# UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

## CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS

### DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

### CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

ÍTALO QUEIROZ MENDES DE SOUZA

THALES SOUTO MAIOR CORRÊA AUSTREGÉSILO


# ANÁLISE ESTRUTURAL DA LAJE COGUMELO DO TEATRO DA UFPE: VERIFICAÇÃO DE CAPACIDADE E SEGURANÇA SOB ESTACAS METÁLICAS


RECIFE, 2024

ÍTALO QUEIROZ MENDES DE SOUZA
THALES SOUTO MAIOR CORRÊA AUSTREGÉSILO

# ANÁLISE ESTRUTURAL DA LAJE COGUMELO DO TEATRO DA UFPE: VERIFICAÇÃO DE CAPACIDADE E SEGURANÇA SOB ESTACAS METÁLICAS

Monografia apresentada à Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos para obtenção de grau de Bacharel em Engenheira Civil.

Área de concentração: Estruturas

Orientador: PROF. DR. ÉZIO DA ROCHA ARAÚJO

Coorientador: PROF. DRª. LILIANE DE ALLAN FONSECA

RECIFE, 2024

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Souza, Ítalo Queiroz Mendes.
Análise estrutural da laje cogumelo do teatro da UFPE: Verificação de capacidade e segurança sob estacas metálicas / Ítalo Queiroz Mendes Souza, Thales Souto Maior Corrêa Austregésilo. - Recife, 2024.
73 p. : il., tab.

Orientador(a): Ézio da Rocha Araújo
Cooorientador(a): Liliane de Allan Fonseca
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, Engenharia Civil - Bacharelado, 2024.
Inclui referências, apêndices.

1. Esforço cortante. 2. Momento fletor. 3. Punção em lajes. 4. Método dos elementos finitos. I. Austregésilo, Thales Souto Maior Corrêa. II. Araújo, Ézio da Rocha. (Orientação). III. Fonseca, Liliane de Allan. (Coorientação). IV. Título.

620 CDD (22.ed.)

**SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL**
**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO**
**CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS**
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**
**COORDENAÇÃO DO CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

# ATA DA DEFESA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO PARA CONCESSÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO CIVIL

**CANDIDATO(S): 1** Ítalo Queiroz Mendes de Souza.
**2** Thales Souto Maior Corrêa Austregésilo.
**BANCA EXAMINADORA:**
**Orientador: Ézio da Rocha Araújo.**
**Examinador 1: Paulo Marcelo Vieira Ribeiro.**
**Examinador 2: Lucas Marques Teles da Silva.**

**TÍTULO DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO: ANÁLISE ESTRUTURAL DA LAJE COGUMELO DO TEATRO DA UFPE: VERIFICAÇÃO DE CAPACIDADE E SEGURANÇA SOB ESTACAS METÁLICAS.**

**LOCAL: Plataforma Google Meet.**
**DATA: 12/11/2024 HORÁRIO DE INÍCIO**: 13 hrs**.**

Em sessão pública, após exposição de cerca de 30 minutos, o(s) candidato(s) foi (foram) arguido(s) oralmente pelos membros da banca com **NOTA: _8,83___**(deixar 'Exame Final', quando for o caso).
**1) ( X ) aprovado(s) (nota > = 7,0),** pois foi demonstrado suficiência de conhecimento e capacidade de sistematização no tema da monografia e o texto do trabalho aceito.
As revisões observadas pela banca examinadora deverão ser corrigidas e verificadas pelo orientador no prazo máximo de 30 dias (o verso da folha da ata poderá ser utilizado para pontuar revisões).
O trabalho com nota no seguinte intervalo, **3,0 = < nota < 7,0,** será reapresentado, gerando-se uma nota ata; sendo o trabalho aprovado na reapresentação, o aluno será considerado **aprovado com exame final**.
**2) ( ) reprovado(s). (nota <3,0)**

Na forma regulamentar foi lavrada a presente ata que é assinada pelos membros da banca e pelo(s) candidato(s).

Recife, 12 de novembro de 2024

Orientador: gov.br Documento assinado digitalmente EZIO DA ROCHA ARAUJO Data: 12/11/2024 17:06:04-0300 Verifique em https://validar.iti.gov.br .....

Avaliador 1: gov.br Documento assinado digitalmente PAULO MARCELO VIEIRA RIBEIRO Data: 12/11/2024 15:53:15-0300 Verifique em https://validar.iti.gov.br .....

Avaliador 2: .....

Candidato 1: gov.br Documento assinado digitalmente THALES SOUTO MAIOR CORREA AUSTREGESILO Data: 12/11/2024 17:10:34-0300 Verifique em https://validar.iti.gov.br .....

Candidato 2: gov.br Documento assinado digitalmente LUCAS MARQUES TELES DA SILVA Data: 12/11/2024 16:01:06-0300 Verifique em https://validar.iti.gov.br .....

gov.br Documento assinado digitalmente ITALO QUEIROZ MENDES DE SOUZA Data: 12/11/2024 18:07:21-0300 Verifique em https://validar.iti.gov.br

**Coordenação do Curso de Engenharia Civil-Dcivil**
Rua Acadêmico Hélio Ramos s/nº. Cidade Universitária. Recife-PE CEP: 50740-530.
Fones: (081)2126.8220/8221 Fone/fax: (081)2126.8219.

# AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Ézio da Rocha Araújo, nosso orientador, pelo apoio constante, pela disponibilidade e pelas valiosas contribuições ao longo desse processo. À Prof.ª Dr.ª Liliane de Allan Fonseca, pelo conhecimento compartilhado, pela orientação segura e pelo incentivo permanente durante toda a elaboração deste trabalho.

Aos nossos familiares, somos imensamente gratos pelo suporte nos momentos mais desafiadores, pela paciência e pela confiança depositada em nós, bem como pelos momentos de leveza e descontração, que nos ajudaram a equilibrar as demandas desta jornada.

Aos amigos que compartilharam conosco esta caminhada acadêmica, deixamos nosso muito obrigado pelas contribuições, pela camaradagem e pelo apoio constante que tornaram esta experiência mais rica e significativa.

Por fim, agradecemos a todos aqueles que, de forma direta ou indireta, foram fundamentais para a realização deste trabalho. Cada gesto de apoio, conselho ou incentivo teve um impacto inestimável, e a vocês dedicamos nossa mais sincera gratidão.

**RESUMO**

Este trabalho analisa a laje cogumelo do Teatro da UFPE, projetada sobre estacas metálicas, utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF) para avaliar a capacidade de carga e estabilidade estrutural. A modelagem foi realizada no SAP2000 com dimensões otimizadas para evitar problemas numéricos. Uma verificação preliminar das reações apresentou uma diferença de 16,93 kN em relação ao cálculo manual, dentro do limite aceitável. A análise dos momentos fletores mostrou que a laje passou a suportar adequadamente os esforços aplicados. Para o esforço cortante, a estrutura demonstrou uma margem de segurança significativa, embora o momento fletor limite o aproveitamento desse excedente. Na verificação da punção, observou-se que a laje suporta o esmagamento do concreto na interface com o pilar, mas o contorno crítico "u1" requer reforço devido às tensões tangenciais. A análise apontou uma sobrecarga de projeto conservadora de 1000 kgf/m², o dobro do valor mínimo normativo, proporcionando maior segurança, mas com potencial para superdimensionamento e aumento de custos. Conclui-se que a estrutura está adequada para suportar as cargas previstas, mas recomenda-se reforçar a armadura na região da punção para garantir a durabilidade e segurança a longo prazo.

**Palavras-chave:** Esforço cortante, Momento fletor, Punção em lajes, Método dos elementos finitos.

**ABSTRACT**

This study analyzes the mushroom slab of the UFPE Theater, designed over metallic piles, using the Finite Element Method (FEM) to evaluate load capacity and structural stability. Modeling was conducted in SAP2000 with optimized dimensions to prevent numerical issues. A preliminary verification of reactions showed a discrepancy of 16.93 kN compared to manual calculations, within the acceptable range. Flexural moment analysis indicated that the slab adequately supports applied forces. In the shear analysis, the structure demonstrated a significant safety margin, although flexural moments limit full utilization of this excess. The punching shear verification revealed that while the slab withstands concrete compression at the column interface, additional reinforcement is needed around the critical contour "u1" due to tangential stresses. The analysis considered a conservative design load of 1000 kgf/m², double the minimum code requirement, enhancing safety but with potential for overdimensioning and higher costs. The structure is deemed suitable for projected loads, but reinforcement in the punching region is recommended to ensure long-term durability and safety.

**Keywords:** Shear force, Bending moment, Punching shear in slabs, Finite element method.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Campus da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) - DIVULGAÇÃO/UFPE - Fonte: JC-PE (https://jc.ne10.uol.com.br/opiniao/artigo/2023/10/15616612-por-um-departamento-de-teatro-na-ufpe.html)..... 18
Figura 2 – Parte Interna do Teatro da UFPE - (Fonte: Disponível no Google imagens em: https://images.app.goo.gl/bkaRyCwhWK51MiPp9)..... 19
Figura 3 - Piso Fissurado e Rebaixado no Foyer Público 10 (Escada) (Fonte: ATP Engenharia)..... 20
Figura 4 – Piso Rebaixado no Foyer Público 42 (Fonte: ATP Engenharia) ..... 20
Figura 5 - Bloco A - Organização Espacial – Teatro (Fonte: ATP Engenharia)..... 21
Figura 6 - Bloco A - Teatro - Corte Transversal (Fonte: ATP Engenharia)..... 22
Figura 7 – Estrutura dos capiteis no Teatro (Fonte: APT Engenharia adaptada)..... 23
Figura 8 – Armação inicial da laje cogumelo do Teatro (Fonte: APT Engenharia adaptada) ..... 24
Figura 9 – SEÇÃO 4-4 Viga de bordo ligando os Foyer a área da plateia (Fonte: APT Engenharia adaptada) ..... 24
Figura 10 - Laje estaqueada. (Fonte: ATP Engenharia adaptada)..... 26
Figura 11 - Laje nervurada (Fonte: Autores)..... 28
Figura 12 - Laje maciça e laje cogumelo (Fonte: Autores) ..... 29
Figura 13 - Modelo de laje discretizada pelo MEF (Fonte: Autores)..... 33
Figura 14 - Malha preliminar sob o projeto de estruturas (Fonte: Bloco A piso do teatro / foyer – Planta de forma - Adaptado) ..... 35
Figura 15 - Momento negativo retirado do modelo computacional (Fonte: Autores) ... 38
Figura 16 - Esquema de obtenção dos momentos médios (Fonte: Autores) ..... 39
Figura 17 - Definição das superfícies C e C1' (Fonte: Autores)..... 42
Figura 18 - Malha de elementos finitos (Fonte: Autores) ..... 44
Figura 19 - Gráfico de momentos fletores direção X (Fonte: Autores)..... 46
Figura 20 - Gráfico de momentos fletores direção Y (Fonte: Autores)..... 46
Figura 21 - Gráfico do momento torçor na direção XY (Fonte: Autores)..... 47

Figura 22 - Malha de aço executada em obra (Fonte: Autores) ..... 49
Figura 23 - Esforço cortante na direção X (Fonte: Autores) ..... 50
Figura 24 - Esforço cortante na direção Y (Fonte: Autores) ..... 51
Figura 25 - Armadura do capitel (Fonte: Autores) ..... 52
Figura 26 - Armadura da laje passando no interior do capitel (Fonte: Autores) ..... 52
Figura 27 - Contornos críticos do conjunto laje-capitel (Fonte: Autores)..... 53
Figura 28 - Propriedades do material utilizado para as estacas no SAP (Fonte: Autores) ..... 71
Figura 29 - Seção transversal utilizada para representar o perfil metálico (Fonte: Autores) ..... 71
Figura 30 - Propriedades do material utilizado para o concreto de 45 MPa no SAP (Fonte: Autores) ..... 72
Figura 31 - Propriedades da casca utilizada para representar os elementos finitos da laje (Fonte: Autores)..... 72
Figura 32 - Entrada e saída de dados com diagrama de interação (Fonte: Autores) ..... 73

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Comparação entre as telas (Fonte: Autores)..... 23
Tabela 2 - Propriedades do concreto (Fonte: Autores)..... 35
Tabela 3 - Propriedades da estaca metálica (Fonte: Autores) ..... 36
Tabela 4 – Combinações utilizadas no modelo (Fonte: Autores)..... 37
Tabela 5 - Verificação das reações (Fonte: Autores) ..... 45
Tabela 6 – Momentos fletores de cálculo (kN*m) (Fonte: Autores)..... 47
Tabela 7 - Momentos característicos ($M_k$) da laje do teatro da UFPE (Fonte: Autores) 47
Tabela 8 - Momentos característicos obtidos através dos softwares (Fonte: Autores) .. 48
Tabela 9 – Área de aço na laje do teatro da UFPE (Fonte: Autores) ..... 48
Tabela 10 – Taxa de aço e esforços máximos e resistentes nos extremos da seção transversal (Fonte: Autores) ..... 51
Tabela 11 - Tensões solicitantes e resistentes (Fonte: Autores)..... 53
Tabela 12 - Área de aço e espaçamento entre as barras da armadura de reforço a punção (Fonte: Autores)..... 54

**SUMÁRIO** .....

**1. INTRODUÇÃO** ..... **13**

**1.1. Justificativa e Motivação** ..... **14**

**1.2. Objetivos gerais e específicos** ..... **16**

**2. HISTÓRICO** ..... **17**

**2.1. Introdução** ..... **17**

**2.2. Planejamento do CECON** ..... **17**

**2.3. Nova Arquitetura e Estrutura** ..... **21**

**2.4. Reforma** ..... **25**

**2.5. Piso estaqueado** ..... **25**

**2.6. Influência do Teatro neste texto** ..... **26**

**3. REFERENCIAL TEÓRICO** ..... **27**

**3.1. Lajes maciças** ..... **27**

**3.2. Lajes nervuradas** ..... **28**

**3.3. Lajes cogumelo** ..... **29**

**3.4. Punção** ..... **31**

**3.5. Método dos elementos finitos** ..... **32**

**4. METODOLOGIA** ..... **34**

**4.1. Coleta e entrada de dados** ..... **34**

**4.2. Combinações utilizadas** ..... **36**

**4.3. Extração de resultados** ..... **37**

**4.4. Verificação da armação de projeto** ..... **39**

**4.5. Verificação do dimensionamento à punção** ..... **41**

**4.5.1. Definição das superfícies críticas C e C1'** ..... **41**

**4.5.2. Verificação do cisalhamento** ..... **42**

**5. RESULTADOS** ..... **44**

**5.1. Resultados quando ao Momento fletor ..... 45**

**5.2. Esforço cortante ..... 49**

**5.3. Punção ..... 51**

**6. CONCLUSÃO ..... 54**

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS ..... 56**

**APÊNDICE A – Memorial de cálculo ..... 59**

**APÊNDICE B – Imagens dos softwares auxiliares ..... 71**

# 1. INTRODUÇÃO

As lajes cogumelo, foco deste estudo, são sistemas estruturais amplamente adotados em edificações pela simplicidade construtiva e pela eficiência econômica e arquitetônica. Formadas por placas de concreto armado ou protendido, essas lajes apoiam-se diretamente sobre pilares, eliminando a necessidade de vigas intermediárias. Isso permite maior liberdade na definição dos espaços internos, uma vantagem arquitetônica significativa, especialmente em projetos onde a continuidade visual e a flexibilidade de layout são requisitos essenciais (OLIVEIRA, 2003). Contudo, essa configuração, por mais vantajosa que seja, introduz desafios específicos de engenharia. A eliminação das vigas gera uma tendência à ocorrência de deslocamentos transversais na laje, exigindo uma análise criteriosa da estabilidade global. Além disso, a ausência de vigas aumenta a suscetibilidade da laje à punção, ou seja, ao risco de ruptura localizada nas regiões próximas aos pilares, devido à concentração de esforços nestes pontos (SILVANY, 1996).

A importância da análise das lajes cogumelo torna-se evidente tanto na prática profissional quanto na literatura acadêmica, uma vez que fornece dados valiosos para o aprimoramento das técnicas de construção e para a formação de engenheiros. Este trabalho tem como objetivo analisar a laje estaqueada do Teatro da UFPE, uma estrutura de concreto que conta com o suporte de 135 estacas, explorando seu comportamento sob cargas e sua resposta estrutural em termos de distribuição de cargas, esforços internos e deslocamentos. Essa abordagem contribui não apenas para o avanço do conhecimento técnico, mas também para a formação acadêmica, oferecendo um estudo de caso detalhado que complementa o currículo de Engenharia Civil da universidade.

No âmbito da Engenharia de Estruturas, a análise de estruturas de geometria complexa, como a laje cogumelo, é facilitada pelo uso do Método dos Elementos Finitos (MEF). Este método é fundamental para a determinação do estado de tensão e de deformação em sólidos, especialmente em situações em que a geometria, o material e as condições de carregamento variam, como é o caso da laje do Teatro da UFPE, que inclui áreas inclinadas e perfurações estruturais para acomodar escadas existentes. Historicamente, antes do desenvolvimento do MEF, a análise de meios contínuos era

limitada pela necessidade de resolução de equações diferenciais parciais complexas, com restrições quanto à homogeneidade e simplicidade geométrica dos elementos analisados. Com o desenvolvimento dos computadores e do MEF na década de 1960, tornou-se possível realizar análises detalhadas e precisas de estruturas complexas, promovendo um avanço significativo na Engenharia de Estruturas (AZEVEDO, 2003).

O cálculo estrutural desenvolvido neste trabalho segue os parâmetros estabelecidos pela NBR 6118:2023, norma que regula o dimensionamento de estruturas de concreto no Brasil. Em relação às cargas, além das recomendações da NBR 6120, aplicou-se uma carga de projeto que é duas vezes maior que o valor recomendado pela norma, para proporcionar uma margem adicional de segurança e avaliar o desempenho da laje em situações de carga mais severas. Essa abordagem permite uma análise robusta da laje estaqueada, especialmente em relação ao comportamento à punção, um dos principais desafios associados às lajes cogumelo.

No curso de Engenharia Civil da UFPE, a análise de estruturas segue uma progressão que inicia com o estudo de elementos reticulados, como vigas, pórticos e treliças, onde são abordados conceitos fundamentais como equilíbrio, compatibilidade, tensão e deformação. Esses conceitos são essenciais para a compreensão do MEF e de outras técnicas de análise de estruturas não reticuladas, como lajes e cascas, que se comportam como meios contínuos. A transição para o estudo de lajes permite que os alunos apliquem os conhecimentos adquiridos em problemas estruturais mais complexos, utilizando o MEF para realizar análises detalhadas e explorar as nuances de estruturas com configurações variadas. Esse progresso gradual proporciona uma base sólida para a compreensão das ferramentas computacionais e dos métodos avançados aplicados na prática de engenharia, alinhando-se com os desafios reais enfrentados no campo profissional.

## 1.1. Justificativa e Motivação

Sob o ponto de vista estrutural, lajes são placas de concreto, elementos estruturais planos que desempenham um papel fundamental na distribuição de cargas em edifícios.

Essas placas, caracterizadas por uma espessura menor em comparação com suas outras dimensões, são submetidas a esforços principalmente normais ao seu plano. Devido à sua função crucial, a determinação dos esforços e deslocamentos em lajes exige uma análise cuidadosa das cargas de serviço, que pode ser realizada pela aplicação da equação fundamental, embora esta ofereça soluções analíticas apenas para casos específicos (CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO, 2014).

A evolução tecnológica no campo da engenharia estrutural transformou o processo de cálculo, que anteriormente dependia de métodos manuais, como o uso de réguas de cálculo. Hoje, a programação computacional, juntamente com avanços em hardware e software, automatizou significativamente esses cálculos, reduzindo o tempo dedicado à realização de operações manuais. Contudo, esse progresso técnico trouxe também uma maior complexidade às estruturas e uma maior diversidade de materiais disponíveis. Isso ressalta a importância de engenheiros civis preparados para utilizar de forma eficaz e criteriosa esses sistemas computacionais, sempre respeitando as limitações dos programas e mantendo o rigor da Engenharia (KIMURA, 2007).

Dentro deste contexto, o método dos elementos finitos se destaca como uma ferramenta crucial. Esse método subdivide a laje em elementos finitos conectados por pontos nodais, onde são impostas condições de compatibilidade de esforços e deslocamentos. Utilizando a equação fundamental (Equação 1), apresentada na Seção 3.5 do Referencial teórico deste trabalho, e expressando os deslocamentos em polinômios, os coeficientes são ajustados para que essas condições resultem em um sistema de equações lineares, cuja resolução é viável e oferece resultados precisos para projetos de engenharia (CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO, 2014).

Este estudo de caso, que analisa uma laje cogumelo apoiada sobre estacas metálicas no teatro da UFPE, fundamenta-se nas normas ABNT NBR 6118 (estruturas de concreto) e ABNT NBR 6120 (cargas para o cálculo de estruturas). Essas diretrizes oferecem as bases normativas para a análise da segurança estrutural e do desempenho da laje, considerando a interação entre o concreto e as estacas metálicas, assim como a distribuição de esforços e os possíveis deslocamentos. A escolha por uma laje cogumelo

é particularmente relevante para o teatro, onde grandes vãos e cargas elevadas exigem soluções eficientes e seguras, demonstrando a importância de um projeto bem estruturado e normativamente embasado para garantir a estabilidade e a durabilidade da edificação.

## 1.2. Objetivos gerais e específicos

Este trabalho tem como objeto de analisar o comportamento estrutural da laje cogumelo do Teatro da UFPE, atualmente em reforma após dez anos fora de operação, apoiada sobre estacas metálicas. A análise considera o histórico de recalques e as características geotécnicas do solo, aplicando o Método dos Elementos Finitos (MEF) para avaliar a capacidade de carga, a estabilidade e a durabilidade ao longo da vida útil da estrutura. Foram considerados tanto o projeto original quanto as alterações introduzidas pelo engenheiro calculista durante a execução da obra. Entre os objetivos específicos do trabalho estão:

i. Aplicar o MEF para analisar o comportamento da laje sob cargas permanentes e acidentais.

ii. Aplicar os conhecimentos adquiridos ao longo do curso no dimensionamento e análise de estruturas de concreto armado, incluindo a verificação de resistência à punção.

iii. Aperfeiçoar e masterizar os conhecimentos envoltos na criação de modelos computacionais aplicados à análise estrutural.

iv. Desenvolver as habilidades de interpretação e aplicação de normas técnicas pertinentes, como a NBR 6118:2023, na verificação da segurança e durabilidade estrutural.

v. Aplicar métodos de análise crítica para comparar os resultados obtidos com o projeto original e as adaptações realizadas ao longo do tempo.

A escolha do Método dos Elementos Finitos (MEF) como abordagem principal de análise deve-se à complexidade estrutural e às particularidades do Teatro da UFPE, com o objetivo de compreender sua capacidade de carga e o comportamento frente aos esforços internos. A análise será complementada por um dimensionamento comparativo para verificar e avaliar o dimensionamento estrutural já existente.

# 2. HISTÓRICO

## 2.1. Introdução

O ponto de partida deste trabalho foi o interesse em analisar a estrutura do CECON - UFPE, um edifício emblemático localizado no Campus Recife da Universidade Federal de Pernambuco. O estudo tem como foco a laje cogumelo, explorando suas características e o desempenho estrutural ao longo do tempo, além de proporcionar uma análise detalhada por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF).

## 2.2. Planejamento do CECON

Inaugurado em 18 de dezembro de 1995, o CECON - UFPE consiste em um complexo arquitetônico que abriga três edifícios semicirculares — denominados Blocos A, B e C — interligados por um Grande Hall Central. O Bloco A, o edifício principal, conta com um teatro com capacidade para 1.931 lugares, conforme especificações do Termo de Referência, enquanto o Bloco B abriga salas para seminários e o Bloco C é dedicado a atividades comerciais e serviços de apoio ao público. O conjunto possui uma área total de 13.632,06 m², complementado por uma Concha Acústica de 2.062,00 m² e um estacionamento para aproximadamente 75 veículos.

Figura 1 - Campus da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) - DIVULGAÇÃO/UFPE - Fonte: JC-PE (https://jc.ne10.uol.com.br/opiniao/artigo/2023/10/15616612-por-um-departamento-de-teatro-na-ufpe.html)

O Teatro da UFPE, Figura 2, localizado no Bloco A, foi projetado para ser um dos maiores e mais modernos do Recife, consolidando-se como um espaço cultural de destaque. Porém, em 2003, um incêndio devastador atingiu o teatro, destruindo grande parte de sua estrutura interna, incluindo o palco, as poltronas e os sistemas de iluminação e som. O incidente foi um marco na história do espaço, interrompendo todas as suas atividades e gerando comoção na comunidade acadêmica e cultural.

Figura 2 – Parte Interna do Teatro da UFPE - (Fonte: Disponível no Google imagens em: https://images.app.goo.gl/bkaRyCwhWK51MiPp9)

Após o incêndio, o teatro passou por um longo período de reforma para reconstruir e modernizar suas instalações, sendo reaberto alguns anos depois. Contudo, novos problemas estruturais vieram à tona, desta vez relacionados ao solo. O piso da plateia começou a apresentar afundamentos significativos, consequência de recalques causados pela argila orgânica mole presente no terreno, como pode ser observado na Figura 3 e Figura 4.

Esse problema estrutural levou ao fechamento do teatro por mais de 10 anos, afetando profundamente sua utilização e a realização de eventos culturais e acadêmicos. A solução definitiva só veio recentemente, com um extenso projeto de requalificação. Entre as intervenções realizadas, destacam-se a reestruturação completa do piso, agora apoiado em estacas metálicas, a ampliação do proscênio em 2 metros e a substituição das cadeiras, além de melhorias para acessibilidade e conforto do público.

Figura 3 - Piso Fissurado e Rebaixado no Foyer Público 10 (Escada) (Fonte: ATP Engenharia)

Figura 4 – Piso Rebaixado no Foyer Público 42 (Fonte: ATP Engenharia)

## 2.3. Nova Arquitetura e Estrutura

A concepção arquitetônica do CECON – UFPE, tem sua disposição organizacional mostrada na Figura 5, foi elaborada pela Prefeitura da Cidade Universitária. A execução do projeto se deu a partir de um planejamento que considerou as necessidades funcionais da instituição. A estrutura e as fundações foram projetadas por uma consultoria internacional, que subcontratou uma empresa local especializada em geotecnia. Contudo, a prática de monitoramento contínuo, como exigido pelas normas brasileiras, não foi implementada, resultando em deficiências estruturais ao longo do uso.

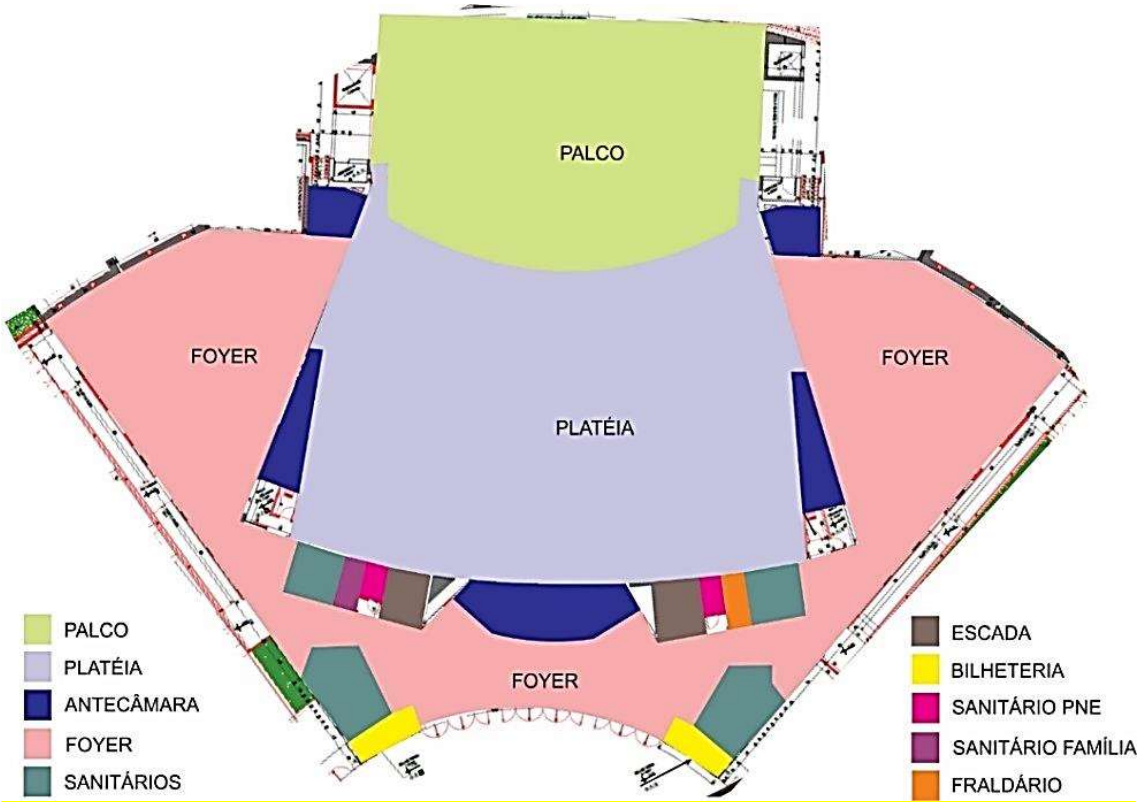



Figura 5 - Bloco A - Organização Espacial – Teatro (Fonte: ATP Engenharia)

Em razão do afundamento do piso neste bloco, projetado sobre um aterro, aterro este efetuado com completa ausência de compactação, e da necessidade de reconstruir toda a sua base, foi aproveitada a oportunidade para reconfigurar a curva de visibilidade da plateia inferior, proporcionando um maior conforto visual aos usuários, Figura 6. Além disso, durante a reforma, o proscênio será ampliado em 2,00 m. Todas as cadeiras atuais serão substituídas e serão incluídos assentos especiais para promover a acessibilidade,

como assentos para obesos, para pessoas com deficiência visual que necessitam de espaço para cães-guia, assentos para indivíduos com mobilidade reduzida, usuários de bengalas ou muletas, e áreas para cadeiras de rodas. Todos esses assentos especiais estarão localizados na plateia inferior, uma vez que o balcão só pode ser acessado por escadas fixas. As quantidades, localizações e dimensões dos assentos especiais foram planejadas em conformidade com as diretrizes da NBR 9050.

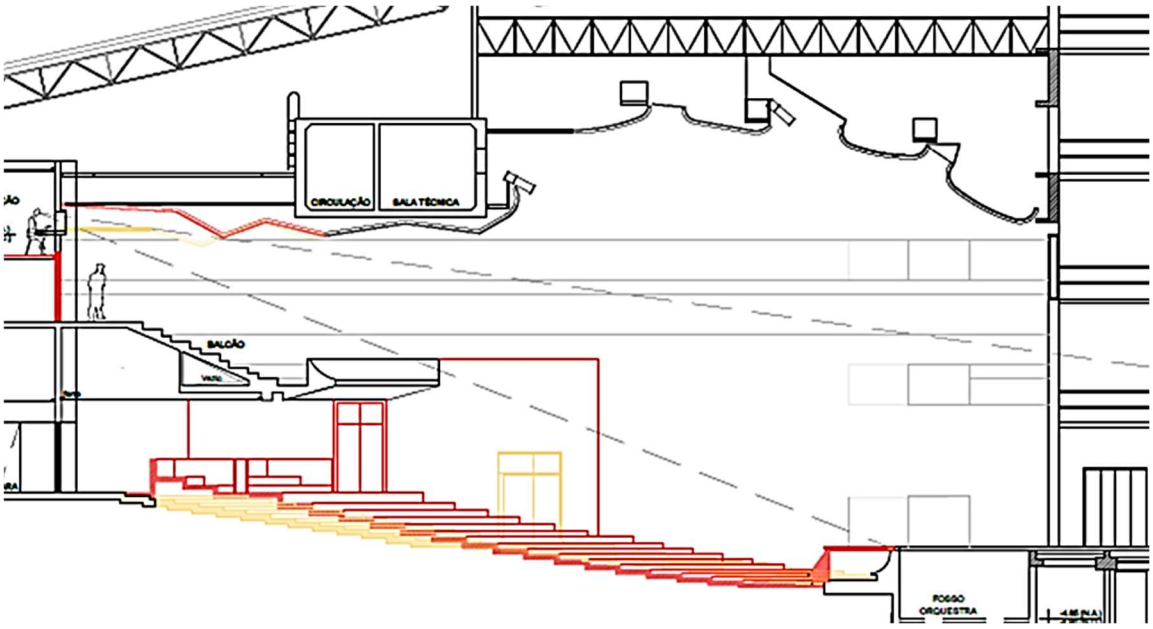



Figura 6 - Bloco A - Teatro - Corte Transversal (Fonte: ATP Engenharia)

Na laje da plateia também foram instalados capitéis, como pode ser observado na Figura 7, para aumentar a capacidade de suporte nos pontos de maior carga. A laje que conecta esses capitéis é inclinada, estruturada em forma de degraus para facilitar o processo construtivo.

Nesse projeto foi utilizada uma viga de bordo, ilustrada no detalhe genérico exibido na Figura 9, em todo o entorno da laje do piso. Essa viga desempenha um papel crucial ao aumentar a rigidez das lajes do edifício. Ela proporciona suporte lateral às bordas, reduzindo deformações e melhorando a distribuição das cargas sobre a estrutura. Essa viga ajuda a conter a flexão excessiva das lajes, garantindo a estabilidade necessária para suportar o grande vão e o fluxo de pessoas, contribuindo para a segurança e durabilidade da construção.

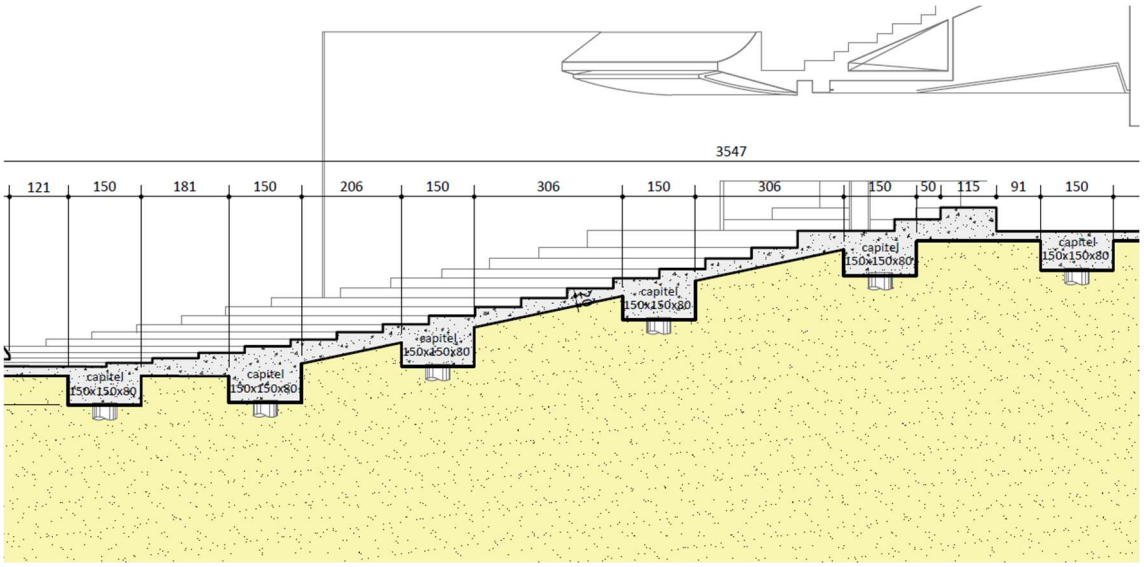



Figura 7 – Estrutura dos capiteis no Teatro (Fonte: APT Engenharia adaptada)

Na laje do piso do teatro, a armadura foi originalmente projetada com a tela de aço Q503 como pode ser observado na Figura 8. Contudo, após uma revisão técnica realizada pelo projetista, optou-se pela substituição dessa tela pela tela Q785. Ambas são telas de aço soldadas em formato quadriculado, projetadas para garantir uma distribuição uniforme da armadura ao longo da laje. A principal diferença entre as telas está no diâmetro das barras de aço utilizadas. A tela Q785, por contar com barras de maior diâmetro, oferece maior resistência e rigidez, atendendo aos critérios de segurança e eficiência estrutural. Essa solução também simplifica a instalação e assegura a qualidade do concreto armado. A Tabela 1 abaixo apresenta uma comparação detalhada entre as características das telas Q503 e Q785.

Tabela 1 - Comparação entre as telas (Fonte: Autores)

| Característica | Diâmetro das Barras | Espaçamento | Aço | Formato |
|---|---|---|---|---|
| **Tela Q785** | 10 mm | 10 cm | CA-60 | Quadriculado |
| **Tela Q503** | 8 mm | | | |

Essa alteração foi implementada para garantir maior durabilidade e desempenho à estrutura da laje seguindo as normas técnicas aplicáveis.

Figura 8 – Armação inicial da laje cogumelo do Teatro (Fonte: APT Engenharia adaptada)

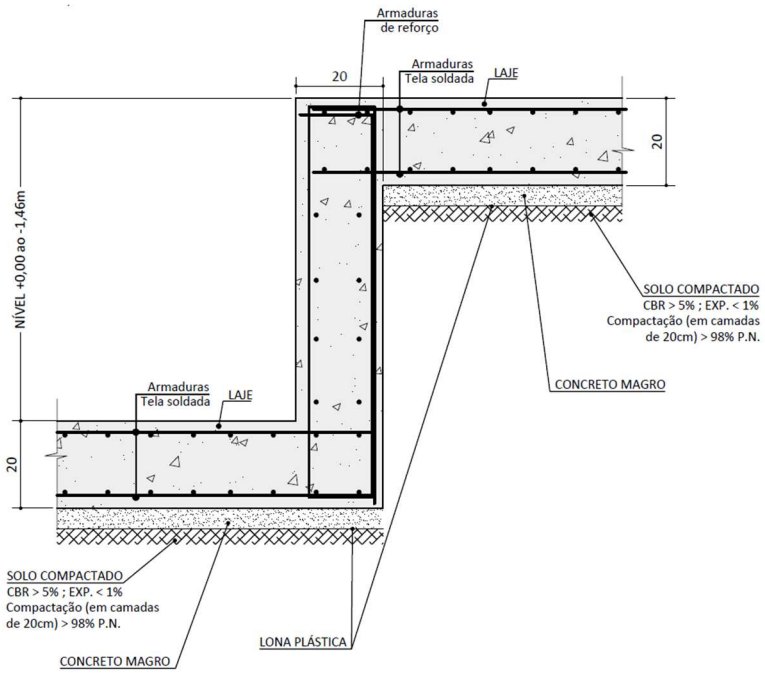



Figura 9 – SEÇÃO 4-4 Viga de bordo ligando os Foyer a área da plateia (Fonte: APT Engenharia adaptada)

## 2.4. Reforma

Em novembro de 2023, a Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) iniciou um ambicioso projeto de reforma do Teatro do Centro de Convenções, localizado no campus Recife. Com um investimento de R$ 72 milhões, a obra visa recuperar e modernizar o segundo maior teatro de Pernambuco, que permaneceu fechado desde 2013. (FOLHA DE PERNAMBUCO, 2023)

A reforma, que está prevista para durar dois anos, foi contratada com a empresa Cinzel Engenharia e será supervisionada pelo professor José Araújo, vice-diretor do Centro de Tecnologia e Geociências (CTG). O projeto inclui a recuperação do bloco A do prédio, que abriga o teatro, além de melhorias na infraestrutura e na tecnologia de som e iluminação.

Um dos objetivos principais dessa reforma é retornar a vida cultural e acadêmica da universidade e da comunidade local. O teatro, com capacidade para 1.931 lugares, um importante palco para apresentações de música, teatro, dança, e outros eventos culturais. A recuperação do teatro vai estimular a agenda cultural da região e proporcionar novas oportunidades para estudantes e profissionais da área. (BENTO, 2023)

Além disso, o projeto de extensão "Reforma do Teatro da UFPE: Construindo Arte e Cultura para Sociedade" envolve a participação de estudantes de diversos cursos da universidade, do Instituto Federal de Pernambuco (IFPE) e das Escolas Técnicas Estaduais (UFPE, 2023). Essa iniciativa multidisciplinar proporciona uma vivência pratica e enriquecedora para os alunos, que tendo a oportunidade de aprender com profissionais da área e participar de discussões, mesas redondas e palestras.

A expectativa é que, com a conclusão das obras em 2026, o Teatro da UFPE possa retomar seu papel de destaque na promoção da cultura e da educação, fortalecendo ainda mais a conexões entre a universidade e a sociedade.

## 2.5. Piso estaqueado

O piso do CECON - UFPE foi projetado sobre estacas para proporcionar um suporte estrutural adicional, considerando as particularidades do terreno onde está localizado. A decisão de implementar um piso estaqueado se deu em função do histórico

de patologias na edificação, especialmente na plateia e nas áreas adjacentes do teatro. Esse tipo de solução estrutural visa minimizar os efeitos adversos de recalques, que podem comprometer a integridade e a funcionalidade da construção. A utilização de estacas metálicas, compostas por perfis Açominas, foi escolhida como uma estratégia eficaz para garantir a estabilidade do piso, especialmente em regiões onde a presença de argilas orgânicas moles pode causar deformações e deterioração ao longo do tempo. O piso estaqueado não apenas assegura uma fundação mais robusta, mas também contribui para o desempenho acústico do teatro, permitindo que a experiência dos usuários não seja comprometida por falhas estruturais.

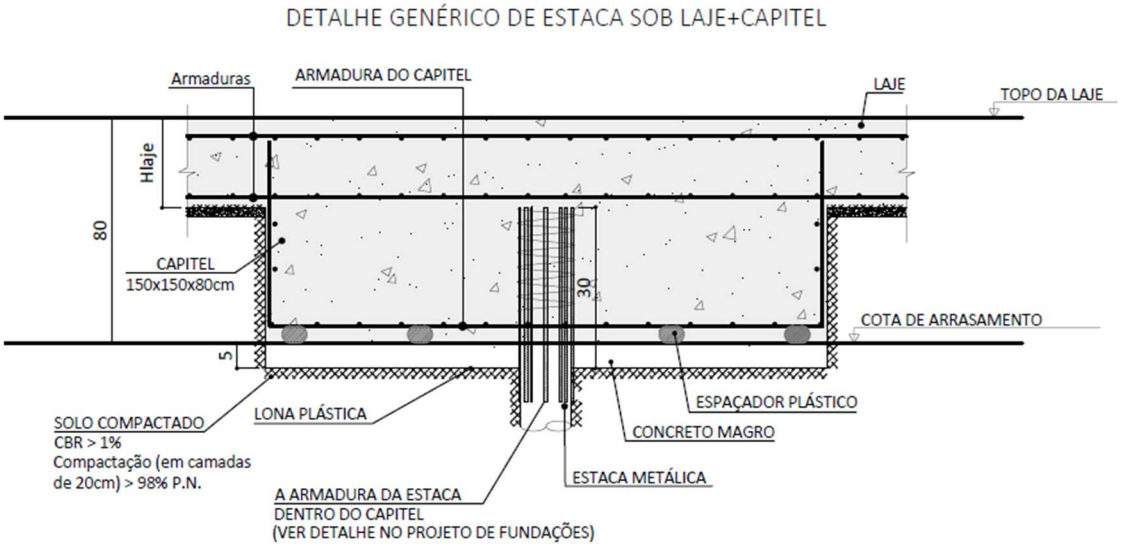



Figura 10 - Laje estaqueada. (Fonte: ATP Engenharia adaptada)

## 2.6. Influência do Teatro neste texto

Além de ser um espaço cultural significativo, o Teatro do CECON - UFPE possui características que influenciam diretamente a estrutura e o planejamento deste trabalho. Esses aspectos incluem:

1. Capacidade e Layout: O teatro possui uma capacidade para 1.931 lugares, o que exige uma análise estrutural rigorosa para suportar o peso adicional e as cargas dinâmicas durante eventos.

2. Condições de Uso: O intenso uso do teatro ao longo dos anos resultou em um desgaste natural das instalações, demandando avaliações periódicas e possíveis intervenções para garantir a segurança e a funcionalidade do espaço.
3. Fundação e Estruturas: A escolha do piso estaqueado foi motivada pela necessidade de um suporte estrutural robusto, considerando as características do solo, que incluem a presença de argilas orgânicas moles. Essa fundação é crucial para a estabilidade do teatro.
4. Acústica e Performance: O design estrutural do teatro não é apenas funcional; ele também precisa atender a requisitos acústicos rigorosos, que podem ser impactados por deformações ou recalques na estrutura.

Consequentemente, este trabalho busca analisar os esforços internos solicitantes dos elementos estruturais do teatro, a fim de rever e aprimorar os projetos existentes.

# 3. REFERENCIAL TEÓRICO

## 3.1. Lajes maciças

Estruturalmente, as lajes são placas de concreto que atuam como elementos de superfície plana, ou seja, são componentes laminares simétricos em relação ao plano médio. Sua espessura, que é a medida perpendicular à superfície, é relativamente pequena em comparação com as outras dimensões (largura e comprimento) e está sujeita, principalmente, a forças normais ao seu plano (CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO, 2014).

As lajes podem ser diferenciadas pela vinculação de seus bordos e pelo elemento estrutural em que estão apoiadas. No caso em que as lajes se apoiam em vigas, podemos classificá-las, de uma forma simplificada, por (LIBÂNIO, 2007):

Borda simplesmente apoiada ocorre quando a laje não possui continuidade após a viga de apoio ou quando a laje adjacente apresenta uma espessura significativamente menor (com mais de 2 cm de diferença) ou está em um plano horizontal distinto. A borda

engastada, por sua vez, acontece quando a laje se mantém no plano horizontal e possui continuidade após a viga de apoio, sem atender às condições do caso anterior; neste contexto, lajes em balanço são sempre engastadas, independentemente do nível ou da espessura. Já a borda livre ocorre quando não há apoios para a laje após esta atravessar a viga de apoio.

A classificação das bordas das lajes impacta diretamente o comportamento estrutural e a distribuição de esforços. Lajes engastadas, por exemplo, têm a vantagem de reduzir deformações e, consequentemente, deslocamento transversal. No entanto, seus bordos engastados geram momentos negativos, exigindo armaduras específicas. Esse mesmo efeito também ocorre nos apoios das lajes cogumelo, que serão discutidas na seção 3.3.

## 3.2. Lajes nervuradas

Normalmente, os pisos de edifícios de concreto armado são projetados com lajes maciças. No entanto, em vãos amplos, essa abordagem pode se tornar antieconômica devido à grande espessura da laje. Para diminuir o peso da estrutura, uma alternativa viável é utilizar lajes nervuradas (ARAÚJO, 2014). A NBR-6118 define lajes nervuradas como sendo “aquelas moldadas no local ou que possuem nervuras pré-moldadas, onde a zona de tração para momentos positivos está situada nas nervuras, entre as quais pode ser colocado material inerte".

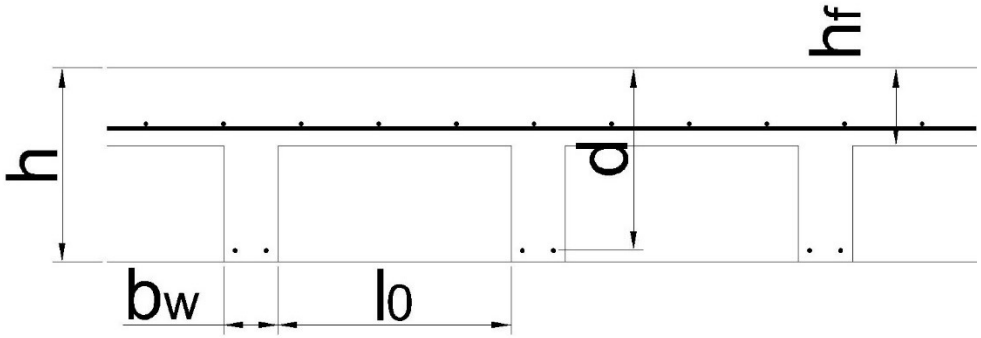



Figura 11 - Laje nervurada (Fonte: Autores)

As lajes nervuradas apresentam diversas vantagens em relação às lajes maciças, destacando-se a capacidade de vencer grandes vãos, o que as torna uma solução eficaz também para lajes cogumelo, além da redução da quantidade de concreto necessário na obra, resultando em uma diminuição dos custos. No entanto, as principais desvantagens do uso de lajes nervuradas estão relacionadas aos processos construtivos, uma vez que demandam um maior número de etapas durante a montagem e exigem cuidados adicionais na concretagem para prevenir a formação de vazios nas nervuras.

### 3.3. Lajes cogumelo

Lajes cogumelo são lajes que se apoiam diretamente sobre os pilares, sem a necessidade de vigas intermediárias, podendo ou não contar com capitéis. A NBR-6118:2023 refere-se a essas lajes apoiadas diretamente nos pilares, sem capitéis, como "lajes lisas". Em geral, a resistência dessas lajes é determinada pelas tensões tangenciais de punção que surgem ao redor dos pilares de apoio. A origem dos capitéis se dá pelo alargamento da seção de topo dos pilares, com o objetivo de reduzir essas tensões de cisalhamento (ARAÚJO, 2014).

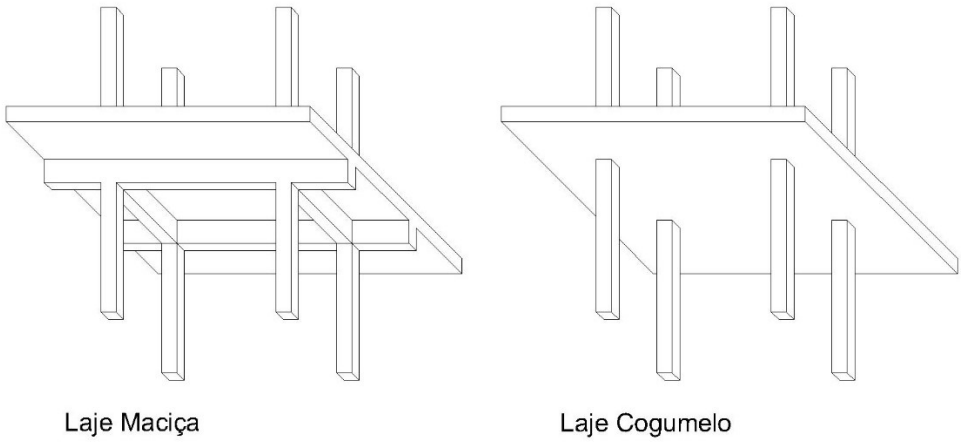



Figura 12 - Laje maciça e laje cogumelo (Fonte: Autores)

Resumidamente, pode-se dizer que o dimensionamento de lajes cogumelo é dado pela sua resistência à punção, que é analisada a partir dos esforços de cisalhamento que ocorrem nos apoios dela.

Ainda segundo (ARAÚJO, 2014), no senário atual o uso de lajes com capitéis tem sido evitado em função das dificuldades na execução das formas. Dessa forma, opta-se por lajes lisas, projetadas com espessura suficiente para assegurar resistência à punção e à flexão. As bordas das lajes cogumelo podem ser livres, apoiadas em pilares ou em apoios contínuos. No entanto, do ponto de vista da segurança, é aconselhável projetar vigas de bordo para essas lajes, pois essas regiões são consideradas críticas.

No caso estudado, a laje possui uma viga de 50 cm de altura ao longo de todo o seu perímetro, a qual desempenha uma função importante de aumentar a rigidez da estrutura, reduzindo, assim, os deslocamentos gerados pelas cargas atuantes.

O sistema de lajes lisas (sem capitel) oferece diversas vantagens em comparação ao sistema tradicional de lajes, pilares e vigas. Entre essas vantagens estão a adaptabilidade a diferentes condições ambientais, a simplificação das armaduras e formas das vigas, o que reduz várias etapas do processo de execução. Quando necessárias, as armaduras transversais para combate à punção, que têm sua análise e dimensionamento detalhados no item 19.5 da NBR-6118, são aplicadas apenas em uma área reduzida próxima ao pilar (FIGUEIREDO FILHO, 1990).

Porém, também conforme (FIGUEIREDO FILHO, 1990), em edifícios altos, a ausência de vigas, que são importantes para garantir o contraventamento, compromete a estabilidade global da estrutura devido às ações horizontais, tornando necessário vincular as lajes a núcleos rígidos ou paredes estruturais. Além disso, as lajes cogumelo apresentam um deslocamento transversal no meio do vão maior em comparação às lajes apoiadas em vigas.

Na obra do teatro da UFPE, conforme citado anteriormente, optou-se pelo uso de um conjunto de estacas de perfis metálicos e capitéis para evitar os efeitos de punção gerados pela sobrecarga de projeto. Essa escolha, no entanto, resultou em algumas dificuldades construtivas e demandou um acompanhamento mais próximo dos engenheiros nessa etapa da construção.

## 3.4. Punção

O fenômeno da punção ocorre quando um pilar perfura uma laje ou sapata devido às elevadas tensões de cisalhamento, resultantes da concentração de grandes forças em áreas reduzidas. Esse fenômeno é particularmente comum em casos de edificações construídas em locais com a predominância de solos rochosos de alta resistência, onde, mesmo para edifícios altos, é possível optar por fundações rasas em sapatas. Em lajes cogumelo, esse efeito pode manifestar-se nas regiões de ligação entre a laje e os pilares.

Conforme os estudos e ensaios de punção em lajes conduzidos por Shehata (1993), os danos típicos observados antes da ruptura incluem fissuras radiais, que se iniciam próximo ao centro das lajes e se propagam em direção ao seu perímetro, dividindo-as em segmentos radiais.

Shehata (1993) também diz que instantes antes da ruptura, surgiram fissuras tangenciais na região de punção, sugerindo a formação de fissuras inclinadas internas decorrentes de esforços de tração diagonal.

As observações feitas por Shehata ressaltam um ponto crítico em relação à punção: como a laje falha de forma abrupta, antes de atingir sua capacidade de resistência à flexão, os danos resultantes dessa ruptura podem ser severos. Essas observações também são confirmadas por Megles (1995), que diz:

*"Na ruína por punção, sendo a força cortante predominante, a laje se rompe antes que a capacidade resistente de flexão seja atingida, provocando uma ruptura abrupta que, por não fornecer qualquer aviso prévio é extremamente perigosa"*

Conforme Figueiredo Filho (1989), na região de ligação entre a laje e o pilar, além das forças de cisalhamento, podem atuar grandes momentos fletores. Esses momentos não são problemas apenas para o caso de pilares internos de lajes simétricas, carregadas simetricamente e isentas de esforços laterais, pois, nessas condições, os momentos na laje se equilibram internamente.

A análise de Figueiredo Filho destaca a importância das condições de simetria de carga na estabilidade das lajes em relação aos momentos fletores que surgem na conexão com os pilares. De fato, conforme especificado no item 19.5.2.2 da NBR 6118:2023, nos casos em que ocorre transferência de momento entre a laje e o pilar, o efeito da assimetria deve ser considerado, de modo que o esforço solicitante de cálculo pode ser ampliado em até 80% do momento de projeto, dividido pela relação entre a altura útil da laje e as dimensões do pilar.

## 3.5. Método dos elementos finitos

No campo da Engenharia de Estruturas, o Método dos Elementos Finitos (MEF) tem como finalidade determinar as tensões e deformações em um sólido de forma arbitrária, submetido a forças externas. Esse tipo de cálculo é conhecido como análise estrutural e é aplicado, por exemplo, no estudo de edifícios, pontes, barragens, entre outros (AZEVEDO, 2003).

Azevedo (2003) afirma que a formulação do Método dos Elementos Finitos (MEF) pode ser fundamentada no método dos deslocamentos, em modelos de equilíbrio ou em métodos híbridos e mistos, destacando o método dos deslocamentos como o mais simples e versátil entre eles. Dessa forma, a equação fundamental para placas delgadas, derivada a partir do equilíbrio e da compatibilidade dos deslocamentos de um elemento infinitesimal e que relaciona os momentos fletores às curvaturas, pode ser expressa para placas submetidas a uma carga p(x,y), conforme descrito por Carvalho e Figueiredo Filho (2014):

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 * \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\frac{p}{D} \quad (1)$$

em que:

w – deslocamento vertical

x,y – coordenadas de um ponto genérico da placa

p – intensidade da carga atuante;

D – é a rigidez à flexão da placa

E- módulo de deformação longitudinal do concreto;

V – coeficiente de Poisson

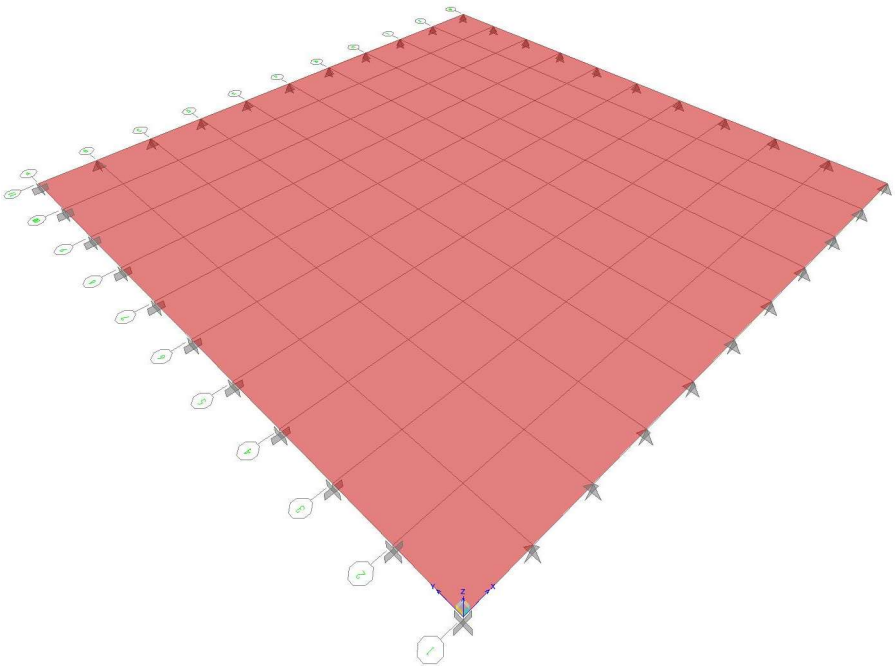


Figura 13 - Modelo de laje discretizada pelo MEF (Fonte: Autores)

Quando se projeta uma estrutura, é comum realizar várias análises e ajustes nas suas características para alcançar uma solução que seja tanto econômica quanto capaz de atender aos requisitos funcionais e normativos e o MEF vem como uma ferramenta extremamente útil para análise de estruturas não reticuladas como lajes e cascas.

O MEF desempenha um papel essencial no cálculo e dimensionamento de estruturas, permitindo uma análise detalhada de elementos complexos, como lajes e cascas, que fogem às geometrias reticuladas convencionais. O MEF fundamenta-se no Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV) para estabelecer as equações de equilíbrio de uma estrutura discretizada em pequenos elementos.

O PTV é uma ferramenta essencial para determinar as forças e momentos necessários para atingir uma configuração deformada compatível em uma estrutura. O PTV faz uso de um sistema auxiliar virtual, totalmente independente da estrutura real,

cuja função é auxiliar na definição das condições de equilíbrio para a estrutura em análise. (MARTHA, 2010)

Aplicando esse princípio, o MEF considera que cada elemento da estrutura pode sofrer deslocamentos virtuais mínimos, formulando assim as equações de equilíbrio em termos dos deslocamentos nodais que conectam os elementos. Dessa forma, o MEF converte um problema contínuo em um sistema discreto de equações lineares, permitindo o cálculo preciso de deslocamentos, tensões e deformações em qualquer ponto da estrutura. Esse enfoque matemático, sustentado pelo princípio dos deslocamentos virtuais, é fundamental para a modelagem exata do comportamento de estruturas complexas e não reticuladas.

# 4. METODOLOGIA

Nesta seção, são descritos os procedimentos adotados para a realização da análise elástica da laje estudada por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF), além da verificação manual das armaduras de projeto, considerando os esforços internos obtidos na análise. A metodologia abrange o detalhamento da entrada de dados no modelo computacional, o processo de extração e interpretação dos resultados obtidos e os cálculos necessários para a verificação e dimensionamento das armaduras. Cada etapa foi cuidadosamente estruturada para assegurar a precisão e a coerência dos parâmetros empregados na análise estrutural, fundamentando-se em normas técnicas e referências consolidadas na área.

## 4.1. Coleta e entrada de dados

A geometria da laje de piso e das estacas metálicas foi inicialmente obtida das plantas de fundação do projeto estrutural. Com essas informações, foi desenhada uma malha preliminar em um arquivo DWG, que posteriormente foi importado para o software de análise estrutural SAP2000, onde a modelagem foi concluída, respeitando integralmente a geometria e as cotas especificadas no projeto original. A definição da malha final do modelo computacional foi realizada de forma incremental, subdividindo

os elementos da malha anterior em dois ou quatro novos elementos a cada iteração. Esse processo foi repetido até que a diferença nos deslocamentos transversais observados em um mesmo ponto das sucessivas malhas se tornasse insignificante, garantindo a convergência dos resultados.

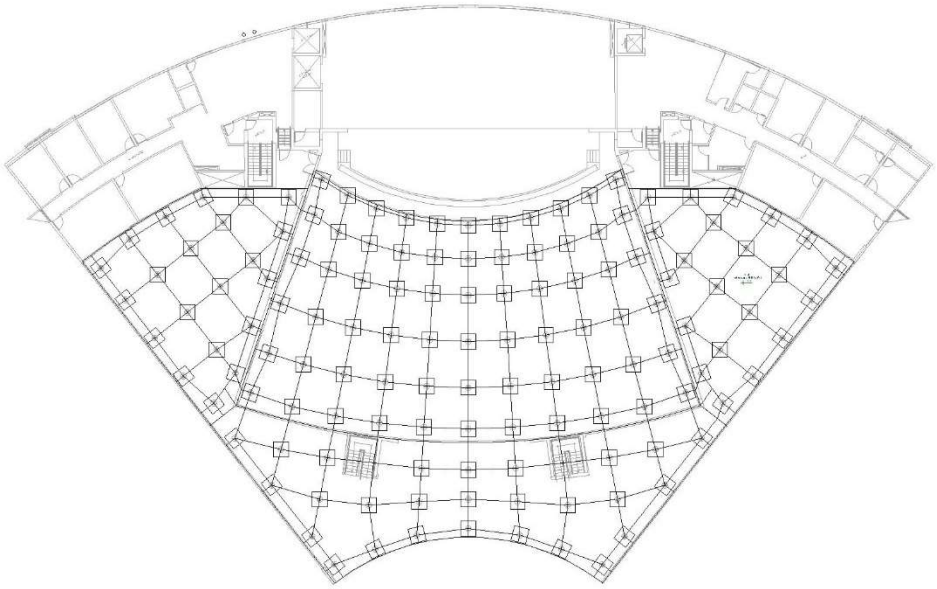


Figura 14 - Malha preliminar sob o projeto de estruturas (Fonte: Bloco A piso do teatro / foyer – Planta de forma - Adaptado)

As cargas aplicadas na análise, com exceção da sobrecarga, foram determinadas conforme as normas técnicas vigentes. O peso próprio da estrutura, denominado de carga G0, foi calculado automaticamente pelo software, a partir da espessura de projeto da laje e dos parâmetros de entrada do concreto utilizado, apresentados na Tabela 2, incluindo peso específico, módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson, conforme especificado pelo item 8.2 da NBR 6118:2023. Para as estacas, foram adotados os parâmetros do perfil metálico 256x62, especificado para a obra, apresentado na Tabela 3, conforme as características fornecidas no catálogo técnico da Gerdau, fabricante dos materiais.

Tabela 2 - Propriedades do concreto (Fonte: Autores)

| | |
|---|---|
| Espessura da laje de projeto | 20 cm |
| Peso por unidade de volume | 25 kN/m³ |
| Massa por unidade de volume | 2,5493 t/m³ |

| | |
|---|---|
| Módulo de Elasticidade (E) | 3.756.594 kN/m² |
| Coeficiente de Poisson (ν) | 0,2 |
| Coeficiente de Expansão Térmica (α) | $1 \times 10^{-4}$ 1/°C |
| Módulo de Cisalhamento (G) | 1.565.247,6 kN/m² |
| Resistência à Compressão Especificada (fck) | 45.000 kN/m² |

Tabela 3 - Propriedades da estaca metálica (Fonte: Autores)

| | |
|---|---|
| Massa por unidade de volume | 7,79 Kg/m³ |
| Módulo de Elasticidade (E): | $2{,}2 \times 10^{9}$ kN/m² |
| Coeficiente de Poisson (ν): 0,3 | 0,3 |
| Coeficiente de Expansão Térmica (α): | $1{,}2 \times 10^{-4}$ 1/°C |
| Módulo de Cisalhamento (G): | $7{,}69 \times 10^{8}$ kN/m² |
| Tensão mínima de escoamento (Fy): | 4.500.000 kN/m² |
| Tensão efetiva de escoamento (Fye): | 4.950.000 kN/m² |
| Altura externa (t3) | 0,256 m |
| Largura da aba superior (t2) | 0,246 m |
| Espessura da aba superior (tf) | 0,0107 m |
| Espessura da alma (tw) | 0,0105 m |
| Largura da aba inferior (t2b) | 0,246 m |
| Espessura da aba inferior (tfb) | 0,0107 m |

As cargas permanentes adicionais, nomeadas de G1, como as de revestimento, foram baseadas nos valores da NBR 6120:2019. A única exceção foi a sobrecarga, carga Q no modelo, para a qual optamos por utilizar o valor de 1000 kgf/m² especificado no projeto original, em detrimento dos valores normativos, a fim de obter uma avaliação mais precisa da funcionalidade da armação projetada.

### 4.2. Combinações utilizadas

Com o modelo e as cargas bem definidos, procedeu-se à segunda etapa metodológica: a definição das combinações de carga para a análise. Foram adotadas duas combinações principais, uma de serviço (SERV-1) e outra de ruptura (RUPT-1).

A combinação de serviço (SERV-1) foi empregada para uma análise padrão, sem aplicação de multiplicadores nas cargas, sendo utilizada principalmente durante o processo inicial de refinamento da malha final do modelo.

A combinação de ruptura (RUPT-1) utilizou fatores de ampliação mais conservadores do que os normativos. Essa decisão foi fundamentada nas incertezas associadas ao processo numérico de cálculo do SAP2000, que pode acumular erros durante as simulações. O objetivo foi garantir que os esforços calculados estivessem o mais próximo possível das condições reais de carregamento extremo.

Tabela 4 – Combinações utilizadas no modelo (Fonte: Autores)

| COMBINAÇÃO | G0 | G1 | Q |
|---|---|---|---|
| SERV-1 | 1 | 1 | 1 |
| RUPT-1 | 1,35 | 1,4 | 1,5 |

## 4.3. Extração de resultados

Após a conclusão das verificações e definição de todos os parâmetros, procedeu-se à etapa de extração dos momentos resultantes da análise computacional. Para o dimensionamento adequado das armaduras em cada situação, foi inicialmente necessário identificar os pontos de máxima solicitação.

Além dos pontos de momentos máximos, também foi extraído do modelo o valor da maior reação de apoio, que serve como referência fundamental para a análise e dimensionamento da punção nos capitéis. Esse parâmetro é crucial para a determinação da resistência de uma laje cogumelo, conforme discutido anteriormente.

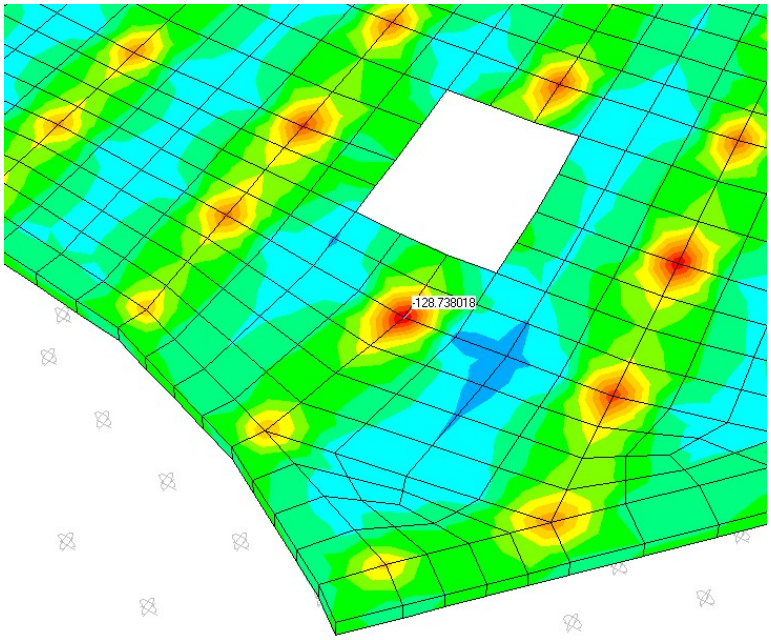



Figura 15 - Momento negativo retirado do modelo computacional (Fonte: Autores)

A partir dos valores máximos dos momentos fletores positivos e negativos nos eixos x e y, assim como dos momentos torçores máximos, foi calculada uma média entre o momento no ponto de máximo valor e os momentos nos vértices dos elementos adjacentes à esquerda e à direita desse ponto. Esse procedimento foi repetido para cada caso de análise. Em seguida, o momento máximo médio foi somado ao valor médio do momento torçor, obtendo-se, assim, o momento de projeto final.

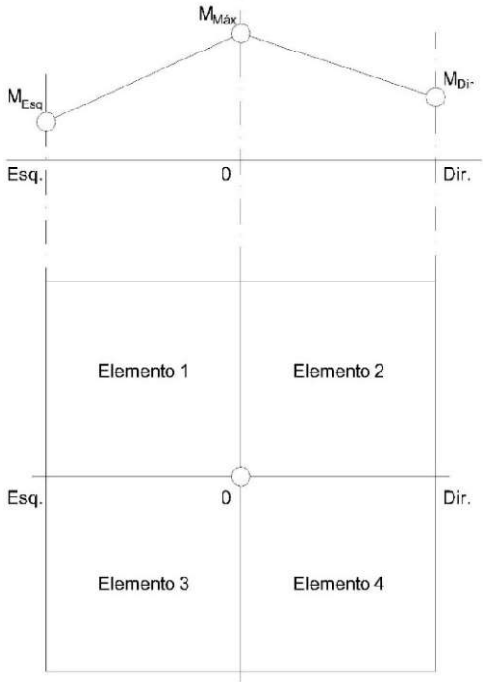



Figura 16 - Esquema de obtenção dos momentos médios (Fonte: Autores)

De posse dos esforços de projeto, a etapa seguinte é o dimensionamento e análise das armaduras de tração previstas no projeto, além da avaliação da resistência do sistema laje-capitel em relação à punção.

## 4.4. Verificação da armação de projeto

Na situação de projeto para a laje-cogumelo do teatro da UFPE, como a determinação da armadura de projeto pode ser feita similar ao processo de vigas, destacando que os momentos são determinados para uma faixa unitária de 100cm de laje, trada assim isoladamente.

O cálculo da quantidade de armadura longitudinal em vigas submetidas à flexão normal simples, considerando seções transversais retangulares, é realizado com base no equilíbrio das forças atuantes na seção. Para isso, são conhecidos parâmetros como a

resistência característica do concreto (fck), a largura da seção (bw), a altura útil (d) e a resistência de cálculo do aço (fyd).

De acordo com o item 14.6.4.3 da ABNT NBR 6118:2014, busca-se garantir um comportamento dúctil adequado, restringindo a posição relativa da linha neutra (x/d) no estado limite último (ELU). Isso implica na limitação de x/d a valores de até 0,45 para concretos com fck menor ou igual a 50 MPa, e até 0,35 para concretos com fck entre 50 e 90 MPa, exceto em casos com reforços que proporcionem confinamento adicional. Essas restrições resultam na simplificação do uso do domínio 3, excluindo os domínios 4 e 4a.

Para facilitar o cálculo e possibilitar o uso de diversos sistemas de unidades, é conveniente a adoção de fórmulas adimensionais, apresentadas abaixo. No caso de concretos até a classe C50, essas expressões adimensionais permitem o uso racional de tabelas e gráficos, simplificando a análise e o dimensionamento da armadura longitudinal em vigas.

$$KMD = \frac{M_d}{b_w * d^2 * f_{cd}} \tag{2}$$

$$KX = \frac{1 - \sqrt{1 - 2 * \frac{KMD}{\alpha_c}}}{\lambda} \tag{3}$$

$$KZ = \left(1 - \frac{\lambda}{2} * KX\right) \tag{4}$$

$$A_s = \frac{Md}{KZ * d * f_s} \tag{5}$$

Onde:

$A_s$ é a área de aço na seção

$f_{cd}$ é a resistência de cálculo do concreto

$f_s$ é a tensão na armadura comprimida

Md é o momento de projeto aplicado a seção

bw é a largura da seção

d é a altura útil da seção

$\lambda = 0,8$ e $ac = 0,85$ para $fck \leq 50$ MPa

## 4.5. Verificação do dimensionamento à punção

O item 19.5 da norma NBR 6118:2023 estabelece que o modelo de cálculo para esse dimensionamento corresponde à verificação do cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas definidas no entorno de forças concentradas. O processo de verificação para essa condição foi realizado estritamente em conformidade com as diretrizes estabelecidas por essa norma, e sua memória de cálculo está disponível no APÊNDICE A deste trabalho.

### 4.5.1. Definição das superfícies críticas C e C1'

O item 19.5.2.5 de norma define que na existência de capitel deve-se, baseado em suas dimensões, fazer verificações em dois contornos críticos além da superfície crítica C.

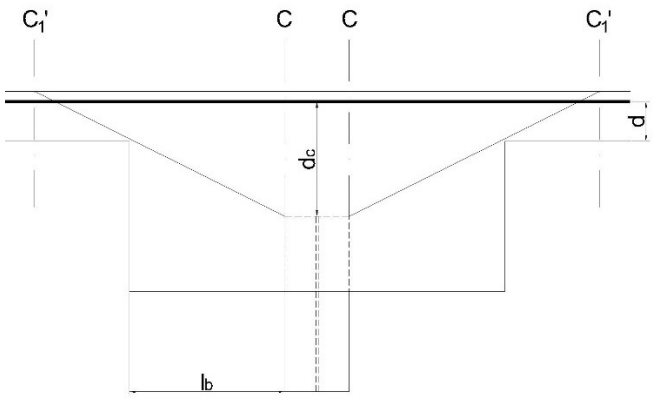



Figura 17 - Definição das superfícies C e C1' (Fonte: Autores)

Onde

$d$ é a altura útil da laje fora do pilar;

$d_c$ é a altura útil da laje na face do pilar;

$l_b$ é a distância entre a borda do capitel e a face do pilar.

Por se tratar de um perfil metálico do tipo “H”, a superfície crítica C foi definida pelo polígono circunscrito ao contorno desse perfil. Assim, a superfície crítica $C_1$' foi traçada paralelamente a C, a uma distância determinada por uma linha com inclinação de 1:2, partindo do topo do pilar, situado a 30 cm acima da base do capitel. Como, para o nosso caso:

$$2 \cdot (d_c - d) < l_b < 2 \cdot d_c \quad (7)$$

A verificação é necessária apenas para as superfícies críticas C e C1'.

### 4.5.2. Verificação do cisalhamento

Com as análises geométricas feitas, a NBR-6118:2023 entra na etapa da análise da resistência do sistema pilar-capital ao cisalhamento, que deve ser verificada a resistência ao esmagamento do concreto em cima do pilar, utilizando o contorno "$u_0$" dado pelo perímetro do polígono circunscrito no perfil metálico e após isso a resistência à tenção tangencial aplicada no contorno "$u_1$" dado pelo perímetro da superfície crítica C1'. De modo que, para o primeiro caso:

$$\tau_{Sd1} = \frac{F_{Sd,ef}}{u_0 \cdot d} \leq \tau_{Rdo} \tag{8}$$

E para o segundo caso:

$$\tau_{Sd1} = \frac{F_{Sd,ef}}{u_1 \cdot d} \leq \tau_{Rd1} \tag{9}$$

De modo que:

$$F_{Sd,ef} = \beta \cdot F_{Sd} \tag{10}$$

$$\tau_{Rd0} = 0{,}27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \tag{11}$$

$$\tau_{Rd1} = 0{,}13 \cdot \left(1 + \sqrt{{}^{20}/_{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \tag{12}$$

Onde

β = 1,15 para pilares internos;

ρ é a taxa de armadura de flexão nas duas direções.

Se a primeira verificação falhar, isso indica que o concreto junto ao pilar não suporta os esforços e está rompendo por esmagamento. Para solucionar essa questão, é necessário aumentar a resistência do concreto. Por outro lado, se a segunda verificação falhar, isso indica que a laje não é capaz de resistir às tensões tangenciais geradas pela reação do pilar. Para resolver essa situação, é necessário adicionar armaduras específicas para resistir ao efeito da punção.

## 5. RESULTADOS

Foi feita a modelagem no software computacional de análise estrutural respeitando as dimensões recomendadas para que os elementos não tenham suas dimensões maiores que duas vezes o outro lado, assim mantendo os elementos o mais retangular possível.

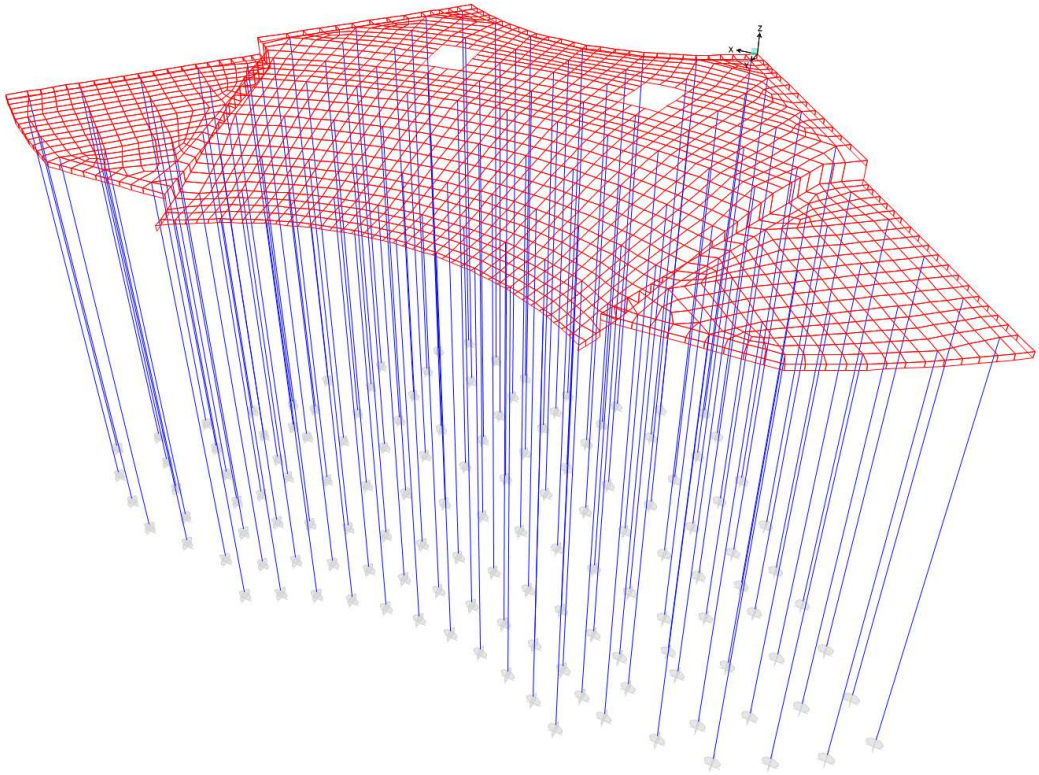


Figura 18 - Malha de elementos finitos (Fonte: Autores)

Após a modelagem é feita uma verificação simples para identificar possíveis problemas de métodos numéricos. Essa etapa consiste em tomar nota de todas as reações da estrutura e comparar com o resultado obtidos por cálculos manuais. Essa verificação deu uma pequena variação de 16,93 kN, como pode ser verificado na Tabela 5. O que está dentro do limite aceitável para a diferença computacional e manual.

Tabela 5 - Verificação das reações (Fonte: Autores)

| DESCRIÇÃO | VALORES | UNIDADES |
|---|---|---|
| Área total | 881,6479 | m2 |
| G0 | 4408,2395 | kN |
| G1 | 1763,2958 | kN |
| Q | 2644,9437 | kN |
| Reações calculadas | 8816,4790 | kN |
| Reações SAP | 8799,5496 | kN |

## 5.1. Resultados quando ao Momento fletor

A malha gráfica de momentos fletores geradas pelo SAP2000 apresenta uma visão geral dos resultados obtidos, assim sendo possível observar o comportamento do MEF nessa estrutura e identificar possíveis erros ou padrões, como simetrias notada na Figura 19, Figura 20 e Figura 21.

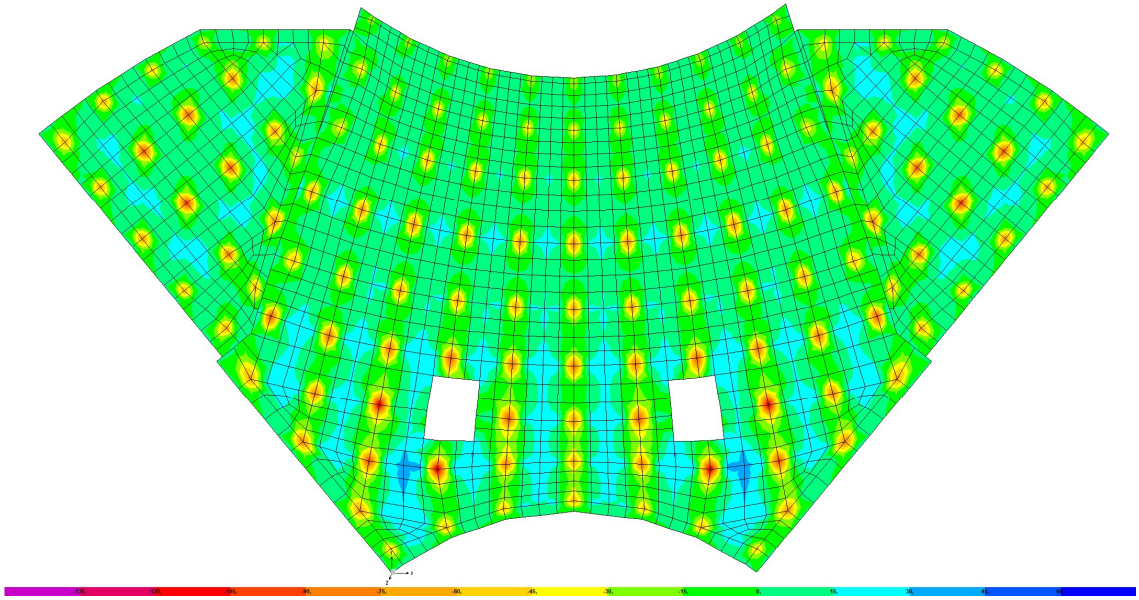


Figura 19 - Gráfico de momentos fletores direção X (Fonte: Autores)

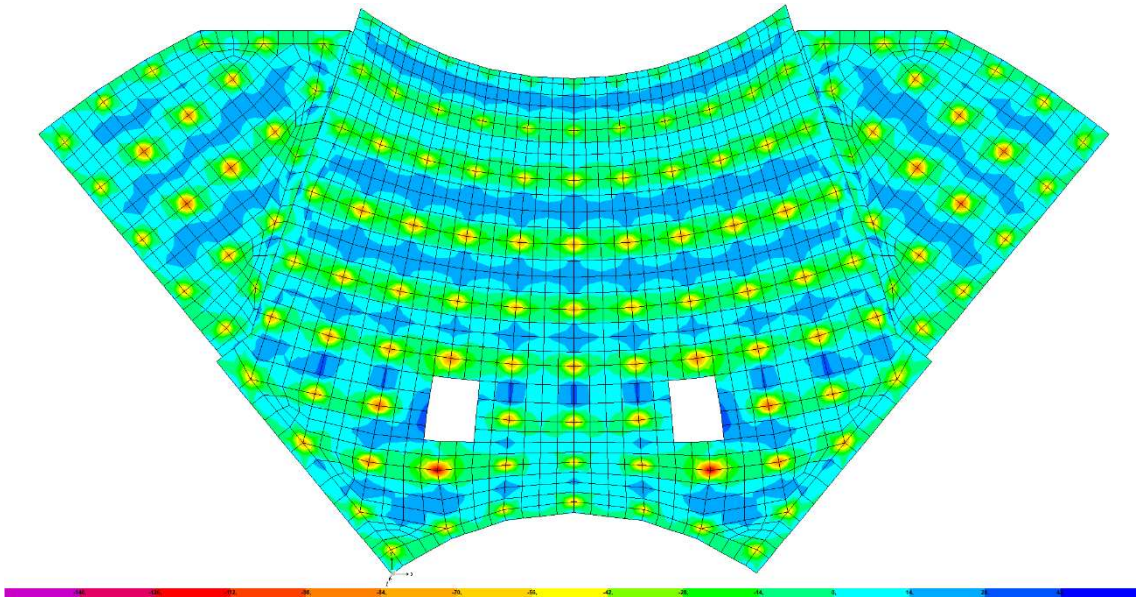


Figura 20 - Gráfico de momentos fletores direção Y (Fonte: Autores)

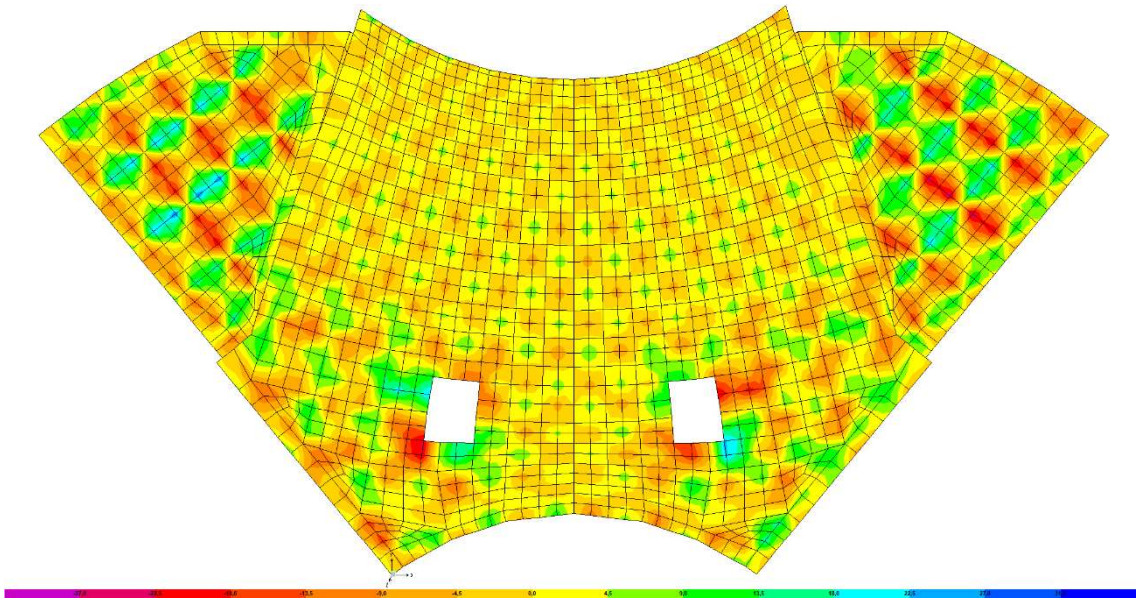


Figura 21 - Gráfico do momento torçor na direção XY (Fonte: Autores)

Os momentos fletores obtidos pela análise computacional do MEF, descritos na Tabela 6, foram utilizados para a verificação da armadura de projeto, a sequência de cálculo está detalhada no APÊNDICE A.

Tabela 6 – Momentos fletores de cálculo (kN*m) (Fonte: Autores)

| | Eixo X | Eixo Y | Eixo X | Eixo Y |
|---|---|---|---|---|
| Combinação de Serviço | -63,189 | -63,936 | 40,080 | 40,080 |
| Combinação para a ruptura | -91,135 | -92,215 | 57,763 | 53,492 |

Devido às incertezas numéricas presentes no programa, decidimos converter os momentos de cálculo da ruptura em momentos característicos, conforme apresentado na Tabela 7. Essa abordagem resulta em valores diferentes daqueles obtidos a partir da combinação de serviço.

Tabela 7 - Momentos característicos ($M_k$) da laje do teatro da UFPE (Fonte: Autores)

| | |
|---|---|
| Momento característico positivo | 42 kN*m |

| | |
|---|---|
| Momento característico negativo | 66 kN*m |

Para a obtenção dos momentos resistentes, foram utilizados os softwares PCalc 1.4 e Obliqua 1.0, cujos resultados estão apresentados na Tabela 8. O Obliqua 1.0 permite uma modelagem mais fiel ao projeto real, pois possibilita a introdução de armaduras em diferentes camadas e bitolas de barras. Por outro lado, o PCalc 1.4, desenvolvido para pilares, considera sempre uma armadura simétrica, o que não corresponde ao nosso caso. Assim foi utilizado a área com maior quantidade de armadura por equivalência.

Tabela 8 - Momentos característicos obtidos através dos softwares (Fonte: Autores)

| | PCalc 1.4 | Obliqua 1.0 |
|---|---|---|
| Momento positivo | 117 kN*m | 58 kN*m |
| Momento negativo | 117 kN*m | 110 kN*m |

Para a verificação, optou-se por calcular a armadura necessária para a seção e compara com a armadura real empregada no projeto, apresentada na Tabela 9. sendo a armadura calculada a TEÓRICA e a REAL sendo a de projeto.

Tabela 9 – Área de aço na laje do teatro da UFPE (Fonte: Autores)

| | TEÓRICA | REAL |
|---|---|---|
| Armadura positiva | 6,69 cm² | 7,07 cm² |
| Armadura negativa | 10,72 cm² | 18,11 cm² |

A comparação entre os momentos característicos obtidos pelos softwares PCalc 1.4 e Obliqua 1.0 evidencia a superioridade do Obliqua 1.0 na modelagem do comportamento real da laje devido à sua maior flexibilidade no tratamento da armadura. Apesar disso, ambos os métodos apresentaram resultados consistentes para os momentos resistentes, reforçando a segurança do projeto.

A análise das áreas de armadura revelou que a armadura real empregada excede os valores teóricos necessários, especialmente na armadura negativa, onde há uma margem de segurança significativa. Especificamente, a área de armadura positiva real (7,07 cm²) é 5,7% superior à teórica (6,69 cm²), indicando uma margem de segurança moderada, enquanto a armadura negativa real (18,11 cm²) é 69% superior à teórica (10,72 cm²), evidenciando um dimensionamento conservador mais expressivo. Essa diferença proporcional demonstra que o projeto foi elaborado com robustez adicional, assegurando desempenho estrutural confiável e segurança adequada, mesmo frente às incertezas no comportamento do sistema estrutural.

Ainda é importante destacar que há uma redistribuição desses esforços das armaduras negativas e positivas. O que dá ainda mais uma margem de segurança quanto ao aço empregado na construção. Como pode ser observado na Figura 22.

Figura 22 - Malha de aço executada em obra (Fonte: Autores)

## 5.2. Esforço cortante

Quanto ao esforço cortante, deve ser feita também a análise para a laje, além da análise da punção, descrita na seção posterior. Visto que o tipo de ruptura provocada por esse tipo de esforço costuma ser mais perigoso, já que o rompimento da laje ocorre de forma imediata, geralmente seus avisos prévios não são notados, como fissurações provocadas por momentos fletores acima dos resistentes.

A taxa de aço, apresentada na Tabela 10, bem como o maior esforço cortante obtido para a laje e o momento resistente estão apresentados nessa tabela. Os esforços cortantes obtidos através do MEF estão apresentados nas Figura 23 e Figura 24.

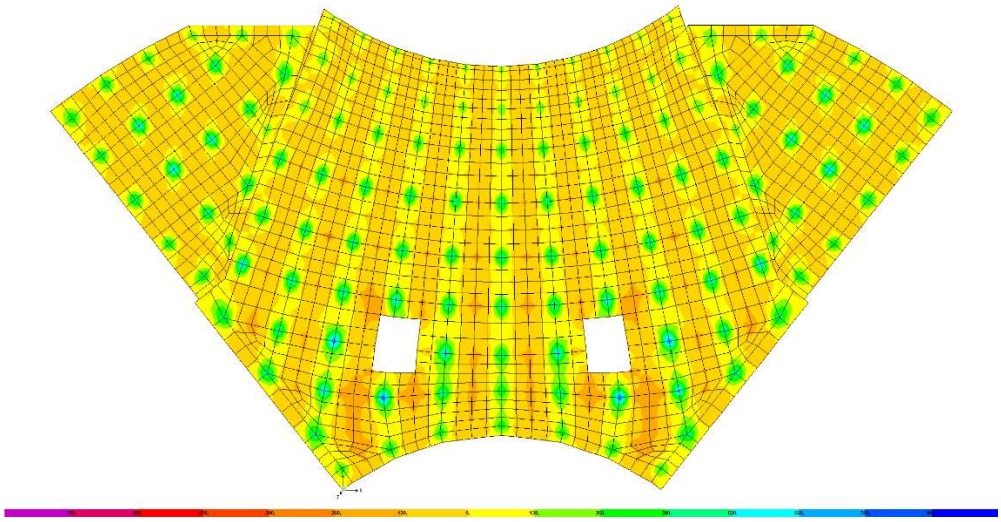


Figura 23 - Esforço cortante na direção X (Fonte: Autores)

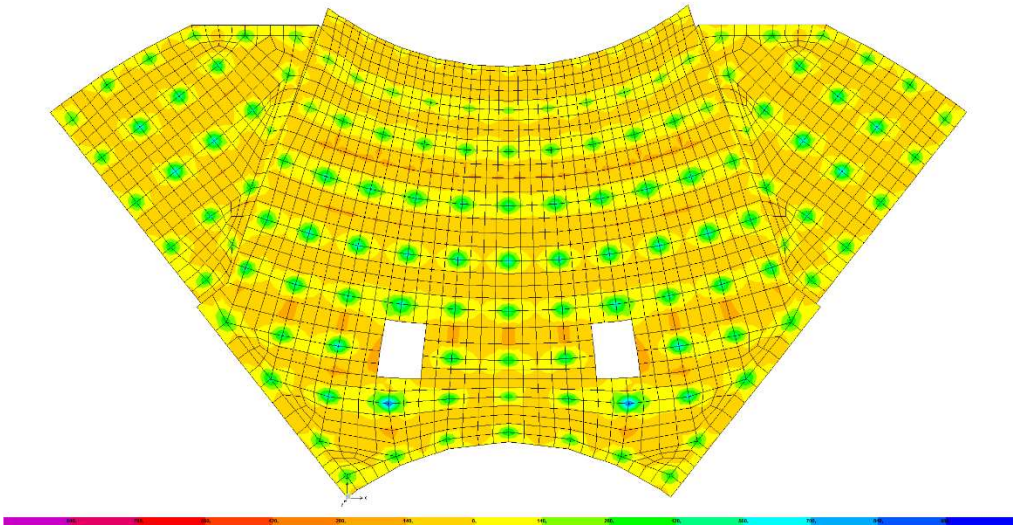


Figura 24 - Esforço cortante na direção Y (Fonte: Autores)

Tabela 10 – Taxa de aço e esforços máximos e resistentes nos extremos da seção transversal (Fonte: Autores)

| Descrição | Parte inferior da seção | Parte superior da seção |
|---|---|---|
| Taxa para a armadura | 0,00471 | 0,01208 |
| Cortante resistente parte | 2517 kN | 3031 kN |
| Cortante máximo | 208 kN | 208 kN |

Os resultados mostram que a laje está com uma folga grande em relação ao esforço corante, mas que não pode ser reduzida para melhor aproveitamento devido ao momento fletor atuante, que está com seus resultados mais próximos do resistente.

## 5.3. Punção

Após as análises realizadas, a etapa final de verificação concentrou-se na resistência da estrutura à punção, um aspecto fundamental devido à natureza da falha por punção, que se manifesta como uma ruptura abrupta em caso de insuficiência. Para esse dimensionamento, foi necessário extrair do modelo computacional o valor da maior reação de apoio calculada, permitindo assim a verificação das tensões solicitantes e

resistentes nos dois senários analisados. As Figura 25 e Figura 26 apresentam as armaduras de flexão do capitel e da laje, que contribuem para a resistência do sistema laje-capitel à punção.

Figura 25 - Armadura do capitel (Fonte: Autores)

Figura 26 - Armadura da laje passando no interior do capitel (Fonte: Autores)

A análise da resistência da estrutura à punção requer duas verificações, conforme descrito na seção de metodologia: a primeira envolve a avaliação do esmagamento do concreto na interface com a estaca metálica, enquanto a segunda consiste na verificação das tensões tangenciais aplicadas ao contorno crítico externo ao capitel, denominado "$u_1$", conforme ilustrado na Figura 27.

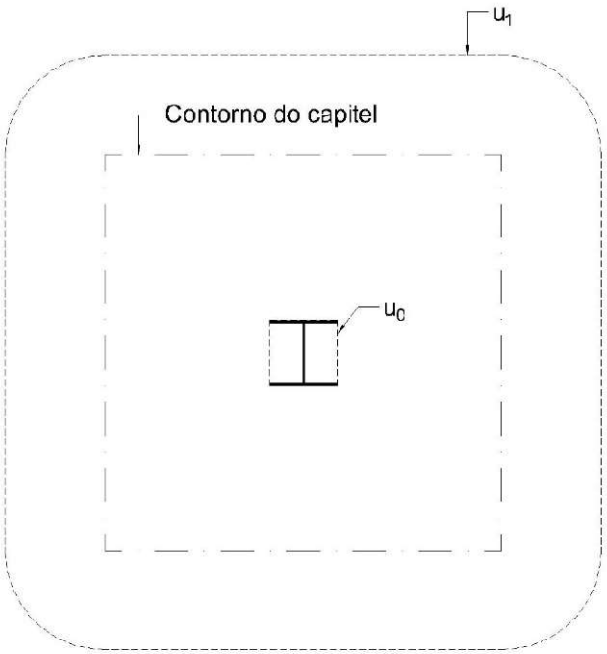



Figura 27 - Contornos críticos do conjunto laje-capitel (Fonte: Autores)

A Tabela 11 nos mostra os valores encontrados para as duas verificações.

Tabela 11 - Tensões solicitantes e resistentes (Fonte: Autores)

| | |
|---|---|
| Reação máxima no apoio | 631,97 kN |
| Tensão solicitante no contorno $u_0$ | 1,618 MPa |
| Tensão resistente no contorno $u_0$ | 7,1164 MPa |
| Tensão solicitante no contorno $u_1$ | 0,51 MPa |
| Tensão resistente no contorno $u_1$ | 0,4516 MPa |

Conforme indicado pelos resultados obtidos, a estrutura apresentou uma capacidade de resistência ao esmagamento do concreto na região junto ao pilar com ampla margem de segurança. No entanto, a superfície crítica ao redor do capitel, definida pelo contorno "u1", não resistiu às tensões tangenciais geradas pela reação no pilar. A solução para esse problema é o dimensionamento de uma armadura específica para punção. No memorial de cálculo, apresentado no APÊNDICE A, foi realizado um dimensionamento preliminar adotando uma armadura vertical, com os valores da área de aço necessária para resistir aos esforços, apresentados na Tabela 12.

Tabela 12 - Área de aço e espaçamento entre as barras da armadura de reforço a punção (Fonte: Autores)

| | |
|---|---|
| Área de aço necessária | 0,3218 cm²/cm |
| Espaçamento entre as barras | 10 cm |

## 6. CONCLUSÃO

Com base na análise estrutural realizada, conclui-se que o projeto da laje-cogumelo do Teatro da UFPE, apoiada sob estacas metálicas, está estruturalmente adequado para suportar as cargas permanentes e acidentais projetadas. O emprego do Método dos Elementos Finitos (MEF) permitiu uma avaliação detalhada da capacidade de carga e da estabilidade da estrutura.

Apesar da conformidade geral do projeto, foi identificada uma exceção significativa: a presença de esforços de punção elevados, que representam um ponto crítico para a integridade da laje. Essa condição requer atenção, pois a punção excessiva pode comprometer a segurança e a durabilidade da estrutura a longo prazo. Dessa forma, recomenda-se a implementação de reforços na região da punção, visando mitigar esse problema e assegurar a continuidade operacional segura do teatro.

É importante destacar que os elevados valores de esforços observados estão diretamente relacionados à sobrecarga de projeto adotada, definida como 1000 kgf/m², o

dobro do valor mínimo exigido pela NBR 6120:2019. Essa escolha conservadora pode garantir maior margem de segurança para a estrutura, porém, ao mesmo tempo, eleva o risco de superdimensionamento, o que pode resultar em uma utilização excessiva de materiais e custos adicionais na execução da obra, sem que haja ganhos proporcionais na eficiência estrutural.

Assim, este estudo valida o dimensionamento estrutural existente, ressaltando, contudo, a necessidade de intervenções pontuais para garantir a robustez do sistema estrutural frente às demandas específicas de uso.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS


**ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS**. NBR 6118:2023: Projeto de estruturas de concreto — Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2023.

**ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS**. NBR 6120:2019: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações — Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2019

**ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS**. NBR 9050:2020: Acessibilidade a edificações, mobiliário, espaços e equipamentos urbanos. Rio de Janeiro: ABNT, 2020..

AZEVEDO, Álvaro FM. Método dos elementos finitos. **Faculdade de Engenharia da universidade do Porto**, v. 1, n. 7, 2003.

SORIANO, Humberto Lima. **Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas Vol. 48**. EdUSP, 2003.

MELGES, José Luiz Pinheiro. **Punção em lajes: exemplos de cálculo e análise teórico-experimental**. 1995. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

OLIVEIRA, Dênio Ramam Carvalho de. Análise experimental de lajes cogumelo de concreto armado com pilares retangulares. 2020.

MARTHA, Luiz. **Análise de estruturas: conceitos e métodos básicos**. Elsevier Brasil, 2010.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO. **CECON - UFPE: Histórico e Reformas**. Recife, 2024. Relatório interno.

FOLHA DE PERNAMBUCO. **Teatro da UFPE passa por reformas estruturais após incêndio e afundamento do piso**. *Folha de Pernambuco*, Recife, 15 jun. 2022. Disponível em: https://www.folhape.com.br. Acesso em: 24 nov. 2024.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO. **Projeto de Extensão "Reforma do Teatro da UFPE" recebe inscrições de estudantes da própria universidade e dos IFs e ETEs**. Disponível em: <https://www.ufpe.br/agencia/noticias/-/asset_publisher/dlhi8nsrz4hK/content/projeto-de-extensao-reforma-do-teatro-da-ufpe-recebe-inscricoes-de-estudantes-da-propria-universidade-e-dos-ifs-e-etes/40615>. Acesso em: 24 nov. 2024.

FOLHA DE PERNAMBUCO. **Fechado desde 2013, Teatro do Centro de Convenções da UFPE, no Recife, será recuperado.** Disponível em: <https://www.folhape.com.br/cultura/teatro-do-centro-de-convencoes-da-ufpe-no-recife-sera-recuperado/297431/>. Acesso em: 24 nov. 2024.

BENTO, Emannuel. **Teatro da UFPE completa 10 anos fechado e ganha novo contrato de reestruturação**. Disponível em: <https://jc.ne10.uol.com.br/cultura/2023/12/15645787-teatro-da-ufpe-completa-10-anos-fechado-e-ganha-novo-contrato-de-reestruturacao.html>. Acesso em: 24 nov. 2024.

AZEVEDO, Álvaro FM. Método dos elementos finitos. **Faculdade de Engenharia da universidade do Porto**, v. 1, n. 7, 2003.

SILVANY, Tatiana Theophilo. **Deslocamentos transversais em lajes-cogumelo**. 1996. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

CARVALHO, Roberto Chust de; PINHEIRO, Luiz Mendes; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. 4. ed. São Paulo: Blucher, 2014.

KIMURA, A. **Informática aplicada em estruturas de concreto armado**: cálculos de edifícios com o uso de sistemas computacionais. São Paulo: PINI, 2007.

FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de; EL DEBS, Mounir Khalil. Sistemas estruturais de lajes sem vigas: subsídios para o projeto e execução. 1990.

PINHEIRO, Libânio M. Tabelas de lajes. **São Carlos**, 2007.

KIMURA, Alio. **Informática aplicada a estruturas de concreto armado**. Oficina de Textos, 2007.

# APÊNDICE A – Memorial de cálculo

**Verificação das armaduras de projeto.**

**Determiação da armadura necessária da laje devido ao momento fletor:**

Para a determinação da seção será similar a efetuada para seções retangulares sob flexão normal, no caso, para uma faixa de laje de largura unitária de 1,0m e altura (h)

$h := 20\ cm \qquad b_w := 100\ cm$

A classe de agressividade do projeto é III, assim o cobrimento (c) adotado deve ser:

$c := 3{,}5\ cm$

O projeto contem as seguintes armaduras:

$\phi_{superior} := 10\ mm \quad \phi_{inferior} := 10\ mm \quad \phi_{reforço} := 12{,}5\ mm$

$$f_{yd} := \frac{50\ \frac{kN}{cm^2}}{1{,}15} = 434{,}78\ MPa \qquad f_{cd} := \frac{45\ MPa}{1{,}4} = 32142{,}86\ \frac{kN}{m^2}$$

Para fck menor ou igual a 50 MPa:

$\lambda := 0{,}8 \qquad \alpha_c := 0{,}85$

Recomenda-se que seja tomada como altura útil (d) da laje a distância entre a borda comprimida superior e o centro das barras da camada superior da armadura positiva, possibilitando que na construção, as barras de cada direção sejam posicionadas em qualquer uma das camadas.

$d := h - c - 1{,}5 \cdot \phi_{inferior} = 15\ cm$

$d' := c + 1{,}5 \cdot \phi_{reforço} + 1{,}5 \cdot \phi_{superior} = 6{,}88\ cm$

Como o espaçamento entre as armaduras é de 10cm podemos determinar assim a área de aço para a seção.

$$A_{inf} := \frac{\pi}{4} \cdot \phi_{inferior}^{\ 2} \cdot 9 = 7{,}07\ cm^2$$

$$A_{sup} := \frac{\pi}{4} \cdot \left( \phi_{reforço}^{\ 2} + \phi_{superior}^{\ 2} \right) \cdot 9 = 18{,}11\ cm^2$$

Como o espaçamento entre as armaduras é de 10cm podemos determinar assim a área de aço para a seção.

$$A_{inf} := \frac{\pi}{4} \cdot \phi_{inferior}^{2} \cdot 9 = 7{,}07\ cm^{2}$$

$$A_{sup} := \frac{\pi}{4} \cdot \left( \phi_{reforço}^{2} + \phi_{superior}^{2} \right) \cdot 9 = 18{,}11\ cm^{2}$$

O momento de projeto obtido do MEF através do SAP 2000 é:

$$Md_{positivo} := 42\ kN\ m \qquad Md_{negativo} := 66\ kN\ m$$

Determinação da altura útil mínima para o momento positivo

$$dmin_{positivo} := 2 \cdot \sqrt{\frac{Md_{positivo}}{b_w \cdot f_{cd}}} = 7{,}23\ cm$$

if $dmin_{positivo} < d$ = "TUDO OK"
  "TUDO OK"
else
  "ERRO!"

Determinação da altura útil mínima para o momento negativo

$$dmin_{negativo} := 2 \cdot \sqrt{\frac{Md_{negativo}}{b_w \cdot f_{cd}}} = 9{,}06\ cm$$

if $dmin_{negativo} < d$ = "TUDO OK"
  "TUDO OK"
else
  "ERRO!"

Determinação da armadura negativa

$$KMD := \frac{Md_{negativo}}{b_w \cdot d^{2} \cdot f_{cd}} = 0{,}09 \qquad KZ := 0{,}944$$

$$As_{negativa} := \frac{Md_{negativo}}{KZ \cdot d \cdot f_{yd}} = 10{,}72\ cm^{2}$$

Determinação da armadura positiva

$$KMD := \frac{Md_{positivo}}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = 0,06 \qquad KZ := 0,963$$

$$As_{positiva} := \frac{Md_{positivo}}{KZ \cdot d \cdot f_{yd}} = 6,69\ cm^2$$

if $As_{positiva} < A_{inf}$ = "TUDO OK!"
"TUDO OK!"
else
"ERRO!"

if $As_{negativa} < A_{sup}$ = "TUDO OK!"
"TUDO OK!"
else
"ERRO!"

**Verificação de lajes ao cisalhamento:**

$$\tau_{Rd} := 0,25 \cdot f_{cd} = 8,04\ MPa$$

$$k := \frac{(1,6\ m - d)}{m} = 1,45$$

$$\rho_1 := \frac{A_{sup}}{b_w \cdot d} = 0,01208 \qquad \rho_2 := \frac{A_{inf}}{b_w \cdot d} = 0,00471$$

SAP2000

$$N_{sd} := 802,74\ kN$$

$$\sigma_{cp} := \frac{N_{sd}}{b_w \cdot h} = 4,01\ MPa$$

$$V_{sd} := 208\ kN$$

Força cortante resistente:

$$V_{Rd1} := \left(\tau_{Rd} \cdot k \cdot \left(1{,}2 + 40 \cdot \rho_1\right) + 0{,}15 \cdot \sigma_{cp}\right) \cdot b_w \cdot d = 3031{,}84\ \text{kN}$$

$$V_{Rd2} := \left(\tau_{Rd} \cdot k \cdot \left(1{,}2 + 40 \cdot \rho_2\right) + 0{,}15 \cdot \sigma_{cp}\right) \cdot b_w \cdot d = 2517{,}08\ \text{kN}$$

**Verificacão de punção:**

**Parametros geométricos da armadura/cobrimento:**

$\phi_{12} := 12{,}5\ mm$ $\quad f_{ck} := 45\ MPa$ $\quad Area_{\phi 16} := 2{,}01\ cm^2$

$\phi_{10} := 10\ mm$ $\quad Area_{\phi 12} := 1{,}22\ cm^2$

$Cobrimento := 3{,}5\ cm$ $\quad Area_{\phi 10} := 0{,}785\ cm^2$

$\phi := \phi_{12} + 0{,}5 \cdot \phi_{10} = 1{,}75\ cm$ $\quad Area_{\phi 8} := 0{,}5\ cm^2$

**Parametros geométricos da laje/capitel:**

`Largura do capitel:`

$l_{capitel} := 150\ cm$

`Distância do bordo do capitel até a superfície crítica C1':`

$D_{capitel,C1'} := 37{,}8\ cm$

`Distância entre a face da estaca ao bordo do capitel:`

$l_c := \frac{l_{capitel} - 25{,}6\ cm}{2} = 62{,}2\ cm$

`Altura útil da laje:`

$d := 20\ cm - Cobrimento - \phi = 14{,}75\ cm$

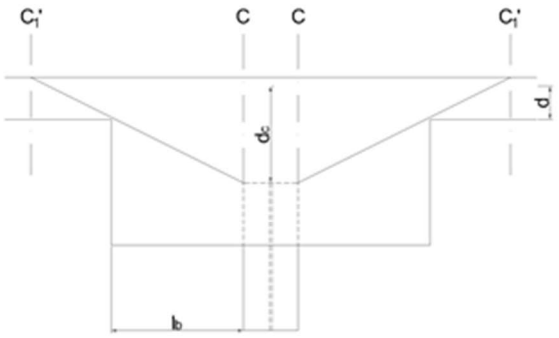
`Altura útil da laje encima da estaca metálica:`

$d_c := 50\ cm - Cobrimento - \phi = 44{,}75\ cm$

$2 \cdot (d_c - d) = 60\ cm$

$2 \cdot d_c = 89{,}5\ cm$

**$2*(d_c-d) < l_c < 2*d_c$**




**Logo, basta verificarmos a superficie $C_1'$:**

**SAP2000:**

$f_{sd} := 631{,}97\ kN$

**parametros do perfil metálico:**

$l_x := 24{,}6\ cm$

$l_y := 25{,}6\ cm$

`Perímetro da superfície crítica C:`

$u_0 := 2 \cdot (l_x + l_y) = 100{,}4\ cm$

Perímetro da superfície crítica C1':

$u_1 := 4 \cdot l_{capitel} + 2 \cdot \pi \cdot D_{capitel,C1'} = 837{,}5044\ cm$

**Com esses dados podemos começar as verificações:**

**P/ armadura negativa, temos:**

**$\phi_{12mm}$ c/10 e $\phi_{10mm}$ c/10, logo:**

$arm := 10 \cdot Area_{\phi 12} + 10 \cdot Area_{\phi 10} + 18 \cdot Area_{\phi 10} = 34{,}18\ cm^2$

$A_{s,x} := 34{,}18\ \frac{cm^2}{m}$

$A_{s,y} := 34{,}18\ \frac{cm^2}{m}$

**Com isso, para o capitel, temos:**

$\rho_x := \frac{A_{s,x}}{l_x + 6 \cdot d_c} = 0{,}001166$

$\rho_y := \frac{A_{s,y}}{l_y + 6 \cdot d_c} = 0{,}001162$

$\rho := \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} = 0{,}001164$

**Por se tratar de um pilar interno, podemos usar a simplificação:**

$\beta := 1{,}15$

**Logo:**

$F_{sd,ef} := \beta \cdot f_{sd} = 726{,}766\ kN$

**Verificação do esmagamento do concreto junto ao pilar:**

$\tau_{SD} := \frac{F_{sd,ef}}{u_0 \cdot d_c} = 1{,}618\ MPa$

$f_{cd} := \frac{f_{ck}}{1{,}4} = 32{,}143\ MPa$

$\alpha_v := 1 - \frac{f_{ck}}{250\ MPa} = 0{,}82$

$\tau_{RD} := 0{,}27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} = 7{,}1164\ MPa$

Verificação = "PASSA!"

**Verificação para a superficie crítica $C_1$':**

OBS: Como a seção $C_1$' está afastada da estaca, podemos desconsiderar o efeito do momento transferido por tensões tangenciais, logo:

$$\tau_{SD1} := \frac{f_{sd}}{u_1 \cdot d} = 0{,}51\ MPa$$

$$\xi := 1 + \sqrt{\frac{20\ cm}{d}} = 2{,}1644$$

**Como ξ deve ser menor ou igual a 2:**

$$\xi := 2$$

**Por fim:**

$$\tau_{RD1} := 0{,}13 \cdot \xi \cdot \left(100 \cdot \rho \cdot \frac{f_{ck}}{MPa}\right)^{\frac{1}{3}} MPa = 0{,}4516\ MPa$$

---

$$Verificação_{armadura} = \text{"NECESSITA DE ARMADURA DE PUNÇÃO!!"}$$

## Cálculo da armadura de punção:

Usando armadura vertical temos:

$$\alpha := 90\ °$$

$$\sin(\alpha) = 1$$

Para o cálculo dessa armadura, considera-se o valor máximo admitido da tensão de escoamento da armadura transversal:

$$f_{yd} := 300\ MPa$$

Com isso:

$$A_{sw,s} := \frac{\left(\tau_{SD1} - 0{,}75 \cdot \tau_{RD1}\right) \cdot u_1}{1{,}5 \cdot f_{yd} \cdot \sin(\alpha)} = 0{,}3218\ \frac{cm^2}{cm}$$

Considerando $s = 0{,}75d$ temos:

$$s := 0{,}75 \cdot d = 11{,}0625\ cm$$

$$A_{sw} := A_{sw,s} \cdot s = 3{,}5601\ cm^2$$

Para facilitar a execução em obra adotaremos:

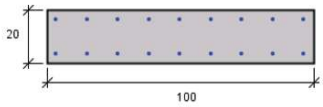
$$s := 10\ cm$$

Logo:

$$A_{sw} := A_{sw,s} \cdot s = 3{,}2181\ cm^2$$

## SECÇÃO DA LAJE: Dados Gerais

**Seção Transversal:**




**Armação:** 18ϕ16 mm (As = 36.19 cm²)

**Propriedade seção bruta de concreto:**

Área: Ac = 2000 cm²
Centro de gravidade: $x_{cg}$ = 50 cm
$y_{cg}$ = 10 cm
Inércia em relação ao cg: Ix = 66667 $cm^4$
Iy = 1666667 $cm^4$

**Taxa de armadura:** $\rho_s$ = 1.81 %

**Materiais:** Concreto fck = 45 MPa
Aço fyk = 500 MPa

## SECÇÃO DA LAJE: Dados Armadura

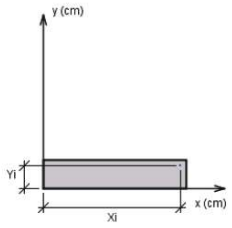



Figura: Sistema de coordenadas para as armaduras

| BARRA | ϕ (mm) | X (cm) | Y (cm) |
|---|---|---|---|
| 1 | 16.0 | 3.5 | 3.5 |
| 2 | 16.0 | 15.1 | 3.5 |
| 3 | 16.0 | 26.8 | 3.5 |
| 4 | 16.0 | 38.4 | 3.5 |
| 5 | 16.0 | 50 | 3.5 |
| 6 | 16.0 | 61.6 | 3.5 |
| 7 | 16.0 | 73.3 | 3.5 |
| 8 | 16.0 | 84.9 | 3.5 |
| 9 | 16.0 | 96.5 | 3.5 |
| 10 | 16.0 | 3.5 | 16.5 |
| 11 | 16.0 | 15.1 | 16.5 |
| 12 | 16.0 | 26.8 | 16.5 |
| 13 | 16.0 | 38.4 | 16.5 |
| 14 | 16.0 | 50 | 16.5 |
| 15 | 16.0 | 61.6 | 16.5 |
| 16 | 16.0 | 73.3 | 16.5 |
| 17 | 16.0 | 84.9 | 16.5 |
| 18 | 16.0 | 96.5 | 16.5 |

Tabela: Bitolas e coordenadas das armaduras

## SECÇÃO DA LAJE: Dados Esforços

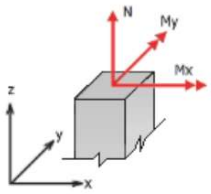



Figura: Convenção de sinais positivos dos esforços, N < 0 para compressão

| Combinação | $N_{dc}$ | $M_{dc,x}$ | $M_{dc,y}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | -66 | 0 |
| 2 | 0 | 42 | 0 |

Tabela: Combinação de esforços, Unidades [kN, kN.m]

## SECÇÃO DA LAJE: Resumo verificação ELU

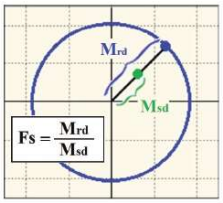



Figura: Esquema para determinação do fator de segurança (F.S.)

| Combinação | $N_{sd}$ | $M_{sd,x}$ | $M_{sd,y}$ | F.S. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | -92.4 | 0 | 1.26 |
| 2 | 0 | 58.8 | 0 | 1.99 |

Tabela: Resumo verificação ELU, Unidades [kN, kN.m]

## SECÇÃO DA LAJE: Resultados da combinação nº 2 (F.S. mínimo)

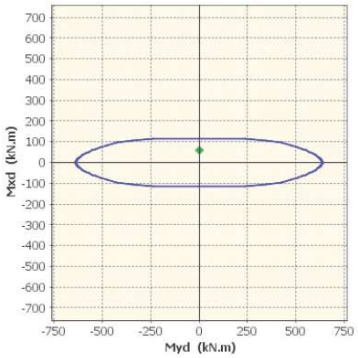



Figura: Diagrama de interação (Comb. 2)

# APÊNDICE B – Imagens dos softwares auxiliares

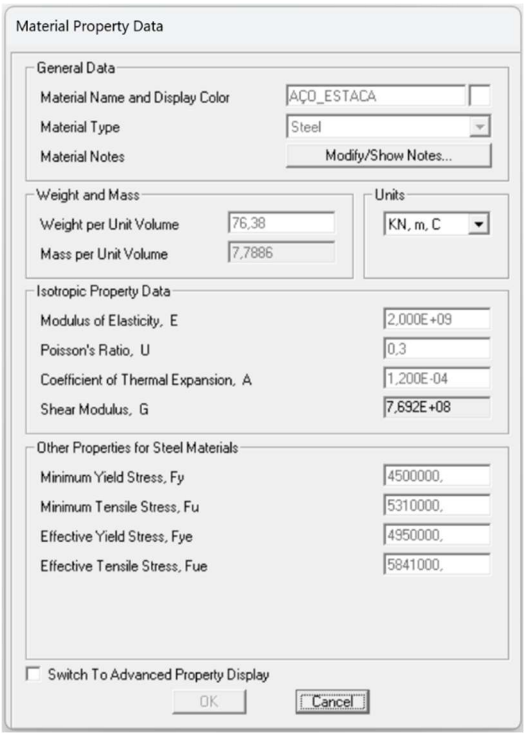



Figura 28 - Propriedades do material utilizado para as estacas no SAP (Fonte: Autores)

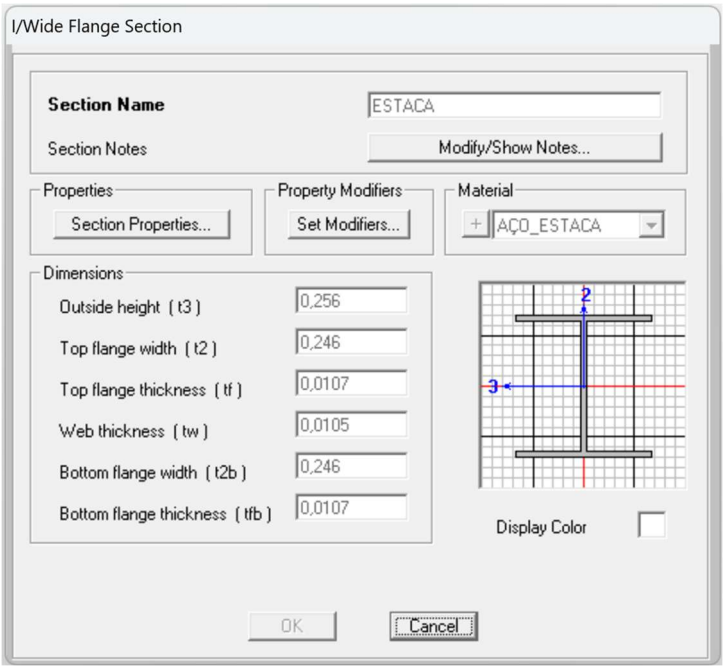



Figura 29 - Seção transversal utilizada para representar o perfil metálico (Fonte: Autores)

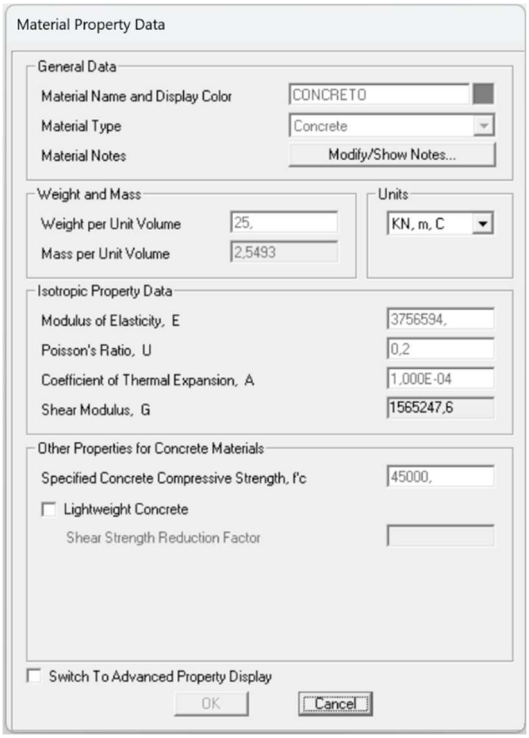



Figura 30 - Propriedades do material utilizado para o concreto de 45 MPa no SAP (Fonte: Autores)

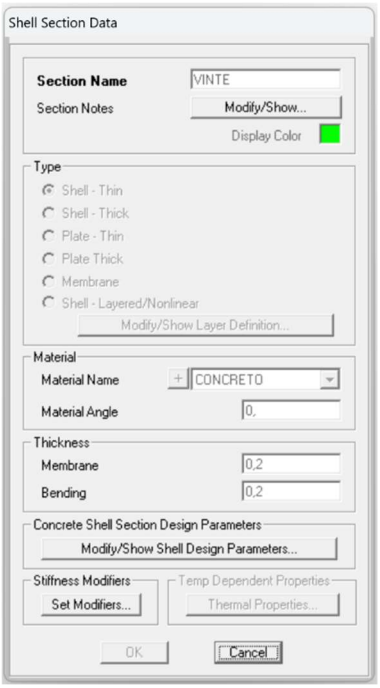



Figura 31 - Propriedades da casca utilizada para representar os elementos finitos da laje (Fonte: Autores)

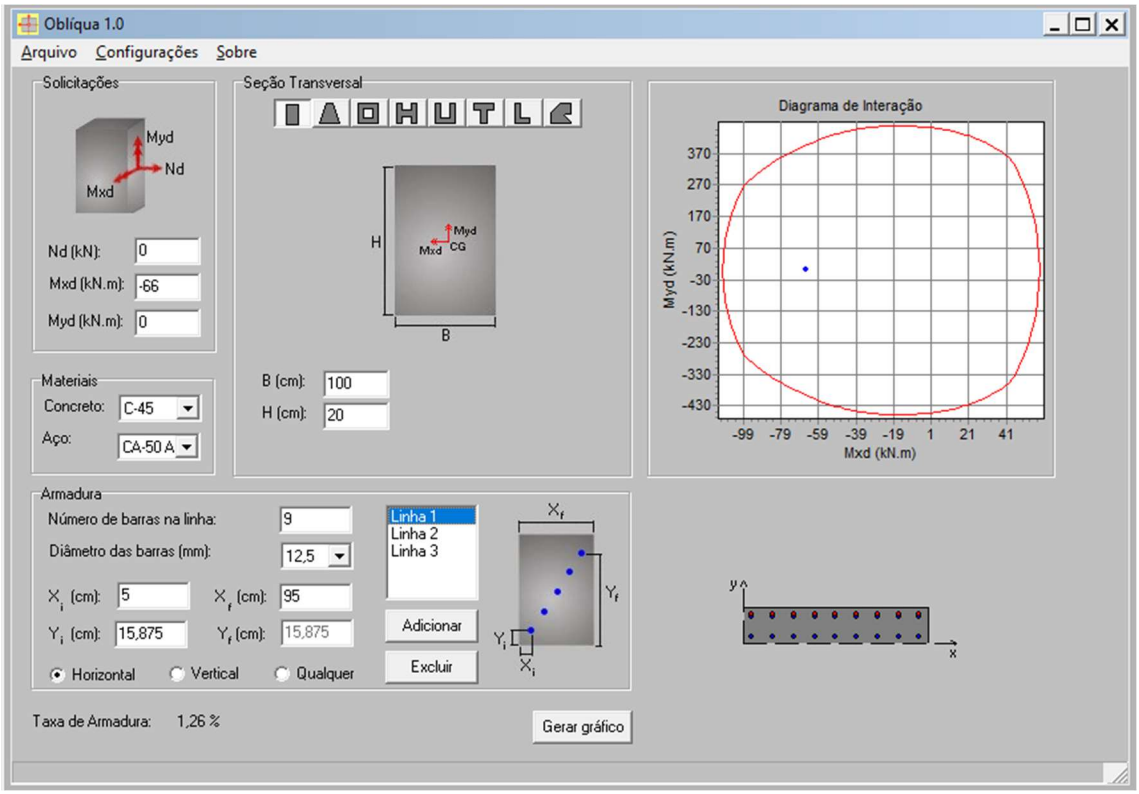



Figura 32 - Entrada e saída de dados com diagrama de interação (Fonte: Autores)