UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CAMPUS AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA-LICENCIATURA

JÉSSICA LIMA AVELINO DA SILVA

UMA ANÁLISE DAS ATIVIDADES DO JOGO MATIX NA ABORDAGEM DE OPERAÇÕES ADITIVAS ENVOLVENDO NÚMEROS INTEIROS SOB A ÓTICA DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO (TAD)

Caruaru
2024

JÉSSICA LIMA AVELINO DA SILVA

UMA ANÁLISE DAS ATIVIDADES DO JOGO MATIX NA ABORDAGEM DE OPERAÇÕES ADITIVAS ENVOLVENDO NÚMEROS INTEIROS SOB A ÓTICA DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO (TAD)

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Matemática-licenciatura do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau de bacharel/licenciado em Matemática.

Área de concentração: Matemática

Orientador (a): Valdir Bezerra dos Santos Júnior

Caruaru

2024

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Silva, Jéssica Lima Avelino da .
UMA ANÁLISE DAS ATIVIDADES DO JOGO MATIX NA ABORDAGEM DE OPERAÇÕES ADITIVAS ENVOLVENDO NÚMEROS INTEIROS SOB A ÓTICA DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO (TAD) / Jéssica Lima Avelino da Silva. - Caruaru, 2024.
82 : il., tab.

Orientador(a): Valdir Bezerra dos Santos Júnior
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Matemática - Licenciatura, 2024.
Inclui referências, apêndices.

1. Matix. 2. Números Inteiros. 3. Teoria Antropológica do Didático. I. Santos Júnior, Valdir Bezerra dos . (Orientação). II. Título.

510 CDD (22.ed.)

JÉSSICA LIMA AVELINO DA SILVA

UMA ANÁLISE DAS ATIVIDADES DO JOGO MATIX NA ABORDAGEM DE OPERAÇÕES ADITIVAS ENVOLVENDO NÚMEROS INTEIROS SOB A ÓTICA DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO (TAD)

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Matemática-licenciatura do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau de bacharel/licenciado em Matemática.

Aprovado em: 18/12/2024

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. Dr. Valdir Bezerra dos Santos Júnior (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

____

Profª. Drª. Cristiane de Arimatéa Rocha (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

____

Prof. Mestre. Fred Charles de Alves Brito (Examinador Externo)
Secretaria de Educação de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

A jornada até aqui foi longa, cheia de desafios e conquistas, e eu não poderia deixar de expressar minha gratidão a todos que me acompanharam neste caminho.

Agradeço primeiramente a Deus, por ser minha luz nos momentos de escuridão, por me fortalecer quando eu mais precisava e por nunca permitir que eu desistisse dos meus sonhos. Cada conquista foi guiada por sua mão, e sou imensamente grata por cada passo que dei com sua bênção.

Ao meu pai, Geneci, que, com seu trabalho incansável como caminhoneiro, enfrentou as estradas para garantir que nada nos faltasse em casa. Mesmo tendo concluído apenas o 7º ano do ensino fundamental, ele me ensinou lições que nenhuma escola poderia ensinar: a força do trabalho duro, da honestidade e do sacrifício.

À minha mãe, Lúcia, dona de casa e coração da nossa família, que concluiu o ensino médio e dedicou sua vida a cuidar de mim e do meu irmão. Mãe, seu amor, sua paciência e seu cuidado constante nos momentos mais simples e nos mais difíceis fizeram toda a diferença. Você sempre esteve ao nosso lado, garantindo que tivéssemos o melhor, mesmo quando isso exigiu renúncias suas.

Ao meu irmão mais velho, Genésio, que sempre foi meu exemplo, meu protetor, meu amigo. Você foi a primeira pessoa da nossa família a entrar em uma universidade federal, abrindo caminhos e mostrando que é possível sonhar alto. Obrigado por acreditar em mim e me inspirar a seguir em frente, mesmo quando os desafios pareciam grandes demais.

À minha segunda família, que encontrei na UFPE, os Números Amigáveis: Mirian, Emerson, Edgar, Victor, Cícera, Thalita, Eduarda e Aurélio. Vocês tornaram essa caminhada mais leve, mais divertida e, acima de tudo, inesquecível. A amizade de vocês foi um dos maiores presentes que recebi nessa trajetória.

Ao meu orientador, Valdir, que mesmo com a urgência aos meus prazos após a aprovação no mestrado, me ofereceu todo o apoio necessário, sempre com ética e profissionalismo. Sua orientação foi fundamental para que eu pudesse concluir esta etapa com segurança e qualidade.

Ao LEMAPE, onde descobri minha identidade docente e minha paixão por jogos educacionais. Desde o meu primeiro dia de aula em 2020, me encantei pelo Laboratório e este lugar me proporcionou experiências que moldaram minha

trajetória acadêmica. Encerrar esta etapa com a apresentação do TCC aqui é como fechar um ciclo onde tudo começou.

A caminhada foi difícil, mas hoje, ao olhar para trás, vejo que cada desafio valeu a pena. E, acima de tudo, vejo que jamais estive sozinha. A todos vocês, meu eterno muito obrigada!

“A matemática é o alfabeto no qual Deus escreveu o universo”.

Galileu Galilei (1564-1642).

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo identificar nas situações vivenciadas no jogo Matix, atividades para o ensino das operações de adição e subtração no conjunto dos números inteiros. Nos apoiamos teoricamente nas ideias da Teoria Antropológica do Didático (TAD), mais especificamente na noção de praxeologia, como ferramenta de análise. O jogo Matix é explorado como uma metodologia ativa capaz de promover a aprendizagem por meio de situações vivenciadas no jogo e exploradas por meio de atividades derivadas A pesquisa realizada é de natureza qualitativa e os métodos utilizados remetem a pesquisas do tipo exploratória e documental. A partir da análise da identificação das atividades podemos verificar a possibilidade de 15 tipos de tarefas distintas, evidenciando o potencial didático do Matix em estimular a resolução de problemas e a tomada de decisões estratégicas. Além disso, podemos verificar que as atividades seguem as habilidades exigidas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o 7° ano.

Palavras-chave: Matix; Números Inteiros; Teoria Antropológica do Didático

ABSTRACT

This work aims to identify, in situations experienced in the Matix game, activities for teaching addition and subtraction operations in the set of integers. We theoretically rely on the ideas of the Anthropological Theory of Didactics (TAD), more specifically on the notion of praxeology, as an analysis tool. The Matix game is explored as an active methodology capable of promoting learning through situations experienced in the game and explored through derived activities. The research carried out is qualitative in nature and the methods used refer to exploratory and documentary research. From the analysis of the identification of activities, we can verify the possibility of 15 different types of tasks, highlighting the didactic potential of Matix in stimulating problem solving and strategic decision-making. Furthermore, we can verify that the activities follow the skills required by the National Common Curricular Base (BNCC) for the 7th year

Keywords: Matix; Whole Numbers; Anthropological Theory of Didactics

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Durante minhas experiências como estagiária de Matemática na rede municipal de ensino, tive a oportunidade de acompanhar de perto a dinâmica das salas de aula de diversas turmas, identificando desafios nos 7°, 8° e 9° anos do ensino fundamental. Um desafio em particular chamou minha atenção devido a ser uma dificuldade comum nesses anos letivos.

A observação da alta recorrência da dificuldade em operar com números números inteiros, principalmente em relação às operações de adição e subtração deste conjunto, nos alertou o quão pode ser prejudicial utilizar técnicas de memorização nos processos de ensino e aprendizagem.

Na operação de adição, a técnica de memorização que costuma ser enunciada é “Sinais iguais: some os números e conserve o sinal". Sinais diferentes: conserve o sinal do maior número e subtrai.” e na operação multiplicativa “menos com menos é mais”, “mais com menos é menos”. Tais técnicas parecem gerar incompreensão entre os alunos, pois os mesmos não sabem como nem em quais situações utilizar estas técnicas, além de confundir as regras de adição com a de multiplicação.

Diante desta observação, verificamos a necessidade de buscar possíveis estratégias que minimizem a falta de compreensão dos estudantes em relação às operações no conjunto dos números inteiros. A ideia para buscar solução ao problema foi compreender um pouco mais sobre a utilização de metodologias ativas, que pudessem despertar o interesse e a curiosidade pelo assunto e assim conseguir superar a falta de compreensão dos alunos. Segundo Camas e Brito (2017), podemos afirmar que por meio de metodologias ativas:

> Intenciona-se, com sua aplicação, favorecer a autonomia do estudante, despertar a curiosidade e estimular tomadas de decisões individuais e coletivas, advindas das atividades essenciais da prática social e nos contextos do estudante (Camas; Brito, 2017, p.314).

Há diversas metodologias ativas, tais como gamificação, estudo de caso, sala de aula invertida, ensino híbrido, entre outras (Moran, 2018). A escolhida para desenvolvimento no trabalho foi a de utilização de jogos, por tornar o processo de aprendizagem mais divertido, lúdico e envolvente, contribuindo para uma maior participação e concentração em sala de aula (Pereira, 2013). Segundo Ribeiro:

> Os jogos são ferramentas que tem potencialidades para o desenvolvimento do pensamento matemático, proporcionando para o aluno, criatividade e autonomia, para viabilizar o ensino que resulte em uma aprendizagem significativa (Ribeiro, 2009, p.38)

Considerando as potencialidades do jogo como recurso de ensino, vislumbramos no jogo Matix a possibilidade de utilizá-lo para ajudar no ensino das operações do conjunto dos números inteiros. O Matix é um jogo utilizado para estimular o raciocínio lógico e o cálculo mental entre os alunos, por meio de táticas, proporcionando um melhor desempenho na aprendizagem de números inteiros por meio das operações básicas: soma e subtração.

De acordo com Smole, Diniz e Milani (2007), o cálculo com expressões numéricas é desenvolvido no jogo Matix, permitindo a aprendizagem de cálculos mentais com os números inteiros. Segundo Grando (2004), o Matix tem valia no quesito estratégia. Neste contexto, fica claro que um dos papéis desse jogo, é incentivar o aluno a pensar nas possibilidades de jogadas, levantando hipóteses de jogadas.

> Os jogos de estratégia favorecem a construção e a verificação de hipóteses. As possibilidades de jogo são construídas a partir dessas hipóteses que vão sendo elaboradas pelos alunos. Quando o aluno executa uma jogada, leva em conta o universo das possibilidades existentes para aquela jogada. Nesse processo, quanto mais o aluno analisa, executa e toma decisões sobre as possibilidades, coordenando as informações que ele vai obtendo no jogo, melhor ele se torna, pois é capaz de enxergar as várias possibilidades (raciocínio combinatório). A análise de possibilidades favorece também a previsão e/ou antecipação no jogo (Grando, 2004, p. 82).

Abordando o cenário de estratégias e a possibilidade de elaborar hipóteses, em cada rodada o estudante pode ficar mais apto a realizar cálculos mentais e operações entre as fichas, entendo que números negativos são uma péssima escolha, e que sua jogada pré-determina a fileira de jogada do próximo jogador.

Dessa forma, diante das motivações que encontramos na nossa atuação enquanto estagiária na educação básica e a possibilidade que o jogo Matix proporciona enquanto recurso para o ensino das operações de adição e subtração do conjunto dos números inteiros, chegamos ao nosso questionamento de pesquisa: *Quais atividades podem ser extraídas de situações vivenciadas no jogo Matix para o ensino das operações de adição e subtração no conjunto dos números inteiros?* Buscando responder a nossa questão de pesquisa, temos objetivo geral da pesquisa: Identificar nas situações vivenciadas no jogo Matix, atividades para o ensino das operações de adição e subtração no conjunto dos números inteiros. E como objetivos específicos: Analisar praxeologicamente as atividades propostas a partir das situações vivenciadas no jogo Matix; categorizar as possibilidades didáticas de atividades extraídas de situações do jogo Matix.

Para alcançar o objetivo desta pesquisa, o trabalho foi estruturado em oito capítulos, complementados pelos tópicos destinados à introdução e às referências bibliográficas. No primeiro capítulo, abordamos os obstáculos didáticos relacionados ao ensino e à aprendizagem do conjunto dos números inteiros. Além disso, analisamos os seis obstáculos epistemológicos destacados na obra Epistemologia dos Números Relativos, de Glaeser (1985), com o objetivo de compreender as origens das dificuldades associadas a esse conteúdo.

No segundo capítulo, apresentamos as habilidades exigidas para o ensino dos números inteiros com base nos Documentos Curriculares oficiais, destacando a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e os Parâmetros Curriculares do Estado de Pernambuco.

No terceiro capítulo, evidencia a relevância das metodologias ativas, com ênfase no uso de jogos, como ferramenta pedagógica essencial para superar os obstáculos enfrentados no processo de aprendizagem. No capítulo quatro, são expostas as regras e o funcionamento do jogo desenvolvido nesta pesquisa: o jogo Matix. Nesse contexto, explica-se de forma clara e objetiva como o jogo é iniciado, as etapas que compõem seu desenvolvimento e as condições que determinam sua finalização.

Já no capítulo seguinte, são apresentadas noções fundamentais da Teoria Antropológica do Didático (TAD), tais como o conceito de objeto (O), pessoa (X), instituição (I) e relação (R), conceitos importantes para a abordagem metodológica. Em relação à abordagem metodológica, está localizada no capítulo seis, onde são apresentados os critérios e procedimentos utilizados para a análise dos dados coletados ao longo do estudo.

A interpretação dos dados obtidos está contida no capítulo sete. Nele é apresentada a análise referente ao caderno do Mathema e às atividades propostas pela autora. Por fim, no capítulo oito, expomos as considerações finais acerca da pesquisa, além de possíveis contribuições da utilização do jogo matix para o ensino dos números inteiros.

2 OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS DO CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

Com o propósito de dar embasamento teórico e cumprir os objetivos desta pesquisa, realizamos, inicialmente, a busca de pesquisas científicas na literatura acadêmica referentes ao ensino e aprendizagem dos números inteiros. Mais precisamente, buscamos compreender o cenário de pesquisas que traziam discussões sobre obstáculos enfrentados ao ensinar o conjunto dos números inteiros. Acreditamos que compreender os obstáculos pode nos ajudar a classificar as atividades extraídas ou criadas a partir das situações do jogo Matix.

De acordo com Brousseau (2007), o obstáculo refere-se a um conjunto de dificuldades relacionadas a um determinado conhecimento, que foi adaptado para uma situação ou condição específica. Ao surgir um novo cenário, e com ele, a necessidade de mudanças, este conhecimento adquirido anteriormente se torna um obstáculo, porque o indivíduo resiste às mudanças do conhecimento pré-estabelecido.

Brousseau (2007) diferencia o erro do obstáculo. Para o autor, o erro é um instrumento de construção no ato de aprendizagem. O erro até certo ponto conduz ao acerto, entretanto em determinado instante do processo se torna inconciliável e inadaptável ao conhecimento, transformando-se assim em um obstáculo.

Para Brousseau, podemos considerar dois tipos de obstáculos: o didático e o epistemológico. Os obstáculos didáticos estão intrinsecamente ligados à abordagem pedagógica do professor e à metodologia por ele selecionada durante o desenvolvimento da aula, pois “parecem depender apenas de uma escolha ou de um projeto do sistema educativo” (Brousseau, 1983, p. 176). Esses impedimentos podem surgir quando a estratégia de ensino não é totalmente adequada às características dos alunos, quando há lacunas na compreensão dos conceitos por parte dos estudantes ou quando a comunicação entre o educador e a turma não é eficaz.

Em outro caminho temos os obstáculos epistemológicos, Machado (2008) define obstáculo epistemológico como:

> Um obstáculo de origem epistemológica é verdadeiramente constitutivo do conhecimento, é aquele pelo qual não se pode escapar e que se pode, em princípio, encontrar na história do conceito. Pode-se utilizá-lo tanto para analisar a gênese histórica de um conhecimento como o ensino ou a evolução espontânea do aluno (Machado, 2008, p.123)

Logo, essa origem epistemológica não retrata um obstáculo momentâneo, e sim algo enraizado na trajetória escolar do estudante, da turma na qual ele está inserido, ou até mesmo na própria bagagem histórica do conceito. Este tipo de obstáculo é difícil de ser superado, pois perpassa ao longo do tempo, sendo-lhe dada uma atenção inadequada e, por vezes, insuficiente. Tal negligência, por sua vez, pode comprometer a abordagem e aprendizagem eficaz de outros conteúdos curriculares.

Considerando que todo estudante possui conhecimentos prévios adquiridos em sua vida pessoal ou acadêmica, é crucial que o docente proponha maneiras alternativas de ensino que despertem o interesse e superem estes obstáculos, promovendo uma aprendizagem significativa.

2.1 OBSTÁCULOS NOS NÚMEROS INTEIROS

Em relação aos obstáculos epistemológicos do conjunto de números inteiros, se destaca a obra Epistemologia dos Números Relativos de Glaeser (1985), a qual foi publicada originalmente na Recherches en Didactique des Mathématiques, no ano de 1981. Baseando-se nesta obra, podemos destacar seis obstáculos epistemológicos relacionados ao conceito de números inteiros, os quais serão citados e detalhados a seguir:

2.1.1 Inaptidão para manipular quantidades negativas isoladas

Refere-se à rejeição de matemáticos, como Diofanto, a quantidades negativas, desta forma, o número não positivo (ou não número) era tratado como algo que está em falta. Esta rejeição está marcada desde a origem do uso de números inteiros da história, pode-se citar o exemplo dos séculos XVI e XVII, muitos matemáticos europeus não aceitavam os números negativos e, caso esses números aparecessem em seus cálculos, eles consideravam-nos falsos ou impossíveis. Pode-se citar desta época, o matemático Michael Stifel o qual se recusou a admitir números negativos como raízes de uma equação, chamando-lhes de "numeri absurdi", cujo significado no latim é número absurdo.

Por meio de Diofanto, através de sua obra “Aritmética” discorreu implicitamente de um enunciado para explicar operações multiplicativas com números inteiros utilizado até os dias de hoje em sala de aula “Menos multiplicado por menos é mais e menos por mais é menos" (Diofanto, 2007, p. 22). Entretanto, em nenhum momento de sua obra, Diofanto apresentou uma justificativa para este enunciado. Ele apenas a usava nos cálculos intermediários e não aceitava as raízes negativas na solução das equações quadráticas (Boyer, 2010).

2.1.2 Dificuldades de dar sentido às quantidades negativas isoladas

Nossa experiência cotidiana muitas vezes envolve quantidades tangíveis e positivas. Quando lidamos com números negativos, estamos falando de conceitos abstratos que não têm uma representação física direta na maioria dos casos. Isso pode dificultar a compreensão intuitiva. Essas abstrações estão ligadas a outros conceitos, em uma série de relações já existentes. Se o conceito não é relacionado a uma rede de informação, não faz sentido e logo é descartado da mente.

Piaget (1952) sugeriu que as crianças não têm maturidade mental para aprender conceitos matemáticos abstratos apresentados somente por meio de palavras ou símbolos e precisam de muitas experiências com materiais concretos e desenhos para que a aprendizagem ocorra efetivamente. Já as teorias de Skemp (1987) apud Moyer (2001) sustentaram a crença de que as experiências e interações dos estudantes com objetivos físicos formavam a base para a aprendizagem posterior no nível abstrato.

Essas teorias evidenciam a importância da utilização de materiais manipulativos, a fim de representar de forma concreta os conceitos matemáticos que são abstratos. Assim, os estudantes interligam estes conceitos a algo concreto, facilitando o processo de aprendizagem.

2.1.3 Dificuldade de homogeneização da reta numérica

A reta numérica é um importante instrumento matemático de representação gráfica dos números reais utilizado em livros didáticos e em sala de aula para ordenar, estimar a posição dos números e para realizar operações, no qual cada ponto corresponde a um número real, distribuídos de maneira ordenada e consecutiva. Sendo a reta numérica considerada como uma ferramenta didática, várias pesquisas têm vindo a demonstrar que o desempenho dos alunos em tarefas básicas com a reta numérica é problemático (Teppo & Heuvel-Panhuizen, 2013).

Como ferramenta pedagógica fundamental, a compreensão da reta numérica é imprescindível tanto para os estudantes quanto para os professores, estes últimos desempenhando um papel central na disseminação do conhecimento matemático. A falta de domínio dessa ferramenta pode resultar em dúvidas e obstáculos na compreensão de conceitos inter-relacionados, como o conjunto dos números inteiros.

Dessa maneira, a reta numérica desempenha um papel fundamental ao integrar uma variedade de conjuntos, abrangendo números reais, naturais, inteiros, racionais e irracionais. Ela se revela como um meio crucial para a representação numérica e a realização de cálculos pelos estudantes. Contudo, surge uma desafiadora tarefa de harmonização, dado que é necessário ajustar a reta numérica para acomodar todos esses conjuntos e suas distintas formas de representação.

De acordo com as ideias de Freudental (1973), a reta numérica deve ser "apresentada no sentido vertical, pelo motivo das representações naturais dos termômetros, nível do mar e diversos instrumentos de medida que são visualizados nesta posição" (Freudental,1973 apud Borba, 1993, p.121).

2.1.4 Ambiguidade dos dois zeros (zero absoluto e zero origem)

O conceito de zero abrange uma diversidade de significados, cada um moldado pelo contexto em que é aplicado em sala de aula. De acordo com o Dicionário Aurélio, o zero apresenta o seguinte significado: 1.Cardinal dos conjuntos vazios. Sm. 2.Ponto inicial da escala da maioria dos instrumentos de medição. 3.Pessoa ou coisa sem valor. (Minidicionário Aurélio, 2024).

Entretanto, este elemento pode ter seu sentido atribuído em quatro âmbitos distintos, a depender do contexto no qual está inserido. No âmbito da contagem, o zero assume o papel de cardeal de um conjunto vazio, transcende a definição comum de número natural e revela-se como um elemento discreto impregnado de "quantidade". Este significado só se consolidou na história da matemática após a axiomatização de Peano no século XIX.

Ao se transformar em valor posicional, o zero representa as ordens vazias, manifestando-se como algarismo e continuando a ser um portador intrínseco de "quantidade". Sua presença remonta às civilizações antigas, babilônias, maias, chinesas e hindus, evidenciando sua importância transcultural.

Na esfera operatória, o zero se revela como o elemento neutro da adição, anulando o produto em uma multiplicação, permanece indeterminado, sempre impregnado de "quantidade". Os babilônios foram pioneiros na utilização pragmática desse conceito, destacando sua relevância histórica e funcionalidade matemática.

Por fim, quando visto como origem, o zero adquire uma natureza contínua, emergindo como um elemento crucial na unificação da reta numérica no campo dos números reais. Esta perspectiva, impregnada de "qualidade", foi sistematizada por Dedekind no século XIX na definição fundamental do número real, revelando a profundidade filosófica e conceitual por trás desse número aparentemente simples. Todo conceito carrega consigo uma bagagem histórica e cultural, formada a partir das percepções individuais de cada sujeito ao longo de sua trajetória de vida, segundo Fontana:

> Os conceitos não são analisados como categorias intrínsecas da mente, nem como reflexo da experiência individual, mas sim como produtos históricos e significantes da atividade mental mobilizada a serviço da comunicação, do conhecimento e da resolução de problemas. E, como tal, os conceitos têm história. Eles carregam consigo as marcas e as contradições do momento histórico em que se desenvolveram e se consolidaram, os movimentos de re-elaboração e de re-articulação no jogo das forças sociais. Marcas que estão impressas na própria palavra (Fontana, 2000, p.13).

A abrangência de diversos conceitos em uma única palavra, o zero, tende a confundir os estudantes, tendo em vista que cada estudante interpreta essa palavra de forma única e diferente, o que pode dificultar a compreensão completa do seu significado em sala de aula e nas suas aplicações em atividades relacionadas aos números inteiros.

2.1.5 A estagnação no estágio das operações concretas. E a dificuldade de afastar-se de um sentido "concreto" atribuído aos seres numéricos

Jean Piaget formulou uma teoria que compreende quatro estágios no desenvolvimento cognitivo humano, os quais variam de acordo com a idade de cada indivíduo ao longo de sua vida. Para Piaget (1970), o processo de construção das representações mentais pelas crianças está intrinsecamente ligado ao estágio de maturação e desenvolvimento mental em que se encontram. À medida que essas crianças vivenciam e acumulam experiências ao longo de suas vidas, elas se dedicam a analisar as discrepâncias entre o mapa mental que elaboraram e a sua realidade.

Os estágios estão divididos em: Estágio Sensório-motor, etapa pré-operacional, estágio das operações concretas e por fim, estágio de operações formais. É importante ressaltar que as idades apresentadas para cada estágio são apenas médias. Assim sendo, podem variar de um sujeito para outro, de acordo com seu meio social e o grau de inteligência, mas a ordem dos estágios é a mesma para todos os indivíduos (Ferraciolli, 1999).

Focaremos no estágio das operações concretas, pois o mesmo corresponde a faixa etária dos sete aos doze anos de idade aproximadamente, grupo etário condizente com os anos finais do ensino fundamental, o estudante aprende vários conhecimentos, como a capacidade de consolidar as conservar o número, substância, volume e peso, ou seja, se começa a lidar com conceitos matemáticos.

O estágio das operações concretas é fundamental para o desenvolvimento do raciocínio lógico e operacional da criança, adquirindo maturidade necessária para lidar de acordo com regras. As principais operações assimiladas neste estágio das operações concretas são a classificação e a seriação, e em seguida ocorrem a multiplicação lógica e compensação simples. Essas três operações permitirão que a criança resolva problemas de forma mais sistemática.

As operações infralógicas e lógicas são características marcantes neste estágio de desenvolvimento, baseado em conceitos tangíveis, pois ainda não está inteiramente formada a capacidade de abstração, a qual acontece apenas na faixa etária posterior, geralmente a partir dos doze anos de idade, no período operatório formal. Dessa forma, a compreensão do conceito de números inteiros torna-se difícil de ser assimilada neste estágio, por se tratar de um conceito abstrato, provoca uma certa resistência ao não ser atribuída e relacionada a uma experiência concreta.

2.1.6 O desejo de fazer funcionar um bom modelo aditivo para o domínio multiplicativo

Entre as operações com o conjunto dos números inteiros, a multiplicação de inteiros negativos e positivos é a operação com maiores dificuldades enfrentadas pelos estudantes para o seu domínio. Estas dificuldades também são vivenciadas pelo professor durante a abordagem desta operação. Para Kline (1976), associar as regras de multiplicação a situações concretas e do cotidiano é uma maneira crucial para o convencimento e entendimento dos alunos, no que se refere à utilidade dessas operações em situações-problema. De acordo com Kline (1976, p. 191):

> Uma apresentação bem conhecida, baseada em ganhos e perdas, pode convencer os estudantes. Concordemos que, se um homem lida com dinheiro, um ganho será representado por um número positivo e a perda por um número negativo. Igualmente, o tempo no futuro será representado por um número positivo e no passado por um número negativo. Podemos agora usar números negativos para calcular o aumento ou diminuição na riqueza de um homem. Assim, se ele ganhar cinco dólares por dia, daí a três dias estará com quinze dólares. Em símbolos (+5).(+3) = 15. Se perde cinco dólares, então daí a três dias estará com uma perda de quinze dólares. Em símbolos (- 5).(+3) = - 15. Se ganha cinco dólares por dia, então três dias atrás estava quinze dólares mais pobre. Em símbolos (+5).(-3) = -15. Finalmente, se perde cinco dólares por dia, então três dias atrás estava quinze dólares mais rico. Em símbolos (-5).(-3) = 15.

Geralmente ao iniciar o ensino dos números inteiros, costuma-se utilizar duas regras de memorização, a primeira regra é utilizada para o princípio multiplicativo “menos com menos é mais”, “mais com menos é menos”, entretanto no princípio aditivo, estabelece-se outra regra “Sinais iguais, soma e conserva o sinal. Sinais diferentes, subtrai e conserva o sinal do maior”.

Ao reproduzir essas técnicas de memorização, de maneira totalmente tradicional e sem contextualização, isso distancia a matemática aprendida na escola com a vivenciada no dia-dia, impactando diretamente no aprendizado do aluno, pois ao se deparar com situações e contextos diversos que requerem a utilização dos princípios dos números inteiros, ficam presos às regras de memorização e não sabem distingui-las, resultando assim no erro (Santos; França. 2007)

3 O ENSINO DO CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS NOS DOCUMENTOS CURRICULARES OFICIAIS

O objetivo deste tópico é explorar as orientações postas pelos documentos oficiais para o ensino do conjunto dos números inteiros. Nosso foco será expor as indicações realizadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o currículo vigente do estado de Pernambuco.

Segundo o Ministério da Educação (MEC) a BNCC é um documento normativo que define o conjunto de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. Seu principal objetivo é ser a balizadora da qualidade da educação no País por meio do estabelecimento de um patamar de aprendizagem e desenvolvimento a que todos os alunos têm direito (Brasil, 2018, p. 7).

Foi analisada a terceira versão da BNCC, publicada em 2018, versão mais recente do documento de acordo com os termos da Lei nº 13.005/2014, a qual promulgou o Plano Nacional de Educação (PNE), contando com a colaboração dos Estados, Distrito Federal e Municípios.

As áreas de conhecimento previstas pela BNCC são Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza e Ciências Humanas. Cada área de conhecimento está subdividida em unidades temáticas correspondentes a cada ano de escolarização e competências a serem desenvolvidas.

Focaremos na área de Matemática, que está subdividida em cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam e articulam as habilidades a serem desenvolvidas durante o Ensino Fundamental, são elas: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística.

Conforme estabelecido pela BNCC (Brasil, 2018, p. 264), a unidade temática números "tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico", esse desenvolvimento culmina na habilidade de interpretar e construir argumentos baseados em quantidades. No processo de formulação do conceito de número para o estudante, torna-se essencial explorar as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, pois estes conceitos são noções cruciais para ampliação dos campos numéricos. Se referindo ao Ensino Fundamental Anos Finais, pela BNCC, a expectativa é que:

> (...) os alunos resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais, com seus

> diferentes significados, e utilizando estratégias diversas, com compreensão dos processos neles envolvidos (Brasil, 2018, p. 265).

Destaca-se a importância da habilidade de “reconhecer, comparar e ordenar números reais, com apoio da relação desses números com pontos na reta numérica” (Brasil, 2018, p. 265). Nesse contexto, é essencial o docente instruir o uso e compreensão da reta numérica, pois é um instrumento pedagógico capaz de integrar todos os conjuntos numéricos e suas diversas representações. O uso da reta numérica fornece uma representação visual e intuitiva dos números reais, isso ajuda os alunos a visualizarem os conjuntos e a relação entre diferentes números de maneira intuitiva, desenvolvendo habilidades de comparação e ordenação.

Cada unidade temática é subdividida em objetos de conhecimento, representando os conteúdos, conceitos e processos cuidadosamente organizados em diferentes segmentos. Esses objetos de conhecimento viabilizam uma abordagem multidisciplinar, sendo aplicados através do desenvolvimento de conjuntos específicos de habilidades. Desta forma, as habilidades referem-se aos conhecimentos essenciais que propiciam o pleno desenvolvimento das competências relacionadas a cada unidade temática.

O objeto de conhecimento, Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações, está localizado na unidade temática Números do 7° ano do Ensino Fundamental. Este objeto de conhecimento subdivide se em duas habilidades pela BNCC:

Quadro 1- Habilidades associadas ao objeto de conhecimento números inteiros

(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.
(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros (BNCC, pg.261)

Fonte: Brasil, 2018.

Considerando as orientações locais para o ensino de matemática, temos o currículo de Pernambuco. Este documento foi desenvolvido com a ampla participação de vários profissionais da educação, tais como: gestores, coordenadores, professores, abrangendo a rede estadual, redes municipais, escolas particulares, autarquias municipais, universidades públicas e privadas. Esse processo de desenvolvimento envolveu a realização de seminários presenciais e a condução de consultas públicas online.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de nove anos trazem a seguinte definição para currículo “experiências escolares que se desdobram em torno do conhecimento, permeadas pelas relações sociais, articulando vivências e saberes dos estudantes com os conhecimentos historicamente acumulados e contribuindo para construir as identidades dos educandos” (Resolução CNE/CEB no. 7/2010, p.3). Todavia, os Parâmetros Curriculares de Pernambuco definem Currículo “como sendo um conjunto de conhecimentos, habilidades e competências” (Pernambuco, 2012, p. 23).

Os Parâmetros Curriculares do Estado de Pernambuco, fundamentam-se nos princípios estabelecidos pela BNCC para a Educação Infantil e Ensino Fundamental, assim como os dispositivos legais que direcionam as políticas educacionais nacionais.

O módulo Ensino Fundamental – Matemática está subdividido assim como a BNCC nas seguintes unidades temáticas: Geometria, Estatística e Probabilidade, Álgebra, Grandezas e Medidas e Números.

A unidade temática Números nos anos finais do ensino além da finalidade de desenvolver o pensamento numérico, propõe uma abordagem de ampliação dos números naturais para o ensino dos números inteiros, desenvolvendo o conceito baseado na realidade dos estudantes “Situações que o estudante encontra em seu contexto social devem ser tomadas como ponto de partida para a apresentação dos números inteiros.” (Pernambuco, 2018, p. 384)

Conforme a Etnomatemática defendida por D'Ambrósio (1998), como arte ou técnica de explicar, de entender, de se desempenhar na realidade dentro de um contexto cultural próprio. Dessa forma, a Etnomatemática se torna essencial à medida em que fornece potencial pedagógico ao correlacionar as situações cotidianas de determinados grupos sociais com a matemática. Assim, assuntos que seriam considerados desinteressantes, despertam a curiosidade e o estímulo por aprender.

Ainda de acordo com o currículo (Pernambuco, 2018), as regras das operações com esses números não devem ser apresentadas prontas e acabadas, mas pela observação de regularidades e aplicação das propriedades dos números naturais. Atualmente, o ensino de matemática se baseia em regras desconexas e métodos mecânicos de memorizar, copiar e recitar fórmulas, de modo que os estudantes não saibam como nem em quais situações utilizá-las, ao invés de estimular a criatividade e a resolução de problemas do aluno, essa abordagem mecânica pode gerar desinteresse e desmotivação, resultando em uma compreensão superficial dos conceitos matemáticos.

Um estudo do Instituto de Estatística da Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e a Cultura (Unesco), feito entre 2005 e 2007 em escolas primárias de 11 países da América Latina, da Ásia e da África, revela que o Brasil é um dos líderes na utilização de métodos mecânicos. “63,8% das classes repetem sentenças. 64,2% recitam tabelas e fórmulas” (Revista Nova Escola, n. 214, 2008, p. 28).

Um exemplo dado pela Revista da ineficácia da utilização das regras e técnicas de memorização são as regras de multiplicação:

> A tabuada é a mesma do tempo em que você era aluno e, provavelmente, tinha de decorá-la. O conteúdo era tão valorizado que as listas de multiplicações apareciam estampadas nos lápis e na contracapa dos cadernos. Mesmo assim, na hora de usar esse conhecimento, muitas vezes os valores sumiam da memória, não é mesmo? Prova de que as práticas tão consolidadas de memorização pela repetição não são eficazes (Revista Nova Escola, n. 248, 2011, p. 37).

Da mesma forma como se observa com os números inteiros, a aplicação de expressões e métodos de memorização, como "menos com menos é mais" e "mais com menos é menos" na multiplicação, assim como "sinais iguais somam e repetem o sinal" e "sinais diferentes subtraem e repetem o sinal do maior" na adição, frequentemente revela-se ineficaz e propensa a gerar confusão entre as operações. Isso acontece porque os estudantes muitas vezes tendem a memorizar essas regras sem desenvolver uma compreensão própria que lhes permita aplicar tais regras de maneira precisa e eficaz em diferentes contextos.

Ainda no currículo do estado de Pernambuco é possível observar que em relação à compreensão do conceito dos números inteiros, eles podem apresentar diferentes significados tais como medida, transformação e relação. Cada significado possui um contexto específico, por exemplo, no saldo bancário, nas localizações, nas medidas de temperatura, de altitude, dentre outras situações que podem ser exploradas em sala de aula (Pernambuco, 2018, p. 384). Assim, torna-se fundamental abordar a explicação de maneira abrangente, contemplando diversos contextos do cotidiano. Isso visa não apenas familiarizar o público com o conteúdo, mas também estabelecer um significado relevante para o número inteiro em questão.

O Parâmetro de Pernambuco evidencia duas habilidades no objeto de conhecimento: Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações. São estas: EF07MA03PE e EF07MA04PE inseridas para o ensino de números inteiros, observa-se que são as mesmas duas habilidades EF07MA03 e EF07MA04 referentes a BNCC, expostas no Quadro 1. A única diferença entre os dois parâmetros, é o Currículo Pernambucano incluir a educação financeira na abordagem de resolução e elaboração de problemas que envolvam números inteiros.

4 METODOLOGIAS ATIVAS E JOGOS

Segundo Oliveira e Zaluski, (2018, p. 7) uma estratégia de ensino eficaz para superar os obstáculos consistentes no processo de ensino-aprendizagem, é a implementação de metodologias ativas em sala de aula, as quais promovem uma participação ativa dos alunos, estimulam o pensamento crítico e contribuem significativamente para o desenvolvimento de habilidades práticas.

Esta tendência de ensino possui um contexto histórico, descrito por Mota e Rosa:

> As metodologias ativas surgiram na década de 1980 como alternativa a uma tradição de aprendizagem passiva, onde a apresentação oral dos conteúdos, por parte do professor, se constituía como única estratégia didática. Contrariamente ao ensino tradicional, as metodologias ativas procuram um ambiente de aprendizagem onde o aluno é estimulado a assumir uma postura ativa e responsável em seu processo de aprender, buscando a autonomia, a autorregulação e a aprendizagem significativa. Estas metodologias envolvem métodos e técnicas que estimulam a interação aluno-professor, aluno-aluno e aluno-materiais/recursos didáticos e apostam, quase sempre, na aprendizagem em ambiente colaborativo, levando o aluno a responsabilizar-se pela construção do seu conhecimento (Mota e Rosa, 2018, p. 261).

Rompendo o método tradicional de ensino, na qual o professor é visto figura central e único detentor do conhecimento, e o estudante é apenas telespectador da aula, responsável por decorar regras e técnicas mecânicas. As metodologias ativas rompem essa barreira e se tornam agentes transformadores de ensino, o estudante se transforma no principal protagonista da aula, participando ativamente de forma criativa e autônoma na sua aprendizagem significativa e o professor o auxilia nesse processo com jogos, dinâmicas e discussões.

Conforme Berbel descreve:

> Neste contexto, o uso das metodologias ativas como processo de ensino e aprendizagem é um método inovador, pois se baseiam em novas formas de desenvolver o processo de aprendizagem, utilizando experiências reais ou simuladas, objetivando criar condições de solucionar, em diferentes contextos, os desafios advindos das atividades essenciais da prática social (Berbel, 2011, p. 25).

Nesse sentido, aplicar metodologias ativas e desenvolver atividades lúdicas por meio de jogos pode representar uma forma para efetivar a participação do aluno em sala de aula. Silva e Kodama (2004, p.6) dissertam que:

> O uso de jogos para o ensino, representa, em sua essência, uma mudança de postura do professor em relação ao o que é ensinar Matemática, ou seja, o papel do professor muda de comunicador de conhecimento para o de observador, organizador, consultor, mediador, interventor, controlador e incentivador da aprendizagem, do processo de construção do saber pelo aluno.

Em relação a metodologia de utilização de jogos no ambiente escolar há muitas vantagens para o processo de ensino e aprendizagem, pois o brincar é algo divertido para a criança. O jogo é uma atividade prática, Ide (2011, p.99), afirma:

> Por ser livre de pressões e avaliações cria um clima de liberdade, propício à aprendizagem e estimulando a moralidade, o interesse, a descoberta e a reflexão, propiciando o êxito através da experiência, pois é significativo e possibilita a auto-descoberta, a assimilação e a integração com o mundo por meio de relações e de vivências.

Há diversas justificativas para inserção de jogos em sala de aula, principalmente ao se referir às aulas de Matemática, pelos estudantes apresentarem maior dificuldade, o jogo é uma maneira de quebrar a barreira de dificuldade e chamar a atenção dos estudantes, conforme afirma Borin (2002):

> Um dos motivos para a introdução de jogos nas aulas de Matemática é a possibilidade de diminuir os bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem a matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação de jogo, onde é possível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem (Borin, 2002, p.9).

Entretanto, apesar de apresentar uma justificativa e muitas vantagens, muitos jogos são utilizados sem planejamento e sem relação com o conteúdo ministrado em sala de aula, além de ser desconexo com as atividades propostas, o que dificulta esta metodologia de atingir seus objetivos e auxiliar no processo de ensino, como é debatido por Grando (2000):

> Muitas vezes os educadores tentam utilizar jogos em sala de aula sem, no entanto, entender como dar encaminhamento ao trabalho, depois do jogo em si. Também, nem sempre dispõem de subsídios que os auxiliem a explorar as possibilidades dos jogos e avaliar os efeitos dos mesmos em relação ao processo ensino-aprendizagem da Matemática (Grando, 2000, p.20).

Levando ao contexto da tendência de jogos no ensino da Matemática, se tornam grandes precursores de aprendizagem, conforme Moura (1996) discute, o jogo e a resolução de problemas são vistos como formas de gerar conhecimento, contribuindo para a aprendizagem de conceitos matemáticos. Nesse contexto, o aluno é incentivado a desenvolver estratégias pessoais para enfrentar e solucionar os desafios que aparecem de forma inesperada, permitindo a criação de novas ideias e aprendizados, em vez de apenas seguir fórmulas.

> Desse modo, o jogo, na Educação Matemática, passa a ter o caráter de material de ensino quando considerado promotor de aprendizagem. A criança, colocada diante de situações lúdicas, aprende a estrutura lógica da brincadeira e, deste modo, aprende também a estrutura matemática presente (Moura, 1996, p.80).

Ainda de acordo com Moura (1996), ao analisar o jogo, o estudante é encorajado a refletir sobre as estratégias (intuitivas ou lógicas) que empregou durante as partidas e a avaliá-las. Essa reflexão impacta diretamente sua capacidade de resolver problemas. O processo acontece de forma inconsciente, uma vez que a análise do próprio raciocínio é uma exigência inerente ao jogo, permitindo que o jogador identifique jogadas equivocadas, entenda as variáveis envolvidas e busque alternativas para resolvê-las a tempo de vencer e gerar conhecimento.

Sob essa perspectiva, a análise que o aluno faz dos erros e acertos ao jogar ocorre de forma dinâmica e eficaz, promovendo a reflexão e a reconstrução dos conceitos matemáticos que estão sendo abordados. Assim, o professor pode avaliar e entender o progresso do raciocínio do estudante, além de enriquecer a interação entre discente e docente.

> Além disso, o professor deve estar consciente de que o inesperado e situações previsíveis poderão ocorrer em classe com seus alunos, estando atento para poder aproveitá-las da melhor maneira possível, explorando novas possibilidades do jogo com seus alunos, antes não imaginadas, contribuindo para a construção da autonomia, criticidade, criatividade, responsabilidade e cooperação entre os participantes. (Moura, 1996, p.74)

Assim, a aprendizagem por meio da utilização de jogos é fundamental para o estudante desenvolver o conhecimento acerca do conteúdo estudado. Tendo em vista que as situações simuladas pelo jogo possuem caráter pedagógico, justamente por serem cruciais para o desenvolvimento do conhecimento e seu raciocínio, esse pensamento intuitivo se torna uma das principais razões para aplicar esta metodologia em sala de aula.

Para que o estudante consiga ir além da mera fase de tentativa e erro, ou de jogar apenas por diversão, é essencial que o professor ofereça situações didáticas durante as partidas. Essas situações devem ser cuidadosamente elaboradas para incentivar a reflexão dos alunos, permitindo que eles analisem suas decisões, explorem diferentes estratégias, compreendam os conceitos abordados e as consequências de cada jogada. Ao integrar discussões e situações no contexto do jogo, o professor ajuda os estudantes a desenvolver um pensamento crítico e a aprofundar seu aprendizado, tornando essa experiência mais rica em seu processo de aprendizado.

> Neste método, cada hipótese/estratégia formulada, ou seja, cada jogada, desencadeia uma série de questionamentos como: Essa é a única jogada possível? Se houver outra alternativa, qual escolher e porque escolher esta ou aquela? Terminado o problema ou a jogada, quais os erros e porque foram cometidos?(Silva e Kodama, 2004, p.3)

As situações - problema fazem parte de todo o processo de aprendizagem, desafiando o aluno a observar e pensar sobre pontos que o professor considera importantes (Silva e Kodama, 2004). Normalmente, essas situações têm essas quatro características:

a) são fundamentados em momentos importantes do jogo;

b) apresentar um desafio ou uma escolha sobre qual ação realizar;

c) ajudar o aluno a entender melhor as regras e a estrutura do jogo;

d) têm como objetivo principal incentivar o aluno a refletir sobre suas ações no jogo, trazendo a importância de jogadas pensadas e não apenas do fator sorte.

Dessa forma, essas situações podem ser criadas de diferentes maneiras durante uma atividade ou jogo. Uma forma é através de perguntas orais, pedindo para os alunos expliquem suas decisões e jogadas. Ou ao recriar um momento específico do jogo e pedir que os alunos analisem o que poderia ser feito de diferente interligando com o conteúdo estudado.

O professor possui papel fundamental neste processo, e seu papel se diversifica ao aplicar esta metodologia, ao invés de ser apenas alguém que ensina, o professor passa a ter um papel mais diversificado e dinâmico. Ele se torna um observador atento, organizador das atividades, consultor para dúvidas, mediador entre os alunos, e incentivador do aprendizado. Além disso, ele intervém quando necessário e controla para garantir que o processo de aprendizagem esteja fluindo bem.

Durante o uso dos jogos, o professor interfere apenas em momentos estratégicos, como por meio de perguntas que ajudam os alunos a reverem suas ideias e hipóteses. A ideia da aplicação não é fornecer respostas prontas, mas sim estimular a reflexão e o pensamento crítico. O professor também pode apresentar desafios que levem os alunos a compensar suas estratégias ou promover a socialização das descobertas feitas pelos grupos, incentivando a troca de conhecimentos entre eles.

> O professor lança questões desafiadoras e ajuda os alunos a se apoiarem, uns nos outros, para atravessar as dificuldades. leva os alunos a pensar, espera que eles pensem, dá tempo para isso, acompanha suas explorações e resolve, quando necessário, problemas secundários (Silva e Kodama, 2004, p.5)

Assim, os autores discutem que o mais importante é que o foco seja sempre voltado para o processo de construção do conhecimento pelo próprio aluno. Nesse contexto, o professor não precisa oferecer diretamente uma resposta certa, pois o objetivo é criar um ambiente de aprendizagem que seja estimulante e colaborativo. Quando o aluno é incentivado a buscar suas próprias soluções, ele desenvolve uma série de habilidades importantes, como o pensamento crítico, a capacidade de análise e resolução de problemas.

Esse tipo de abordagem permite que o aluno aprenda não apenas através das respostas corretas, mas principalmente pelo caminho percorrido até chegar a elas. O erro passa a ser visto como parte fundamental do aprendizado, uma oportunidade para revisar conceitos, testar novas ideias e ajustar estratégias. Assim, o professor se posiciona como um guia e mediador, intervindo apenas quando necessário para estimular o raciocínio do aluno, fazendo perguntas que levem à reflexão e incentivando a troca de ideias entre os estudantes.

5 MATIX

O jogo Matix ainda é pouco explorado em pesquisas (Marco, 2004; Torres, 2003, 2005; Cavalcante, 2006), e não foram encontradas pesquisas que estudassem suas situações pedagógicas realizando uma análise fundamentada na Teoria Antropológica do Didático (TAD). Portanto, a escolha desse jogo se justifica por ser algo ainda pouco estudado e, além disso, por sua capacidade de oferecer uma oportunidade didática para observar os procedimentos e estratégias utilizadas pelos alunos em cada jogada, especialmente na contagem de pontos ao final do jogo.

Essas interações e estratégias dos estudantes desempenham um papel fundamental no desenvolvimento da compreensão dos conceitos relacionados ao conjunto dos números inteiros, especialmente na operação aditiva. Através do jogo, os alunos são desafiados a aplicar adição entre suas fichas de maneira prática e dinâmica, o que contribui para uma aprendizagem mais divertida e significativa do conceito de adição entre números inteiros.

Pouco se sabe sobre a origem exata do jogo. No entanto, conforme apontam Smole, Diniz e Milani (2007) em sua coleção de livros Mathema, ele teve origem na Alemanha, com o objetivo principal de apoiar o processo de generalização matemática. O jogo também visa promover o desenvolvimento do raciocínio, incentivando a busca por soluções, a formulação de hipóteses e a cooperação entre os estudantes.

> O cálculo com expressões numéricas que envolvem números inteiros é explorado neste jogo, possibilitando que os alunos aprendam a soma algébrica de números inteiros e desenvolvam o cálculo mental (Smole, Diniz e Milani, 2007, pg.59)

O jogo Matix é recomendado para crianças a partir de 12 anos, e para os 7° e 8° anos do Ensino Fundamental, pois envolve uma noção de números inteiros. No entanto, estudos de Marco (2004) e Torres (2003) mostraram que, mesmo sem conhecerem formalmente esse conceito, crianças de 8 a 10 anos compreendem como jogá-lo, por ser bastante intuitivo.

Em relação a sua estrutura, é um jogo de tabuleiro, o qual possui duas versões: na primeira versão o tabuleiro 8x8 é composto por sessenta e quatro casas e sessenta e quatro fichas, já em sua segunda versão o tabuleiro 6x6 possui trinta e seis casas e trinta e seis fichas.

Na Figura 1 se encontra um tabuleiro (6x6), retirado do livro do Mathema:

Figura 1- Tabuleiro Matix 6x6

CORINGA	−10	−10	−5	−5	−4
−3	−3	−2	−2	−1	−4
−1	+1	+1	+2	+2	+3
0	+3	+4	+4	+5	+5
0	0	+10	+10	+15	+8
+8	+7	+7	+5	+5	+6

Fonte: Smole, Diniz e Milani (2007, p.59)

A numeração das fichas do jogo pode variar, dependendo da escolha do professor, que tem a liberdade de organizá-las de acordo com os objetivos da atividade. No entanto, neste trabalho, seguimos a versão apresentada no Mathema, que define uma distribuição específica das fichas. Nesta versão, as fichas são organizadas de acordo com o Quadro 2

Quadro 2- Relação da quantidade de peças do jogo Matix

Quantidade de peças	“Número” escrito na peça
1	Coringa
2	-10
2	-5
2	-4
2	-3
2	-2

2	-1
3	0
2	+1
2	+2
2	+3
2	+4
4	+5
1	+6
2	+7
2	+8
2	+10
1	+15

Fonte: Smole, Diniz e Milani (2007, p.59)

O jogo deve ser jogado em dupla, ou em quarteto (dupla contra dupla) e começa com todas as fichas distribuídas aleatoriamente sobre as casas. Uma pessoa joga na direção horizontal (linhas) do tabuleiro e a outra, no sentido vertical (coluna). Após a decisão de quem inicia a partida, é feita a escolha do sentido em que cada um jogará.

Cada jogador deve retirar para si, um número da linha ou coluna do coringa (dependendo da direção que escolheu: vertical ou horizontal), colocando o coringa em cima do número retirado.

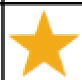
Em seguida, o próximo tirará um número da linha ou coluna (dependendo da direção escolhida) que o primeiro retirou o seu número e deixará o coringa no lugar, e assim consecutivamente.

O jogo termina quando todas as peças foram retiradas ou quando a peça coringa cair em uma linha ou coluna onde não há mais peças. Ao final, conta-se os pontos, adicionando todos os valores negativos e positivos de cada jogador. Ganha aquele que tiver o maior número de pontos após a soma dos números inteiros.

Para facilitar o entendimento das regras e do funcionamento do jogo, elaboramos um cenário hipotético que simula duas jogadas iniciais entre os jogadores A e B. Esse exemplo tem como objetivo mostrar como se inicia uma partida, permitindo que o leitor compreenda melhor a dinâmica do jogo desde o princípio.

O posicionamento das 36 fichas no tabuleiro é representado por uma disposição organizada em seis linhas verticais, identificadas na Figura 2 como L1, L2, L3, L4, L5 e L6, e seis colunas, nomeadas como C1, C2, C3, C4, C5 e C6. Cada interseção entre uma linha e uma coluna define uma posição específica de uma ficha, criando um grau de coordenadas que facilita a localização e o movimento no jogo.

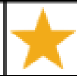
Figura 2- Disposição inicial do tabuleiro

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1	-5	2	-1	7	15	-5
L2	10	5	8	-3	10	5
L3	0	-10		0	2	-2
L4	1	8	-4	3	5	7
L5	-2	3	4	0	-10	1
L6	4	-4	5	-1	6	-3

Fonte: elaborada pela autora

Jogada 1: O jogador A para iniciar seu jogo, escolhe a direção vertical, a qual será sua orientação durante todo o jogo, e move o coringa da posição original (L3, C3) para a casa imediatamente acima, localizada em (L2, C3). A decisão de mover para essa posição específica foi baseada na classificação da casa, que oferece 8 pontos, sendo o maior valor naquela coluna disponível. Na figura 3, podemos observar a configuração do tabuleiro após o jogador A escolher a coordenada (L2; C3).

Figura 3 - Jogada 1

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1	-5	2	-1	7	15	-5
L2	10	5		-3	10	5
L3	0	-10		0	2	-2
L4	1	8	-4	3	5	7
L5	-2	3	4	0	-10	1
L6	4	-4	5	-1	6	-3

Fonte: elaborada pela autora

Após a primeira jogada teremos a jogada de número 2 a ser realizada pelo jogador B: Ele está de posse da direção horizontal, começando de onde o coringa foi deixado pelo jogador A (L2,C3). O jogador B tem duas melhores opções: (L2,C1) e (L2,C5), ambas valendo 10 pontos. No entanto, escolher a coluna 5 (C5) deixaria o oponente com a chance de ganhar 15 pontos. Por isso, a melhor escolha para o jogador B é (L2,C1), garantindo 10 pontos e desfavorecendo o adversário.

Figura 4 - Jogada 2

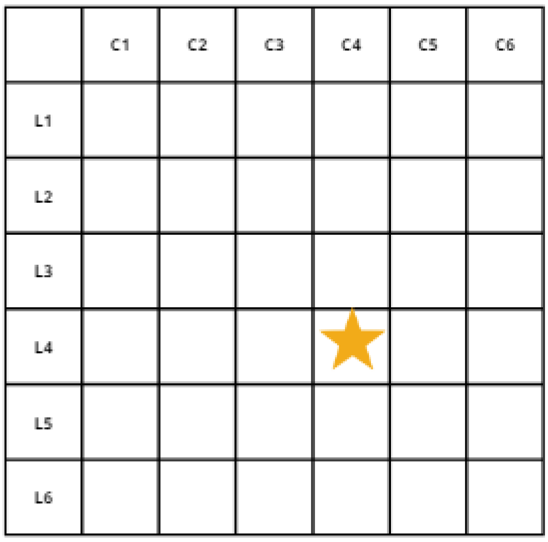
	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1	-5	2	-1	7	15	-5
L2		5		-3	10	5
L3	0	-10		0	2	-2
L4	1	8	-4	3	5	7
L5	-2	3	4	0	-10	1
L6	4	-4	5	-1	6	-3

Fonte: elaborada pela autora

Como podemos observar na figura 4, após a segunda jogada o coringa ficou posicionado em (L2, C1), continuaria com uma nova jogada do jogador A, alternando-as.

O jogo termina em duas situações: a primeira ocorre quando o tabuleiro não possui mais fichas. Nesse caso, cada jogador soma os pontos das suas fichas, e aquele com a maior pontuação vence o jogo.

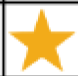
Figura 5- Fim de jogo (Situação 1)



Fonte: elaborada pela autora

A segunda situação que encerra o jogo acontece quando um jogador não tem mais fichas disponíveis em sua direção escolhida. Por exemplo, como o jogador A escolheu a direção vertical, ao chegar sua vez, o coringa estar na posição (L2, C3), observa-se que não tem mais fichas nessa coluna, assim o jogo é encerrado. Nesse caso, cada jogador soma os pontos das fichas que acumulou ao longo das jogadas, e aquele com a maior pontuação é declarado vencedor.

Figura 6- Fim de jogo (situação 2)

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1		2				
L2						5
L3		-10		0	2	-2
L4						
L5				0		1
L6		-4		-1		-3

Fonte: elaborado pela autora

Finalizada a exposição do jogo utilizado neste trabalho, passaremos, no próximo capítulo, a explorar a Teoria Antropológica do Didático, que serviu como base para a análise.

6 TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO (TAD)

Para fundamentar o presente trabalho, recorre-se à Teoria Antropológica do Didático, idealizada e amplamente divulgada por Yves Chevallard (1998). Segundo Santos (2020), esta teoria é considerada uma evolução da Teoria da Transposição Didática por ampliar e colocar as discussões sobre o conhecimento matemático no nível das relações humanas, configurando, nesses termos, uma teoria amparada numa abordagem antropológica.

Na década de 1980, Chevallard introduziu a noção de Transposição Didática, conceituando-a como o processo de transformação do saber. Esse conceito destaca a necessidade e a importância de adaptar o "saber sábio" (conhecimento acadêmico e científico) para que ele se torne o "saber a ser ensinado" (conteúdo educacional acessível e compreensível para os alunos) e, finalmente, o "saber ensinado" (conhecimento efetivamente transmitido e assimilado pelos estudantes). Chaachoua e Bittar (2016, p. 2) reforçam essa ideia ao afirmar:

> A transposição didática estuda o processo que permite que um saber passe de uma instituição para outra instituição de ensino. Assim, ela coloca em evidência o problema da legitimação de objetos do saber ensinados e a aparição sistemática de um salto entre um saber ensinado e as referências que o legitimam, salto devido às restrições que pesam sobre o funcionamento do sistema de ensino.

Para Chevallard (2013), o conhecimento gerado por matemáticos não é idêntico ao que é ensinado nas escolas e em ambientes familiares. Esse saber passa por diversas instituições e contextos, como escolas, livros didáticos e congressos, que realizam adaptações necessárias para que o conteúdo possa ser inserido de maneira eficaz nas salas de aula.

> Um conteúdo de saber que tenha sido designado como saber a ensinar, sofre a partir de um conjunto de transformações adaptativas que vai torná-lo apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que transforma um objeto de saber a ensinar em um objeto de ensino, é denominado de transposição didática (Chevallard, 2013, p. 45).

Segundo Santos (2020) a partir da década de 1990, a apropriação do conhecimento começou a ser debatida como uma questão que envolve construções humanas, pois está diretamente ligada ao papel desempenhado, à função e à instituição com as quais o indivíduo está relacionado. A TAD, portanto, amplia o foco, considerando as interações e influências das pessoas e suas instituições no processo educativo.

O estudo dessa teoria requer o entendimento de três conceitos fundamentais, que serão definidos a seguir e referidos pelas seguintes siglas: objetos (O), pessoas (X) e instituições (I).

Para Chevallard (2013), tudo pode ser considerado um objeto, por exemplo, o sonho, a caneta, uma equação etc. No caso de nosso trabalho podemos afirmar que temos o objeto jogo Matix e as operações com números inteiros como objetos em destaque. No entanto, um objeto só é reconhecido como tal quando é identificado por uma pessoa (X) ou por uma instituição (I). A relação entre uma pessoa e um objeto é representada por R(X, O), enquanto a relação entre uma instituição e um objeto é indicada por R(I, O).

> Do ponto de vista da «semântica» da teoria, qualquer coisa pode ser um objeto. Um objeto existe a partir do momento em que uma pessoa X ou uma instituição I o reconhece como existente (para ela). Mais precisamente, podemos dizer que o objeto O existe para X (respectivamente, para I) se existir um objeto, que denotarei por R(X, O) (resp. R1(O)), a que chamarei de relação pessoal de X com O (resp. relação institucional de I com O). (Chevallard, 1998, p 93)

Levando ao contexto de sala de aula, existem objetos de conhecimento que ainda não são conhecidos pelos estudantes (X), mas são reconhecidos pela organização escolar (I) e a aprendizagem destes objetos ocorre a partir da sujeição que os estudantes (X) têm em relação à instituição (I).

O conceito de instituição pode ser entendido como um sistema social, completo ou parcial, que impõe aos seus membros formas específicas de agir e pensar, próprias de cada tipo de instituição (Chevallard, 1999). Para compreender melhor o conceito de instituição (I), é importante não vê-la como uma estrutura uniforme, mas como um conjunto diversificado, onde existem várias relações entre pessoas (X) e objetos (O) que fazem parte da instituição.

> (...) A cada instituição I está associado um conjunto de objetos 01, chamado conjunto dos objetos institucionais (para I), que é o conjunto dos objetos O que I conhece, ou seja, para os quais existe uma relação institucional R1(O). Um objeto O é institucional para I ou, dito de outro modo, existe para I, quando I define uma relação (institucional) com O.(Chevallard, 1999, p 225)

Por fim, para esclarecer o conceito de "pessoa", começaremos distinguindo alguns de seus estágios: o indivíduo, o sujeito e a pessoa. Podemos considerar que o estágio mais inicial é o do indivíduo, pois ele não se molda nem se transforma nas interações cotidianas com objetos e instituições. Segundo Chevallard:

> Bem entendido, no curso do tempo, o sistema das relações pessoais de X evolui; objetos que não existem para ele passam a existir; outros deixam de existir; para outros enfim a relação pessoal de X muda. Nesta evolução, o invariante é o indivíduo; o que muda é a pessoa (Chevallard, 1999, p.226).

O indivíduo passa a ser um sujeito quando se relaciona com uma instituição, adaptando-se a suas regras, costumes e exigências. Em outras palavras, ele se submete a essa relação. A pessoa é formada a partir de todas as relações que o indivíduo constrói com diferentes instituições. Ou seja, é o conjunto de sujeitos que se torna, em diferentes contextos, que forma a pessoa. Com o tempo, essa pessoa vai mudando à medida que cria novas relações com várias instituições.

> Uma pessoa X está sujeita a uma série de instituições. Introduzo aqui o axioma segundo o qual uma pessoa não é, na realidade, mais do que a emergência de um complexo de sujeições institucionais. Aquilo que se chama de «liberdade» da pessoa surge então com o efeito obtido em consequência de uma ou de várias sujeições institucionais contra outras. (Chevallard, 1999, p. 227)

Após descrevermos como se estabelecem as relações entre objeto, pessoa e instituição, será apresentado a noção de praxeologia. Chevallard (1998) introduziu o conceito de Praxeologia ou Organização Praxeológica com o objetivo de descrever e modelar o processo educacional de ensino e aprendizagem. Essa modelagem é composta por dois blocos principais: Práxis (prática) e Logos (teoria).

A Práxis se concentra nas técnicas utilizadas para resolver determinados tipos de tarefas matemáticas, enquanto a Logos é responsável pela justificação dessas técnicas, recorrendo ao uso da tecnologia e à teoria. A TAD postula que qualquer atividade humana pode ser descrita por uma praxeologia, ou seja, um modelo de quatro componentes: [T/τ/(θ/Θ], conforme descrito:

> [...] o modelo praxeológico proposto para descrever qualquer atividade, matemática ou não [...] é composto por T: tipo de tarefas; τ: técnicas que resolvem as tarefas desse tipo; tecnologia (θ) que justificam a técnicas e garantem sua validade, e, finalmente, a teoria (Θ) que justifica a tecnologia. Esse quarteto praxeológico é denotado [T, τ, θ, Θ]. O bloco [T, τ] é denominado de prático-técnico, ou bloco

> do saber-fazer; e o bloco [θ, Θ] é denominado bloco tecnológico-teórico ou bloco do saber. (Bittar, 2017, p. 367)

Quando falamos em praxeologia matemática, estamos nos referindo às tarefas e objetos matemáticos. A praxeologia matemática também pode ser chamada de Organização Matemática (OM). Da mesma forma, a praxeologia didática ou Organização Didática (OD) está relacionada à maneira como o conteúdo é organizado e ensinado.

Este trabalho se dedica a identificar as atividades extraídas de situações do jogo Matix a partir da noção de praxeologia analisá-las. As atividades a serem consideradas são algumas atividades já propostas no livro Mathema (Smole, Diniz e Milani, 2007) e também atividades propostas por nós a partir de algumas experiências que tivemos com o jogo.

7 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O objetivo geral desta pesquisa é identificar, nas situações vivenciadas no jogo Matix, atividades para o ensino das operações de adição e subtração no conjunto dos números inteiros. Com o presente objetivo, este trabalho se qualifica por fundamentos de uma pesquisa de natureza qualitativa. Essa natureza de pesquisa se preocupa com o nível de realidade que não pode ser quantificado, ou seja, ela trabalha com o universo de significados, de motivações, aspirações, crenças, valores e atitudes (Minayo, 2014). Considerando nosso trabalho, julgamos que estamos preocupados com os significados que as atividades que emergem de situações do jogo Matix podem proporcionar ao ensino de operações com números inteiros.

Segundo Flick (2004), a abordagem qualitativa é especialmente relevante para o estudo das dinâmicas sociais, pois considera a complexidade e a diversidade das interações humanas. Essa perspectiva destaca-se pela capacidade de compreender e interpretar os aspectos subjetivos da vida em sociedade, aspecto essencial em um mundo marcado pela pluralização dos modos de vida e pelas rápidas mudanças sociais.

Além disso essa abordagem qualitativa, se designa como uma pesquisa documental, segundo Flores (apud Calado; Ferreira, 2004, p.3), considera que:

> Os documentos são fontes de dados brutos para o investigador e a sua análise implica um conjunto de transformações, operações e verificações realizadas a partir dos mesmos com a finalidade de lhes ser atribuído um significado relevante em relação a um problema de investigação.

A pesquisa documental é amplamente debatida, não apenas como uma técnica ou forma de coleta de dados, mas como um método de pesquisa. Segundo Gomes (2007), esse método vai muito além da técnica, pois considera quatro aspectos que os diferenciam: Epistemológico, responsável por avaliar se a pesquisa é científica com base em um modelo de ciência. Teórico, pois leva em conta os conceitos e princípios que orientam a interpretação. Morfológico, ao organizar o objeto de estudo de forma sistemática. E por fim, o técnico que foca no controle da coleta de dados e na relação entre esses dados e a teoria que os originou.

Neste trabalho, será realizada uma análise qualitativa do documento Cadernos do Mathema - Jogos de Matemática, Ensino Fundamental: Anos Finais, Volume 2 , de autoria de Smole, Diniz e Milani. A análise focará especificamente no capítulo 9, páginas 59 a 62, que trata do jogo Matix. Neste capítulo, são apresentadas a definição do jogo, suas regras e algumas propostas de atividades, com problematizações que incentivam a discussão sobre os resultados das jogadas e visam promover a aprendizagem sobre adição algébrica de números inteiros.

E no segundo momento do trabalho, será realizado um trabalho de natureza exploratória, segundo Selltiz (2007) estudos exploratórios são aqueles que buscam descobrir novas ideias e percepções para entender melhor as características em análise. Nesse tipo de pesquisa, nem sempre é preciso formular hipóteses. Eles ajudam o pesquisador a compreender melhor os fatos, o que permite definir problemas com mais clareza, criar novas hipóteses e fazer pesquisas mais estruturadas.

Além de analisar o capítulo 9 dos Cadernos do Mathema com base na Teoria Antropológica do Didático (TAD), conforme descrito anteriormente, no segundo momento serão propostas por nós outras atividades com base no jogo Matix, ampliando as possibilidades de atividades. Esse conjunto de perguntas será elaborado com o objetivo de explorar as situações e problemas encontrados pelos participantes no jogo, incentivando a reflexão sobre estratégias utilizadas, dificuldades e possíveis aprendizagens construídas ao longo da atividade.

Dessa forma, para cumprir o objetivo geral e seus respectivos objetivos específicos, serão realizadas as seguintes ações:

Quadro 3 - Objetivos específicos e ações

Objetivos específicos	Ações a serem realizadas
Analisar praxeologicamente as atividades propostas a partir das situações vivenciadas no jogo Matix	Modelizar praxeologicamente as atividades extraídas de situações do jogo Matix indicando o tipo de tarefa, a técnica, tecnologia e teoria.

Categorizar as possibilidades de atividades extraídas de situações do jogo Matix	Analisar as possibilidades através da classificação descrita por Silva e Kodama, 2004

Fonte: elaborada pela autora

Concluindo, a proposta de metodologia neste trabalho utiliza uma abordagem praxeológica detalhada para explorar atividades matemáticas a partir do jogo Matix, abordadas no capítulo 9 dos Cadernos do Mathema. Primeiramente, a análise praxeológica examina as atividades do jogo com base em elementos de tarefa, técnica, tecnologia e teoria, destacando como essas atividades podem favorecer o entendimento das operações de adição e subtração com números inteiros. E em seguida, prosseguirei com a elaboração de atividades específicas do jogo adaptadas para o ensino no 7º ano do ensino fundamental, com o objetivo de promover material didático para que professores possam utilizá-lo futuramente ao lecionar este conteúdo e aplicar o jogo.

8 ANÁLISE DOS DADOS

Organizamos a análise dos dados em dois blocos. Inicialmente, expomos a análise das atividades inseridas no Cadernos do Mathema - Jogos de Matemática, Ensino Fundamental: Anos Finais, Volume 2, de autoria de Smole, Diniz e Milani. Coleção a qual aborda diversos tipos de jogos e atividades pedagógicas para serem implementadas no Ensino Fundamental: anos finais. O segundo bloco é dedicado à análise de atividades propostas por nós diante de experiências vivenciadas no trabalho com o jogo Matix.

8.1 CADERNO MATHEMA

Iniciamos indicado que segundo a autora, a ideia central da coleção é:

> (...) apresentar de forma organizada algumas das muitas idéias e estudos sobre recursos, como jogos e calculadoras, ou sobre temas que fazem parte do currículo de matemática, como operações, frações, geometria e medidas. (Smole, Diniz e Milani, 2007)

Ademais, a autora também aponta que os temas de cada caderno são diversos e tratados de forma independente, mas todos têm em comum dois pontos principais: a aplicação de uma abordagem metodológica voltada para a resolução de problemas e o foco no uso da comunicação nas aulas de matemática. O objetivo principal da coleção é estimular o desenvolvimento da leitura e da escrita em matemática. Essa abordagem busca tornar as aulas mais dinâmicas e divertidas, interligando o aprendizado matemático ao cotidiano e ajudando os alunos a se expressarem.

O volume indicado é composto por 18 capítulos, e em cada um são apresentados um jogo, uma atividade pedagógica vinculada a esse jogo e a série do Ensino Fundamental à qual se destina, abrangendo do 6° ao 9° ano, atendendo às habilidades específicas de cada nível.

Dentre os 18 capítulos do volume, foi selecionado para pesquisa o capítulo 9, que apresenta o jogo Matix. Esse jogo de tabuleiro é direcionado aos alunos do 7° ano do Ensino Fundamental e tem como foco o trabalho com operações envolvendo números inteiros.

O capítulo 9 começa detalhando o objetivo principal do jogo Matix: "possibilitar que os alunos aprendam a soma algébrica de números inteiros e desenvolvam o design mental". Em seguida, orienta como organizar a turma para a atividade, recomendando que os alunos sejam divididos em duplas ou quartetos. E especifica os materiais necessários para o jogo, os quais incluem: um tabuleiro quadrado com 36 casas e 36 cartas contendo números inteiros, cujos valores e quantidade são descritos detalhadamente em uma tabela no capítulo.

Posteriormente, são propostas cinco atividades: "As problematizações mais interessantes enfatizam a discussão de resultados de jogadas, visando a que os alunos reflitam sobre a soma algébrica de números inteiros."

As atividades analisadas são aquelas propostas diretamente aos estudantes, não incluindo os exemplos apresentados ao longo do capítulo, mesmo que esses exemplos ajudem a orientar a resolução das atividades. Para evitar repetições, durante as análises praxeológicas, apenas novos tipos de tarefas serão destacados, enquanto os já mencionados não serão reapresentados. Foram encontradas no capítulo, o total de cinco atividades propostas e um exemplo. O exemplo, tratado na questão quatro, aborda a resolução de soma de números inteiros utilizando o parêntese, demonstrando a importância de utilizá-lo para separar os sinais das parcelas, que podem ser negativas ou positivas, do sinal (+) colocado entre elas para indicar a operação de adição, esse recurso auxilia no entendimento e esclarecimento das operações para os estudantes.

É interessante ressaltar que as atividades e exemplos propostos vão muito além do contexto matemático, ou seja, não apenas exploram conceitos e operações matemáticas, mas também incentivam o desenvolvimento de estratégias de vitória e o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Iniciamos com a análise da atividade 1, fundamentada pela TAD. A atividade está sendo representada pela figura 7, enquanto sua modelização praxeológica matemática é detalhada no quadro 4.

Figura 7- Atividade 1 do Capítulo 9: Coleção Cadernos do Mathema - Jogos de Matemática, Ensino Fundamental, Anos Finais

1. Analise a seguinte situação de uma partida de *Matix*:
   - Sônia terminou o jogo com as seguintes peças: +7, -10, +5, +3, +8, +1, +15, -1, +6, +4, -3, -2, +5, 0, -10, 0 e +3.
   - Cleide terminou assim: +10, +5, -1, +7, +10, 0 , -4, +5, +4, +2, +1, +2, -2, +8, -3, -4, -5.

   Quem ganhou o jogo? Qual foi a diferença de pontos entre as duas jogadoras?

Fonte: Smole, Diniz e Milani (2007, p. 60)

Ressaltamos que a atividade apresentada na figura 7 é composta por dois tipos de tarefas, logo apresentamos a modelização nos quadros 4 e 5.

Quadro 4 - Modelização praxeológica da atividade 1 (T1)

Tipo de tarefa (1)*:* Determinar o vencedor do jogo, conhecidos os números representados por peças escolhidas pelos jogadores a cada rodada.
Técnica: Realizar a soma e comparação de inteiros, aplicando algoritmo (escrito ou não) que realize a soma dos inteiros, representados pelas peças do jogo.
Tecnologia (T1): Soma algébrica de números inteiros
Teoria: Conjuntos dos números inteiros e suas propriedades; Regras do Jogo Matix
Objeto ostensivo: Peças do jogo Matix; escritural numérico inteiro;
Objetos não ostensivos: Soma algébrica de números inteiros; Jogo Matix

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Como podemos observar no quadro 4 a atividade 1 tem em sua composição um tipo de tarefa que não é explicitado o algoritmo que deve ser utilizado para a busca de solução. Indicamos que uma técnica que poderia ser utilizada é considerando uma interpretação geométrica com o auxílio de uma reta numérica. A praxeologia modelizada também revela que há uma associação intencional entre ostensivos de natureza distinta, isto é, os que são associados ao objeto jogo e o escritural numérico.

Levando em consideração a classificação proposta por Silva e Kodama (2004), podemos afirmar que a atividade proposta se insere naquelas que são fundamentadas a partir de momentos importantes do jogo. No caso apresentado da atividade 1, isso se configura no momento em que se propõe uma situação para definir quem será o vencedor da partida.

Quadro 5 - Modelização praxeológica da atividade 1 (T2)

Tipo de tarefa 2 (T2): Determinar a diferença a pontuação entre jogadores, conhecidas a quantidade alcançadas no jogo Matix (ao final do jogo)
Técnica: Conhecidas as pontuações dos jogadores realizar a subtração entre elas utilizando algum algoritmo (escrito ou não).
Tecnologia: Subtração de inteiros;
Teoria: Conjuntos dos números inteiros e suas propriedades;
Objetos ostensivos: Pontuação do jogo Matix; escritural numérico inteiro;
Objetos não ostensivos: Subtração de números inteiros; Jogo Matix

Fonte: elaborado pela autora (2024)

No quadro 5, podemos observar a modelização praxeológica do tipo de tarefa 2 da atividade 1. A técnica associada ao tipo de tarefa 2 não é explicitada, mas compreendemos que a utilização do ostensivo “diferença” remete a utilização da noção matemática da subtração entre inteiros. Considerando as ideias de Silva e Kodama (2004), podemos afirmar que (T2) pode ajudar o aluno a refletir sobre sua ação no jogo, principalmente, se considerada observar sempre esta diferença entre a adição algébrica dos jogadores durante a realização da partida almejando a vitória da partida. Relacionado os dois primeiros tipos de tarefas (T1 e T2) modelizados, observamos que em T1 a ação solicitada está diretamente relacionada à situação de jogo e em T2 há também a relação com a situação do jogo, no entanto há no ostensivo “diferença” uma indicação da necessidade de utilização de noção matemática para buscar a resposta da atividade.

Na figura 8, verificamos, na atividade 2, a possibilidade de destacar dois tipos de tarefas distintas. Identificamos que as alternativas a e b estão contempladas no tipo de tarefa 3 (T3), que apresentamos no quadro 6 e no quadro 7 será destacado o T4.

Figura 8 - Atividade 2 do Capítulo 9: Coleção Cadernos do Mathema - Jogos de Matemática, Ensino Fundamental, Anos Finais.

2. O que aconteceu com estes participantes, sabendo-se que:

   a) Paulo estava com 20 pontos positivos na quarta jogada. Quando terminou a quinta rodada, estava com 13 pontos positivos.

   b) Júlia estava com 13 pontos negativos na terceira jogada e terminou o jogo com 5 pontos positivos.

   c) Após a quarta jogada, Guilherme estava com 8 pontos positivos. Sabendo que ele escolheu as cartas +10 na terceira jogada e -2 na quarta jogada, com quantos pontos ele estava no final da segunda jogada?

Fonte: Smole, Diniz e Milani (2007, p. 60)

Quadro 6- Modelização Praxeológica da atividade 2 (T3)

Tipo de tarefa 3 (T3): Determinar a jogada realizada em uma rodada com a informação de pontos que se tinha antes e depois da jogada.
Técnica: Iniciar identificando a pontuação em uma rodada e na subsequente. Identificadas as pontuações subtrair o resultado da última pela anterior.
Tecnologia: Subtração de números inteiros;
Teoria: Conjuntos dos números inteiros e suas propriedades; Regras do Jogo Matix
Objetos ostensivos: Pontuação do jogo matix; escritural linguagem natural;
Objetos não ostensivos:Subtração de números inteiros; Jogo Matix.

Fonte: elaborado pela autora (2024)

Em T3, as atividades propostas nas alternativas a e b, explicitam que o foco da atividade não é na noção matemática, ou seja, não privilegiam diretamente a manipulação do ostensivo escritural número inteiro. Verificamos que a atividade aborda o escritural linguagem natural relacionado aos aspectos ostensivos do jogo, a saber: pontuação e dessa forma fica a cargo do estudante fazer a relação com a noção matemática em jogo.

Destacamos também que há em T3, assim como em T2, a tecnologia que justifica a técnica na subtração de números inteiros. A subtração de números inteiros pode ser definida neste conjunto, a partir da propriedade do simétrico ou oposto da adição. Para todo a E Z existe -a E Z, tal que a + (-a)=0, e devido a esta propriedade pode se definir no conjunto dos Números Inteiros que a-b= a + (-b) para todo a e b E Z. (Iezzi e Murakami, 2019). Em relação às características propostas por Silva e Kodama (2004), acreditamos que as alternativas a e b ajudam os alunos a entender melhor as regras e estrutura do jogo à medida que recortam do jogo apenas uma situação específica, sem qualquer objetivo que seja de vencer ou de uma tomada específica de decisão. Tal característica é compartilhada também no tiro de tarefa 4 (T4), que explicitamos no quadro 7.

Quadro 7- Modelização praxeológica da atividade 2 (T4)

Tipo de tarefa 4 (T4): Determinar uma pontuação desconhecida no jogo, fornecida a pontuação de uma rodada “final” e a(s) carta(s) retirada(s) entre a rodada “final” e a pontuação da rodada que se quer descobrir.
Técnica: Identificando os números opostos de cada carta e depois realizar a soma com a pontuação fornecida de uma rodada.
Tecnologia: Opostos e Soma algébrica de números inteiros;
Teoria: Conjuntos dos números inteiros e suas propriedades; Regras do Jogo Matix
Objeto ostensivo: *Pontuação do jogo Matix; Figural cartas; Escritural número inteiro;*
Objetos não ostensivos: Conjuntos dos números inteiros e suas propriedades*; Jogo Matix.*

Fonte: elaborado pela autora
(2024)

A técnica associada ao tipo de tarefa 4 requer uma interação entre os ostensivos: figural cartas, pontuação e escritural número inteiro, isto é, os ostensivos são manipulados mutuamente. Esta interação indica a necessidade que o estudante ao tentar resolver a atividade compreenda a relação existente entre estes ostensivos, mesmo que eles não tenham a mesma tecnologia para justificá-los, mas há uma equivalência.

Considerando a tecnologia para a técnica de T4, segundo Castoldi (2010), “números opostos ou simétricos são aqueles que estão à mesma distância da origem zero (0).” Há nessa citação uma perspectiva geométrica para compreensão do que é oposto, logo uma inevitável relação com o ostensivo geométrico de uma reta numérica. Na figura 9, explicitamos a atividade 3 do livro analisado.

Figura 9 - Atividade 3 do Capítulo 9: Coleção Cadernos do Mathema - Jogos de Matemática, Ensino Fundamental, Anos Finais.

3. Quantos pontos cada jogador fez?

a) Thiago: -5, +8, +1, -2, +15, -4, +3, -10, -1, +5, +10, +7, +5 e +6.
b) Solange: 0, +7,+10, +4, +5, -4, +2, -1, -5, -4, -10, +3, +1 e +5.
c) Marcela: +2, +1, -2, 0, +2, +3, -5, -2, +5, +15, +10, +7, +8 e -10.
d) Rodrigo: +8, -3, +1, -2, -1, +4, -3, +1, +4, +6, -1, +15, +10 e 0.

Fonte: Fonte: Smole, Diniz e Milani (2007, p. 60)

Quadro 8- Modelização praxeológica da atividade 3 (T5)

Tipo de tarefa (T5): Determinar a quantidade total de pontos de cada jogador
Técnica: Realizar a soma de inteiros, aplicando algoritmo (escrito ou não) que realize a soma dos inteiros. Caso seja realizada a escrita dos números, utilizar parênteses para a organização das pontuações de cada rodada.
Tecnologia: Soma algébrica de números inteiros
Teoria: Conjuntos dos números inteiros e suas propriedades
Objetos ostensivos: *Pontuação de cada rodada do jogo Matix; escritural numérico inteiro*
Objetos não ostensivos: Soma algébrica de números inteiros; Jogo Matix

Fonte: elaborado pela autora (2024)

Observamos que quando comparamos T5 e T1 a diferença é que o foco em T5 não está em determinar o vencedor do jogo. Para determinar a quantidade total de pontos de cada jogador (T5), é necessário realizar a soma algébrica de números inteiros, o próprio livro sugere uma técnica de resolução com o exemplo da questão 4 ao utilizar o ostensivo parêntese, o qual atuou como um elemento explícito de notação matemática. E foi utilizado para representar os números inteiros correspondentes à pontuação de cada jogador, por exemplo, e para organizar as expressões matemáticas de soma de forma visualmente clara e simples, separando assim, os números positivos e negativos da operação utilizada.

Segundo Gomes e Lorin (2014) os alunos ao fazerem uso dos parênteses em operações com números inteiros, conseguem identificar e diferenciar o sinal do número do sinal da operação. Com a classificação de Silva e Kodama (2004), a problematização aborda a contagem final de pontos de cada jogador, logo, um momento importante do jogo, além disso, leva a entender melhor a estrutura do jogo Matix e a soma de pontos.

Figura 10 - Atividade 5 do Capítulo 9: Coleção Cadernos do Mathema - Jogos de Matemática, Ensino Fundamental, Anos Finais.

5. Coloque os sinais + ou - nas parcelas a seguir para obter os resultados indicados:

a) (11) + (10) + (4) + (8) + (9) = - 4
b) 10 16 5 20 4 = - 25
c) (18) + (14) + (15) + (16) + (33) = 0
d) 38 12 18 45 25 = 12

Fonte: Fonte: Smole, Diniz e Milani (2007, p. 62)

Quadro 9 - Modelização praxeológica da atividade 5 (T6)

Tipo de tarefa (T6): Indicar o posicionamento dos sinais de positivo ou negativo para que a adição algébrica entre números dados forneça o resultado previamente indicado.

Técnica: Atribuir sinais (+) ou (-) entre as parcelas considerando as propriedades de uma adição algébrica para alcançar o resultado indicado
Tecnologia: Soma algébrica de números inteiros
Teoria: Conjuntos dos números inteiros e suas propriedades.
Objetos ostensivos: Sinais de positivo "+" e negativo "–", *escritural numérico inteiro.*
Objetos não ostensivos: Soma algébrica de números inteiros;

Fonte: Elaborada pela autora (2024)

A tarefa (T6) não tem como foco principal a compreensão das situações do jogo, mas sim a compreensão do conceito de expressões matemáticas , com ênfase na aplicação da tecnologia de adição algébrica de números inteiros, e sua respectiva regra de sinais. Entre os objetos ostensivos utilizados destacam-se os sinais (+), (-), (=) e os parênteses ( ) , cuja importância já foi evidenciada na tarefa anterior (T5). Esses objetos ostensivos estão diretamente relacionados aos objetos não ostensivos , como a soma algébrica de números inteiros.

Não é possível categorizar este tipo de atividade levando em consideração as ideias de Silva e Kodama (2004), pois não há uma relação direta com o jogo. Há a intenção de considerar ostensivos do jogo para criar novas situações que fazem parte do contexto do ensino dos números inteiros e suas operações. Vejamos na figura 11, a última atividade proposta no livro sob análise.

Figura 11- Atividade 6 do Capítulo 9: Coleção Cadernos do Mathema - Jogos de Matemática, Ensino Fundamental, Anos Finais.

6. Peça para que os alunos reúnam-se mais uma vez para jogar o *Matix*. Após o término do jogo, peça um texto com o título, "Dicas para se dar bem no *Matix*".

Fonte: Smole, Diniz e Milani (2007, p. 62).

Quadro 10- Modelização praxeológica da atividade 6 (T7)

Tipo de tarefa (T7): identificar estratégias de vitória para o jogo Matix.	
Técnica: Na produção do texto, organizar as ideias, relacionar as estratégias específicas com situações do jogo e registrar ações que levaram ao sucesso ou à dificuldade nas jogadas para alcançar a vitória	
Tecnologia: Regras do jogo Matix	
Teoria: Jogo Matix	
Objetos ostensivos: Cartas e tabuleiro Matix	
Objetos não ostensivos: Jogo Matix	

Fonte: Elaborada pela autora (2024)

Na última atividade proposta pelo Mathema, temos a tarefa (T7), a qual solicita escrever um texto com o título "Dicas para se dar bem no Matix", este tipo de tarefa possui respostas subjetivas, ou seja, não possui uma resposta "correta", depende muito das estratégias e observações de cada aluno. Nela, o foco está na compreensão do jogo e nas estratégias desenvolvidas pelos jogadores. No que se refere aos ostensivos que compõem a técnica podemos citar que os ostensivos números inteiros não são o foco, mas que podem emergir na explicitação das estratégias propostas pelos estudantes.

Ao contrário das demais atividades, essa não busca explicitamente a realização de operações envolvendo os números inteiros. O foco, como já comentado, está na capacidade de explicitar as estratégias criadas a partir das experiências vivenciadas no jogo. A atividade 6 pode ser categorizada a partir de Silva e Kodama (2004), considerando que seu objetivo principal é incentivar o aluno a refletir sobre suas ações no jogo, trazendo a importância de jogadas pensadas e não apenas do fator sorte.

Após concluir a exposição e análise da modelização praxeológica das problematizações apresentadas no Capítulo 9 do Mathema, no próximo tópico serão introduzidas três questões de minha autoria. Segundo Chevallard, Bosch e Gascón:

> O professor deve imaginar e propor para os alunos situações matemáticas que eles possam vivenciar, que provocam o surgimento de autênticos problemas matemáticos e nas quais o conhecimento

> em questão apareça como uma ótima solução para esses problemas, com a condição adicional de que esse conhecimento possa ser construído pelos alunos.(Chevallard; Bosch; Gascón, 2001, p. 214).

Essas questões foram elaboradas com o objetivo de oportunizar outras possibilidades de atividades para a utilização do jogo como ferramenta metodológica para o ensino dos números inteiros e suas operações.

8.2 ANÁLISE DAS ATIVIDADES PROPOSTAS

Iniciamos este tópico indicando que realizamos a análise das atividades propostas considerando a mesma dinâmica das atividades anteriores. Foram propostas três atividades que seguem:

8.2.1 Atividade 1

Esta atividade contém duas alternativas. Organizamos a análise a seguir realizando a modelização praxeológica do enunciado da atividade e da letra a. Após estas análises expomos a letra b e posteriormente a letra c, da atividade 1.

> Atividade 1 : *Observando o tabuleiro que segue, suponha que essa é a posição inicial do jogo, qual direção você escolheria para começar o jogo: vertical ou horizontal?*

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1	-1	7	-5	-2	3	5
L2	-2	6	5	2	-10	4
L3	5	-1	1	-4	10	7
L4	-1	-10	0		1	-3
L5	0	5	2	-3	4	8
L6	-5	3	8	0	-4	10

> *a) Com base na direção que você escolheu, ordene em ordem crescente a pontuação das fichas da linha (L4) ou coluna (C4) da peça do coringa (estrela) na reta numérica abaixo*:

A atividade 1 possibilita no seu enunciado e na letra a que realizemos a modelização praxeológica a partir de dois tipos de tarefa. No quadro 11 apresentamos o tipo de tarefa com base no que foi solicitado no enunciado.

Quadro 11 – Modelização praxeológica do enunciado (T8)

Tipo de tarefa (T8): Escolher a direção da primeira jogada a ser realizada no jogo Matix, dado o tabuleiro
Técnica: Considerando o tabuleiro fornecido indicar a direção horizontal ou vertical.
Tecnologia: regras do jogo Matix
Teoria: Jogo Matix
Ostensivos: Escritural língua materna
Não-ostensivos: Regras do jogo Matix

O tipo de tarefa T8 exposto no quadro 11 demonstra que a primeira parte da atividade tem como foco a mobilização de regras do jogo, que é a escolha da direção. Implícita a esta escolha está a observação da "melhor" direção, considerando os números que estão na dispostos na linha (direção horizontal) ou na coluna (direção vertical). Tomando as características apresentadas por Silva e Kodama (2004) podemos afirmar que esta é uma atividade que ajuda a reconhecer as regras do jogo. No quadro 12, segue a análise da atividade 1

Quadro 12- Modelização praxeológica da atividade 1:letra a (T9)

Tipo de tarefa (T9): Ordenar, na reta numérica, em ordem crescente os números inteiros dispostos no tabuleiro do jogo Matix, a partir de uma direção.
Técnica: Inicialmente determinar o zero da reta numérica. Depois, respeitando a escala estabelecida, realizar a distribuição dos números inteiros (escolhidos no tabuleiro) na reta, ordenando os números maiores à direita da reta numérica.
Tecnologia: Ordenação de números inteiros.
Teoria: Conjunto dos números inteiros e suas propriedades.
Objetos ostensivos: escritural gráfico reta numérica,

escritural tabuleiro, escritural número inteiro
Objetos não ostensivos: Ordenação de números inteiros

Fonte: Elaborada pela autora (2024)

A tarefa (T9) tem como objetivo ordenar em ordem crescente os números inteiros na reta numérica, uma das técnicas a ser realizada para resolução é ordenando os números maiores à direita da reta numérica, segundo Silva (2024) "Geralmente, os livros de Matemática ilustram retas numéricas na horizontal, com o sentido crescente para a direita. Isso significa que números à direita sempre serão maiores que números à esquerda."

Além disso, é importante que os estudantes observem a localização dos números positivos e negativos em relação ao zero. Para localizar um número inteiro na reta numérica, começamos marcando o zero. Em seguida, seguimos para a direita para os números positivos e para a esquerda para os números negativos. (Souza, 2018).

Em relação aos ostensivos podemos afirmar que há uma miscelânea de ostensivos quando verificamos tanto ostensivos diretamente interligados a noções matemáticas (reta numérica) como ostensivos próprios do jogo que nesse caso é o tabuleiro. A classificação de Silva e Kodama (2004), ajuda o aluno a entender melhor as regras e a estrutura do jogo, mostrando o formato do tabuleiro, a peça coringa e qual direção seguir. Além de apresentar ao estudante a observação de uma escolha na perspectiva da ação realizada.

A seguir temos a letra b da atividade 1. Esta letra dividimos em dois tipos de tarefas: T10 e T11. O tipo de tarefa 10 corresponde ao questionamento: “Segundo a ordenação feita na letra A, qual o número maior? E o menor?” e o tipo de tarefa T11 em relação “Com base nisso, explique qual peça você pegaria”.

> ***b)*** *Segundo a ordenação feita na letra a, qual o número maior? E o menor? Com base nisso, explique qual peça você pegaria?*

Quadro 13- Modelização praxeológica da atividade 1: letra b (T10)

Tipo de tarefa (T10): Identificar o número maior e o número menor da ordenação da reta numérica;
Técnica: Observar os números extremamente localizados em uma reta numérica.
Tecnologia: Ordenação de números inteiros
Teoria: Conjunto dos números inteiros e suas propriedades
Objetos Ostensivos: *escritural gráfico* reta numérica, escritural numérico

inteiro
Objetos não ostensivos: Ordenação de números inteiros

Fonte: Elaborado pela autora
(2024)

Complementando as ações já apresentadas da atividade 1 temos em parte da letra b a identificação de T10. Nela é solicitado ao estudante que identifique o número maior e o número menor com base na ordenação realizada na reta numérica. Conforme Souza (2018)“os números à direita sempre serão maiores do que os números à esquerda”. Dessa forma, o aluno deve simplesmente observar os números localizados nas extremidades da reta numérica, sendo o maior número aquele à direita e o menor, à esquerda.

Considerando as ideias de Silva e Kodama (2004), este tipo de tarefa também auxilia no entendimento das regras e da estrutura do jogo, pois leva o aluno à reflexão de que é mais vantajoso escolher uma peça com valor positivo do que uma com valor negativo. A seguir, no quadro 14, vemos a modelização praxeológica da segunda parte da letra b.

Quadro 14- Modelização praxeológica da atividade 1: letra b (T11)

Tipo de tarefa (T11): Escolher e justificar, uma jogada do jogo Matix, através da ordem das peças possíveis de serem retiradas na reta numérica.
Técnica: Localizar a peça escolhida para retirar e justificar a escolha.
Tecnologia: Regras do Jogo e ordenação de números inteiros
Teoria: Jogo Matix; Conjunto dos números inteiros e suas propriedades
Ostensivos: *escritural gráfico* reta numérica, escritural numérico inteiro
Não-ostensivos: Ordenação de números inteiros

Fonte: Elaborada pela autora (2024)

A T11 propõe a questão: “Qual peça você escolheria?”, dando continuidade à tarefa desenvolvida na T10. Com base na ordenação crescente das peças na reta numérica, realizada anteriormente pelo estudante, o desafio é selecionar a peça que será retirada. Se o estudante entendeu corretamente as "Regras do Jogo" e a lógica de ordenação dos números inteiros, é esperado que escolha a peça posicionada na extremidade direita da reta, ou seja, aquela com a maior pontuação

De acordo com Silva e Kodama (2004), esse tipo de tarefa não representa apenas um desafio de tomada de decisão, mas também contribui para que o aluno compreenda de forma mais aprofundada as regras e a estrutura do jogo.

Quadro 15- Modelização praxeológica da atividade 1: letra c (T12)

Tipo de tarefa (T12): Identificar os números simétricos ou opostos, em determinada linha ou coluna, no tabuleiro do jogo Matix;
Técnica: Localizar, no tabuleiro, dois números nos quais a soma algébrica é igual a zero.
Tecnologia: Simetria de números inteiros; soma algébrica.
Teoria: Conjunto dos números inteiros e suas propriedades
Objetos ostensivos: Escritural numérico inteiros, tabuleiro;
Objetos não ostensivos: Número oposto ou simétrico*;*

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

Segundo Souza (2018), o simétrico ou oposto de um número inteiro em relação à origem é o número que está à mesma distância da origem (0), mas no lado oposto da reta numérica. Além do mais, o oposto de um número inteiro é simplesmente o número que, somado a ele, resulta em zero, ou seja, para qualquer número inteiro *a,* seu oposto é *-a,* essa relação é expressa pela equação $a+(-a)=0$.

Dessa forma, para indicar os números simétricos ou opostos, basta seguir a técnica que utiliza como propriedade de números inteiros a demonstração acima, isto é, o par de números cuja soma é igual a zero. Esta tarefa não se enquadra na classificação de Silva e Kodama (2004), pois se destina ao trabalho da propriedade de simetria de números inteiros, e não de uma situação específica do jogo em questão.

8.2.2 Atividade 2

A atividade 2 proposta é apresentada a seguir. Nela conseguimos modelar praxeologicamente a partir de dois tipos de tarefas. Vejamos após a atividade a exposição da praxeologia no quadro 15.

Atividade 2: Está no meio do jogo, você está jogando pela vertical e *seu oponente pela horizontal, o tabuleiro está disposto da seguinte forma, é sua vez de jogar. Pensando em possibilidades futuras, você tem três opções de jogadas para a rodada, as quais serão expostas a seguir:*

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						5
L2			-4			-5
L3			★			
L4			0		1	-3
L5			2		4	-2
L6	-5			0	-4	

Disposição do tabuleiro

JOGADA 1

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						5
L2			★			-5
L3						
L4			0		1	-3
L5			2		4	-2
L6	-5			0	-4	

Você pegou a ficha **(-4)** localizada na (L2, C3)

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						5
L2						★
L3						
L4			0		1	-3
L5			2		4	-2
L6	-5			0	-4	

*Consequentemente. seu oponente pegou a ficha (**-5)** localizada na (L2, C6)*

JOGADA 2

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						5
L2			-4			-5
L3						
L4			★		1	-3
L5			2		4	-2
L6	-5			0	-4	

*Você pegou a ficha **(0)**, localizada na (L4, C3)*

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						5
L2			-4			-5
L3						
L4					★	-3
L5			2		4	-2
L6	-5			0	-4	

*Consequentemente, seu oponente pegou a ficha **(+1)**, localizada na (L4,C5)*

JOGADA 3

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						5
L2			-4			-5
L3						
L4			0		1	-3
L5			★		4	-2
L6	-5			0	-4	

*Você pegou a ficha **(+2)**, localizada na (L5,C3)*

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						5
L2			-4			-5
L3						
L4			0		1	-3
L5					★	-2
L6	-5			0	-4	

Consequentemente, seu oponente pegou a ficha ***(+4)****, localizada na (L5, C5)*

Qual jogada sua possibilitou maior acúmulo de pontos? Entre as jogadas expostas, em qual seu oponente saiu em maior desvantagem?

Quadro 15- Modelização praxeológica da atividade 2 (T13)

Tipo de tarefa (T13): Identificar qual foi o maior número inteiro retirado em jogadas realizadas.
Técnica: A partir da comparação entre os números inteiros retirados nas jogadas realizadas, verificar qual tem maior valor.
Tecnologia: Regras do jogo Matix; ordenação dos números inteiros
Teoria: Conjunto dos números inteiros e suas propriedades
Objetos ostensivos: gráfico Tabuleiro; escritural numérico inteiro.
Objetos não ostensivos: Jogo *Matix, Maior número inteiro*

Fonte: Elaborada pela autora (2024)

O tipo de tarefa 13 é modelizado em relação ao questionamento sobre o acúmulo de pontos. Destaca-se que a tecnologia indicada na praxeologia já havia sido indicada em outro tipo de tarefa, mas verificamos que no caso da atividade 2 ela associa a tecnologia das regras do jogo, pois estas determinam de certo modo as possibilidades de jogadas. Por Silva e Kodama (2004), esse tipo de tarefa além de apresentar um desafio ou uma escolha sobre qual ação realizar, e principalmente tem como objetivo principal incentivar o aluno a refletir sobre suas ações no jogo, trazendo a importância de jogadas pensadas e não apenas do fator sorte.

No quadro 16 expomos a segunda praxeologia observada na atividade 2.

Quadro 16- Modelização praxeológica da atividade 2 (T14)

Tipo de tarefa (T14) Identificar em qual jogada a diferença entre pontos foi maior.
Técnica:Inicialmente realizar a diferença entre as jogadas e comparar para verificar qual a maior diferença
Tecnologia: Diferença de números inteiros e ordenação
Teoria: Conjunto dos números inteiros e suas propriedades
Ostensivos: Escritural numérico inteiro
Não ostensivos: Diferença de números inteiros

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

A T14 sugere três tipos de jogada para o jogador, a técnica para resolução é a diferença de pontuações entre a sua jogada e a do seu oponente, dessa forma, a jogada mais vantajosa, é a que possuir maior diferença de pontos a seu favor. O ostensivo abordado é o escritural numérico inteiro e o não ostensivo é a diferença entre esses números. Conforme demonstrado nas três opções de jogadas, o jogador possui uma decisão ou ação a tomar (Silva e Kodama, 2004), isso o leva a refletir sobre as consequências de suas ações no jogo, e não apenas da sorte no jogo.

8.2.3 Atividade 3

A Atividade 3 proposta é apresentada a seguir e a modelização praxeológica de seu tipo de tarefa (T15), que detalha os elementos teóricos e práticos envolvidos, está descrita logo após, no Quadro 17.

> Atividade 3: Chegou ao final do jogo, você está com 18 pontos e seu oponente com 22 pontos. Entretanto, o jogo ainda não acabou, você possui duas opções de jogada para encerrar o jogo, lembrando que você joga na direção vertical e seu oponente na direção horizontal:

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						
L2						
L3				2	-3	
L4			-2	1		
L5						
L6						

Disposição final do tabuleiro

JOGADA 1

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						
L2						
L3					-3	
L4			-2	1		
L5						
L6						

*Você pegou a ficha (**+2**) localizada na (L3,C4)*

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						
L2						
L3						
L4			-2	1		
L5						
L6						

*Consequentemente, seu oponente obrigatoriamente teve que escolher a ficha **(-3)** localizada na (L3, C5)*

JOGADA 2

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						
L2						
L3				2	-3	
L4			-2	★		
L5						
L6						

Você pegou a ficha ***(+1)*** *localizada na (L4,C4)*

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						
L2						
L3				2	-3	
L4			★			
L5						
L6						

Seu oponente obrigatoriamente teve que escolher a ficha ***(-2)*** *localizada na (L4, C3)*

Quem ganhou o jogo na jogada 1? E na jogada 2? Você totalizou quantos pontos em cada jogada?

Quadro 17- Modelização praxeológica da atividade 3 (T15)

Tipo de tarefa (T15): Identificar o vencedor do jogo após a jogada final
Técnica: Calcular a pontuação de cada jogo, levando em consideração tanto os pontos obtidos na rodada atual quanto a soma dos pontos acumulados anteriormente por cada jogador
Tecnologia: Soma algébrica de números inteiros
Teoria: Conjunto dos números inteiros e suas propriedades

Objetos ostensivos: gráfico tabuleiro, figural cartas, escritural numérico inteiro, pontuação do jogo Matix.
Objetos não ostensivos: Adição de números inteiros, jogo Matix.

Fonte: Elaborada pela autora (2024)

Por fim, a última tarefa proposta (T15), contempla três classificações de Silva e Kodama (2004): é proposta em um momento crucial do jogo, em sua última rodada, onde a estratégia adotada pode determinar a vitória ou a derrota, destacando a importância de decisões bem pensadas, em vez de depender apenas da sorte. Além de representar um desafio estratégico, a tarefa apresenta uma escolha decisiva sobre qual ação tomar: se o jogador optar pela jogada 1, ele vence; por outro lado, se escolher a jogada 2, ele perde.

Para resolução, a técnica empregada é o cálculo da pontuação de cada jogo, levando em consideração tanto os pontos obtidos na rodada atual quanto a soma dos pontos acumulados anteriormente por cada jogador, envolvendo assim, a tecnologia de soma algébrica de números inteiros.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Levando em consideração o objetivo geral da pesquisa: identificar nas situações vivenciadas no jogo Matix, atividades para o ensino das operações de adição e subtração no conjunto dos números inteiros. E seus respectivos objetivos específicos: analisar praxeologicamente as atividades propostas a partir de situações vivenciadas no jogo Matix; categorizar as possibilidades de atividades extraídas de situações do jogo Matix.

Para atingir os seguintes objetivos, realizamos as seguintes ações: modelização praxeológica das atividades extraídas de situações do jogo Matix indicando o tipo de tarefa, a técnica, tecnologia e teoria. Foram identificadas 15 tipos distintos de tarefas, conforme descritos no quadro 18, a diversidade destas tarefas demonstra que o jogo pode ser explorado em diferentes contextos e situações, oferecendo uma alternativa eficaz para abordar o Conjunto de Números Inteiros e suas propriedades, além de evidenciar o potencial didático do jogo como uma ferramenta com bastante competência para o ensino das operações de adição e subtração no conjunto dos números inteiros.

Quadro 18- Quantidade total de tarefas

(T1) Determinar o vencedor do jogo, conhecidos os números representados por peças escolhidas pelos jogadores a cada rodada
(T2): Determinar a diferença a pontuação entre jogadores, conhecidas a quantidade alcançadas no jogo Matix
(T3): Determinar a jogada realizada em uma rodada com a informação de pontos que se tinha antes e depois da jogada.
(T4): Determinar uma pontuação desconhecida no jogo, fornecida a pontuação de uma rodada “final” e a(s) carta(s) retirada(s) entre a rodada “final” e a pontuação da rodada que se quer descobrir.
(T5): Determinar a quantidade total de pontos de cada jogador
(T6): Indicar o posicionamento dos sinais de positivo ou negativo para que a adição algébrica entre números dados forneça o resultado previamente indicado
(T7): identificar estratégias de vitória para o jogo Matix.
(T8): Escolher a direção da primeira jogada a ser realizada no jogo Matix, dado o tabuleiro
(T9): Ordenar, na reta numérica, em ordem crescente os números inteiros dispostos no tabuleiro do jogo Matix, a partir de uma direção.
(T10): Identificar o número maior e o número menor da ordenação da reta numérica
(T11): Escolher e justificar, uma jogada do jogo Matix, através da

ordem das peças possíveis de serem retiradas na reta numérica.
(T12): Identificar os números simétricos ou opostos, em determinada linha ou coluna, no tabuleiro do jogo Matix
(T13): Identificar qual foi o maior número inteiro retirado em jogadas realizadas.
(*T14*) Identificar em qual jogada a diferença entre pontos foi maior.
(T15): Identificar o vencedor do jogo após a jogada final

Fonte: elaborado pela autora (2024)

Após a realização do primeiro objetivo específico, que consistiu em “analisar praxeologicamente as atividades propostas a partir de situações vivenciadas no jogo Matix”, avançamos para o segundo objetivo específico: “categorizar as possibilidades de atividades extraídas de situações do jogo Matix”.

Para essa categorização, adotamos a proposta de Silva e Kodama (2004), que identifica quatro características fundamentais para situações-problema. O resumo dessa categorização pode ser visualizado no Quadro 19, apresentado logo abaixo:

Quadro 19- Classificação pelas quatro categorias de Silva e Kodama (2004)

são fundamentados em momentos importantes do jogo	(T1), (T5), (T15)
apresentar um desafio ou uma escolha sobre qual ação realizar	(T11), (T13), (T14), (T15)
ajudar o aluno a entender melhor as regras e a estrutura do jogo	(T3), (T4), (T8), (T9), (T10), (T11)
têm como objetivo principal incentivar o aluno a refletir sobre suas ações no jogo, trazendo a importância de jogadas pensadas e não apenas do fator sorte	(T2), (T7), (T13), (T14), (T15)

Fonte: elaborado pela autora (2024)

É importante destacar que as atividades propostas não têm como objetivo principal apresentar diretamente as operações matemáticas de forma isolada ou descontextualizada. Em vez disso, elas foram cuidadosamente elaboradas para integrar a matemática como uma ferramenta de estratégia no processo de tomada de decisões dentro do jogo Matix.

Essas atividades foram elaboradas em situações específicas vivenciadas ao longo de momentos cruciais do jogo: início, meio e fim. No início do jogo, por exemplo, as atividades envolveram a exploração inicial das regras, direção e ordenação de números inteiros. Já no meio do jogo, as situações tornam-se mais desafiadoras, exigindo uma abordagem mais estratégica para resolver qual jogada mais vantajosa através das operações de adição e subtração no conjunto dos números inteiros. Finalmente, no final do jogo, as atividades propostas podem exigir uma visão geral das habilidades desenvolvidas, incentivando o jogador a tomar decisões que podem garantir sua vitória.

As duas principais tecnologias utilizadas para resolução das tarefas explanadas é a soma algébrica e ordenação de números inteiros, conforme descrito no quadro 20, isso demonstra que as atividades propostas estão alinhadas com as duas habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a (EF07MA03): Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração. E (EF07MA04): Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros que orientam o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático nos anos finais do Ensino Fundamental.

Quadro 20- Classificação pelas tecnologias

Soma algébrica de números inteiros	(T1), (T4), (T5), (T6), (T12), (T15)
Subtração de números inteiros	(T2), (T3), (T14)
Regras do jogo Matix	(T7), (T8), (T11), (T13)
Ordenação de números inteiros	(T9), (T10), (T11), (T13), (T14)
Simetria de números inteiros	(T12)

Fonte: elaborado pela autora (2024)

Concluindo, espera-se que essa pesquisa possa contribuir para práticas pedagógicas que transformem a sala de aula em seu método tradicional de ensino para um espaço mais acolhedor e motivador para os estudantes.

REFERÊNCIAS

ALBRECHT, R. F.; OHIRA, M. L. B. **Bases de dados: metodologia para seleção e coleta de documentos**. Revista ACB: Biblioteconomia em Santa Catarina, Florianópolis, SC, v. 5, n. 5, p.139-140, 2000.

BERBEL, N. A. N. **As metodologias ativas e a promoção da autonomia dos estudantes**. Ciências Sociais e Humanas, Londrina, v. 32, n. 1, p. 25, jun. 2011.

BITTAR, M. **A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos**. Zetetiké, Campinas, SP, v.25, n. 3, dez. 2017

BORIN, J. **Jogos e Resoluções de Problemas: Uma estratégia para as aulas de Matemática**. São Paulo: CAEM-IME-USP, 1995.

CHAACHOUA, H. BITTAR, M. **A teoria antropológica do didático: paradigmas, avanços e perspectivas**. Disponível em: Caminhos da Educação Matemática em Revista, v. 9, n. 1, 2019.

CHEVALLARD, Y. **La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado**. ed. Buenos Aires: Aique Grupo Editor, 2013.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCóN, J. **Estudar Matemática: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre, RS: Artmed Editora, 2001

DA SILVA, A. F. KODAMA, H. M. Y. **Jogos no Ensino da Matemátic**a. Disponível em:<https://www.ibilce.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/labmat/jogos_no_ensino_da_matematica.pdf>. Acesso em: 6 out. 2024.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar ou conhecer**. 5ª Edição. São Paulo: Ática, 1998.

D'AMBROSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje**. Temas e debates 2.2, 1989
DIOFANTO DE ALEXANDRIA. **La aritmética y el libro sobre los números poligonales**.Tres canto: Nivola Libros Ediciones, 2007

FALZETTA, R (Gustavo Lourenção). **Use peças no lugar de números**. Universidade Severino Sombra. Fundamentos Teóricos e Metodológicos da Matemática. Nova escola, outubro, 1997.

FERRACIOLI, Laércio. **Aspectos da construção do conhecimento e da aprendizagem na obra de Jean Piaget**. Caderno Catarinense de Ensino de Física, Vitória, ES, v. 16, n. 2, p 180, 1999.

FLICK, U. **Uma introdução à pesquisa qualitativa**. Porto Alegre, RS: Bookman, 2004.

FONTANA, R. A. C. **A elaboração conceitual: a dinâmica das interlocuções na**

sala de aula. In: SMOLKA, A. L.; GÓES, M. C. R. de. A linguagem e o outro no espaço escolar: Vygotsky e a construção do conhecimento. Campinas, SP: Papirus, 1995.

FREUDENTAL, H. **Mathematics as an educational task**. D. Reidel Publishing

IDE, S.M. 2011. **O jogo e o fracasso escolar**. In: Kishimoto, T.M. (Org.) Jogo, brinquedo, brincadeira e educação. 14 ed. Cortez, São Paulo, p.99

GLAESER, G. **Epistemologia dos números negativos**. Tradução de Lauro Tinoco.Boletim do GEPEM, n. 17. 1985 pp. 29-124.Rio de Janeiro.

GOMES, R; LORIN, H. J. **O ensino das operações fundamentais com números inteiros por meio da Resolução de Problemas**. OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE NA PERSPECTIVA DO PROFESSOR PDF Artigos. v 1.

Paraná.

GOMES, R. **Análise e interpretação de dados de pesquisa qualitativa**. In.: DESLANDES, S. F; GOMES, R.; MINAYO, M. C. S.(org). Pesquisa social: teoria, método e criatividade. 26 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2007. P. 79-108.

GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aul**a. 1. ed. São Paulo: PAULUS, 2004. v.1.

GRANDO; Regina Célia. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese de doutorado. Universidade Estadual de Campinas. Campinas - SP. 2000. Disponível em http://pedagogiaaopedaletra.s3.amazonaws.com/wpcontent/uploads/2012/10/OCO HECIMENTO-MATEM%C3%81 TICO-E O-USO-DE.pdf. Acesso em 15 março 2024.

HOUAISS, Antônio. Novo dicionário da língua portuguesa versão 8.0. Edição revista, atualizada e ampliada. Rio de Janeiro: Objetiva, 2009.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos da Matemática Elementar**, Volume 1, Funções, São Paulo: Editora Saraiva, 9ª Edição, 2019.

KLINE, M. **O fracasso da matemática moderna**; Tradução de Leonidas Gontijo de Carvalho. São Paulo: IBRASA, 1976.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Fundamentos de metodologia científica**. São Paulo, SP: Atlas, 2003.

MATIKO H, KODAMA Y.; 2004. **Jogos no ensino da Matemática**. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Matiko.pdf. Acesso em 03 outubro 2024

MELO, S. A; SARDINHA, M. O. B. **Jogos no ensino aprendizagem de matemática: uma estratégia para aulas mais dinâmicas**. Revista F@pciência, v. 4, n. 2, p. 13, 2009. Disponível em:

<http://www.fap.com.br/fapciencia/004/edicao_2009/002.pdf>. Acesso em: 23 nov. 2024.

MINAYO, M. C. de S. (Org.). **O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde**. 14ª ed. Rio de Janeiro: Hucitec, 2014. 408 p

MINAYO, M. C. S. (org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividad**e. Petrópolis, RJ: Vozes, 2009.

MOURA, M.O. de. **A construção do signo numérico em situação de ensino**. São

Paulo:USP,1996.

MOTA, A.; WERNER DA ROSA, C. **Ensaio sobre metodologias ativas: reflexões e propostas**. Revista Espaço Pedagógico, v. 25, n. 2, p. 261-276, 28 maio 2018.

MOYER, Patricia S. **Como os professores usam materiais manipulativos para ensinar matemática**. Educational Studies in Mathematics 47: 175-197, 2001

Teppo, A. & Heuvel-Panhuizen, M. (2013). **Visual representations as objects of analysis: the number line as an exemple**. ZDM Mathematics Education, 46, pp. 45.

OLIVEIRA, L. A. **Coisas que todo professor de português precisa saber: a teoria na prática**. São Paulo: Parábola Editorial, 2010.

ORTEGA, Z. **Os jogos e sua importância em Psicologia e Educação**. Natal, RN: Associação Nacional de Pesquisa e Pós-Graduação em Psicologia, 2008. Acesso em: 07 out. 2024.

PERNAMBUCO, Governo do Estado de. Secretaria de Educação e Esportes. **Currículo de Pernambuco da Educação Infantil**. 2019

RIBEIRO, F. D. **Metodologia do ensino de matemática e física: jogos e modelagem na educação matemática**. 20. ed. Curitiba, PR: IBEPEX, 2009. v.20.

SANTOMAURO, B. **Um novo jeito de ensinar a tabuada.** Revista Nova Escola, São Paulo, n. 248, p.37, Dezembro, 2011. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/162/novo-jeito-ensinar-tabuada . Acesso em: 20 dez. 2024

SANTOS, J.L, FRANÇA, V.K; SANTOS, S.B.L. **Dificuldades na Aprendizagem de Matemática.** São Paulo, 2007

SANTOS, S. **A teoria antropológica do didático: condições e restrições reveladas pelas teses e dissertações defendidas no Brasil na área da educação matemática**. Disponível em: http://repositorio.ufba.br/ri/handle/ri/32099. Acesso em: 28 Jul 2024.

SELLTIZ, Claire; WRIGHTSMAN, Lawrence S.; COOK, Stuart W. **Métodos de pesquisa nas relações sociais: delineamentos de pesquisa** . Volume 1. Tradução de Maria Antônia Coutinho. São Paulo: EPU, 1987.

SILVA, A. F; KODAMA, H. M. Y. **Jogos no ensino da Matemática**. II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática, Salvador: UFBA, 2004. Disponível em: http://www.bienasbm.ufba.br/02.htm. Acesso em: 26 nov. 2024.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. **"Reta numérica"**; Brasil Escola. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/reta-numerica.htm. Acesso em 27 nov 2024.

SMOLE, DINIZ e MILANI. **Cadernos do Mathema-Jogos de Matemática**, 2007, disponível em: mathema.com.br/jogos-e-atividades/matix/. Acesso em: 17 Out 2024.
SOUZA, Joamir Roberto de: **Matemática realidade & tecnologia: 7º ano: ensino**

fundamental: anos finais /Joamir Roberto de Souza. – 1. ed. – São Paulo: FTD, 2018.

TORRES, M. Z. **O raciocínio lógico-matemático de crianças no jogo Matix**. Manuscrito não-publicado. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

TORRES, Márcia Zampieri. **Processos de desenvolvimento e aprendizagem de adolescentes em oficinas de jogos**. 2001. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001. . Acesso em: 07 out. 2024.

TORRES, M. Z. **Processos de regulação de crianças no jogo Matix**. Manuscrito não publicado. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

APÊNDICE A- QUESTÕES ELABORADAS PELA AUTORA

1- Suponha que essa é a posição inicial do jogo, qual direção você escolheria para começar o jogo: vertical ou horizontal?

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1	-1	7	-5	-2	3	5
L2	-2	6	5	2	-10	4
L3	5	-1	1	-4	10	7
L4	-1	-10	0	★	1	-3
L5	0	5	2	-3	4	8
L6	-5	3	8	0	-4	10

a) Com base na direção que você escolheu, ordene em ordem crescente a pontuação das fichas da linha (L4) ou coluna (C4) da peça do coringa (estrela) na reta numérica abaixo:

b) Segundo a ordenação feita na letra a, qual o número maior? E o menor? Com base nisso, explique qual peça você pegaria

c) Agora observe, na L4 ou C4 possui algum número simétrico ou oposto? Se sim, quais?

2. Está no meio do jogo, você está jogando pela vertical e seu oponente pela horizontal, o tabuleiro está disposto da seguinte forma, é sua vez de jogar.

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						5
L2			-4			-5
L3			★			
L4			0		1	-3
L5			2		4	-2
L6	-5			0	-4	

Pensando em possibilidades futuras, você tem três opções de jogadas para a rodada, as quais serão expostas a seguir:

JOGADA 1

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						5
L2			★			-5
L3						
L4			0		1	-3
L5			2		4	-2
L6	-5			0	-4	

*Você pegou a ficha (**-4**) localizada na (L2, C3)*

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						5
L2						★
L3						
L4			0		1	-3
L5			2		4	-2
L6	-5			0	-4	

*Consequentemente. seu oponente pegou a ficha (**-5)** localizada na (L2, C6)*

JOGADA 2

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						5
L2			-4			-5
L3						
L4			★		1	-3
L5			2		4	-2
L6	-5			0	-4	

*Você pegou a ficha (**0)**, localizada na (L4, C3)*

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						5
L2			-4			-5
L3						
L4					★	-3
L5			2		4	-2
L6	-5			0	-4	

*Consequentemente, seu oponente pegou a ficha (+**1)**, localizada na (L4,C5)*

JOGADA 3

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						5
L2			-4			-5
L3						
L4			0		1	-3
L5			★		4	-2
L6	-5			0	-4	

Você pegou a ficha (+**2**), localizada na (L5,C3)

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						5
L2			-4			-5
L3						
L4			0		1	-3
L5					★	-2
L6	-5			0	-4	

Consequentemente, seu oponente pegou a ficha (+**4**), localizada na (L5, C5)

Em sua opinião, qual jogada teve a melhor estratégia? A jogada 1, jogada 2 ou jogada 3? Em qual seu oponente saiu em maior desvantagem? Explique:

3) Chegou ao final do jogo, você está com 18 pontos e seu oponente com 22 pontos. Entretanto, o jogo ainda não acabou, você possui duas opções de jogada para encerrar o jogo, lembrando que você joga na direção vertical e seu oponente na direção horizontal:

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						
L2				★		
L3				2	-3	
L4			-2	1		
L5						
L6						

Disposição final do tabuleiro

JOGADA 1

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						
L2						
L3				★	-3	
L4			-2	1		
L5						
L6						

Você pegou a ficha (**+2**) localizada na (L3,C4)

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						
L2						
L3					★	
L4			-2	1		
L5						
L6						

Consequentemente, seu oponente obrigatoriamente teve que escolher a ficha (**-3**) localizada na (L3, C5)

JOGADA 2

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						
L2						
L3				2	-3	
L4			-2	★		
L5						
L6						

Você pegou a ficha **(+1)** localizada na (L4,C4)

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
L1						
L2						
L3				2	-3	
L4			★			
L5						
L6						

Consequentemente, seu oponente obrigatoriamente teve que escolher a ficha **(-2)** localizada na (L4, C3)

Quem ganhou o jogo na jogada 1? E na jogada 2? Você totalizou quantos pontos em cada jogada?