

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

UM MODELO INTEGRADO DE INFERÊNCIA
BAYESIANA E PROCESSOS MARKOVIANOS
PARA ANÁLISE DE SISTEMAS REPARÁVEIS
SUJEITOS A REPARO IMPERFEITO VIA
PROCESSO DE RENOVAÇÃO GENERALIZADO

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UFPE
PARA OBTENÇÃO DE GRAU DE MESTRE
POR

SÉRGIO PARENTE VIEIRA DA ROCHA

Orientador: Enrique Andrés López Droguett, Ph.D.

RECIFE, DEZEMBRO/2006

R672m

Rocha, Sérgio Parente Vieira da

Um modelo integrado de inferência Bayesiana e processos Markovianos para análise de sistemas reparáveis sujeitos a reparo imperfeito via processo de renovação generalizado / Sérgio Parente Vieira da Rocha. – Recife: O Autor, 2006.

xiii, 105 f., il., gráfs., tabs.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2006.

Inclui referências bibliográficas, apêndices e anexos.

1. Engenharia de Produção. 2. Reparo Imperfeito. 3. Processo de Renovação Generalizado. 4. Inferência Bayesiana. 5. Processos Markovianos. I. Título.

658.5 CDD (22.ed.)

BCTG/2007-022



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA
DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO DE

SÉRGIO PARENTE VIEIRA DA ROCHA

*“Um Modelo Integrado de Inferência Bayesiana e Processos
Markovianos para Análise de Sistemas Reparáveis Sujeitos a Reparo
Imperfeito Via Processo de Renovação Generalizado”*

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: PESQUISA OPERACIONAL

A comissão examinadora, composta pelos professores abaixo, sob a presidência do primeiro, considera o candidato SÉRGIO PARENTE VIEIRA DA ROCHA **APROVADO**.

Recife, 27 de dezembro de 2006.

Prof. ENRIQUE ANDRÉS LÓPEZ DROGUETT, PhD (UFPE)

Prof. LUCIANO NADLER LINS, Doutor (UFPE)

Prof. GETULIO JOSE AMORIM DO AMARAL, PhD (UFPE)

“Esta dissertação é dedicada à minha família”.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais em primeiro lugar, Paulo Thadeu e Hélia pelo amor que me dedicam e apoio irrestrito em todos os momentos da minha vida. A minhas irmãs e amigas Daniela e Raquel, por todo amor e carinho que a mim devotam. Mesmo com tantas adversidades durante esse período, soubemos superá-las em conjunto e nos tornamos mais fortes.

Ao Professor Enrique López Droguett pela oportunidade de aprendizado e o exemplo de profissional comprometido com geração de conhecimento aliado a aplicações práticas.

Aos membros da banca pelos comentários e sugestões que certamente contribuíram para o enriquecimento deste trabalho.

Aos meus amigos Márcio Moura e Paulo Fernando pelo apoio e tempo despendido nos momentos de definição deste trabalho.

A todos colegas do grupo RISCTEC, que tive o prazer de conviver ao longo desses dois anos e que de alguma forma colaboraram em algum momento, em especial a Andréa Pontual e Ricardo Ferreira pela colaboração e Paulo Firmino pelas discussões, trocas de idéias e disposição em ajudar.

A todos amigos e companheiros de profissão, com quem pude conviver durante esse período e pelos quais tenho grande apreço e admiração.

E, acima de tudo a Deus. Valeu!

RESUMO

Esta dissertação trata de sistemas reparáveis que sofrem reparo imperfeito, utilizando uma classe de modelos de processos estocásticos conhecida como Processo de Renovação Generalizado (PRG), a qual permite inserir uma maior flexibilidade quanto ao tratamento de diversos níveis de reparo. Para tanto, é proposto um modelo utilizando processos Markovianos não homogêneos para analisar o comportamento dinâmico de sistemas complexos, utilizando o PRG para modelar as probabilidades de transição para estados falhos. Os parâmetros destas distribuições são estimados a partir de um outro modelo proposto de inferência Bayesiana para solução das equações do PRG, considerando a situação de escassez de dados de falha, com múltiplos modos de falha, tempos incertos de ocorrência de falha e censura na amostra. Os modelos propostos permitiram obter diversos indicadores de desempenho de confiabilidade, como disponibilidade, níveis de incerteza acerca dos parâmetros do PRG, além permitir quantificar a eficácia da manutenção em seus reparos, por exemplo.

Como exemplo de aplicação dos modelos propostos, foram coletados dados reais de operação de uma válvula do tipo PCV, situada em diferentes estações de redução de pressão de gás natural, sujeita à manutenção corretiva e preventiva.

Palavras-chave: Sistemas Reparáveis, Reparo Imperfeito, Processo de Renovação Generalizado, Inferência Bayesiana, Processos Markovianos, Dados Censurados, Análise de Disponibilidade.

ABSTRACT

This dissertation deals with repairable systems submitted to imperfect repair, using a class of stochastic models known as Generalized Renewal Process (GRP), which allows to insert flexibility to approach diverse levels of repair. For such objective, is proposed an non-homogeneous Markovian process model to analyze the dynamic behavior of complex systems, using GRP to modeling the transitions probabilities for defective states. The parameters of these probability distributions are estimated from one another proposed Bayesian inference model to resolve GRP equations, considering the situations of data scarcity, with multiple failure modes, uncertain time of failure and censored data. The proposed methods allowed to get diverse reliability performance indicators, like availability, including uncertain levels about GRP parameters, and to quantify the effectiveness of the maintenance in their repairs, for example.

A real reliability database of an PCV valve, situated in different stations of pressure reduction of natural gas, subjects to corrective and preventive maintenance, will be used as example of application of that proposed models.

Keywords: Repairable Systems, Imperfect Repair, General Renewal Process, Bayesian Inference, Markovian Process, Censored Data, Availability Analysis.

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA	ii
AGRADECIMENTOS	iii
RESUMO	iv
ABSTRACT	v
LISTA DE ACRÔNIMOS	xiii
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Objetivos do Trabalho	5
1.1.1 Objetivos Gerais	5
1.1.2 Objetivos Específicos	6
1.2 Organização da Dissertação	6
2 CONCEITOS BÁSICOS	8
2.1 Introdução	8
2.2 Manutenção	8
2.3 Censura	9
2.4 Elementos de Probabilidade	12
2.5 Falha e Modo de Falha	12
2.5.1 Taxa de Falha e de Reparo	13
2.6 Distribuições de Probabilidades	14
2.6.1 Distribuição Exponencial	15
2.6.2 Distribuição Weibull	15
2.6.3 Distribuição Lognormal	16

2.7	Processos Estocásticos	17
2.7.1	Processo de Contagem	18
2.7.2	Função Intensidade e Taxa de Falha	19
2.7.3	Processo de Renovação	21
2.7.4	Processo de Poisson	22
2.7.5	Processo Homogêneo de Poisson	23
2.7.6	Processo não Homogêneo de Poisson	23
2.8	Análise Markoviana	24
2.8.1	Propriedade Markoviana	24
2.8.2	Processos Markovianos	25
2.8.3	Função de probabilidade de transição - $P_{ij}(t)$	25
2.8.4	Análise de Disponibilidade com Modelos Markovianos	26
3	ANÁLISE DE SISTEMAS REPARÁVEIS	28
3.1	Introdução	28
3.2	Notações Básicas	29
3.3	Modelos para tratamento de Sistemas Reparáveis	30
3.4	Processo de Renovação Generalizado	32
4	MODELO PROPOSTO	42
4.1	Introdução	42
4.2	Modelo de Inferência Bayesiana para o PRG	42
4.2.1	Inferência Bayesiana	44
4.2.2	Função de Verossimilhança	45
4.2.3	Distribuição a Priori	47
4.2.4	Distribuição a Posteriori	49
4.2.5	Markov Chain Monte Carlo	50
4.3	Modelo proposto para análise de disponibilidade de sistemas reparáveis	52
4.3.1	Validação	56
4.4	Considerações Finais	59
5	EXEMPLO DE APLICAÇÃO	61
5.1	Introdução	61
5.2	Coleta dos Dados	62

5.3	Tratamento dos Dados	64
5.4	Desenvolvimento do Modelo Markoviano	65
5.5	Escolha do Modelo Estocástico	67
5.6	Determinação das Probabilidades de Transição	68
5.6.1	Probabilidade de Transição de Falha, $P_{i \rightarrow MF_j}(t)$	68
5.6.2	Probabilidade de Transição de Reparo, $P_{i \rightarrow Oper}(t)$	77
5.6.3	Probabilidades de Transição de Manutenção Preventiva, $P_{i \rightarrow MP}(t)$	80
5.7	Avaliação de disponibilidade da válvula PCV	81
6	CONCLUSÕES, COMENTÁRIOS E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS	85
6.1	Conclusões e Comentários	85
6.1.1	Processo de Renovação Generalizado	86
6.1.2	Modelo proposto de estimação de parâmetros do PRG	87
6.1.3	Modelo proposto para análise de processos Markovianos	88
6.1.4	Exemplo de Aplicação	89
6.2	Sugestões de trabalhos futuros	89
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	91
	APÊNDICE A - Algoritmo de Estimação da Verossimilhança	98
	APÊNDICE B - Algoritmo de cálculo das probabilidade de estado para o processo Markov não-homogêneo	100
	ANEXO A - Modelo de geração de distribuições candidatas do algoritmo Metropolis Hastings	102
	ANEXO B - Planilha de coleta de dados	104
	ANEXO C - Teste de Levene's	105

LISTA DE FIGURAS

2.3.1 Exemplo de dados de censura do tipo I.	10
2.3.2 Exemplo de dados de censura do tipo II.	10
2.3.3 Exemplo de dados de censura do tipo III.	11
2.3.4 Exemplo de dados de censura por intervalo.	11
2.5.1 Ilustração da diferença entre falha, falta e erro.	13
2.6.1 Exemplo de PDF da Distribuição Exponencial	15
2.6.2 PDF da distribuição Weibull para o parâmetro de escala ($\alpha = 3$) e diferen- tes valores do parâmetro de forma (β)	17
2.6.3 Exemplo de PDF da distribuição Lognormal	18
3.2.1 Distribuição dos tempos até a falha T_i e o tempo entre falhas h_i para sistema reparáveis.	29
3.4.1 Relação entre a idade virtual e a idade real variando o parâmetro q	34
3.4.2 Relação entre o modelo Kijima tipo I e o tipo II na idade virtual (x_i) imediatamente após o i -ésimo reparo.	37
3.4.3 Diagrama do modelo de idade virtual para o caso de inspeção perfeita e um único modo de falha.	38
3.4.4 Diagrama do modelo utilizado por Jacopino (2005) para inspeção imper- feita e múltiplos modos de falha dependentes.	40
4.2.1 Diagrama do modelo de análise de idade virtual com censura.	43
4.3.1 Fluxograma do modelo proposto.	55
4.3.2 Diagrama de Markov para um sistema em série	56
4.3.3 Comparação dos resultados obtidos pelo modelo proposto e a disponibili- dade calculada pela Equação 2.8.2	57

4.3.4 Disponibilidade média ao longo do tempo, para modelos estocásticos distintos, utilizando o modelo proposto.	58
4.3.5 Disponibilidade média ao longo do tempo, para diferentes valores de q , utilizando o modelo proposto.	59
4.3.6 Disponibilidade média no tempo, para $q = 1, 5$, utilizando o modelo proposto.	59
5.1.1 Pressure Control Valve (PCV)	62
5.4.1 Diagrama de modelagem Markoviana para a válvula PCV	66
5.6.1 PDF da distribuição a priori do parâmetro β	69
5.6.2 PDF a posteriori e convergência da cadeia para a transição: Operacional $\rightarrow$ Modo de Falha 2.	71
5.6.3 PDF a posteriori e convergência da cadeia para a transição: Operacional $\rightarrow$ Modo de Falha 3.	72
5.6.4 PDF a posteriori e convergência da cadeia para a transição: Operacional $\rightarrow$ Modo de Falha 7.	73
5.6.5 Número esperado de falhas no tempo	76
5.6.6 Distribuição a posteriori conjugada dos parâmetros da transição: Inspeção $\rightarrow$ Operacional.	78
5.6.7 Distribuição a posteriori conjugada dos parâmetros da transição: Modo de Falha 2 $\rightarrow$ Operacional.	78
5.6.8 Distribuição a posteriori conjugada dos parâmetros da transição: Modo de Falha 3 $\rightarrow$ Operacional.	79
5.6.9 Distribuição a posteriori conjugada dos parâmetros da transição: Modo de Falha 7 $\rightarrow$ Operacional.	79
5.6.10 Histograma dos tempos entre manutenções preventivas	80
5.7.1 Disponibilidade média ao longo de 5 anos de missão da válvula PCV	82
5.7.2 Diagrama de Markov sem reparo e manutenção preventiva	82
5.7.3 Probabilidade de se manter no estado operacional ao longo de um ano de missão da válvula PCV	83

LISTA DE TABELAS

2.6.1 Influência do parâmetro de forma β no comportamento da taxa de falha na distribuição Weibull	16
4.3.1 Exemplo de um sistema em série	56
5.2.1 Planilha de dados simplificada da ERPM 1.	63
5.2.2 Planilha de dados simplificada da ERPM 2.	63
5.2.3 Planilha de dados simplificada da ERPM 3.	63
5.3.1 Teste de Tukey para igualdade das médias para um nível de significância $\alpha = 0,05$	65
5.4.1 Caracterização dos estados da cadeia de markov para a válvula PCV . . .	66
5.5.1 Estatística do Teste de aderência para ajuste dos tempos de falha a um PHP. Chi-Quadrado com 95% de Nível de Confiança e $2(s-1)$ graus de liberdade	67
5.6.1 Estatística dos parâmetros a posteriori estimados, para a transição: Operacional $\rightarrow$ Modo de Falha 2	74
5.6.2 Estatística dos parâmetros a posteriori estimados, para a transição: Operacional $\rightarrow$ Modo de Falha 3	74
5.6.3 Estatística dos parâmetros a posteriori estimados, para a transição: Operacional $\rightarrow$ Modo de Falha 7	74
5.6.4 Estatística do Teste de aderência para ajuste dos tempos de reparo a um PHP. Chi-Quadrado com 95% de Nível de Confiança e $2(s-1)$ graus de liberdade	77
5.6.5 Valores estimados a posteriori dos parâmetros que descrevem a transição: Inspeção $\rightarrow$ Operacional	79

5.6.6 Valores estimados a posteriori dos parâmetros que descrevem a transição:	
Modo de Falha 2 $\rightarrow$ Operacional	79
5.6.7 Valores estimados a posteriori dos parâmetros que descrevem a transição:	
Modo de Falha 3 $\rightarrow$ Operacional	79
5.6.8 Valores estimados a posteriori dos parâmetros que descrevem a transição:	
Modo de Falha 7 $\rightarrow$ Operacional	79
5.7.1 Indicador do número de visitas, para um ano ou 8.760 horas de operação	
continua	84

LISTA DE ACRÔNIMOS

BDCs – Banco(s) de Dados de Confiabilidade

CDF – *Cumulative Density Function* (Função de Densidade Acumulada)

EMVs – Estimadore(s) de Máxima Verossimilhança

ERPM – Estação de Redução de Pressão e Medição de Gás Natural

FMEA – *Failure Mode and Effect Analysis* (Análise de Modo de Falha e Efeito)

M-H – *Metropolis Hastings*

MC – Manutenção Corretiva

MF – Modo de Falha

MP – Manutenção Preventiva

PDF – *Probability Density Function* (Função de Densidade de Probabilidade)

PCV – *Pressure Control Valve* (Válvula de Controle de Pressão)

PHP – Processo Homogêneo de Poisson

PIM – *Proportional Intensity Models*

PM – Processos Markovianos

PNHP – Processo Não Homogêneo de Poisson

PR – Processo de Renovação

PRG – Processo de Renovação Generalizado

RCM – *Reliability Centered in Maintenance* (Manutenção Centrada em Confiabilidade)

ROCOF – *Rate of Occurrence of Failure* (Função Intensidade de Falha)

TPM – *Total Productive Maintenance* (Manutenção Produtiva Total)

VA – Variável Aleatória

1 INTRODUÇÃO

Em matéria publicada no site do jornal Valor Econômico no dia 29/09/2006, os maiores fabricantes de computadores portáteis do mundo promoveram o maior *recall* de todos os tempos, em decorrência das baterias de íon-lítio fabricadas pela Sony apresentarem risco de explosão dentro do equipamento – DELL(4,2 milhões), Apple(1,8 milhões), IBM(526 mil) e Toshiba(830 mil). A própria Sony estima ter de substituir até 10 milhões de componentes, o que, segundo a mesma, representa algo em torno de US\$ 257 milhões.

A Engenharia de Confiabilidade busca desenvolver modelos que permitam representar de uma forma cada vez mais realista os sistemas e elaborar predições que suportem a tomada de decisão. Assim, é possível reduzir o número de eventos indesejáveis e o impacto que isto pode causar financeiramente, à vida humana e ao meio ambiente.

Um dos campos de estudo em Engenharia de Confiabilidade é a análise de sistemas reparáveis. Uma referência clássica é a de Ascher e Feingold (1984), onde definem um sistema reparável como aquele que, após falhar em realizar pelo menos uma de suas funções, pode ser reconduzido (reparado) para o estado em que ele está apto a realizar todas as suas funções através de qualquer procedimento que não seja a substituição total (completa) do mesmo.

Alguns sistemas de interesse prático, em particular sistemas reparáveis, podem ser analisados através de modelos de Confiabilidade baseados em processos estocásticos. Um processo estocástico é uma coleção de variáveis aleatórias (VA) que por sua vez pode, por exemplo, representar o tempo de permanência em uma fila de espera num banco, o número de garrafas com defeito que sai de uma linha de produção ou, no caso da Confiabilidade de equipamentos, o tempo até a ocorrência da falha em uma bateria de um computador portátil. Para cada problema a VA seguirá algum mecanismo probabilístico que explique o seu comportamento por meio de distribuições de probabilidade.

Tradicionalmente, a literatura de sistemas reparáveis trata da modelagem de tempos de falha apenas utilizando a teoria de processos pontuais (LINDQVIST, 2006). As classes de processos estocásticos mais utilizadas e aplicadas na modelagem de sistemas reparáveis são o Processo de Renovação (PR), incluindo o Processo Homogêneo de Poisson (PHP), onde o tempo de falha é assumido seguir uma distribuição exponencial com taxa constante, e o Processo não Homogêneo de Poisson (PNHP).

Os sistemas que são modelados por um PR procuram refletir uma condição otimista de reparo, muitas vezes não observada na realidade. Isto quer dizer que, considerando que o sistema falhe em algum momento de sua vida, o seu reparo deve ser capaz de deixá-lo em uma condição equivalente a de um sistema novo. Diz-se que o sistema sofreu um reparo perfeito. Em termos de confiabilidade isto significa que a probabilidade do equipamento falhar durante um tempo de exposição Δt será independente do tempo que o sistema já tenha operado T até então. Os sistemas que normalmente adotam o PR como válido para sua modelagem são aqueles que, quando falhos, são imediatamente substituídos por outros (sistemas não reparáveis). Componentes eletrônicos são exemplos clássicos que seguem um PR.

Nos sistemas que são modelados por um PNHP, por sua vez, representam uma condição pessimista em relação ao reparo. Nestes, o reparo atua apenas para retornar o sistema à operação, sem se preocupar em prevenir futuras falhas. O sistema retorna em uma condição como se fosse imediatamente antes da ocorrência da última falha, ou seja, não ocorrem melhorias na confiabilidade do sistema. Diz-se que o sistema sofreu um reparo mínimo.

Em termos de confiabilidade o tempo que o sistema já operou T passa a influenciar na probabilidade de ocorrência da próxima falha. Então, a probabilidade de falhar dependerá do tempo de exposição Δt e do tempo que o sistema já tenha operado T . Em sistemas puramente mecânicos essa influência do tempo é percebida através do processo de deterioração que eles sofrem.

Uma das conseqüências do PNHP, mais freqüentes em sistemas mecânicos, é permitir modelar o caso em que, à medida que o tempo T aumenta, o número esperado de falhas aumentará com uma maior intensidade. Isto quer dizer que, após reparado o sistema, o mesmo irá falhar em intervalos de tempo cada vez menores.

Tanto o PR quanto PNHP presumem condições extremas para a manutenção. O sistema irá retornar “tão bom quanto novo” ou retornará “tão bom quanto velho”, respectivamente. Por vezes, essas suposições não são observadas na prática, uma vez que é bastante razoável supor que os procedimentos de manutenção são elaborados visando a redução do número de intervenções e promovendo melhorias no desempenho do sistema. Desta forma, torna-se limitada a suposição de um PNHP e, da mesma forma, raramente se consegue trazer um equipamento a uma condição “tão bom quanto novo” (PR).

Isto traz à tona o conceito de reparo imperfeito ou geral, o qual pode ser entendido

como um tipo de reparo geral que representa situações intermediárias ao reparo perfeito e mínimo. Pham e Wang (1996) apresentam uma vasta revisão da literatura, que reúne cerca de quarenta métodos de tratamento de reparo imperfeito.

Uma alternativa para tratar ações de reparo imperfeito é o Processo de Renovação Generalizado (PRG) proposto por Kijima e Sumita (1986). Esta classe de processos estocásticos possibilita a análise de comportamentos que incluem o PR e o PNHP. Por isso, diz-se que o PRG generaliza os processos estocásticos citados anteriormente.

No PRG a manutenção atua no sistema para retorná-lo a uma condição que irá variar de acordo com o grau de eficácia da ação de reparo realizada. Este grau de eficácia é representado em termos de um parâmetro real q , que estará diretamente relacionado à fração de redução ou aumento promovido pela manutenção na idade que o equipamento possuía antes do reparo. De outra forma, diz-se que a ação de reparo promove uma mudança na idade virtual do sistema.

O PRG pertence a uma classe de métodos referenciados na literatura como *Virtual Age Models*, ou “modelos baseados na idade virtual” (GUO; ASCHER; LOVE, 2001). Para esclarecer o que se trata de uma “mudança na idade” e o que significa “idade virtual”, podemos utilizar o seguinte exemplo.

Suponha dois carros que possuam exatamente dois anos de uso e que, além disso, estão sujeitos a condições semelhantes de operação e uso. Um dos carros realiza manutenções periódicas sugeridas pelo fabricante, supondo que esses reparos melhoram a condição que os equipamentos possuíam antes da intervenção, enquanto que o outro carro nunca trocou ou reparou nenhum dos seus itens e, até então, não foi verificada nenhuma falha em nenhum dos dois carros. De alguma forma, se for possível afirmar que existe um mecanismo que explique a ocorrência de falha pela idade que os carros possuem, este mecanismo sofreria um atraso a cada intervenção da manutenção. Assim, diz-se que o carro que sofre constantes manutenções possuiria uma “idade virtual”, diferente da “idade real” ou cronológica, a qual seria a idade equivalente do carro que nunca sofreu intervenções.

O PRG permite modelar todo o conjunto de possibilidades compreendido entre um PR e um PNHP. Inclusive, possibilita a representação de situações além do PR, no caso em que o equipamento retorna melhor do que se fosse novo. Além disso, também pode representar situações mais extremas à representada por um PNHP, quando o sistema retorna pior do que estava antes da falha. Devido a esta flexibilidade de modelagem, o

PRG será a classe de processos estocásticos utilizada nesta dissertação.

O problema em se utilizar processos estocásticos é a escolha de modelos adequados de estimação dos parâmetros das distribuições que representam esses processos. Quando se fala em modelos de inferência estatística aplicados em confiabilidade, pode-se citar os trabalhos de Ascher e Feingold (1984), Rausand e Høyland (2004), Crowder (1994) e Meeker e Escobar (1998).

Em se tratando de modelos estatísticos de inferência de parâmetros relativos ao PRG, destacam-se os trabalhos de Jack (1998), Kaminskiy e Krivtsov (1998), Yañez, Joglar e Modarres (2002) e Mettas e Zhao (2005), todos eles utilizando Estimadores de Máxima Verossimilhança (EMVs), que necessitam de uma quantidade considerável de dados completos de falha. Groen (2002) e em seguida Jacopino (2005) desenvolveram e implementaram modelos que utilizam uma abordagem Bayesiana, porém nenhum deles tratou do caso em que não há dados completos de falha, ou seja, quando por algum motivo antes da falha ocorrer há um reparo e deste modo censura os tempos de falha do sistema.

Será proposto nesta dissertação um modelo de estimação baseado no modelo desenvolvido por Groen (2002) utilizando a metodologia Bayesiana para solução das equações do PRG. Tal modelo considerará tempos incertos e escassos de falha, além de múltiplos Modos de Falha e dados censurados.

Definido o PRG como o processo estocástico que representará o comportamento do sistema que se deseja analisar e a forma como será estimado, resta ainda definir o modelo, no qual o modelo de inferência dos parâmetros do PRG será acoplado, que permita obter indicadores de desempenho relativos à Confiabilidade. Uma possível forma é utilizar a abordagem de Processos Markovianos (PM). Tal abordagem permite representar o comportamento dinâmico de sistemas complexos no tempo, com diferentes configurações físicas, tais como em série, paralelo ou *stand-by*, com o acoplamento de diversos modelos estocásticos para modelar o comportamento das VA no tempo, além de ser flexível o suficiente para também permitir se obter estimativas de interesse, importantes na análise de confiabilidade.

Para tanto, será também proposto e implementado computacionalmente um modelo baseado em PM para simular o comportamento dinâmico de sistemas que sofrem um processo de deterioração e reparo, o qual permite a integração de diversos modelos de processos estocásticos e mais especificamente o modelo proposto de estimação dos parâmetros de um PRG. Isso irá permitir quantificar a eficácia da manutenção para diversos

tipos de reparo decorrentes de modos de falha específicos. Além disso, serão obtidas outras métricas de confiabilidade tal como a disponibilidade média, por exemplo.

Em suma, este trabalho busca contribuir com o aprimoramento do processo de obtenção de estimativas sobre métricas de confiabilidade em sistemas reparáveis complexos com diversos modos de falha, dados censurados e escassez de dados de falha, considerando o impacto da manutenção sobre os mesmos.

Como forma de validação do modelo proposto, o mesmo será aplicado em um caso real. Ressalta-se também, a integração de tal modelo ao modelo de desenvolvimento de Bancos de Dados de Confiabilidade (BDCs) específicos, apresentado em Sivini (2006).

A fim de se obter os resultados esperados, este trabalho buscará atingir os objetivos descritos na seguinte seção.

1.1 Objetivos do Trabalho

1.1.1 Objetivos Gerais

Propor um modelo que permita avaliar o comportamento dinâmico de sistemas que sofrem processos de deterioração e reparo, utilizando Processos Markovianos, que permita acoplar PR, PNHP e PRG para modelar transições de ocorrência de falha, além de distribuições discretas no tempo, e, além disso, representar os casos em que a manutenção não necessariamente retorna o sistema a uma condição tão bom quanto novo ou tão ruim quanto velho.

Propor um outro modelo a partir do paradigma Bayesiano para estimação dos parâmetros que descrevem um Processo de Renovação Generalizado, assumindo a utilização de tempos de falha incertos, além de múltiplos Modos de Falha independentes e poucos dados observados de falha, onde os demais são decorrentes de censuras. Por conseguinte, propõe-se a integração dos modelos propostos e, com isso, permitir que se possa mensurar o impacto da manutenção na confiabilidade de sistemas reparáveis.

Para tanto, os seguintes objetivos específicos serão perseguidos.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Realizar revisão bibliográfica sobre Sistemas Reparáveis e aprofundar a discussão mais especificamente em Processos de Renovação Generalizados;
- Desenvolver um modelo híbrido, integrando a análise Markoviana de disponibilidade de sistemas, utilizando transições descritas por um PRG, a estimadores bayesianos para os parâmetros de um PRG;
- Desenvolver e implementar em linguagem de programação um algoritmo para estimação dos parâmetros de um PRG, utilizando a metodologia Bayesiana através de métodos numéricos baseados em Markov Chain Monte Carlo (MCMC);
- Desenvolver e implementar em linguagem de programação um algoritmo para modelar sistemas reparáveis através de um processo de Markov contínuo no tempo;
- Coletar dados reais de operação de um equipamento, segundo metodologia para desenvolvimento de banco de dados específicos, apresentada em Sivini (2006), para validação do modelo proposto;
- Aplicar e validar o modelo híbrido proposto em um caso real de uma válvula de controle de pressão de gás, presente em diferentes Estações de Redução de Pressão e Medição de Gás Natural (ERPM).

1.2 Organização da Dissertação

Esta dissertação está organizada do seguinte modo:

No Capítulo 2 estão apresentados alguns conceitos introdutórios necessários para o entendimento a respeito do que será tratado durante este texto, como censura, noções de distribuições de probabilidade e processos estocásticos no contexto de análise de disponibilidade, além de métricas de confiabilidade, importantes para o estudo de sistemas reparáveis.

No Capítulo 3 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre Sistemas Reparáveis. Além disso, está também exposto com mais detalhes o Processo de Renovação Generalizado e o estado da arte dos modelos que utilizam essa classe de processos estocásticos.

No Capítulo 4 é proposto um modelo para análise de sistemas reparáveis através de Processos Markovianos, onde as transições são modeladas por um PRG, o qual permite avaliar os casos em que a ação de reparo promovida pela manutenção apresenta níveis de eficácia variada. Os parâmetros desse modelo são estimados a partir de um outro modelo proposto de inferência Bayesiana.

No Capítulo 5 o modelo proposto no capítulo anterior é aplicado para avaliação de indicadores de confiabilidade de uma válvula de controle de pressão do tipo PCV pertencente a diferentes ERPM.

Por fim, no Capítulo 6, estão formuladas algumas conclusões a respeito do trabalho e são propostos avanços nessa linha de pesquisa.

2 CONCEITOS BÁSICOS

2.1 Introdução

Este capítulo abordará questões fundamentais ao entendimento do que será apresentado neste trabalho. Serão introduzidos conceitos relacionados à análise de sistemas reparáveis, tais como, censura, taxas de falha e reparo e distribuições de probabilidade. Além disso, serão apresentados os modelos de processos estocásticos mais utilizados atualmente, além da análise de processos Markovianos.

Inicialmente, o termo “sistema” é utilizado neste trabalho como uma classificação que pode abranger diversos níveis e sub-níveis, seja equipamento, item ou componente. A sua utilização irá depender do contexto em que está inserido ou apenas para demonstrar uma forma de generalização da aplicação. Para maiores detalhes sobre formas de classificação, veja Rausand e Øien (1996).

2.2 Manutenção

O objetivo principal da manutenção é o de manter ou restaurar um sistema em um estado no qual se possa executar sua função requerida, buscando sempre que possível um contínuo e progressivo melhoramento em suas ações. Outro objetivo é o de controlar o processo de deterioração que leva o sistema a um estado falho. Para tanto, combina técnicas e ações administrativas, incluindo ações de supervisão e controle.

As ações de manutenção podem ser classificadas de diferentes formas. Algumas das mais comuns são estas a seguir:

Manutenção Corretiva (MC): Também chamada de reparo, ocorre após a confirmação da falha. Seu objetivo é trazer o sistema falho à operação o mais breve possível e, pelo menos, a uma condição suficiente que o mantenha em operação até que ocorra uma intervenção mais adequada. Este reparo pode ser direto sobre a causa da falha, substituindo o item falho ou utilizando redundâncias.

Manutenção Preventiva (MP): Trata-se da manutenção efetuada quando um sistema encontra-se em um nível de degradação, em que a probabilidade de ocorrência da

falha passa a representar um aspecto impactante na disponibilidade do sistema, incorrendo em maiores custos, impactos ao meio ambiente ou até em vidas humanas.

O objetivo da manutenção preventiva é reduzir a probabilidade de falha do sistema, trazendo-o a uma condição melhor do que estava antes da intervenção, e assim garantir que o sistema opere em nível adequado de desempenho, durante o tempo de missão requerido. Pode ser efetuada de diversas formas, tais como inspeções, ajustes, lubrificação, troca de partes, calibração, e reparo de itens que apresentem sinais que irão falhar.

Existem alguns modelos de gestão cujo foco é a abordagem baseada na manutenção dos meios produtivos. Para tanto pode-se citar a abordagem *Reliability-Centered Maintenance* (RCM). Nesta, o nível de confiabilidade determina a forma de atuação da manutenção a fim de manter o sistema em níveis satisfatórios de confiabilidade, a identificação dos modos de falha e a manutenção preventiva assumem um papel de destaque; e *Total Productive Maintenance* (TPM), cujo objetivo é o aumento da eficácia das ações da empresa através de maior qualificação das pessoas e melhoramentos introduzidos nos equipamentos. Para maiores detalhes veja Blichke e Murthy (2000).

2.3 Censura

Em geral, a censura ocorre quando a ocorrência de um evento impede a observação do tempo de ocorrência de outro. Por exemplo, alguns pacientes ainda podem estar vivos ou livres de uma doença ao término do período de análise de um tratamento médico específico, impedindo que os tempos de sobrevivência exatos sejam conhecidos. Os tempos de sobrevivência exatos destes pacientes são desconhecidos. Estes tempos são chamados de observações censuradas ou tempos censurados. Quando não há observações censuradas, diz-se que o conjunto de tempos de sobrevivência está completo.

Segundo Lee e Wang (2003), há três tipos de censuras:

1. **Censura do Tipo I:** Devido a limitações de tempo ou de custo, em geral, não se pode aguardar que sejam observados todos os eventos; em Confiabilidade estes eventos podem ser os tempos entre falhas do sistema. Uma opção é observar o sistema por períodos fixos de tempo. Assim, os tempos de sobrevivência que ocorrem dentro deste período serão chamados de observações exatas ou não censuradas. Do

mesmo modo, os eventos que não se manifestarem dentro do período são chamados de observações censuradas. Na Figura 2.3.1 podem ser observados os tempos de sobrevivência de ratos¹. No caso, C e E tiveram seus tempos censurados ao final de 30 semanas de duração do experimento.

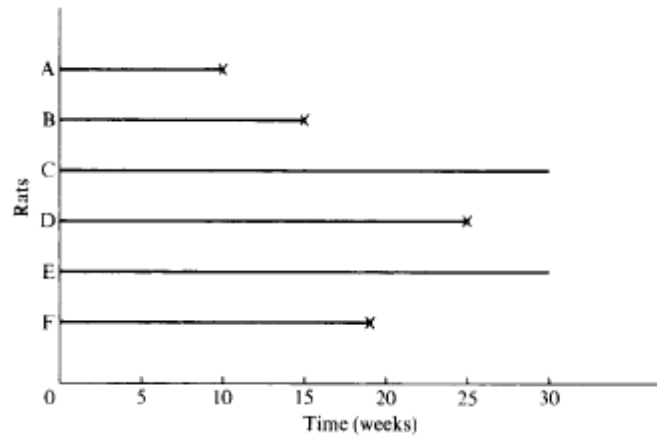


Figura 2.3.1: Exemplo de dados de censura do tipo I.

Fonte: Lee e Wang (2003)

2. **Censura do Tipo II:** Neste tipo de censura o pesquisador opta por encerrar as observações, em vez de fixar um tempo de observação, quando ocorrerem uma determinada quantidade de eventos. Neste caso, na Figura 2.3.2, fixou-se quatro observações para determinar o fim do experimento e o caso F abandonou o experimento antes de se conhecer o exato tempo de sobrevivência.

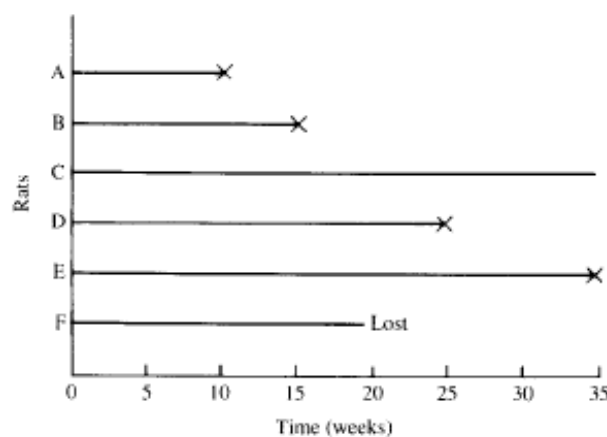


Figura 2.3.2: Exemplo de dados de censura do tipo II.

Fonte: Lee e Wang (2003)

¹Do inglês *rats*.

3. **Censura do Tipo III:** Em muitos estudos clínicos o período de estudo é fixado e os pacientes entram no estudo em diferentes períodos. Alguns podem morrer antes do fim do estudo, assim serão conhecidos os tempos de sobrevivência exatos, alguns podem abandonar o estudo antes de seu término ou continuarem vivos até o termino do estudo. Veja a Figura 2.3.3.

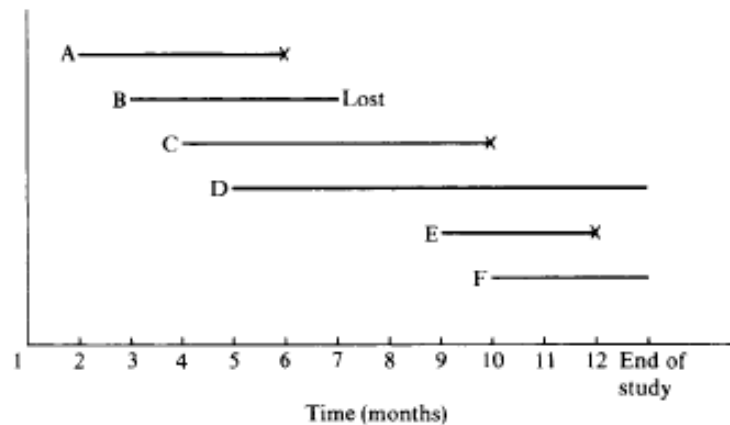


Figura 2.3.3: Exemplo de dados de censura do tipo III.

Fonte: Lee e Wang (2003)

Existe ainda a “censura por intervalo”, que é utilizada quando é sabido que o evento de interesse ocorre entre dois intervalos de tempo. Este tipo de censura reflete a situação quando não há constante monitoramento. Então, observa-se ao fim de cada intervalo de exposição a ocorrência ou não do evento de interesse, caso ocorra, sabe-se apenas que a falha está contida dentro do intervalo, porém não se pode afirmar qual o tempo exato de ocorrência. Veja Figura 2.3.4.

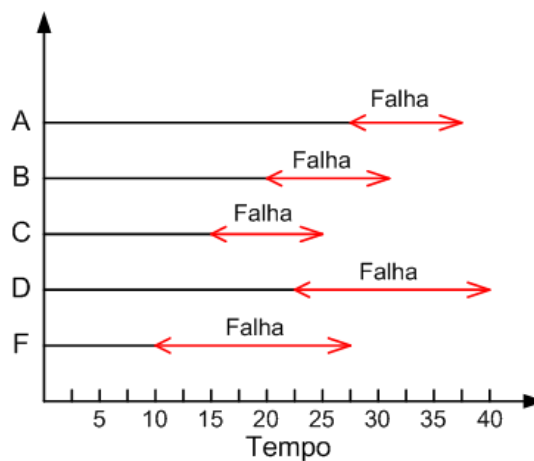


Figura 2.3.4: Exemplo de dados de censura por intervalo.

As censuras do tipo I e II são também chamadas de “censura única”, ao passo que a censura do tipo III é mais conhecida como censura aleatória. Todos esses tipos de censuras são chamadas de “censura à direita”. Existe também a “censura à esquerda” que ocorre quando é sabido que o evento de interesse ocorre à priori em um certo tempo t , mas o tempo exato de ocorrência é desconhecido.

2.4 Elementos de Probabilidade

Uma Função de Densidade Acumulada (CDF) de uma VA t é definida como,

$$F(t) = P(t \geq T) \quad (2.4.1)$$

Como o tempo de vida é não negativo então a distribuição de probabilidade deve ser positiva.

A Função de Densidade de Probabilidade (PDF) é definida como a derivada da CDF, desde que a derivada existe, isto é,

$$f(t) = \frac{d}{dt}F(t) \Rightarrow \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} = \frac{P(t < T \leq t + \Delta t)}{\Delta t} \quad (2.4.2)$$

A PDF possui a seguinte propriedade:

$$\int_0^{\infty} f(t)dt = 1 \quad (2.4.3)$$

2.5 Falha e Modo de Falha

Falha é um conceito fundamental em qualquer análise de confiabilidade. De acordo com os padrões de IEC 50(191), falha é definida como o término da capacidade de um item desempenhar uma função requerida.

A qualidade de uma análise de confiabilidade depende fortemente da habilidade do analista em identificar todas as funções requeridas, e por conseguinte, todos os possíveis tipos falhas do item que está sendo analisado.

Falhas normalmente são classificadas em Modos de Falha (MF). Porém, ainda que um analista pudesse identificar todas as funções essenciais de um item, seria muito difícil identificar todos os MF, pois cada função pode ter muitos MF. O termo falha é freqüentemente

confundido com os termos falta e erro, existindo várias definições, às vezes conflitantes. A relação entre esses termos como definido no IEC 50(191) é ilustrado na Figura 2.5.1

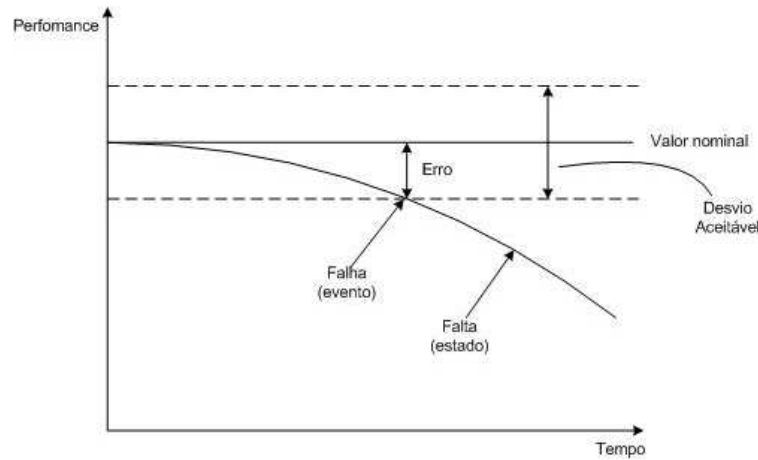


Figura 2.5.1: Ilustração da diferença entre falha, falta e erro.
Fonte: Adaptado de Rausand e Øien (1996)

Modo de Falha

Modo de falha é a descrição da falha, isto é, como observa-se a falha. Modo de Falta deveria ser o termo mais apropriado do que Modo de Falha. IEC 50(191) desaprova o uso do termo “Modo de Falha”, e deste modo denota *Failure Mode and Effect Analysis* (FMEA) como Análise de Modos de Falta e Efeito, enquanto BS 5760 argumenta que o antigo termo “Análise de Modo de Falha e Efeito” seja mantido para se alinhar à versão atual da IEC 812, a qual é amplamente aceita (RAUSAND; ØIEN, 1996). Apesar desta discussão, durante o texto desta dissertação será utilizado o termo Modo de Falha.

2.5.1 Taxa de Falha e de Reparo

De uma forma intuitiva taxas podem ser definidas como a intensidade com que um sistema passa de um estado para outro. Elas podem ser chamadas de taxas de falha (λ), que representa a transição de um estado operacional para um estado falho e de taxas de reparo (μ) que representa a transição de um estado falho para um estado operacional qualquer.

Taxa de falha é definida como o limite da probabilidade que o sistema falhe pela primeira vez em um intervalo Δt , dado que o sistema estava operando até T . Percebe-se que a função taxa de falha comparada com uma PDF, possui a mesma definição, exceto

que a função taxa de falha é condicionalmente dependente do tempo de sobrevivência T , além do que, a função taxa de falha não necessariamente atende à propriedade descrita pela Equação 2.4.3.

Definição 2.5.1 *Taxa de Falha, $\lambda(t)$ (RIGDON; BASU, 2000)*

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t < T \leq t + \Delta t | T > t)}{\Delta t} \quad (2.5.1)$$

Pode-se definir a função taxa de falha em termos da PDF, como segue,

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - \int_0^t f(s)ds} \quad (2.5.2)$$

Teorema 2.5.1 (RIGDON; BASU, 2000)

Para uma VA contínua com função $\lambda(t)$, a CDF e a PDF são dadas como,

$$F(t) = 1 - e^{-\int_0^t \lambda(s)ds} \quad (2.5.3)$$

$$f(t) = \lambda(t)e^{-\int_0^t \lambda(s)ds} \quad (2.5.4)$$

A mesma idéia pode ser utilizada para se chegar a expressão da taxa de reparo. Ao invés de usar o tempo até que a falha ocorra, deve-se utilizar o tempo até que o reparo termine.

2.6 Distribuições de Probabilidades

Em geral, modelagem envolve ligar a caracterização descritiva do sistema a uma formulação matemática apropriada. Desde que o tempo de falha é incerto, a formulação matemática apropriada para modelar a primeira falha é a função de distribuição, que é um conceito desenvolvido na teoria da probabilidade (BLICHKE; MURTHY, 2000).

A seguir são apresentadas algumas distribuições contínuas de probabilidade, com vasta aplicação na teoria da confiabilidade e que serão utilizadas no modelo desenvolvido nesta dissertação.

2.6.1 Distribuição Exponencial

A distribuição exponencial é utilizada para modelar a falha de sistemas eletrônicos, mas também possui muitas outras aplicações. De fato é uma das distribuições mais utilizadas para modelar a falha. A distribuição é apropriada quando a falha ocorre de forma aleatória e não depende da idade do sistema (BLICHKE; MURTHY, 2000).

Para definir uma distribuição exponencial, é necessário apenas estimar um parâmetro, que no contexto da confiabilidade seria a taxa λ constante. Assim, a PDF da distribuição exponencial é definida como:

$$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad (2.6.1)$$

com média igual a $1/\lambda$ e variância igual a $1/\lambda^2$. Na Figura 2.6.1 pode-se observar o comportamento da PDF da distribuição para alguns valores do parâmetro λ .

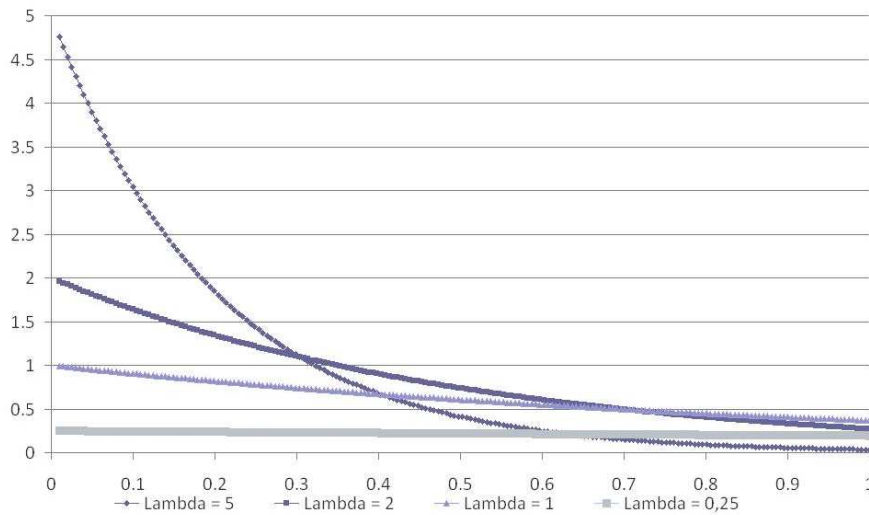


Figura 2.6.1: Exemplo de PDF da Distribuição Exponencial

Sua CDF tem a seguinte forma:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (2.6.2)$$

2.6.2 Distribuição Weibull

A distribuição *Weibull* é largamente utilizada para representar tempos de falha e de reparo de equipamentos, devido sua flexibilidade em modelar diversos tipos de comporta-

mento da taxa de falha, sendo uma das mais empregadas em engenharia de confiabilidade.

Uma variável aleatória contínua t segue uma distribuição de Weibull quando a sua CDF e PDF é dada, respectivamente por:

$$F(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t}{\alpha}\right)^\beta \quad (2.6.3)$$

$$f(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left(-\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\frac{t}{\alpha}\right)^\beta \quad (2.6.4)$$

onde β é o parâmetro de forma e α o parâmetro de escala, $\beta > 0$ e $\alpha > 0$.

Da mesma forma, a taxa de falha para a distribuição de Weibull é descrita como:

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \quad \alpha, \beta > 0 \quad (2.6.5)$$

Na Tabela 2.6.1 observar-se o comportamento da taxa de falha para diferentes valores de β .

Tabela 2.6.1: Influência do parâmetro de forma β no comportamento da taxa de falha na distribuição Weibull

Valores para o Parâmetro de Forma	Propriedade
$0 < \beta < 1$	Taxa de Falha decrescente
$\beta = 1$	Taxa de Falha constante (Dist. Exponencial)
$1 < \beta < 2$	Taxa de Falha crescente e Côncava
$\beta = 2$	Taxa de Falha crescente e linear (Dist. Rayleigh)
$2 < \beta < 3$	Taxa de Falha crescente e Convexa
$3 \leq \beta$	Taxa de Falha crescente (Dist. aprox. Normal)

Fonte: Elbing (1997)

Na Figura 2.6.2 pode-se observar o comportamento da PDF para diferentes valores de β com um valor constante de $\alpha = 3$. A medida que varia o seu valor, a distribuição pode representar uma grande variedade de formatos ou comportamento da taxa de falha de produtos ao longo de sua vida útil.

2.6.3 Distribuição Lognormal

Uma variável aleatória T segue uma distribuição Lognormal se o logaritmo natural de T segue uma Distribuição Normal. Assim, uma distribuição Lognormal está apenas definida

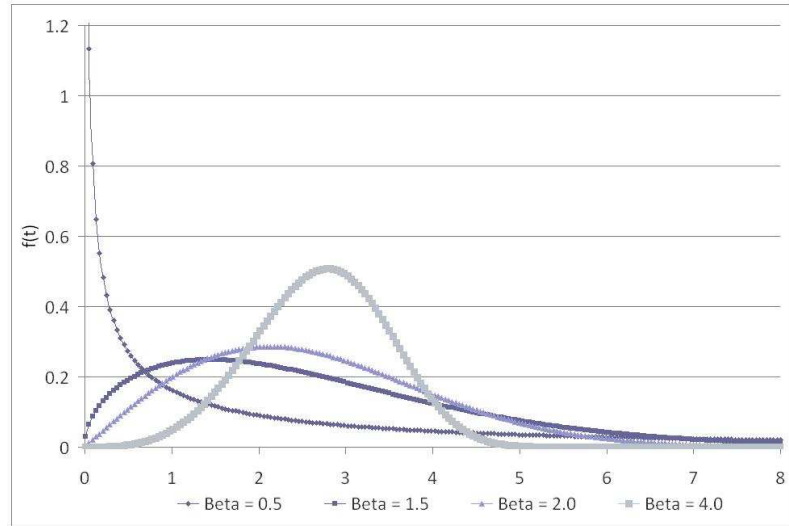


Figura 2.6.2: PDF da distribuição Weibull para o parâmetro de escala ($\alpha = 3$) e diferentes valores do parâmetro de forma (β)

para valores positivos de T , o que a torna mais apropriada em análises de confiabilidade e disponibilidade, obviamente não negativos. A sua PDF é representada por:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma t} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(t) - \mu}{\sigma} \right)^2 \right] \quad t \geq 0; -\infty < \mu; \sigma > 0 \quad (2.6.6)$$

É importante destacar que μ e σ são, respectivamente, a média e o desvio padrão do logaritmo natural do tempo ($\ln T$), e não a média e desvio padrão do tempo T .

Figura 2.6.3 mostra distribuições Lognormais para três diferentes valores de σ e média constante igual a 0,8.

2.7 Processos Estocásticos

Processos estocásticos são importantes para modelar sistemas que sofrem efeitos determinados por condições aleatórias ou não controláveis. Tais processos são definidos da seguinte forma:

Definição 2.7.1 *Processo Estocástico* (RIGDON; BASU, 2000)

Um processo estocástico $\{X(t), t \in T\}$ é uma coleção de variáveis aleatórias. Isto é, para cada $t \in T$, $X(t)$ é uma variável aleatória. O índice t é interpretado como o tempo, e $X(t)$ como o estado de um processo no tempo t .

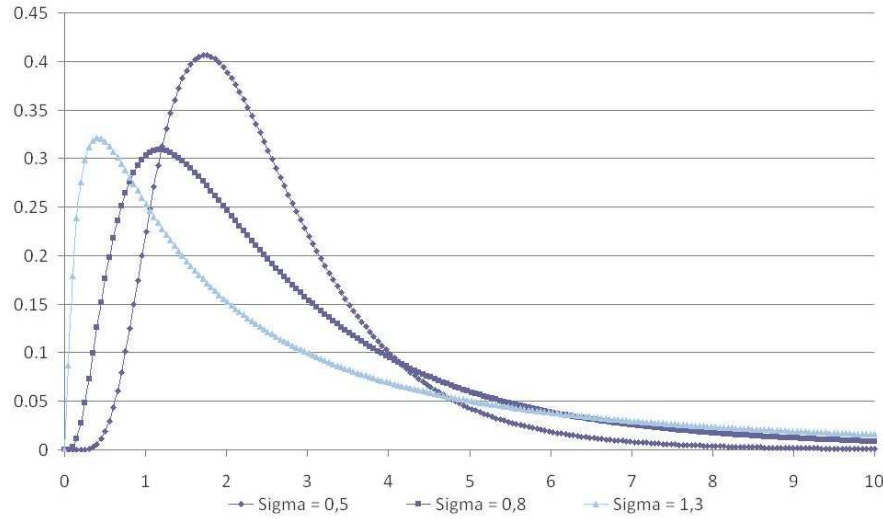


Figura 2.6.3: Exemplo de PDF da distribuição Lognormal

Quando T é um conjunto enumerável o processo estocástico é dito ser um processo discreto no tempo $\{X_n : n = 0, 1, \dots\}$, do mesmo modo quando se observa o tempo de forma contínua, trata-se de um processo estocástico contínuo no tempo $\{X(t), t \geq 0\}$.

2.7.1 Processo de Contagem

Um processo estocástico é dito um processo de contagem se ele representar o número de eventos que ocorreram no tempo.

Definição 2.7.2 *Processo de Contagem* (RIGDON; BASU, 2000)

Seja $N(t)$ uma VA que representa o número total de falhas no intervalo $[0, t]$.

Deste modo, também pode-se dizer que o número de falhas no intervalo $(a, b]$ é

$$N(a, b] = N(b) - N(a) \quad (2.7.1)$$

Segundo Rigdon e Basu (2000), para modelar um processo estocástico como um processo de contagem, é necessário obter a distribuição conjunta das VA $N(t_1), N(t_2), \dots, N(t_n)$ para qualquer n e para qualquer $t_1, t_2, \dots, t_n$.

Definição 2.7.3 *Função Média em um processo de contagem* (RIGDON; BASU, 2000)

A função média de um processo estocástico é definido como a expectância

$$\Lambda(t) = E(N(t)) \quad (2.7.2)$$

onde, $\Lambda(t)$ é o número esperado de falhas em t , logo necessariamente é uma função não decrescente. Se falhas simultâneas são possíveis, então Λ não será contínua, mas Λ será contínua a direita (RIGDON; BASU, 2000).

Definição 2.7.4 Incrementos Estacionários (RIGDON; BASU, 2000)

Um processo de contagem possui incrementos estacionários se para todo k

$$P(N(t, t + \Delta t] = k) \quad (2.7.3)$$

é independente de t .

Ou seja, a distribuição do número de eventos que ocorrem em qualquer intervalo de tempo depende somente do comprimento do intervalo e não da sua distância com relação à origem.

Definição 2.7.5 Incrementos Independentes (RIGDON; BASU, 2000)

Um processo de contagem possui incrementos independentes se para todo n e para todo $r_1 < s_1 \leq r_2 < s_2 \leq \dots < r_n \leq s_n$ As VA $N(r_1, s_1], N(r_2, s_2], \dots, N(r_n, s_n]$ são independentes.

$$P(N(r_1, s_1] = k_1, \dots, N(r_n, s_n] = k_n) = \prod_{i=1}^n P(N(r_i, s_i] = k_i) \quad (2.7.4)$$

Ou seja, o número de eventos que ocorrem em intervalos de tempo disjuntos são independentes. Logo, o número de eventos em um intervalo não é influenciado pelo número de eventos em qualquer intervalo de tempo anterior, i.e., sem sobreposição.

2.7.2 Função Intensidade e Taxa de Falha

Uma vez que os sistemas podem deteriorar, melhorar ou manter-se nas mesmas condições, a frequência de falhas e de reparo podem ser crescentes, decrescentes ou constantes no tempo. Nestes casos, a frequência de taxa de falha e de reparo são variáveis no tempo com intensidades distintas.

A função intensidade pode ser interpretada como a probabilidade da falha ocorrer em um pequeno intervalo de tempo dividido pelo comprimento do intervalo. Deste modo, o número de falhas está relacionado ao comprimento do intervalo, assim, haverá mais falhas quanto maior for o intervalo que $\lambda(t)$ está contido, e conseqüentemente, menor será a quantidade de falhas no intervalo quanto menor for o comprimento.

Definição 2.7.6 *Função Intensidade* (RIGDON; BASU, 2000)

A função intensidade de falha de um processo de contagem é

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(N(t, t + \Delta t] \geq 1)}{\Delta t} \quad (2.7.5)$$

A função intensidade diferencia-se da função taxa, porque enquanto a função taxa é a probabilidade condicional de que um evento, e apenas um, ocorrer em um pequeno intervalo, dividido por pelo comprimento do intervalo, a função intensidade é a probabilidade, não condicional, de que a falha (não necessariamente a primeira) irá ocorrer em um pequeno intervalo dividido pelo comprimento do intervalo.

A função intensidade de falha é mais conhecida como *Rate of Occurrence of Failure* (ROCOF). Considere Λ a função média de um processo de contagem, Equação 2.7.2, de um processo qualquer. Então,

Definição 2.7.7 *Taxa de Ocorrência da Falha* (RIGDON; BASU, 2000)

Quando Λ é diferenciável, então a ROCOF é definida como,

$$\gamma(t) = \frac{d}{dt}\Lambda(t) \quad (2.7.6)$$

A ROCOF pode ser interpretada como a taxa instantânea de mudança no número esperado de falhas (RIGDON; BASU, 2000).

Um exemplo de uma função intensidade de taxa de falha é a *Power Law*.

Power Law

Devido o tempo até a primeira falha para uma *Power Law* seguir uma distribuição *Weibull* com parâmetro de forma β e de escala α . O modelo *Power Law* é chamado também de processo de Weibull, pois a intensidade de falha tem a mesma forma funcional

da força de mortalidade (ou taxa de falha instantânea) de uma distribuição de Weibull (RAUSAND; HØYLAND, 2004). Tal modelo pode ser definido da seguinte forma:

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha} \right)^{\beta-1} \quad (2.7.7)$$

Através da função de intensidade completa é possível analisar a vida do equipamento em diversas fases, estas fases são freqüentemente citadas na literatura através da chamada “curva da banheira”, que descreve graficamente o comportamento da taxa de falha ou intensidade de falha com o tempo, para maiores detalhes veja Rigdon e Basu (2000). Dado que se possui o histórico de falhas do sistema em t . Esta história (Θ) pode ser representada pelo conjunto de tempos de falha $\{t_i : i = 1, 2, \dots, N(t)\}$. Assim,

Definição 2.7.8 *Função de intensidade completa* (RIGDON; BASU, 2000)

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(N(t, t + \Delta t] \geq 1 | \Theta)}{\Delta t} \quad (2.7.8)$$

2.7.3 Processo de Renovação

No caso dos Processos de Renovação (PR), presume-se a ocorrência de um reparo considerado perfeito, nele os diferentes tempos entre falhas de um componente ou sistema são considerado identicamente distribuídos, adiciona-se também a suposição de independência entre esses eventos.

Definição 2.7.9 *Processo de Renovação* (RIGDON; BASU, 2000)

Se os tempos entre falhas são i.i.d., então o processo de falha é dito ser um processo de renovação.

Em Confiabilidade significa dizer que o sistema não possui memória, ou seja, o histórico de intervenções ou o tempo que o sistema já tenha operado antes do último reparo não irá influenciar na ocorrência de futuras intervenções. Da mesma forma a ocorrência da falha depende apenas do comprimento do intervalo de tempo desde o último reparo. Isto é consistente com a idéia preliminar de que nessa classe de processos a ação de reparo irá tornar o sistema “tão bom quanto novo” trazendo a uma condição semelhante a um novo.

Por se tratar de um processo estocástico pontual, ressalta-se que a ação de reparo deve também ser considerada instantânea ou desprezível em se comparando com os demais tempos de falha. Aplicações em sistemas eletrônicos são exemplos clássicos de PR.

2.7.4 Processo de Poisson

Definição 2.7.10 *A VA X possui uma distribuição de Poisson se for uma VA discreta que possua uma função de massa de probabilidade*

$$p(x) = P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \quad (2.7.9)$$

Definição 2.7.11 *Processo de Poisson (ROSS, 2000)*

Um processo de contagem $N(t)$ é dito ser um processo de Poisson se

1. $N(0) = 0$
2. *Para qualquer $a < b \leq c < d$, a v.a. $N(a, b]$ e $N(c, d]$ são independentes. Propriedade de incrementos independente (Definição 2.7.5).*
3. *Existe uma função λ tal que*

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(N(t, t + \Delta t] = 1)}{\Delta t} \quad (2.7.10)$$

A função λ é chamada a função de intensidade do processo de Poisson.

4. *A probabilidade de haver duas ou mais falhas em um intervalo pequeno é 0*

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(N(t, t + \Delta t] \geq 2)}{\Delta t} \quad (2.7.11)$$

Teorema 2.7.1 *As propriedades da definição 2.7.11 implicam que*

$$P(N(t) = n) = \frac{1}{n!} \left(\int_0^t \lambda(x) dx \right)^n e^{-\int_0^t \lambda(x) dx} \quad (2.7.12)$$

2.7.5 Processo Homogêneo de Poisson

O Processo Homogêneo de Poisson (PHP) é um processo de renovação, com os tempos entre ocorrência de eventos iguais a uma distribuição exponencial com taxa de falha λ . Possui as mesmas propriedades de um processo de renovação.

Teorema 2.7.2 *Um processo é um PHP com intensidade λ , se os tempos entre falhas são independentes e identicamente distribuídos de acordo com uma distribuição exponencial com média $\frac{1}{\lambda}$*

Este é o modelo mais simples para sistemas reparáveis. Sendo a função de intensidade constante, o PHP não pode ser usado para modelar sistemas que deterioram ou melhoram. Para esta situação outro modelo, tal como o processo de Poisson com intensidade não constante, deve ser aplicado (RIGDON; BASU, 2000).

2.7.6 Processo não Homogêneo de Poisson

Um Processo não Homogêneo de Poisson (PNHP) é também um processo estocástico de contagem com incrementos estacionário, porém não possui a propriedade de incrementos independentes.

Definição 2.7.12 *Processo não-homogêneo de Poisson (RIGDON; BASU, 2000)*

Um PNHP é um processo de Poisson com função de intensidade não constante.

Este tipo processo representa uma condição pessimista em relação ao reparo. Neste, o reparo atua apenas para retornar o sistema a operação, sem se preocupar em prevenir futuras falhas. O sistema retorna em uma condição como se fosse imediatamente antes da ocorrência da última falha, ou seja, não ocorrem melhorias na confiabilidade do sistema. Diz-se que o sistema sofreu um reparo mínimo.

Em termos de confiabilidade o tempo que o sistema já operou (T), passa a influenciar na probabilidade de ocorrência da próxima falha. Então, a probabilidade de falhar dependerá do tempo de exposição Δt e do tempo que o sistema já tenha operado T . Em sistemas puramente mecânicos essa influência do tempo é percebida através do processo natural de deterioração, que eles sofrem.

Uma dedução do PNHP é que a medida que o tempo T aumente o número de falhas esperada aumentará cada vez mais e com uma maior intensidade. Isto quer dizer que, após reparado o sistema, o mesmo irá falhar em intervalo de tempo cada vez menor ($\Delta t \rightarrow 0$).

2.8 Análise Markoviana

A análise Markoviana é uma técnica de modelagem amplamente utilizada na análise de confiabilidade e disponibilidade de sistemas. O comportamento do sistema é representado usando-se um diagrama de transições entre estados, o qual consiste em um conjunto de estados discretos no quais o sistema pode se encontrar em um determinado momento, e define taxas segundo as quais transições entre esses estados pode ocorrer (DROGUETT, 2002).

2.8.1 Propriedade Markoviana

Uma propriedade forte é a denominada hipótese Markoviana, comumente citada como perda de memória, onde, apenas o último estado ocupado pelo processo é relevante na determinação do comportamento futuro. De modo análogo, a trajetória futura de um processo depende apenas do estado presente.

Supondo que um sistema possa ser modelado através de um processo markoviano, então considera-se o seguinte processo estocástico: $\{X(t) : t = 0, 1, 2, \dots\}$, onde $X(t) = i$, diz-se que o processo está no estado i , no tempo t com P_{ij} de mover do estado i para outro estado j e que o estado futuro $X(t + \Delta t) = j$ é independente dos estados que o sistema visitou. Desta forma, quando o estado futuro é conhecido a probabilidade de qualquer comportamento futuro do processo não se modifica com alguma informação adicional sobre o passado do sistema. Isto é,

$$P\{X(t + \Delta t) = j | X(t) = i, X(u)\} = P\{X(t + \Delta t) = j | X(t) = i\} \quad (2.8.1)$$

para todo $X(u)$, onde $0 \leq u < t$. Então um processo estocástico contínuo no tempo, $X(t)$ é uma Cadeia de Markov contínua no tempo, que satisfaz a propriedade markoviana.

Uma forma de representação do processo Markoviano é através da chamada Cadeia de Markov que é uma técnica flexível para análise dinâmica sistemas, baseada em processos estocásticos, onde o comportamento do sistema pode ser representado graficamente em forma de estados discretos e transições finitas com probabilidade ou taxas de transição fixas ou variáveis com o tempo. No contexto de análise de confiabilidade estes estados do sistema podem representar o sistema na forma, por exemplo, degradado, *stand-by*, operacional, falho ou em manutenção.

2.8.2 Processos Markovianos

Trata-se fundamentalmente de um processo estocástico que permite analisar o comportamento dinâmico de sistemas. Os Processos Markovianos são úteis para analisar sistemas onde os modelos paramétricos não conseguem descrever apropriadamente o comportamento dinâmico do sistema, como redundâncias em *stand-by*, componentes com vários modos de falha ou para modelar componentes em degradação. Neste, o sistema é descrito a partir de um grafo formado por nós, que representam os possíveis estados do sistema e, arcos, que representam as transições entre nós.

Esta técnica permite obter estimativas do número de transições, e no caso da Engenharia de Confiabilidade estimativas de frequência de falhas, frequência de reparos ou disponibilidade em sistemas complexos.

As transições são descritas por modelos probabilísticos e necessitam de um tratamento adequado ao problema em estudo. Os processos estocásticos que regem estas transições podem ser classificados como processos homogêneos e não-homogêneo. No primeiro, as transições são representadas por taxas de valores constantes ao longo do tempo ($\lambda; \mu$; etc.). Já no segundo caso, essas são representadas como funções no tempo ($\lambda(t); \mu(t)$; etc.).

Os tempos que regem as transições entre estados no modelo homogêneo são distribuídos segundo uma distribuição exponencial e, como consequência disso, as probabilidades de transição não dependem do tempo já percorrido pelo sistema, mas sim apenas do tempo atual para a transição²

2.8.3 Função de probabilidade de transição - $P_{ij}(t)$

Seja $P_{ij}(t) = P\{X(t+\Delta t) = j | X(t) = i\}$ a probabilidade de que um processo no estado i irá para o estado j após t . Essa quantidade é freqüentemente chamada de probabilidade de transição de uma cadeia de Markov Contínua no tempo.

Quando a chance de mudar de um estado não depende do tempo, então diz-se que essa quantidade é *transition stationery*, neste caso diz-se que se está em um contexto de cadeia de Markov homogênea, onde a probabilidade de transição é constante e exponencialmente distribuída, caracterizando a propriedade de perda de memória. Deste modo, o processo de degradação não pode ser facilmente analisada.

²Essas probabilidades de transição são chamadas de probabilidades de transição estacionárias.

Para todo $i, j = \{0, 1, \dots, r\}$ As probabilidade de transição devem satisfazer as seguintes condições:

$$\begin{aligned} P_{ij}(t) &\geq 0; & t > 0 \\ \sum_{j=0}^r P_{ij}(t) &= 1; & t > 0 \\ P_{ij}(t + \Delta t) &= \sum_{k=0}^r P_{ik}(t) P_{kj}(\Delta t); & t, \Delta t > 0 \end{aligned} \quad (2.8.2)$$

A Equação 2.8.2 é conhecida como equação de Chapman-Kolmogorov. Em Howard (1971a) é fornecida sua demonstração.

Definindo-se também as taxas de transição do estado i ao estado j como:

$$q_{ij}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P[X(t + \Delta t) = j | X(t) = i]}{\Delta t} \quad (2.8.3)$$

2.8.4 Análise de Disponibilidade com Modelos Markovianos

A análise de disponibilidade pode ser realizada estimando-se a própria disponibilidade do sistema bem como alguns indicadores que dizem respeito aos estados do sistema. Se o sistema é composto por dois subconjuntos: D (conjunto dos estados disponíveis) e I (conjunto dos estados indisponíveis) a disponibilidade instantânea $A(t)$ do sistema será dada pela probabilidade do sistema está no subconjunto D no tempo t . Assim:

$$A(t) = \sum_{k \in D} P_k(t) \quad (2.8.4)$$

Além disso, muitas vezes quer-se achar uma disponibilidade independente do estado inicial do sistema $X(t_0)$, para isso faz-se $t \rightarrow \infty$ e, denomina-se o $\lim_{t \rightarrow \infty} P_j(t)$ de probabilidade estacionária do estado j . Assim:

$$A_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{k \in D} P_k(t) \quad (2.8.5)$$

Outro indicador a ser utilizado na análise de disponibilidade é o número de visitas que o sistema faz aos estados. É importante realizar tal observação para, por exemplo, identificar quais são os estados que estão sendo mais visitados, sendo possível com isso dizer quais os

equipamentos que caracterizam os estados falhos demandam mais reparos. Uma decisão possível de ser tomada com tal análise é a de criar redundância dos equipamentos ou até mesmo trocar a tecnologia do sistema. Matematicamente, o número esperados de visitas a um dado estado indisponível num intervalo de tempo t é representado como o número esperado de transições de um estado disponível d_j a esse estado indisponível i_k :

$$f = \sum_{k:i_k \in I} \sum_{d_j \in D} \int_0^t P_{d_j}(\tau) \cdot \lambda_{d_j i_k} \cdot d\tau \quad (2.8.6)$$

onde $\lambda_{d_j i_k}$ é a taxa de transição do j -ésimo estado $d \in D$, d_j , para o k -ésimo estado $i \in I$, i_k .

Além dos indicadores, até então definidos, pode-se desejar saber quanto tempo em média o sistema passa no estado indisponível ou o tempo médio até o reparo de um dado equipamento, e deste avaliar as equipes de manutenção. Com esses indicadores, é possível realizar uma análise mais aprofunda da disponibilidade de sistemas.

3 ANÁLISE DE SISTEMAS REPARÁVEIS

3.1 Introdução

Um sistema não reparável é aquele que é descartado após a primeira e única falha. Supõe-se que o tempo de vida do sistema é uma variável aleatória que se distribui de forma independente, ou seja, não há influência do histórico de intervenções sobre o sistema, além de possuir a mesma distribuição de ocorrência de falha ao longo do tempo de operação. Deste modo diz-se que os tempos entre falhas são independentes e identicamente distribuídos (iid).

Definição 3.1.1 *Sistema Reparável* (ASCHER; FEINGOLD, 1984)

é um sistema o qual após falhar em realizar pelo menos uma de suas funções pode ser reconduzido (reparado) para o estado em que o mesmo está hábil em realizar todas as suas funções através de qualquer procedimento que não seja a substituição total (completa) do mesmo.

Mais adiante será exposta uma breve revisão bibliográfica sobre sistemas reparáveis, as quais, em geral, são motivadas por aplicações em sistemas mecânicos, mas este tema também possibilita aplicações em outras importantes áreas, tais como indústrias de manufatura, medicina ou qualquer outra área em que se possa identificar eventos que ocorram de forma recursiva.

O reparo pode possuir vários níveis de classificação, que estão diretamente relacionados ao nível de melhorias no sistema promovidas pela manutenção, a qual será refletida no estado em que o sistema irá se encontrar após o reparo. Trazendo-o para um estado considerado o mesmo de um sistema como se fosse até o reparo mínimo, considerado como se a manutenção apenas retorna-se o sistema para a mesma condição que ele possuía imediatamente antes da ocorrência da falha.

Em condições extremantes, pode-se inclusive piorar o estado em que o equipamento se encontrava antes de falhar. Há o caso em que o sistema retorna, até mesmo, melhor do que se fosse um sistema novo, através de trocas por componentes mais eficazes ou melhorias de projeto, por exemplo. Assim, de um modo geral, podem ser reunidas as seguintes formas de classificação de reparo:

1. Reparo Melhor – “melhor do que novo”;
2. Reparo Perfeito – “tão bom quanto novo”;
3. Reparo Imperfeito – “pior do que novo, mas melhor do que velho”;
4. Reparo Mínimo – “tão ruim quanto velho”;
5. Reparo Pior – “pior do que velho”.

Como será visto mais adiante, uma grande parte dos métodos probabilísticos de tratamento de ações de reparo possuem limitações que se resumem ao fato que são binários com relação ao impacto do reparo no desempenho do sistema, ou seja, consideram que ou são renovados ou sofrem reparo mínimo. Não consideram os estágios intermediários de reparo.

Uma alternativa aos modelos tradicionais é o modelo baseado em idade virtual, proposto por Kijima e Sumita (1986), que permite modelar os diversos tipos de classificação de reparo citados anteriormente. Este modelo será exposto em maior detalhe adiante, bem como diversas aplicações citadas na literatura.

3.2 Notações Básicas

Uma das formas de tratamento de sistemas reparáveis é através de processos estocásticos pontuais, quando assume-se o tempo de reparo desprezível em relação ao tempo exposição.

Considerando-se o tempo de ocorrência das falhas uma VA t , onde $t_0 = 0$ e $t_i : \{i = 1, 2, \dots\}$. Temos que os tempos entre falhas $h_i = t_i - t_{i-1}$. A notação utilizada para representar este comportamento está representado na Figura 3.2.1

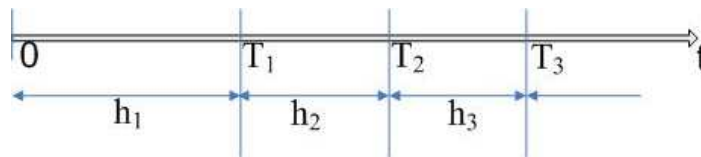


Figura 3.2.1: Distribuição dos tempos até a falha T_i e o tempo entre falhas h_i para sistema reparáveis.

3.3 Modelos para tratamento de Sistemas Reparáveis

Uma ação de reparo tem o objetivo de retornar, tão logo quanto possível, um equipamento, componente ou sistema a um estado em que o mesmo tenha condições de desempenhar sua função satisfatoriamente.

Entre os modelos mais utilizados para representar a condição de reparo estão o PR e o PNHP. O PR é um processo estocástico de contagem pontual no qual os tempos entre falhas são variáveis aleatórias independentes e igualmente distribuídas (*i.i.d.*) e são representadas por uma distribuição arbitrária não necessariamente Exponencial. Ele é utilizado para sistemas os quais, após uma ação de reparo, retornam à operação com o mesmo desempenho que tinham quando novos. Tal tipo de reparo é conhecido como reparo perfeito.

Já o PNHP assume que o reparo recupera o sistema falho a uma condição de desempenho que o mesmo possuía imediatamente antes da falha, o que é conhecido como reparo mínimo. O objetivo do reparo mínimo é apenas retornar o equipamento à operação e não melhorar seu desempenho. Esta é uma hipótese que na maioria das vezes não acontece na prática já que uma ação de reparo tem o intuito de melhorar o desempenho do sistema em relação ao que o mesmo possuía antes da falha. Na Seção 2.7 são apresentados maiores detalhes sobre o PR, o PNHP.

Entretanto, na maioria das vezes, uma ação de reparo melhora o desempenho de um sistema falho a uma condição intermediária entre o reparo perfeito e o reparo mínimo, o que é denominado reparo imperfeito ou geral. De certa forma, o reparo imperfeito pode ser entendido como um tipo de reparo geral que possui como extremos o reparo perfeito e o mínimo.

Existe uma vasta literatura sobre aplicações e métodos probabilísticos de tratamento de ações de reparo imperfeito. Dohi, Kaio e Osaki (2000), por exemplo, apresentam um método gráfico para determinação de políticas de manutenção baseadas na relação custo e número de reparos imperfeitos. Zhang e Love (2000) e Love et al. (2000) apresentam modelos para determinação de políticas ótimas de manutenção de sistemas que sofrem reparos gerais através da utilização de processos Markovianos e semi Markovianos, respectivamente. Biswas e Sarkar (2000) empregam a técnica de transformadas de Fourier para avaliar a disponibilidade de um sistema que sofre vários reparos imperfeitos antes da realização de um reparo perfeito.

Chukova, Arnold e Wang (2004) aplicam uma metodologia de modelagem de reparo imperfeito na análise de tempos de garantia e além das definições de reparo perfeito, mínimo e imperfeito apresentam outras classificações para uma ação de reparo, como o reparo melhorado o qual retorna o equipamento a um estado de desempenho melhor do que ele possuía quando foi posto a funcionar pela primeira vez e o pior reparo que por sua vez piora o desempenho do sistema sob reparo.

Doyen e Gaudoin (2004) apresentam classes de modelos em reparo imperfeito baseados na redução que ações de reparo proporcionam na idade virtual ou na intensidade de falha de dado sistema.

Pham e Wang (1996) apresentam uma vasta revisão da literatura que reúne cerca de quarenta métodos de tratamento de reparo imperfeito. Destaca-se o modelo de reparo imperfeito de Brown e Proschan (1983), como os percussores em se buscar uma forma de generalizar o PR e PNHP. Sua motivação parte de que na prática os modelos de reparo perfeito e de mínimo reparo não refletem o que realmente acontece em sistemas que sofrem constantes manutenções preventivas. O modelo considera o parâmetro p , que é a probabilidade de reparo perfeito e $(1 - p)$ que é a probabilidade de mínimo reparo. A crítica a este modelo é que o mesmo assume que todos os reparos ora são perfeitos ora são mínimos. No caso em que o reparo não é capaz de sanar o problema original, este modelo não consegue representar os estágios intermediários de reparo. Modelos de inferência não paramétricos para o modelo Brown-Proschan foram inicialmente estudados por Whitaker e Samaniego (1989) e mais adiante por Hollander, Presnell e Sethuraman (1992).

Outros modelos de manutenção são o *Quasi-Renewal Process* proposto em Wang e Pham (1996), o *Trend Renewal Process* em Elvebakk, Lindqvist e Heggland (2003). Dorado, Hollander e Sethuraman (1997) apresentam uma solução não paramétrica para um modelo ligeiramente mais generalista aos modelos de Kijima e Sumita (1986), os quais serão descritos em maior detalhe adiante. Contudo, o *Trend Renewal Process* é similar ao *Quasi-Renewal Process*. Todos possibilitam representar as propriedades de um PNHP e um PR, representando a condição de mínimo e máximo reparo, respectivamente. Esses modelos são mais adequados a sistemas que sofrem políticas de reparo baseadas na substituição do equipamento falho. Isto restringe a sua aplicação em sistemas complexos, onde a substituição em módulos não é uma operação corriqueira.

Kobbacy et al. (apud PERCY; ALKALI, 2006) consideram uma extensão do PR, baseado no modelo de riscos proporcionais de Cox (apud PERCY; ALKALI, 2006). Neste caso, os

tempos entre eventos são considerados como iid, exceto pelas funções risco¹ que diferem de acordo com alguma variável observada.

Percy e Alkali (2006) introduzem uma nova classe de modelos baseado em *Proportional Intensity Models*(PIM), que por sua vez foi introduzido por Cox (apud PERCY; ALKALI, 2006), chamado de *Generalized Proportional Intensities Models*. Este modelo insere um fator de escala ao PIM para representar as variações provocadas por sucessivas manutenções sobre a função de intensidade de falha e reparo.

A maior parte dos modelos de reparo mínimo apresentados nesta seção não tratam de forma adequada o reparo imperfeito. Eles possuem limitações que, de uma forma geral, resumem-se ao fato de que são binários com relação ao impacto do reparo no desempenho do sistema, ou seja, consideram que ou são renovados ou sofrem um reparo mínimo. São, porém, um avanço sobre PR e PNHP, pois consideram estas duas situações para o sistema ao invés de uma ou outra.

Um modelo mais generalista aos anteriores citados é o modelo proposto por Kijima e Sumita (1986), também conhecido como Processo de Renovação Generalizado, o qual permite que se possa modelar, em geral, diversos estados de desempenho de um sistema após sofrer uma ação de reparo, ou seja, o Processo de Renovação Generalizado permite modelar desde um Pior Reparo até o Reparo Melhorado, além de categorias de reparo intermediárias.

Na próxima seção o PRG será apresentado em maior detalhe e serão discutidos diversos modelos de estimação encontrados na literatura.

3.4 Processo de Renovação Generalizado

Kijima e Sumita (1986) propuseram um modelo probabilístico que trata todos os tipos de ação de reparo citados, o qual foi denominado Processo de Renovação Generalizado (PRG). O PRG é um modelo que pertence a classe dos modelos chamados de *Virtual Age Model* ou modelos baseados em idade virtual, tais métodos tratam o reparo de acordo com o grau de redução sob a idade real do equipamento.

Assim, como os modelos de reparo imperfeito podem ser considerado uma generalização do reparo mínimo e do reparo perfeito, o PRG é uma generalização de outros modelos probabilísticos, como o PR e o PNHP, que são utilizados para tratar ações de reparo

¹Também conhecidas como taxa de falha, taxa de risco ou força de mortalidade.

perfeito e mínimo, respectivamente. Além de permitir representar situações que excedem o conjunto de soluções compreendidas entre o PR e o PNHP, possibilitando representar o “reparo melhor” e o “pior reparo”.

O PRG utiliza uma quantidade q , que pode ser definida como o parâmetro de rejuvenescimento e mede o grau de eficácia de uma ação de reparo. Os valores assumidos pelo parâmetro q possibilitam a representação dos tipos de reparos citados na seção anterior. Isto é feito da seguinte maneira:

- $q = 0$: Corresponde a um reparo perfeito já que a idade virtual assume um valor nulo após uma ação de reparo;
- $0 < q < 1$: Corresponde a um reparo imperfeito, onde a idade virtual é uma fração da idade real;
- $q = 1$: Corresponde a um reparo mínimo, neste caso a idade virtual é exatamente igual à idade real.

Outros valores para o parâmetro q são também possíveis, como $q < 0$ e $q > 1$ que correspondem ao “reparo melhor” e ao “reparo pior”, respectivamente. Porém, valores realísticos para o parâmetro q estão no intervalo entre 0 e 1, inclusive. Uma vez que para $q < 0$ seria necessário supor que ocorrem mudanças no projeto ou substituição de componentes por outros melhores, por exemplo. Além disso, $q > 1$ significa presumir que a manutenção age de forma contrária ao objetivo de buscar retornar o equipamento melhor do que estava antes da falha.

Neste ponto é importante distinguir a diferença entre eficácia e eficiência no ponto de vista da manutenção.

Eficácia e Eficiência na manutenção

Definição 3.4.1 *A eficácia de uma ação de manutenção pode ser entendida como o quanto uma ação de reparo é capaz de recuperar um sistema falho, i.e., para qual estado de desempenho o sistema é conduzido após o reparo.*

Portanto, os estados de desempenho anteriormente citados estão em ordem decrescente em relação à eficácia do reparo.

Definição 3.4.2 A eficiência de uma ação de manutenção está relacionada ao modo como ela foi executada, i.e., se foram tomadas todas as medidas necessárias para retornar o equipamento o mais rápido possível a operação, seguindo os procedimentos e normas adequadas. Não necessariamente o equipamento será conduzido a um estado diferente (melhor ou pior) ao que possuía antes da intervenção.

Sem perda de generalidade, pode-se considerar que o nível de eficácia ideal é aquele que, após o reparo, o equipamento funciona exatamente como se fosse novo, o que constitui um reparo perfeito. Porém, devido a limitações técnicas e econômicas isto muitas vezes não é possível. Geralmente, o tipo de reparo executado é imperfeito no sentido que não retorna o equipamento a uma condição de “tão bom quanto novo”, mas apenas melhora seu desempenho.

A princípio é necessário definir também o conceito de idade virtual para o completo entendimento do PRG. As idades virtuais y_i e x_i correspondem, respectivamente, à idade calculada do equipamento antes e após a i -ésima ação de reparo. Enquanto que a idade real (t_i) é o tempo cronológico ou tempo de relógio.

Na Figura 3.4.1 observa-se a relação entre a idade real e a idade virtual. A diferença entre $y_i - x_i$ representa redução na idade promovida pelo reparo.

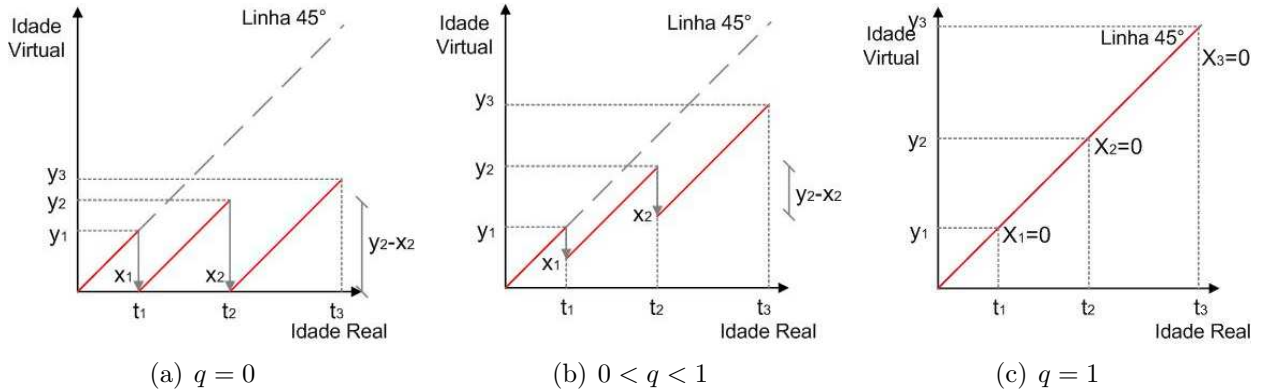


Figura 3.4.1: Relação entre a idade virtual e a idade real variando o parâmetro q .

Fonte: Adaptado de Jacopino (2005)

Kijima e Sumita (1986) propõem dois tipos de modelos de idade virtual². O primeiro deles (Equação 3.4.1) é comumente chamado de modelo Kijima tipo I e consiste fundamentalmente na idéia que o reparo atua apenas na falha que ocorre no intervalo de exposição imediatamente anterior ao reparo. Ou seja, assume-se que o i -ésimo reparo

²Para outros modelos veja Guo, Ascher e Love (2001).

não pode remover os danos ocorridos e acumulados antes da $(i-1)$ -ésima falha. Pode somente reduzir a idade adicional h_i em qh_i . Deste modo, considerando $x_0 = 0$, $q \sim cte$ e sendo $t_1, t_2, \dots$ tempos sucessivos de falha, a idade virtual do sistema sofre incrementos proporcionais com o tempo:

$$x_i = x_{i-1} + qh_i = qt_i \quad (3.4.1)$$

onde h_i é o tempo entre a ocorrência da $(i-1)$ -ésima e a i -ésima falha.

O modelo Kijima tipo II (Equação 3.4.2) assume que o reparo atua com o objetivo de recuperar o sistema das falhas decorrentes de todos intervalos anteriores de exposição, desde o início da operação do sistema. Ou seja, supõe-se que no i -ésimo reparo, a idade virtual esteve acumulada em $x_{i-1} + h_i$, o qual de forma recursiva representa a idade virtual após sucessivos reparos ao longo do tempo até o instante i . Assim, o i -ésimo reparo removerá os danos acumulados das falhas ocorridas durante o último tempo de exposição e precedentes, reduzindo a idade virtual em $q(x_{i-1} + h_i)$.

$$x_i = q(x_{i-1} + h_i) = q(q^{i-1}h_1 + q^{i-2}h_2 + \dots + h_i) \quad (3.4.2)$$

Pode-se observar na Equação 3.4.1, que para o cálculo da idade virtual de sistema em um instante i qualquer, é necessário apenas conhecer o tempo real t que o sistema possui até então, enquanto que para o modelo Kijima tipo II (Equação 3.4.2) é necessário conhecer todo o histórico de tempos de intervenções h_i , desde o início da operação do sistema, o que torna as aplicações do Kijima tipo II limitadas.

Os dois modelos guardam uma relação que os tornam mais apropriados a aplicações diferentes. Com relação a isso Jacopino, Groen e Mosleh (2004) demonstram que quando se aumenta muito o número de reparos sobre o sistema, a intensidade de falha varia muito entre os modelos Kijima tipo I e o Kijima tipo II (com exceção quando $q = 0$). Independente disso, os dois modelos, para um elevado número de reparos, o tempo operacional será aproximadamente zero, i.e., o equipamento falha imediatamente após ser reparado.

Porém, as funções do número acumulado de falhas que descrevem o comportamento dos modelos são distintas. O modelo Kijima tipo I tem uma forma próxima de um modelo exponencial ($y = a \exp(bt) + c$), enquanto que o Kijima tipo II é aproximadamente linear ($y = mt + c$).

Este comportamento é determinante para a escolha do modelo apropriado do sistema a ser modelado, já que o tipo de modelo escolhido deve representar o comportamento dos modos de falha do sistema. Os mesmos autores deduzem que, a partir disso, é possível fazer recomendações sobre a escolha do tipo de modelo, como segue:

1. Para sistemas complexos o modelo mais apropriado é o Kijima tipo II, e
2. Para componentes individuais o mais apropriado é Kijima tipo I.

Estas conclusões são confirmadas por autores como Mettas e Zhao (2005) que propõem a utilização do modelo Kijima tipo II como sendo um modelo mais apropriado do que o Kijima tipo I para analisar sistemas complexos.

Uma forma de ilustrar a diferença entre os modelos Kijima Tipo I e Tipo II, na Figura 3.4.2 é apresentada a relação entre a idade real e idade virtual x_i . Para tanto, foram simulados tempos de falha de acordo com um PNHP, e a partir disso foram obtidos tempos de idade virtual para alguns valores de q utilizando os dois tipos de modelos.

Nota-se na Figura 3.4.2 que a diferença entre os modelos Kijima Tipo I e Tipo II são pouco perceptíveis para um baixo valor de $q = 0,05$, Figura 3.2(a), o que representaria uma alta eficácia da manutenção, ou de outra forma a manutenção seria tão eficaz em seu reparo que pouco representaria a diferença entre um reparo localizado em um equipamento ou no sistema como um todo. Os tempos de idade virtual para os dois modelos tornam-se mais discrepantes quando se diminui a eficácia, $q = 0,50$, Figura 3.2(b). As idades virtuais tornam-se a se aproximar novamente, quando a manutenção torna-se muito ineficaz em suas ações, $q = 0,95$, ficando próximo de um reparo mínimo, Figura 3.2(c), indicando que o esforço da manutenção não é refletido em melhorias, seja em um equipamento ou em um sistema.

Vem de Kijima e Sumita (1986) que é possível avaliar o i -ésimo tempo esperado t de falha através da seguinte função de distribuição acumulada condicionada na idade virtual do equipamento imediatamente após o i -ésimo reparo:

$$F(h_i|x_{i-1}) = \frac{F(h_i + x_{i-1}) - F(x_{i-1})}{1 - F(x_{i-1})} \quad (3.4.3)$$

onde $F(t)$ é a função de distribuição acumulada do tempo até a primeira falha do equipamento.

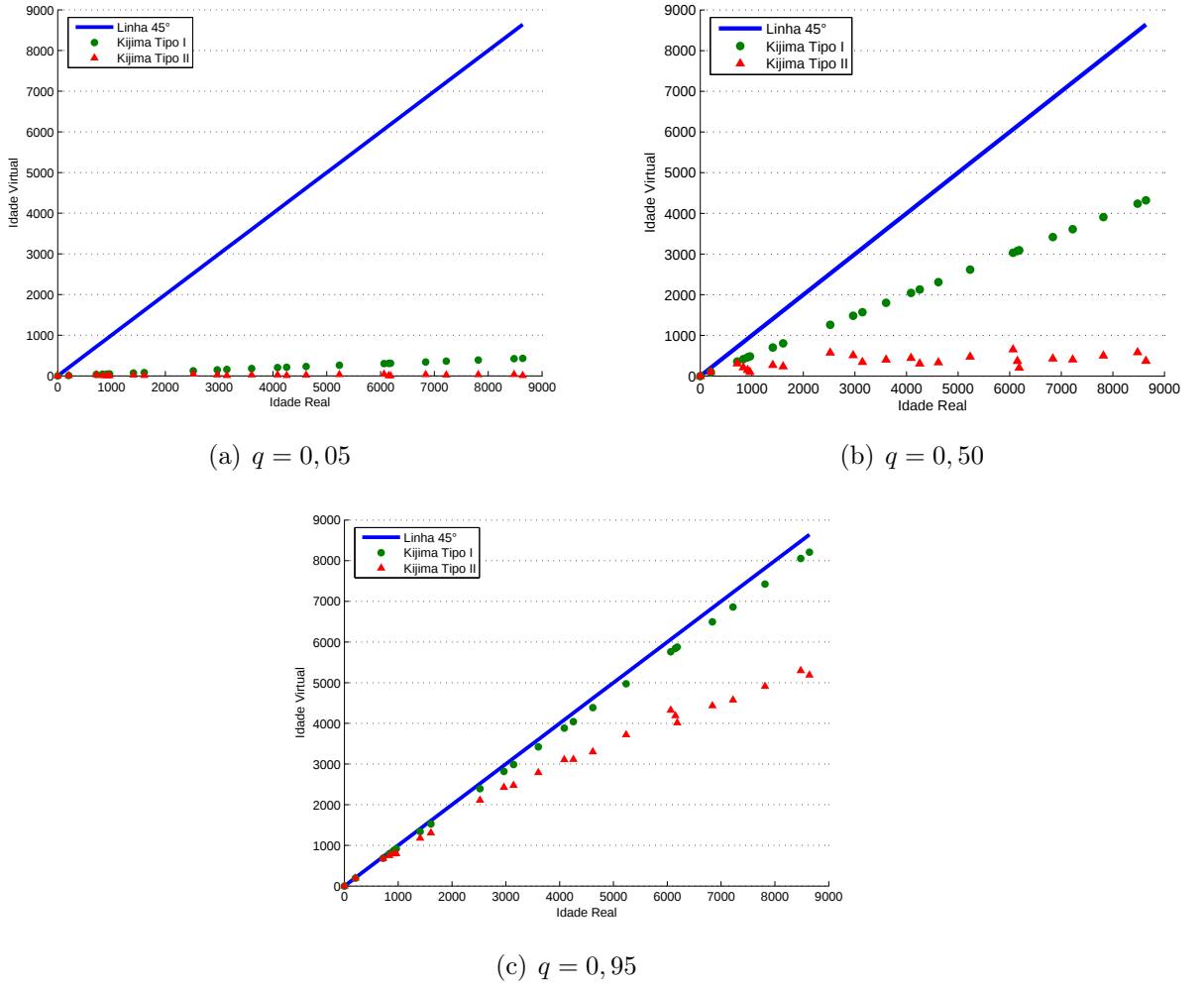


Figura 3.4.2: Relação entre o modelo Kijima tipo I e o tipo II na idade virtual (x_i) imediatamente após o i -ésimo reparo.

Assumindo, por exemplo, que os tempos entre falhas são distribuídos segundo uma distribuição Weibull³, sem perda de generalidade, o problema de estimação dos parâmetros do PRG consiste na estimação dos parâmetros de escala α e de forma β da distribuição Weibull e do parâmetro de rejuvenescimento q .

Uma abordagem da Equação 3.4.3, no caso da distribuição Weibull, é representada através da seguinte equação:

$$\begin{aligned}
 F(h_i|x_{i-1}, \alpha, \beta) &= F(t_i|x_{i-1}, \alpha, \beta, t_{i-1}) \\
 F(h_i|x_{i-1}, \alpha, \beta) &= 1 - \exp \left[\left(\frac{x_{i-1}}{\alpha} \right)^\beta - \left(\frac{h_i + x_{i-1}}{\alpha} \right)^\beta \right] \text{ para } i = 1, \dots, n \quad (3.4.4)
 \end{aligned}$$

onde x_i representa a idade virtual do sistema após o reparo no instante i e $x_0 = 0$. A

³Também podem ser apresentadas soluções baseadas nas distribuições Gamma e Lognormal.

quantidade x_i varia de acordo com o tipo de modelo de idade virtual adotado, dados pelas Equações 3.4.1 e 3.4.2.

Alguns métodos numéricos de resolução de tais parâmetros foram desenvolvidos, particularmente para o modelo Kijima Tipo I assumindo que o sistema reparável possui apenas um único modo de falha e que se tem certeza sobre o tempo exato de ocorrência da falha (inspeção perfeita). A Figura 3.4.3 representa uma relação entre os tempos de idade real e o tempo equivalente de idade virtual do sistema.

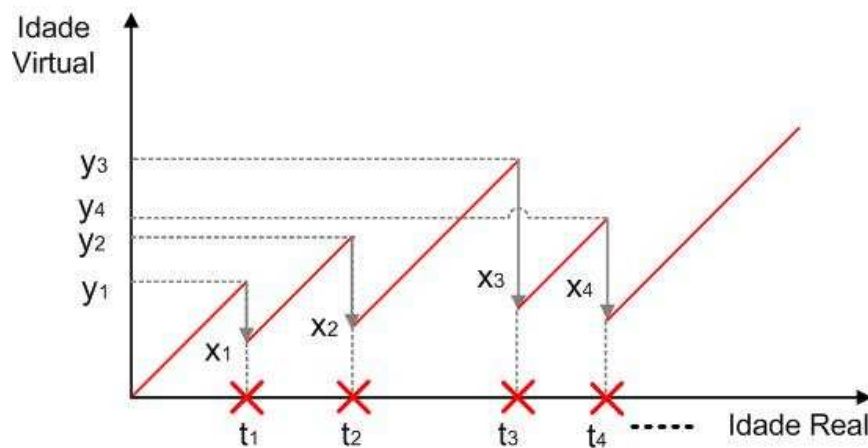


Figura 3.4.3: Diagrama do modelo de idade virtual para o caso de inspeção perfeita e um único modo de falha.

Fonte: Adaptado de Jacopino (2005)

Na Figura 3.4.3 o tempo t_i é o tempo exato de ocorrência da i -ésima falha. Presume-se que ocorra um reparo imediato o qual retorna o sistema a uma condição melhor do que antes da ocorrência da falha.

Dentre tais métodos de estimação dos parâmetros do PRG, pode-se citar o trabalho de Jack (1998) o qual desenvolve um método de estimação do parâmetro q para avaliação da eficácia da manutenção corretiva e preventiva, obtendo assim estimativas de eficácia em dois tipos distintos de atuação da manutenção. Contudo, o modelo considera que, quando ocorre uma manutenção preventiva, há uma redução na idade virtual equivalente a um PR, que é uma situação nem sempre verificada. O método de solução do modelo é através da utilização de Estimadores de Máxima Verossimilhança (EMVs) assumindo que os tempos entre falhas seguem uma distribuição Weibull. Além disso, Jack (1998) incorpora tais parâmetros para avaliação do intervalo ótimo de atuação da manutenção preventiva.

Kaminskiy e Krivtsov (1998) apresentam um método numérico de estimação dos parâ-

metros do PRG baseado em simulação Monte Carlo. Esta abordagem foi originalmente desenvolvida para o caso da indústria automobilística a qual comumente possui uma grande quantidade de dados completos observados de falha. A aplicação de tal método é inviável em contextos que possuem uma quantidade limitada de dados de falha os quais são necessários para avaliação da distribuição do tempo até a ocorrência da primeira falha. Além disso, métodos baseados em simulação Monte Carlo possuem um alto custo computacional.

Yañez, Joglar e Modarres (2002), percebendo as limitações do método numérico de estimação de Kaminskiy e Krivtsov (1998), desenvolveram uma solução baseada em EMVs para os parâmetros do PRG. A crítica a este modelo é a necessidade de dados completos de falha, ou seja, os tempos de falha necessitam ser observados por completo, logo não considera a utilização de dados censurados. Yañez, Joglar e Modarres (2002) reconhecem a dificuldade de utilizar tal método de estimação quando a quantidade de dados de falha é limitada.

Moura e Droguett. (2006) utilizam o método baseado em EMVs desenvolvido por Yañez, Joglar e Modarres (2002) para avaliar o grau de eficácia de equipes de manutenção que executam suas atividades em uma fábrica de produção de componentes automotivos. Cada equipe tem o objetivo de recuperar um equipamento quando falho de forma a melhorar seu desempenho em relação ao que ele possuía imediatamente antes de falhar. Neste caso, existia uma quantidade considerável de dados completos de falha, o que tornou possível a utilização do método desenvolvido por Yañez, Joglar e Modarres (2002).

Polezzi (2006) utiliza a técnica de *Bootstrap* para determinar um intervalo de confiança para os parâmetros do PRG, utilizando como base de estimação o método de Yañez, Joglar e Modarres (2002).

Mettas e Zhao (2005) questionam a aplicabilidade do modelo Kijima tipo I para sistemas reparáveis complexos e desenvolvem um modelo baseado em EMVs para solucionar o modelo Kijima tipo II, considerado também por Jacopino (2005) mais adequado para tratar de sistemas complexos.

Hurtado, Joglar e Modarres (2005) desenvolveram uma abordagem alternativa aos EMVs anteriormente citados, utilizando algoritmos genéticos.

No caso onde a quantidade de dados é bastante limitada, a utilização de métodos baseados em EMVs torna-se inviável e é necessário o desenvolvimento de modelos Bayesianos para avaliação dos parâmetros PRG. Estes métodos permitem a utilização de outras

fontes de dados de falha, como a opinião de especialistas, na formulação de uma função de distribuição de probabilidade. Yañez, Joglar e Modarres (2002) propõem a formulação básica em termos do paradigma Bayesiano de estimação das distribuições de probabilidade dos parâmetros do PRG, sem, contudo oferecer qualquer solução.

Neste sentido, Groen (2002) desenvolveu uma abordagem Bayesiana para estimação das distribuições de probabilidade dos parâmetros do PRG utilizando a metodologia Markov Chain Monte Carlo (MCMC), mais especificamente o algoritmo Metropolis-Hastings (veja Chib e Greenberg (1995)). Tal metodologia foi aplicada a um sistema reparável que possuía apenas um modo de falha e inspeção perfeita, como na Figura 3.4.3.

Jacopino (2005) resolveu o mesmo problema de Groen (2002) utilizando também um método da classe MCMC conhecido como Slice Sampling, veja Neal (2002) para maiores detalhes. Além disso, Jacopino (2005) estendeu o trabalho de Groen (2002) para os casos onde há incerteza sobre o tempo exato de ocorrência da falha, como por exemplo, no caso onde a falha ocorre entre dois intervalos de inspeção fixos (inspeção imperfeita) o que é conhecido como dados agrupados ou intervalares, veja Modarres (1999). Jacopino (2005) também trata o caso de modos de falha múltiplos dependentes, veja a Figura 3.4.4.

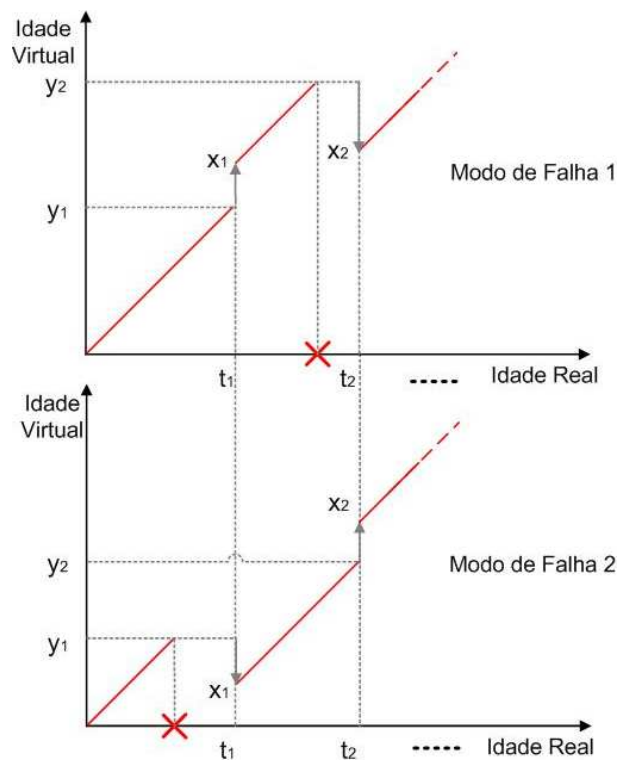


Figura 3.4.4: Diagrama do modelo utilizado por Jacopino (2005) para inspeção imperfeita e múltiplos modos de falha dependentes.

Fonte: Adaptado de Jacopino (2005)

No caso do modelo exemplificado na Figura 3.4.4 o reparo devido a ocorrência de um modo de falha interfere na ocorrência do outro modo de falha, seja para adiantar ou reduzir a idade virtual do outro modo de falha. Esta dependência é introduzida no modelo adicionando-se uma outra variável q a qual representa não só o efeito da manutenção no modo de falha (i.e no estado falho), mas também o efeito indireto nos outros modos de falha. Assim, cada efeito de modo de falha direto ou indireto requer um variável. Deste modo, para dois modos de falha dependentes e assumindo uma distribuição Weibull têm-se o seguinte conjunto de variáveis:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{MF1}; & \beta_{MF1}; & q_{MF1 \text{ Direto } Manut.}; & q_{MF1 \text{ Indireto } Manut.} \\ \alpha_{MF2}; & \beta_{MF2}; & q_{MF2 \text{ Indireto } Manut.}; & q_{MF2 \text{ Direto } Manut.} \end{bmatrix}$$

Jacopino (2005) presume o uso tempos incertos de falha, mas o mesmo autor propõe variações considerando tempos de falha exatos.

Tanto Groen (2002) quanto Jacopino (2005) não tratam do caso em que a base de dados de falha é composta, em parte, por dados censurados. O modelo bayesiano proposto no próximo capítulo tem o intuito de estender os trabalhos desenvolvidos por Groen (2002) e Jacopino (2005) no que diz respeito ao tratamento de dados censurados.

4 MODELO PROPOSTO

4.1 Introdução

Neste capítulo é proposto um modelo para análise de sistemas reparáveis sujeitos a processos de reparo imperfeito, ou seja, quando o processo de renovação de manutenção retorna o sistema para uma condição intermediária e não necessariamente “tão bom quanto novo” ou “tão ruim quanto velho”.

O modelo baseia-se em processos Markovianos para avaliar o comportamento dinâmico de sistemas, onde as probabilidades de transição são passíveis de serem modeladas a partir de diversos outros modelos estocásticos. Porém, será dado um maior enfoque no desenvolvimento do que foi exposto no capítulo anterior sobre o PRG, para modelar as probabilidades de transição de falha de um sistema. Desta forma, para viabilizar o uso do PRG, inicialmente será proposto e discutido um procedimento para estimação dos parâmetros do PRG a partir de dados de falha passíveis de censura e escassez, múltiplos modos de falha independentes e tempos incertos de ocorrência de falha. Tal procedimento (equações) utilizará a metodologia Bayesiana de estimação, as quais serão resolvidas numericamente através da abordagem MCMC, mais especificamente utilizando o algoritmo Metropolis Hastings.

4.2 Modelo de Inferência Bayesiana para o PRG

Assumindo que os tempos entre falhas seguem uma distribuição arbitrária como a *Weibull*, por exemplo, vários modelos de estimação dos parâmetros do PRG foram desenvolvidos, grande parte dos quais baseados em EMVs. Tais modelos exigem uma quantidade considerável de dados de falha os quais são muito difíceis de serem obtidos, principalmente em sistemas altamente confiáveis.

No caso do modelo de estimação proposto, as observações t_i , correspondem a intervalos consecutivos entre manutenções, podendo ser preventivas ou corretivas.

Presume-se que a manutenção atua de forma a evitar a ocorrência do evento indesejável, promovendo melhorias no sistema e assim reduzindo a idade virtual a cada intervenção trazendo o sistema a uma condição melhor do que antes do reparo. No caso da manu-

tenção preventiva, é possível que não seja verificada nenhuma falha, neste caso diz-se que houve censura, mesmo assim o sistema sofrerá um reparo para prevenir a ocorrência de futuras falhas, pelo menos até o próximo tempo de inspeção.

No caso de ter ocorrido uma falha durante o intervalo de exposição, a manutenção corretiva é acionada. Porém por limitações tecnológicas ou de custo, não há como precisar o tempo de ocorrência do evento falho. Sendo assim, para simular esta condição, utiliza-se um procedimento de amostragem de um tempo de falha t'_i no i -ésimo intervalo de exposição condicionado à idade virtual x_{i-1} . Assim, $F(t_{i-1} < t'_i < t_i | x_{i-1})$ tal que, $i = 1, \dots, n$, $t_0 = 0$, onde n é o número de intervenções realizadas. Assim, é proposto o esquema mostrado na Figura 4.2.1.

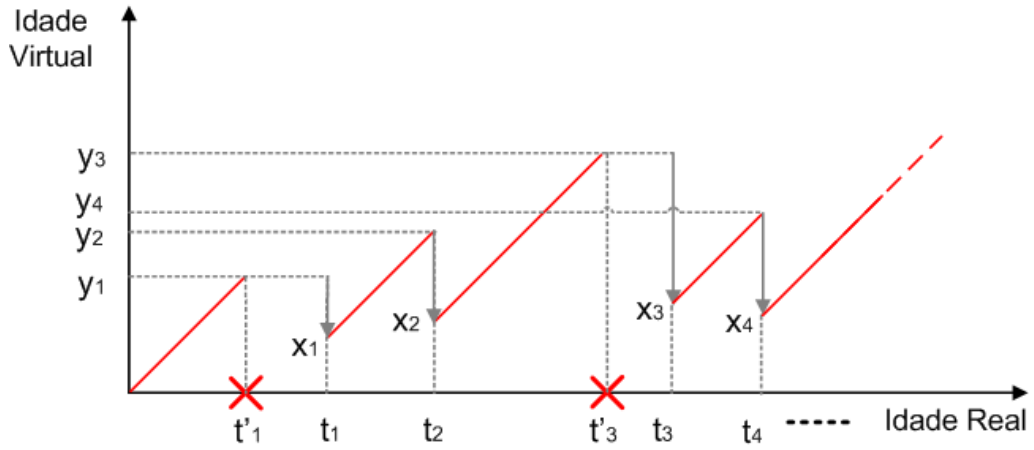


Figura 4.2.1: Diagrama do modelo de análise de idade virtual com censura.

A Figura 4.2.1 descreve a relação entre a idade real, eixo das abscissas, e a idade virtual, eixo das ordenadas, onde a idade real transcorre de acordo com a contagem cronológica (tempo de relógio). À medida que o tempo passa, a falha irá ocorrer em algum momento, porém, como não se sabe em qual o momento exato, diz-se que o tempo de falha é incerto. No momento em que a falha ocorre, a idade virtual do equipamento sofre uma pausa, ou seja, presume-se não há deterioração ou melhoria, que possa influenciar no tempo de idade virtual, até que ocorra uma inspeção capaz de retornar o sistema a operação.

Em cada inspeção em t_i é verificado se ocorreu ou não a falha. Independente disso, o sistema sofrerá algum tipo de reparo. É assumido que este retorna o sistema a uma condição intermediária qualquer aos reparos perfeito e mínimo.

A representação do modelo é para um modo de falha, contudo não há qualquer restrição para a análise de vários modos de falha, desde que a ocorrência de um modo de falha

não interfira na ocorrência de outro modo de falha. Assim, presume-se modos de falha independentes.

Modelos de estimação Bayesianos permitem uma análise consistente, quando é escassa a experiência de falha sobre o sistema. Tal metodologia permite que outras fontes de informação de dados de falha, como a opinião de especialistas e dados censurados, sejam agregadas com o objetivo de se avaliar a distribuição de incerteza sobre algum parâmetro de interesse. Além disso, permite que atualizações do nível de conhecimento do especialista sejam executadas à medida que novas informações são disponibilizadas.

4.2.1 Inferência Bayesiana

A utilização da análise Bayesiana em confiabilidade permite ao analista usar informação de fontes alternativas de dados de falha, tais como *handbooks* de confiabilidade e opiniões de especialistas na estimação de uma distribuição de incerteza para algum parâmetro de interesse. Para tal parâmetro, os resultados podem ser sistematicamente atualizados quando novas informações tornam-se disponíveis através do uso do Teorema de Bayes (BERNARDO; SMITH, 1994). O qual, para variáveis aleatórias contínuas, segue como:

$$\pi(\theta|E) = \frac{L(E|\theta)\pi_0(\theta)}{\int_{\theta} L(E|\theta)\pi_0(\theta)d\theta} \quad (4.2.1)$$

onde θ representa algum parâmetro de interesse, tal como o parâmetro q de rejuvenescimento do PRG, o qual presume-se possuir um comportamento probabilístico, uma vez que não se pode inferir de forma determinística acerca do modo como são executados os procedimentos de manutenção na prática.

A função $\pi_0(\theta)$ é a distribuição a priori em θ , representando a informação disponível ao analista acerca do parâmetro de interesse antes de observar a nova evidência E . A função $L(E|\theta)$ é conhecida como a função de verossimilhança que convencionalmente está na forma de dados empíricos, como dados de falha de campo. Entretanto, outras fontes de informação também podem ser usadas como, por exemplo, a opinião de especialistas e dados parcialmente relevantes, veja, por exemplo, Droguett e Mosleh (2006). A função $\pi(\theta|E)$ é a distribuição a posteriori e constitui o estado de conhecimento do analista após a observação da evidência E .

4.2.2 Função de Verossimilhança

Procedimentos de inferência estatística sejam eles clássicos ou Bayesianos, envolvem o desenvolvimento de uma função de verossimilhança. A flexibilidade de tal função determina a flexibilidade do procedimento de inferência estatística em termos de sua aplicabilidade à coleta de diferentes tipos de dados de falha.

A função de verossimilhança $L(E|\theta)$, a qual segue na Equação 4.2.7, segue uma distribuição de *Weibull* e especifica a probabilidade de se observar a evidência E dado que os parâmetros $\theta = (\alpha, \beta, q)$ são os reais parâmetros do modelo. Neste caso, a evidência E é composta por realizações do tempo de exposição $h_i = t_i - t_{i-1}$ e o número observado de falhas k_i dentro do i -ésimo intervalo de exposição h_i .

Groen (2002) propõe uma equação integral que representa a função de verossimilhança para um PRG, onde os limites de integração refletem o intervalo de tempo no qual cada falha se evidencia. No mesmo trabalho é proposto um algoritmo baseado em simulação Monte Carlo para solucionar a verossimilhança. Jacopino (2005) por sua vez estende o trabalho de Groen (2002) para o caso de inspeção imperfeita e múltiplos modos de falha dependentes. O desenvolvimento matemático da função de verossimilhança a seguir foi retirado do trabalho de Groen (2002).

Seja t o tempo de exposição acumulado, e $k(t)$ o número acumulado de falhas até e em t , a verossimilhança corresponde à seguinte probabilidade.

$$P[k(t_1) = k_1 \cap \dots \cap k(t_n) = k_n | \alpha, \beta, q] \quad (4.2.2)$$

Cada evento de falha influencia na probabilidade futura de haver um outro evento de falha em seguida, portanto, não é correto supor independência entre estes eventos.

$$P[k(t_1) = k_1 \cap \dots \cap k(t_n) = k_n | \alpha, \beta, q] \neq \prod_{i=1}^n P[k(t_i) = k_i | \alpha, \beta, q] \quad (4.2.3)$$

A probabilidade de ocorrer um evento falho antes de ou em t , que segue um PRG, pode ser descrito pela seguinte integração:

$$P(k(t) = 1) = \int_0^t \int_t^\infty f(\tau_2 | \alpha, \beta, q, \tau_1) \cdot f(\tau_1 | \alpha, \beta, q) d\tau_2 \cdot d\tau_1 \quad (4.2.4)$$

onde existe uma probabilidade de ocorrer uma outra falha após t .

Da mesma forma, a probabilidade de ocorrer dois eventos falhos antes de ou em t :

$$P(k(t) = 2) = \int_0^t \int_{\tau_1}^t \int_t^\infty f(\tau_3|\alpha, \beta, q, \tau_2, \tau_1) \cdot f(\tau_2|\alpha, \beta, q, \tau_1) \cdot f(\tau_1|\alpha, \beta, q) d\tau_3 \cdot d\tau_2 \cdot d\tau_1 \quad (4.2.5)$$

onde a segunda falha ocorre após a primeira, porém antes de t , enquanto que a terceira falha ocorrem em algum momento após t .

Finalmente, quando o número de falhas é conhecido em mais de um ponto no tempo. Considerando que a princípio sabe-se que uma das falhas ocorre em t_1 e a segunda entre t_1 e t_2 . A função de verossimilhança segue desta forma:

$$P(k(t_1) = 1 \cap k(t_2) = 2) = \int_0^{t_1} \int_{t_1}^{t_2} \int_{t_2}^\infty f(\tau_3|\alpha, \beta, q, \tau_2, \tau_1) \cdot f(\tau_2|\alpha, \beta, q, \tau_1) \cdot f(\tau_1|\alpha, \beta, q) d\tau_3 \cdot d\tau_2 \cdot d\tau_1 \quad (4.2.6)$$

Com o objetivo de estender os trabalhos de Groen (2002) e Jacopino (2005) no que diz respeito à possibilidade de tratamento de dados censurados, é proposta aqui a seguinte função de verossimilhança, onde ao contrário dos modelos propostos por Groen (2002) e Jacopino (2005), aqui é permitido que o número observado de falhas k_i seja nulo, o que corresponde a uma realização de tempo de falha censurado. Por indução, das Equações 4.2.4, 4.2.5 e 4.2.6 teremos a seguinte função de verossimilhança genérica:

$$\hat{L}(E|\alpha, \beta, q) = \int_0^{t_1} \dots \int_{t_{n-1}}^{t_n} \prod_{i=1}^n f(\tau_i|\alpha, \beta, q, \tau_{i-1}) d\tau_n \dots d\tau_1 \quad (4.2.7)$$

onde τ_i é o instante de ocorrência do i -ésimo evento de manutenção corretiva (dado de falha completo) ou preventiva (dado censurado), $\tau_0 = 0$ e n é o número de eventos observados.

Groen (2002) demonstrou que a função $f(\tau_i|\cdot)$ pode ser representada como:

$$f(\tau_i|\alpha, \beta, q, \tau_{i-1}) = \frac{1}{P_W(\tau_i - \tau_{i-1} + x_{i-1}|\alpha, \beta)} \cdot f_W(\tau_i - \tau_{i-1} + x_{i-1}|\alpha, \beta) \quad (4.2.8)$$

onde, $P_W(\cdot)$ representa a probabilidade de ocorrer ou não uma ou mais falhas no intervalo de tempo observado. Neste sentido é proposta a seguinte forma de cálculo para possibilitar

a análise de dados censurados:

$$P_W(\cdot) = \begin{cases} F(\cdot), & \text{caso } k_i \geq 1; & (\text{Falha}) \\ 1 - F(\cdot), & \text{caso } k_i = 0 & (\text{Censura}) \end{cases}$$

A escolha o cálculo da probabilidade $F(\cdot)$ será determinado de acordo com a idade virtual x_{i-1} a qual é dependente da escolha apropriada do modelo Kijima tipo I ou tipo II. Logo $F(\cdot)$ pode ser descrita como:

$$F(h_i|\alpha, \beta, x_{i-1}) = 1 - \exp \left[\left(\frac{x_{i-1}}{\alpha} \right)^\beta - \left(\frac{h_i + x_{i-1}}{\alpha} \right)^\beta \right] \text{ para } i = 1, \dots, n \quad (4.2.9)$$

onde $x_0 = 0$.

$f_W(\cdot)$ corresponde à PDF da distribuição Weibull.

$$\begin{aligned} f_W(h_i|\alpha, \beta, x_{i-1}) &= \frac{d}{dh_i} \left\{ 1 - \exp \left[\left(\frac{x_{i-1}}{\alpha} \right)^\beta - \left(\frac{h_i + x_{i-1}}{\alpha} \right)^\beta \right] \right\} \\ &= \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{h_i + x_{i-1}}{\alpha} \right)^{\beta-1} \cdot \exp \left[\left(\frac{x_{i-1}}{\alpha} \right)^\beta - \left(\frac{h_i + x_{i-1}}{\alpha} \right)^\beta \right] \end{aligned} \quad (4.2.10)$$

A função de verossimilhança acima descrita é incorporada ao modelo de inferência através de uma solução via Monte Carlo, onde basicamente procura-se representar o comportamento dos tempos de falha, considerando os parâmetros que descrevem este modelo como verdadeiros e representar as condições de censura através da probabilidade de não ter ocorrido uma falha no tempo de exposição observado. Sua forma algorítmica pode ser vista no Apêndice A.

4.2.3 Distribuição a Priori

A distribuição a priori modela o conhecimento do especialista antes que novas evidências tornem-se disponíveis, as quais correspondem neste caso a realizações de tempos entre falhas e que são modeladas pela função de verossimilhança.

No caso específico, a distribuição a priori deve refletir o conhecimento do especialista a respeito dos dois parâmetros da distribuição Weibull (α e β) além do parâmetro específico do PRG (q). Inicialmente presume-se que o especialista possua distribuições a priori $\pi_0(\cdot)$, de cada parâmetro, independentes, pelo menos até que se obtenha uma distribuição a posteriori e se atualize o conhecimento acerca dos parâmetros. Logo, tem-se o seguinte

produtório:

$$\pi_0(\alpha, \beta, q) = \pi_0(\alpha) \cdot \pi_0(\beta) \cdot \pi_0(q) \quad (4.2.11)$$

Foram adotadas as seguintes distribuições a priori de cada parâmetro, a partir do trabalho de Jacopino (2005), que por sua vez são as mesmas do trabalho de Groen (2002), com exceção do parâmetro α .

$$\pi_0(\beta) = \frac{1}{\beta} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln \beta - \mu}{\sigma} \right)^2 \right] \cdot I_B(\beta), \quad B = [0, \infty) \quad (4.2.12)$$

$$\pi_0(\alpha) = I_A(\alpha), \quad A = [0, \infty) \quad (4.2.13)$$

$$\pi_0(q) = I_Q(q), \quad Q = [0, 1] \quad (4.2.14)$$

onde I é uma função que assume valor unitário dentro do intervalo especificado e nulo caso contrário.

A Equação 4.2.12 é uma distribuição imprópria¹ definida a partir de uma distribuição Lognormal modificada (sem os parâmetros de normalização $\sqrt{2\pi}\sigma$), onde μ e σ são seus parâmetros que correspondem a média e ao desvio padrão do parâmetro β , respectivamente. Como, neste caso, a distribuição a priori é paramétrica, o problema de estimação é reduzido a estimar seus parâmetros μ e σ tal que cada par (μ, σ) especifica uma única função $\pi_0(\beta)$.

Basicamente, o processo de determinação dos parâmetros da distribuição a priori consiste na elicitacão de opiniões de especialistas em relação a medidas de tendência central acerca dos parâmetros de interesse (μ, σ) . Essas medidas darão a forma da distribuição a qual reflete o nível de credibilidade da opinião do especialista acerca do parâmetro de interesse. Cooke (1991) e Ayyub (2001) apresentam métodos com este objetivo. Um modelo mais específico é o algoritmo desenvolvido em Droguett e Mosleh (2002), onde o analista fornece estimativas iniciais em termos do valor central e a extensão da variabilidade na distribuição de variabilidade populacional e estas estimativas tomam a forma de distribuições Lognormal.

No caso da Equação 4.2.13 a distribuição a priori para o parâmetro α é definida como uma distribuição uniforme imprópria, dentro do espaço $(0, \infty)$. Uma vez que, diferente-

¹Trata-se de distribuições que possuem uma descontinuidade infinita, ou seja, não possuem um intervalo limitado.

mente do parâmetro β , o parâmetro α pode assumir valores dentro de um intervalo maior, a depender do sistema em análise e principalmente dos tempos médios de ocorrência da falha. A variação do parâmetro α tem o mesmo efeito na distribuição que uma mudança de escala na abscissa.

A priori do parâmetro q (Equação 4.2.14), é considerada uma distribuição uniforme no intervalo definido $0 \leq q \leq 1$. Observa-se que o intervalo exclui a possibilidade de um “reparo melhor” ou “reparo pior”.

Deve-se observar que as distribuições a priori para os parâmetros α e q são distribuições não informativas, no sentido que representam a ausência de informação acerca de um provável valor, e desta forma, são representadas por realizações equiprováveis dentro do espaço em que os parâmetros são definidos. No caso da distribuição a priori do parâmetro β , por se tratar de um quantidade de mais fácil compreensão, uma vez que está relacionada ao nível de deterioração que o sistema sofre (veja a Tabela 2.6.1), então o grau de informação será maior quanto menor for a incerteza sobre o real valor do parâmetro β .

4.2.4 Distribuição a Posteriori

De acordo com o teorema de Bayes para variáveis aleatórias contínuas, a distribuição a posteriori para os parâmetros do PRG segue das Equações 4.2.7 e 4.2.11 as quais representam a função de verossimilhança e a distribuição a priori, respectivamente. Para os conjuntos definidos de cada parâmetro $\alpha \in A$, $\beta \in B$ e $q \in Q$, tem-se:

$$\pi(\alpha, \beta, q|E) = \frac{L(E|\alpha, \beta, q)\pi_0(\alpha, \beta, q)}{\int_Q \int_B \int_A L(E|\alpha, \beta, q)\pi_0(\alpha, \beta, q)d\alpha d\beta dq} \quad (4.2.15)$$

onde E representa o conjunto de evidências disponível na forma de dados de falha, sejam estes completos ou censurados.

A avaliação analítica da distribuição a posteriori dada pela Equação 4.2.15 é intratável, já que a função de verossimilhança e a distribuição a priori não formam um par conjugado. É necessário, portanto, o uso de um dos métodos numéricos como, por exemplo, da classe Markov Chain Monte Carlo (MCMC).

4.2.5 Markov Chain Monte Carlo

Trata-se de uma classe de algoritmos utilizados para amostrar ou, em outras palavras, atualizar o conhecimento sobre qualquer distribuição em um estado de dimensão finito especificado por uma densidade não normalizada. Para isso, faz uso dos métodos de integração via Monte Carlo baseados em Cadeia de Markov, onde o estado da cadeia, após um número grande de iterações, é usado como uma amostra da distribuição meta. A qualidade da estimação está diretamente relacionada ao número de iterações realizadas.

Integração Monte Carlo: A abordagem Monte Carlo foi desenvolvida para calcular através de métodos de simulação estocástica, o valor de integrais definidas complexas. Suponha que desejamos calcular a seguinte integral definida complexa:

$$\int_a^b h(x)dx \quad (4.2.16)$$

Se for possível decompor $h(x)$ em um produto de uma função $f(x)$ e uma densidade de probabilidade $p(x)$ definida sobre o intervalo (a, b) , então tem-se:

$$\int_a^b h(x)dx = \int_a^b f(x)p(x)dx = E_{p(x)}[f(x)] \quad (4.2.17)$$

Então, a integral de $h(x)$ pode ser expressa como o valor esperado de $f(x)$. Logo, se forem amostrados um grande número de amostras de uma variável aleatória x a partir de uma densidade $p(x)$, tem-se:

$$\int_a^b h(x)dx = E_{p(x)}[f(x)] \simeq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i) \quad (4.2.18)$$

O método MCMC mais conhecido e utilizado é o *Gibbs Sampler* (GEMAN; GEMAN, 1984). Entretanto, tal método exige a distribuição de probabilidade condicional para gerar amostras da distribuição meta. Porém, o método MCMC que será utilizado aqui para avaliar a distribuição a posteriori é o *Metropolis Hastings* (M-H) (HASTINGS, 1970). Este método necessita apenas que a densidade possa ser calculada a cada x a partir de distribuições candidatas. Uma referência sobre M-H e outros métodos da classe MCMC, veja Gilks, Richardson e Spiegelhalter (1996).

Algoritmo Metropolis Hastings: O Algoritmo Metropolis Hastings permite que se possa obter amostras a partir de qualquer distribuição de probabilidade $\pi(X)$. O algoritmo funciona a partir de uma Cadeia de Markov onde cada estado $X^{(j)}$ depende apenas do estado anterior $X^{(j-1)}$.

A idéia do M-H é bastante intuitiva e pode ser representada em forma de um pseudo-código da seguinte forma:

```

Repetir enquanto  $j \leq N$  {
    Amostre uma candidata  $Y$  a partir de  $k(\cdot|X^{(j)})$ ;
    Amostre uma v.a.  $U$  de uma Distribuição Uniforme(0,1);
    Se  $U \leq g(X^{(j)}, Y)$  {
         $X^{(j+1)} = Y$ 
         $j = j + 1$ 
    }
    Se não {
         $X^{(j+1)} = X^{(j)}$ 
    }
}

```

onde N é o número de amostras; X é uma variável aleatória constituída por uma combinação de valores dos parâmetros $[\alpha, \beta$ e $q]$ do PRG; U é uma variável aleatória com valores no intervalo entre 0 e 1, inclusive; quando o processo se encontra no estado corrente X amostra-se prováveis valores para o estado candidato Y de acordo com a densidade $k(X, \dots)$, denominada distribuição geradora de candidatas, tal distribuição requer a especificação dos parâmetros de localização e de escala e este processo é conduzido em geral através de processos de simulação (HASTINGS, 1970); os valores gerados são distribuídos de acordo com a distribuição meta $\pi(\cdot)$ com probabilidade $g(X, Y)$ dada pela Equação 4.2.19, que representa a probabilidade de deslocamento da cadeia do estado corrente X para o estado candidato Y .

$$g(X|Y) = \min \left(1, \frac{\pi(Y) \cdot k(X|Y)}{\pi(X) \cdot k(Y|X)} \right) \quad (4.2.19)$$

A distribuição candidata $(X|Y)$ utilizada neste modelo foi inicialmente proposta por Groen (2002) e é caracterizada como um passeio aleatório de uma cadeia gerada a partir de um espaço transformado de parâmetros $S = (x, y, z)$. Tal procedimento é apresentado com um maior detalhamento no Anexo A.

A distribuição a posteriori não normalizada utilizada no algoritmo M-H é o produto entre a verossimilhança estimada e a distribuição conjunta (Equação 4.2.11) dos parâmetros, ou seja:

$$\pi(X) = \pi(\alpha, \beta, q|E) \propto \hat{L}(E|\alpha, \beta, q) \cdot \pi_0(\alpha, \beta, q) \quad (4.2.20)$$

O método MCMC descrito aqui será utilizado para amostrar e estimar os parâmetros α, β e q do PRG. Após a execução do algoritmo será possível avaliar a distribuição a posteriori de tais parâmetros de forma a atualizar o conhecimento do especialista sobre os mesmos.

4.3 Modelo proposto para análise de disponibilidade de sistemas reparáveis

A idéia inicial deste modelo é possibilitar a ampliação da forma de análise de sistemas reparáveis sujeitos a reparos imperfeitos, mas que não são apenas “tão bons quando novos” ou “tão ruim quanto velhos”. O modelo permite também representar uma condição de reparo “pior do que novo, mas melhor do que velho”. O PRG tem a característica de permitir uma generalização das classes de processos tradicionalmente mais usados, viabilizando a proposta inicial.

Na seção anterior foi proposto um modelo para estimação dos parâmetros do PRG, mas ainda resta um outro modelo que seja flexível o bastante para permitir a representação de sistemas complexos e que seja robusto o bastante para permitir a inclusão de diversas classes de processo estocástico, tal como o PRG, PR ou PNHP.

Visando isso, nesta seção é proposto um modelo de simulação de Processos Markovianos, onde as probabilidades de transição são representadas por classes de processos estocásticos variados, inclusive o PRG.

A modelagem irá permitir apoiar a decisão na escolha de políticas de manutenção mais eficazes, através da obtenção de métricas de confiabilidade, como disponibilidade média

ou número de visitas ao estado falho, por exemplo. Além de ser uma forma de observar o comportamento do sistema no tempo sem com isso assumir os riscos da ocorrência dos eventos indesejáveis. Para maiores detalhes sobre a abordagem Markoviana, veja a Seção 2.8.

Esta proposta de análise de sistemas reparáveis utilizando Processos Markovianos através de Processos de Renovação Generalizados introduz uma forma de análise, até então, não observada na revisão bibliográfica de sistemas reparáveis realizada nesta dissertação.

Existem duas formas de tratamento de modelos baseados em Processos Markovianos. Neste contexto, é necessário definir o tipo de abordagem a ser utilizada, cuja escolha depende do tipo sistema em estudo e o comportamento da falha. Cabe ressaltar que este modelo não tratará de sistemas tolerantes à falha, ou seja, quando o tempo que um componente do sistema permanece falho determina ou não a falha do sistema. Neste caso é mais apropriado a utilização de processos semi-Markoviano, veja Howard (1971b). Em geral têm-se as seguintes formas:

- Homogêneo: Onde a ocorrência de eventos futuros depende apenas do estado presente e não do histórico de ocorrências sofridas pelo sistema. É comum o uso do termo “taxa de falha” onde a probabilidade de transição segue uma distribuição exponencial com taxa constante no tempo. De uma forma mais prática, diz-se que o sistema não apresenta um processo de degradação ou de melhoria;
- Não Homogêneo: Do mesmo modo que o caso homogêneo o estado futuro depende apenas no estado presente do sistema. Porém, neste caso, a probabilidade de falha passa a ser variável no tempo. É mais utilizada em sistemas que podem deteriorar ou até mesmo melhorar de acordo com o tempo e exposição;

O uso de processos Markovianos Homogêneos restringem as aplicações em Engenharia de Confiabilidade, a medida que não é capaz de representar adequadamente o comportamento variável da falha com o tempo, situação bastante verificada em sistemas mecânicos que sofrem processos de deterioração. De outra forma, os processos Markovianos Não Homogêneos são capazes de representar uma gama maior de comportamentos da falha, inclusive a condição de taxa de falha constante a qual caracteriza o comportamento de processos Homogêneos.

É importante observar que o tempo de reparo é passível de ser modelado de forma geral, podendo ser descrito por uma distribuição exponencial, por exemplo, uma vez que

se procura representar o tempo em reparo, que, em princípio, é independente do histórico de ocorrências de falha. O efeito do reparo no desempenho do sistema, por sua vez, será refletido em termos de ocorrência da próxima falha. Este último efeito é modelado por um PRG.

O modelo permite a utilização de distribuições paramétricas (Exponencial, Weibull, Lognormal, etc.) ou distribuições não-paramétricas². Distribuições discretas também podem ser utilizadas para descrever as probabilidades de transição entre os estados.

A solução de modelos Markovianos que possuem mais de dois estados é uma tarefa por vezes complexa e trabalhosa, necessitando do uso de alguma ferramenta que apóie sua aplicação. Pensando nisso, é proposto um algoritmo baseado em simulação Monte Carlo na Figura 4.3.1 para solução de cadeias de Markov n -dimensionais não necessariamente homogêneas com suporte a classes de modelos estocásticos variados, inclusive o PRG.

No caso do algoritmo mostrado na Figura 4.3.1 primeiramente o usuário estrutura a cadeia, definindo os estados e as transições, bem como as distribuições que irão descrever estas transições, a seguir define-se o tipo de análise ou processo estocástico a ser utilizado PR, PNHP, PRG, etc. Define-se, o tempo de missão ou tempo em que se planeja expor o sistema à operação. A seguir o algoritmo amostrará um valor uniforme $U(0,1)$ e, de acordo com a inversa das distribuições de probabilidade definidas (assumindo que as mesmas possuem inversa), obtém-se os tempos de ocorrência dos possíveis eventos de transição. Será escolhido o menor tempo dentre o conjunto amostrado e caso seja menor do que o tempo de missão muda-se de estado.

Da mesma forma, amostra-se um valor uniforme $U(0,1)$ de acordo com a distribuição utilizada para descrever o processo de reparo, e desta forma obter o tempo de conclusão do mesmo. Caso o somatório dos tempos em operação e o tempo de reparo sejam menores do que o tempo de missão, repete-se todo este procedimento até que o somatório dos tempos superem o tempo de missão.

Este procedimento deve ser repetido um número n de vezes grande o suficiente e, ao final, utiliza-se as médias das medidas de interesse como forma de expressar o comportamento esperado do sistemas modelado.

Para maiores detalhes sobre a implementação utilizada, no Apêndice B é detalhado um algoritmo para cálculo das probabilidades de estado, considerando um processo de

²Difere da distribuição paramétrica, pois não possui uma estrutura de modelo especificada a priori, mas sim definida a partir dos dados.

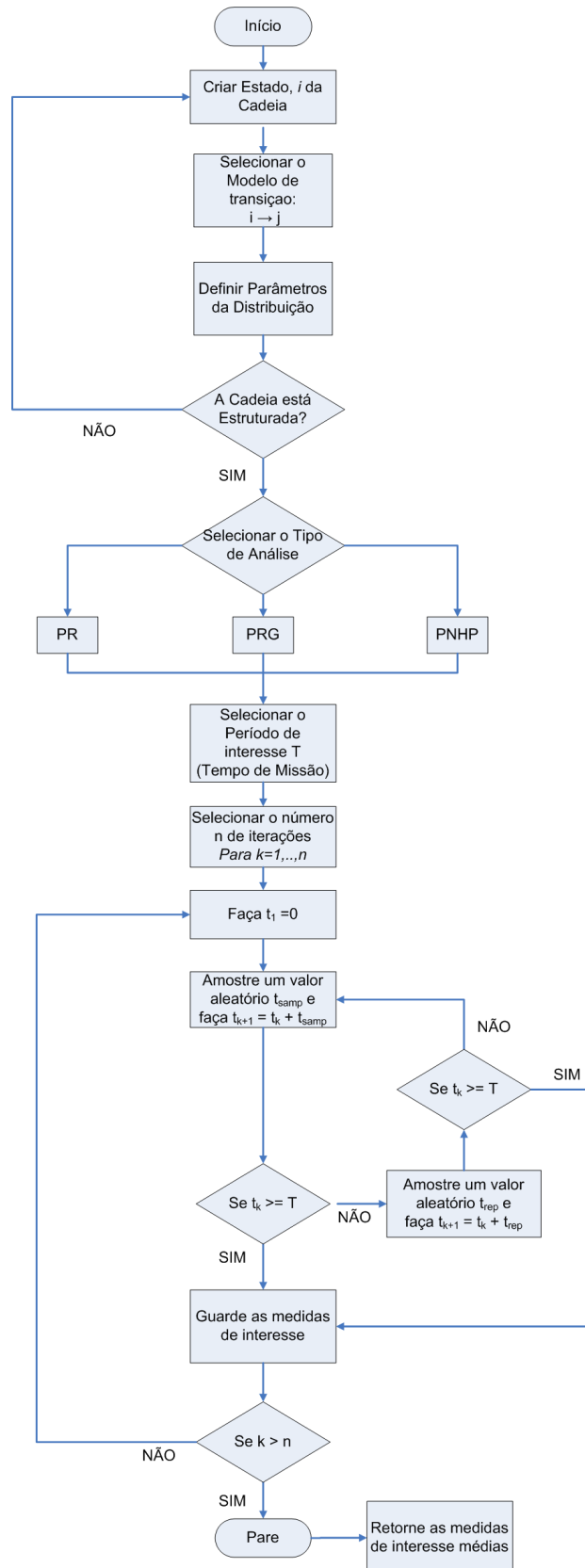


Figura 4.3.1: Fluxograma do modelo proposto.

markov não-homogêneo como forma de se obter algumas métricas de interesse, como a disponibilidade média.

4.3.1 Validação

A fim de validar o modelo proposto foi elaborado um exemplo de um sistema em série formado por dois equipamentos, apresentada na Tabela 4.3.1 e em sua forma gráfica na Figura 4.3.2.

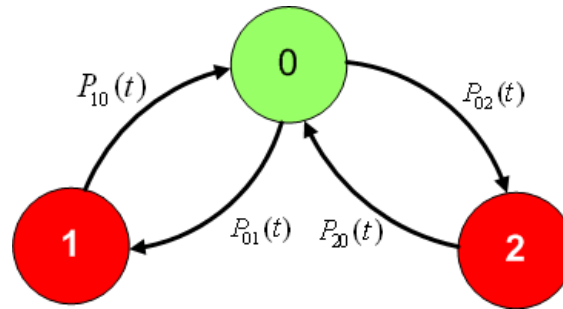


Figura 4.3.2: Diagrama de Markov para um sistema em série

Tabela 4.3.1: Exemplo de um sistema em série

Estado	Equipamento 1	Equipamento 2	Estado do Sistema
0	Operacional	Operacional	Disponível
1	Falho	Operacional	Indisponível
2	Operacional	Falho	Indisponível

Para fins de validação do modelo proposto, o algoritmo proposto no Apêndice B foi implementado em linguagem de programação C++, onde, para o caso do exemplo da Tabela 4.3.1, foi feita a comparação do modelo proposto, no caso de um processo Markoviano Homogêneo, com um solução via diferenças finitas do sistema de equações.

Neste caso, as probabilidades de transição ($P_{ij}(t)$) são equivalentes à distribuições exponenciais com taxa de falha constante ($e^{-\lambda_{ij}}$), logo, possuem a propriedade de perda de memória. A seguir é apresentada a matriz infinitesimal utilizada.

$$T = \begin{bmatrix} \lambda_{00} & \lambda_{10} & \lambda_{20} \\ \lambda_{01} & \lambda_{11} & \lambda_{21} \\ \lambda_{02} & \lambda_{12} & \lambda_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0,25 & 0,125 \\ 0,002 & 0 & 0 \\ 0,0015 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Na Figura 4.3.3 os valores de disponibilidade média calculada pelo modelo proposto é confrontado com o resultado fornecido pela Equação 2.8.2 (Equação de Chapman-Kolmogorov). Para tanto, foram geradas 15.000 amostras para cada tempo observado no gráfico.

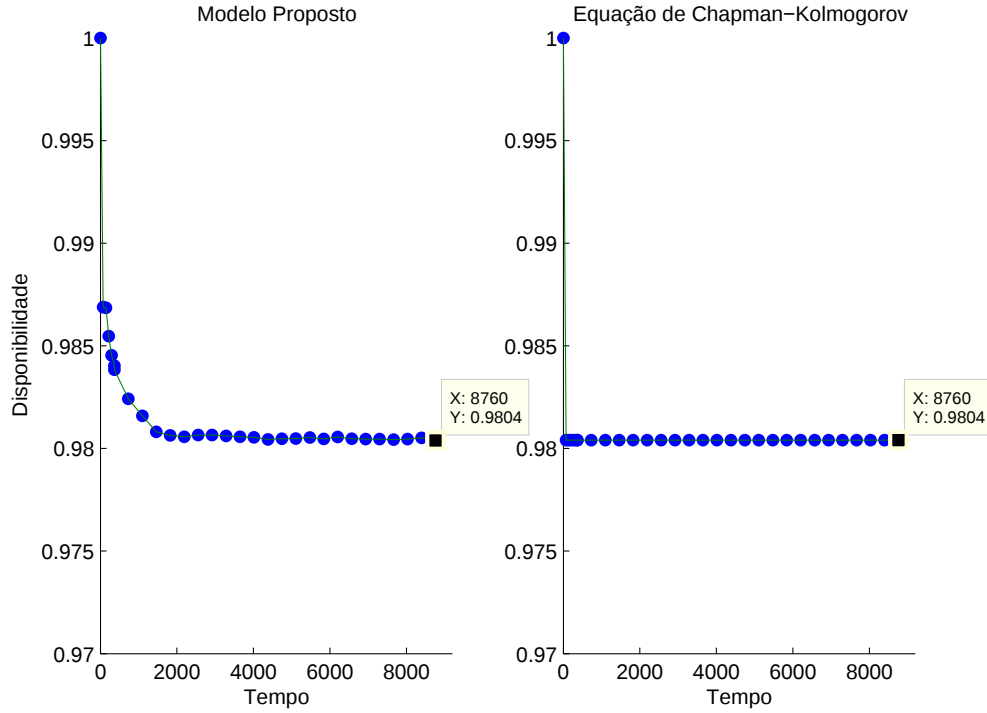


Figura 4.3.3: Comparação dos resultados obtidos pelo modelo proposto e a disponibilidade calculada pela Equação 2.8.2

O resultado da Figura 4.3.3 mostra uma boa convergência do algoritmo. Apresentando um erro observado na ordem de 10^{-5} . Apesar do algoritmo proposto permitir uma maior amplitude de aplicações (PNHP e PRG), sua validação esbarra na grande dificuldade de se obter implementações computacionais que apresentem soluções para o cálculo de disponibilidade ou de probabilidade de estado para estes tipos de processos.

Não obstante, para fins de validação na consistência do modelo, são apresentados na Figura 4.3.4 os cálculos de disponibilidade para os casos de processos que seguem um PR, PNHP e um PRG. Foi adotado o mesmo sistema representado pela Cadeia de Markov da Figura 4.3.2. Na matriz de transição abaixo estão os valores adotados para os parâmetros das distribuições de probabilidades de transição ($P_{ij}(t)$). No caso, a parametrização utilizada é da seguinte forma: $t \sim Weibull(\alpha; \beta)$ além do parâmetro q do PRG (Equação 3.4.4) e $t \sim exp(\lambda)$ (Equação 2.6.2), ou seja, processos de falha caracterizados por um

PRG e reparos exponenciais.

$$\begin{bmatrix} 0 & exp(0, 25) & exp(0, 125) \\ Weibull(300; 1, 4); q = 0, 25 & 0 & 0 \\ Weibull(400; 0, 93); q = 0, 5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

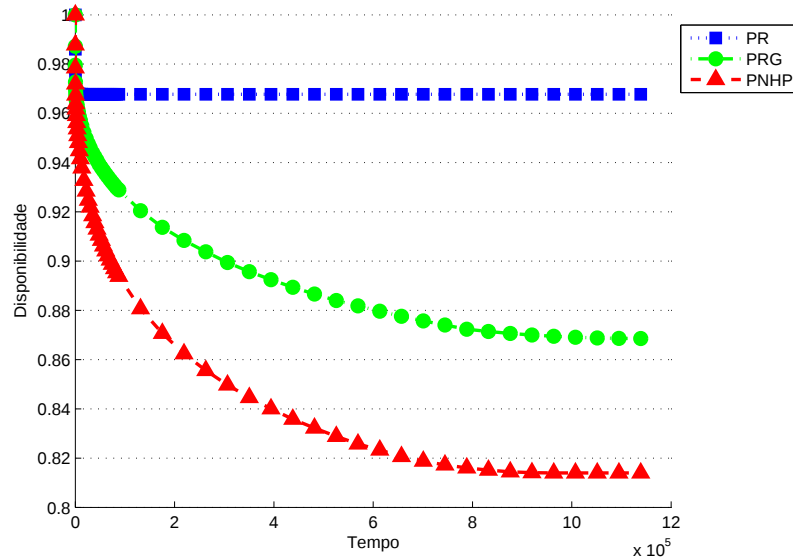


Figura 4.3.4: Disponibilidade média ao longo do tempo, para modelos estocásticos distintos, utilizando o modelo proposto.

A flexibilidade do PRG, ressaltada na Seção 3.4, fica clara na Figura 4.3.4, permitindo modelar situações intermediárias entre um PR e um PNHP. Pode-se observar que o modelo atingiu o estado estacionário. Tal comportamento é esperado para sistemas como o da Figura 4.3.2 que representam cadeias irredutíveis.

Em outra simulação efetuada, Figura 4.3.5, pode ser observado o comportamento da disponibilidade quando se varia o valor do parâmetro q na distribuição do tempo de falha. Considerando $q = 0$ e $q = 1$, o PRG representa um PR e um PNHP, respectivamente.

Ainda podem ser modelados limites além do PR e do PNHP, representando o que se chama de “reparo melhor” e “reparo pior”. A Figura 4.3.6 mostra o comportamento da disponibilidade no tempo para o caso do “reparo pior” com um valor constante $q = 1,5$. A representação do “reparo melhor” ($q < 0$) levou a valores inconsistentes, trata-se de uma limitação própria da distribuição de probabilidade utilizada para representar o PRG.

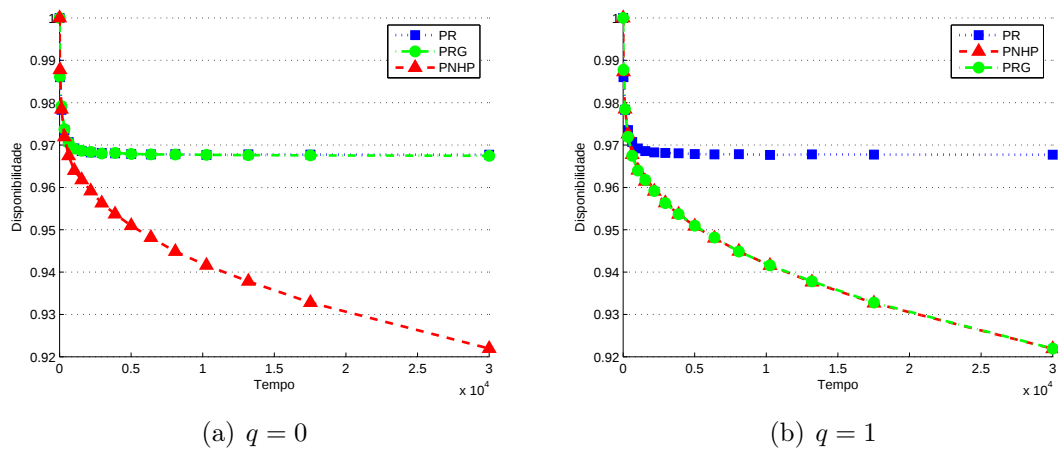


Figura 4.3.5: Disponibilidade média ao longo do tempo, para diferentes valores de q , utilizando o modelo proposto.

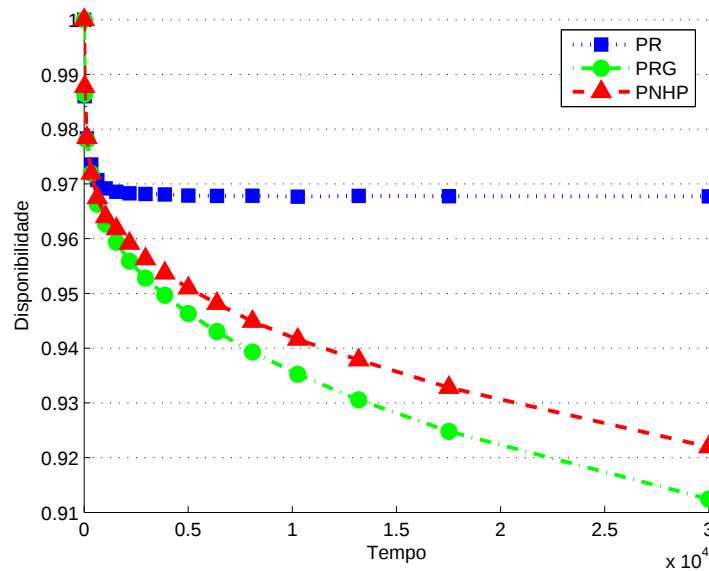


Figura 4.3.6: Disponibilidade média no tempo, para $q = 1, 5$, utilizando o modelo proposto.

4.4 Considerações Finais

Neste capítulo foi apresentado um modelo de estimação de parâmetros de uma distribuição de probabilidade que descreve um Processo de Renovação Generalizado. Utilizou-se o paradigma Bayesiano como forma de estimação, possibilitando o tratamento de sistemas que possuem dados escassos de falha, incorporação do reparo através de dados censurados com tempos de falha incertos, diversos modos de falha e sujeitos à reparo imperfeito.

Também foi exposto um outro modelo proposto para avaliação de sistemas complexos que sofrem reparo imperfeito a partir de processos Markovianos. Tal metodologia

permitiu incorporar diversas classes de processos estocásticos, inclusive o PRG, tornando possível analisar o comportamento do sistema no tempo e obter diversas métricas de Confiabilidade, como a disponibilidade média.

No Capítulo 5 será exposta um exemplo de aplicação real dos modelos propostos em uma válvula do tipo PCV pertencente a diferentes estações redutoras de pressão, sujeita à manutenções corretivas e preventivas, além de diferentes modos de falha e tempos escassos e incertos de ocorrência de falha. Será exposto a forma de coleta e obtenção dos dados, além da forma de obtenção das probabilidades de transição, utilizando inclusive o método de estimação dos parâmetros do PRG proposto aqui. Serão obtidas diversas métricas de confiabilidade a partir do modelo proposto de simulação de processos Markovianos, que em seguida serão devidamente interpretadas.

5 EXEMPLO DE APLICAÇÃO

5.1 Introdução

Neste capítulo será apresentado um exemplo de aplicação do modelo proposto no Capítulo 4 em um equipamento utilizado no controle de vazão de uma estação distribuidora de gás natural. Objetiva-se avaliar a disponibilidade deste sistema reparável sujeito a reparo imperfeito, onde o processo que irá descrever seu comportamento perante a ocorrência de falha segue um PRG.

A idéia do PRG será utilizada aqui para avaliar o grau de eficácia da equipe de manutenção responsável perante diferentes tipos de reparos. O objetivo da equipe é recuperar um equipamento de forma a melhorar seu desempenho em relação ao que ele possuía imediatamente antes da ação de reparo. Devido à escassez de dados de falha, a avaliação do grau de eficácia, através do parâmetro q e dos outros parâmetros do PRG, deve ser efetuada a partir do paradigma Bayesiano. Além disso, o modelo a ser utilizado deve permitir a utilização de dados censurados na estimação da distribuição de incerteza dos parâmetros do PRG além de considerar tempos incertos de ocorrência da falha, pois não há controle contínuo do funcionamento deste equipamento, portanto não se sabe com exatidão o tempo de ocorrência da falha. Para tanto, será utilizado o modelo proposto na Seção 4.2. Em seguida, será aplicada a metodologia abordada na Seção 4.3, para avaliar a disponibilidade do equipamento.

O equipamento em estudo são Válvulas de Controle de Pressão (PCV), mostradas na Figura 5.1.1, situadas em três diferentes plantas de redução de pressão de gás natural, estas válvulas são submetidas a diferentes condições de operação. Trata-se de um equipamento que tem a função de manter sobre controle a pressão a jusante da linha de transporte de gás de uma Estação Redutora de Pressão de gás e Medição (ERPM). Quando a pressão a jusante é menor do que a pressão requerida a PCV abre para permitir um aumento do fluxo de gás. Ao contrário, se a pressão a jusante é maior do que a requerida, a PCV irá fechar.

Inicialmente, serão abordados os procedimentos adotados para a coleta e tratamento dos dados de operação deste equipamento.



Figura 5.1.1: Pressure Control Valve (PCV)
Fonte: Sivini (2006)

5.2 Coleta dos Dados

Os dados foram coletados de acordo com a metodologia de taxonomia banco de dados de confiabilidade, apresenta em Sivini (2006) e Nonato e Drogueit (2003). Tal metodologia permitiu que se obtivesse um conjunto de informações orientadas ao desenvolvimento de aplicações em confiabilidade, como informações do tipo de Modo de Falha observado, componente falho, tempo de exposição até a ocorrência da manutenção preventiva, tempo em manutenção, grau de severidade, descrição da falha, entre outras. Porém neste exemplo de aplicação serão utilizadas apenas informações relativas à operação e de manutenção do equipamento.

A escolha da PCV deve-se à importância deste equipamento, segundo especialistas da própria companhia gás, a funcionalidade satisfatória da estação, além de evidência empírica de freqüentes intervenções corretivas. Tais intervenções refletem em indisponibilidade ou redução do nível de funcionamento das linhas de abastecimento.

Para tanto, os dados necessários para o referido estudo foram obtidos através de sucessivas reuniões, abrangendo todo o histórico de dados disponível no Sistema de Gerenciamento da Manutenção (SIGMA) utilizado na companhia em estudo. Esta coleta teve como base a planilha apresentada no Anexo B.

Foram selecionadas ERPM de três empresas. A escolha dessas empresas deu-se em virtude de serem grandes consumidores de gás natural e necessitarem de abastecimento contínuo sob pena da empresa fornecedora arcar com onerosas multas. Por questões de confidencialidade as ERPM serão denominadas ERPM 1, ERPM 2 e ERPM 3.

Os dados foram coletados durante o período 01/10/02 até 16/08/05 totalizando 34 eventos, onde o evento é dividido em eventos confirmados de falha e eventos censurados devido à ocorrência da manutenção preventiva. Os dados são apresentados nas Tabelas 5.2.1, 5.2.2 e 5.2.3.

Tabela 5.2.1: Planilha de dados simplificada da ERPM 1.

i	k	T_{oper}	T_{MP}	MD	MF	i	k	T_{oper}	T_{MP}	MD	MF
1	0	320,00	8,00	3	0	10	1	215,83	1,33	1	3
2	1	4867,33	4,67	3	0	11	1	373,83	2,17	1	3
3	0	4579,00	5,00	3	0	12	1	244,50	1,50	1	3
4	1	3478,50	1,17	1	3	13	1	18,17	2,33	1	2
5	0	833,83	5,50	3	0	14	1	126,67	1,33	1	2
6	1	992,00	1,67	1	3	15	1	60,67	1,17	1	3
7	1	712,58	1,25	1	3	16	0	338,17	6,00	3	0
8	1	8,33	1,17	1	3	17	1	2132,33	1,17	1	3
9	1	1545,17	1,17	1	3	18	0	2108,50	6,00	3	0

Tabela 5.2.2: Planilha de dados simplificada da ERPM 2.

i	k	T_{oper}	T_{MP}	MD	MF
1	0	2963,08	4,92	3	0
2	0	5611,67	4,33	3	0
3	0	4290,00	6,00	3	0
4	0	4505,50	6,50	3	0
5	0	4290,00	6,00	3	0
6	0	328,67	2,50	3	0
7	1	699,67	1,00	1	2

Tabela 5.2.3: Planilha de dados simplificada da ERPM 3.

i	k	T_{oper}	T_{MP}	MD	MF
1	1	1068,75	3,25	3	0
2	0	4312,00	8,00	3	0
3	0	5061,50	2,50	3	0
4	1	3521,50	4,75	1	7
5	0	811,25	6,50	3	0
6	1	2374,83	30,33	1	7
7	0	2258,50	2,50	3	0
8	1	3331,00	4,22	1	2
9	0	929,78	6,00	3	0

Onde,

i : Eventos;

k : Número de falhas observadas;

T_{oper} : Tempo de operação do equipamento até a ocorrência do evento em horas;

T_{MP} : Tempo em manutenção em horas;

MD: Modo de Detecção

1. Manutenção Corretiva; 3. Manutenção Preventiva.

2. Manutenção Preditiva;

MF: Modo de Falha

0. Não Aplicável; 3. Abrir Parcialmente; 6. Fechar Lentamente;

1. Falhar em Abrir; 4. Abrir em Excesso; 7. Fechar Parcialmente;

2. Abrir Lentamente; 5. Falhar em Fechar; 8. Fechar em Excesso.

5.3 Tratamento dos Dados

Foram coletados dados de três diferentes consumidores (ERPM 1, 2 e 3), cada um deles com condições semelhantes de operação. Porém, é necessário comprovar se existe alguma evidência contra em afirmar que o comportamento probabilístico desses dados é o mesmo, caso pertencessem a uma mesma população, para que se possa obter uma análise apropriada desses dados. Para isso, é proposta a utilização de um Teste de Hipótese que comprove a suposição de homogeneidade dos dados a partir dos tempos até a ocorrência do evento (falha ou censura).

Um modo de detectar se as subpopulações pertencem a uma mesma população homogênea de dados, é testar se possuem a mesma média. Porém, assim como em outros testes estatísticos tal como o de Análise de Variância (ANOVA), inicialmente deve-se testar a suposição de igualdade (homogeneidade) entre as variâncias dos grupos. Segundo NIST/SEMATECH (2006), para essa finalidade, o teste de Levene's é uma boa alternativa quando comparando ao teste de Bartlett, que é mais sensível a dados que se presumem, através de alguma evidência, serem normalmente distribuídos. Como no caso aplicado não há nenhuma evidência de normalidade nos dados, será adotado o teste de Levene's para testar a homogeneidade entre as variâncias das ERPM.

O teste de Levene's é um teste de hipótese usado para testar se N amostras em k grupos, possuem variâncias iguais. Neste teste compara-se a estatística de Levene's $F_{(\alpha, k-1, N-k)}$ ao limite crítico superior da distribuição F de Fisher. Em sendo comprovado que a estatística do teste é maior do que o limite crítico, diz-se que a hipótese nula de igualdade entre variâncias é rejeitada, para maiores detalhes veja o Anexo C.

No caso aplicado, o valor da estatística foi de $F_{(5\%, 2, 31)} = 0,559148$, enquanto que a estatística p-valor¹ calculado é 0,577355. Logo, pode-se afirmar que não há evidências contra afirmar que as populações possuem igualdade entre as variâncias. Logo, assumisse que existe homogeneidade entre as variâncias.

O passo seguinte é testar a igualdade entre as médias. Para tanto, foi utilizado o teste de Tukey. Trata-se de um teste de hipótese não-paramétrico utilizado para comparar duas amostras independentes de diferentes populações. Neste teste os dois conjuntos independentes são ordenados e um cálculo do número de pontos não sobreposto é usado para

¹Representa a probabilidade de se rejeitar a hipótese nula, quando ela é verdadeira. Se a estatística do teste p-valor for inferior ao nível de significância assumido em projeto, diz-se que a hipótese alternativa pode ser aceita.

determinar se as amostras possuem comportamentos diferentes, para maiores detalhes veja Deep (2005).

Na Tabela 5.3.1 é apresentado, de uma forma gráfica, o resultado do teste de Tukey. As ERPM que possuem asterísticos na mesma coluna (1 ou 2) indicam que pode-se afirmar que essas ERPM possuem médias iguais.

Tabela 5.3.1: Teste de Tukey para igualdade das médias para um nível de significância $\alpha = 0,05$

População	Média	1	2
ERPM 1	1.275,301	*****	
ERPM 3	2.629,902	*****	*****
ERPM 2	3.241,226		*****

A conclusão dos testes é que pode-se considerar homogeneidade entre a ERPM 1 e 3 ou entre a ERPM 2 e 3. Por questão de conveniência, já que em conjunto as ERPM 1 e 3 possuem mais dados observados do que as ERPM 2 e 3, o prosseguimento da análise irá considerar apenas os dados relativos às ERPM 1 e 3.

5.4 Desenvolvimento do Modelo Markoviano

Foram utilizadas apenas as evidências encontradas na amostra coletada, onde cada evidência representa um estado da cadeia Markoviana. Pode-se ver nas Tabelas 5.2.1 e 5.2.2 que foram observados apenas três modos de falha. Sendo estes que serão caracterizados.

- Modo de Falha 2 – “Abrir Lentamente”;
- Modo de Falha 3 – “Abrir Parcialmente”;
- Modo de Falha 7 – “Fechar Parcialmente”.

Os demais modos de falha poderiam, mesmo não possuindo dados observados, ser caracterizados na cadeia. Neste caso, poderia ser utilizada a opinião de especialistas, mas como o objetivo desta aplicação é exemplificar o modelo de disponibilidade e de estimação do capítulo anterior, optou-se por não usar esta fonte de dados.

Outro estado que é importante ser caracterizado, para o tipo de análise proposta, é o da ocorrência da manutenção preventiva, a qual age de forma periódica e programada. Neste caso, considera-se que a PCV encontra-se degradada e a atuação da manutenção

preventiva leva à indisponibilidade momentânea do equipamento. Por fim, resta apenas caracterizar o estado que representa a operacionalidade do equipamento.

Tanto os estados que representam os modos de falha quanto à manutenção preventiva possuem transições para representar o reparo. Deste modo, o modelo Markoviano adotado para análise da válvula PCV é uma cadeia considerada irredutível, ou seja, todos estados j são alcançáveis a partir de i . Em outras palavras, não existem estados absorventes, veja a Figura 5.4.1.

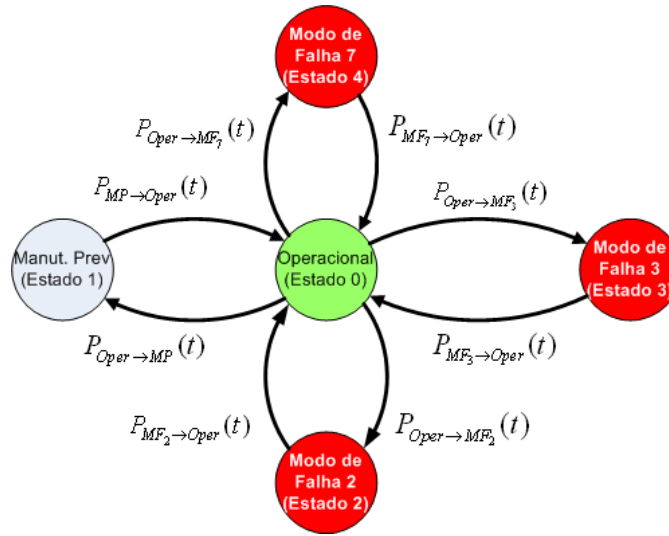


Figura 5.4.1: Diagrama de modelagem Markoviana para a válvula PCV

Na Tabela 5.4.1 são representados os estados da PCV, em termos de disponibilidade e indisponibilidade.

Tabela 5.4.1: Caracterização dos estados da cadeia de markov para a válvula PCV

Estado	Descrição	PCV	Estado do Sistema
0	Operacional	Operacional	Disponível
1	Manut. Preventiva	Degradado	Indisponível
2	Modo de Falha 2	Falho	Indisponível
3	Modo de Falha 3	Falho	Indisponível
4	Modo de Falha 7	Falho	Indisponível

A partir dessa caracterização torna-se possível a análise de disponibilidade da PCV.

O passo seguinte é definir o modelo probabilístico adequado para modelar o processo de ocorrência e reparo dos modos de falha e da manutenção preventiva da PCV, ou seja, definir se podem ser modelados a partir de um PR, PNHP ou PRG.

5.5 Escolha do Modelo Estocástico

Um dos desafios em analisar dados de falha de sistemas reparáveis é a escolha do método estocástico adequado para caracterizar os processos de falha e reparo. Para isso, podem ser utilizados métodos gráficos ou testes de hipóteses para verificar se os dados podem ser explicados por um PR, PNHP ou PRG.

O primeiro passo consiste na verificação de tendência nos dados de falha. A fim de se testar essa condição, propõe-se utilizar o teste estatístico de tendência MIL-HDBK 189 (MIL-HDBK-189, 1981).

Para uma base de dados truncada por falha, a estatística do teste é $2s/\hat{\eta}$, onde s é o número total de falhas e $\hat{\eta}$ é estimado a partir da base de dados:

$$\hat{\eta} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \log \left(\frac{t_n}{t_i} \right)} \quad (5.5.1)$$

onde n é o número de falhas e t_i o tempo da i -ésima falha.

$$\begin{cases} H_0 : & \text{Os dados se ajustam a um Processo Homogêneo de Poisson} \\ H_1 : & \text{Os dados não se ajustam a um Processo Homogêneo de Poisson,} \end{cases}$$

Trata-se de um teste bilateral, onde a H_0 é Rejeitada se $\frac{2s}{\hat{\eta}} < \chi^2_{1-\gamma/2}(2(s-1))$ ou $\frac{2s}{\hat{\eta}} > \chi^2_{\gamma/2}(2(s-1))$, onde $\chi^2(\nu)$ representa a distribuição chi-quadrado com ν graus de liberdade e nível de confiança γ (CROWDER, 1994). Para o caso em análise, os resultados podem ser observados na Tabela 5.5.1.

Tabela 5.5.1: Estatística do Teste de aderência para ajuste dos tempos de falha a um PHP. Chi-Quadrado com 95% de Nível de Confiança e $2(s-1)$ graus de liberdade

Tipo de Dados	Limite Inferior de Aceitação	Limite Superior de Aceitação	Estatística do Teste	Resultado
Tempo até a falha	15,30786062	44,46079183	11,01929229	H_0 Rejeitada

Foi obtido também um p-valor = 0,99828. Neste caso, verifica-se que não há evidências que comprovem que ocorre um processo de renovação (no caso de um PHP), assim, resta

testar se o modelo se ajusta a um PRG ou um PNHP. Uma das vantagens do PRG é a possibilidade de abranger tanto o PR como o PNHP e estágios intermediários. Logo, o PRG será o modelo adotado. Porém, ainda resta definir qual modelo de PRG (Kijima tipo I ou Kijima tipo II) reflete melhor o caso em análise.

Como foi visto na Seção 3.4, o modelo Kijima tipo I é mais apropriado para tratar de equipamentos, enquanto que o Kijima tipo II para sistemas. Já que o foco desta aplicação é apenas analisar o equipamento PCV e não o sistema ERPM, adotou-se o modelo Kijima tipo I para a análise em questão.

5.6 Determinação das Probabilidades de Transição

Como visto na seção anterior, o tempo de ocorrência da falha será modelado de acordo com um PRG. Resta ainda definir quais serão as distribuições que irão descrever os tempos de reparo e os tempos até a ocorrência da manutenção preventiva. Além disso, é necessário definir qual método de estimação é o mais apropriado a cada caso.

Para tanto, cada tipo de transição necessita de um tratamento adequado às características do problema. A seguir será avaliada a necessidade de estimação dos parâmetros e o método apropriado a ser utilizado.

5.6.1 Probabilidade de Transição de Falha, $P_{i \rightarrow MF_j}(t)$

No Capítulo 3 foi visto que a forma de estimação mais utilizada é a baseada em estimadores de máxima verossimilhança, porém esta técnica exige uma grande quantidade de dados observados.

No caso aplicado da válvula PCV, a quantidade de dados de tempos até a falha são bastante limitados. Por exemplo, evidencia-se que nas Tabelas 5.2.1 e 5.2.3 foram observadas apenas duas falhas para o MF 7. Qualquer método baseado em estimadores de máxima verossimilhança não representaria resultados satisfatórios ou simplesmente não iriam convergir a nenhum valor.

Uma abordagem alternativa é a baseada na metodologia Bayesiana. No Capítulo 4 foi proposto um algoritmo para estimação dos parâmetros do PRG utilizando a metodologia Markov Chain Monte Carlo. A principal contribuição do algoritmo proposto é permitir a utilização de dados censurados em sua análise. Os dados censurados compõem a maior

parte dos dados observados da válvula PCV, sendo este o algoritmo que será utilizado no caso específico.

A forma preliminar de utilização de métodos bayesianos é determinando as distribuições a priori sobre os parâmetros de interesse. Como visto na Seção 4.2.3, a determinação da distribuição a priori para o parâmetro β segue uma distribuição Lognormal modificada. Neste caso, foram utilizados os seguintes valores para a média e o desvio padrão, $\mu = 0,63$ e $\sigma = 0,6$. Deste modo a distribuição a priori do parâmetro β tem a seguinte forma:

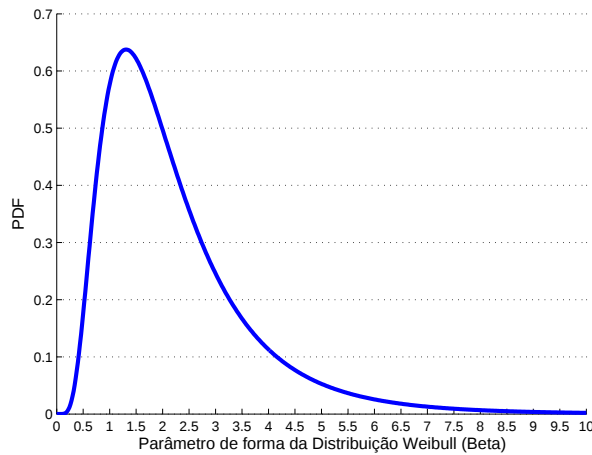


Figura 5.6.1: PDF da distribuição a priori do parâmetro β

Como visto na Seção 4.2.3 o parâmetro α e q são descritos por uma distribuição uniforme (que no caso de α é imprópria) dentro do espaço dos parâmetros.

Uma sequência de 10.000 amostras foi gerada para cada parâmetro do PRG. Permita que $\theta^{seq} = \{\theta^1, \dots, \theta^{10.000}\}$ seja tal sequência de amostras e θ^i o conjunto de parâmetros do PRG da i -ésima amostra. Uma amostra a posteriori i.i.d. pode ser criada selecionando-se um período de comprimento M de *burn-in* (queima) e de comprimento L de emagrecimento da cadeia de forma que:

$$\theta_{Amostra} = \{\theta_j \in \theta^{seq} | j = M + iL, i = 1, 2, 3, \dots\} \quad (5.6.1)$$

Desta forma, o comprimento da amostra a posteriori resultante $\theta_{Amostra}$ foi igual a 900, sendo gerada a partir da sequência Metropolis Hastings θ^{seq} , usando $M = 1.000$ e $L = 10$. Os valores de M e L foram selecionados de acordo com o trabalho de análise de convergência desenvolvido por Brooks (1998). Desta forma, a amostra $\theta_{Amostra}$ resultante pode ser utilizada para inferência a posteriori sobre os parâmetros do PRG.

Nas Figuras 5.6.2, 5.6.3 e 5.6.4 (do lado esquerdo) são apresentadas as densidades de probabilidade para cada uma das probabilidades de transição de falha (MF 2, MF 3 e MF 7), onde a forma da distribuição reflete a incerteza associadas aos resultados da estimação. Quanto mais aberta ou espalhada maior é a incerteza sobre o parâmetro de interesse.

Nas Figuras 5.6.2, 5.6.3 e 5.6.4 (do lado direito) são apresentados os resultados que demonstram a convergências da cadeia para cada parâmetro a posteriori estimado (sem *burn-in*) para cada uma das probabilidades de transição de falha (MF 2, MF 3 e MF 7).

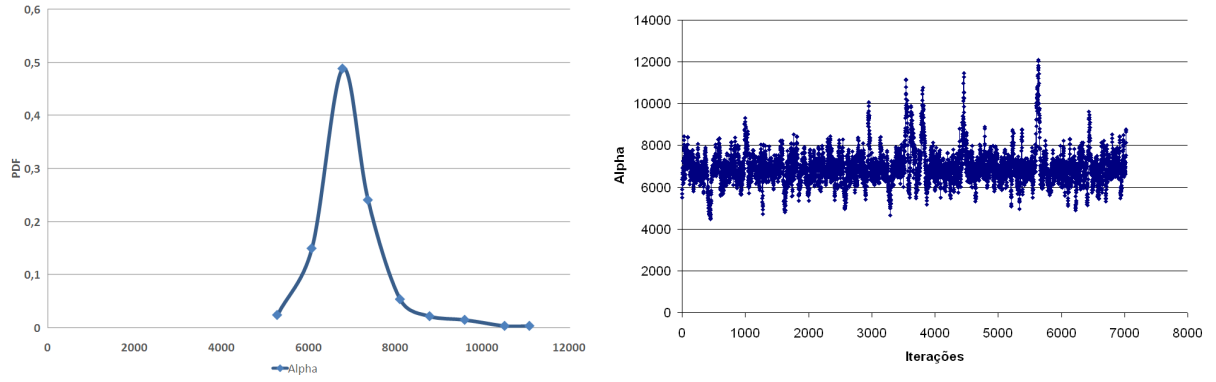
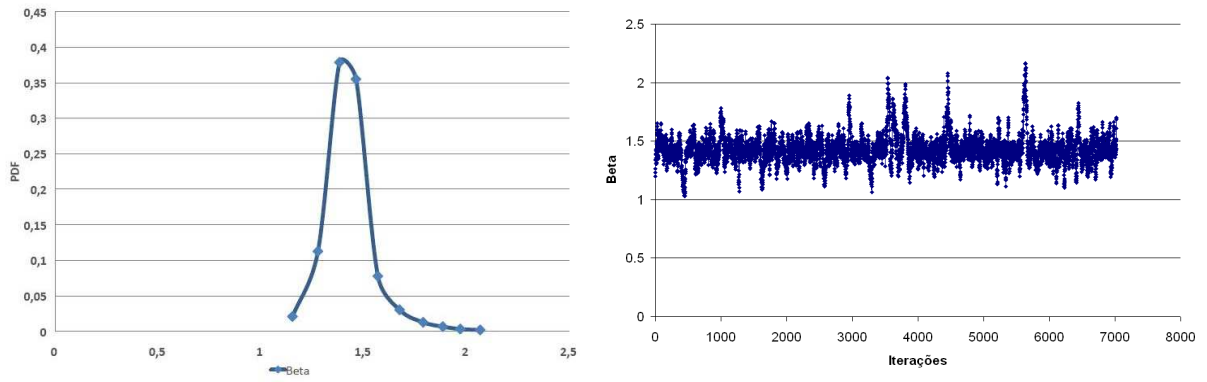
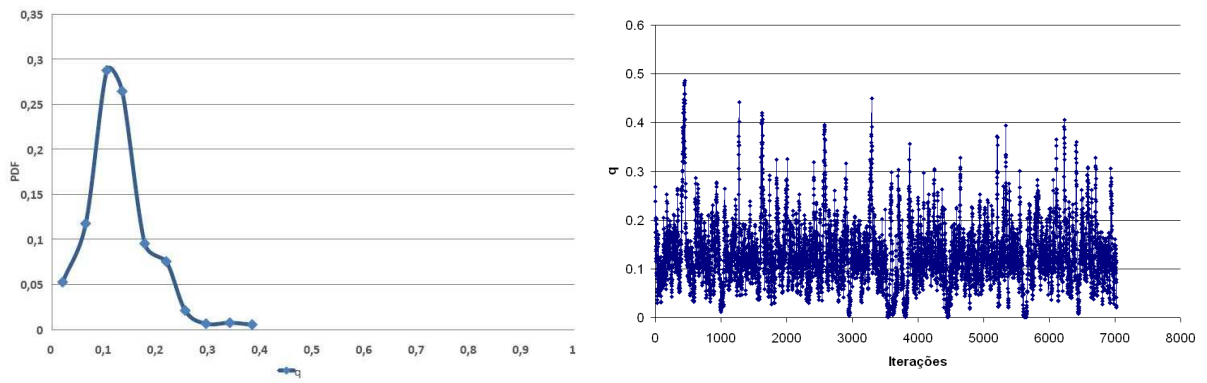
(a) Parâmetro de escala α (b) Parâmetro de forma β (c) Parâmetro de eficácia q

Figura 5.6.2: PDF a posteriori e convergência da cadeia para a transição: Operacional $\rightarrow$ Modo de Falha 2.

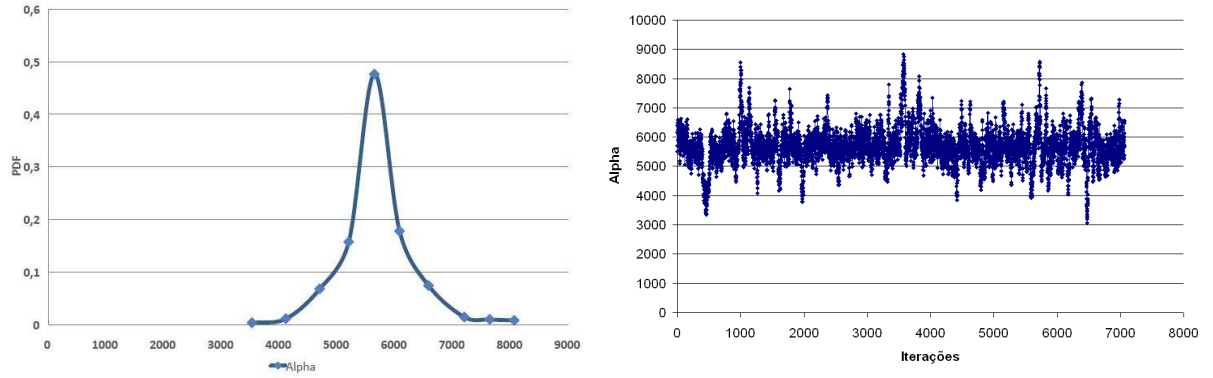
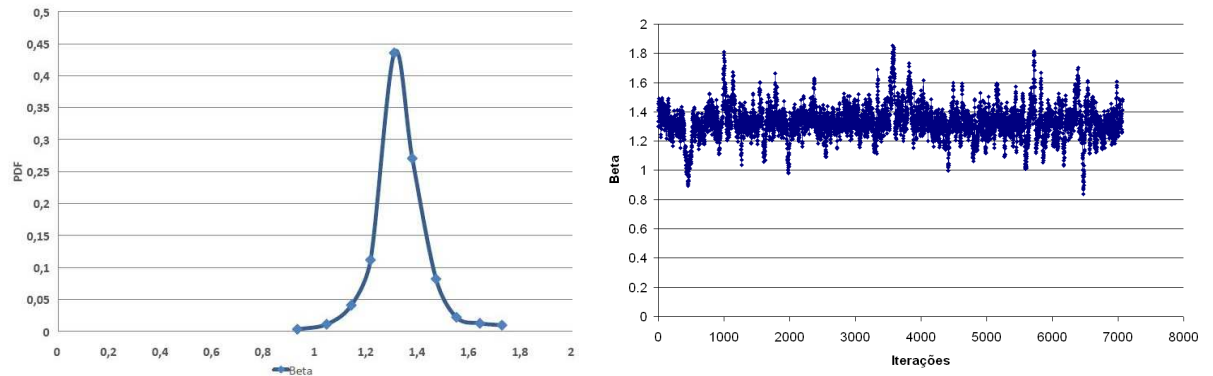
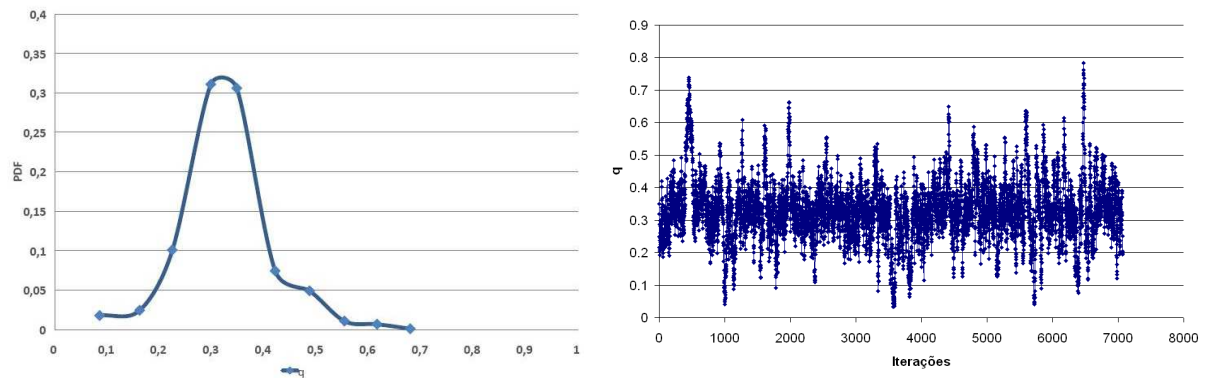
(a) Parâmetro de escala α (b) Parâmetro de forma β (c) Parâmetro de eficácia q

Figura 5.6.3: PDF a posteriori e convergência da cadeia para a transição: Operacional $\rightarrow$ Modo de Falha 3.

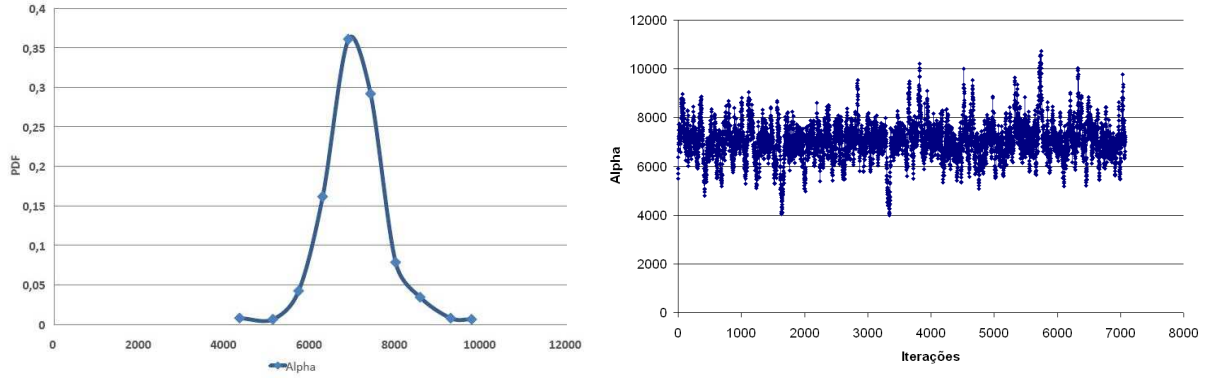
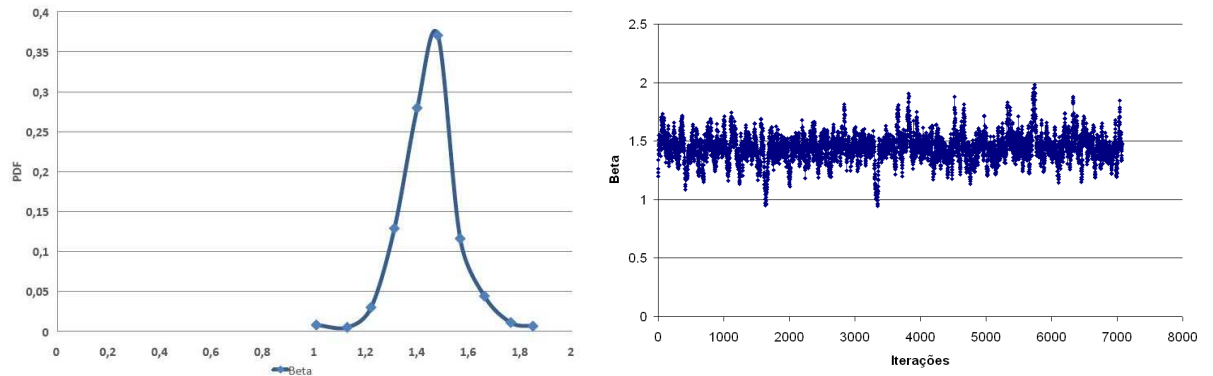
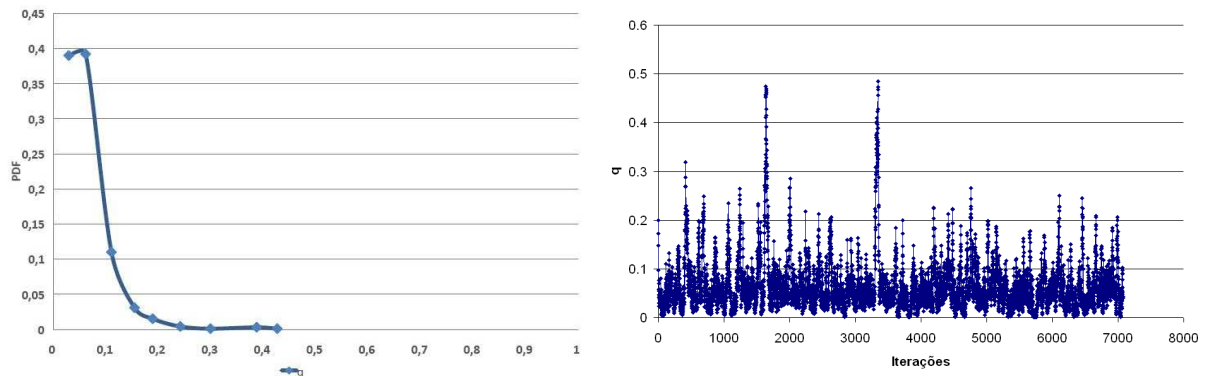
(a) Parâmetro de escala α (b) Parâmetro de forma β (c) Parâmetro de eficácia q

Figura 5.6.4: PDF a posteriori e convergência da cadeia para a transição: Operacional $\rightarrow$ Modo de Falha 7.

Nas Tabelas 5.6.1, 5.6.2 e 5.6.3 as estimativas do conhecimento a priori do especialista são comparadas aos valores médios de estimação dos parâmetros a posteriori.

Tabela 5.6.1: Estatística dos parâmetros a posteriori estimados, para a transição:
Operacional $\rightarrow$ Modo de Falha 2

Medida	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{q}$
Valor Inicial	5500,00	1,2	0,2
Média a Posteriori	6941,80	1,42675	0,119959
Mediana	6883,40	1,41990	0,12127
$p_{5\%}$	5868,8	1,2599	0,033842
$p_{25\%}$	6530,3	1,3649	0,090496
$p_{75\%}$	7250,7	1,4764	0,15733
$p_{95\%}$	8317,5	1,6365	0,24266
Desvio Padrão	796,26	0,12086	0,062694

Tabela 5.6.2: Estatística dos parâmetros a posteriori estimados, para a transição:
Operacional $\rightarrow$ Modo de Falha 3

Medida	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{q}$
Valor Inicial	5500,00	1,3	0,35
Média a Posteriori	5681,24	1,33009	0,293696
Mediana	5666,30	1,3294	0,32272
$p_{5\%}$	4776,2	1,1694	0,16851
$p_{25\%}$	5393	1,281	0,27634
$p_{75\%}$	5965,3	1,3816	0,36807
$p_{95\%}$	6794,5	1,5233	0,47819
Desvio Padrão	610,75	0,10672	0,090757

Tabela 5.6.3: Estatística dos parâmetros a posteriori estimados, para a transição:
Operacional $\rightarrow$ Modo de Falha 7

Medida	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{q}$
Valor Inicial	5500,00	1,2	0,2
Média a Posteriori	7040,53	1,44204	0,0583791
Mediana	7051,10	1,44580	0,050032
$p_{5\%}$	5848,1	1,2565	0,011187
$p_{25\%}$	6637,8	1,3817	0,033799
$p_{75\%}$	7406,9	1,5002	0,076133
$p_{95\%}$	8292,9	1,6328	0,15315
Desvio Padrão	756,67	0,11648	0,051969

Analisando os resultados das Tabelas 5.6.1, 5.6.2 e 5.6.3, observa-se que o parâmetro de forma $1 < \beta < 2$ indica que a força de mortalidade do tempo de falha (definida na Equação 2.7.8) entre dois eventos consecutivos é crescente e côncava, ou de outra forma,

diz-se que a PCV está sob um processo de deterioração.

Note ainda que a estimativa média a posteriori do parâmetro de rejuvenescimento q apresenta seu maior valor para o caso do MF 3. Isto significa que para o MF 3, a manutenção é ineficaz em aproximadamente 68%² de suas ações de reparo, indicando que seria adequado rever o procedimento adotado para este tipo de reparo.

Para os restantes modos de falha (MF 2 e 7), a eficácia da manutenção esteve mais próxima de um processo de renovação ($q=0$), com 88% e 95%, respectivamente, de eficácia no reparo para estes modos de falha específicos.

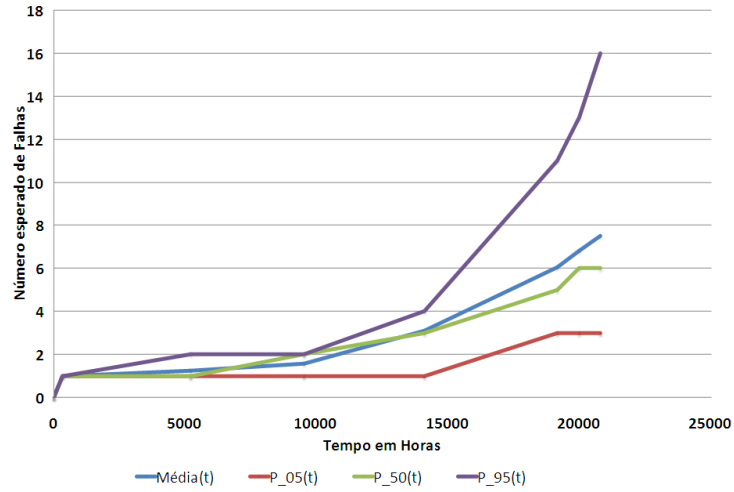
O nível de eficácia avaliado para os MF 2 e 7, apesar de apresentarem valores altos, a ocorrência de qualquer dos MF pode ser inaceitável. Sendo assim necessário ao gestor responsável pela manutenção avaliar estes resultados, de acordo com o grau de severidade que cada MF pode incorrer, bem como a viabilidade econômica em reavaliar os métodos de prevenção.

A Figura 5.6.5 apresenta os gráficos do número esperado de falhas acumuladas no tempo para os MF 2, 3 e 7 para a média e percentis 5%, 50% e 95%. Tais percentis correspondem às probabilidades de 5%, 50% e 95%, respectivamente, do número esperado de falhas ser inferior ao valor estimado. Nota-se que em todas estimativas existe um intervalo acentuado entre os percentis de 5% e 95%. Isto deve ser devido à quantidade limitada de dados de falha, o que eleva a incerteza da análise.

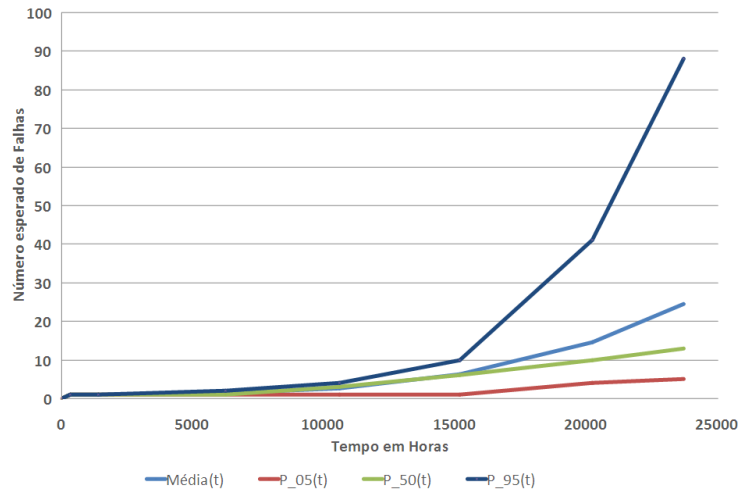
O número de falhas para cada ponto no tempo foi simulado a partir do método da inversão de variáveis aleatórias discretas. Neste método após a geração de um número aleatório U definido no intervalo $F(t_{j-1}) \leq U < F(t_j)$, onde $j = 1, \dots, n$ e $F(t)$ representa a distribuição de ocorrência de falha que segue um PRG. Através da Equação 5.6.2, obtém-se tempos de falha t_F para cada tempo t , após um número M , suficientemente grande, de iterações e calcula-se o valor inteiro médio e percentis associados. Para maiores detalhes veja Ross (2000).

$$t_F = \alpha \cdot \left(\left(\frac{q}{\alpha} \cdot t \right)^\beta - \log(1 - U) \right)^{\frac{1}{\beta}} - q \cdot t \quad (5.6.2)$$

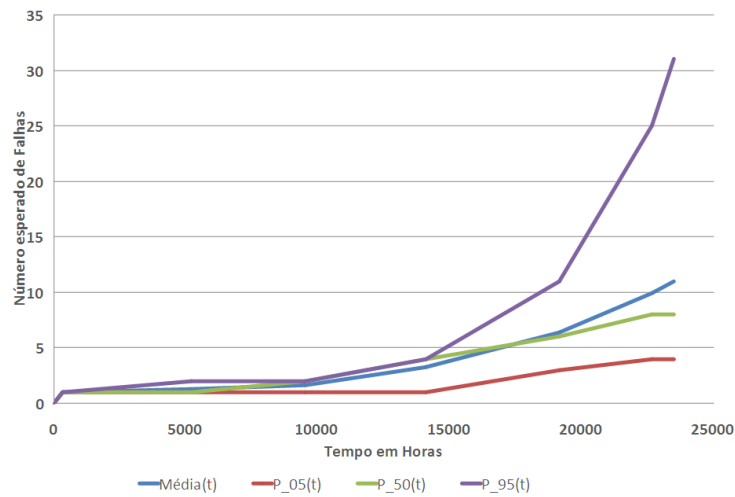
²Tomando a eficácia da ação da manutenção em termos de porcentagem, com sendo $100 \cdot (1 - q)$.



(a) Operacional → Modo de Falha 2



(b) Operacional → Modo de Falha 3



(c) Operacional → Modo de Falha 7

Figura 5.6.5: Número esperado de falhas no tempo

5.6.2 Probabilidade de Transição de Reparo, $P_{i \rightarrow Oper}(t)$

O modelo probabilístico que irá representar o reparo dos estados falhos ou de manutenção preventiva necessitam de um tratamento diferenciado. Supõe-se que a equipe de manutenção busca retornar o equipamento tão logo quanto seja possível. Isto significa, em outras palavras, que o modelo que descreve este comportamento poderia ser ajustado a um modelo exponencial com taxa de falha constante e, quanto mais tempo a equipe demorar a retornar o equipamento à operação, maior será a probabilidade de transição.

Neste caso, é empregado o teste estatístico para validar a suposição inicial de que os tempos de reparo seguem uma distribuição exponencial. Como o PHP é um processo estocástico descrito por uma distribuição exponencial, de modo análogo será empregado o mesmo teste de aderência bilateral, MIL-HDBK 189 (MIL-HDBK-189, 1981), apresentado na Seção 5.5. Os resultados podem ser observados na Tabela 5.6.4.

Tabela 5.6.4: Estatística do Teste de aderência para ajuste dos tempos de reparo a um PHP. Chi-Quadrado com 95% de Nível de Confiança e $2(s - 1)$ graus de liberdade

Estado	Limite Inf. de Aceitação	Limite Sup. de Aceitação	Estatística do Teste	p-valor	Resultado
Modo de Falha 2	0,484418557	11,14328678	3,965779062	0,410656	Não se Rejeita H_0
Modo de Falha 3	8,230746229	31,52637844	16,32105629	0,570151	Não se Rejeita H_0
Modo de Falha 7	0,050635616	7,377758908	3,999163512	0,135391	Não se Rejeita H_0
Manut. Prevent.	10,98232081	36,7807121	33,03777829	0,061344	Não se Rejeita H_0

Conclui-se a partir da Tabela 5.6.4 que não há evidências contra afirmar que todos os tempos de reparo podem ser descritos de acordo com uma distribuição exponencial.

Não se deve confundir a taxa de reparo com o comprimento do tempo até que chegue a equipe de manutenção para realizar o reparo. Trata-se do tempo efetivo transcorrido desde o momento da chegada da equipe até o retorno do equipamento. Além disso, o modelo proposto de estimação de parâmetros do PRG, apresentado na Seção 4.2, busca descrever o comportamento do tempo de ocorrência da falha, levando em consideração a ocorrência do reparo, mas não o tempo em reparo.

No caso dos tempos de reparo não seria válido utilizar o modelo proposto na Seção 4.2, uma vez que não é adequado falar em tempo de ocorrência da ação de reparo, quando o que se deseja inferir é, dado a ocorrência da falha, o tempo de transição do estado falho para o estado operacional.

Além disso não é possível inferir adequadamente sobre a eficácia do reparo ou o quão novo o sistema volta a operar, utilizando apenas dados de tempo de reparo. Este comportamento será refletido em termos de ocorrência de falha. Para este tipo caso deve ser utilizado um outro modelo de estimação.

Propõe-se a utilização do modelo apresentado em Groen e Droguett (2005) que utiliza a metodologia bayesiana para obtenção dos parâmetros de forma (β) e escala (α) de uma função *Power Law* (Equação 2.7.7). A metodologia favorece a aplicação em produtos em desenvolvimento com vários modos de falha concorrentes.

A solução das equações deste modelo é apoiada através da utilização do software estatístico BRASS (2006) que utiliza a metodologia MCMC através do algoritmo *Slice Sampling* (veja, Neal (2002)).

Os resultados das predições de cada transição com respectivas média, mediana e demais níveis de incertezas associadas, podem ser observados nas Tabelas 5.6.5 a 5.6.8. Nas Figuras 5.6.6 a 5.6.9 podem ser visualizadas as densidades conjuntas a posteriori dos parâmetros de forma³ e de escala⁴.

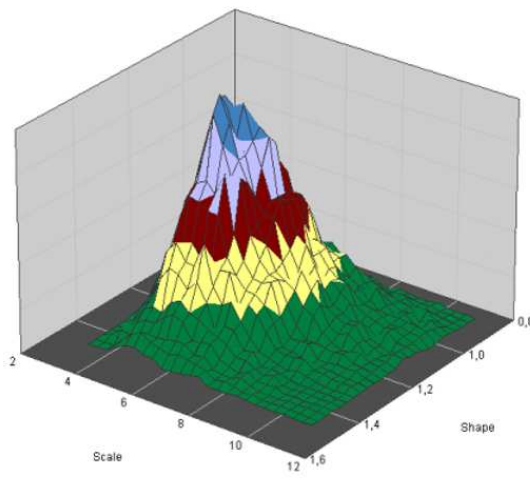


Figura 5.6.6: Distribuição a posteriori conjugada dos parâmetros da transição: Inspeção → Operacional.

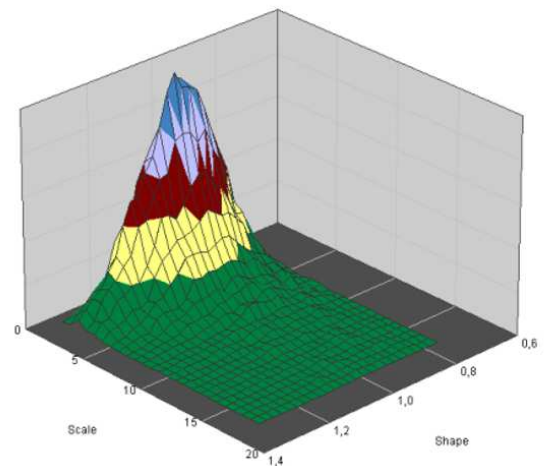


Figura 5.6.7: Distribuição a posteriori conjugada dos parâmetros da transição: Modo de Falha 2 → Operacional.

³Do inglês *Shape*.

⁴Do inglês *Scale*.

Tabela 5.6.5: Valores estimados a posteriori dos parâmetros que descrevem a transição:
Inspeção $\rightarrow$ Operacional

Medida	Escala(α)	Forma(β)
Média	5,77609	1,127393
Mediana	5,505199	1,121852
$p_1\%$	3,153892	0,84415
$p_5\%$	3,682512	0,916082
$p_{10}\%$	4,012637	0,957997
$p_{90}\%$	7,842152	1,30439
$p_{95}\%$	8,778321	1,357401
$p_{99}\%$	11,03473	1,472992

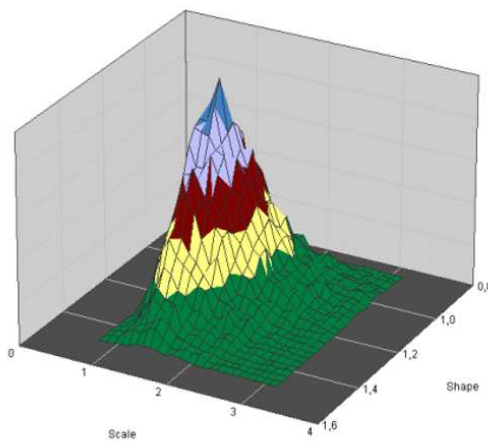


Figura 5.6.8: Distribuição a posteriori conjugada dos parâmetros da transição:
Modo de Falha 3 $\rightarrow$ Operacional.

Tabela 5.6.7: Valores estimados a posteriori dos parâmetros que descrevem a transição:
Modo de Falha 3 $\rightarrow$ Operacional

Medida	Escala(α)	Forma(β)
Média	1,513173	1,120981
Mediana	1,426749	1,112221
$p_1\%$	0,756152	0,842668
$p_5\%$	0,908954	0,90812
$p_{10}\%$	1,003992	0,950121
$p_{90}\%$	2,100038	1,302538
$p_{95}\%$	2,404498	1,359635
$p_{99}\%$	3,144277	1,485334

Tabela 5.6.6: Valores estimados a posteriori dos parâmetros que descrevem a transição:
Modo de Falha 2 $\rightarrow$ Operacional

Medida	Escala(α)	Forma(β)
Média	3,956919	1,003881
Mediana	2,909608	0,995206
$p_1\%$	0,889276	0,756124
$p_5\%$	1,231653	0,819784
$p_{10}\%$	1,469308	0,854491
$p_{90}\%$	7,026999	1,163638
$p_{95}\%$	9,407373	1,215968
$p_{99}\%$	17,43547	1,317575

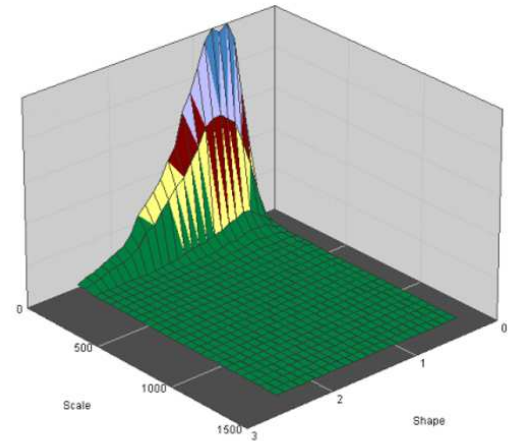


Figura 5.6.9: Distribuição a posteriori conjugada dos parâmetros da transição:
Modo de Falha 7 $\rightarrow$ Operacional.

Tabela 5.6.8: Valores estimados a posteriori dos parâmetros que descrevem a transição:
Modo de Falha 7 $\rightarrow$ Operacional

Medida	Escala(α)	Forma(β)
Média	1360,347	0,934811
Mediana	21,35591	0,851758
$p_1\%$	1,278339	0,228851
$p_5\%$	4,359379	0,337363
$p_{10}\%$	6,81291	0,424334
$p_{90}\%$	86,41921	1,564603
$p_{95}\%$	169,0654	1,806271
$p_{99}\%$	1359,017	2,403302

Pode-se perceber que as estimativas a posteriori apresentadas nas Tabelas 5.6.5 a 5.6.8 corroboram com o resultado do Testes de Hipótese apresentado na Tabela 5.6.4 sobre a suposição de aderência a uma distribuição exponencial, como pode ser observado pelos resultados de valor médio esperado para o parâmetro de forma $(\beta) \simeq 1$.

Deste modo, é possível considerar que os tempos de reparo seguem uma distribuição exponencial com taxa de ocorrência $\lambda_i = 1/\alpha_i$ da i -ésima manutenção, seja preventiva ou corretiva. Assim, a probabilidade de transição de reparo é descrita da seguinte forma:

$$P_{i \rightarrow Oper}(t) = 1 - \exp(-\lambda_i \cdot t) = 1 - \exp\left(-\frac{t}{\alpha_i}\right) \quad (5.6.3)$$

5.6.3 Probabilidades de Transição de Manutenção Preventiva, $P_{i \rightarrow MP}(t)$

As estimativas de probabilidade de manutenção preventiva são imputadas de acordo com a política de manutenção utilizada pela empresa, neste caso as manutenções preventivas são programadas com antecedência de um ano, com um intervalo de 6 meses, independente da ocorrência dos eventos de falha ou manutenções realizadas. Ou seja, isto ocorre independente do histórico do equipamento. A Figura 5.6.10 apresenta o histograma dos tempos entre manutenções preventivas observados, em meses.

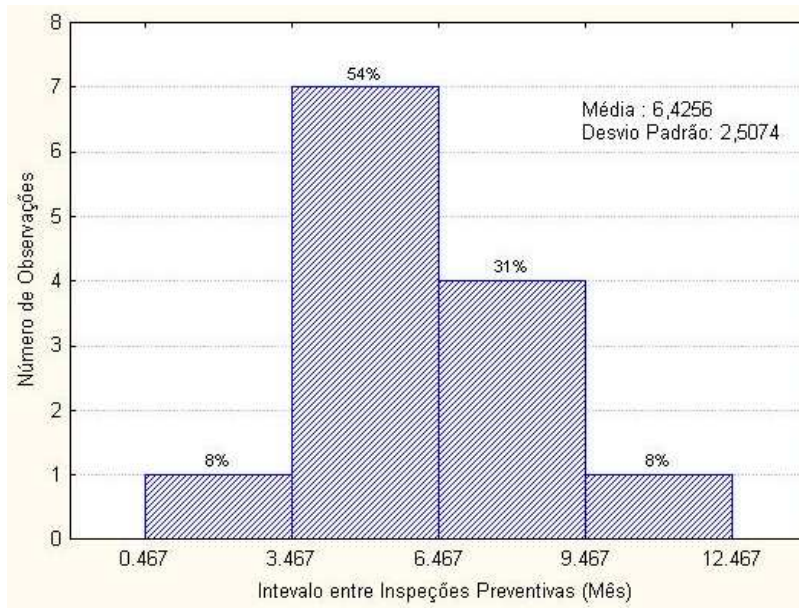


Figura 5.6.10: Histograma dos tempos entre manutenções preventivas

Pela característica do problema será utilizada uma transição discreta no tempo, isto

quer dizer que, no momento de se realizar a manutenção preventiva, a cadeia mudará do estado operacional para o estado de manutenção com probabilidade igual a um. Logo,

$$\begin{cases} P_{i \rightarrow MP}(t) = 1, & \text{Se } t \geq T_{MP} \quad ; \\ P_{i \rightarrow MP}(t) = 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

onde T_{MP} é a média dos tempos de ocorrência da manutenção preventiva observados.

5.7 Avaliação de disponibilidade da válvula PCV

Uma vez que as probabilidades de transição $P_{ij}(t)$ para todos estados i, j estão definidas, a Cadeia de Markov para modelar o comportamento dinâmico da válvula PCV está completamente estruturada. A próxima etapa é definir o tipo de análise que será utilizada.

Devido a falha apresentar um comportamento variável com o tempo indicando que ocorre um processo de deterioração, fato este, bastante comum em sistemas mecânicos como a válvula PCV, exclui-se a possibilidade de utilizar a abordagem homogênea para a cadeia markoviana. Sendo assim, será utilizada a abordagem Não Homogênea. O passo seguinte será avaliar a disponibilidade média ao longo do tempo.

A disponibilidade média será calculada através do algoritmo proposto na Seção 4.3 utilizando a modelagem baseada em PRG. Neste, o tempo de missão é definido para vários pontos a fim de seja observado o comportamento ao longo do tempo.

Na Figura 5.7.1 pode ser observado o comportamento da disponibilidade para o equipamento PCV para tempos de missão variados, perfazendo um total de 5 anos. Cada ponto representa a média de 15.000 realizações geradas de acordo com o método Monte Carlo.

Observa-se um comportamento que sugere um processo de deterioração do equipamento no tempo com valores cada vez menores de disponibilidade. Este processo é bastante comum em equipamento mecânicos, como é o caso da válvula PCV.

Considerando o tempo médio de missão do equipamento, que corresponde ao intervalo de manutenções preventivas equivalente a 4.380 horas de operação, observa-se uma disponibilidade média igual a 94,18%. Isto quer dizer que aproximadamente 5% do tempo operacional, o equipamento está indisponível, seja no estado falho ou em manutenção. Ao passo que para um tempo de operação equivalente a um ano ou 8.760 horas a disponibi-

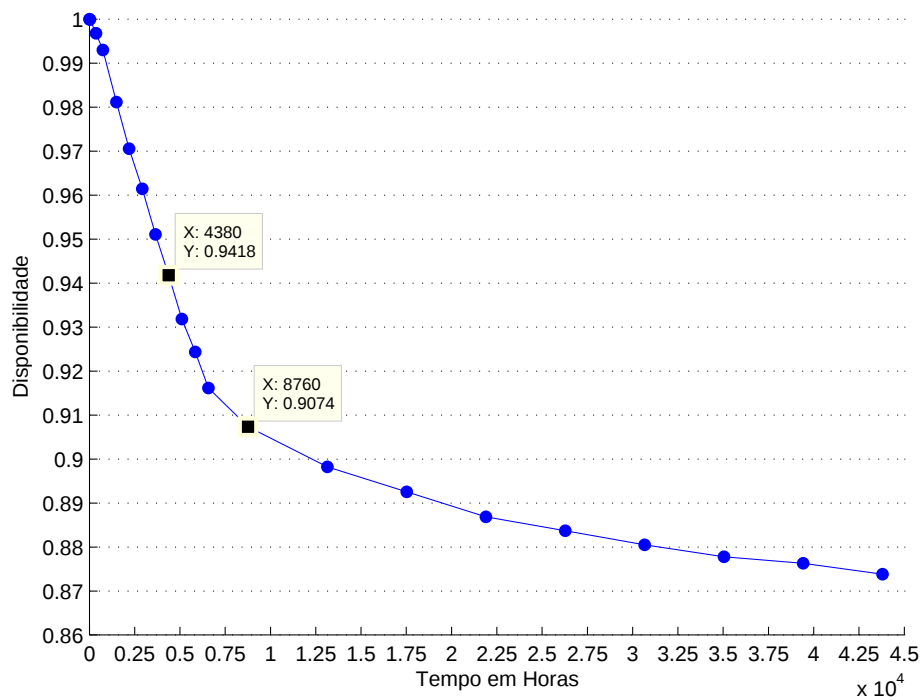


Figura 5.7.1: Disponibilidade média ao longo de 5 anos de missão da válvula PCV

lidade cai para 90,74%.

Se forem retiradas as probabilidades de transições de reparo e a probabilidade de ocorrência da manutenção preventiva a cadeia terá uma configuração onde restarão apenas as probabilidades de ocorrer algum dos modos de falha. A Figura 5.7.2 representa esta cadeia redutível.

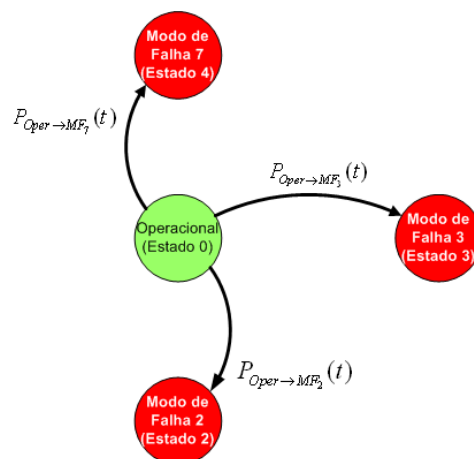


Figura 5.7.2: Diagrama de Markov sem reparo e manutenção preventiva

Na simulação descrita na Figura 5.7.2 o objetivo é estimar a probabilidade da PCV

se encontrar no estado Operacional no tempo, ou seja, o complementar da probabilidade da PCV sair do estado Operacional para qualquer um dos modos de falha ocorrer. Desta forma, o que se calcula é a probabilidade de ocorrer a primeira visita ao estado falho. Estes resultados podem ser observados na Figura 5.7.3.

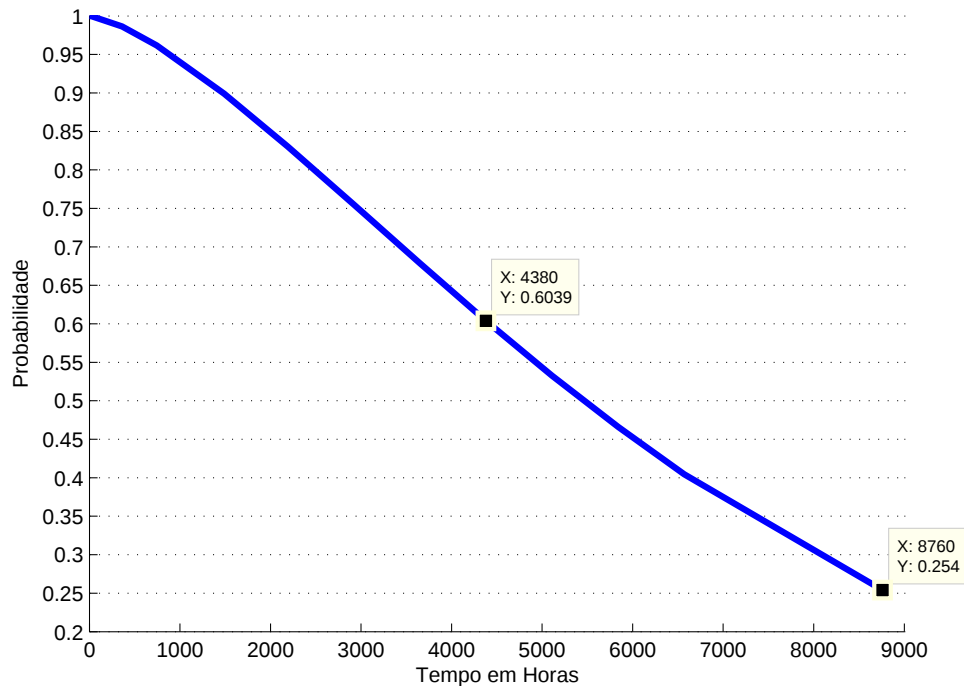


Figura 5.7.3: Probabilidade de se manter no estado operacional ao longo de um ano de missão da válvula PCV

Percebe-se na Figura 5.7.3, que considerando-se que o tempo esperado entre manutenções preventivas corresponde a 4.380 horas ($\simeq 6$ meses) de operação, existe uma probabilidade de aproximadamente 60% da PCV se encontrar operacional. Ao mesmo tempo em que apresenta uma disponibilidade média de 94,18%. Quando se aumenta o horizonte de operação para um ano, a probabilidade de estar operacional cai para apenas 25% com um nível de disponibilidade igual a 90,74%.

Este último resultado mostra que o intervalo de manutenção preventiva deveria ser reavaliado para evitar os eventos indesejáveis, uma vez que existe uma probabilidade de cerca de 40% do equipamento falhar dentro do intervalo de manutenção.

Caso a empresa responsável pela manutenção acredite que seria uma opção mais viável rever o procedimento de manutenção para este equipamento, ao invés de diminuir o intervalo entre manutenções preventivas. Neste caso, pode-se utilizar uma análise mais

aprofundada para identificar quais modos de falha que mais impactam na indisponibilidade da válvula PCV, através do número de visitas aos estados. Isto pode ser observado na Tabela seguinte:

Tabela 5.7.1: Indicador do número de visitas, para um ano ou 8.760 horas de operação continua

Estado	Descrição	Número de visitas	Fração do número total de visitas
0	Operacional	71.136	0,5504520
1	Manutenção Preventiva	14.903	0,1153200
2	Modo de Falha 2	12.402	0,0959669
3	Modo de Falha 3	19.386	0,1500090
4	Modo de Falha 7	11.405	0,0882521

Na Tabela 5.7.1 forma simuladas 8.760 horas de operação, onde o número de visitas aos estados é diretamente proporcional ao aumento do horizonte de simulação, porém a estatística de interesse é a fração do número total de visitas para cada estado. A qual, é equivalente para horizontes maiores. Observa-se que cerca de 33% das visitas são para estados falhos (2, 3 e 4). Além disso, o evento falho mais visitado é o MF 3 com 15% das visitas, ou quase metade em relação aos demais eventos falhos. Isto indica que o procedimento de reparo para o Modo de Falha 3 deveria ser revisto.

6 CONCLUSÕES, COMENTÁRIOS E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

6.1 Conclusões e Comentários

A forma adotada para expor as conclusões deste trabalho está organizada de acordo com os objetivos traçados, os quais são confrontados com o que foi realizado e são tecidos alguns comentários a seu respeito. Posteriormente são propostos alguns desafios futuros para prosseguimento da pesquisas sobre o tema.

Em princípio, no Capítulo 2, a fim de facilitar a compreensão do leitor sobre o que é tratado nesta dissertação, são expostos alguns conceitos básicos necessários a compreensão do que é discutido nesta dissertação. Foram expostos conceitos relacionados a processos estocásticos, que são a base fundamental do tipo de análise proposta, e em seguida expande-se seus conceitos na análise de disponibilidade de sistemas através dos modelos Markovianos, além disso, são expostas as métricas de confiabilidade importantes para o estudo de sistemas reparáveis.

Em se tratando do objetivo em realizar uma revisão bibliográfica sobre sistemas reparáveis. No Capítulo 3, considera-se que foi alcançado o seu objetivo inicial de expor uma visão geral sobre os tipos de modelos disponíveis na literatura para tratar de problemas referentes ao tema. Além disso, na Seção 3.4, houve um aprofundamento na busca por trabalhos que abordam modelos relacionados ao Processo de Renovação Generalizado, onde, foi exposto de forma sintética cada avanço proposto pelos autores até esta data. Além disso foi descrito em maior detalhe a formulação matemática do Processo de Renovação Generalizado.

Em relação ao desenvolvimento de uma metodologia e implementação em linguagem de programação, para solucionar as equações do PRG no caso onde há censura, na Seção 4.2 é exposta em detalhes a modelagem adotada e no Apêndice A a sua solução na forma algorítmica. Alguns comentários serão tecidos na Seção 6.1.2 adiante.

No que se refere à metodologia e implementação em linguagem de programação para modelar sistemas reparáveis através de um processo de Markov contínuo no tempo. Na Seção 4.3 é exposta detalhadamente toda a metodologia e validação do modelo. Em

quanto que no Apêndice B o modelo proposto é apresentado em forma de algoritmo. Na Seção 6.1.3 o modelo de análise de processos Markovianos são exposto alguns comentários sobre o modelo.

O passo seguinte de integração dos modelos foi alcançada de uma forma mais clara no Capítulo 5, onde foi realizado todo o processo de obtenção e tratamento dos dados, para aplicação e obtenção de resultados de diversas métricas de Confiabilidade, bem como sua interpretação prática. Maiores comentários são expostos na Seção 6.1.4 adiante.

6.1.1 Processo de Renovação Generalizado

Entre suas vantagens pode-se citar a flexibilidade para tratar diferentes tipos de reparos além dos mais comuns que supõem “reparo mínimo” ou “reparo perfeito”. Além de agregar estimativas de eficácia do serviço prestado pela equipe de manutenção para um reparo específico. Com isso, é possível obter melhores previsões do comportamento do equipamento de modo que apóie a decisão do gestor na minimização da ocorrência e o grau de severidade da falha, aumentando a disponibilidade do sistema.

Percy e Alkali (2006) declaram de uma forma geral, que o PRG é melhor aplicável em condições onde a política de manutenção é a de substituição em blocos ou conjuntos de equipamentos. Os autores argumentam que o PRG não promove uma descrição realística do processo de falha. Tal conclusão deve-se à troca do equipamento defeituoso não reduzir a idade virtual do sistema, já que os outros componentes que não foram substituídos ou reparados, ainda podem levar o sistema a falha. Isto é bastante questionável. Outros autores como Jacopino (2005) e Mettas e Zhao (2005) citam que, a depender do nível de complexidade do sistema, existe um modelo de PRG mais adequado. Eles concordam em dizer que o modelo Kijima tipo I é mais adequado a equipamentos, enquanto que o Kijima tipo II é mais adequado a sistemas complexos.

Em um sistema modelado a partir de um PRG deve-se ter bem claro que a eficácia da manutenção está relacionada ao tipo de reparo que será executado. Isto quer dizer que, se forem comparadas duas equipes de manutenção para executar reparo de modos de falha distintos, pode ser que sejam observadas eficácias diferentes de uma equipe para outra. Porém, isto não quer dizer que uma equipe de manutenção é melhor ou mais eficaz, em seus reparos, do que a outra. Seria necessária uma outra análise em termos de intensidade de falha dos equipamentos para que fosse possível observar se há equivalência em termos

de número esperado de falha.

Um das maiores contribuições do PRG é permitir quantificar eficácia do reparo feito pela equipe manutenção, abrindo um campo de aplicações voltadas para a gestão e controle de processos produtivos. Ao invés de avaliar a equipe de manutenção como um todo, pode-se avaliar a eficácia para cada tipo de reparo e agir de forma direcionada em tipos de reparos específicos.

6.1.2 Modelo proposto de estimação de parâmetros do PRG

O método proposto contribui na análise de sistemas reparáveis enriquecendo as aplicações de métodos baseados na abordagem Bayesiana. Tais métodos trazem o benefício direto de possibilitar a análise de confiabilidade na situação em que há dados escassos e incorporam o conhecimento do especialista acerca do problema. Neste caso, os métodos de estimação de máxima verossimilhança formulados resultariam em estimativas grosseiras ou sequer apresentariam alguma solução. Ressalta-se também a possibilidade de aplicações em produtos em desenvolvimento, onde não há sequer produtos similares em operação, veja Droguett e Mosleh (2006).

A maior contribuição do modelo está diretamente relacionada ao caso onde há poucos dados evidenciados de falha e ocorre uma influência direta de ações de reparo, buscando corrigir ou retardar a ocorrência da falha através de medidas de prevenção. Este tipo de cenário é bastante encontrado em indústrias dos mais diversos tipos e dimensões, como indústrias de processamento contínuo, onde a indisponibilidade de um equipamento leva à interrupção do processo, por exemplo.

De fato, a forma de solução do modelo proposto baseada em simulação MCMC, através do algoritmo Metropolis-Hastings, mostrou-se bastante exigente em recursos computacionais, levando a altos tempos de processamento. Isto se deve em grande parte à utilização de uma verossimilhança não-paramétrica, a qual necessita ser estimada. A forma de estimação dessa verossimilhança, através de métodos baseado em Monte Carlo, mostraram que era necessário em torno de pelo menos 5.000 iterações para que se pudesse obter apenas uma estimativa que seria utilizada no método Metropolis Hastings, o qual também necessita de uma quantidade grande de iterações para se obter estimativas apropriadas.

A restrição ao uso do parâmetro q definido como $0 \leq q \leq 1$, é devida a limitações práticas, uma vez que quando se considerar $q < 0$ pode levar a idades virtuais negativas,

o que no modelo levaria a probabilidades negativas. Enquanto que para se considerar o caso onde $q > 1$ seria necessário alterar a distribuição candidata dos parâmetros, veja o Anexo A.

Inicialmente as distribuições a priori do parâmetro α propostas no trabalho de Groen (2002) (Lognormal modificada) representou problemas de convergência ao modelo. Foi observado que tal problema era devido à distribuição a priori do parâmetro α ser definida para um intervalo muito extenso, $[0, \infty)$. Tal problema foi solucionado, quando se passou a utilizar a distribuição uniforme imprópria do trabalho de Jacopino (2005).

6.1.3 Modelo proposto para análise de processos Markovianos

O modelo proposto permitiu analisar o comportamento dinâmico de sistemas que seguem classes de processos estocásticos variados, tais como, por exemplo, o PRG, PR e PNHP. Permitindo inclusive realizar comparações entre eles.

Este método permitiu ampliar o conceito do método proposto de estimação do PRG e outros métodos utilizados para estimação de comportamentos probabilísticos, traduzindo os valores dos parâmetros na forma de uma representação do comportamento real de um sistema. Criando um maior conjunto de informações destinadas a apoiar a tomada de decisão para diversos cenários, inclusive permitindo utilizar estimativas mais compreensíveis como a disponibilidade, por exemplo.

Esta proposta de análise de sistemas reparáveis utilizando Processos Markovianos através de Processos de Renovação Generalizados introduz uma forma de análise, até então, não observada na revisão bibliográfica de sistemas reparáveis, tornando-se uma das contribuições deste trabalho.

Por se tratar de um modelo baseado em métodos de simulação Monte Carlo, o modelo exige maiores recursos computacionais levando a maiores tempos de processamento, quanto maior for a exigência de precisão na informação. Os tempos de simulação aumentam mais quanto maior for o tempo de missão escolhido, além do tipo de processo estocástico e os parâmetros utilizados nas probabilidades de transição.

Uma limitação do algoritmo é não permitir a representação do modelo com estados absorventes. Este tipo de configuração é adequada para representar sistemas não reparáveis, ou seja, sistemas que são desenvolvidos para operar por um tempo fixo de missão e quando falhos são substituídos. De outra forma, diz-se que não existe uma probabilidade

de transição de reparo.

6.1.4 Exemplo de Aplicação

De uma forma geral, a utilização de dados obtidos de acordo com uma metodologia orientada ao desenvolvimento de banco de dados de confiabilidade, como a proposta em Sivini (2006) ou Cooke (1996) permitiu uma avaliação ampla do potencial dos modelos propostos e orientou o desenvolvimento para absorção das particularidades do problema. Um exemplo disso foi a necessidade de atender as características dos dados oriundos de populações distintas.

Obteve-se a quantificação da eficácia da manutenção em seus reparos, auxiliando a identificação da qualidade do reparo efetuado pela equipe de manutenção. Os resultados mostraram também que os procedimentos de manutenção para alguns Modos de Falha específicos deveriam ser reavaliados, a depender do grau de severidade causado pela ocorrência de um evento indesejável, uma vez que a interrupção do fornecimento de gás incorre em severas multas de não atendimento. Além disso, foi observado que a PCV sofre um processo contínuo de deterioração levando a falhas cada vez mais freqüentes o que leva a tempos entre manutenções preventivas insuficientes para antecipação da falha.

6.2 Sugestões de trabalhos futuros

Como sugestão para trabalhos futuros, propõe-se alguns avanços na pesquisa, listadas a seguir:

- Ampliar a análise para considerar, além da válvula PCV, todos os equipamentos do sistema Estação de Redução de Pressão e Medição de Gás Natural e avaliar a disponibilidade do sistema como um todo. Para isso, poderia-se incorporar ao algoritmo de estimação dos parâmetros do PRG o modelo de Kijima tipo II;
- Comparar os modelos de Groen (2002) e Jacopino (2005) com o modelo de inferência Bayesiana proposto;
- Comparar o modelo de inferência Bayesiana proposto com os métodos que utilizam Estimadores de Máxima Verossimilhança;

- Adequação do modelo proposto para simulação de processos markovianos para absorver a idéia do modelo Semi-Markov, veja Howard (1971b), que considera o tempo de permanência no estado como fator relevante para a probabilidade de transição. Esta aplicação permitiria inferir sobre outras medidas de confiabilidade como a manutenibilidade;
- Incorporar a estrutura baseada em Redes Bayesianas para representar relações de causa e efeito entre variáveis não necessariamente temporais, como condições ambientais, operacionais, etc. podem influenciar o comportamento futuro do sistema, veja Barros (2006) e Moura (2006);
- Utilizar um modelo híbrido do modelo proposto de estimação dos parâmetros do PRG com Redes Bayesianas para mensurar os fatores que influenciam os dois tipos de manutenção (corretiva e preventiva). Deste modo, será possível estimar o parâmetro q_{MP} (eficácia da manutenção preventiva) e q_{MC} (eficácia da manutenção corretiva);
- Alterar o algoritmo e estimação dos parâmetros do processo de renovação generalizado para permitir a inferência de valores de eficácia $q < 0$ (“reparo pior”) e $q > 1$ (“Reparo Melhor”);
- Comparar os modelos baseados em PRG com os modelos que consideram a função de intensidade de falha para modelar o comportamento das intervenções sobre sistemas reparáveis. Nesse, destaca-se os trabalhos de Elvebakk, Lindqvist e Heggland (2003) e mais recentemente Percy e Alkali (2006).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASCHER, H.; FEINGOLD, H. *Repairable systems reliability modeling, inference, misconceptions and their causes*. New York: Marcel Dekker, 1984. (Lecture Notes in Statistics, v. 7).

AYYUB, B. M. *Elicitation of expert opinions for uncertainty and risks*. Florida: CRC Press, 2001.

BARROS, P. F. do R. *Uma metodologia para análise de disponibilidade de sistemas complexos via hibridismo de redes bayesianas e processos markovianos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE, Agosto 2006.

BERNARDO, J. M.; SMITH, A. F. M. *Bayesian theory*. London, UK: John Wiley & Sons, 1994.

BISWAS, A.; SARKAR, J. Availability of a system maintained through several imperfect repairs before a replacement or a perfect repair. *Statistics & Probability Letters*, v. 50, p. 105–114, 2000.

BLICHKE, W. R.; MURTHY, D. N. P. *Reliability: modeling, prediction, and optimization*. Toronto, Canada: Wiley Series, 2000.

BRASS. *Software estatístico de estimação de parâmetros de uma Power Law via metodologia bayesiana*. 2006. Disponível em: <<http://www.prediction-technologies.com/>> . Acesso em: 21 de Setembro 2006.

BS5760-5 (Ed.). *Reliability of systems, equipments and components*, (Guide of systems, equipments and components analysis (FMEA and FMECA)). London: British Standards Institution, 1991. Parte 5.

- BROOKS, S. P. Quantitative convergence assessment for markov chain monte carlo via cusums. *Statist. Comput.*, v. 8, p. 226–227, 1998.
- BROWN, M.; PROSCHAN, F. Imperfect repair. *Journal of Applied Probability*, v. 20, n. 4, p. 851–859, 1983.
- BROWN, M. B.; FORSYTHE, A. B. *Journal of the American Statistical Association*, v. 69, p. 364–367, 1974.
- CHIB, S.; GREENBERG, E. Understanding the metropolis-hasting algorithm. *The American Statistician*, v. 49, n. 4, p. 327–335, Novembro 1995.
- CHUKOVA, S.; ARNOLD, R.; WANG, D. Q. Warranty analysis: an approach to modeling imperfect repairs. *International Journal Production Economics*, v. 89, p. 57–68, 2004.
- COOKE, R. M. *Experts in uncertainty: opinion and subjective probability in science*. New York: Oxford, 1991. (Environmental Ethics and Science Policy).
- COOKE, R. M. The design of reliability data bases, part I e II. *Reliability Engineering and System Safety*, v. 51, n. 2, p. 137–146 e 209–223, 1996.
- COX, D. R. Regression models and life tables (with discussion). *J. R. Stat. Soc. B*, v. 34, p. 187–220, 1972.
- COX, D. R. *The statistical analysis of dependencies in point process. Stochastic Point Process*. New York: Wiley: P. A. W. Lewis, 1972.
- CROWDER, M. J. *Statistical analysis of reliability data*. [S.l.]: CRC Press, 1994.
- DEEP, R. *Probability and statistics*. University of Dayton, Dayton, U.S.A: Elsevier, 2005.
- DOHI, T.; KAIO, N.; OSAKI, S. A graphical method to repair-cost limit replacement policies with imperfect repair. *Mathematical Computer Modelling*, v. 31, p. 99–106, 2000.
- DORADO, C.; HOLLANDER, M.; SETHURAMAN, J. Nonparametric estimation for a general repair model. *Annals of Statistics*, v. 25, n. 3, p. 1140 – 1160, 1997.

- DOYEN, L.; GAUDOIN, O. Classes of imperfect repair models based on reduction of failure intensity or virtual age. *Reliability Engineering and System Safety*, v. 84, p. 45–56, 2004.
- DROGUETT, E. L. Modelos de markov em confiabilidade. Material de Aula, Disponível em <<http://www.risctec.org>>. 2002.
- DROGUETT, E. L.; MOSLEH, A. *Methodology for the treatment of model uncertainty*. Maryland, USA, 2002.
- DROGUETT, E. L.; MOSLEH, A. Análise bayesiana da confiabilidade de produtos em desenvolvimento. *Revista Gestão & Produção*, v. 13, n. 1, 2006.
- ELBING. *An introduction of probability and maintainability engineering*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1997.
- ELVEBAKK, G.; LINDQVIST, B. H.; HEGGLAND, K. The trend-renewal process for statistical analysis of repairable systems. *Technometrics*, v. 45, n. 1, p. 31–44, Fevereiro 2003.
- GEMAN, S.; GEMAN, D. Stochastic relaxation, gibbs distributions, and the bayesian restoration of images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v. 6, p. 721–741, 1984.
- GILKS, R.; RICHARDSON, S.; SPIEGELHALTER, D. J. *Markov chain monte carlo in practice*. 1. ed. Londres: Chapman & Hall, 1996.
- GROEN, F. *Bayesian framework for general renewal process modeling report*. Maryland, USA, 2002.
- GROEN, F.; DROGUETT, E. L. Competing failure mode modelling in a bayesian reliability assessment tool. *Reliability, Availability an Maintainability Symposium (RAMS)*, 2005.
- GUO, R.; ASCHER, H.; LOVE, E. Toward pratical and synthetical modelling of repairable systems. *Economic Quality Control*, v. 16, n. 2, p. 147–182, 2001.
- HASTINGS, W. Monte carlo sampling methods using markov chains and their applications. *Biometrika*, 1970.

- HOLLANDER, M.; PRESNELL, B.; SETHURAMAN, J. Nonparametric methods for imperfect repair models. *Ann. Statist.*, v. 20, p. 879 – 896, 1992.
- HOWARD, R. A. *Dynamic probabilistic systems, markov models*. New York: Wiley, 1971.
- HOWARD, R. A. *Dynamic probabilistic systems, markov models*. New York: Wiley, 1971. Semi-Markov and Decision Process.
- HURTADO, J. L.; JOGLAR, F.; MODARRES, M. Generalized renewal process: models parameter estimation and applications to maintenance problems. *International Journal of Performability Engineering*, v. 1, n. 1, p. 37–50, 2005.
- IEC (Ed.). *International Electrotechnical Vocabulary (IEV)*, (Analysis techniques for system reliability - Procedures for failure modes and effects analysis (FMEA), 50). International Eletrotechnical Commission, Geneva: Capítulo 812, 1985.
- IEC (Ed.). *International Electrotechnical Vocabulary (IEV)*, (Dependability and quality of service, 50). Geneva: International Eletrotechnical Commission, 1990.
- JACK, N. Age-reduction models for imperfect maintenance. *IMA journal of mathematics applied in business & industry*, v. 9, p. 347–354, 1998.
- JACOPINO, A.; GROEN, F.; MOSLEH, A. Behavioural study of the general renewal process. *Reliability, Availability an Maintainability Symposium (RAMS)*, p. 237 – 242, 2004.
- JACOPINO, A. G. *Generalization and bayesian solution of the general renewal process for modeling the reliability effects of imperfect inspection and maintenance based on imprecise data*. Tese (Doutorado) — Mechanical Engineering, University of Maryland, Maryland, USA, 2005.
- KAMINSKIY, M. P.; KRIVTOV, V. V. A monte carlo approach to repairable system reliability analysis. *Probabilistic Safety Assessment and Management*, p. 1063–1068, 1998.
- KIJIMA, M.; SUMITA, N. A useful generalization of renewal theory: counting process governed by non-negative markovian increments. *Journal of Applied Probability*, v. 23, p. 71–88, 1986.

- KOBBACY, K. A. H. et al. A full history proportional hazards model for preventive maintenance scheduling. *Quality and Reliability Engineering International*, v. 13, n. 4, p. 187–198, 1997.
- LEE, E.; WANG, J. W. *Statistical methods for survival data analysis*. 3. ed. Oklahoma, USA: Wiley, 2003.
- LEVENE, H. Essays in honor of harold hotelling. In: OLKIN S. G. GHURYE, W. H. W. G. M. H. B. M. I. (Ed.). *Contributions to Probability and Statistics*. California, USA: Stanford University Press, 1960. p. 278–292.
- LINDQVIST, B. H. On the statistical modelling and analysis of repairable systems. *Statistical Science*, 2006. Aguardando publicação.
- LOVE, C. E. et al. A discrete semi-markov decision model to determine the optimal repair/replacement policy under general repairs. *European Journal of Operational Research*, v. 125, p. 398–409, 2000.
- MEEKER, W. Q.; ESCOBAR, L. A. *Statistical methods for reliability data*. New York, USA: Wiley, 1998.
- METTAS, A.; ZHAO, W. Modeling and analysis of reliability of repairable systems with general repair. *Reliability, Availability an Maintainability Symposium (RAMS)*, p. 24–27, 2005.
- MIL-HDBK-189, (Reliability Growth Management). Fort Monmouth, NJ: U.S. Army Communications Research and Development Command, 1981. ATTN:DRDCO-PT.
- MODARRES, e. a. M. *Reliability engineering and risk analysis*. New York: Marcel Dekker, 1999.
- MOURA, M. J. C. *Processos semi markovianos e redes bayesianas para avaliação de indicadores de desempenho de confiabilidade de sistemas complexos tolerantes à falha*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2006.
- MOURA, M. J. C.; DROGUETT., E. L. Determinação do grau de eficácia de equipes de manutenção via processo de renovação generalizado. *XXVI Encontro Nacional de Engenharia de Produção - ENEGEP*, Outubro 2006.

- NEAL, R. M. *Slice sampling*. Canada, Agosto 2002.
- NIST/SEMATECH. *e-Handbook of statistical methods*. 2006. Disponível em: <<http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>> . Acesso em: 01 de Novembro 2006.
- NONATO, A.; DROGUETT, E. L. Taxonomia de banco de dados de confiabilidade para a distribuição de gás natural. *XXIII Encontro Nacional de Engenharia de Produção - ENEGEP*, 2003.
- PERCY, D. F.; ALKALI, B. M. Generalized proportional intensities models for repairable systems. *IMA Journal of Management Mathematics*, n. 17, p. 171 – 185, 2006.
- PHAM, H.; WANG, H. Imperfect maintenance. *European Journal of Operational Research*, v. 94, p. 425–438, 1996.
- POLEZZI, A. O. D. *Avaliação da condição de “Tão Bom Quanto Novo”, uma aplicação envolvendo a manutenção de motores convencionais das aeronaves Universal T-25*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, Junho 2006.
- RAUSAND, M.; HØYLAND, A. *System reliability theory: models, statistical methods, and applications*. 2. ed. [S.l.]: Wiley-Interscience, 2004.
- RAUSAND, M.; ØIEN, K. The basic concepts of failure analysis. *Reliability Engineering and Systems Safety*, 1996.
- RIGDON, S. E.; BASU, A. P. *Statistical methods for the reliability of repairable systems*. New York: Wiley, 2000.
- ROSS, S. M. *Introduction probability models*. 7. ed. New York: Wiley, 2000.
- SIVINI, P. G. L. *Desenvolvimento de banco de dados de confiabilidade: uma aplicação em estações redutoras de pressão de gás natural*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, Recife - PE, Junho 2006.
- VALORECONÔMICO. *Dell amplia o que já era o maior recall da história dos EUA e Toshiba adere ao movimento*. 2006. <<http://www.valoronline.com.br>>. Acesso em 29 de Setembro de 2006.

- WANG, H.; PHAM, H. A quasi renewal process and its applications in imperfect maintenance. *International Journal of Systems Science*, v. 27, p. 1055–1062, 1996.
- WHITAKER, L. R.; SAMANIEGO, F. J. Estimating the reliability of systems subject to imperfect repair. *J. Amer. Statist. Assoc.*, v. 84, p. 301 – 309, 1989.
- YAÑEZ, M.; JOGLAR, F.; MODARRES, M. Generalized renewal process for analysis of repairable systems with limited failure experience. *Reliability Engineering and System Safety*, v. 77, p. 167–180, 2002.
- ZHANG, Z. G.; LOVE, C. E. A simple recursive markov chain model to determine the optimal replacement policies under general repairs. *Computers & Operations Research*, v. 27, p. 321–333, 2000.

APÊNDICE A - Algoritmo de Estimação da Verossimilhança

A integração dada na Equação 4.2.7 é repetida um número m de vezes para amostrar valores de w .

```

n          // Número de eventos observados
i      =   1  // Instante de observação
ki        // Número de Falhas observadas entre o (i-1)-ésimo e i-ésimo instante
w      =   1  // Função de densidade de probabilidade condicionada
xi        // Idade virtual imediatamente após o reparo
yi        // Idade virtual imediatamente antes do reparo
ti        // Tempo de ocorrência do evento manutenção (corretiva ou preventiva)
F(ti)      // Função de distribuição acumulada da falha até o instante ti
hi        // Tempo de exposição desde o último reparo (ti - ti-1)
t0      =   0

Enquanto (i ≤ n){
    hi = ti - ti-1
    xi = q · hi + xi-1          //(Equação 3.4.1)
    Se(i = 1){
        Se(ki = 0){
            w = w · (1 - F(ti))
            yi = ti
        }Se não{
            w = w · F(ti)
            Amostre t'i em (ti-1, ti)
            yi = t'i
        }
    }Se não{
        Se(ki = 0){
            w = w · (1 - F(ti-1 < t'i < ti|xi-1))
            yi = hi + xi-1
        }Se não{
            w = w · F(ti-1 < t'i < ti|xi-1)
            Amostre t'i em (ti-1, ti)
            yi = t'i
        }
    }
    i = i + 1
}Se(i > n){
    w = w · F(ti > tn|xi)
}

```

A função de verossimilhança é então estimada como o valor médio de w

$$\hat{L}(E|\alpha, \beta, q) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m w_j \quad \therefore j = 1, \dots, m$$

-

Sabendo que $R(t) = \exp\left(-\frac{t}{\alpha}\right)^\beta$. O procedimento de amostragem do tempo t'_i entre (t_{i-1}, t_i) é dado da seguinte forma:

Amostra-se um número aleatório $U \in (0, 1)$

$$r = R(t_{i-1}) - U \cdot (R(t_i) - R(t_{i-1}))$$

$$\overline{U} = 1 - r$$

Se (i=1){

$$t'_i = \alpha(-\ln(\overline{U}))^{(\frac{1}{\beta})}$$

}Se não{

$$y_i = \alpha \left[\left(\frac{x_{i-1}}{\alpha} \right)^\beta - \ln(\overline{U}) \right]^\frac{1}{\beta}$$

$$t'_i = t_{i-1} + (y_i - x_{i-1})$$

}

A probabilidade de falha entre t_i e t_{i-1} condicionada na idade virtual x_{i-1} , é dada por:

$$F(t_{i-1} < t'_i < t_i | x_{i-1}) = \frac{R(t_{i-1}) - R(t_i)}{R(x_{i-1})}$$

A probabilidade de falha após t_i condicionada na idade virtual x_{i-1} , é dada por:

$$F(t_i > t_n | x_i) = \frac{R(t_n)}{R(x_i)}$$

APÊNDICE B - Algoritmo de cálculo das probabilidades de estado para o processo Markov não-homogêneo

Este algoritmo é baseado no método de Monte Carlo. Consiste inicialmente em definir o estado atual inicial i e possíveis transições j , em seguida as probabilidades de estado.

Deve-se repetir um número ψ , suficientemente grande, o seguinte procedimento:

n		// Número total de estados da cadeia
E_i		// Estado, $\forall i, j = 1, 2, \dots, n$
k	$= 0$	// Número de ocorrências de Falhas
s	$= 0$	// Número de ocorrências de Sucessos
T	$= 0$	// Tempo Operacional
$\bar{T}$	$= 0$	// Tempo não Operacional
T_{Rep}	$= 0$	// Tempo em Reparo
T_M	$= 0$	// Tempo total da missão
$T_{Samp(ij)}$	$= 0$	// Tempo de falha amostrado para a transição $i \rightarrow j$
$P_{ij}(t)$		// Probabilidade de ocorrer uma falha ou, a depender do contexto, o fim do reparo em t
q		// Eficácia da manutenção

```

Enquanto( $T + \bar{T} < T_M$ ) {
    Calcule  $T_{Samp} = \min(T_{Samp(ij)})$ , segundo  $P_{ij}(t'|T)$ 
    Incremente  $s$ 
    Se ( $T + \bar{T} + T_{Samp} \geq T_M$ ) {
         $T = T_M - \bar{T}$ 
    } Se não {
        Defina o estado atual  $E_i$ 
        Incremente  $k$ 
         $T = T + T_{Samp}$ 
        Calcule  $T_{Rep}$  segundo  $P_{ij}(t')$ 
        Se ( $T + \bar{T} + T_{Rep} \geq T_M$ ) {
             $T = T_M - \bar{T}$ 
        } Se não {
             $\bar{T} = \bar{T} + T_{Rep}$ 
        }
    }
}
Defina o estado atual  $E_i$ 
}

```

A disponibilidade média é calculada a partir da seguinte equação. Sua precisão aumenta, quanto maior for o tamanho de ψ .

$$A = \frac{1}{\psi} \sum_{l=1}^{\psi} \frac{T}{T + \bar{T}}$$

-

Procedimento para cálculo do tempo T_{Samp} a partir da função probabilidade condicional de falha $P_{ij}(t'|T)$:

Gere um número aleatório $U(0, 1)$

Caso Weibull{

Se($k = 0$) {

$$T_{Samp} = \alpha \cdot (-\log(1 - U))^{\frac{1}{\beta}}$$

}Se não{

Caso modelo PRG{ //Para Kijima Tipo I

$$T_{Samp} = \alpha \cdot \left(\left(\frac{q}{\alpha} \cdot T \right)^{\beta} - \log(1 - U) \right)^{\frac{1}{\beta}} - q \cdot T$$

}

Caso modelo PHP{

$$T_{Samp} = \alpha \cdot (-\log(1 - U))^{\frac{1}{\beta}}$$

}

Caso modelo PNHP{

$$T_{Samp} = (\alpha^{\beta} \cdot (-\log(1 - U)) + T^{\beta})^{\frac{1}{\beta}} - T$$

}

}

}

Caso Discreta{

T_E = Tempo de ocorrência do evento predeterminado;

$$T_{Samp} = T_E - (T + \bar{T})$$

}

Procedimento para cálculo do tempo T_{Rep} a partir da função probabilidade do reparo tenha concluído $P_{ij}(t')$:

Gere um número aleatório $U(0, 1)$

Caso Dist. Weibull{

$$T_{Rep} = \alpha \cdot (-\log(1 - U))^{\frac{1}{\beta}}$$

}

Caso Dist. Exponencial{

$$T_{Rep} = -\frac{1}{\lambda} \cdot (\log(1 - U))$$

}

ANEXO A - Modelo de geração de distribuições candidatas do algoritmo Metropolis Hastings

O modelo de geração de amostras candidatas utilizado no algoritmo Metropolis Hastings segue como:

$$\begin{aligned}x &= \ln(\alpha \cdot \beta) \\ y &= \ln(\beta) \\ z &= \ln(-\ln(q))\end{aligned}$$

Os pontos candidatos são gerados a partir da adição de desvios normalmente distribuídos

$$\begin{aligned}x' &= x + dx \cdot N(0, 1) \\ y' &= y + dy \cdot N(0, 1) \\ z' &= z + dz \cdot N(0, 1)\end{aligned}$$

onde os valores das derivadas são assumidos constantes e vem de Groen (2002) através de experimentos, que podem assumir os seguintes valores para a maior parte dos problemas: $dx = 0,07$; $dy = 0,03$ e $dz = 0,1$. Ressalta-se que esses valores podem ser ajustados de acordo com a base de dados utilizada.

Após isso se aplica a relação inversa para obtermos os parâmetros candidatos de interesse

$$\begin{aligned}\alpha' &= \exp(x' - y') \\ \beta' &= \exp(y') \\ q' &= \exp(-\exp(z'))\end{aligned}$$

O quociente da distribuição proposta presente na Equação 4.2.19 é dado por:

$$\frac{k(X|Y)}{k(Y|X)} = \frac{k(\alpha, \beta, q|\alpha', \beta', q')}{k(\alpha', \beta', q'|\alpha, \beta, q)} = \frac{k(x, y, z|x', y', z') \cdot J(\alpha, \beta, q|\alpha', \beta', q')}{k(x', y', z'|x, y, z) \cdot J(\alpha', \beta', q'|\alpha, \beta, q)}$$

Onde $J(\cdot)$ é a matriz Jacobiana.

Assumindo que a distribuição proposta é simétrica, então:

$$\frac{k(x, y, z|x', y', z')}{k(x', y', z'|x, y, z)} = 1$$

-

resolvendo a matriz Jacobiana,

$$J(\alpha, \beta, q|x, y, z) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \alpha} & \frac{\partial x}{\partial \beta} & \frac{\partial x}{\partial q} \\ \frac{\partial y}{\partial \alpha} & \frac{\partial y}{\partial \beta} & \frac{\partial y}{\partial q} \\ \frac{\partial z}{\partial \alpha} & \frac{\partial z}{\partial \beta} & \frac{\partial z}{\partial q} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{\alpha} & \frac{1}{\beta} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{q \ln(q)} \end{vmatrix} = \frac{1}{\alpha \cdot \beta} \cdot \frac{-1}{q \cdot \ln q} = -e^{-x+e^z-z}$$

encontraremos que a distribuição candidata $(X|Y)$ pode ser descrita da seguinte forma:

$$\frac{k(\alpha, \beta, q|\alpha', \beta', q')}{k(\alpha', \beta', q'|\alpha, \beta, q)} = \frac{\exp(-x + \exp(z) - z)}{\exp(-x' + \exp(z') - z')}$$

ANEXO B - Planilha de coleta de dados

PCV DADOS DE FALHA

- 1- OT _____
2- TAG _____
3- RGN _____
4- DATA DA DETECÇÃO: ____/____/____
5- HORA DA DETECÇÃO: _____
6- DATA DE RETORNO DO RAMAL A OPERAÇÃO: ____/____/____
7- HORA DE RETORNO DO RAMAL A OPERAÇÃO: _____
- 8- MODO DE DETECÇÃO:
- | | |
|--|---|
| 1- ☐ Manutenção Corretiva | 3- ☐ Manutenção Preventiva |
| 2- ☐ Manutenção Preditiva | 4- ☐ Inspeção |
- 9- MODO DE FALHA PRINCIPAL (escolha apenas uma opção):
- | | |
|--|---|
| 1- ☐ Falhou em Abrir | 5- ☐ Falhou em Fechar |
| 2- ☐ Abriu Lentamente | 6- ☐ Fechou Lentamente |
| 3- ☐ Abriu Parcialmente | 7- ☐ Fechou Parcialmente |
| 4- ☐ Abriu em Excesso | 8- ☐ Fechou em Excesso |
- 10- CLASSE DE SEVERIDADE (escolha apenas uma opção):
- | | |
|-------------------------------------|---------------------------------------|
| 1- ☐ Crítica | 2- ☐ Degradada |
|-------------------------------------|---------------------------------------|
- 11- COMPONENTES FALHOS:
- | | |
|---|--|
| 11.1 PILOTO: | 11.2 CORPO: |
| 1- ☐ Pino de Fixação do Bico-Palheta | 6- ☐ Haste do Obturador |
| 2- ☐ Tomada de Pressão | 7- ☐ Diafragma |
| 3- ☐ Sede da Palheta | 8- ☐ O'Rings |
| 4- ☐ Conexões | 9- ☐ Conexões |
| 5- ☐ O'Rings | 10- ☐ Molas |
| | 11- ☐ Obturador |
| | 12- ☐ Sede |
- 11.3 REDUTOR:
- | |
|--|
| 13- ☐ Parafuso do Bico-Palheta |
| 14- ☐ Sede da Palheta |
| 15- ☐ Tomada de Pressão |
| 16- ☐ Pino de Fixação do Bico-Palheta |
| 17- ☐ O'Rings |
- 12- OBSERVAÇÕES:
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____

Fonte: Sivini (2006)

ANEXO C - Teste de Levene's

O teste de Leven's, (LEVENE, 1960), é teste de hipótese utilizado para testar se k amostras possuem variâncias iguais. Em se observando igualdade entre as amostras diz-se que não há evidências contra em afirmar que existe homogeneidade entre as variância. A definição a seguir foi obtida em NIST/SEMATECH (2006).

$$\begin{cases} H_0 : \sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_k, \\ H_1 : \sigma_i \neq \sigma_j \text{ para pelo menos um par (i,j)} \end{cases}$$

Considere uma amostra de tamanho $N = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ dividido em k grupos. A estatística W deste teste é definida como:

$$W = \frac{(N - k) \sum_{i=1}^k N_i (\overline{Z_{i.}} - \overline{Z_{..}})^2}{(k - 1) \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{N_i} (Z_{ij} - \overline{Z_{i.}})^2}$$

Onde Z_{ij} pode assumir qualquer uma das seguintes definições:

$$1. Z_{ij} = |Y_{ij} - \overline{Y_{i.}}|$$

onde $\overline{Y_{i.}}$ é a média do i-ésimo grupo

$$2. Z_{ij} = |Y_{ij} - \widetilde{Y_{i.}}|$$

onde $\widetilde{Y_{i.}}$ é a mediana do i-ésimo grupo

$$3. Z_{ij} = |Y_{ij} - \overline{Y_{i.}}'|$$

onde $\overline{Y_{i.}}'$ é o 10% “trimmed-mean” (média aparada)¹ do i-ésimo grupo

$\overline{Z_{i.}}$ é a média dos grupo de Z_{ij} e $\overline{Z_{..}}$ é a média de geral de todos Z_{ij} .

A escolha da definição utilizada para Z_{ij} determina a robustez e o poder do teste. Para maiores detalhes veja Brown e Forsythe (apud NIST/SEMATECH, 2006).

A hipótese de que as variâncias são iguais é rejeitada se o valor da estatística $W > F_{\alpha, k-1, N-k}$. Onde, F representa a distribuição de Fisher com $k - 1$ e $N - k$ graus de liberdade a um nível de significância α .

¹Representa a média dos valores que restam quando se descarta uma percentagem γ dos menores e do maiores valores. Então $\hat{x}_\gamma = \frac{1}{n - 2k} \sum_{i=k+1}^{n-k} x_i$. Onde k é o valor inteiro arredondado do produto γn . A mediana é obtida quando $\gamma = 100$ e a média aritmética quando $\gamma = 0$.