UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA-LICENCIATURA

CÍCERA DE OLIVEIRA LUNA

ERROS EM QUESTÕES DE ÁLGEBRA: uma análise com alunos do Ensino Médio

Caruaru
2024

CÍCERA DE OLIVEIRA LUNA

ERROS EM QUESTÕES DE ÁLGEBRA: uma análise com alunos do Ensino Médio

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação Curso de Matemática-Licenciatura do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciada em Matemática.

Área de concentração: Ensino (Matemática).

Orientador: Edelweis Jose Tavares Barbosa

Caruaru
2024

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Luna, Cícera de Oliveira .
Erros em questões de Álgebra: uma análise com alunos do ensino médio / Cícera de Oliveira Luna. - Caruaru, 2024.
48 p. : il.

Orientador(a): Edelweis José Tavares Barbosa
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Matemática - Licenciatura, 2024.
Inclui referências, apêndices.

1. Erros. 2. Álgebra . 3. Modelo de Análise Didática do Erro . 4. Dificuldades. I. Barbosa, Edelweis José Tavares. (Orientação). II. Título.

370 CDD (22.ed.)

CÍCERA DE OLIVEIRA LUNA

ERROS EM QUESTÕES DE ÁLGEBRA: uma análise com alunos do Ensino Médio

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Matemática-Licenciatura do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco - UFPE como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciada em Matemática.

Aprovada em: 19/09/2024

BANCA EXAMINADORA

_____

Profº.Dr. Edelweis Jose Tavares Barbosa (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

_____

Profª. Dr. Cristiane de Arimatea Rocha
(Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

_____

Profª. Ms. Luana Letícia da Silva (Examinadora Externa)
Universidade Federal de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por todas as oportunidades que me proporcionou, por ter me direcionado para escolher a Licenciatura em Matemática, por ter me dado força e resiliência durante essa jornada da graduação.

Agradeço a minha família por todo o apoio e paciência durante toda essa caminhada. Em especial agradeço a minha mãe Maria dos Santos, uma mulher que não teve a oportunidade de estudar na sua juventude, mas se esforçou para que eu e minhas irmãs tivéssemos essa oportunidade.

Agradeço aos amigos que a UFPE me deu Talita, Jucicleide, Jéssica, Mirian, Emerson, Eduarda, Aurélio, Victor e Edgar por todos os momentos compartilhados, apoio, por tornar tudo mais leve. A todos os colegas com quem construí conhecimento, aos professores da UFPE por toda a contribuição para a minha formação.

Agradeço ao meu orientador, o professor Dr. Edelweis Tavares pelas contribuições e ensinamentos durante essa pesquisa, e a banca examinadora composta pelas professoras Cristiane Rocha e Luana Leticia pelas contribuições nesta pesquisa.

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo analisar quais os possíveis erros em questões algébricas de alunos do primeiro ano do Ensino Médio. A pesquisa utilizou a abordagem qualitativa, em relação aos procedimentos classifica-se como pesquisa de campo. Para a coleta de dados foi aplicado um questionário com habilidades algébricas do Ensino Fundamental - Anos Finais, trinta e cinco alunos do primeiro ano do Ensino Médio responderam esse questionário. Para realizar a análise dos dados e classificação dos erros utilizou-se o Modelo de Análise Didática do Erro desenvolvido por Torre (2007), bem como os estudos de Booth (1995) para discutir as dificuldades em Álgebra dos alunos. Foi possível observar, de forma geral, que o número de erros foi considerável, sendo a maior parte classificados como erros de entrada no plano da compreensão, seguidos dos erros de entrada no plano da intenção, os erros classificados no plano da organização foram menores e os classificados no plano da execução foram mínimos. Essa categorização permitiu uma investigação do nível de conhecimento construído do aluno, das suas dificuldades nos objetos de conhecimento algébricos, e ainda evidenciou que os alunos sujeitos da pesquisa têm dificuldades em habilidades algébricas do Ensino Fundamental.

PALAVRAS-CHAVE: erros; álgebra; modelo de análise didática do erro; dificuldades.

ABSTRACT

This work aimed to analyze possible errors in algebraic questions made by first-year high school students. The research used a qualitative approach, in relation to the procedures it is classified as field research. For data collection, a questionnaire was applied with algebraic skills from Elementary School - Final Years, thirty-five students in the first year of High School answered this questionnaire. To perform data analysis and classify errors, the Didactic Error Analysis Model developed by Torre (2007) was used, as well as the studies by Booth (1995) to discuss students' difficulties in Algebra. It was possible to observe, in general, that the number of errors was considerable, most of which were classified as input errors at the level of understanding, followed by input errors at the level of intention, the errors classified at the organizational level were smaller and those classified in the execution plan were minimal. This categorization allowed an investigation of the student's level of constructed knowledge, their difficulties in algebraic objects of knowledge, and also showed that the students subject to the research did not consolidate algebraic skills from Elementary School.

KEYWORDS: errors; algebra; didactic error analysis model; difficulties.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 -	Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE)	22
Figura 2 -	Resolução do aluno B	33
Figura 3 -	Resolução do aluno Z	34
Figura 4 -	Resolução do aluno D	35
Figura 5 -	Resolução do aluno Z6	35
Figura 6 -	Resolução do aluno Q	36
Figura 7 -	Resolução do aluno Z9	37
Figura 8 -	Resolução do aluno Z9	37
Figura 9 -	Resolução do aluno Z9	38
Figura 10 -	Resolução do aluno B	39
Figura 11 -	Resolução do aluno Z1	40
Figura 12 -	Resolução do aluno W	41
Figura 13 -	Resolução do aluno M	42

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Questões aplicadas 28

SUMÁRIO

1	**INTRODUÇÃO**	**11**
1.1	OBJETIVOS	13
1.1.1	**Geral**	**13**
1.1.2	**Específicos**	**13**
2	**CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA E ALGUMAS DIFICULDADES OBSERVADAS**	**14**
2.1	CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA DE USISKIN	14
a)	**A Álgebra como Aritmética Generalizada**	**14**
b)	**A Álgebra como estudo de procedimentos para resolução de problemas**	**14**
c)	**A Álgebra como estudo entre grandezas**	**14**
d)	**A Álgebra como estudo das estruturas**	**15**
2.2	DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA	15
a)	**O foco da atividade algébrica e a natureza das respostas**	**16**
b)	**O uso da notação e da convenção em Álgebra**	**16**
c)	**O significado das letras e das variáveis**	**16**
d)	**Os tipos de relação e métodos utilizados em Aritmética**	**17**
3	**CONSIDERAÇÕES SOBRE O PAPEL DO ERRO E O MODELO DE ANÁLISE DIDÁTICA DO ERRO**	**19**
3.1	O PAPEL DO ERRO NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM	19
3.2	ANÁLISE DIDÁTICA DO ERRO DE SATURNINO DE LA TORRE	21

4 METODOLOGIA..... 26

4.1 INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS..... 27

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES..... 29

5.1 Erros de entrada no plano da compreensão..... 31

5.2 Erros de entrada no plano da intenção..... 36

5.3 Erros de organização no plano da conexão e interferência..... 36

5.4 De organização no plano da análise e síntese..... 38

5.5 Erros de execução no plano operacional..... 39

5.6 Erros de execução mecânicos..... 40

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS..... 43

REFERÊNCIAS..... 45

APÊNDICE A – CONSENTIMENTO PARA PARTICIPAÇÃO NA PESQUISA..... 47

.

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO - INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS..... 48

1 INTRODUÇÃO

Dada a sua importância para as relações de ensino e de aprendizagem da Matemática, desenvolveram-se ao longo do tempo diversas pesquisas acerca do estudo erro, sendo destaque os estudos de Radatz (1979), Borasi (1987, 1989), Rico (1999), Pinto (2000), Cury (2007, 2013), Del Puerto (2006), Minnard e Seminara (2004), Castãned (2016), Agoiz (2019) e Torre (2007). Todavia, mesmo com tantos resultados de pesquisas e investigações, ainda é possível observar, nas salas de aula da Educação Básica e do Ensino Superior, práticas educativas que desconsideram a reflexão e a análise de erros dos alunos. Tais práticas, consideram o erro como uma evidência de ausência de conhecimento e a representação do fracasso de um sistema escolar que pauta seu sucesso em notas e rankings das avaliações externas em larga escala.

Ao contrário dessa perspectiva, a investigação do erro configura-se como ferramenta para redimensionar o processo de ensino e de aprendizagem numa dimensão de reconstrução do ensino que possa efetivamente intervir no fracasso escolar. Nesse sentido, Pinto (2000) compreende que, em uma concepção construtivista, o professor pode investigar através do erro como está a aprendizagem do aluno, quais os motivos que o faz errar e, assim, direcionar o ensino para a construção efetiva do conhecimento. O docente pode, ainda, avaliar suas metodologias de ensino mediante essa investigação de erros de seus estudantes. Assim, o erro concebido na dimensão construtivista, configura-se como oportunidade para o professor guiar seu planejamento, oferecendo subsídios importantes para a identificação dos processos subjacentes à construção conceitual (Pinto, 2000, p. 31).

É mister salientar, ainda, que o erro faz parte do processo de aprendizagem. Para Agoiz (2019, p. 138), os erros em matemática são consequência de um processo complexo de ensino e aprendizagem, onde intervém muitas variáveis: professor, aluno, currículo, contexto sociocultural, entre outros. Portanto, os estudos sobre os erros e seu tratamento demonstram que se deve considerar também o contexto real no qual os erros acontecem.

Especificamente quanto aos conhecimentos algébricos, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018, p. 272), a finalidade do estudo da Álgebra é desenvolver o pensamento algébrico, que se utiliza das letras e símbolos para a compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas, de situações matemáticas. No entanto, em muitas realidades escolares o estudo desse campo da Matemática tem se resumido à repetição de técnicas mecânicas, transformismo, resolução de expressões algébricas por meio de repetição, não possibilitando o desenvolvimento do

pensamento algébrico pelo estudante. Como pontua Araújo (2008, p.338-339) “o pensar algébrico ainda não faz parte de muitos processos de aprendizagem que ocorrem na escola”.

É válido destacar, ainda, que segundo a BNCC (Brasil, 2018, p. 272) a partir do Ensino Fundamental - Anos Iniciais, alguns aspectos da Álgebra devem ser trabalhados no processo de ensino e de aprendizagem, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e relações de igualdade. No Ensino Fundamental - Anos Finais, o estudo da Álgebra deve retomar o que foi trabalhado na etapa anterior e ampliar os conhecimentos, o aluno deve ser capaz, por exemplo, de compreender o papel das variáveis em uma expressão, resolver equações e inequações para solucionar determinados problemas. Entretanto, devido ao ensino tradicional, baseado em exposições de definições, exemplos e repetição de questões, esses estudantes concluem essa etapa de ensino sem o desenvolvimento do pensamento algébrico.

No Ensino Médio as dificuldades tendem a progredir já que o aluno não desenvolveu uma base no campo algébrico, e essa etapa do ensino destina-se a um aprofundamento maior do que foi estudado anteriormente.

Seguindo essas perspectivas acerca da Álgebra e da análise de erros, e com as práticas de estágios supervisionados vivenciadas pela autora desta pesquisa, foi possível observar que uma parte dos alunos do Ensino Médio demonstram não ter domínio de objetos algébricos que deveriam ter aprendido no Ensino Fundamental. E geralmente o professor simplifica esse objeto de ensino com regras mecânicas, como mostrar que em uma equação as incógnitas “sempre serão o x e o y”, para os alunos acertarem as questões das avaliações externas que, na maioria das vezes, é padronizada com a utilização do x e y como variáveis/incógnitas.

Além disso, na disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática II, na Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco - UFPE/CAA, da qual a autora desta pesquisa foi aluna regularmente matriculada, foram discutidas algumas concepções de Álgebra, especialmente a de Usiskin (1995), e sua importância para a Matemática da Educação Básica. Dessa forma, surge o problema central da presente pesquisa que se apresenta da seguinte forma: “Quais os possíveis erros de alunos do 1° Ano do Ensino Médio em questões algébricas?” Buscamos a resposta da problemática a partir da reflexão de que a análise do erro faz parte do processo de avaliação da aprendizagem e consequentemente é um meio para redimensionar as práticas de ensino e de aprendizagem.

Torre (2007) desenvolveu um Modelo de Análise Didática do Erro em que categorizou os tipos de erros dos alunos em três planos: entrada, organização e execução. Em cada um desses planos há subdivisões dos tipos de erros. Esse modelo é amplo, ao abranger erros dos alunos em diversas áreas do conhecimento. Para o ensino da Matemática ele demonstra ser

útil tendo em vista que se pode investigar todo o desenvolvimento de um cálculo, por exemplo.

Diante do exposto até aqui, os objetivos deste trabalho são descritos a seguir.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Geral

- Analisar os erros apresentados na resolução de questões algébricas por alunos do 1° Ano do Ensino Médio segundo a Análise Didática do Erro.

1.1.2 Específicos

- Identificar os erros cometidos em questões algébricas por alunos do 1° ano do Ensino Médio;
- Categorizar os tipos de erros dos alunos segundo a Análise Didática do Erro;
- Analisar as dificuldades dos alunos com conteúdo da Álgebra.

A metodologia deste trabalho caracteriza-se como uma pesquisa de campo, utiliza o Modelo de Análise Didática do Erro desenvolvido por Torre (2007), e os encaminhamentos das investigações de Booth (1995) com o intuito de analisar algumas das dificuldades em Álgebra dos estudantes da Educação Básica.

Para a composição da fundamentação teórica foi feito um levantamento bibliográfico na Biblioteca Brasileiras de Teses e Dissertações (BDTD), em alguns periódicos e na plataforma online Google Acadêmico, foram selecionados treze artigos, cinco dissertações e dois livros. Assim conseguimos informações do que está sendo produzido acerca de nosso problema de estudo. Como destaca Marconi e Lakatos (2017), em uma pesquisa de campo deve-se fazer uma investigação bibliográfica sobre a temática para ter informações do conhecimento já produzido acerca do problema, bem como para traçar o plano da pesquisa.

Este trabalho está organizado em capítulos, sendo o primeiro destinado para a introdução e a enunciação dos objetivos de pesquisa. O segundo e o terceiro capítulo destinam-se para a explanação do aporte teórico que fundamenta essa pesquisa . No capítulo subsequente, descrevemos o percurso metodológico utilizado para a realização da pesquisa. O capítulo cinco evidencia os resultados e as análises obtidos pelos processos que foram estabelecidos na metodologia. Por fim, apresenta-se o capítulo de considerações finais para uma abordagem dos resultados gerais analisados.

2 CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA E ALGUMAS DIFICULDADES OBSERVADAS

Neste capítulo abordamos as concepções de Álgebra de Usiskin (1995) e algumas dificuldades de aprendizagem, referentes aos conhecimentos algébricos, discutidas por Booth(1995) , e por Lima e Bianchini (2022).

2.1 CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA DE USISKIN

Zalman Usiskin é um dos principais pesquisadores da Álgebra escolar. Usiskin (1995) define a Álgebra da educação básica como distinta da Álgebra abordada no ensino superior. O pesquisador destaca que a Álgebra escolar está relacionada à busca por dar sentido e significado para o uso de letras na Matemática, ele compreende que existe uma relação entres as distintas propostas para a sala de aula com as distintas formas de utilizar as variáveis. Então, elabora quatro concepções de abordagem da Álgebra escolar, descritas a seguir:

a) A Álgebra como Aritmética Generalizada

Nessa concepção as ações do aluno são traduzir e generalizar porque as variáveis são utilizadas como generalizadoras de modelos. Usiskin (1995) compreende que para um estudo correto da Aritmética é necessário utilizar as variáveis mesmo de uma forma implícita, uma vez que a descrição algébrica se assemelha à descrição numérica. Exemplo: representamos a propriedade comutativa da soma dos números naturais como a+b = b+a (as letras “a’” e “b” representam um número genérico qualquer, não assumindo o significado de incógnita nem de variável). Atividades de generalização de padrões são essenciais para o aluno desenvolver habilidades de raciocínio, percepção e, análise e síntese.

b) A Álgebra como estudo de procedimentos para resolução de problemas

Nessa concepção as variáveis assumem o papel de incógnita ou constante, se na concepção anterior a ação do aluno consistia em traduzir e generalizar, nesta consiste em simplificar e resolver. Nesse sentido, o aluno, por meio da simplificação, torna as expressões equivalentes e encontra o valor da incógnita. Percebe-se que para praticar esta concepção é ideal que o aluno domine a concepção da aritmética como generalização. Exemplo: comprei um caderno e um livro por 65 reais, se o caderno custou 27 quanto custou o livro?

c) A Álgebra como estudo entre grandezas

A diferença entre essa concepção do estudo das relações entre grandezas e a anterior é que nessa as variáveis realmente variam, assim o objetivo não é encontrar o valor desconhecido, mas estabelecer relações entre as grandezas envolvidas. Nesse segmento a Álgebra se ocupa de modelos e leis funcionais que descrevem e representam as relações entre duas ou mais grandezas variáveis. Uma variável é um argumento (os valores encontrados no domínio de uma função) ou um parâmetro (um número do qual dependem outros números). Exemplo: A fórmula da área de um quadrado descrita como $A = l \cdot l$, é uma relação entre grandezas, na qual A representa a área e l representa a medida dos lados, sendo que a área é dada em função dos lados do quadrado.

d) A Álgebra como estudo das estruturas

Nessa concepção a variável se caracteriza por ser mais que um símbolo arbitrário. As atividades conhecidas como de cálculo algébrico na educação básica: fatoração, operações com polinômios e monômios, produtos notáveis, estão inseridas nessa concepção. Aqui está inserida a Álgebra Abstrata, a instrução é " manipular e justificar". Por exemplo: Determine o produto entre os binômios $(a - b). (x + y)$. Nesse problema não há como utilizar nenhuma das concepções anteriores para sua resolução.

Desse modo, Usiskin (1995) percebe a Álgebra como a junção dessas quatro concepções, para o pesquisador todas elas são importantes, por esse motivo não pode ser abordada em apenas uma ou algumas dessas concepções. As práticas de ensino da Álgebra escolar devem explorar as quatro concepções em conjunto, assim o aluno consegue desenvolver o pensamento algébrico.

2.2 DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA

No processo de aprendizagem de um objeto de conhecimento é comum que o aluno tenha dificuldades. Nas práticas educativas dos objetos algébricos essas dificuldades parecem ser mais evidentes. Segundo o Argumento ou Princípio Genético, um sujeito ao construir conhecimento passaria pelos mesmos estágios pelos quais a espécie humana passou na construção desse conhecimento (Miguel; Miorim 2004). Seguindo esta perspectiva, objetos que eram de difícil compreensão e sistematização para os sujeitos continuarão a ser para outros. Nesse sentido, estudiosos apontam que a sistematização da Álgebra foi um processo longo e lento, houve uma dificuldade no desenvolvimento desta área, então conforme o Princípio Psicogenético quando o sujeito vai se apropriar desse conhecimento ele terá dificuldade. Booth (1995) aponta que "a Álgebra é uma fonte de confusão e atitudes

negativas consideráveis entre os alunos". Para a pesquisadora isso ocorre porque o aluno costuma considerar a Álgebra difícil. Compreender as causas dessas dificuldades é essencial para promover uma melhor abordagem dos objetos algébricos. Veloso e Ferreira (2011) pontuam que uma forma de entender essas dificuldades do aluno é investigar os tipos de erros que ele comete.

Booth (1995) em uma pesquisa para investigar os tipos de erros que o aluno geralmente comete em questões algébricas, descreveu quatro aspectos principais que são causas das dificuldades na aprendizagem da Álgebra:

a) O foco da atividade algébrica e a natureza das respostas

Nesse aspecto a pesquisadora pontua a diferença entre as respostas na Aritmética e na Álgebra, "enquanto em Aritmética, o foco é encontrar respostas numéricas particulares em Álgebra, é estabelecer procedimentos e relações e expressá-los numa forma simplificada mais geral" (Booth, 1995, p. 24). É comum que o estudante, ao realizar uma tarefa para simplificar uma expressão algébrica ou transcrever um problema da linguagem natural para a linguagem algébrica, busque obter uma resposta numérica. Isso ocorre porque ele apenas se concentrou em encontrar respostas na Aritmética. Portanto, cabe ao professor criar meios para que ele compreenda a atividade algébrica.

b) O uso da notação e da convenção em Álgebra

Nesse aspecto, Booth (1995) discorre sobre os diferentes significados que os símbolos desempenham na Aritmética e na Álgebra, em alguns contextos. Ela exemplifica que em Aritmética o símbolo "+" tem o direcionamento de realizar a operação, e o símbolo ''=' direciona para encontrar uma resposta. Já na Álgebra o símbolo da adição pode significar tanto uma ação a ser realizada quanto a operação de adição, e o símbolo da igualdade pode ser a representação de uma relação de equivalência e não apenas um resultado a ser encontrado. São aspectos como esses que o aluno costuma confundir por ainda não ter a compreensão efetiva de objetos e da simbologia algébrica de forma geral.

c) O significado das letras e das variáveis

Nesse aspecto o aluno tem dificuldade em compreender que a letra indica um valor desconhecido ou uma variação no contexto algébrico, ele estava acostumado a reconhecer a letra com outro sentido na atividade aritmética, como a representação de algo conhecido. "A letra m, por exemplo, pode ser utilizada em Aritmética para representar metros, mas não para

representar o número de metros, como em Álgebra" (Booth, 1995, p.30). Essa transição de sentidos das letras nesses dois campos matemáticos pode ocasionar essa confusão no aluno, assim, o professor deve sempre desenvolver formas para o aluno transitar entre essas áreas com uma compreensão das funções das letras.

d) Os tipos de relação e métodos utilizados em Aritmética

A Álgebra relaciona-se diretamente com a Aritmética, sendo uma de suas vertentes a generalização da Aritmética. Assim, os tipos de relações e métodos utilizados na Aritmética refletem na compreensão de objetos algébricos, tendo em vista que se o aluno tem dificuldades em objetos aritméticos básicos, ele levará essas dificuldades para a sua generalização. Em consonância com Booth (1995), para compreender a generalização das relações e procedimentos aritméticos é preciso primeiro que tais relações e procedimentos sejam apreendidos no contexto aritmético. Se não forem reconhecidos, ou se os alunos tiverem concepções erradas a respeito deles, seu desempenho em Álgebra poderá ser afetado (p. 33).

Lima e Bianchini (2022) desenvolveram um estudo bibliográfico acerca do ensino e aprendizagem de Álgebra. Eles discorreram, entre outras questões, sobre as principais dificuldades da Álgebra. Os referidos autores analisaram situações discutidas em cinco trabalhos sobre a temática por autores com pesquisas relevantes na área da Álgebra. Essas dificuldades são descritas a seguir:

• um currículo que enfatiza primeiro o ensino de Aritmética e só mais tarde o ensino de Álgebra com abordagem que privilegia a manipulação de símbolos algébricos para a resolução de equações;

• a não compreensão de enunciados e das notações utilizadas;

• a separação que os estudantes costumam fazer entre manipulação algébrica (na qual também apresentam dificuldade) e seu uso na solução de problemas, bem como fatores decisivos na evolução da constituição da linguagem algébrica, algo que pode ter origem em uma educação algébrica que oculta a semântica de sua gramática;

• a apresentação precoce da Álgebra estrutural, precedendo os trabalhos com os processos algébricos e sem a preocupação com o desenvolvimento do pensamento algébrico;

• a fixação em casos particulares ao invés de buscar generalizações;

• a não percepção da existência de uma ruptura epistemológica na passagem do raciocínio aritmético para o algébrico, exigindo uma transição para a introdução de uma nova linguagem e forma de raciocínio lógico-matemático (p. 17).

É evidente que Lima e Bianchini (2022) discorrem sobre alguns aspectos das dificuldades em Álgebra já descritos por Booth (1995) e acrescentam outros aspectos, como a questão do currículo que aborda primeiro o ensino da Aritmética e só mais tarde o ensino da Álgebra. No entanto, esse aspecto parece não estar conforme a realidade, tendo em vista que a BNCC (Brasil, 2018) normatiza a abordagem do ensino de Álgebra já para o Ensino Fundamental Anos Iniciais. O problema seria como os pesquisadores apontam que, na prática, a abordagem algébrica privilegia a manipulação de símbolos algébricos para a resolução de equações e apresenta precocemente a Álgebra Estrutural. Essas práticas dificultam o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno. Lima e Bianchini (2022) complementam as ideias de Booth (1995) em relação à fixação em casos específicos em detrimento de buscar generalizações. Essa prática é bastante comum, uma vez que os professores, geralmente, lidam com questões específicas de avaliações externas, direcionando a abordagem de conteúdos algébricos a determinados tipos de problemas.

Lima e Bianchini (2022) discorrem sobre a desconsideração da ruptura epistemológica na passagem do raciocínio aritmético para o algébrico. São aspectos como esses que influenciam o aluno a terem algumas das dificuldades descritas por Booth (1995) a saber: o uso da notação e da convenção em Álgebra; o significado das letras e das variáveis.

O conhecimento acerca das concepções da Álgebra em conjunto com essas dificuldades descritas são essenciais para o professor desenvolver práticas de ensino direcionadas para a aprendizagem dos objetos de conhecimento dessa área. Sob essa perspectiva Usiskin (1995) apontou que a abordagem da Álgebra em suas quatro concepções favorece o desenvolvimento do pensamento algébrico. Além disso, conhecer as dificuldades do aluno é essencial para saber onde possivelmente ele erraria, e com essa informação é possível planejar situações de ensino já direcionadas para esses possíveis erros.

3 CONSIDERAÇÕES SOBRE O PAPEL DO ERRO E O MODELO DE ANÁLISE DIDÁTICA DO ERRO

Neste capítulo abordamos a relação do erro com o processo de ensino e aprendizagem e o Modelo de Análise Didática do Erro desenvolvido por Torre (2009), o qual foi utilizado para as análises das questões respondidas pelos alunos desta pesq

3.1 O PAPEL DO ERRO NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Segundo Pinto (2000) na concepção da "pedagogia tradicional" o erro serve como um indicador do fracasso do aluno, nessa perspectiva o erro teria um sentido negativo, ´ja na concepção de Pinto (2000, p.10) os erros se apresentam como reflexo do pensamento da criança, sendo percebido como manifestação positiva de grande valor pedagógico. No contexto das práticas educacionais se predomina a visão negativa do erro, nessa perspectiva o mesmo deve ser não só punido como também evitado porque ele indica a ausência de conhecimento do aluno. Essa visão do erro é reflexo de um ensino tradicional que se baseia em uma concepção de transmissão de conhecimento, assim tudo o que é transmitido para o aluno deve ser evidenciado nas suas avaliações, a ênfase é no resultado, não nos processos.

Torre (2007) compreende que o erro pode indicar duas situações: resultado e processo. Quando o erro indica uma situação de resultado, seu significado é negativo, ou seja, apresenta um efeito desmotivador. Quando indica processo é considerado uma ferramenta construtiva, método de descoberta científica ou uma forma de intervenção didática, a qual é como um estímulo criativo. Essa criatividade, conforme é descrita pelo pesquisador, " não está, como é natural, no erro, mas nas pessoas que conseguem gerar novas ideias apoiando-se nele" (p. 15). Muitos teóricos como Pinto (2000) e Cury (2007) têm defendido essa perspectiva do erro como indicativo de um processo de construção de conhecimento, desse modo, em nossa visão, é isso que deveria predominar na realidade escolar, porém, como já mencionado, predomina a abordagem do erro com significado negativo.

Torre (2007) ainda discorre acerca de uma pedagogia tradicional, a pedagogia do êxito, a qual é eficaz por se ater a objetivos-resultados, e uma pedagogia nova, a pedagogia do erro, que faz análise do erro e intervenção no processo de ensino e aprendizagem, assim ela é eficaz e eficiente uma vez que entre os objetivos e resultados se introduz os meios. Dessa forma, a pedagogia do erro se ocupa em intervir no processo de ensino e de aprendizagem sempre que se evidenciar a necessidade. Nessa perspectiva, o professor deve dedicar um tempo maior para seu trabalho enquanto mediador, uma vez que ele se dedicará a analisar e compreender as causas que motivaram o erro.

O objetivo da utilização do erro no processo de ensino e aprendizagem não é buscá-lo como um fim nas respostas do aluno, mas sim identificá-lo e utilizá-lo como um instrumento de investigação e intervenção no processo de construção do conhecimento, como pontua Torre (2007):

> O erro é filho da mudança. Ele não é uma meta que se tenha de perseguir, mas tampouco um resultado que se tenha de condenar sem antes examinar seu processo. Deve ser entendido à luz dos processos cognitivos e dado desenvolvimento do pensamento humano. Isto é, como um componente natural a qualquer processo de mudança (TORRE, 2007, p. 49).

Como Torre (2007) destaca, o erro é um fenômeno natural dos processos cognitivos humanos. Nessa perspectiva, não se deve evitá-lo como acontece em muitas práticas educativas que buscam favorecer o êxito do aluno com simplificação dos objetos do conhecimento e exercícios repetitivos, os quais pouco colaboram para o desenvolvimento do raciocínio e a solução de problemas.

Cury (2007) destaca que na análise das respostas dos alunos em questões quando se realiza apenas a classificação e a contagem do número de cada tipo de resposta, a investigação é limitada porque não traz benefícios a alunos e professores. Todavia, quando se visa compreender as formas como o aluno produziu a resposta, o trabalho pode contribuir para a construção de novos patamares de conhecimento. Nesse sentido, é necessário não apenas identificar e categorizar erros, mas também utilizá-los como uma ferramenta que evidencia o modo que o aluno desenvolve seu raciocínio para resolver um problema matemático, e qual a sua dificuldade naquele conteúdo.

Será que ele não compreendeu nada do que foi ensinado? Ou ele ainda não construiu conhecimentos básicos necessários para aprender aquele conteúdo? Ou até mesmo não teve atenção e esqueceu de considerar determinada informação? São essas perguntas que a análise do erro procura responder. É mediante essa investigação do erro que o professor pode desenvolver situações que favoreçam a aprendizagem do aluno.

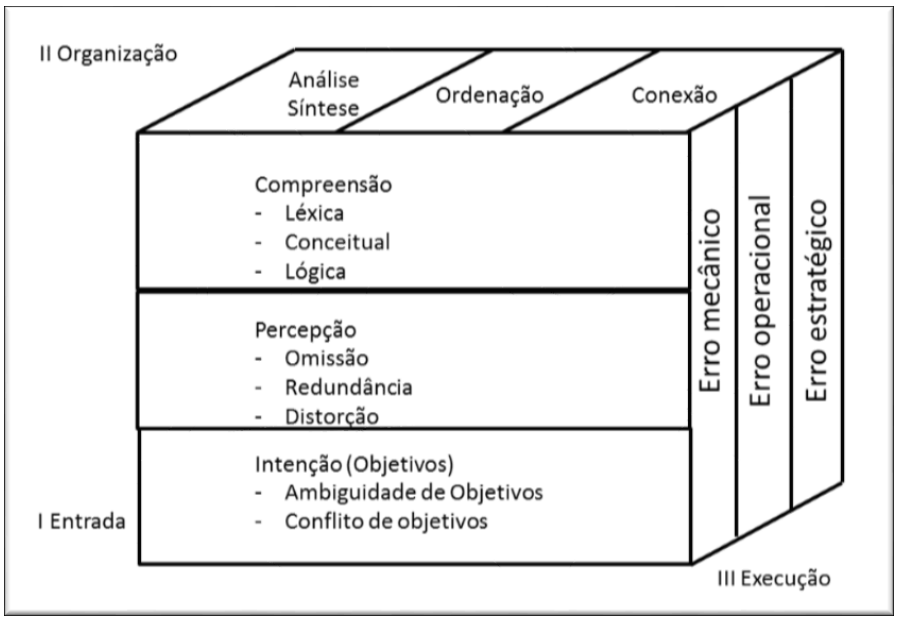
Ainda é possível, mediante a análise do erro, a avaliação da metodologia de ensino por parte do professor. Como pontua Torre (2007) “a localização e a identificação dos erros não apenas informam o professor sobre os processos de aprendizagem como, indiretamente, indicam a adequação ou inadequação do método utilizado (p.130)”. Se alguns alunos apresentam erros de incompreensão de conceitos, a dificuldade pode ser devido a diversos fatores, porém, se a maioria da turma apresenta esses mesmos erros de incompreensão do objeto de conhecimento a falha pode está na forma como foi ensinada, a qual é responsabilidade do professor.

Evidencia-se, assim, o papel da análise do erro no processo de ensino e aprendizagem enquanto uma ferramenta para investigar como se dá a construção do conhecimento do aluno e para redimensionar as práticas de ensino. Nesse sentido, são evidenciadas quais as dificuldades que o aluno possui, onde o professor deve intervir e quais situações pode desenvolver.

3.2 ANÁLISE DIDÁTICA DO ERRO DE SATURNINO DE LA TORRE

Os erros possuem naturezas diferentes, então, é relevante que o docente promova análises e abordagens didáticas distintas. Para isso, Torre (2007) desenvolveu um Modelo de Análise Didática do Erro - MADE, em que apresentou as principais categorias do erro. A Figura 1 apresenta o referido modelo criado por Torre (2007), na qual mostra as principais categorias do erro.

Figura 1 - Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE)



Fonte: Torre (2007, p.108).

Dessa forma, explicaremos as três dimensões do erro que o pesquisador categorizou, sendo eles: erros de entrada ou desequilíbrio da informação, erros de organização da informação e erros de execução.

Erros de entrada: uma grande parte dos erros cometidos pelos alunos são de entrada, eles ocorrem quando há informações insuficientes ou inadequadas em um dos três planos:

intenção, percepção e compreensão.

a) *Erros no plano das intenções:* uma de suas causas é a indefinição das metas ou falta de clareza no objetivo da atividade, ou problema matemático. Nesse tipo de erro, Torre (2007) considera que o responsável é o professor porque quando ele não especifica exatamente a sua intenção, o aluno trata de inferi-la e relacioná-la com o que ficou implícito e outras situações paralelas. A incompreensão ou confusão do objetivo é outro motivo para o erro no plano da intenção, muitos dos problemas mal executados não se deve a uma ausência de conhecimento, mas a falta de compreensão do que se pede. Nesse tipo de erro se encontra o primeiro aspecto da dificuldade em álgebra descrita por Booth (1995), o aluno não compreender o foco da atividade algébrica e a natureza de suas respostas é um motivo para ele não conseguir êxito na solução do problema tendo em vista que ele tem maior compreensão o foco da atividade aritmética.

Torre (2007) pontua que é preciso partir da maturidade do sujeito em relação ao tipo de objetivo cobrado em uma atividade. Uma terceira causa dos erros de intenção é o conflito de objetivos ou o desvio da meta fixada, ocorre quando a atividade desperta no sujeito objetivos mais desejáveis que os propostos pelo professor. Nesse aspecto, também pode ocorrer o erro em um problema algébrico devido ao aluno ter o foco mais desenvolvido para resolver atividades aritméticas. Um exemplo é quando o aluno não aceita uma expressão algébrica simplificada como resposta final de um exercício, ele acredita que a resposta deve ser numérica, na expressão 2x+3y+x+y= ele tende a responder como 7xy e não como 3x+4y, como exemplo.

b) *Erros no plano das percepções da informação:* resultam de uma má interação entre as características da informação e os processos cognitivos do sujeito, nesse plano o principal responsável é a metodologia docente e a capacidade discente. Há três modalidades dentro dessa categoria: erros de omissão, erros de redundância e erros de distorção.

Os erros devido à omissão de informações suficientes se devem a distração, e a insuficiente percepção ou análise. Em relação aos erros de redundância e omissão, algumas pessoas necessitam de uma redundância das informações para conseguir compreender, enquanto outras pessoas se atrapalham com essa redundância. Ainda tem os casos em que algumas informações de uma atividade são omitidas com o fim de evitar uma quantidade grande de informações que pode atrapalhar o aluno. Assim, é relevante que o professor enquanto mediador determine um equilíbrio na quantidade de informações em uma questão para conseguir atender as necessidades de seu aluno.

A categoria erros de distorção ocorre quando o aluno não domina toda a informação, ela é ambígua, imprecisa ou pode não ser um interesse cognitivo. Como pontua Torre (2007, p. 115) “não se trata de uma simples falta de atenção voluntária, mas de inadequação cognitiva ”. Essa distorção pode ser causada também por uma tentativa de simplificar uma informação complexa, e não conseguir distinguir o essencial do secundário. Os aspectos das dificuldades em Álgebra descritas por Booth (1995) presentes nessa categoria dos erros de distorção são: o foco da atividade algébrica e a natureza das respostas; o uso da notação e convenção em Álgebra; e o significado das letras e das variáveis. Isso porque não há um domínio do conteúdo algébrico devido a essas dificuldades.

c) *Erros no plano da compreensão:* ocorrem devido a uma limitação de compreensão lexical, conceitual ou lógica. O professor deve se preocupar com esses erros de compreensão de conceitos e lógicos uma vez que eles repercutem nos processos cognitivos. Torre (2007) pontua que nem sempre o aluno é o responsável por esse tipo de erro porque ele pode ocorrer devido à metodologia inadequada ou uma ação docente que não corresponde à situação de determinado aluno. Nesse sentido, há um predomínio de práticas de ensino expositivas nas salas de aula, esse método é dito como eficiente por ensinar o objeto de conhecimento a uma grande quantidade de alunos de forma simultânea.

No entanto, nem todo aluno tem a habilidade de aprender apenas ouvindo e vendo o professor resolver problemas, existe o indivíduo que aprende de forma mais lenta, com metodologias ativas, e outras metodologias. Assim, Torre (2007) destaca que a ação do professor deve facilitar a aprendizagem e a compreensão de conceitos. Os aspectos das dificuldades em álgebra descritas por Booth (1995) que podem ser referentes aos erros nesse plano são: o foco da atividade algébrica e a natureza das respostas; o uso da notação e da convenção em Álgebra; o significado das letras e das variáveis . Isso porque há a limitação de compreensão devido a essas dificuldades.

Erros de organização da informação: ocorrem quando o indivíduo muda a informação que dispunha para encontrar uma resposta para o problema ou atividade. Acontecem com procedimentos indutivos e dedutivos, e operações de análise, síntese, conexão e sequência. Na presente pesquisa, os erros foram analisados de acordo com essas operações.

a) *Erros de análise e síntese:* ocorrem devido a dificuldade em analisar as características de um objeto e distinguir o relevante do dispensável. Para analisar algo é necessário partir de

um critério e ter claro os passos a se seguir, quando o aluno não faz isso ele tem dificuldades em resolver problemas mesmo que tenha conhecimentos dos conceitos envolvidos. Além disso, é comum que para realizar uma análise e síntese o indivíduo inclua experiências e adivinhações que atrapalham as resoluções.

b) *Erros de ordenação*: acontecem quando o indivíduo não conecta corretamente as informações que possui e assim desvia-se do objetivo da atividade. É importante ordenar a informação porque a ordem facilita a compreensão e evita os desvios da meta. Torre (2007) pontua que quando os sujeitos aprendem uma informação complexa tendem instintivamente a organizá-la e agrupá-la em categorias para dominá-la. Um exemplo desse tipo de erro é quando se altera a ordem das operações em problemas de Matemática.

c) *Erros de conexão e interferência*: são causados por uma interferência ou conexão de conhecimentos e experiências, que o indivíduo possui, com o problema ou atividade que deve resolver. Nessa categoria o aspecto das dificuldades em Álgebra descritas por Booth (1995) corresponde aos tipos de relações e métodos utilizados na Aritmética, tendo em vista que o desempenho algébrico pode ser afetado por uma conexão com conhecimentos aritméticos que não foram aprendidos corretamente. Um exemplo é quando o aluno não compreende que a ordem dos cálculos muda o valor de expressão, não tem domínio de propriedades operatórias simples, e de potenciação e radiciação.

Erros de execução: São erros que não indicam uma ausência de conhecimento ou incompreensão, correspondem mais a uma "falha" na resolução do problema. Se nos erros de entrada e organização o professor deveria se preocupar em intervir no processo de aprendizagem, nesse tipo de erro basta que indique instruções para o próprio aluno encontrar o erro. Esses erros acontecem quando o aluno arrisca novos caminhos, ou é impulsivo para resolver um problema e esquece ou troca algo de seu lugar, há três categorias deles: erros mecânicos ou lapsos de linguagem, erros operacionais e estruturais.

a) *Erros mecânicos ou lapsos de linguagem*: acontecem na comunicação oral ou escrita, ao fazer a codificação, não há uma consciência deles, ocorrem em momentos de estresse, cansaço, urgência. São omissões de letras, substituição de palavras ou sinais de pontuação. Nessa categoria não há correspondência com nenhum aspecto das dificuldades em Álgebra descritas por Booth (1995), no entanto, esse tipo de erro é bem evidente na resolução de equações, o aluno esquece ou troca o sinal e não consegue resolvê-la.

b) *Erros operacionais e de distração*: acontecem no momento de executar um procedimento, devido a omissão de algo por esquecimento, Torre (2007) pontua que " o

nervosismo é uma causa frequente nesse tipo de situação em que se chega a bloquear o processo de evocação". Ocorrem com frequência quando se está aprendendo um procedimento, um exemplo é quando o aluno está aprendendo a resolver uma equação polinomial do segundo grau por meio da fórmula de Bhaskara e esquece algumas etapas, troca sinais, se confunde com os coeficientes, entre outras situações.

c) *Erros estratégicos:* acontecem quando se escolhem estratégias inadequadas para resolver um problema. Nessa categoria, os erros em problemas algébricos podem acontecer devido aos seguintes aspectos das dificuldades em Álgebra descritas por Booth: o foco da atividade algébrica e a natureza das respostas; os tipos de relações e métodos utilizados em Aritmética; O uso da notação e da convenção em Álgebra.

Erros de execução assim como os de entrada e de organização fazem parte do processo de aprendizagem, de certa forma, o que contribui para sua "eliminação"é o tempo, a prática e atenção. Essa classificação dos erros do aluno nessas categorias de entrada, organização e execução, bem como nas suas respectivas subdivisões é uma ferramenta para o professor investigar como está a construção do conhecimento algébrico do aluno e para a intervenção didática. Sob essa perspectiva Torre (2007) pontua:

> A diferenciação que fizemos do erro nos dá oportunidade para profundas reflexões sobre o modo e o uso que fazemos de tais falhas . Para muitos professores, todo desajuste é tratado por igual, não se pode tratar por igual uma falha de ambiguidades de metas, de percepção, compreensão, organização da informação ou de execução. Estes últimos aparentam menor gravidade que os de compreensão ou de organização. (TORRE, 2007, p.125)

Nesse sentido, os erros de entrada no plano da compreensão, por exemplo, indicam que o aluno está com dificuldade de compreender os conceitos, já os erros de execução no plano operacional indicam que o aluno errou no momento de executar o procedimento e não porque não tinha conhecimento. Assim, com a informação do nível de aprendizagem do aluno, o professor pode desenvolver situações de ensino mais direcionadas para a aprendizagem dos conteúdos algébricos, pois se o aluno comete muitos erros de entrada no plano da compreensão , por exemplo, é necessário explicar novamente o conceito para o aluno. Já se o aluno comete muitos erros de execução no plano operacional seria necessário, por exemplo, resolver mais problemas sobre o assunto abordado, não se pode tratar por igual uma falha de ambiguidades de metas, de percepção, compreensão, organização da informação ou de execução.

4 METODOLOGIA

O processo metodológico de uma pesquisa acadêmica é extremamente relevante uma vez que evidencia a confiabilidade dos dados obtidos a partir da realização da pesquisa. A credibilidade do presente estudo depende desse fator. Neste capítulo apresentaremos a metodologia utilizada nesta pesquisa, detalhando suas principais características.

Para alcançar os objetivos elencados evidenciou-se a necessidade de utilizar uma abordagem de cunho qualitativo, uma vez que a pesquisa é realizada com alunos no espaço da sala de aula e visa identificar e analisar quais os principais erros desses alunos em questões algébricas. Nesse sentido, Oliveira (2005) compreende que a pesquisa qualitativa se caracteriza por se aprofundar na investigação do fenômeno em seu ambiente natural. A pesquisadora ainda aponta que ao tomar o ambiente educacional como objeto de pesquisa o investigador deve entender que as relações humanas nesse cenário são marcadas pela dinâmica e interpretação, assim deve fundamentar seu trabalho em técnicas qualitativas.

Em relação à natureza, esta pesquisa classifica-se como pesquisa de campo, pois o objeto de estudo é permeado por variáveis. Segundo Marconi e Lakatos (2017) a pesquisa de campo busca informações sobre determinado tema, ou responderá um problema, ou ainda visa descobrir novas relações entre os fenômenos investigados. Desse modo, evidencia-se que este trabalho é uma pesquisa de campo, por estudar o fenômeno dos erros dos alunos do primeiro ano do Ensino Médio em questões de Álgebra, buscando resposta para o mesmo.

Conforme o problema e os objetivos propostos, esta pesquisa é descritiva, Oliveira (2011) pontua que a pesquisa descritiva é utilizada para compreensão de diferentes comportamentos, transformações, para a explicação de diferentes fatores e elementos que influenciam um determinado fenômeno.Dessa forma, buscamos por meio de uma aplicação de questões algébricas investigar e classificar os possíveis erros dos alunos nesse campo de conhecimento, assim nos aproximamos do objeto de estudo e compreendemos esse fenômeno.

Em relação aos procedimentos o Modelo de Análise Didática do Erro - MADE de Torre (2007) foi escolhido para categorizar e analisar os tipos de erros dos alunos, porque tal modelo tem sido amplamente utilizado na educação, assim queremos utilizá-lo também na área do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Foi realizada a seleção de algumas questões algébricas de acordo com habilidades de conhecimento recomendadas na BNCC para estudantes que concluíram o Ensino Fundamental- Anos Finais, e de acordo com as concepções de Álgebra de Usiskin (1995), essas habilidades correspondem aos descritores da BNCC que estão expostos no quadro do

instrumento de coleta de dados . Em seguida, aplicamos essas questões selecionadas em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio, trinta e cinco alunos responderam o questionário, com os dados coletados foi realizada a análise e classificação dos erros encontrados, além disso, foi evidenciado algumas dificuldades dos alunos nesses conteúdos algébricos.

Delimitamos o estudo ao Agreste de Pernambuco devido a fatores logísticos. O campo de pesquisa é uma escola pública estadual localizada na cidade de Caruaru-PE, que funciona de forma semi integral com turmas do Ensino Médio. A escola tem índices considerados bons em avaliações do Sistema de Avaliação da Educação de Pernambuco (SAEPE) e do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

Os participantes da pesquisa são alunos de uma turma do primeiro ano do Ensino Médio. O motivo de aplicar a pesquisa especificamente com o primeiro ano é devido a experiências da autora desta pesquisa nessa etapa do ensino básico. Nesse sentido, a autora vivenciou o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência - PIBID e o Programa de Residência Pedagógica no Ensino Médio.

Durante as experiências citadas foi possível observar as dificuldades que os alunos têm em construir conhecimentos no campo da Álgebra. Foi possível observar também que muitos chegam no Ensino Médio sem desenvolver habilidades que caracterizam as concepções da Álgebra apontadas por Usiskin (1995).

Para terem suas identidades preservadas, os estudantes, sujeitos da pesquisa, foram nomeados utilizando a números: Aluno 1, 2, 3, 4, etc.

4.1 INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS

Nesta seção, apresentam-se as questões propostas para os alunos . Foram selecionadas questões dos livros de Giovanni Júnior (1.ed. 2022) da coleção “A Conquista Matemática” do 7º, 8º e 9º Ano do Ensino Fundamental. Esses livros foram selecionados porque estavam sendo utilizados em uma escola pública de Caruaru no ano de 2024. As questões selecionadas envolvem conteúdos algébricos e correspondem às concepções de Álgebra descritas por Usiskin (1995). O Quadro 1 expõe as questões e os respectivos códigos dos descritores que constam na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018).

Quadro 1- Questões aplicadas

QUESTÃO 01 - Um prêmio de R$ 165.000,00 deve ser dividido entre Caio, Pedro e Toni. Pedro deve receber a metade do valor de Caio, e Toni vai receber R$20.000,00 a mais do que Caio. Que quantia cada um receberá?

(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1o grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade.
QUESTÃO 02 - Uma locadora cobra R$ 20,00 por dia pelo aluguel de uma bicicleta. Além disso, ela também cobra, apenas no primeiro dia, uma taxa de R$ 30,00. Chamando de x o número de dias que a bicicleta permanece alugada e de y o valor total do aluguel. Qual expressão algébrica representa o valor do aluguel em função do número de dias em que a bicicleta é alugada? (EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1o grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade.
QUESTÃO 03 - Determine a expressão equivalente a (3x + 5)(3x - 5). (EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2o grau
QUESTÃO 04 - Um grupo de estudantes de meteorologia pesquisou as variações de temperatura em certa cidade. Após longa coleta de dados, o grupo concluiu que a temperatura podia ser calculada por meio da fórmula matemática $T = \frac{1}{6}t^2 + 4t + 10$ na qual T representa a temperatura, e t representa a hora do dia. O grupo calculou a temperatura na cidade às 12 horas e às 18 horas. Nesse período, a temperatura diminuiu quantos graus Celsius? - (EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

Fonte: Livros A conquista Matemática (2022).

Acerca dos significados dos códigos desses descritores o primeiro par de letras indica a etapa do ensino sendo que EF significa Ensino Fundamental, o primeiro par de números indica o grupo por faixa etária ou anos de escolaridade no EF indica os anos de escolaridade a que se aplica, o segundo par de letras no EF indica o componente curricular MA= Matemática, o último par de números indica a posição da habilidade na numeração sequencial do campo de experiência para cada faixa etária.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo é apresentada a análise e discussão dos resultados da pesquisa. Inicialmente, evidenciam-se alguns aspectos do ensino da Álgebra na Educação Básica, em seguida discutem-se as resoluções incorretas dos alunos sujeitos da pesquisa de acordo com o Modelo de Análise Didática do Erro de Torre (2007). Além disso, também são evidenciadas algumas dificuldades em Álgebra desses alunos conforme a perspectiva de Booth (1995), Lima e Bianchini (2022).

Os documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997) e a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) discorrem sobre a relevância da abordagem do conhecimento algébrico na Educação Básica. O ensino desses conhecimentos é iniciado nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, por meio da ideia de sequências pictóricas e numéricas, da utilização das figuras para descobrir os elementos desconhecidos em uma relação de igualdade, entre outras situações. Já nos Anos Finais do Ensino Fundamental, os conteúdos devem ser aprofundados, é nessa etapa de escolarização o momento em que o aluno começa a ter dificuldade em compreender a Álgebra, que se torna um conhecimento mais abstrato, diferente do que ele conhecia até então da Matemática que se direcionava mais aos números, operações e formas, tendo em vista que a parte algébrica era mais simples. Nesse sentido, é bem comum ouvir os alunos comentarem que a Matemática era fácil até colocarem letras nela.

É interessante que o ensino da Matemática desenvolva processos elaborados de raciocínio e resolução de problemas, isto também é interessante para a abordagem da Álgebra Escolar. No entanto, nas salas de aulas a abordagem algébrica tem se direcionado para a manipulação de expressões e equações, por meio de técnicas repetitivas. Isso é preocupante porque o aluno não desenvolve significado quando apenas realiza procedimentos mecânicos, além de ser impedido de conhecer outros aspectos da atividade algébrica como a noção de variável e a generalização. Sob essa perspectiva, Araújo (2008) pontua:

> Se a aprendizagem da Algebra for centrada na manipulação de expressões simbólicas a partir de regras que se referem a objetos abstratos, muito cedo os alunos encontrarão dificuldades nos cálculos algébricos e passarão a apresentar uma atitude negativa em relação à aprendizagem matemática, que para muitos fica desprovida de significação. (ARAÚJO, 2008. P. 337).

Ainda nessa perspectiva, Lins e Gimenez (1997) compreendem "significado" como um conjunto de coisas que se pode dizer, acerca de um objeto no interior de uma atividade. Nesse sentido, para construir conhecimento algébrico significativo é necessário formular um conjunto de afirmações que podem expressar, no interior da atividade algébrica, as principais

ideias de Álgebra. Assim, pode-se caracterizar a atividade algébrica como o processo de produção de significados para a Álgebra (Lins; Gimenez, 1997).

O ensino da Álgebra deve possibilitar que o aluno não só desenvolva habilidades com equações, expressões e funções relacionadas com atividades práticas, mas também possibilita que o indivíduo desenvolva habilidades de raciocínio, reflexão, abstração, percepção de regularidades, generalização de problemas, a compreensão das ideias de equivalência, variável, incógnita, assim desenvolve o pensamento algébrico. Essa perspectiva é ratificada por Araújo (2008) ao discorrer acerca de uma abordagem algébrica nas salas de aulas por intermédio de atividades que proporcionem ao aluno a construção de significados para o objeto de ensino, a saber: "é preciso que se contemple além dos aspectos formais, a construção do pensamento algébrico" (Araújo, 2008, p. 338).

Santos, Pereira e Nunes (2017) apontam que o ensino da Álgebra na Educação Básica prioriza a abordagem desse componente como um prolongamento e generalização da Aritmética, chegando a colocar as práticas algébricas como mais eficientes que os procedimentos aritméticos. Isso é um problema porque mesmo que cada área tenha seus próprios objetos de ensino, eles devem dialogar entre si, conforme descrito na BNCC, deve haver uma interdisciplinaridade entre os conteúdos. Além disso, os campos da Matemática historicamente se desenvolveram por meio de relações entre eles. Assim, o ensino da Álgebra deve dialogar com o campo da Aritmética (e com os demais campos), e abordar outros segmentos seus como relação das variáveis, por exemplo.

Nesse sentido, Álgebra é "a chave para a caracterização e a compreensão das estruturas matemáticas" (Usiskin, 1995, p.21), não podendo apenas abordá-la como aritmética generalizada, como ocorre em muitas práticas de ensino.

Para realizar a análise das resoluções dos problemas desconsideramos as corretas, porque o objetivo do trabalho é fazer a análise dos erros, também desconsideramos as respostas em branco. No total foram analisadas 66 questões erradas em um total de 35 formulários com 4 questões em cada um, sendo que alguns questionários não foram totalmente respondidos pelos estudantes.

O Quadro 2 descreve a quantidade de erros classificados de acordo com cada categoria, bem como em quais questões eles estão presentes, e a quantidade de cada tipo de erro em cada questão.

TABELA 1: Classificação dos erros

CLASSIFICAÇÃO DOS ERROS	QUANTIDADE	QUESTÕES
De entrada no plano da compreensão	41	1°(11), 2°(5), 3°(14), 4° (11)
De entrada no plano da intenção	9	2°(9),
De organização no plano da conexão e interferência	8	1° (3), 4° (5)
De organização no plano da análise e síntese	6	2° (6),
De execução no plano operacional	1	1°(1),
De execução no plano de erros mecânicos	1	4° (1),
TOTAL	66	-

Fonte: a autora.

Diante do quadro exposto evidencia-se que houve uma grande quantidade de erros dos alunos. Os erros de entrada no plano da compreensão foram os que tiveram maior ocorrência, sendo um tipo de erro apresentado nas quatro questões, isso é preocupante pois indica que os alunos não têm uma compreensão total desses objetos algébricos. Em seguida, os erros de entrada no plano da intenção tiveram uma ocorrência relativamente grande, isso indica a dificuldade de interpretação do aluno e também que o conhecimento deles não está consolidado tendo em vista que desviaram suas respostas do objetivo da questão, mostrando insegurança.

Os erros de organização no plano da conexão e interferência tiveram a terceira maior ocorrência. Os demais tipos de erros tiveram ocorrência menor mas também foram analisados.

Destacamos, a seguir, os protocolos dos estudantes-sujeitos da pesquisa, com o intuito de discutir os erros categorizados segundo o Modelo de Análise Didática do Erro de Torre (2007). Como já mencionado, também apresentamos nesses erros algumas dificuldades em Álgebra descritas por Booth (1995), e por Lima e Bianchini (2022).

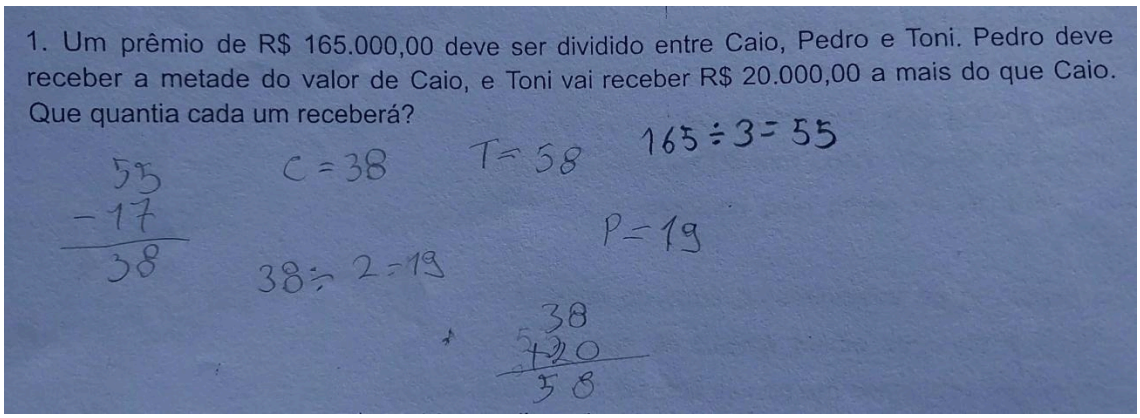
5.1 Erros de entrada no plano da compreensão

Essa categoria teve um total de 41 erros, foi a que reuniu maior ocorrência entre as demais. Esse tipo de erro ocorreu nas quatro questões, de acordo com a análise realizada, eles ocorreram devido a uma incompreensão de conceitos algébricos presentes nas questões.

Na Questão 1 foram observados 11 erros de entrada no plano da compreensão. Nesse problema, 165000 reais deverá ser dividido entre Caio, Pedro e Toni, sendo que Pedro vai receber a metade do valor de Caio e Toni vai receber 20000 a mais que Caio. O objetivo da questão é determinar o valor que cada um irá receber. Para resolvê-lo é possível utilizar uma estratégia algébrica porque o valor que Caio vai receber é uma incógnita, e se deve estabelecer relação entre as outras informações e essa incógnita, assim deve-se utilizar o conceito de equação polinomial do primeiro grau. Também é possível utilizar uma estratégia aritmética, faz 165000-20000 , primeiro retira os 2000 a mais de Toni em relação a Caio, faz 145000/2,5 (pois fica 1+1+0,5 que é a divisão que restava), tem como resultado 580000, então concluímos com as informações do problema que Pedro tem 29000 , Toni tem 78000, Caio 580000.

Um exemplo de erro nessa categoria é a resolução do aluno 2 que demonstra não compreender o conceito de incógnita nem de equação do primeiro grau, conforme ilustrado na Figura 2.

Figura 2: resolução do aluno 2.



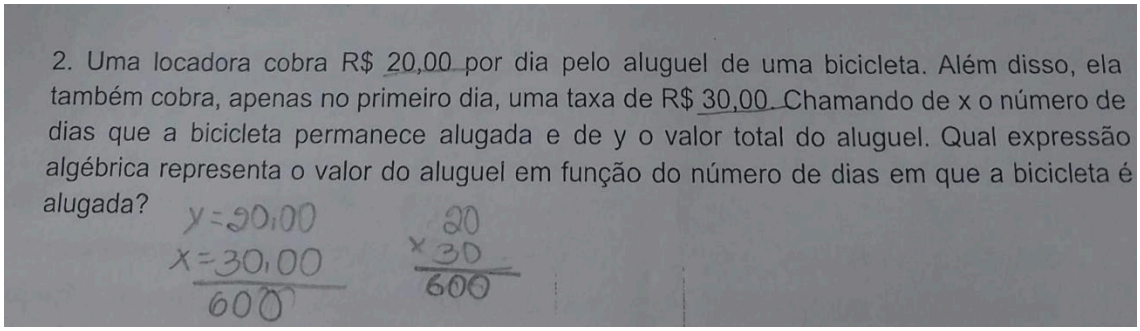
Fonte: a autora.

O aluno tenta responder à questão por meio de uma estratégia aritmética. Divide o valor do prêmio de 165000 por 3, encontrando 55 como resposta, subtrai 17000 de 55000, esses 17000 é colocado no problema pelo aluno, encontra 38000 como resultado, atribui esse valor a Caio e depois utiliza as informações do texto para encontrar os valores de Toni e Pedro. Assim, ele erra a questão porque ao tentar resolver por meio da estratégia aritmética ele não utiliza as informações do problema de forma correta e ainda adiciona uma informação que não foi fornecida no problema. Nesta resolução também é evidenciado o terceiro aspecto da dificuldade em Álgebra descrita por Booth (1995), a saber: o significado das letras e

variáveis, pois como pontua Booth (1995, p. 30) “o aluno tem dificuldade na compreensão da letra como um valor desconhecido”.

A Questão 2 teve 4 erros de entrada no plano da compreensão, um exemplo desse tipo de erro é a resolução do aluno 26, ilustrado na Figura 3.

Figura 3: resolução do aluno 26.



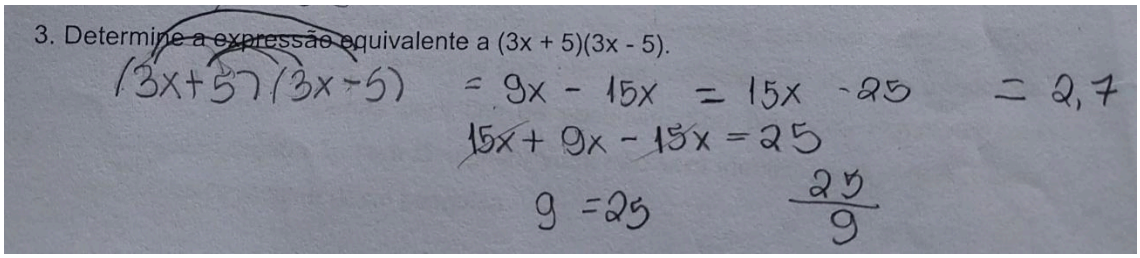
Fonte: a autora.

O objetivo do problema era representar em uma expressão algébrica o valor do aluguel em função do número de dias de aluguel da bicicleta, tratava-se de converter um problema da linguagem natural para a linguagem algébrica e de utilizar o conceito de função do primeiro grau para resolvê-lo. No entanto, o aluno demonstrou não ter conhecimento desse conceito, e apenas multiplicou os valores, isso causou o erro nesta resolução.

Nesta resolução também foi evidenciado o primeiro aspecto das dificuldades em Álgebra descrita por Booth (1995), a saber: o foco da atividade algébrica e a natureza das respostas, porque o aluno tem o foco em atividades aritméticas e ainda não desenvolve o foco em atividades algébricas já que sua resposta foi numérica.

Na Questão 3 foi observada a maior quantidade de erros de entrada no plano da compreensão. O objetivo da questão era determinar uma expressão equivalente a fornecida, o aluno poderia multiplicar as expressões ou poderia utilizar o conceito do produto notável da diferença de quadrados. Um exemplo de resolução incorreta é a do aluno 4, ilustrado na Figura 4, apresentada a seguir, que demonstrou não ter compreensão desses conceitos visto que multiplicou apenas os termos numéricos, repetiu as letras, teve uma dificuldade de organização do cálculo, e ainda tentou encontrar um valor numérico para a expressão.

Figura 4 - Resolução do aluno 4

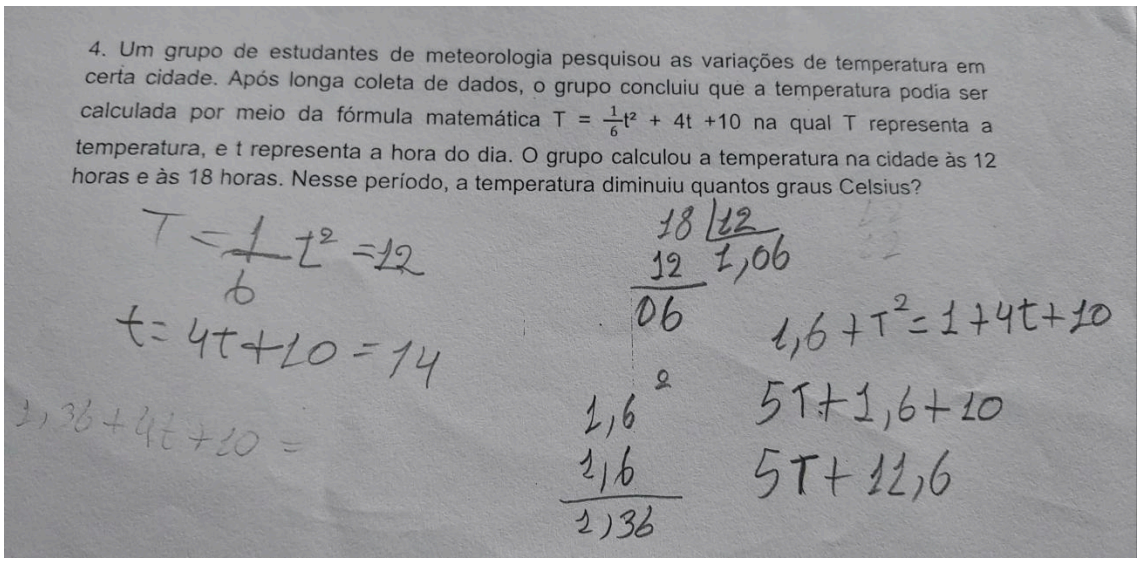


Fonte: a autora.

Nessa resolução também é evidenciado o primeiro aspecto das dificuldades em Álgebra descrita por Booth (1995), o foco da atividade algébrica e a natureza das respostas, porque o aluno demonstrou ter o foco para resolver um problema de natureza algébrica por meio da aritmética.

A questão 4 teve 11 erros de entrada no plano da compreensão. Ela é um problema que fornece uma expressão para a determinação da temperatura de uma cidade em função do tempo, indica dois horários distintos e pede a variação da temperatura em função desses horários. Um exemplo de erro dessa categoria é a resolução do aluno 32, como pode ser observado na Figura 5.

Figura 5 - Resolução do aluno 32



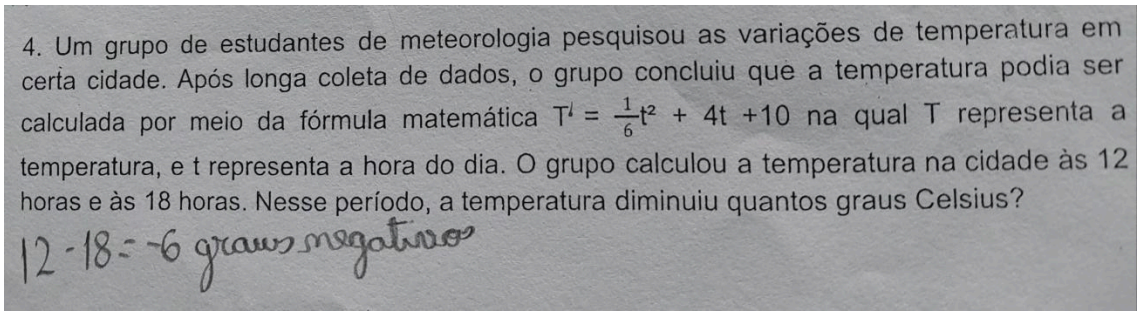
Fonte: a autora.

Esse estudante demonstra não compreender como determinar o valor numérico da expressão fornecida para o cálculo da temperatura em função do tempo, assim não consegue

encontrar a variação da temperatura. Nessa resolução, é evidenciado a dificuldade em Álgebra descrita por Booth (1995) referente ao significado das letras e das variáveis porque o aluno demonstra não compreender o conceito de variável nesse contexto algébrico.

Na Questão 4 também é interessante a resolução incorreta do aluno 17 ilustrada na figura 6. O estudante demonstrou não compreender que para encontrar o valor da variação da temperatura ele deveria encontrar os valores numéricos da expressão que determina a temperatura em função do tempo, a partir das horas fornecidas na questão. Assim ele faz apenas a subtração dos valores das horas e ainda coloca o resultado como negativo. Nessa resolução também é evidenciado a dificuldade descrita por Booth (1995) do aluno em compreender o significado das letras e das variáveis.

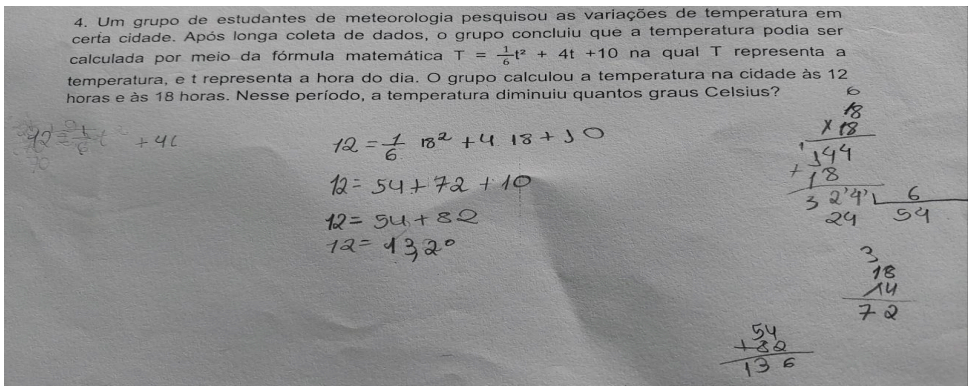
Figura 6: Resolução do aluno 17.



Fonte: a autora.

Outro exemplo desse tipo de erro na Questão 4 é a resolução do aluno 35 ilustrado na figura 7. Ele coloca um dos horários fornecidos no problema no lugar da temperatura na expressão algébrica e o outro horário no lugar certo, e depois tenta resolver a expressão numérica que ele montou ao substituir esses valores, isso é a causa do erro.

Figura 7 : Resolução do aluno 35



Fonte: a autora.

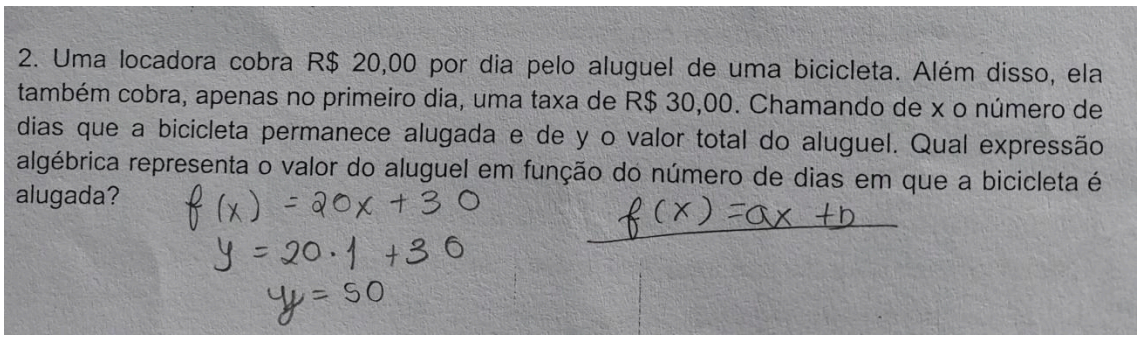
Assim, o aluno demonstra não compreender o conceito de variável e valor numérico de uma expressão algébrica. Isso evidencia a dificuldade descrita por Booth (1995) do aluno em compreender o significado das letras e das variáveis no contexto algébrico.

5.2 Erros de entrada no plano da intenção

Essa categoria teve um total de 9 erros que ocorreram apenas na Questão 2. Uma possível justificativa para o acontecimento desses erros é o desvio da meta fixada na questão, o que demonstra que o aluno não tem uma compreensão total da Álgebra como generalização da Aritmética, bem como de função do primeiro grau.

Um exemplo de erro de entrada no plano da intenção é a resolução do aluno 35 . Ele não compreendeu o objetivo da questão, a qual pedia a expressão algébrica que representa o valor do aluguel em função do número de dias do aluguel da bicicleta, conforme apresentado na Figura 8 a seguir.

Figura 8 - Resolução do aluno 35



Fonte: a autora.

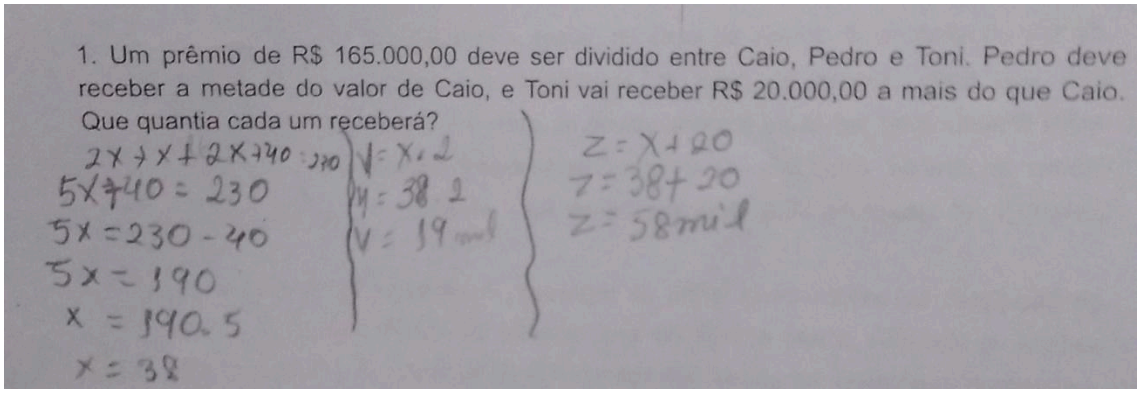
O estudante faz esse procedimento, porém vai além adiciona 1 como uma variável que representa o dia 1 e calcula o valor do aluguel para esse dia. Assim, é evidente que o aluno busca uma resposta numérica porque ainda não tem um domínio do conhecimento da generalização da aritmética por meio da Álgebra. Esse erro corresponde a dificuldade que Booth (1995) descreve sobre o foco da atividade algébrica e a natureza das respostas.

5.3 Erros de organização no plano da conexão e interferência

Essa categoria teve um total de 8 erros que ocorreram nas Questões 1 e 4. Segundo Torre (2007), no erro de organização, o indivíduo muda a informação que dispunha para encontrar uma resposta para o problema ou atividade.

Na Questão 1 o aluno 6 tentou utilizar o conceito de incógnita, organizou uma equação do primeiro grau, mas atribuiu o valor de 230000 para resolver o problema e não utilizou todas as informações da questão para montar essa equação, conforme apresentado na Figura 9.

Figura 9 - Resolução do aluno 6



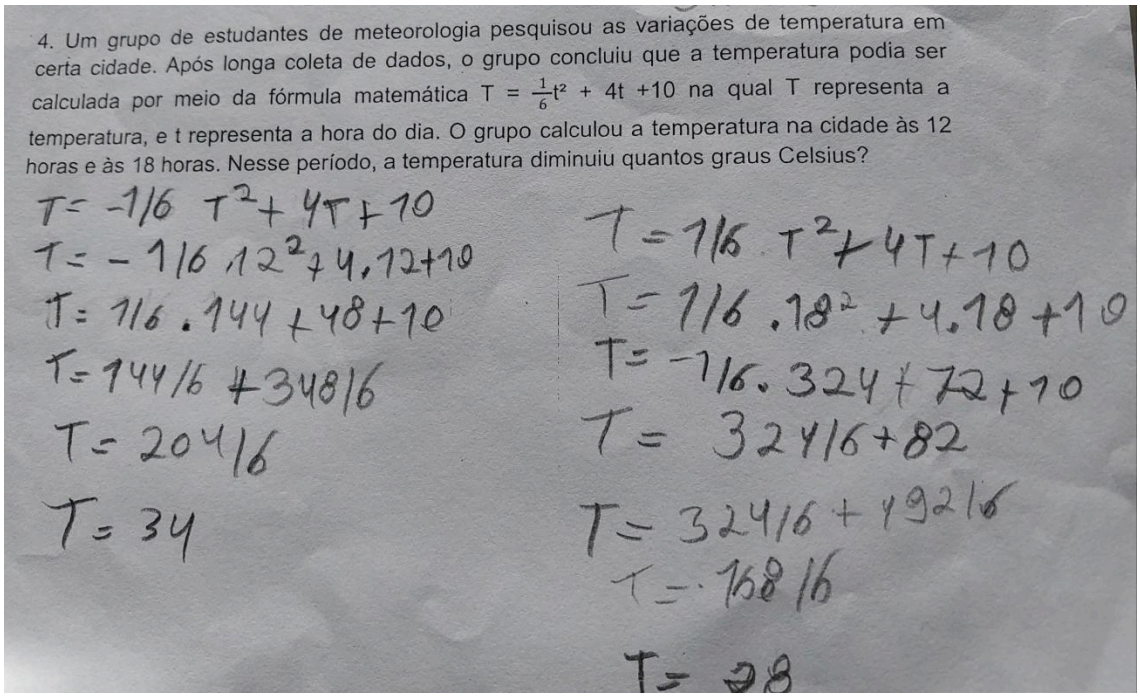
Fonte: a autora.

O estudante encontrou o valor para incógnita que seria um dos valores a serem recebidos, depois utilizou as duas últimas informações do texto para encontrar os outros valores. Assim, essa resolução trata-se de um erro de organização das informações no plano da conexão e interferência porque o aluno demonstra ter conhecimento do conceito de incógnita e de equação do primeiro grau, mas não consegue organizar as informações do problema e adiciona informações que não estavam no problema. Nessa resolução também evidencia-se a dificuldade, descrita por Bianchini e Lima (2022), do aluno em compreender o enunciado da questão.

A Questão 4 teve 5 erros de organização no plano da conexão e interferência. Ela consiste em um problema que fornece uma expressão matemática para calcular a temperatura de uma cidade em função do tempo, fornece dois horários distintos, e pede para determinar a variação da temperatura nesses horários. Para resolvê-la o aluno deveria entender o conceito de variáveis e determinar o valor numérico da expressão para depois determinar a variação.

Um exemplo de resolução incorreta da Questão 4 é a do aluno 2, conforme apresentado na figura 10.

Figura 10 - Resolução do aluno 2.



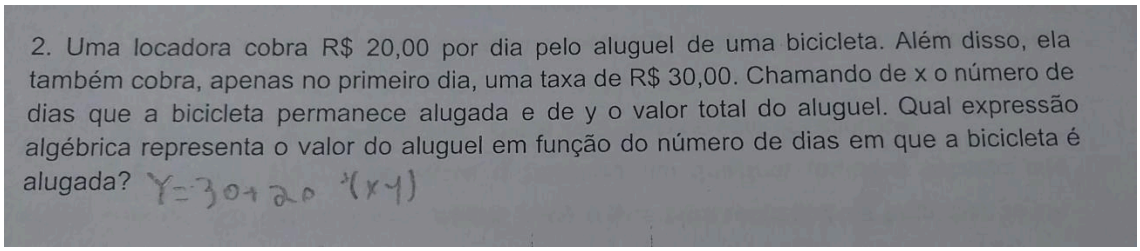
Fonte: a autora.

O aluno demonstra compreender quais são as variáveis e as aplica na expressão para determinar os valores da temperatura, mas coloca uma parte da expressão com um valor negativo. Tal estratégia causou o erro caracterizado como de organização da informação no plano da conexão e interferência, já que o aluno adiciona uma informação que não estava no texto. Nesta resolução também evidencia-se a dificuldade que Bianchini (2022) descreveu do aluno não compreender o enunciado da questão.

5.4 De organização no plano da análise e síntese

Nesse tipo de erro o aluno tem conhecimento dos conceitos envolvidos na questão mas tem dificuldades em fazer a análise e síntese das informações apresentadas, isso dificulta a organização da resolução. Ocorreram 6 erros desse tipo na Questão 2, a qual se tratava de um problema que pedia uma expressão algébrica para representar o valor de um aluguel em função do número de dias em que uma bicicleta é alugada. Assim envolvia a concepção da Álgebra como generalização da Aritmética, que nesse caso pode ser generalizada por meio do conceito de função do primeiro grau. Um exemplo de resolução incorreta nessa categoria é a do aluno 27, ilustrada na Figura 11. Ele tenta traduzir o problema da linguagem natural para a linguagem algébrica, assim tem o intuito de representar esse problema por meio de uma expressão algébrica.

Figura 11 - Resolução do ano 27



Fonte: a autora.

É possível inferir que o aluno erra porque faz uma análise e síntese das informações de forma equivocada, isso caracteriza um err de organização da informação no plano da análise e síntese, de acordo com Torre (2007), porque o aluno demonstrou conhecer o conceito de função do primeiro grau. Nessa resolução também é evidente a dificuldade descrita por Lima e Bianchine (2022), do aluno em compreender o enunciado da questão.

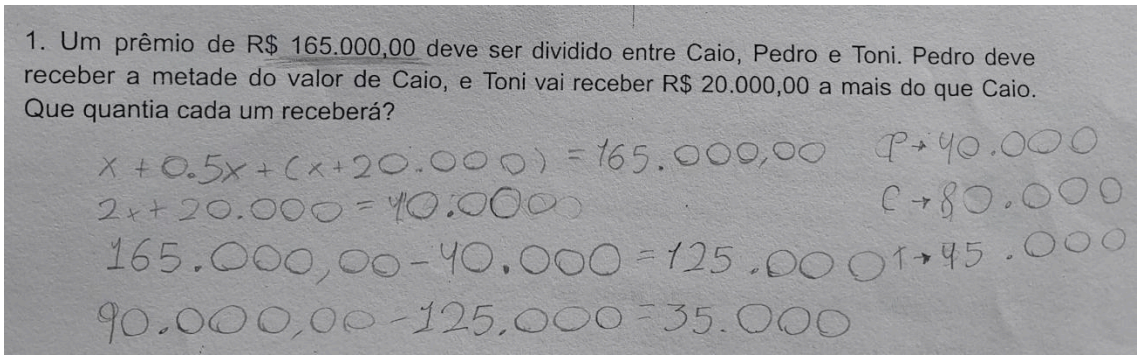
5.5 Erros de execução no plano operacional

Nos erros de execução no plano operacional o aluno tem conhecimento dos conceitos envolvidos na questão, mas tem dificuldade no momento de executar a resolução da questão, não consegue fazer alguns procedimentos. Nessa categoria ocorreu apenas um erro, na Questão 1.

Como já mencionado, a questão 1 trata-se de um problema que pode ser resolvido por meio de uma estratégia algébrica considerando que o aluno conhece o conceito de incógnita e de equação do primeiro grau, mas também pode ser resolvido por meio de uma estratégia aritmética. No problema proposto aos estudantes, tem-se o valor de 165000 para dividir entre Caio, Pedro e Toni, sendo que Pedro vai receber a metade do valor de Caio e Toni vai receber 20000 a mais que Caio. O objetivo da questão é determinar o valor que cada um irá receber.

Para resolver a questão 1 o aluno 24 montou a equação de forma correta, utilizou todas as informações do texto, porém teve dificuldades no momento de resolver a equação.Assim, ele demonstrou saber converter o problema da linguagem natural para a linguagem algébrica, mas apresentou dificuldade ou não soube resolver a equação, conforme apresentado na Figura 12.

Figura 12 - Resolução do aluno 24



Fonte: a autora.

A estratégia utilizada por esse estudante caracteriza um erro de execução no plano operacional, uma vez que aconteceu no momento de resolver a equação talvez por não ter um domínio de como resolver equações de primeiro grau.

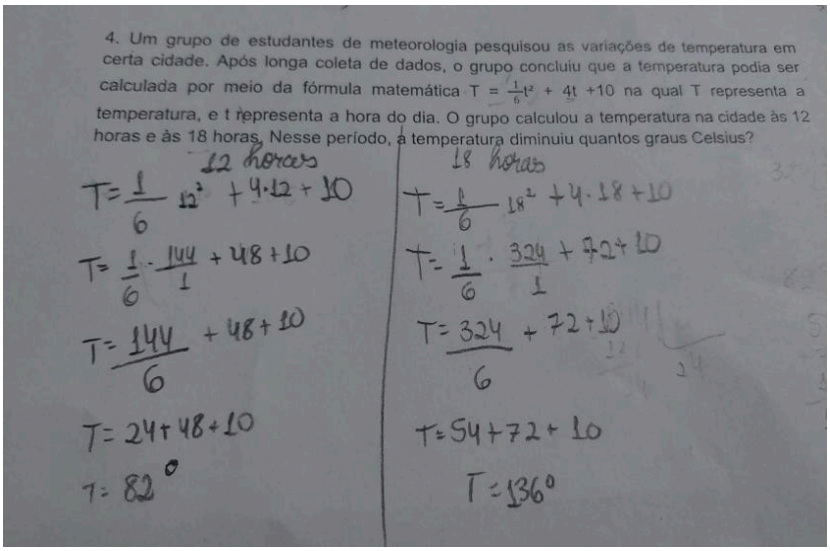
5.6 Erros de execução mecânicos

Os erros mecânicos acontecem na comunicação, ao se fazer a codificação, não há consciência deles, ocorrem em momentos de cansaço e urgência. São omissões de letras, substituição de palavras, omissões de sinais matemáticos (Torre, 2007).

Como já mencionado, a questão 4 consiste em um problema que fornece uma expressão matemática para calcular a temperatura de uma cidade em função do tempo, indica dois horários distintos, e pede para determinar a variação da temperatura nesses horários. Para resolvê-la, uma das estratégias possíveis exige a compreensão do conceito de variáveis e da determinação do valor numérico da expressão para depois encontrar a variação.

A resolução do estudante 13 indica que ele compreende o conceito de variável e calcula os valores da expressão em função dos dois horários, porém esquece de subtrair os valores encontrados para determinar a variação da temperatura. Assim, a causa do erro foi o aluno esquecer de realizar um procedimento, caracterizando um erro de execução mecânico.

Figura 13 - Resolução do aluno 13



Fonte:a autora

No que se refere ao momento de coleta de dados na sala de aula, o professor regente da turma foi muito receptivo com a pesquisa. Ele explicou aos alunos que se tratava de uma pesquisa de trabalho de conclusão de curso de licenciatura em Matemática da UFPE, deu toda liberdade para a pesquisadora e permaneceu na sala apenas observando, em nenhum momento ele interferiu.

O termo de livre consentimento foi lido para os alunos. Foi enfatizado que se tratava de uma pesquisa anônima e que a pesquisadora não poderia interferir nem ajudar a responder porque os alunos deveriam resolver as questões propostas da forma que sabiam. Os alunos se mostraram receptivos, alguns muito interessados e empolgados em solucionar os problemas, alguns diziam que não sabiam e pediam ajuda , mas não foram ajudados apenas incentivados com frases do tipo ‘’tente fazer da forma que você sabe”. Aconteceram alguns casos em que alunos que responderam algumas questões e deixaram outras em branco, também teve os que não responderam nenhuma questão. O tempo da pesquisa durou duas aulas.

Com a aplicação do instrumento foi possível atender aos objetivos delimitados na pesquisa. A hipótese de que os alunos possuem dificuldades com problemas algébricos foi verificada tendo em vista que nas resoluções incorretas foi possível observar as dificuldades em Álgebra descritas por Booth (1995), e que a maior ocorrência de erros foi na categoria de entrada no plano da compreensão. A segunda maior ocorrência de erros foi na categoria de entrada no plano da intenção, o que demonstra que realmente os alunos têm dificuldades em conhecimentos algébricos que deveriam ter aprendido no Ensino Fundamental Anos Finais.

Em relação aos erros de organização eles tiveram uma ocorrência considerável e

indicam que os alunos têm dificuldades não apenas em compreender os objetos algébricos, mas também em interpretar o enunciado para organizar as resoluções. Já os erros de execução tiveram apenas duas ocorrências.

É válido destacar também que os erros ocorreram nas quatro questões propostas, que correspondiam às quatro concepções de Álgebra descritas por Usiskin (1995). Isso indica que os alunos não conseguiram desenvolver habilidades que caracterizam o pensamento algébrico, uma vez que Usiskin (1995) discorre sobre a necessidade da abordagem dessas quatro concepções em conjunto.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa investigou quais os possíveis erros em questões algébricas de alunos do primeiro ano do Ensino Médio. A inquietação por essa problemática surgiu devido às vivências acadêmicas e práticas docentes da autora desta pesquisa. Para o seu desenvolvimento utilizamos uma abordagem de cunho qualitativo e o instrumento de coleta de dados foi um questionário com questões selecionadas de livros de uma coleção do Ensino Fundamental - Anos Finais, de acordo com as quatro concepções de Álgebra de Usiskin (1995) e os encaminhamentos teóricos de Booth (1995).

Seguindo essa perspectiva, essa pesquisa cumpriu com o objetivo delimitado quando apresentou os resultados da investigação dos erros apresentados na resolução de questões algébricas por alunos do 1° Ano do Ensino Médio. Os objetivos específicos também foram cumpridos no momento em que foram identificados, categorizados e analisados os erros cometidos em questões algébricas por alunos do 1° ano do Ensino Médio segundo a Análise Didática do Erro (Torre, 2007), bem como analisadas as dificuldades dos alunos com conteúdos da Álgebra.

Acerca do referencial teórico e da revisão de literatura presente a pesquisa foi pautada nos estudos de Booth (1995), Lima e Bianchini (2022) sobre dificuldades em Álgebra, as concepções de Álgebra de Usiskin (|1995), o Modelo de Análise Didática do Erro de Torre (2007) e as considerações de Pinto (2000) sobre o erro, entre outros.

Os resultados desta pesquisa estão em consonância com as dificuldades em Álgebra descritas por Booth (1995). No geral houve uma quantidade de erros grande, o que demonstrou que os alunos não desenvolveram parcial ou totalmente algumas das habilidades algébricas que deveriam ter adquirido no Ensino Fundamental- Ano Finais.

Foi possível categorizar os erros dos alunos segundo o Modelo de Análise Didática do Erro de Torre (2007), sendo que a maior quantidade de erros concentrou-se na categoria erros de entrada no plano da compreensão, que ocorreu nas quatro questões sugeridas para os estudantes. A segunda maior ocorrência de erros foram os de entrada no plano das intenções, em algumas delas os alunos demonstravam compreender os conceitos presentes, porém desviavam do seu comando. Esse fato indica que os alunos, como foi mencionado, não aprenderam esses conceitos algébricos presentes nas questões que envolviam conteúdos como equação do primeiro grau, valor numérico de uma expressão algébrica, generalização da aritmética para a álgebra e produtos notáveis.

Houve uma ocorrência relativa de erros de organização da informação no plano da análise e síntese e no plano da conexão e interferência, isso evidencia a dificuldade de

interpretação dos enunciados das questões descritas por Lima e Bianchini (2022). Os erros de execução tiveram apenas 2 ocorrências, sendo um erro do tipo operacional e outro do tipo mecânico, esse fato mostra que a dificuldade do aluno realmente está na compreensão dos objetos algébricos já que os erros que ocorrem devido a fatores de execução são mínimos.

Diante do exposto, é notório que essa pesquisa possibilitou não apenas fazer uma classificação dos tipos de erros dos alunos, mas também fazer uma investigação dos motivos dos alunos terem errado, do nível de conhecimento deles sobre os assuntos abordados nas questões, e uma análise das principais dificuldades em Álgebra do aluno. Assim, evidencia-se a utilidade da análise dos erros como uma ferramenta para a avaliação da aprendizagem e construção do conhecimento. Os resultados deste trabalho também indicam a necessidade de mais pesquisas sobre essa temática que considere outros fatores não considerados nesta pesquisa, como o tratamento que o professor dá aos erros dos alunos, como os alunos lidam com seus erros e qual seu conhecimento sobre a avaliação da aprendizagem.

REFERÊNCIAS

AGOIZ, A. C. Errores frecuentes en el aprendizaje de las matemáticas en bachillerato. Cuadernos del Marqués de San Adrián: **Revista de humanidades**, 2019, n.11.

ARAÚJO, E. A. Ensino de álgebra e formação de professores. **Educação Matemática Pesquisa (Online)**, São Paulo, v. 10, n. 2, 2008.

BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (org). **As idéias da álgebra.**; traduzido por Hygino H.Domingues. São Paulo: ed. Atual, 1995.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 05 mar. 2024.

CURY, H. **Análise de Erros:** o que podemos aprender com as respostas dos alunos. São Paulo: Autêntica, 2007.

GIOVANNI, J. **A Conquista Matemática:** Ensino Fundamental Anos Finais. 1. ed. São Paulo: FTD, 2022.

LINS, R.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI.** 2. ed. São Paulo: Papirus, 1997.

LIMA, Gabriel Loureiro de BIANCHINI, Barbara Lutaif. Reflexões sobre o ensino e a aprendizagem de Álgebra a partir das produções do GT04 da SBEM. **Educação em Revista**, *[S. l.]*, v. 38, 2022. Disponível em: https://periodicos.ufmg.br/index.php/edrevista/article/view/24723. Acesso em: 9 mar. 2024.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. 8.ed. São Paulo: Atlas, 2017.

MIGUEL,A.; MIORIM,M.A. **História na Educação Matemática:** propostas e desafios. São Paulo: Autêntica (Tendências em Educação Matemática,10), 2004.

OLIVEIRA, Maria Marly de, 1033 **Como fazer projetos, relatórios, monografias, dissertações e teses.** – 3. ed. – Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

OLIVEIRA, Maria Marly de, 1033 **Como fazer projetos, relatórios, monografias, dissertações e teses.** – 5. ed. – Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.

PINTO, N. B. **O erro como estratégia: estudo do erro no ensino da matemática elementar.** São Paulo: Papirus, 2000.

RESPOSTAS AVA. Disponível em: <https://respostasava.com/resposta/30227>. Acesso em: 28 set. 2024.

SANTOS, A. DOS;PEREIRA, J.; NUNES, J. Concepções de professores de matemática do ensino básico sobre a álgebra escolar. Conceptions of basic school mathematics teachers about school algebra. **Educação Matemática Pesquisa:**Revista do **Programa de Estudos**

Pós-Graduados em Educação Matemática, 2017, v.19, n.1. doi: https://doi.org/10.23925/1983-3156.2017v19i1p81-103

TORRE, S. de la. **Aprender com os Erros:** O Erro como Estratégia de Mudança. Porto Alegre: Artmed, 2007.

USISKIN, Z. Concepções sobre a Álgebra da escola média e utilizações de variáveis. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (org). **As idéias da álgebra.**; traduzido por Hygino H.Domingues. São Paulo: ed. Atual, 1995.

VELOSO, D. S.; FERREIRA, A. C. Uma reflexão sobre as dificuldades dos alunos que se iniciam no estudo da álgebra. In: X Semana da Matemática e II Semana da Estatística, 10., 2010, Ouro Preto. **Anais...** Ouro Preto: Editora da UFOP, 2010. p.59-65. Disponível em: http://www.repositorio.ufop.br/jspui/handle/123456789/1292 Acesso em: 09 mar. 2024.

APÊNDICE A – CONSENTIMENTO PARA PARTICIPAÇÃO NA PESQUISA

CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa intitulada “ Erros em questões de Álgebra: Uma análise com alunos do Ensino Médio. Após receber os esclarecimentos e as informações a seguir, no caso de aceitar fazer parte do estudo, suas respostas serão guardadas e analisadas. Em caso de recusa, você não será penalizado(a) de forma alguma. Em caso de dúvida sobre a pesquisa, você poderá entrar em contato com a pesquisadora responsável,Cícera de Oliveira Luna, através do e-mail: cicera.oliveira@ufpe.br. A pesquisa está sendo orientada pelo professor Dr. Edelweis Tavares da UFPE.

O objetivo desta pesquisa é investigar os erros apresentados na resolução de questões algébricas por alunos do primeiro ano do Ensino Médio segundo a Análise Didática do erro, de forma a analisar as dificuldades dos alunos em conteúdos de Álgebra. Para este estudo consideram-se habilidades no campo da Álgebra que o aluno deveria ter aprendido no Ensino Fundamental Anos Finais, assim deveria ter esses conhecimentos por estar no Ensino Médio. Para a coleta de dados será utilizado este questionário.

Você será esclarecido(a) sobre a pesquisa em qualquer tempo e aspecto que desejar, através dos meios citados acima. Você é livre para recusar-se a participar, retirar seu consentimento ou interromper a participação a qualquer momento, sendo sua participação voluntária e a recusa em participar não acarretará nenhum penalidade. Os pesquisadores irão tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo e todos os dados coletados servirão apenas para fins de pesquisa. Seu nome ou o material que indique a sua participação não será divulgado. Você não será identificado(a) em nenhuma publicação que possa resultar desta pesquisa.

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO - INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS

QUESTIONÁRIO

1. Um prêmio de R$ 165.000,00 deve ser dividido entre Caio, Pedro e Toni. Pedro deve receber a metade do valor de Caio, e Toni vai receber R$ 20.000,00 a mais do que Caio. Que quantia cada um receberá?

2.Uma locadora cobra R$ 20,00 por dia pelo aluguel de uma bicicleta. Além disso, ela também cobra, apenas no primeiro dia, uma taxa de R$ 30,00. Chamando de x o número de dias que a bicicleta permanece alugada e de y o valor total do aluguel. Qual expressão algébrica representa o valor do aluguel em função do número de dias em que a bicicleta é alugada?

3. Determine a expressão equivalente a (3x + 5)(3x - 5).

4. Um grupo de estudantes de meteorologia pesquisou as variações de temperatura em certa cidade. Após longa coleta de dados, o grupo concluiu que a temperatura podia ser calculada por meio da fórmula matemática $T = \frac{1}{6}t^2 + 4t + 10$ na qual T representa a temperatura, e t representa a hora do dia. O grupo calculou a temperatura na cidade às 12 horas e às 18 horas. Nesse período, a temperatura diminuiu quantos graus Celsius?