da primeira fase do novo protocolo de AS desenvolvido, ao selecionar o link “View Results of Kendall Test”, o decisor é levado à segunda fase, onde é realizado o teste de correlação de Kendall associado a um teste de hipóteses. Os resultados são exibidos na tela como mostra a Figura 17 abaixo e mostram informações relacionadas ao teste de correlação, bem como o resultado do teste de hipóteses. No caso 1, no qual foi realizada a aplicação, podemos observar que a hipótese nula (que significa a falta de correlação entre os *rankings*) foi rejeitada, o que indica dizer que existe correlação significativa entre os *rankings*, validando e agregando significância estatística para os resultados da primeira fase.

O Teste de Kendall reforça o poder do novo protocolo de AS desenvolvido, conferindo-lhe significância estatística, pois trabalha com conceitos bastante difundidos no campo da estatística, que são o coeficiente de Kendall e o teste de hipóteses, proporcionando a obtenção de resultados coerente e bem fundamentados, conforme demonstrado na Figura 17 abaixo.

Figura 17 – Resultado do teste de Kendall para o problema de priorização de escolas para execução de um projeto

FITradeoff
Flexible and Interactive Tradeoff

Logout

<< Back **Kendall Test** Help Reset

The Kendall correlation test aims to verify the similarity between the original ranking and the rankings obtained in the sensitivity analysis.

Hypothesis Test: (?)

- Null Hypothesis [Rejected]: "The results are robust to changes in the sensitivity analysis."

Technically, that means:

- Null Hypothesis: "There is no association between the rankings (original and the simulated ones) under analysis for the specified significance level."
- Alternative Hypothesis: "There is association between the rankings (original and the simulated ones) under analysis for the specified significance level."

Select the significance Level (α): 0.05 (?)

The Null Hypothesis is: **Rejected**

- This indicates that there is correlation between the original ranking and the rankings obtained in the sensitivity analysis.

[Show more information about tau coefficient](#)

inct INSID CDSIP UFPE

Fonte: SAD do *FITradeoff* (2024)

4.4.2 Caso 2: Seleção de fornecedores

O caso 2 diz respeito a um problema de seleção de fornecedores numa indústria alimentar abordado por Frej *et al.* (2017). O problema tem 5 alternativas e 7 critérios. O quadro 8 apresenta a matriz de consequências para este problema.

Quadro 8 – Matriz de Consequências de Frej *et al.* (2017)

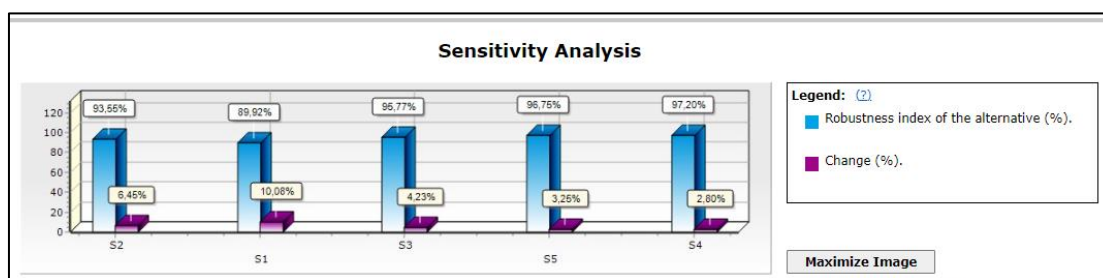
ALTERNATIVAS	Preço	Frete	Precisão	Rapidez	Qualidade	Tempo de espera	Flexibilidade
FORNECEDOR 1 (S1)	7,44	1	0,9	0,9	1	45	2
FORNECEDOR 2 (S2)	6,43	1	0,9	1	1	45	1
FORNECEDOR 3 (S3)	4,38	0,5	0,8	0,8	0,8	45	3
FORNECEDOR 4 (S4)	0,69	0,7	1	0,95	0,75	63	5
FORNECEDOR 5 (S5)	0,69	1	1	1	0,75	45	4

Fonte: Adaptado de Frej *et al.* (2017)

A solução original obtida para este problema ao aplicar o método *FITradeoff* foi $S2 > S1 > S3 > S5 > S4$. Ao iniciar o processo de AS, o decisor define primeiro quais critérios devem variar e em seguida a magnitude da variação nas consequências para cada critério. Para fins ilustrativos, foi considerada uma variação de $\pm 10\%$ nos valores das consequências de todos os critérios para o processo de simulação de *Monte-Carlo* na primeira fase do processo de AS. Mas valores diferentes podem ser considerados para as variações dos *inputs*. Além disso, o decisor pode testar diferentes cenários, executando a AS múltiplas vezes para diferentes níveis de variação nos dados de entrada.

A Figura 18 apresenta os resultados obtidos nas simulações realizadas na primeira fase do processo de AS, que revela um índice de robustez muito elevado para todas as alternativas. Isto indica que a solução original obtida após a elicitación de preferências do decisor é robusta, ou seja, as posições das alternativas no *ranking* e suas relações de dominância não sofrem muitas alterações ao variar as consequências dos critérios em $\pm 10\%$. Um aspecto importante da nova proposta é que a visualização é de fácil interpretação, pois as barras azuis no gráfico indicam um alto nível de robustez da alternativa, quando um grande número de alternativas possui barras azuis, como na aplicação da Figura 18, isso indica que os resultados são robustos, ou seja, pouco sensíveis às variações que foram indicadas pelo decisor na AS.

Figura 18 – Resultados da Análise de Robustez para Frej *et al.* (2017)



Fonte: SAD do *FITradeoff* (2024)

Embora os resultados da Figura 18 já sejam bastante informativos indicando um alto nível de robustez, a realização do Teste de Correlação de Kendall (Segunda fase do processo de AS) é importante para verificar a significância estatística da correlação entre o *ranking* original obtido e os *rankings* obtidos nas instâncias de simulação da AS. A Figura 19 apresenta os resultados do Teste de Correlação de Kendall, no qual podemos observar que a hipótese nula de ausência de correlação entre os *rankings* foi rejeitada para um nível de significância de 0,05. Assim, percebe-se que existe uma correlação significativa entre o *ranking* original e os *rankings* gerados nas rodadas de simulação. Ou seja, os desvios encontrados nos *rankings* das simulações

não são estatisticamente significativos no nível de significância considerado. O valor do alfa foi então alterado para 0,01 e os resultados obtidos foram os mesmos: a hipótese nula foi rejeitada.

Figura 19 – Resultados do Teste de Kendall AS para Frej *et al.* (2017)

[Back to Sensitivity Analysis](#) **Kendall Test**

The Kendall correlation test aims to verify the similarity between the original ranking and the rankings obtained in the sensitivity analysis.

Hypothesis Test: (?)

► Null Hypothesis: "There is no association between the rankings (original and the simulated ones) under analysis for the specified significance level."

► Alternative Hypothesis: "There is association between the rankings (original and the simulated ones) under analysis for the specified significance level."

Select the significance Level (α): (?)

The Null Hypothesis is: **Rejected**

► The null hypothesis is rejected: This indicates that there is correlation between the original ranking and the rankings obtained in the sensitivity analysis.

[Show more information about tau coefficient](#)

Fonte: SAD do FITradeoff (2024)

4.4.3 Caso 3: *Priorização de Operações Policiais Especiais*

O caso 3 se trata de um problema de priorização de operações policiais especiais abordado por da Cunha *et al.* (2020). O problema tem 10 alternativas (operações policiais especiais a serem priorizadas num contexto de delegação regional) e 14 critérios. O quadro 9 apresenta a matriz de consequências, em que as alternativas são representadas pelos respectivos nomes das operações, detalhados em Cunha *et al.* (2020).

Quadro 9 – Matriz de Consequências de Cunha *et al.* (2020)

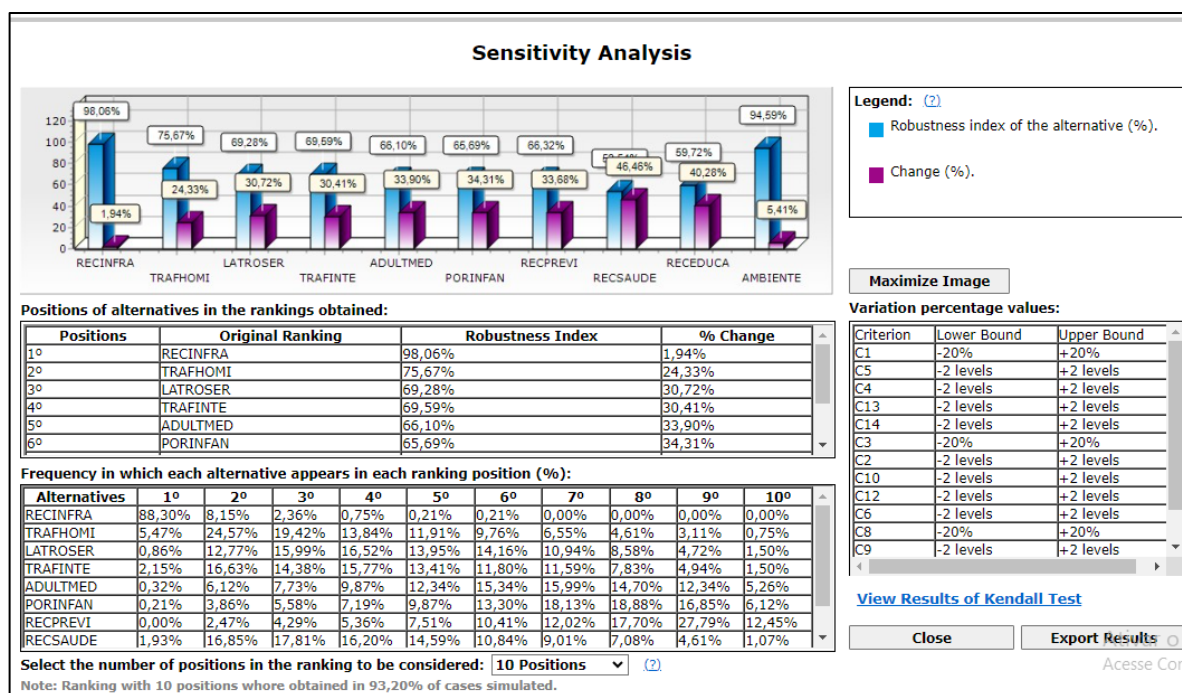
ALTERNATIVAS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
RECEUCA	10	4	2	1	2	1	5	5	3	3	1	1	5	4
RECSAUDE	5	3	8	1	4	5	1	3	2	3	1	5	4	3
RECINFRA	42,5	4	0	2	3	1	20	10	4	3	2	1	3	4
TRAFHOMI	0	4	6	1	3	3	7	0	2	4	4	1	4	2
PORINFAN	0	4	4	1	4	1	0	0	4	3	1	1	4	2
ENVIRONMENT	0	1	0	1	1	4	0	0	1	1	5	4	5	4
TRAFINTE	0	4	4	1	3	3	15	0	4	5	1	3	4	3
RECPREVI	1,3	3	0	4	3	1	1	1	2	2	2	1	4	1
ADULTMED	0	4	4	1	2	5	0	0	4	2	1	2	5	2
LATROSER	0	4	5	1	4	1	0	0	1	3	5	1	5	1

Fonte: Adaptado de Cunha *et al.* (2020)

O ranking original obtida pela aplicação do método *FITradeoff* foi *RECINFRA* > *TRAFHOMI* > *LATROSER* > *TRAFINTE* > *ADULTMED* > *PORINFAN* > *RECPREVI* > *RECSAUDE* > *RECEDUCA* > *AMBIENTE*.

Para todos os critérios naturais foi considerada uma variação de $\pm 10\%$, enquanto uma variação de 2 níveis foi considerada para todos os critérios construídos. Esses níveis de variação foram escolhidos arbitrariamente para fins ilustrativos. Após a aplicação do novo protocolo de AS neste problema, observa-se que as alternativas são moderadamente sensíveis a variações (Figura 20). É possível perceber uma expressão significativa das barras roxas – que representam o índice de sensibilidade – no sentido de que os resultados parecem ter uma ligeira variação. Além disso, ao analisar a segunda tabela de resultados, que mostra o percentual de casos de simulação em que cada alternativa aparece em cada posição, percebe-se claramente que os resultados não são muito estáveis neste caso, uma vez que as posições das alternativas mudam bastante. Porém, para analisar a significância estatística dessa variação, deve-se realizar o teste de correlação de Kendall a partir da segunda fase do processo de AS.

Figura 20 – Resultados da Análise de Robustez para Cunha *et al.* (2020)



Fonte: SAD do *FITradeoff* (2024)

As Figuras 21 e 22 mostram os resultados do teste de correlação de Kendall para alfa igual 0,01 e 0,05, respectivamente. Os desvios no *ranking* não são considerados estatisticamente significativos para um alfa de 0,05 (Figura 21), mas se for considerado um

valor de alfa de 0,01 (Figura 22), esses desvios são significativos, ou seja, o *ranking* original não tem correlação com o *ranking* dos simulados. Testar a hipótese de correlação para diferentes níveis de significância é importante sempre que as variações de posições das alternativas parecem relativamente altas, como mostram as Figuras 21 e 22. Nesse sentido, podemos dizer que o teste de robustez da primeira etapa em si não é suficiente, nesse caso, para indicar se os resultados são ou não robustos. Portanto, cabe destacar mais uma vez que o teste de correlação de Kendall complementa a análise de robustez, pois mostrou que para um valor alfa de 0,01 a hipótese nula não foi rejeitada, indicando que não há correlação significativa entre os *rankings* neste nível de significância, porém, ao relaxar o teste com um alfa de 0,05 o teste indica que há ligeira correlação entre os *rankings*.

Figura 21 – Resultados do teste de Kendall com nível de significância de 0,01 para Cunha *et al.* (2020)

[Back to Sensitivity Analysis](#)

Kendall Test

The Kendall correlation test aims to verify the similarity between the original ranking and the rankings obtained in the sensitivity analysis.

Hypothesis Test: (?)

► Null Hypothesis: " There is no association between the rankings (original and the simulated ones) under analysis for the specified significance level."

► Alternative Hypothesis: " There is association between the rankings (original and the simulated ones) under analysis for the specified significance level."

Select the significance Level (α): (?)

The Null Hypothesis is: **Not Rejected**

► The null hypothesis is not rejected: This indicates that there is no correlation between the original ranking and the rankings obtained in the sensitivity analysis.

[Show more information about tau coefficient](#)

Fonte: SAD do FITradeoff (2024)

Figura 22 – Resultados do teste de Kendall com nível de significância de 0,05 para Cunha *et al.* (2020)

[Back to Sensitivity Analysis](#)

Kendall Test

The Kendall correlation test aims to verify the similarity between the original ranking and the rankings obtained in the sensitivity analysis.

Hypothesis Test: [\(?\)](#)

► **Null Hypothesis:** "There is no association between the rankings (original and the simulated ones) under analysis for the specified significance level."

► **Alternative Hypothesis:** "There is association between the rankings (original and the simulated ones) under analysis for the specified significance level."

Select the significance Level (α): [\(?\)](#)

The Null Hypothesis is: Rejected

► The null hypothesis is rejected: This indicates that there is correlation between the original ranking and the rankings obtained in the sensitivity analysis.

[Show more information about tau coefficient](#)

Fonte: SAD do FITradeoff (2024)

Na segunda fase do processo de AS implementado, o decisor pode facilmente alterar o valor do *alfa*, e assim obter o resultado do teste de hipótese imediatamente, podendo-se perceber que o módulo utiliza a flexibilidade e interatividade do SAD FITradeoff. A possibilidade de alteração do nível de significância do teste estatístico permite ao decisor ter uma melhor compreensão dos *rankings* obtidos no processo de simulação de *Monte-Carlo* e até que ponto eles realmente variam em relação ao *ranking* original.

4.5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os três casos mostrados na seção anterior ilustram de que modo o novo protocolo desenvolvido neste estudo otimizou o processo de AS do método FITradeoff e como é possível avaliar os *rankings* obtidos através da análise de robustez para esta problemática.

No caso 1 foi possível ilustrar a correção realizada na interface de determinação dos limites de variações dos *inputs* nas simulações da AS e como o novo protocolo desenvolvido tornou a AS mais coerente com relação a problemática de *ranking*. É possível observar que o processo de AS ficou mais intuitivo, onde a maior parte do processo de AS ocorre internamente no algoritmo do SAD, requerendo do decisor apenas a indicação dos limites de variações das consequências nos critérios (na primeira fase) e o nível de significância do teste de hipótese (na

segunda fase), de modo que é possível realizar alterações desses dados e navegar entre as duas fases sempre que for necessário, recebendo novos resultados de forma instantânea. Isso confere maior interatividade e flexibilidade ao método *FITradeoff*.

Para o caso 2: seleção de fornecedores apresentado por Frej *et al.* (2017), os resultados da simulação realizada na primeira fase do protocolo AS mostraram um alto índice de robustez para todas as alternativas. Isto sugere que a solução original obtida é robusta como um todo; ou seja, as relações de dominância originais das alternativas não mudam muito, com alterações nas variações dos valores dos *inputs* (variação de $\pm 10\%$ nos valores das consequências de todos os critérios). Além disso, a aplicação do Teste de correlação de Kendall forneceu base estatística para esta inferência, tornando os resultados mais confiáveis para o decisor, uma vez que o teste mostra que há correlação com o *ranking* original e os simulados nas instâncias da AS, para todos os níveis de significância;

Para o caso 3: o problema de da Cunha *et al.* (2020), uma situação oposta aparece ao executar a AS. Algumas alternativas apresentam um alto índice de sensibilidade, o que significa que as relações de dominâncias mudariam de acordo com as variações indicadas pelo decisor nos valores das consequências. Nesses casos a aplicação do teste de correlação de Kendall (segunda fase) é particularmente importante, uma vez que de acordo com o índice de robustez das alternativas são moderadamente sensíveis a variações. O Teste de Kendall auxilia fornecendo uma conclusão estatisticamente significativa para a correlação (ou ausência dela) entre o *ranking* obtido na solução principal e os *rankings* obtidos nas instâncias da AS. O que não pode ser inferido por si só, na análise de robustez (primeira fase). No teste de Kendall, o decisor tem a flexibilidade para escolher o valor do nível de significância (alfa) que considera adequado para o problema, a fim de ter base para avaliar os resultados obtidos.

Também vale ressaltar que na segunda fase, os resultados podem ser diferentes para diferentes valores de alfa. Como aconteceu no caso 3. Por exemplo, ao decisor escolher alfa 0,01, o resultado do teste indica que não há correlação entre os *rankings* para o nível de significância escolhido, uma vez que a hipótese nula não foi rejeitada. Em outras palavras, isso quer dizer que as variações entre o *ranking* original e os *rankings* das simulações da AS são estatisticamente significativas. Por outro lado, se o valor de alfa for definido em 0,05, os resultados mudam. O teste mostra que existe correlação para este nível de significância. Ou seja, aumentar o nível de significância aumenta a probabilidade de rejeição da hipótese nula, gerando o erro tipo I: Rejeitar a hipótese nula se a mesma for falsa.

Dessa maneira, pode-se afirmar que estabelecer níveis de significância mais baixos é uma maneira de ser mais rigoroso com relação a hipótese nula. Em situações como a de da

Cunha *et al.* (2020), que apresenta índices de sensibilidade das alternativas relativamente altos, é altamente recomendável considerar níveis de significância mais baixos para obter resultados mais fidedignos com relação ao grau de correlação entre os *rankings*.

Portanto, considerar diferentes níveis de alfa no teste de hipótese demonstra a importância de escolher o nível de significância apropriado para o problema – e até mesmo experimentar valores diferentes. Isso fornece *insights* sobre a estabilidade (ou sensibilidade) do modelo de decisão sob diferentes condições.

Ressalta-se que o decisor também pode considerar diferentes cenários para magnitude das variações nos valores das consequências, optando por variar apenas um critério de cada vez, ou um subconjunto de critérios, ou até mesmo todos os critérios ao mesmo tempo experimentando diferentes magnitudes de variações para diferentes critérios. É altamente recomendável que a decisão experimente, de fato, diferentes cenários com diferentes limites de variações nos critérios, uma vez que os resultados da AS podem variar dependendo dos valores obtidos nestas variações.

Para definir adequadamente os parâmetros de entrada da AS, é sempre importante considerar a natureza dos critérios analisados. Por exemplo, em alguns casos, faz sentido variar as consequências para certos tipos de critérios, mas critérios que não são passíveis de sofrer variações em seus valores não devem ser alterados na AS. Como no Caso 1 onde não faz sentido variar o critério “Distância”, que não sofre variações de acordo com a localização das escolas avaliadas. Dessa maneira, para critérios deste tipo, variações nas consequências na AS não são adequadas, uma vez que não sofrerão alterações em situações da vida real reais. Porém, para outros critérios (por exemplo, “Quantidade de alunos matriculados”, “Estrutura” e “Nível de ensino”), as consequências estão passíveis de variações, devido à diversos aspectos da realidade. A quantidade de alunos matriculados altera ano após ano a depender do nível de evasão escolar ou do número de adesão. A classificação da estrutura e o nível de ensino também alteram a medida em que surge a necessidade de ampliação das escolas. Dessa maneira, é absolutamente recomendável que consequências de tais critérios sejam alterados na AS para que o decisor possa obter uma medida de robustez dos resultados considerando todas as possíveis variações nos valores das consequências.

Outra questão que é importante discutir aqui, é o motivo pelo qual o protocolo desenvolvido para a AS do *FiTradeoff* não levar em consideração variações nos valores dos pesos dos critérios, mas apenas nos valores das consequências. Primeiramente é importante lembrar que o método *FiTradeoff* é um método de informação parcial, portanto, não considera valores exatos para os pesos dos critérios. Em vez disso, é considerada uma faixa de valores

para cada peso de critério, que é obtido acordo com as informações de preferência fornecidas pelo decisor. As declarações de preferência dadas pelo decisor no processo de elicitación derivam desigualdades na forma das Equações (1), (3), (4) e (5) que são mostradas na Seção 2. Essas desigualdades formam um espaço sob o qual é possível obter um limite inferior e um limite superior para cada valor das constantes de escala dos critérios. O *ranking* final obtido na solução do *FITradeoff* é válido para todos os vetores de pesos dentro dessas faixas, ou seja, dentro do espaço de pesos compatíveis com as declarações de preferência do decisor. Quando é realizada a simulação de *Monte-Carlo* na primeira fase do protocolo de AS desenvolvido, o novo *ranking* para cada instância de simulação é gerado sob as restrições que formam o espaço de pesos, ou seja, o novo *ranking* gerado a cada instância de simulação já considera uma variação nos valores das constantes de escala dos critérios, mas dentro dos seus limites superiores e inferiores compatíveis com o espaço final de pesos obtido na elicitación das preferências. Em resumo, estão sendo consideradas implicitamente variações de pesos, de acordo com os limites obtidos no espaço de pesos que representa a preferência do decisor. Esta variação é de fato muito mais confiável, pois considera todos os vetores de peso possíveis compatíveis com as preferências do decisor, na obtenção dos *rankings* simulados.

5 CONCLUSÕES

Neste capítulo serão apresentadas as conclusões finais do estudo, obtidas a partir de análises no desenvolvimento de um novo protocolo de AS para o método *FITradeoff* e em seguida são mostradas sugestões para trabalhos futuros e questões que faltam ser investigadas e exploradas.

Neste estudo, foi possível desenvolver e apresentar uma nova abordagem para a Análise de Sensibilidade na problemática de *ranking* e critérios construídos para o método *FITradeoff*, podendo servir como base para outros métodos de informação parcial, possibilitando verificar consistentemente a robustez dos resultados fornecidos através da utilização do método. A realização de uma AS é uma etapa crucial nos modelos MCDM/A, pois permite aos decisores avaliarem as soluções obtidas e compreender melhor os efeitos das variações dos *inputs* nos resultados obtidos. Este trabalho aborda um tema considerado uma lacuna na literatura relacionada ao método *FITradeoff*, uma vez que, apesar de sua ampla utilização em aplicações práticas para resolução de problemas de decisão multicritério sob informação parcial, há poucos estudos anteriores a respeito do seu processo de AS. Assim, este trabalho consiste em um aprimoramento metodológico em um método MCDM tão amplamente aplicado, tornando-o mais completo na análise da estabilidade dos resultados.

O novo protocolo de AS desenvolvido neste estudo foi incorporando ao SAD do *FITradeoff*, que se encontra disponível através do link www.cdsid.org.br/fitradeoff. Porém, mesmo que o foco desse estudo tenha sido direcionado ao método multicritério *FITradeoff*, a contribuição do modelo desenvolvido neste estudo vai além do método *FITradeoff*, pois aborda o desafio de conduzir um AS sob a condição de informação parcial, ou seja, considerando a possibilidade de ter *rankings* incompletos. Portanto, o protocolo proposto pode ser aplicado a outros métodos de informação parcial do MCDM/A, trazendo uma ampla contribuição para a área de apoio à decisão.

A abordagem proposta visa apoiar a análise da robustez da solução original de forma flexível e interativa como sugere o método *FITradeoff*, com o adicional de confiabilidade. A flexibilidade está embutida no processo, permitindo que o decisor navegue entre as fases da AS, podendo avançar e retornar a qualquer momento, testando vários cenários e obtendo uma melhor compreensão do problema, usando a AS como base para identificar os pontos mais sensíveis e outros aspectos importantes na interpretação do problema e da solução obtida. A interatividade do processo se deve ao fato do decisor poder fornecer os dados de entrada de forma bastante intuitiva e os resultados serem exibidos a cada interação, de forma que esta

característica do SAD *FITradeoff* também seja mantida no protocolo de AS. Finalmente, a confiabilidade da abordagem proposta, uma vez que há a incorporação de um teste estatístico de correlação que permite verificar a significância estatística dos resultados fornecidos, sob diferentes níveis de significância.

A implementação das melhorias apresentadas neste trabalho, uma vez que aprimora o método *FITradeoff* que é fortemente recomendado na tomada de decisões complexas, ajuda na eficiência e na produtividade das organizações, o que impacta positivamente na economia como um todo.

Vale destacar que as melhorias metodológicas implementada a partir deste trabalho impacta no ponto de vista social, uma vez que a realização de uma AS adequada e consistente, resultam em análises mais seguras, com decisões mais acertadas também nos serviços públicos, melhorando o bem estar coletivo.

Outro importante aspecto onde estas melhorias causam impactos positivos são nas questões ambientais, uma vez que o método se torna mais completo e confiável para apoiar no tratamento de forma abrangente problemas ecológicos e de desenvolvimento sustentável, podendo auxiliar decisões importantes no âmbito empresarial e governamental.

Para estudos futuros, outras problemáticas do método *FITradeoff* deverão ser abordadas nos termos da proposta de AS, como as problemáticas de portfólio e classificação. Diferentes modelos matemáticos para encontrar uma recomendação levam à necessidade de desenvolver e adaptar o protocolo AS de maneira adequada. Além disso, permitir a realização de variações nos valores dos pesos (constantes de escala) fora dos limites do espaço de pesos obtidos na elicitação também deve ser considerada como um recurso adicional que o decisor possa avaliar a solução obtida.

REFERÊNCIAS

- Athanassopoulos, A. D., & Podinovski, V. V. Dominance and potential optimality in multiple criteria decision analysis with imprecise information. *Journal of the Operational research Society*, v. 48, n. 2, p. 142-150, 1997.
- Belton, V. and Stewart, T. J. *Multiple Criteria Decision Analysis: An Integrated Approach*. Springer Science & Business Media, 2002.
- Burmann, C., García, F., Guijarro, F., & Oliver, J. Ranking the Performance of Universities: The Role of Sustainability. *Sustainability*, v. 13, n. 23, p. 13286, 2021.
- Cavallaro, F., & Ciraolo, L. A multicriteria approach to evaluate wind energy plants on an Italian island. *Energy policy*, v. 33, n. 2, p. 235-244, 2005.
- Causil, O. M. M., & Morais, D. C. Food supplier sorting model for strategic supply chain sustainable development. *Business Strategy and the Environment*, v. 32, n. 7, p. 4103-4118, 2023.
- Carvalho, R. C. L. C., Roselli, L. R. P., & Figueira, J. R. ASSIGNING PRIORITIES FOR RAW MATERIAL OF A LARGE PET FOOD PRODUCER IN THE CONTEXT OF SUPPLY DISRUPTION. *Pesquisa Operacional*, v. 43, p. e263605, 2023.
- Choi, K., e Marden, J. (1998). A multivariate version of Kendall's τ . *Journal of Nonparametric Statistics*, 9(3), 261-293.
- Cyreno, M. W., & Roselli, L. R. P. APPLICATION OF THE FITRADEOFF METHOD IN A PORTFOLIO PROBLEM IN THE CONTEXT OF REVERSE LOGISTICS FOR WHOLESALE. *Pesquisa Operacional*, v. 43, p. e263604, 2023.
- Czekajski, M., Wachowicz, T., & Frej, E. A. Exploring the combination of holistic evaluation and elicitation by decomposition in FITradeoff: prioritizing cultural tourism products in Poland. *Pesquisa Operacional*, v. 43, p. e263454, 2023.

Daher, S. D. S. D., & de Almeida, A. T. The use of ranking veto concept to mitigate the compensatory effects of additive aggregation in group decisions on a water utility automation investment. *Group Decision and Negotiation*, v. 21, p. 185-204, 2012.

Da Cunha, C. P. C. B., de Miranda Mota, C. M., de Almeida, A. T., Frej, E. A., & Roselli, L. R. P. Applying the FITradeoff method for aiding prioritization of special operations of Brazilian federal police. In: *Innovation for Systems Information and Decision: Second International Meeting, INSID 2020, Recife, Brazil, December 2–4, 2020, Proceedings 2*. Springer International Publishing, 2020. p. 110-125.

De Almeida, A. T. *Processo de decisão nas organizações: construindo modelos de decisão multicritério*. Editora Atlas SA, 2013.

De Almeida, A. T., Cavalcante, C. A. V., Alencar, M. H., Ferreira, R. J. P., de Almeida-Filho, A. T., & Garcez, T. V. *Multicriteria and multiobjective models for risk, reliability and maintenance decision analysis*. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2015.

De Almeida, A. T., de Almeida, J. A., Costa, A. P. C. S., & de Almeida-Filho, A. T. A new method for elicitation of criteria weights in additive models: Flexible and interactive tradeoff. *European Journal of Operational Research*, v. 250, n. 1, p. 179–191, 1 abr. 2016.

De Almeida, A. T., Frej, E. A., & Roselli, L. R. P. Combining holistic and decomposition paradigms in preference modeling with the flexibility of FITradeoff. *Central European Journal of Operations Research*, v. 29, p. 7-47, 2021.

de Assis, A. G., Dos Santos, A. F. A., Dos Santos, L. A., da Costa, J. F., Cabral, M. A. L., & de Souza, R. P. Classification of medicines and materials in hospital inventory management: a multi-criteria analysis. *BMC Medical Informatics and Decision Making*, v. 22, n. 1, p. 325, 2022.

De Macedo, P. P., de Miranda Mota, C. M., & Sola, A. V. H. Meeting the Brazilian Energy Efficiency Law: A flexible and interactive multicriteria proposal to replace non-efficient motors. *Sustainable cities and society*, v. 41, p. 822-832, 2018.

De Moraes Correia, L. M. A., da Silva, J. M. N., dos Santos Leite, W. K., Lucas, R. E. C., & Colaço, G. A. A multicriteria decision model to rank workstations in a footwear industry based on a FITradeoff-ranking method for ergonomics interventions. *Operational Research*, v. 22, n. 4, p. 3335-3371, 2022.

Dos Santos, L. A., Dos Santos, A. F. A., de Assis, A. G. Model to support intervention prioritization for the control of *Aedes aegypti* in Brazil: a multi-criteria approach. *BMC Public Health*, v. 22, n. 1, p. 932, 2022.

Frazão, T. D., Santos, A. F. D., Camilo, D. G., da Costa Júnior, J. F., & de Souza, R. P. Priority setting in the Brazilian emergency medical service: a multi-criteria decision analysis (MCDA). *BMC Medical Informatics and Decision Making*, v. 21, n. 1, p. 151, 2021.

Frej, E. A., de Almeida, A. T., & Costa, A. P. C. S. Using data visualization for ranking alternatives with partial information and interactive tradeoff elicitation. *Operational Research*, v. 19, p. 909-931, 2019.

Frej, E. A., Ekel, P., & de Almeida, A. T. A benefit-to-cost ratio-based approach for portfolio selection under multiple criteria with incomplete preference information. *Information sciences*, v. 545, p. 487-498, 2021.

Frej, E. A., Moraes, D. C., & de Almeida, A. T. Negotiation support through interactive dominance relationship specification. *Group Decision and Negotiation*, p. 1-30, 2022.

Frej, E. A., Roselli, L. R. P., Araújo de Almeida, J., & de Almeida, A. T. A multicriteria decision model for supplier selection in a food industry based on FITradeoff method. *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2017, p. 1-9, 2017.

Gouveia, W. F., Souza, P. H. G. e Frej, E. A. PROPOSTA DE MELHORIA NA ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO MÉTODO FITRADEOFF. *Anais do LV SBPO*. São José dos Campos, SBPO v 55, 2023.

Hamurcu, M., e Eren, T. Electric bus selection with multicriteria decision analysis for green transportation. *Sustainability*, v. 12, n. 7, p. 2777, 2020.

Juanpera, M., Domenech, B., Ferrer-Martí, L., García-Villoria, A., & Pastor, R. Methodology for integrated multicriteria decision-making with uncertainty: Extending the compromise ranking method for uncertain evaluation of alternatives. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 434, p. 135-158, 2022.

Kang, T. H. A., Júnior, A. M. D. C. S., & de Almeida, A. T. Evaluating electric power generation technologies: A multicriteria analysis based on the FITradeoff method. *Energy*, v. 165, p. 10-20, 2018.

Kang, T. H. A., Frej, E. A., & de Almeida, A. T. Flexible and interactive tradeoff elicitation for multicriteria sorting problems. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, v. 37, n. 05, p. 2050020, 2020.

Keeney, R. L. e Raiffa, H. *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*. Cambridge University Press, 1993.

Keeney, R. L. *Value-focused thinking: A path to creative decisionmaking*. Harvard University Press, 2009.

Kendall, M. & Gibbons, J. D. *Rank Correlation Methods*. Oxford University. Nova York: Fifth Edition, 1990.

Marques, A. C., Frej, E. A., & de Almeida, A. T. Multicriteria decision support for project portfolio selection with the FITradeoff method. *Omega*, v. 111, p. 102661, 2022.

Medeiros, C. P., Alencar, M. H., e de Almeida, A. T. (2017). Multidimensional risk evaluation of natural gas pipelines based on a multicriteria decision model using visualization tools and statistical tests for global sensitivity analysis. *Reliability Engineering & System Safety*, 165, 268-276.

Oliveira, R. S. M. D., Morais, D. C., & Siebert, J. Developing and evaluating new alternatives for urban mobility: a case study of a brazilian city. *Pesquisa Operacional*, v. 43, p. e263440, 2023.

Opon, J., & Henry, M. A multicriteria analytical framework for sustainability evaluation under methodological uncertainties. *Environmental Impact Assessment Review*, v. 83, p. 106403, 2020.

Podinovski, V. V. A DSS for multiple criteria decision analysis with imprecisely specified trade-offs. *European journal of operational research*, v. 113, n. 2, p. 261-270, 1999.

Poleto, T., Clemente, T. R. N., de Gusmão, A. P. H., Silva, M. M., & Costa, A. P. C. S. Integrating value-focused thinking and FITradeoff to support information technology outsourcing decisions. *Management Decision*, v. 58, n. 11, p. 2279-2304, 2020.

Ribeiro, M. L. S., Roselli, L. R. P., Frej, E. A., de Almeida, A. T., & Morais, D. C. Using the FITradeoff method to solve a shopping mall location problem in the northeastern countryside of Brazil. *Control and Cybernetics*, v. 50, n. 1, p. 109-126, 2021.

Rico Lugo, S. D., Du, B., Almeida, J. A. D., & Nishino, N. A circular food economy multicriteria decision problem based on the FITradeoff method. *Pesquisa Operacional*, v. 43, n. spe1, p. e263528, 2023.

Rodrigues, A. J. D. S., Cavalcante, C. A. V., & Alberti, A. R. A multicriteria model to support the selection of inspection service providers based on the delay time model. *International Transactions in Operational Research*, v. 30, n. 6, p. 3554-3577, 2023.

Rodriguez, J., Kang, T., Frej, E., & De Almeida, A. T. Decision-making in the purchase of equipment in agricultural research laboratories: a multiple-criteria approach under partial information. *Decision Science Letters*, v. 10, n. 4, p. 451-462, 2021.

Rodríguez, J. M. M., Frej, E. A., Kang, T. H. A., & Almeida, A. T. D. Outsourcing laboratory services from a colombian agricultural research company using the fitradeoff method under multiple stakeholders analysis. *Pesquisa Operacional*, v. 43, p. e258518, 2023.

Salo, A. A., & Hämäläinen, R. P. Preference assessment by imprecise ratio statements. *Operations Research*, v. 40, n. 6, p. 1053-1061, 1992.

Santos, A. G., Pessôa, L. A. M., Mota, C. M. D. M., & Frej, E. A. A fitradeoff-based approach for strategic decisions on military budget. *Pesquisa Operacional*, v. 43, p. e262789, 2023.

Schramm, V. B., Damasceno, A. C., & Schramm, F. Supporting the choice of the best-fit agile model using fitradeoff. *Pesquisa Operacional*, v. 43, p. e264750, 2023.

Vincke, P. Exploitation of a crisp relation in a ranking problem. *Theory and Decision*, v. 32, p. 221-240, 1992.

Weber, M. Decision making with incomplete information. *European journal of operational research*, v. 28, n. 1, p. 44-57, 1987.

Więckowski, J., & Sałabun, W. Sensitivity analysis approaches in multi-criteria decision analysis: A systematic review. *Applied Soft Computing*, p. 110915, 2023.

Whittemore, R., & Knafl, K. The integrative review: updated methodology. *Journal of advanced nursing*, v. 52, n. 5, p. 546-553, 2005.

Wolters, W. T. M., & Mareschal, B. Novel types of sensitivity analysis for additive MCDM methods. *European Journal of Operational Research*, v. 81, n. 2, p. 281-290, 1995.

Zanazzi, J. F., Zanazzi, J. L., & Pontelli, D. Priorization of improvement actions in industrial production: application of the FITradeoff method to order improvement actions identified through the failures modes and effects analysis (FMEA). *Pesquisa Operacional*, v. 43, n. spe1, 2023.