



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA

PAULO SÉRGIO BARBOSA

**INVESTIGANDO OS EFEITOS DO CONTRATO DIDÁTICO EM UMA SALA
DE AULA DE MATEMÁTICA: O caso do sistema de equações polinomiais do 1º
grau em uma turma do 8º ano**

Caruaru
2024

PAULO SÉRGIO BARBOSA

**INVESTIGANDO OS EFEITOS DO CONTRATO DIDÁTICO EM UMA SALA
DE AULA DE MATEMÁTICA: O caso do sistema de equações polinomiais do 1º
grau em uma turma do 8º ano**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Área de concentração: Educação em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Edelweis José Tavares Barbosa

Caruaru

2024

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Nasaré Oliveira - CRB/4 - 2309

B238i Barbosa, Paulo Sérgio.
 Investigando os efeitos do contrato didático em uma sala de aula de
matemática: o caso do sistema de equações polinomiais do 1º grau em
uma turma do 8º ano. / Paulo Sérgio Barbosa. – 2024.
 163 f.; il.: 30 cm.

Orientador: Edelweis José Tavares Barbosa.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco,
CAA, Programa de Pós- Graduação em Educação em Ciências e
Matemática, 2024.

Inclui Referências.

1. Educação - Matemática. 2. Didática. 3. Contrato didático. 4.
Polinômios. I. Barbosa, Edelweis José Tavares (Orientador). II. Título.

CDD 371.12 (23. ed.)

UFPE (CAA 2024-028)

PAULO SÉRGIO BARBOSA

**INVESTIGANDO OS EFEITOS DO CONTRATO DIDÁTICO EM UMA SALA
DE AULA DE MATEMÁTICA: O caso do sistema de equações polinomiais do 1º
grau em uma turma do 8º ano**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.
Área de concentração: Educação em Matemática.

Aprovada em: 22/04/2024

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Edelweis José Tavares Barbosa (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE

Prof. Dr. Marcus Bessa de Menezes (Examinador interno)
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE

Prof^a. Dr^a. Mariana Moran (Examinadora Externa)
Universidade Estadual de Maringá - UEM

AGRADECIMENTO

Agradeço ao Criador de todas as coisas boas, pelos dons a mim concedidos, por colocar pessoas importantes em meu caminho e por me ajudar a superar os obstáculos ao longo do curso.

A minha família, minha mãe, Severina Duarte de Luna, e meu pai, Manoel Gomes Barbosa, pelo incentivo, investimento e paciência em todos os momentos da vida acadêmica.

A minha filha Lívia Lira Barbosa, minha esposa Jaqueline, que tiveram paciência e compreensão, além de dar incentivo. A vocês todo amor possível.

Ao meu amigo, Reinaldo Manoel da Silva, pela força, amizade e por sempre me ajudar. Um grande abraço ao nobre amigo.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Edelweis José, pela paciência, pelo aprendizado e confiança. O senhor foi fundamental durante todo o processo. Meu muito obrigado!

Aos orientadores da banca, Profa. Dra. Cileda e o Prof. Dr. Marcus Bessa pelo incentivo e contribuições. Obrigado!

Aos companheiros de curso, em especial Débora, Ívia e Regivam. Vocês foram muito importantes, me ajudaram, e as nossas experiências foram aprendizados para a vida toda. Gratidão!

Aos meus companheiros de trabalho, pelo incentivo, orgulho e carinho demonstrado. Um forte abraço!

Ao PPGECEM e aos professores e às professoras do Programa, pelo incentivo, discussões e contribuições. Foi excelente aprender com vocês!

Muito obrigado, pessoas!

RESUMO

O objetivo geral deste trabalho é analisar situações didáticas, resolução e elaboração de problemas em sistema de equações polinomiais do 1º grau, sob a ótica dos elementos e efeitos do Contrato Didático. Para tanto, optou-se pelo referencial teórico da Didática da Matemática de origem francófona: a noção de Contrato Didático. Esta pesquisa, de abordagem qualitativa, foi realizada com uma professora e seus estudantes de uma turma do 8º ano “A” do Ensino Fundamental de uma escola da rede municipal no município de Surubim, estado de Pernambuco. Para atender aos objetivos deste estudo, fez-se necessário a realização de entrevistas com a professora e a observação das aulas referentes ao conteúdo resolução e elaboração de problemas envolvendo sistema de equações do 1º grau. A partir dos dados obtidos, compreendeu-se melhor como se dá o Contrato Didático neste contexto, observando os elementos e efeitos que surgem na relação didática, e como estes se comportam na relação entre professor e estudante e, conseqüentemente, no processo de ruptura do contrato já estabelecido, possibilitando mudanças no pensar e no comportamento dos colaboradores da pesquisa.

Palavras-chave: educação matemática; didática da matemática; contrato didático; relação didática; sistema de equação.

ABSTRACT

The general objective of this work is to analyze didactic situations, solving and elaborating problems in a system of 1st grade polynomial equations, from the perspective of the elements and effects of the Didactic Contract. To this end, we opted for the theoretical framework of Mathematics Didactics of French origin: the notion of Didactic Contract. This research, with a qualitative approach, was carried out with a teacher and her students from an 8th year “A” class of Elementary School at a municipal school in the municipality of Surubim, state of Pernambuco. To meet the objectives of this study, it was necessary to carry out interviews with the teacher and observe classes related to the content of solving and elaborating problems involving a system of 1st degree equations. From the data obtained, it was better understood how the Didactic Contract works in this context, observing the elements and effects that arise in the didactic relationship, and how these behave in the relationship between teacher and student and, consequently, in the process of rupture of the contract already established, enabling changes in the thinking and behavior of research collaborators.

Keywords: mathematics education; mathematics didactics; didactic contract; didactic relationship; equation system.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – O Triângulo das Situações e o <i>Milieu</i> (meio).....	27
Figura 2 – Triângulo das Situações Didáticas.....	30
Figura 3 – Modelo Normativo proposto por Charnay (1996).....	32
Figura 4 – Modelo Incitativo proposto por Charnay (1996).....	33
Figura 5 – Modelo Aproximativo proposto por Chamay (1996).....	34
Figura 6 – Diagrama de Venn	48
Figura 7 – Recorte da Base Nacional Comum Curricular	61
Figura 8 – Recorte da BNCC	67

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Resumo das principais características efeitos do Contrato Didático	49
Quadro 2 – Recorte do PC/PE.....	67
Quadro 3 – Critérios de Análise do Contrato Didático	76
Quadro 4 – Ocorrências de sinais.....	78
Quadro 5 – Recorte de protocolo da entrevista com a professora	80
Quadro 6 – Recorte de protocolo da entrevista com a professora	80
Quadro 7 – Recorte de protocolo da entrevista com a professora	81
Quadro 8 – Recorte de protocolo da entrevista com a professora	82
Quadro 9 – Recorte protocolar da aula.....	83
Quadro 10 – Recorte protocolar da aula.....	84
Quadro 11 – Recorte protocolar da aula.....	85
Quadro 12 – Recorte protocolar da aula.....	86
Quadro 13 – Recorte protocolar da aula.....	87
Quadro 14 – Primeiras atividades proposta pela professora.....	87
Quadro 15 – Recorte protocolar da aula.....	88
Quadro 16 – Recorte protocolar da aula.....	89
Quadro 17 – Recorte protocolar da aula.....	89
Quadro 18 – Recorte protocolar da aula.....	91
Quadro 19 – Recorte protocolar da aula.....	92
Quadro 20 – Recorte protocolar da aula.....	93
Quadro 21 – Recorte protocolar da aula.....	94
Quadro 22 – Recorte protocolar da aula.....	95
Quadro 23 – Recorte protocolar da aula.....	96
Quadro 24 – Recorte protocolar da aula.....	97
Quadro 25 – Recorte protocolar da aula.....	98
Quadro 26 – Recorte protocolar da aula.....	98
Quadro 27 – Recorte protocolar da aula.....	99
Quadro 28 – Recorte protocolar da aula.....	100
Quadro 29 – Recorte protocolar da aula.....	101
Quadro 30 – Recorte protocolar da aula.....	101

LISTA DE SIGLAS

a.C.	Antes de Cristo
BDTD	Biblioteca Digital de Teses Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CD	Contrato Didático
d.C.	Depois de Cristo
IREM	Institutos de Pesquisa em Ensino da Matemática
MMM	Movimento da Matemática Moderna
PC/PE	Parâmetros Curriculares do Estado de Pernambuco
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNE	Plano Nacional de Educação
SAEPE	Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco
TALE	Termo de Assentimento Livre e Esclarecido
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TSD	Teoria das Situações Didáticas

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	OBJETIVOS	19
2.1	OBJETIVO GERAL	19
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	19
3	A DIDÁTICA DA MATEMÁTICA	20
3.1	TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS	26
3.2	O SISTEMA DIDÁTICO E A RELAÇÃO DIDÁTICA	29
3.3	O TRIÂNGULO DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS E SUAS RELAÇÕES FIRMADAS	32
3.4	A REPRESENTAÇÃO DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS	36
3.4.1	A Situação Adidática da Ação	36
3.4.2	A Situação Adidática de Formulação	37
3.4.3	A Situação Adidática de Validação	38
3.4.4	Situação Adidática de Institucionalização	38
3.5	O CONTRATO DIDÁTICO	40
3.5.1	Ruptura e renegociação	43
3.5.2	Os efeitos do contrato didático	44
3.6	CATEGORIAS DE CONTRATO PEDAGÓGICO, EXPERIMENTAL E DIFERENCIAL	50
4	ÁLGEBRA: DA HISTÓRIA AO CONTEXTO ACADÊMICO	53
4.1	ASPECTOS IMPORTANTES: GÊNESE DA ÁLGEBRA	53
4.2	OS DOCUMENTOS OFICIAIS E ÁLGEBRA NO ENSINO	55
4.3	PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS	56
4.4	PARÂMETROS CURRICULARES DE MATEMÁTICA DE PERNAMBUCO	58
4.5	O SABER ALGÉBRICO NA BNCC	60
4.6	A ÁLGEBRA NO CONTEXTO ACADÊMICO	62
4.7	SISTEMA DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU NO CONTEXTO ESCOLAR	66
5	METODOLOGIA	70
5.1	ABORDAGEM METODOLÓGICA	70
5.2	PARTICIPANTES DA PESQUISA	72
5.3	ESTUDO DO CASO	74

5.4	INSTRUMENTOS PARA CONSTRUÇÃO DE DADOS	75
5.5	ETAPAS DA PESQUISA	75
5.6	CRITÉRIOS DE ANÁLISE	76
6	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS	78
6.1	CONHECENDO UM POUCO A PROFESSORA -PARTICIPANTE DA PESQUISA (FORMAÇÃO PROFISSIONAL E EXPERIÊNCIA DOCENTE)	79
6.2	O CONTRATO DIDÁTICO DENTRO DE SALA DE AULA: ELEMENTOS E EFEITOS	83
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	104
	REFERÊNCIAS	110
	APÊNDICE – ROTEIRO DA ENTREVISTA COM A PROFESSORA	115
	ANEXO A – CARTA DE ANUÊNCIA	116
	ANEXO B – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	118
	ANEXO C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	120
	ANEXO D – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	122
	ANEXO E – ENTREVISTA COM A PROFESSORA	124
	ANEXO F – TRANSCRIÇÃO DAS AULAS (PRIMEIRO DIA)	127
	ANEXO G – TRANSCRIÇÃO DAS AULAS (SEGUNDO DIA)	143
	ANEXO H – PROBLEMAS PROPOSTOS PELA PROFESSORA NA SALA DE AULA	162

1 INTRODUÇÃO

Minha trajetória escolar começou no Ensino Fundamental I, uma vez que comecei meus estudos na década de 80 do século XX, aos sete anos, na então chamada 1ª série (2º ano), mas minhas lembranças desse período são escassas. Recordo-me de aprender as quatro operações matemáticas básicas, mas meu primeiro contato com álgebra foi por meio de uma atividade proposta pela professora da quarta série (5º ano). Era preciso descobrir o valor de um termo desconhecido.

Conforme avancei para o Ensino Fundamental II, minha experiência com conteúdos algébricos foi bastante frustrante, pois tinha muita dificuldade em aprendê-los; estas atividades eram puramente mecânicas, rotineiras e muitas vezes desinteressantes. Até então, não tinha conhecido uso de letras na matemática, pois sempre associei matemática a símbolos indo-arábicos nas operações aritméticas.

No contexto recente, como professor de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental II de uma escola da rede municipal, e do Ensino Médio na rede estadual, pude perceber fatores favoráveis, bem como desfavoráveis, dentro e fora da sala de aula que influenciam no processo da busca pelo conhecimento.

Na sala de aula, nos deparamos com os desafios como as dificuldades no trabalho com os estudantes na unidade temática de álgebra, especialmente no que diz respeito à resolução e elaboração de problemas. Essa habilidade é recomendada em documentos oficiais que norteiam a ação docente, em especial a elaboração de problemas matemáticos realizados pelos educandos. Acredita-se que o ensino visa à resolução de problemas, porém sua elaboração pelos estudantes não acontece na prática em muitas salas de aula.

Sobre o ensino da resolução de problemas em consonância com a elaboração de problemas, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2017, p. 271), afirma: “Os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica”.

No Ensino Fundamental II, “[...] é importante que os estudantes reelaborem os problemas propostos após os terem resolvido” (Santos, 2023, p. 14). Por esse motivo, nas habilidades relativas à resolução de problemas, está incluso o objetivo dos estudantes elaborarem novos problemas, baseando-se no raciocínio e no

questionamento sobre o que ocorreria se alguma situação fosse alterada, ao acrescentar ou retirar informações do problema proposto.

Com relação a esse propósito, a BNCC (Brasil, 2017) traz a resolução e elaboração de problemas, distribuída como habilidade em todas as unidades temáticas, não apenas em álgebra, bem como o Parâmetro Curricular de Pernambuco – PC/PE (Pernambuco, 2019) que aborda como conteúdo e habilidade. Além do mais, a resolução de problemas se faz presente não só nas salas de aula como metodologia de ensino, mas também no nosso dia a dia.

Acreditar que aprender não deve ser limitado à mera memorização, Barbosa (2017) salienta que as atividades propostas pelos educadores seguem em caminhos contrários, isto é, nas orientações para o trabalho com os problemas algébricos, é dada ênfase puramente ao processo de resolução. A escola desempenha um papel fundamental ao fornecer um ambiente propício para o desenvolvimento dessas habilidades e na orientação dos estudantes para a compreensão e aplicação dos conceitos matemáticos, como a resolução de sistema de equação do 1º grau.

Por ser considerada uma ciência que estuda as relações, e constitui um modo de pensar ao longo do tempo, a matemática também desenvolveu sistemas de representações e modelos para análise. Esses sistemas nos permitem raciocinar sobre fenômenos e eventos, realizando análises que não seriam possíveis sem essa estrutura de representação (Campos; Nunes, 1994).

O ensino de matemática é tão essencial quanto à escrita e à leitura, sendo uma parte primordial da educação. Muitos dos seus conceitos básicos são fundamentais em diversas ciências, como a geografia, a sociologia e a economia. Ao recorrer a dados estatísticos, interpretação e análise de gráficos, a matemática nos possibilita compreender as relações pessoais e emocionais, além de auxiliar no entendimento dos efeitos da impressão sobre o poder de compra da população e o bem-estar das pessoas no dia a dia. Além disso, ela contribui para uma melhor compreensão das transformações socioeconômicas na sociedade.

Independentemente das discussões teóricas sobre o ensino da matemática e a prática de elaboração de problemas, os pesquisadores dedicam atenção a ela e buscam inserção dessa temática nos currículos escolares. No entanto, observa-se, em muitos contextos, que a habilidade de elaboração pelos estudantes não é explorada, conforme preconizam os documentos orientadores do ensino. Através

desta pesquisa, visamos obter uma compreensão mais clara de como a álgebra é abordada na sala de aula do Ensino Fundamental.

Por essa razão, optamos por adotar o referencial teórico da Didática da Matemática como base fundamental para o nosso estudo, focando especialmente no conceito de Contrato Didático (CD) de Guy Brousseau. Este será utilizado como uma ferramenta de análise em relação à abordagem dos problemas elaborados pelos alunos, direcionando nossa atenção para a interação entre a tríade professor-aluno-saber.

Nessa circunstância, propusemos a observar o ensino em elaboração e a solução de problemas realizados pelos estudantes de uma turma do 8º ano “A” do Ensino Fundamental. Como identificar as relações didáticas em resolução e elaboração de problemas que podem levar à ruptura do Contrato Didático em sistema de equações polinomiais do 1º grau em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental II?. Tal aspecto é de extrema relevância no contexto do jogo didático.

Planejamos visualizar a ruptura a partir de dois polos distintos: o lado do professor, no momento em que ele delega ao estudante essa responsabilidade, e o lado do discente, ao assumir uma tarefa para si, isto é, aceitar a devolução didática em relação ao conteúdo de resolução e elaboração de sistema de equações polinomiais de 1º grau. Conforme afirmou Brousseau (1986), é nesse momento de ruptura que ocorre o verdadeiro processo de ensino e aprendizagem.

A escolha do objeto de conhecimento, sistema de equações polinomiais de 1º grau, se justifica pelo fato de ser um conteúdo essencial na álgebra, fundamental para o processo de aprendizagem de outros temas. Isso não se restringe apenas à disciplina de matemática, mas também à sua aplicação na resolução de problemas cotidianos e, quem sabe, de forma prática e simples.

A respeito da opção da turma do 8º ano do Ensino Fundamental II para a realização de nosso estudo, a escolha se deu em razão de que se espera que os estudantes já disponham de experiência acerca do objeto de conhecimento em que trata a nossa pesquisa, pois o ensino algébrico com sistema de equações polinomiais do 1º grau começa a ser abordado na série anterior.

Cabe lembrar que a aprendizagem da matemática começa naturalmente antes mesmo da entrada na escola, uma vez que ela está presente no nosso

cotidiano e é tão fundamental quanto à leitura e à escrita. A matemática nos capacita a pensar de forma lógica, a estudar relações e a fazer representações precisas.

Conforme a BNCC (Brasil, 2017), o conhecimento matemático é necessário para todos os estudantes da Educação Básica, pela sua relevância na sociedade contemporânea e por suas potencialidades na formação de cidadãos críticos e conscientes de suas responsabilidades sociais.

Semelhantemente, o PC/PE (Pernambuco, 2019) apresenta que, atualmente, é indiscutível a importância da matemática na formação humana, principalmente por vivermos em uma sociedade gradativamente mais permeada pela ciência e tecnologia. Na atualidade, diversas profissões e formações de profissionais, das mais simples às mais complexas, requisitam conhecimentos matemáticos e noções básicas para lidar com este saber.

De modo que a matemática está em todos os lugares e sua importância é inegável. Contudo, no contexto escolar, a disciplina matemática apresenta problemas tanto no ensino quanto na aprendizagem; a desaprovação à disciplina pode ser justificada por diversos motivos, tais como o imediatismo, a desmotivação, a falta de interpretação e de conhecimento do vocabulário e do simbolismo matemático por parte dos estudantes. Tudo isso, acrescido à falta de significados para o que está sendo abordado nas salas de matemática, vem implicando em baixos resultados em provas de avaliação externa, principalmente na rede pública de ensino, situação agravada no período pós-pandêmico, constituindo-se um verdadeiro desafio para a educação matemática.

Dentre os eixos da matemática, o campo da álgebra apresenta maiores dificuldades pelos estudantes da Educação Básica como, por exemplo identificar sistemas de equações do 1º grau pode ser especialmente desafiador, com taxas de acertos chegando no máximo a 40% de acerto em alguns casos, conforme constatado pelo resultado do Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco – SAEPE (2022). Essas dificuldades podem ter como hipóteses a metodologia empregada por alguns professores, que refletem as suas próprias concepções de ensino, bem como o material didático utilizado. Além disso, é importante considerar o conhecimento do assunto que pode não ser exatamente de forma científica.

Para a nossa sociedade, o componente álgebra apresenta grande relevância, por seu desenvolvimento ao longo dos anos e pela necessidade da compreensão

dos diversos fenômenos relativos ao seu processo de ensino e de aprendizagem. Diferentes vertentes de estudo nesse sentido emergiram e, dentre elas, a Didática da Matemática, cujo intuito é atender não apenas a questões de domínio de conteúdo matemático, mas também pensar sobre estes, destinando-se ao ensino de matemática.

Na perspectiva do referencial teórico da Didática da Matemática, os estudos nessa área de investigação foram desenvolvidos na França, a partir da década de 60 do séc. XX. Na atualidade, tem uma relevante dianteira na conjuntura brasileira, destacando no seu campo de estudos o Contrato Didático, um dos principais pilares da Teoria das Situações Didáticas (TSD), apresentados pelo teórico Guy Brousseau.

A ideia do CD surgiu por volta dos anos 70 do séc. XX, e foi pesquisado por Brousseau, professor de matemática e estudioso do assunto. Ao produzir pesquisas nos institutos de formação docente, respaldado nas suas experiências, lançou as discussões sobre o CD na situação de ensino como contribuição para aprendizagem de matemática. Conforme o próprio Brousseau (2008, p. 9), a noção do CD “[...] apareceu como uma necessidade teórica imposta pelo esforço de compreender os descompassos profundos que ocorrem no processo de aprendizagem”.

O funcionamento das condições e regras, estabelecidas de forma explícita ou implícita pelo professor, pode ser rompida pelos estudantes, oferecendo a oportunidade de aprimorar a percepção sobre o que mais beneficia, ou não, o processo de aprendizagem em relação ao conhecimento do saber matemático abordado no ensino. Essas dinâmicas não são simples, pois são gerenciadas pelo CD. Este desempenha um papel significativo na aprendizagem, uma vez que as expectativas, rupturas, negociações e renegociações são elementos que regem a relação didática.

Neste ambiente, detectamos diferentes trabalhos que também utilizam o CD como fonte para suas análises, para ser possível analisar as semelhanças e quais os avanços, entre outras contribuições que podem ser trazidas para a pesquisa.

Sobre o CD, sendo imprescindível a literatura de Brousseau (1986, 2008), distintos trabalhos foram elaborados nas últimas décadas do séc. XX e nas duas primeiras décadas do séc. XXI, com dessemelhantes abordagens. Dentre os diversos autores, destacamos os estudos de Almeida (2019) cujo objetivo é analisar as relações didáticas entre o professor, os alunos e o saber matemático função afim,

utilizando a Teoria das Situações Didáticas (TSD), sob o ponto de vista do planejamento e ação didática do professor; a pesquisa de Silva (2016) analisa os efeitos do CD em uma sala do Ensino Fundamental com o conteúdo de geometria; já Santos (2023) explora as relações contratuais entre o professor e seus estudantes, frente ao conteúdo resolução e elaboração de elementos envolvendo sistema de equações do 1º grau, sob o prisma dos elementos e efeitos do CD. Por intermédio dos autores e suas referidas pesquisas, encontramos trabalhos que investigam, as relações e negociações no CD e seus efeitos produzidos, voltado para a análise do professor e do estudante diante do saber matemático.

Em virtude do levantamento bibliográfico realizado, podemos notar a ausência de estudos envolvendo o nosso objeto principal, frente ao conteúdo, resolução e elaboração de problemas envolvendo sistema em equações polinomiais do 1º grau, sob a ótica dos elementos e efeitos do CD. Para tanto, optamos pelo referencial teórico da Didática da Matemática de origem francesa: a noção de Contrato Didático. Logo, inquietações foram emergindo, no sentido de analisar nossos objetivos para avançarmos e trazermos contribuições nesse aspecto.

Desta maneira, propusemos pautar a pesquisa na seguinte questão: “Como identificar as relações didáticas em resolução e elaboração de problemas que podem levar à ruptura do Contrato Didático em sistema de equações polinomiais do 1º grau em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental II?” Na próxima seção, descreveremos os objetivos traçados para alcançar a resposta a esse problema.

Assim ficou organizada a nossa dissertação: a princípio, faremos reflexões acerca da Didática da Matemática, da Educação e Didática da Matemática, com destaque para a sua importância quanto ao ensino e à aprendizagem dessa área do conhecimento, bem como a apresentação da Teoria das Situações Didáticas e do Contrato Didático e seus efeitos, a partir das pesquisas levantadas. A seguir, avançaremos com ponderações acerca da resolução e elaboração de problemas matemáticos.

Abrangeremos ainda as discussões sobre o contexto acadêmico e o contexto dos documentos oficiais que norteiam a prática de ensino a respeito do conceito de sistema de equações polinomiais do 1º grau. Por conseguinte, exporemos a abordagem metodológica da pesquisa, envolvendo o estudo do caso, instrumentos de construção dos dados e etapas deste estudo. Em seguida, traremos as análises

e discussões dos aspectos mais significativos dos resultados da nossa investigação e, finalmente, apresentaremos as considerações finais.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Analisar situações didáticas, resolução e elaboração de problemas em sistema de equações polinomiais do 1º grau, sob a ótica dos elementos e efeitos do Contrato Didático.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- 1) Identificar regras explícitas e implícitas que envolvem a negociação do Contrato Didático;
- 2) Identificar os efeitos do Contrato Didático que podem surgir em uma situação de ruptura deste;
- 3) Investigar a possível ruptura do Contrato Didático em uma turma do 8º ano.

3 A DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

Nesta seção, serão anotadas as principais ideias e noções teóricas do Contrato Didático, que foi inicialmente proposto por Guy Brousseau em 1978. Ao longo dos anos, esse conceito foi discutido em diversas ocasiões pelo pesquisador, como em 1984, 1986, 1996 e 1997, e retomado por outros estudos de colaboradores que asseveram sua identidade e a importância teórica. O CD é considerado um dos pilares fundamentais da Teoria das Situações Didáticas (TSD), desenvolvida por Brousseau, o que estabelece uma relação estreita com os conceitos que a constituem. Assim, abordaremos da gênese do CD, evolução e funcionamento em sala de aula.

Com isso, na segunda metade do séc. XX, por volta da década de 60, com o desenvolvimento da história da Didática da Matemática. Com o objetivo principal era analisar situações didáticas, resolução e elaboração de problemas em sistema de equações polinomiais do 1º grau, sob a ótica dos elementos e efeitos do Contrato Didático. Nesse contexto, a Didática da Matemática passou a estabelecer um diálogo entre as relações didáticas presentes na sala de aula e o sistema didático atual.

Ao longo do tempo, o ensino da matemática passou por várias mudanças, concentrada em atender os anseios da sociedade em determinado período da história. Um novo avanço para essa disciplina teve princípio nos anos de 1950 e 1960 do século passado. A necessidade de adaptação do ensino da matemática, frente ao desenvolvimento econômico, tecnológico e científico do período, ocorreu em diversos países, e assim surgiu o Movimento da Matemática Moderna (MMM).

Segundo Búrigo (2006), o MMM almejava emparelhar a abordagem matemática ensinada no nível básico para o nível superior. Esse modelo de ensino era mais rígido e formal, e objetivava promover o desenvolvimento científico e matemático dos estudantes, fornecendo-lhes uma base sólida para avançar nos estudos nessa área.

Devido aos problemas matemáticos e à matemática desenvolvida neste momento. Nesse modelo, o papel do estudante era mais passivo, sendo apenas um expectador da exposição feita pelo professor. A aprendizagem depende, em grande parte, da habilidade do professor em lecionar os conceitos de forma clara e explícita.

Os discentes eram encorajados a reproduzir os conhecimentos apresentados, sem necessariamente compreender profundamente os fundamentos e as aplicações da matemática.

Já nos anos de 1960, propagava-se na Europa, mais especificamente na França, a Didática da Matemática em Institutos de Investigação sobre o Ensino da Matemática (IREM). Inicialmente, essas instituições passaram a incorporar novos elementos à formação dos professores, tanto dos que estavam em atividade quanto para os que ainda estavam na sua formação (Gálvez, 1996). Uma atividade desenvolvida pelos institutos foi a produção de materiais que davam suporte ao trabalho dos professores.

A iniciativa dos IREM representou um avanço no campo da Didática da Matemática, animado para a formação e atualização dos professores, bem como para o desenvolvimento de materiais que visavam melhorar a qualidade do ensino da matemática nas escolas.

É importante ressaltar, em primeiro lugar, que as pesquisas na área da Didática da Matemática se baseavam enfatizam-na ênfase do papel das ações dos sujeitos. Portanto, fica evidente a conexão do conhecimento com dois aspectos principais: a experiência e a ação. Almouloud (2007) destaca que essa ligação se manifesta por meio da atividade exercida em relação aos objetos.

No mesmo sentido, Jonnaert e Borght (2002) destacam que, no construtivismo, o conhecimento não é resultado de uma passividade receptiva, mas sim da atividade do indivíduo. No entanto, esta não está vinculada a qualquer objeto em particular, mas às ideias, ao conhecimento e ao ponto de vista que o indivíduo já possui.

Na mesma linha, Gálvez (1996) infere que o interesse maior da Didática da Matemática procede-se nos processos didáticos e nos fenômenos relativos ao ensino e à aprendizagem da matemática, bem como na sua averiguação, de modo a manter um controle, já que por meio dele podemos otimizar a aprendizagem.

Vale destacar que a Didática da Matemática não visa promover um modelo específico para resolver os problemas que surgem no processo de ensino e de aprendizagem. Seu propósito é detalhar e esclarecer os fenômenos relacionados ao ensino e à aprendizagem de um determinado conhecimento matemático (Almeida, 2009).

As pesquisas nessa área evoluíram ao reconhecer os estudantes como seres ativos e responsáveis pela construção do seu próprio conhecimento. Essa mudança tornou-se uma abordagem renovada no processo de ensino e de aprendizagem, que vai além da simples memorização de fórmulas e da resolução de exercícios sequenciais apresentados pelo educador em sala de aula.

Diante disso, a Didática da Matemática valoriza o conhecimento matemático, o professor e o estudante na sala de aula. O desenvolvimento dessas relações entre esses elementos é fundamental para o funcionamento adequado do sistema didático. Conforme apontado por Chevallard (1991), cabe à Didática da Matemática investigar os fenômenos que surgem e compor todo o sistema didático.

A matemática, por ser classificada uma extensão científica elevada e diversificada, “vem passando por uma grande transformação” (D’Ambrosio, 2012, p. 53). Logo, ela pode ser entendida a partir de procedimentos e representações, relações entre conceitos, bem como sua utilização no cotidiano, pois é uma fonte para diversas outras áreas do conhecimento, não podendo ser assimilada apenas por modelos abstratos, como fora ao longo dos anos.

Além disso, a matemática deve ser considerada como um campo de conhecimento composto por conceitos sólidos e interligados entre si, conforme os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco (2012). Esses parâmetros afirmam que o ensino da disciplina deve ter como objetivo tolerar e reconhecer as práticas e os saberes matemáticos das pessoas em suas comunidades. Dessa forma, busca-se promover uma abordagem contextualizada e relevante da disciplina, relacionando-a com a realidade dos estudantes e com suas vivências.

O que estamos discutindo pode ser visto, a seguir, nas palavras de Rodrigues e Sforni (2010), os pesquisadores apontam que a matemática é ensinada nas escolas.

Apesar de a matemática ser uma disciplina presente na educação escolar desde as séries iniciais, pesquisas tem demonstrado que a aprendizagem dos conteúdos dessa área de conhecimento constitui um obstáculo para grande número dos estudantes (Rodrigues; Sforni, 2010. p. 554).

Ao observar a Educação Matemática dessa maneira, ergue-se a possibilidade de não só abordar as questões de conteúdos dedicados ao ensino e à

aprendizagem, porém cabe considerá-los. Conforme aborda Silva (2007, p. 10), ela é “[...] mais que um ensino de Matemática no espaço da escola, caracteriza-se como processo imerso na totalidade concreta e se desenvolve a partir de pensamentos matemáticos”.

O desenvolvimento da Educação Matemática tem evoluído ao longo dos anos, segundo Bittar, Castro Filho e Santos (2008). Os autores argumentam que esse campo de estudo pode fornecer reflexões sobre o uso da matemática em sala de aula, bem como colaborar para melhorar o ensino e a aprendizagem, tanto para os estudantes quanto para os professores. A Educação Matemática, tendo em vista explorar metodologias, estratégias e abordagens, pode tornar o ensino da disciplina mais significativo e efetivo, incentivando a participação ativa dos estudantes e promovendo um ambiente de colaboração e interação.

Seguindo essa linha de pensamento, Silva (2007) sugere que a intervenção de ações do professor em relação ao estudante não configura uma parcialidade, possibilitando uma interação, assim que ocorre o processo de aprendizagem e acontece o de ensino. É importante considerar que as relações entre o discente e o educador podem ser entendidas como contratos e acordos mantidos entre eles, mesmo que nem sempre sejam explicitadas de forma clara para ambas as partes. Essas relações envolvem expectativas, responsabilidades e compromissos mútuos que influenciam o processo de ensino e aprendizagem. Embora não estejam sempre visíveis, essas relações desempenham um papel significativo na dinâmica da sala de aula e no desenvolvimento dos estudantes.

Ainda em referência à Educação Matemática, Beltrão, Silva e Souza (2010) visualizam que se trata de “[...] um campo fecundo de pesquisa educacional, cujo objeto de estudo é a compreensão, a análise e a descrição de fenômenos relacionados ao ensino e à aprendizagem da Matemática”. A Didática da Matemática propaga-se neste vasto contexto de pesquisa na área de educação.

Autores francófonos contribuíram muito para o desenvolvimento da Didática da Matemática ao longo do tempo, e sua influência se espalhou por distintos países, de modo que se configura como um campo de estudo que vem crescendo a passos largos há algumas décadas, como destaca Almeida (2009). Destarte, Brito Lima (2006, p. 20) a concebeu como um campo “[...] de investigação e análise dos fenômenos didáticos que emergem no seio da relação didática”. Conforme a

descrição de Gálvez (1996), o propósito da Didática da Matemática passa pelo conhecimento dos fenômenos e processos relativos ao ensino dela, para manter um controle e, através deste, aperfeiçoar a aprendizagem dos estudantes.

O desenvolvimento do ensino em matemática introduz uma nova ótica, distinta dos métodos tradicionais que consistem em decorar fórmulas, assim como resolução de extensos repertórios de atividades semelhantes em contínua repetição. Diferente desse modelo, no séc. XXI busca-se estimular a compreensão, o interesse e o prazer por parte do discente na procura por solução do problema, de modo a tomar um desafio para si e superá-lo, além de uma possibilidade de ampliação dos conhecimentos e uma metamorfose das aulas de matemática, oportunizando ao estudante expor suas indagações e argumentos formulados ao longo do processo na busca da solução matemática para diversas questões.

Conforme apontado por Gálvez (1996), o objetivo principal da Didática da Matemática é examinar o processo pelo qual as situações didáticas ocorrem, com o intuito de observar as características fundamentais para o conhecimento e o aprimoramento dos estudantes. Nesse sentido, a Didática da Matemática busca compreender como os conteúdos são apresentados, explorados e assimilados pelos discentes, identificando abordagens e estratégias que podem facilitar o processo de ensino e de aprendizagem.

Segundo Brousseau (1986), uma situação didática pode ser compreendida como uma concentração de conexões que são estabelecidas, de forma explícita ou implícita, em um determinado contexto educacional por um indivíduo ou grupo de estudantes. Essa situação envolve instrumentos ou objetos associados a um sistema de ensino, e seu principal objetivo é proporcionar aos educandos a possibilidade de se apropriar de um determinado saber.

Assevera Almeida (2009) que a Didática da Matemática compreende que os saberes matemáticos precisam ser construídos pelos discentes no contexto da sala de aula, em detrimento às relações determinadas pelo sistema educacional. Isso implica em superar as relações tradicionais entre saber, estudante e professor.

Nesse sentido, Brito Lima (2006) aborda que cabe à Didática da Matemática a tarefa de investigar os fenômenos que surgem e constituem o sistema didático. Essa abordagem enfatiza a importância de compreender e analisar as dinâmicas que ocorrem no processo de ensino e de aprendizagem da matemática.

É pertinente questionar a possibilidade de ministrar o saber matemático para torná-lo compreensível ao estudante, permitindo que o professor estabeleça uma relação na qual haja interação e construção do saber durante o processo educacional. Nessa perspectiva, é fundamental que o educador adote estratégias pedagógicas que possibilitem aos estudantes compreenderem a natureza dos conceitos matemáticos, as relações entre eles e sua aplicação prática. Dessa forma, ao estabelecer uma relação de interação e construção do conhecimento, o educador poderá proporcionar aos discentes a oportunidade de se apropriarem do saber matemático de forma mais significativa e duradoura. Diante disso, alguns estudos desempenham um papel essencial na área da matemática, auxiliando expressivamente na exploração de novos pensamentos e na melhoria do ensino e da aprendizagem dos estudantes. Esses estudos fornecem fundamentos e estruturas conceituais que permitem compreender a natureza da matemática e sua aplicação na educação. Um desses estudos se refere ao conceito da Transposição Didática.

O estudo da Transposição Didática desenvolvido por Chevallard (1985), em seu livro *La Transposition Didactique*, possibilita analisar as mudanças que ocorrem no processo de transposição do conhecimento científico para o saber na escola. A Transposição Didática pode ser dividida em duas fases distintas. A primeira é Transposição Didática Externa, que está relacionada às modificações do objeto de conhecimento ao longo de sua trajetória, desde a produção científica até sua inserção no currículo escolar. Essa fase considera as concepções, escolhas e transferências realizadas pelos agentes envolvidos no processo educativo, como os investigadores, autores de livros didáticos e formuladores de políticas educacionais.

A Transposição Didática Interna ocorre no ambiente escolar e de forma não exclusiva na sala de aula. Nessa fase, o conhecimento científico passa por tolerância e transformação para se tornar acessível aos estudantes. O professor adapta um determinado conteúdo ou conhecimento para torná-lo compreensível e acessível aos estudantes, considerando suas necessidades, nível de desenvolvimento cognitivo, interesses e contexto de aprendizagem conforme suas características. Isso possibilita a aprendizagem significativa, garantindo que os discentes se apropriem do conhecimento de forma eficaz e consigam relacioná-lo com suas experiências prévias e com o mundo ao seu redor.

Logo, a Didática da Matemática se interessa pelo “jogo” estabelecido pelo professor, pelos alunos e pelo saber matemático na sala de aula, sendo ele formado pelas interações e relações entre esses elementos, que constituem o sistema didático. Assim, cabe à Didática da Matemática investigar os fenômenos que emergem e constituem esse sistema didático (Chevallard, 1991). Isso envolve analisar como o conhecimento matemático é transmitido e assimilado, como as práticas de ensino são desenvolvidas e como os estudantes interagem com o conteúdo e com o professor. Ao aprofundar esses aspectos, a Didática da Matemática busca compreender e aprimorar os processos de ensino e aprendizagem da matemática na sala de aula.

3.1 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Desenvolvida pelo próprio Guy Brousseau, na França, por volta da década de 70, a Teoria das Situações Didáticas (TSD) se constitui um modelo teórico que trata das formas de apresentação dos conteúdos matemáticos, com a intenção de facilitar a relação dos sujeitos envolvidos, buscar uma melhor qualidade no que corresponde ao aprendizado. Ela passou a valorizar os conhecimentos dos estudantes, quando estes se envolvem na construção do saber, bem como o trabalho do professor, que cria as condições necessárias para que o aluno se apodere dos saberes matemáticos estudados.

No que concerne à sua teoria, a relação entre professor, aluno e saber é indispensável, devido ser as relações entre os sujeitos humanos e um saber matemático em evidência que dão as condições básicas para que um conteúdo seja lecionado e aprendido. A chamada Situação Didática, a qual Chevallard, Bosch e Gascón (2001) corroboram, é constituída quando uma ou mais pessoas se encontram frente a uma proposta matemática onde a resolução nem sempre é imediata. Nesses casos, a resposta não é evidente e surge a necessidade de estudar o dado problema matemático.

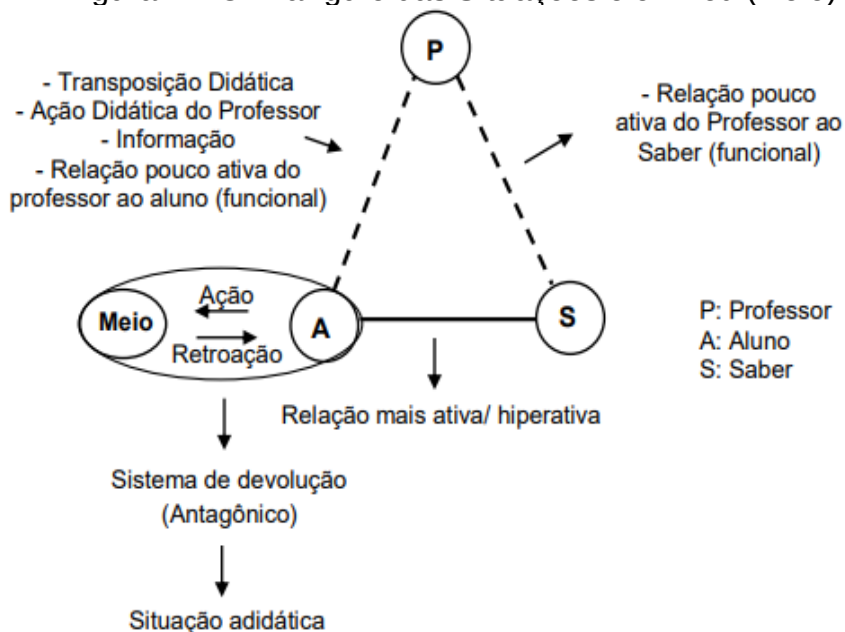
Assim, sua função do professor é coordenar a vivência dessa situação sem influenciar nas produções dos estudantes, pois, conforme Brousseau (2008, p. 76), “[...] aprender não consiste em cumprir ordens, nem copiar soluções para problemas”. É necessário considerar esse sistema didático em função do trinômio

saber-professor-aluno, que são partes constitutivas de uma relação dinâmica e complexa, levando em consideração o meio (*milieu*).

Esses três elementos compõem uma relação que Brousseau chama de Triângulo das Situações Didáticas, que podem ser esquematizadas por meio de um triângulo, no qual cada vértice representa um desses elementos e seus lados representam as relações constituídas entre eles.

Então, o processo de ensino e aprendizagem de matemática é baseado na noção de devolução. A fim de exemplificar melhor o que seria esse conceito, vamos utilizar a Figura 5, a seguir:

Figura 1 – O Triângulo das Situações e o *Milieu* (meio)



Fonte: Almeida (2016, p. 41)

Como exposto, a tríade professor-aluno-saber é frequentemente representada por um triângulo, onde cada vértice corresponde a um desses elementos e os lados representam as relações entre eles. No entanto, ao modelar situações didáticas, um novo componente é adicionado a essa relação triangular: o meio. Esse “meio” refere-se ao ambiente ou contexto em que ocorre o processo de ensino e aprendizagem. Ele pode incluir fatores como o ambiente físico da sala de aula, o currículo escolar, os recursos disponíveis, as influências sociais e culturais, entre outros. Considerar o meio pode ser essencial para uma compreensão completa das

dinâmicas educacionais e como elas influenciam a interação entre o professor, o discente e o saber matemático.

Assevera Brousseau (2008) que a didática é vista como um modelo de interação entre o sujeito e o meio. O meio é considerado um subsistema autônomo, no sentido de que possui características e exigências próprias, independentes do sujeito. Isso significa que a situação deve oferecer aos discentes a possibilidade de atuarem e interagirem de forma independente, explorando o conhecimento matemático por meio de atividades propostas pelo professor.

As interações do estudante com o meio constituem o sistema de ação e retroação. Através das ações do discente sobre esse meio, ele adquire informações que podem auxiliá-lo em sua tomada de decisões ou no ajuste de suas ações. É importante ressaltar que a existência desse sistema de ação e retroação só é possível quando o aluno se envolve com o meio e, para isso, é fundamental que o professor permita que ele vivencie esse momento.

Conforme Brousseau (2008, p. 28) destaca, “[...] a aprendizagem é o processo em que os conhecimentos são modificados”. Dessa forma, é evidente que o estudante só pode aprender através da produção e é crucial que o professor o prepare para esse aspecto didático. Ao invés de ditar as respostas esperadas, cabe ao professor criar condições para que o aluno assuma a responsabilidade de tentar resolver o que lhe foi proposto.

Brousseau (2008, p. 91) define a devolução como “[...] o ato pelo qual o professor faz com que o aluno aceite a responsabilidade de uma situação de aprendizagem (adidática) ou de um problema e assume ele mesmo as consequências dessa transferência”. A partir dessa definição, é possível inferir que a devolução ocorre quando o estudante se engaja pessoalmente com o problema apresentado, assumindo as consequências da responsabilidade transferida, mesmo que ainda não possua o conhecimento necessário para resolvê-lo.

Assim, pode-se observar a relevância que o conceito de devolução tem para o processo de ensino e aprendizagem, uma vez que o professor procura comunicar o conhecimento sem entregá-lo prontamente ao estudante. Desta forma, o objetivo é que o discente desenvolva suas próprias respostas, utilizando seus próprios meios. Além disso, existe uma forte ligação entre a natureza adidática das situações e o

momento da devolução, visto que é somente por meio dela que as situações adidáticas podem ser experimentadas.

3.2 O SISTEMA DIDÁTICO E A RELAÇÃO DIDÁTICA

Formado no ambiente escolar, o sistema didático está composto em, ao menos, três partes fundamentais: o professor, o aluno e o saber. Os integrantes desses sistemas compreendem uma relação de complexidade considerável e dinâmica, assim chamada de relação didática que engloba a comunicação do professor com o estudante, mediada pelo saber, conforme Brousseau (1996).

A Psicologia e a Pedagogia, na segunda metade do séc. XX, conforme Brito Menezes (2006), evidenciava a investigação do processo de ensino e aprendizagem diante das situações relativas à dualidade professor e estudante. Entretanto, as pesquisas da época sofreram interferência direta da teoria de Piaget, que propõe um olhar para o conhecimento na formação do estudante. Assim, a Didática da Matemática recebeu contribuições da Psicologia e da Pedagogia no que concerne à construção do saber e as relações sociais que se estabelecem entre educandos e professores.

Na existência de vários fenômenos didáticos, o que se denomina de Contrato Didático se constitui de três elementos na relação ensino-aprendizagem, isto é, o saber, o professor e o aluno.

Identificar o ser humano como sociável e adaptável a diferentes ambientes é fundamental, desde o espaço familiar até a igreja, a comunidade e, por fim, a sala de aula. O universo educacional desempenha um papel crucial ao fornecer uma variedade de conhecimentos, incluindo empírico, científico, religioso (teológico), filosófico e tácito. Durante esse processo, são estabelecidos ou concedidos acordos, expectativas e várias regras para facilitar a aquisição desse conhecimento. Lembrando que as ditas regras nem sempre são bem esclarecidas. Todo esse aglomerado de regras implícitas é denominado de Contrato Didático, como descreveu Brousseau:

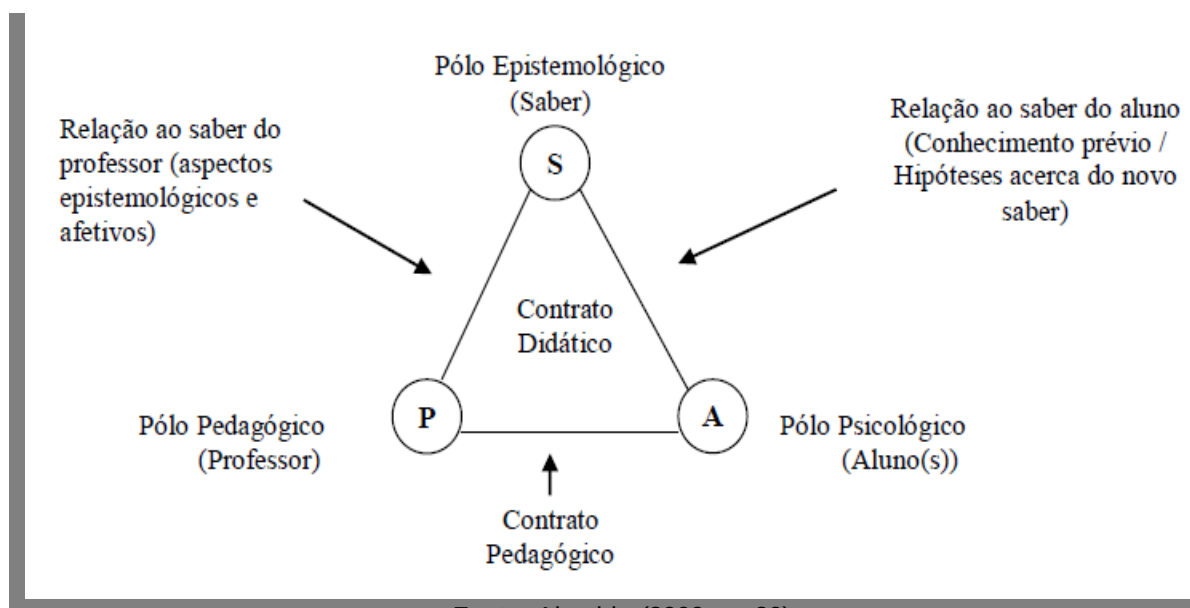
Uma relação que determina explicitamente em pequena parte, mas sobretudo implicitamente aquilo que cada parceiro, professor e o aluno, tem a responsabilidade de gerir e qual será, de uma maneira ou de outra, responsável perante o outro. Este sistema de obrigações

recíprocas assemelha-se a um contrato. Aquilo que aqui nos interessa é o contrato didático, ou seja, a parte que é específica do conteúdo: o conhecimento matemático (Brousseau, 1996, p. 51).

De modo geral, os estudantes, assim que estimulados por uma determinada atividade, são, ou se sentem, induzidos a produzir uma resposta, mesmo que ele não apresente os fundamentos ou argumentos necessários a uma resposta plausível.

Dito isto, o Contrato Didático subentende o envolvimento de três agentes ou elementos: o professor, o aluno e o saber. Ao propor uma determinada situação didática (como uma atividade matemática, por exemplo), esses elementos formam uma triangulação, conforme propõe Brousseau, onde as relações que se estabelecem são: professor-aluno; aluno-saber; professor-saber. Esse triângulo das situações didáticas é representado na Figura 1, abaixo:

Figura 2 – Triângulo das Situações Didáticas



Fonte: Almeida (2009, p. 30)

Para avançar nesta discussão, Brito Menezes (2006) diz que a representação do Triângulo das Situações Didáticas, em geral, é exibida por um triângulo equilátero, onde as relações estão em equilíbrio em todos os vértices, mas isso não quer dizer que seja o ideal. Assegura a autora que, ao se entrar em uma nova situação de conhecimento, isso produz uma tensão entre os vértices do triângulo, mas, à medida que os recentes significados vão sendo gerenciados, as relações tendem a um equilíbrio, tornando o triângulo mais equilibrado.

Na escola, dentre as várias mudanças pelas quais passam os conteúdos ministrados (Transposição Didática, conforme Chevallard, 1985), decorrem a tendência ideológica, pessoal ou os anseios da sociedade (necessidade de abordar conteúdos que não pertencem ao currículo escolar), e, quando se tratam de práticas pedagógicas, devem ser consideradas todas as dimensões do fenômeno educacional. Nesse contexto, vê-se uma multiplicidade de quesitos a serem abordados e discutidos na análise de qualquer situação relativa ao ensino.

Assim, Brousseau (1986) chama de Contrato Didático o estudo das condições e regras que condicionam o funcionamento da educação na escola, especialmente no contexto intermediário da instituição escolar, ou seja, no espaço da sala de aula. Inicialmente, o conceito mencionado se relacionava às práticas pedagógicas para uma aula de matemática, mas atualmente o Contrato Didático é discutido em outras áreas da educação.

É fundamental lembrar que o ponto de partida para essa relação didática é a intenção, direcionada ao responsável pela turma, geralmente o professor, que propõe diretrizes para o aluno assimilar o conteúdo programado para o estudo da disciplina de matemática, segundo Jonnaert e Borght (2002). Dessa forma, os autores destacam que a intenção é inicialmente esclarecida, em seguida, operacionalizada e, conseqüentemente, colocada em prática durante uma ação desenvolvida em sala de aula.

Tal como Brousseau (1986), Jonnaert e Borght (2002) acreditam que a relação didática é mais complexa, pois é movida por componentes de interação, entretanto os autores salientam sobre a existência de dois componentes determinantes em toda a relação didática: o primeiro é o conteúdo ou saber, e o segundo é o Contrato Didático.

Pois bem, o saber, determina a identidade dessa relação dentre os componentes, assim como o seu desenvolvimento na área definida. Já o Contrato Didático estabelece a dinâmica da relação didática, assim dizendo, as regras implícitas que tratam das responsabilidades admissíveis entre o professor e o estudante, bem como as expectativas por ele criadas.

Em vista disso, esses dois elementos desempenham um papel fundamental e determinam a relação didática por meio da interação entre eles com os outros componentes que alcançam seu significado, conforme Jonnaert e Borght (2002).

Segundo os autores, uma relação só é considerada didática por estar inserida em um conjunto de relações dinâmicas e variáveis com o saber. Desta maneira, o estudante que aprende, modifica seu conhecimento através da relação didática.

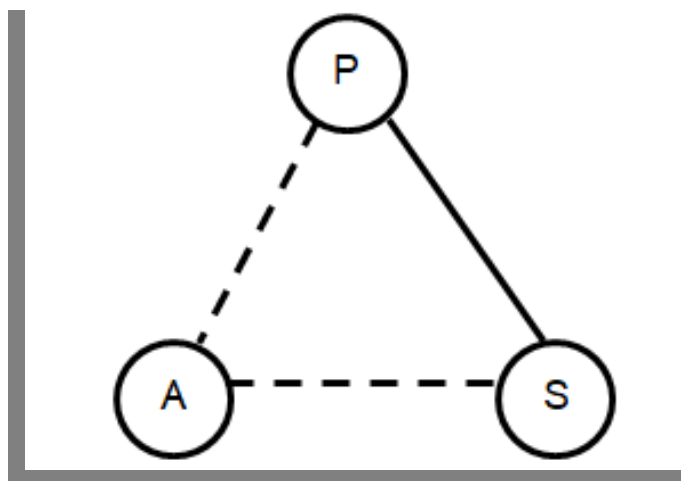
Portanto, cada componente pode ser analisado de maneira individual ou de forma interativa com os demais. As interações também são objeto de estudo das didáticas. A seguir, abordaremos sobre as interações que são estabelecidas nas relações didáticas, constituídas pelos elementos principais: o professor, o estudante e o saber.

3.3 O TRIÂNGULO DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS E SUAS RELAÇÕES FIRMADAS

É possível examinar as situações de ensino por meio das relações que contornam o entorno dos três polos: professor, estudante e saber. De tal maneira que Charnay (1996) sugere mais de um modelo possível de observar a relação triangular: o modelo Normativo, o modelo Iniciativo e o modelo Aproximativo. Em sequência, uma breve apresentação sobre cada um dos modelos.

O modelo Normativo foi centralizado no(s) conteúdo(s), refere-se a “transmitir, passar, comunicar um saber aos alunos” (Charnay, 1996, p. 39). Nessa forma modular, o professor expõe as definições, promove exemplos, além de treinamento por intermédio de exercícios de fixação e complementares. Ao mesmo tempo, o papel desenvolvido pelo estudante na sala de aula está voltado a observar, escutar e prestar atenção e, por conseguinte, exercitar e aplicar. O modelo Normativo é apresentado na Figura 2, abaixo:

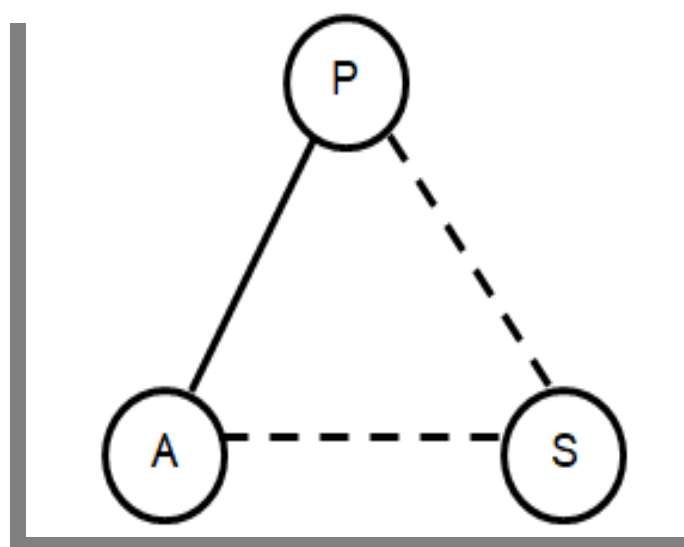
Figura 3 – Modelo Normativo proposto por Charnay (1996)



Fonte: Almeida (2019, p. 31)

O modelo Iniciativo está centrado no estudante, com o princípio de realizar indagações para conhecer seus interesses, necessidades e motivações. Nessa abordagem, o aluno é ouvido pelo professor, que estimula sua curiosidade, o motiva e o ajuda a encontrar fontes de informação adequadas para resolver suas dúvidas e adquirir novos saberes. À medida que o estudante busca, investiga, aprende e planta hipóteses, se promove a busca de novo conhecimento. Essa abordagem assenta no desenvolvimento de certas condições por parte do estudante, escutado pelo educador, permitindo rastrear a sua curiosidade e fomentar o entusiasmo na procura do “novo”. O modelo Iniciativo consta na Figura 3, a seguir:

Figura 4 – Modelo Incitativo proposto por Charnay (1996)



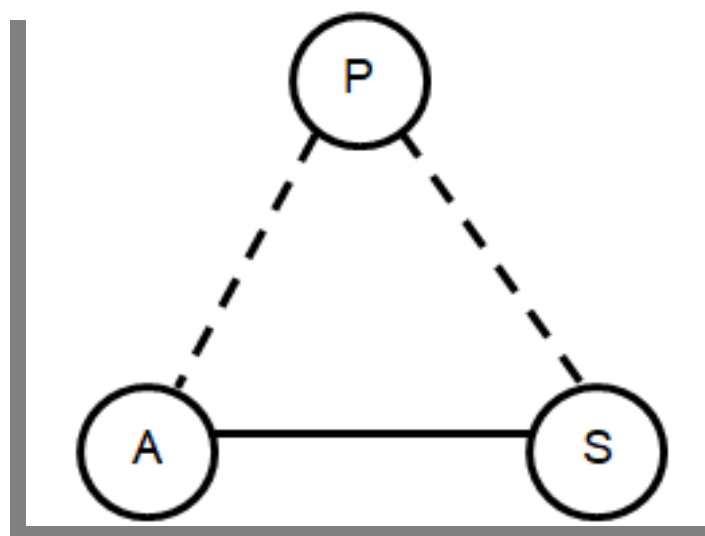
Fonte: Almeida (2019, p. 32)

O modelo Aproximativo está concentrado na edificação da relação de saber pelos estudantes, fazendo proposição a partir da sua produção e dos modelos existentes, e leva-os a teste com a intenção de modificar, aperfeiçoar ou porventura construir novas concepções. Nessa perspectiva o papel do professor é propor e organizar várias situações com diferentes obstáculos e fases.

Assim sendo, os estudantes manuseariam os materiais e fariam tentativas, a fim de elaborar hipóteses e socializar os resultados obtidos com os companheiros de classe; posteriormente, em momento oportuno, o professor faria as interferências, objetivando melhorar e buscar o aperfeiçoamento do saber. Para Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2017), caberia ao educador promover atividades que estimulasse o

pensamento algébrico e não somente proporcionar tarefas que reforcem a utilização de técnicas operatórias, pois o saber encontra-se mais relacionado às necessidades da vida diária, assim como das suas concepções do indivíduo em detrimento ao ensino programado. Abaixo, na Figura 4, o modelo Aproximativo proposto por Charnay (1996).

Figura 5 – Modelo Aproximativo proposto por Charnay (1996)



Fonte: Almeida (2019, p. 32)

Inferir Charnay (1996) que nenhum professor maneja com exclusividade apenas um único modelo, já que a ação pedagógica, em toda sua complexidade, aplica cada um deles. No entanto, o professor – conscientemente ou não – termina optando por uma escolha.

Esses modelos nos direcionam a discussão anterior, e nos remetem às deformidades do Triângulo das Situações Didáticas, levando-se em considerações as alterações e transformações do triângulo, baseado na dinâmica da sala de aula durante a ação do conhecimento em jogo no cenário didático. Nessas condições, e para compreender o processo de ensino de um determinado saber, é preciso descrever os três elementos do triângulo proposto por Brosseau. Faremos isso a seguir.

- Professor-aluno:

Centralizada em regras e condições instituídas por ambos; assim é a relação do professor com seu estudante. Essas regras podem ser implícitas ou explícitas que se referem a cada um dos sujeitos, bem como as suas responsabilidades. As

implícitas se tornam mais perceptíveis quando há uma “quebra”, ou uma “ruptura”, por parte de um dos envolvidos, nesse caso é necessário efetuar uma renegociação, um novo acordo.

Essa condicionante determinada pela relação professor-estudante definiu o Contrato Didático. Brito Menezes (2006) afirmam que, embora o fenômeno do CD tenha sido definido, a partir das relações estabelecidas entre o professor, os alunos e o saber, tais não passam por uma simetria. O saber é compreendido distintamente pelo componente humano nessa relação; assim, a visão que cada um apresenta do outro demonstra divergências.

Ademais, tanto os professores quanto os estudantes apresentam relações divergentes com o saber em questão, assim como o professor vislumbra uma posição de proximidade do saber em relação a seu aluno. Dessa forma, espera-se que o aluno se aproxime do saber por meios de condições criadas e propostas pelo professor.

- Professor-saber:

No ambiente didático, tanto o professor quanto seus alunos estabelecem uma relação que dá forma a um jogo interativo. Essa relação se converte em um fator determinante para o professor poder organizar e propor situações na aula, e definir como se comportará frente aos egressos, quais ações tomará e como negociará o CD, como sinaliza Brito Menezes (2006). Esta dinâmica de relacionamento entre professor e alunos é fundamental para garantir um ambiente de aprendizagem eficaz.

Conforme Brousseau (1996), a labuta do professor é elaborar uma recontextualização dos conhecimentos, pois, segundo o autor, para poder lecioná-los, o professor tem que reestruturar os conhecimentos.

Ao prosseguir, Brousseau (1996) discute que, muitas vezes, os professores são estimulados a apresentar o saber de forma mais direta, pulando algumas etapas desse processo de recontextualização e re-descontextualização. Isso pode levar muitos estudantes a recorrerem a métodos que não sejam por meio de raciocínio matemático esperado.

Brito Menezes (2006) argumenta que um dos principais fatores que influenciam no processo de ensino e aprendizagem está relacionado ao tempo. Neste contexto, o educador tende a provocar dilatação ou restrição do tempo de um

determinado saber em que permanece o jogo didático, baseando-se na relação que este último se constitui com o primeiro. Em outras palavras, o professor tende a prolongar mais o tempo para os conhecimentos de maior proximidade, mais importantes e mais interessantes do que em um que ele não obtenha essa mesma relação, pois devemos acordar que o domínio do conteúdo também está nesse aspecto temporal.

- Aluno-saber:

De acordo com Brousseau (1996), o saber matemático não se resume a aprender apenas definições e teoremas, a fim de compreender quando eles são empregados. Seguindo essa linha autoral, a lida do professor passa por sugerir ou dar condição para que seu aluno possa atuar de modo equivalente a um cientista, de modo que possa agir, formular, testar, construir modelos e trocar informações. Não cabe ao aluno ser um mero expectador nas aulas ao memorizar fórmulas ou reproduzir os procedimentos do professor.

O sistema didático concebido em sala de aula com as interações desenvolvidas nas relações didáticas, constituídas pelos principais elementos: professor, aluno e saber, do sistema são objetos de estudo da Teoria das Situações Didáticas, como veremos mais detalhadamente a seguir.

3.4 A REPRESENTAÇÃO DAS SITUAÇÕES ADIDÁTICAS

Ao analisar o processo de ensino e aprendizagem com base na TSD, começamos pela classificação das situações que se destacam pelas interações do estudante com o meio, onde são estabelecidas relações diferenciadas com o saber. Essas situações são denominadas de situação de ação, formulação, validação e institucionalização.

3.4.1 A Situação Adidática de Ação

Quando um problema é apresentado ao estudante e a melhor solução está relacionada ao conhecimento a ser ensinado, e o estudante se esforça para responder, levantando hipóteses, realizando testes e buscando estratégias de resolução, isso se caracteriza como uma situação de ação.

Nesse contexto, há uma interação com o meio na tomada de decisões em busca da solução do problema. Na situação de ação, a característica não é formular argumentos ou explicações para as estratégias utilizadas; o estudante simplesmente resolve, ou se empenha em resolver, o problema sem a intenção explícita de validá-lo.

De acordo com Almouloud (2007), embora a troca de informações não seja uma característica típica desse tipo de situação, isso não impede que haja comunicação entre os estudantes enquanto interagem com o meio. Nesta fase, os discentes não devem apenas realizar manipulações de forma isolada, mas também avaliar os resultados, reformular suas ações, e possivelmente criar novos modelos.

Destaca Brousseau (2008) que nesse esquema de ação, os estudantes agem fazendo escolhas com base em suas próprias motivações. Além disso, as regularidades pelas quais o meio reage exercem influência sobre as decisões dos discentes. Dessa forma, a aprendizagem ocorre como um processo de modificação desses conhecimentos em resposta às interações com o meio.

3.4.2 A Situação Adidática de Formulação

Na fase de formulação, o contexto transcende um nível meramente experimental e passa a adentrar em um âmbito mais teórico. No entanto, o estudante ainda não busca validar nenhum conhecimento. Neste estágio, ocorre uma troca de informações entre os estudantes, na qual eles procuram ajustar sua linguagem para comunicar a informação pretendida. Nas palavras de Brousseau (2008, p. 29),

A formulação de um conhecimento corresponderia a uma capacidade do sujeito de retomá-lo (reconhecê-lo, identificá-lo, decompô-lo e reconstruí-lo em um sistema linguístico). O meio que exigirá do sujeito o uso de uma formulação deve, então, envolver (efetivamente ou de maneira fictícia) um outro sujeito, a quem o primeiro deverá comunicar uma informação.

Durante essa comunicação, seja escrita ou oral, não há a necessidade de empregar uma linguagem matemática formal. Neste estágio, o estudante ou grupo de estudantes expõem de forma clara os procedimentos e os instrumentos que empregaram para chegar à solução do problema.

3.4.3 A Situação Adidática de Validação

No estágio de validação, o estudante emprega o conhecimento matemático em uma linguagem formal, buscando demonstrar e provar para os interlocutores que o método utilizado na resolução do problema está correto. Neste ponto, a situação efetivamente adentra em um campo teórico, focado na argumentação de forma racional. Como salienta Brousseau (2008, p. 30):

O emissor já não é um informante, mas um proponente, e o receptor, um oponente. Pressupõe-se que possuam as mesmas informações necessárias para lidar com a questão. Colaboram na busca da verdade, ou seja, no esforço de vincular de forma segura um conhecimento a um campo de saberes já consolidados, mas entram em conflitos quando há dúvidas. Juntos encarregam-se das relações formuladas entre um meio e um conhecimento relativo a ele.

Na situação de validação, os participantes buscam discutir a veracidade das afirmações de modo que cada um pode assumir uma posição e, caso haja discordância, solicitar que o outro demonstre a eficácia de suas declarações. Portanto, os estudantes não se deixam convencer simplesmente por meio de intimidações, argumentos autoritários ou persuasivos, por exemplo.

3.4.4 Situação Adidática de Institucionalização

No primeiro momento, a teoria não incluía a noção de institucionalização. Nesse sentido, Brousseau acreditava que as situações de ação, formulação e validação já abarcavam todos os tipos de situações. No entanto, ao longo das experiências vivenciadas, observou-se que os professores sentiam a necessidade de revisitar os momentos anteriores com os estudantes antes de avançar para outras tarefas.

Portanto, foi necessário adicionar mais um tipo de situação, denominada institucionalização, na qual o professor retoma parte da responsabilidade cedida aos estudantes, objetivando formalizar e organizar as produções dos discentes, atribuindo *status* de saber a alguns elementos, descartando outros.

O que estamos discutindo pode ser corroborado pelas palavras de Pommer (2008, p. 8), o qual destaca que a situação de institucionalização do saber é destinada a:

[...] estabelecer convenções sociais e onde a intenção do professor é revelada. O professor retoma a parte da responsabilidade cedida aos alunos, conferindo o estatuto de saber ou descartando algumas produções dos alunos, definindo assim os objetos de estudo através da formalização e generalização. É na institucionalização que o papel explícito do professor é manifestado, o objeto é oficialmente aprendido pelo aluno e o professor reconhece tal aprendizagem.

Dessa forma, durante a vivência dos momentos das situações didáticas, o estudante desempenha o papel de protagonista na construção de seu próprio conhecimento, agindo de maneira similar a um matemático ao levantar hipóteses, realizar testes e verificar os resultados. Enquanto isso ocorre, o professor atua como mediador nesse processo de construção. Somente no último momento, o professor retoma o papel de protagonista da situação, discutindo o que foi vivenciado, registrando e organizando as ideias dos discentes e estabelecendo conexões com outros saberes já apresentados a essa turma.

É importante ressaltar que essas situações estão interligadas e não ocorrem de maneira contínua. Conforme as experiências que estão sendo desenvolvidas, os estudantes podem retroceder a fases anteriores antes de prosseguir com o processo.

Com base nas discussões realizadas, fica evidente que a TSD possibilita uma análise das interações entre o professor-aluno-saber. É importante destacar que não existe uma única maneira para os estudantes se apropriarem do saber, portanto não queremos sugerir que a única abordagem eficaz para o professor gerenciar sua aula seja baseada nessa teoria. No entanto, por meio das situações didáticas, o professor cria oportunidades para que os discentes trilhem seus próprios caminhos na busca pela aquisição do conhecimento.

Devido a essa complexidade, os estudiosos recomendam a consideração de outras categorias de contrato, algumas das quais estão relacionadas ao contrato didático. Isso inclui contratos pedagógico, experimental e diferencial, que também desempenham um papel na interação entre professor e estudantes e no desenvolvimento do ambiente de aprendizagem. Ao compreender a existência destas diferentes categorias de contrato, os educadores podem ter uma visão mais

abrangente das dinâmicas da sala de aula e implementar estratégias mais eficazes que possa promover a aprendizagem dos alunos.

3.5 O CONTRATO DIDÁTICO

Desenvolvido por Guy Brousseau, o conceito de Contrato Didático teve prosseguimento por uma gama de autores ao longo dos anos, produzindo variadas pesquisas sobre o tema, devido a sua contribuição para o entendimento das situações didáticas na sala de aula de matemática. Assegura Almeida (2009, p. 42) que “[...] é por meio do contrato didático que descobrimos o dinamismo da relação didática”. Esse dinamismo se explica pelas múltiplas mudanças que se estabelecem nas relações com os saberes e os conhecimentos. Nesse plano, faz-se necessário entender como funciona e o que define o Contrato Didático.

Segundo Jonnaert (1994), o Contrato Didático passa por uma negociação entre um ou mais sujeitos envolvidos e, de certa maneira, passa por uma aceitação das condições pelos envolvidos. Vale salientar a defesa que o autor faz sobre a possibilidade de punição para uma das partes que não desempenhe sua função adequadamente. Ferreira (2001, p. 183) revalida esse conceito quando diz que “[...] a definição de contrato didático vem de um acordo entre duas ou mais pessoas”, o qual, entre si, transferem direito ou se sujeitam a uma obrigação tal como um documento que expressa um acordo.

Nesta conjuntura dinâmica e complexa, que engloba o conceito de Contrato Didático, e tendo em vista sintetizar as ideias proposta por Jonnaert (1994, p. 206), a seguir é destacado três elementos significativos nesse aspecto, a saber:

(I) A ideia de repartição de responsabilidades: onde a exclusividade da relação didática não aparece mais sob o controle do professor; o aluno deve cumprir o seu papel nela. Desta forma, o CD possibilitaria “definir uma divisão de poder”.

(II) A aceitação do implícito: a relação entre os sujeitos opera mais a partir do não dito, do que das regras formuladas (ainda que não se possa rejeitar o que é explicitado).

(III) A relação de desequilíbrio do professor e do aluno frente ao saber: enquanto o professor em suposição é aquele que detém o saber, o aluno ainda desconhece o saber em jogo, que lhe será ensinado.

O item três nos leva a uma interessante reflexão sobre o CD, por possuir uma relação tênue entre o professor, o estudante e o saber, também não apresenta simetria. Como vértice humano da relação, professor e estudante não precisam, necessariamente, ser imagens um do outros, pois suas expectativas não são heterogêneas. E o saber, dependendo do prisma que se olhe, pode representar significados distintos

Schubauer-Leoni (1986, 1988a, 1988b) indaga essa perspectiva de maneira singular, como frisado a seguir em três aspectos:

(i) O saber do ponto de vista do professor é observado como algo a ser ensinado, de modo que ele se predispõe a ensiná-lo ao estudante.

(ii) Do ponto de vista do estudante, o saber ocupa o lugar do novo, do assunto que pode ser aprendido, passando por avaliações para provar que realmente aprendeu.

(iii) Tanto o professor quanto o estudante tem olhares distintos em relação de um para o outro. Eles são os interlocutores do jogo didático, onde se reconhecem mutuamente, toleram os direitos e obrigações, conforme a área que cada um exerce no seu meio.

Essas perspectivas nos possibilita entender que o CD não é captado pelo professor e pelo aluno rigorosamente do mesmo modo. Mesmo desenvolvendo seu papel, os participantes nem sempre vão compactuar do mesmo pensamento. Como é sabido, o CD se compõe de professor, aluno e saber. A partir desses elementos, Almeida (2009, p. 41) afirma que eles estão obrigados em uma reciprocidade, e define contrato deste modo:

Trata-se essencialmente de um compromisso mediante o qual as partes presentes se obrigam reciprocamente. A negociação prévia, que permitiu a constituição do contrato, convergiu necessariamente para um acordo entre os parceiros em questão. Sem esse acordo não há contrato, pois cada parceiro deverá aderir inteiramente às suas cláusulas e se comprometer em respeitá-la.

Há uma metáfora na relação do termo contrato, no sentido habitual da palavra com o CD, visto que são constituídos por regras e acordos, porém no contexto escolar não corresponde às regras explícitas na relação entre educador e educando. Amparado nesse pensamento, Brito Lima (2006, p. 47) escreveu que a concepção usual de contrato não traduz plenamente a relação que se estabelece entre

professor e estudante, “[...] com vistas à apropriação do saber escolar, no contexto da sala de aula”. Assim, vê-se que o contrato em sua forma usual não é uma plenitude no relacionamento entre o professor e o estudante, uma vez que no contexto escolar as interações podem ser de ordens afetivas, emocionais, mirando a aquisição do novo conhecimento.

Então, o que compreende o Contrato Didático? Brousseau (2008, p. 9) o conceituou da seguinte forma:

A noção de contrato didático é um dos principais elementos da teoria das situações didáticas e desempenha papel central na análise e na construção de situações para o ensino e aprendizagem da matemática. Numa situação de ensino preparada e realizada pelo professor, o aluno em geral tem a tarefa de resolver o problema que lhe é apresentado, por meio da interpretação das questões colocadas, das informações fornecidas, das exigências impostas, que são a maneira de ensinar do professor. Esses hábitos específicos do professor, esperados pelo aluno, e os comportamentos deste, esperados pelo professor, constituem o contrato didático.

Na base, o relacionamento empreendido entre professor e discente se constitui por regramentos que objetivam apropriação do conhecimento, regras que estabelecem o comprometimento de ambos os membros na relação didática estabelecida. A habilitação do saber vem da consequência e responsabilidade que essas irão gerenciar na negociação de significados. Assim, tais princípios (regras) formam o CD (Brousseau, 1986; Bosch; Chevallard; Gascón, 2001), bem como revelam o próprio conceito nas quais as regras firmadas nem sempre estão explícitas, levando ao entendimento de que elas se dispõem em estado implícito, pois geralmente passam a ser visíveis a partir de sua ruptura por um dos membros envolvidos, onde denominamos quebra do contrato didático.

Descreve Almeida (2009, p. 47) que “[...] o contrato didático também se define em função da estratégia de ensino adotada, das escolhas pedagógicas, do tipo de atividade que é solicitada, dos objetivos do ensino, das condições da avaliação, etc.”.

Em decorrência das regras contratuais, surge um elemento central e inevitável: as expectativas. Ou seja, o professor espera algo do aluno em relação ao conhecimento, enquanto o aluno, como mencionado por Brousseau (2008), espera algo do professor. Paralelamente ao fenômeno das expectativas, surgem os outros

elementos do contrato didático durante as interações em sala de aula, tais como: as negociações, as rupturas, as renegociações, as regras explícitas, bem como as regras implícitas já integradas ao contrato didático vigente.

3.5.1 Ruptura e renegociação

Nas relações estabelecidas em sala de aula, algumas práticas rompem as negociações do contrato didático, por diversos motivos, sendo denominadas rupturas do contrato didático.

Autores como Almeida (2016); L. Araújo (2009); Araújo; Brito Lima; Câmara dos Santos (2011); Brito Menezes (2006); Gomes (2018) e Silva (2016) manifestaram-se sobre a importância das rupturas para o processo de ensino. Eles apontam que os elementos implícitos relacionados ao contrato didático tornam-se mais nítidos para observação quando ocorre a ruptura do contrato.

Para esses pesquisadores, a ruptura do CD pode ser percebida quando os estudantes não agem da forma esperada pelo professor em relação ao saber, ou quando o professor não age da forma esperada pelos discentes. Dessa maneira, observam que, quando ocorre uma ruptura no contrato didático, geralmente algo é discutido a respeito. O que era implícito torna-se explícito nesse momento. Assim, a renegociação acontece e, assim, pode ser estabelecido um redirecionamento do contrato.

Enfatiza Brousseau (2008) que a relação didática não pode formalmente gerar um contrato, mas há momentos de questionamento, redefinições, rupturas e renegociações. As regras não podem ser explicitamente escritas, e as sanções no caso de quebra não podem ser previstas. No entanto, é indispensável saber que existe um contrato para que a relação ocorra e seja possivelmente atendida.

Corroboram com essa ideia, Araújo, Brito Lima e Câmara dos Santos (2011, p. 743), mostrando que:

O contrato didático gera essas relações sociais particulares, que se colocam em tensão por uma série de rupturas necessárias para permitir a cada uma das partes, professor e alunos, modificar sem cessar sua relação saber. A aprendizagem escolar é sempre fruto dessas rupturas.

Nesse contexto, a aprendizagem está intrinsecamente ligada à ruptura do Contrato Didático. Aprender implica para o estudante recusar uma negociação do contrato, mas, ao mesmo tempo, aceitar a responsabilidade pela questão. Como destaca Brousseau (1986, p. 4), “a aprendizagem vai repousar, não sobre o funcionamento do contrato, mas sobre suas rupturas”. Isso sugere que é nas rupturas do contrato que ocorre uma verdadeira oportunidade para a aprendizagem, pois é quando os discentes são desafiados a assumir a responsabilidade pelo seu próprio processo de aprendizagem e a desenvolver autonomia na busca por soluções.

A esse respeito, Santos (2023, p. 27) ressalta que “[...] a não aceitação das regras por ambos os sujeitos da relação torna comum o aparecimento de rupturas nessa dinâmica”. Para a autora, tais rupturas são necessárias para permitir que os parceiros (professor e alunos) modifiquem permanentemente as suas relações com o saber.

De modo geral, compreendemos que as cláusulas que estão em jogo no CD não podem ser descritas antecipadamente, e ele torna-se explícito no momento das rupturas. A partir desse ponto, inicia-se uma renegociação entre o professor e seus estudantes, o que possibilita a alteração do contrato vigente. Essa renegociação pode contribuir de diversas formas para a relação entre os envolvidos no processo educacional, assim como para o ensino e a aprendizagem.

3.5.2 Os efeitos do contrato didático

A princípio, os efeitos do CD foram denominados pelo próprio Brousseau (1986) como “efeitos didáticos”, e em seguida nomeados como “efeitos do contrato”. A maioria dos efeitos foi incorporada pelo CD e estão intimamente ligados a ele, tomando grande dimensão dentro da didática da matemática.

Para Almeida (2009), os efeitos do CD tratam de situações que podem ser concretizadas em sala de aula em função de um saber e evidenciam um momento de fundamental importância no prosseguimento da aprendizagem escolar do educando.

Visamos, assim, abordar alguns efeitos do CD referenciado por Brousseau, elegendo aqueles que apresentam uma facilidade maior quanto a sua identificação em uma sala de aula de matemática. Merecem destaque:

- I) o efeito Pigmaleão;
- II) o efeito Topázio e o Controle da Incerteza;
- III) o efeito Jourdain ou o Mal-entendido Fundamental;
- IV) o Ecorregamento Metacognitivo;
- V) o Uso Abusivo da Analogia.

Ao argumentar sobre os efeitos do CD, Silva (2008) apresenta o mesmo pensamento, pois entende que grande parte das dificuldades dos estudantes tem origem nesses efeitos, quando o contrato não é bem colocado ou, ainda, há a falta de entendimento claro sobre ele.

Um ponto que merece destaque, evidenciada na perspectiva anterior, é que pelo caráter fundamental Implícito do Contrato Didático, diz respeito que não há como o mesmo ser mal colocado. Talvez, pode-se pronunciar bem ou mal negociado, em virtude de que ele jamais possa ser colocado em sua plenitude. Em certa medida, nos leva a acreditar que a amplitude e os aspectos subjetivos relacionados a ele são, de certo modo, a ser responsável pela instituição dos efeitos didáticos. Em consonância com esse fato, visto que entender ser os excessos desses efeitos os responsáveis pelo prejuízo para o processo de ensino.

Um aspecto muito significativo e que queremos ressaltar é como Silva (1999) classifica a dependência do CD em relação à estratégia de ensino escolhida pelo educador em sala de aula. Ou seja, o CD trará peculiaridade e características próprias, segundo a estratégia de ensino empregada pelo professor.

Nessa linha de raciocínio, parte dos professores de matemática podem apresentarem uma postura voltada para o formalismo matemático, e, por consequência, adota aulas voltadas à exposição. Desta maneira, se pressupõe que os efeitos desse contrato, procedentes de estratégias de ensino voltadas ao verbalismo e ao formalismo, terão alguns aspectos que lhe são peculiares e bem característicos. Vejamos os principais efeitos:

I) Efeito Pigmaleão, ou Fenômeno das Expectativas, é o primeiro a ser destacado. Michel Henry (1991) refere-se a ele como um primeiro efeito, que muitos estudiosos chamam de 'fenômeno das expectativas'. Ele recebeu este nome por

ocasião a história do lendário rei de Chipre, Pigmaleão, que se apaixonou por uma estátua que ele havia entalhado, e intercede à deusa Afrodite para que conceda vida à escultura, a fim de se casar com ela.

A narrativa desse mito ilustra o peculiar fenômeno das expectativas. Diz respeito ao anseio gerado pelo professor em relação aos estudantes, como, por exemplo, alguns discentes recebem sempre a mesma nota ao longo do ano letivo, como se houvesse um acordo tácito com o professor, estringindo assim a exigência do educador à imagem que ele tem das capacidades dos seus estudantes. Por sua vez, isso acaba limitando o próprio trabalho do aluno, que se ajusta à imagem que o professor reflete dele (Henry, 1991).

Guy Brousseau demonstra que a negociação contínua do CD tende a nivelar não para cima os objetivos da aprendizagem. Estimular o esforço dos(as) discentes pode ter importância fundamental, pois o professor almeja que seus estudantes obtenham êxito nas suas tarefas. Por consequência, ele tende a facilitar a atividade de modos distintos: explicações em exagero, impedindo realmente o estudante de entender e usar estratégias na resolução de tarefas, dificuldades nos problemas e ensino de algoritmos.

Essas práticas ou atitudes corriqueiras na sala de aula, compondo continuamente o funcionamento escolar e não evitáveis, foram definidas por Brousseau como sintomas perversos do contrato.

II) Um primeiro efeito de contrato discutido por Brousseau (1996) é o efeito "Topázio" ou o controle da incerteza. Este efeito é ilustrado na primeira cena da famosa peça "Topázio", de Marcel Pagnol, onde um professor chamado Topázio dita uma série de palavras para um aluno. O objetivo do professor é evitar que os estudantes cometam erros grosseiros e consigam acertar a grafia das palavras. No entanto, de forma sutil, o professor "sugere" as respostas ao estudante, que vão se tornando cada vez mais evidentes através de códigos até que o discente consiga decifrá-las e, conseqüentemente, acertá-las. Apesar de não haver uma compreensão explícita por parte do estudante, esse ato de ensinar e aprender se resume nessa atitude.

Se o estudante não conseguir vencer os obstáculos no momento da resolução de um determinado problema, o educador, na tentativa de ajudá-lo, agiliza sua

aprendizagem, antecede a resposta da questão em destaque. É o primeiro efeito discutido por Brousseau (1996).

III) O Efeito Jourdain, ou o Mal-entendido Fundamental, pode ser entendido como uma variante do Efeito Topázio. Segundo Henry (1991), esse efeito é assim classificado em referência à cena de “O Pequeno Burguês”, onde o professor de filosofia explica a seu estudante Jourdain, o que são a prosa ou as vogais. De acordo com Brousseau (1996), o professor, para evitar um confronto de conhecimento com o estudante, eventualmente, a constatação do iminente fracasso do ensino e aprendizagem, atribui aos conhecimentos do dia-a-dia do discente, que muitas vezes são aplicações específicas, a importância de um conhecimento científico.

Por sua vez, Brito Menezes (2006) expõe o que seria grosseiramente equivalente ao professor de matemática dizer ao estudante que se ele faz as combinações das peças de roupa para produzir diferentes formas de vestir, esse discente sabe o que é análise combinatória. Conforme Silva (1999), ao analisar um comportamento habitual do estudante como sendo a manifestação de um saber culto, o professor evita debater seus conhecimentos com o aluno e, eventualmente, detectar um fracasso.

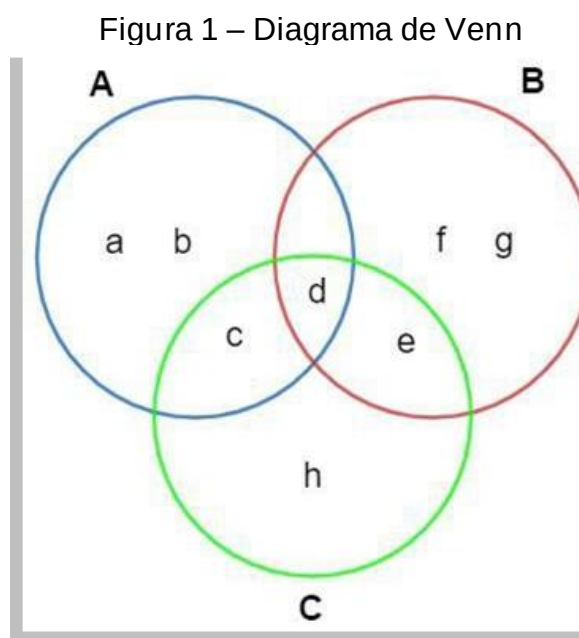
IV) O efeito das Transposições Metacognitivas e Metadidáticas, ou deslize metacognitivo, como é nomeado por outros pesquisadores, acerca desse efeito Brousseau (2008) coloca que quando uma atividade de ensino fracassa, o professor tenta usar suas próprias explicações e seus meios heurísticos, em lugar do conhecimento matemático.

Diante das dificuldades em que o professor encontra em ensinar um saber que entra em cena no jogo didático, tanto por dificuldade ou motivos de ordem didática dos professores quanto dos alunos, o professor, de certa forma, substitui o discurso científico por um discurso fundamentalmente ligado ao senso comum. Promove, assim, um deslize, uma ruptura e um deslocamento do objeto de saber: do plano científico para o plano do senso comum, o que confere uma perda do controle do saber que foi produzido na academia até chegar a ser ensinado (ALMEIDA, 2009, p. 52).

Uma ruptura pode resultar em um equívoco, causando o deslocamento do objeto de conhecimento do campo científico para o plano do senso comum, demonstrando a falta de comando do saber que foi produzido na academia até ser lecionado na sala de aula. A respeito desse efeito, Brousseau (1996) expõe que, quando uma atividade de ensino fracassa, o professor pode ser induzido a justificar-

se e, para continuar a sua ação, adota as suas próprias explicações e os seus meios investigativos como objeto de estudo no lugar do autêntico saber matemático.

O deslizamento metacognitivo, segundo Silva (1999), igualmente pode ser compreendido ao ser apropriado como objeto de estudo, que se presume uma técnica adaptada para o encontro de solução de um problema, perdendo de vista, desse modo, o verdadeiro saber a ser desenvolvido. Um exemplo a ser considerado um caso extremo é o Diagrama de Venn, que representa os conjuntos, mas estudados como se fosse a própria teoria dos conjuntos. Veja o Diagrama de Venn na Figura 6, a seguir:



Fonte: Brasil Escola (2023)

Na busca de encontrar solução para um problema, alguns educadores fazem uso dessa técnica, configurando o efeito em questão. O Diagrama de Venn é uma maneira de apresentar graficamente um conjunto, e não a teoria dos conjuntos.

V) O efeito provocado pelo uso abusivo da analogia foi destacado por Brousseau (1996) em suas manifestações escritas. O autor destaca a analogia como sendo um excelente meio investigativo, se realizado adequadamente por quem a utiliza; se não, pode de maneira fácil produzir o efeito “Topázio”. Todavia, a analogia pode ser considerada uma prática natural: caso a aprendizagem inicial não se realize, faz-se necessário proceder com novos momentos para que ela ocorra, e o uso de metáforas pode ter sua importância na ajuda por uma compreensão. Ao se

fazer uso intensamente de um determinado termo, pode prejudicar o conceito matemático em análise.

Uma boa prática investigativa, a fim de resolver um problema, é procurar as respostas num contexto equivalente. Entretanto, limitar a conclusão à famosa frase: “Caímos de novo no problema anterior” pode fazer com que o aluno evite abordar o problema diretamente (Silva, 1999).

Um exemplo que Brito Menezes (2006) questiona é o ensino da algébrica com o uso da balança para metaforizar a ideia de equação. Essa metáfora não é muito adequada. No entanto, em muitas situações, essa metáfora pode ser inadequada, especialmente quando é abusivamente utilizada. Tomando por exemplo, reduzir uma equação algébrica do primeiro grau a uma simples balança de dois pratos pode limitar a compreensão mais profunda do conceito de equações e suas manipulações algébricas.

A seguir, no Quadro 1, é apresentado um quadro-resumo dos efeitos do Contrato Didático denominados por Brousseau (1986) e discutidos por Almeida (2016).

Quadro 1 – Resumo das principais características efeitos do Contrato Didático

EFEITOS	RESUMOS
Topázio	Quando um aluno se depara com uma dificuldade, o Efeito Topázio consiste, de uma maneira ou de outra, a superar essa dificuldade em seu lugar.
Jourdain	Um comportamento banal do aluno é apontado como a manifestação de um enorme conhecimento.
Deslizamento metacognitivo	Fazer uso de uma técnica, acreditando como útil para solucionar um problema, como objeto de estudo e perder de vista o verdadeiro conhecimento a ser desenvolvido.
Uso abusivo de analogias	Permutar o estudo de uma noção complexa pelo estudo de uma analogia.

Fonte: Almeida (2016, pp. 70-71)

Tais efeitos do CD podem se concretizar na sala de aula em função de um determinado saber, que pode se caracterizar em um momento único, no que se refere ao processo sequencial de ensino escolar. Como as questões relativas ao CD têm uma grande complexidade, os estudiosos do tema recomendam outras categorias de contrato.

Procuramos apontar e dialogar algumas questões sobre os efeitos de CD considerados por Guy Brousseau como efeitos perversos. Assim, consideramos importante contextualizar brevemente o triângulo das situações didáticas e suas relações, uma vez que eles estão no seio do CD, em função das interações discursivas em sala de aula, a qual propõe este estudo e que serão tratadas na seção das análises de dados. Adiante, iniciaremos as reflexões a respeito da álgebra na educação escolar.

3.6 CATEGORIAS DE CONTRATO: PEDAGÓGICO, EXPERIMENTAL E DIFERENCIAL

Mesmo que este estudo esteja voltado para o CD, creio que seja salutar descrever outros tipos de contratos, visando ter uma melhor performance sobre o tema.

i) Contrato Pedagógico

As relações entre professor e aluno começam na sala de aula e não com exclusividade em prol do saber em si, que permeia o campo didático, e, de início, é necessário possuir essa compreensão. Em resumo, uma relação que ocorre entre professor e aluno sem o envolvimento, obrigatoriamente, do saber. Os teóricos assinalam para o Contrato Pedagógico.

Conforme foi discutido por Jonnaert e Borght (2002), o contrato pedagógico consiste em uma técnica que envolve o ensino e a aprendizagem, no qual permite que um professor acorde com um estudante uma determinada atividade correspondente a um objetivo estabelecido. Nesse contexto, o próprio discente se encarrega de escolher a tarefa que deseja cumprir, levando em consideração a natureza e a dificuldade que a mesma oferece. Esse processo de negociação proporciona uma maior autonomia ao estudante, incentivando-o a se engajar de forma mais ativa em seu próprio processo de aprendizagem.

Na Europa, nos anos 70, Filoux (1974) discutia e conceituava o contrato pedagógico. Segundo Jonnaert e Borght (2002), ele regula as trocas entre o professor e seus alunos, por um período limitado, definindo os direitos e deveres recíprocos. Deste modo, esse contrato tem por base o consentimento recíprocos a que todos os membros são expostos. Os fundamentos desse tipo de contrato estão

nas regras e enunciados que admitem o excelente rumo das interações entre o professor e seus alunos.

Segundo Brito Menezes (2006), o contrato pedagógico possui tanto aspectos explícitos quanto implícitos. Ele é em parte explicitado, mas também tem um caráter implícito que está relacionado à concepção que um professor tem do que é ensinar e do que é aprender. Aqui, ensinar e aprender são entendidos no sentido intransitivo, não se referindo apenas ao ensino e aprendizado de um conhecimento específico, como ocorre no contrato didático, mas sim no sentido mais amplo. Segundo essa autora, talvez no contrato pedagógico a relação com o saber não seja tão fundamental quanto no contrato didático. Nesse contexto, entram em jogo fortemente os aspectos ligados à subjetividade tanto do professor quanto do estudante, que são fundamentais para compreender os aspectos humanos da relação pedagógica.

ii) Contrato Experimental

Outra modalidade de contrato é o experimental (Schubauer-Leoni; Grossen, 1993), que visa regularizar o estado que se encontra o experimentador e o ser, atuando em uma atividade experimental. Nesse tipo de contrato, o examinador não tem a intenção de ensinar um conteúdo curricular ao estudante. Nas situações experimentais realizadas em sala de aula, a posição que o discente ocupa não é a de quem aprende, nem tampouco a posição do professor é de quem ensina, pois o contrato experimental está associado à pesquisa científica (D'Amore, 2007; Brito Menezes, 2006).

Apresentado muito produtivo, os estudos do Contrato Didático, em diferentes partes do planeta, apontam considerações significativas ao enorme grupo de pesquisadores, e educadores em matemática de modo particular, relativo à aprendizagem matemática e epistemologia. Como já observamos, ao citar Contrato Didático, na verdade, propõe-se falar também em uma situação de sala de aula, de um conteúdo matemático particular, objeto do contrato; enfim, de uma interação entre aluno, professor e, justamente, objeto do saber (D'Amore, 2007).

Nesse mesmo raciocínio, D'Amore (2007) pondera ainda que há uma mudança significativa em todo o contexto quando o pesquisador realiza uma pesquisa na sala de aula. Intuitivamente ele está ali para realizar um trabalho (pesquisa) e não ministrar determinados conteúdos programáticos, de maneira que

as argumentações proferidas pelos estudantes tenham origem em algum contrato. Ao modificar as condições é inquestionável que o contexto seja diferente.

iii) Contrato Diferencial

Deve-se considerar que existem várias formas de enxergar um contrato didático. Estabelecido neste campo, Schubauer-Leoni (1986 1988a), segundo verificou Brito Menezes (2006), propõe a existência de um contrato diferencial do professor em relação aos alunos. À medida que esse contrato se estabelece, está profundamente relacionado às representações que o professor constrói do ser estudante. Assim, na sua pesquisa, Brito Menezes identifica que um professor não mantém um mesmo contrato com um grupo de estudantes, ou com cada sujeito do mesmo grupo.

O resultado desse entendimento passa pelo professor selecionar alguns estudantes que, na sua visão, terão mais chances de se darem bem na sua matéria, em detrimento daqueles fadados ao fracasso (Brito Menezes, 2006). Ela acrescenta que, a partir de situações como esta, claramente os efeitos do contrato podem ser enxergados. Por consequência, o professor, de maneira geral, fica mais próximo do estudante predileto, no qual mantém um contrato baseado em expectativas positivas de aprendizagem, fazendo menção de frases tais como: “O estudante é estudioso; tem desempenhado um grande trabalho; possui um grande nível intelectual, apresenta capacidade de acompanhamento de todas as atividades propostas; e apresenta todas as atividades bem organizadas e devidamente respondidas”.

Assim, constrói-se uma base de parcerias, de confiança, de diversas interações pelo professor com o estudante, possibilitando, por sua vez a promoção de aspectos positivos na sua relação com o educador, com a disciplina, assim como também com a aprendizagem do conhecimento.

De modo reconhecido como algo inerente ao contrato didático, o contrato diferencial pode criar nos professores expectativas com relação a seus estudantes, fazendo previsão, por exemplo, dos que se sairão muito bem no processo de ensino e aprendizagem, em detrimento a outros que não conseguirão transpor os obstáculos enfrentados nesse processo.

O Contrato Didático de Guy Brousseau será apresentado melhor a seguir, pois nele se concentram alguns elementos essenciais para satisfazer esta pesquisa.

4 ÁLGEBRA: DA HISTÓRIA AO CONTEXTO ACADÊMICO

Nesta seção, nosso foco primordial será o entendimento do conhecimento algébrico, com destaque para o sistema de equação do 1º grau com duas incógnitas. Para isso, abordaremos os aspectos essenciais relacionados à origem da álgebra, bem como as diretrizes curriculares que regem o ensino de álgebra, conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN (Brasil, 1998) e os Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental em Pernambuco (Pernambuco, 2012). Essa seleção tem o propósito de fornecer os elementos necessários para a elaboração dos critérios a serem utilizados na análise das transcrições dos estudantes e da professora participantes desta pesquisa.

4.1 ASPECTOS IMPORTANTES: GÊNESE DA ÁLGEBRA

A história da matemática é um campo de investigação que tem demonstrado um progresso significativo, abrangendo tanto aspectos científicos quanto educacionais. É considerado um elemento fundamental para a compreensão da criação, desenvolvimento e aplicação das teorias e práticas matemáticas dentro do contexto específico de cada época D'Ambrosio (1996). Como destaca Almeida (2016, p.119), “[...] essa visão crítica da história oportuniza o desenvolvimento de novas teorias e técnicas matemáticas nos dias atuais”, mas também aprofunda e expande teorias que tiveram início no século passado.

No âmbito educacional, a incorporação da história da matemática tem um impacto significativo. Ao ser apresentado ao aluno como uma construção humana, moldada pelas necessidades e preocupações de diversas culturas em diferentes períodos históricos, e ao estabelecer comparações entre os conceitos e métodos matemáticos passados e presentes, o professor promove um ambiente propício para o desenvolvimento de atitudes e valores positivos no aluno em relação ao conhecimento em questão (Brasil, 1998).

Em relação à nossa pesquisa, consideramos relevante considerar elementos que contextualizam a origem da álgebra. Não temos a intenção de abordar todos os detalhes históricos em profundidade, mas traçar um panorama que forneça um enquadramento para a compreensão do sistema de equação do 1º grau.

Conforme D'Ambrosio (1996), a história da matemática contribui para se perceber como as teorias e práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas num contexto específico de sua época. A literatura demonstra que o desenvolvimento algébrico surgiu inicialmente vinculado à Aritmética (Barbosa, 2017). Isso implica que o progresso no ensino de álgebra, de um lado, estava anexado à Aritmética onde permaneceu por muito tempo.

No Egito, uma das civilizações mais antigas do mundo, viveu um escriba de nome Aahmesu, que significava “Filho da Lua”. No meio científico, ele é chamado de Ahmes, e é de sua autoria uma das mais antigas obras de matemática: O Papiro Ahmes, que contém problemas resolvidos, e está guardado no museu Britânico (Guelli, 2005). A maioria dos problemas encontrados nesse documento histórico faz menção a assuntos do dia a dia dos egípcios, como, por exemplo, o preço dos produtos, a alimentação dos animais e a quantidade de cereais armazenados nos silos do governo (Guelli, 2005).

Outro aspecto interessante da literatura algébrica em seu início parece estar intrinsecamente ligado à Geometria e à Aritmética. Essa conexão é reforçada por Boyer (1996), que, ao discutir o período aproximado entre os anos 250 d.C. e 350 d.C., conhecido como a segunda era de Alexandria, destaca que nele ocorreu uma convergência notável. Quem marcou o início desta fase foi Diofante de Alexandria, o mais renomado algebrista grego. Por outro lado, no final desse período, emergiu o último grande geômetra grego, Papus de Alexandria.

Historicamente, o matemático grego Diofante é reconhecido como o pioneiro no uso sistemático de símbolos para representar incógnitas. Ele desempenhou um papel fundamental ao ser um dos primeiros a abordar de maneira metódica as equações indeterminadas, frequentemente chamadas de equações diofantinas. Sua obra mais proeminente é sobre a “Aritmética”, que se dedica integralmente à resolução de uma ampla variedade de tipos de equações. Hoje, essas equações são conhecidas como “Equações Diofantinas” ou “Equações de Diofante”, em sua homenagem.

Conforme Fiorentini, Miorim e Miguel (1992), o uso da Álgebra no currículo brasileiro remonta ao período colonial, a partir de 1799. No entanto, sua aplicação neste contexto era predominantemente reprodutiva, assumindo um papel que parecia ser essencial, mantendo essa abordagem até aproximadamente os anos 60

do séc. XX. Isso resultou na configuração do ensino de matemática na forma de compartimentos isolados. Durante esse período, como relata os autores, a Álgebra possuía um caráter primordialmente instrumental, limitando-se à resolução de problemas e equações.

Assim, o ensino algébrico foi descrito pelos autores, em que:

[...] a maioria dos professores ainda trabalha a Álgebra de forma mecânica e automatizada, dissociada de qualquer significado social e lógica, enfatizando simplesmente a memorização a manipulação de regras, macetes, símbolos e expressões (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1992. p. 40).

Como sugerem os autores citados, a Álgebra subsequente à era da Matemática Moderna parece retomar seu propósito original, voltado ao estudo de resolução de equações e problemas. Ela manteve sua natureza fundamental ao tentar recuperar seu valor instrumental. De acordo com Barbosa (2017, p. 64), “[...] os autores destacam ainda que a Álgebra, apesar de ocupar boa parte dos livros didáticos atuais, não recebeu a devida atenção nos debates, reflexões e estudos específicos ao Ensino de Matemática”.

O surgimento da Álgebra e sua evolução abriu a possibilidade para as descobertas das resoluções das equações, inclusive no Ensino Fundamental, como veremos a seguir.

4.2 OS DOCUMENTOS OFICIAIS E A ÁLGEBRA NO ENSINO

Possivelmente, pode-se considerar que o entendimento sobre como calcular o valor de expressões, o uso da linguagem algébrica e o cálculo algébrico são pré-condições importantes para o ensino de sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas. É relevante notar que esses conceitos são normalmente abordados no 7º ano do Ensino Fundamental II, preparando os estudantes para compreender e resolver sistemas de equações posteriormente.

A estrutura curricular para o ensino de Matemática, segmentada por série/ano e distribuída em quatro bimestres, conforme delineada na proposta curricular do estado de Pernambuco (2018) para os quatro anos do Ensino Fundamental II, aponta que o estudo de sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas deve ser abordado tanto no 7º quanto no 8º ano.

O ensino de Álgebra nas escolas, de acordo com o Currículo de Pernambuco (2018, p. 361), estabelece:

A unidade temática Álgebra tem como foco o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os estudantes identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem relações de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas para resolver problemas por meio de equações e inequações com compreensão dos procedimentos utilizados. As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade.

O ensino de sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas para o 8º ano do Ensino Fundamental II pode ser abordado sequencialmente. Inicialmente, a representação gráfica pode ser introduzida como uma primeira abordagem, seguida pela apresentação dos métodos de adição e substituição. A escolha de começar com a representação gráfica antes de introduzir os métodos algébricos é uma decisão que cabe ao professor, pois pode proporcionar conforto e adaptabilidade ao processo de ensino, tanto para o professor quanto para os alunos.

O trabalho com a álgebra deve ser visto como a ampliação do que é estudado nos anos iniciais do ensino fundamental. Com o surgimento das “letras”, é importante que o estudante construa a noção de variável e reconheça uma expressão algébrica como a interpretação de uma relação entre duas grandezas (Pernambuco, 2018, p. 380).

É visto que a abordagem do ensino de Álgebra ocorre tanto no 7º quanto no 8º ano, representando uma continuação do que foi desenvolvido no Ensino Fundamental I. Assim, todas as etapas deste trabalho se alinham perfeitamente com as situações de ensino e aprendizagem propostas para este tópico específico.

4.3 PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS

Uma questão inicial que merece destaque, e que está relacionada à introdução dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), é a sua finalidade. A finalidade desse documento é “[...] fornecer elementos para promover a discussão no âmbito nacional sobre o ensino nessa área do conhecimento, compartilhando informações e resultados de pesquisas levando-as ao conjunto dos professores brasileiros” (Brasil, 1998, p. 15).

De acordo com os PCN (Brasil, 1998), o estudo dos fenômenos relacionados ao ensino e aprendizagem de matemática emergiu a partir da análise das variáveis envolvidas nesse processo, tais como “[...] o professor(a), os estudantes e o saber matemático, bem como das relações duais” (Almeida, 2016, p. 143).

Dentre as interações estabelecidas na dinâmica triangular (estudante, professor e conhecimento matemático), o documento afirma que o professor assume o papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno. Portanto, é essencial:

Tornar o saber matemático acumulado um saber escolar, passível de ser ensinado/ aprendido, exige que esse conhecimento seja transformado, pois a obra e o pensamento do matemático teórico geralmente são difíceis de ser comunicados diretamente aos alunos. Essa consideração implica rever a ideia, que persiste na escola, de ver nos objetos de ensino cópias fiéis dos objetos da ciência (Brasil, 1998, p. 36).

O documento aborda a ideia de que, para o conhecimento a ser ensinado e aprendido em sala de aula, é preciso que ele passe por processos de transformação. Essa condição é referida por Chevallard (2001) como Transposição Didática. “Além disso, essa transposição implica conhecer os obstáculos envolvidos no processo de construção de conceitos e procedimentos para que o professor possa compreender melhor alguns aspectos da aprendizagem dos alunos” (Brasil, 1998, p. 36).

Quanto à dinâmica entre o professor e os estudantes, o documento enfatiza a relevância da distribuição de responsabilidades entre ambas as partes para orientar as interações na sala de aula e potencializar a construção do conhecimento.

Nesse viés, um dos objetivos gerais do ensino da matemática é:

Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico,

métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico) (Brasil, 1998, p. 47).

A fim de, almejar os objetivos pretendidos pelos PCN, os currículos de matemática para o Ensino Fundamental são estruturados em ciclos de aprendizagem e em blocos de conteúdo denominados de “números, espaço, grandezas e medidas, e tratamento da informação”.

4.4 PARÂMETROS CURRICULARES DE MATEMÁTICA DE PERNAMBUCO

A introdução dos Parâmetros Curriculares de Pernambuco (PC/P) aponta que “educar significa elevar a consciência sobre a situação pessoal, cultural e social” dos estudantes (Pernambuco, 2012, p. 13). Isso também implica que os professores devem criar situações que permitam aos alunos desenvolver competências fundamentais, requerendo uma reflexão sobre os conhecimentos envolvidos nesse processo.

Focando no contexto específico da matemática, o documento ressalta a importância de que “[...] se reflita não apenas sobre os conteúdos a serem ensinados, mas também sobre as expectativas de aprendizagem, ou seja, o que se espera que o estudante aprenda” (Pernambuco, 2012, p. 13). Isso é essencial para monitorar o processo de ensino e garantir o alcance dos objetivos educacionais.

Atualmente, a matemática desempenha um papel fundamental na educação, especialmente porque estamos inseridos em uma sociedade cada vez mais impregnada pela ciência e pela tecnologia. “Podemos dizer que diversas profissões, das mais simples às mais complexas, exigem conhecimento matemático e competências básicas para lidar com esses conhecimentos” (Almeida, 2016, p. 143).

Afim de, alcançar resultados significativos na educação o PC/PE destaca.

As habilidades e os conhecimentos, que os documentos consideram necessários, produzem nos alunos a capacidade de compreender gráficos, efetuar estimativas, organizar o pensamento e tomar decisões. As mais elementares ações cotidianas requerem competências matemáticas (Pernambuco, 2012, p. 16).

Ao abordar o ensino e a aprendizagem, o documento de Pernambuco enfatiza a importância de questionar as concepções de ensinar e aprender. Como resposta, ele menciona três abordagens principais.

A primeira corrente, amplamente presente na maioria das nossas salas de aula, concebe o ensino como transmissão (papel do professor) e a aprendizagem como um processo de recepção (papel do estudante) de conhecimento. A aprendizagem nessa concepção é tida como um acúmulo de conteúdo, e o ensino se baseia, essencialmente, na verbalização do conhecimento (Pernambuco, 2012, p. 22).

A segunda corrente, fundamentada nas perspectivas behavioristas,

[...] concebe a aprendizagem como uma base fragmentada do conhecimento. Essa concepção apoia-se na identificação de objetos de aprendizagem cada vez mais específicos, na suposição de que atingir cada um desses levaria a aquisição de conceitos subjacentes (Pernambuco, 2012, p. 22).

A terceira, corrente enfatizada pelo documento, é considerada pouco explorada em nossos sistemas de ensino. Neste paradigma, a responsabilidade pela aprendizagem é concentrada nos estudantes, colocando-os como protagonistas no processo de ensino e aprendizagem.

Outro ponto de destaque, apresentado pelo documento, aborda o contraste entre a primeira e a terceira corrente.

A primeira se baseia no modelo “definição → exemplos → exercício”, ou seja, a introdução de um novo conceito se daria pela sua apresentação direta, seguida de certo número de exemplos, que serviriam como modelos, os quais os alunos iriam seguir de forma acrítica, em momentos anteriores. A cadeia se completa com a proposição dos chamados “exercícios de fixação”. A terceira concepção apresenta uma lógica, ou seja, a aprendizagem de um novo conceito ocorre pela apresentação de uma situação-problema ao estudante. A análise dessa situação conduz à definição, à generalização e à sistematização do conceito, que vai sendo construído ao longo do processo de aprendizagem (Pernambuco, 2012, p. 23).

As correntes mencionadas estão, de certa forma, associadas a diferentes especificações, como o contrato pedagógico, o contrato didático e a transposição didática (Pernambuco, 2012). “Esses fenômenos podem ser observados a partir de relação didática”, conforme é assegurado por Almeida (2016, p. 144). É importante notar que a segunda característica destacada está incorporada em nossa pesquisa.

Os documentos resumem, dizendo que “[...] o contrato pedagógico se baseia no funcionamento da classe, o contrato didático tem suas clausuras ancoradas no conhecimento que está em jogo nessa classe” (Pernambuco, 2012, p. 24).

Os Parâmetros Curriculares de Pernambuco (PC/PE) já faziam referência ao CD, o qual se constitui a base teórica para o desenvolvimento desta pesquisa.

4.5 O SABER ALGÉBRICO NA BNCC

Com certeza, a álgebra desempenha um papel crucial ao fornecer aos alunos ferramentas conceituais essenciais para a interpretação de situações cotidianas, além de constituir uma base fundamental para estudos mais avançados.

Evidentemente não se deve deixar de trabalhar com a manipulação dos símbolos e representação dos fenômenos e situações na forma algébrica, mas é interessante buscar a compreensão da simbologia.

Consoante os documentos oficiais, como a BNCC (Brasil, 2017), o estudante deve estar atrelado a situações que inter-relacionam as diferentes concepções e funções da álgebra. A proposta da BNCC (Brasil, 2017, p. 2070) para a unidade temática Álgebra tem como propósito:

O desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados.

A interpretação de representações, elaboração e resolução de problemas são rumos assinalados no estudo algébrico e se a dinâmica de sala de aula apresentar o conceito terá cumprido seu papel no ensino. Para haver aprendizagem de certo conteúdo, a BNCC afirma que “[...] é fundamental haver um contexto significativo para os estudantes, não necessariamente do cotidiano, mas de outros campos do conhecimento da matemática” (Brasil, 2017, p. 299).

Buscando facilitar o processo de aprendizagem por parte dos estudantes, a BNCC destaca os conteúdos por blocos, os quais são vistos e revistos a cada bimestre, dando uma abordagem distinta a cada nova unidade temática (Brasil, 2017).

No documento oficial mencionado, encontramos organizados os conteúdos algébricos que competem ao 8º ano. Dentro desta unidade temática, também são apresentadas as habilidades que se espera que os estudantes dominem.

No contexto do ensino e aprendizagem de conceitos algébricos, o componente curricular adota a resolução e a elaboração de problemas como meio de produção do conhecimento. Isso se deve ao fato de que a álgebra, por sua natureza, surge como um instrumento matemático essencial para solucionar questões.

A seguir, na Figura 7, será apresentado um trecho da proposta da BNCC (Brasil, 2017) para o 8º ano do Ensino Fundamental II, abordando a Unidade Temática de Álgebra.

Figura 2 – Recorte da Base Nacional Comum Curricular

MATEMÁTICA - 8º ANO

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO
Álgebra	Valor numérico de expressões algébricas
	Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano
	Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano
	Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$
	Sequências recursivas e não recursivas
	Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais

(continua)

HABILIDADES
(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.
(EF08MA07) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.
(EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.
(EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.
(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.
(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.
(EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

Fonte: Brasil (2017, p. 314)

No que se refere ao conteúdo de Álgebra, a partir do entendimento no trecho acima, pode-se perceber que a equação do 1º grau é um pré-requisito para determinados conteúdos, e espera-se que os estudantes consigam entender, resolver e elaborar problemas. Essas habilidades não se aplicam somente à Álgebra, mas são fundamentais para as diversas unidades temáticas no âmbito da matemática.

4.6 A ÁLGEBRA NO CONTEXTO ACADÊMICO

O surgimento do Contrato Didático pode estar relacionado ao fracasso no ensino de matemática, especialmente quando esse ensino é abordado apenas como o domínio de técnicas e fórmulas, sem considerar a compreensão dos conceitos subjacentes. Esse fracasso pode ser observado em estudantes que, embora possam se sair relativamente bem em outras disciplinas, enfrentam dificuldades significativas em matemática. Como descreve D'Amore (2007), o Contrato Didático surge como uma resposta a essa lacuna no ensino, buscando criar um ambiente de

aprendizagem mais eficaz e significativo para os alunos, que vai além da mera memorização de procedimentos matemáticos.

Dentro de uma sala de aula existem interações complexas, distribuídas entre professor e estudante. Dito isso, essas relações muitas vezes podem se revelar por esteios contrários no campo do saber. Além disso, ela conduz às atribuições dos parceiros na relação didática, sendo definitivo no fixar do contrato.

Corroborando a ideia de Brousseau (1986), o Contrato Didático surge no polo do saber, ou seja, no contexto em que os conhecimentos são transmitidos e adquiridos. Nesse sentido, o Contrato Didático representa a maneira como o ensino e a aprendizagem são estruturados, estabelecendo as regras e expectativas entre professores e alunos. Muitas vezes, essas regras e expectativas são implícitas, ou seja, não são explicitamente definidas, mas são percebidas e internalizadas pelos participantes do processo educacional.

No que se refere à Álgebra, vários e importantes elementos acerca do contrato podem ser mencionados. O primeiro aspecto a ser referendado por alguns autores está na passagem da esfera aritmética para a esfera algébrica, que se converte em uma verdadeira ruptura (Brito Menezes, 2006). Nesse contexto de mudança, se faz necessário renegociar novos acordos no contrato, pois as letras deixam de ser uma simples incógnita e passam para o estágio representativo de uma variável.

A letra é um termo desconhecido cujo valor queremos encontrar. Progressivamente se constitui em distintas formas, como o de variável, que pode ser apontado no trato com as funções; o de elemento genérico, também no trabalho com funções; o de parâmetro, no caso de identidades trigonométricas, etc. (Brasil, 2006).

Nesse mesmo contexto, pode ser acrescido um exemplo novo, no qual relaciona a mudança dos campos numéricos – dos números naturais para os números reais – que, por um lado do contrato, multiplicar seria simplesmente aumentar, mas agora, por outro lado, não significa somente isso.

Segundo (Menezes, 2010, p. 63), “[...] falar sobre o ensino de álgebra, de modo geral, e não tratar os fenômenos didáticos que ocorrem em sala de aula é no nosso entendimento, um equívoco”. Desse modo, quando refletimos sobre esse ensino, temos que considerar que a Álgebra ministrada pelos professores pode ser totalmente distinta da apresentada pela comunidade acadêmica. Esse conteúdo

passa por interferências, como formação do professor, metodologia e material humano (estudante), que modificam o ensino algébrico.

O ensino de Álgebra do ponto de vista do CD carrega uma tradição do professor de matemática conduzir sua aula de modo a dar mais ênfase à parte operacional, restringindo o ensino a meros procedimentos na solução de problemas que envolvem sistemas do 1º grau. Brito Menezes (2006) destaca que um elemento explícito do CD na álgebra é o de que o aluno deve obedecer a uma série de passos sequenciados e regras fixadas, de maneira a atingir a solução do problema, para, por fim, encontrar o valor correspondente à incógnita.

Um dos primeiros passos diante de um sistema é separar as letras dos números da(s) incógnita(s), neste caso do sistema de equação, onde as incógnitas ficam no primeiro membro ou do lado esquerdo da igualdade e, conseqüentemente os demais números serão dispostos à direita do sinal de igual ou no segundo membro.

Uma das regras que merece destaque é a modificação de componentes, ou seja, ao permutar um elemento do primeiro para o segundo membro, se faz necessária a realização da operação inversa. Ao visar praticidade, o professor resume para os estudantes: “Assim que você trocar de lado, inverta o sinal, de tal maneira que estando com um número (-) negativo no primeiro membro ao passar para o segundo ele fica (+) positivo”. Dentro desse contexto, determinados professores citam a ideia de operação inversa, embora muitos apenas falem da troca de sinais.

Brito Menezes (2006), ao fazer o questionamento da mudança de sinal de um membro de uma determinada equação para outro lado, obteve várias respostas dadas pelos estudantes, como “ao mudar de lado, muda-se o sinal”. Alguns justificaram respondendo ser uma operação inversa, sem dar detalhes do que acontece com o sinal na operação. Ainda outros, respondiam que faziam o procedimento porque o professor ensinara assim.

Ao observarmos questões desse tipo, somos remetidos à reflexão sobre como o Contrato Pedagógico e o Contrato Didático são constituídos na sala de aula, independentemente da disciplina, seja matemática ou qualquer outra. O que o professor ensina deve ser cumprido, sem que necessite de mais explicações, conforme destaca Brito Menezes (2006). Esses argumentos são considerados

simplórios, sem uma formalidade por parte do estudante que apenas aceita os procedimentos proferidos pelo professor.

Brousseau (1986) identificou três ênfases (modelos) que exemplificam o CD e que refletem diferentes abordagens para coordenar a prática na sala de aula escolar. Cada um desses modelos representa uma maneira específica de interação entre o professor e os alunos, e como se estabelecem as regras e expectativas no processo de ensino e aprendizagem. Eles forneceram uma compreensão mais profunda do desenvolvimento da aprendizagem em Álgebra e da estrutura da dinâmica no contexto educativo.

A primeira ênfase a ser destacada coloca a importância do conteúdo e a efetivação dessa valorização; se realiza através da relação entre o professor e o estudante. A existência de um rígido controle dessa relação com o próprio saber se caracteriza nas regras de CD. O domínio que o educador dispõe sobre o saber concretiza outra característica representativa desse tipo de contrato. Além disso, excelente aprendizagem acontece, pois quanto mais clara for a exposição dos conteúdos pelo professor, mais o estudante acredita.

A passividade passa a ser a função do estudante, que se resume a tomar nota, prestar muita atenção à aula para que possa receber bem o conhecimento, repensar os exemplos clássicos em forma de atividade complementar, estudá-los e fazer testes.

A clareza na exposição dos conteúdos pelo professor é vital para uma aprendizagem eficaz, conforme se acredita. Nesse cenário, o estudante se concentra na tomada de notas, fica atento à participação na aula e na posterior revisão dos clássicos por meio de atividades complementares. Uma reflexão sobre esses exemplos, o estudo dedicado e a realização de testes constituem as principais responsabilidades do estudante, delineando uma abordagem de aprendizado que se alinha com o CD mencionado.

A ênfase dois está voltada para o relacionamento do estudante com o saber, porém com um pequeno acompanhamento do professor. Aqui a ideia não é de o professor transmitir conteúdo ao aluno, mas no que este realmente aprenderá. Nesse cenário, é o aluno quem promove o caminho da sua aprendizagem, enquanto o professor pode sugerir meios e propor situações que o auxiliem, evitando o máximo de intervenção, a fim de não dificultar a aprendizagem. Nesse campo, a

ideia de currículo tradicional tem sua natureza adulterada devido ao pouco controle pedagógico sobre o funcionamento do processo de ensino; convém que a interação do profissional seja quase nula, como se a aprendizagem do saber escolar resultasse de uma atividade espontânea.

A terceira ênfase tem sua força maior no relacionamento do estudante com o saber, contudo o professor apresenta uma interferência maior do que na ênfase dois. Nesse modelo, o processo de aprendizagem admite tanto os aspectos individuais quanto os coletivos. Em oposição à primeira ênfase, o professor não pode ser considerado como fonte do saber, havendo uma ruptura, devido estar voltada à dimensão aluno e conhecimento.

As situações didáticas criadas pelo professor passam por um processo de reflexão, tendo como ponto de partida a ideia de que o aluno é um agente ativo e participativo em sua busca pelo conhecimento. Nesse cenário, o professor atua como um mediador, promovendo a relação entre o aluno e o saber. Essa abordagem considera a importância do controle pedagógico por parte do professor, mas também valoriza a autonomia do aluno no processo de aprendizagem.

Portanto, para investigar a relação professor-estudante, partindo do saber algébrico, se faz necessário observar o CD e analisar suas implicações.

4.7 SISTEMA DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU NO CONTEXTO ESCOLAR

Ao optar por uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental II, estou a trabalhar com estudantes que já tiveram um primeiro contato com sistemas lineares no ano anterior. Isso fornece uma base sólida para a pesquisa, uma vez que os alunos dessa turma provavelmente possuem uma compreensão inicial do objeto de estudo. Isso também é relevante, visto que o conteúdo sobre sistemas lineares é considerado um pré-requisito para outros temas mais avançados.

Atentamos para os recortes da abordagem referente à resolução e elaboração de problemas envolvendo sistema de equação do 1º grau, como conteúdo e habilidade do 8º ano do Ensino Fundamental segundo a BNCC (Figura 8), e o PC/PE (Quadro 2).

Figura 3 – Recorte da BNCC

MATEMÁTICA – 8º ANO	
UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO
Álgebra	Valor numérico de expressões algébricas
	Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano
	Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano
HABILIDADES	
(EF08MA07) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.	
(EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.	

Fonte: Brasil (2017, p. 201)

Na Figura 8, podemos observar a proposta da BNCC para o trabalho com Álgebra no Ensino Fundamental II, especificamente no 8º ano, direcionando-o para a resolução e elaboração de problemas em sistemas de equação do 1º grau.

O quadro seguinte representa o PC/PE, trazendo o objeto de conhecimento e habilidade para o 8º ano, está em conformidade com a BNCC.

Quadro 2 – Recorte do PC/PE

8º ANO		
UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES PE
Álgebra	Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano	(EF08MA07PE) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.
	Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano	(EF08MA08PE) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano e tecnologias digitais como recursos.

Fonte: Pernambuco (2019, p. 415)

Nas reflexões sobre o ensino das equações polinomiais do 1º grau em sala de aula, é comum observar, em pesquisas recentes, uma abordagem que relaciona essa temática à ludicidade, como assegura Santos (2023, p. 51):

A equação do 1º grau relacionada à ludicidade, aos jogos, ao uso de diversas teorias e de recursos didáticos, à História da Matemática, entre outras propostas metodológicas, que contribuem para o ensino da equação polinomial do 1º grau, bem como análises feitas no âmbito escolar sobre o que consta nos documentos oficiais e no livro didático a respeito do conteúdo em questão, nos referimos ao livro didático, pois é o recurso mais utilizado pelo professor para embasar o conteúdo e tê-lo sempre como referência.

selecionamos duas pesquisas – a de Araújo (2009) e de Barbosa (2017) que abordam o objeto de conhecimento equações do 1º grau, na linha das análises de documentos oficiais e livros didáticos, mas com diferentes abordagens teóricas e metodológicas.

Barbosa (2017) argumenta que os documentos oficiais PCN e PC/PE apontam implicitamente que o ensino das equações do 1º grau é demonstrado como uma ferramenta para solucionar problemas de contextos sociais. E salienta que os documentos oficiais não constituem dados que beneficiem a caracterização das praxeologias matemáticas existentes em torno da resolução de equação do 1º grau, e, ainda, que esses documentos praticamente não exercem quase nenhuma influência sobre a prática do professor na escola.

Já Araújo (2009) propôs, em sua pesquisa, uma abordagem centrada na problemática da modelagem de conhecimentos algébricos. Seu objetivo foi analisar e comparar as transposições didáticas ocorridas no contexto do ensino de equações do 1º grau com uma incógnita, tanto na França quanto no Brasil. Foram analisados programas oficiais de ensino, livros didáticos e estudos experimentais com os alunos, em torno da resolução de equações do 1º grau, nos dois países. O pesquisador observou que os resultados indicam que tanto o Programa Francês de Ensino quanto os PCN do Brasil não oferecem suporte adequado para as práticas matemáticas relacionadas a esse conteúdo.

No contexto desta pesquisa, é importante destacar que não temos a intenção de analisar livros didáticos e documentos oficiais. Nosso foco está na observação das interações didáticas em sala de aula em relação a um conteúdo matemático específico. No entanto, consideramos relevantes as reflexões sobre os estudos

anteriormente referenciados, bem como seus resultados. Estas investigações são valiosas para abordar os fundamentos do ensino e da aprendizagem nas escolas, especialmente no que diz respeito ao objeto de conhecimento em questão: equações do 1º grau.

Portanto, apresentaremos a seguir a metodologia utilizada na pesquisa.

5 METODOLOGIA

Nesta seção, delineamos a metodologia adotada em nosso estudo, incluindo suas características, os participantes envolvidos e o campo de pesquisa. Além disso, descrevemos os instrumentos utilizados para coleta de dados, as etapas de desenvolvimento da investigação e os critérios usados na análise dos dados.

5.1 ABORDAGEM METODOLÓGICA

Adotamos uma abordagem qualitativa, que busca a compreensão dos fenômenos sem a necessidade de quantificação de valores. Para a construção dos dados, utilizamos um ambiente natural como fonte direta, sendo eles analisados de forma descritiva. O objetivo dessa análise foi identificar os fenômenos que naturalmente emergem no contexto da sala de aula, com a finalidade de discutir as interações entre os participantes e as abordagens relacionadas à aprendizagem do saber matemático.

A pesquisa qualitativa concentra-se na construção de dados descritivos, os quais são produzidos por meio da interação direta do pesquisador com a situação em estudo. Essa abordagem valoriza o processo de desenvolvimento em detrimento do resultado, e busca apresentar a perspectiva dos participantes.

Assim, com relação a pesquisa qualitativa, Minayo descreve que:

A pesquisa qualitativa trabalha com o universo dos significados, dos motivos, das aparências, das crenças, dos valores e das atitudes. Esse conjunto de fenômenos humanos é entendido aqui como parte da realidade social, pois o ser humano se distingue não só por agir, mas por pensar sobre o que faz e por interpretar suas ações dentro e a partir da realidade vivida e partilhada com seus semelhantes (Minayo, 2009, p. 21).

Ainda para Minayo (2009), a pesquisa qualitativa trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis.

Finalmente, Gil (2008, p. 17) infere que pesquisa é “[...] um procedimento racional e sistemático que tem por objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos”. Portanto, só se inicia uma pesquisa se tiver uma pergunta à qual

se busca uma resposta. No caso da nossa pesquisa pretendemos responder à seguinte pergunta: “Como identificar as relações didáticas em resolução e elaboração de problemas que podem levar à ruptura do Contrato Didático em sistema de equações polinomiais do 1º grau em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental II?”

Segundo Gil (2008, p. 27), a pesquisa pode ser classificada conforme sua finalidade: “básica ou aplicada”. A nossa será do tipo aplicada, pois segundo o autor esse tipo de pesquisa está voltado à aquisição de conhecimentos com vistas à aplicação numa situação específica; no nosso caso, nas aulas de sistemas de equações do 1º grau. Quanto aos objetivos, classifica-se a pesquisa como de natureza exploratória. Para Gil (2008), esse tipo de pesquisa, em geral, proporciona maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses, envolvendo o levantamento bibliográfico e o estudo de caso, supracitados na introdução deste trabalho.

Finalmente, Gil (2009) categoriza as pesquisas com base nos métodos empregados, que podem incluir abordagens bibliográficas, etnográficas, fenomenológicas, documentais, entre outras. Seguindo este autor, é também viável considerar a pesquisa documental. Para Gil (2008, p. 29) uma pesquisa pode ser elaborada com base em materiais ainda não explorados por outros investigadores. Aqueles que optarem por essa abordagem, devem ter em mente que ela “[...] caracteriza-se pela busca de informações em documentos que não recebem nenhum tratamento científico, como aleatórios, reportagens de jornais, revistas, 60 cartas, filmes, comprados, fotografias, entre outras formas de divulgação” (Oliveira, 2007, p. 69). Uma das vantagens notáveis desse tipo de pesquisa é que ela permite ao pesquisador abranger uma variedade mais ampla de fenômenos.

No que diz respeito às etapas desta pesquisa, iniciamos com um levantamento bibliográfico e a definição do tema, estabelecendo assim a estrutura teórica que guiou nossa análise. Posteriormente, dedicamo-nos à investigação das relações contratuais em sala de aula, por intermédio de entrevista com a professora e a observação da sala de aula.

5.2 PARTICIPANTES DA PESQUISA

Na nossa pesquisa, participaram uma professora de matemática da rede municipal de ensino e os respectivos estudantes de uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental II, totalizando quinze estudantes, com idades variando entre 13 e 15 anos. Durante o período de observação das aulas, tanto a professora quanto os discentes foram receptivos e colaborativos. Foram realizadas quatro sessões de observação dentro da sala de aula para coletar os dados necessários para a pesquisa.

A Escola Campo de Pesquisa integra a rede pública municipal de ensino e está situada no distrito de Lagoa da Vaca, município de Surubim, estado de Pernambuco. O município fica na região do Agreste Setentrional, no Médio Capibaribe, abriga uma população referendada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) de 2023 de 64 120 habitantes. A densidade demográfica é de 253,54 habitantes por km². A base econômica da região que merece destaque é a agricultura, a pecuária e a produção de roupas, além do comércio e da prestação de serviços. A escolha dessa localidade se deu pela proximidade com a residência do pesquisador dentro do município em questão.

De forma a identificar as possíveis rupturas que ocorrerão no Contrato Didático, fizemos uma observação das aulas, bem como do professor ao abordar o saber matemático envolvendo sistema linear em equações do 1º grau. O público da escola abrange tanto os residentes da área urbana quanto da zona rural do município. Importante ressaltar que a seleção desta escola foi fundamentada na disponibilidade manifestada tanto pela professora quanto pela direção escolar, quando contatados pelo pesquisador responsável por este estudo.

O motivo da escolha pelo 8º ano ocorreu por compreender que nesta turma há a passagem da linguagem natural para a algébrica na proposição de sistemas de equação do 1º grau, conforme a BNCC na parte que traz como objeto de conhecimento o “Valor numérico de expressões algébricas” para o Ensino Fundamental II. Mesmo sabendo que na série anterior – 7º ano – tenha ocorrido a iniciação do processo de aprendizagem de sistemas, supomos que no 8º ano o conhecimento tenha mais consistência, tornando-se elemento central do estudo nesta etapa.

O município de Surubim-PE segue a BNCC, documento que determina os conhecimentos essenciais que todos os alunos da Educação Básica deverão adquirir. Com a base nacional, o currículo das redes de ensino público e particular do país deverão conter os conteúdos expressos neste documento. Isto foi reiterado pelo Plano Nacional de Educação (PNE):

Estabelecer e implantar, mediante pactuação interfederativa [União, Estados, Distrito Federal e Municípios], diretrizes pedagógicas para a educação básica e a base nacional comum dos currículos, com direitos e objetivos de aprendizagem e desenvolvimento dos(as) alunos(as) para cada 20 anos do Ensino Fundamental e Médio, respeitadas as diversidades regional, estadual e local. (Brasil, 2018, p. 12).

Desta forma, o município segue a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para orientar o currículo escolar, uma vez que não possui dispositivos específicos que abordem o ensino matemático de forma particular. É importante ressaltar que a BNCC é um documento oficial que estabelece as diretrizes para a educação básica no Brasil, no entanto, não é consensual e tem sido alvo de críticas. É possível que sofra alterações no futuro, uma vez que o Ministério da Educação (MEC) propõe discussões sobre possíveis mudanças no ensino, incluindo revisões na BNCC.

O que nos levou a optar pelo Contrato Didático para objeto de análise no referencial teórico, deveu-se precisamente pelo fato da teoria envolver a tríade saber-professor-aluno e sua influência sobre o processo de ensino de matemática. Para alguns pesquisadores, este fenômeno é considerado propulsor da relação didática, como mencionado por Brousseau, em que são concebidos espaços de diálogo entre os seus elementos.

A escolha da Álgebra ocorreu pelo fato de que importantes estudos nesse campo da educação matemática vêm se estabelecendo desde o século passado, contribuindo na busca pela compreensão de como o Contrato Didático influencia o ensino em sala de aula. Além do mais, considerar que a passagem do domínio da Aritmética para a Álgebra assinala uma ruptura importante no ensino de matemática, do mesmo modo que considera importantes os elementos que envolvem a solução do sistema de equação do 1º grau.

Quanto ao campo do saber: sistema de equações do 1º grau, a escolha ocorreu devido à importância deste na resolução de problemas matemáticos e nas questões do dia a dia, além da passagem da linguagem natural para uma linguagem

algébrica. A importância das equações está em um dos tópicos da BNCC, nas habilidades do 8º ano, isto é, “[...] resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações” (Brasil, 2017).

5.3 ESTUDO DO CASO

Dado o objetivo central da pesquisa, acreditamos que nosso trabalho se configura como um estudo de caso. Essa abordagem permite uma descrição minuciosa e, conforme sugere Amado (2014), concentra-se na compreensão da dinâmica educativa e das particularidades de um caso específico em estudo. Utilizando diversas técnicas, buscamos captar distintas perspectivas dentro da abordagem fenomenológica.

Segundo Yin (2005, p. 32), o estudo de caso “[...] é uma investigação empírica que analisa um fenômeno contemporâneo em seu contexto real, especialmente quando os limites entre o fenômeno e seu contexto não estão claramente definidos”. Isso permite a obtenção de informações detalhadas para uma compreensão mais profunda da situação. Yin (2005) também destaca a necessidade do pesquisador utilizar diversas técnicas de coleta de dados, tais como entrevistas semidiretas, observação do participante e questionários, entre outras. No âmbito desta pesquisa, consideramos pertinente a utilização de áudio e entrevista.

Conforme Gerhardth e Silveira (2009, p. 74), a observação “[...] é uma técnica que faz usos dos sentidos para a apreensão de determinados aspectos da realidade. Consiste em ver, ouvir e examinar os fatos, os fenômenos que se pretende investigar”. Assim, neste estudo, recorreremos aos nossos sentidos e registros, optando por uma abordagem de ‘observação não participativa’, também conhecida como ‘observação passiva’.

Observam Gerhardth e Silveira (2009) que na observação não participativa, o pesquisador não se integra ao grupo observado, mantendo-se como um observador externo. Ele testemunha os acontecimentos, mas não toma parte neles, não se envolve nas situações, desempenhando o papel de mero espectador.

Em seguida, discorreremos sobre os instrumentos de construção de dados que foram utilizados nesta pesquisa.

5.4 INSTRUMENTOS PARA CONSTRUÇÃO DE DADOS

Para a coleta de dados, empregamos um gravador de voz a fim de registrar os áudios. Esse dispositivo foi utilizado para documentar a participação dos indivíduos que, previamente, concordaram mediante a assinatura do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE), bem como com a autorização dos responsáveis pelos alunos, que também assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE Responsáveis). Ademais, a professora envolvida no estudo consentiu por meio da assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE Maiores de 18).

Em relação ao registro audiovisual, a literatura levanta algumas críticas quanto à possibilidade de interferir no ambiente natural da pesquisa e, conseqüentemente, induzir a certo artificialismo nas ações dos participantes. Em nossa abordagem, antes da fase de investigação, o pesquisador conduziu observações para permitir que os participantes se acostumassem à sua presença. Isso visava minimizar possíveis tensões e alterações comportamentais durante os registros em sala de aula.

Antecipadamente, aos participantes foi relatado sobre a utilização dos instrumentos de construção dos dados.

5.5 ETAPAS DA PESQUISA

Nossa pesquisa foi realizada em um ambiente natural, na sala de aula nos momentos de observação, com uma professora de matemática e os respectivos colaboradores de uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental. A construção de dados foi realizada em três etapas.

No primeiro momento, das três etapas estabelecidas, foi realizado um encontro com a professora, que rege a classe do 8º ano “A”, a fim de que tomasse ciência do cronograma curricular vivenciado na escola, em abordagem ao estudo algébrico em sistema linear de equações do 1º grau.

Na segunda etapa, fizemos uso de recursos tecnológicos, como a gravação audiovisual das aulas, mediante a autorização da professora, dos estudantes e de seus pais ou responsáveis.

A terceira etapa aconteceu após o registro das aulas, onde foi feita a transcrição de alguns recortes para análise. Os instrumentos de coletas de dados foram: uma câmara filmadora e um gravador presente no aparelho celular. Para Belei *et al.* (2008), a gravação possibilita o registro e a captação de elementos de comunicação, pausas, dúvidas e mesmo a entonação, preservando, assim, o conteúdo original.

5.6 CRITÉRIOS DE ANÁLISE

Nosso trabalho concentrou-se nos elementos do Contrato Didático que se manifestam na sala de aula entre a professora e os estudantes em relação ao conteúdo proposto, assim como nos efeitos que surgem a partir das rupturas deste contrato. Observamos não apenas o que foi explicitamente abordado verbalmente, mas também como os participantes empregaram a linguagem. As aulas observadas e registradas foram sobre o conteúdo sistema equação polinomiais do 1º grau.

Na sua tese de doutorado, Almeida (2016) oferece uma breve definição de cada um dos elementos do CD. Os critérios de análise estabelecidos pelo referencial teórico, trabalhados na sua pesquisa, forneceram contribuições valiosas. Além disso, são detalhados os efeitos do CD conforme proposto por Brousseau (2008), que também serviram como critérios para análise.

Quadro 3 – Critérios de Análise do Contrato Didático

ELEMENTOS DO CONTRATO DIDÁTICO	
Expectativa	O que o professor espera do estudante e o estudante espera do professor, em relação ao trabalho na sala de aula.
Negociação	É o acordo entre uma ou mais pessoas, no qual, implica na aceitação de certos papéis e obrigações a cumprir por cada uma das partes envolvidas, acordo entre parceiros. Diz respeito, também, a como o professor negocia o saber com os estudantes numa situação didática.
Ruptura de contrato	Pode ser percebida, por exemplo, quando os estudantes não atuam da forma esperada pelo professor – frente ao saber – ou quando o professor não atua da forma esperada pelos estudantes. De forma que pode existir uma reclamação por algumas das partes.
Renegociação do contrato	Quando há alguma ruptura no Contrato Didático e, em seguida, uma nova regra (explícita ou implícita) é negociada. Quando, embora não havendo claramente uma ruptura, é estabelecido um redirecionamento do jogo didático.
Regras	As regras explícitas são claras, expressas sem ambiguidade pelas partes

ELEMENTOS DO CONTRATO DIDÁTICO	
Explícitas e Implícitas	em questão; acontece no momento em que o saber se encontra em jogo pelo professor ou o estudante. As regras implícitas são aquelas que não são explicitamente formuladas por um dos companheiros (quase sempre, o professor), mas que são construídas de forma mais subliminar e, embora implícitas, são elementares para a condução da relação didática e para fazer valer o Contrato Didático negociado.
EFEITOS DO CONTRATO DIDÁTICO	
Topázio	Quando a resposta que o estudante deve dar é antecipadamente determinada pelo professor.
Jourdain	Uma forma do efeito Topázio, onde o comportamento ou resposta banal do estudante é aceito pelo professor como um indício de um conhecimento sábio.
Deslize Metacognitivo	Quando uma atividade de ensino fracassa, o professor tenta usar no lugar do conhecimento matemático suas próprias explicações e seus meios heurísticos.
Uso abusivo de analogias	Acontece quando há um uso abusivo dessa técnica, quando ocorre uma substituição do estudo de uma noção complexa pelo estudo de uma analogia.

Fonte: Adaptado pelo autor de Almeida (2016)

Foram estes os critérios que guiaram nosso olhar para a análise das circunstâncias mais significativas da construção de dados, por meio da observação. A seguir, apresentaremos as análises e discussões dos resultados.

6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Nesta seção, serão apresentados e discutidos aspectos relevantes do trabalho. Isso será feito a partir das transcrições e análise dos dados de quatro aulas que abordam o conteúdo de resolução e elaboração de problemas envolvendo questões sobre sistema linear de equações do 1º grau. Essas aulas foram ministradas em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental II.

É importante ressaltar que não é nossa intenção investigar a relação da professora com o saber matemático ou fazer avaliações sobre a qualidade das aulas como ótimas, boas, regulares ou ruins. O foco deste trabalho é a análise das situações didáticas, resolução e elaboração de problemas em sistema de equações polinomiais do 1º grau, sob a ótica dos elementos e efeitos do Contrato Didático.

Para refletirmos sobre o CD e suas possíveis rupturas, analisamos as transcrições das aulas com base na fundamentação teórica apresentada neste trabalho. Segundo Brousseau (1986), o CD é constituído pelos comportamentos esperados do professor pelos alunos e vice-versa. Esse contrato engloba um conjunto de regras explícitas, mais principalmente de maneira implícita, o que cada elemento da relação didática deverá fazer, sendo válido para o outro elemento.

Desta forma, selecionamos recortes específicos que serão expostos a seguir, contemplando apenas o que é relevante para alcançar os objetivos de nossa pesquisa. Este material é resultado da observação e registro das aulas. Para facilitar a compreensão dos recortes, o Quadro 4 apresenta as ocorrências e os sinais utilizados nas transcrições, que servirão como legenda.

Quadro 4 – Ocorrências de sinais

Pesq. = Pesquisador. P = Professora. E = Estudante. Es = Estudantes (Utilizado quando mais de um estudante, em um só momento, está interagindo). (2) = Intervalo de dois segundos. (3) = Intervalo de três segundos. (4) = Intervalo de quatro segundos. (“) = Intervalo de 5 segundos ou mais. ((Comentário)) = Comentário do pesquisador.
--

[] = indica acréscimo, comentário ou explicações do pesquisador.
 (: pequeno); (:: médio); (::: longo) = Alongamento da vogal.
 (NDE) = O(a) participante cita o nome de alguém, que por questões éticas não serão revelados.

Fonte: Autoria própria (2023)

6.1 CONHECENDO UM POUCO A PROFESSORA-PARTICIPANTE DA PESQUISA (FORMAÇÃO PROFISSIONAL E EXPERIÊNCIA DOCENTE)

Começamos a construção de dados com uma entrevista com a professora de matemática da turma escolhida para nossa pesquisa, isto é, a do 8º ano. *À priori*, e com respeito ao conteúdo sistema de equações polinomiais de 1º grau, queríamos saber quais as suas perspectivas e concepções com relação ao ensino do conteúdo, porém agora frente ao conteúdo resolução e elaboração de problemas envolvendo sistemas, e o que espera em relação à receptividade dos estudantes perante a proposição resolução e elaboração de problemas.

Iniciamos a entrevista pedindo que a professora discorresse um pouco sobre sua formação profissional e sua experiência docente. Ela mencionou que é formada em Licenciatura em Matemática, possuindo também mestrado *stricto sensu* em Educação Matemática, tendo trabalhado há dezesseis anos em várias escolas e municípios da região como professora, e na escola Silvino José de Oliveira, no município de Surubim-PE, há três anos, quando foi classificada em uma seleção para atuar no Ensino Fundamental II.

Questionamos a educadora sobre o desenvolvimento do trabalho relacionado ao conteúdo do sistema de equações do 1º grau. Indagamos também se houve abordagem da resolução e elaboração de problemas durante essa temática, além de perguntar sobre a receptividade dos estudantes. A professora foi questionada sobre esses aspectos, considerando que já tinha apresentado esse conteúdo no semestre anterior do mesmo ano letivo. Apresentaremos a seguir, o recorte primeiro dessa entrevista, conforme Quadro 5.

Quadro 5 – Recorte de protocolo da entrevista com a professora

P = Os meninos ((Estudantes)) não gostam de álgebra, isso é fato! Você sabe que no primeiro contato [eles dizem]: “Ah, vai ser complicada, eu não vou saber”, enfim... Mas como no início a gente trabalhou identificação do sistema; a identificação é bem simples, porque eles liam, interpretavam lá o sistema. Quando veio para a parte de encontrar o valor das incógnitas, X e Y, enfim... aí, senti um pouquinho de dificuldade. Aí eu senti um pouquinho de dificuldade, aí eu utilizei o método da adição e da substituição, foi aí que senti um pouquinho mais de dificuldade, na situação de (:) eles possam entender, aprender logo de início.

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

É possível notar, na fala da educadora, que o estudo de equações do 1º grau ocorreu a partir do 8º ano do Ensino Fundamental, na área de matemática, em conformidade com o PC/PE (Pernambuco, 2019) e com a BNCC (Brasil, 2017). Os estudantes apresentaram certa resistência (“Ah, vai ser complicada, eu não vou saber”), uma vez que trabalhar com letras traz alguma dificuldade. Os dados do Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco – SAEPE (2022) comprovam isso, quando a escola alcançou 40% de acerto na habilidade que só faz a identificação de um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.

Com relação ao ensino do conteúdo, a professora revelou que de início foi trabalhado apenas a identificação de um sistema de equação do 1º grau (“Identificar um sistema é bem simples para os estudantes”). Segundo ela, as dificuldades apareceram realmente quando os estudantes foram expostos à resolução de problemas, por meio do qual teriam que encontrar uma solução para “X” e “Y”, foi utilizado o método da adição e o método da substituição, sendo que os estudantes apresentaram mais dificuldades neste último.

Seguimos com a entrevista, indagando à professora se os estudantes têm o hábito de resolver e elaborar problemas. No Quadro 6, pode-se observar a resposta:

Quadro 6 – Recorte de protocolo da entrevista com a professora

É. Eu peço que eles elaborem alguns problemas, né, e peço que passe para outro colega resolver. Até para a situação de empatia mesmo, sabe? Coloco aquelas questões mais simples, aquelas questões que eles saibam que o outro saiba resolver, enfim..., na situação de sistema de equação [pedi que eles] elaborassem, lá no início, para [que] o menino ((Estudante)) pudesse identificar sistema de equação. Agora, na situação desse semestre, que foi encontrar o valor das incógnitas, não pedi para que eles elaborassem.

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

A professora destaca que seus estudantes realizam a atividade de elaborar problemas; ela pede para um elaborar a questão e outro resolver; já o que resolve, entrega a questão quem elaborou, para o outro encontrar a solução. A professora expressa a importância da empatia na elaboração e resolução de problemas simples, para que o outro saiba resolver. É possível perceber a preocupação da professora com relação à motivação na hora da aprendizagem, uma vez que questões muito difíceis podem levar o estudante a se desinteressar pela busca de solução de determinado problema. Deste modo, pudemos perceber na fala da docente um dos elementos do CD, o elemento da **expectativa**.

Nesse contexto, o PC/PE (Pernambuco, 2019, p. 351) expressa que, para que a educação matemática tenha boa qualidade, deve, portanto, ser orientada pela ótica da matemática como “[...] uma ciência presente em diversos contextos, em conexão com o mundo real, aberta a relações com outras áreas do conhecimento, de modo que tal abertura não se limite apenas a disciplinas científicas”.

Dando continuidade à entrevista, foi indagado sobre a importância não só de resolver questões prontas, mas da elaboração de problemas. Conforme Quadro 7, a resposta da professora:

Quadro 7 – Recorte de protocolo da entrevista com a professora

(2) A empatia, como acabei de falar, né, é (:): o se preocupar com o outro, no meu caso, eles elaboram e o outro responde, né, um trabalho em conjunto, trabalha a empatia. No momento que eles estão elaborando as questões, eles estão aprendendo, estão contextualizando, estão assim levando isso para o dia a dia deles. É que muitas vezes, muitas vezes, eles lembram a minha idade junto com o do meu coleguinha, [que] é vinte anos, né, a diferença da nossa idade é dois anos, então qual a idade de fulano e de sicrano. Então, assim... é algo do cotidiano, acho bem interessante.

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

A educadora destacou a relevância de integrar a empatia na habilidade de resolver problemas à capacidade de elaborá-los. Segundo ela, esta abordagem é fundamental, pois o ato de criar e encarar um problema de maneira diferenciada contribui significativamente para o processo de aprendizagem.

Nesse tocante, o PC/PE (Pernambuco, 2019, p.351) salienta que “[...] na Matemática escolar, o processo de aprender uma noção em um contexto, abstrair e depois aplicá-la em outro contexto envolve capacidades essenciais, como formular, compreender, interpretar, analisar, avaliar e criar”.

A professora também frisa sobre a empatia dos estudantes na construção de problemas, a respeito da utilidade do que está sendo ensinado em sala de aula. Dessa forma, percebemos a preocupação dos estudantes com relação ao sentido do conhecimento matemático para os colegas.

A esse respeito, o PC/PE (Pernambuco, 2019) ressalta a importância de o ensino de matemática proporcionar aos estudantes a compreensão de que essa disciplina não é estática, mas sim uma ciência dinâmica, em constante evolução. Destaca que o progresso na matemática está interligado ao conhecimento de outras áreas científicas, enfatizando sua natureza interdisciplinar e em constante crescimento.

Uma educação matemática de qualidade deve, portanto, ser conduzida por uma visão da matemática como uma ciência presente em diversos contextos, em conexão com o mundo real, aberta a relações com outras áreas do conhecimento, de modo que tal abertura não se limite apenas a disciplinas científicas (Pernambuco, 2019, p. 353).

Dando prosseguimento, requisitamos que a professora nos dissesse o que ela espera em relação às aulas a respeito do conteúdo resolução e elaboração de problemas envolvendo sistema de equações do 1º grau, realizados por esta turma do 8º ano. A resposta se encontra no Quadro 8, a seguir.

Quadro 8 – Recorte de protocolo da entrevista com a professora

Que eles ((Estudante)), compreendam, aprendam, que eles possam passar para o outro coleguinha, porque eles têm isso de ajudar o colega, né, enfim... que eles cresçam, que eles busquem mais e mais aprender. É expectativas boas.

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

A professora expõe que tem boas expectativas a respeito das aulas, anseia que os estudantes não sejam meros repetidores de questões, mas que pensem matematicamente, criem problemas e reflitam as situações que podem encontrar na matemática. Ela destaca ainda a importância do hábito de elaborar problemas, encorajando a colaboração entre os colegas para possibilitar a busca coletiva pelo conhecimento.

Neste trecho da entrevista, identificamos o elemento das **expectativas** como parte do CD, um fenômeno intrínseco nas salas de aula. Conforme foi definido por Brousseau (2008, p. 9), “[...] hábitos específicos do professor, esperados pelo aluno,

e os comportamentos deste, esperados pelo professor que constituem o contrato didático”. Estabelecem-se, assim, os hábitos que o professor espera dos alunos e, igualmente, os comportamentos que os estudantes esperam do professor, fundamentando a dinâmica educativa no ambiente escolar.

Deste modo, concluímos a primeira etapa de construção de dados, que foi a entrevista inicial realizada com a professora da turma do 8º ano. Em seguida, passaremos para a próxima etapa que constitui a observação das aulas. Esta transição possibilitará uma análise mais abrangente e detalhada do contexto educacional, proporcionando uma visão mais completa do cenário em estudo.

6.2 O CONTRATO DIDÁTICO DENTRO DA SALA DE AULA: ELEMENTOS E EFEITOS

Conforme discutido, durante a entrevista com a professora identificamos um dos elementos do CD, especificamente relacionado às expectativas. Nesta etapa, buscaremos identificar e discutir outros elementos a partir dos recortes das aulas observadas. Além disso, analisaremos os efeitos que emergiram durante esses momentos específicos, no contexto das aulas.

Com relação ao conteúdo resolução de problemas, as aulas envolvendo sistema de equação do 1º grau começaram com algumas negociações entre a professora e os estudantes. A professora comunicou (Quadro 9), de forma direta, o objeto do conhecimento que iriam estudar nas aulas do dia sobre revisar o conteúdo de equações do 1º grau, que já havia sido estudado no 2º bimestre do ano letivo corrente; sobre o que é equação e como resolver uma situação que envolve um sistema de equação do 1º grau. Os estudantes entenderam e ficaram em silêncio. Assim, aceitaram a negociação. Portanto, pudemos identificar o elemento da **negociação** do CD.

Quadro 9 – Recorte protocolar da aula

P= Então gente, como vocês já sabem, como foi explicado, a gente vai trabalhar com sistema, sistema de equação do 1º grau, [que vocês] já tiveram uma noçãozinha lá no segundo bimestre. A gente trabalhou sistema de equação, naquele momento lá foi justamente montando um sistema, e agora a gente vai trabalhar achando a solução do sistema. Então, vamos lá.

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

Através das interações em sala de aula, o CD foi gradualmente se estabelecendo. Em grande parte do tempo, apenas alguns estudantes respondiam às perguntas da professora, enquanto outros permaneciam em silêncio. Esta falta de participação pode ser interpretada como uma quebra do CD por parte dos estudantes que optaram pelo silêncio, uma vez que a professora espera a participação de todos, possivelmente devido ao receio de responder de forma incorreta.

No entanto, por meio do jogo didático, as responsabilidades mútuas vão progredindo, com cada membro compreendendo sua função dentro do contexto da sala de aula. O jogo didático proporciona oportunidades para os estudantes se envolverem ativamente no processo de aprendizagem, experimentando e explorando os conceitos de álgebra de maneira mais interativa e colaborativa.

Ao analisarmos os dados do nosso estudo, identificamos características que definem o CD em vigor. Durante as aulas, ficou evidente que a professora conduziu a apresentação do conteúdo atual com base nas regras de convivência estabelecidas com os estudantes na sala de aula. Desta forma, para manter o CD durante as aulas, a professora busca desenvolver suas explicações de maneira predominantemente expositiva, utilizando expressões como “E aí...”, “Então...”, “Vamos lá...”, “Aqui...” e “Gente...”, como também faz leitura em voz alta para introduzir as informações relativas ao conteúdo atual.

Prosseguindo, apresentamos o recorte da negociação (Quadro 10) que a professora fez com os estudantes na introdução da aula, a qual trouxe uns *slides* para servir de instrumento didático e guia, na sua exposição oral do conteúdo em questão.

Quadro 10 – Recorte protocolar da aula

((A professora apresenta <i>slides</i> na lousa)) O que é sistema de equação? Um sistema de equação é constituído por um conjunto de equações que apresenta mais de uma incógnita. Para resolver o sistema é necessário encontrar valores que satisfaçam simultaneamente todas as equações. Então, vamos lá. Então, vamos para sistema. Existe um método da adição que vocês têm uma noçãozinha, é da substituição. Da substituição, vocês não conhecem ainda? Nunca acredito. Vocês viram na aula, pelo menos agora no 8º ano comigo, sobre equação, sistema de equação, utilizando o método da substituição. Existem também mais outros métodos. Posso falar da comparação que não é necessário explicar aqui; existe também o geométrico. Nós hoje só vamos trabalhar com adição e substituição, tá bom? Vamos lá.

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

Quando a professora exibe os *slides*, ela descreve a definição de sistema de equação do 1º grau, uma vez que esse conceito já foi trabalhado no 2º bimestre do corrente ano letivo, em que a professora enfatiza os dois pontos que serão estudados, isto é, o método da adição e o da substituição. Após a leitura do slide, a professora fez uma breve explanação a respeito de como resolver um sistema de equação do 1º grau por meio da adição e da substituição.

A professora também indica que os estudantes já tiveram algum contato prévio com o conhecimento abordado, mesmo que tenha sido de forma breve e introdutória, conforme indicado pela participação da turma nas respostas aos questionamentos da professora e pelas falas dos alunos nos trechos mencionados. Para Brousseau (2008, p. 114), “[...] essas situações de revisão dão condições ao estudante de formular suas observações e lembranças de maneira incompleta e figurada”.

O Quadro 11 traz o recorte, na íntegra, da explanação da professora sobre um problema a ser resolvido.

Quadro 11 – Recorte protocolar da aula

Aqui, nesta primeira questão, eu acredito que vocês já vão identificar. Veja só: durante os jogos interclasses, Caio foi até a lanchonete e comprou um suco e um salgado por R\$ 3,20, Raul comprou dois sucos e um salgado por R\$ 4,20. Aqui, o sistema de equações do 1º grau que representa a situação é?
Vocês lembram isso aqui, minha gente!
E = Letra b
P = Oh (::) muito bem!
E = Letra b, porque cada açúcar é um real.

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

A leitura feita pela professora sobre o problema acima destaca que ele envolve duas equações do 1º grau, um sistema, nas quais letras são usadas para representar números a serem encontrados como solução. É importante ressaltar que antes do sinal de igualdade está o primeiro membro, onde os elementos "X" e "Y" devem estar localizados. Caso uma dessas incógnitas esteja após o sinal de igualdade, é necessário enfatizar a troca de sinais, tornando-os opostos quando ocorrer mudanças de membros na equação. Essa interpretação pode ser essencial para uma compreensão adequada e eficiente da resolução do problema.

Atentamos para este recorte, a professora já começa a viabilizar explicitamente negociações em torno do conteúdo, no que se refere à resolução da equação, sondando se os estudantes lembram como se resolver. Pudemos apreciar, neste recorte, o elemento da regra explícita do CD em relação ao conteúdo.

Pode-se presumir que a professora espera que os estudantes pratiquem a resolução de equações, enfatizando o passo a passo deste processo. Essa ação é uma expectativa após a proposta do exercício, indicando a importância dada à resolução de problemas. Segundo este entendimento, ao dominar a técnica, os estudantes teriam um desempenho melhor na solução de problemas. Portanto, ao considerar a perspectiva da professora, identificamos novamente a presença do elemento da expectativa.

É importante diferenciar um exercício de um problema. O exercício, como o nome sugere, destina-se a praticar um procedimento específico. Já o problema surge contextualizado e demanda tempo, iniciativa e, por vezes, o uso de estratégias para ser solucionado.

Prosseguindo com a aula, a professora começa a exemplificar o uso do “X” e do “Y”, conforme o Quadro 12, a seguir.

Quadro 12 – Recorte protocolar da aula

Agora vamos interpretar o que ele quer dizer. Ele disse que existe 1 suco que posso chamar de X, suco é um X, posso identificar [que] X é nosso suco. E o nosso Y posso dizer que é o nosso salgado. Então, vamos montar pra ver se é mesmo!

Aí tem assim, Caio foi até a lanchonete, comprou um suco e um salgado, X mais Y, pagando quanto gente? R\$ 3,20?

(“)

E = 3,20

P = 3,20 centavos, né?

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

O Quadro 12 mostra que a professora exemplifica o uso das letras “X” e “Y” para montar e encontrar uma solução para o problema. A professora lê e vai perguntando na classe, os estudantes respondem, e, em determinados momentos, ela não espera a resposta da turma e antecipa o resultado.

À medida que a atividade é proposta, percebe-se a continuidade do elemento da negociação. Os estudantes são encorajados a responder às questões, contudo são incentivados a tentar resolver os problemas utilizando tanto a memorização das explicações quanto seus conhecimentos prévios sobre o conteúdo.

No próximo trecho (Quadro 13), a professora começa a distribuir o material impresso, uma vez que o havia apresentado na lousa (*slides*) e esquecido de entregá-lo no início da aula para que a turma pudesse acompanhar.

Quadro 13 – Recorte protocolar da aula

Ôh gente, desculpa aí, tá? Eu estou aqui, nos meus slides, esqueci, perdão (::) viu! (A professora acaba de lembrar-se de entregar as atividades xerocadas). Vocês podem
E = É para casa, né?
E = É para casa?
P = Vocês têm a folhinha, o material eu esqueci, tá tudo aí. Oh, Senhor!
E = (Inaudível).
P = Aqui o material para vocês [irem] acompanhando. (Começa a distribuir o material).
E = Acompanhando!?
P = É, acompanhando e corrigindo, na verdade que eu tô fazendo a (") pode [ir] fazendo lá (Inaudível), pode [ir] fazendo, enfim..., se tiver alguma dúvida pode falar.
Pode [ir] montando também, perdão, eu esqueci. (Inaudível). Pronto, pode ir acompanhando aí. Então, como você ((a professora se refere a um estudante)) já tinha dito no início o meu gabarito, é a letra "A", então pode marcar a letra "A" e escreva a resolução, por gentileza.

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

Na continuação da aula, a professora circula pela sala, entregando e verificando o andamento das atividades dos estudantes. Este procedimento parece ser frequente em sala de aula, refletindo a prática da professora de estar constantemente entre os discentes, garantindo sua interação e o cumprimento das responsabilidades estabelecidas no CD.

Dante (2009) destaca que a postura do professor, ao circular entre os grupos de estudantes, oferecendo incentivo e assistência apenas quando estritamente necessário, é uma prática relevante.

A seguir, no Quadro 14, estão os sistemas de equações do 1º grau propostos pela professora, que estavam no *slide* quanto no material foi entregue à turma.

Quadro 14 – Primeiras atividades proposta pela professora

Questão 1: Durante os jogos interclasses, Caio foi até a lanchonete e comprou um suco e um salgado por R\$ 3,20. Raul comprou dois sucos e um salgado por R\$ 4,20. O sistema de equações do 1º grau que representa a situação, [qual] é?
Questão 2: Uma companhia aérea faz 56 voos por semana, entre voos nacionais e internacionais. A diferença entre a quantidade de voos nacionais e internacionais é 40. Qual o sistema de equação que melhor representa essa situação?

Fonte: Atividade proposta pela professora (2023)

Ao apresentar as questões, a educadora lia em voz alta e questionava a turma sobre as respostas, enfatizando: “Vocês sabem isso aqui, pessoal.”. Segundo ela, eram questões que a classe já havia visto, pois o conteúdo em questão havia sido introduzido no semestre anterior.

Conforme os dados, a professora realiza a leitura dos questionamentos e utiliza a lousa para explicar, ao mesmo tempo em que solicita a classe que forneça as respostas. Mais uma vez, torna-se evidente a presença da expectativa, elemento intrínseco ao CD. Ao questionar, conclui-se que ela espera receber uma resposta por parte dos estudantes.

Quadro 15 – Recorte protocolar da aula

Gente, isso aqui vocês sabem resolver. Vou fazer agrupamento aqui. Eu devo quantos Y aqui? 4, mas tenho 1. Eu devo 4, vou dar esse 1, e vou ficar devendo quanto?
 E = 3.
 P = 3, 3Y, Muito bem!
 E = Aqui, eu tenho R\$ 5,00, mas eu devo R\$ 8,00
 E = Isso é muito grande, professora, vai caber não...
 E = Meu fii se acalme.
 Es = Risos.
 P = Ô (NDE), mas dá um jeitinho! Coloque atrás.
 E = Não cabe, não, não tem espaço.
 P = Tem espaço! Aqui ô!
 Es = (Inaudível) Risos.
 P = Gente!
 Es = (Inaudível).
 P = Então,
 E = Ai, ai...
 P = Tenho R\$ 5,00 e devo R\$ 8,00. Eu dando os meus R\$ 5,00, minha dívida vai cair pra quanto? R\$ 3,00. E agora Y é igual a menos R\$ 3,00, dividido por menos 3. O menos 3Y, que tá multiplicando, passa dividindo, e ele está negativo. Observe que ele está negativo, se ele tá negativo, vai passar negativo. Então Y é igual a...? Vamos fazer regra de sinal? Menos dividido para menos, vai dar ao quê, gente?

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

No recorte, observamos que a regra referente ao espaço na folha para a resolução da questão não foi previamente acordada. Os estudantes iniciaram uma discussão, levando a professora a intervir para gerenciar o conflito, orientando-os a escrever com “um jeitinho” e a utilizar o verso da folha para realizar a tarefa.

Porém, no mesmo instante que negocia a resolução com os estudantes, a professora pede que alcancem uma solução, a fim de ocupar o espaço suficiente para a resolução dos exercícios e continua a leitura. Entendemos como uma quebra

de contrato por parte da docente, que rompeu a regra estabelecida e deu andamento à leitura da atividade. Mesmo com a inércia dos estudantes, houve renegociação pela professora.

Parece que, ao mesmo tempo em que a professora negocia a resolução dos exercícios com os estudantes, ela pede que eles encontrem uma solução para ocupar o espaço necessário na atividade. No entanto, ao continuar a leitura da atividade, mesmo com a falta de resposta por parte dos discentes, isso pode ser interpretado como uma quebra de contrato pela docente, pois ela rompeu a regra estabelecida de esperar pela participação dos estudantes.

A professora prossegue com sua explicação sobre como será conduzida a atividade. Os estudantes possuem uma lista de problemas proposta por ela, os quais abordam sistemas de equações do 1º grau. Durante este período, os participantes continuam a negociar a resolução dos problemas e a rever regras do contrato que não foram seguidas por eles na atividade anterior, e que a docente precisou esclarecer. Veremos isso no próximo recorte, posto no Quadro 16.

Quadro 16 – Recorte protocolar da aula

P = Então X = R\$ 2,00, Ficou apertado? Mas veja aí! Tem espaço pra cima. (3). Então vou dizer para vocês que o valor do nosso pão era R\$ 2,00 e o valor do nosso café era R\$ 1,00
 E = Então 5 e 6, a gente vai fazer sozinho, é?
 P = É.
 P = Posso colocar aqui o valor do nosso pão?
 E = Com licença Professora! (2)
 P = Tá meio apertadinho, né, gente?
 E = É, escrever bastante.

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

Neste contexto, ao circular pela sala, a professora identificou que os estudantes quebraram o CD previamente estabelecido. Neste ponto específico, ela tenta uma renegociação (Quadro 17), esperando que, nesta nova proposta de atividade, os estudantes possam cumprir as condições acordadas, visando a melhoria do desempenho.

Quadro 17 – Recorte protocolar da aula

P = Quando terminar, diga. Pronto, para passar para o outro *slide*.
 P = Terminou?
 E = Não.

(“)
P = Tá fazendo ainda, né (NDE)?
(“)
P= Posso passar? Posso?
Es = Pode!
P = (NDE) Posso passar?
E = Pode, mas não apaga.
E = (risos) (4)
P = Muito bem (NDE)! (“) O outro método vai ser o método da substituição. Vai ser o outro método que a gente [vai] utilizar. (“) Terminou?
Posso apagar? Muito bem NDE! (“) Posso apagar? Muito bem NDE! (“)
Esta aqui nós vamos utilizar o método da substituição, então vamos lá. O dono de uma lanchonete anunciou a seguinte promoção: comprando 2 pães de queijo e 1 café, pague R\$ 5,00, ou comprando 1 pão de queijo e 2 cafés, pague 4 reais. Qual o preço de cada pão de queijo e de cada café?
Então, a gente vai ter que descobrir o valor do pão e do café.
Vamos montar, né? Eu vou dizer para vocês aqui.

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

No Quadro 17, notamos que a regra de contrato referente ao tempo para a realização da atividade não foi previamente acordada. Ao perceber que nem todos os estudantes concluíram a tarefa, a professora passa a gerenciar o tempo e anuncia que a partir daquele momento vai trabalhar um novo método.

No entanto, ao mesmo tempo em que negocia a concessão de tempo para os estudantes concluírem seus exercícios, a professora inicia uma discussão sobre um método diferente. Isso pode ser interpretado como uma quebra do contrato estabelecido pela professora, pois ela introduziu uma nova atividade sem uma renegociação clara, e os estudantes, por sua vez, não questionaram essa mudança.

A professora solicita a atenção dos estudantes para acompanharem a resolução dos problemas, demonstrando a expectativa que possui em relação a eles. Nesse momento, ela torna explícita a regra do CD. Brito Menezes (2006) salienta que esse contrato é carregado de elementos implícitos, o que dificulta sua apreensão completa, sendo mais facilmente identificado quando há sua quebra.

O quadro seguinte reforça uma prática rotineira realizada pela professora em sala de aula. Ela inicia a leitura da questão e começa a fornecer dicas aos estudantes para auxiliá-los na resolução do problema.

Quadro 18 – Recorte protocolar da aula

P = Então, $2Y$ é igual ($2Y =$)? Gente, $15 - 9$.
 E = 7
 P = $15 - 9$. Fica quanto?
 E = 6.
 P = 6, positivo né?! Tenho R\$ 15,00 e tiro R\$ 9,00 e fico com quanto (E)?
 E = Hum!
 P = Tenho R\$ 15,00, tiro R\$ 9,00, fico com quanto?
 E = 6.
 P = Quem tá multiplicando, passa para o 2º membro dividindo. Então Y é igual a quanto, gente?
 Es = 6.
 P = Ah, como 6 dividido para 2, como nosso (NDE) falou, Y vai ser igual a 3. Então, já descobriu o valor do nosso Y. Falta descobrir o valor do nosso X.
 E = 12.

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

A professora buscou guiar a leitura das questões para que a turma pudesse acompanhar melhor o problema, o que é uma prática comum. É válido destacar que este trabalho de leitura não se limita apenas à matemática; ele envolve a interpretação dos itens, podendo abranger diversas áreas do conhecimento.

A habilidade de interpretar questões não é exclusiva da matemática, mas é uma competência fundamental em muitas disciplinas acadêmicas e na vida cotidiana. Ao trabalhar na interpretação dos quesitos, os estudantes desenvolvem não apenas suas habilidades matemáticas, mas também suas habilidades de compreensão de texto, análise crítica e resolução de problemas em geral.

Neste contexto, foi possível perceber que a docente adotou uma abordagem de questionamento à turma, visando socializar a resposta do problema, as dúvidas e as incompreensões. Seu objetivo era garantir meios para que todos os estudantes pudessem apresentar resolução do problema proposto.

A aula prosseguiu com a resolução dos primeiros problemas da lista de atividades no quadro, conduzida pela professora com a colaboração de poucos estudantes, que participavam respondendo quando questionados, mantendo um dinamismo de perguntas e respostas. Após a conclusão das situações propostas, foi acordado que a resolução dos problemas continuaria. No entanto, observou-se que, ao solicitar aos estudantes que prosseguissem com a tarefa, a professora adiantou-se, iniciando a interpretação da questão seguinte, como destacado no Quadro 19.

Quadro 19 – Recorte protocolar da aula

P = Terminou (NDE)? Tem alguém ainda fazendo? Vocês são rápidos hein! Ninguém? Todos terminaram? Arrasaram! E esta aqui, dá para resolver? Deixa eu apagar essa aqui viu. (2). E essa daqui dá para resolver. 1º passo é isolar 2º passo é substituir, encontrar o valor de uma das incógnitas e depois achar o valor da outra, tá! E aí?

P = Vamos tentar resolver essa aqui? (3). Olha, eu poderia isolar qualquer uma, eu vou isolar essa aqui de baixo, tá, ambas são parecidas, são parecidas, né? Primeiro, eu vou isolar, colocar aqui, então vou escolher essa aqui: $X - Y = 9$, Certo, gente? Encontre as soluções.

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

Notamos que a professora demanda que os estudantes tentem responder a próxima questão, mas, simultaneamente, inicia uma interpretação, apontando semelhanças com a questão anterior e fornecendo dicas sobre como resolver, como o primeiro passo: isolar uma das incógnitas e depois encontrar o valor da outra. Isso ocorreu sem dar tempo suficiente para que os estudantes lessem a questão, além de se dirigir ao quadro e começar a desenvolvê-la.

Isso nos parece indicar o efeito do CD conhecido como efeito **Topázio**. Ao iniciar a interpretação, que seria, teoricamente, uma atividade dos estudantes, a maneira como ela facilita a compreensão do problema se alinha a um dos efeitos deste contrato. Neste contexto, toda ação da docente se torna parte da resposta na resolução dos problemas.

Nas situações de ensino, onde a professora geralmente propõe um problema ou questiona diretamente o estudante, o efeito Topázio pode estar presente. Isso ocorre quando a professora, ao perceber a dificuldade do estudante com o conteúdo ensinado, antecipa-se fornecendo a resposta. Essa ação pode prejudicar a aprendizagem, privando o discente da oportunidade de resolver o problema por conta própria e desenvolver suas habilidades.

Através do estudo de Brousseau (1986), podemos exemplificar o surgimento do efeito Topázio em aulas de matemática. Isso ocorre quando a professora simplifica sua própria tarefa, utilizando códigos ou sinais para assegurar que o estudante está recebendo a resposta correta. Essa abordagem não promove uma atividade matemática efetiva voltada para a compreensão do estudante.

Segundo Gomes (2018), os efeitos são aspectos de extrema relevância a serem observados, uma vez que representam legítimas rupturas do CD. Entretanto, são denominados de efeitos perversos, como destaca Brousseau (1986), devido à

sua capacidade de criar situações que podem dificultar o processo de aprendizagem.

É importante ressaltar que, ao ler a questão, a professora busca melhorar a compreensão do problema pelos estudantes. No entanto, esta etapa poderia ser realizada individualmente ou com auxílio dela. É essencial reler e considerar todo o contexto da questão. Conforme, a compreensão do problema é o primeiro passo no processo de resolução de problemas.

Foi notável identificar o surgimento do efeito Topázio entre as rupturas da negociação inicial, que envolvia a leitura e a resolução dos problemas pelos discentes. Em diversos momentos, a professora se antecipou ao oferecer dicas sobre como interpretar as questões, ao perceber as dificuldades dos educandos em resolvê-las. Essa antecipação revela claramente a presença do efeito Topázio, onde o professor acaba por adiantar orientações diante das dificuldades dos estudantes.

No Quadro 20 identificamos mais um efeito do CD.

Quadro 20 – Recorte protocolar da aula

P = E agora professora? ((A professora pergunta a ela mesma)). Eu descobri que o valor de X, neste caso aqui é R\$ 4,00, mais ou menos, perdão, [é] 2Y. Então aqui eu vou repetir 2, abrir um parêntese e dentro colocar o valor de X que é (4 – 2Y). (3). Vou fechar esse aqui eu vou repetir ele aqui viu! Mais Y = 5, R\$ 5,00 reais, tá bom? Vou dar uma esticadinha aqui, só uma esticadinha mesmo para que vocês entendam um pouquinho melhor essa aqui, $2X + Y$, só uma esticadinha para vocês entenderem. É igual a 5, R\$ 5,00. Então, oh, esse X vem aqui e segue aqui, oh, todinho é o valor de nosso X, tá bom? Aí, agora a professora escrevendo esse X. ((Professora mostrando na lousa a resolução da questão)).

E = Esticadinha?

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

Segundo Brousseau (1996), o efeito de **CD** chamado de **uso abusivo de analogia** ocorre quando há a substituição do estudo de noções complexas do conhecimento científico pelo estudo de analogias. Esse método acaba por distanciar o estudante do objeto de estudo. No entanto, se a aprendizagem inicial não for bem-sucedida, é essencial proporcionar um novo momento de aprendizado, onde as metáforas podem ser valiosas para auxiliar no processo de compreensão dos estudantes. Desta forma, a analogia é considerada uma prática natural de ensino.

Na análise desta aula, identificamos um exemplo inicial desse efeito didático quando a professora emprega uma analogia para explicar um conceito. Esse

momento específico pode ser identificado quando a professora utiliza a expressão: “Vou dar uma esticadinha aqui, só uma esticadinha mesmo, para que vocês entendam um pouquinho melhor essa aqui, $2X + Y$, só uma esticadinha para vocês entenderem. É igual a 5, R\$ 5,00. Então, oh, esse X vem aqui e segue aqui, oh, todinho é o valor de nosso X, tá bom?” Essa fala representa um conhecimento comum, algo familiar ao estudante fora do ambiente escolar, fazendo parte de seu cotidiano. É interessante notar que um estudante questiona sobre o termo “esticadinha”, e a professora, por sua vez, não dá atenção à pergunta do discente, continua com sua explicação da aula.

O próximo quadro também traz mais um exemplo de uso de analogias pela professora na sala.

Quadro 21 – Recorte protocolar da aula

P = Eu vou realizar a multiplicação. Aliás, é para [eu] fazer aqui em baixo o que nós chamamos de chuveirinho. Eu vou pegar esse 2, que esta fora do parêntese e multiplicar por tudo que tá dentro do parêntese, oh. Aqui vai ficar 2 vezes R\$ 4,00, vou colocar aqui, 2 vezes menos 2, vou colocar aqui embaixo e por aí vou fazendo a multiplicação, oh multiplicando 2 vezes 4, a gente vai ter o quê, gente? 8 Reais. Professora, faz regra de sinais? ((A professora pergunta para ela mesmo)). Com certeza faz regra de sinal, porque regra de sinal é utilizada na multiplicação e na divisão, e aqui é uma multiplicação, mas veja que o 2 tá positivo e o 4 também. Então vai dar positivo de todo jeito também, né? $+ \times + = +$. Agora aqui vai ficar diferente, porque eu tenho aqui um valor positivo multiplicado por um valor negativo. Então vai ter que fazer regra de sinal. $+ \times -$, vai dar o quê, gente? Menos. Né, isso? Na multiplicação de sinais diferentes, vai dar com certeza negativo. Sinais iguais com certeza vai ser positivo. Então aqui me diga quanto é 2 vezes 2, né 4?

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

No início do trecho descrito, observamos novamente o uso de analogia pela professora para ensinar o sistema de equações do 1º grau. Isso é evidenciado quando a professora utiliza a expressão “chuveirinho”, explicando que o número externo ao parêntese multiplica os valores internos, conforme a sua explicação.

Este efeito se manifesta ao utilizar uma analogia com um fenômeno já conhecido pelo estudante, seja na escola ou fora dela. Contudo, para ser considerado um uso abusivo da analogia, é crucial observar quando o efeito do CD surgir de maneira excessiva, já que isso pode limitar a compreensão do estudante em relação ao conceito abordado.

Na sequência da aula, observamos mais um efeito do CD, no qual Michel Henry (1991) descreve o fenômeno das expectativas na relação didática como o efeito **Pigmalião**. Em aulas de matemática, esse fenômeno se evidencia pelas expectativas mútuas entre os participantes. Durante a interação entre o professor e o estudante, especialmente no contexto do conhecimento matemático em sala de aula, é possível identificar o efeito Pigmalião por meio das expectativas implícitas presentes na relação didática.

Segundo Henry (1991), no contexto educacional, as expectativas podem influenciar no sucesso ou fracasso dos estudantes, sendo fortemente determinadas pelas expectativas do professor sobre eles. Por exemplo, em uma turma com alunos disciplinados e altamente participativos, é provável que o professor demonstre uma postura motivadora, esperando sucesso em grande parte das atividades em sala de aula. No entanto, em situações de indisciplina, desinteresse ou dificuldades de aprendizagem dos estudantes nas atividades escolares, o professor pode antecipar possíveis fracassos durante as atividades.

No quadro 22, a professora elogia um estudante por seu desempenho. No entanto, ao perceber que havia elogiado apenas um aluno, ela retifica sua declaração e inclui todos os alunos da turma.

Quadro 22 – Recorte protocolar da aula

P = Vocês tão com outra questão. Vocês estão com ela aí, no material de vocês. Vamos tentar resolver, pelo método da substituição? Vamos.
 P = Este aqui é sabido, né! ((refere-se ao estudante)),
 Aliás, vocês todos são sabidos, dá para resolver isso. Vamos!
 P = Todos vocês vão pensar com adição.
 E = Ai, meu Deus!
 P = Tô vendo, vamos lá gente. Vamos tentar pelo método da substituição?
 P = Vamos (NDE).
 P = Vamos tentar (NDE)?
 P = Vão resolvendo a outra e eu vou tirando a dúvida de vocês. Vamos pelo método da substituição, porque pela adição eu sei que vocês já sabem.

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

No Quadro 22, vimos que a professora indica que outra questão está disponível no material para ser resolvida pelos alunos: “Vocês tão com outra questão. Vocês estão com ela aí, no material de vocês. Vamos tentar resolver, pelo método da substituição?”. Neste momento, a professora inicialmente destaca um

estudante como o mais “sabido”, embora depois revise essa afirmação dizendo “Aliás, vocês todos são sabidos”. Essa seleção inicial sugere a expectativa de sucesso para o discente considerado sábio. Ela prevê uma possível dificuldade futura: “Todos vocês vão penar com adição”. Posteriormente, cria uma expectativa de sucesso para a lista de questões, sugerindo a resolução de outra questão enquanto esclarece dúvidas dos demais estudantes: “Vamos pelo método da substituição, porque pela adição eu sei que vocês já sabem”. Essa antecipação e a mudança imediata para outra questão refletem o fenômeno das expectativas, identificando assim o efeito Pigmalião.

A professora cobra dos seus estudantes para que eles deem prosseguimento à resolução da atividade, dando dicas de como chegar à solução adequada.

No recorte seguinte (Quadro 23), ao se aproximar do fim da aula, a professora negocia com os estudantes para que eles terminem a atividade antes de sair, mas há uma resistência dos discentes.

Quadro 23 – Recorte protocolar da aula

P = Isso (NDE), vamos lá. E = Já voltaram? Professora, vou para o recreio! P = Tem gente que não acabou.

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

Neste momento, quando a professora negocia para que a turma conclua a tarefa, observa-se uma ruptura do CD. Isso ocorreu porque nem todos na sala haviam concluído o que foi planejado, apesar disso, alguns estudantes já planejavam deixar a sala de aula, e assim fizeram sem mostrar ter cumprido o que foi estabelecido na sala.

Podemos observar, neste recorte, que o contrato pedagógico também acaba sendo identificado claramente, isto é, de forma explícita ele foi destacado pelo estudante, no seguinte discurso: “Professora, vou para o recreio!” O discente fez uma pergunta típica do convívio social em sala de aula. Como as cláusulas deste tipo de contrato são na maioria de vezes explicitadas, frequentemente elas são negociadas entre elementos humanos da relação didática (professora e estudante), mantendo-se relativamente estáveis no tempo.

O contrato pedagógico, conforme Filoux (1974), pode ser considerado diversos tipos de relação entre professor e estudante, com foco mais no aspecto

social do que no cognitivo. Assim, o contrato pedagógico não possui uma articulação específica com o saber em questão, determinando os papéis do professor e dos estudantes com base em aspectos disciplinares que regem a convivência. Trata-se, portanto, de um consentimento mútuo em relação às regras necessárias para a coexistência, estabelecidas no contrato, visando o bom funcionamento da sala de aula.

Neste aspecto, durante as observações das aulas, foi possível detectar, em momentos diversos, indícios que identificam o contrato pedagógico. Desta maneira, cada passagem a seguir evidencia como a professora e sua classe buscam manter os acordos sociais e disciplinares. Assim sendo, o registro no Quadro 24 apresenta os acordos realizados entre a professora e seus estudantes, recortados em distintos momentos durante as aulas observadas.

Quadro 24 – Recorte protocolar da aula

P = Primeiro, boa tarde, né!
 E = Boa tarde.
 E = Fala baixo aí ((Professor da sala vinha falando alto, e estudante reclama)). Tá moco, é?
 E = Boa noite, professor! ((Outro professor chega à porta da sala)) A resposta tá na cara dele. Olha o pescoço de girafa.
 P = Psiu, gente, que isso? São professores.
 E = Ai que dor no meu coração!
 E = E o recreio tá pra vim.
 P = Venha você ao lado de (NDE), ao lado não.
 E = Aqui é melhor.
 P = Aqui atrás.
 E = Quero sair daqui.
 E = Foi o quê, idiota?
 E = De novo!
 E = É (NDE).
 P = Pronto!

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

Em outro dia, a professora retoma a aula sobre o conteúdo de sistema de equações do 1º grau, negociando as posições em que os estudantes devem ficar posicionados. Ela expressa seu interesse em reposicionar os membros da sala, deixando transparecer sua crença de que isso será mais proveitoso para a turma. Desta forma, fica evidente, mais uma vez, expectativa, um elemento do CD, um fenômeno existente na sala de aula, onde os hábitos do professor, são esperados

pelo estudante, e os comportamentos destes, esperados pelo professor, como destaca Brousseau (2008).

No Quadro 25, a professora se desloca na sala de aula, entregando uma proposta de atividade.

Quadro 25 – Recorte protocolar da aula

P = Eu estou...
 E = Posso colar no caderno?
 P = Pode!
 P = Eu estou entregando uma atividade no qual vocês terão que resolver. Gente, vocês podem resolver em uma folhinha no caderno.
 E = Ai, eu lembro disso.
 P = Deixam na folha que estou dando, nesta folha xerocada, mas se não tiver espaço, vocês podem resolver no caderno.
 E = Isso é daquele jeito, é?
 E = Se não couber?
 E = Isso é daquele jeito que você deu, professora?
 E = Ah, não!

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

Podemos identificar uma negociação entre os elementos constitutivos da turma, uma ruptura já se encaminha, uma vez que a professora explica como responder a atividade sobre o assunto trabalhado em outro dia. Assim ocorre uma resistência: “Isso é daquele jeito que você deu, professora?”, “Ah, não!”. Portanto, neste recorte, foi observado e identificado o elemento da ruptura que já havia se manifestado quanto ao aprendizado em outra aula e, conseqüentemente, o elemento da **renegociação**.

Prosseguindo com a aula, a professora continua com a negociação, como mostra o Quadro 26, a seguir:

Quadro 26 – Recorte protocolar da aula

P = Vocês podem estar resolvendo daquele jeito, utilizando os dois métodos, no caso o método da adição.
 E = Eu posso fazer pelo método que eu sei?
 P = E o método da substituição. Sim, sim!
 E = Então eu vou fazer. Eu não sei do outro, digo logo a verdade.
 P = Você não sabe o da substituição, né?
 E = Eu sei, mas não muito!
 P = Ah! Então faça pelo método da adição.
 E = Gosto mais do método da adição.
 P = Gosta mais do método da adição né?

E = Da primeira professora, eu não gosto, não, professora.
 P = Ah, entendi! Porque (NDE)... como (NDE) não sabe ler eu vou ler para ele, tá bom, gente?
 E = Não, eu quero a resposta mesmo, eu não sei como fazer.
 E = Há (:). Tá ruim um negócio desse.

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

Neste trecho, ocorre uma longa negociação, a professora busca facilitar a resolução da atividade: “Vocês podem estar resolvendo daquele jeito, utilizando os dois métodos, no caso o método da adição” ou “o método da substituição”. Nessa situação de ensino, foi proposto um problema e a professora, identificando possível dificuldade dos estudantes, flexibiliza o uso dos métodos para chegar a uma resolução, isso pode ser considerado um efeito Topázio do CD.

Mesmo indicando o caminho mais fácil para resolver o problema, ocorreu uma resistência por parte de um estudante: “Não, eu quero a resposta mesmo, eu não sei como fazer”. Isso exemplifica uma ruptura do CD por parte do estudante, uma vez que ao se negar em fazer a atividade e a professora dizer “Então, faça pelo método da adição”, renegociando com o discente, concluímos que houve uma ruptura do contrato.

Na sequência da aula, conforme demonstra o Quadro 27, a participação da professora de carteira em carteira, conferindo se a atividade está sendo realizada e prestando assistência à turma, indica um procedimento corriqueiro ao se portar entre os estudantes, averiguando se estão interagindo e cumprindo sua parte no CD.

Quadro 27 – Recorte protocolar da aula

P = Deixa eu ir lá. Então, veja só essa parte aqui, você já isolou. Certo, agora você vai substituir. X é quanto?
 P = Hum, hum, muito bem! Arrasou!
 E = Como?

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

Ao circular pela sala, a atitude da professora, conforme destacado por Dante (2009), de dar voltas entre os participantes da turma, auxiliando e incentivando apenas no que é considerado absolutamente indispensável, constitui uma prática de relevância significativa no processo de ensino e de aprendizagem.

No recorte seguinte (Quadro 28), a professora dá início à leitura da atividade proposta para a aula.

Quadro 28 – Recorte protocolar da aula

P = Deixa eu te explicar, monte um sistema de equações que represente a seguinte situação... Você vai montar um sistema de equação, tá? Verifique que o 2, o 3 e o 4 já estão montados. Veja que neste primeiro já estão montados, veja só o que vocês irão fazer, é só montar, os dois vão encontrar o par ordenado, né?, vai encontrar o valor da incógnita X e da incógnita Y, o terceiro da incógnita X e da incógnita Y, o quarto do mesmo jeito, tanto a letra 'a' quanto a letra 'b'. Só que o primeiro (NDE), você vai montar o sistema. Eu vou ler, acompanhe, veja: 1 sanduíche e 2 refrigerantes custam R\$ 20,00, então eu tenho um sanduíche e 2 refrigerantes que custam R\$ 20,00. 2 sanduíches e 1 refrigerante custam R\$ 25,00. Como é que vocês vão montar? Vocês podem dizer que X representa sanduíches e Y representa o refrigerante, aí vocês podem montar o sistema de vocês, tá?! (3) Fiquem à vontade, (4) é só montar mesmo. (“)

Es = (Inaudível).

(“)

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

A primeira atividade foi negociada pela professora com os estudantes para montar um sistema de equação do 1º grau a partir de um texto escrito.

Vemos esta proposta também como um modelo aproximativo de Charnay (1996), que busca a construção do conhecimento pelo aluno. Através dessa experiência, espera-se que os estudantes possam montar, aprimorar e modificar novos problemas.

Assim que a negociação da professora ocorreu, alguns segundos de diálogos incompreensíveis e inaudíveis se seguiram, pois os estudantes começaram a falar ao mesmo tempo sobre a tarefa proposta.

Parece evidente que a ruptura causou desconforto, pois aparentemente não é uma atividade habitual. Isso é seguido por um silêncio, como se os estudantes tivessem aceitado a negociação.

Conforme Brousseau (2008), quando as ligações contratuais estabelecidas são interrompidas, ocorre uma ruptura de contrato, sendo, por vezes, necessária uma renegociação. Contudo, a professora dá prosseguimento com sua explanação de como seria a atividade seguinte, uma maneira de renegociar, momento em que houve um entendimento por parte dos estudantes, que toleraram a negociação.

No quadro seguinte, observamos a professora fazendo a leitura e dando dicas para a classe possa concluir a atividade proposta.

Quadro 29 – Recorte protocolar da aula

P = Gente, observe que neste segundo a 1ª parte, isolar uma das incógnitas já tá feita. Percebe? Agora é só substituir, ou seja, o valor de X aí nessa 1ª [parte].
 E = Oh! Professora.
 P = Questão é $8Y$, entende? Agora é substituir e você acha o valor de Y. Pronto. Achando o valor de Y, acha o valor de X.
 E = Hum!

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

O efeito Topázio, analisado por Brousseau (1996), destaca-se nas situações de ensino e aprendizagem encontradas na sala de aula. Isso ocorre quando o professor apresenta um problema ao estudante e, antecipando-se, fornece a resposta da atividade que será realizada. Essa antecipação pode precipitar algumas possíveis dificuldades potenciais dos estudantes.

Assim que as instruções são passadas pela professora, ela começa a dar dicas de como encontrar o valor correspondente às incógnitas. Desta maneira, é possível observar mais uma vez o efeito Topázio, visto que a professora facilita a resposta com direcionamento de como deve progredir a turma. Passa a conduzir a aula auxiliando os estudantes por meio de dicas: “Questão é $8Y$, entende? Agora é substituir e você acha o valor de Y. Pronto. Achando o valor de Y, acha o valor de X”, a fim de encontrar o resultado correto.

Ao analisar as rupturas da negociação, especialmente na leitura e na resolução dos problemas propostos aos estudantes, torna-se evidente a presença do efeito Topázio em mais de um momento. A professora, diante das dificuldades observadas, antecipa-se em fornecer sugestão de interpretação, contribuindo para orientar a resolução das questões. Esse comportamento reflete uma intervenção direta por parte da professora, sugerindo caminhos e estratégias para esquivar prováveis adversidades, caracterizando o efeito Topázio do CD.

No recorte do Quadro 30, a professora continua auxiliando a turma.

Quadro 30 – Recorte protocolar da aula

P = Então é de substituição que tu gosta? É substituição. Faltou isolar, você não isolou. Vai lá, $X = 9 + Y$. Então esse aqui? Qual é o valor de X? 9 mais quanto? Não, isso é Y e esse outro Y, de baixo é igual a quanto? 15. Aí, agora tu soma esse 9 que tá no primeiro membro, quando for para o segundo membro, muda o sinal, coloque aí. (“). Muito bem! (“) Isso aqui vai para o segundo membro, muda o sinal. Vai para o segundo membro, muda o sinal, né assim? O 9 vai para o segundo membro e muda o sinal. $2Y =$ a quanto? Quem muda o sinal é o 9, o 15 já está com o sinal de menos. O 15 realmente

é positivo. É quem muda o sinal é (:) o 9. (“). Aqui muda o sinal, aqui não. Entendeu? Aí você pode (Inaudível) 2X, muito bem, é igual a quanto? (3). Muito bem! (4). É igual a quanto? (“)

E = (Inaudível)

P = Tu tem 15 reais e deve 9?

E = Tem 15 deve 9?

P = Tem 15 deve 9?

E = 6. (“)

P = Positivo. Quem tá multiplicando passa...?

E = Dividindo.

P = Muito bem! (4). Não coloca desse jeito não, é colocando o traço que é melhor, olha este aqui faça o seguinte, aí você faria assim X é igual a 6, dividido para 2. Dessa forma não, assim não. Com o 5 tá. Acho melhor assim. Ui, deixa eu apagar aqui e aqui também.

(“)

Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

Conforme os estudos de Brousseau (1996), o efeito Topázio se manifesta quando a resposta dos estudantes em sala de aula é, em grande parte, pré-determinada pela professora. Esse fenômeno sugere que a docente busca influenciar ou orientar as respostas dos estudantes, possivelmente para alinhar-se a determinados objetivos pedagógicos. Além disso, é notável que a professora procure atribuir significado a essas respostas, muitas vezes negociando as condições em que são produzidas.

Nessa perspectiva, no trecho mencionado, evidenciamos mais uma instância do efeito Topázio. Durante a aula, a professora, de certa forma, pré-estabelece a resposta para o estudante por meio de sua exposição oral.

Ela orienta o estudante com a seguinte proposição: “Aí, agora tu soma esse 9 que tá no primeiro membro, quando for para o segundo membro, muda o sinal, coloque aí.” Em seguida, expressa aprovação, dizendo “Muito bem!” e reforça a instrução, indicando a mudança de sinal para o segundo membro. O direcionamento da professora influencia a produção do discente, que responde ajustando a abordagem: “Não coloca desse jeito, é colocando o traço, que é melhor.” Dessa forma, a professora, ao criar este contexto, prepara implicitamente a resposta do estudante, conferindo significado ao cenário proposto. Este padrão de interação entre professor e aluno ilustra claramente a manifestação do efeito Topázio.

A ausência do uso do livro didático nas aulas é uma observação relevante. Entende-se que o livro didático é frequentemente um recurso amplamente utilizado

nas salas de aula, podendo ser útil no processo de aprendizagem, especialmente considerando que a turma dispõe desse recurso. No entanto, é possível que o conteúdo sobre sistemas de equações do 1º grau já tenha sido introduzido em momentos anteriores. Como resultado, o livro didático já pode ter sido explorado em outras situações. Esta abordagem destaca a flexibilidade dos métodos pedagógicos utilizados pela professora e a possibilidade de variação nos recursos didáticos conforme as necessidades específicas do contexto de aprendizagem.

A linguagem utilizada pela professora é uma observação relevante. O uso frequente de termos no diminutivo, como “apertadinho, direitinho, esticadinha, folhinha, jeitinho, noçãozinha, pouquinho” pode indicar uma estratégia pedagógica para tornar a linguagem mais acessível e amigável aos alunos. O emprego do diminutivo muitas vezes busca suavizar a complexidade dos termos matemáticos, tornando-os mais familiares e menos intimidantes para os estudantes.

Interpretamos que, ao utilizar o diminutivo, a professora talvez busque amenizar a situação, adotando uma estratégia de eufemismo. O diminutivo, neste contexto, parece ser empregado como uma figura de linguagem que utiliza termos mais suaves para atenuar palavras e expressões. Desta maneira, a professora pode querer criar um ambiente mais acessível e encorajador, utilizando uma linguagem que diminua a percepção de dificuldade associada à matemática.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base na introdução desta dissertação, as reflexões surgiram do interesse do pesquisador em identificar as relações didáticas em resolução e elaboração de problemas que podem levar à ruptura do Contrato Didático em sistema de equações polinomiais do 1º grau em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental II. O foco da pesquisa está na resolução de problemas, e, por isso, escolhemos explorar o conteúdo de resolução e elaboração de problemas envolvendo sistemas de equações do 1º grau, conforme a orientação curricular. A abordagem da pesquisa visa observar o fenômeno do Contrato Didático, inicialmente teorizado por Guy Brousseau (1986).

Nessa perspectiva, nosso objetivo foi analisar as relações contratuais entre o professor e os estudantes em relação ao conteúdo de resolução e elaboração de problemas envolvendo sistema de equações do 1º grau. Essa análise foi realizada sob a ótica dos elementos e efeitos do CD, dando especial atenção à proposta de resolução de problemas. Consideramos a resolução de problemas como um dos elementos centrais do CD, sendo esse elemento crucial na compreensão da dinâmica da sala de aula. Além disso, exploramos o fenômeno da ruptura desse contrato, um componente significativo para compreender as interações entre professor e estudantes nesse contexto específico de ensino.

Para alcançar os objetivos delineados, estabelecemos contato direto com os participantes da pesquisa. Nesse sentido, conduzimos entrevistas com gravação de áudio, envolvendo a professora responsável pela disciplina de matemática na turma em questão. Além disso, realizamos a observação das aulas que abordaram o conteúdo de resolução e elaboração de problemas relacionados a sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas, registrando o material em formato audiovisual. Estas abordagens metodológicas nos permitiram obter informações detalhadas e observar de perto as dinâmicas de ensino e aprendizagem, bem como as interações entre a professora e os estudantes, contribuindo significativamente para a análise proposta no âmbito do CD.

Dessa maneira, nossa abordagem concentrou-se na identificação específica dos elementos e efeitos do CD, que se manifestaram durante a entrevista e as aulas observadas. O objetivo principal foi analisar qualquer alteração nesse contrato e

compreender o fenômeno da sua ruptura. Ao examinar as interações durante as entrevistas e as dinâmicas observadas em sala de aula, buscamos discernir mudanças nos termos implícitos entre professor e estudantes.

Como destacado nesta pesquisa, a entrevista confirmou nossa hipótese inicial de que a professora e sua turma não incluíam normalmente a prática da elaboração de problemas matemáticos em seu contrato habitual, priorizando, em vez disso, a resolução. Isso ocorre mesmo que a habilidade de elaboração de problemas esteja presente nos documentos orientadores do ensino. A partir dessa constatação, direcionamos nosso estudo para investigar a possibilidade de uma ruptura no CD dentro dessa sala de aula.

Nesse contexto, sugerimos que a professora preparasse atividades para os estudantes que envolvessem a aplicação do conhecimento sobre sistemas de equação do 1º grau. Essa estratégia foi adotada com o intuito de alcançar nosso objetivo de identificar uma possível ruptura no CD. A escolha por tarefas deste tipo se baseou na observação de que os estudantes estavam familiarizados com atividades diárias que não incluíam a elaboração de problemas desse conteúdo específico, indicando que isso não fazia parte do CD estabelecido, na sala de aula sob investigação.

Constatou-se, tanto nas entrevistas quanto nas aulas observadas, que os elementos do CD, previamente estabelecidos como critérios de análise com base na literatura, manifestaram-se e puderam ser identificados. Dentre esses elementos, destacam-se: a **expectativa**, a **negociação**, a **ruptura**, a **renegociação**, as **regras explícitas** e **algumas implícitas**. Após a ruptura do contrato, algumas regras que anteriormente eram implícitas tornaram-se explícitas, e houve também a percepção de regras que, mesmo sendo inicialmente implícitas, foram identificadas durante o estudo.

Na entrevista com a professora, o elemento das expectativas ficou evidente, principalmente antes das aulas, em relação à proposta do conteúdo. Considerando que a resolução de problemas fazia parte do contrato habitual da turma, foi possível perceber uma receptividade por parte da professora em modificar o contrato existente ao aceitar desenvolver essa habilidade. Além disso, ao longo das aulas, também pudemos observar a presença contínua do elemento das expectativas.

No decorrer das aulas, notamos que a professora buscou manter o CD já estabelecido na sala de aula. Ela deu continuidade ao estudo do conteúdo sobre sistemas de equação do 1º grau por meio de *slides*, realizando uma introdução oral sobre o tema da aula. A professora conduziu uma atividade de resolução de problemas relacionados a sistemas de equações do 1º grau, apresentando situações contextualizadas para que os estudantes as resolvessem individualmente. Em seguida, propôs uma atividade de identificação, na qual os estudantes deveriam responder a equações já estruturadas, desprovidas de contexto.

Vale ressaltar o fato de que, ao longo de todo o processo de desenvolvimento das aulas, as regras já estabelecidas entre a professora e seus alunos foram veladas, predominantemente de forma implícita. Durante as atividades de resolução de problemas envolvendo sistemas de equações do 1º grau, notou-se a manutenção de padrões comportamentais e interativos que refletiam o CD existente na sala de aula.

Ao observar a turma, foi possível notar elementos que constituem o contrato pedagógico, indicando uma relação entre professor e estudante, que não necessariamente está vinculada à presença de conteúdo específico. Esses elementos podem envolver aspectos como a comunicação interpessoal, a postura do professor em relação aos alunos, a organização da sala de aula, a gestão do tempo, e outros fatores que influenciam a dinâmica do ambiente educacional.

Portanto, constatamos que um dos objetivos específicos da pesquisa foi alcançado, visto que conseguimos identificar os elementos do CD. Além disso, durante as análises, respaldamo-nos nos estudos de Brousseau (2008) e de outros autores abordados em nossa pesquisa para observar a existência de efeitos do CD. A utilização desses referenciais teóricos fortaleceu nossa compreensão das dinâmicas estabelecidas na sala de aula, permitindo-nos contextualizar e interpretar de maneira mais aprofundada as interações entre a professora e sua turma no contexto da resolução de problemas envolvendo sistemas de equações do 1º grau.

No contexto dos efeitos do CD, observamos a ocorrência significativa do efeito **Topázio** ao longo das aulas. Isso se manifestou em vários momentos nos quais a professora antecipava e fornecia respostas aos estudantes, seja na leitura e interpretação do problema, nas explicações detalhadas ou na repetição de situações em problemas resolvidos pela turma. Refletimos sobre o impacto deste hábito de

antecipar as respostas para os alunos, o qual pode conduzir o aprendiz a depender das respostas fornecidas e a esperar sempre sugestões para encontrar uma solução correta. Esta observação destaca a importância de avaliar como certas práticas pedagógicas, como o efeito **Topázio**, podem influenciar na autonomia e na capacidade dos estudantes em enfrentar desafios de resolução de problemas de forma independente.

A observação de outro efeito, o uso **abusivo de analogia**, destaca-se como uma prática recorrente da professora em sala de aula. Esse método, considerado um recurso didático, pressupõe a analogia entre o conhecimento previamente adquirido pelo aluno e o novo conceito a ser abordado. No entanto, é crucial notar que o uso excessivo dessa prática pode resultar na banalização do saber, uma vez que práticas não significativas durante o processo de ensino e aprendizagem podem se desdobrar a partir desse efeito.

Outro efeito do CD é **Pigmalião**, um fenômeno que, apesar de ser considerado um efeito, não é tido como perverso pelos pesquisadores.

Em relação aos efeitos **Jourdain** e **Transposições Metacognitivas**, ao conduzir as etapas de construção e análise de dados em nossa pesquisa, não foi possível identificar nenhuma situação que pudesse ser caracterizada como um desses efeitos do CD. Isso sugere que, dentro do escopo da nossa investigação, esses efeitos específicos não se manifestaram ou não foram observados nas interações entre a professora e os estudantes durante o ensino do conteúdo sobre sistemas de equação do 1º grau.

Desta forma, observamos que a proposta de resolver problemas envolvendo sistemas de equações polinomiais do 1º grau por parte do estudante foi efetuada por meio do elemento da negociação. Esse processo de negociação indica uma interação ativa entre a professora e os estudantes, possivelmente envolvendo discussões, questionamentos ou ajustes na abordagem da resolução do problema.

Por outro lado, notamos que, ao solicitar a atividade, a professora agiu de maneira que normalmente não ocorria na sala de aula, causando certo desconforto em alguns estudantes. Esse desconforto indica uma ruptura no CD preestabelecido. Diante desse cenário, a professora sentiu a necessidade de uma renegociação, buscando que os estudantes aceitassem e, conseqüentemente, cumprissem com a

responsabilidade atribuída a eles. Esse processo de renegociação evidencia a dinâmica do CD.

Através das análises, compreendemos que o próprio CD está associado à ideia de hábito, e, para muitos, um bom contrato é aquele que não se rompe ou que tem o mínimo de rupturas. No entanto, neste caso específico, entendemos que, durante a ruptura e sua renegociação, ocorreram momentos de avanço significativo no ensino e aprendizagem. Isto se deve à contribuição relevante e original que a resolução de problemas realizada pelos estudantes trouxe para a turma. Os episódios de ruptura e renegociação não apenas promoveram uma abordagem diferente do ensino, mas também destacaram a importância de flexibilidade no CD que podem fomentar experiências educacionais enriquecedoras e inovadoras.

Portanto, destacamos que as reflexões promovidas por nosso estudo podem contribuir para discussões significativas acerca da dinâmica da sala de aula. Especificamente, no que se refere ao CD e à habilidade dos estudantes de resolver e elaborar problemas, visamos oferecer percepções direcionadas ao processo de aprendizagem e às práticas docentes. A compreensão desses elementos pode enriquecer a abordagem pedagógica, fomentando um ambiente educacional mais eficaz e propício ao desenvolvimento dos estudantes.

Contudo, é importante reconhecer que algumas situações inerentes ao fenômeno do CD podem ter passado despercebidas pelas lentes das análises do nosso estudo. A complexidade e a dinâmica da sala de aula muitas vezes implicam em nuances que podem não ter sido totalmente capturadas pela abordagem adotada. Essas considerações ressaltam a necessidade contínua de reflexão e aprimoramento nas pesquisas educacionais, visando uma compreensão mais abrangente e aprofundada do fenômeno em questão.

Perante o exposto, acreditamos que seria interessante conduzir novas pesquisas para ampliar as análises em relação ao conteúdo, explorando, de maneira mais aprofundada e investigativa, aspectos como quais outras estratégias de resolução e elaboração de problemas são realizadas de forma individual e em grupo pelos estudantes. Além disso, seria relevante investigar, se e como a elaboração de problemas é proposta no livro didático. Outro ponto de interesse seria explorar como a habilidade de resolução e elaboração de problemas é abordada em documentos norteadores do ensino oficial.

Reconhecemos que o tempo para a construção dos dados em nossa pesquisa foi breve, dada a extensão do currículo a ser cumprido pela professora, a qual não tinha a intenção de comprometê-lo. Portanto, a expansão dessas investigações poderia fornecer uma compreensão mais completa e abrangente das práticas educacionais relacionadas à resolução e elaboração de problemas em sala de aula.

Julgamos que, com base nos dados construídos com a participação da professora e dos estudantes, fomos capazes de obter uma compreensão mais aprofundada das relações contratuais em sala de aula. Além disso, acreditamos que refletir sobre as contribuições da temática abordada na pesquisa para nossa prática como educadores e pesquisadores sejam cruciais.

Em particular, a relevância da habilidade de resolução e elaboração de problemas se destaca, considerando que, frequentemente, apenas uma parte dessa habilidade é desenvolvida. Essa lacuna pode resultar em uma ruptura, e, dependendo da negociação, os estudantes podem não aceitar ou não compreender o sentido da proposta. Esta reflexão fortalece a importância de abordagens mais abrangentes na promoção do desenvolvimento integral dos estudantes no processo de ensino-aprendizagem.

REFERÊNCIAS

- AGUIAR, M. **O percurso da didatização do pensamento algébrico no Ensino Fundamental**: uma análise a partir da Transposição Didática e de Teoria Antropológica do Didático. 2014. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-01042015-135259/pt-br.php>. Acesso em: 21 mar. 2023.
- ALMEIDA, F. A. de. **Sequência didática da proposição a aplicação**: uma análise das interações em sala de aula sob o ponto de vista das situações adidáticas. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciência e Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/36822>. Acesso em: 2 mar. 2023.
- ALMEIDA, F. E. L. **O contrato didático na passagem da linguagem natural para a linguagem algébrica e na resolução da equação na 7ª série do ensino fundamental**. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2009.
- ALMEIDA, F. E. L. **O contrato didático e as organizações matemáticas e didáticas**: analisando suas relações no ensino da equação do segundo grau a uma incógnita. 2016. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2016. Disponível em: <http://www.tede2.ufrpe.br:8080/tede2/handle/tede2/7438>. Acesso em: 17 mar. 2023.
- ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.
- AMADO, J. **Manual de investigação qualitativa em educação**. Coimbra: Universidade de Coimbra, 2014.
- ARAÚJO, A. J. **O Ensino da álgebra no Brasil e na França**: estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da Teoria Antropológica do Didático. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2009.
- ARAÚJO, L. F. **Rompendo o Contrato Didático**: a utilização de estratégias metacognitivas na resolução de problemas algébricos. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2009.
- ARAÚJO, L. F.; BRITO LIMA, A. P. A.; CÂMARA DOS SANTOS. M. **Ruptura e efeitos do Contrato Didático numa sala de aula de resolução de problemas algébricos**. Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos. Brasília, v. 92, n. 232, p. 739-756, set./dez. 2011.
- BARBOSA, E. J. T. **Praxeologia do professor**: análise comparativa com os documentos oficiais e do livro didático no ensino das equações polinomiais do primeiro grau. 2017. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências) – Universidade

Federal de Pernambuco, Recife, 2017. Disponível em:

<http://www.tede2.ufrpe.br:8080/tede2/handle/tede2/7055>. Acesso em: 13 mar. 2023.

Belei, R. A., Gimenez-Paschoal, S. R., Nascimento, E. N. & Matsumono, P. H. V. R. (2008). O uso de entrevista, observação e videogravação em pesquisa qualitativa. *Cadernos de Educação*, 30.

BELTRÃO, R. C.; SILVA, C. P. S.; SOUZA, C. M. P. Contrato didático e suas influências na sala de aula. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 12, n. 2 p. 335-353, 2010. Disponível em:

<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/2812>. Acesso em: 30 mar. 2023.

BITTAR, M.; CASTRO FILHO, J. A.; SANTOS, M. C. Desafios para a pesquisa em educação matemática na sala de aula. *In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 2., 2008, São Paulo. **Anais eletrônicos...** São Paulo, 2008. p. 1-15.

BOYER, C. B. **História da matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Bluncher Ltda., 1996.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**: educação é a base. Brasília, DF: MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em:

<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 22 abr. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** (5ª a 8ª séries). Brasília, DF: MEC, 1998. 142 p.

BRITO MENEZES, A. P. A. **Contrato didático e transposição didática**: inter-relações entre os fenômenos didáticos na iniciação à álgebra na 6ª série do Ensino Fundamental. 2006. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2006. Disponível em:

<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/3811>. Acesso em: 29 abr. 2023.

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques.

Recherches en Didactique des Mathématiques, [s. l.], v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.

Disponível em: <https://revue-rdm.com/1986/fondements-et-methodes-de-la/>. Acesso em: 29 abr. 2023.

BROUSSEAU, G. **Ingénierie didactique** : d'un problème à l'étude à priori d'une situation didactique. Olivet: Deuxième École d'Été de Didactique des Mathématiques, 1982.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. Tradução de Camila Bogéa. São Paulo: Ática, 2008.

BRUN, J. **Didáctica das matemáticas**. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

BÚRIGO, E. Z. O Movimento da matemática moderna no Brasil: encontro de certezas e ambiguidades. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 6, n.18, p.35-

47, maio/ago. 2006. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/180075>. Acesso em: 12 abr. 2023.

CAMPOS, T. M. M.; NUNES, T. Tendências atuais do ensino e aprendizagem da matemática. **Em Aberto**, Brasília, ano 14, n. 62, abr./jun. 1994. Disponível em: <https://doi.org/10.24109/2176-6673.emaberto.14i62.%25p>. Acesso em: 23 abr. 2023.

CÂNDIDO, P. T. Comunicação em Matemática. *In*: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CHARNAY, R. (1996). Aprendendo (com) a resolução de problemas. *In*: Lerner, D. et al (org.). **Didática da Matemática** - Reflexões psicológicas. Porto Alegre: Artes Médicas, p.36-47.

CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique**: du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble: La pensée Sauvage, 1991.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar matemáticas**: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Tradução de Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2001.

COELHO, F. U.; AGUIAR, M. A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. **Estudos Avançados**, São Paulo, v. 32, n. 94, p. 171-187, 2018. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-40142018000300171. Acesso em: 3 mar. 2023.

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática**: da teoria à prática. 23. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática**: teoria e prática. 1. ed. São Paulo: Ática, 2009.

FERREIRA, A. B. de H. **Miniaurélios século XXI escolar**: o minidicionário da língua portuguesa. 4. ed. rev. amp. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2001.

FERREIRA, M. C. N.; RIBEIRO, M.; RIBEIRO, A. J. Conhecimento matemático para ensinar álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental. **Zetetiké**, Campinas, v. 25, n. 3, p. 496-514, set./dez. 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.20396/zet.v25i3.8648585>. Acesso em: 15 abr. 2023.

FILLOUX, J. **Du contrat pedagogique**. Paris: Dunod, 1974.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M., A.; MIGUEL, A. As concepções da educação algébrica. **Proposições**, São Paulo, v. 1, n. 1, p. 39-54, mar. 1992.

GÁLVEZ, G. A didática da matemática. *In*: PARRA, C.; SAIZ, I. (orgs.). **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Tradução de Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artmed, 1996, p. 31-47.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.
 GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2009. 175 p.

GOMES, M. J. S. **As expectativas do professor e seus alunos frente ao saber geométrico**: uma análise a partir da noção de contrato didática. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2018. Disponível em:
<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/30630>. Acesso em: 30 abr. 2023

GUELLI, O. Contando a História da Matemática. São Paulo: Ática, 2005, 6v.
 MACHADO, N. J. (1989) Matemática e Realidade: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino de matemática. São Paulo: Cortez.

HENRY, M. (1991). Didactique des Mathématiques: **sensibilizations à la didactique em vue de la formation initiale des enseignants de mathématiques**. Laboratoire de Mathématiques – IREM, Besançon.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Censo Brasileiro de 2023. Cidade Surubim. 2023. Disponível em:
<https://cidades.ibge.gov.br/brasil/pe/surubim/panorama>. Acesso em: 12 fev. 2024.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. **Sistema Nacional de Avaliação Básica (SAEB)**. Brasília, DF: INEP, 2021.

JONNAERT, P. À. Propos du contrat didactique! **Cahiers de Recherche en Éducation**, [s. l.], v. 1, n. 2, p. 195-234, 1994.

JONNAERT, P.; BORGHT, C. Criar condições para aprender: o sócio construtivismo na formação de professores. Porto Alegre: Artmed Editora, 2002.

MENEZES, M. B. de. **Praxeologia do professor e do aluno**: uma análise das diferenças no ensino de equações do segundo grau. 2010. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010. Disponível em:
<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/3722>. Acesso em: 20 maio 2023.

MINAYO, M. C. de S. (org.). **Pesquisa social**: teoria, método e criatividade. 18. ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

OLIVEIRA, M. M. **Como fazer pesquisa qualitativa**. Petrópolis-RJ: Vozes, 2007.

PAIS, L. C. **Didática da matemática**: uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002. 128 p.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação e Cultura. **Relatório Estadual do Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco (2019)**. Recife-PE: Governo do Estado, 2019. Disponível em

<https://avaliacaoemonitoramentopernambuco.caeddigital.net/#!/resultados>. Acesso em: 7 maio 2023.

POMMER, W. M. Brousseau e a ideia de situação didática. *In: Seminários de Ensino de Matemática*, SEMA/ FEUSP, 2º Semestre, 2008. Disponível em: <https://www.nilsonjosemachado.net/sema20080902.pdf>. Acesso em: 10 out. 2023.

RODRIGUES, V. L. G. C.; SFORNI, M. S. F. Análise da apropriação do conceito de volume sob a perspectiva da teoria da atividade. **Ciência & Educação (Bauru)**, Maringá, p. 543-556, 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1516-73132010000300003>. Acesso em: 12 maio 2023.

SANTOS, Ívia Mayara Moraes dos. **Elementos e efeitos do contrato didático**: uma análise das relações frente ao conteúdo resolução e elaboração de problemas envolvendo equações polinomiais do 1º grau. / Ívia Mayara Moraes dos Santos. – 2023.

SANTOS, D. M. F. **A relação entre a álgebra acadêmica e a álgebra escolar em um curso de licenciatura em matemática concepções de alunos e professores**. 2016. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Presidente Prudente, 2016. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/138852/santos_dmf_dr_prud.pdf?se+quence=3. Acesso em: 9 mar. 2023.

Schubauer-Leoni; GROSSEN, M. Negotiating the Meaning os questions in didactic and experimental contracts. *European Journal of Psychology of Education*. Vol. II nº 4, 451-471. I.S.P.A, 1993.

SCHUBAUER-LEONI, M. L. Le contrat didactique: un cadre interprétatif pour comprendre les savoirs manifestés par les eleves en mathématique. **European Journal of Psychological Education**, [s. l.], n. 1, v. 2, p. 139-153, 1986.

SCHUBAUER-LEONI, M. L. Le contrat didactique dans une approche psychosociale des situations d’enseignement. **Interactions Didactiques**, [s. l.], v. 8, p. 63-75, 1988a.

SCHUBAUER-LEONI, M. L. Le contrat didactique: une construction theorique et une connaissance pratique. **Interactions Didactiques**, [s. l.], v. 9, 68-80, 1988b.

SILVA, N. de M. A. Matemática e Educação Matemática: (re)construção de sentidos com base na representação social de acadêmicos. *In: Reunião Anual da ANPED*, 30., 2007, Caxambu/MG. **Anais [...]**. Rio de Janeiro/RJ: ANPED, 2007. p. 1-12. Disponível em: <http://30reuniao.anped.org.br/trabalhos/GT19-3510--Int.pdf>. Acesso em: 9 mar. 2023.

SILVA, T. R. F. **Investigando os feitos do contrato didático em uma sala de aula de matemática**: o caso da circunferência e do círculo. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

YIN. R. K. Estudo de caso: planejamento e métodos. 3 ed., Porto Alegre: Bookman, 2005.

APÊNDICE – ROTEIRO DA ENTREVISTA COM A PROFESSORA

- 1 - Muito bem, vou começar perguntando, sobre sua formação.
- 2 - Quantos anos de experiência?
- 3 - Trabalhou em outros lugares? Que lugares?
- 4 - E nesta escola aqui? Está a quanto tempo?
- 5 - Oh, professora, com relação ao que foi trabalhado, como foi a receptividade dos alunos com o sistema de equação, já que a senhora trabalhou no semestre anterior? Como foi que os alunos receberam esses conteúdos?
- 6 - Professora, os alunos têm o hábito de resolver e elaborar problemas?
- 7 - O que você acha dos estudantes não só resolver, mas também elaborar? Foi o que a gente comentou agora a pouco. Qual a importância de elaborar também, para a senhora?
- 8 - O que você mais espera dos alunos quando eles vão elaborar problemas? Neste bimestre, o que espera deles?

ANEXO A – CARTA DE ANUÊNCIA

ESCOLA SILVINO JOSÉ DE OLIVEIRA
Lagoa da Vaca Surubim - PE

CARTA DE ANUÊNCIA

Declaramos para os devidos fins, que aceitaremos o pesquisador **Paulo Sérgio Barbosa**, a desenvolver o seu projeto de pesquisa **INVESTIGANDO OS EFEITOS DO CONTRATO DIDÁTICO EM UMA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA: O CASO DOS SISTEMAS LINEARES EM EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU EM UMA TURMA DO 8º ANO**, que está sob a coordenação/orientação do Prof. Dr. Edelweis José Tavares Barbosa cujo objetivo é Analisar situações didáticas e as possíveis rupturas envolvendo o saber algébrico em sistemas linear de equações e o Contrato Didático, na Escola Silvino José de Oliveira.

Esta autoriza e está condicionada ao cumprimento do(a) pesquisador(a) aos requisitos da Resolução do Conselho Nacional de Saúde e suas complementares, comprometendo-se utilizar os dados pessoais dos participantes da pesquisa, exclusivamente para os fins científicos, mantendo o sigilo e garantindo a não utilização das informações em prejuízos das pessoas e/ou das comunidades.

Antes de iniciar a coleta de dados o/a pesquisador/a deverá apresentar a esta Instituição o Parecer Consubstanciado devidamente aprovado, emitido por Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos, credenciado ao Sistema CEP/CONEP.

Local, em 10 / 05 / 2023.

Sibele Nascimento de Oliveira

Nome/assinatura e **carimbo** do responsável onde a pesquisa será realizada

Sibele Nascimento de Oliveira
Matricula: 11668
Gestora

ANEXO B – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (PARA MENORES DE 7 a 18 ANOS)

OBS: Este Termo de Assentimento para o menor de 7 a 18 anos não elimina a necessidade da elaboração de um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido que deve ser assinado pelo responsável ou representante legal do menor.

Convidamos você _____, após autorização dos seus pais [ou dos responsáveis legais] para participar como voluntário (a) da pesquisa: INVESTIGANDO OS EFEITOS DO CONTRATO DIDÁTICO EM UMA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA: O CASO DOS SISTEMAS LINEARES EM EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU EM UMA TURMA DO 8º ANO.

Esta pesquisa é da responsabilidade do pesquisador Paulo Sérgio Barbosa, Sítio Furnas - Surubim – PE, CEP 55750-000/ Tel (81)981346300/ email paulo.sbarbosa@ufpe.br e está sob a orientação de: Dr. Edelweis José Tavares Barbosa Telefone: (81) 9827-9070 e-mail edelweis.barbosa@ufpe.br.

Você será esclarecido (a) sobre qualquer dúvida com o responsável por esta pesquisa. Apenas quando todos os esclarecimentos forem dados e você concorde com a realização do estudo, pedimos que rubrique as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma via deste termo lhe será entregue para que seus pais ou responsável possam guardá-la e a outra ficará com o pesquisador responsável.

Você estará livre para decidir participar ou recusar-se. Caso não aceite participar, não haverá nenhum problema, desistir é um direito seu. Para participar deste estudo, um responsável por você deverá autorizar e assinar um Termo de Consentimento, podendo retirar esse consentimento ou interromper a sua participação em qualquer fase da pesquisa, sem nenhum prejuízo.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

Será realizada a filmagem de da aula sobre o conteúdo Sistema Linear em Equações do Primeiro Grau, Com o objetivo de identificar as possíveis rupturas do contrato didático em sala de aula, assim ocorrerá o registro de aula por meio de câmera e gravador.

Riscos: Os possíveis desconfortos que a pesquisa pode oferecer são cansaço, aborrecimento ou dificuldades, então o participante poderá escolher não continuar a pesquisa.

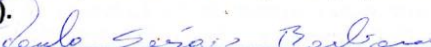
Benefícios: O participante participará de um projeto de aprendizagem que poderá auxiliar no desenvolvimento da álgebra, desse modo analisando quais as possíveis dificuldades com o conteúdo de álgebra, como também, essa pesquisa poderá servir de apoio para a comunidade acadêmica na área de educação Matemática.

Esclarecemos que os participantes dessa pesquisa têm plena liberdade de se recusar a participar do estudo e que esta decisão não acarretará penalização por parte dos pesquisadores. Todas as informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a sua participação. Os dados

coletados nesta pesquisa gravações e filmagens ficarão armazenados em (pastas de arquivo no computador pessoal, sob a responsabilidade do pesquisador no endereço acima informado pelo período de mínimo 5 anos após o término da pesquisa.

Nem você e nem seus pais ou responsáveis legais pagarão nada para você participar desta pesquisa, também não receberão nenhum pagamento para a sua participação, pois é voluntária. Se houver necessidade, as despesas (deslocamento e alimentação) para a sua participação e de seus pais serão assumidas ou ressarcidas pelos pesquisadores. Fica também garantida indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da sua participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extra-judicial.

Este documento passou pela aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da UFPE que está no endereço: **(Avenida da Engenharia s/n – 1º Andar, sala 4 - Cidade Universitária, Recife-PE, CEP: 50740-600, Tel.: (81) 2126.8588 – e-mail: cephumanos.ufpe@ufpe.br).**


Assinatura do pesquisador (a)

ASSENTIMENTO DO(DA) MENOR DE IDADE EM PARTICIPAR COMO VOLUNTÁRIO(A)

Eu, _____, portador (a) do documento de Identidade _____ (se já tiver documento), abaixo assinado, concordo em participar do estudo INVESTIGANDO OS EFEITOS DO CONTRATO DIDÁTICO EM UMA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA: O CASO DOS SISTEMAS LINEARES EM EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU EM UMA TURMA DO 8º ANO como voluntário (a). Fui informado (a) e esclarecido (a) pelo (a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, o que vai ser feito, assim como os possíveis riscos e benefícios que podem acontecer com a minha participação. Foi-me garantido que posso desistir de participar a qualquer momento, sem que eu ou meus pais precise pagar nada.

Local e data _____

Assinatura do (da) menor : _____

Presenciamos a solicitação de assentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e aceite do/a voluntário/a em participar. 02 testemunhas (não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura:

ANEXO C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (PARA MAIORES DE 18 ANOS OU EMANCIPADOS)

Convidamos o (a) Sr. (a) para participar como voluntário (a) da pesquisa INVESTIGANDO OS EFEITOS DO CONTRATO DIDÁTICO EM UMA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA: O CASO DOS SISTEMAS LINEARES EM EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU EM UMA TURMA DO 8º ANO

que está sob a responsabilidade do pesquisador Paulo Sérgio Barbosa Sítio Furnas - Surubim – PE, CEP 55750-000/ Tel (81)981346300/ email paulo.sbarbosa@ufpe.br e está sob a orientação de : Dr. Edelweis José Tavares Barbosa Telefone: (81) 9827-9070, e-mail edelweis.barbosa@ufpe.br

Todas as suas dúvidas podem ser esclarecidas com o responsável por esta pesquisa. Apenas quando todos os esclarecimentos forem dados e você concorde com a realização do estudo, pedimos que rubriche as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma via lhe será entregue e a outra ficará com o pesquisador responsável.

O (a) senhor (a) estará livre para decidir participar ou recusar-se. Caso não aceite participar, não haverá nenhum problema, desistir é um direito seu, bem como será possível retirar o consentimento em qualquer fase da pesquisa, também sem nenhuma penalidade.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

Será realizada a filmagem de da aula sobre o conteúdo Sistema Linear em Equações do Primeiro Grau, Com o objetivo de identificar as possíveis rupturas do contrato didático em sala de aula, assim ocorrerá o registro de aula por meio de câmera e gravador.

Riscos: Os possíveis desconfortos que a pesquisa pode oferecer são cansaço, aborrecimento ou dificuldades, então o participante poderá escolher não continuar a pesquisa.

Benefícios: O participante participará de um projeto de aprendizagem que poderá auxiliar no desenvolvimento da álgebra, desse modo analisando quais as possíveis dificuldades com o conteúdo de álgebra, como também, essa pesquisa poderá servir de apoio para a comunidade acadêmica na área de educação Matemática.

Esclarecemos que os participantes dessa pesquisa têm plena liberdade de se recusar a participar do estudo e que esta decisão não acarretará penalização por parte dos pesquisadores. Todas as informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo

assegurado o sigilo sobre a sua participação. Os dados coletados nesta pesquisa gravações e filmagens ficarão armazenados em pastas de arquivo do computador pessoal sob a responsabilidade do pesquisador Paulo Sérgio Barbosa no endereço (acima informado), pelo período de mínimo 5 anos após o término da pesquisa.

Nada lhe será pago e nem será cobrado para participar desta pesquisa, pois a aceitação é voluntária, mas fica também garantida a indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extra-judicial. Se houver necessidade, as despesas para a sua participação serão assumidas pelos pesquisadores (ressarcimento de transporte e alimentação).

Em caso de dúvidas relacionadas aos aspectos éticos deste estudo, o (a) senhor (a) poderá consultar o Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da UFPE no endereço: **(Avenida da Engenharia s/n – 1º Andar, sala 4 - Cidade Universitária, Recife-PE, CEP: 50740-600, Tel.: (81) 2126.8588 – e-mail: cephumanos.ufpe@ufpe.br).**

(assinatura do pesquisador)

CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO DA PESSOA COMO VOLUNTÁRIO (A)

Eu, _____, CPF _____,

abaixo assinado, após a leitura (ou a escuta da leitura) deste documento e de ter tido a oportunidade de conversar e ter esclarecido as minhas dúvidas com o pesquisador responsável, concordo em participar do estudo INVESTIGANDO OS EFEITOS DO CONTRATO DIDÁTICO EM UMA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA: O CASO DOS SISTEMAS LINEARES EM EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU EM UMA TURMA DO 8º ANO como voluntário (a). Fui devidamente informado (a) e esclarecido (a) pelo(a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes de minha participação. Foi-me garantido que posso retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade (ou interrupção de meu acompanhamento/ assistência/tratamento).

Local e data _____

Assinatura do participante: _____

Impressão
digital
(opcional)

Presenciamos a solicitação de consentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e o aceite do voluntário em participar. (02 testemunhas não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura:

ANEXO D – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (Pais ou Responsáveis)

Solicitamos a sua autorização para convidar o (a) seu/sua filho (a) _____ de menor para participar, como voluntário (a), da pesquisa INVESTIGANDO OS EFEITOS DO CONTRATO DIDÁTICO EM UMA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA: O CASO DOS SISTEMAS LINEARES EM EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU EM UMA TURMA DO 8º ANO

Esta pesquisa é da responsabilidade do pesquisador Paulo Sérgio Barbosa, Sítio Furnas - Surubim – PE, CEP 55750-000/ Tel (81)981346300/ email paulo.sbarbosa@ufpe.br, e está sob a orientação de: Dr. Edelweis José Tavares Barbosa Telefone: (81) 9827-9070, e-mail edelweis.barbosa@ufpe.br

O/a Senhor/a será esclarecido (a) sobre qualquer dúvida a respeito da participação dele/a na pesquisa. Apenas quando todos os esclarecimentos forem dados e o/a Senhor/a concordar que o (a) menor faça parte do estudo, pedimos que rubrique as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias.

Uma via deste termo de consentimento lhe será entregue e a outra ficará com o pesquisador responsável. O/a Senhor/a estará livre para decidir que ele/a participe ou não desta pesquisa. Caso não aceite que ele/a participe, não haverá nenhum problema, pois desistir que seu filho/a participe é um direito seu. Caso não concorde, não haverá penalização para ele/a, bem como será possível retirar o consentimento em qualquer fase da pesquisa, também sem nenhuma penalidade.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

Será realizada a filmagem de da aula sobre o conteúdo Sistema Linear em Equações do Primeiro Grau, Com o objetivo de identificar as possíveis rupturas do contrato didático em sala de aula, assim ocorrerá o registro de aula por meio de câmera e gravador.

Riscos: Os possíveis desconfortos que a pesquisa pode oferecer são cansaço, aborrecimento ou dificuldades, então o participante poderá escolher não continuar a pesquisa.

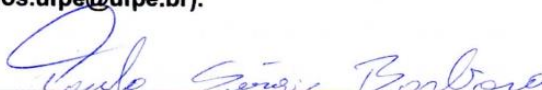
Benefícios: O participante participará de um projeto de aprendizagem que poderá auxiliar no desenvolvimento da álgebra, desse modo analisando quais as possíveis dificuldades com o conteúdo de álgebra, como também, essa pesquisa poderá servir de apoio para a comunidade acadêmica na área de educação Matemática.

Esclarecemos que os participantes dessa pesquisa têm plena liberdade de se recusar a participar do estudo e que esta decisão não acarretará penalização por parte dos pesquisadores. Todas as informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a sua participação. Os dados coletados nesta pesquisa gravações e filmagens, ficarão

armazenados em computador pessoal, sob a responsabilidade do pesquisador Paulo Sérgio Barbosa no endereço acima informado pelo período de mínimo 5 anos após o término da pesquisa.

O (a) senhor (a) não pagará nada e nem receberá nenhum pagamento para ele/ela participar desta pesquisa, pois deve ser de forma voluntária, mas fica também garantida a indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da participação dele/a na pesquisa, conforme decisão judicial ou extra-judicial. Se houver necessidade, as despesas para a participação serão assumidas pelos pesquisadores (ressarcimento com transporte e alimentação).

Em caso de dúvidas relacionadas aos aspectos éticos deste estudo, o (a) senhor (a) poderá consultar o Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da UFPE no endereço: **(Avenida da Engenharia s/n – Prédio do CCS - 1º Andar, sala 4 - Cidade Universitária, Recife-PE, CEP: 50740-600, Tel.: (81) 2126.8588 – e-mail: cephumanos.ufpe@ufpe.br).**


Assinatura do pesquisador

CONSENTIMENTO DO RESPONSÁVEL PARA A PARTICIPAÇÃO DO/A VOLUNTÁRIO

Eu, _____, CPF _____, abaixo assinado, responsável por _____, autorizo a sua participação no estudo Investigando os Efeitos do Contrato Didático em uma Sala de Aula de Matemática: o caso dos Sistemas Lineares em Equações do Primeiro grau em uma turma do 8º ano, como voluntário(a). Fui devidamente informado (a) e esclarecido (a) pelo (a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes da participação dele (a). Foi-me garantido que posso retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade interrupção de seu acompanhamento/ assistência/tratamento para mim ou para o (a) menor em questão.

Local e data _____

Assinatura do (da) responsável: _____

Impressão
Digital
(opcional)

Presenciamos a solicitação de consentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e aceite do voluntário em participar. 02 testemunhas (não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura:

ANEXO E – ENTREVISTA COM A PROFESSORA

Ocorrências e sinais:

Pesq. = Pesquisador.

P = Professora.

E = Estudante.

Es = Estudantes (Utilizado quando mais de um estudante, em um só momento, está interagindo).

(2) = Intervalo de dois segundos.

(3) = Intervalo de três segundos.

(4) = Intervalo de quatro segundos.

(“) = Intervalo de 5 segundos ou mais.

((Comentário)) = Comentário do pesquisador.

[] = indica acréscimo, comentário ou explicações do pesquisador.

(: pequeno); (:: médio); (::: longo) = Alongamento da vogal.

(NDE) = O(a) participante cita o nome de alguém, que por questões éticas não serão revelados.

Pesq. = Entrevista semiestruturada com a professora

P = Maria Aparecida Cabral

Pesq. = Muito bem, vou começar perguntando, sobre sua formação.

P = Eu sou formada em matemática, licenciado e mestrado também, no caso, mestrado foi feito em educação,

Pesq. = Muito bem professora. Quantos anos de experiência?

P = 16 anos.

Pesq. = Trabalhou em outros lugares? Que lugares?

P = Trabalhei em vários lugares.

Pesq. = Que lugares?

P = Uma carga de experiência bem (:) extensa, eu trabalhei na ((Escola)) Doutor Amaro, no município ((Surubim)), no Oliveiro ((Surubim)), Aqui na Silvino ((Surubim)), já trabalhei em Santa Maria do Cambucá, na escola João Davi ((Escola estadual)), já trabalhei em Toritama, lá era bem complicado, é na Perpétuo Socorro e na Rui Barbosa, lá em Toritama, trabalhei e trabalho ainda em Vertente do Lério na EREN Justa Barbosa de Sales, já trabalhei em Casinhas foi minha primeira experiência, inclusive lá eu comecei em uma EJA, lá foi no antigo projeto do sesi. Eu dava aula na educação jovens e adultos na escola José Carlos, depois entrei na faculdade e fui para escola José Daniel e depois para a escola são Luiz.

Pesq. = Muito bem professora.

P = Depois eu mim mudei e não voltei mais para Casinhas.

Pesq. = E nesta escola aqui? Está a quanto tempo?

P = Aqui já to a 3 anos aqui já é o meu terceiro ano, assim que sair da doutor amaro vim para aqui.

Pesq. = Oh, professora, com relação ao que foi trabalhado, como foi a receptividade dos alunos com o sistema de equação, já que a senhora trabalhou no semestre anterior? Como foi que os alunos receberam esses conteúdos?

P = Os meninos ((Estudantes)) não gostam de álgebra, isso é fato! Você sabe que no primeiro contato [eles dizem]: “Ah, vai ser complicada, eu não vou saber”, enfim... Mas como no início a gente trabalhou identificação do sistema; a identificação é bem simples, porque eles liam, interpretavam lá o sistema. Quando veio para a parte de encontrar o valor das incógnitas, X e Y, enfim... aí, senti um pouquinho de dificuldade. Aí eu senti um pouquinho de dificuldade, aí eu utilizei o método da adição e da substituição, foi aí que senti um pouquinho mais de dificuldade, na situação de (:) eles possam entender, aprender logo de início.

Pesq. = Entendi. Professora, os alunos têm o hábito de resolver e elaborar problemas?

P = É. Eu peço que eles elaborem alguns problemas, né, e peço que passe para outro colega resolver. Até para a situação de empatia mesmo, sabe? Coloco aquelas questões mais simples, aquelas questões que eles saibam que o outro saiba resolver, enfim..., na situação de sistema de equação [pedi que eles] elaborassem, lá no início, para [que] o menino ((Estudante)) pudesse identificar sistema de equação. Agora, na situação desse semestre, que foi encontrar o valor das incógnitas, não pedi para que eles elaborassem.

Pesq. = O que você acha dos estudantes não só resolver, mas também elaborar? Foi o que a gente comentou agora a pouco. Qual a importância de elaborar também, para a senhora?

P = (2) A empatia como acabei de falar, né, é (:) o se preocupar com o outro no meu caso eles elaboram e o outro responde né, um trabalho em conjunto, trabalha a empatia, no momento que eles estão elaborando as questões eles estão aprendendo, estão contextualizando, então assim, levando isso para o dia a dia deles é, que muitas vezes muitas vezes eles lembram a minha idade junto com o do

meu coleguinha [que] é vinte anos, né, a diferença da nossa idade é dois anos, então qual a idade de fulano e de sicrano. Então assim, é algo que do cotidiano, acho bem interessante.

Pesq. = Mais uma pergunta. O que você mais espera dos alunos quando eles vão elaborar problemas? Neste bimestre, o que espera deles?

P = Que eles compreendam, aprendam, que eles possam passar para o outro coleguinha, porque eles tem isso de ajudar o colega, né, enfim que eles cresçam que eles busquem mais e mais aprender.

Pesq. Expetativas boas?

P = É expectativas boas.

ANEXO F – TRANSCRIÇÃO DAS AULAS (PRIMEIRO DIA)

P= Então gente, como vocês já sabem, como foi explicado, a gente vai trabalhar com sistema, sistema de equação do 1º grau, [que vocês] já tiveram uma noçãozinha lá no segundo bimestre. A gente trabalhou sistema de equação, naquele momento lá foi justamente montando um sistema, e agora a gente vai trabalhar achando a solução do sistema. Então, vamos lá.

((A professora apresenta slides na lousa))

O que é sistema de equação? Um sistema de equação é constituído por um conjunto de equações que apresenta mais de uma incógnita. Para resolver o sistema é necessário encontrar valores que satisfaçam simultaneamente todas as equações. Então, vamos lá.

Então, vamos para sistema. Existe um método da adição que vocês têm uma noçãozinha, é da substituição. Da substituição, vocês não conhecem ainda? Nunca acredito. Vocês viram na aula, pelo menos agora no 8º ano comigo, sobre equação, sistema de equação, utilizando o método da substituição.

Existem também mais outros métodos. Posso falar da comparação que não é necessário explicar aqui; existe também o geométrico.

Nós hoje só vamos trabalhar com adição e substituição tá bom? Vamos lá. Aqui essa primeira questão eu acredito que vocês já vão identificar veja só durante os jogos interclasses. Caio foi até a lanchonete e comprou um suco, e um salgado por R\$ 3,20, Raul comprou dois sucos e um salgado por R\$ 4,20, aí aqui o sistema de equações do 1º grau que representa a situação, [qual] é?

Vocês sabem isso aqui minha gente.

E = letra b

P = Agora vamos interpretar o que ele quer dizer. Ele disse que existe 1 suco que posso chamar de X, suco é um X, posso identificar [que] X é nosso suco. E o nosso Y posso dizer que é o nosso salgado. Então, vamos montar pra ver se é mesmo!

Aí tem assim, Caio foi até a lanchonete, comprou um suco e um salgado, X mais Y, pagando quanto gente? R\$ 3,20?

(“)

E = 3,20

P = 3,20 centavos né?

P = Oh (::) muito bem!

E = letra b, porque cada açúcar é um real.

P = Raul agora foi lá e comprou 2 sucos então 2 sucos vai ser o quê?

2X mais o que? Mais um salgado ne isso mais um salgado mais Y, já que Y corresponde a salgado. Pagando quanto gente?

P = R\$ 4,20 centavos. E aí? Qual é a letra?

Es = d

P = Será que vocês tem razão? Vou colocar aqui. Então vamos lá vocês realmente tem razão é a letra D de dado.

P = O dois. (4) Deixa eu apagar aqui. (2) A questão 2 diz o seguinte uma companhia aérea faz 56 voos por semana entre voos nacionais e internacionais né, a diferença entre a quantidade de voos nacionais e internacionais é 40. Qual o sistema de equação que melhor representa essa situação? Então eu vou dizer para vocês que existe uma companhia aérea que ela faz.

E = Ela fez.

P = 56 voos semanalmente, aí temos que da nome aos bois. Assim que os professores dizem então vamos dizer que X são os voos nacionais e Y vai ser o nossos voos internacionais (7), ne assim? Internacionais, então aí vamos entender uma coisa, X montando aqui montado o sistema X representa né os voos nacionais entende voos nacionais e internacionais, ou seja, mais Y corresponde a quanto gente?

E = 56

P = 56 voos.

E aí quando ele fala a diferença, vocês entende que a diferença é o que?

E = Subtração.

P = A subtração olha gente muito bem a subtração a diferença significa a subtração. A diferença de X e Y e iguala quanto gente?

Es = 40

P = qual é a minha resposta certa?

Es = letra c

P = Será que é a letra c? Vamos lá minha gente a professora já montou. Muito bem letra C. Ate coloquei efeito para que você possa entender. Agora, vamos para o

método da adição, resolver agora e achar a solução desse sistema de equação (4) nossa imagem aqui tá ruim. Tá dando para vocês ver aí?

Es = tá

E = mais ou menos

P = Ó só mesmo né?

E = Numa lanchonete (5)

P = Numa lanchonete João pagou 2 reais, alias pagou por 2 coxinhas e uma empada o total R\$ 6,50 e ai se pagou por uma coxinha e 2 empadas o total de R\$7,00 a pergunta é: o preço de 1 coxinha e de 1 empada são respectivamente quanto? Agente tem que montar esse sistema e pelo método da adição agente tem que resolver agente tem que encontrar o valor da incógnita X e da Incógnita Y inclusive eu imagino que vocês saibam é resolver isso aqui que vocês já fizeram, vamos interpretar?

E = O preço da é coxinha vai (inaudível) ((Professora interrompe))

P = O preço da coxinha vai ser nosso X, vai colocar aqui corresponde ao nosso X vai ser a nossa Coxinha. E o nosso Y corresponde a nossa empada.

E = O preço da coxinha é R\$ 2,00 e o da empada é R\$ 2,50.

P = Arrasar. Vamos ver! Já mentalmente?

E = Já.

P = Muito bem sabe olhe como ela tá sabida. Vamos montar, montar aqui viu, aliás, não aqui, aqui agente resolve.

Oh, a coxinha né aqui diz assim: João pagou por duas coxinhas, $2X$ já que agente diz que coxinha corresponde ao nosso X, $2X$, mais 1 empada mais Y porque nossa empada agente disse que corresponde a Y.

P = Ñ foi assim? (Ela mesmo responde não espera a resposta), ele pagou um total de R\$ 6,50 centavos, já Alicia pagou por uma coxinha, então X mais 2 empadas então $2Y$, pagando quanto gente? R\$ 7,00. E agora como to querendo o método da adição, agente vai fazer o que?

Somar. Né isso a de somar. Ai vocês podem está se perguntando professora como é que eu vou fazer isso aqui. Eu tenho que eliminar uma das incógnitas. Pra achar o valor e depois substituir. O valor da outra. Como é que eu vou fazer? Vocês precisam multiplicar uma da equações pode ser a de cima ou a de baixo de modo que eu posso cortar uma das incógnitas, muito bem! Lembrando que isso aqui é

uma equação do 1º grau, também é uma equação do 1º grau as 2 formam um sistema de equação.

P = Ela é de 1º grau porque o X esta elevado a quanto gente? (3) Elevado a quanto?

E = Elevado a 1.

P = Muito bem!

P = O nosso Y também esta elevado a 1, ele tá oculto ai mais ele existe. Gente olha se agente transformasse essa equação aqui, essa aqui de baixo esse X aqui em $-2X$, agente ã poderia cortar? ã é? ((A professora faz a pergunta e não espera a resposta, ela mesmo responde)). Então vamos multiplicar essa equação todinha por -2 . Porque veja (NDE) se eu multiplicar o X, multiplicar por -2 , essa equação vai ficar negativa, né? Aliás vai ficar toda negativa. Ai agente pode cortar eliminar aqui o X, bom escrevendo aqui em baixo, só reescrevendo vou colocar $2X + Y = R\$ 6,50$. Vou multiplicar essa aqui todinha por quanto professora? Por -2 isso daqui é de multiplicação. Vamos lá vocês lembram de regra de sinais? (2) A gente usa regra de sinais quando?

E = Na multiplicação e na divisão!

P = Ah muito bem agente só utilizamos regras de sinais na multiplicação ou na divisão. Aqui como é multiplicação agente tem que usar a regra de sinais né. Então aqui qual o sinal do nosso X aqui gente?

E = +

P = +, então ponto é + vezes – vai dar o que?

A1 = -

P = -

P = X vezes 2 vai da quanto? (1) X vezes 2 vai dá quanto?

E = 2

P = $2X$

P = Aqui de novo + vezes – vai da -. Gente $2Y$ 2 vai da quanto?

E = 4

P = $4Y$. 2vezes 2 é $4Y$.

Do outro lado, olha o sinal que tá aqui (chama atenção) +
+ vezes – vai da o que? –

Gente quanto é 7 vezes 2, 14 nesse caso fica R\$14,00, agora eu vou fazer o que? Oque vocês dizem? Nós vamos somar, somar mesmo(3) olha que legal que agente queria uma incógnita positiva e outra negativa pra gente eliminar pra gente cortar. Não é isso e eu conseguir multiplicando aqui encima multiplicando por 2.

E vamos lá, eu tenho $2x$, eu tenho $2X$ e devo $2X$, eu pagando fico com?

E = 0

P = Nada fico com 0, da pra a gente cortar.

Aqui, gente como vocês entendem? Gente aqui nós estamos somando viu, como eu disse nós vamos somar, nós estamos somando um com o outro

E = Inaudível

P = Muito bem (NDE) ai é ã é.

P = Gente eu tenho Y , mais eu devo $4Y$ eu dando esse Y , minha dívida vai diminuir para quanto gente?

E = 3

P = Pra quanto? Para 3, $-3Y$, gente aqui veja eu vou somar veja R\$ 6,50 mais eu to devendo R\$ 14,00 isso acontece no dia a dia de vocês. Eu devo lá na lanchonete sei lá R\$ 14,00, mas só tenho R\$ 6,50 no bolso e ai? E agora vocês vão pagar e ficar devendo alguma coisa né verdade? Se vai ficar devendo então é – tem professores que ate dizem que o sinal é o do maior e o maior aqui é a divida, no caso você tá devendo mais do que você tem. Gente, $6,50 - 14,00$ da quanto?

E = (inaudível)

E = 7,50

P = Arrasou (:)

P = Tão entendendo? Eu tenho quanto no bolso (NDE)? ((Ela mesmo responde para o estudante, não espera a resposta.)) 6,50, mais eu devo quanto R\$ 14,00 eu dando os meus R\$ 6,50 ainda vou ficar devendo, tão entendendo? Mas eu vou ficar devendo quanto gente?

E = R\$ 7,50

P = Eu vou ficar devendo quanto?

E = 7,00

E = R\$ 7,50

P = Ai aqui Y quem tá multiplicando vai passar o que gente? Dividindo, muito bem arrasou. Então Y é igual a $-7,50$ dividido para 3, y dividido 3 perdão para -3 né

o u 3 tá negativo então vamos lá achar isso aqui. Gente aqui de cara da para fazer regra de sinal aqui?

E = Dá

P = Que vai da quanto o resultado aqui?

E = +

P = +

P = - dividido para – vai da + e agora agente pode realizar essa divisão, onde eu tenho 7,50 dividido para 3. Agora vamos lá, quanto é 7 dividido para 3?

E = 2.

P = 2 muito bem porque 2×3 é 6.

E = Sobra 1.

P = Para chegar em 7 falta 1 aí vocês podem esta se questionando, e essa virgula aqui? Como eu disse para vocês em algumas aulas eu posso deslocar a virgula e teria que deslocar aqui e ã seria vantajoso para a gente então já que eu resolvi o nosso 7 dividido para 3 que da 2 eu posso acrescentar a virgula sem problema nenhum, melhor que você tá deslocando essa virgula teria que deslocar aqui também não é muito vantajoso para agente fazer isso porque ía tomar muito tempo muito grande, então vamos lá, quem é que eu vou baixar agora gente? 5 né enquanto e quanto é 15 dividido para 3 da quanto? 5 porque 5×3 vai da 15 para chegar em 15 falta nada, e sobrou esse 0, o que eu vou fazer com esse zero vou colocar aqui então deu quanto aí gente?

E = 2,50.

P = 3,50, então o valor da minha empada é?

E = 2,50.

P = muito bem isso aqui é o valor do meu Y.

Vamos achar o valor de X. Apagar aqui viu.(4) Vamos achar o valor de X viu. Vê (:) escolher essa de cima que é mais cômodo para mim aqui o, então vou repetir $2X + Y = R\$ 6,50$ centavos né isso ($2X + Y = 6,50$)?

E = Hum(:)

E = Isso.

P = Aí, agora posso repetir. Tá dando pra ver ai agora?

$2X + Y$.

P = Qual o valor de Y gente?

Es = 2,50

P = 2,50 vou colocar a baixo dele uma setinha 2,50 que quanto a nossa igualdade? A R\$6,50 (3) ã é? Já que encontrei o valor de Y tá lá vou substituir, ai agora eu vou fazer o que? Como a gente já viu em equação do 1º grau a gente vai achar o valor de X. Então no 1º membro fica a incógnita? No caso 2X no 2º membro vai ficar o valor nesse caso o nº né então vai ficar $2X = 6,50$

E = - (menos).

P = Muito bem se muda de membro muda, muda o sinal. Aqui tá mais para o 2º membro muda o sinal vocês já viram isso em outras aulas de equação regra de três né. Então R\$ -2,50 Ok! Estão com alguma dúvida? ((Volta para estudante que tá conversando e pergunta se tá com alguma duvida?)). Então aqui vou repetir 2X é igual, gente R\$6,50 eu tiro R\$ 2,50 eu fico com quanto?

Es = 4

P = 4, 4 reais, gente esse 2 tá multiplicando o X no 1º membro ele vai para o 2º membro já que ele tá multiplicando ele vai fazendo o quê? Dividindo.

E = Dividindo.

P = Muito bem! Então $X = 4$ dividido por 2, então X é igual a quanto? Quanto é 4 dividido para 2?

E = 2

P = 2, então o valor da minha coxinha é quanto?

Es = 2

P = 2 reais. Ó gente, desculpa aí, tá? Eu estou aqui, nos meus slides, esqueci, perdão (::) viu! (A professora acaba de lembrar-se de entregar as atividades xerocadas). Vocês podem

E = É para casa, né?

E = É para casa?

P = Vocês têm a folhinha, o material eu esqueci, tá tudo aí. Oh, Senhor!

E = (Inaudível).

P = Aqui o material para vocês [irem] acompanhando. (Começa a distribuir o material).

E = Acompanhando!?

P = É, acompanhando e corrigindo, na verdade que eu tô fazendo a (") pode [ir] fazendo lá (Inaudível), pode [ir] fazendo, enfim..., se tiver alguma dúvida pode falar.

Pode [ir] montando também, perdão, eu esqueci. (Inaudível). Pronto, pode ir acompanhando aí. Então, como você ((a professora se refere a um estudante)) já tinha dito no início o meu gabarito, é a letra "A", então pode marcar a letra "A" e escreva a resolução, por gentileza.

E = (Inaudível)

P = Letra "A", o valor da minha coxinha será 2 reais e o valor da minha empada de cada uma viu gente! Será R\$ 2,50. Pode ir anotando viu (Inaudível) (")

E = Que dia é hoje professora?

P = 25. Pode anotar (Inaudível) (")

E = Nesse caso é a letra "A" que o certo né?

P = Isso, nesse caso ai você marca a letra "A" e também coloca a resolução (NDE), você coloca?

E = (Inaudível)

P = Hum rum!

E = Né assim?

P = Hum rum, coloque a resolução lá no quadro viu.

E = (Inaudível)

P = Essa aqui que eu pedir. É só marcar a letra "A" não tem que colocar a resolução, também para estudar depois.

E = "A" ?

P = Isso é a "A" coloquei aqui (") O valor da coxinha é R\$2,00 e o valor da empada e é R\$ 2,50, tá lá na letra "A" vocês podem colocar.

(Inaudível) (")

E = Pronto!

(Inaudível) (")

E = Empresta a caneta aí?

E = Chama (NDE)?

E = (Inaudível)

P = Quando terminar diga. Pronto, para passar para o outro slide.

E = (Inaudível)

P = Terminou?

E = Não.

(“)

P = Tá fazendo ainda né (NDE)?

(“)

P = Posso passar? Posso?

Es = Pode!

P = (NDE) Posso passar?

E = Pode, mas não apaga.

E = (risos) (4)

P = Muito bem (NDE) (“) O outro método vai ser o método da substituição vai ser o outro método que a gente [vai] utilizar (“) Terminou?

Posso apagar? Muito bem NDE (“)

Esta aqui nós vamos utilizar o método da substituição, então vamos lá. O dono de uma lanchonete anunciou a seguinte promoção comprando 2 pães de queijo e 1 café pague R\$ 5,00 ou comprando 1 pão de queijo né e 2 cafés pague 4 reais. Qual o preço de cada pão de queijo e cada café?

Então agente então a gente vai ter que descobrir o valor do pão e do café.

Vamos montar né. Eu vou dizer para vocês aqui.

E = O valor do pão é R\$ 2,00 real e o valor do café 1, R\$ 1,00

P = Será vamos ver, será que mesmo?

E = Hum rum

P = Então vou dizer que X

E = É verdade!

P = É você conseguiu identificar?

E = É verdade!

P = Hum! (:)

P = É o nosso Y vai ser o nosso café. Ok! Vamos montar aqui. Então vamos montar o sistema de equação do 1º grau. Então, comprando 2 pães $2X + 1$ café, no caso $2X + Y$ eu vou pagar quanto gente? R\$ 5,00, olha que legal. Ou comprando 1 pão $X + 2$ cafés eu vou pagar 4 reais. “Professor e agora?” Agente vai isolar, primeiramente agente vai isolar 1 das incógnitas pode ser o X, pode ser o Y, poder ser qualquer uma! Eu vou escolher isolar aqui saber o que gente? Eu vou isolar aqui

o X. Porque tá mais cômodo veja! Tá mais fácil, então, vou pegar agora e isolar, isolar uma das incógnitas, vou escrever essa equação $X + 2Y = 4$, tão entendendo, só essa? Eu vou isolar uma das incógnitas, ok, então, olha X vai ficar no 1º membro e esse 2Y positivo vai para o 2º membro e vai mudar o sinal, então vai ficar aqui or. $X = 4$ reais menos 2Y, porque eu mudei de membro. O que eu fiz aqui gente eu isolei e depois vou fazer o que? Substituir. Por isso se diz método da substituição. Então agora eu vou substituir. Vamos substituir! (3s) a equação. Então eu vou escrever essa equação aqui, essa aqui eu não isolei tá. Então vou escrever $2X + Y = 5$ reais, certo?

E agora professora? ((A professora pergunta a ela mesma)). Eu descobri que o valor de X nesse caso aqui é R\$ 4,00, mais, menos perdão [é] 2Y. Então aqui eu vou repetir 2 abrir um parêntese e dentro colocar o valor de X que é $(4 - 2Y)$ (3s) vou fechar esse aqui eu vou repetir ele aqui viu! Mais $Y = 5$, R\$ 5,00 reais, tá bom? Vou dar uma esticadinha aqui, só uma esticadinha mesmo para que vocês entendam um pouquinho melhor essa aqui $2X + Y$, só uma esticadinha para vocês entenderem é igual a 5, R\$ 5,00, então ô esse X vem aqui e segue aqui ô todinho é o valor de nosso X, tá bom? Ai agora professora escrevendo esse X. ((Professora mostrando na lousa a resolução da questão)).

E = Esticadinha?

P = Eu vou realizar a multiplicação, aliás é para [eu] fazer aqui em baixo que nós chamamos de chuveirinho. Eu vou pegar esse 2 que esta fora do parêntese e multiplicar por tudo que tá dentro do parêntese, oh. Aqui vai ficar 2 vezes R\$ 4,00 vou colocar aqui, 2 vezes menos 2, vou colocar aqui embaixo e por aí vou fazendo a multiplicação, ô multiplicando 2 vezes 4, a gente vai ter o quê gente? 8. Reais. Prof. Faz regra de sinais? ((A professora pergunta para ela mesmo)). Com certeza faz regra de sinal porque regra de sinal é utilizada na multiplicação e na divisão, e aqui é uma multiplicação, mas veja que o 2 tá positivo e o 4 também, então vai dar positivo de todo jeito também né? $+ \times + = +$. Agora aqui vai ficar diferente porque eu tenho aqui um valor positivo multiplicado por um valor negativo, então vai ter que fazer regra de sinal $+ \times -$ vai dar o quê gente? Menos. Né isso na multiplicação de sinais diferentes vai dar com certeza negativo. Sinais iguais com certeza vai ser positivo. Então aqui me diga quanto é 2 vezes 2 né 4?

E = 4

P = $4Y$. 2vezes $2Y$ é $4Y$ + esse Y aqui que eu tenho que baixar é colocar lá encima, olha a seta. Agora eu tenho o que então ai? Tenho R\$ 8,00 menos $4Y + y = 5$. De novo eu vou ter que isolar, ou seja ter que colocar no primeiro as incógnitas e no segundo membro vou ter que colocar o que? Nesse caso, os valores com n^o , como ele tá falando, mais esse n^o é justamente o valor do nosso pão e do nosso café. Então fica $-4Y + Y = R\$5,00 - 8$. Por que menos 8? Porque 8 estava no primeiro membro positivo vai para o segundo membro gente

E = Negativo.

P= Negativo, muito bem muito bem!

P = Gente isso aqui vocês sabem resolver. Vou fazer agrupamento aqui. Eu devo quantos Y aqui? 4 mas tenho 1. Eu devo 4 vou dar esse 1 e vou ficar devendo quanto?

E = 3

P = 3, $3Y$, Muito bem!

P4 = Aqui, eu tenho R\$ 5,00 mas eu devo R\$ 8,00

E = Isso é muito grande professora vai caber não

E = meu fii (!) se acalme!

Es = Risos.

P = Ô (NDE) mas, dá um jeitinho! Coloque atrás

E = Não cabe não, não tem espaço.

P = Tem espaço! Aqui ô!

Es = (Inaudível) Risos.

P = Gente!

Es = (Inaudível)

P = Então,

E = Ai, ai.

P= Tenho R\$ 5,00 e devo R\$ 8,00 eu dando os meus R\$ 5,00 minha dívida vai cair pra quanto? R\$ 3,00. E agora Y é igual a menos R\$ 3,00 dividido por menos 3. O menos $3Y$ que tá multiplicando passa dividindo e ele está negativo observe que ele está negativo, se ele tá negativo vai passar negativo, então Y é igual a? Vamos fazer regra de sinal? Menos dividido para menos vai dar ao quê gente?

Es = +

P = Arrasaram, R\$ 3,00 dividido para 3 pessoas cada um vai pagar quanto?

E = 1

P = 1 real muito bem, isso vocês fazem no dia, dia, então achei o valor da minha incógnita Y. Terminei? Não. Eu vou ter que descobrir o valor da minha outra incógnita que é X. O X é corresponde o valor do nosso pão. I o valor do nosso café? Descobriu o valor do nosso café? Sim R\$ 1,00. Então vamos lá, invertendo aqui tá, $X = R\$ 4,00 - 2.R\$ 1,00$ ($x = 4 - 2.1$), Ficou apertado, não foi?

E = (Inaudível)

P = Vou até colocar com outra caneta tá.

P = tá vendo aí (E)? (4s) Pronto. Aí, aqui gente X é igual ($X =$)

E = AH(::)

Es = (Inaudível)

E = Ai meu Deus.

P = 4

Es = (Inaudível)

P = Gente menos esse - 2 aqui que multiplicando o que tá dentro do parênteses e aqui eu tenho o sinal negativo dentro o sinal positivo, com certeza vai da negativo, sinais diferente na multiplicação menos 2 porque 2 vezes R\$1,00 é R\$ 2,00, gente de 4 eita ficou apertadinho veja se dá para vocês entender aqui, de R\$ 4,00 eu tiro R\$ 2,00 eu fico com quanto ($4 - 2 =$) gente?

E = 2

P = Então $x = R\$ 2,00$, Ficou apertado? Mas veja aí! Tem espaço pra cima. (3). Então vou dizer para vocês que o valor do nosso pão era R\$ 2,00 e o valor do nosso café era R\$ 1,00

E = então 5 e 6 a gente vai fazer sozinho é?

P = é!

E = (NDE)

E = (Inaudível)

P = Posso colocar aqui o valor do nosso pão

E = Com licença Professora! (2)

P = Tá meio apertadinho né gente?

E = É, escrever bastante.

P = Tá meio apertadinho. (Inaudível) X é igual a R\$ 2,00 ($X = 2$)

(Inaudível)

P = Então o valor do nosso pão é R\$ 2,00 e o da do nosso café é R\$ 1,00, tá aí. Pode anotar que vamos resolver a outra pelo método da substituição. Vocês nunca tinham visto resolver sistema de equação pelo método da substituição, não foi? Porque ate então dei para vocês resolver pelo método da adição, mais assim, pela substituição (Inaudível).

E = Mais tá exagerado muito grande né verdade.

E = É preciso fazer esse tipo de calculo na prova, ou não? Porque é muito grande. Fazer uma única vai ser impossível (Inaudível)

E = Marca um x em cada

Es = Risos

P = Você está, você está com preguiça (E) vamos!

E = Não! E porque (Inaudível).

P = E é?

E = (Inaudível)

P = Risos

E =(Inaudível)

P = Quando terminar diga que eu vou para outra questão viu!

E = Terminei.

P = Terminou (NDE)? Tem alguém ainda fazendo? Vocês são rápidos hein! Ninguém? Todos terminaram? Arrasaram! E essa aqui vocês dá para resolver? Deixa eu apagar essa aqui viu. (2s). E essa daqui da para resolver. 1º passo é isolar 2º passo é substituir, encontrar o valor de uma das incógnitas e depois achar o valor da outra tá! E aí?((Professora vai ao quadro e começa a fazer a questão)).

P = Vamos tentar resolver essa aqui? (3s) Olha, eu poderia isolar qualquer uma, eu vou isolar essa aqui de baixo, tá, ambas são parecidas, são parecidas né. 1º eu vou isolar colocar aqui, então vou escolher essa aqui $X - Y = 9$, Certo gente? Encontre as soluções.

E = ($X = 2$). ((Estudante responde e a professora ignorou))

P = Dos seguintes sistemas de equações do 1º grau, essa ai foi para calcular mesmo tá, mais aí vocês podem dizer não viu, então vamos isolar $X = 9 + Y$. Por que $9 + Y$? Porque o Y está negativo vai para o 2º membro e fica o que gente? Positivo ia lá, substituir é o nosso 2º passo, então o nosso 2º passo agora é substituir, vamos substituir na outra equação. A equação aqui vou escrever $X + Y =$

15, né isso? Ô essa aqui de cima. Escolhi essa aqui para isolar tá! Escolhi essa equação, lembrando que as 2 equações formam um sistema de equações, né? Um sistema de equações. Então vamos lá eu descobri que o valor do nosso X, aqui isolando é igual a 9 mais Y ($X = 9 + Y$), então no lugar do nosso X, eu vou colocar $9 + Y$, mas nosso $Y = 15$, concorda comigo? Ô o lugar do X coloquei $9 + Y$, justamente isso aqui, vou isolando, aí agora, que que agente vai fazer? Agente vai colocar quem está no 1º membro é a incógnita fica no 1º membro, no 2º membro agente vai deixar os números, então eu tenho aqui um Y mais um ($Y + Y$) eu tenho quantos Y gente? $2Y$. No 2º membro, quem já está? 15.

P = Então vou baixar o nosso, 15, veja que aqui fiz agrupamento e lá no segundo membro eu baixei. Já esse 9 vai para o 2º membro e muda o sinal, ele tá como aqui? Positivo vai para o 2º membro?

Es = Negativo.

P = Arrasaram!

P = Então 2 Y é igual ($2Y =$)? Gente, $15 - 9$

E = 7

P = $15 - 9$. Fica quanto?

E = 6

P = 6, positivo né, tenho R\$ 15,00 e tiro R\$ 9,00 e fico com quanto (E)?

E = Hum!

P = Tenho R\$ 15,00 tiro 9 fico com quanto?

E = 6

P = Quem tá multiplicando passa para o 2º membro, dividindo. Então Y é igual a quanto gente?

Es = 6

P = Ah, como 6 dividido para 2, como nosso (A6), falou Y vai ser igual a 3. Então já descobriu o valor do nosso Y. Falta descobrir o valor do nosso X.

E = 12

P = Errar, tem certeza? Então X é igual a 9 mais o valor de Y. Qual o valor de Y gente, eu já descobrir. O valor de Y é quanto?

E = 3

P = Então agora fica X, é igual, gente quanto é 9 mais 3 ($9 + 3$)?

E = 12

P = então o valor de X é 12 e o valor de Y é 3 ($X = 12$, $Y = 3$), como posso ter certeza? Posso substituir e verificar se esses valores satisfaz aqui a nossa 1ª equação e nossa 2ª o nosso sistema de equação, tá bom, então vamos lá, $12 + 3 = 15$ e $12 - 9 = 3$, certinho tem alguma duvida?

P = De novo

E = 12

P = Qual o valor de X? 12. Vou colocar aqui.

No lugar de X. Qual o valor de Y? 3

Ai você faz, $12 + 3 = 15$

Aqui de novo qual o valor do nosso X? 12, aí coloca aqui, menos Y. De 12 eu tiro 3, fico com quanto?

E = 9

P = 9. Isso é a maneira de vocês verificarem se esses valores satisfazem o sistema de equação isso aqui é o popular tirar a prova, tá! (3) Pronto tá aí, pode escrever anotar aí pra depois. Eu tô utilizando o método da substituição tá, a da adição é simples e vocês já sabem.

(14s)

E = (Inaudível)

E = Professora!

P = (E) Tá toda, toda, gente ela tá tão adiantada que já foi resolver a outra.

E = Porque já tinha feito antes!

P = Ah! (:::)

(Inaudível) (10s)

P = Muito bem tá dominando, pelo método da adição, muito bem! Vamos lá para o método da substituição agora vamos lá.

(Inaudível) (7s)

P = vamos tentar?

E = Pronto professora.

P = vocês tão com outra questão. vocês estão com ela aí. No material de vocês, vamos tentar resolver? Pelo método da substituição. Vamos.

P = Esse aqui é sabido né, ((refere-se ao estudante)),
aliás, vocês todos são sabidos, dá para resolver isso. Vamos!

P = Todos vocês vão pensar com adição

E = Ai meu Deus!

P = Tô vendo, vamos lá gente. Vamos tentar pelo método da substituição?

P = Vamos (E)(Inaudível)

P = Vamos tentar (E)?

P = Vão resolvendo a outra e eu vou tirando a dúvida de vocês. Vamos pelo método da substituição porque pela adição eu sei que vocês já sabem.

P = Isso (E), vamos lá.

E = já voltaram? Professora vou para o recreio.

P = Tem gente que não acabou.

E = Mas, eu já cabe!

E = Eita, resenha!

((Fim da aula))

ANEXO G – TRANSCRIÇÃO DAS AULAS (SEGUNDO DIA)

((Começa a aula com a professora organizando a sala))

E = Dá meu estojo.

P = Venha você ao lado de (NDE), ao lado não.

E = aqui é melhor.

P = aqui atrás (Inaudível)

E = Quero sair daqui

((Há uma negociação para ficar em determinado local))

P = Pergunta se já tá gravando?

P = Primeiro, boa tarde, né!

E = Boa tarde.

P = Eu estou.

E = Posso colar no caderno?

P = Pode!

P = Eu estou entregando uma atividade no qual vocês terão que resolver.

Gente! Vocês podem resolver em uma folhinha no caderno.

E = Ai, eu lembro, disso.

P = Deixam na folha que estou dando nessa folha xerocada, mas se não tiver espaço, vocês podem resolver no caderno. Mas se não tiver espaço vocês podem resolver no caderno.

(Inaudível)

E = Isso é daquele jeito é?

((Professora circula pela sala entregando as xerox))

(Inaudível)

E = Se não couber?

E = Isso é daquele jeito que você deu professora?

E = Ah não!

(Inaudível)

P = Vocês podem estar resolvendo daquele jeito utilizando os dois métodos, no caso o método da adição.

E = Eu posso fazer pelo método que eu sei?

P = E o método da substituição. Sim, sim!

E = Então eu vou fazer. Eu não sei do outro digo logo a verdade.

P = Você não sabe o da substituição né?

E = Eu sei, mas não muito!

P = Ah! Então faça pelo método da adição.

E = Gosto mais do método da adição.

P = Gosta mais do método da adição né?

E = Dar primeira professora, eu não gosto, não, professora.

P = Ah entendi, Porque (NDE), como (NDE) não sabe ler eu vou ler para ele tá bom gente?

E = Não, eu quero a resposta mesmo eu não sei como fazer.

E = Há :) Tá ruim um negócio desse.

((Tem um estudante que não ler fluente na sala e a professora se dispõe a ler para ele))

P = Deixa eu te explicar, monte um sistema de equações que represente a seguinte situação. Você vai montar um sistema de equação, tá. Verifique que o 2, o 3 e o 4 já estão montado. Veja que nesse primeiro já estão montado, veja só o que vocês irão fazer, é só montar, os dois vão encontrar o par ordenado né vai encontrar o valor da incógnita X e da incógnita Y, o terceiro da incógnita X e da incógnita Y o quarto do mesmo jeito tanto a letra a quanto a letra b. Só que o primeiro (NDE) você vai montar o sistema. Eu vou ler acompanhe, veja:

((Leitura do problema)) 1 sanduíche e 2 refrigerantes custam R\$ 20,00, então eu tenho um sanduíche e 2 refrigerantes que custam R\$ 20,00. 2 sanduíches e 1 refrigerante custam R\$ 25,00. Como é que vocês vão montar? Vocês podem dizer que X representa sanduíches e Y representa o refrigerante e aí vocês podem montar o sistema de vocês tá! (3) Fiquem a vontade, (4) é só montar mesmo (“)

Es = (Inaudível) (“).

E = Esse aqui parece aquele exemplo (Inaudível).

P = Gente observe que nesse segundo a 1ª parte isolar uma das incógnita já tá feita, percebe agora é só substituir, ou seja o valor de X aí nessa segunda.

E = Oh! Professora.

P = questão é $8Y$, entende? Agora é substituir e você acha o valor de Y. Pronto. Achando o valor de Y acha o valor de X.

E = Hum!

E = (Inaudível)

Es = ((começam a sussurrar na sala))

((A professora se aproxima da banca de um estudante))

P = Ela gosta muito de substituição que eu sei. Pra ela é o melhor método

E = Quem? (“)

P = Hum(:) ((Aprovando a atitude da estudante))

E = Esse aqui tem que isolar e substituir (Inaudível)

E = Substituir aonde professora?

E = (Inaudível)

P = Deixa eu ir lá. Então veja só essa parte aqui você já isolou (Inaudível)

Certo agora você vai substituir (Inaudível). X é quanto? (Inaudível)

P = Hum rum muito bem! Arrasou!

E = Como?

(“)

P = Precisa isolar ((Professora passa a dá instrução individual na banca de cada estudante)) (Inaudível)

E = Xi tem calma moleque já começou fazer de novo?

(Inaudível) (“)

E = Professora fazer isso de novo. (Inaudível)

Es = (Inaudível)

P = (NDE)

E = Eu fiz da minha cabeça.

P = Hum rum.

(Inaudível)

P = (NDE) desenrolado né (NDE)

E = (Inaudível)

P = (Inaudível) Um sanduiche, é pra você montar. Falta você terminar esse, não foi?

E = (Inaudível)

P = Muito bem.

(“)

P = (Inaudível). Para esse né.

(")

E = Positivo professora que deu.

E = Sei fazer isso mais não.

P = Qual a parte?

((A professora vai a banca e ajudar o estudante, não deixando o mesmo tentar sem a sua ajuda))

(Inaudível)

P = X vezes - 1, vai da quanto? Um X.

E = +

P = Eu que tô lendo.

E = +

P = + não. + Y vezes menos um. Menos Y.

E = Menos um.

P = menos Y. Isso mesmo, depois igual a mais 6 vezes menos seis, menos 6

E = Ai - 6

P = coloque aí em baixo ai você repete. ((professora ajudando o(a) estudante))

(Inaudível)

P = Ai monta o sistema

E = - X

P = Isso! Aí você repete.

E = (Inaudível)

P = Coloca a chaves e pronto. (Inaudível)

(")

E = (Inaudível)

E = Obrigado!

P = Tá conseguindo (NDE)? Alguma dúvida? Esse aqui da pra fazer pelo método da adição. Esse aqui também. Esse aqui.

E = O bicho tá pegando! O bicho tá pegando aqui professora!

P = A é!? Mas faça.

E = Depois eu corrijo os dois.

P = Você montou direitinho os dois só faltou montar as chaves.

(")

(Inaudível)

P = Hum. Onde? Esse aqui?

E = (Inaudível)

P (Inaudível)

(“)

P = Esse aqui é por método de substituição, não há uma das de somar. Pega uma das. Pode isolar. Cadê o lápis comum?

((A professora pega um lápis e começa a resolver na banca do estudante))

E = (Inaudível)

(“)

P = Esse mais esse?

((os livros caem da banca causando espanto))

E = Oxi.

(Inaudível)

(“)

P = Conseguiu?

E = Essa aqui é?

E = (Inaudível)

P = Terminou?

E = Acabei.

P = Aguarde um pouquinho os outros terminarem.

((Professora se aproxima de outro(a) estudante))

P = Podem também tentar essa equação por -1 , tá, como tá aqui, ou você poder isolar. Eu usaria essa!

(Inaudível)

P = Resolve pelo método de substituição

E = (Inaudível)

(“)

P = $3X + Y = 4$. Quanto é o X?

(Inaudível)

((Professora se aproxima de estudante que está dormindo e fala))

P = (NDE) já terminou tranquilo.

(Inaudível)

P = Muito bem!

(“)

E = (Inaudível)

(“)

E = Professora olhe a minha prova ver se tá certo.

P = Depois eu vou corrigir no quadro.

E = Vai agora?

P = Daqui a pouco!

(Inaudível)

((Professora vai até outro estudante e começa lhe repassar dicas))

(3)

P = Essa aqui tá certa. Essa aqui falta resolver pelo método da adição.

Passou um traço precisa somar já era! Um X mais um X

E = Professora!

P = Você tem um Y

E = Professora!

P = Terminasse guarda ia.

(Inaudível)

E = Eu acabei.

P = Dá para cortar. Quanto é $15 + 9$? (Inaudível). Pronto já encontrou o valor de X agora encontre o valor de Y. Hum rum, qual o valor de X? Substitui no valor de X, alias no lugar de X e acha o valor de Y.

(Inaudível)

(“)

P = Consegui (NDE)?

(2)

E = Hum rum.

(Inaudível)

P = Isolar, você isolou isso aqui 2vezes X (Inaudível)

$2Y = 6$ (Inaudível)

$2X + Y$, vamos lá, bote $2X$ vezes

(Inaudível) (“)

$2X + Y = 4$ vamos lá, coloque X , bote 2 menos vezes. Menos Y né. Fecha, fecha, fecha + Y = 4.

E = Eu botei três vezes

P = Muito bem ai foi chuveirinho. Muito bem 3vezes 6 é quanto?

((Chuveirinho é o termo usado pela professora para multiplicar))

P = Dá quanto 2×6 ? 12. Duas vezes menos Y, da menos quanto?

E = menos 4(-4)

P = Isso! Aí repete. (Inaudível) igual a quanto? Arrasou! E agora?

E = (Inaudível)

P = É (:) Tu deve $2Y$ e que Y . Isso devendo ai agora = 4 menos vai para o segundo membro 12. Então fica como? Isso muito bem. Alguém está com dúvida? Tá alguém está com dúvida?

E = Não.

P = Não?

E = Ah! (NDE) só respondeu uma até agora.

P = Responda.

Inaudível (")

P = O valor de X é quanto?

E = (Inaudível)

P = Falta o Y . (Inaudível) $2Y$ menos $3Y(3)$ igual a quanto?

E = (Inaudível)

P = Ah sim muito bem (Inaudível), pronto quem tá multiplicando passa dividindo. Esse $5Y$ tá multiplicando. Esse 5 tá no Y né ai passa dividindo é isso ai pronto.

E = (Inaudível)

P = Terminou? (NDE) está com dúvida? Vamos ajudar (NDE) pega o lápis comum (NDE)! Não gosta de matemática?

E = (Inaudível)

P = Mais não é possível! (") Aqui pelo método da substituição (NDE) ver! Já está prontinho aqui.

((a professora monta a questão para o estudante))

E = (Inaudível)

P = Já tá aqui do seu lado $X = 8Y$ agora só tá faltando substituir (:) substituir ai você vai repetir uma dessas equações essa aqui que não foi isolada $X - 3Y = 5$. Agora é contigo. Substituir vamos lá tenho o que? $X - 3Y =$ a que? 5.

Qual o valor de X?

E = 8

P = 8 o que?

E = Y

P = 8Y, coloque 8Y no lugar de X menos repete toda equação, muito bem (3) ai agora é(:) tu tenho 8Y e deve 3Y. Tu pagando fica com quanto? Fica com saldo positivo né? De quanto? (3) tu tem 8Y e deve 3Y. 5Y é igual a quanto? Muito bem 5Y

E = (Inaudível)

P = Arrasou! Quem tá multiplicando? Passa dividindo. (2), 5 tá multiplicando Y passa dividindo("). Vou puxar essa bolsinha.(") (Inaudível) O valor de x vai se quanto? você tem que substitui aqui se o valor de é(:) 8Y se o valo de Y é 8 o valor de X vai ser quanto? Ai você vai ter que substituir aqui X. (") Qual o valor de Y? O valor de Y foi Quanto? Então bota aqui e acha o valor de X. Sim, e aqui o sinal de igual que tu engole, não sei por qual motivo! Engole tudo, o igual.(") Muito bem! Aqui. Tu não acha melhor resolver pelo método da adição não? Porque é mais simples. Qual é o próximo passo dessa? Substituição de qual? Então substituir então ok.

((Professora induz o(a) estudante a realizar os cálculos pelo método em que ela considera mais fácil)). (Inaudível)

P = Vai fazer essa. (2) Vamos só substitui essa aqui (Inaudível), repete a equação inteira (4) agora, não é essa aqui $X = 1(4)$ menos (Inaudível) ("). Pronto o valor de X é quanto? $9 + Y$ (Inaudível) ai tu repete (Inaudível). (")

E = Fala baixo aí ((Professor da sala vinha falando alto estudante reclama)). Tá moco é?

E = Volta ((Professora))

(Inaudível) (")

((Supervisor chegar e dá boa tarde))

E = Boa noite professor! ((Outro professor chega na porta da sala)) A resposta tá na cara dele. Olha o pescoço de girafa.

P = Psiu, gente que isso? São professores.

P = Gente vocês terminaram, todos vocês?

Es = Sim.

E = Digamos que sim.

P = Não tem alguém que não terminou ainda. Você terminou minha linda? Terminou? Terminou aqui? Não.(NDE) não terminou. Tu desse aqui já tá já terminado. Ah, já terminou? Falta passar né? Vamos, falta dividir né gatinha? 24 dividido para 2 da quanto? Vamos lá. (4)

E = Ai que dor no meu coração!

E = Tai vendo o quê?

E = Eu olho para essa folha da um desgosto, as contas aqui.

(“)

(Inaudível) (“)

P = Já fizesse essa?

E = Não.

E = E o recreio tá pra vim.

P = É aquele método da substituição, não fez pela adição. Faz pelo método que tu gostar.

(Inaudível)

P = Vamos. (“) O que você achou. Na verdade tu sabe pelo método da adição?

E = Não.

P = Então é de substituição que tu gosta? É substituição. Faltou isolar, você não isolou. Vai lá $X = 9 + Y$. Então esse aqui qual é o valor de X? 9 Mais quanto? Não isso é Y e esse outro Y de baixo é igual a quanto 15. Aí agora tu soma esse 9 que tá no primeiro membro, quando for para o segundo membro muda o sinal, coloque aí. (“) Muito bem! (“) Isso aqui vai para o segundo membro muda o sinal. Vai para o segundo membro muda o sinal né assim. O 9 vai para o segundo membro e muda o sinal. $2Y =$ a quanto? Quem muda o sinal é o 9, o 15 já está com o sinal de menos. O 15 realmente é positivo. É quem muda o sinal é(;) o 9. (“) Aqui muda o sinal aqui não. Entendeu? Ai você pode (Inaudível) $2X$ muito bem é igual a quanto? (3) Muito bem! (4). É igual a quanto? (“)

E = (Inaudível)

P = Tu tem 15 reais e deve 9?

E = Tem 15 deve 9?

P = Tem 15 deve 9?

E = 6. (“)

P = Positivo. ((Refere ao sinal da questão)). Quem tá multiplicando passa?

E = Dividindo.

P = Muito bem! (4) Não coloca desse jeito não, coloca é colocando o traço que é melhor, olha esse aqui faça o seguinte, aí você faria assim X é igual a 6 dividido para 2 dessa forma não assim não. Com o 5 tá. Acho melhor assim. Ui deixa eu apagar aqui e aqui também. (“)

E = Vale alguma coisa?

P = Não é uma atividade colar no caderno, terminou?

E = (Inaudível)

P = Muito bem. Olha aí. Tá vendo! (“)

E = Não mata eu não, por favor.

E = Não.

(Inaudível)

P = - $X - Y = -6$, $2X + Y = 4$, aí tu cortou não foi? Esse com esse. Aí você fez pelo método da soma. Agora soma. Tu deve um X e tem $2X$, tu tem 4 reais e deve 6 fica com quanto? Tu dando os 4 reais todinho fica com quanto? (Inaudível). Quatro, esse 4 (Inaudível). Arrasou mulher!

E = (Inaudível).

P = Arrasasse. Tá faltando mais alguém gente terminar? (NDE)?(2) Aí todo mundo terminou não foi? (“) pronto então você descobriu o valor de X. O valor de X é?

E = 3.

P = 3 muito bem. Aí agora nós vamos fazer isso aqui em baixo o valor de (:), isso é do X ou é do Y homem? É de Y, olha é de Y.

E = Ai(!!) Oh(!!)

E = Cala a boca!

E = Cala a boca (NDE)

P = Aí saiu trocando o valor de Y é 3 se o valor de Y é 3 o valor de X é $9 + 3$. ($9 + 3$) vai dá quanto?

E = 15

P = 12. Pronto o valor de $X = 12$ e o valor de $Y = 3$. Entendeu? Gente, vamos lá. Ver se vocês conseguiram? (NDE)? (2) (NDE) vamos lá. (NDE) pega a folhinha lá (NDE). (2) ((Professora se refere a um estudante que estava conversando))

((Professora começa a correção na lousa)).

P = Vou colocado aqui às respostas porque as perguntas vocês tem aí. Ô a primeira atividade fizemos o seguinte gente. ((Professora se volta a chamar a atenção de um estudante)). ((NDE)) ((NDE))

E = Ô ((NDE))

P = A primeira atividade diz o seguinte: monte o sistema de equações que represente a seguinte situação. Ele tá pedindo para que vocês montar o sistema de equações tá. Então ele não perguntando aí qual o valor de X nem de Y , nesse caso do sanduiche nem do refrigerante, então a gente não é obrigado nem obrigada descobrir o valor das incógnitas tá! Eles só tá pedindo que você monte a equação. Vamos montar a equação. Um sanduiche, eu vou dizer que um sanduiche vai ser representado por X . Sanduiche vai ser o nosso X e o nosso Y vai ser refrigerante, tá vai se o nosso refrigerante. Então vamos aqui montar vamos ver aqui o que dizem os dados. Olha um sanduiche e 2 refrigerantes custam 20 reais. Então sanduiches eu disse que aí se representado pela incógnita X . Então Você pode colocar um X e mais $2Y$ ou seja $2Y$, já que refrigerante vai tá representado pela incógnita Y é igual a quanto gente? Custa quanto? ($X + 2Y = 20$)

Es = 20.

P = 20 reais.

P = Embaixo ele diz: dois sanduíches mais um refrigerante você paga quanto 25 reais. ($2X + Y = 25$).

$$X + 2Y = 20$$

$$2X + Y = 25$$

P = Tá aí a montagem como ele pediu, tá aí o sistema de equação do primeiro grau do jeito que eles pediram. Só isso. É obrigado descobri o valor da incógnita de X e Y ? Não porque ele não pediu. (NDE) foi bem adiantado ali e fez isso aqui tudinho tá gente. Ele sabe o valor de X e o valor de Y mas ele não pediu, então vocês não obrigados A(:) descobrir o valor das incógnitas. Gente o dois diz o seguinte: Verifique se o par ordenado 8 e 1 (8,1) é a solução do sistema de equação a baixo então ele já dei o(:) gabarito, já deu a resposta. Você só precisa saber se

essa resposta é verdadeira ou se é falsa. Né isso? Deixa, eu montar aqui o sistema. Ele colocou aqui $X - 3Y = 5$, embaixo X

E = Foi o que idiota?

P = $X = 8Y$

E = De novo!

E = É (NDE)

((momento de conflito entre estudantes na sala))

P = Pronto!

((Professora tenta apaziguar com um “pronto”))

E = Inaudível. (3)

P = Gente, é(:) vocês podem fazer pelo método da adição ou pelo método da substituição, olha pelo método da substituição, já tá feito, aqui o isolamento, eu já isolei. Ele disse que $X = 8Y$, então tá mais simples, mais prático. Ô já tá feito, então vou utilizar o método (2) da substituição. O X já esta isolado é igual a $8Y$, então aqui nós vamos substituir, né então aqui eu vou colocar uma setinha e substituir essa equação. (4)

E = Inaudível.

P = Substituir. (4) vou utilizar o método da substituição aqui, tanto faz então vou substituir: $X - 3Y = 5$ (3) ai veja só? O valor de X. Quanto é o valor de X gente? Ele deu o valor de X? Não. Mais ele deu condições para que a gente descobrisse o valor de X. Ele disse que X é 8 vezes Y, então tá mais simples, basta eu descobrir quem é Y. Eu descobrindo quem é Y eu descubro quem é X. Então que que a gente vai fazer aqui? Vai substitui no lugar de X eu vou colocar que eu isolei aqui, que já esta isolado, ou $8Y$ e esse menos $3Y$ repete é igual a 5. (“) ((Aula interrompida para pegar a chave de um carro)). Então aqui, já que eu substitui o valor de X eu coloquei $8Y$, agora eu vou subtraí. Eu tenho $(8Y - 3Y)$, eu tenho 8 tiro 3 fico com quanto? $8Y$ tiro $3Y$ fico com quanto? Com quanto é gente?

Es = $5Y$

P = $5Y$, muito bem igual a 5, ficou apertadinho aqui, não foi? Mas, em fim vou dá uma, um espaçozinho aqui pra gente resolver aqui encima tá bom? Então $5Y = 5$. Agente percebe que esse 5 está multiplicando o Y então vai para o segundo membro dividindo, então eu vou colocar o que em Y é igual a 5 dividido pra 5. Gente, quanto é 5 dividido pra 5?

E = 1

P = 1, então eu descobri o valor de Y se eu descobrir o valor de Y, eu vou descobrir o valor de X, tá gente, porque o valor de X não é igual a 8 vezes Y ($8Y$), então já que eu sei o valor de Y é só substitui. O valor de Y agora é quanto? 1, então eu posso dizer que X é igual a quanto gente? A 8. Vocês fizeram assim, acertaram?

E = Fizeram.

P = Muito bem, eu posso dizer que sim. Que o par ordenado desse sistema é 8 e 1. Então, sim. O par ordenado é 8 e 1 foi isso que ele perguntou. Então está aí tá. No 3º, bem rapidinho aqui, (1) encontre a solução do seguinte sistema de equação de equações, ai aqui vamos montar aqui pra vocês $X + Y = 15$, não foi gente? Em baixo colocou $X - Y = 9$. E ai vocês podem resolverem pelo método da adição.

E = Pé de caranguejo.

P = E pelo método da substituição olha nesse caso aí eu tô vendo que tem um Y positivo lá encima na primeira equação e um Y negativo aqui nessa na segunda equação então é mais fácil agente utilizar o método da soma né? Agente podem simplesmente somar. Porque agente corta uma das incógnitas e soma as outras. As outras não a outra que no caso que no caso é o X. Tá ou você pode resolver pelo método da substituição, com fizeram ai alguns alunos que gostam desse método. Tá ó, somando vou utilizar o método da adição, método da adição aí aqui somando: um X mais um X (NDE)? Eu tenho quantos X? 2

E = 2

((Estudante conversando a professora pergunta pra ela))

P = (NDE) eu tenho Y e devo Y, eu pagando esse Y eu fico com quanto?

Nada.

Es = Nada.

P = Então da para gente, cortar.

E = Cortar os números.

P = Muito bem!

E = Aí fica $2x = 24$

P = Muito bem! Aí eu tenho $15 + 9$. Gente, quanto é $15+9$?

Es = 24.

P = 24. Gente eu tenho 2 multiplicando X no primeiro membro, vai passa para o segundo membro fazendo o quê?

Es = Dividindo.

P = Dividindo. X é igual a quanto?

E = 24 dividido por 2.

P = Arrasaram! Só tem (NDE)? Cadê os outros?

E = É igual a 12.

P = X é igual a quanto?

Es = 12.

E = Repete.

P = 12. Então já achei o valor né.

E = Positivo.

P = Dá incógnita Y, aliás, X perdão. E agora eu vou encontrar o valor da incógnita.

E = Inaudível

P = (2) Y. Vou repetir essa questão aqui de cima, essa questão não essa equação: $X = Y = 15$. Gente qual é o valor de X? Acabamos de descobrir.

E = 12.

P = 12. Coloca aqui ó, vou até colocar a setinha, 12. Tá, o valor de X é 12. E esse Y eu faço o quê?

E = Repete.

P = Muito bem! E esse 15 eu faço o que?

E = Repete também!

P = Também.

E = Aí passa para o segundo membro e muda o sinal.

P = A(:) muito bem. Ah! Esse Y vou puxar é igual

E = 12.

P = A 15 primeiro e esse 12 passa para o segundo membro, subtraindo, vou mudar o sinal né, ele tá mais passa menos. Menos quanto? 12.

E = 3.

E = É igual a 3.

P = Gente, agora eu vou subtrair $15 - 12$.

E = 3.

P = 3, então o valor da incógnita Y é quanto?

Es = 3

P= Então eu poderia dizer que a solução desse sistema é quanto gente? 12 para X e 3 para Y. Né isso?

E = Um rum!

P = Vocês acertaram

E = Sim.

P = Todos? Acertou? Acertou (NDE)? (NDE), acertou? Muito bem.

Alguém errou?

E = Não.

P = Todo mundo acertou?(3)

E = Tá com a peste.

P = Vamos para o quarto. (3) Esse quarto tem assim resolva os sistemas pelo método da substituição. Nós temos a letra a e b. Então vocês precisavam resolver esses sistemas pelo método da substituição. Teve alguém que não quis saber de substituição.

E = Eu.

P = Foi logo para a adição e acabou-se não quero saber disso eu.

E = Eu também pelo método não sei de nada.

P = Quero resolver pelo método que eu sei tranquilo, tranquilo, agente tem que resolver pelo método que vocês sabem mesmo.

E = A resposta eu sei de alguma coisa professora

P =Hum!

E = O que vem na minha cabeça

P = $X + Y$ é igual a quanto gente? ($X + Y = 11$)

E = 11

P = 11. $X - Y = 3$

$$\left\{ \begin{array}{l} X + Y = 11 \\ X - Y = 3 \end{array} \right.$$

P = Ai agora.

E = A senhora vai fazer pelo outro jeito?

P = Eu vou fazer pelo outro jeito. Pelo método da(:) substituição, mas de qualquer forma eu faço para você pelo método da adição para você, tá bom?.

E = Pelo método da adição tá bom.

P = Ó primeiramente preciso isolar, isolar (::) (2) eu prefiro isolar essa daqui tá. Essa equação $X - Y = 3$. Eu posso dizer que X é igual a $3 + Y$. Concorde comigo? O Y foi para o segundo membro e mudou o sinal tá. E agora eu vou substitui, substitui a equação de cima $X + Y = 11$, então vamos lá. No lugar de X eu vou colocar quem gente 3, vou até colocar aqui em baixo com outra cor de caneta viu? $3 + Y$. E esse outro Y? vou baixar, vou repetir é igual a 11. Substitui aqui tá.

E = Calma aí.

P = E aí eu tenho o que? Aqui no primeiro membro que é que vai ficar? A incógnita Y. Gente eu tenho um Y + Y eu tenho quantos Y? Um Y mais um Y dá quantos Y gente?

E = 2

P = 2 Y. É igual a quanto? $11 - 3$. Gente 11 tira 3 fica quanto?

E = 8.

P = 8, Concorde comigo? (2) Então ô 2 que tá multiplicando Y passa para o segundo membro dividindo, então fica 8 dividido para 2. Quanto é 8 dividido para 2 (NDE)?

E = 4.

P = 4. Então eu descobri o valor de Y. Achei o valor de Y. E agora é só substitui aqui gente. $X = 3$ mais o valor de Y. O valor de Y é 4.

E = X igual a 7.

P = Arrasou! (4). Você fez pelo método da adição. Deu certo?

E = Deu.

P = Deu isso aí (NDE)?

E = Dá a mesma coisa professora.

P = Mesma coisa, então gente não importa se vocês vão utilizar o método da adição o da substituição ela vai da certo do mesmo jeito, vocês vão resolver pelo método que mais se identificam, tá. Posso apagar aqui?

E = Pode.

E = Tá errado.

E = Ela disse se tiver tudo errado ela chora.

P = Ra (:::) Vou apagar aqui tá. Para resolver a outra.

E = Se essa daí tiver errado, vai fazer comigo.

P = Quem resolveu essa questão pelo método da substituição?

E = Ninguém!

P = Ela resolveu que ela gosta de substituição. Alguém resolveu? Ela aqui.

E = Ela quem? (NDE), ah tá!

P = (NDE) gosta só de substituição. Quem mais gosta de substituição?

Es = Eu gosto.

P = Ela ali gosta de substituição. Tu também? E É?

E = Eu não, gosto direto.

P = Vamos para a letra b de bola, substituição outra vez, tá aqui (4) ó $X + Y =$

6 (2) $2X + Y = 4$,

$$\begin{cases} X + Y = 6 \\ 2X + Y = 4 \end{cases}$$

Vamos resolver pelo método da substituição, também porque ele pediu nessa questão também, tá bom? Olha eu vou escolher essa de cima gente porque eu acho mais simples? Disseram, não é? Vou colocar essa aqui de cima, isolar uma das incógnitas, então vou escrever $X + Y = 6$. Gente isso é o mesmo que $X = - Y$. Concordam comigo?

E = Hã ram!

P = Esse Y vai para o segundo membro e muda o sinal, ele tá mais fica menos. Agora eu vou fazer o que? Substitui. (4). Substituído pela equação que tá em baixo. $2X + Y = 4$. Teve alguém que fez pelo método da adição que fez essa primeira, multiplicou essa primeira equação por menos 1 né, pra cortar a incógnita Y. Tudo bem. Não tem problema nenhum, conseguiu achar o valor das incógnitas e tudo bem tá gente. Aqui 2 tá multiplicando X, mais qual o valor de X? Qual o valor de X? É quem nesse caso? (6 - Y) vou fechar aqui tá, nessa questão vamos fazer chuveirinho né? Mais Y igual a 4. Repete as demais, eu vou colocar aqui as setinhas para vocês saberem. Ó essa aqui é o valor do X.

P = Vamos fazer chuveirinho gente. Aqui utilizo a regra de sinal? (2) Utilizo a regra de sinal nessa equação gente?

E = Utiliza.

P = Utiliza com certeza, Agente utiliza a regra de sinal na multiplicação e na divisão, não é (NDE).

E = Hã!

P = Então agente utiliza sim,

E = É verdade.

P = Regra de sinal, aqui eu tenho 2 positivos que está multiplicando 6 positivo também e ai agente chama de chuveirinho. Agente pode fazer um calculo normal, 2 vezes 6, dá quanto gente? Duas vezes seis?

E = 12.

P = 12. Duas vezes seis (NDE)?

E = Duas vezes 6! 12.

P = Muito bem. Aqui gente eu tenho 2 positivos multiplicando menos Y. Como fica a regra de sinal?

E = Negativo.

P = Negativo! Mais vezes menos, menos, ou seja na multiplicação ou divisão de sinais diferente vai dá negativo de sinal. Vai dá menos. De sinais iguais vai dá positivo, vai da mais. Tá, então aqui duas vezes dois vezes Y, 2Y, mais esse Y é igual a 4, ai aqui, vamos fazer agrupamento né, 12. Ai aqui ó, (NDE) eu devo 2Y e tenho Y, eu pagando esse Y, vou ficar com quanto?

E = Menos um Y.

P = Vou ficar devendo?

E = Um Y.

P = Um Y, muito bem. N verdade eu ainda vou ficar ainda devendo né? Igual a quanto (NDE)?

E = 4.

P = 4. Então fica menos Y é igual a 4 e esse 12 vai para o segundo membro e muda o sinal. Ele tá positivo vem para o segundo membro fica?

E = Negativo no caso.

P = Não, ele tá positivo vai ficar o que?

E = Negativo.

P = Negativo. Muito bem, menos Y é igual a quanto (NDE)? (NDE) Eu tenho quatro.

E = 8 positivo.

P = E devo 12,

E = 8 positivo.

P = Eu dando os meus 4 devendo quanto gente?

Es = 8 Negativo.

P = Nesse caso agente multiplica os dois membros por menos um, porque não tem como a incógnita Y ficar negativa, tá gente, nesse caso agente multiplica os dois membros por menos 1. Ai você faz menos vezes menos dá mais, né Y . Menos vezes menos vai dá mais 8 vezes 1 é 8, então eu descobrir o valor de Y. O valor de Y é quanto gente?(2) Qual é o valor de Y?

E = 8.

P = 8. Se o valor de Y é 8 o valor de X, vai ser quanto? $(6 - 8)$. $6 - 8$ vai dá quanto? (2)

E = - 2.

P = - 2. Concordam com (NDE)?

E = Sim.

P = Né, gente eu tenho 8 reais no bolso, mais eu devo lá, lá na lanchonete 8 reais, então vou dá os meus 6 reais e vou ficar devendo 2 reais (:). Né, então o valor de X é menos 2 e o valor de Y é 8. Eu poderia dizer a solução, se ele perguntasse dessa equação seria, seria não é: - 2 para X e 8 para Y, tá, vocês podem colocar ate aqui se ele perguntasse a solução, em fim. - 2 para X e 8 para Y. Lembrando que ele não perguntou, tá. (2) Posso colocar aqui, né? A solução nesse caso aqui seria 7 e 4, tá. Mais ele pediu para achar o valor de X e o valor de Y. Isso ai que dizer que é a solução. (2) Pronto! Alguém aí errou essa questão? Você não errou? Também estava ajudando né. Tu conseguisse essa daqui? Não essa te pegou né, essa ultima não foi?

E = Essa ai eu fiz (inaudível) .

E = Essa eu errei.

P = Foi?

E = (inaudível)

P = É, ah tá. O caso dele errou, esquece esqueceu de colocar (inaudível), foi o caso teu caso também menos com menos, eita gente a dificuldade foi sinal,

E = É para entregar à senhora?

P = Para colocar no caderno. ((Acaba a aula))

ANEXO H – PROBLEMAS PROPOSTOS PELA PROFESSORA NA SALA DE AULA.

ATIVIDADE DO PRIMEIRO DIA OBSERVAÇÃO

1 - Caio foi até a lanchonete e comprou um suco, um salgado por R\$ 3,20, Raul comprou dois sucos e um salgado por R\$ 4,20. Qual sistema de equações do 1º grau que representa a situação é?

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{a) } x - y = 3,20 \\ 2x + 2y = 4,20 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{b) } x + y = 3,20 \\ x - y = 4,20 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{c) } 2x + y = 3,20 \\ x + y = 4,20 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{d) } x + y = 3,20 \\ x + 2y = 4,20 \end{array} \right.$$

2 - Uma companhia aérea faz 56 voos por semana, entre voos nacionais e internacionais, a diferença entre a quantidade de voos nacionais e internacionais é 40. Qual o sistema de equação que melhor representa essa situação?

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{a) } x = 56 \\ x - y = 40 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{b) } x = 40 \\ x + y = 56 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{c) } x + y = 56 \\ x - y = 40 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{d) } x + y = 40 \\ x - y = 56 \end{array} \right.$$

3 - Numa lanchonete João pagou por 2 coxinhas e uma empada o total R\$ 6,50 e aí se pagou por uma coxinha e 2 empadas o total de R\$7,00 a pergunta é: o preço de uma coxinha e de uma empada são respectivamente quanto?

- (A) R\$ 2,00 e R\$ 2,50.
 (B) R\$ 2,40 e R\$ 4,10.
 (C) R\$ 5,00 e R\$ 6,00.
 (D) R\$ 3,00 e R\$ 3,50.

4 - O dono de uma lanchonete anunciou a seguinte promoção comprando 2 pães de queijo e um café pago R\$ 5,00 ou comprando um pão de queijo e 2 cafés

pago 4 reais. Qual o preço de cada pão de queijo e cada café? Observação: fazer pelo método da substituição.

ATIVIDADE DO SEGUNDO DIA OBSERVAÇÃO

1 – Como montar o sistema com 1 sanduíche e 2 refrigerantes custam R\$ 20,00, então eu tenho um sanduíche e 2 refrigerantes que custam R\$ 20,00. 2 sanduíches e 1 refrigerante custam R\$ 25,00?

$$\begin{cases} \text{a) } x + 2y = 20 \\ 2x + y = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{c) } x - 2y = 20 \\ x + 2y = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{b) } x + 2y = 20 \\ x + 2y = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{d) } 2x + y = 20 \\ x + y = 25 \end{cases}$$

2 – Verificar se o par ordenado (8,1) é a solução do sistema de equação a seguir é falso ou verdadeiro:

$$\begin{cases} X - 3Y = 5 \\ X = 8Y \end{cases}$$

3 - Encontre a solução do seguinte sistema de equação de equações.

$$\begin{cases} X + Y = 15 \\ X - Y = 9 \end{cases}$$

4 – Resolver os sistemas de equações do 1º grau, a seguir, pelo método da substituição.

$$\begin{cases} \text{a) } X + Y = 11 \\ X - Y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{b) } X + Y = 6 \\ 2X + Y = 4 \end{cases}$$