



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E
TECNOLÓGICA**

WAGNER RODRIGUES COSTA

**RELAÇÕES ENTRE CONCEPÇÕES DE PROFESSORES SOBRE MATEMÁTICA
E SEU ENSINO E OS MATERIAIS CURRICULARES: implicações nos processos
de leitura e interpretação do currículo prescrito de matemática**

**RECIFE
2023**

WAGNER RODRIGUES COSTA

**RELAÇÕES ENTRE CONCEPÇÕES DE PROFESSORES SOBRE MATEMÁTICA
E SEU ENSINO E OS MATERIAIS CURRICULARES: implicações nos processos
de leitura e interpretação do currículo prescrito de matemática**

Tese apresentada ao Programa de Pós Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Educação, como requisito para a obtenção do título de Doutor em Educação Matemática e Tecnológica. Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Jadilson Ramos de Almeida

Coorientador: Marcelo Câmara dos Santos

RECIFE
2023

Catálogo na fonte
Bibliotecária Katia Tavares, CRB-4/1431

- C837r Costa, Wagner Rodrigues
Relações entre concepções de professores sobre matemática e seu ensino e os materiais curriculares: implicações nos processos de leitura e interpretação do currículo prescrito de matemática / Wagner Rodrigues Costa. –2023.
441 f.
- Orientação de: Jadilson Ramos de Almeida.
Tese (doutorado) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Educação. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2024.
Inclui Referências.
1. Matemática – Estudo e ensino - Currículos. 2. Currículo prescrito. 3. Construtivismo. 4. Concepções. I. Almeida, Jadilson Ramos de (Orientação). II. Título.
- 372.7 (22. ed.) UFPE (CE2024-035)

WAGNER RODRIGUES COSTA

**RELAÇÕES ENTRE CONCEPÇÕES DE PROFESSORES SOBRE MATEMÁTICA
E SEU ENSINO E OS MATERIAIS CURRICULARES: Implicações nos processos
de leitura e interpretação do currículo prescrito de Matemática**

Tese apresentada ao Programa de Pós Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Educação, como requisito para a obtenção do título de Doutor em Educação Matemática e Tecnológica. Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Aprovado em: 22/06/2023.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Jadilson Ramos de Almeida (Orientador e Presidente)
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Prof^a. Dr^a. Rosinalda Aurora de Melo Teles (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Gilberto Januário (Examinador Externo)
Universidade Federal de Ouro Preto

Profa. Dra. Edda Curi (Examinadora Externa)
Universidade Cruzeiro do Sul

Prof^a. Dr^a. Anna Paula de Avelar Brito Lima (Examinadora Externa)
Universidade Federal Rural de Pernambuco

DEDICATÓRIA

À Danniela, esposa amada
E meus filhos: Dário, Danilo e Daniel
Pela compreensão e incentivo.

AGRADECIMENTOS

De modo formal, expresso meus agradecimentos a todos que contribuíram para que este trabalho chegasse em seu estado final.

Agradeço a Deus, em sua infinita sabedoria e bondade, por me fortalecer em meus momentos de fraqueza e ansiedade. Sua presença me trouxe refrigério e coragem para continuar.

À minha querida família, por compreender que algumas ausências de minha parte foram necessárias. As palavras de incentivo, os abraços e a presença foram essenciais para que eu continuasse.

À minha esposa e filhos, meus pais, Luiz e Dileuza, meu querido irmão, Wendell, ao meu primo Davi e sua esposa Rosângela.

Aos meus orientadores, Jadilson Ramos de Almeida e Marcelo Câmara dos Santos, por suas leituras críticas e contribuições e, acima de tudo, caminhar junto comigo na construção de uma ideia.

Meus agradecimentos aos professores da banca examinadora, pela leitura crítica e cuidadosa. Cada palavra me permitiu refletir ainda mais.

Aos professores do EDUMATEC e estudantes dos Seminários Avançados 1, 2, 3, 4, ... em ler os esboços da tese e colaborar de forma respeitosa com o nosso crescimento.

Aos professores da subárea de Matemática da Área 2 do Departamento de Educação da UFRPE, carinhosamente conhecido por G7, pela amizade, compreensão e colaboração.

Ao meu amigo e professor da UFRPE, Severino Barros de Melo, pelas palavras de encorajamento e disponibilidade.

Aos professores participantes desta pesquisa, carinhosamente denominados de professora Rosácea e professor Delta, pela disponibilidade em ser atores essenciais neste processo.

Agradeço a cada professor, amigo e parente, que mesmo não estando presente em muitos momentos, contribuíram para meu sucesso.

Agradeço à Secretaria de Educação e Esportes do Estado de Pernambuco, às escolas públicas e seus respectivos gestores e professores.

“Se alguém pensa que sabe tudo sobre algo, ainda não aprendeu como deveria.”
(Bíblia Nova Versão Transformadora, 2016, 1 Coríntios 8:2, p. 965)

RESUMO

O objetivo principal de nossa pesquisa foi investigar as relações entre as concepções dos professores sobre a Matemática e seu ensino e os materiais curriculares e suas implicações nos processos de leitura e interpretação que esses profissionais fazem das prescrições curriculares. Para tanto, tivemos a necessidade de elaborar um construto teórico no âmbito da educação matemática que nos permitisse desenvolver uma visão mais ampliada do que vem a ser concepções. Nossos referenciais teóricos nos levaram a aceitar a existência de pelo menos duas concepções sobre a matemática e seu ensino, as quais denominamos de concepção transmissiva e concepção construtivista. No que concerne ao aspecto curricular, consideramos a existência de duas relações: uma, entre o professor e o material curricular, e outra, entre este e o currículo prescrito. E fundamentamos tais relações nos estudos de Brown e Edelson (2001, 2003), Brown (2009) e Sacristán (2000). Quanto ao aspecto metodológico, a perspectiva adotada se fundamenta nos princípios de uma abordagem qualitativa. Com vistas a atender nossos objetivos, selecionamos dois professores de matemática do 6º ano, submetidos ao mesmo currículo prescrito, neste caso, o Currículo de Matemática do Estado de Pernambuco. Um de nossos resultados indica que professores com tendência à concepção construtivista da matemática e seu ensino se relacionam de forma mais crítica, reflexiva e transcendente com os materiais curriculares, implicando no reconhecimento das prescrições como ponto de partida para o ensino. Por sua vez, professores com tendência à concepção transmissiva se relacionam de forma mais passiva e pragmática com os materiais curriculares, implicando no reconhecimento das prescrições como documento rígido e com ligação lógica fraca entre seus elementos constitutivos.

Palavras-chave: material curricular; concepção construtivista; concepção transmissiva; currículo prescrito; currículo de matemática.

ABSTRACT

The main objective of our research was to investigate the connection between the teacher's conceptions of Mathematics and its teaching and the curriculum materials and their implication in the process of reading and interpretation that these professionals make of the curricular prescriptions. Therefore, we needed to develop a theoretical construct in the ambit of mathematics education that would allow us to create a more expanded view of what conceptions might be. Our theoretical references led us to accept the existence of at least two conceptions about Mathematics and its teaching, which we call: the constructivist conception and the transmission-based conception. With regard to the curricular aspect, we consider the existence of two connections: one between the teacher and the curriculum material and the other between the teacher and the prescribed curriculum. Then, we support such relationships in the studies of Brown and Edelson (2001, 2003), Brown (2009) and Sacristán (2000). As for the methodological aspect, the adopted perspective is based on the principles of a qualitative approach. In order to fulfill our objectives, we selected two 6th-grade Mathematics teachers, who were submitted to the same prescribed curriculum, in this case, the Mathematics Curriculum of the State of Pernambuco. One of our research results indicates that teachers with a tendency towards the constructivist conception of Mathematics and its teaching relate in a more critical, reflective and transcendent way with the curriculum materials, implying the recognition of the prescriptions as a starting point for teaching. On the other hand, teachers with a tendency towards a transmission-based conception relate in a more passive and pragmatic way with the curriculum materials, implying the recognition of the prescriptions as a strict document with a weak logical connection between its constituent elements.

Keywords: curriculum material; constructivist conception; transmission-based conception; prescribed curriculum; Mathematics curriculum.

RESUMEN

El principal objetivo de nuestra investigación fue conocer las relaciones entre las concepciones de los profesores acerca de las matemáticas y su enseñanza, como también, de los materiales curriculares y las implicaciones en el proceso de lectura e interpretación que dichos profesionales hacen de las proposiciones curriculares. Para ello, tuvimos la necesidad de crear un establecimiento teórico dentro de la educación de las matemáticas que nos permitieran desarrollar una amplia visión de lo que se conocen acerca de esas concepciones. Nuestros marcos teóricos nos llevaron a aceptar la existencia de al menos dos concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza, que denominamos: concepción constructivista y concepción transmisiva. Con respecto al aspecto curricular, consideramos la existencia de dos relaciones: una entre el profesor y el material curricular y la otra entre éste y el currículo prescrito. A continuación, basamos estas relaciones en los estudios de Brown y Edelson (2001, 2003), Brown (2009) y Sacristán (2000). En cuanto a la metodología, la perspectiva adoptada se basa en los principios de un enfoque cualitativo. Para cumplir nuestros objetivos, seleccionamos dos profesores de Matemáticas de 6º grado, sometidos al mismo plan de estudios prescrito, en este caso el Currículo de Matemáticas del Estado de Pernambuco. Uno de nuestros resultados indica que los profesores con tendencia a la concepción constructivista de las Matemáticas y su enseñanza se relacionan de manera más crítica, reflexiva y trascendente con los materiales curriculares, implicando el reconocimiento de las prescripciones como punto de partida para la enseñanza. A su vez, los profesores con tendencia a la concepción transmisiva se relacionan de manera más pasiva y pragmática con los materiales curriculares, implicando el reconocimiento de las prescripciones como un documento rígido y con una débil conexión lógica entre los elementos que los constituyen.

Palabras clave: material curricular, concepción constructivista, concepción transmisiva, currículo prescrito, currículo de matemáticas.

RÉSUMÉ

L'objectif principal de notre recherche a été d'étudier les relations entre les conceptions des enseignants sur les mathématiques et leur enseignement et les matériaux curriculaires et leurs implications dans les processus de lecture et d'interprétation que ces professionnels font des prescriptions curriculaires. Par conséquent, nous avons eu besoin de développer une construction théorique dans le contexte de l'éducation mathématique qui nous permettrait de développer une vision plus large de ce que pourraient être les conceptions. Nos références théoriques nous ont conduits à accepter l'existence d'au moins deux conceptions sur les mathématiques et leur enseignement, que nous appelons: conception constructiviste et conception transmissive. En ce qui concerne l'aspect curriculaire, nous considérons l'existence de deux relations : l'une entre l'enseignant et le matériel curriculaire et l'autre entre celui-ci et le curriculum prescrit. Ensuite, nous basons ces relations sur les études de Brown et Edelson (2001, 2003), Brown (2009) et Sacristán (2000). Quant à l'aspect méthodologique, la perspective adoptée s'appuie sur les principes d'une approche qualitative. Afin d'atteindre nos objectifs, nous avons sélectionné deux enseignants de mathématiques de 6e année, soumis au même programme prescrit, dans ce cas, le programme de mathématiques de l'État de Pernambuco. L'un de nos résultats indique que les enseignants ayant une tendance à la conception constructiviste des mathématiques et de leur enseignement se rapportent de façon plus critique, réflexive et transcendante aux matériaux curriculaires, impliquant la reconnaissance des prescriptions comme point de départ de l'enseignement. À son tour, les enseignants ayant une tendance à une conception transmissive se rapportent de manière plus passive, pragmatique aux matériaux curriculaires, ce qui implique la reconnaissance des prescriptions comme un document rigide et avec un lien logique faible entre ses éléments constitutifs.

Mots-clés: matériaux curriculaires; conception constructiviste; conception transmissive; curriculum prescrit; curriculum de mathématiques.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Pesquisas brasileiras com foco em materiais curriculares.....	34
Quadro 2 - Manifestações de concepções de Matemática e seu ensino	46
Quadro 3 - Concepções de Matemática e seu ensino das professoras	57
Quadro 4 - Visões divergentes em Educação Matemática	66
Quadro 5 - Correntes de concepções de currículo	87
Quadro 6 - Elementos constitutivos de um Currículo.....	90
Quadro 7 - Competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental	104
Quadro 8 - Explicação das competências específicas de Matemática para o ensino fundamental	105
Quadro 9 - Categoria das competências matemáticas	105
Quadro 10 - Ideias fundamentais da Matemática mencionadas na BNCC	107
Quadro 11 - Ideias fundamentais da Matemática e suas características	109
Quadro 12 - Progressão da aprendizagem	114
Quadro 13 - Recursos didáticos mencionados nas habilidades da BNCC.....	118
Quadro 14 - Comparação da estrutura da habilidade entre BNCC e CPE.....	125
Quadro 15 - Habilidade criada por PE.....	125
Quadro 16 - Organizador curricular por bimestre do Currículo de PE	126
Quadro 17 - Aspectos valorizados no CPE para a Matemática e seu ensino e aprendizagem	128
Quadro 18 - Concepções de materiais curriculares.....	131
Quadro 19 - Tipos de uso de MC e alguns fatores de influência em seu uso	141
Quadro 20 - Estrutura do questionário	157
Quadro 21 - Habilidade a ser discutida	159
Quadro 22 - Horários de aula observados da professora Rosácea	164
Quadro 23 - Horários de aula observados do professor Delta.....	164
Quadro 24 - Tempo de entrevista da professora Rosácea	167
Quadro 25 - Tempo de entrevista do professor Delta.....	167
Quadro 26 - Aspectos profissionais valorizados pela professora Rosácea.....	177
Quadro 27 - Tarefas aplicadas na sala de aula da professora Rosácea	184
Quadro 28 - Critérios considerados pela professora para seleção de livro didático	211
Quadro 29 - Associação entre os recursos curriculares e os critérios de seleção de livro didático	214
Quadro 30 - Obras didáticas consultadas pela professora Rosácea	223
Quadro 31 - Limitações dos recursos curriculares do livro didático	233
Quadro 32 - Recursos curriculares do plano de aula do Mathema.....	239
Quadro 33 - Relação convergente entre o material curricular e o currículo prescrito	246
Quadro 34 - Questões do LD usadas em sala de aula	247
Quadro 35 - Relação divergente entre o material curricular e o currículo prescrito	249
Quadro 36 - Relações crítica e transcendente na interação entre professor e material curricular	260

Quadro 37 - Aspectos profissionais do professor Delta.....	264
Quadro 38 - Critérios valorizados pelo professor no livro didático	284
Quadro 39 - Relação divergente entre o material curricular e o currículo prescrito	302
Quadro 40 - Manifestações de concepções de Matemática e seu ensino pela professora Rosácea	313
Quadro 41 – Manifestações de concepções de Matemática e seu ensino pelo professor Delta.....	314

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Frequência de Resolver/Elaborar na BNCC (2018)	114
Tabela 2 - Frequência de habilidades na BNCC (2018) por unidade temática e ano	115
Tabela 3 - Tempo de aula e de descrição da professora Rosácea.....	163
Tabela 4 - Tempo de aula e de descrição do professor Delta	164
Tabela 5 - Assuntos abordados na entrevista	166

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Relação entre principais conceitos e crenças	39
Figura 2 - A concepção e a metáfora do fluído.....	51
Figura 3 - Volume do fluído ABCD	52
Figura 4 - Coalização de forças aplicadas na concepção.....	53
Figura 5 - Relações entre concepções de Matemática e de seu ensino	56
Figura 6 - Categorizações de concepção	67
Figura 7 - Unidades de análise de concepções de Matemática e seu ensino.....	68
Figura 8 - Semicírculo da transmissão do conhecimento	74
Figura 9 - Semicírculo da construção do conhecimento	84
Figura 10 - Fatores que determinam o Currículo de um Sistema Educativo	88
Figura 11 - Aspectos pedagógico e organizacional de um Currículo	91
Figura 12 – A objetivação do Currículo no processo de seu desenvolvimento	93
Figura 13 - Currículos analisados na tese	96
Figura 14 - Currículos prescrito, apresentado e em ação	97
Figura 15 - Características das ideias fundamentais	109
Figura 16 - Comparativo das ideias fundamentais da Matemática	111
Figura 17 - Estrutura da habilidade BNCC	114
Figura 18 - O que são os materiais curriculares?	135
Figura 19 - The Design Capacity for Enactment (DCE) Framework	143
Figura 20 - Representação esquemática do PDC de Jessie	150
Figura 21 - PDC e a centralidade das concepções	151
Figura 22 - Processo de seleção de professores na 1ª fase.....	159
Figura 23 - Percurso metodológico na 2ª fase.....	160
Figura 24 - Estrutura metodológica das relações estabelecidas na pesquisa.....	169
Figura 25 - Papel do professor com tendência à concepção construtivista da matemática e seu ensino	181
Figura 26 - Tarefas matemáticas aplicadas na perspectiva de um professor com tendências à concepção construtivista sobre a Matemática e seu ensino	196
Figura 27 - Metodologia desenvolvida nas aulas.....	202
Figura 28 – O lugar dos conteúdos matemáticos numa perspectiva de ensino construtivista.....	209
Figura 29 - Estrutura de análise do MC e de sua relação com o CPE	224
Figura 30 - Representação algébrica de sequência figural.....	227
Figura 31 - Expressar duas grandezas por meio de letras	228
Figura 32 - Generalização com uso de letras	228
Figura 33 - Valorização do simbolismo algébrico no livro didático	232
Figura 34 - Relações entre material curricular e Currículo Prescrito de Matemática de PE da professora Rosácea	240
Figura 35 - Parte do plano de aula do Mathema	243
Figura 36 - Tendência à concepção construtivista da matemática e seu ensino: tipos de relação com materiais curriculares e seus usos	249
Figura 37 - DCE ampliado com o tipo de uso criação.....	257

Figura 38 - Papel do professor com tendência à concepção transmissiva da matemática e seu ensino	267
Figura 39 - Registro de aula do professor Delta: Definições e exemplos	273
Figura 40 - Formalização do LD do 7º ano do princípio da igualdade	294
Figura 41 - Propriedades de uma igualdade no LD do 7º ano	294
Figura 42 - Princípio multiplicativo na resolução de equação	295
Figura 43 - Atividades do LD do 7º ano sobre propriedades da igualdade	295

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

CAED – CENTRO DE POLÍTICAS PÚBLICAS E AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO

CAPEs – COORDENAÇÃO DE APERFEIÇOAMENTO DE PESSOAL DE NÍVEL SUPERIOR

CK – CONHECIMENTO DO CONTEÚDO

CM – CONCEPÇÃO DE MATEMÁTICA

CNE – CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

CME – CONCEPÇÃO DE MATEMÁTICA E SEU ENSINO

CPE – CURRÍCULO DE PERNAMBUCO

DCE – DESIGN CAPACITY FOR ENACTMENT

DCN – DIRETRIZES CURRICULARES NACIONAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA

ENEM – EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO

EUA – ESTADOS UNIDOS DA AMÉRICA

GRE – GERÊNCIAS REGIONAIS DE EDUCAÇÃO

IMUK – INTERNATIONALE MATHEMATISCH UNTERRICHTSKOMMISSION

LD – LIVRO DIDÁTICO

LDB – LEI DIRETRIZES E BASES DA EDUCAÇÃO NACIONAL

MC – MATERIAL CURRICULAR

MCE – MATERIAL CURRICULAR EDUCATIVO

MEC – MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

MKT – CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO

MMM – MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA

MTSK – CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

NCATE – CONSELHO NACIONAL PARA CREDENCIAMENTO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

NCTM – NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS

OCB – ORGANIZADOR CURRICULAR POR BIMESTRE

OCDE – ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO

ORE – OBSERVATÓRIO DAS REFORMAS EM EDUCAÇÃO

PDC – CAPACIDADE DE DESIGN PEDAGÓGICO

PE – PERNAMBUCO

PCK – CONHECIMENTO PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO

PCN – PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS

PISA – PROGRAMA INTERNACIONAL DE AVALIAÇÃO DE ESTUDANTES

PNLD – PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO

PNE – PLANO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

PPP – PROJETO POLÍTICO PEDAGÓGICO

RP – RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

SEB – SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA

SEE-PE – SECRETARIA DE EDUCAÇÃO E ESPORTES DE PERNAMBUCO

SIDM – SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN EM EDUCACIÓN

SIEPE – SISTEMA DE INFORMAÇÕES DA EDUCAÇÃO DE PERNAMBUCO

TCC – TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

TSD – TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

UNDIME – UNIÃO DOS DIRIGENTES MUNICIPAIS DE EDUCAÇÃO

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	21
1.1 PROBLEMÁTICA	26
1.2 QUESTÃO DE PESQUISA / HIPÓTESE / OBJETIVOS	37
2 CONCEPÇÕES	38
2.1 DISTINÇÃO ENTRE CRENÇA E CONHECIMENTO	38
2.2 DISTINÇÃO ENTRE CRENÇAS E CONCEPÇÃO	41
2.3 AS CONCEPÇÕES E SUAS IMPLICAÇÕES PARA O ENSINO	43
2.4 ALGUMAS CONCLUSÕES SOBRE AS CONCEPÇÕES	49
2.5 A METÁFORA DOS FLUÍDOS	51
2.6 CONCEPÇÕES FILOSÓFICAS E EPISTEMOLÓGICAS DA MATEMÁTICA E A RELAÇÃO COM SEU ENSINO	54
2.7 ASPECTOS ANÁLITICOS DAS CONCEPÇÕES DE MATEMÁTICA E SEU ENSINO: CARACTERIZAÇÕES	67
2.7.1 Tendência à concepções transmissivas	69
2.7.2 Tendência à concepções construtivistas	74
3 CURRÍCULO E MATERIAL CURRICULAR DE MATEMÁTICA	85
3.1 O CURRÍCULO E SEUS ELEMENTOS CONSTITUTIVOS	85
3.2 FASES DO CURRÍCULO	92
3.3. BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR: ÁREA DE MATEMÁTICA DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	97
3.3.1 Conhecimento matemático	99
3.3.2 Letramento matemático	101
3.3.3 Processos matemáticos	102
3.3.4 Competências específicas	103
3.3.5 Ideias fundamentais	106
3.3.6 Unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades	112
3.3.7 Recursos didáticos	117
3.4 CURRÍCULO DE MATEMÁTICA DO ESTADO DE PERNAMBUCO	119
3.4.1 A Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental	121
3.4.2 Breve síntese dos aspectos didáticos e metodológicos valorizados no CPE para a área de Matemática	128
3.5 MATERIAL CURRICULAR	130
3.5.1 Materiais curriculares como artefatos	131

3.5.2 Características dos materiais curriculares	133
3.5.3 Os materiais curriculares educativos	134
3.5.4 O que são os materiais curriculares	135
3.5.5 A relação dos materiais curriculares com o ensino	136
3.5.5.1 Fases ou etapas no processo de interação entre materiais curriculares e professor	138
3.5.5.2 Estrutura de análise de materiais curriculares: tipos de uso, recursos do professor e recursos dos materiais curriculares	139
3.5.5.3 A capacidade de design pedagógico (PDC).....	147
3.5.5.4 O PDC e a centralidade das concepções.....	151
4 METODOLOGIA	153
4.1 PESQUISA DE ENFOQUE QUALITATIVO	153
4.2 FASES E ETAPAS DO DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA	155
4.3. INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS.....	160
4.3.1 Questionário	161
4.3.2 Observações de aula	161
4.3.3 Entrevista	165
4.3.4 Análise documental	167
4.4 PROCEDIMENTOS ANALÍTICOS	168
5. ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	172
5.1 PROFESSORA ROSÁCEA.....	173
5.1.1 Tendência à concepção construtivista sobre a matemática e seu ensino	177
5.1.2 Relações entre os materiais curriculares e o currículo de matemática de Pernambuco	222
5.1.3 Relações entre tendência à concepção sobre a matemática e seu ensino e os usos dos materiais curriculares	241
5.1.4 Tendência à concepção construtivista sobre a matemática e seu ensino, materiais curriculares e currículo prescrito: Relações	257
5.2 PROFESSOR DELTA	261
5.2.1 Tendência à concepção transmissiva sobre a matemática e seu ensino	264
5.2.2 Relações entre os materiais curriculares e o currículo de matemática de Pernambuco	290
5.2.3 Relações entre tendência à concepção sobre a matemática e seu ensino e os usos dos materiais curriculares	298

5.2.4 Tendência à concepção transmissiva sobre a matemática e seu ensino, materiais curriculares e currículo prescrito: Relações	303
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	308
REFERÊNCIAS.....	322
APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DE SELEÇÃO DE PROFESSORES: 1ª FASE.....	352
APÊNDICE B – PERGUNTAS DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA.....	354
APÊNDICE C – PERGUNTA E RESPOSTA DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA PROFESSORA ROSÁCEA	355
APÊNDICE D – DESCRIÇÃO DAS AULAS DA PROFESSORA ROSÁCEA.....	363
APÊNDICE E – PERGUNTA E RESPOSTA DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA PROFESSOR DELTA	396
APÊNDICE F – DESCRIÇÃO DAS AULAS DO PROFESSOR DELTA.....	405
ANEXO A – FICHA DE EXERCÍCIOS APLICADA EM 15/08/2022.....	413
ANEXO B – CAPÍTULO DO LIVRO DIDÁTICO DO 6º ANO ADOTADO PELA ESCOLA DA PROFESSORA ROSÁCEA	415
ANEXO C – PÁGINA DO LIVRO DIDÁTICO ADOTADO PELA ESCOLA DA PROFESSORA ROSÁCEA QUE SINALIZA A DISCUSSÃO DA HABILIDADE EF06MA14	429
ANEXO D – MATERIAL CURRICULAR DO MATHEMA NOVA ESCOLA CONSULTADO PELA PROFESSORA ROSÁCEA	430
ANEXO E – TAREFAS PLANEJADAS PELA PROFESSORA ROSÁCEA PARA A AULA 01	433
ANEXO F - TAREFAS PLANEJADAS PELA PROFESSORA ROSÁCEA PARA A AULA 02	434
ANEXO G - TAREFA PLANEJADA PELO PROFESSOR DELTA APLICADA NA 2ª AULA	436
ANEXO H - CAPÍTULO DO LIVRO DIDÁTICO DO 7º ANO USADO PELO PROFESSOR DELTA.....	437
ANEXO I - SEÇÃO DO LIVRO DIDÁTICO DO 6º ANO ADOTADO PELA ESCOLA DO PROFESSOR DELTA.....	440

1 INTRODUÇÃO

O interesse em pesquisar sobre como os professores leem e interpretam orientações, teorizações envolvendo a Matemática subjacente em documentos curriculares foi gradativamente ganhando forma à medida em que ensinava Matemática. Ao iniciar minha experiência como docente na Educação Básica, a relação com o currículo foi quase inevitável, sua fundamentação sobre mediação das situações de aprendizagem, ideias de base sobre os conteúdos a ensinar, princípios de como desenvolver o ensino, explicações matemáticas na elucidação de problemas históricos, previsão de problemas decorrentes de obstáculos didáticos e de como minimizá-los, relacioná-lo com a prática docente, se fazia necessário.

A minha relação com o Currículo de Matemática passou a se intensificar quando comecei a exercer a atividade docente. Fui percebendo o tanto de conhecimento que estava em jogo na regência de uma aula: os didáticos, os de áreas afins, os de metodologia, o de conteúdo, o de como avaliar a aprendizagem dos estudantes, o de currículo, por exemplo. Essa preocupação faz sentido quando olhamos pelo prisma de Shulman (1986, 1987).

Este autor, defendendo a docência como uma profissão, mostra a necessidade de uma base de conhecimento necessários e indispensáveis para o exercício da função. Segundo Shulman (2014), se o conhecimento do professor fosse organizado numa enciclopédia ele seria composto, ainda que minimamente, em sete e um desses é o do currículo. (idem acima).

Tal conhecimento, está relacionado ao conhecimento do professor sobre os programas e os materiais que servem de apoio para o seu trabalho, diz respeito às características e os objetivos da etapa escolar, os princípios preconizados para o ensino e a aprendizagem.

Nesse sentido, procurava me apropriar das orientações curriculares sobre o ensino a partir desses conhecimentos com a intenção de compreender as reflexões que estavam sendo feitas para o exercício da profissão. O conhecimento que possuía, interagia com esses documentos.

Um dos primeiros documentos curriculares que me permitiu refletir sobre o ensino de matemática foram os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Ainda que na graduação tenha tido um contato inicial nas aulas de *Metodologia do Ensino de*

Matemática, no primeiro semestre de 2003, foi no exercício da minha docência que me senti influenciado a estudá-los com mais profundidade a fim de compreender o porquê de determinadas escolhas didático-metodológicas, a relação entre os objetivos de se ensinar Matemática e sua estreita relação com as habilidades a serem ampliadas, como os livros didáticos deveria fazer a ponte entre as orientações curriculares e o ambiente de sala de aula.

Os PCN sinalizavam para as aulas que a Resolução de Problemas era o ponto de partida para o “fazer matemática”. Esta metodologia, assim como outras, a exemplo da Modelagem Matemática, pressupunha que o saber matemático seria um conjunto de conceitos conectados entre si e articulados com outros conceitos com o objetivo de ampliar a relação dos estudantes no que tange à Matemática, destacando que esta é um todo coeso, capaz de lhes ajudar a desenvolver estratégias, criar soluções, pensar de modo autônomo (Brasil, 1998). Os PNC apresentavam a ideia de um ensino de Matemática que caminhava de encontro ao da reprodução, memorização, repetição de fatos, valorização de procedimentos, mecanismos estes muito valorizados historicamente no ensino desta disciplina. Estava em pauta a discussão entre uma concepção de Matemática e seu ensino (CME) mais tecnicista e uma concepção de ensino voltada para a resolução de problemas.

A minha efetiva apropriação do conceito de Matemática e das ideias centrais para o seu ensino demandou um tempo em meio aos desafios que estavam à frente. Um exemplo de desafio era a linguagem utilizada nos textos, a qual, muitas vezes, dificultava minha compreensão. Inicialmente, certas palavras contidas nesses materiais como: “interdisciplinaridade”, “situações-problema”, “validação de processos”, soavam um tanto quanto complexas para meu entendimento. Não obstante, após muitas outras leituras paralelas, muitas conversas e discussões com colegas de profissão, fui conseguindo um pouco de clareza das intenções do documento e de sua materialidade na prática.

Percebi, portanto, que os currículos prescritos elaborados e publicados pelas editoras, bem como os materiais curriculares (MC), possuem um caráter geral, servindo de suporte para o professor, ajudando-os no desenvolvimento os conteúdos matemáticos, na medida em que trazem ideias e sugestões didáticas e metodológicas. Para Antunes e Januario (2021), esses materiais podem ser livros didáticos, cadernos de atividades, materiais apostilados, objetos de aprendizagem, projetos de ensino e sequências didáticas. São ferramentas do trabalho dos professores que, ao incorporar

a Matemática, “apresentam inovações pedagógicas em termos de orientações de ensino e abordagens diferenciadas daquelas comumente adotadas pelos professores” (Antunes; Januario, 2021, p. 258).

Hoje, com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que apesar de não ser o currículo prescrito, mas sim, uma referência para a construção dos currículos estaduais e municipais, muitos livros apresentam no próprio capítulo, quais as habilidades que serão desenvolvidas e quais as competências, gerais e específicas, que estão ampliando. Segundo Davis e Krajcik (2005), os materiais curriculares servem para desenvolver, mediar, auxiliar o professor nas atividades de ensino. No caso da Matemática, ela é uma disciplina que historicamente está associada ao uso de livro didático (Valente, 2008).

Apesar de estáticos, físicos, esses materiais comunicam ideias sobre a Matemática e seu ensino por meio das atividades, dos tipos e natureza dos exercícios, de como introduzem um assunto, por exemplo, a ponto de o professor usá-los de formas distintas. A maneira como o professor usa esses materiais curriculares tem se constituído num campo teórico, que vem ampliando seus estudos com frequência (Soares; Januario; Santos, 2020).

Estudos como os de Brown (2002, 2009) e Brown e Edelson (2003), evidenciam que a relação entre o professor e os materiais curriculares é uma relação dinâmica, bidirecional, com cada um deles munidos de recursos, que a depender de como eles interagem, impactam no seu tipo de uso.

Brown (2002, 2009) apresenta três tipos de usos: *reprodução*, *adaptação* e *improvisação*. Na *reprodução*, o professor usa o material seguindo aquilo que está preconizado. Ele acredita nas potencialidades do material. Na *adaptação*, ele altera ou acrescenta alguma situação apresentada no material e finalmente, na *improvisação* o professor utiliza suas estratégias com o mínimo de confiança nos materiais. Destaque-se que na *improvisação*, nem sempre as ações dos professores convergem para os objetivos propostos para a aula ou para aqueles apresentados pelos materiais curriculares.

Brown (2002, 2009), salienta, que cada um desses agentes possui recursos e que é por meio da maneira pela qual eles interagem, que se determina o tipo de uso por parte do professor. A adaptação, a improvisação e a reprodução são o resultado de um processo de seleção, interpretação, leitura que os professores realizam nos materiais. Um mesmo livro pode ser usado pelos professores de maneiras distintas.

Sobre a seleção de livros, Garnica (2008), destaca que há uma tendência de o professor escolher um livro com base em suas crenças, convicções, pois seu entendimento e sua compreensão de como os conteúdos matemáticos serão ensinados devem estar amparados por uma obra que lhe assegure levar adiante aquilo que ele acredita para o ensino.

Tal fato está em concordância com os achados de Brown (2002, 2009). Este pesquisador menciona, que tanto os professores quanto os materiais curriculares, são agentes que possuem recursos, os *recursos curriculares* e os *recursos do professor*. As crenças e concepções são mencionadas por este autor, como um dos recursos do professor. Ou seja, na avaliação de um livro didático, as concepções sobre a Matemática e seu ensino o influenciam em suas escolhas, mostrando que não há neutralidade nesse processo interacional.

Brown (2002, 2009) destaca, que os *recursos curriculares* são: *procedimentos, representações de domínio e objetos físicos*. Os *objetos físicos* dizem respeito às características físicas do material curricular como número de páginas, ilustração, qualidade do material, fonte. Os *procedimentos* são orientações e procedimentos que os materiais fornecem ao professor e ao aluno. Eles comunicam as tarefas a serem realizadas, orientações didáticas, sugestões de outros recursos, sites, jogos. As *representações de domínio*, referem-se aos conceitos e conteúdos matemáticos (Januario, 2017).

Os *recursos do professor* são: *suas crenças e objetivos, conhecimento do conteúdo e conhecimento pedagógico do conteúdo*. As *crenças e objetivos* são seus compromissos e ideias que orientam suas escolhas. A ideia de *conhecimento do conteúdo e pedagógico do conteúdo* é oriunda de Shulman (1998, 1999). O primeiro se refere ao conhecimento da matéria em si, aos conteúdos, estratégias metodológicas da matemática e, o segundo, às estratégias de ensino, em como ensinar os conteúdos matemáticos.

Destacamos em nossa tese o papel das concepções de Matemática e de seu ensino dos professores pelo fato de ser um objeto de pesquisa consolidado na literatura em educação Matemática (Thompson, 1997; Barrantes; Blanco, 2009; Benítez, 2011; Bicudo, 1999; Câmara dos Santos, 2002; Carrillo; Contreras-González, 1995; Cury, 1994; Fiorentini, 1994; Flores, 1998; Guimarães, 2010; Menezes, 1995; Ponte, 1992, 1993, 1994b, 1999, 2005; Segurado; Ponte, 1998).

Câmara dos Santos e Lima (2010), numa referência a Chevallard (1991), destacam, que um conteúdo de saber passa por um processo de transformação até tomar lugar entre os objetos de ensino na escola, indo de *saber científico*, produzido nas academias e centros de pesquisa, passando pelo *saber a ensinar*, presente nos referências curriculares e livros didáticos até *saber ensinado*, momento em que o professor interpreta o texto do saber, realizando seleções, modificações, reorganizações diante de seus anseios, visões, concepções. Eles afirmam que é nesse terceiro momento que o professor toma a decisão sobre qual perspectiva ensinará, sendo os dois *focos mais comuns*, apresentados por eles, *transmissão ou construção*, evidenciando duas tendências de *concepções de Matemática e de seu ensino*, que chamamos em nossa tese de *transmissivas e construtivistas*.

A ideia de concepção desenvolvida em nossa tese, parte do princípio de que tais concepções tendem a explicitar dinâmicas e processos distintos na ação do professor de matemática. De um lado, um professor que assume o papel fundamental de fornecer informações, sistematizar o assunto, explicando como se faz para depois o estudante aplicar o que lhe foi exposto tem tendências de concepção transmissiva. Do outro, o professor que não procura explicar tudo, mas que problematiza situações, incentiva a descoberta e a exploração dos conceitos tem tendência à concepção construtivista. Ponte (2005), destaca que é possível que um professor com tendência construtivista realize sistematizações e aplique exercícios. No entanto, tais práticas ocorrem de forma esporádica, pontual. O mesmo acontece com o professor com tendência à concepção transmissiva. Ele suscita a participação dos estudantes, mas de forma pontual. “Não é uma ou outra tarefa pontual mais interessante que marca o estilo de ensino, mas sim o tipo de trabalho usual na sala de aula. [...], a **tendência geral do trabalho desenvolvido**” (p. 14, grifo do autor).

Entendemos que *duas relações estão evidenciadas na literatura científica*, uma entre o professor, com suas concepções sobre a Matemática e seu ensino e o material curricular (Brown, 2002, 2009) e *outra*, entre currículo prescrito e material curricular (Sacristán, 2000).

Diante disso, uma questão primordial para esta pesquisa é: quais são as implicações da relação entre as concepções dos professores sobre a Matemática e seu ensino e os materiais curriculares para a leitura e interpretação que esses professores fazem das prescrições curriculares?

Nesse sentido, os participantes de nossa pesquisa são dois professores, um com tendência à concepção construtivista e outro transmissiva, ambos atuando em escolas públicas dos anos finais do ensino fundamental, mas precisamente no 6º ano. Quanto ao currículo prescrito, será o adotado no Estado de Pernambuco, construído em 2019. Quanto aos materiais curriculares, serão aqueles usados pelos professores.

No **capítulo 2**, discutimos sobre concepções, procurando distingui-la das crenças e do conhecimento e adentramos no campo das concepções filosóficas e epistemológicas da Matemática e seu ensino tomando como referência estudos na área de educação Matemática. Além disso, caracterizamos as duas tendências de concepção de ensino de Matemática usadas na nossa pesquisa, a construtivista e a transmissiva, como suporte para as categorias de análise.

No **capítulo 3**, discorremos sobre as caracterizações e conceituações de currículo e material curricular apresentando as devidas fundamentações teóricas. Neste mesmo capítulo, tecemos comentários sobre a BNCC e sua relação com o currículo prescrito de Pernambuco para a área de Matemática.

No **capítulo 4**, apresentamos os procedimentos metodológicos adotados que, por sua vez, estão fundamentados nos princípios de uma abordagem qualitativa. Neste capítulo, detalhamos como foram construídos os instrumentos e quais foram utilizados na pesquisa.

No **capítulo 5**, apresentamos as análises e a discussão dos resultados.

1.1 PROBLEMÁTICA

O objeto de estudo desta pesquisa situa-se no âmbito da relação existente entre professor e material curricular, com destaque nas concepções de ensino de Matemática deste profissional.

No desenvolvimento de suas aulas, os professores criam oportunidades de aprendizagem, à medida que recorrem a uma série de recursos cognitivos e materiais para atingir seus objetivos de ensino (Brown; Edelson, 2001). Segundo estes autores, os reformadores de currículo acreditam que os materiais curriculares têm sido um mecanismo usado para influenciar as práticas dos professores, muito embora com pouco sucesso. Ainda segundo eles, o fracasso das reformas curriculares deve-se a vários fatores: resistências às mudanças das práticas, conflito com as crenças dos

professores, choque entre as políticas educacionais e a realidade da sala de aula, falta de formação continuada e apoio ao trabalho do professor.

No contexto brasileiro, um dos obstáculos para que os objetivos e ideias propostas no currículo não sejam materializáveis em sala de aula se deve a interpretações equivocadas de concepções pedagógicas subjacentes nesses documentos (Brasil, 1998).

Tais fatos sinalizam para o entendimento de que os currículos e os materiais curriculares que deles advém não são neutros, nem isentos de intencionalidade. Eles existem para servir de referência ao trabalho docente e influenciar na mudança de práticas. Eles explicitam ideias, visões sobre o ensino, sobre os tópicos de conteúdos específicos cujo objetivo é de que sejam experienciadas em sala de aula.

Esse fato evidencia que os professores agem sobre esses documentos e tomam decisões que podem ir ao encontro do proposto à medida que os leem, interpretam, avaliam, selecionam (Brown, 2009; Remillard, 2005, 2009, 2012).

É razoável considerar que os professores confrontam suas concepções de ensino de Matemática com as preconizadas no currículo prescrito ou no material curricular, ainda que estas não sejam explicitadas diretamente. Ponte (1993) destaca, num estudo realizado sobre as concepções dos professores de matemática, que uma concepção sobre o ensino de Matemática preconizada nos currículos contrária a dos professores é motivo de resistência.

Ball e Cohen (1996) destacam o contexto norte americano sobre o uso de materiais curriculares, mais precisamente de livro didático, expondo algumas conjecturas do porquê de muitos desses materiais não serem bem aceitos. Uma das razões deve-se ao fato de os desenvolvedores de materiais não considerarem como deveriam, a figura do professor no processo de ensino dos estudantes. Tal postura fez com que houvesse uma fuga para criação de currículos próprios por parte dos professores, uma vez que esses materiais não atendiam suas reais necessidades. Pelo descrédito a esses materiais, se criou a cultura de que professor que inventa a lição é “criativo e imaginativo¹” (Ball; Cohen, 1996, p.6).

Outra razão apontada por esses pesquisadores é a de que, apesar dos materiais explicitarem situações de aprendizagem para os alunos, eles só podem prever parcialmente o que de fato, facilitará a aprendizagem dos alunos; e por isso,

¹ Tradução nossa de: creative and imaginative

os professores necessitam realizar modificações nestes materiais com vistas a se adequar aos seus próprios alunos e, quando assim fazem, acabam por se distanciar das intenções centrais dos seus planejadores. Com o passar do tempo, isso foi contribuindo para uma certa rejeição aos textos curriculares e inibindo a “consideração cuidadosa do papel construtivo que o currículo possa desempenhar²” (Ball; Cohen, 1996, p. 6).

Ball e Cohen (1996), apontam como hipótese para justificar a dificuldade na aproximação dos currículos, a pouca atenção dada pelas pesquisas ao “papel que os professores desempenham na criação de currículo” (Ball; Cohen, 1996, p. 7) e defendem a ideia de que estes materiais podem contribuir com a prática profissional, tendo como premissa uma compreensão da natureza do ensino. Defendem, que estes materiais devem promover a aprendizagem dos professores, contemplando situações comentadas por outros professores, como o que os alunos pensam a resolução de tais atividades, por exemplo.

A análise de Ball e Cohen (1996) os levam a considerar a existência de cinco domínios ou aspectos interrelacionados e que são evocados pelo professor no momento que este desenvolve o currículo em sala de aula.

O primeiro considera o que os professores pensam sobre os estudantes, como estes aprendem e o que sabem sobre determinado assunto. O segundo, diz respeito as suas compreensões sobre o material curricular e como eles interpretam as ideias veiculadas. O terceiro domínio, trata da maneira como os professores moldam ou usam os materiais curriculares para seus estudantes. O quarto, concerne contexto social em que a classe está inserida. O último aspecto de influência no desenvolvimento curricular, são as opiniões dos professores sobre o que pais, profissionais da educação de um modo geral e o que as organizações de ensino pensam sobre este. Eles interpretam essas ideias e as consideram na sala de aula.

Percebe-se que cada um desses domínios se relaciona com o entendimento do professor sobre vários assuntos. Consiste no que eles pensam ou compreendem sobre o ensino de Matemática, a aprendizagem matemática, o papel dos materiais curriculares em sala de aula, aspectos mais amplos como as políticas públicas educacionais, o que as famílias pensam sobre a escola, o potencial dos estudantes, etc. As autoras concluem dizendo que “um projeto curricular aprimorado levaria em

² Tradução nossa de: careful consideration of the constructive role that curriculum might play

consideração o trabalho dos professores em cada um desses domínios³” (Ball; Cohen, 1996, p. 7).

O aprofundamento da compreensão das relações entre concepções sobre a Matemática e seu ensino perpassa pela relação que o professor estabelece com os materiais curriculares advindos das prescrições. Em sentido prático, as prescrições oficiais do currículo se inserem num primeiro nível de desenvolvimento curricular, sendo voltadas para subsidiar a construção de materiais que sejam mais próximos dos professores.

No que tange à relação entre currículo e material curricular, ancoramos nossa fundamentação em Sacristán (2000). Este autor fala de desenvolvimento curricular ou processo curricular para esclarecer que o currículo assume nomenclaturas e caracterizações distintas a depender de sua função e propósito.

No primeiro nível curricular, encontra-se o currículo prescrito. Este é construído para orientar as atividades em sala de aula e se caracteriza por apresentar diretrizes e princípios gerais. Nesse sentido, torna-se pouco operativo para o trabalho docente.

No segundo nível, encontra-se o currículo apresentado, que são meios para o desenvolvimento dos conteúdos curriculares, uma vez que procuram explicitar *como* o professor pode colocar em prática as ideias promulgadas do currículo prescrito. Nesse nível encontram-se os materiais curriculares. As Secretarias de Educação e outras instituições comprometidas com a educação, produzem esses materiais curriculares de suporte para estruturar a ação didática (Palanch, 2016), numa linguagem mais prática e didática.

Esses materiais curriculares procuram traduzir o que preconizam os documentos oficiais de ensino quando explicitam possibilidades de ensino da Matemática. Tais materiais costumam separar os temas em unidades e/ou capítulos, apresentar os objetivos de aprendizagem a serem desenvolvidos, possuir atividades para serem resolvidas em sala e em casa, projetos que podem ser construídos apenas com a Matemática ou com outras disciplinas, orientar os professores como quais conteúdos podem ser abordados, sugerir o uso de tecnologias digitais, e assim por diante. A ideia é instrumentalizar o professor para sua aula. Um suporte conceitual e metodológico agregador para o ensino.

³ Tradução nossa de: Improved curriculum design would take account of teachers' work in each of these domains.

No âmbito do sistema escolar, produzir livro didático, material de apoio ao trabalho do professor, sejam em meios físicos ou digitais é algo considerado natural. O próprio professor, por sua vez, também produz documentos para lhe auxiliar no desenvolvimento de sua prática escolar, bem como auxiliar o estudante na construção do conhecimento matemático; como também se relaciona com prescrições, com recursos digitais e materiais manipulativos, por exemplo.

Um desses materiais de muita influência no cotidiano do professor é o livro didático. Este recurso tem uma característica bem peculiar quando apresenta os conteúdos a serem ensinados, divididos em unidades ou capítulos por meio de uma abordagem metodológica escolhida pelo autor ou pelo grupo institucional que o elaborou. Este material está presente em praticamente todas as salas de aula e no caso de matemática seu uso é mais frequente ainda (Valente, 2008).

Dada a importância da relação existente entre professor e material curricular muitos pesquisadores têm se dedicado a investigar os desdobramentos e implicações dessa relação, ampliando esse campo de pesquisa (Brown, 2002, 2009; Brown; Edelson, 2001, 2003; Remillard, 2005, 2009, 2012, 2018; Davis *et al.*, 2014; Davis; Krajcik, 2005; Krajcik; Delen, 2017). No âmbito do ensino da Matemática trabalhos como os de Bueno (2017), Januario (2017), Lima (2017), Antunes e Januario (2021), Martins, Curi e Santos (2019), Pires e Curi (2013) são exemplos de pesquisa no cenário nacional.

Um dos estudos mais significativos que trata da interação professor e material curricular é o de Brown (2002, 2009). Segundo Anjos (2014) esse “pesquisador se fundamenta em uma perspectiva sociocultural Vygotskyana e em teorias cognitivistas para conceituar e teorizar a relação entre professores e materiais curriculares” (p. 58), muito útil na interpretação desses fenômenos.

Os estudos de Brown (2002, 2009) lhe permitiram concluir que a relação entre professores e material curricular é caracterizada pelo diálogo entre os elementos constitutivos dos recursos que cada um desses agentes possuem: Os *recursos do professor* e os *recursos dos materiais*. Os recursos do professor são: os *conhecimentos do conteúdo*, *conhecimento pedagógico do conteúdo* e *objetivos e crenças*. E os recursos curriculares são: *procedimentos*, *representações de domínio* e *objetos físicos*. Ele mostrou que a relação é um caminho de dupla via, pois ambos os recursos dialogam entre si, não sendo assim uma atividade estática, mas dinâmica.

Notemos que os elementos *objetivos e crenças* dos professores fundamentam e influenciam no momento que o professor interage com os materiais curriculares. Não se trata apenas dos seus conhecimentos sobre a matéria e de como ensinar os assuntos, mas também, da sua capacidade de perceber as potencialidades desse material à medida que lê e interpreta suas orientações metodológicas, os conteúdos curriculares e as tarefas que são propostas.

Os *objetivos e crenças* destacados por Brown (2002, 2009) enquanto recursos do professor são um tanto quanto genéricos, posto que não têm a intenção de estabelecê-los como único. No entanto, tal escolha carece de maiores discussões, tendo em vista que, na própria literatura em educação Matemática, há uma discussão sobre a relação entre *crenças e concepções*. Diga-se de passagem, que apesar deste autor construir um modelo representativo para relação professor-material curricular válido, seus estudos decorrem no âmbito da Ciência enquanto disciplina (Brown, 2002). Autores como Thompson (1992), Ponte (1992) e Carrillo (2014) distinguem *crenças de concepções* e sobre esse aspecto, nossa tese se desenvolve tomando as concepções sobre a Matemática e seu ensino como referência.

Brown (2009) construiu um modelo representativo, explicitando como polos da relação, o *professor e o material curricular*, e analisando tal relação em termos de uso. Concluiu que o professor pode usar o material de três formas distintas: *reproduzindo, adaptando ou improvisando*. Cada uma dessas formas é concebida, tomando como referência as *ideias preconizadas no material curricular* quanto aos aspectos da Matemática e seu ensino (em nosso caso). Um material curricular que preconiza um ensino de Matemática que, em certa perspectiva pode ser usado pelo professor de três formas diferentes.

Se sua concepção de ensino de Matemática está em sintonia com a do material, é provável que ele siga com mais facilidade aquilo que está sendo proposto (*reproduzindo*). Em contrapartida, se sua concepção de ensino difere da do material, é provável que haja uma tendência de ele *improvisar*, abandonar o que está preconizado no material e seguir um caminho sustentado pelas suas concepções de ensino. A *adaptação* ocorre quando o professor acredita no que é recomendado no material e que diante de situações inesperadas, muitas vezes precisa adaptar uma atividade para melhor atender os estudantes, mas sem se afastar das ideias defendidas por ele. Garnica (2008), salienta o papel das concepções na seleção de livros didáticos e destaca que os professores tendem a subverter o uso, que segundo

Brown (2009), isso se refere a adaptar ou improvisar quando conflita com aquilo que ele considera como correto. Os docentes usam os recursos com base em suas crenças, conhecimentos (Brown, 2009).

Os professores trazem suas próprias crenças e experiências de seus confrontos com o currículo para criar seus próprios significados e usam os materiais curriculares a partir das interpretações que fazem das intenções dos autores (Remillard, 2005, p. 220).

Lima (2014), realizou uma pesquisa com o objetivo de analisar como os professores que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental da rede estadual paulista interpretam e colocam em prática os diferentes tipos de orientações didáticas e como esses materiais são usados para ampliar os conhecimentos numéricos dos estudantes. Seus resultados confirmaram o que algumas pesquisas já sinalizam quanto a diversidade dos diferentes usos pelo mesmo professor. Mas identificando as adaptações como uso mais frequente e as concepções e crenças em relação ao conteúdo (números naturais e sistema de numeração decimal) e seu ensino como sendo as motivações para esse uso.

Pacheco (2015), realizou uma investigação de como duas professoras dos anos iniciais do ensino fundamental se relacionam com os materiais curriculares produzidos pela Secretaria da Educação de São Paulo, no eixo espaço e forma. Seus resultados indicaram que, numa mesma aula, as professoras usam os materiais de formas variadas a saber: reproduzindo, adaptando ou improvisando situações de ensino e que, esses diversos usos dos materiais, podem refletir as concepções dos professores. Uma de suas conclusões, aponta que os professores precisam se apropriar dos materiais utilizados como ferramentas de auxílio para o desenvolvimento de sua prática.

Januario (2017), teve como objetivo construir um marco conceitual que pudesse orientar a análise da relação entre o professor e os materiais curriculares de Matemática. Para isso, mapeou pesquisas sobre MC de Matemática, buscou compreender a relação estabelecida entre professores e MC e destacou os elementos centrais e seus significados na relação professor-MC. Um de seus resultados mostrou que os significados e sentidos que os professores atribuem a estes elementos centrais de seu marco conceitual dependem dos conhecimentos, crenças e valores da Matemática, de seu ensino, dos currículos e do processo formativo dos estudantes (p. 159).

Lima (2017), objetivou analisar e refletir sobre a relação entre professor e material curricular a partir dos recursos de cada um desses agentes. Ela deixa claro que os professores não são meros implementadores dos recursos curriculares, mas que “a partir de seus conhecimentos, experiências e crenças, interpreta, modifica, redesenha, adapta aquilo que está presente nos materiais curriculares a situações reais de sala de aula” (p. 111).

Pesquisas como as de Januario (2017), Pacheco (2015), Lima (2014) e Lima (2017), que tomam como referência os estudos de Brown (2002, 2009), reafirmaram que as crenças, as concepções e objetivos dos professores possuem papel decisivo nessa relação.

Quando os professores usam os materiais promovendo adaptações nos conteúdos propostos nem sempre convergem para as concepções de ensino preconizadas no material (Lima, 2017; Pacheco, 2015). Esse confronto de concepções, ideias e valores pode convergir ou não, a depender das interações que são estabelecidas.

O professor, enquanto sujeito autônomo, construiu um repertório de como o ensino de Matemática deve ser desenvolvido e essa construção é permeada por todo seu conhecimento adquirido ao longo de sua vida, permeada pelas suas crenças, pelas suas concepções.

Seria difícil imaginar que o professor, ao considerar um currículo prescrito ou um livro didático, não interagisse com eles no sentido de relação dialógica. Apesar de eles serem “objetos estáticos” eles são recursos (Adler, 2000), artefatos, instrumentos (Rabardel, 1995; Gueudet; Trouche, 2015), carregados de potencialidades que se comunicam com seus leitores. Essa perspectiva conceitual coloca os materiais curriculares numa posição relevante no sistema escolar, pois não são neutros ou imparciais. São agentes de transformação.

O que essas pesquisas têm evidenciado é que o processo de leitura e interpretação do material curricular estabelecem relação com as concepções dos professores de matemática gerando pontos de tensão. Elas apontam possibilidade de estudo quando tratam de aspectos ligados às concepções de ensino.

Considerando que a literatura em Educação Matemática tem evidenciado a existência de ao menos duas concepções sobre a Matemática e seu ensino presente na prática do professor de matemática (Handal, 2003; Ernest, 1996; Ponte, 2005; Câmara dos Santos; Lima, 2010), *construtivistas e transmissivas*, é prudente fazer

uma análise bem particular de como os professores com essas tendências lidam com materiais curriculares. No campo teórico em questão, até o momento, este recurso do professor tem sido abordado de forma genérica, não considerando tais concepções.

Pesquisas brasileiras têm se debruçado sobre a relação professor-material curricular ampliando o escopo de compreensão sobre o tema. Soares, Januario e Santos (2020) realizaram o *Estado do Conhecimento* com a intenção de saber o que as pesquisas brasileiras dizem sobre os materiais curriculares, os conceitos e as definições eleitos por seus autores e o que se conhece sobre a relação dos professores com materiais curriculares por meio delas. Eles mapearam 25 pesquisas entre teses e dissertações, entre 2013 e 2019. Nós ampliamos o escopo para 2022, no entanto, não encontramos nenhuma pesquisa concluída, o que nos fez considerar o mesmo intervalo que os autores.

Segundo eles, trabalhos como esses são essenciais para que se conheçam as produções na área, a fim de que se tome conhecimento do que ainda não foi abordado ou ainda, quais os pontos que carecem de maior aprofundamento. O Quadro 1 explicita algumas características dessas pesquisas.

Quadro 1 - Pesquisas brasileiras com foco em materiais curriculares

Nº	Pesquisador(a)	Título	IES	Conclusão
01	Lilian Aragão da Silva	Uma análise do texto pedagógico do planejamento do ambiente de modelagem matemática com a lente teórica de Basil Bernstein (Mestrado)	UFBA-UEFS	2013
02	Maiana Santana da Silva	A recontextualização de materiais curriculares educativos sobre modelagem matemática por professores nas práticas pedagógicas (Mestrado)	UFBA-UEFS	2013
03	Airam da Silva Prado	As imagens da prática pedagógica nos textos dos materiais curriculares educativos sobre modelagem matemática (Mestrado)	UFBA-UEFS	2014
04	Wagner Ribeiro Aguiar	A transformação de textos de materiais curriculares educativos por professores de matemática nas práticas pedagógicas: uma abordagem sociológica com a lente teórica de Basil Bernstein (Mestrado)	UFBA-UEFS	2014
05	Jamille Vilas Bôas de Souza	Professores de matemática e materiais curriculares educativos: participação e oportunidades de aprendizagens (Doutorado)	UFBA-UEFS	2015
06	Thaine Souza Santana	A recontextualização pedagógica de materiais curriculares educativos por futuros professores de matemática non estágio de regência (Doutorado)	UFBA-UEFS	2015
07	Wedeson Oliveira Costa	A participação de professores de Matemática e análise de materiais curriculares elaborados em um trabalho colaborativo (Mestrado)	UFBA-UEFS	2015

08	Jakeline Amparo Villota Enríquez	Estratégias utilizadas por professores que ensinam Matemática na implementação de tarefas (Mestrado)	UFBA-UEFS	2016
09	Cristiano da Silva dos Anjos	Crenças de um professor de Matemática que emergem em suas interações com um livro didático do ensino médio (Mestrado)	UFMS	2014
10	Jackeline Riquelme de Oliveira	Relações estabelecidas entre professores de Matemática do Ensino Médio e Livros Didáticos, em diferentes fases da carreira (Mestrado)	UFMS	2014
11	Shirlei Paschoalin Furoni	Conhecimentos mobilizados por professores de Matemática do Ensino Médio em suas relações com Livros Didáticos (Mestrado)	UFMS	2014
12	Silvana Ferreira Lima	Relações entre professores e materiais curriculares no ensino de números naturais e sistema de numeração decimal (Mestrado)	PUC-SP	2014
13	Débora Reis Pacheco	O uso de materiais curriculares de Matemática por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental para o tema Espaço e Forma (Mestrado)	PUC-SP	2015
14	Gilberto Januario	Marco conceitual para estudar a relação entre materiais curriculares e professores de Matemática (Doutorado)	PUC-SP	2017
15	Katia Lima	Relação professor-materiais curriculares em Educação Matemática: uma análise a partir de elementos dos recursos do currículo e dos recursos dos professores (Doutorado)	PUC-SP	2017
16	Simone Bueno	Uso de materiais curriculares por professores de Matemática (Doutorado)	PUC-SP	2017
17	Airam da Silva Prado	Processos de produção de materiais curriculares educativos em comunidade profissional de professores que ensinam Matemática (Doutorado)	UFBA-UEFS	2019
18	Paulo Diniz	Materiais curriculares educativos e professores que ensinam Matemática: mensagem, recontextualização e identidade pedagógica (Doutorado)	UFBA-UEFS	2017
19	Darling Domingos Arquieres	Materiais curriculares educativos e formação continuada de professores de Matemática (Mestrado)	UFRRJ	2019
20	Susan Quiles Quisbert	Relações de uma Professora Pesquisadora de sua própria prática com o uso de Materiais Didáticos Institucionais de Matemática (Mestrado)	Unicsul	2015
21	Marco Aurélio Jarreta Merichelli	Desenvolvimento Profissional e Implementação de Material Curricular: contribuições e desafios a serem enfrentados a partir da metodologia Estudo de Aula (Doutorado)	Unicsul	2018
22	Janaina Melo Souza	Materiais Curriculares Educativos de Matemática do PACTO/PNAIC: um olhar desde os critérios de idoneidade (Mestrado)	UESB	2018
23	Geisa Pereira Gomes	A Relação Professor-Materiais Curriculares no Ensino de Matemática: uma Análise sob a Perspectiva Ontossemiótica (Mestrado)	UESB	2019
24	Maria Eunice Souza Madriz	A Construção de Material Curricular Educativo: Mobilização de Conhecimentos por Professores de Matemática da EJA (Mestrado)	UNEB	2019

25	Cleicimara Regina Módolo Pico	Valores e significados percebidos na relação entre professores de matemática e o sistema de ensino licitado por uma rede municipal de ensino (Mestrado)	IFSP	2018

Fonte: Soares, Januario e Santos (2020, p. 36-38)

Como um dos resultados, esses autores observaram que o “olhar dos investigadores tem migrado das características físicas do material curricular para aspectos mais subjetivos da relação professor-material curricular” (p. 33).

Nesse conjunto de 25 pesquisas brasileiras, apenas a de Anjos (2014) trata de uma temática sobre *as crenças de um professor de matemática que emergem em suas interações com o livro didático*, que por sua vez, aparenta ter proximidade com nossa pesquisa. Este trabalho, discute crenças na perspectiva dos estudos de Alba Gonzalez Thompson e fundamenta a relação dos professores com material curricular em Mathew Willian Brown.

Anjos (2014), analisa a interação de um professor de matemática do ensino médio com o livro didático no ensino de logaritmo e trigonometria. Suas análises concluíram, que as crenças desse professor se originaram no processo escolar, perpassando pela vida acadêmica e se moldaram a suas experiências docentes. Tais crenças se constituíram na base do modelo de ensino defendido pelo docente e na sua relação com o livro didático. Quando a proposta do livro divergia de suas crenças sobre a Matemática e do seu modelo de ensino orientado aos estudantes ele *adaptava e/ou omitia* os recursos curriculares. Em contrapartida, o autor destaca que as *reproduções* eram mais frequentes quando os livros didáticos privilegiavam uma grande quantidade de exercícios convencionais e semelhantes entre si, com foco nas regras e técnicas automatizadas. Isso permitiu o autor concluir que a falta de reflexão crítica de suas crenças “resultou em grandes incoerências entre o seu pensamento e as suas práticas e a necessidade de repensar criticamente as **crenças tradicionalistas** no contexto da formação de professores de Matemática” (p. 7, grifo nosso).

Ao analisarmos o trabalho de Anjos (2014), sob as lentes das pesquisas sobre concepções construtivistas e tradicionais em educação Matemática percebemos que o seu professor participante possui uma prática matemática que se vincula a uma visão mais tradicional. No entanto, faz-se necessário uma maior investigação sobre a relação dessas concepções com os materiais curriculares usados pelos professores

a fim de ampliar as compreensões teóricas que tomam Brown (2002, 2009) e Remillard (2005, 2009, 2012, 2018) como referência.

Assim, diante dos que as pesquisas têm evidenciado, nossa tese se desenvolve com o objetivo de investigar as relações entre as concepções dos professores sobre a Matemática e seu ensino e os materiais curriculares e suas implicações nos processos de leitura e interpretação que esses profissionais fazem das prescrições curriculares.

1.2 QUESTÃO DE PESQUISA / HIPÓTESE / OBJETIVOS

Diante da problemática apresentada nossa questão de pesquisa é: Quais são as implicações da relação entre as concepções dos professores sobre a Matemática e seu ensino e os materiais curriculares para a leitura e interpretação que esses profissionais fazem das prescrições curriculares?

Nesse sentido, explicitamos nossos objetivos.

O nosso objetivo geral é investigar as relações entre as concepções dos professores sobre a Matemática e seu ensino e os materiais curriculares e suas implicações nos processos de leitura e interpretação que esses profissionais fazem das prescrições curriculares. Nossos objetivos específicos são:

- (1) Identificar as concepções de Matemática e seu ensino de dois professores da Rede Pública de Ensino de PE dos Anos Finais do Ensino Fundamental;
- (2) Analisar a relação entre a proposta de ensino de Matemática presente nos materiais curriculares consultados pelos dois professores e o currículo prescrito de Matemática de Pernambuco;
- (3) Analisar como os dois professores de Matemática usam os materiais curriculares;

2 CONCEPÇÕES

Pesquisas que discutem crenças, concepções e conhecimento são um tanto quanto desafiadoras haja vista a proximidade entre seus significados e por que não dizer da existência de um linha fina, às vezes quase imperceptível, capaz de dificultar a cerca limitante entre eles. Some-se a isso, a polissemia que carrega cada palavra. Mas dada sua importância e relação com o trabalho do professor em sala de aula é pertinente continuar investigando seus desdobramentos e destacar o que as pesquisas têm encontrado, como forma de trilhar caminhos para maiores esclarecimentos. Para a ciência os debates são sempre inesgotáveis.

Ao buscarmos maiores explicações sobre esses construtos nos deparamos com pesquisas oriundas das mais diversas áreas, não apenas no âmbito da Educação Matemática, mas em Filosofia, História, Teologia, Psicologia, Sociologia, Linguística, Sociolinguística; Medicina, Direito, Antropologia, Sociologia, Ciência Política e Negócios, discutindo tais temas. Dada esta ampla vivência em ambientes diversos é importante acompanhar seu estudo com muita cautela, pois os significados e definições podem partir de bases teóricas diferentes e resultar num entendimento deficiente.

Recorrer aos dicionários não é um caminho tão viável, muito embora reconheçamos que tais informações compiladas possuem uma grande serventia social. Acontece, que dado o escopo que determinados termos assumem nas pesquisas, utilizar apenas definições de dicionários seria desconsiderar as contribuições e avanços empreendidos nas mais diversas áreas. Apesar de nossa tese se concentrar nas concepções de ensino de Matemática entendemos que há uma responsabilidade intelectual de não deixar de lado discussão em torno da tríade crença – concepção – conhecimento.

2.1 DISTINÇÃO ENTRE CRENÇA E CONHECIMENTO

No que concerne a relação entre crença e conhecimento, Guimarães (2010) considera que eles se distinguem por duas dimensões: *o grau de convicção* e *o grau de consensualidade*, seguindo na mesma linha que Abelson (1979) e Nespor (1978).

O *grau de convicção* está associado ao grau de certeza que os indivíduos têm sobre os mais variados temas, acontecimentos, situações. As crenças permitem certo

grau de convicção. Um professor de matemática pode estar inteiramente convencido (crença) que o ensino que se pauta pela linearidade e obediência hierárquica dos conteúdos é o caminho didático que leva a uma aprendizagem efetiva. Em contrapartida, outro professor de matemática pode divergir desse tipo de ensino de Matemática ou até mesmo acreditar neste com algumas ressalvas.

Já o conhecimento não permite esta variabilidade de convicção. Considerando que conhecer algo é conhecer o significado, sendo que a significação de alguma coisa é ver esta coisa em suas múltiplas relações com outras (Dewey, 1979), não há sentido em dizer que conhecemos algo com muita ou pouca convicção. Tomando como exemplo o fato matemático Teorema de Pitágoras, dizemos que conhecemos ou não.

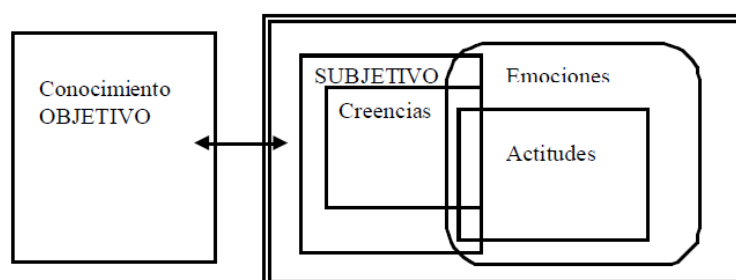
A segunda dimensão, o *grau de consensualidade*, implica na confrontação de ideias, na argumentação. As crenças são menos consensuais e não estão sujeitas a critérios de avaliação universal. Diferentemente do conhecimento, que é fruto de um longo “processo cumulativo de geração, de organização intelectual, de organização social e de difusão, elementos naturalmente não contraditórios entre si e que influenciam uns aos outros” (D’Ambrosio, 2012, p. 16).

Vila e Callejo (2006), nos dão um exemplo da distinção entre conhecimento e crenças. Para eles,

enquanto o teorema de Pitágoras é um conhecimento objetivo, pensar que o teorema de Pitágoras só é demonstrado de uma forma é uma crença, isto é, um conhecimento subjetivo, certamente arraigado no fato de não conhecer mais que uma demonstração. (p. 46, 47).

Gómez-Chácon (2003), também distingue *conhecimento* de *crença* quando situa estas no domínio subjetivo e aquele, no objetivo. Ela afirma que as *crenças* fazem parte do conhecimento subjetivo, são estruturas cognitivas que têm o papel de filtrar as informações recebidas e influenciam na construção da ideia de realidade e encontram-se em plena harmonia com o conhecimento objetivo. A Figura 1, a seguir nos mostra a relação entre os conceitos.

Figura 1 - Relação entre principais conceitos e crenças



Fonte: Gómez-Chacón (2003, p. 235)

Ponte (1994b), define conhecimento como sendo “*uma ampla rede de conceitos, imagens e habilidades inteligentes possuídas por seres humanos*”⁴ e em Ponte (1992), nos são apresentados três tipos de conhecimento: o *conhecimento científico*, o *conhecimento profissional* e o *conhecimento comum ou vulgar*. O conhecimento científico, se caracteriza pelo “esforço de racionalização, pela argumentação lógica e pelo confronto com a realidade empírica [...] e deve estar pronto a rever os seus pressupostos e quadros de referência, se tal for indispensável” (p. 7). O conhecimento profissional é caracterizado pelo acúmulo de uma grande experiência e pela relação de proximidade com o conhecimento científico. O conhecimento comum, valoriza os processos de socialização e troca de experiências.

Segundo esse autor *as crenças intervêm nos três tipos de conhecimento*.

Em todo o conhecimento, intervêm necessariamente as crenças. Existe um ponto, para além do qual não consegue ir a racionalidade humana, entendida como a capacidade de formular raciocínios lógicos, definir conceitos com precisão e organizar de forma coerente os dados da experiência. Para além da racionalidade entramos no domínio das crenças, que são indispensáveis, pois sem elas o ser humano ficaria virtualmente paralisado, sem ser capaz de determinar cursos de ação” (Ponte, 1992, p. 195).

A racionalidade que permeia o conhecimento científico e profissional tem seus limites. De sorte que, para além dessa racionalidade “entramos no domínio das crenças” (Ponte, 1992, p. 8). É exatamente no conhecimento vulgar que as crenças atuam com mais força. Segundo ele, as crenças e o conhecimento não são incompatíveis. Ele considera que o conhecimento possui duas partes: uma “pouco elaborada” e outra mais elaborada. Na “pouco elaborada”, predomina a falta de confrontação com a realidade (crenças) e no conhecimento mais elaborado predominam os aspectos experienciais e racionais.

Notamos uma distinção não disjunta. O que significa que, apesar de conceitos distintos, as crenças e o conhecimento possuem relação intrínseca, de modo que um começa quando o outro termina. As crenças se caracterizam pela subjetividade, filtram informações recebidas do mundo externo ao sujeito e influenciam na ideia de realidade. O conhecimento, pela consensualidade, pela confrontação de ideias, pelo poder da argumentação, é objetivo, racional.

⁴ Tradução nossa de: *Knowledge refers to a wide network of concepts, images, and intelligent abilities possessed by human beings.*

2.2 DISTINÇÃO ENTRE CRENÇAS E CONCEPÇÃO

Sobre a relação entre *crenças* e *concepção*, Guimarães (2010), pontua o pioneirismo dos estudos de origem anglo-saxónica na área de Educação Matemática, para mostrar que estes construtos aparecem associados com muita frequência e cita os trabalhos pioneiros de Alba Thompson como exemplo.

No trabalho que realizou em 1982, Thompson compreende que as concepções são constituídas por crenças e pontos de vista e que, após uma revisão desse conceito realizada depois de quase dez anos, ela continua mantendo sua compreensão sobre concepção. Para ela, *as concepções dos professores são uma estrutura mental geral capaz de incluir “crenças, significados, conceitos, proposições, regras, imagens mentais, preferências e [noções] semelhantes”* (Thompson, 1992, p. 130).

Esse mesmo posicionamento é defendido por outros pesquisadores a exemplo de Moreno Moreno, M. e Azcárate Giménez. C. (2003), ao afirmar que,

As concepções são organizadores implícitos de conceitos, essencialmente de natureza cognitiva e que incluem crenças, significados, conceitos, proposições, regras, imagens mentais, preferências, etc., que influenciam o que é percebido e os processos de raciocínio que são realizados. (p. 267).

Segundo Ponte (1992), as concepções podem ser vistas como mini teorias por desempenharem um papel muito próximo dos pressupostos teóricos gerais dos cientistas ou como “pano de fundo organizador dos conceitos” (p. 196), ou ainda na visão de Matos (1992 *apud* Menezes, 1995), são “estruturas organizadas de informação” (p. 9), como se estas estruturas fossem capazes de fundamentar as escolhas do professor e se permitissem interpretar o mundo a sua volta com certo nível de razoabilidade e com bom nível de consensualidade, como as teorias de fato. Ainda nesse entendimento, é como se as concepções agissem na mente do sujeito obedecendo certas regras ou leis, com algum carácter sistemático, com algum nível organizacional esquemático, ainda que inconscientemente. Tais ponderações, aproximam as concepções do conhecimento objetivo.

Carrillo (2014), quando fundamenta seu modelo de conhecimento profissional, denominado Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK, sigla em inglês), recorre a maiores explicações sobre crenças, concepções e conhecimento aos trabalhos de Ponte (1994a), Pajares (1992), Thompson (1992), Schoenfeld (2010) e Ernest (1989, 1991). As definições dadas por estes autores são largamente utilizadas nos trabalhos desenvolvidos pelo grupo *Seminario de Investigación em*

Educación Matemática (SIDM), coordenado pela Universidade de Huelva (Espanha), mas também, em tantos outros trabalhos que versam sobre o tema.

A definição adotada por Carrillo (2014), leva em consideração a publicação de Furinghetti e Pehkonen (2002) que reuniu uma resenha de 22 especialistas em Educação Matemática com experiência no tema. É uma análise sobre nove definições de crença/concepção de diversos autores.

As definições mais aceitas pelos especialistas foram as de Schoenfeld (1992) e Thompson (1992). Mas apesar de considerar relevante a análise feita por Furinghetti y Pehkonen (2002), Carrillo (2014) dá sua própria definição, como se nota a seguir:

As crenças podem ser entendidas [...] como verdades pessoais, [...] com certo componente afetivo e avaliativo [...]. Muito próxima desta definição está a proposta por Thompson (1992) para as concepções, entendidas como estruturas mentais gerais, que englobam significados, conceitos, proposições, regras, imagens mentais, etc. (Thompson 1992). A diferenciação, portanto, entre crença e concepção, pode ser entendida, a priori, a partir da implicação do componente afetivo e emocional nas crenças, em oposição à racionalização que as concepções supõem. (p. 12).⁵

Ao comparar as formulações propostas por Ponte e Thompson, Menezes (1995), destaca que eles tiveram preocupações substancialmente diferentes. Ponte, em apresentar uma definição compreensiva, com objetivo de explicação dos fatos. “Thompson, por outro lado, tem uma preocupação mais extensiva, mas também mais estática, enumerando os diversos elementos que constituem as concepções.” (Menezes, 1995, p. 10).

Dessa forma, com base em Ponte (1992, 1994b) e Thompson (1992), nossa pesquisa adota o seguinte conceito para concepções: *são uma estrutura mental geral, organizadora de informações e conceitos, que englobam proposições, regras, imagens mentais, que influenciam no que é percebido pelo sujeito e nos seus processos de raciocínio. Dada sua aproximação com o conhecimento objetivo, são de natureza essencialmente cognitiva e desempenham funções que se aproximam dos pressupostos teóricos gerais dos cientistas.*

⁵ Tradução nossa de: las creencias pueden ser entendidas [...] como verdades personales, [...] con cierta componente afectiva y evaluativa, [...]. Muy cercana a esta definición se encuentra la propuesta por Thompson (1992) para las concepciones entendidas como las estructuras mentales generales, que abarcan significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales, etc., (Thompson 1992). La diferenciación, por tanto, entre creencia y concepción, puede entenderse, a priori, em base a la implicación de la componente afectiva y emocional en las creencias, frente a la racionalización que suponen las concepciones.

2.3 AS CONCEPÇÕES E SUAS IMPLICAÇÕES PARA O ENSINO

Considerando que as concepções se manifestam nas ações, nos comportamentos, entendemos que relacioná-las com *zona de estabilidade* em Garnica (2008), *atitudes* em Katz (1993) e *disposições* em Atallah, Bryant e Dada (2006) contribui para “ver os modos” como as concepções se manifestam nos professores quando de sua relação com o livro didático.

Em seu artigo, *Um ensaio sobre as concepções de professores de Matemática: possibilidades metodológicas e um exercício de pesquisa*, Garnica (2008), tece uma crítica ao entendimento das concepções como algo estático e de fácil identificação. Os defensores dessa ideia, segundo ele, tendem a propor mudanças nas concepções usando um método bem parecido com os que ocorrem nos meios comerciais de sabão: pega uma peça não muito branca, joga um pouco de sabão e pronto, a peça fica mais branca que antes. Categoricamente, ele é contrário a essa posição uma vez que, assim como a percepção que temos do mundo vai se alterando, assim são as concepções. Elas estão em constante mudança. Estudá-las, então, significa estar em meio fluido, em constante mutação. Mas mesmo sendo algo fluido seu estudo se torna possível por entender que existe alguma “*zona de estabilidade*”, capaz de ser percebida e, por isso, analisada.

Essa compreensão está em acordo com Ponte (1994b), quando admite que o estudo das concepções é um tanto quanto difícil, mas ao mesmo tempo importante para compreender o pensamento do professor.

Garnica (2008), entende que as “concepções são suportes para a ação. Mantendo-se relativamente estáveis, tais concepções criam em nós alguns hábitos, algumas formas de intervenção que julgamos seguras.” (p. 499). Estas estabilidades caracterizadas por hábitos, tendem a explicitar as concepções dos professores.

Assim, Garnica (2008), acredita que questionar os professores sobre suas concepções sobre a Matemática, seu ensino e sua aprendizagem como único método de estudá-las não se constitui como uma boa estratégia. É muito comum, quando indagados sobre suas concepções os docentes, responderem com frases prontas, algumas delas presentes nos documentos oficiais, nos discursos que permeiam a academia. Este autor acredita que estas frases são meros jargões, sentenças sem significado, proferidas mais para demonstrar identificação como membros de um

grupo do que efetivamente associações direta com a prática pedagógica. Ele afirma que

Nós as reproduzimos, as divulgamos, as potencializamos sem que nada em nossa prática seja efetivamente alterado: meros discursos que oficializamos e cujos limites e validade não questionamos. É imperativo reproduzi-los, perpetuá-los. (p. 498).

E continua sua defesa dando um exemplo no ensino de Matemática: se nossos discursos, de fato, guiam nossas ações, as práticas de ensino de Matemática, que segundo ele ainda é a linearidade do conteúdo, as aulas expositivas, não deveriam ser hegemônicas, uma vez que os discursos condenam tais práticas.

Esta constatação o levou a buscar um *método indireto com foco na prática do professor de matemática*, uma vez que tais enunciações não deixam transparecer com clareza nossas concepções. Segundo ele “é na ação efetiva que as práticas podem ser desveladas” (p. 499). Por isso, sua abordagem, a qual chama de *indireta*, consiste em questionar os professores não sobre suas concepções, mas sobre suas práticas. Tal abordagem fundamentou a estrutura metodológica da dissertação de Giani (2004), na qual Garnica foi o orientador.

Giani (2004), destaca que nossas concepções se manifestam na prática e que “o ambiente criado pelo professor nas aulas de Matemática revela sua concepção de conhecimento, mesmo que esta não lhe seja consciente e que haja incoerência entre seu discurso e sua atuação.” (Garnica; Fernandes, 2002, p.19 *apud* Giani, 2004, p. 18).

Considerando que o acesso às concepções é possível pela *via indireta* e que tal via precisa estar vinculada à prática do professor, Giani (2004) escolheu buscá-las pelo livro didático. Para ela, a centralidade e importância desse material curricular na prática do professor de matemática levou em consideração seu papel dentro da sala de aula. Freitag, Costa e Motta (1997 *apud* Giani, 2004), afirmam que os professores se deixam influenciar pelo conteúdo do livro didático mesmo quando ele contraria seus conhecimentos e convicções. E acrescenta,

Tudo se calca no livro didático. Ele estabelece o roteiro de trabalhos para o ano letivo, dosa as atividades de cada professor no dia a dia da sala de aula e ocupa os alunos por horas a fio em classe e em casa (fazendo seus deveres) [...] professores e alunos tornaram-se seus escravos, perdendo a autonomia e o senso crítico que o próprio processo de ensino-aprendizagem deveria criar. (Freitag; Costa; Motta, 1997, p. 128 *apud* Giani, 2004, p. 37).

Garnica (2008), reforça que tal escolha do livro didático enquanto meio de acesso às concepções dos professores, se deu pela constatação das observações de sua orientanda, Giani, de seu contexto escolar. Para ela, alguns professores

sentiam dificuldades ao trabalhar com livros didáticos nos quais os conteúdos matemáticos não eram ordenados exclusivamente segundo critérios formais estáticos, mas organizados segundo visões e intenções assumidamente alternativas e interdisciplinares. (p. 503)

Tal fato nos assegura, que quando há divergência entre a forma como o material curricular comunica os conteúdos e a visão que o professor espera que tal material tenha, o professor sente dificuldade em usá-lo. Segundo Garnica (2008), “embora submetam-se ao livro didático — considerado uma referência legítima e segura — os professores o subvertem, buscando adequá-lo ao que consideram correto” (p. 495).

Contextualizando com nossa pesquisa e tomando como referência trabalhos na área de *relação de professor com material curricular*, a exemplo de Brown (2002, 2009), Brown e Edelson (2001, 2003), Lima (2017), Januario (2017), Remillard (2005, 2009, 2012, 2018), Krajcik e Delen (2017), Bueno (2017), a *subversão*, como consequência da interação professor-material curricular, se aproxima de uma *improvisação* ou *adaptação*.

Diante dessa dificuldade encontrada em sua realidade escolar, Giani (2004) traça como objetivo de pesquisa investigar quais critérios o professor faz valer quando da escolha de livros didáticos e quais concepções de Matemática e de seu ensino e aprendizagem tais critérios desvendam.

De modo análogo, acontece em nossa pesquisa. Nosso objetivo é investigar as relações entre as concepções dos professores sobre a Matemática e seu ensino e os materiais curriculares bem como, suas implicações nos processos de leitura e interpretação que esses profissionais fazem das prescrições curriculares. À medida que o professor interage com esse material curricular, nos são fornecidos dados para investigar a relação entre suas concepções e suas interpretações do currículo prescrito de Matemático.

Ao admitir que os critérios de escolha do livro didático por parte do professor fornecem dados para se conhecer e compreender algumas de suas concepções, tanto Giani (2004) quanto Garnica (2008) estão considerando que a relação professor-material curricular produz efeitos visíveis, observáveis, com certo caráter de regularidade. No entanto, destaca que não é possível “pontuar, decisiva e

objetivamente, tais concepções, dado que elas estão atreladas às práticas e são dinâmicas, alteram-se, são manifestadas por discursos vários, por práticas às vezes diferenciadas, às vezes conservadoras” (Giani, 2004, p. 118).

No entanto, ela afirma que é possível descrevê-las, tendo em vista que algumas das manifestações mais frequentes – e aparentemente mais “estáveis” – podem ser obtidas, pois essas concepções se deixam perceber (p. 119).

Com base nos seus aspectos considerados algumas delas são destacadas no Quadro 2.

Quadro 2 - Manifestações de concepções de Matemática e seu ensino

Manifestações frequentes
<i>Quanto à pluralidade de textos.</i> Os depoimentos dos professores indicam a existência de uma certa independência com relação à escolha dos materiais utilizados na execução de suas atividades docentes. Indicam ainda, em alguns casos, a valorização dos livros paradidáticos ou outros materiais que possam “enriquecer” suas aulas. De maneira geral, todos os professores parecem valorizar a pluralidade de textos. Esse procedimento, porém, pode estar respondendo à necessidade de contemplar um “programa internalizado” que nossos depoentes parecem possuir com relação ao ensino dos conteúdos matemáticos.
<i>Quanto aos pré-requisitos.</i> Essa certeza quanto à necessidade de habilidades prévias e disponíveis para o desenvolvimento do currículo escolar implica, frequentemente, a utilização de uma metodologia na qual as aulas são predominantemente expositivas.
<i>Quanto ao conteúdo de matemática.</i> Supremacia do específico com relação ao pedagógico. Os professores deixaram claro, em seus depoimentos, que buscam por livros ou outros materiais que contemplem a transmissão dos conteúdos matemáticos, utilizando-se, para isso, de exercícios e outras atividades práticas. Esses conteúdos matemáticos que os professores parecem buscar nos livros didáticos de que se utilizam – e acrescentamos: o encadeamento desses conteúdos e a forma de abordagem adequada a eles — são os mesmos que julgamos compor seu “programa internalizado”.
<i>Quanto à origem dos autores dos textos.</i> Os depoentes parecem não valorizar — ao menos, não fazem referência alguma em relação a esse tema — a formação ou origem dos autores dos textos que utilizam. Julgamos que conhecer a origem dos manuais, a situação, o momento, as circunstâncias em que foram produzidos, o percurso profissional e acadêmico por que passaram seus autores, é de extrema importância no momento da escolha desse material — e consequentemente do seu uso em sala de aula —, tendo em vista que, embora existam as exigências do mercado editorial, o conteúdo de qualquer livro “carrega” consigo muitas das visões de mundo de seus autores, seus históricos de produção e de envolvimento com a comunidade de educadores matemáticos.

Fonte: Adaptação de Giani (2004) e Garnica (2008)

Com base em todos os discursos analisados conclui que os professores participantes tendiam a uma *concepção mais tradicionalista do que alternativa*, com características de ensino com foco na transmissão. Conclui, também, que

embora exista a tentativa de fazer com que o aluno interaja com os conteúdos estudados e que estes sejam significativos a ele, o processo de ensino e aprendizagem ocorre tendo como parâmetro a certeza de que a apreensão de novos conhecimentos é fruto de atividades repetitivas, sequenciadas e frequentes, assim como da memorização de procedimentos. (Garnica, 2008).

Relacionar concepção com hábito, com alguma atitude, passa-nos a ideia de que o professor quando faz suas escolhas em sala de aula voltados para o ensino de

um dado conteúdo, para o uso de algum material curricular o faz enquanto algo pensado, a ponto de que seja gerado um *comportamento padronizado* frequente, que reflete o resultado de sua compreensão sobre uma dada situação. Como afirma Thompson (1997):

Os professores desenvolvem padrões de comportamento característicos de sua prática pedagógica. Em alguns casos, esses padrões podem ser manifestações de noções, crenças e preferências, conscientemente sustentadas, que agem como “força motriz” na formação do seu comportamento. Em outros casos, as forças motrizes podem ser crenças ou intuições, inconscientemente sustentadas, que podem ter evoluído fora da experiência do professor. (p. 12)

As manifestações dos padrões de comportamento dos professores são observáveis e são resultados de um processo consciente e às vezes inconsciente. Mas, para todo efeito, acabam por implicar na maneira como o professor ensina.

As ideias de concepções relacionadas ao hábito, a algum tipo de comportamento, se coadunam com a ideia do *conceito de disposição proposto por Katz (1993)*. Para este autor, *disposição* é uma “tendência a exibir com frequência, consciente e voluntariamente um padrão de comportamento que é direcionado a um objetivo amplo”. *Disposição* para ele é algo intencional. Sendo assim, o ato de ensinar pode ser entendido na perspectiva da *disposição*, uma vez que essa ação remete a uma prática que considera a reflexão, o pensamento, o uso de instrumentos diversos sejam eles físicos ou não com a intenção de se atingir um objetivo.

Para Damon (2005), as *disposições* estão ligadas a aspectos da personalidade e servem de guia, direção para nossas escolhas e decisões. Elas são responsáveis por influenciar no que somos e em que nos tornamos. Consoante sua relevância, as *disposições* têm sido utilizadas como critérios de avaliação por algumas agências de recrutamento de professores nos Estados Unidos da América (EUA), como o Conselho Nacional para Credenciamento de Formação de Professores (NCATE). Além de conhecimentos e habilidades específicos de seu conjunto de domínio, esta agência considera as *disposições* também como critério, por entender que as compreensões que os professores têm sobre os mais diversos temas como justiça, igualdade, entre outros são importantes para o exercício da profissão.

Para Atallah, Bryant e Dada (2006), as *concepções e as disposições* estão interligadas numa relação simbiótica, uma vez que esses elementos estão intimamente relacionados entre si. O que quer dizer que *as concepções influenciam*

na tomada das decisões, que por sua vez se manifestam em hábito, atitude, de modo intencional.

Segundo a lógica de Katz (1993), um professor de matemática pode ter os conhecimentos necessários relativos às práticas de ensino, no entanto, isso não implica numa prática efetiva que se coaduna com tais princípios. Em outras palavras pode não haver disposição para utilizá-los. Ele cita Cantor (1990), para dizer que *ter não é fazer*.

O papel das concepções é servir de suporte para as ações, criar hábitos, desencadear *disposições* que materializem aquilo que o sujeito acredita. Dificilmente um professor (de matemática) desenvolverá uma prática de ensino que não esteja em consonância com o que ele defenda, ainda que verbalmente ele diga o contrário. Sua *disposição* o denunciará. A concepção, de fato, é como uma mola propulsora que inclina o professor a agir, pelo menos de modo mais frequente, conforme sua intencionalidade. Nas palavras de Garnica (2008), elas atuam como um filtro “que estrutura o sentido que damos às coisas e, por outro lado, como bloqueadoras em relação a novas realidades, limitando nossas possibilidades de atuação e compreensão” (p. 508).

Relacionando as ideias de Brown (2009) e de Katz (1993), entendemos quando os professores interagem com material curricular se evidenciam *três tipos de uso ou três tipos de tendência*, a saber: *Reprodução, adaptação e improvisação*. O uso não é aleatório, mas intencional. Eles usam de alguma forma porque lhes faz sentido. Seu objetivo ao *reproduzir, adaptar ou improvisar* é que o estudante aprenda.

Merichelli (2018), desenvolveu uma pesquisa com o objetivo de analisar como se deu o desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática no 3º ano do ensino fundamental e como ocorreu a compreensão e implementação de material curricular durante uma formação continuada, usando a metodologia Estudo de Aula. Ela aponta que a *reprodução* era a tendência mais frequente admitida pelas professoras quando da implementação do material curricular. Ou seja, elas estavam *dispostas a reproduzir*, seguir “rigorosamente as instruções contidas no material de apoio do professor” (p. 144).

A *reprodução*, assim como a *adaptação* e a *improvisação*, explicita um padrão de comportamento realizado pelos professores, que torna a interação com o material curricular um fenômeno observável, visível. A partir das evidências manifestadas

nesses usos, é possível analisar a influência das concepções desses professores nesse processo.

Nossa pretensão ao fazer discussões em torno de concepções se deve por entendermos a limitação de apresentar definições ou explicações mais diretas para um construto tão complexo quanto esse. Para Menezes (1995), focar apenas na definição o empobrece. A escolha, então, foi de procurar, não de modo exaustivo, relações com termos cuja função é muito próxima ou que carrega algum significado com as concepções. Com base nas discussões precedentes relacionamos *concepção com zonas de estabilidade, disposição e atitudes*.

2.4 ALGUMAS CONCLUSÕES SOBRE AS CONCEPÇÕES

Diante disso, apresentamos a seguir uma síntese para as concepções com base em nossos achados.

1 – Sobre a gênese das concepções, podemos afirmar que não ocorre num espaço tempo fixo e determinado, mas que vão se formando desde cedo, simultaneamente, num processo individual e social. (Ponte, 1992);

2 – Muitas pesquisas que consideram o papel das concepções no âmbito do ensino de Matemática, passaram a ganhar força a partir da década de 80 (Guimarães, 2010);

3 – As concepções dos professores são uma estrutura mental geral, capaz de incluir “crenças, significados, conceitos, proposições, regras, imagens mentais, preferências e [noções] semelhantes” (Thompson, 1992, p. 130; Moreno Moreno, M.; Azcárate Giménez. C. 2003);

4 – As concepções são os esquemas de organização subjacentes dos conceitos, que são essencialmente de natureza cognitiva. (Ponte, 1994a *apud* Carrillo, 2014, p. 12)⁶;

5 – Em se tratando de concepções no âmbito educacional, Barrante; Blanco (2009) destacam que o modelo de ensino que os estudantes experimentam na educação básica, marca profundamente suas concepções sobre a Matemática e seu ensino e que, quanto mais se avança nos níveis educacionais, tais concepções vão se estabilizando e ficando mais resistentes à mudança;

⁶ Tradução nossa de: Las concepciones son los esquemas subyacentes de organización de los conceptos, que tienen esencialmente naturaleza cognitiva.

6 – Ponte (1992), defende que o estudo das concepções dos professores precisa estar fundamentado num quadro teórico que considera a natureza do conhecimento. Segundo ele, as concepções podem ser vistas como mini teorias, por desempenharem um papel muito próximo dos pressupostos teóricos gerais dos cientistas;

7 – Não há uma relação muito definida entre crença e concepção. Carrillo (2014) diz que “essa relação entre crenças e concepções, bem como sua integração ao conhecimento, é uma faceta que ainda não foi explorada com a profundidade necessária para chegar a pontos de consenso” (p. 12). Menezes (1995), destaca que se usa com frequência o termo *beliefs* para crenças, mas que sua tradução não é pacífica, havendo autores que consideram esta palavra tanto para crenças quanto para concepções a exemplo de Guimarães (1988);

8 – Assim como as crenças, as concepções também são capazes de guiar o comportamento do indivíduo (Pajares, 1992);

9 – Garnica (2008), entende que as “concepções são suportes para a ação. Mantendo-se relativamente estáveis, as concepções criam em nós alguns hábitos, algumas formas de intervenção que julgamos seguras.” (p. 499). Tais estabilidades caracterizadas por hábitos, tendem a explicitar as concepções dos professores. Assim, para um estudo mais seguro sobre uma dada concepção de ensino, é aconselhável que o pesquisador exclua desses acontecimentos as atitudes de ordem casual, esporádica, pontual;

10 – Para Atallah, Bryant, Dada (2006), as concepções e as disposições estão relacionadas numa relação simbiótica, uma vez que esses elementos estão intimamente relacionados entre si. O que quer dizer que as concepções influenciam na tomada das decisões, em explicitar um hábito, uma atitude, no sentido de que as disposições também envolvem algum aspecto comportamental;

11 – Dado o papel central do professor enquanto organizador de situações de aprendizagem e considerando a importâncias das concepções no seu pensamento e nas suas ações (Menezes, 1995), investigar as relações que essas concepções estabelecem com as práticas de ensino é fundamental para uma compreensão mais profunda do trabalho docente;

12 – A importância das concepções dos professores sobre a Matemática, seu ensino e sua aprendizagem levaram Carrillo e Contreras-González (1995), a construir um modelo descritivo, que possibilita uma compreensão mais ampla dos

conhecimentos essenciais para o professor de matemática. Em tal modelo, ele admite dois domínios (conhecimento didático do conteúdo e o conhecimento matemático) e coloca no centro desse modelo as concepções.

2.5 A METÁFORA DOS FLUÍDOS

Diante das explicações dadas às concepções, entendemos que uma das representações visuais que se aproxima ou transmite uma ideia do que venha a ser concepção seja a de um “fluido”, pois apesar de possuir muitas características sua definição é complexa. Para maiores explicações sobre fluido, recorremos a Brunetti (2008).

Na física, uma definição bem elementar afirma: “fluido é uma substância que não tem uma forma própria, assume o formato do recipiente” (Brunetti, 2008, p. 1). Se considerarmos um tubo cilíndrico e uma caixa cúbica e colocarmos um fluido em ambos perceberemos que eles se adequaram ao formato do recipiente. É diferente de um sólido que tem forma definida independente onde o coloque. Para efeitos ilustrativos, optamos pela Figura 2 que transparecesse a ideia de algo sem forma definida e por isso não usamos um polígono ou círculo. A tentativa é para reforçar que, apesar de conhecermos suas características, ainda não existe explicação única para concepção. Muito embora reconheçamos que entre essas definições possam existir muitas proximidades.

Figura 2 - A concepção e a metáfora do fluido



Fonte: Os autores (2023)

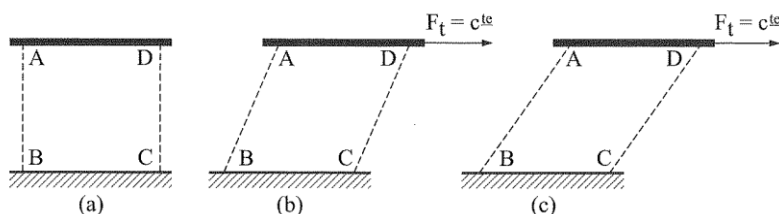
A associação da ideia de concepção com a de fluido é uma tentativa de explicitar sua natureza indefinida e sua capacidade de se moldar ao pensamento com certa facilidade. Não há conflito entre concepção e pensamento. A concepção que o sujeito tem sobre algo se adequa perfeitamente ao que ele pensa sobre esse algo. A concepção é estritamente pessoal, é intrínseca ao pensamento, indissociável. A concepção que um professor tem sobre o ensino “assume a forma” daquilo que ele pensa sobre o ensino. Cada professor concebe o ensino de um jeito.

As “definições” mais comuns para as concepções são aquelas que apresentam suas características e propriedades, talvez pelo fato de se entender que qualquer definição nada mais é do que uma delimitação ou uma parte daquilo que de fato é. Nesse sentido, Carrillo (2014) usa o termo “*entendidas como*”, ao discorrer sobre concepção, nos dando a entender que *compará-la* a algo trará maiores entendimentos.

Tal explicação dada anteriormente a fluído por si só é suficiente. No entanto, podemos lançar mão de outra definição um pouco mais complexa, mas que nos permite visualizar outras características das concepções.

Consideremos um fluído de volume ABCD (a) entre duas placas, uma inferior e fixa e outra superior, mas móvel, como ilustra a Figura 3.

Figura 3 - Volume do fluído ABCD

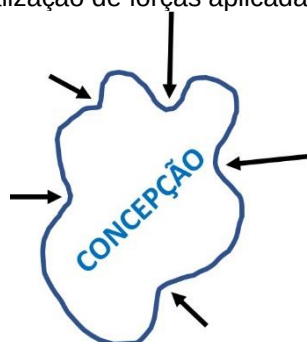


Fonte: Brunetti (2008, p. 2)

Ao se aplicar uma força tangencial F_1 na placa superior, esta sofrerá um deslocamento (b e c) e, por consequência, pelo princípio da aderência, os pontos do fluído em contato com ela também se movimentarão; de sorte que o volume ABCD do fluído sempre se deformará quando submetido a uma força F_1 . Tal fato conduziu a definição: “Fluído é uma substância que se deforma continuamente, quando submetida a uma força tangencial” (Brunetti, 2008, p. 2).

Essa segunda experiência destaca outro aspecto já mencionado nas pesquisas que é a existência de forças exercidas nas concepções. Esse construto sofre deformações ao longo de toda vida decorrentes da ação de forças diversas: culturais, individuais, profissionais, familiares, ... o que, de alguma forma, justifica o porquê de sua instabilidade e constituição. É provável que a intensidade da mudança esteja condicionada à intensidade da força que é exercida sobre a concepção. Pode ser que a formação inicial na vida de um professor exerça mais influência na constituição de sua concepção do que o contexto escolar no qual está inserido. A Figura 4 ilustra essa ideia.

Figura 4 - Coalização de forças aplicadas na concepção



Fonte: Os autores (2023)

Nesse sentido, a coalização de forças aplicadas na concepção pode gerar mudanças mais efetivas que a aplicação de uma única força. Ou seja, um conjunto de ações pedagógicas bem estruturadas e fundamentadas podem, sim, provocar mudança nas concepções dos professores por mais resistentes que sejam.

Conforme Teixeira (2004), em seu livro *Mudança de concepções dos professores*, uma das ações que contribuem para a mudança de concepções de professores é a revisão crítica dos métodos de ensino, atrelada aos trabalhos de investigação e reflexão sobre a prática e novas perspectivas teóricas para a formação, que considerem as pesquisas já desenvolvidas.

Algo semelhante já havia sido sinalizado por Carvalho (1989), a respeito das transformações das concepções de Matemática dos professores. Em seus resultados, ela constata que: (1) não foram os cursos acadêmicos frequentados pelas professoras que promoveram as transformações esperadas; (2) tampouco os cursos promovidos pelas Secretarias de Educação que visavam fornecer técnicas operatórias para serem replicadas com os alunos ou até mesmo receitas de como utilizar um material concreto por meio de sequência de ações; (3) também não foram os cursos que se propuseram fazer uma abordagem dos múltiplos aspectos do ensino da Matemática que geraram transformações pelo fato de ser algo pontual. Mas, o que possibilitou que as concepções sofressem transformação foi a disposição dos professores trabalharem com seus alunos numa “perspectiva diferente”, vindo logo em seguida um momento para discussão e reflexão sobre a prática. Ela conclui “que o processo dialético de ação-reflexão-ação deu conta de propiciar as transformações tanto teóricas como práticas, as quais, deste ponto de vista, são indissociáveis” (p. 142).

Ponte (1992), destaca que mudanças profundas podem ocorrer mediante

abalos muito fortes, geradores de grande desequilíbrio [...] como a participação num programa de formação altamente motivador ou numa experiência com uma forte dinâmica de grupo, uma mudança de escola, de região, de país, de profissão. (p. 27)

2.6 CONCEPÇÕES FILOSÓFICAS E EPISTEMOLÓGICAS DA MATEMÁTICA E A RELAÇÃO COM SEU ENSINO

Os estudos sobre o desenvolvimento da Matemática mostraram que muitas visões foram construídas ao longo da História. No entendimento de Zimer (2008), “essas visões são fruto de concepções construídas ao longo da história da humanidade, [...] em virtude de tendências filosóficas, necessidades básicas e diárias para um melhor convívio social” (p. 67).

A discussão sobre a relação entre concepções filosóficas/epistemológicas e o ensino pode ser encontrada no texto de Steiner (1984), *Aspectos filosóficos e epistemológicos da Matemática e sua interação com a teoria e prática em educação Matemática*. Para ele os aspectos filosóficos e epistemológicos da Matemática sempre exerceram influência nas ideias e princípios centrais da Educação Matemática. Não apenas influência no currículo, mas em todo trabalho teórico relacionado a aprendizagem Matemática. Mas essa afirmativa também é válida no sentido inverso. Ao recorrer a Thom (1972), ele destaca que toda pedagogia Matemática está ancorada numa filosofia da Matemática. Segundo ele tais “filosofias” podem ter sido adquiridas em sua vida acadêmica e, de alguma forma, foram moldando e constituindo o pensamento do professor sobre o ensino e a aprendizagem Matemática.

Steiner (1984), desenvolve seus pensamentos em algumas teses, das quais discorreremos sobre duas.

A Tese 1 diz que

De um modo geral, todas as concepções, epistemologias, metodologias, filosofias da matemática (no geral ou em parte) mais ou menos elaboradas contêm – muitas vezes de forma implícita – ideias, orientações ou germes para temas sobre o ensino e a aprendizagem da matemática. (Steiner, 1984, p. 3).

Para ele as concepções, epistemologias, metodologias e filosofias da matemática sempre irão fornecer subsídios para o ensino e a aprendizagem desse conhecimento, ainda que nem sempre essas ideias sejam explicitadas nessas bases. A Tese 1 nos mostra que há uma estreita relação entre os aspectos filosóficos,

epistemológicos e metodológicos da Matemática e seu ensino e que, por isso, não pode ser desprezada.

A Tese 2 afirma que

Conceitos para o ensino e aprendizagem da matemática - mais especificamente: metas e objetivos (taxonomias), programas, livros didáticos, currículos, metodologias de ensino, princípios didáticos, teorias de aprendizagem, projetos de pesquisa em educação matemática (modelos, paradigmas, teorias, etc.), mas da mesma forma as concepções dos professores sobre a matemática e o ensino da matemática, bem como as percepções dos alunos sobre a matemática - levam consigo ou mesmo se apoiam (muitas vezes de forma implícita) em visões filosóficas e epistemológicas particulares da matemática. (Steiner, 1984, p. 4).

Como ele mesmo diz, a Tese 2 representa, em certo sentido, o inverso da Tese 1. Mas esse inverso é para endossar que as duas estão intimamente ligadas “por uma correspondência profunda entre concepção intelectual e aprendizagem, entre estruturas de conhecimento e estruturas de aprendizagem (v. HENTIG, FICHTNER)” (Steiner, 1984, p. 4).

A Tese 2 também nos mostra que um material curricular não ocorre apartada das visões, crenças e concepções da própria matemática. De modo implícito ou não os aspectos didáticos e metodológicos veiculados estão ancorados numa ideia de matemática.

A literatura tem explicitado a importância dos aspectos filosóficos e epistemológicos para a compreensão das práticas do professor de matemática.

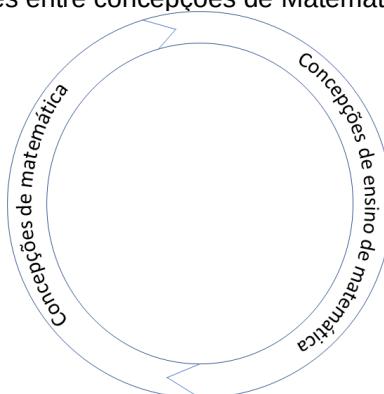
A interação entre professor e material curricular implica na comunicação entre as concepções desses dois agentes. O livro didático comunica, através de seus recursos constitutivos – *aspectos didáticos, metodológicos, avaliativos, conceitos e conteúdos de matemática, tarefas matemáticas* – uma concepção que, por sua vez, é percebida pelo professor. Este, lança mão de seus recursos – *conhecimento pedagógico do conteúdo, conhecimento do conteúdo e seus objetivos, crenças e concepções* – para interpretá-lo e agir sobre ele (Brown, 2009).

O material curricular veicula uma mensagem, comunica uma ideia de Matemática, uma visão de como seus objetos podem ser avaliados, de como podem ser ensinados. Sua proposta metodológica dialoga com as ideias que o professor também construiu sobre a Matemática e seu ensino. Este profissional percebe a existência desses elementos e age sobre ele, impactando nos seus diferentes usos (Januario, 2017).

As duas Teses de Steiner (1984) produzem implicações que procuram relacionar os aspectos do ensino e da aprendizagem em matemática a pressupostos da própria matemática, e vice-versa, para destacar, dentre outras coisas, que toda pesquisa em Educação Matemática precisa considerar o que é produzido no âmbito da Matemática, pois uma possui estreita ligação com a outra.

Com base nas Teses de Steiner (1984) a Figura 5 é uma representação da relação entre concepções da matemática e de seu ensino.

Figura 5 - Relações entre concepções de Matemática e de seu ensino



Fonte: Os autores (2023)

A Figura 5 circular é a que melhor se aproxima da ideia em foco, que é a implicação nos dois sentidos, para deixar claro que existe uma retroalimentação entre as concepções de matemática e as concepções de seu ensino. As investigações sobre concepções de ensino de matemática devem considerar aspectos das concepções, epistemologias, metodologias e filosofias da matemática para sua melhor compreensão.

A Tese 2 destacada acima, foi apoiada por pesquisas sobre “concepções e crenças dos professores sobre a matemática e ensino de matemática, as origens dessas concepções e como elas se relacionam com o trabalho e a prática educacional dos professores” (p. 4). E a título de exemplo, ele cita os trabalhos de Alba G. Thompson.

Thompson (1997), teve como objetivo “investigar as concepções de matemática e ensino de matemática sustentadas por três professoras da “junior high school” e examinar a relação entre as concepções de professores e sua prática pedagógica” (p. 14). A etapa do *junior high school*, corresponde hoje aos 8º e 9º anos.

Selecionamos algumas falas das três professoras, sujeitos de sua pesquisa, que explicitam as características e visões das concepções sobre a Matemática e seu ensino.

Quadro 3 - Concepções de Matemática e seu ensino das professoras

	Concepções de Matemática	Concepções de Ensino de Matemática
Jeanne	- Matemática é uma criação humana, mas ideias matemáticas existem independentemente da habilidade humana para descobri-las; - A matemática é consistente, certa e livre de contradições e ambiguidades.	- A função do professor é apresentar o conteúdo de maneira clara, lógica e precisa; - É responsabilidade do professor dirigir e controlar todas as atividades pedagógicas; - O professor tem uma tarefa a cumprir – apresentar a lição planejada.
Kay	- A resposta primeira da matemática é servir como ferramenta para a ciência e outros campos da atividade humana; - Exceto em estatística, conclusões e resultados em outros ramos da matemática são exatos.	- O professor precisa ser receptivo às ideias e sugestões dos estudantes e deve valorizá-las; - O professor deve sondar as falsas concepções dos alunos e usá-las cuidadosamente, mostrando exemplos e contraexemplos.
Lynn	- A Matemática é uma disciplina exata - livre de ambiguidades e interpretações conflitantes ; - O conteúdo da matemática é imutável. A matemática oferece poucas oportunidades para o trabalho criativo; - A matemática é lógica e livre de emoções.	- O ensino de matemática é o meio para transferir informação do professor ao estudante; - Os estudantes aprendem principalmente pela observação atenta dos procedimentos de demonstração do professor, por métodos de desempenho de tarefas matemáticas e pela prática daqueles procedimentos.

Fonte: Adaptação de Thompson (1997)

A professora Jeanne, como podemos perceber no Quadro 3, considera a Matemática, “como uma coleção de conceitos e procedimentos interrelacionados” (Thompson, 1997, p. 18). Segundo ela, esta visão foi inferida pela ênfase da professora em relacionar os conceitos ensinados com outros conceitos matemáticos e pelo uso de símbolos de acordo com regras e propriedades estruturais da matemática. Tal visão da Matemática influenciou o seu papel no ensino da disciplina, caracterizado por conduzir, dirigir, sistematizar, apresentar tópicos a serem estudados.

Kay possuía “uma visão da Matemática como disciplina que permite a descoberta de propriedades e relações através da investigação pessoal” (p. 22). Relacionando com sua prática pedagógica, Thompson afirma que ela valorizava a abordagem heurística dos conteúdos, ainda que em seu aspecto formal, e estimulava os estudantes a imaginarem, conjecturarem e raciocinarem.

A professora Lynn concebeu uma visão de matemática enquanto um conjunto de fatos prescritivos, de métodos e regras. O fato de acreditar que “a matemática oferece poucas oportunidades para o trabalho criativo” (p. 27), decorrentes de sua imutabilidade, levou a professora a não valorizar uma participação mais efetiva e

dinâmica dos estudantes. Seu ensino girava em torno de fazer os “estudantes memorizarem procedimentos específicos” (p.28).

Uma de suas conclusões sobre a relação dessas concepções foi que:

crenças, visões, e preferências dos professores sobre matemática e seu ensino, desconsiderando-se o fato de serem elas conscientes ou não, desempenham, ainda que sutilmente, um significativo papel na formação dos padrões característicos do comportamento docente dos professores. **Em particular, a consistência observada entre as concepções de matemática professadas pelas professoras e o modo pelo qual elas tipicamente apresentaram o conteúdo**, sugere fortemente que as visões, crenças e preferências dos professores sobre matemática influem sobre sua prática docente. (p. 40, grifo nosso).

De alguma forma, o pensamento de Thompson encontra relação com o de Fiorentini (1994), quando este afirma que “por trás de cada modo de ensinar, esconde-se uma particular concepção de aprendizagem, de ensino e de educação” (p. 38).

Os estudos ligados à Filosofia da Educação Matemática, têm defendido a ideia de que existe uma relação entre as concepções de matemática construídas ao longo da história com a pedagogia do professor. Essas “*macro-crenças*”, que no entendimento de Handal (2003) são “posturas filosóficas e psicológicas” (p. 6), influenciaram na ideia do que seria a matemática e de como ela deveria ser ensinada e aprendida. Ele defende a existência de uma estreita relação entre os dois grandes paradigmas da matemática, o *Absolutista* e o *Falibilista*, com as duas grandes abordagens de ensino e aprendizagem, *Comportamentalista (Behaviorista)* e *Socioconstrutivista*.

Ernest (1996), também argumenta que qualquer filosofia da matemática (incluindo as pessoais) incorporada nas crenças dos professores geram consequências educacionais e pedagógicas.

A *concepção absolutista da matemática* considera, que esse conhecimento, como o próprio nome diz, é absoluto. Tal entendimento preleciona que o conhecimento matemático é atemporal, a-histórico, sobre-humano, válido universalmente, livre de valores e da cultura. Ao longo da história é possível associar inúmeras perspectivas filosóficas no âmbito da matemática com essas características: *logicismo*, *formalismo* e, em certa medida, o *intuicionismo* e o *platonismo* (Ardiles, 2007).

O resultado dessa visão confere características a matemática como “rígida, fixa, lógica, absoluta, desumana, fria, objetiva, pura, abstrata, remota e ultra-racional.” (Ernesto, 1996, p. 2), contribuindo para uma imagem pública negativa da matemática

como a de considerar que ela é fria, difícil e acessível a umas poucas mentes brilhantes. A matemática, dessa forma, está longe de nós e seus fatos não devem ser questionados.

De acordo com o absolutismo, o conhecimento matemático é atemporal, embora possamos descobrir novas teorias e verdades a acrescentar; é sobre-humano e a-histórico, pois a história da matemática é irrelevante para a natureza e a justificação do conhecimento matemático; é puro conhecimento isolado, que passa a ser útil por causa de sua validade universal; é livre de valores e cultura, pelo mesmo motivo. (Ernest, 1996, p. 2)⁷

Segundo Vesga-Bravo e Angel-Cuervo (2021) o *absolutismo*

Se utilizada de uma linguagem formal, sem erros ou contradições (WHITE-FREDETTE, 2009). As matemáticas existem em um mundo de ideias puras, ou na mente do criador, e é descoberta por meio de sistemas lógicos dedutivos (ERNEST, 1991, 1998). Nessa posição, a matemática é uma disciplina isolada e discreta, claramente separada e demarcada de outras áreas do conhecimento (Schommer, 1990; Ernest, 1991).⁸ (p. 639)

Como implicação para o sistema escolar, as práticas matemáticas valorizadas tomam como verdades que um problema só tem resposta única; a comunicação dessas verdades é suficiente para que se tenha acesso a esse conhecimento que, por sua vez, é aprendido na grande maioria por constatação. Professoras como Lynn, em Thompson (1997), a qual é um exemplo das que compartilham dessa visão.

Talvez por esse aspecto é que o ensino por explicitação de fatos matemáticos seja utilizado como meio para que os estudantes aprendam matemática, prática conhecida também por ensino por conteúdo (Vaz, 2019).

Golafshani (2002 *apud* Giani, 2004),

afirma que professores com visões absolutistas da Matemática fazem maiores ajustes nas reformas do programa propostos pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) – que tendem a apresentar a Matemática de maneira menos tradicional – na tentativa de regular sua prática de ensino para que esta seja compatível com suas convicções. (p. 27)

⁷ Tradução nossa de: Thus according to absolutism mathematical knowledge is timeless, although we may discover new theories and truths to add; it is superhuman and ahistorical, for the history of mathematics is irrelevant to the nature and justification of mathematical knowledge; it is pure isolated knowledge, which happens to be useful because of its universal validity; it is value-free and culture-free, for the same reason

⁸ Tradução nossa de: Se utiliza un lenguaje formal, sin errores ni contradicciones (WHITE-FREDETTE, 2009). Las matemáticas existen en un mundo de ideas puras, o en la mente del creador, y se descubren a través de sistemas lógico deductivos (ERNEST, 1991, 1998). Desde esta postura, la matemática es una disciplina aislada y discreta, claramente separada y demarcada de otros ámbitos del conocimiento (SCHOMMER, 1990; ERNEST, 1991).

Esta afirmação, mostra a dificuldade que os professores enfrentam quando se deparam com algum material curricular construído com base numa concepção distinta da sua. A tendência comum desses professores diante de tal fato, é ajustar o material curricular, modificá-lo, adaptá-lo, segundo suas concepções.

Handal (2003) enfatiza que a *concepção absolutista* influencia num ensino centrado no professor e que tal modelo para formação de professor foi predominante no século XX.

Um estilo de ensino behaviorista na educação matemática tende a confiar em práticas que enfatizam aprendizagem mecânica e memorização de fórmulas, uma maneira de resolver problemas e aderência aos procedimentos e exercícios. Repetição é vista como um dos maiores meios para aquisição de habilidades. Ensinar é, portanto, uma questão de enunciar objetivos e fornecer os meios para alcançar esses objetivos, e a aprendizagem situada tem pouco valor na instrução (Leder, 1994). Esta ênfase excessiva em procedimentos e fórmulas se assemelha a formalistas tradicionais e ideias logicistas.⁹ (p. 6).

Desta afirmação, percebemos que os efeitos da concepção absolutista da matemática no ensino dessa disciplina, são notáveis, perceptíveis, pois se caracterizam por um estilo de ensino próprio, peculiar: ênfase no uso de técnicas e fórmulas, valorização da dimensão procedimental dos conteúdos, exercícios com foco na repetição e memorização de fatos matemáticos.

As ponderações desse autor, quanto ao modelo de formação inicial centrado na dimensão do conhecimento matemático clássico e sua influência nas práticas pedagógicas do professor, encontram relação em Fiorentini e Oliveira (2013). Para estes, no nosso contexto brasileiro, ainda é majoritária a concepção de prática de uma formação docente que valorize uma tradição “didático-pedagógica marcada pelo paradigma do exercício e por uma abordagem mais algorítmica” (p. 920). Acrescentam que as disciplinas que compõem o conjunto das didático-pedagógicas nos cursos de formação de professores, acabam assumindo um papel secundário, de pouca importância, por valorizarem aspectos mais gerais “das ciências da educação (psicologia da educação, Filosofia e história da educação, sociologia da educação,

⁹ Tradução nossa de: behaviourist teaching style in mathematics education tends to rely on practices that emphasize rote learning and memorization of formulas, one-way to solve problems, and adherence to procedures and drill. Repetition is seen as one of the greatest means to skill acquisition. Teaching is therefore a matter of enunciating objectives and providing the means to reach those objectives and situated learning is given little value in instruction (Leder, 1994). This over emphasis on procedures and formulas resembles traditional formalist and logicist ideas.

estrutura e funcionamento do ensino etc), não situando-as ou focalizando-as nas práticas de ensinar e aprender a matemática da escola básica” (p. 920).

Handal (2003), Fiorentini e Oliveira (2013), nos apresentam questões formativas que assumem uma estreita relação com as práticas dos professores em sala de aula. Tal fato, se coaduna com o que D’Ambrósio (1993) afirma: em geral “o professor ensina da maneira como lhe foi ensinado” (p. 38).

Não só ensina, como também escolhe material curricular que tende a convergir para suas visões, concepções e crenças. Garnica (2008) destacou que os professores que comungavam dessa visão absolutista da matemática, tendiam a escolher livros didáticos com essa mesma perspectiva e que, quando tinham à disposição livros com “visões e intenções assumidamente alternativas e interdisciplinares” (p. 503), os professores sentiam muitas dificuldades em usá-los. Recorriam a “livros de suporte” que se aproximavam do que eles acreditavam.

Os professores possuíam um programa *internalizado* (Garnica, 2008). Um programa construído por este profissional e considerado como “verdadeiro, válido e necessário para desempenharem seu trabalho” (p. 505). Decorrente de sua pesquisa, esse *programa internalizado* se aproximava de uma Matemática tradicional, cuja lógica de funcionamento era o encadeamento lógico, linear e compartimentalizado dos conteúdos.

Nesse sentido, com base em Garnica (2008) e Handal (2003), há uma estreita relação entre a *concepções da matemática e de seu ensino e o uso de material curricular*, tema de nossa pesquisa. Uma vez que estamos interessados em investigar as relações entre as concepções dos professores sobre a Matemática e seu ensino e os materiais curriculares e suas implicações nos processos de leitura e interpretação que esses profissionais fazem das prescrições curriculares, é de fundamental importância saber que se pode ascender a estas concepções quando o professor se relaciona com algum material curricular.

No que tange aos *aspectos epistemológicos*, com base em Becker (2012), a *visão absolutista* se aproxima de uma *concepção empirista da Matemática*. Esta concepção considera que o conhecimento pode ser transmitido ou transferido para um sujeito, porque este nasceu desprovido de todo e qualquer conhecimento; sua mente é como um *pendrive* vazio, que será preenchido à medida que esse sujeito entra em contato com o meio. Nessa concepção a experiência é a única fonte de conhecimento.

As implicações dessa concepção epistemológica para o ensino da matemática produzem efeitos na maneira como o professor se relaciona com o estudante e com o objeto do conhecimento, e que, de alguma forma, essas compreensões dirigirão os processos de como se aprende matemática. O modelo pedagógico que ele associa a essa concepção é a *pedagogia diretiva*.

Dentre os vários depoimentos citados em seu trabalho, que caracterizam esse modelo, destacamos a resposta de um professor que leciona nos três anos do Ensino Médio à pergunta: “*O conhecimento matemático pode ser transmitido? Como?*”

Toda vida. Primeiro, dizendo para eles [os alunos] como as coisas funcionam, ou seja, começa um assunto novo, então define aquilo, em seguida propõe certos exercícios, problemas que envolvam aquele conteúdo dado, começando com problemas de identificação: primeira coisa para ver se eles aprenderam o conceito, depois relaciona esse conceito com o resto que eles já aprenderam, e, terceira, eles vão pegar esse conceito para resolver problemas. Criar situações novas onde eles vão usar aquele conceito e resolver aquele problema. Eu, pelo menos ensino dessa forma. (Becker, 2012, p. 46)

A estrutura dessa aula de matemática é caracterizada pelo trinômio *definição – exemplos – exercício* tendo o professor como figura central na organização do funcionamento da aula. Seu papel é de transmitir, explicar o que o estudante deve aprender e como deve proceder para resolver o que ele chamou de “problemas”. O professor assume a responsabilidade pela seleção do “assunto”, do “conceito” que o aluno deverá aprender e pela explicitação dos caminhos que ele deverá seguir para aprender.

Como representante do meio, é o professor quem determina o aluno. Pela fala da professora, percebemos que o estudante apenas deve prestar atenção à aula e utilizar aquilo que foi passado pelo professor para resolver exercícios. Seu esforço é corresponder às expectativas do professor. Depreendemos que os exercícios a serem propostos devem estar inseridos no conjunto das explicações dadas pela professora, como forma de reforçar aquilo que foi visto.

Os significados que os conteúdos matemáticos assumem para a docente é de um encadeamento, ligados por pré-requisitos. Quando se diz “*relaciona esse conceito com o resto que eles já aprenderam*” dá-se a entender que o fato de o estudante ter “*visto*” um dado conteúdo, basta agora “*buscar da mente*” e ligá-lo com o que está sendo “*visto*” agora. Uma vez dado um conteúdo, tendo sido realizados os devidos exercícios, sua mente guardará todas as informações e, como um computador, entrará em ação quando solicitado.

A concepção de ensino de matemática dessa pedagogia está fundamentada na lógica de que a transmissão exclusiva por parte do professor é capaz e suficiente para dar conta de todas as demandas necessárias, de que o estudante precisa concernente ao conceito. Na visão de Câmara dos Santos (2002), é como se a cabeça do estudante estivesse vazia para ser preenchida pelo professor, assim como despejamos água num balde. Quando o “balde”, que é a cabeça do aluno, estiver completamente cheio, então ele terá aprendido tudo.

Becker (2012), afirma que quando o aluno não aprende por esse caminho a explicação do fracasso dada pelo professor está ligada a problemas tais como: “desatenção, desleixo, preguiça até a deficiência cerebral ou debilidade mental do aluno; raramente atribui-se essa responsabilidade à docência, à escola ou ao sistema educacional” (p. 56).

A visão absolutista da Matemática se relaciona muito fortemente com práticas de um ensino mais tradicional.

No entanto, na visão de Hersh (1985 *apud* Meneghetti; Trevisani, 2013), uma filosofia da matemática deve dialogar mais com realidade, de modo a considerar que nossa existência é falível e marcada pelas incertezas. A visão que temos da realidade não pode e não é uma *visão absoluta*. Nossa experiência é marcada pelas incertezas e pela parcialidade, é corrigível, falível. Nesse sentido, considerar a natureza da matemática vinculada a seus aspectos históricos é considerar como o conhecimento matemático realmente é. Hersh (1985 *apud* Meneghetti; Trevisani, 2013) afirma, que desenvolver essa visão “implica em refletirmos sobre o que fazemos quando ensinamos, usamos, inventamos ou descobrimos matemática, seja pelo estudo da história, pela introspecção ou pela observação (imparcial) de nós mesmos” (p. 154).

Para Ernest (1996), a *visão falibilista da matemática* é “humana, pessoal, intuitiva, ativa, colaborativa, criativa, investigativa, cultural, histórica, viva, relacionada às situações humanas, [...] valoriza relacionamentos, conexões, empatia, carinho, sentimentos” (p. 3).

Segundo Vesga-Bravo e Angel-Cuervo (2021) o *falibilismo* considera a matemática como

uma criação da mente humana e é desenvolvida por meio de provas e refutações. As suposições são revisadas e refinadas de acordo com os fatos. Não se trata simplesmente de um aumento constante e monótono de verdades indubitáveis (LAKATOS, 1976; DAVIS; HERSH; MARCHISOTTO, 2012). Os objetos matemáticos, sendo criados pela mente humana, são imaginários, eles existem primeiro na mente do matemático, e então ganham

uma vida própria além do indivíduo. Nesse sentido, a matemática se preocupa com a verdade dos dados de objetos imaginados (Skott, 2004)¹⁰. (p. 639).

Uma visão da matemática desenvolvida por um professor pode trazer implicações, inclusive, na maneira como ele examinará o erro dos estudantes. Uma *visão absolutista* poderá entender o erro do estudante como produto, como falta de conhecimento, desconsiderando muitas vezes o raciocínio por traz desse registro.

Já uma *visão falibilista*, poderá compreender o erro como processo, como um conhecimento em desenvolvimento, capaz de fornecer dados para a organização do ensino; há um esforço para entender o pensamento do estudante. Desenvolver uma visão falibilista da matemática por parte dos professores, é algo que deve ser valorizado (Cury, 1994).

Handal (2003), estabelece uma relação entre as concepções da matemática e as de seu ensino. Sobre as implicações *falibilistas* para a prática pedagógica do professor de matemática, este autor acredita na aproximação com as abordagens construtivistas. Para ele,

O sociocostrutivismo, ou construtivismo em termos mais curtos, em oposição aos modelos behavioristas de ensino e aprendizagem, afirma que o conhecimento não deve ser transferido de um indivíduo para outro em ambientes educacionais. Para educadores construtivistas, o conhecimento deve ser construído ativamente já que o aluno é uma entidade com experiências anteriores e que deve ser considerado como um “ser conhecedor”. A aprendizagem é, portanto, vista como um processo adaptativo e experiencial, e não como uma atividade de transferência de conhecimento (Candy, 1991). À medida que os alunos encontram novas situações, eles procuram semelhanças e diferenças em relação aos seus próprios esquemas cognitivos. Estes contrastes, também chamados de perturbações cognitivas, são o produto final do conhecimento conflitivo que espera ser resolvido através da reorganização de esquemas de conhecimento (Phillip, 1995) (p. 5).¹¹

¹⁰ Tradução nossa de: una creación de la mente humana, y se desarrolla a través de pruebas y refutaciones. Las conjeturas se van revisando y refinando según los hechos. No se trata, simplemente, de un aumento constante y monótono de verdades indubitables (LAKATOS, 1976; DAVIS; HERSH; MARCHISOTTO, 2012). Los objetos matemáticos, al ser creados por la mente humana, son imaginarios, existen primero en la mente del matemático y, luego, ganan vida propia más allá del individuo. En este sentido, las matemáticas se preocupan por la verdad de los datos de los objetos imaginados (SKOTT, 2004).

¹¹ Tradução nossa de: Socio-constructivism, or constructivism in shorter terms, as opposed to behaviorist models of teaching and learning, claims that knowledge should not be transferred from one individual to another in educational environments. For constructivist educationalist, knowledge must be actively constructed as the learner is an entity with previous experiences that must be considered as a “knowing being”. Learning is therefore seen as an adaptive and experimental process rather than a knowledge transference activity (Candy, 1991). As learners encounter new situations, they look for similarities and differences against their own cognitive schemata. These contrasts, also called cognitive perturbations, are the end-product of conflictive knowledge waiting to be resolved through reorganizing schemes of knowledge (Phillip, 1995).

Caminhando nesta mesma direção, Moreira (2010) discorre sobre o ensino centrado no estudante. Segundo ele, neste modelo de ensino o professor passa a ser o mediador, ao contrário da visão de detentor de conhecimento no ensino centrado no professor, e estimula os estudantes a falarem, se posicionarem,

usar estratégias nas quais possam discutir, negociar significados entre si, apresentar oralmente ao grande grupo o produto de suas atividades colaborativas, receber e fazer críticas. O aluno deve ser ativo, não passivo. Ela ou ele tem que aprender a interpretar, a negociar significados; tem que aprender a ser crítica(o) e aceitar a crítica. Receber acriticamente a narrativa do “bom professor” não leva a uma aprendizagem significativa crítica, a uma aprendizagem relevante, de longa duração; não leva ao aprender a aprender. (Moreira, 2010, p. 4).

No que tange aos *aspectos epistemológicos*, com base em Becker (2012), a visão falibilista se aproxima de uma *concepção construtivista da Matemática*. Esta concepção considera que o conhecimento, neste caso o matemático, pode ser construído a partir de um processo de profunda reflexão, análise, assimilações e acomodações, que vai conferindo ao sujeito a capacidade de coordenar suas ações para tomar decisões.

Ele destaca, que a *concepção construtivista* considera que o conhecimento, neste caso o matemático, pode ser construído a partir de um processo de profunda reflexão, análise, assimilações e acomodações, que vai conferindo ao sujeito a capacidade de coordenar suas ações para tomar decisões. No âmbito da pedagogia, esse autor considera que a *pedagogia relacional* é a prática tida como consequência dessa epistemologia.

As implicações enquanto efeitos nas concepções de ensino de matemática produzem desdobramentos na prática muito diferentes das duas anteriores. Os professores, assim, não admitem que os estudantes estão zerados ou desprovidos de qualquer tipo de conhecimento em sala de aula, por mais novos que sejam, mas muito pelo contrário: acreditam que as experiências vividas pelos sujeitos servem como plataforma para a aquisição de novos conhecimentos. Além disso, não acredita que uns nasceram para aprender matemática e outros não. Para os docentes o conhecimento matemático é construído, não inato.

Percebemos que o entendimento de que *o conhecimento matemático pode ser construído e não transmitido* traz implicações nas estratégias de ensino desenvolvidas pelo professor. Segundo Handal (2003) o construtivismo valoriza estratégias que

partem do princípio de que os estudantes são capazes de aprender matemática. E nesse sentido, as atividades de aprendizagem tendem a ser reflexivas, exploratórias e com caráter de generalização. “Mais especificamente, essas atividades incluem resolução de problemas, aprendizado em grupo, discussões e aprendizagem situada (Murphy, 1997; Wood; Cobb; Yackel, 1991)¹².” (p. 5).

Handal (2003) nos apresenta que boa parte da literatura em Educação Matemática gira em torno do diálogo entre os *movimentos construtivista e behaviorista*. Entretanto, ele destaca que como qualquer modelo teórico, essas duas representações são apenas uma simplificação da realidade. Nesse sentido, ele nos mostra que outros termos podem ser usados nessas discussões, como percebemos no Quadro 4 a seguir.

Quadro 4 - Visões divergentes em Educação Matemática

Perspectiva Behaviorista	Perspectiva Construtivista	Fonte
Behaviorismo	Construtivismo	Candy (1991)
Tradicional	Progressiva	O’Laughlin & Campbell (1988)
Mimético	Transformacional	Jackson (1986)
Habilidades básicas	Pensamento de ordem superior	Schmidt & Kennedy (1990)
Conteúdo	Processo	Schmidt & Kennedy (1990)
Positivista	Relativista	Laurenson (1995)
Centrado no conteúdo	Centrado na criança	Sosniak, Ethington, & Varelas (1991)
Transmissão de conhecimento factual e procedimental	Ênfase nas transformações qualitativas no caráter e perspectiva do aluno	Sosniak <i>et al.</i> (1991)
Euclidiana	Quase empírica	Lerman (1983)
Absolutista	Falibilista	Lerman (1983)
Positivismo técnico	Construtivismo	Taylor (1990)
Tradicional	Não tradicional	Raymond (1997)
Transmissão	Centrado na criança	Perry, Howard, & Tracey (1999)
Transmissão	Construtivista	Nisbet & Warren (2000)

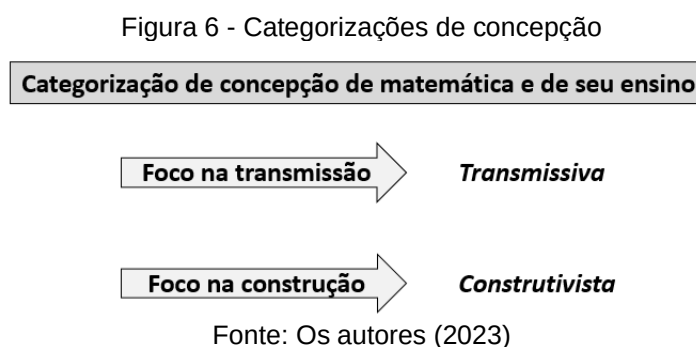
Fonte: Handal (2003, p. 6)

A diversidade de termos mostra a quantidade de modelos teóricos que tem se debruçado no estudo dessas duas perspectivas e, ao mesmo tempo, entendemos que essa diversidade contribui para a ampliação da caracterização de cada um deles. Com

¹² Tradução nossa de: More specifically, these activities include problem solving, group learning, discussions and situated learning (Murphy, 1997; Wood, Cobb, & Yackel, 1991).

base em Becker (2012), podemos afirmar que as *perspectivas behavioristas* se coadunam com a *pedagogia diretiva*, com foco no ensino na transmissão do conhecimento matemático e as *perspectivas construtivistas*, com a *pedagogia relacional*, com foco no ensino na construção do conhecimento matemático.

Consideraremos como categorias analíticas relativas à matemática e seu ensino: a *concepção transmissiva* e a *concepção construtivista*. A Figura 6 ilustra essas categorias.



2.7 ASPECTOS ANÁLITICOS DAS CONCEPÇÕES DE MATEMÁTICA E SEU ENSINO: CARACTERIZAÇÕES

Uma vez definidas as categorias de concepções referentes à matemática e seu ensino dos professores, apontaremos quais os aspectos ou indicadores pelos quais elas serão analisadas, considerando que cada um desses aspectos, de alguma forma, é relevantes pelos estudos na área. Esses aspectos, tomam como referência indicadores propostos em Carrillo e Contreras-González (1995), Giani (2004) e Ponte (2005, 2014).

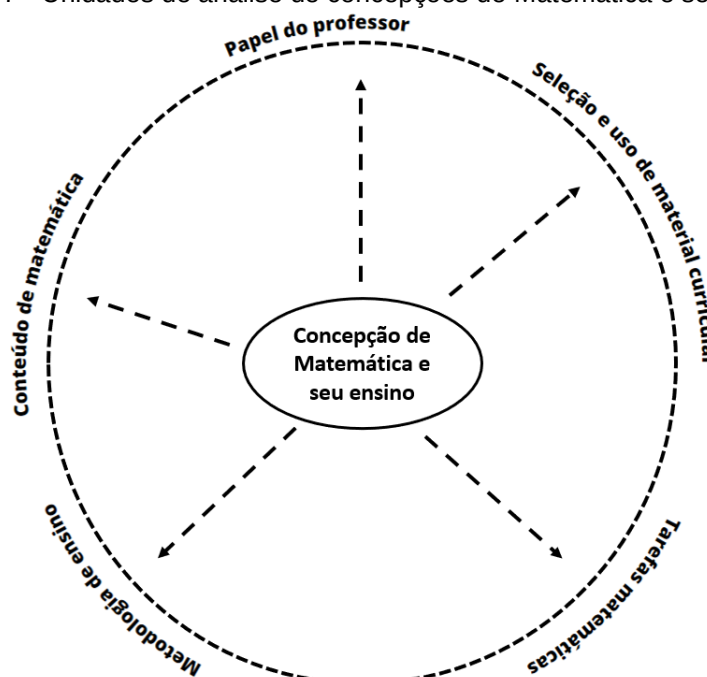
Esses autores, ao tratar sobre as concepções de matemática e seu ensino, as estudam sob o prisma de aspectos como já discutido anteriormente.

Assim, em sintonia com nossa pesquisa, que tem como objetivo investigar as relações entre as concepções dos professores sobre a Matemática e seu ensino e os materiais curriculares e suas implicações nos processos de leitura e interpretação que esses profissionais fazem das prescrições curriculares, tomaremos como unidades de análise de concepções sobre matemática e seu ensino:

- *papel do professor*
- *metodologia de ensino*
- *conteúdo de matemática*

- *tarefas matemáticas*
- *seleção e uso de material curricular*

Figura 7 - Unidades de análise de concepções de Matemática e seu ensino



Fonte: Os autores (2023)

As pesquisas têm nos apresentado uma rica descrição das concepções de matemática e de seu ensino. Apesar da diversidade de termos, como já mostrados por Handal (2003), no Quadro 4, essas concepções se caracterizam pela convergência de caracterizações. Nesse sentido, discorreremos mais sobre as *concepções transmissivas e construtivistas* destacando os aspectos escolhidos em nossa pesquisa a fim de trazer mais luz para nossas análises.

Indiretamente Câmara dos Santos e Lima (2010) tomam como referência Chevallard (1991) para destacar que um conteúdo de saber até tomar seu lugar entre os objetos de ensino na escola passa por um processo de transformação. De *saber científico*, produzido nas academias e centros de pesquisa, passando pelo *saber a ensinar*, presente nas referências curriculares e livros didáticos até *saber ensinado*, momento em que o professor interpreta o texto do saber, realizando seleções, modificações, reorganizações diante de seus anseios, visões, concepções. Segundo Câmara dos Santos e Lima (2010), é nesse terceiro momento que o professor toma a decisão em que perspectiva ensinará e os dois *focos mais comuns*, apresentados por eles, são: *transmissão ou construção*.

Lester (2013), também expõe a existência de duas perspectivas no âmbito do ensino de matemática que, segundo ele, são bem diferentes: um ensino direto (explícito) e um ensino construtivista. Ele destaca que a maneira como o professor concebe a aprendizagem matemática, terá enorme influência sobre o que ele fará em suas aulas.

Consideramos prudente destacar, que elementos de concepções de ensino manifestadas por um professor não tem a intenção de ser algo binário como é *isso ou aquilo*. Muito pelo contrário, a própria literatura que discute o assunto, procura usar expressões como *foco* (Câmara dos Santos; Lima, 2010), *tendência* (Fiorentini, 1995; Carrillo; Contreras-González, 1995) e *estratégia* (Ponte, 2005) para indicar algo mais como uma inclinação, algo que o professor valoriza, que faz com mais regularidade, do que usar expressões que passam a ideia de algo fixo. Aceitamos a possibilidade de o professor valorizar determinada forma de ensinar, mas sem prescindir de outras (Thompson, 1992). Carrillo e Contreras-González (1995), afirmam ser difícil categorizar um professor quanto as suas concepções pedagógicas, preferindo usar o termo *tendência didática*. A nossa pesquisa alcançará uma parte da realidade, não sendo possível conhecê-la por inteiro. Assim, uma vez que não temos como acessar toda realidade do professor, usar essas expressões denota aquilo que foi possível perceber pelos *aspectos analíticos* já elencados.

Além disso, não temos a pretensão de afirmar que existem apenas duas concepções de ensino no âmbito da matemática. Outras intermediárias podem existir (Ponte, 2005) e outras concepções podem ser identificadas a partir de outros pressupostos teóricos.

2.7.1 Tendência às concepções transmissivas

Quando o *foco do ensino* é na **transmissão do conhecimento matemático** o professor assume o papel de emissor e o estudante de receptor. O professor de matemática ensina por meio do discurso quando apresenta os conteúdos que devem ser aprendidos. Se caracteriza por um ensino mais unidirecional, cujo conhecimento encontra-se sistematizado em materiais curriculares como os livros didáticos. Câmara dos Santos e Lima (2010), afirmam que a escolha metodológica padrão “se baseia, geralmente, em três etapas: a *apresentação do objeto de conhecimento*, a *oferta de exemplos de aplicação* e uma *extensa bateria de exercícios de fixação do conteúdo*”.

estudado” (p. 8) e enfatizam que essa metodologia é muito predominante em nosso sistema escolar sendo uma das causas que tem dificultado a aprendizagem desse conhecimento.

Menezes (1995), afirma que o professor “tradicional” enfatiza o domínio dos conteúdos através de uma prática repetitiva. Afirmar ainda, que o seu papel é expor com clareza toda a matéria e o do aluno, acompanhar suas ideias.

Ele usa a expressão “técnico de conteúdos” para se referir ao papel desempenhado pelo professor nesta concepção.

Com base em Ponte (2005), podemos dizer que essa *tendência metodológica* se caracteriza pelo *ensino direto*. Este ensino ocorre quando o *professor assume o papel fundamental* no fornecimento de informações, apresenta exemplos, comenta situações e sistematiza o assunto. Se introduz o conteúdo como etapa prévia ao restante do trabalho ou durante a realização das tarefas. São aulas de “exposição de matéria”, “ensino expositivo”, cuja fala central e mais importante é a do professor. Apesar de haver perguntas, ele afirma que elas têm a intenção de ilustrar pontos que estão sendo discutidos. “No entanto, tais perguntas não presumem da parte dos alunos um envolvimento especial, cabendo-lhes essencialmente seguir por onde o professor os conduz” (Ponte, 2005, p. 13). Os professores tendem a considerar que o conhecimento da matéria é o elemento central para um ensino de qualidade a ponto de não se sentirem bem diante de situações que não sabem, de início, qual a estratégia de resolução (Ponte, 1992).

No ensino direto, o professor presume que o estudante aprende ouvindo o que este lhe diz e fazendo exercícios com foco nas técnicas e procedimentos anteriormente explicados e exemplificados. De modo geral, Ponte (2005) afirma que “as tarefas principais do aluno que se evidenciam neste tipo de ensino são **prestar atenção** ao que o professor diz e, eventualmente, **responder às suas questões**” (p. 13, grifo nosso). O professor é o detentor do conhecimento e a fonte de onde emana o saber, cabendo ao estudante executar os comandos dados por ele. Ao estudante, cabe responder exercícios, que são aplicações dos conhecimentos apresentados, de modo que para ele, aprender é “saber como se faz” todos os tipos de exercícios.

Moreira (2010), com base em Don Finkel (2008), se refere a este modelo de ensino que o professor é o narrador, como sendo *modelo clássico de ensino* ou *modelo da narrativa*, e sobre isso ele afirma:

Nesse modelo, muitas vezes baseado em um livro de texto, o professor escreve (uma forma de narrar) no quadro-de-giz aquilo que os alunos devem copiar em seus cadernos, estudar (memorizar) e depois reproduzir nas avaliações. Às vezes, o professor repete, no quadro-de-giz, trechos do próprio livro de texto e, ainda assim, os alunos copiam para estudar depois, geralmente na véspera das provas a fim de não os esquecer. (Moreira, 2010, p. 1)

Segurado e Ponte (1998), nos apresentam as cinco concepções principais dos estudantes sobre a Matemática elencadas por Frank (1988), que dizem muito sobre a influência em seu ensino:

a) *A Matemática é cálculo.* Decorre da valorização de tarefas de cálculo numérico e aplicação de fórmulas.

b) *Os problemas de Matemática são questões que se resolvem rapidamente e em poucos segundos.* O professor treina como devem ser resolvidas algumas questões com o objetivo que o aluno aplique algumas dessas técnicas para resolver outras questões. “Se não conseguem desistem de imediato, não procurando alternativas. Para eles, um problema nunca deve levar mais do que 5 a 10 minutos a resolver.” (p. 11).

c) *Em Matemática, o objetivo é obter “respostas certas”.* A valorização das respostas corretas implica não considerar importante o esforço pela busca de solução de um problema. Neste caso, ao erro, não é atribuído qualquer significado e valor, restando ao estudante apagar tudo e começar de novo.

d) *O papel do aluno é receber conhecimentos de Matemática e demonstrar que os adquiriu.* Deve ser dada toda atenção necessária ao que o professor está ensinado, anotando tudo no caderno, para que sirva de material de estudo para as avaliações. Será nessas avaliações que o estudante mostrará ao professor que sabe. O papel do professor é repassar o “conhecimento” para o estudante.

e) *O papel do professor é transmitir conhecimentos de Matemática e verificar que os alunos as adquiriram.* “Os alunos aceitam pacificamente o professor como a autoridade na sala de aula. Se ele explicar bem, então os alunos serão capazes de reproduzir rapidamente o que foi ensinado, obtendo assim respostas corretas.” (p. 12).

Essas cinco concepções dos estudantes sobre a Matemática destacadas por Frank (1988 *apud* Segurado; Ponte, 1998), em certa medida são manifestações de concepções de ensino do professor. Ainda que estes profissionais não verbalizem isso diretamente, suas ações, atitudes, gestos, comunicam uma perspectiva de ensino que

é captada pelos seus ouvintes. Elas dizem muito daquilo que está sendo valorizado nas aulas de Matemática.

Percebe-se que o papel que o professor desempenha em suas aulas, mediante suas escolhas metodológicas, acaba por explicitar uma visão limitada da Matemática: a de que ela é uma estrutura de conhecimento fechada e totalmente estruturada, restando-lhe repassar esse conhecimento. Se explicita, então, uma *visão dualista da Matemática*, de certo ou errado, e nega a possibilidade de desenvolver as capacidades reais dos estudantes (Borasi, 1990 *apud* Segurado; Ponte, 1998).

Micotti (1999), pontua que o trabalho didático valorizado nesta perspectiva, procura “transferir para o aprendiz os elementos extraídos do saber criado e sistematizado, ao longo da história das ciências, fruto do trabalho de pesquisadores” (p. 157). Essa concepção de ensino, segundo ela, implica explanações sobre temas do programa. Ela pontua que para os que defendem essa concepção, basta o domínio da matéria que leciona para ensinar bem.

Esta autora ainda destaca que o ensino tradicional se compromete com a decoração de textos ou partes de livro didático, com a repetição e a memorização como mecanismos para o desenvolvimento de uma aula. Nós entendemos que essa prática tomada como foco camufla ou esconde o real significado dos objetos matemáticos, uma vez que a “memorização pode ocorrer sem compreensão” (p. 157).

Sobre o *conteúdo de matemática*, nos apoiamos no que dizem Fiorentini (1995) e Carrillo e Contreras-González (1995). Professores com tendências a *concepções transmissivas* valorizam o conteúdo em sua abordagem formal, com a sistematização lógica do conhecimento matemático a partir de definições, axiomas e postulados. Os conteúdos são organizados em passos sequenciais, como numa instrução programada, de “fazer esse para responder aquele”. Preocupação exagerada com a linguagem, com o uso correto dos símbolos, com o rigor, com o produto final, mais do que o processo. Com uma finalidade informativa (Carrillo; Contreras-González, 1995).

Os conteúdos tendem a ser encarados como informações, regras, macetes ou princípios organizados lógica e psicologicamente por especialistas (alguns importados do exterior) e que estariam disponíveis nos livros didáticos, nos módulos de ensino, nos jogos pedagógicos, em “kits” de ensino, nos dispositivos audiovisuais, em programas computacionais... (Fiorentini, 1995, p. 18).

As *tarefas* ocupam um papel relevante enquanto ferramenta de mediação no ensino e aprendizagem matemática, assumindo a função de organizador da atividade

de quem aprende. Elas oferecem a oportunidade aos estudantes desenvolverem suas habilidades e raciocínios matemáticos das mais variadas formas a partir dos objetivos pedagógicos do professor. Mas é a maneira como ela é proposta, como entra na forma de organização do trabalho dos alunos que dirão de sua potencialidade (Ponte, 2014). A tarefa em si não gera os efeitos do que se pretende. A aprendizagem do estudante resulta de seu papel ativo (*atividade*) no processo de aprendizagem.

Segundo Ponte (2014), o *ensino com tendências transmissivas* se caracteriza por explorar com mais frequência as tarefas tipo *exercícios*, que são “questões cuja resolução o aluno dispõe já de um método de solução apropriado” (p. 17).

Os exercícios servem para o aluno pôr em prática os conhecimentos já anteriormente adquiridos. Servem essencialmente um propósito de consolidação de conhecimentos. No entanto, para a maioria dos alunos, fazer exercícios em série não é uma atividade muito interessante. Reduzir o ensino da Matemática à resolução de exercícios comporta grandes riscos de empobrecimento nos desafios propostos e de desmotivação dos alunos. Os exercícios têm, por isso, um lugar próprio no ensino da Matemática (Ponte, 2005, p. 4).

São tarefas mais mecânicas, repetitivas, de aplicação de métodos aprendidos anteriormente, não deixando de ser importantes para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos. No entanto, seu baixo grau de desafio limita a aprendizagem (Cyrino; Jesus, 2014). Segurado e Ponte (1998) já afirmavam que o ensino transmissivo ocupa os estudantes com um ensino que se “assenta quase exclusivamente na memorização e na resolução repetitiva de exercícios” (p. 6).

A *seleção de materiais curriculares* tende a valorizar aspectos metodológicos, de conteúdo e de tarefas com as características apontadas anteriormente. Giani (2004) nos mostrou que os professores selecionam livros didáticos que encontram sintonia com suas concepções de ensino. Quanto ao seu *uso*, esta autora diz que os professores, que tendiam para uma concepção mais tradicionalista da matemática, tinham dificuldade de se relacionar com livros que tinham uma proposta alternativa da matemática. Eles acabavam subvertendo o texto curricular. Segundo Brown e Edelson (2003), os materiais curriculares contêm os *procedimentos* para o desenvolvimento de conteúdos (*representação de domínio*). O professor lê e interpreta esses materiais também segundo suas concepções de ensino.

Podemos representar as discussões em torno da concepção de ensino que valoriza a transmissão pelo *semicírculo da transmissão*, na Figura 8 seguinte.

Figura 8 - Semicírculo da transmissão do conhecimento



Fonte: Os autores (2023)

2.7.2 Tendência às concepções construtivistas

Quando o foco do ensino é na **construção do conhecimento matemático**, o papel do professor e do aluno se alteram. O *professor é o responsável por criar situações* que levem os estudantes na direção da aprendizagem, admitindo que estes devem ser capazes de “reconstruir” ou “reinventar” o conhecimento em jogo. Os alunos, agora, deixam de ser passivos para ativos e autônomos pela sua aprendizagem. Professor e aluno assumem posturas dialógicas, mais comunicativas; professor respeitando o conhecimento do aluno, ainda que em desenvolvimento, mas necessário para sua construção.

Ponte (2005), menciona que para esta estratégia de ensino tem sido utilizada muitas designações: *ensino por descoberta*, *ensino ativo*, *ensino-aprendizagem exploratória*. Diferentemente da concepção anterior, o professor se caracteriza não por explicar tudo, mas por possibilitar a descoberta e a construção do conhecimento pelos seus alunos. Destaca que o *estilo de ensino* de um professor não ocorre por tarefas pontuais, mais de caráter duradouro, como uma “tendência geral do trabalho desenvolvido” (p. 14). Pois, segundo ele, é possível que um professor com foco no *ensino mais direto, transmissivo*, em algumas vezes, permita a participação dos alunos na exposição da matéria, através de perguntas, mas ainda assim, ele continua sendo o protagonista. Como também é possível, eventualmente, num processo de *ensino-aprendizagem mais exploratório*, haver momento de “exposição pelo professor

e de sistematização das aprendizagens por ele conduzidas” (p. 13). Por isso, ao nosso ver, faz-se necessário um acompanhamento do trabalho do professor por um período considerável, lançando mão de vários instrumentos metodológicos, para uma melhor caracterização do foco de ensino.

Borasi (1990 *apud* Segurado; Ponte, 1998), alinhado com o *foco na construção*, considera que o *professor valorize algumas estratégias* de atuação em sala de aula que se distancie de uma visão dualista da Matemática, de certo ou errado. E nesse sentido deve propor situações aos alunos que:

a) *estímule o conflito cognitivo* através de paradoxos e contradições insolúveis, ou ainda questões que o certo ou errado dependa do contexto.

b) *partilhem as estratégias* utilizadas no sentido de que podem existir outros modos de resolver o problema.

c) *exija formulação de questões, seleção de informação e validação de soluções*.

O *papel do professor* é de moderar as discussões e prover contextos de aprendizagem que levem os alunos a pensarem e construir as ideias matemáticas. Deve oportunizar os estudantes a compartilharem suas soluções, seus raciocínios, independente de certo ou errado, para que eles entendam que também podem fazer matemática. O professor precisa permitir que os estudantes intervenham no curso da aula e ao mesmo tempo criar um ambiente para que estes se sintam convidados a participar e se envolver na aula.

Cabe a ele analisar as habilidades propostas para uma dada unidade (conceitos matemáticos envolvidos, procedimentos e processos de raciocínio) e decidir sobre o nível de profundidade com que quer que seus alunos trabalhem. A ele cabe escolher quais são as prioridades, “deixando de lado aspectos que considera secundários ou que podem surgir mais tarde” (Ponte, 2005, p. 19). Este autor destaca, que é papel do professor conhecer as grandes finalidades do currículo que estão associadas ao trabalho de um período escolar (fundamental, médio ou ano escolar) e os temas transversais veiculados no currículo como:

o desenvolvimento da autonomia, da iniciativa, da capacidade de cooperação, da solidariedade, do espírito crítico, do sentido de responsabilidade, do gosto pela Matemática, etc. que marcam o trabalho realizado nas aulas (Ponte, 2005, 19).

Ponte (2005) também considera como papel do professor conhecer as capacidades e interesses dos alunos, uma vez que uns reagem bem a certos tipos de

propostas, enquanto outros preferem outras, e ainda aqueles que são indiferentes. “A diversidade dos alunos que o professor tem na sua sala de aula deve ser por ele ponderada, de modo a tentar corresponder, de modo equilibrado, às necessidades e interesses de todos” (p. 20).

Ponte (2005), salienta que na definição da estratégia a ser tomada o professor considera dois fatores: *como o conteúdo será introduzido* e *a natureza das tarefas e as atividades* que delas decorrem.

Sobre a *introdução com foco na construção* o professor procura evitar começar com a “teoria”, a exposição de matéria, informações, explicações ou exemplos, mas valorizar atividades que estimulem maiores envolvimento dos estudantes, com tempo de reflexão, discussão, que por sua vez fundamentarão aprendizagens futuras.

As *tarefas matemáticas* ganham novo significado nas aulas. Ponte (2005) salienta que uma tarefa pode entrar numa aula de várias maneiras: o professor pode formulá-la e apresentar aos alunos ou os próprios alunos podem sugerir algum tipo de tarefa ou ainda uma combinação entre professor e aluno. Destaca ainda que “a tarefa pode ser enunciada explicitamente logo no início do trabalho ou ir sendo constituída de modo implícito à medida que este vai decorrendo” (p. 1). É o modo e a condução de como as tarefas são propostas que gera os efeitos de aprendizagem pretendidos pelos professores.

Referenciando no NCTM (1991/1994), Ponte (2014) cita que o professor de matemática deve propor tarefas que sejam baseadas: (1) em Matemática correta e significativa; (2) no conhecimento das compreensões, interesses e experiências dos alunos e, (3) no conhecimento das diversas maneiras como diferentes alunos aprendem Matemática. Ainda citando o documento, o autor menciona que as tarefas devem:

- envolver os alunos em atividade intelectuais;
- desenvolver as compreensões e capacidades matemáticas dos alunos;
- estimular os alunos a fazer ligações e a desenvolver um quadro coerente de ideias matemáticas;
- exigir a formulação e resolução de problemas e o raciocínio matemático;
- promover a comunicação acerca da Matemática;
- representar a Matemática como uma atividade humana em constante desenvolvimento;
- mostrar sensibilidade ao apoiar-se nas experiências e disposições dos alunos;
- promover o desenvolvimento da disposição de todos os alunos para fazer Matemática. (p. 17)

Por essas ponderações, percebemos que as tarefas possuem um lugar de destaque nas aulas de matemática à medida que elas desempenham um papel decisivo nos processos de ensino e aprendizagem. Fica evidente que seus modos de aplicação em sala focam no desenvolvimento de ideias matemáticas que sejam consolidadas pelas vias da construção e não da transmissão. Desempenham papel essencial no envolvimento do aluno com sua aprendizagem quando se fundamentam em atividades intelectuais, em desenvolver compreensões e capacidades matemáticas. As tarefas valorizam a reflexão, a discussão, interação entre os pares.

É preciso que as tarefas, no seu conjunto, proporcionem um percurso de aprendizagem coerente, que **permita aos alunos a construção dos conceitos fundamentais em jogo, a compreensão dos procedimentos matemáticos, o domínio das notações e formas de representação relevantes, bem como das conexões dentro e fora da Matemática.** É preciso fazer escolhas, estabelecer um percurso balizado por tarefas que permitam trabalhar de modo natural os diversos aspectos de conteúdos e de processos visados pelo professor. (Ponte, 2005, p. 18, grifo nosso)

Um dos trabalhos do professor é criar ou selecionar tarefas (que podem ser adaptadas) que se constituam como bom ponto de partida para a consolidação das aprendizagens.

Um tipo de tarefa bem distinto de *exercícios* são os *problemas*. Recorrendo a Pólya (1975, 1981), Ponte (2005) relembra que os *problemas* desafiam as capacidades matemáticas dos alunos, permite-os experimentar o gosto pela descoberta e pela própria disciplina, e comporta um certo grau de dificuldade apreciável. Não pode ser nem muito difícil, nem muito fácil. Ponte (2005) define *problema* como uma tarefa fechada, mas com elevado grau de desafio, “que requer da parte do aluno uma estratégia de resolução para ele desconhecida” (Ponte, 2014, p. 18), “necessitando de empregar a sua persistência, curiosidade, coragem, criatividade, iniciativa e sensibilidade estética” (David Kirshner, 2000, p. 12 *apud* Ponte, 2014, p. 19).

Wagner (2003 *apud* Pagliarini, 2007, p. 26), aponta duas características para problema: (1) quando há uma necessidade não satisfeita e (2) quando não se tem controle sobre a situação ou quando os caminhos para sua solução não são tão óbvios.

Serrazina (2017) cita o NCTM (1991) para dizer que

Um problema genuíno é uma situação em que, para o indivíduo ou o grupo em questão, uma ou mais soluções apropriadas precisam ainda de ser encontradas. A situação deve ser suficientemente complicada para constituir um desafio, mas não tão complexa que surja como insolúvel (NCTM, 1991, p. 11 *apud* Serrazina, 2017, p. 58)

Ela caracteriza um bom problema quando este é:

- desafiante e interessante a partir de uma perspectiva matemática;
- adequado, permitindo que o estudante relacione seu conhecimento antigo com o novo;
- problemático, a partir de algo que faça sentido e que o caminho para a solução não seja visível.

Os PCN (1998), sobre resolver problemas nas aulas de matemática, consideram que:

- a situação-problema é ponto de partida da atividade matemática e não a definição;
- o problema não é um exercício que o estudante aplica uma fórmula ou um processo operatório;
- deve levar o estudante a interpretar o enunciado da questão e estruturar a situação apresentada;

Frank (1988 *apud* Segurado; Ponte, 1998), sugere algumas características que colocam os problemas no centro da atividade matemática. Para ele, os problemas devem:

- ocupar os alunos num tempo de 5 a 10 min;
- exigir o uso de diversas estratégias;

Percebemos que os problemas nas aulas de matemática devem assumir notoriedade pela sua relevância e pelas inúmeras contribuições para a aprendizagem do aluno. Suas características dialogam com o papel social a ser desempenhado pela matemática. E sua função está associada diretamente ao modo como o professor os usam em sala de aula.

Nesse sentido, muitas pesquisas têm discutido sobre a *resolução de problemas enquanto aspecto metodológico* por considerar a necessidade de um conjunto de elementos estruturantes no processo de ensino e aprendizagem.

Onuchic (2022), menciona que as pesquisas sobre Resolução de Problemas (RP) enquanto forma de ensinar matemática ganharam centralidade a partir dos

estudos de Polya, a quem chama de pai da Resolução de Problemas. Segundo ela, a RP se apoia no Construtivismo e na Teoria Sociocultural e seu foco, inicialmente, foi “colocado sobre os processos de pensamento matemático e de aprendizagem por descoberta, no contexto da resolução de problemas” (p. 10). Ela afirma que muitos materiais foram produzidos nessa fase contendo “coleções de problemas, listas de estratégias sugestões de atividade e orientações para avaliar o desempenho dos alunos nessa área, sempre visando ao trabalho em sala de aula” (p. 10), que por sua vez, contribuíram para os professores adotarem a RP como ponto de partida de suas aulas.

No entanto, esta autora afirma que não havia, até então, uma forma coerente e clara quanto aos objetivos a serem alcançados num ensino de Matemática fundamentado na RP, devido aos diferentes significados atribuídos à RP como foco da matemática escolar.

Ela explicita que historicamente a RP viveu três fases: (1) ensinar sobre resolução de problemas; (2) ensinar matemática para resolver problemas e (3) ensinar matemática através da resolução de problemas. E diz que foi a partir dos Standards (NCTM, 2000 *apud* Onuchic, 2022) “que os educadores matemáticos passaram a pensar numa metodologia de ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas” (Onuchic, 2022, p. 11). E nessa abordagem, os problemas assumem papel central na construção de novos conceitos e novos conteúdos.

Decorre que a Metodologia através da RP, segundo ela, possui um roteiro, não rígido, composto por nove fases:

- **Preparação do problema** – Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha, ainda, sido trabalhado em sala de aula.
- **Leitura individual** – Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
- **Leitura em conjunto** – Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.
 - Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema.
 - Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.
- **Resolução do problema** – A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da matemática nova que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.

- **Observar e incentivar** – Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.

- O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias, já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.

- **Registro das resoluções na lousa** – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.

- **Plenária** – Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.

- **Busca do consenso** – Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.

- **Formalização do conteúdo** – Neste momento, denominado formalização, o professor registra na lousa uma apresentação formal organizada e estruturada em linguagem matemática padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto. (Onuchic, 2022, p. 13-15)

Notamos que a formalização do conteúdo, a que chamamos de sistematização do conteúdo, corresponde aos aspectos formais dos conteúdos matemáticos: nomenclaturas e definições. Tal fase é última etapa do processo de ensino e aprendizagem, após os estudantes vivenciarem suas elaborações e discussões sobre o assunto em questão. E a primeira ação do professor é propor aos estudantes os problemas. É uma metodologia inversa da que é preconizada numa concepção mais transmissiva do conhecimento, que começa com as formalizações e explicações matemáticas, seguidas de exemplos e exercícios.

Percebemos que na metodologia da RP o estudante é ativo no processo, com participação direta, com ideias, proposições, sugestões podendo ir à lousa expor suas conclusões. E ao professor, cabe-lhe mediar e instigar, questionar seus estudantes sobre seus raciocínios e formas de pensar.

Os *conteúdos matemáticos* valorizados na *construção do conhecimento* desempenham papel de meio, não indispensável, “para a construção e desenvolvimento das estruturas básicas da inteligência. Ou seja, o importante não é aprender isto ou aquilo, mas sim *aprender a aprender* e desenvolver o pensamento lógico-formal. (Fiorentini, 1995).

Neste mesmo sentido caminha Moreira (2010). Ao se colocar como contrário à aprendizagem mecânica, este autor defende a posição de uma *aprendizagem significativa*. Ele a define como sendo “aquela em que há uma interação cognitiva entre os novos conhecimentos e conhecimentos prévios especificamente relevantes, existentes na estrutura cognitiva do ser que aprende” (p. 3). Ou seja, os *novos conhecimentos são construídos à medida que novos significados e compreensões são atribuídos aos já existentes* (Câmara dos Santos; Lima, 2010).

Tal entendimento reflete a ideia de que os conteúdos matemáticos formam uma estrutura em que existe uma forte relação entre eles. Apesar de existir, na cultura escolar, uma *organização para os conteúdos matemáticos em grandes campos ou unidades temáticas* (Brasil, 2018), Câmara dos Santos e Lima (2010) defendem que “é indispensável que tais campos não sejam vistos como blocos estanques e autossuficientes” (p. 3).

É importante que o ensino de matemática, na perspectiva de uma concepção com tendências construtivistas, valorize o diálogo, a conexão, relação entre os mais variados objetos matemáticos a fim que possa desenvolver uma visão mais integrada da matemática. O Currículo Estadual salienta que,

no trabalho em sala de aula, é importante que o professor busque, de forma sistemática, articular as unidades temáticas, trabalhando de forma integrada, considerando os objetos de conhecimento e habilidades previstos por ano de escolaridade. (Pernambuco, 2019a, p. 360).

Ao passo que se destaca os processos ligados a construção do conhecimento matemático, deve fazer menção que tal fato não ocorre de forma espontânea. Segundo Câmara dos Santos e Lima (2010) eles vêm “como consequência da mobilização de recursos metodológicos adequados” (p. 3). Entendemos, assim, que o professor precisa lançar mão de estratégias metodológicas adequadas e coerentes para que possa atingir seus objetivos.

No entanto, cabe destacar que por mais que essa seja uma visão que tenha estreita relação com as perspectivas construtivistas, é importante destacar que uma visão hierarquizada e rígida que se tem dos conteúdos curriculares ainda é muito forte.

Machado (2014), explicita algumas imagens tácitas representativas do processo de construção do conhecimento assimiladas pelos professores que, por sua vez, acabam “organizando suas práticas, inspirando modos de atuação” (p. 21). Uma dessas imagens é a de que conhecer é como construir um *encadeamento lógico*, matriz do pensamento cartesiano. Segundo essa visão, o conhecimento se constrói à medida que as tarefas são decompostas, analisadas, reduzidas a ideias mais simples. Ou seja. Para chegar em ideias complexas, devemos reduzir os conteúdos em fragmentos menores.

Segundo este autor, esta imagem está muito enraizada no nosso sistema educacional, haja vista que palavras como “pré-requisito”, “seriação”, “ordem necessária para os estudos” são frequentemente ouvidas. Além disso, como exemplo dessa hegemonia, ele afirma que “os currículos e os livros didáticos, de modo geral, reforçam tal perspectiva, cristalizando percursos e alimentando a impressão da necessidade de uma ordem igual para todos os contextos” (p. 27). E complementa afirmando que “os currículos da Universidade permanecem essencialmente como encadeamentos rígidos” (p. 27).

Tais considerações deste autor nos levam a concluir que *os materiais curriculares, os currículos prescritos da educação básica e das instituições formadoras exercem grande impacto na manutenção e/ou modificação de concepções dos professores sobre a matemática e seu ensino.*

Todo esse conjunto de elementos são estruturantes para a prática pedagógica dos professores e, de fato, romper com visões absolutistas, com concepções transmissivas que valorizam os aspectos do conteúdo em detrimento das compreensões dos estudantes torna-se um grande desafio.

Requer a construções de materiais didáticos que comuniquem a matemática de forma clara e transparente, com orientações didáticas e metodológicas que rompam com a ideia de sequenciamento, rigidez e hierarquização; ao mesmo tempo, requer das instituições formadoras ações teórico-práticas que estimulem a reflexão dos processos de ensino e aprendizagem matemática que se pautam na construção e não na transmissão do conhecimento.

Sobre *seleção e uso de material curricular*, Ponte (2005) destaca que os livros didáticos apresentam uma proposta de como os conteúdos podem ser desenvolvidos. Entretanto, elementos como: exemplos, quantidade de exercícios, linguagem que os alunos não compreendem, podem levar os professores a fazerem adaptações.

Salienta que a seleção precisa considerar a natureza das tarefas matemáticas e como elas estão articuladas com o currículo.

Cada manual escolar oferece para cada unidade uma proposta de percurso de aprendizagem. Muitas vezes, essa proposta não se adequa aos alunos, ou porque tem exemplos ou exercícios em excesso, ou porque usa uma linguagem e exemplos que os alunos não estão preparados para compreender. O professor faz então adaptações, “saltando” por vezes seções inteiras do manual, ou complementando-o com outras tarefas que considera mais adequadas para a exploração de certo tópico. É importante que os professores, ao escolherem nas suas escolas os manuais a utilizar, tenham em conta **não apenas a natureza dos exemplos e da linguagem utilizada, mas também o estilo de percurso delineado, nomeadamente a natureza das tarefas propostas e a sua articulação curricular** (Ponte, 2005, p. 19, grifo nosso).

O autor concorda que o professor usa de sua autonomia para fazer as adaptações necessárias nos materiais que estão a sua disposição quando estes não são “adequados” para a exploração de determinados assuntos. Em seu uso dos materiais, o professor omite capítulos ou tópicos, improvisa com base em seus conhecimentos sobre os alunos (sua capacidade de compreensão dos conceitos) e em seus conhecimentos sobre as oportunidades dos materiais curriculares. Mas critica o professor que “se limita a seguir um guia curricular pré-estabelecido, com adaptações mínimas e, por vezes, ao sabor dos acontecimentos” (p. 21).

Isso mostra que para este autor, as adaptações e ajustes no material, bem como a própria seleção, não decorre de atos aleatórios e improvisados, mas pensados, refletidos e ajustados às demandas da sala de aula. Ele continua dizendo que essas adaptações correm talvez o risco de não levar em consideração fatores como: finalidades do currículo, habilidades, objetivos transversais, alunos, materiais, condições e recursos e fatores do contexto escolar e social.

Este autor ainda defende que o professor não pode se limitar a um único material curricular.

De fato, Moreira (2010), ao elencar nove pontos característicos de uma aprendizagem crítica, em que se estabelece uma estreita relação com o ensino construtivista, destaca que um deles está ligado ao livro texto.

Segundo ele, o uso de diversos materiais instrucionais acompanhado com sua cuidadosa seleção contribui para uma aprendizagem significativa crítica. Afirma que não quer dizer com isso que a escola deva banir o livro didático, mas que este deve ser considerado como mais um material e acrescenta que “ater-se a um único material

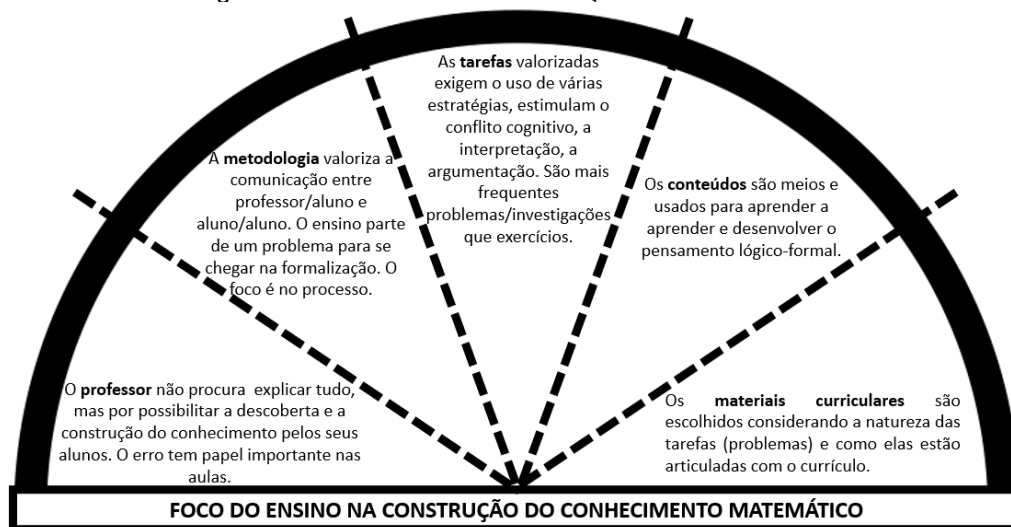
(livro, apostila, manual, notas de aula) é treinamento, não educação” (Moreira, 2010, p. 10).

Carvalho e Lima (2010) estão em concordância com que é dito por Ponte (2005) e Moreira (2010) no que concerne a centralidade do LD. Apesar de considerar a importância deste recurso e que, em algumas situações ele tem ocupado papel dominante no ensino, os autores afirmam que ele

não deve ser o único suporte do trabalho do professor. É sempre desejável buscar enriquecê-lo com outras fontes, a fim de ampliar ou aprimorar o conteúdo que ele traz e, acima de tudo, adequá-lo ao grupo de alunos que o utiliza. (Carvalho; Lima, 2010).

Podemos representar as discussões em torno da concepção de ensino que valoriza a construção pelo *semicírculo da construção*, na Figura 9 seguinte.

Figura 9 - Semicírculo da construção do conhecimento



Fonte: Os autores (2023)

3 CURRÍCULO E MATERIAL CURRICULAR DE MATEMÁTICA

Este capítulo tem como objetivo apresentar o conceito de currículo conforme Jonnaert, Ettayebi e Defise (2010) e quais são seus elementos constitutivos. Em seguida, com base em Sacristán (2000), discorreremos sobre as várias fases que um currículo sofre em seu processo de desenvolvimento, relacionamos o currículo de Pernambuco e a BNCC para a área de matemática e, por fim, comentamos sobre materiais curriculares.

3.1 O CURRÍCULO E SEUS ELEMENTOS CONSTITUTIVOS

Os debates no âmbito do currículo têm ocupado a agenda de muitos países, haja vista que ele é uma peça importante para o processo de escolarização. Sacristán (2000), destaca que uma vez que os currículos desempenham missões distintas nos diversos níveis educacionais, torna-se dificultoso construir uma teorização ordenada sobre currículo e qualquer pretensão de universalização é um tanto quanto simplista.

Young (1980 *apud* Sacristán, 2000, p.19), apesar das dificuldades inerentes a uma definição pronta e acabada, diz que currículo é o “mecanismo através do qual o conhecimento é distribuído socialmente”. Ele também mostra que o conhecimento tem um papel importante e cada vez mais decisivo numa sociedade avançada.

O conflito de ideias e interesses torna o currículo um espaço de tensão constante, tendo em vista que os valores a serem defendidos, os conhecimentos e os saberes a serem aprendidos, a visão de sociedade, experiências a serem valorizadas acabam por estarem, na maioria das vezes, implícitas no discurso curricular. A julgar pelas concepções de currículo, podemos lançar mão das ideias de Jonnaert, Ettayebi e Defise (2010).

As pesquisas desses autores no campo curricular têm desenvolvido modelos teóricos que têm sido constantemente confrontados com os atores que atuam no campo, o que os têm levado a realizar ajustes e ressignificações. Eles explicitam os *elementos mínimos* que devem constituir um currículo, bem como suas *características essenciais* para que ele cumpra suas funções. Ao assim fazer, tais autores nos fornecem um quadro analítico sobre a adequabilidade e operacionalização de um currículo dentro do sistema educativo por meio do que eles chamam de *perfil de currículo*.

Suas pesquisas, que remontam mais de 30 anos, têm sido publicadas na Europa e em outros continentes. Os fundamentos teóricos dessas pesquisas sobre currículo “foram desenvolvidos no seio de uma equipe de pesquisadores especializados nas questões de desenvolvimento curricular no *Observatório das Reformas em Educação* (ORE) na Universidade de Québec, em Montreal, Canadá, (UQAM)” (Jonnaert; Ettayebi; Defise, 2010, p. 11).

Eles nos apresentam duas concepções do conceito de currículo construídas por dois grupos distintos. Uma, de *corrente francófona* e outra de *corrente anglófona*, que, por sua vez nos ajudam a pensar ainda mais nas conceituações de currículo. Essas correntes, bem como suas caracterizações, também contribuem para uma visão mais analítica sobre os aspectos mais relevantes na construção de um currículo.

A *corrente franco-europeia* considera o currículo como um conjunto dos programas disciplinares que tem como objetivo o estudo progressivo dos conteúdos escolares ao longo dos anos. Esses pesquisadores recorrem a autores como Danvers (1992) e Reuter, Cohen-Azria, Daunay, Delcambre, Lahanier-Reuter (2007) para explicitar a ideia de currículo enquanto um instrumento que determina quais os conteúdos serão ensinados, de acordo com objetivos transmitidos metodicamente. Jonnaert, Ettayebi e Defise (2010) apresentam três características do currículo franco-europeu:

1. Ele é centrado nos saberes escolares.
2. Visa à programação dos conteúdos de ensino.
3. Sobrepe-se a outras noções: programas de ensino, programas de formação, referencial ou plataformas de competências, etc. (p. 29)

Segundo eles, “esse tipo de currículo é baseado na *transmissão de conteúdos*, sejam eles definidos em termos de saberes, de competências ou de objetivos nos programas de ensino” (p. 30).

A *corrente anglófona*, por sua vez, considera o currículo numa visão que vai além de programa de ensino. Se pensa o currículo de modo funcional, que explicita quais as finalidades da educação, do ensino e especifica atividades de ensino e de aprendizagem e orientações quanto aos aspectos avaliativos. Se valoriza as experiências de vida dos alunos a ponto de o ensino dos conteúdos escolares estarem conectados com a ideia de *sentido para os alunos*. Essa corrente curricular coloca o aluno como centro das aprendizagens. Jonnaert, Ettayebi e Defise (2010) citam D'Hainaut (1988) como um dos autores que se inscreve nessa perspectiva.

Ainda sobre a corrente anglófona, Jonnaert, Ettayebi e Defise (2010) destacam que existe uma preocupação com a inserção social, capaz de aprender também as normas e os valores de seu povo. Eles nos apresentam três características desse currículo:

1. Ele é *geral* e vai além dos programas de ensino que inclui.
2. É *pragmático* e propõe situações que fazem referência às experiências de vida dos alunos e que fazem sentido para eles: a noção de *sentido* se torna importante nessa corrente.
3. Ele tem por finalidade o *desenvolvimento* pessoal e a *inserção* social dos alunos, bem como sua adesão a normas e valores. (p. 28)

Eles afirmam que “esse tipo de currículo é centrado no *desenvolvimento pessoal e social das pessoas*” (p. 29).

De modo resumido, podemos destacar algumas ideias dessas duas correntes, com base nesses autores, conforme Quadro 5 a seguir.

Quadro 5 - Correntes de concepções de currículo

Franco-europeia	Anglófona
Centrado nos saberes	Centrado no aluno
Currículo enquanto programação dos conteúdos de ensino ao longo da escolaridade	Currículo ultrapassa amplamente a questão da codificação de saberes, de objetivos operacionais e de competências
Foco na transmissão de conteúdos	Foco no desenvolvimento pessoal e a inserção social dos alunos
Os conteúdos são ensinados de acordo com objetivos transmitidos metodicamente	As experiências de aprendizagem devem fazer sentido para os estudantes

Fonte: Elaboração baseada em Jonnaert, Ettayebi e Defise (2010)

A defesa de Jonnaert, Ettayebi e Defise (2010) se fundamenta em comparar essas duas perspectivas na busca da complementariedade e não na de oposição. Eles asseguram que uma perspectiva não exclui a outra. “A *dimensão programática dos conteúdos* de aprendizagem dos currículos francófonos europeus completa seguramente a *visão humanista e pragmática* do currículo anglo-saxão” (p. 30). Assim, a relação que eles estabelecem entre essas duas perspectivas é a de *relação de inclusão hierárquica*, em que “o currículo inclui os programas de ensino, e não o contrário” (p. 30). Segundo eles,

isso significa que todos os programas de ensino incluídos em um mesmo currículo compartilham as mesmas características e as mesmas orientações que lhes impõem o currículo: *o currículo orienta os programas de ensino que ele comporta*. (p. 31)

Ainda segundo os autores, a função orientadora do currículo permite evitar incoerências. Caso essa relação não exista há uma tendência de se ter tantos

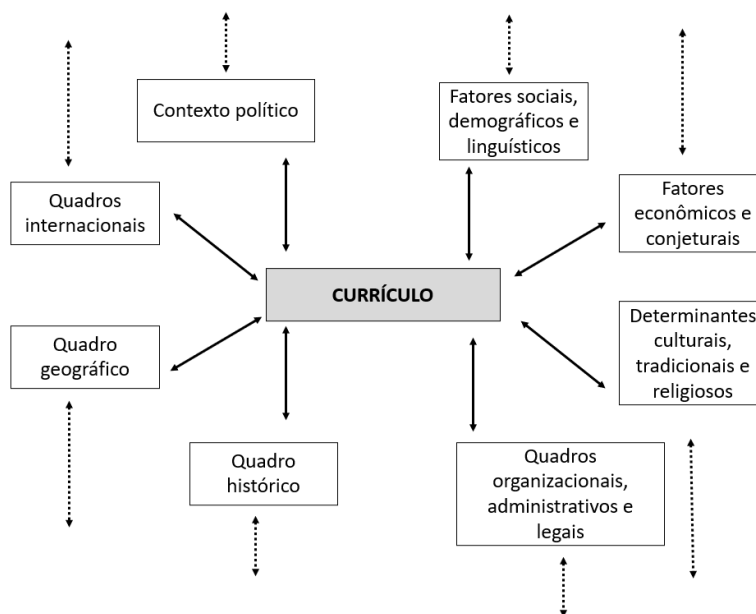
currículos de matemática com finalidades inúmeras, contemplando os mais variados conteúdos de ensino, seguindo concepções diversas, por vezes antagônicas. Afirmam que o currículo assegura “uma *coerência interprogramas* de ensino e evita que estes se isolem em gavetas” (p. 32), numa lógica cartesiana, sem nenhum diálogo entre si. A defesa desses autores implica na ideia de currículo que valoriza a articulação entre seus programas.

Em Jonnaert, Ettayebi e Defise (2010) encontramos uma definição para currículo que diz que:

Um currículo é um conjunto de elementos com fins educativos que, articulados entre si, permitem a orientação e a operacionalização de um sistema educativo por meio dos planos de ações pedagógicos e administrativos. Ele está ancorado nas realidades históricas, sociais, linguísticas, políticas, econômicas, religiosas, geográficas e culturais de um país, de uma região ou de uma localidade. (p. 37)

Conforme definição de currículo sua existência não ocorre alheia ao contexto em que foi criado. Ele sofre inúmeras influências como se percebe na Figura 10.

Figura 10 - Fatores que determinam o Currículo de um Sistema Educativo



Fonte: Jonnaert, Ettayebi e Defise (2010, p. 40)

Eles afirmam que o currículo de um sistema educativo tem uma *dimensão sistêmica*, uma vez que qualquer alteração em um desses fatores todo o sistema é afetado. Notemos, pelo sentido das setas, que elas são bidirecionais e que para o currículo converge a influência dos mais variados contextos e que, por sua vez, ele acaba por se entrelaçar com cada um desses contextos. Assim, o aspecto histórico

influencia a constituição do currículo, mas também influencia o contexto político, que influencia o econômico e assim sucessivamente.

Explicitar aspectos de ordem histórica, geográfica, política, econômica, cultural, demográficos, entre outros, apenas mostra o grande desafio que está por trás da construção de um currículo. Agregar um conjunto de elementos de natureza distintas e fazer convergi-los para uma ideia central.

À medida que Jonnaert, Ettayebi e Defise (2010) nos expõem as duas perspectivas sobre currículo, *franco-europeia e anglófona*, fica aparente que ele é construído com base em uma concepção, uma ideia de referência que, marcado pelo seu contexto, irá organizar todo processo de ensino e aprendizagem dos conhecimentos envolvidos.

As Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN) (Brasil, 2013), por exemplo, pontuam que toda política curricular é também uma política cultural, haja vista que o currículo “é fruto de uma seleção e produção de saberes: campo conflituoso de produção de cultura, de embates entre pessoas concretas, concepções de conhecimento e aprendizagem, formas de imaginar e perceber o mundo” (p. 24). Assim, o currículo não é neutro. Ele carrega consigo uma imagem representativa do contexto no qual está inserido e fruto de uma escolha, de uma seleção, não arbitrária.

Tais explanações nos ajudam a entender que o currículo é um documento que veicula uma ideia, uma concepção de ensino. E a defesa de Jonnaert, Ettayebi e Defise (2010), é a de que o currículo precisa deixar claro qual a concepção de ensino que está sendo preconizada. Não seria apropriado que não houvesse uma linha ou eixo norteador ou qual concepção de ensino, de matemática, em nosso caso, é defendida no currículo. A nosso ver, isso poderia gerar certa confusão e dificuldade em interpretar suas ideias e, conseqüentemente, dificuldade em sua operacionalização.

Um currículo existe para ser praticado, vivido, guiar os processos de ensino e aprendizagem, contribuir para o desenvolvimento das aprendizagens, apenas para citar alguns de seus objetivos.

Por isso que os autores veem com um alto risco de incoerência a existência de *vários currículos* dentro de um mesmo sistema educativo, o que os levam a concluir que “o currículo de um sistema educativo deve ser unificado” (p. 41). A expressão “vários currículos” refere-se ao sentido de haver outros currículos com perspectivas distintas de um currículo de referência. Um currículo de âmbito estadual, por exemplo,

pode permitir a construção de *outros* currículos na esfera municipal, como é o caso do Currículo do Estado de Pernambuco (2019), um dos objetos de nossa tese. Este Currículo afirma que ele “deve ser o documento referência para elaboração dos currículos municipais, propostas pedagógicas e projeto político pedagógico de todas as escolas das redes de ensino de Pernambuco” (Pernambuco, 2019a, p. 14). Apesar de permitir a construção de *outros* currículos, o fato dele ser tomado como referência implica na manutenção de seus princípios e fundamentos.

Partindo da ideia de currículo defendida por Jonnaert, Ettayebi e Defise (2010), seguem 12 elementos constitutivos de um currículo, que são, segundo eles, elementos vitais e interdependentes, ainda que não exaustivos. Esses elementos são como o *conteúdo de um currículo*, os elementos que compõem um currículo, conforme Quadro 6 seguinte.

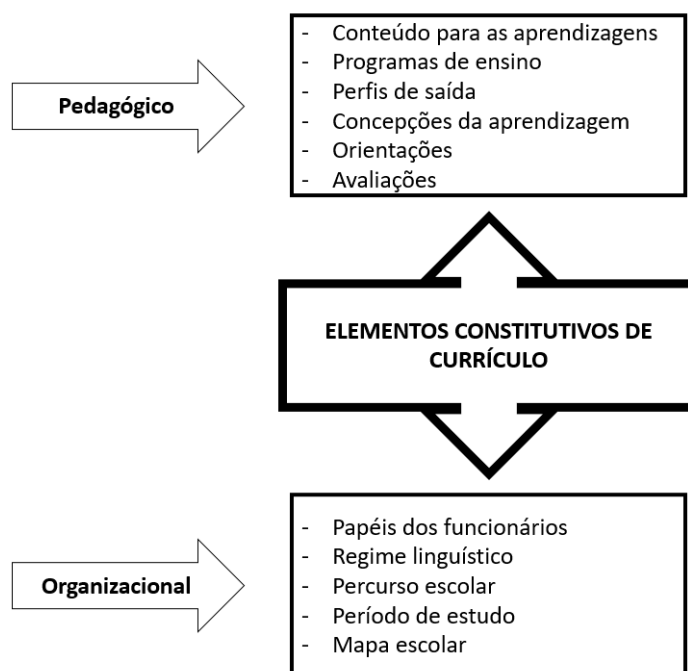
Quadro 6 - Elementos constitutivos de um Currículo

Elementos constitutivos de um currículo	Descrição
Tipo de <i>conteúdo</i> para as aprendizagens	Áreas estudadas pelos estudantes, competências, atitudes, saber-fazer, etc.
<i>Estruturação dos programas de ensino</i>	Organização por objetivos, por abordagem por resolução de problemas, por projetos.
<i>Perfis de saída</i> das formações	Aprendizagens que as pessoas devem ter realizado antes de concluir sua formação.
<i>Concepção da aprendizagem</i>	Foco no estudante ou no professor, construção ou transmissão, estudantes ativos ou passivos.
<i>Papéis e estatutos dos funcionários escolares</i>	Função do professor, sua formação, organização de sua profissão, plano de cargos e carreiras.
<i>Orientações</i>	Orientações quanto ao conteúdo, uso de materiais didáticos, guias pedagógicos, etc. Orientações quanto aos aspectos da didática.
<i>Avaliação</i>	Formas de avaliar, certificação, boletins escolares.
<i>Programas de ensino</i>	Organização e apresentação dos conteúdos das aprendizagens escolares.
<i>Regime linguístico</i>	Línguas do ensino.
<i>Percurso escolar</i>	Período por bimestre, trimestre, ... ano escolar, ciclos, etc.
<i>Escolaridade obrigatória</i>	Duração do período de estudo obrigatório.
<i>Mapa escolar</i>	Distribuição das escolas por região.

Fonte: Elaboração baseada em Jonnaert, Ettayebi e Defise (2010)

Analisando esses elementos podemos organizá-los em dois grupos: um grupo de caráter *pedagógico* e outro de caráter *organizacional*, conforme Figura 11 seguinte.

Figura 11 - Aspectos pedagógico e organizacional de um Currículo



Fonte: Os autores (2023)

Tais elementos sugerem que o currículo não se limita a aspectos pedagógicos somente, mas há outros aspectos de âmbito administrativo que, por sua vez, acabam por estabelecer uma relação de interdependência, sendo praticamente impossível um elemento existir sem a influência de outro.

Podemos destacar, também, que a noção de currículo apresentada por Jonnaert, Ettayebi e Defise (2010) não se limita a um documento apenas, com a descrição detalhada de todo seu conteúdo, mas uma reunião de tantos outros documentos. Segundo eles, geralmente, o documento curricular que apresenta os elementos pedagógicos como o programa da disciplina, explicações sobre o processo avaliativo, estratégias metodológicas se concentram num único lugar, num único documento e os elementos de âmbito organizacional como detalhamento e justificativas sobre o percurso letivo, distribuição das escolas na região, dinâmicas da formação de professores estão disseminados em outros documentos.

Segundo os autores, grande parte desses *elementos constitutivos* estão dispersos, podendo ser encontrados em “discursos e textos políticos, [...] em programas de governo, [...] decretos ministeriais, notas e regulamentos administrativos [...]” (p. 42). Entendemos, assim, que reuni-los é um grande desafio.

Logo, o documento intitulado *Currículo de Pernambuco* (2019a) na realidade é parte do currículo desse Estado e não sua totalidade, haja vista que ele se detém aos

aspectos pedagógicos e nada há menção sobre a estrutura de formação de professores, localização das escolas no estado, por exemplo. Muito embora, questões administrativas existam e estejam disseminadas em documentos e resoluções estaduais. Mas nesta tese, por questões objetivas e práticas, nos referimos ao Currículo de Matemática de PE à seção dedicada a área de Matemática no documento intitulado *Currículo de Pernambuco* (2019a), cujo foco é o aspecto pedagógico.

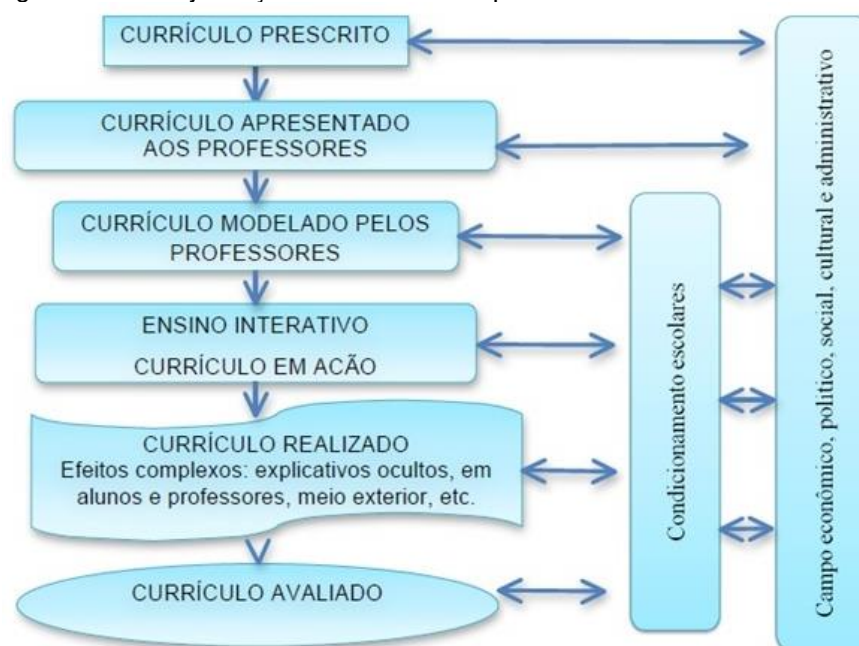
Ao incluirmos a BNCC nesse debate, fica evidente, pelas lentes teóricas de Jonnaert, Ettayebi e Defise (2010), que ela não é currículo, mas uma referência para a construção dos currículos estaduais, municipais e do Distrito Federal (Brasil, 2018). Ela é parte do currículo. Ela compõe o currículo. De forma geral, ela se detém aos aspectos pedagógicos do currículo e não há menção sobre os seus aspectos organizacionais, muito embora tais aspectos possam ser encontrados nas Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN), no Plano Nacional de Educação (PNE) e em resoluções do Conselho Nacional de Educação (CNE).

Dito isto, apesar de não ser destacado publicamente que temos um currículo prescrito nacional, o conjunto de dispositivos legais, tanto na esfera *pedagógica* quanto na esfera organizacional, praticamente consubstancia a existência de um.

3.2 FASES DO CURRÍCULO

O modelo de interpretação do currículo proposto por Sacristán (2000), oriundo do contexto espanhol, é explicativo e não normativo, composto por fases que se inter-relacionam de modo recíproco e circular (Sacristán, 2000, p. 104); serve de exemplo para explicitar as inúmeras transformações sofridas pelo currículo que se inicia com o *prescrito*, em seguida o *currículo apresentado aos professores*, depois *currículo modelado pelos professores*, *currículo em ação*, *currículo realizado* e, por fim, o *currículo avaliado*, como na Figura 12.

Figura 12 – A objetivação do Currículo no processo de seu desenvolvimento



Fonte: Sacristán (2000, p. 105)

O currículo *prescrito* ou *oficial* (Sacristán, 2000), também chamado de *currículo como fato* (Young; Whitty, 1977) ou *currículo formal* (Perrenoud, 1995) é uma estrutura de conhecimento estabelecida como resultado de um processo de escolha cultural, legitimado por leis, a exemplo do Currículo de Pernambuco. Dado o objetivo a que se destina, que é apresentar os princípios, concepções, valores, concernentes à Educação, este documento tende a ser “genéricos e não são suficientes para orientar a atividade educativa nas aulas” (Sacristán, 2000, p. 105); “servem de ponto de partida para a elaboração de materiais” (Sacristán, 2000, p. 104) pelas Secretarias de Educação, Editoras de livro didático, demais instituições voltadas para a prática do professor. Para Curi (2015), ele apresenta os fundamentos teóricos, as orientações didáticas e metodológicas pertinentes, as diretrizes para a organização das aprendizagens dos estudantes.

Os materiais curriculares oriundos dessas prescrições, a exemplo dos livros didáticos, funcionam como uma espécie de intérprete do que está legitimado e tem a intenção de ser facilmente compreendido pelos professores, uma vez que sugerem formas de organização do conteúdo, maneiras de avaliação da aprendizagem do estudante, metodologia a ser valorizada; procuram ser mais “práticos” do que “teóricos”.

Esses materiais curriculares procuram explicitar *como* o professor pode colocar em prática as ideias promulgadas do currículo oficial, e por esse motivo, estão situados no plano do *currículo apresentado aos professores*.

Para Sacristán (2000), duas razões atribuem um papel decisivo aos livros didáticos: o nível de formação dos professores e as condições de seus trabalhos. Esses fatores dificultam a tarefa do professor organizar sua prática a partir do currículo prescrito.

No caso do Brasil, atualmente os livros didáticos e outros materiais tomam como referência as *aprendizagens essenciais* preconizadas na BNCC para desenvolver as aprendizagens dos estudantes. Apesar de não ser um currículo prescrito, mas parte do currículo oficial segundo Jonnaert, Ettayebi e Defise (2010), a BNCC também serve de base para a construção de materiais curriculares a serem usados em sala de aula, uma vez que explicita o que o estudante deve desenvolver, em termos de competências e habilidades, em cada ano da escolarização. De forma indireta, ela carrega o peso de uma prescrição curricular uma vez que todos os currículos estaduais, municipais e do Distrito Federal devem tomá-la como referência em sua constituição (Brasil, 2018).

A próxima fase curricular é o *currículo moldado pelos professores*. Este destaca o papel ativo do professor na interpretação de qualquer proposta que lhe é feita. Com base em sua cultura profissional ele traduz o material curricular usado lhe atribuindo significados. Ele faz as adequações e ajustes que convém necessários para o desenvolvimento de sua aula, podendo ou não seguir as ideias iniciais veiculadas no material. Tal currículo se materializa em seus planos de aula, no planejamento anual de sua disciplina, no projeto político pedagógico da escola. “Neste processo, estão envolvidas as opções que o professor faz em relação aos conteúdos, às metodologias e às formas de avaliação” (Palanch; Pires, 2019, p. 56). Segundo Rolkouski e Feliciano (2017), o professor “irá moldar seu currículo de acordo com suas intenções e suas compreensões. O professor é visto como um ‘tradutor’ que intervém na configuração das propostas curriculares” (p. 873).

O *currículo em ação* é o currículo praticado pelo professor em sala de aula que nem sempre reflete o que foi planejado previamente. A execução de uma aula toma como referência um planejamento inicial, mas que no decorrer dela, perguntas e questionamentos podem modificar o rumo pensado pelo professor (Curi, 2015). É um currículo dinâmico e mutável.

Segundo o próprio Sacristán (2000),

o currículo na ação é a última expressão de seu valor, pois, enfim, é na prática que todo projeto, toda ideia, toda intenção, se faz realidade de uma forma ou outra; se manifesta, adquire significação e valor, independentemente de declaração e propósitos de partida. (Sacristán, 2000, p. 201).

O currículo em ação, a partir de toda ação do professor em sala de aula, explicita suas concepções sobre a matemática e seu ensino, torna visível suas escolhas e desejos. Nesse sentido, nossa tese demandou observar a aula do professor por entender que é uma oportunidade para conhecermos um pouco mais daquilo que é defendido por ele no processo de ensino e aprendizagem.

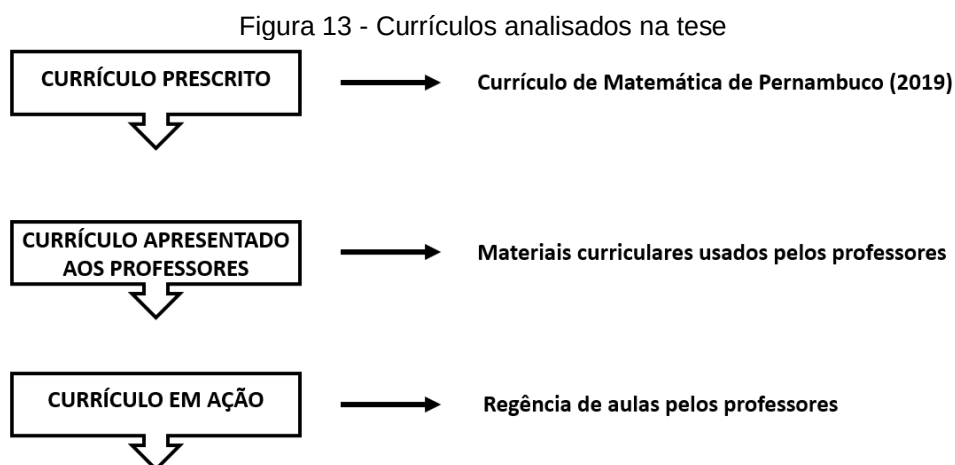
O *currículo realizado* “representa o conjunto de aprendizagens em diferentes aspectos: cognitivo, social, afetivo, moral, etc. Ele é fruto da relação entre indivíduos e o objeto de ensino que produz conhecimento” (Palanch; Pires, 2019, p. 57). Seu impacto produz efeitos muitas vezes imprevisíveis dada sua amplitude.

Esses efeitos podem refletir de maneira imediata na aprendizagem dos alunos sendo vistos como rendimentos dos métodos pedagógicos. É possível também que os efeitos sejam a longo prazo, assim, ficarão como ocultos do ensino, influenciando em situações diversas da vida como profissional, social, familiar. (Rolkowski; Feliciano, 2017, p. 874).

É possível que essas aprendizagens revelem, inclusive, quais as concepções que os docentes possuem sobre o conhecimento em questão. Ponte (1998) nos apresentam as cinco concepções principais dos estudantes sobre a Matemática elencadas por Frank (1988) que, por sua vez, acabam sendo resultado das manifestações de concepções de ensino do professor.

O *currículo avaliado* se refere a um conjunto de elementos usados pelo professor com a intenção de colher dados referentes às aprendizagens dos estudantes. O que será avaliado pelo professor pode vir explicitado nos mais variados instrumentos como teste e outras produções dos estudantes. Segundo Curi (2015), as provas de larga escala estão situadas nesse nível curricular. Elas procuram “obter indicadores educacionais que possam subsidiar a elaboração de propostas de intervenção técnico-pedagógica no sistema de ensino, visando a melhorar a sua qualidade e a corrigir eventuais distorções detectadas” (p. 49). Dada sua amplitude e relevância essas provas externas publicam matrizes de habilidades que, segundo esta autora, acabam servindo de currículo oficial na medida “que indicam o que se espera que os alunos tenham aprendido” (p. 49).

Das seis fases propostas por Sacristán (2000), nossa tese atua em três delas, a saber: *currículo prescrito*, *currículo apresentado* e *currículo em ação*. A Figura 13 mostra quais os elementos que se enquadram em cada uma dessas fases.



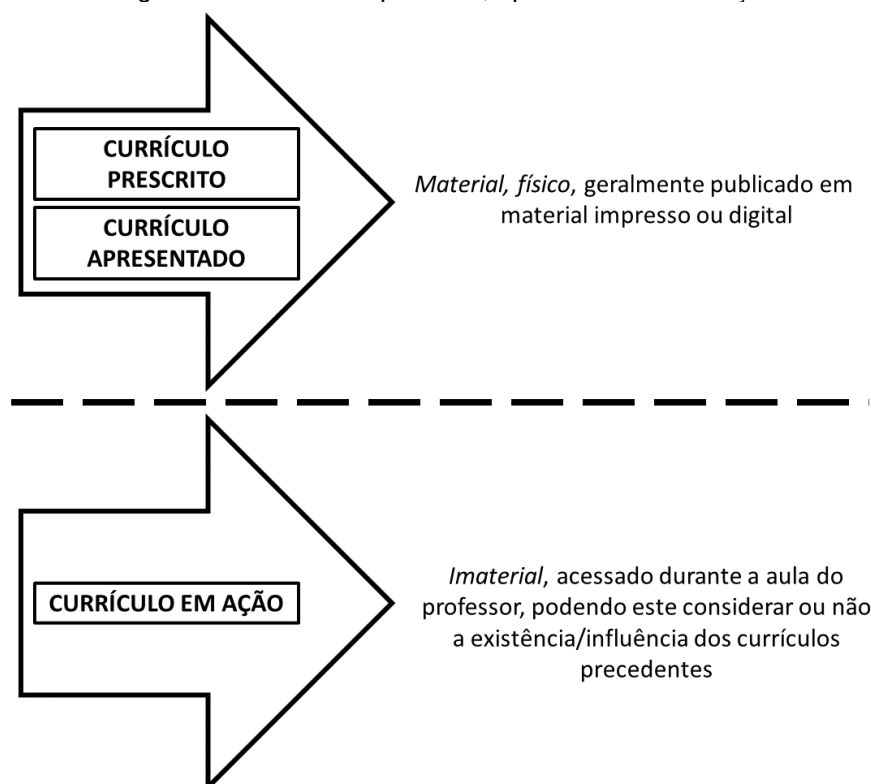
Fonte: Os autores (2023)

Dessas três instâncias curriculares percebemos que duas delas estão relacionadas a algo físico, materializável, visível podendo ser impresso ou digital, enquanto outra é imaterial, invisível. Os *currículos prescrito e apresentado* podem ser acessados pelo professor de uma forma mais direta. Eles geralmente são publicados em site, por editoras, por órgãos do governo a fim de ter amplo alcance entre os professores. No nosso caso específico, o currículo de Matemática de Pernambuco está publicado no site da Secretaria de Educação e Esportes do Estado de Pernambuco (SEE-PE), acessível a todos. Alguns materiais curriculares, no âmbito do *currículo apresentado*, também estão disponibilizados como sugestão para uso dos professores, a exemplo dos *Cadernos de Orientações Metodológicas* (Pernambuco, 2019b, 2020). Esses cadernos apresentam aos professores sequências didático-metodológicas, separadas por unidades temáticas e ano escolar, que podem ser usadas em sala de aula. As sequências partem de atividades, sendo estas atividades discriminadas com todo detalhamento: ano escolar, unidade temática, objetivo, tempo pedagógico, recursos, competência geral, competência específica, objetos de conhecimento e habilidades. Além de orientações de como essas atividades podem ser vivenciadas em sala.

O *currículo em ação* é uma instância imaterial, pois só pode ser acessado a partir do momento que o professor está desenvolvendo o assunto abordado na presença dos alunos. Por mais que ele possa considerar a existência e influência dos currículos precedentes, é nesse momento que o professor expõe suas concepções

sobre o ensino, sobre a aprendizagem, seus valores são evidenciados, ainda que implicitamente. É um currículo dinâmico, pois só existe na prática. Possui certo grau de imprevisibilidade, pois a pergunta de um estudante pode mudar o rumo de uma discussão não prevista no momento da preparação da aula. A Figura 14 ilustra as características desses currículos.

Figura 14 - Currículos prescrito, apresentado e em ação



Fonte: Os autores (2023)

3.3. BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR: ÁREA DE MATEMÁTICA DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

A BNCC, homologada em dezembro/2017, em sua introdução, destaca que sua construção encontra amparo e fundamento legal na Constituição Federal (1988), nas Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN) e no Plano Nacional de Educação (PNE). Tais documentos salientam a necessidade de uma base nacional comum dos currículos que servissem de “referência nacional para a formulação dos currículos dos sistemas e das redes escolares dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios e das propostas pedagógicas das instituições escolares” (Brasil, 2018, p. 8), públicas e privadas.

Em seu Artigo 26, a LDB determina que

os currículos da Educação Infantil, do Ensino Fundamental e do Ensino Médio devem ter **base nacional comum**, a ser complementada, em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos (Brasil, 1996, grifo do autor).

Tal exigência legal é ratificada no PNE pela Lei nº 13.005/2014 quando afirma a necessidade de “estabelecer e implantar, [...] a **base nacional comum dos currículos**, com direitos e objetivos de aprendizagem e desenvolvimento dos(as) alunos(as) para cada ano do Ensino Fundamental e Médio” (Brasil, 2014, grifo nosso).

A BNCC é um documento de caráter normativo propositivo, obrigatório para todo país e que, segundo este, apresenta as *aprendizagens essenciais* que devem assegurar aos estudantes o desenvolvimento de competências gerais e específicas em cada ano da Educação Básica.

Na Área de Matemática a BNCC discorre sobre os seus pressupostos, que são ideias bem gerais sobre a Matemática e, em seguida, apresenta as oito Competências Específicas de Matemática para o Ensino Fundamental. Logo após, tece comentários sobre esse componente curricular destacando aspectos inerentes à matemática, seu ensino e sua aprendizagem para cada etapa do ensino fundamental.

Para conhecermos por dentro do que é prescrito na área de matemática analisamos *sete conceitos-chaves extraídos da própria BNCC*. Tais conceitos-chaves estão vinculados a uma perspectiva, um enfoque. O enfoque por nós escolhido poderia ser o político, o psicológico, o filosófico, o ético e assim por diante (Lüdke; André, 2020). Nós escolhemos o *enfoque didático-metodológico* uma vez que é este que se coaduna com nossa tese. Destacamos isso para deixar claro a existência do vínculo *enfoque/conceitos-chaves/interpretação* quantos aos resultados, pois outro enfoque poderia levar a constituição de outros conceitos-chaves e consequentemente a outras interpretações.

Após leitura exaustiva da BNCC chegamos a 7 (sete) conceitos: *conhecimento matemático; letramento matemático; processos matemáticos; competências específicas; ideias fundamentais; unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades; recursos didáticos*. À medida que eles forem sendo apresentados estabeleceremos relações com a literatura em educação matemática.

3.3.1 Conhecimento matemático

Ao discorrer sobre o conhecimento matemático, a Base parte do princípio de que ele é necessário para todos os estudantes da Educação Básica e nos apresenta duas razões: sua aplicabilidade na sociedade e seu contributo para formação cidadã crítica. Como se registra em seu texto:

O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais (Brasil, 2018, p. 265).

Discorrendo ainda sobre conhecimento matemático a BNCC também nos apresenta algumas características relacionadas à metodologia de validação e uma das citadas é o método hipotético-dedutivo, que é um método que se apoia em axiomas e postulados e que segundo os PCN, tradicionalmente essa metodologia tem sido usada para comunicar a matemática pelos mais variados meios como periódicos, livros e nos ambientes escolares (Brasil, 1998). Entretanto, a Base salienta a importância de considerarmos outras formas de fazer matemática à medida que se valoriza processos heurísticos de experimentação na aprendizagem dessa área.

Esse posicionamento da BNCC sobre o conhecimento matemático destacando sua presencialidade na sociedade e características que vão para além de métodos tradicionais, remete a preocupação em deixar claro seus entendimentos sobre que concepção de matemática e de seu ensino deve nortear as práticas pedagógicas. Apesar da Base não se alongar nas explicações sobre isso, a literatura científica nos apresenta pelo menos duas tipologias para a concepção de matemática: *absolutista* e *falibilista*. Estas, por sua vez, são aproximações teóricas que de alguma forma fundamentam tais considerações.

A concepção absolutista da matemática considera que esse conhecimento, como o próprio nome diz, é absoluto. Parte do entendimento que ele é atemporal, a-histórico, válido universalmente, livre de valores e da cultura. Essa visão confere características à matemática como: “rígida, fixa, lógica, absoluta, desumana, fria, objetiva, pura, abstrata, remota e ultra-racional” (Ernest, 1996, p. 2) e contribuiu para uma imagem pública negativa da matemática como a de considerar que ela é fria, difícil e acessível a umas poucas mentes brilhantes.

As implicações dessa concepção de matemática para o ensino é de considerar como verdade absoluta e inquestionável os fatos, conceitos e procedimentos

matemáticos, de modo que a comunicação feita pelo professor por si só é suficiente para que se tenha acesso a esse conhecimento. Prática conhecida também por ensino por conteúdo (Vaz, 2019).

Ainda sobre as implicações para o ensino de matemática, tal concepção absolutista da matemática está fundamentada na lógica de que a transmissão exclusiva por parte do professor é capaz e suficiente para dar conta de todas as demandas necessárias de que o estudante precisa concernente ao conceito. Na visão de Câmara dos Santos (2002) é como se a cabeça do estudante estivesse vazia para ser preenchida pelo professor, assim como despejamos água num balde. Quando o “balde”, que é a cabeça do aluno, estiver completamente cheio, então ele terá aprendido tudo.

No entanto, na visão de Hersh (1985 *apud* Meneghetti; Trevisani, 2013) nossa existência é falível e marcada pelas incertezas e nesse sentido, uma visão da matemática deve dialogar mais com a realidade. A visão que temos da realidade não é uma visão absoluta, mas marcada pelas incertezas e pela parcialidade, é corrigível, falível. Então, considerar a natureza da matemática vinculada a seus aspectos históricos é considerar como o conhecimento matemático realmente é

Para Ernest (1996), a visão falibilista da matemática é “humana, pessoal, intuitiva, ativa, colaborativa, criativa, investigativa, cultural, histórica, viva, relacionada às situações humanas, [...] valoriza relacionamentos, conexões, empatia, carinho, sentimentos” (p. 3).

Nessa perspectiva, a Base admite que o conhecimento matemático pode ser construído e não transmitido quando afirma que uma das competências a ser desenvolvida pelos estudantes é “reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, [...], e é uma ciência viva” (Brasil, 2018, p. 267) e, assim, procura influenciar nas estratégias de ensino desenvolvidas pelo professor. Segundo Handal (2003) o construtivismo valoriza estratégias que partem do princípio de que os estudantes são capazes de aprender matemática quando considera que as atividades de aprendizagem tendem a ser reflexivas, exploratórias e com caráter de generalização. Ele afirma: “Mais especificamente, essas atividades incluem resolução de problemas,

aprendizado em grupo, discussões e aprendizagem situada (Murphy, 1997; Wood, Cobb e Yackel, 1991)¹³.” (Handal, 2003, p. 5).

3.3.2 Letramento matemático

O texto da BNCC continua sua discussão, pontuando a importância do desenvolvimento do letramento matemático, o qual é mais um de seus conceitos-chaves. Adotando a mesma definição que o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), a Base afirma que:

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento *do letramento matemático*, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição). (BRASIL, 2018, p. 266, grifo do autor).

A explicação dada, remete a valorização de um pensar matematicamente que capacita o estudante não só a resolver, mas também a formular problemas sob os mais variados contextos e situações. O letramento matemático pressupõe o desenvolvimento da capacidade do estudante de “formular juízos e tomar decisões bem fundamentadas, como se espera de cidadãos do século XXI participativos, empenhados e reflexivos” (PISA, 2022)¹⁴.

No entendimento de Silva e Mirandoli (2007, p. 374 *apud* Santos; Souza; Alves; Cusati; Guerra, 2020, p. 468) “ser letrado em matemática, não é simplesmente saber contar e dominar o processo das quatro operações, é ter condições de realizar uma leitura do mundo dos números de forma sistemática e consistente, compreendendo o porquê das situações”.

Para essas autoras, o *letramento matemático* deve estar caminhando em constante diálogo com as práticas de leitura e escrita por entender que em toda atividade humana usamos a linguagem para nos comunicarmos com nossos pares. Segundo Salmazo (2005, p. 26 *apud* Santos; Souza; Alves; Cusati; Guerra (2020, p.

¹³ Tradução nossa de: More specifically, these activities include problem solving, group learning, discussions and situated

¹⁴ Disponível em: <https://pisa2022-maths.oecd.org/pt/index.html>

466) “em toda atividade humana, a linguagem representa um sistema simbólico que permite ao homem se comunicar com seus pares, expressar suas ideias, estabelecer relações e significados entre objetos, compreender instruções.”

Então, percebemos o *letramento matemático* não como uma ação pontual e isolada, específica de um ano escolar, mas como um processo que objetiva promover uma formação matemática crítica e reflexiva. O processo de *letramento matemático*, então, se concretiza quando os estudantes tem a capacidade de usar a matemática para se comunicar, expressar ideias coerentes, usando os mais diversas registros, de modo consciente.

3.3.3 Processos matemáticos

Os processos matemáticos aparecem na BNCC como uma “forma privilegiada da atividade matemática” (Brasil, 2018, p. 266) e estão situados no âmbito metodológico. Esses processos compreendem: a *resolução de problemas*, a *investigação*, o *desenvolvimento de projetos* e a *modelagem*. Preconiza ainda, que “esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional” (Brasil, 2018, p. 266). Os processos matemáticos preconizados valorizam uma concepção de ensino de matemática pautada na construção do conhecimento.

Segundo Câmara dos Santos e Lima (2010), há dois focos muito peculiares no ensino da matemática: um na transmissão do conhecimento matemático e outro na construção. No primeiro, o que é privilegiado é a “apresentação do objeto de conhecimento, a oferta de exemplos de aplicação e uma extensa bateria de exercícios de fixação do conteúdo estudado” (p. 8). Em contrapartida, quando o foco do ensino é na *construção do conhecimento matemático* o professor é o responsável por criar situações que levem os estudantes na direção da aprendizagem, admitindo que estes devem ser capazes de “reconstruir” ou “reinventar” o conhecimento em jogo.

Na perspectiva de construção, Borasi (1990 *apud* Segurado; Ponte, 1998), considera que em sala de aula o professor deve propor situações aos alunos que: estimule o conflito cognitivo através de paradoxos e contradições insolúveis, ou ainda questões que o certo ou errado dependa do contexto; permita que eles partilhem as

estratégias utilizadas no sentido de que podem existir outros modos de resolver o problema; e que exija formulação de questões, seleção de informação e validação de soluções.

3.3.4 Competências específicas

A BNCC, considera que o foco do currículo está no desenvolvimento das competências e como justificativa para tal escolha afirma que desde as décadas finais do século XX e todo início do XXI, os currículos estaduais e municipais foram orientados pelo desenvolvimento de competências. Não somente no Brasil, mas em países como Austrália, Portugal, França, Colúmbia Britânica, Polônia, Estados Unidos da América, Chile, Peru, entre outros. O mesmo foco é adotado nas avaliações da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), que coordena o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa, na sigla em inglês). De alguma forma, este direcionamento não está sustentado em fato isolado, mas como um movimento educacional globalizado.

A Base define competência como a “mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (Brasil, 2018, p. 8). Pressupõe, então, que os estudantes sejam capazes de mobilizar, de forma integrada, seus conhecimentos específicos, suas habilidades socioemocionais para a resolução de problemas. Assim, a prática pedagógica do professor deve objetivar uma formação que conceba o humano de modo integral que vise a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

Ao longo da educação básica, os estudantes devem desenvolver dez competências gerais, que, por sua vez, devem servir de base para a expressão das competências específicas nas áreas. Na área de Matemática, a BNCC faz uma discussão introdutória e geral sobre o conhecimento matemático, letramento matemático e aspectos metodológicos para, em seguida, “considerando esses pressupostos, e em articulação com as competências gerais da Educação Básica” (Brasil, 2018, p. 266) mencionar as competências específicas de matemática.

São oito competências para o ensino fundamental que devem se articular com outras áreas (horizontal) e contribuir para a progressão (vertical) da aprendizagem matemática em todo ensino fundamental, como se vê no Quadro 7 a seguir.

Quadro 7 - Competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL
1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Fonte: Brasil (2018, p. 267)

Cabe ressaltar, que essas competências devem ser tomadas como referência para o trabalho docente no ensino da matemática. Espera-se que essas capacidades sejam desenvolvidas pelos estudantes ao final do ensino fundamental. O professor, por sua vez, precisa organizar o ensino com vistas a possibilitar o desenvolvimento destas competências. Sendo assim, se faz necessário pensar em qual ou quais competências serão exploradas com os estudantes na aula para, após isso, estruturar o ensino. O próprio texto da BNCC afirma “que as decisões pedagógicas devem estar orientadas para o desenvolvimento de competências” (Brasil, 2018, p. 13) numa clara indicação que elas devem estar no centro do debate pedagógico.

Analisando essas competências percebemos que elas fazem destaques sobre vários aspectos da matemática e de seu ensino. Uma breve explicação de cada uma delas é apresentada no Quadro 8 a seguir.

Quadro 8 - Explicação das competências específicas de Matemática para o ensino fundamental

Competência (C)	Explicação
01	O conhecimento matemático é resultado de ação humana ao longo da história e sua estrutura é oriunda da contribuição de diferentes culturas (egípcia, romana, grega, ...). Ou seja, a matemática não é propriedade de um povo. Por ser viva ela continua em constante construção contribuindo para elucidar problemas científicos e tecnológicos.
02	O conhecimento matemático é útil para a sociedade. Os estudantes podem recorrer a ele para compreender o mundo e agir sobre ele. Por isso, se faz necessário resolver problemas com contexto da realidade para que faça sentido para o estudante.
03	O conhecimento matemático não é um conhecimento isolado que se relaciona apenas consigo mesmo, mas que também se relaciona com outras áreas do conhecimento. Assim, Matemática pode estabelecer um diálogo com a área de Linguagem, a área de Humanas, de Natureza, bem como outras não previstas pela BNCC (interdisciplinaridade).
04	Ser crítico e ético na interpretação e avaliação das informações cujo objetivo é produzir argumentos convincentes.
05	Utilizar a matemática para resolver problemas.
06	Utilizar representações diversas como gráficos, tabelas, linguagem materna para construir conclusões à medida que enfrenta situações-problema.
07	Uso de projetos com temática de relevância social que tomam como referência princípios como a ética, democracia, sustentabilidade e solidariedade.
08	Valorização de trabalho em grupo como realizar pesquisa para resolver problemas considerando a diversidade de pensamento dos colegas.

Fonte: Os autores (2023)

Ao recorrermos a Freitas, Bertolucci, Roveda e Silva (2019), encontramos uma organização para essas competências em três grandes grupos, como apresentado no Quadro 9, alinhadas com nossas descrições no Quadro 8.

Quadro 9 - Categoria das competências matemáticas¹⁵

Número	Categoria	Competências
1	Fundamentos do ensino e da aprendizagem da Matemática	1, 2 e 3
2	Procedimentos didático-metodológicos para ensinar Matemática	4, 5 e 6
3	Capacidades socioemocionais na Matemática	7 e 8

Fonte: Os autores (2023)

Analisando essas categorias e as explicações dadas no Quadro 8, percebemos que a primeira categoria trata das características do conhecimento matemático e das implicações para seu ensino. Já segunda, categoria valoriza a resolução de problemas como forma de fazer matemática. Por fim, a terceira categoria destaca aspectos ligados a habilidades, atitude e valores na prática matemática.

¹⁵ Baseado em Freitas, Bertolucci, Roveda e Silva (2019)

Em seu ensaio, esses autores afirmam que a proposta da BNCC, em termos de competências específicas, é um avanço pedagógico pelo fato de ir além das habilidades técnico-procedimentais e valorizar aspectos da cultura, das relações humanas, dos afetos. Continuam dizendo que tais competências se fundamentam numa visão atual para o ensino de matemática, uma vez que destacam a resolução de problemas, a produção de argumentos e a comunicação de resultados.

Entendemos que, por mais que a BNCC não tenha dedicado capítulo específico para explicitar os fundamentos de suas escolhas didáticas, metodológicas e epistemológicas no âmbito da matemática e de seu ensino, as oito competências específicas, por sua vez, acabam por evidenciar tais escolhas. Elas deixam transparecer o que se espera do ensino da matemática com implicações diretas para a atividade do professor e do estudante.

De alguma forma, essas competências comunicam que o trabalho deve transitar entre o individual e o coletivo; deve valorizar o diálogo entre a matemática e outras áreas do conhecimento; deve valorizar a construção do conhecimento e não sua transmissão; deve permitir que o estudante crie, valide conjecturas, argumente, enfrente situações em vários contextos, o que inclui feiras, lojas, teatros e espaços diversos; deve explorar as mais variadas representações matemáticas como gráfico, tabela, esquemas, textos, entre outros, para comunicar suas ideias. São algumas das implicações.

3.3.5 Ideias fundamentais

A BNCC faz menção de *ideias fundamentais*, que são noções matemáticas essenciais que servem para desenvolver o pensamento matemático dos alunos. Ainda segundo a Base, essas ideias não são de domínio de um campo que compõe a Matemática, como a Álgebra, Geometria, por exemplo, mas são ideias basilares com a capacidade de promoverem a articulação entre os vários campos dentro e fora da matemática. Cita como exemplo, a *proporcionalidade*, para afirmar que ela está presente no estudo dos números, das áreas, das funções, probabilidade, além de muitas ações cotidianas como vendas e trocas mercantis, balanços químicos, representações gráficas etc. Então, dessa forma, entendemos que a Base nos passa o entendimento de que é algo extremamente importante para a evolução das ideias matemáticas e que possui forte ligação com outras áreas do conhecimento.

A Base apresenta as *ideias fundamentais* para cada unidade temática. No Quadro 10 podemos observar como elas estão organizadas.

Quadro 10 - Ideias fundamentais da Matemática mencionadas na BNCC

Unidade temática	Ideias fundamentais
Geometria	Construção, representação e interdependência
Estatística e Probabilidade	Aleatoriedade e chance
Álgebra	Equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade
Grandezas e Medidas	Grandeza, estimativa e medida
Números	Aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem

Fonte: Os autores (2023)

Ao olharmos para esse Quadro 10, percebemos que há a menção de treze *ideias fundamentais*, das quais algumas se repetem em algumas unidades temáticas como é o caso de *equivalência* (Álgebra e Números), *interdependência* (Geometria e Álgebra) e *proporcionalidade* (Álgebra e Números). Além disso, para cada unidade temática não há apenas a presença de uma ideia. Fica implícito, pelo documento, que uma ideia não pode estar restrita a uma única unidade temática, ou seja, nenhuma ideia é de domínio de um bloco de conteúdo. Fica evidente, também, que as ideias não aparecem de modo isolado, mas em pares/combinções.

Apesar de se posicionar contrário ao ensino de conteúdos em sua forma hierarquizada, compartimentada, linear e como um fim em si mesmo, apesar de criticar o foco excessivo nos conteúdos, o documento acaba perdendo a oportunidade de realizar uma discussão mais detalhada dessas *ideias* e mostrar de forma mais explícita sua essencialidade para o ensino da matemática. A BNCC é muito sucinta ao discorrer sobre um tema tão importante.

Não obstante tal lacuna, encontramos em Machado (2015, 2020, 2021), uma discussão mais aprofundada das *ideias matemáticas fundamentais*. Em seu site¹⁶, ele nos apresenta uma explicação para o que vem a ser essas ideias, explicita suas características notáveis, apresenta doze ideias e uma explicação para cada uma delas e estabelece alguns conteúdos disciplinares associados a cada ideia.

Machado (2015), critica as extensas listas de conteúdo ampliadas pela fragmentação minuciosa e com pouco significado e que acabam por perder de vista o que é essencial em cada conteúdo. Segundo ele, o professor acaba gastando muito tempo com “pontos” e deixando de ver a “imagem”, a “foto”. Machado (2020) elenca

¹⁶ Disponível em: <https://www.nilsonjosemachado.net/sementes-1-matematica-ideias-fundamentais/>

pelo menos quatro vias para combater essa fragmentação, a saber: foco na competência, foco nos centros de interesse, nos itinerários formativos e, em quarto, foco nas *ideias fundamentais*.

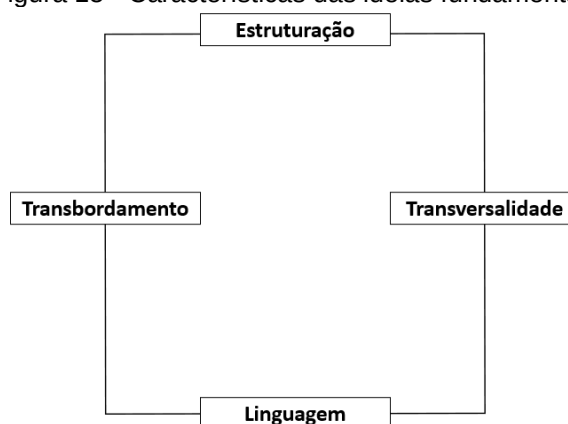
Para ser fundamental, este autor afirma que a ideia deve atender a três características notáveis. A primeira, é que ela deve poder ser explicada de forma clara, intuitiva e com o uso de *linguagem ordinária* sem recorrer a tecnicidades excessivas. Uma segunda característica, é que ela não é um tema isolado ou desarticulado. Muito pelo contrário, a *ideia fundamental* está presente de modo bem visível e natural em outros temas, numa espécie de “*interdisciplinaridade interna*”. Sua *estruturação* favorece a articulação. A terceira característica, é que a *ideia fundamental* não se limita a área da disciplina em que surge, mas “*transborda*” esse limite e se conecta com outros territórios disciplinares. Ela não cabe dentro de uma única disciplina. A ideia de Energia, por exemplo, segundo ele, desempenha um papel fundamental na Física, mas tal tema transita com facilidade em áreas como Química, Biologia, Geografia, etc.

Além das três condições para ser fundamental, entendemos ser possível acrescentar mais uma, qual seja a *transversalidade*. Ser transversal é ser longitudinal, é algo que tem longo alcance. Entendemos que uma *ideia fundamental* tem a capacidade de cruzar todos os anos da escolaridade básica perpassando cada ano/etapa. Desde cedo, os estudantes já estão em contato com noções de proporcionalidade. Em entrevista para a Revista Nova Escola, Carraher (2003) afirma que “ela está presente em todas as ciências e faz parte do dia a dia de qualquer pessoa, seja no trabalho, seja em casa. O conceito, bastante simples na sua origem, nada mais é do que a relação entre duas variáveis”.

Ela ainda continua dizendo que cabe à escola utilizar as representações adequadas para comunicar essa ideia, inclusive por meio de desenhos e aprofundar o tema à medida que se avança na escolaridade. Continua dizendo que as pessoas têm noção de proporcionalidade mesmo antes de ter acesso à educação formal. Em suas pesquisas ela afirma que as pessoas já tinham noções de proporcionalidade mesmo antes de ter acesso à educação formal, o que endossa para nós que uma ideia fundamental tem raízes na intuição.

A Figura 15 explicita as características ampliadas de uma *ideia fundamental* com base em Machado (2015).

Figura 15 - Características das ideias fundamentais



Fonte: Os autores (2023)

Em relação à matemática, Machado (2015) elenca algumas ideias que apresentamos no Quadro 11 junto com suas características.

Quadro 11 - Ideias fundamentais da Matemática e suas características

Ideia fundamental	Breve descrição	Conteúdos disciplinares
01. Equivalência	Igualdade naquilo que vale, está presente nas classificações, nas sistematizações, na elaboração de sínteses	Correspondências, classificações, números, conjuntos, cardinalidade, enumerabilidade, infinito, continuidade, a reta real, semelhança, ...
02. Ordem	A ideia de ordem , de organização sequencial, tem nos números naturais sua referência básica, mas pode ser generalizada quando pensamos em hierarquias segundo outros critérios, como a ordem alfabética, por exemplo. Também está associada, de maneira geral, a priorizações de diferentes tipos, e à construção de algoritmos.	Números, sequências, progressões aritméticas e geométricas, enumerabilidade, crescimento, decrescimento, dízimas periódicas, séries,...
03. Medida	Não parece necessário insistir demasiadamente no caráter fundador da ideia de Medida em Matemática. Ela se encontra na origem da própria ideia de número, constituindo um de seus dois pés, ao lado da contagem, e grande parte da Geometria decorre dela.	Grandezas discretas e contínuas, padrões, comprimentos, áreas, volumes, sistemas de unidades,...
04. Aproximação	Longe de ser o lugar por excelência da exatidão, da precisão absoluta, a Matemática não sobrevive nos contextos práticos, nos cálculos do dia-a-dia sem uma compreensão mais nítida da importância das aproximações. Os números irracionais, por exemplo, somente existem na realidade concreta, sobretudo nos computadores, por meio de suas aproximações racionais.	Estimativas, cálculo mental, números irracionais, médias, desvios, ordens de grandeza, notação científica,
05. Proporcionalidade	Ela se encontra presente no raciocínio analógico, em comparações tais como “O Sol está para o dia assim como a Lua está para a noite”.	Frações, razões, proporções, grandezas proporcionais, semelhança, trigonometria, linearidade, funções do 1º e do 2º grau, mapas e escalas,...
06. Interdependência	A sentença matemática mais típica é do tipo “se p, então, q”, que representa um germe de interdependência. A própria	Funções, gráficos, variação, funções polinomiais, exponenciais e logarítmicas, composição de funções,...

	proporcionalidade é um padrão inicial de interdependência, a ser desenvolvido e generalizado.	
07. Invariância	Desde muito cedo, a busca de regularidades, de padrões ou de invariâncias em múltiplos contextos constitui um foco das atenções da Matemática. O estudo das formas de crescimento e de decrescimento, das rapidezzes em geral – ou das taxas de variação – pode ser associado a tal par de ideias desde o estudo das funções mais elementares.	Regularidades, sequências, classificações, geometria, poliedros, padrões, periodicidade, ...
08. Variação		Constância, variação, aproximação de variáveis por constantes, crescimento, decrescimento, taxas, tipos de crescimento e decrescimento, taxas das taxas,...
09. Demonstração	A ideia de demonstração situa-se no próprio cerne do pensamento matemático. Teoremas são pequenas narrativas matemáticas, a serem apreciadas desde muito cedo, naturalmente aliviadas de preocupações excessivamente formais. A ideia de que nem tudo pode ser determinado causalmente, por meio de frases do tipo “se p, então, q”, conduz ao conhecimento do aleatório, do que é “provável” ou do que pode ser “provado”, mesmo de modo não determinístico, como no lançamento de um dado.	Argumentação, lógica, dedução, premissas, conclusão, tautologias, paradoxos, teoremas,...
10. Aleatoriedade		Contagem indireta, combinatória, determinismo, acaso, probabilidade, estatística, binômio de Newton, curva normal, média, desvio padrão,...
11. Representação	A Geometria trata da percepção e da representação do espaço. Inicialmente, o espaço físico predomina; aos poucos, a arte e mesmo a rede informacional passam a constituir espaços igualmente representáveis, associando a concretude do mundo real às idealizações de outros espaços. A Álgebra também é um lugar das representações dos números, das operações e das interdependências.	Linguagem matemática, formas, construções, medidas, simetria, semelhança, posições relativas, mapas, ...
12. Problematização	Um problema sempre traduz uma ou mais perguntas a serem respondidas, a partir de uma situação-problema, no mundo real ou em algum espaço de representações. Como a linguagem matemática não comporta sentenças interrogativas, o modo de fazer perguntas em Matemática é traduzi-las por meio de uma suposta afirmação envolvendo incógnitas, ou seja, por meio de uma equação. Para ser resolvido, um problema precisa ser equacionado, ou seja, suas perguntas precisam ser traduzidas na forma de um sistema de equações.	Linguagem matemática, linguagem natural, equações, inequações, sistemas, modelagem, otimização,...

Fonte: Machado (2015)

Como podemos perceber, as *ideias fundamentais* propostas por ele são as ideias essenciais, mestras, chaves que devem ser tomadas como centrais para o

desenvolvimento de competências e devem se constituir como a razão do estudo da matemática. Focar naquilo que é significativo no ensino de matemática pressupõe um olhar atento para o que é essencial e não trivial. Ele afirma que é possível estudar muitos conteúdos sem uma atenção adequada às *ideias fundamentais* envolvidas (Machado, 2015).

Mas também deixa claro que essas ideias não são únicas, exclusivas, pois não existe uma lista nominal que se possa estipular quais são e quais não são fundamentais. No entanto, apesar de existir a possibilidade de “elencos” distintos, ele acredita que não haverá grandes discrepâncias e este “elenco” será um número pequeno, como ele mesmo afirma:

A gente pode tentar compor um elenco de ideias fundamentais e o que estou fazendo de lista de ideias fundamentais outra pessoa pode compor outra lista. Não há nenhum problema nisso. Mas é preciso tomar cuidado, pois quem diz que na matemática existem 400 ideias fundamentais é a mesma coisa que não ter ideia fundamental. Isso é muito. A gente resolve o problema da matemática com um pequeno grupo de ideias fundamentais. É dez, doze no limite. (Machado, 2021).

Ao compararmos as ideias explicitadas na BNCC e em Machado (2015), de fato, percebemos que há muita semelhança. Na Figura 16 é possível enxergar as *ideias fundamentais* mencionadas por eles.

Figura 16 - Comparativo das ideias fundamentais da Matemática



Fonte: Os autores (2023)

A BNCC faz algo que também é endossado por esse autor, que é a possibilidade de formar uniões entre as ideias. Para cada unidade temática o documento expõe combinações de ideias, como já explicitadas no Quadro 10. Esse autor sugere alguns possíveis pares no sentido de promover maiores articulações, a saber: *equivalência e ordem; medida e aproximação; proporcionalidade e*

interdependência; variação e invariância; representação e problematização; incerteza e demonstração.

Segundo Machado (2015), o trabalho dos formuladores de currículo deveria ser propor um “elenco” de *ideias fundamentais* para servir de base para o ensino de matemática. Mas apesar da BNCC mencionar tais ideias, esse documento não discorre sobre cada uma das ideias, não sugere relações com conteúdos matemáticos, também não menciona, de forma direta, a progressão dessas ideias ao longo da escolaridade básica.

Entendemos que tais desdobramentos são relevantes no sentido de dar mais visibilidade aquilo que, de fato, é essencial, fundamental para o ensino. Na prática, como já destacado por Machado (2015), o que existe é uma extensa lista de conteúdos, sem a clareza de quais são suas ideias fundamentais. Ao olharmos para a estrutura da BNCC há a menção de unidades temáticas, objetos do conhecimento e habilidades, mas não há menção de ideias fundamentais.

Essas ideias não são novas para a matemática. Os PCN, no final da década de 90, sinalizavam algumas delas. Elas não são conteúdos, mas a base para o ensino destes. De certa forma, elas não são criadas ou inventadas, pois elas já são reconhecidas no seio da própria matemática. A história dessa ciência respalda sua existência. Mas entendemos que sua aparente invisibilidade enquanto tópico de ensino dificulta na sua apropriação pelos professores. Cabe, assim, a necessidade de discussões mais focadas nessas ideias no âmbito de cursos de formação inicial e continuada de professor como caminho para sua apropriação, bem como investir na produção de materiais de apoio ao professor.

3.3.6 Unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades

Para garantir o desenvolvimento das competências matemáticas, a BNCC estruturou cada componente curricular em termos de habilidades, objetos de conhecimento e unidades temáticas. As unidades temáticas são grandes temas que, por sua vez, são constituídas por objetos de conhecimento socialmente relevantes (conteúdos, conceitos e processos) e estes sendo relacionados a um conjunto de habilidades.

A BNCC propõe cinco unidades temáticas para a área de matemática no ensino fundamental, a saber: Álgebra, Números, Grandezas e Medidas, Geometria e

Estatística e Probabilidade. São vastos campos de conhecimento que se correlacionam e que recebem ênfases distintas a depender do ano escolar. Segundo o documento, o desafio é selecionar, dentro de cada unidade temática, quais os objetos de conhecimentos com potencial de desenvolver as competências matemáticas.

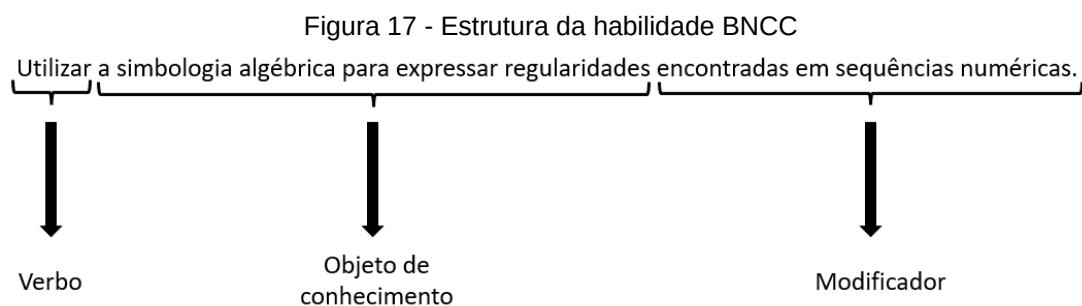
A BNCC discorre sobre cada unidade temática destacando sua finalidade, os aspectos relevantes para sua consolidação no ensino fundamental como o constante diálogo com outras áreas do conhecimento e o foco na compreensão dos procedimentos utilizados. Além disso, ainda que de modo não muito frequente, sugere algumas atividades que podem ser exploradas em sala quando afirma que “a relação de equivalência pode ter seu início com atividades simples, envolvendo a igualdade, como reconhecer que se $2 + 3 = 5$ e $5 = 4 + 1$, então, $2 + 3 = 4 + 1$ ” (Brasil, 2018, p. 270). Aponta que o trabalho de cada unidade temática no Ensino Fundamental Anos Finais é visto como um aprofundamento e ampliação da etapa anterior, o que contribui para uma visão mais unificada da matemática. Ainda sobre cada unidade temática, o que se percebe no texto é uma ênfase na resolução de problemas como caminho para fazer matemática. Fala sobre a importância dos pensamentos numérico, geométrico, algébrico e computacional, este último incluído na unidade álgebra.

As habilidades “expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares” (Brasil, 2018, p. 29) e sua progressão “se baseia na compreensão e utilização de novas ferramentas e também na complexidade das situações-problema propostas, cuja resolução exige a execução de mais etapas ou noções de unidades temáticas distintas” (Brasil, 2018, p. 275). Elas não devem ser vistas de modo isoladas no conjunto das aprendizagens demandadas, mas em conexão uma com as outras.

A compreensão do papel que determinada habilidade representa no conjunto das aprendizagens demanda a compreensão de como ela se conecta com habilidades dos anos anteriores, o que leva à identificação das aprendizagens já consolidadas, e em que medida o trabalho para o desenvolvimento da habilidade em questão serve de base para as aprendizagens posteriores. (Brasil, 2018, p. 276)

Cada habilidade se caracteriza por uma estrutura básica, a saber: um *verbo*, um *objeto do conhecimento* e um *modificador*. O verbo define o processo cognitivo, o objeto de conhecimento explicita o conteúdo e o modificador explicita “a situação ou condição em que a habilidade deve ser desenvolvida” (Brasil, 2018, p. 30). Na Figura

17 temos uma representação de como essa estrutura aparece numa habilidade do 7º ano.



Fonte: Os autores (2023)

Segundo o documento, as aprendizagens irão progredindo à medida que o estudante avança em sua escolaridade, ano a ano. Essa progressão pode ocorrer tanto nos processos cognitivos, no objeto de conhecimento ou no modificador, como se vê no Quadro 12.

Quadro 12 - Progressão da aprendizagem

Ano	Unidade temática	Objeto de conhecimento	Habilidade
6º ano	Números	Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três”	(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.
7º ano	Números	Cálculo de porcentagens e de acréscimos e decréscimos simples	(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.

Fonte: BNCC (2018)

O Quadro 12 estabelece um comparativo entre habilidades e objetos de conhecimento do 6º ano e do 7º ano. O objeto de conhecimento e as habilidades do 7º ano é uma progressão em relação ao do 6º ano, haja vista que se mantém o cálculo de porcentagens incluindo, agora, acréscimos/decréscimos simples.

A Tabela 1 especifica o número de habilidades por ano em que se faz menção da ideia de resolver e elaborar problemas.

Tabela 1 - Frequência de Resolver/Elaborar na BNCC (2018)

	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano
Resolver	01	01	00	02
Resolver e elaborar	08	09	09	05

Fonte: Os autores (2023)

Notamos que a BNCC faz um destaque para a ação de *resolver e elaborar problemas* em cada um dos anos escolares do ensino fundamental anos finais, o que

sugere que o trabalho com a matemática deve procurar desenvolver no estudante a capacidade de “formular, empregar, interpretar e avaliar – criar, enfim –, e não somente a resolução de enunciados típicos que são, muitas vezes, meros exercícios e apenas simulam alguma aprendizagem” (Brasil, 2018, p. 277).

Quanto à distribuição das habilidades por unidade temática ao longo do ensino fundamental (leitura horizontal), percebemos que não há um equilíbrio na quantidade, ficando Números (35) e Geometria (31) com maior número de habilidades a ser discutida no ensino fundamental anos finais. Ainda nessa comparação, percebemos que Grandezas e medidas (16) e Estatística e Probabilidade (18) são as unidades com menos explicitação direta de habilidade a ser desenvolvida, como se percebe na última coluna da Tabela 2.

Tabela 2 - Frequência de habilidades na BNCC (2018) por unidade temática e ano

	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Somatório
Álgebra	02	06	08	04	20
Números	13	12	05	05	35
Geometria	08	10	05	08	31
Grandezas e medidas	06	05	03	02	16
Estatística e probabilidade	05	04	06	04	18
<i>Somatório</i>	34	37	27	23	

Fonte: Os autores (2023)

Numa leitura vertical da Tabela 2, percebemos que nos 6º e 7º anos a quantidade de habilidades a ser desenvolvida é maior que as do 8º e 9º anos. Não estamos dizendo, com essa comparação, que devesse haver o mesmo número, haja vista que o próprio documento deixa em aberto a possibilidade de criação de outras habilidades por parte dos Currículos, mas salientamos, que tal desigualdade pode implicar ou no excesso ou na falta de habilidades essenciais a ser desenvolvida. No 9º ano, por exemplo, há a menção de relações métricas no triângulo retângulo (EF09MA13), mas não há menção direta das relações/razões trigonométricas, o que pode supor sua não essencialidade. No entanto, no ensino médio, o estudante irá desenvolver a capacidade de *Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria* (EM13MAT306) e *Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos* (EM13MAT308), sem ter tido a

oportunidade, pelo menos explícita na BNCC, de estudar o que vem a ser as razões seno e cosseno.

Oliveira (2021) cita alguns estudos para destacar que a trigonometria é considerada um dos ramos mais antigos da matemática e afirma que seus objetos se desenvolveram para resolver problemas ligados à Astronomia, Agrimensura, Navegações. Séculos antes de Cristo, povos como egípcios, babilônios e chineses já lançavam mão desses conhecimentos para resolver problemas oriundos de suas necessidades. Ainda segundo este autor, a aprendizagem desses objetos não está ligada apenas à matemática, mas a outras áreas como Física, Química, Geologia, Engenharia, Ciências da Saúde, entre outras e destaca que, com o advento da ciência moderna, a partir do século XVII, os estudos passaram a investigar aspectos ligados às funções trigonométricas e suas aplicações, o que serviu para a utilização do Cálculo Diferencial e Integral.

A trigonometria não é citada na BNCC de forma direta. Tal fato, então, implica que os currículos e os professores, de modo geral, precisam fazer uma leitura crítica do documento, no sentido de analisar a existência de possíveis lacunas que podem impactar na progressão das habilidades, tão mencionada no próprio documento.

Entretanto, recomenda-se que se faça também uma leitura (vertical) de cada unidade temática, do 6º ao 9º ano, com a finalidade de identificar como foi estabelecida a progressão das habilidades. Essa maneira é conveniente para comparar as habilidades de um dado tema a ser efetivadas em um dado ano escolar com as aprendizagens propostas em anos anteriores e também para reconhecer em que medida elas se articulam com as indicadas para os anos posteriores, tendo em vista que as noções matemáticas são retomadas ano a ano, com ampliação e aprofundamento crescentes. (Brasil, 2018, p. 298, 299).

Pelo próprio texto, fica evidente que a BNCC pensa a relação entre as habilidades no sentido de que a habilidade seguinte deve permitir uma ampliação e aprofundamento de uma dada habilidade discutida anteriormente. Ao recomendar que se identifique como as habilidades se articulam, a BNCC está dizendo que uma habilidade não existe de modo isolado, nem surge de forma aleatória. Na realidade, um conhecimento se constrói tomando como referência conhecimentos consolidados anteriormente. Mas não é o que acontece para o caso específico das razões trigonométricas. A ideia de proporcionalidade na geometria vem sendo explicitada desde o 5º ano, com a habilidade *Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais*

(EF05MA18), perpassando no 6º ano com *Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais* (EF06MA21), no 8º ano com a aplicação de congruência de triângulos na demonstração de propriedades de quadriláteros e no 9º ano, reconhecendo as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes. Entendemos que a ideia de razões trigonométricas poderia ter sido um objeto do conhecimento explorado no 9º ano a fim de contribuir para um melhor entendimento das funções seno e cosseno e leis do seno e cosseno, exploradas na etapa seguinte.

Sobre a organização das habilidades ano a ano, Lopes (2019) afirma a BNCC, sugere que a matemática deve ser ensinada de modo linear e hierarquizado, um assunto após o outro, à medida que os anos transcorrem. Tal associação conteúdo/série foi uma característica dos programas de 1930 a 1980, aponta ele. Acrescenta que esse tipo de organização sugere que é possível se determinar que a aprendizagem de uma habilidade se dará num ano específico, o que para ele isso é falso, posto que considera que um conceito está relacionado com outros, “formando um campo conceitual que não pode ser confinado num ano letivo específico” (p. 139).

Lopes (2019) cita o caso das frações e seus significados.

A aprendizagem das frações, que é introduzida nos anos iniciais do Ensino Fundamental, pode se prolongar até o término dos anos, com os alunos podendo reconstruir seus significados à medida que enfrentam problemas de níveis distintos ao longo de sua vida escolar. Isto quer dizer que fração não é assunto desta ou daquela série. É possível que tenhamos numa mesma sala de aula alunos com experiências diferentes, o que lhe permite compreender e resolver problemas que envolvem o conceito de fração relacionado a uma determinada ideia e nível, mas não na outra. Numa mesma classe, estudando lado a lado, há alunos com experiências distintas com frações. (p. 139).

No caso do ensino das frações, esse autor salienta que não se pode determinar que um significado seja construído num ano específico, com o mesmo nível de compreensão igual para todos. Afirma ainda, que as experiências distintas dos alunos influenciam na compreensão desse assunto o que pode ocorrer de numa mesma sala de aula ter alunos com ideias e níveis distintos um do outro.

3.3.7 Recursos didáticos

A BNCC cita alguns recursos didáticos que podem ser usados pelo professor com o objetivo de contribuir com o processo de ensino e de aprendizagem dos

conceitos matemáticos como: malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, planilhas eletrônicas, mapas (em papel, em tablets ou smartphones), história da matemática e softwares de geometria dinâmica. Advoga também, que eles desempenham “um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização” (Brasil, 2018, p. 276). Os instrumentos por si só, não têm a capacidade de conduzir ou promover a aprendizagem, salvo quando eles são usados por alguém com objetivos específicos.

Os recursos mencionados explicitamente nas habilidades por ano e por unidade temática, podem ser identificados no Quadro 13.

Quadro 13 - Recursos didáticos mencionados nas habilidades da BNCC

	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano
Números	- Calculadora	- Calculadora	- Tecnologias digitais	- Tecnologias digitais
Geometria	- Malha quadriculada - Tecnologias digitais - Régua e esquadros - Transferidor - Dobradura	- Instrumentos de desenho - Softwares de geometria dinâmica - Régua e compasso	- Instrumentos de desenho - Softwares de geometria dinâmica - Esquadros e compassos	- Softwares de geometria dinâmica - Régua e compasso
Estatística e probabilidade	- Planilhas eletrônicas	- Planilhas eletrônicas		- Planilhas eletrônicas
Álgebra			- Tecnologias digitais - Plano cartesiano	
Grandezas e medidas	- Transferidor - Tecnologias digitais - Planta baixa			

Fonte: Os autores (2023)

Numa leitura horizontal, percebemos que as unidades Números e Geometria são as únicas que possuem explicitação direta de algum tipo de recurso didático em alguma habilidade, mas que nenhuma unidade temática ficou, sem ao menos a citação, de um recurso. Mas, o que o Quadro 13 nos revela, é que existe uma preocupação dos elaboradores em mencionar uma diversidade de materiais na Geometria, como régua, compasso, esquadro, transferidor, softwares de geometria dinâmica, o que é muito pertinente. O ensino da Geometria, por muitos anos, esteve voltado para um excesso de algebrização, em decorrência da influência do Movimento da Matemática Moderna, o que provocou o abandono do uso de materiais

manipulativos (Rêgo; Rêgo, 2009). A BNCC procura enfatizar a necessidade de seus usos ao longo dos anos da escolaridade.

Segundo Lorenzato (2009), o fato de os materiais didáticos desempenharem várias funções e objetivos o professor precisa perguntar a si mesmo para que ele deseja utilizá-los: “para apresentar um assunto, para motivar os alunos, para auxiliar a memorização de resultados, para facilitar a redescoberta pelos alunos? São as respostas a essas perguntas que facilitarão a escolha do material didático mais conveniente à aula” (p. 18).

Outras perguntas são feitas por ele ao longo deste livro e todas elas remetem a ideia de que é o uso correto desses materiais que redundará num ou não numa aprendizagem significativa. Ele cita um exemplo de um professor que leva para sala de aula um triângulo de cartolina ou de madeira e que mostra, justapondo os três vértices, que a soma dos ângulos dá 180° graus. Segundo este autor, seria muito mais rico se o próprio aluno desenhasse um triângulo qualquer, recortasse seus ângulos e registrasse suas descobertas e conclusões. Ele poderia concluir que: “quando juntando os três ângulos, dá meio círculo; dá sempre 180° , em qualquer tipo de triângulo; o ponto onde se juntam os três ângulos depende das medidas dos ângulos” (Lorenzato, 2009, p. 24). Segundo ele, a eficácia do material didático depende do professor e não do material.

Lorenzato (2009), atribui que a maneira como o professor utiliza o material está fortemente associada a sua concepção de matemática e de seu ensino. Um professor que tem uma tendência à concepção mais transmissiva, que valoriza definições, regras e procedimentos e memorização de fórmulas usará o recurso didático para atender a esse fim. Já um professor com tendência mais construtivista usa os recursos procurando enfatizar que o mais importante para o aluno é “obter a alegria da descoberta, [...] a certeza de que vale a pena procurar soluções e fazer constatações” (p. 25).

3.4 CURRÍCULO DE MATEMÁTICA DO ESTADO DE PERNAMBUCO

Com o objetivo de avaliar e monitorar a implementação da BNCC e de certa forma reforçar sua obrigatoriedade, o Ministério da Educação (MEC), por meio da *Secretaria de Educação Básica (SEB)*, criou uma Plataforma de Monitoramento

da Implementação¹⁷ da BNCC para que as redes de educação estadual e municipal cadastrassem seus currículos em alinhamento com a BNCC. Foi estabelecido um prazo de dois anos após sua homologação para que as redes de ensino elaborassem seus próprios currículos. Mas em virtude de uma série de fatores a data limite passou para 15 de julho de 2022. Após o envio dos currículos, o Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora (CAEd/UFJF) fará uma primeira avaliação que será encaminhada ao MEC para validação.

Nesse processo de (re)elaboração curricular, o Estado de Pernambuco (PE) publicou o seu currículo para “orientar a partir de 2019 o trabalho pedagógico da Educação Infantil e Ensino Fundamental nas escolas” (Pernambuco, 2019a, p. 11). Em seu texto, o Currículo de PE (CPE) admite que a BNCC foi uma “referência imprescindível” (p. 19), está “fundamentado na BNCC” (p. 24), “encontra-se alinhado com a BNCC” (p. 28), “em consonância com a BNCC” (p. 53), útil para sua elaboração. Ainda sobre isso, destaca que ele “traz como pilares os conhecimentos definidos pela BNCC” (p. 13). Tais afirmativas reforçam a relação intrínseca entre a Base e o CPE.

O currículo de PE, é fruto da BNCC uma vez que ela é “referência nacional para a formulação dos currículos dos sistemas e das redes escolares dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios e das propostas pedagógicas das instituições escolares” (Brasil, 2017, p. 8). Assim, com base em legislações vigentes, espera-se que os currículos municipais do Estado de PE sejam construídos tomando o próprio currículo estadual como referência.

O Currículo de PE foi elaborado com a intenção de

nortear as propostas pedagógicas dos municípios, os projetos pedagógicos das escolas e as práticas vivenciadas em sala de aula. Está em consonância com a BNCC e com as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica, considerando a formação cidadã dos estudantes pernambucanos.” (Pernambuco, 2019a, p. 42).

Para nossa tese tomamos como referência os aspectos pedagógicos do currículo propostos por Jonnaert, Ettayebi e Defise (2010), para analisar o currículo de matemática de Pernambuco, bem como os conceitos-chaves explicitados na análise da BNCC.

O texto da área de Matemática do CPE é composto pelas seguintes seções: *Competências específicas de matemática para o ensino fundamental; a matemática*

¹⁷ Disponível em: <https://plataformabncc.caeddigital.net/#!/pagina-inicial>

na escola; a matemática na sala de aula; a matemática no ensino fundamental – anos iniciais; a matemática no ensino fundamental – anos finais; organizador curricular; referências.

3.4.1 A Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental

Em sua introdução, o CPE discute aspectos sobre as práticas matemáticas e recorre à cultura e à história como justificativa para sua constante evolução e diversificação. Com isso, conclui que a Matemática “é um campo científico extenso, diversificado e em permanente evolução. Portanto, não é um repertório de conhecimentos antigos e petrificados” (Pernambuco, 2019a, p. 351). Adentra no campo da indispensabilidade da Matemática para a formação humana e para a vida em sociedade justificando que

exige-se do cidadão do século XXI habilidades matemáticas essenciais tais como compreensão de gráficos, capacidade de fazer estimativas, de organização do pensamento, tomada consciente de decisões, entre outras, de modo que ele seja capaz de fazer uma leitura de mundo, de encarar desafios e resolver problemas, levantando hipóteses e buscando soluções, além de emitir opinião sobre fatos e fenômenos que emergem da realidade na qual está inserido. (Pernambuco, 2019a, p. 351).

Após uma rápida discussão em torno da essencialidade da Matemática na vida moderna, o texto curricular nos apresenta duas características desse conhecimento: *a matemática enquanto fonte de modelos e outra característica relacionada a sua metodologia de validação*. Enquanto fonte de modelos, a Matemática fornece elementos que auxiliam na compreensão de fenômenos nas mais diversas áreas e com relação à metodologia de validação destaca o método axiomático-dedutivo como um dos métodos que, a partir da civilização grega, passou a predominar na Matemática.

Em seguida, considera que a Matemática se comunica por meio de uma multiplicidade de representações, numa alusão indireta à Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, quando afirma que “um mesmo número racional pode ser representado por diferentes símbolos, tais como $\frac{1}{4}$, 0,25, 25%, ou pela área de uma região plana ou, ainda, pela expressão “um quarto” (Pernambuco, 2019a, p. 353).

Após a introdução sobre os aspectos gerais, explicita as mesmas competências específicas para a área de matemática, oito no total, mas não tece comentários sobre elas.

Na seção *Matemática na escola*, destaca que é imprescindível que no processo de ensino e aprendizagem se reflita sobre as aprendizagens essenciais que devem ser desenvolvidas ao longo da escolaridade. Tal afirmativa vem no sentido, segundo o documento, de romper com a concepção de que a aprendizagem de conteúdos matemáticos leva, quase que de forma automática, à construção de competências. Nesse sentido, o CPE justifica a “necessidade de estabelecer as habilidades de aprendizagem a serem desenvolvidas por ano de escolaridade na etapa do ensino fundamental” (Pernambuco, 2019a, p. 356).

Ainda nessa seção, afirma que o processo de aprender, abstrair e aplicar uma noção matemática em um contexto diferente da própria matemática “envolve capacidades essenciais como **formular, compreender, interpretar, analisar, avaliar e criar**” (Pernambuco, 2019a, p. 356, grifo nosso).

No sentido de mostrar a importância aos estudantes da matemática para a compreensão e atuação no mundo, o *contexto da matemática escolar* deve dar ênfase ao *letramento matemático*, definido neste documento

como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas, utilizando ferramentas matemáticas, em uma variedade de contextos. (Pernambuco, 2019a, p. 356).

Conclui esta seção, tecendo um comentário sobre pensamento computacional, afirmando que este envolve processo de execução de algoritmo que contribuem na resolução de problemas.

Na seção *a matemática na sala de aula*, o CPE nos apresenta duas concepções de ensino e aprendizagem presentes na história da construção do conhecimento. Ele menciona, inicialmente, a concepção que valorizava a transmissão de um conhecimento como meio de se garantir a aprendizagem. Nesse modelo, o ensino se dá pela repetição e reprodução por parte dos estudantes do que foi ensinado pelo professor e a aprendizagem era a medição do quanto eles tinham conseguido absorver.

A outra concepção de ensino e aprendizagem mencionada no documento se desenvolve, segundo ele, das contribuições advindas da epistemologia e

neurociências que destacam a importância do desenvolvimento subjetivo humano e das situações de interação. Assim, o Currículo de PE destaca que a maneira de ensinar deve ser centrada no estudante e não no conteúdo quando afirma que “deve-se tomar como ponto de partida a ideia de que aprender Matemática vai além de simplesmente acumular conteúdos” (Pernambuco, 2019a, p. 357).

Nessa esteira, defende a ideia de que o estudante deve *fazer matemática* em sala de aula. Para isso, enfatiza que a sala de aula deve estimular os estudantes a buscarem soluções para os problemas que lhe são apresentados, pensar e argumentar. Devem ser motivados a “compreender ativamente os conceitos matemáticos explorados, testar ideias e fazer conjecturas, desenvolver raciocínios e apresentar explicações de forma escrita ou verbal” (Pernambuco, 2019a, p. 358).

Notamos, que em sala de aula, os professores são orientados a valorizar o que o estudante traz de suas experiências do cotidiano para desenvolver o ensino. Seus conhecimentos prévios devem ser tomados como ponto de partida para a construção de seu próprio conhecimento. Além disso, os estudantes devem desenvolver estruturas cognitivas mais amplas, sendo capazes de mobilizar conhecimentos, habilidades para resolver demandas complexas. Notamos, ainda, que essa concepção destaca que os estudantes não são receptores de informação, mas autores de seu próprio conhecimento.

Alguns *processos de aprendizagem* são apresentados ao professor:

estratégia da resolução de problema, a investigação, a modelagem matemática, as tecnologias digitais, a calculadora, a evolução histórica dos conceitos matemáticos, os jogos matemáticos na sala de aula, o desenvolvimento de projetos de trabalho colaborativo, a etnomatemática ou abordagem cultural, entre outros. (Pernambuco, 2019a, p. 358).

O CPE entende que estes processos são extremamente importantes para o desenvolvimento de competências fundamentais. Em particular, dar um pouco mais de ênfase à resolução de problemas quando afirma que esta estratégia de ensino deve ser considerada o foco principal para nortear o ensino de matemática no ensino fundamental. Isto é dito, porque este currículo acredita que tal estratégia permite os estudantes: pensar, experimentar, confrontar e interpretar resultados.

Ainda na seção *a matemática na sala de aula*, o CPE os grandes campos de conhecimento ou unidades temáticas: **Geometria, Estatística e Probabilidade, Álgebra, Grandezas e Medidas e Números**. Tece um comentário para cada um deles.

Na seção *a matemática no ensino fundamental – anos finais*, se destaca que esta etapa deve considerar o repertório matemático vivenciado pelos estudantes nos anos anteriores estabelecendo as interrelações entre eles e as ideias mais complexas visando o desenvolvimento de ideias fundamentais da matemática. Endossa, ainda, que nesta etapa escolar a comunicação matemática precisa considerar o uso da *linguagem simbólica, da representação e da argumentação* como formas de ampliar sua capacidade matemática.

Sobre os contextos, mostra que a aprendizagem de certo conceito ou procedimento precisa considerar não apenas os do cotidiano, mas os da própria matemática. Discorre sobre os caminhos de elaboração de problemas quando afirma que os estudantes precisam formular problemas “baseando-se na reflexão e no questionamento sobre o que ocorreria se alguma condição fosse modificada ou se algum dado fosse acrescentado ou retirado do problema proposto” (Pernambuco, 2019a, p. 377).

Esta seção faz uma observação importante sobre os extremos que devem ser evitados nesta etapa escolar. Afirma que o professor precisa conhecer quais as aprendizagens realizadas pelos estudantes na etapa anterior para que se evite rupturas. Fala que partir da premissa que eles não construíram as aprendizagens anteriores pode levar a uma repetição de certos conceitos de forma pouco significativa. Em contrapartida, considerar que todas as aprendizagens anteriores foram construídas pode criar barreiras na atribuição de significados na Matemática.

O CPE ainda pontua que é comum os estudantes chegarem nessa etapa com dificuldade em utilizar a linguagem matemática, o que não significa ausência de aprendizagens anteriores. Este currículo considera que o prudente é o professor identificar quais são as aprendizagens que os estudantes apresentam ter maiores dificuldades e tomá-las como ponto de partida para novas aprendizagens.

Sobre as atividades propostas pelo professor, deve-se “oferecer oportunidades para que o estudante possa confrontar suas ideias e estratégias com as de seus colegas e as do próprio professor e, com isso, validá-las ou reformulá-las” (Pernambuco, 2019a, p. 378). Percebemos que os processos metodológicos precisam contemplar uma ação ativa do estudante, com uma participação constante, num processo de diálogo com os demais estudantes. Notemos, que as ações de validação e reformulação são realizadas pelo estudante e não pelo professor.

Em seguida, esta seção finaliza tecendo comentários sobre cada um dos campos da matemática.

Na seção *organizador curricular*, é apresentado uma tabela para ano escolar especificando: *unidades temática, objetos de conhecimento e habilidades PE*.

Sobre a organização das habilidades, o Currículo de PE mantém a ideia de estrutura para as unidades temáticas, objetos do conhecimento e habilidades, organizando-os no formato de tabela, mantendo, inclusive, a mesma associação entre eles. As unidades temáticas e os objetos de conhecimento são os mesmos da BNCC, não havendo supressão ou adição. Quanto às habilidades, de forma geral, há pequenas diferenças que são contribuições decorrentes das redes estadual e municipal e das escolas privadas (Pernambuco, 2019a), mas sem alterar a ideia da habilidade. São acréscimos de informação no modificador, como percebemos no Quadro 14 para o 6º ano.

Quadro 14 - Comparação da estrutura da habilidade entre BNCC e CPE

	Unidade temática	Objetos de conhecimento	Habilidades
BNCC	Álgebra	Propriedades da igualdade	(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.
Pernambuco			(EF06MA14PE) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas, <i>(por exemplo, explorando a metáfora da balança)</i> .

Fonte: Os autores (2023)

O Currículo de PE cria apenas uma habilidade para o 8º ano, além das adotadas na BNCC, que ele indicou pela letra X, como se percebe no Quadro 15.

Quadro 15 - Habilidade criada por PE

	Unidade temática	Objetos de conhecimento	Habilidades
Pernambuco	Números	Potenciação e radiciação	(EF08MAXPE) Reconhecer a radiciação como operação inversa da potenciação.

Fonte: Pernambuco (2019a)

Sendo assim, o CPE, de forma geral, quanto à organização desses elementos estruturantes reflete a BNCC. Ele agrupa as habilidades em quatro bimestres por ano letivo e acrescenta uma coluna para os conteúdos. Além disso, percebe-se uma tendência de contemplar todas as unidades temáticas em cada bimestre. Vejamos no

Quadro 16 como estão explicitados alguns desses elementos para o 3º bimestre no 6º ano.

Quadro 16 - Organizador curricular por bimestre do Currículo de PE

Unidades temáticas	Objetos de conhecimento	Conteúdos	Habilidades PE
Números	Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações	- Significados de Fração; - Comparação de frações; - Equivalência de frações; - Relação de ordem entre frações utilizando os sinais $<$ (menor que) e $>$ (maior que);	(EF06MA07PE) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros (parte/todo) e resultado de divisão e suas aplicabilidades no cotidiano por meio da utilização de materiais manipuláveis ou não, identificando também frações equivalentes.
Álgebra	Propriedades da igualdade	- Aplicação dos conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades; - Aplicação dos princípios aditivo e multiplicativo; - Determinação de elemento desconhecido em uma igualdade matemática envolvendo representação simbólica; - Resolução de problemas envolvendo a equação do 1º grau do tipo $ax + b = c$, no conjunto dos números naturais, por meio de tentativa, princípio da igualdade e/ou técnica de equivalência.	(EF06MA14PE) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas, (por exemplo, explorando a metáfora da balança).
Geometria	Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas	- Análise das condições necessárias e suficientes para se obter figuras semelhantes; - Ampliação e redução de figuras planas, utilizando malha quadriculada, plano cartesiano e/ou tecnologias digitais.	(EF06MA21PE) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano e/ou tecnologias digitais.
Grandezas e medidas	Plantas baixas e vistas aéreas	- Interpretação e desenho de plantas baixas simples; - Identificação e descrição de vistas aéreas simples de residências, bairros, vilas etc.	(EF06MA28PE) Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas.
Probabilidade e estatística	Coleta de dados, organização e registro	- Seleção dos métodos para coleta de dados;	(EF06MA33PE) Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais

		- Construção das planilhas eletrônicas com as informações coletadas pelos estudantes; - Registro, representação e interpretação das informações coletadas em tabelas, texto e diversos tipos de gráficos.	escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações em tabelas, vários tipos de gráficos e texto.

Fonte: Pernambuco (2019a)

A organização das habilidades na BNCC é afirmada pelo documento como um arranjo possível, não devendo ser tomada como modelo obrigatório a ser seguido. O formato explicitado em unidades temáticas – objetos de conhecimento – habilidades é para fins de compreensão. A responsabilidade de organizar essas habilidades no ano letivo é das redes estaduais e municipais e das escolas privadas. Mas o Currículo de Pernambuco mantém a mesma estrutura didática da BNCC, não fazendo nenhuma outra organização estrutural como em ciclos, por exemplo.

A impressão é que as 121 habilidades da BNCC/122 do Currículo de Pernambuco (acréscimo de uma em PE) com as respectivas associações entre unidade temática e objetos de conhecimento foram organizadas para serem vivenciadas por bimestre, haja vista que no *Organizador Curricular* não há repetição de habilidades num mesmo ano.

A implicação dessa organização feita pelo currículo de PE parte do princípio de que a relação *habilidade-bimestre* é fixa, pois não permite a mobilidade de uma habilidade entre os bimestres de um mesmo ano letivo e muito menos entre os anos. Aquilo que foi previamente programado a ser vivenciado no bimestre não pode ser alterado. Em nenhuma parte do Currículo de PE e muito menos no *Organizador Curricular por Bimestre* há alguma explicação ou orientação quanto à possibilidade de ajustes.

O CPE não deixa implícito nenhuma margem de manobra dessas habilidades por parte do professor. O que está previsto para o ano e o bimestre deve ser contemplado, dando a entender que este currículo não é flexível. Isso implica que a aprendizagem de uma dada habilidade ocorre num único bimestre dentro de uma carga horária específica e que supostas dificuldades de aprendizagem devem ser dirimidas naquele espaço de tempo.

Os registros das aulas são feitos numa plataforma chamada de SIEPE (Sistema de Informações da Educação de Pernambuco). Ela já traz as habilidades do bimestre

explicitadas no *Organizador Curricular por Bimestre* e o professor não tem gerência sobre isso. Caso ele não consiga discutir alguma habilidade programada mesmo assim ele precisa “registrar como dada”, caso contrário o “SIEPE não fecha”, impedindo o professor de fazer novo registro.

Em comparação com a BNCC e tomando como referência os conceitos-chaves já explicitados, o CPE, de fato, reflete a BNCC. É possível encontrar, com bastante frequência, textos da BNCC no próprio CPE. Apesar da organização das seções neste currículo ser distinta da adotada na Base, toda ideia de matemática está em pleno diálogo e concordância. A Matemática apresentada no CPE reflete a BNCC.

Entretanto, apesar do CPE refletir a BNCC, a maneira como ele foi estruturado para ser vivenciado em sala de aula tende a torná-lo pouco operacionalizável. Numa análise deste currículo realizada por Costa (2022), evidenciou-se, segundo a ótica de Jonnaert, Ettayebi e Defise (2010), que ele possui graus muito baixos para os elementos mínimos no que concerne à sua adequabilidade e operacionalização dentro do sistema educativo.

3.4.2 Breve síntese dos aspectos didáticos e metodológicos valorizados no CPE para a área de Matemática

De modo geral, o Quadro 17 seguinte nos mostra alguns dos aspectos didáticos e metodológicos relativos à matemática e seu ensino, tomando como referência o que está explicitado no CPE.

Quadro 17 - Aspectos valorizados no CPE para a Matemática e seu ensino e aprendizagem

O papel do professor	- criar um espaço no qual os estudantes devem ser instigados a compreender ativamente os conceitos matemáticos explorados, testar ideias e fazer conjecturas, desenvolver raciocínios e apresentar explicações de forma escrita ou verbal; - planejar e propor atividades motivadoras que instiguem a curiosidade dos estudantes, que os levem a investigar, a experimentar, a confrontar e interpretar resultados, de modo a buscar respostas ou soluções para as situações vivenciadas dentro e fora da sala de aula; - deve ter clareza do objeto matemático a ser trabalhado, pois disso depende a escolha dos registros de representação e das atividades didáticas adequadas; - conhecer bem as aprendizagens já realizadas pelos estudantes;
A matemática	- pode ser vista como uma fonte de modelos para os fenômenos nas mais diversas áreas. Tais modelos são construções abstratas que constituem instrumentos para a compreensão desses fenômenos; - o método axiomático-dedutivo assumiu a primazia como o único método aceito, na comunidade científica, para comprovação de um fato matemático; - a Matemática não deve ser encarada como uma justaposição de subdisciplinas estanques, mas como uma área em que os conhecimentos são fortemente articulados entre si; - dar ênfase ao desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a

	formulação e a resolução de problemas, utilizando ferramentas matemáticas, em uma variedade de contextos; - as ideias fundamentais são noções matemáticas essenciais que servem para desenvolver o pensamento matemático dos alunos. Existem ideias fundamentais para cada uma das unidades temáticas: álgebra, geometria, grandezas e medidas, números, probabilidade e estatística; - comum que os estudantes cheguem nos anos finais sem conseguir utilizar de forma adequada a linguagem matemática, o que não significa ausência de aprendizagens anteriores;
Ensino	- deve permitir o estudante ver a matemática como uma ciência que pode e deve contribuir para a resolução de problemas que o mundo contemporâneo deve enfrentar; - permitir que os estudantes percebam o poder da matemática como uma ferramenta de modelagem para compreender e intervir sobre o mundo no qual estão inseridos; - reconhecer e valorizar saberes e práticas matemáticas dos cidadãos e das comunidades locais, a partir da exploração dos conhecimentos prévios, sem abrir mão do saber matemático mais universal; - desenvolver competências e habilidades matemáticas que contribuam mais diretamente para auxiliar o cidadão a ter uma visão crítica da sociedade em que vive; - recomenda-se propor e explorar atividades matemáticas ricas e produtivas por meio de situações significativas, considerando as experiências e os interesses dos estudantes; - deve-se iniciar com as ideias que os estudantes já possuem – as que servirão de ponto de partida para criar novas ideias;
Aprendizagem	- considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem dessa área; - aprender a matemática significa também oferecer meios de acessar esse patrimônio cultural; - Na Matemática escolar, o processo de aprender uma noção em um contexto, abstrair e depois aplicá-la em outro contexto envolve capacidades essenciais, como formular, compreender, interpretar, analisar, avaliar e criar; - a aprendizagem de um novo conceito acontece pela apresentação de uma situação-problema ao estudante, instigando o mesmo à compreensão conceitual; - a aprendizagem não se realiza em um único período nem em um espaço muito limitado de tempo. É importante levar em conta que a aprendizagem é mais eficiente quando os conteúdos são revisitados, de forma progressivamente ampliada e aprofundada, durante todo o percurso escolar; - a construção de um conceito pelas pessoas é um processo dinâmico que se completa no decorrer de um longo período, de estágios mais intuitivos aos mais formais; - para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento é fundamental haver um contexto significativo para os estudantes, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria Matemática;
Metodologia	- valorizar estratégia da resolução de problema, a investigação, a modelagem matemática, as tecnologias digitais, a calculadora, a evolução histórica dos conceitos matemáticos, os jogos matemáticos na sala de aula, o desenvolvimento de projetos de trabalho colaborativo, a etnomatemática ou abordagem cultural, entre outros; - a resolução de problemas seja considerada o foco principal a nortear o ensino da matemática na etapa do ensino fundamental tanto nos anos iniciais como nos anos finais; - trabalho de modelagem na sala de aula como caminho para que os estudantes tenham uma experiência de produção do conhecimento no campo de certo domínio matemático; - as atividades propostas pelo professor devem, então, oferecer oportunidades para que o estudante possa confrontar suas ideias e estratégias com as de seus colegas e as do próprio professor e, com isso, validá-las ou reformulá-las.

Fonte: Os autores (2023)

3.5 MATERIAL CURRICULAR

Nossa pretensão nesta seção é trazer à tona uma discussão sobre materiais curriculares realizadas por autores nacionais e internacionais e, assim, ampliar o entendimento sobre este assunto. Ao mesmo tempo, nossa construção entrelaçará os demais tópicos de nossa tese, a saber currículo prescrito e concepções.

Remillard (2005) faz uma revisão de literatura sobre os usos que os professores fazem do livro didático e de outros materiais curriculares, incluindo textos convencionais e currículos baseados nos Padrões da NCTM.

Seu trabalho consistiu em uma análise de 70 pesquisas empíricas que abarcou 25 anos de produção publicadas nas principais revistas de educação matemática tais como: *Journal for Research in Mathematics Education*, *Journal of Mathematics Teacher Education*, *American Educational Research Journal*, *Harvard Educational Review*, *Teachers College Record*, *Teaching and Teacher Education*, and *Elementary School Journal*. Considerou também em seus dados dissertações e apresentações em conferências, com a intenção de incluir pesquisas mais recentes sobre o uso de materiais curriculares. Ao recorrer a outras fontes fora do campo da Matemática, encontra nas Ciências um trabalho que ela considera extremamente importante para a pesquisa sobre o uso de material curricular, que é o de Brown (2002), usado para a construção de nossa tese.

Ela conseguiu identificar quatro tipos de uso desses materiais: *seguindo ou subvertendo o texto*; *baseando-se no texto*; *interpretando o texto*; e *colaborando com o texto*.

A primeira forma de uso, *seguindo o texto*, toma o material curricular como ponto de partida e tem como principal característica a fidelidade do texto. Aquilo que é vivenciado em sala de aula deve ser o mais próximo possível do que está preconizado no documento curricular. E, para os que defendem esta ideia, como Freeman e Porter (1989), o ajuste é para convergir as ideias do material com as do professor. O que está implícito na aceitação deste uso, é a de que o material assume uma postura fixa, inalterável, de guia perfeito para a prática docente. A segunda forma é *baseando-se no texto*. Este uso, entende o material curricular como mais um recurso disponível para o professor e se afasta um pouco da ideia anterior, uma vez que, agora, o material não é o único elemento a influenciar o ensino. A terceira forma de uso é *interpretando o texto*. Nesta maneira, o professor interpreta o texto curricular

tomando como referência suas crenças e experiências pessoais para criar seus próprios significados; eles interpretam as intenções implícitas pretendidas pelos elaboradores do currículo. A quarta forma de uso, *colaborando com o texto*, supõe que “professores e materiais curriculares estão engajados em uma inter-relação dinâmica¹⁸” (Remillard, 2005, p. 221), em que ambos influenciam o outro. É como se ambos tivessem recursos de comunicação que permitisse o diálogo. O Quadro 18 seguinte sintetiza os usos e as concepções subjacentes.

Quadro 18 - Concepções de materiais curriculares

Usos de materiais curriculares	Concepções de materiais curriculares	Concepções do papel do professor
Seguindo o texto	Representação fixa do currículo promulgado	Responsável pelo currículo planejado
Baseando-se no texto	Um dos muitos recursos disponíveis	Designer ativo do currículo aprovado
Interpretando o texto	Representação de tarefas e conceitos	Criador de significados; baseia-se em crenças e experiência para criar significado
Colaborando com o texto	Artefatos ou ferramentas; produtos da evolução sociocultural	Colaborador com materiais curriculares para elaborar o currículo promulgado

Fonte: Adaptado de Remillard (2005)

Depreendemos que para um dado tipo de uso de material curricular, fica subentendida uma ideia do lugar desse material no desenvolvimento dos conteúdos curriculares. Usá-lo como um recurso que predetermina aquilo que deve ser feito em sala de aula, que traz todos os recursos necessários sem necessidade de quaisquer adaptações faz desse material algo fixo, rígido e pronto. O professor se vê como alguém que deve executar aquilo que está prescrito. Em contrapartida, o professor que admite o material como mais um recurso no processo de desenvolvimento curricular tende a extrair desse material os recursos que ele considera conveniente e pertinente para os objetivos de sua aula.

3.5.1 Materiais curriculares como artefatos

Brown (2009), recorre à ideia de artefato proposta por Wartofsky (1973) para desenvolver sua construção sobre a relação existente entre professores e os materiais curriculares. Pontua que “artefato são instrumentos criados pelo homem para produzir

¹⁸ Tradução nossa de: teachers and curriculum materials are engaged in a dynamic interrelationship

e reproduzir os meios de existência¹⁹” (p. 18). São resultados de transformações provocadas pelo ambiente que admitem em sua ideia objetos físicos, como calculadora, martelo, mas também a linguagem, grupos sociais. Eles representam ideias.

Sua ligação com o homem se dá de maneira intrínseca, inseparável, quando se trata de alcançar objetivos. Recorrendo a Wertsch (1998), Brown (2009), destaca que na história do salto com vara, o aprimoramento na tecnologia da vara permitiu ao atleta vencer novos obstáculos, de forma cada vez mais eficiente. É equivocado admitir a não existência intrínseca entre os polos “*atleta e vara*”. Os dois fazem parte de uma relação dinâmica e indissociável.

As habilidades desses profissionais foram também se aperfeiçoando, à medida que ele se apropriava cada vez mais das *possibilidades e restrições da ferramenta*. A história nos ensina, que no início do século XX, a modalidade em questão ocorria com varas de madeira que não envergavam e considera que os atletas deveriam cair na areia. Mas hoje é diferente. As varas envergam e os atletas caem em colchões. O fato é que as possibilidades e restrições oferecidas pelas ferramentas estão diretamente associadas às habilidades daqueles que as usam.

O mesmo acontece com as ferramentas cognitivas a exemplo das calculadoras (Brown, 2009). As capacidades de um indivíduo de realizar cálculos e procedimentos complexos ocorrem à medida que o eixo pessoa-ferramenta, compartilha entre si suas capacidades funcionais. A calculadora por si só é um artefato que se torna um recurso quando utilizada por um sujeito. Esses artefatos possuem, assim, o papel de mediar a ação humana.

Brown (2009), então, de posse dessas ideias basilares, atribui aos materiais curriculares o papel de artefatos, por acreditar que eles também são criações humanas, carregados de *possibilidades e restrições percebidas*, neste caso, pelo professor, para alcançar objetivos e mediar a atividade de ensino. Lembra que, tal como no salto com varas, a capacidade de um professor em desenvolver uma habilidade/conteúdo não depende exclusivamente de sua condição individual, mas também de recursos do material curricular.

¹⁹ Tradução nossa de: artifacts are tools created by humans in order to produce and reproduce the means of existence

3.5.2 Características dos materiais curriculares

Os materiais curriculares servem para desenvolver, mediar, auxiliar o professor nas atividades de ensino. Eles comunicam ideias e práticas ligadas ao ensino e a aprendizagem. Se enquadram nessa categoria planos de aula, livros didáticos, manuais do professor, por exemplo (Davis; Krajcik, 2005).

Brown (2009), nos apresenta seis características para materiais curriculares.

1. Eles são representações estáticas de conceitos abstratos e atividades dinâmicas - um meio de transmitir e produzir atividade, não a atividade em si.
2. Destinam-se a transmitir ideias ricas e práticas dinâmicas, embora o façam por meio de uma abreviatura sucinta que depende muito da interpretação.
3. Eles observam uma série de regras, normas e convenções de notação culturalmente compartilhadas em suas representações - embora existam menos convenções usadas de forma consistente para materiais de currículo do que para partituras.
4. Podem refletir práticas comuns ou existentes e, ao mesmo tempo, visam moldar práticas inovadoras ou novas.
5. Eles representam uma interface entre o conhecimento, objetivos e valores do autor e do usuário.
6. Eles exigem habilidade em seu uso; eles são objetos inertes que ganham vida apenas por meio da interpretação e do uso por um praticante. (p. 21)²⁰

Essas caracterizações nos mostram que o material curricular é uma representação estática criada para comunicar uma ideia (neste caso a matemática) que ganha vida mediante a interpretação que é feita pelo sujeito (neste caso o professor). O resultado do ensino é fruto da interação entre o conhecimento, objetivos e valores do MC com os recursos do professor.

Ainda segundo as características propostas por Brown (2009), eles carregam ideias, notações culturalmente aceitas por uma área do saber, veiculam práticas que objetivam moldar ou influenciar o trabalho do professor. Apesar de ser uma ferramenta

²⁰ Tradução nossa de:

1. They are static representations of abstract concepts and dynamic activities—a means for transmitting and producing activity, not the activity itself.
2. They are intended to convey rich ideas and dynamic practices, yet they do so through succinct shorthand that relies heavily on interpretation.
3. They observe a number of culturally shared notational rules, norms, and conventions in their representations—although fewer consistently used conventions exist for curriculum materials than for sheet music.
4. They may reflect common or existing practices and at the same time aim to shape innovative or new practices.
5. They represent an interface between the knowledge, goals, and values of the author and the user.
6. They require craft in their use; they are inert objects that come alive only through interpretation and use by a practitioner.

versátil para o ensino, sua potencialidade está atrelada às interpretações e habilidades do professor. Tal consideração nos leva a acreditar que o impacto daquilo que é oportunizado no MC depende de como o professor usa este MC. Como nas varas usadas pelo atleta no salto com varas, como bem representou Brown (2009), as possibilidades e restrições do MC são percebidas pelo professor à medida que ele se relaciona com este.

Cada vez que as varas foram ganhando novas qualidades implicou em novas formas de uso por parte dos atletas. Isso significa, em nosso entendimento, que os treinos precisaram sofrer as adaptações necessárias para que o atleta correspondesse às novas demandas exigidas. Como analogia para o ensino, à medida que os MCs explicitam seus recursos e deixam claro seus limites e possibilidades o professor pode usá-lo de forma mais adequada.

3.5.3 Os materiais curriculares educativos

Por certo, diante do entendimento que os professores interagem com esses MC percebendo suas potencialidades para o ensino é que tem surgido materiais voltados em promover a *aprendizagem do professor*, além da aprendizagem do aluno, que são os chamados *materiais curriculares educativos* (MCE) (Davis; Krajcik, 2005).

Esses materiais, segundo esses autores, se caracterizam por contribuir com os conhecimentos de base desse professor: conhecimento do conteúdo, conhecimento sobre o ensino e sobre a aprendizagem. O objetivo é integrar esses conhecimentos de modo a tornar o professor cada vez mais capacitado em aplicá-los em tempo real nas suas decisões de ensino. Os MCE devem ajudar os professores “a aumentar o conhecimento em situações específicas de tomada de decisão no ensino, mas também ajudá-los a desenvolver um conhecimento mais geral de modo que eles possam aplicar com flexibilidade em novas situações²¹” (Davis; Krajcik, 2005, p. 3).

Davis e Krajcik (2005), ainda sobre MCE, estabelecem distinções básicas entre estes e os usuais guias de professores. Para eles, suporte para estratégias de ensino é diferente de orientações voltadas para a aprendizagem do professor. Eles dão como exemplo um experimento em Ciências. O MC pode recomendar que os alunos

²¹ Tradução nossa de: Educative curriculum materials should help to increase teachers' knowledge in specific instances of instructional decision making but also help them develop more general knowledge that they can apply flexibly in new situations.

realizam o mesmo experimento repetidas vezes sem explicar o porquê disso ser importante (segundo eles, para produzir resultados melhores e mais confiáveis).

No âmbito da matemática, podemos lançar mão de situação semelhante, na relação entre *probabilidade teórica e experimental*. Os resultados de um experimento nem sempre correspondem aos obtidos em resultados teóricos. No entanto, à medida que o número de tentativas aumenta eles tendem a se aproximar. Deixar claro ao professor o porquê de isso ocorrer, com as devidas fundamentações e relações convenientes amplia o conhecimento desse profissional sobre o assunto e lhe permite aplicar em outros contextos.

3.5.4 O que são os materiais curriculares

Sobre o termo material curricular, de forma geral, Remillard e Kim (2020) usam para se referir a um conjunto específico de recurso, voltado para apoiar o desenvolvimento dos conteúdos curriculares e a aprendizagem dos estudantes. Os materiais curriculares se referem aos recursos que objetivam o ensino.

Antunes e Januario (2021), entendem que os materiais curriculares têm a capacidade de organizar as práticas pedagógicas que os professores hão de lançar mão para desenvolver os processos de ensino e aprendizagem matemática. Por sua vez, os autores constroem uma figura que explicita alguns dos recursos que se inserem nos materiais curriculares.

Figura 18 - O que são os materiais curriculares?



Fonte: Antunes; Januario (2021)

Notemos que Remillard e Kim (2020) e Antunes e Januario (2021) concordam que o termo MC é genérico e que não se limita a um tipo de recurso, como livro

didático, mas a vários objetos, todos voltados para o ensino, como cadernos de atividades, materiais apostilados.

Segundo Antunes e Januario (2021), um dos objetivos do MC é “criar as condições para que as aprendizagens ocorram com sentidos e significados dos conceitos e questões sociais implicadas” (p. 258). Continuam dizendo que é uma ferramenta de trabalho do professor e que ao incorporar a Matemática, apresentam sugestões para o ensino.

3.5.5 A relação dos materiais curriculares com o ensino

Avançando na construção de um *corpo sobre o tema* os resultados de Brown (2002, 2009) e Brown e Edelson (2003) nos trazem uma contribuição teórica e conceitual muito relevante, já mencionada em Remillard (2005). Suas pesquisas partiram do pressuposto do ensino como *design (teaching as design)*, processo este que “envolve a criação de algo com finalidade de resolver um problema humano²²” (Brown, 2009, p. 23), sendo estes produtos da atividade humana. Como Brown (2009) destaca:

Aplicar a metáfora do design ao ensino é útil porque chama a atenção para a interação construtiva que ocorre durante o ensino entre o agente (professores) e as ferramentas (materiais curriculares), e a maneira pela qual as características de cada um moldam o resultado. Compreender o ensino como design é importante para compreender a interação dinâmica que se desenvolve quando os professores usam os materiais do currículo. (Brown, 2009, p. 23)²³

Essa atividade direcionada, com vistas a atingir um objetivo, demanda do professor de matemática o uso de algum tipo de material curricular, cuja intenção é lhe servir de apoio para a construção de seus “episódios de ensino” (Brown, 2009, p. 23). A ideia é transformar um estado existente num estado desejado.

O livro didático, enquanto um tipo de material curricular, está presente no desenvolvimento das aulas. A credibilidade social auferida por este instrumento é destacada numa pesquisa empírica realizada na Turquia por Doğan e Torun (2018). Num questionário aplicado a 837 estudantes secundaristas sobre o nível de

²² Tradução nossa de: it is about crafting something in order to solve a human problem

²³ Tradução nossa de: Applying the design metaphor to teaching is useful because it calls attention to the constructive interplay that takes place during instruction between agent (teachers) and tools (curriculum materials), and the manner in which the characteristics of each shape the outcome. Understanding teaching as design is important to understanding the dynamic interplay that unfolds when teachers use curriculum materials.

confiabilidade que eles tinham em instrumentos como livro Didático, Livro Teste (livro de questões), televisão, internet, amigos, família e jornais eles responderam que em primeiro lugar confiavam no professor e em segundo no livro didático.

Isso remete ao impacto que esses recursos possuem nas aulas, em particular nas de matemática. Este material está presente em praticamente todas as salas de aula e no caso de matemática seu uso é mais frequente ainda (Valente, 2008). Segundo Litoldo (2021),

o estudo de Doğan e Torun (2018), embora experimental, ressoa na direção de evidenciar a importância dada ao Livro Didático pelos estudantes no contexto escolar, indicação que é corroborada por outros estudos (LAJOLO, 1996; CHOPPIN, 2004; JONES; TARR, 2007; ÖZGELDI; ESEN, 2010; MATIĆ, 2019). (p. 29)

A relação entre professor e material curricular é um processo dinâmico e interacional, em que ambos influenciam um ao outro; admitimos como evidência, com base nas pesquisas que temos apontado, que a relação não é unidirecional, como antes se pensava: apenas o material curricular influenciando o professor como que em um monólogo, mas admitimos a relação bidirecional. Este entendimento se justifica pela mudança de paradigma “da *perspectiva da fidelidade* para a *perspectiva de adaptação mútua*²⁴” (Fullan; Pomfret, 1977 *apud* Chong, 2016, p. 1). O entendimento da *fidelidade* na implementação defende a ideia da comunicação num único sentido, a do currículo prevalecente sobre a autonomia dos professores; enquanto os que defendem a *adaptação mútua* acreditam na possibilidade de os professores realizarem alguma transformação no currículo. Esta mudança de perspectiva, segundo Chong (2016), contribui para o crescimento de “numerosos estudos que se propuseram a examinar os processos cognitivos e pedagógicos através do qual os professores adaptam o currículo²⁵” (p. 1).

Brown (2009), destaca que “compreender como as *habilidades, conhecimentos e crenças* dos professores influenciam sua interpretação e uso dos materiais do currículo é fundamental para compreender a relação professor-ferramenta” (p. 22)²⁶. A maneira como o professor concebe o ensino de matemática influencia em como este profissional se relaciona com o MC uma vez que outras concepções também

²⁴ Tradução nossa de: from the fidelity perspective to the mutual adaptation perspective

²⁵ Tradução nossa de: numerous studies have set out to examine the cognitive and pedagogical processes through which teachers adapt the curriculum

²⁶ Tradução nossa de: Understanding how teachers' skills, knowledge, and beliefs influence their interpretation and use of curriculum materials is critical to understanding the teacher—tool relationship.

estão presentes nessa relação. Conforme se mostrou no Quadro 18, o professor desenvolve uma concepção de material curricular que pode ser a de *um recurso dentre outros*, por exemplo, e pode recorrer a outras fontes de uso. O próprio MC foi construído levando-se em conta uma dada concepção de matemática e de seu ensino que, por meio de seus recursos, é comunicada ao professor.

3.5.5.1 Fases ou etapas no processo de interação entre materiais curriculares e professor

Por isso que Brown (2009) menciona a existência de etapas nesse processo de interação. O professor primeiro *seleciona*, depois *interpreta*, *reconcilia*, *acomoda* e por fim, *modifica*.

A *seleção de material* a ser utilizado em sala de aula nem sempre ocorre de maneira individual e muitas vezes essa decisão é tomada por outros. Nas situações que ele é “obrigado” a usá-lo este teórico menciona trabalhos como os de Cohen (1988, 1990); Lloyd (1999); Lloyd e Wilson, (1998); Wilson e Goldenberg (1998) que apontam que eles acabam por resistir à adoção em virtude de suas crenças, concepções, conhecimentos, capacidades.

A *interpretação* de um material decorre das percepções que os professores têm das diferentes características do MC e essas interpretações são influenciadas pela qualidade do MC, das capacidades do professor e pelo contexto. Remillard (2005), destaca que o professor se baseia em suas crenças para criar os significados das tarefas no MC.

A *reconciliação* indica que os objetivos pretendidos pelo MC acabam por estabelecer uma certa harmonia com seus próprios objetivos e capacidades, bem como com as restrições do ambiente. Essa reconciliação, cita esse teórico, pode ocorrer de modo consciente ou inconsciente.

A *acomodação* é outra característica da interação que ocorre quando o professor, com base no desempenho dos estudantes, ajusta o material curricular.

Por fim, os professores *modificam* o MC adicionando suas próprias estruturas ou omitindo “partes que não lhes interessam ou estão além de suas próprias capacidades ou das capacidades de seus alunos (Remillard, 1992; Tarr *et al.*, 2008)²⁷”.

²⁷ Tradução nossa de: parts that do not interest them or are beyond their own capacities or the capabilities of their students (Remillard, 1992; Tarr *et al.*, 2008).

3.5.5.2 Estrutura de análise de materiais curriculares: tipos de uso, recursos do professor e recursos dos materiais curriculares

Brown (2009) estabeleceu uma estrutura de análise levando em conta a capacidade de criação do professor do seu próprio ambiente de ensino à medida que interagem com os materiais curriculares. As ferramentas analíticas que ele desenvolveu possibilitaram entender os padrões de comportamento do professor no uso de materiais.

A análise inicial que permitiu teorizar sobre *teaching by design* lhe possibilitou ilustrar três padrões básicos de uso de materiais curriculares que levam em conta tanto recursos do professor quanto recursos do currículo.

Brown e Edelson (2003) descrevem em seu quadro teórico cada um dos elementos constitutivos dos recursos do professor e do currículo, e destaca que *apropriação curricular*, que é a maneira como o professor incorpora as ideias curriculares à sua prática pedagógica, resulta em “*diferentes graus de apropriação*”, “*diferentes caracterizações da relação professor-ferramenta*”. A apropriação enquanto processo considera a participação ativa do professor na relação com o MC e exclui a ideia de passividade. Apropriar-se de algo subjaz a capacidade interpretativa e autônoma do sujeito frente a um artefato. A própria noção de instrumento está associada a processo (Bellemain; Trouche, 2019).

[...] quando os professores interagem com os artefatos do currículo, eles o fazem de maneiras dinâmicas e construtivas (Barab & Luehmann, 2003; Brown, 2002; Davis & Krajcik, 2005; Matese, 2005; Remillard, 2005), revelando a importância da compreensão de como os professores percebem, interpretam e utilizam os artefatos do currículo²⁸. (Brown, 2009, p. 22).

Os professores estão constantemente tomando decisões sobre os recursos do currículo à medida que percebem possibilidades de uso. Essas decisões, como Brown (2009) bem aponta, são ditadas por seus conhecimentos, suas crenças, concepções, habilidades e objetivos. Brown (2009) destaca que

²⁸ Tradução nossa de: when teachers interact with curriculum artifacts, they do so in dynamic and constructive ways (Barab & Luehmann, 2003; Brown, 2002; Davis & Krajcik, 2005; Matese, 2005; Remillard, 2005), revealing the importance of understanding how teachers perceive, interpret, and utilize curriculum artifacts.

a relação professor-ferramenta envolve influências bidirecionais: como os artefatos do currículo, por meio de seus recursos e restrições, influenciam os professores e como os professores, por meio de suas percepções e decisões, mobilizam os artefatos do currículo²⁹. (p. 22).

A sua estrutura nos apresenta uma visão panorâmica do que acontece nesta interrelação e quais os elementos que se interconectam gerando três tipos de usos: *reprodução, adaptação e improvisação*. A grande vantagem deste modelo é que ele anuncia ao professor o que entra em jogo no momento que se interage com um material curricular, como comunica aos desenvolvedores de currículo quais aspectos podem ser considerados pelos professores.

Os três tipos de uso decorrem de um amplo estudo, realizado com três professores de Ciências do ensino médio por um período de dez semanas, quando da realização de um Projeto sobre Aquecimento Global (GWP, em inglês). O referido projeto estava fundamentado numa aula baseada em investigação.

A *reprodução* ocorre quando os professores confiam plenamente nas orientações contidas nos materiais a ponto de criar muita dependência e reproduzir o que está preconizado quanto as atividades, sequência de ensino, recursos didáticos a serem utilizados, explicações matemáticas, por exemplo. Brown e Edelson (2003) apresentam dois motivos pelos quais os professores poderiam ter este comportamento. O primeiro, “quando o professor tem pouca familiaridade ou certo desconforto ao tratar determinado assunto³⁰” (p. 6) e o segundo, quando os materiais refletem os mesmos objetivos que o professor. Brown (2009), salienta que este tipo de uso pode ser fruto de uma decisão estratégica do professor e não necessariamente uma indicação de deficiência. Ainda sobre a reprodução, este pesquisador diz que ela pode ou não convergir para os objetivos pretendidos inicialmente pelo MC.

A *improvisação* geralmente ocorre, quando o professor reconhece oportunidade adicional em uma situação não planejada de sala de aula e possui o conhecimento necessário para desenvolvê-la (Brown; Edelson, 2003). Ele utiliza suas próprias estratégias com o mínimo de confiança nos materiais (Brown, 2002). Ao improvisar, o professor põe em jogo seus conhecimentos e suas hipóteses sobre o que os estudantes sabem/não sabem/como sabem... Na improvisação, nem sempre

²⁹ Tradução nossa de: the teacher—tool relationship involves bi-directional influences: how curriculum artifacts, through their affordances and constraints, influence teachers, and how teachers, through their perceptions and decisions, mobilize curriculum artifacts.

³⁰ Tradução nossa de: when a teacher is unfamiliar or uncomfortable with the subject matter

as ações dos professores convergem para os objetivos propostos para a aula ou para aqueles apresentados pelos materiais curriculares.

A *adaptação* ocorre quando os recursos do professor e do currículo são combinados, compartilhados, com vias ao atendimento do objetivo proposto. Brown e Edelson (2003) afirmam que um dos motivos que pode levar o professor adaptar o material curricular é para: “atender às necessidades específicas do aluno; adequar a certo estilo de ensino; atingir metas de aprendizagem específicas; alinhar com as circunstâncias de sala de aula”³¹ (p. 5).

Sobre esses três usos, destacamos que eles não tiveram a pretensão de estabelecer uma relação hierárquica, no sentido de rotular que as apropriações poderiam ser organizadas em níveis crescentes de qualidade, como *adaptação-reprodução-improvisação*, sendo o primeiro o melhor e o último, o indesejado. Brown (2009) afirma que um tipo de uso não é considerado superior ao outro. É possível que para um dado episódio da aula ele lance mão de diversos tipos de usos do material a depender de seus objetivos pretendidos, como ocorreu com a professora que participou de suas observações sobre o projeto sobre aquecimento global.

A decisão sobre como usar considera uma série de fatores. Desde “a organização e estruturação de uma sala de aula até o apoio à atividade do aluno e o ensino de conceitos específicos”³² (Brown, 2009, p. 25). Nesse sentido, um tipo de uso é resultado de uma ação estratégica do professor, está associado aos seus objetivos de ensino. O Quadro 19 explicita os tipos de uso e sua relação com o professor.

Quadro 19 - Tipos de uso de MC e alguns fatores de influência em seu uso

Tipos de uso	Ocorre quando o professor ...	Alguns fatores que influenciam na decisão do professor em como usar o MC
Reprodução	confia plenamente nas orientações contidas nos materiais. Isso pode acontecer pela pouca familiaridade com o assunto ou quando os materiais refletem os mesmos objetivos que ele.	Organização e estruturação da sala de aula; maneira de apoiar os alunos na realização de atividades; o ensino de conceitos específicos.
Improvisação	confia minimamente nos materiais. Além disso, reconhece oportunidade	

³¹ Tradução nossa de: address particular student needs, conform to certain teaching styles, target specific learning goals, align with classroom circumstances

³² Tradução nossa de: organizing and structuring a classroom, to supporting student activity, to teaching specific concepts

	adicional em uma situação não planejada de sala de aula e possui o conhecimento necessário para desenvolvê-la. Nem sempre as ações dos professores convergem para os objetivos propostos para a aula ou para aqueles apresentados pelos materiais curriculares.	
Adaptação	combina seus recursos com os do MC com o objetivo de: atender às necessidades específicas do aluno; adequar a certo estilo de ensino; atingir metas de aprendizagem específicas; alinhar com as circunstâncias de sala de aula.	

Fonte: Os autores (2023)

Os MC assumem características que podem potencializar a mobilização de conhecimentos pelos professores. A maneira como eles são pensados e estruturados refletem na maneira como os professores os utilizarão. Suas percepções, suas crenças, concepções, seus conhecimentos pedagógicos e de conteúdo estão em constante diálogo entre si e entre os recursos do currículo.

Brown (2009) afirma que desenvolveu a estrutura *Design Capacity for Enactment (DCE) framework* para explicitar os diferentes tipos de interação que ocorrem entre os recursos do professor e os recursos curriculares.

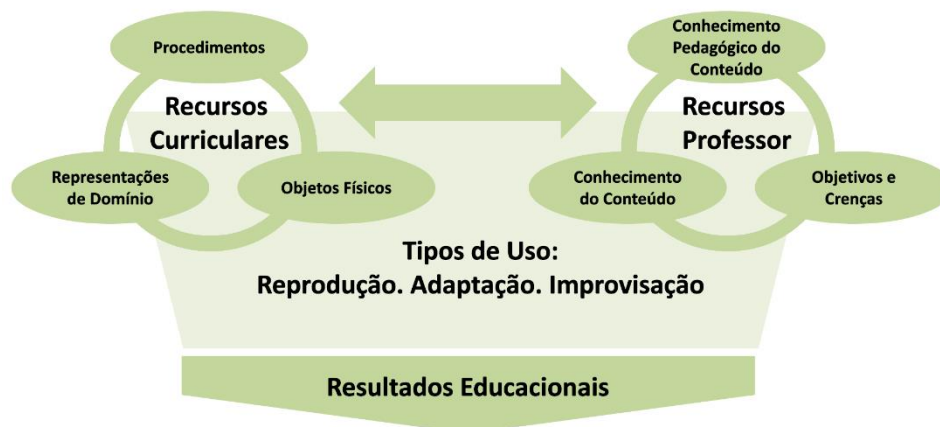
A estrutura DCE captura os diferentes elementos da dinâmica professor-ferramenta e representa os diferentes tipos de interações que ocorrem entre os recursos do professor e os recursos curriculares à medida que os professores *adaptam, reproduzem ou improvisam* com os recursos curriculares³³. (Brown, 2009, p. 25)

Um lado do DCE abrange os recursos dos professores que influenciam as formas como eles percebem e mobilizam os diferentes aspectos dos recursos curriculares. O outro lado, por sua vez, “reflete as intenções implícitas e explícitas dos elaboradores de currículos³⁴” (Brown, 2009, p. 26).

³³ Tradução nossa de: The DCE framework captures the different elements of the teacher—tool dynamic and represents the different types of interactions that occur between teacher resources and curriculum resources as teachers adapt, adopt or improvise with curriculum resources.

³⁴ Tradução nossa de: reflect the implicit and explicit intentions of curriculum designers.

Figura 19 - The Design Capacity for Enactment (DCE) Framework



Fonte: Brown (2009, p. 27)

Na interação com materiais curriculares os professores trazem pelo menos três tipos de recursos, a saber: *objetivos e crenças*, *conhecimento pedagógico do conteúdo* (PCK) e *conhecimento do conteúdo* (CK). Por outro lado, o material curricular apresenta os seus recursos: os *procedimentos*, os *objetos físicos* e as *representações de domínio*.

Os recursos servem como referencial analítico dos elementos presentes na relação professor-MC, capazes de explicitar possíveis combinações entre eles. Os recursos do professor não só se combinam com os do currículo. Se combinam entre si também. As crenças e objetivos não atuam em separado dos conhecimentos do conteúdo e do pedagógico do conteúdo, mas cada um desses elementos está interagindo mutuamente.

O *conhecimento do conteúdo* e o *conhecimento pedagógico do conteúdo* são componentes oriundos dos trabalhos de Shulman (1998, 1999). Esses conhecimentos servem para denotar que o trabalho de ensino não só necessita do conhecimento da matéria, mas também de estratégias pedagógicas relacionadas em como promover a aprendizagem.

O *conhecimento do conteúdo* se refere ao que será ensinado/aprendido. Esse conhecimento incluiu os conteúdos, métodos, teorias que estão associados ao objeto em foco. Harris *et al.* (2009 *apud* Ciboto; Oliveira, 2017) afirmam que “professores com uma base de conhecimento inadequada podem trazer consequências desagradáveis, pois seus alunos podem receber informações incorretas e facilmente desenvolver concepções erradas sobre o conteúdo.” (p. 14).

O *conhecimento pedagógico do conteúdo* é resultado da interação entre dois conhecimentos: o do conteúdo e o pedagógico. No caso do professor de matemática, se refere às estratégias de ensino tanto em seu aspecto mais geral, como em seu aspecto específico. Ensinar sobre algo, requer desse professor a capacidade de saber quais metodologias são mais pertinentes frente a determinados conteúdos. Compete saber quais os obstáculos inerentes a aprendizagem de um conteúdo, quais os conhecimentos prévios dos estudantes, a fim de organizar melhor seu ensino. Segundo Mishra e Koehler (2006 *apud* Ciboto; Oliveira, 2017), conhecimento pedagógico do conteúdo “inclui saber quais abordagens de ensino se adequam ao conteúdo [...], envolve formulação de conceitos, técnicas pedagógicas, o entendimento do saber prévio dos alunos, e das teorias da epistemologia” (p. 16).

Brown (2009) diz:

Objetivos e crenças – que Ball e Cohen (1999) expressam como “compromissos” – referem-se às orientações dos professores para com o material que ensinam. [...] Pesquisadores têm documentado o que acontece quando as reformas curriculares não conseguem atender - ou em alguns casos - desafiam objetivos e crenças dos professores. Por exemplo, Spillane (1999) e Wilson (1990) documentam como as crenças dos professores sobre a natureza das capacidades de aprendizagem dos estudantes podem impedir a adoção de novas abordagens de ensino. [...] Assim, a natureza dos objetivos e crenças dos professores é altamente relevante para a compreensão de como os professores percebem e se apropriam dos materiais curriculares³⁵. (Brown, 2009, p. 27, grifo nosso)

A descrição dada por este pesquisador sobre *objetivos e crenças*, passa a ideia da existência de um aspecto subjetivo, interno, pessoal, capaz de influenciar na apropriação dos materiais curriculares pelos professores. O autor se fundamenta no que outros pesquisadores afirmam sobre o assunto e conclui, falando da relevância em se compreender a natureza dos *objetivos e das crenças* dos professores no processo de apropriação curricular.

Os *objetivos e crenças* destacados por Brown (2009) enquanto recursos do professor são uma terminologia muito geral. O próprio autor inclui nessa categoria “fatores como ideologia, normas culturais, valores e hábitos³⁶” (Brown, 2009, p. 27).

³⁵ Tradução nossa de: Goals and beliefs – what Ball & Cohen (1999) term “commitments” – refer to teachers’ orientations toward the material they teach. [...] Researchers have documented what happens when curriculum reforms fail accommodate – or in some cases challenge – teachers’ own goal end belief. For instance, Spillane (1999) and Wilson (1990) document how teachers’ belief about the nature of learning and student capabilities can impede their adoption of new instructional approaches. Thus, the nature of teachers’ goals and beliefs is highly relevant to understanding how teachers perceive and appropriate curriculum materials.

³⁶ Tradução nossa de: factors as ideology, cultural norms, values, and habits

Na literatura em educação matemática encontra-se uma discussão sobre a relação entre *crenças* e *concepções*. Autores como Thompson (1992), Ponte (1992) e Carrillo (2014) consideram que *crenças* são distintas de *concepções*.

Carrillo (2014), liga as crenças ao componente afetivo e emocional. Gómez-Chácon (1997, 2003), uma das pioneiras no estudo da dimensão afetiva relacionada com a aprendizagem matemática, afirma que os descritores básicos que compõem o domínio afetivo são: *emoções, atitudes, valores e crenças*. Para ela, as crenças são *estruturas cognitivas que têm o papel de filtrar as informações recebidas e influenciam na construção da ideia de realidade*. Fazem parte do conhecimento subjetivo do sujeito.

Carrillo (2014) e Thompson (1992), concordam que as *concepções* estão associadas à racionalização, ao domínio objetivo. As “concepções são os esquemas de organização subjacentes dos conceitos, que são essencialmente de natureza cognitiva” (Ponte, 1994a *apud* Carrillo, 2014, p. 12).³⁷

O que queremos com esta constatação, é esclarecer a relação/distinção entre *crenças* e *concepções*, bem como mostrar que Brown (2009), ao explicitar os recursos do professor, não teve a pretensão de limitar seus componentes. Nesse sentido, nossa tese considera que as concepções também fazem parte do recurso do professor.

Trabalhos na área de material curricular consideram a influência desse construto na interação com o professor.

Pacheco (2015), numa pesquisa que objetivou investigar como duas professoras dos anos iniciais se relacionam com materiais curriculares específicos da unidade temática de espaço e forma, concluiu que elas usam os materiais de diferentes modos e que tais modos podem refletir suas concepções e conhecimentos em relação ao material e a temática explorada.

Bueno (2017), afirma que para entender a relação estabelecida entre os professores e os materiais curriculares é “importante considerar que as crenças e concepções interferem na prática do professor ao selecionar, organizar e no uso do material curricular” (p. 56, 57).

Januario (2017) explicita, em um de seus resultados de pesquisa, que ao se relacionarem com materiais, a capacidade dos professores de perceber informações

³⁷ Tradução nossa de: Las concepciones son los esquemas subyacentes de organización de los conceptos, que tienen esencialmente naturaleza cognitiva.

nesses materiais é possibilitada, dentre os vários elementos apontados por ele, a sua concepção de educação e prática formativa.

Pacheco (2015), Bueno (2017) e Januario (2017) consideram em suas pesquisas o termo concepção enquanto recurso do professor segundo a mesma perspectiva teórica usada em nossa tese. Tal fato evidencia, que é possível considerar *crenças, objetivos e concepções* enquanto componente que o professor leva em sua interação.

Na literatura em educação matemática, há evidências de pelo menos dois tipos de concepções de ensino de matemática: *as concepções transmissivas e as construtivistas*. Autores como Handal (2003), Ernest (1996), Ponte (2005), Câmara dos Santos e Lima (2010) discutem em seus trabalhos, as implicações pedagógicas em sala de aula das ações dos professores que tendem a uma determinada concepção.

Nesse sentido, asseguramos o uso das concepções sobre a matemática e seu ensino enquanto recurso (do professor) de referência em nossa tese, sem desconsiderar a influência/existência de outros elementos como as crenças, os valores, as emoções, as atitudes.

Os recursos do material curricular são: *os objetos físicos, os procedimentos e as representações de domínios*.

Os objetos físicos dizem respeito às características físicas do material curricular como número de páginas, ilustração, qualidade do material, fonte e inclui os materiais que os acompanham. *Os procedimentos* são orientações e procedimentos que os materiais fornecem ao professor e ao aluno para o desenvolvimento das atividades. Eles comunicam as tarefas a serem realizadas, orientações didáticas, sugestões de outros recursos, sites, jogos. Podem incluir recomendações de como estruturar uma aula, por exemplo. *As representações de domínio* referem-se aos conceitos e conteúdos matemáticos. A relação dos conceitos por meio de diagramas, explicações, sequência de tópicos (Januario, 2017).

Esses três elementos abrangem os aspectos mais importantes do conteúdo e da estrutura de um material curricular: “suas ideias centrais, as atividades realizadas em sua exploração e os objetos que sustentam essa atividade³⁸” (Brown, 2009, p. 26).

³⁸ Tradução nossa de: its core ideas, the activities undertaken in their exploration, and the objects that support such activity.

3.5.5.3 A capacidade de design pedagógico (PDC)

Segundo Brown (2009), embora a estrutura do DCE explicita os recursos fornecidos pelo professor e pelos materiais curriculares ela não considera totalmente quais as ações envolvidas em sua mobilização. Ele afirma que a “capacidade do professor mobilizar os recursos curriculares de forma satisfatória envolve mais do que conhecimento, habilidades e compromissos³⁹” (p. 29). Continua, dizendo que

o professor possui a habilidade de **perceber** as possibilidades dos materiais e **tomar decisões** sobre como usá-los para criar episódios de ensino que atinjam seus objetivos. Chamo essa competência de **capacidade de design pedagógico**, definida como a capacidade do professor de **perceber e mobilizar** recursos existentes para elaborar episódios de ensino (Brown, 2002; Brown & Edelson, 2003)⁴⁰ (Brown, 2009, p. 29, grifo nosso)

A *capacidade de design pedagógico* (PDC) caracteriza a habilidade do professor criar coisas novas, de usar os materiais curriculares de modos distintos e produtivos com vistas a atender seus objetivos de ensino. Segundo o autor, um professor que consegue envolver os vários tipos de uso dos materiais e organizar os vários elementos numa aula possui um alto grau de PDC. E ainda segundo ele, ao focar a atenção em como os professores percebem e mobilizam recursos, o PDC ajuda a explicar o porquê que dois professores com conhecimentos, habilidades e compromissos muito distintos podem criar ambientes de ensino semelhantes. O mesmo pode ocorrer com dois professores com conhecimentos, habilidades e compromissos semelhantes podem produzir resultados de ensino distintos. Tal distinção se deve, em parte, afirma ele, a grande capacidade do professor de antecipar e responder produtivamente às necessidades dos alunos, [...] de como eles aprendem e a sua capacidade de

interpretar as principais possibilidades (*affordances*) dos materiais e utilizar esses recursos para criar episódios de ensino a fim de atender às necessidades percebidas dos alunos e alcançar seus objetivos instrucionais⁴¹ (Brown, 2009, p. 29).

³⁹ Tradução nossa de: The capacity of the first teacher described above to mobilize the curriculum resources in productive ways involves more than just knowledge, skills, and commitments.

⁴⁰ Tradução nossa de: She possesses a skill in perceiving the affordances of the materials and making decisions about how to use them to craft instructional episodes that achieve her goals. I call this competence pedagogical design capacity, defined as a teacher's capacity to perceive and mobilize existing resources in order to craft instructional episodes (Brown, 2002; Brown & Edelson, 2003).

⁴¹ Tradução nossa de: to interpret key affordances within the materials and utilize those features to craft instructional episodes in order to meet perceived student needs and achieve their instructional objectives.

Ele ainda destaca que essa dimensão criativa e construtiva da capacidade de ensino do professor “representa mais uma característica que os professores trazem para suas interações com os materiais curriculares. Assim, o próprio PDC garante a inclusão na estrutura do DCE⁴²” (Brown, 2009, p. 28).

O PDC representa a capacidade do professor em perceber e mobilizar recursos (pessoais e curriculares) que, por sua vez, podem se manifestar como *adaptações, reproduções ou improvisações*. No entanto, ele não se preocupa se o professor, em si, está realizando tais usos num dado momento da aula, mas em descrever a maneira e o grau em que ele cria e constrói seus projetos de ensino.

Chong (2016), nos auxilia no desenvolvimento do PDC. Em um estudo com uma professora experiente de inglês em Hong Kong, ele examina como esta profissional *percebe e mobiliza* materiais curriculares para ensinar compreensão de leitura a alunos do ensino médio. Seu estudo procurou descobrir quais são os conhecimentos da professora quando esta interage com materiais curriculares. Ele destaca estudos em educação matemática, que mostram que professores com alto PDC possuem um forte *conhecimento dos alunos (KLS – sigla em inglês)* e, assim, mostrar a existência de um elemento de influência no PDC. Em seu estudo, seus resultados apontam para existência de mais dois tipos de conhecimento que, por sua vez, “desempenham um papel importante em tornar os professores mais hábeis no uso de materiais curriculares⁴³” (p. 85): *conhecimento dos materiais curriculares (KCM – sigla em inglês)* e *conhecimento prático pessoal (PPK – sigla em inglês)*.

O KCM diz respeito a capacidade do professor perceber a natureza das tarefas aplicadas aos estudantes. Isso inclui saber se elas são adequadas a eles, o nível de dificuldade, a compreensão dos seus objetivos, sua importância para a aprendizagem, a relevância delas para seus objetivos de ensino. Segundo o autor, “para tornar os materiais curriculares mais adequados para seus alunos e seu estilo de ensino⁴⁴” (p. 90) o professor mobiliza algumas ações: *adiciona, omite ou modifica* alguma coisa na tarefa. Significa que ele pode reordenar a sequência de tarefas, adicionar explicações, modificar algo da tarefa, dividi-la em várias partes.

⁴² Tradução nossa de: This skill represents yet another characteristic that teachers bring to their interactions with curriculum materials. Thus, PDC itself ultimately warrants inclusion within the DCE framework.

⁴³ Tradução nossa de: play an importante role in making teachers more adept at using curriculum materials.

⁴⁴ Tradução nossa de: In order to make the curriculum materials more suitable for her students and her teaching style

No nosso caso específico, diz respeito ao conhecimento do professor da matemática que está sendo veiculado no material. É a percepção das ideias dos elaboradores, de como a obra didática foi pensada, compreender o porquê de determinada organização dos conteúdos, quais estratégias de ensino estão sendo privilegiadas. Um bom conhecimento pedagógico do conteúdo e um bom conhecimento do conteúdo do professor não pressupõe bom KCM. Este conhecimento pressupõe conhecer os limites e potencialidades do material, mas que por sua vez, dialogam com seus conhecimentos pedagógicos e do conteúdo.

O *PPK* fornece uma perspectiva ao professor à medida que este lê o material pelas lentes de seu próprio estilo de ensino. Na pesquisa de Chong (2016), ele percebeu que sua professora participante possuía dois princípios práticos que caracterizavam esse conhecimento: o uso de imagens e o trabalho em grupo. A professora costumava usar imagens para “fazer os alunos entenderem o que queria ensinar”⁴⁵ (p. 92) e o trabalho em grupo tinha a intenção de “permitir mais espaço para discussão [...] e oferecer oportunidades para os alunos compartilharem ideias”⁴⁶ (p. 92). Nota-se, assim, que esse conhecimento está muito associado ao que a professora acredita como pertinente para o desenvolvimento das aprendizagens dos estudantes.

O *KLS* se relaciona à compreensão das características dos alunos quando do processo de ensino e aprendizagem. A professora percebe quando uma atividade será mais desafiadora aos seus estudantes e quais adaptações ou criações serão feitas no material para que eles compreendam com mais facilidade. Segundo este autor, o *KLS* é um componente essencial no PDC onde os professores percebem as necessidades dos alunos antes e durante a interação a fim de mobilizar os recursos dos materiais curriculares que possam responder adequadamente a eles.

Esses três conhecimentos destacados por Chong (2016) estão associados à capacidade dos professores em *perceber* e *mobilizar* recursos (pessoais e curriculares) para criar seus episódios de ensino.

Para Brown e Edelson (2003) *perceber* é definido como a capacidade do professor reconhecer e interpretar as potencialidades dos recursos curriculares e *mobilizar* se refere a atuação dos professores para construir estratégias de ensino.

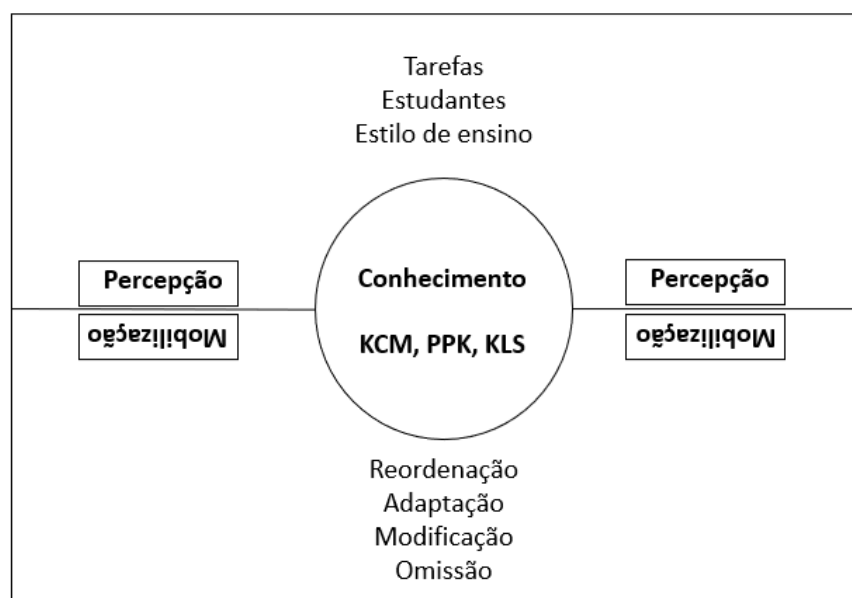
⁴⁵ Tradução nossa de: make students understand what I want to teach'

⁴⁶ Tradução nossa de: I adapt the task to allow more room for discussion [...] to provide opportunities for students to share ideas

Segundo Brown (2009), essas duas ações estão no cerne da *capacidade de design pedagógico* (PDC) dos professores.

Notamos, pelas exposições, que há uma relação intrínseca entre o DCE e o PDC, à medida que este descreve o modo como o professor usa os recursos disponíveis na relação dialógica professor-material curricular com vistas ao alcance de seus objetivos. O que Chong (2016) nos informa, é que os *conhecimentos dos alunos, dos materiais curriculares e do estilo de ensino* da professora participante agiram de forma integrada e influenciaram fortemente em sua capacidade de construir e desenvolver suas aulas. Suas *percepções e mobilizações* do material demonstram que as modificações nas tarefas ou até mesmo omissões não ocorriam à revelia das características de aprendizagem de seus alunos e nem de seu estilo de ensino. Ao escolher o uso de imagens, ela tinha em mente a compreensão de que seus alunos eram “fracos em vocabulário e poderiam precisar de mais informações⁴⁷” (Chong, 2016, p. 94) e por isso, acrescenta algumas imagens no material. Sua representação para o PDC da professora de sua pesquisa, pode ser observada na Figura 20.

Figura 20 - Representação esquemática do PDC de Jessie



Fonte: Adaptado de Chong (2016)

⁴⁷ Tradução nossa de: she is good at teaching words using pictures and her understanding that her students were weak in vocabulary and might need more input

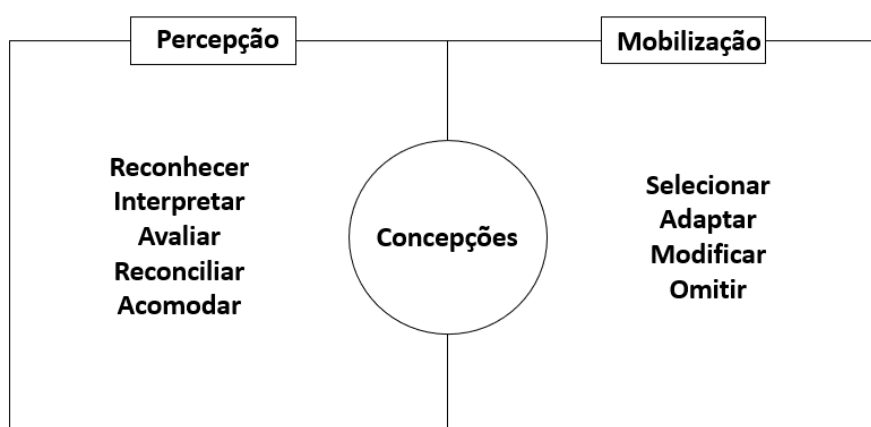
3.5.5.4 O PDC e a centralidade das concepções

Ao recorrermos às ideias sobre *concepções*, Garnica (2008) afirma que elas são suportes para a ação e que criam em nós hábitos a ponto de nossa intervenção nos conferir segurança. São elas que organizam o sentido que damos às coisas, inclusive “limitando nossas possibilidades de atuação e compreensão” (p. 508). Em continuidade a esse pensamento, Moreno Moreno e Azcárate Giménez (2003) afirmam que elas têm a capacidade de influenciar, inclusive, o que é *percebido*. Thompson (1997), diz que os “professores desenvolvem padrões de comportamento característicos de sua prática pedagógica” (p. 12). Para Atallah, Bryant, Dada (2006) as *concepções* influenciam na tomada das decisões do professor.

Em Chong (2016), fica evidente que a prática da professora se caracteriza por certos comportamentos regulares ou padrões de ação na área do ensino, nas tarefas voltadas para a aprendizagem dos alunos, nas escolhas de recursos e nas suas modificações, o que manifesta suas concepções. Ela compreendia a importância das discussões para a aprendizagem dos alunos e quando percebia restrições nos materiais usados adaptava tarefas e adicionava outras.

A implicação teórica, fruto da relação entre *concepção*, *percepção* e *mobilização*, encontra-se no fato delas desempenharem papel fundamental para compreensão do PDC do professor, que pode ser representada na Figura 21.

Figura 21 - PDC e a centralidade das concepções



Fonte: Os autores (2023)

A *percepção* do professor quando de sua relação com materiais curriculares, atua como filtro, possibilitando-lhe *reconhecer*, *interpretar*, *avaliar*, *acomodar*, *reconciliar* em conformidade com aquilo que está em sua mente, limitando sua compreensão, seu modo de ver. Considerando a noção de concepções, segundo

Ponte (1992, 1994b) e Thompson (1992), entendemos que são organizadores de informações e com a capacidade de influenciar no que é percebido pelo sujeito e nos seus processos de raciocínio, estruturando o sentido que damos às coisas.

Esses atos de percepção levam os professores a tomarem decisões, mobilizando ações *como selecionar, adaptar, modificar, omitir* com base em suas concepções.

4 METODOLOGIA

Analisar um fenômeno demanda do pesquisador a compreensão de como se apreende a realidade, de quais caminhos devem ser seguidos para uma interpretação coerente e plausível. Uma vez que o trabalho é de caráter científico, o saber construído deve ser ordenado logicamente e deve formar um sistema de ideias conectadas e complementares, saber este que não é definitivo, absoluto, mas falível. Justamente por esse motivo, que a construção final é uma aproximação da realidade e não a realidade em si.

Nossa pesquisa tem como objetivo *investigar as relações entre as concepções dos professores sobre a Matemática e seu ensino e os materiais curriculares e suas implicações nos processos de leitura e interpretação que esses profissionais fazem das prescrições curriculares*. Para atingi-lo, foi necessário construir um percurso metodológico que considerou vários métodos de coleta e de análise de dados, a fim de ter uma melhor aproximação da realidade.

4.1 PESQUISA DE ENFOQUE QUALITATIVO

A perspectiva adotada em nossa pesquisa, fundamenta-se nos *princípios de uma abordagem qualitativa* por entender a complexidade e a gama de interações existentes num fenômeno social. Tal entendimento não quer, com isso, insinuar que os métodos quantitativos não serão considerados, mas que os dados estatísticos, testes, verificações ou qualquer outro instrumento de caráter numérico poderão compor a base de componentes que integra uma visão mais holística do objeto estudado.

Consideramos em nossa pesquisa as *cinco características* da investigação qualitativa descritas por Bogdan e Biklen (1994).

1. *Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal*. O ambiente no qual serão recolhidos os nossos dados será o ambiente escolar, notadamente a sala de aula de matemática, podendo ser ampliado para outros espaços que se permita o diálogo entre pesquisador e professor, como conversas de corredores, salas de planejamento. Os dados foram produzidos pelo pesquisador, quando de sua visita na instituição escolar.

2. *A investigação qualitativa é descritiva.* Os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens, que incluem transcrições de entrevistas, episódios de vídeos, fotografias, desenhos, documentos pessoais dos professores, trechos de livros didáticos. Os resultados são descritivos, de forma narrativa e contém citações dos professores participantes, a fim de subsidiar a explicação do fenômeno. Nesse aspecto, nada é trivial, pois uma organização dos alunos em sala, gestos, desenhos na lousa, tipos de questões selecionadas, podem trazer mais esclarecimentos ao nosso objeto de estudo.

3. *Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos.* Constitui-se de fundamental importância na nossa pesquisa investigar *como* as concepções dos professores se relacionam com os materiais curriculares, pois tal percurso fornece elementos para ampliar o entendimento sobre o fenômeno em questão.

4. *Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva.* Os dados não são recolhidos com a intenção de confirmar hipóteses construídas antecipadamente, mas se chegam às abstrações mediante a união interrelacionada desses dados.

O método indutivo, segundo Lakatos (2010), é um processo mental que se desenvolve a partir da constatação de casos particulares, semelhantes entre si e que por meio de inferência se constrói explicações mais universais, generalizáveis. Tal método se fundamenta em três etapas: *observação dos fenômenos, descoberta da relação entre eles e generalização da relação.*

A *observação dos fenômenos* é caracterizada pela observação e análise de um fato, buscando entender as causas de suas manifestações. Em nossa pesquisa, o *fenômeno a ser observado* são as interações que o professor estabelece com o material curricular de matemática. Desse fenômeno decorrem hábitos, atitudes, padrões de comportamento que serão tomados como fatos em nossa pesquisa. A *descoberta da relação* se caracteriza pela comparação dos fenômenos envolvidos no estudo a fim de apreender relações, regularidades existentes entre eles. As relações serão obtidas à medida que comparamos os dados obtidos com as teorizações preconizadas na literatura científica sobre material curricular e concepções de ensino de matemática. A *generalização dessa relação* tem a intenção de generalizar as descobertas encontradas na etapa anterior a ponto de facilitar a compreensão,

inclusive, de outros fenômenos não observados. Cabe salientar que o método indutivo leva a conclusões prováveis de serem verdadeiras.

5. *O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.* Investigar as relações entre as concepções dos professores sobre a Matemática e seu ensino e os materiais curriculares e suas implicações nos processos de leitura e interpretação, que esses profissionais fazem das prescrições curriculares, exige uma apreensão da perspectiva do professor, ou seja, a maneira como o professor encara as questões propostas. Compreender por que o professor usa esse material de determinada forma e qual o papel de suas concepções de matemática e de seu ensino nesta relação, é algo extremamente relevante para os resultados da pesquisa.

Tanto Goldenberg (2004) quanto Triviños (2009) falam de *Técnica de triangulação na coleta de dados*. Essa técnica parte do entendimento que os instrumentos de coleta de dados são neutros por si só e que ganham funcionalidade e vida à medida que o pesquisador qualitativo os usa fundamentados numa teoria. Defendem que não há uma única técnica ou um único instrumento capaz de fornecer informações completas sobre a realidade objetiva, ainda mais, quando os objetos da pesquisa são seres humanos. Uma entrevista estruturada ou fechada que pergunta sobre a formação inicial de um professor, o ano de sua conclusão, o livro didático que ele se identifica alinhada a uma entrevista aberta ou livre que pergunta o porquê de determinada ação em sala de aula pode ser útil para se chegar nos objetivos da pesquisa. A técnica de triangulação pressupõe interdependência e complementariedade entre os instrumentos utilizados e busca fornecer dados mais próximos e conclusões mais prováveis sobre o fenômeno em questão.

A seguir, detalharemos as fases e etapas empreendidas na nossa pesquisa.

4.2 FASES E ETAPAS DO DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

Quais são as implicações da relação entre as concepções dos professores sobre a Matemática e seu ensino e os materiais curriculares para a leitura e interpretação que esses professores fazem das prescrições curriculares? Essa foi a questão que motivou nossa pesquisa. A fim de respondê-la, construímos um caminho metodológico composto por etapas e fases dada a complexidade do fenômeno.

Com base em nosso construto teórico sobre as concepções de matemática e de seu ensino que se fundamentaram em Carrillo e Contreras-González (1995), Ponte

(1992, 2005, 2014), Thompson (1997), Fiorentini (1994, 1995), Handal (2003), Ernest (1996), Garnica (2008), Becker (2012) e Câmara dos Santos e Lima (2010) concluímos que há uma tendência de elas serem classificadas em *transmissivas* ou *construtivistas*. Tais concepções, implicam escolhas didáticas e metodológicas distintas por parte do professor, perceptíveis, observáveis, uma vez que as concepções geram nos sujeitos uma zona de estabilidade, disposição e atitudes (Atallah; Bryant; Dada, 2006).

Como nossa pesquisa buscou investigar as relações entre as concepções dos professores sobre a Matemática e seu ensino e os materiais curriculares e suas implicações nos processos de leitura e interpretação que esses profissionais fazem das prescrições curriculares, foi necessário selecionar dois professores de matemática, cujas escolas são adotantes de livro didático, um professor com tendência à concepção de ensino de matemática transmissiva e outro com tendência à concepção de ensino de matemática construtivista.

Dentro do nosso universo de pesquisa precisávamos selecionar dois professores que ensinam matemática nos anos finais do ensino fundamental nas escolas públicas do Estado de Pernambuco.

Por se tratar de pesquisa no campo das concepções de professores, se faz necessário uma análise das práticas efetivas dos professores, uma vez que nem sempre seu discurso condiz com sua prática (Garnica, 2008). Thompson (1992), afirma, que investigações sobre crenças, concepções e visões dos professores de Matemática precisam levar em consideração os dados oriundos das *falas dos professores*, bem como os *dados decorrentes das observações de suas práticas de ensino*.

Então, não era suficiente conhecer o que os professores pensavam sobre a matemática e seu ensino. Precisávamos observar, também, sua prática de ensino de matemática com base nas categorias de análise advindas de nosso construto teórico.

Mas para a seleção dos dois professores montamos um percurso metodológico composto de duas etapas: a primeira sendo um questionário e a segunda, observação de aula. Estas duas etapas formam a **1ª fase da metodologia**.

A **primeira etapa** consistiu na construção e aplicação de um *questionário* (APÊNDICE A), com o objetivo de fazer uma primeira avaliação acerca dos aspectos que podem manifestar concepções de ensino de matemática.

A elaboração do questionário seguiu as ideias de Lakatos e Marconi (2010). Os temas que fizeram parte desse instrumento não poderiam ser aleatórios, mas precisavam estar de acordo com os objetivos da pesquisa. Além disso, deveria possuir uma quantidade equilibrada de questões. Nem longo demais, para não causar fadiga e desinteresse, e, nem curto demais para não correr o risco de não fornecer informações insuficientes.

Nosso questionário foi composto por um texto inicial e três partes. O texto inicial comunicou ao respondente sobre a importância de colaborar com a pesquisa enquanto ação social. As partes I e II foram compostas por perguntas abertas e de assinalar que buscavam conhecer um pouco sobre o professor: *sua formação e uso do livro didático*. A parte III procurou conhecer alguns aspectos relacionados à aula: metodologia, o lugar do conteúdo e o papel do professor. Na parte III usamos a escala Likert, uma escala de atitudes, cujas afirmações manifestam uma atitude do professor acerca do assunto pesquisado. As escalas foram: (1) discordo totalmente, (2) discordo parcialmente, (3) não concordo e nem discordo, (4) concordo parcialmente e (5) concordo totalmente. O questionário foi composto por 20 itens, com média de tempo para responder de cerca de 10 minutos. A leitura e interpretação desse questionário nos forneceu uma ideia das tendências de concepções dos professores sobre a matemática e seu ensino.

O Quadro 20 seguinte sintetiza a estrutura do questionário.

Quadro 20 - Estrutura do questionário

Composição	Conteúdo	Questões
Parte I Informações básicas	• Nome • E-mail • Telefone • Tempo de atuação como professor • Formação acadêmica • Nome da escola que leciona • Ano escolar que atua • Formato das aulas	1 a 8 – abertas e assinalar
Parte II Livro didático	• Livro didático adotado • Consideração sobre o livro didático de matemática	9 e 10 – aberta e assinalar
Parte III O professor e a aula	• Aspectos metodológicos • Aspectos do conteúdo • Papel do professor	11 a 20 Escala Likert

Fonte: Os autores (2023)

Dado ao contexto pandêmico da COVID-19, o questionário foi feito usando o aplicativo *google forms*, pela possibilidade de ser aplicado e respondido virtualmente

sem necessidade de presença do pesquisador. Este recurso possui a vantagem de ser compartilhado com muita facilidade. Um link foi gerado e encaminhado aos professores pela SEE-PE.

A SEE-PE divide o estado em Gerências Regionais de Educação (GRES), que são órgãos integrantes da Secretaria de Educação com a competência de atuar numa dada região. O estado possui 16 GRES. Uma vez que a pesquisa demanda um contato com o professor participante por meio de observações de aula e entrevistas achou-se conveniente que o questionário atingisse professores que atuavam em escolas próximas ao domicílio do pesquisador. Então, enviamos o questionário para três GRES: Recife Norte, Recife Sul e Metropolitana Sul.

Tivemos o retorno de 47 respondentes. Usamos quatro critérios para selecionar esses professores, a saber:

- ser habilitado para ensinar matemática;
- ser do município da cidade do Recife ou próximo a ele;
- ser adotante de livro didático;
- atuar nos anos finais do ensino fundamental;

Doze (12) professores atenderam a esses critérios.

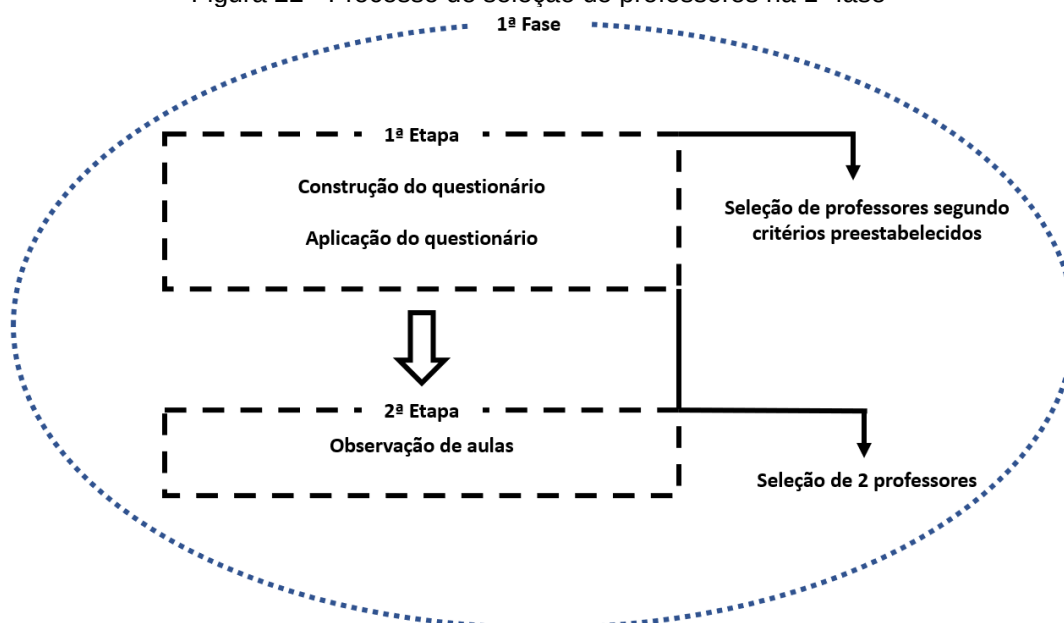
A **segunda etapa** foi a *observação de aulas* não gravadas. Após o filtro na **primeira etapa**, se entrou em contato com os professores e a gestão escolar para explicar o objetivo da pesquisa, ainda que de forma geral. Não se entrou em detalhes para que tais informações não viessem a influenciar a ação do professor em sala. Deixamos claro que a adesão seria voluntária.

Para tanto, definiu-se claramente quais aspectos seriam cobertos nessas observações: *a metodologia de ensino característica do professor, seu papel no processo de desenvolvimento das habilidades matemáticas, a natureza das tarefas e o lugar dos conteúdos na aula* (meio ou um fim em si mesmo). Esses aspectos nos ajudaram a desenvolver um olhar mais focado e particular da aula do professor e evitar com que a nossa atenção se voltasse para detalhes triviais.

Dos 12 professores, assistimos as aulas de 04 (quatro) professores, dos quais dois foram convidados a participar da **2ª fase** da pesquisa, uma vez que suas tendências de concepção de ensino de matemática se adequavam aos nossos objetivos.

Em síntese, a 1ª fase pode ser representada pela Figura 22.

Figura 22 - Processo de seleção de professores na 1ª fase



Fonte: Os autores (2023)

Após a identificação dos dois professores e o aceite em participar da pesquisa, enviamos-lhes o *termo de livre consentimento esclarecido* com o intuito de assegurar o respeito e ética na pesquisa. Neste termo, lhes foram informados sobre os objetivos da pesquisa, aspectos metodológicos, garantia de anonimato para endossar a não exposição do profissional. Explicou-se que algumas aulas seriam gravadas (**1ª etapa**) e que, após as gravações, realizaríamos uma entrevista semiestruturada (**2ª etapa**), também gravada, cuja estrutura está no APÊNDICE B. Foi mencionado que os dados coletados ficariam sob a responsabilidade do pesquisador e seus orientadores.

Em comum acordo entre os professores, foi escolhida uma habilidade prevista no bimestre do Currículo de PE. De modo geral, o Quadro 21 nos apresenta as informações básicas dos professores e a habilidade a ser discutida nas aulas.

Quadro 21 - Habilidade a ser discutida

Ano	Habilidade	Professor(a)	Tendência à concepção
6º ano	(EF06MA14PE) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas, (por exemplo, explorando a metáfora da balança).	Rosácea	Construtivista
		Delta	Transmissiva

Fonte: Os autores (2023)

A única diferença dessa habilidade prevista no CPE com a da BNCC, é que esta acrescenta a possibilidade de ser explorada com o uso da metáfora da balança.

Afora isto, as habilidades são idênticas. Esta observação é importante pelo fato dos livros didáticos que podem ser adotados nas escolas públicas serem os publicados no *Guia de livros didáticos do MEC*.

Estes LD são construídos tomando a BNCC como referência e não os currículos estaduais. Entretanto, pelo fato de o CPE refletir a BNCC, podemos afirmar que é possível “olhar” o LD pelas lentes do CPE.

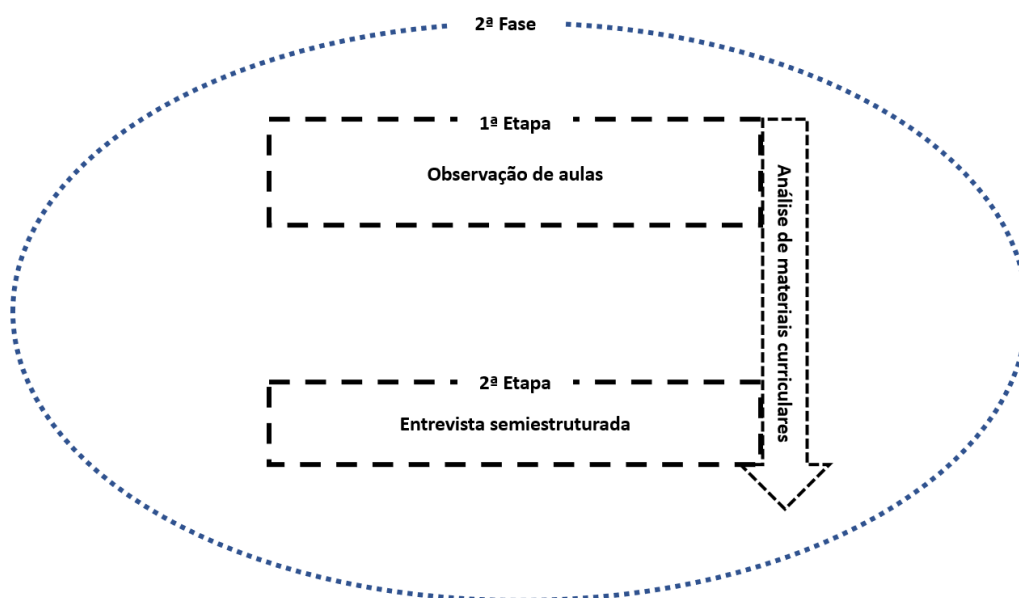
Em seguida, combinamos as datas para as gravações das aulas de modo que não houvesse conflito ou choque entre os horários dos dois professores.

Entre a gravação das aulas e a entrevista fizemos uma análise inicial dos materiais curriculares usados pelo professor para coletar dados referentes a questões sobre: alinhamento com Currículo de PE; com as ideias matemáticas em destaque, suas abordagens metodológicas.

As observações e as entrevistas cumprem a **2ª fase**. Os dados produzidos nessa fase são os que tomamos como referência para as análises dos resultados.

Em síntese, a **2ª fase** pode ser representada pela Figura 23.

Figura 23 - Percurso metodológico na 2ª fase



Fonte: Os autores (2023)

4.3. INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Os dados produzidos na 1ª fase e 2ª fase advieram de *questionário, entrevistas, observações de aula e análise documental*. Justificaremos o uso de cada um deles na pesquisa.

4.3.1 Questionário

Este instrumento foi usado apenas na 1ª fase com a intenção de obter uma primeira identificação das concepções dos professores e quais aqueles que seriam participantes em potencial da pesquisa. Sua estrutura e aspectos considerados encontram-se no APÊNDICE A.

Segundo Lakatos e Marconi (2010), “questionário é um instrumento de coleta de dados, constituído por uma série ordenada de perguntas, que devem ser respondidas por escrito e sem a presença do entrevistador” (p. 184). Além disso, eles afirmam que junto ao questionário, deve-se enviar alguma mensagem de caráter informativo para que os respondentes percebam a importância da pesquisa e devolvam dentro de um prazo razoável.

Eles pontuam algumas das vantagens dessa técnica de coleta de dados. Entre elas destacam: 1. A economia de tempo na aplicação; 2. A possibilidade de atingir muitos respondentes ao mesmo tempo; 3. Obtenção de respostas rápidas; 4. A liberdade de escolher melhor horário e local para respondê-lo; 5. Menor risco de distorção pela não presença do pesquisador.

4.3.2 Observações de aula

Segundo Lakatos e Marconi (2010), a observação é uma técnica de coleta de dados que utiliza os sentidos para se obter dados da realidade, no nosso caso, a aula de matemática. Eles afirmam que ela “ajuda o pesquisador a identificar e a obter provas a respeito de objetivos sobre os quais os indivíduos não têm consciência, mas que orientam seu comportamento” (p. 174).

Com base em Gil (2008), as observações se caracterizam pela *observação simples*. Por esta observação entende-se aquela que o pesquisador se mantém alheio à comunidade, em nosso caso, à sala de aula, observando os fatos apenas de modo espontâneo, sem interferir ou participar do desenvolvimento das aulas.

Destarte, este autor enfatiza que este tipo de observação está submetido a um controle na obtenção dos dados. Logo após a coleta dos dados, inicia-se mais dois processos: a *análise* e a *interpretação* desses dados. Em nossa pesquisa as análises das aulas levarão em consideração as categorias já mencionadas a saber: *o papel do professor, o conteúdo, metodologia de ensino, tarefas matemáticas e uso de materiais*

curriculares. Tais categorias são essenciais para nortear a pesquisa a atingir seu objetivo. São por elas que as aulas serão vistas.

Uma vez que nosso objetivo é investigar as relações entre as concepções dos professores sobre a Matemática e seu ensino, e os materiais curriculares e suas implicações, nos processos de leitura e interpretação que esses professores fazem das prescrições curriculares, as observações se configuram como instrumento de coleta de dados no momento que o professor usa o LD para desenvolver suas aulas.

Gil (2008, p. 101) nos apresenta três vantagens dessa observação:

1. *Possibilita a obtenção de elementos para a definição do problema de pesquisa.*
2. *Favorece a construção de hipóteses acerca do problema pesquisado.*
3. *Facilita a obtenção de dados sem produzir querelas ou suspeitas nos membros das comunidades, grupos ou instituições que estão sendo estudadas.*

Lüdke e André (2020) enfatizam que a “observação direta permite que o observador chegue mais perto da perspectiva dos sujeitos, [...] apreender sua visão de mundo” (p. 31). Isto é, apreender o significado que os professores de matemática atribuem as suas ações quando da relação com material curricular.

As observações de todas as aulas referentes ao assunto escolhido pelo professor serão audiogravadas para que se tenha um registro mais adequado do que ocorrer em sala de aula. Esse tipo de registro contribui para que se visualizem os gestos do professor, seus apontamentos na lousa, os recursos por ele utilizados ou não, registre como ele comunica a matemática a seus alunos, como organiza sua aula e a possibilidade de o pesquisador identificar padrões e regularidades que tenham a ver com o objeto pesquisado. Por nossa pesquisa ter as concepções dos professores como um de seus objetos, o que ele faz e fala em sala é extremamente importante.

Essas observações servirão para realizar as primeiras inferências, levantar mais hipóteses sobre como as concepções de ensino de matemática se relacionam com o currículo à medida que o professor interage com o material curricular.

Segundo Powell, Francisco e Maher (2004, p. 5),

O vídeo é um importante e flexível instrumento para coleta de informação oral e visual. Ele pode capturar comportamentos valiosos e interações complexas e permite aos pesquisadores reexaminar continuamente os dados (CLEMENT, 2000, p.577). Ele estende e aprimora as possibilidades da pesquisa observacional pela captura do desvelar momento-a-momento, de nuances sutis na fala e no comportamento não-verbal (MARTIN, 1999, p.79). Ele supera a limitação humana de observação por ser capaz de capturar não apenas “parte do retrato integral” (MARTIN, 1999, p.76) e é superior às notas

do observador, uma vez que não envolve edição automática (Martin, 1999, p.81).

A vantagem do uso da gravação em nossa pesquisa, se coaduna com o cuidado que se deve ter na percepção de manifestações de concepções. A possibilidade de olhar uma ação docente várias vezes e na velocidade que se queira, permite-nos ver interações complexas, hábitos e comportamentos regulares dos professores.

Da observação das aulas serão selecionados os *episódios mais significativos*, que são, segundo Powell, Francisco e Maher (2004), *eventos críticos*. Esses *eventos* serão descritos em “intervalos de dois a três, ou mesmo de cinco minutos. É importante, entretanto, que, nesta fase do trabalho, as descrições sejam de fato descritivas e não interpretativas ou inferenciais” (p. 20). Como esses autores mesmo dizem, a ideia é que essas descrições sejam objetivas a ponto de alguém, uma vez que as leia, possam conhecer o conteúdo do vídeo. São úteis para o pesquisador identificar episódios. Assim, após as descrições, podem ser selecionados os *eventos críticos*.

Em nossa pesquisa, fizemos a descrição das aulas dos dois professores e registramos os tempos: o oficial, o da gravação e o da descrição. O tempo oficial se refere ao tempo de aula determinado pela SEE-PE; o da gravação, ao tempo dispendido na gravação da aula; e a descrição, se refere ao tempo aproximado que o pesquisador levou para descrever a aula. Tais informações estão representadas na Tabela 3 e Tabela 4.

Tabela 3 - Tempo de aula e de descrição da professora Rosácea

Professora Rosácea			
Aula	Tempo oficial de aula	Tempo de aula (gravação)	Tempo de descrição (aproximadamente)
1 ^a	00:50:00	00:34:10	04:02:03
2 ^a e 3 ^a	01:40:00	01:30:08	05:27:54
4 ^a	00:50:00	00:42:15	02:13:12
5 ^a	00:50:00	00:39:24	02:29:10
6 ^a	00:50:00	00:41:43	01:25:34
7 ^a e 8 ^a	01:40:00	01:22:01	07:50:56
	Total - 06:40:00	Total – 05:29:28	Total – 23:28:49

Fonte: Os autores (2023)

Tabela 4 - Tempo de aula e de descrição do professor Delta

Professor Delta			
Aula	Tempo oficial de aula	Tempo de aula (gravação)	Tempo de descrição (aproximadamente)
1ª e 2ª	01:40:00	01:11:53	02:01:11
3ª e 4ª	01:40:00	01:23:31	02:05:09
	Total – 03:20:00	Total – 02:35:24	Total – 04:06:20

Fonte: Os autores (2023)

Para a transcrição de algumas aulas foi usado o aplicativo *Transkriptor*. Um aplicativo que transcreve automaticamente os áudios em textos, por meio de inteligência artificial, com precisão que varia de 80% a 99%, a depender do idioma e qualidade de áudio. As diferenças existentes entre os tempos de descrição se devem ao uso deste aplicativo. Mas, para cada transcrição, ainda se fez necessário uma leitura cuidadosa do pesquisador, haja vista que existiam trechos imprecisos de transcrição. O tempo considerável da transcrição da professora Rosácea, se deve a grande quantidade de elementos que foram explicitados em suas aulas.

Datas e horários das aulas observadas podem ser analisados no Quadro 22 e Quadro 23.

Quadro 22 - Horários de aula observados da professora Rosácea

Professora Rosácea				
Data	Momento	Horário	Ordem das aulas	Livro didático adotado na escola - Matemática - Edwaldo Bianchini. – 9. ed. – São Paulo: Moderna, 2018.
10/08/2022	01	11h10 – 12h00	1ª	
11/08/2022	02	10h20 – 12h00	2ª	
			3ª	
15/08/2022	03	9h10 – 10h00	4ª	
	04	10h20 – 11h10	5ª	
17/08/2022	05	11h10 – 12h00	6ª	
18/08/2022	06	10h20 – 12h00	7ª	
			8ª	

Fonte: Os autores (2023)

Quadro 23 - Horários de aula observados do professor Delta

Professor Delta				
Data	Momento	Horário	Ordem das aulas	Livro didático adotado na escola A conquista da matemática José Ruy Giovanni Júnior, Benedicto Castrucci. — 4. ed. — São Paulo : FTD, 2018.
23/08/2022	01	11h30 – 12h20	1ª	
	02	12h50 – 13h40	2ª	
26/08/2022	03	7h50 – 8h40	3ª	
	04	12h50 – 13h40	4ª	

Fonte: Os autores (2023)

Notamos, que para o desenvolvimento da mesma habilidade os professores demandaram tempos distintos. A professora Rosácea, oito aulas e o professor Delta, quatro.

4.3.3 Entrevista

Segundo Gil (2008), entrevista é uma técnica em que o pesquisador formula perguntas ao investigado, em nosso caso o professor, com a intenção de obter dados de interesse da pesquisa. Ocorre na interação entre ambos, num diálogo assimétrico, em que “uma das partes busca coletar dados e a outra se apresenta como fonte de informação.” (p. 109). Ela não ocorrerá de modo independente das outras duas técnicas, *observação e análise de documentos*, mas em conjunto.

Se espera que na entrevista com o professor, sejam manifestadas suas visões, crenças e concepções sobre os aspectos já destacados. Foi elaborado um roteiro com perguntas sobre os aspectos já mencionados acerca do que os professores “sabem, creem, esperam, sentem ou desejam, pretendem fazer, fazem ou fizeram, bem como acerca de suas explicações ou razões a respeito das coisas precedentes” (Selltiz *et al.*, 1967, p. 273 *apud* Gil, 2008, p. 109).

No entendimento de Bogdan e Biklen (1994), a maior parte das entrevistas começa com uma conversa trivial, principalmente quando não se conhece o sujeito. Esta conversa banal, tem a intenção de “quebrar o gelo” e as expectativas do entrevistado. O entrevistador deve informar quais os objetivos da entrevista de forma sucinta e, em seguida, iniciá-la.

É fundamental que o ambiente seja agradável e livre de interferência para que as informações fluam de maneira notável e autêntica (Lüdke; André, 2020). Para Bogdan e Biklen (1994) “as boas entrevistas caracterizam-se pelo fato de os sujeitos estarem à vontade e falarem livremente sobre os seus pontos de vista” (p. 136). Endossamos que tal espaço deve permitir que a entrevista seja áudio gravada.

Segundo Bogdan e Biklen (1994),

As boas entrevistas produzem uma riqueza de dados, recheados de palavras que revelam as perspectivas dos respondentes. As transcrições estão repletas de detalhes e de exemplos. Um bom entrevistador comunica ao sujeito o seu interesse pessoal, estando atento, acenando com a cabeça e utilizando expressões faciais apropriadas. O entrevistador poderá pedir uma clarificação no caso do respondente mencionar algo que lhe pareça mais estranho, utilizando frases como: "O que quer dizer com isso?" "Não tenho a certeza se estou a seguir o seu raciocínio." "Pode explicar melhor?" (p. 136)

Nesse sentido, faz-se necessário que a entrevista transcorra de forma leve e dialogada, com espaços para esclarecimentos, sem que o entrevistador tenha que seguir rigorosamente um roteiro de perguntas numa situação muito próxima de um questionário. A entrevista escolhida em nossa pesquisa foi a *semiestruturada*, por permitir que as informações que se quis obter "são mais convenientemente abordáveis através de um instrumento mais flexível." (Lüdke; André, 2020, p. 40).

Em nossa pesquisa, a entrevista tomará como ponto de partida um roteiro com os principais tópicos a serem abordados, de forma lógica, iniciando pelos assuntos mais simples aos mais complexos, respeitando o sentido do seu encadeamento (Lüdke; André, 2020).

Garnica (2008), acredita que questionar os professores sobre suas concepções sobre a Matemática, seu ensino e sua aprendizagem como único método de estudá-las não se constitui como uma boa estratégia, pois é comum, quando indagados sobre ela, responderem com frases prontas. Sua abordagem, consiste em questionar os professores não sobre suas concepções, mas sobre suas práticas. Esse método decorre da escolha de algum elemento dessa prática.

A entrevista será feita após a conclusão do assunto. Isto porque, serão analisadas as aulas audiogravadas decorrentes da observação. Essa análise nos ajudará a selecionar *episódios mais significativos* e que carecem de maiores explicações (Powell; Francisco; Maher, 2004).

Na Tabela 5, temos uma descrição dos assuntos abordados e do número de perguntas da entrevista. As perguntas estão no APÊNDICE B.

Tabela 5 - Assuntos abordados na entrevista

Temas abordados na entrevista	Número de perguntas
Formação e aspectos profissionais	06
Organização dos conteúdos curriculares	04
Habilidade	04
Livro didático	07

Fonte: Os autores (2023)

As perguntas foram enviadas antecipadamente, para que elas fluíssem com tranquilidade, buscando a resposta mais adequada por parte do professor. Assim, cada professor pôde se organizar melhor, e ao mesmo tempo, perceber que a entrevista não tinha intenção de lhe fazer alguma pergunta surpresa que lhe deixasse constrangido. Percebemos que o envio antecipado contribuiu para um clima mais leve. Quando algumas perguntas não eram tão compreendidas, procurávamos trazer maiores esclarecimentos.

O tempo e a data dos encontros com cada professor estão explicitados no Quadro 24 e no Quadro 25.

Quadro 24 - Tempo de entrevista da professora Rosácea

Professora Rosácea			
Local	Data	Tempo de entrevista (hora:minuto:segundo)	Tempo de transcrição (<i>Transkriptor</i>)
Sala do Atendimento Educacional Especializado (AEE)	24/08/2022	01:54:08	00:10:00 (formato MP3)
	31/08/2022	01:24:07	01:10:00 (formato MOV)
	TOTAL	03:18:15	

Fonte: Os autores (2023)

Quadro 25 - Tempo de entrevista do professor Delta

Professor Delta			
Local	Data	Tempo de entrevista (hora:minuto:segundo)	Tempo de transcrição (<i>Transkriptor</i>)
Biblioteca	06/09/2022	01:01:54	00:08:00 (formato m4a)

Fonte: Os autores (2023)

4.3.4 Análise documental

Segundo Phillips (1974, p. 187 *apud* Lüdke; André, 2020, p. 45), são considerados documentos “quaisquer materiais escritos que possam ser usados como fonte de informação sobre o comportamento humano”. Em nossa pesquisa, os documentos a serem analisados são o Currículo de PE, a BNCC e os materiais curriculares de matemática usados pelo professor.

Guba e Lincoln (1981 *apud* Lüdke; André, 2020, p. 46), apontam uma série de vantagens para o uso de documentos em Educação, que passaremos a listá-los. Os documentos são:

1. uma fonte estável e rica, podendo ser consultados várias vezes ao longo do tempo;
2. uma fonte natural de informação, uma vez que podem fornecer informações sobre o contexto no qual estão inseridos;
3. acessíveis e de baixo custo. E dado o contexto tecnológico que estamos vivendo muitos desses documentos, a exemplo da BNCC e do Currículo de PE estão disponíveis na internet;

Neste estudo, a análise documental é utilizada como técnica complementar às duas anteriores – *entrevista e observação*.

4.4 PROCEDIMENTOS ANALÍTICOS

Segundo Lüdke e André (2020), analisar os dados qualitativos, subentende o momento de trabalhar no material obtido em toda pesquisa e isso inclui, no nosso caso: as entrevistas, as observações, o questionário, os materiais curriculares usados pelos professores, o currículo de matemática de PE e a BNCC. Em um primeiro momento, à medida que coletamos esses dados, realizamos nossas impressões em caderno de anotação que foram as primeiras ideias para as análises. Num segundo momento, os dados foram analisados buscando encontrar tendências e padrões relevantes para os objetivos da pesquisa.

Lüdke e André (2020) afirmam que o primeiro passo após a coleta dos dados é “a construção de um conjunto de categorias descritivas” (p. 57), que geralmente são fornecidas pelo referencial teórico da pesquisa, como foi em nosso caso.

Com base em Brown (2009), as categorias de análise pelos quais os materiais curriculares consultados pelos professores foram analisados são: *as representações conceituais e os procedimentos metodológicos*. As *representações conceituais* discorrem sobre a habilidade matemática a ser desenvolvida. Os *procedimentos metodológicos* dizem respeito a abordagem metodológica valorizada nos materiais curriculares adotados pelos professores. Quanto aos tipos de usos dos materiais curriculares oriundos da relação entre recursos do professor e do currículo, consideramos: *adaptação, improvisação e reprodução*.

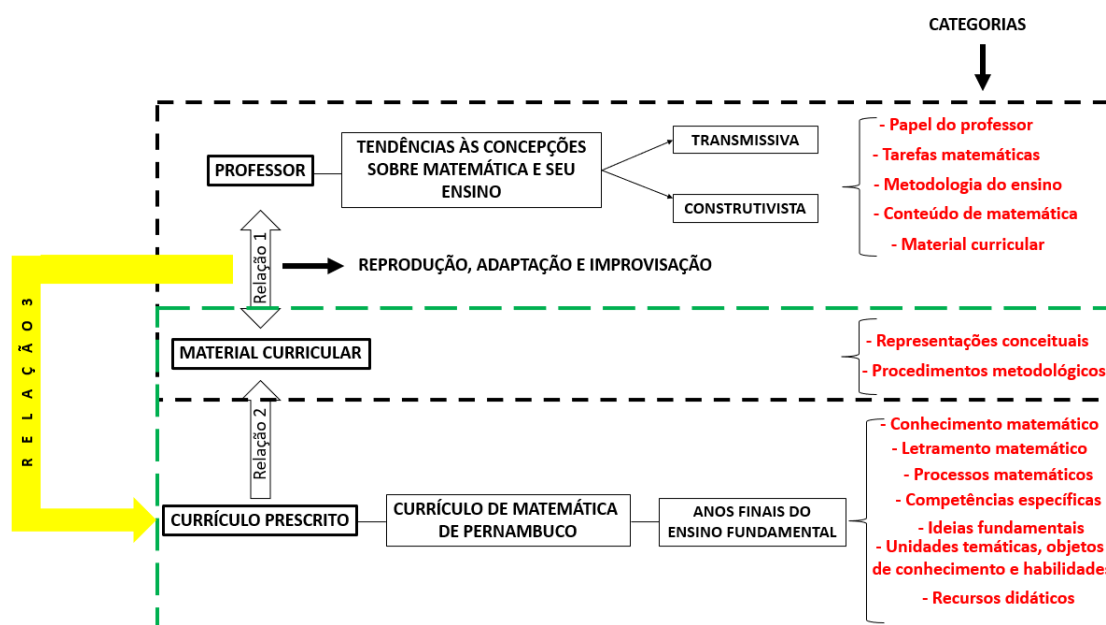
As concepções do professor sobre a matemática e seu ensino foram obtidas dos estudos de Ponte (1992, 1993, 1994b, 1999, 2005), Câmara dos Santos e Lima (2010), Handal (2003), Becker (2012) e serão analisadas com base nos aspectos:

papel do professor, metodologia de ensino, conteúdo de matemática, tarefas matemáticas e materiais curriculares (Carrillo; Contreras-González, 1995; Giani, 2004; Ponte, 2005, 2014).

Concernente ao Currículo prescrito, tendo em vista que é o Currículo de Matemática de PE para o segmento dos Anos finais do Ensino Fundamental, analisamos tal documento com o olhar da BNCC. A partir dela, extraímos sete *conceitos chaves* oriundos do enfoque didático e metodológico: *conhecimento matemático; letramento matemático; processos matemáticos; competências específicas; ideias fundamentais; unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades; recursos didáticos*.

Nossa tese está estruturada em três relações: uma entre os recursos do professor e do currículo; uma segunda, entre currículo prescrito e material curricular e uma terceira, entre a relação à primeira e o currículo prescrito. A Figura 24 seguinte ilustra estas relações.

Figura 24 - Estrutura metodológica das relações estabelecidas na pesquisa



Fonte: Os autores (2023)

A **Relação 1** (contornada pelo retângulo tracejado preto) é estabelecida entre os recursos do professor, com destaque para suas concepções, e os recursos curriculares, que consistem numa relação bidirecional. Por isso que a seta possui dois sentidos. Dessa relação, a literatura nos informa a existência dos vários usos. A **Relação 2** (contornada pelo retângulo tracejado verde) é estabelecida entre o currículo prescrito e o material curricular, o qual é uma relação unidirecional, tendo em

vista que os MCs são construídos para desenvolver as ideias prescritas no currículo oficial.

A nossa pesquisa tem como objetivo investigar as relações entre as concepções dos professores sobre a Matemática e seu ensino e os materiais curriculares e suas implicações nos processos de leitura e interpretação que esses profissionais fazem das prescrições curriculares. Tal relação é representada pela **Relação 3**, uma implicação.

As aulas e as entrevistas com os professores foram gravadas. Sobre as aulas gravadas, procedemos com a *análise minuciosa dos vídeos* (voltar o vídeo, dar zoom na imagem, pausar para analisar uma situação, uso da câmera lenta) com base na nossa perspectiva teórica e realizamos uma *descrição de intervalos* que tinham, em média, duração de 2min35s. Foram descrições que focavam aspectos ligados ao ensino. A ideia é que alguém, lendo-as, teriam uma noção objetiva do que ocorreu em sala de aula (Powell; Francisco; Maher, 2004). Em seguida, fizemos uma leitura exaustiva, buscando selecionar episódios significativos (*eventos críticos*), para estabelecer relações com as categorias da pesquisa. Eles foram úteis para fundamentar nossas interpretações.

Sobre as transcrições das aulas, decidimos realizar apenas aquelas que consideramos pertinentes para o entendimento do episódio ou para endossar determinadas práticas. “Como Atkinson e Heritage (1984, p 12) notam, transcrições são “necessariamente seletivas” e, de acordo com Erickson (1992, p.219), são “guiadas teoricamente” ” (Powell; Francisco; Maher, 2004, p. 27).

Sobre as entrevistas, as transcrevemos e inserimos observações adicionais para melhor compreensão da resposta, como sinalizar gestos do professor, manuseio de materiais (“nesse momento a professora segura uma folha de A4”).

Segundo Lüdke e André (2020), “a classificação e organização dos dados prepara uma fase mais complexa da análise, que ocorre à medida que o pesquisador vai reportar os seus achados” (p. 58), indo além da descrição. Destacando que “para isso ele terá que fazer um esforço de abstração, ultrapassando os dados, tentando estabelecer conexões e relações que possibilitem a proposição de novas explicações e interpretações” (p. 58).

Nesse sentido, nossas análises finais estão estruturadas em *descrever e analisar*:

1. as tendências de concepções dos professores sobre a matemática e seu ensino;

2. a relação entre os materiais curriculares consultados pelos professores e o currículo prescrito de matemática de PE;
3. a relação entre as tendências de concepções e os diversos usos dos materiais curriculares pelos professores;
4. a relação entre as tendências de concepções, os usos dos materiais curriculares e o currículo prescrito.

5. ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Nesta seção, serão apresentados os resultados de nossas análises procurando estabelecer relações e conexões com vistas à proposição de novas explicações e interpretações, tendo em vista que nosso objetivo é investigar as relações entre as concepções dos professores sobre a Matemática e seu ensino e os materiais curriculares e suas implicações nos processos de leitura e interpretação que esses profissionais fazem das prescrições curriculares.

Traremos considerações sobre a professora Rosácea, que tende para uma concepção de matemática e de seu ensino mais construtivista e, em seguida, sobre o professor Delta, com tendência à concepção de matemática e de seu ensino mais transmissiva.

Com a intenção de melhor compreender nosso objetivo de pesquisa, dividimos as análises em duas partes: uma para a professora Rosácea e outra para o professor Delta. Para cada professor discorreremos sobre os mesmos aspectos e objetivos. A estrutura padrão é:

1° - Aspectos profissionais do professor, com foco na formação inicial/continuada, relação com materiais e o currículo prescrito de matemática do Estado de Pernambuco;

2° - Analisar a tendência à concepção de matemática e de seu ensino a partir das seguintes categorias: *papel do professor, metodologia de ensino, tarefas matemáticas, conteúdo de matemática e material curricular*. Pontuamos, com base nas pesquisas já mencionadas, que tais aspectos possuem peculiaridades por se apresentarem de forma distinta a depender da tendência à concepção do professor;

3° - Analisar as relações entre os materiais curriculares consultados e o currículo de matemática de Pernambuco;

4° - Analisar as relações entre a tendência à concepção sobre a matemática e seu ensino e os usos dos materiais curriculares;

5° - Analisar as relações entre a tendência à concepção construtivista sobre a matemática e seu ensino, materiais curriculares e currículo prescrito.

5.1 PROFESSORA ROSÁCEA

Enquanto aluna da educação básica, a professora Rosácea possuía algumas dificuldades em matemática, como nos conta em sua entrevista. Mas segundo ela, três fatores lhe fizeram se interessar mais pela matemática: um de ordem escolar, outro de ordem familiar e um terceiro fator de ordem experiencial. Em seu relato, conta que um de seus professores de matemática da educação básica costumava entregar as notas de provas em ordem crescente, da mais baixa para a mais alta e que, num certo dia, em um desses momentos, a sua foi a mais alta.

Ele também entregava as provas por ordem, mas da mais baixa para mais alta. E quando ele começou a entregar, a minha foi uma das mais altas. Acho que dez. Aquilo foi me empolgando e eu fui me entregando à matemática. Isso foi muito marcante. [APÊNDICE C– Trecho da resposta à pergunta 1 – Formação e Aspectos Profissionais – Entrevista]

O segundo fator decorre da influência de seu pai. Ele era arquiteto, o que fez com que ela se envolvesse com Artes. Dos 5 aos 18 anos de idade ela foi aluna da Escola de Artes do Recife e estudou um pouco de *Educação através da Arte*. E por essa influência chegou a fazer o curso de Técnico de Edificações e o superior de Arquitetura, mas não exerceu a profissão.

Outro motivo que me influenciou gostar de matemática foi meu pai. Ele era arquiteto. Eu recebi essa influência dele. Eu fiz um curso Técnico em Edificações por que era obrigado na época e depois Arquitetura. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 1 – Formação e Aspectos Profissionais – Entrevista]

O terceiro fator, que segundo ela lhe fez gostar de matemática, foi o fato de dar aulas particulares para alunos dos anos iniciais do ensino fundamental. A partir dessa experiência ela afirma que começou a "*aprender com a matemática*", uma vez que lhe era preciso usar estratégias para ensinar determinados assuntos. Diante disso, ela resolveu fazer o curso de Pedagogia e enquanto aluna de graduação, como ela afirma: "atuava como monitora de matemática e estatística neste curso e também como monitora de matemática nos cursos de Psicologia e Ciências Sociais." Ela é formada em Pedagogia, com habilitação em Magistério das Matérias Pedagógicas do 2º grau Orientação Educacional. Mas depois de dois anos de curso em Pedagogia, ela inicia a Licenciatura em Matemática. O curso de Pedagogia é concluído em 1984 e a Licenciatura em Matemática, 1987.

Em sua caminhada na docência, ela atuou também como formadora de professores e tal fato lhe fez estudar sobre temas ligados à Didática da Matemática

de autores diversos. Ela conta que comprava livros de Ubiratan D'Ambrosio, Dante, Guy Brousseau, Vergnaud, Bigode, Piaget, Katia Smolle para trabalhar com os professores.

Eu comprava muitos livros. Eu recebia no início, um valor do Estado e da Prefeitura para comprar livros. E tinha que gastar. Então, eu comprava muita coleção. Tinha de Ubiratan, de EJA, ... Tudo que era de Didática da Matemática eu procurava. Eu tenho um livro, de Dante, Didática da Matemática na Educação Infantil. Esse livro era maravilhoso. Me ajudou bastante. Porque ele trabalhava a construção dos conceitos. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 6 – Formação e Aspectos Profissionais – Entrevista]

Tenho a coleção toda de Kátia Smolle. Tem um livro do Instituto de Matemática e Estatística (IME) que tem ensino de triângulo, tangram, geometria, jogos, ... Eu tinha uma coleção, que toda vez que eu estou dando essa questão da propriedade da igualdade eu me lembro desse material que eu ganhei do meu coordenador, no São José, que era professor de matemática. Mas eu perdi. Ele era maravilhoso. Era de Didática da Matemática. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 6 – Formação e Aspectos Profissionais – Entrevista]

Sobre a variabilidade materiais didáticos e livros especializados, entendemos que essa atitude concorda com o que Carvalho e Lima (2010) dizem sobre o papel do LD. Apesar de reconhecê-lo como um instrumento importante, “é sempre desejável buscar enriquecê-lo com outras fontes, a fim de ampliar ou aprimorar o conteúdo que ele traz e, acima de tudo, adequá-lo ao grupo de alunos que o utiliza” (p. 16).

Para ela, desempenhar a atividade de formadora lhe trouxe muito enriquecimento, uma vez que ela precisou investir em seus conhecimentos voltados ao ensino da matemática. Por várias vezes, ela se refere às formações como um espaço de crescimento, quando afirma: “Então, isso me ajudou a ser professora”; “isso ajudou na minha caminhada”; “era um curso de formação de professores que não deixou de ser uma formação para mim”; “aí que você aprende”; “essa troca era uma riqueza”.

Os espaços de colaboração, de reflexão, de troca de experiências permitiram à professora construir entendimentos e compreensões sobre o ensino da matemática que influenciaram diretamente na sua percepção sobre os processos metodológicos dessa disciplina. Atuar como formadora, lhe fez pensar sobre os processos de ensino e aprendizagem matemática à medida em que discutia com seus pares. Em alguns momentos, ela participava de formações promovidas pela UFPE para serem multiplicadas a outros professores com demandas relativas à preparação de material.

Eu era coordenadora e tinha uma formadora comigo. A gente organizava as formações junto com a equipe. A gente tinha uma formação com os professores da UFPE, do Núcleo de Educação Matemática e do CEEL (Centro de Estudos em Educação e Linguagem) também. Então, a gente pesquisava, montava material e discutia. Era uma riqueza. Então, essa troca era uma riqueza. Foi muito bom. Então, tudo isso faz parte de minha formação. Eu ainda continuo me formando. Nunca vou deixar de me formar. Tem coisa que eu vou ler, estudo e vou atrás. [Trecho da resposta à pergunta 6 – Formação e Aspectos Profissionais – Entrevista]

Seu engajamento e motivação em participar desses espaços colaborativos é contado com certo entusiasmo e vivacidade. Ela reconhece como um fator importante para sua constituição enquanto professora. Reconhece que está em constante formação quando afirma que continua estudando, lendo e "indo atrás". Ela afirma:

Eu adorava participar de congresso. Eu me lembro de uma que eu fiz com o professor Pitombeira que foi sobre gráfico usando barrinhas. Eu fiquei fascinada. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 4 – Formação e Aspectos Profissionais – Entrevista].

Hoje, ela é professora da Rede Estadual de Pernambuco, atuando no 6º ano do Ensino Fundamental e, por conta disso, tem acesso a formações promovidas pela SEE-PE, participa de forma ativa, não como mera espectadora. Ela diz: "Eu procuro participar de todas. Tanto on-line quanto presencial. Sempre participei e gosto e aprendo". Continua dizendo,

Trazem novidades, coisas interessantes, dá pra ser aplicado em sala de aula. Às vezes têm formação específica para professores de determinadas escolas, que são escolas que tem mais dificuldade. Eu gosto. Participo. Dou opiniões. Essas formações me ajudam. Eu vejo muito comentário contra, ... Mas eu participo porque é pelo respeito ao colega. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 5 – Formação e Aspectos Profissionais – Entrevista]

A professora também considera pertinentes os materiais que são entregues nas formações do Estado.

E atualmente, esse grupo de formadores do Estado estão com o apoio do Mathema. O Mathema dá o subsídio, eles preparam o material e passam pra gente. Eu fiz curso com o Mathema e uso muito o material deles. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 5 – Formação e Aspectos Profissionais – Entrevista].

Conta que participou de um curso promovido pelo Mathema sobre Álgebra e que recebeu muitos materiais que discorriam sobre alguns aspectos dessa área. O material trazia orientações didáticas e metodológicas na perspectiva da *resolução de problemas*.

A professora Rosácea também possui Mestrado em Educação pela UFPE, participa de grupo de pesquisa promovido por esta instituição e por várias vezes

participou de *encontros às sextas*, evento promovido pelos professores ligados à Educação Matemática desta Universidade, nas sextas-feiras.

Ela também participou da construção do currículo de matemática do Estado de Pernambuco e da Prefeitura do Recife. Como ela nos informa na entrevista.

Particpei em 2012, dos Parâmetros de Pernambuco. A Matriz da Rede [Prefeitura de Recife] eu particpei diretamente. Todo processo, do 6º ao 9º ano. Eu pegava a Matriz e via se estava batendo com a BNCC. Num primeiro momento foi isso. Mas a orientação foi: aproveite ao máximo a nossa Matriz, pois ele tem mais coisa que a BNCC. Ela é muito destrinchada. Aí, depois que nós fizemos isso, chamamos os professores da Rede para ler e ver o que eles achavam. Foi uma discussão que durou muito tempo. Do mesmo jeito que no Estado a habilidade termina em PE a de Recife termina em REC. E neste último, do Estado, com a BNCC, o Estado fez a grande chamada. Foram muitos professores de matemática. Eu fui umas duas vezes. A gente teve que ler, verificar se a habilidade estava adequada. Agora, o tempo foi muito curto. Dois dias você não faz nada. Já havia uma coisa preestabelecida pelo grupo de estudo que, claro, que tinha que partir de alguma coisa. E a partir daí as discussões. Eu achei muito rica. Mas, eu senti que faltava mais tempo para discutir. O anterior, da capinha azul [Parâmetros de Pernambuco], eu achei mais bem explicado. Tinha um livrinho para cada coisa, explicando. Se o Currículo de Pernambuco tem, eu não conheço. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 1 – Organização dos Conteúdos Curriculares – Entrevista].

Como temos percebido, a professora Rosácea procurou participar de espaços cujas características se pautavam pelo diálogo, pela construção de ideias, pela reflexão da prática, pela leitura, pela análise crítica de material, pela preparação de material voltado para o professor. Sua atuação como docente, que remonta a década de 80, lhe conferiu certa maturidade profissional devido a sua disposição em continuar aprendendo constantemente e refletir sobre a sua própria atuação como professora.

Seu envolvimento com textos que tratam sobre a didática da matemática com foco nas preocupações sobre o ensino e a aprendizagem, tem certa aderência com suas preferências e inclinações do que ela concebe para a matemática e seu ensino. Autores que defendem um ensino de matemática baseado na resolução de problemas estão no centro de suas leituras e estudos que ocorrem de forma individual ou coletiva e isso, de alguma forma, influencia fortemente sua prática.

Tais apontamentos sobre a trajetória profissional da professora Rosácea lhe permitiu desenvolver uma visão de matemática, de seu ensino e de sua aprendizagem numa perspectiva de *tendência construtivista*. Como já discutido neste presente trabalho, Teixeira (2004), Carvalho (1989) e Ponte (1992) nos apresentam caminhos possíveis para transformar as concepções dos professores. Eles concordam que o envolvimento dos professores com práticas de caráter reflexivas contribui para a transformação das concepções. Pontuamos algumas delas:

- revisões críticas dos métodos de ensino, com trabalhos de investigação, constante reflexão sobre a prática;
- disposição dos professores trabalharem com seus alunos numa perspectiva dialética, cujo processo é caracterizado por: ação-reflexão-ação;
- ações que geram desequilíbrio como formações continuadas motivadoras, participação com forte dinâmica de grupo.

E ao analisar a trajetória da professora percebemos que esses elementos estão bem presentes, contribuindo para a construção de suas visões sobre a matemática e seu ensino.

De modo geral, podemos representar pelo Quadro 26 algumas das características profissionais da professora Rosácea.

Quadro 26 - Aspectos profissionais valorizados pela professora Rosácea

Formação	Foco nas leituras	Atuação profissional	Aspectos valorizados em sua trajetória profissional
- Técnico em Edificações - Arquitetura - Pedagogia - Licenciatura em Matemática - Mestrado em Educação	- Ubiratan D'Ambrosio, Dante, Guy Brousseau, Vergnaud, Bigode, Piaget, Katia Smolle - Temáticas ligadas à resolução de problemas	- Professora de matemática da Rede Estadual de Ensino do Estado de Pernambuco - Formadora pelo Núcleo de Educação Matemática (UFPE) - Participação do encontro às sextas (UFPE) - Participação na construção dos currículos estaduais e municipais - Participação de curso promovido pela SEE-PE	- Envolvimento em espaços de colaboração, reflexão, diálogo - Construção de materiais de apoio para o professor - Leitura e análise crítica de material didático

Fonte: Os autores (2023)

5.1.1 Tendência à concepção construtivista sobre a matemática e seu ensino

Segundo as categorias de análise de concepção: *papel do professor, metodologia de ensino, tarefas matemáticas, conteúdo de matemática e material curricular* discorreremos sobre cada uma delas apontando suas caracterizações e peculiaridades em diálogo com o CPE e com a literatura em educação matemática.

Papel do professor. A professora Rosácea procura não centralizar a comunicação de conceitos matemáticos, no sentido de que apenas ela tem a palavra

final sobre o assunto (Van de Walle, 2009; Moreira, 2010). Para ela, a aula se desenvolve a partir de questionamentos, perguntas.

Professora: Quem é que conseguiu o resultado? Quem é que me diz o resultado? Quanto foi o resultado?

Aluno: Trinta e três. [A professora escreve esse número na lousa].

Professora: Alguém achou outro resultado? [Alunos não respondem. Sala em silêncio]. Como é que eu sei que deu trinta e três? Qual a maneira de eu saber que deu trinta e três?

Aluno: Diminuindo.

Professora: Diminuiu quem?

Alunos: Cento e vinte menos oitenta e sete. [APÊNDICE D – 11/08/2022 – Momento 02 – 6º intervalo]

Um dos objetivos de suas perguntas é que os estudantes explicitem seus raciocínios, comuniquem como chegaram em determinado resultado para se ter acesso a como eles estão pensando. Van de Walle (2009), ao discorrer sobre o papel do professor durante a aula, defende que ele

escute ativamente seus alunos. Ocupe esse tempo em descobrir como os diferentes alunos estão pensando, que ideias estão usando e como estão abordando o problema. Esse é um momento para observação e avaliação – e não para transmissão e informação! (Van de Walle, 2009, p. 64).

Ao fazer seguir esta linha, a professora aceita que os estudantes participem e colaborem com o desenvolvimento da aula e tenham seus pensamentos valorizados (Onuchic, 2022). Ela busca a confrontação de respostas entre os alunos e insiste com mais perguntas até que eles se pronunciem.

Circula na sala de aula, indo em algumas bancas. Fala com um aluno que estava com o livro de outra matéria aberto na hora da aula e o questiona do porquê de ele estar aberto. Pede que copie o que está na lousa. Pede aos alunos que *quando for fazer converse com seu colega do lado*. [APÊNDICE D – 10/08/2022 – Momento 01 – 3º intervalo]

A professora demonstra que não está, em certo sentido, interessada que os estudantes deem respostas certas, mas que estes desenvolvam noções de pensar matematicamente. O fato de os alunos estarem organizados em dupla, permite que haja interação e confrontação em suas formas de pensar e resolver o problema (Onuchic, 2022). Delega a eles a responsabilidade de buscar soluções por meio do questionamento.

Professora: Faz de conta que é queijo. Aqui tem 7 kg. Quanto é cada um? [a professora aponta para a imagem de uma balança de dois pratos em equilíbrio].

Aluna: sete

Professora: [sorri] Os dois são 7. Quanto é cada um?

Aluna: Ah!

Professora: Vai T [nome da aluna. Espera resposta da aluna]. Os dois são 7. Quanto é cada um? Eu só quero um.

Aluna: Ah. Os dois são sete? Vinte.

Professora: Ela já pegou [apontando para outra aluna dizendo que ela entendeu e se afasta dessa dupla e vai para outra dupla]. [APÊNDICE D – 15/08/2022 – Momento 03 – 6º intervalo]

Pelo diálogo acima, mesmo a resposta dada pela estudante sendo errada (o certo seria 3,5) a professora permite, nesse momento, que a dupla converse e discuta entre si, refletindo sua confiança em que é possível que eles façam matemática, que construam entendimentos sobre o assunto. Ela procura aproveitar o erro como fator de aprendizagem (Moreira, 2010). No entanto, a professora não retorna a essa dupla em ocasião posterior para analisar e avaliar a discussão, o que não nos dá a verdadeira percepção das descobertas dos estudantes, caso tenha existido.

De fato, a professora não reage de forma diferente com a resposta errada da estudante (vinte) pelo fato de, nesse momento, valorizar um aspecto mais global do raciocínio (Cury, 1994), que é o entendimento sobre os processos de equivalência numa equação. Ao que parece, a professora se contenta com o fato de ter percebido que a outra estudante da dupla entendeu como chegar na solução e acredita que sua ausência pode provocar uma troca de ideias entre elas.

Sobre as vantagens de se fazer perguntas nas aulas, Moreira (2000) destaca que,

Um ensino baseado em respostas transmitidas primeiro do professor para o aluno nas aulas e, depois, do aluno para o professor nas provas, não é crítico e tende a gerar aprendizagem não crítica, em geral mecânica. Ao contrário, um ensino centrado na interação entre professor e aluno enfatizando o intercâmbio de perguntas tende a ser crítico e suscitar a aprendizagem significativa crítica. (Moreira, 2010, p. 9, grifo do autor).

Passar o *controle da situação de ensino ao estudante* é admitir a possibilidade deste construir seu próprio raciocínio e entendimentos sobre o assunto em questão (Câmara dos Santos, 2002; Van de Walle, 2009).

Ao propor problemas, ela costuma transitar por entre as duplas fazendo determinadas paradas para questioná-los, observar suas produções, estimular a troca entre eles, chamar a atenção de alunos que não estão trabalhando ou conversando. Segundo Cicuto (2015), no ensino centrado no estudante “o professor também é

responsável por monitorar os alunos durante a realização das atividades e fornecer *feedbacks*, assim ele deixa o papel de narrador” (p. 18).

Suas práticas, de alguma forma, evidenciam que seu papel é de fazer com que os estudantes construam ideias, desenvolvam suas capacidades, atuem e interfiram nas aulas. Ela cria um ambiente que possibilita a autoconfiança quando estes expõem suas ideias na lousa, na frente dos demais colegas (Onuchic, 2022).

Professora: Quem quer vir aqui na lousa? Não é mostrar só resposta não. Eu quero que vocês venham aqui mostrar como é que foi feito. Eu quero que vocês botem aqui como é que vocês fizeram. Venha R [nome de aluno]. Quer vir fazer? Venha. Agora é fazendo e falando. [APÊNDICE D – 15/08/2022 – Momento 03 – 6º intervalo]

Estar na frente da sala, escrevendo numa lousa, dando explicações a outros estudantes é permitir que eles assumam o protagonismo na aula de matemática. A partilha do conhecimento não ocorre somente de forma vertical, *professor-aluno*, mas também de forma horizontal, *aluno-aluno* (Moreira, 2010). Ela cria um espaço no qual os estudantes podem explorar os conceitos matemáticos, testar suas ideias, desenvolver raciocínios, apresentar suas soluções, confrontar e interpretar resultados, serem incentivados a desenvolver sua autonomia, tomar o erro como oportunidade para novas discussões. *O tempo e o espaço da sala da aula são compartilhados*, não havendo centralidade e domínio por parte da professora. Ela os divide com os estudantes.

O papel desempenhado pela professora nas aulas de matemática dialoga com o que Segurado e Ponte (1998) e Ponte (2005) afirmam sobre o que se espera do papel do professor, numa perspectiva que se fundamenta na construção dos conceitos matemáticos e num estilo de ensino que procura desenvolver a autonomia, a iniciativa, a capacidade de cooperação, de solidariedade, de espírito crítico, do sentido de responsabilidade, do gosto pela matemática.

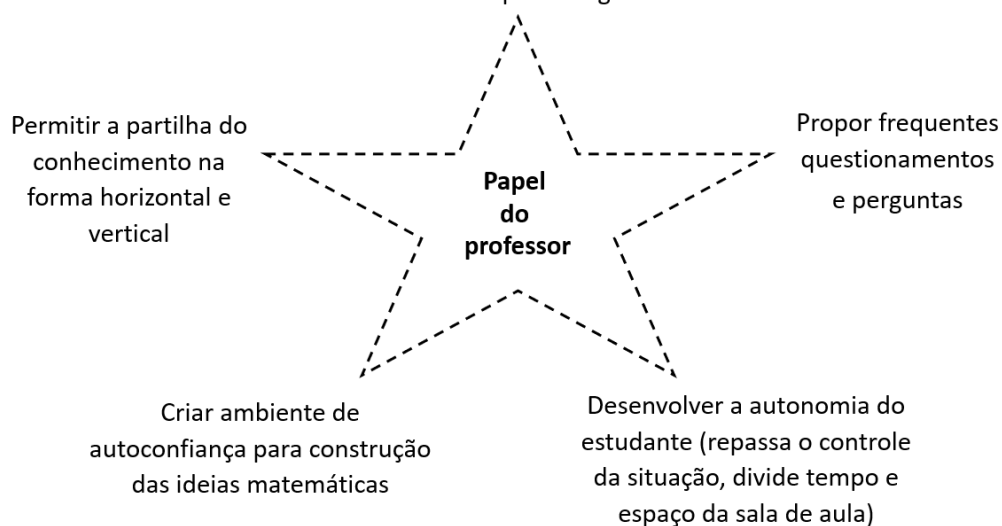
Ponte (2005), afirma que a principal característica do professor com tendência à concepção construtivista é a de que ele não procura explicar tudo, detalhando o assunto ponto por ponto, “mas deixa uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos realizarem” (p. 13). Segundo este autor, a ênfase se desloca do “ensino” para o “ensino-aprendizagem”, dando-nos a entender que o professor não tem um papel centralizador das discussões como se sua fala fosse a única autorizada em sala de aula, mas considera a existência de outros polos de discussão (aluno-aluno).

Seu papel também dialoga com o que preconiza o CPE. Neste currículo, o professor é entendido como uma pessoa responsável por promover questionamentos e confrontos de ideias entre os estudantes, que promovam discussões que impliquem no desenvolvimento da capacidade de análise, de argumentação, de criticidade e permita que eles sejam ativos no processo de construção de seu próprio conhecimento. Este currículo pontua que fazer matemática não é algo automático, mas que demanda dedicação, esforço e iniciativa. "A sala de aula deve ser um ambiente onde os estudantes sejam convidados a buscar soluções para os problemas apresentados, conduzindo-os a pensar, argumentar e dar sentido." (Pernambuco, 2019a, p. 357).

O fato de a professora criar uma atmosfera permeada por perguntas, com os estudantes sendo exigidos a explicitar seus pensamentos, cria uma imagem de que seu papel é mediar os processos para a busca de novos conhecimentos.

Com base na análise da aula da professora Rosácea, a Figura 25 explicita alguns dos papéis desempenhados por um professor com tendências de concepção construtivista da matemática e seu ensino em sala de aula.

Figura 25 - Papel do professor com tendência à concepção construtivista da matemática e seu ensino
Mediar os processos de ensino e aprendizagem



Fonte: Os autores (2023)

Tarefas matemáticas. Ponte (2014) considera que existem vários tipos de tarefas, dentre eles os *problemas* e os *exercícios*. Este último, muito característico no ensino tradicional, pode ser entendido como uma proposição cujo método de solução já é conhecido pelo estudante. Segundo este autor, toda construção curricular

alternativa ao ensino tradicional precisa considerar outros tipos de tarefas a exemplo dos *problemas*. Ele não refuta o uso dos exercícios em sala de aula, mas defende que sua valorização em detrimento de outros tipos de tarefa dificulta a ampliação de experiência matemática do estudante.

A professora Rosácea usa tanto um quanto outro tipo de tarefa. No entanto, fica evidente que os exercícios, menos frequentes em suas aulas, são usados também com o objetivo de fazer com que os estudantes construam novos significados aos conhecimentos que eles já possuem a fim de estabelecer uma aproximação com as ideias matemáticas a serem desenvolvidas.

Professora: Quem me dá um exemplo onde o sinal de igual esteja presente? [Espera a resposta].

Aluno: Numa conta de adição.

Professora: Me dê esse exemplo! Me dê um exemplo aqui que eu coloque aqui na lousa. Ou você vem?

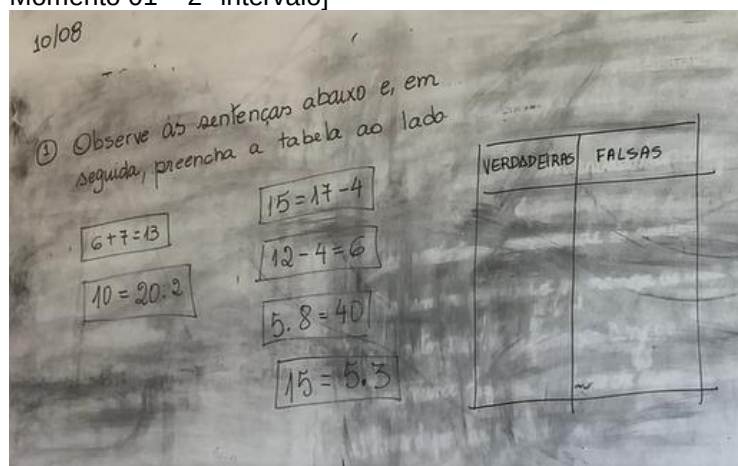
Aluno: Cinco mais cinco igual a dez [ela escreve na lousa $5 + 5 = 10$]. [APÊNDICE D – 10/08/2022 – Momento 01 – 1º intervalo]

Professora: O que o sinal de igual significa?

Aluno: O resultado.

Professora: Não é só o resultado, mas que a gente tem que perceber que $5 + 5$ [sublinha $5 + 5$] é o mesmo que 10 [sublinha o 10 e entona a voz no momento que o pronuncia], equivalente a 10. A gente fala igual, mas com o sentido de: é o mesmo que. Cada lado da adição é um membro. Uma parte antes do igual e uma parte depois do igual. Aí a gente chama primeiro membro [aponta para $5 + 5$] e segundo membro [aponta para 10] e $5 + 5$ é a mesma coisa que 10.

Ela afirma que os alunos já entenderam mais ou menos, pois já tinham trabalhado com as operações. Apaga o que está na lousa e pede que os alunos copiem umas questões [ela segura uma folha. Retira as questões dessa folha e as copia na lousa]. Diz que eles vão resolver em dupla. [Foto da questão a seguir. Lousa com manchas.] [APÊNDICE D – 10/08/2022 – Momento 01 – 2º intervalo]



Ela reforça que esse tipo de discussão já é do conhecimento dos estudantes. Apesar do objetivo principal ser desenvolver a habilidade referente às equações,

conforme acordado para a pesquisa, ela parte de uma discussão que os alunos já tenham certa familiaridade como plataforma para um debate futuro (Ponte, 2014). Os exercícios, neste caso, têm como objetivo servir de *ponto de partida para a atribuição de um novo significado* para o sinal de igual. A ideia que ela procura desenvolver é que o sinal de igual também se refere à equivalência e não somente é usado para expressar o resultado de uma operação.

O exercício mencionado anteriormente é respondido coletivamente, com a participação de todos, estudantes e professora. No trecho seguinte percebemos que a professora procura dialogar com os estudantes.

Professora: Vamos lá. Quem vai me dizer alguma coisa? Ô M [nome de aluno]: tu já fizesse?

Aluno: Por que é dez igual a vinte dividido por dois? [está na lousa $10 = 20:2$].

Professora: Olha a pergunta de N [nome do aluno]. Por que é que dez é igual a vinte dividido por dois? [fala apontando para a sentença na lousa]. E como seria?

Aluno N: Dez mais dez.

Professora: Não. Ele está dizendo que seria [escreve na lousa $20:2 = 10$]. Será que $10 = 20:2$ não é igual a $20:2 = 10$ [ela aponta para a lousa]? Por que é que você estranhou? [O aluno não responde]. Por que a gente sempre apresenta muitas vezes a operação pra você achar o resultado [aponta para $20:2 = 10$]. E aqui tá o resultado com a operação [aponta para $10 = 20:2$]. Esse 10 é a mesma coisa que esse resultado aqui [aponta para $20:2$].

Aluno: Sim

[APÊNDICE D – 10/08/2022 – Momento 01 – 4º intervalo]

Em seguida pergunta como seria o verdadeiro e escreve na tabela, na coluna “falsa”, $15 = 17 - 4$. Depois, se dirige aos alunos e pergunta *quem quer escolher uma para explicar*. Um aluno decide responder do lugar que estava [sentado] e escolhe a sentença $12 - 4 = 6$. A professora pergunta a M [nome de aluno]: *Qual o problema desse? Tá verdadeiro ou tá falsa essa sentença?* Os alunos respondem que é falsa. Ao que a professora escreve a sentença na lousa, na coluna “falsa”, $12 - 4 = 6$. Depois, lhe pergunta: *qual seria o valor correto no lugar do quatro?* Um aluno responde: seis. A professora, então, pede a um aluno que ele escolha uma sentença para lhe dizer se é verdadeira ou falsa e por quê. Um aluno escolhe a sentença $6 + 7 = 13$. Ela a lê na forma de pergunta [seis mais sete é igual a treze?]. O aluno lhe responde não. De imediato, ela lhe pergunta por que não. Continua dizendo que mesmo que o aluno lhe respondesse “sim” ela também lhe perguntaria. Ela se dirige ao aluno e explica que a pergunta tem o objetivo de que ele justifique a resposta. Depois, pergunta à classe: *seis mais sete não é a mesma coisa que treze?* [Alunos demoram a responder e a professora “dá um ar de espanto”: *gente do céu! Conta nos dedinhos*].

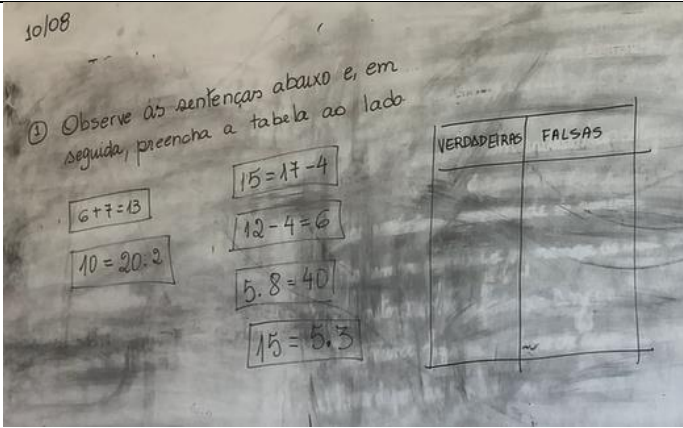
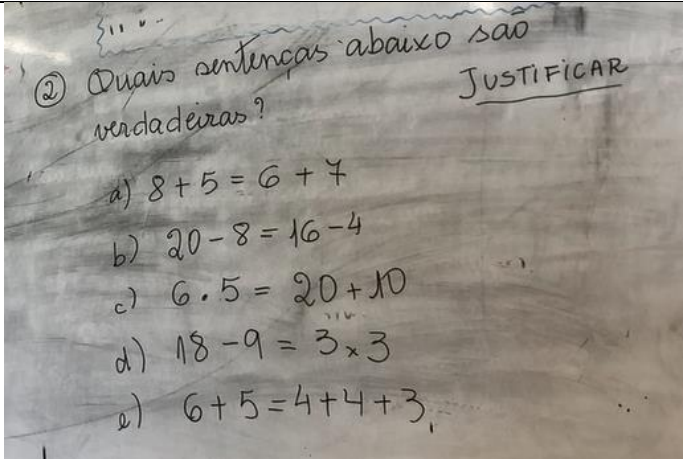
[APÊNDICE D – 10/08/2022 – Momento 01 – 7º intervalo]

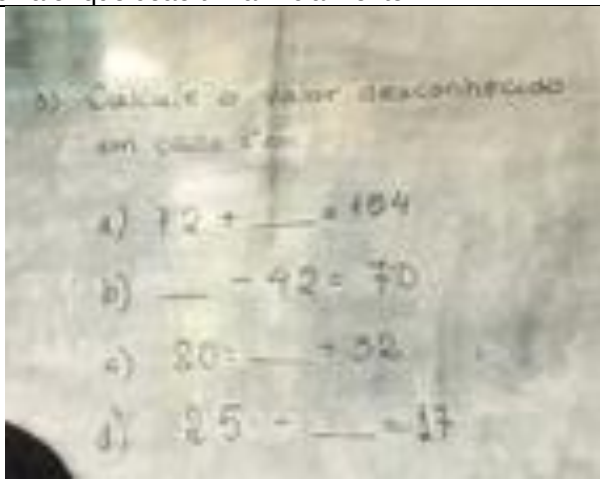
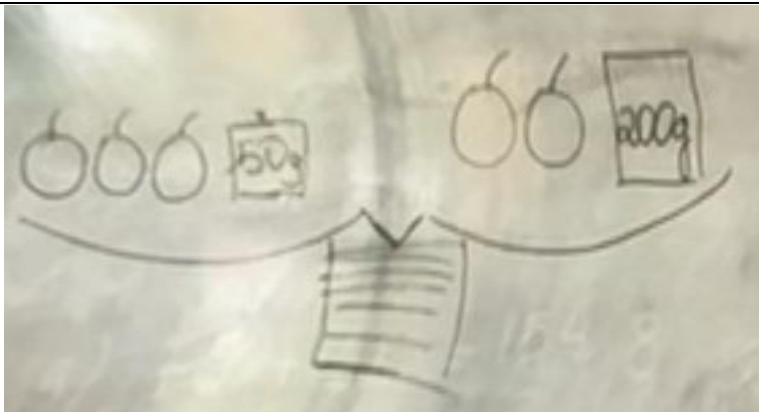
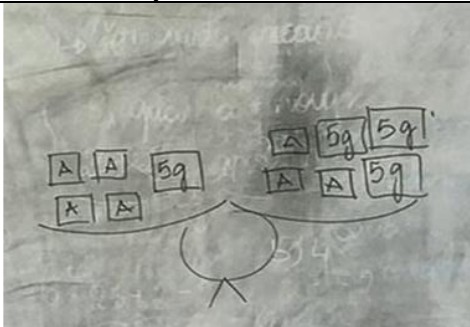
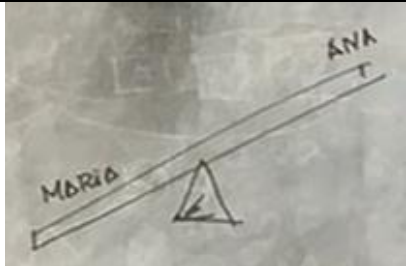
Ela procura questionar os estudantes sobre suas respostas a fim de que eles construam um entendimento sobre a habilidade a ser desenvolvida. Ora esse questionamento se dá na relação *professor-aluno*, ora na relação *professor-aluno-aluno*. Esta última quando ela dirige a pergunta de um aluno para outro. Ela evita dar

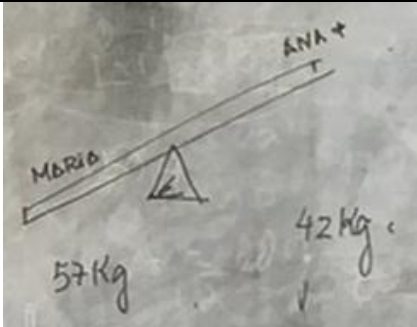
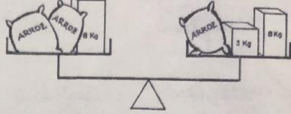
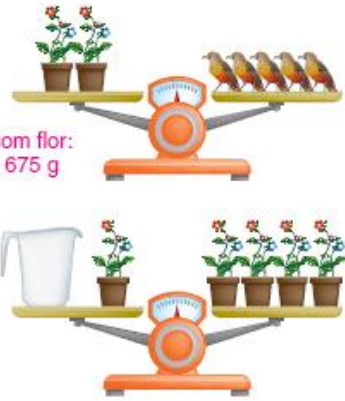
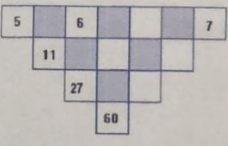
a resposta, mas geralmente responde a uma pergunta com outra. Tal fato reflete que ela não se percebe como a única que pode comunicar a matemática em sala de aula, mas também seus alunos. Sua prática de fazer constantes perguntas no uso das tarefas dialoga com Ponte (2005, 2014), Onuchic (2022), Serrazina (2017), Moreira (2000, 2010) quando consideram que o professor deve propor atividade que oportunize o “estudante confrontar suas ideias e estratégias com as de seus colegas e as do próprio professor e, com isso, validá-las ou reformulá-las” (Pernambuco, 2019a, p. 378).

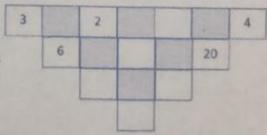
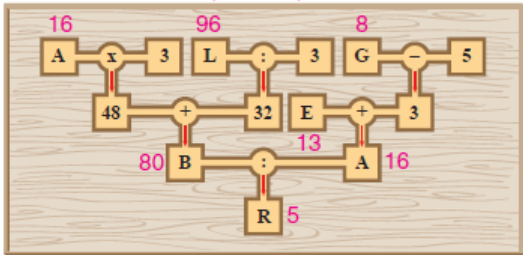
No conjunto de 18 tarefas que foram aplicadas em sala de aula, conforme Quadro 27, todas elas foram respondidas com base na interação entre os atores: alunos e professora. Neste quadro, especificamos a tarefa, o tempo aproximado dedicado à sua discussão e em qual aula isto ocorreu.

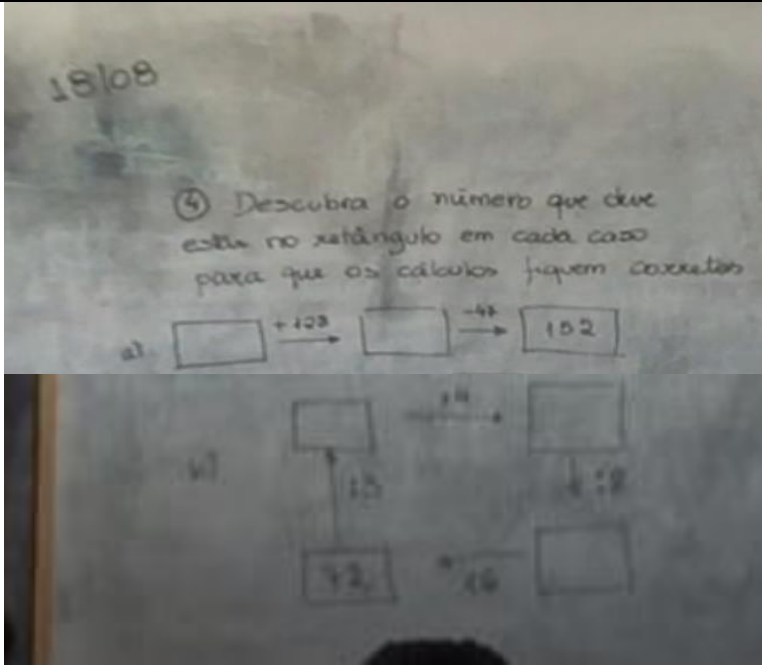
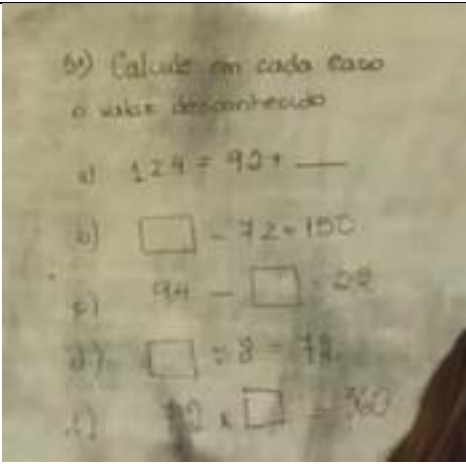
Quadro 27 - Tarefas aplicadas na sala de aula da professora Rosácea

N.	Tarefa	Tempo aproximado de discussão	Aula
01		20 minutos	1ª
02		10 min	1ª
03	Pensei em um número, adicionei setenta e oito e obtive cem. Que número é esse?	2 min	1ª

04	Pensei em um número. Adicionei 87 e obtive 120. Em que número pensei?	10 min	2ª
05	João tinha um valor. Gastou 38 reais, ficando com 12 reais. Qual o valor que João tinha inicialmente?	10 min	2ª
06		20 min	2ª
07	 Qual é a massa da laranja?	10 min	3ª
08	 Qual a massa da caixinha A?	12 min	3ª
09	 Quem é mais pesada? Maria ou Ana?	2 min	3ª

	 Uma criança pequeninha vai sentar junto de Ana. Qual é o peso dessa menina para ficar igualzinho a Maria?		
10	1) A balança está equilibrada e os dois queijos têm pesos iguais. Quantos quilogramas têm cada um?  Representando o queijo por x, quais equações correspondem a esta situação? () $x + 6 = 13$ () $x + x + 6 = 13$ () $2x + 6 = 13$ () $2x = 6 + 13$ 2) Esta balança está em equilíbrio e os três sacos de arroz têm o mesmo peso. Quantos quilogramas têm cada saco de arroz?  Representando o arroz por x, quais equações correspondem a esta situação? () $2x + 8 = x + 3 + 8$ () $2x + 8 = x + 11$ () $2x + x = 8 + 8 + 3$ () $x + 8 = x + 11$	34 min	4 ^a
11	2 Nas figuras a seguir, as balanças estão equilibradas. Sabendo que a massa de cada sabiá é igual a 90 gramas e que os vasos têm massas iguais entre si, qual é a massa em grama de cada vaso com flor? E qual é a massa da jarra?  cada vaso com flor: 225 g; jarra: 675 g	32 min	4 ^a e 5 ^a
12	3) Os quadrados brancos sem números da figura a seguir devem ser preenchidos com número de modo que cada número, a partir da segunda linha, seja igual à soma dos dois números vizinhos da linha imediatamente superior. Por exemplo, o número da primeira casa da segunda linha é 11, porque $11 = 5 + 6$. O desafio é completar os demais espaços em branco desta figura. 	10 min	5 ^a

13	4) Os quadrados brancos sem números da figura a seguir devem ser preenchidos com número de modo que cada número, a partir da segunda linha, seja igual ao produto dos dois números vizinhos da linha imediatamente superior. O desafio é completar os demais espaços em branco desta figura.  Quais operações você precisou usar para descobrir os números que escreveram nos espaços em branco? Justifique o seu raciocínio?	21 min	5ª
14	③ Complete os espaços vazios de forma correta, observando as operações a) $10 \xrightarrow{\times 4} \square \xrightarrow{:8} \square \xrightarrow{+15} \square \xrightarrow{-2} \square$ b) $\square \xrightarrow{+20} \square \xrightarrow{:5} \square \xrightarrow{\times 4} \square \xrightarrow{-8} 32$ c) $\square \xrightarrow{-10} \square \xrightarrow{+45} \square \xrightarrow{-10} \square \xrightarrow{:5} 15$	20 min	6ª
15	3 Determine o valor de cada letra no esquema a seguir. $A = 16, L = 96, G = 8, E = 13, B = 80, R = 5$  NELSON MATSUDA CAPÍTULO 5 UM POUCO DE ÁLGEBRA 121	10 min	7ª
16	01) A idade de Tiago menos 13 anos é igual a 34 anos. Qual é a idade de Tiago? 02) O triplo de um número natural é igual a 123. Qual é esse número? 03) A balança da figura está em equilíbrio com bolas e saquinhos de areia em cada um de seus pratos. As bolas são todas iguais e os saquinhos também. O peso de um saquinho de areia é igual ao peso de quantas bolas?  [Imagem ampliada da figura da questão 03].	29 min	7ª

17		28 min	8 ^a
18		Não pôde ser mensurado, pois foi corrigida na aula seguinte (aula não gravada)	8 ^a

Fonte: Os autores (2023)

Com base nessas informações, percebemos que a professora dedica um tempo considerável para discutir as questões propostas, uma vez que ela não se preocupa em fornecer respostas ou dizer simplesmente certo ou errado. Ao possibilitar um tempo para discussão ela concorda com Frank (1988 *apud* Segurado; Ponte, 1998). Sua visão de ensino de matemática lhe impulsiona a dissecar cada tarefa ao máximo, exigindo que os estudantes se expressem e justifiquem seus raciocínios e reelabora a colocação quando esta tende a romper com o protagonismo do estudante, como se verifica no trecho seguinte.

Conversa com alguns alunos sobre a conversa em sala. A professora inicia a correção.

Professora: *Agora, eu vou responder [pede silêncio]. Eu não. Vocês. Agora, vamos prestar atenção, gente. Vamos finalizar agora. [APÊNDICE D – 18/08/2022 – Momento 06 – 17° intervalo]*

Van de Walle (2009) afirma que,

os problemas são apresentados e os estudantes buscam soluções por eles mesmos. O foco está nos estudantes ativamente compreenderem as coisas, testarem ideias e fazerem conjecturas, desenvolverem raciocínios e apresentarem explicações. (Van de Walle, 2009, p. 33).

Além do tempo considerável dedicado para discussão, percebemos que ela não ultrapassa mais que três questões, em média, por aula, o que sinaliza para seu investimento na troca de ideias e na reflexão. Van de Walle (2009) destaca que o trabalho em grupo, com os estudantes compartilhando e discutindo suas ideias é uma forma de fazer matemática.

Num determinado momento da aula ela chega a verbalizar para o pesquisador que sua postura de caminhar pela sala de aula, questionar os alunos sobre suas produções, chamar a atenção para os que não estão se envolvendo como ela espera é um tanto quanto cansativa, como se verifica no trecho seguinte.

Professora: *Quanto?*

Aluno: *Trezentos e sessenta e nove*

Professora: *Não, não. Você veja lá. O triplo de um número natural é igual a 123. Ele não tá pedindo pra você calcular o triplo de 123, não. O triplo de um número dá esse resultadinho aqui [ela aponta para o número 369 no caderno do aluno]. Um número três vezes dá esse número aí. Entendeu?*

Outro lhe chama. Ela continua tirando dúvidas, dialogando com eles, fazendo novas perguntas. Se aproxima do pesquisador e diz: *Cansa, né? Eu mal sento. A minha prática é essa. Porque se não ficar eles não fazem. Às vezes sabem fazer e aí fica conversando. E tem as dúvidas, né? Mas é complicado. Quando a turma era menorzinha ficava melhor. [Fala que antes a média de alunos era de 20 e alguma coisa por turma. Depois da pandemia as cinco turmas se juntaram para formar três. Ficaram perto de 40 por turma]. [APÊNDICE D – 18/08/2022 – Momento 06 – 7ª e 8ª aula – Parte 02]*

Segundo ela, desenvolver uma prática que valorize as ideias dos estudantes, que consiga, minimamente, ouvi-los e indagá-los, requer uma estrutura com um número de alunos razoável, algo em torno de 20. No entanto, apesar de estar numa turma com 40 estudantes, ela se dispõe ao máximo para atendê-los. A impressão que temos é que seu entendimento e visão sobre como deve ser o ensino de matemática é posto em prática, independentemente das circunstâncias. No entanto, ela pontua que condições mais adequadas fica melhor para desenvolver sua prática.

Outro elemento que condiciona a forma de aplicar uma tarefa é o recurso didático. Diante de algumas limitações ela percebe que não explora uma tarefa de forma satisfatória pelo fato de seus alunos não disporem de certos recursos.

No 6º ano você conta no dedo quem tem celular para usar calculadora. O que é que eu faço? Eu faço atividade com o uso da calculadora. Como? Calculadora quebrada. Aí eu boto quanto dá o resultado e digo que a calculadora tá quebrada nas teclas tal e tal. Aí mostro com meu celular. Então, tem algumas coisas que não dá pra ver, pois tem coisas que o aluno não entende.

[APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 3 – Organização dos conteúdos curriculares – Entrevista]

Segundo Ponte (2014), geralmente as tarefas são propostas pelo professor e que têm de ser interpretadas pelos estudantes originando por parte deste muitas atividades diversas (ou até mesmo nenhuma). Segundo ele, uma vez que a aprendizagem matemática é produto da atividade, e se esta se reduz a tarefas que demandam a resolução repetitiva de exercícios para aplicação de certas fórmulas tal aprendizagem perdura enquanto ficar na memória.

No caso da professora Rosácea, como vimos, não existe uma preocupação com a quantidade, nem com respostas prontas dos estudantes. Não existe preocupação com a memorização, mas foca na qualidade, em oportunizar os estudantes a se envolver com uma discussão que lhe permita construir ideias mais amplas e profundas. Entretanto, a professora considera os exercícios pertinentes, desde que sejam usados de forma adequada e no momento certo (Serrazina, 2017).

O que eu gosto muito, o que eu vou atrás, são das atividades criativas. Tem as tradicionais, não estou descartando. Porque tem horas que você tem os exercícios. É importante que no início leve o aluno a pensar. Pode se explorar textos, tirinhas, desafios, atividade lúdica, obras de artes, imagens, mosaico, quebra-cabeça.

[APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 2 – Livro Didático – Entrevista]

Ponte (2014) destaca que a potencialidade de uma tarefa está associada a forma de *organização do trabalho dos alunos, ao ambiente de aprendizagem criado* e que, por sua vez, dará lugar a diversas atividades. Uma atividade corresponde a uma ou mais tarefas realizadas. Não é a tarefa em si, mas o que se faz com ela, como ela é usada.

Partindo desse princípio a professora Rosácea utiliza as tarefas com pelo menos *oito diferentes objetivos*.

O primeiro objetivo a ser destacado é: *aprofundar um assunto* (Boaler, 2018). Após uma discussão sobre o significado do sinal, associando-o à ideia de equivalência aplicada nas operações básicas, ela começa a propor tarefas com as operações básicas, mas agora procurando encontrar valores desconhecidos como na tarefa de número 6 no Quadro 27. Ao entrar no ambiente da descoberta de números desconhecidos ela começa a fazer variações nos tipos de problemas, a exemplo das tarefas de número 3 a 18, conforme Quadro 27, com a intenção de aprofundar o conhecimento dos estudantes sobre o tema.

Boaler (2018), afirma que precisamos mudar a mentalidade em matemática que é associá-la à rapidez. Segundo ela, o professor precisa valorizar mais a profundidade do que a rapidez. Em uma de suas visitas à China ela observou, em várias escolas, que

os professores e alunos não trabalharam em mais do que três questões em uma aula de uma hora. Os professores ensinavam ideias – mesmo ideias que estão entre as mais relacionadas a definições e fórmulas na matemática, como as definições de ângulos complementares e suplementares – por meio de uma orientação investigativa. (Boaler, 2018, p. 163)

Nesse sentido, a maneira como a professora Rosácea direciona o trabalho com as tarefas contribui para uma visão positiva da matemática, ao passo que foca na profundidade do debate em sala de aula.

O segundo objetivo a ser destacado é: *fazer como que o estudante reflita sobre suas respostas* (Serrazina, 2017). A professora procura propor tarefas com a intenção de fazer com que os estudantes compreendam seus próprios raciocínios. Um dos métodos que ela se utiliza para isso são suas perguntas e questionamentos.

Em seguida pergunta como seria o verdadeiro e escreve na tabela, na coluna “falsa”, $15 = 17 - 4$. Depois, se dirige aos alunos e pergunta *quem quer escolher uma para explicar*. Um aluno decide responder do lugar que estava [sentado] e escolhe a sentença $12 - 4 = 6$. A professora pergunta a M [nome de aluno]: *Qual o problema desse? Tá verdadeiro ou tá falsa essa sentença?* Os alunos respondem que é falsa. Ao que a professora escreve a sentença na lousa, na coluna “falsa”, $12 - 4 = 6$. Depois, lhes pergunta: *qual seria o valor correto no lugar do quatro?* Um aluno responde: seis. A professora, então, pede a um aluno que ele escolha uma sentença para lhe dizer se é verdadeira ou falsa e por quê. Um aluno escolhe a sentença $6 + 7 = 13$. Ela a lê na forma de pergunta [seis mais sete é igual a treze?]. O aluno lhe responde não. De imediato, ela lhe pergunta por que não. Continua dizendo que mesmo que o aluno lhe respondesse “sim” ela também lhe perguntaria. Ela se dirige ao aluno e explica que a pergunta tem o objetivo de que ele justifique a resposta. Depois, pergunta à classe: *seis mais sete não é a mesma coisa que treze?* [Alunos demoram a responder e a professora “dá um ar de espanto”: *gente do céu! Conta nos dedinhos*.]
[APÊNDICE D – 10/08/2022 – Momento 01 – 7º intervalo]

No trecho anterior a professora valoriza a justificativa do estudante como forma de fazê-lo refletir sobre o que fez.

O terceiro objetivo de propor tarefa é: *apropriar-se de como os estudantes estão pensando* (Van de Walle, 2009). Suas constantes perguntas lhe permitem conhecer como os alunos estão pensando com a matemática. Ela caminha com frequência pela sala de aula e faz algumas paradas para dialogar sobre as produções dos estudantes. Em um desses momentos ela se inquieta com o que vê num caderno e questiona o estudante, como no trecho seguinte.

Professora: *Como é que você fez esse aqui?* [Aponta para a letra d) no caderno do aluno. Neste momento ela está em pé e ele sentado]. Você botou vinte e cinco menos dezoito ... [aluno lhe interrompe]

Aluno: Menos dezoito não, menos oito.

Professora: E porque tem um dezoito aqui? [ela aponta para o número no caderno do aluno e ele reage como se soubesse que era oito, mas que registrou errado por engano]

[APÊNDICE D – 11/08/2022 – Momento 02 – 16° intervalo]

No momento da resolução ela não fica esperando os estudantes concluírem, de forma passiva, os problemas, mas interage ao ponto de verificar seus registros no caderno. Ela procura confrontar o estudante com seu próprio registro (Boaler, 2018).

O quarto objetivo é: *reforçar que um problema pode ser resolvido de diferentes maneiras* (Van de Walle, 2009). A professora Rosácea aproveita algumas tarefas para explorar formas distintas de resolução, rompendo com a ideia de que em matemática só existe um jeito, que geralmente é o do professor. No trecho seguinte percebemos tal fato.

Ainda em conversa com o pesquisador, ela diz que na outra turma ela resolveu a questão de três modos distintos: uma por tentativa [ela diz que os alunos diziam vários resultados], outro que ela chama de tirar os queijos [na imagem da balança vai eliminando massas] e um terceiro modo foi armando. Mas esta última é para depois. Mas pelo menos estão vendo.

[APÊNDICE D – 15/08/2022 – Momento 03 – 5° intervalo]

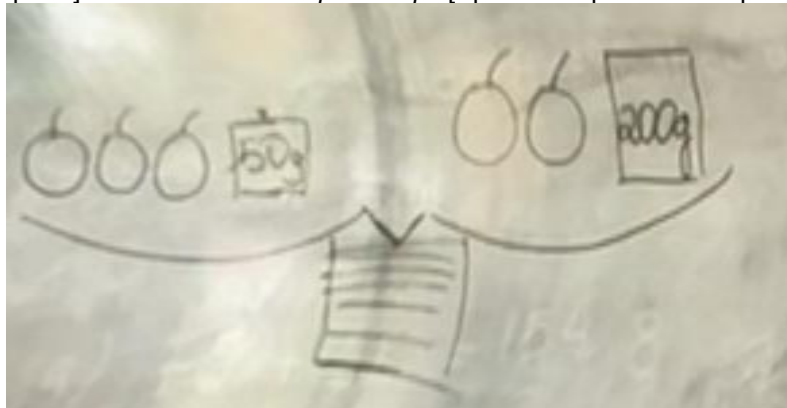
Como é que eu sei que tá certo? Eu vou pegar o 112, que é o resultado, e tirar 42. Quem vem fazer a letra c)? Um aluno lhe diz que fez de duas maneiras. Um aluno vai à lousa responder a letra c) [Enquanto o aluno responde na lousa ela está dialogando com um aluno sobre como ele tinha respondido]. Ela se dirige à lousa e fica perto do aluno M.

[APÊNDICE D – 11/08/2022 – Momento 02 – 19° intervalo]

O quinto objetivo valorizado pela professora é: *promover o debate em sala de aula* (Onuchic, 2022; Moreira, 2000). As tarefas propostas, são meios utilizados para instigar os estudantes a se envolverem mais no processo de construção do conhecimento. Eles são ponto de partida para a obtenção de valores considerados

por ela como relevantes para a aprendizagem. Ela considera que a troca e discussão mediada pode levar o estudante a desenvolver uma visão positiva da matemática.

Associa a balança a igualdade. Desenha uma balança de dois pratos na lousa em equilíbrio e pergunta o que isso significa. Uma aluna responde: *Que é o mesmo peso os dois lados*. A professora, então, com as mãos, aponta para os pratos da balança dizendo que *a mesma massa que está aqui* [Apontando para um prato] *é a mesma massa que tá aqui* [Apontando para o outro prato].



Na imagem, um lado da balança tem 3 laranjas mais 50g e do outro, 2 laranjas mais 200g.

Professora: Qual é massa da laranja? Vamos ver. Eu quero saber qual é a massa da laranja? A balança está em equilíbrio. Isso significa o quê? [Alunos falam supostos valores da massa]. Não. Eu não quero o valor agora não. [Nesse momento ela está em pé, perto da lousa, próximo ao desenho da balança. Ela explica gesticulando].

Aluna A: O mesmo peso.

Professora: Concordam com A [nome da aluna]. [Professora chama atenção de um aluno e troca ele de lugar]. E aí? Como é que eu acho?

Aluna A: Eu sei professora.

Alunos: [dois alunos discutem sobre os possíveis valores].

Professora: E aí? Eu quero saber como é que eu faço. Não quero só o resultado não.

Aluna A: [explica à professora – som inaudível]

[APÊNDICE D – 11/08/2022 – Momento 02 – 22º intervalo]

De forma direta, a professora percorre um sexto objetivo que é *estimular a participação ativa do estudante* (Serrazina, 2017; Ponte, 2005; Câmara dos Santos, 2002). À medida que propõe perguntas e não se coloca como a única responsável em dar respostas, a professora cria a cultura de que a aula de matemática se desenvolve mediante parceria entre ela e os estudantes. Por várias vezes eles são demandados a se envolverem na aula, são questionados frequentemente do porquê de determinados procedimentos, de determinadas formas de pensar. Tal fato implica ação contínua do estudante. Todos têm a permissão para falar em sala de aula.

O sétimo objetivo que fica evidente na proposição das tarefas pela professora Rosácea é: *desenvolver a autonomia do estudante* (Sáenz; Lebrija, 2013). Ela objetiva que os estudantes desenvolvam formas de pensar matematicamente que não sejam

dependentes dela, de sua forma de pensar. Ela deseja que eles próprios criem suas estratégias, encontrem suas formas de chegar nas soluções, desenvolvam formas potentes de comunicar a matemática. À medida que ela exige sua explicação, ela deseja que eles utilizem suas ideias para construir um entendimento capaz de outro compreender seu raciocínio.

A professora se dirige à lousa e pergunta quem quer fazer. Depois, fala: *eu quero que a pessoa venha explicar como é que eu faço só mexendo na caixinha. Imaginar que estou com a balança, desse jeitinho. Que eu faço a brincadeira de tirar e colocar* [Ela se dirige a um aluno por conta da conversa]. *Quem quer vir fazer? Ou falando pra mim como é que eu faço.* Alunos mencionam o valor obtido. Mas a professora diz que não quer na tentativa. Ela fala: *eu quero brincar de tirar. Quem é que eu posso tirar aqui que não vai mexer nos dois?*

[APÊNDICE D – 11/08/2022 – Momento 02 – 30° intervalo]

O oitavo objetivo que fica evidente no uso das tarefas é: *aprender uma ideia mais econômica*. Ao propor as tarefas com balança, inicialmente, os estudantes tendem a responder pelo método da tentativa. Mas depois, ela leva a discussão para a aprendizagem do método de operar em cada lado da balança, de forma que a igualdade se mantenha.

Professora: Aqui tem uma caixinha [aponta para a caixa A]. O que foi que a gente disse? Tira professora, uma. Tirei [ela apaga uma caixinha do lado esquerdo da balança]. O que é que eu tenho que fazer do outro lado?

Alunos: Tira um A [A professora apaga uma caixinha A do lado direito].

Professora: Tirei um aqui e tirei outro aqui [ela risca um A de cada lado da equação na representação algébrica]. Está em equilíbrio ainda. E aí?

Aluno: Tira outro A.

Professora: Tira outro A? [Pergunta afirmando].

Aluno: Não!

Professora: Não? Por que não?

Aluno: [som inaudível]

Professora: Quem foi que disse que eu tiro uma caixinha A daqui? [A professora aponta para uma caixinha do lado esquerdo da balança]. Alguém disse aí. E o que é que eu faço aqui? [aponta para uma caixinha A do lado direito].

Aluno: Tira outro.

Professora: Veja. Tiro um A daqui [apaga uma caixinha da balança do lado esquerdo] e tiro uma caixinha daqui [apaga uma caixinha do lado direito. Ela se dirige à equação na forma algébrica e risca um A de cada membro]. Continua em equilíbrio?

Alunos: Sim.

Professora: Sim. E agora?

Aluna A: Professora, ela descobriu. É 10 [referência a massa de uma caixinha].

Professora: Não. Mas eu não quero o valor. Eu quero tirar as coisas aqui. Vocês estão com a resposta. Mas eu quero que mostre como chega no 10. Vou ajudar vocês. Vou tirar um A daqui e tirar outro daqui [A professora apaga um caixinha em cada lado da balança]. Que coisa boa. [ela risca um A em cada membro na representação algébrica].

Aluna: Dá 10.

Professora: Mas como é que eu chego aqui no valor de 10? [A professora aponta para a balança].

Aluno: Tirando.

Professora: Vou tirar quem, agora?

Aluno: Tira 5.

Professora: Muito bem [A professora risca um A em cada lado da balança]. Vou tirar 5 do lado de cá [esquerdo da balança] e 5 do lado de cá [direito da balança] para ficar em equilíbrio. Aí ficou o quê? O A igual a 10 g. Entenderam o que a gente fez? A gente vai tirando de um lado e tirando do outro.

A professora diz: Vocês estão só preocupados, em alguns momentos, em achar a resposta. Mas tem horas que ela tá tão complexa que fica difícil. Mas se você começar a aprender que se de um lado eu acrescento do outro eu acrescento, não altera ... Isso vocês vão ver lá frente que vai ajudar. Não é só a resposta. Mas como chegar a isso. Depois eu vou explicar mais sobre isso. Agora, ficou melhor num foi?

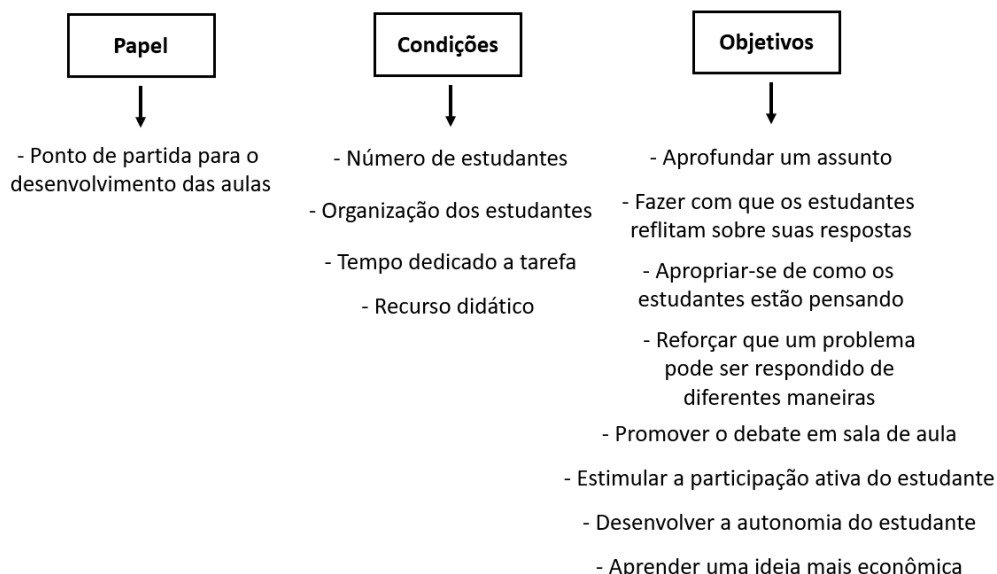
[APÊNDICE D – 11/08/2022 – Momento 02 – 31° e 32° intervalos]

Em cima de questionamentos, a professora permite que os estudantes reflitam do porquê de determinadas ações. Alguns chegam ao resultado, na resposta, mas a professora demonstra se preocupar com o processo e não com o produto. Para ela, neste momento, compreender o princípio de equivalência é mais potente que verbalizar ou obter um resultado. Segundo o Currículo de Pernambuco (2019a), “propor problemas que envolvam os estudantes no pensar, no fazer e no desenvolver a matemática é essencial para sua aprendizagem” (p. 359).

As tarefas ocupam um lugar central em suas aulas. Não houve aula sem tarefas e nenhuma delas foram postas sem objetivo e intencionalidade. Elas ganham vida à medida que a professora as usa como ponto de partida para desenvolver nos estudantes a capacidade de coordenar suas ações para tomar decisões. Todos os 18 problemas teriam tido outro impacto, caso a professora simplesmente conferisse o resultado mencionando certo ou errado. Pelo contrário, ela os usa para desenvolver suas aulas e envolver os estudantes numa experiência de *aprender a partir da resolução de problemas* (Onuchic, 2022).

A Figura 26 explicita qual o lugar que as tarefas matemáticas desempenham na discussão dos assuntos, as condições que as influenciam e alguns dos objetivos que podem ser alcançados pelo professor.

Figura 26 - Tarefas matemáticas aplicadas na perspectiva de um professor com tendências à concepção construtivista sobre a Matemática e seu ensino



Fonte: Os autores (2023)

Metodologia de ensino de matemática. O modo como a professora Rosácea ensina reflete sua concepção de ensino (Fiorentini, 1994). Aquilo que ela acredita e está disposta a fazer em sala de aula é um reflexo do que ela nutre enquanto visão. Durante as oito aulas que acompanhamos, a professora Rosácea lançava mão de uma metodologia que se caracterizava pela pergunta, pelos constantes questionamentos e pela busca da reflexão por parte de seus alunos. Eles são os elementos estruturantes no desenvolvimento de suas aulas. Para ela, não há aula sem questionamento.

Segundo Câmara dos Santos e Lima (2010), a construção do conhecimento não ocorre de forma “espontânea, mas como consequência da mobilização de recursos metodológicos adequados e estratégias de ensino produtivas” (p. 3) e destaca que a resolução de problemas é o principal norteador do ensino de matemática no ensino fundamental.

A professora Rosácea, na entrevista, deixa claro que sua prática procura se fundamentar em materiais que valorizam a resolução de problemas como foco principal para o trabalho em sala de aula. Esses materiais lhe servem para orientar e selecionar tarefas para serem aplicadas em sala de aula. Tal diversidade de usos de material para desenvolver suas aulas encontra respaldo em Carvalho e Lima (2010).

Os materiais curriculares, que servem de suporte para o desenvolvimento de suas aulas, são avaliados criticamente com base em sua concepção de ensino de matemática que, por sua vez, valoriza a resolução de problemas como norteador de sua prática.

Sobre o livro didático adotado na escola ela diz:

Você não vê no capítulo 05 nenhuma dessas atividades que eu tentei mostrar em sala, que eu falei mais oralmente. Mas uma boa parte dos livros que eu pesquisei não tem isso. Aí eu precisei ir em outros materiais como o do Mathema, da Nova Escola, o do 7º ano. Não tem muita balança no livro do 6º ano. Eu não escolhi esse livro. Eu ainda acho um livro muito tradicional. Traz muito conteúdo e lista de exercício.

[APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 3 – Livro Didático – Entrevista]

Ela é taxativa em verbalizar que não escolheu o livro didático adotado pelo fato de ser “muito tradicional”. Ela não considera produtor um material que valoriza demais o conteúdo e que apresenta muitas listas de exercícios. Estes dois elementos, em sua visão, caracterizam uma aula tradicional.

Tomando como referência os aspectos mais marcantes e evidentes em suas aulas, podemos perceber que sua metodologia de ensino possuía uma estrutura bem característica. É justamente por não acreditar no espontaneísmo didático, quando se refere à aquisição de conhecimentos, que a professora lança mão de recursos como *questionamentos, confronto de respostas, perguntas com base em dúvidas*, para construir conhecimento (Câmara dos Santos, 2002; Câmara dos Santos; Lima, 2010; Borasi, 1990 *apud* Segurado; Ponte, 1998).

Para isso, vamos descrever as ações da professora, que de forma geral, podem ser apresentadas em quatro etapas ou fases. Estas fases percebidas quando da observação das aulas da professora possuem estreita relação com as fases explicitadas por Onuchic (2002) para uma aula que baseada na resolução de problemas.

A seguir apresentaremos as fases identificadas nas aulas da professora.

1ª - *Aproximar a matemática do estudante a partir do que ele já sabe* – Esta ação é bem característica na introdução de assuntos. Em oito aulas, por duas vezes ela usa essa estratégia. De forma geral, ela procura realizar uma conversa informal, que tenha relação com o cotidiano dos estudantes. Seu objetivo, é mostrar que a matemática está próxima deles, que está presente nas atividades sociais, como também busca considerar que seus conhecimentos são válidos para fazer

matemática. Tal postura, encontra respaldo no Currículo de Pernambuco (2019a), Ponte (2005), Câmara dos Santos (2002), Van de Walle (2009), Câmara dos Santos e Lima (2010) quando estes afirmam que a construção dos saberes deve considerar os conhecimentos prévios dos estudantes.

Ela faz isso em dois momentos: na primeira aula e na terceira. Na primeira aula ela se propõe a ampliar o significado do sinal de igual para além da ideia de resultado, como se vê no trecho a seguir.

Em pé, diante da classe [alunos sentados em carteiras e em duplas], registra a data do dia. A professora começa dizendo que vai conversar um *pouquinho* sobre igualdade e afirma que já falou sobre isso. Em seguida, pergunta aos alunos: *Igualdade vem de que palavra?* Ao que um aluno responde: *igual*. Ela pergunta novamente: *e o que significa igual?* Um aluno responde: *adição*. Diante dessa resposta ela pede um exemplo de *adição com a questão de igualdade, igual*. Um aluno lhe questiona o que é adicionar e ela explica dizendo que na *adição se adiciona os valores*, mas diz que *a gente está conversando sobre o sinal de igual, igualdade [...]*. Logo após, a professora retoma dizendo: *voltando à questão do igual. Quem me dá um exemplo onde o sinal de igual esteja presente?* [Espera a resposta]. Um aluno diz: *numa conta de adição*. E ela lhe pergunta: *me dê esse exemplo! Me dê um exemplo aqui que eu coloco aqui na lousa. Ou você vem?* O aluno pede que a professora Rosácea escreva na lousa cinco mais cinco igual a dez [ela escreve na lousa $5 + 5 = 10$].

[APÊNDICE D – 10/08/2022 – Momento 01 – 1º intervalo]

A partir dessa conversa, ela amplia a discussão atribuindo novos significados aos conhecimentos que os alunos já possuem a fim de estabelecer uma aproximação com as ideias matemáticas a serem desenvolvidas. Ela usa termos menos formais demonstrando que seu interesse, nesse primeiro momento, não é carregá-lo de conteúdos e terminologias matemáticas.

Em sua terceira aula, ela introduz a ideia de valor desconhecido. Para isso, apresenta aos estudantes uma balança de dois pratos numa folha de papel A4 e realiza alguns questionamentos, como se percebe no trecho a seguir.

[Em seguida, se posiciona de frente para os alunos, ao centro, com uma folha na mão com desenho de uma balança de dois pratos.]



[De um lado há três laranjas e um objeto de 50 g e do outro duas laranjas e um objeto de 200 g].

Professora: M [nome de aluno], o que é que você está vendo aqui?

Aluno: Uma balança

Professora: Uma balança. E aí? Será que tem um lado mais pesado do que outro?

Alunos: Não

Professor: Tem ou não?

Alunos? Não

Professora: Quem é que conhece uma balança dessas? Uma balança de dois pratos? Antigamente era muito usada. Ô A [nome de aluno], conhece essa balança? Quem ainda vê essa balança em algum canto?

Alunos: No mercadinho, na feira

Professora: Porque hoje é tudo digital. Quando o peso, a massa, o produto que está de um lado é igual ao que está do outro ela fica em equilíbrio [faz um gesto com a mão]. Eu me lembro que lá na feira quando ia comprar feijão tinha uns pesinhos de 1 quilo. Colocava um pesinho de 1 quilo e se colocava feijão até ficar em equilíbrio.

Aluno: som inaudível [fala sobre a balança na feira].

Professora: Pois é. Isso era muito usado. Mas o que isso tem a ver com a Matemática? Aí vamos trabalhar com equilíbrio, com igualdade. Como fica difícil de ver a balança [ela está segurando uma folha de A4 e nem todos podem ver] eu vou desenhar no quadro.

[APÊNDICE D – 11/08/2022 – Momento 02 – 20° e 21° intervalos]

Ela tem a preocupação de iniciar uma nova discussão com estudantes a partir de situações conhecidas por eles, até no sentido de mostrar que os conhecimentos matemáticos possuem uma lógica de ser, não existem à revelia do que eles já sabem ou das práticas sociais. Pelo contrário, seus conhecimentos são essenciais para a aprendizagem de novos saberes.

Destacamos que nesta primeira fase a professora, ao apresentar uma situação inicial, não se limita a falar ou apresentar toda situação. Mas apresenta a nova situação e a desenvolve em cima de questionamentos e proposições orais.

2ª - Proposição de um problema – A professora propõe um problema dentro do contexto experienciado na fase anterior com a intenção de se manter a continuidade da ideia explicitada e para não causar ruptura no entendimento. O problema proposto tem origem nos materiais curriculares tipo livro didático, fichas, livros de formação continuada e planos de aula de revista sobre educação. Ela seleciona aqueles que atendem seus objetivos.

Ao propor um problema de partida, ela concebe a ideia de que ele serve de base “para a construção de novos conceitos e novos conteúdos” (Onuchic, 2022, p. 11).

Os problemas propostos, conforme Quadro 27, são passados aos estudantes numa lousa, para que eles copiem, ou dados impressos, um para cada estudante.

3ª Resolução compartilhada – Nesta fase a professora valoriza a discussão, os questionamentos e as reflexões dos estudantes. À medida que circula de banca em banca ela acompanha e participa de suas conversas sobre a resolução questionando-os e confrontando suas produções. Além disso, por estarem em dupla, permite que

eles conversem sobre suas escolhas. Segundo Cicuto (2015), “nos métodos de ensino centrado nos alunos, eles não dependem do professor o tempo todo, pois há valorização da colaboração” (p. 19). Ela continua dizendo que, diferentemente na aprendizagem por recepção, eles têm mais autonomia e iniciativa.

Onuchic (2022), defende em seu roteiro que a etapa chamada por ela de *resolução de problema*, se caracteriza, pelos estudantes trabalhando em grupos, buscando, de forma cooperativa e colaborativa, resolver o problema proposto.

4ª *Socialização das ideias dos estudantes na lousa* – A professora registra as ideias dos estudantes na lousa, trazendo à tona algumas dúvidas percebidas. Também, neste momento, ela permite que alguns estudantes exponham seus raciocínios na lousa, independentemente de estar certo ou errado. Esta fase é bastante intensa pelo fato de novos questionamentos serem feitos a fim de se chegar numa ideia mais consensual.

Esta fase se assemelha às etapas de *registro das resoluções na lousa* e *plenária* de Onuchic (2022). Para esta autora, estas etapas se caracterizam pelo momento que os estudantes expõem suas ideias para que outros analisem e julguem. Ela diz que o papel do professor neste momento, é incentivar a participação ativa e efetiva de todos os estudantes.

No entanto, quando não se trata de introdução de um assunto percebemos que sua metodologia se concentra nas três últimas fases: *proposição de um problema*, *resolução compartilhada* e *socialização das ideias dos estudantes na lousa*. E em todas as fases o diálogo, o questionamento e a participação ativa dos estudantes são frequentes, do início ao fim.

Com base nas aulas que acompanhamos da professora Rosácea, queremos tecer comentários sobre as *sistematizações e formalizações*.

Percebemos que em suas aulas a professora não expressou preocupação em fazer sistematizações antecipadas. As ideias eram construídas nos problemas e verbalizadas oralmente por ela. Ela considerava os conhecimentos que eles lhe apresentavam no caderno, na lousa e oralmente como base para sua progressão. De alguma forma, sua metodologia encontra diálogo com o que é dito no Currículo de Pernambuco.

É na elaboração de estratégias e na resolução de problemas que o estudante estabelece processos cognitivos importantes que não podem ser desenvolvidos por meio de um ensino baseado na memorização sem compreensão ou na **sistematização precoce de conceitos**.

A capacidade de realizar inferências e deduções desenvolve-se de maneira significativa nessa etapa. As atividades propostas pelo professor devem, então, oferecer oportunidades para que o estudante possa **confrontar suas ideias e estratégias com as de seus colegas e as do próprio professor** e, com isso, validá-las ou reformulá-las. É desejável que esses processos não venham acompanhados, nessa etapa, de linguagens e **sistematizações finalizadas**. (Pernambuco, 2019a, p. 378, grifo nosso)

De fato, ela não apresenta nenhuma sistematização na lousa referente ao significado do sinal de igual e do princípio da igualdade, salvo aquelas que ela faz durante a resolução das questões com os estudantes, de forma verbal, como notamos a seguir.

Não há momento de registro na lousa ou solicitação de algum apontamento ou resumo do que foi aprendido. Não existe um momento específico na aula para isso. *Na realidade, o processo de sistematização ocorre entre/durante as 3ª e a 4ª fases da professora Rosácea*. As sistematizações ocorrem de forma parcial e são aprofundadas ao longo dessas fases.

Sobre as formalizações, Onuchic (2022) pontua que em 1998 foi criado um *Roteiro de Atividades* que permitia o professor de matemática fazer uso da *metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da resolução de problemas*. Esse roteiro era composto pelas seguintes etapas: *formar grupos e entregar uma atividade; o papel do professor; registrar os resultados na lousa; realizar uma plenária; analisar os resultados; buscar um consenso; fazer a formalização*. Hoje, o Roteiro é composto pelas seguintes etapas: *preparação do problema; leitura individual e em conjunto; resolução do problema; observar e incentivar; registro das resoluções na lousa; plenária; busca do consenso; formalização do conteúdo*.

Tanto em seu primeiro roteiro, que data do final da década de 90, como o segundo, depois de quase 30 anos, a última etapa continua sendo a formalização. A formalização para esta pesquisadora é o momento que o professor faz a apresentação formal, organizada e estruturada, em linguagem matemática dos conceitos, dos princípios e dos procedimentos construídos. É o momento de o professor oficializar o conteúdo, usando nomenclatura e simbologias próprias da matemática.

No entanto, ao observarmos a metodologia usada pela professora Rosácea, percebemos que não existe o momento da formalização.

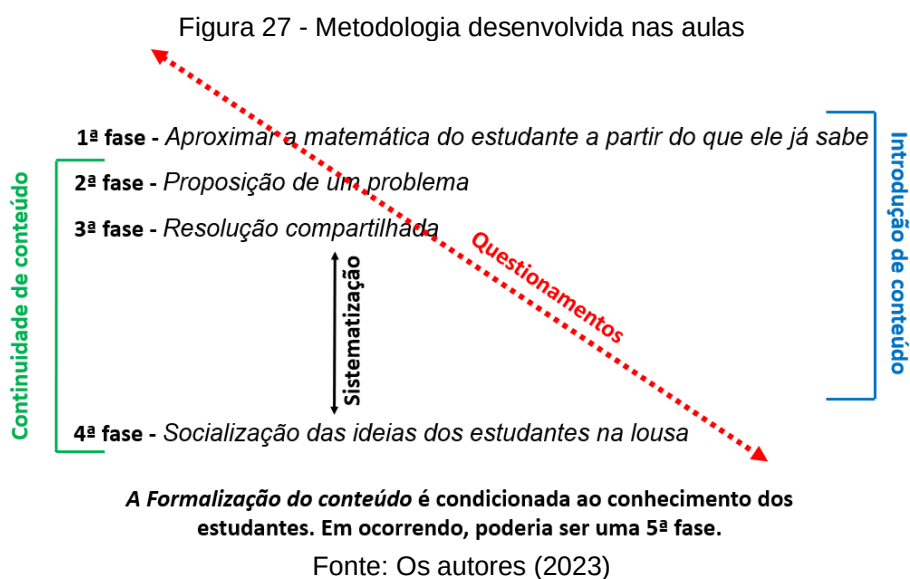
Não existe o momento de parar e registrar na lousa uma ideia estruturada ou uma síntese em linguagem matemática do que foi discutido. O que ela fez, ao longo de suas aulas foi, de forma oral, levar os estudantes a compreenderem o que acontece com um lado da balança de dois pratos quando se realiza uma ação no outro lado, como se vê numa de suas falas nas aulas.

Professora: Vocês estão só preocupados, em alguns momentos, em achar a resposta. Mas tem horas que ela tá tão complexa que fica difícil. *Mas se você começar a aprender que se de um lado eu acrescento do outro eu acrescento, não altera ...* Isso vocês vão ver lá frente que vai ajudar. Não é só a resposta. Mas como chegar a isso. Depois eu vou explicar mais sobre isso. [APÊNDICE D – 11/08/2022 – Momento 02 – 32º intervalo]

Sobre as fases empreendidas, no nosso entendimento, a professora constrói uma dinâmica de aula, com uma estrutura própria, condicionada a uma série de fatores, entre eles a capacidade dos estudantes, o número de estudantes em sala, o tempo disponível. Essas variações são possíveis, pois segundo Onuchic (2022) “não há formas rígidas de se trabalhar através da resolução de problemas em sala de aula de matemática” (p. 13).

E sobre procurar usar princípios de uma metodologia baseada na resolução de problemas, a professora Rosácea está sendo coerente com a ideia de estudante como sujeito ativo da aprendizagem (Câmara dos Santos; Lima, 2010).

De forma geral, a metodologia usada pela professora para desenvolver suas aulas pode ser representada pela Figura 27.



Conteúdo de matemática. O currículo de PE, por meio do *Organizador Curricular por Bimestre*, estabelece quais as habilidades, objetos de conhecimentos e

unidades temáticas devem ser vivenciados num dado bimestre. Por meio da plataforma SIEPE, disponível para português e matemática, o professor registra todo assunto discutido em cada aula. De forma objetiva, nos parece que o professor é obrigado a cumpri-los haja vista que se eles não forem contemplados o Sistema não “abre” para o bimestre seguinte.

Mas tem conteúdo que eu não consigo trabalhar. Ainda não. Mas como era pra fechar o sistema, anotei como se estivesse dado. Por exemplo. Representação de algoritmo em forma de fluxograma. Eu vi de uma forma rapidinha. O que significa: não trabalhei. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 3 – Organização dos Conteúdos Curriculares – Entrevista]

Então, há uma tendência de o professor colocar algo que não viu ou viu de forma aligeirada, sem a devida preocupação com a aprendizagem.

Por mais que os assuntos predeterminados sejam uma base, um ponto de partida, a maneira como os conteúdos são distribuídos neste *Organizador* acaba implicando na obrigatoriedade de o professor ter de discuti-los, independentemente de qualquer percalço que lhe apareça no meio do caminho. O *Organizador* admite que os estudantes terão condições de aprender os assuntos no mesmo ritmo e concluir tudo o que foi previsto no bimestre no tempo programado previamente.

No entanto, a professora destaca que é muito conteúdo para ser vivenciado em tão pouco tempo. Para ela, não dá tempo de os estudantes aprenderem de forma satisfatória tudo o que está previsto.

Os que eu ignoro, ... É que é *muito conteúdo para tão pouco tempo*. Então, eu priorizo alguns. *Priorizo aqueles que eles têm mais necessidade*. Entendo até que tem coisas que era importante ter uma visão, mas o tempo é curto. Ninguém trabalha todos os conteúdos que estão ali naquela matriz [Organizador curricular de Matemática de Pernambuco]. A gente prioriza algumas coisas. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 5 – Livro Didático – Entrevista]

Câmara dos Santos e Lima (2010) afirmam que

não se deve esperar que a aprendizagem de conceitos e procedimentos se realize de forma completa e num período curto de tempo. Por isso, ela é mais efetiva quando os conteúdos são revisitados, de forma progressiva, ampliada e aprofundada, durante todo o percurso escolar. (Câmara dos Santos; Lima, 2010).

Nesse sentido, quando a professora procura seguir um ritmo diferente do preestabelecido ela está, de alguma forma, considerando que a aprendizagem dos assuntos abordados não ocorre dentro de uma programação rígida.

Apesar da obrigatoriedade legitimada pelo SIEPE, a maneira como ela se relaciona com os conteúdos matemáticos e os percebe, determina a maneira como

eles serão vivenciados em sala de aula. De forma geral, a professora Rosácea concebe o seu ensino *centrado no estudante e não no conteúdo* e isso faz a diferença no seu estilo de ensino. Para ela, o ritmo de aprendizagem dos assuntos está muito relacionado com a compreensão de seus estudantes.

Notamos que o fato de o estudante não ter compreendido um dado assunto é o bastante para ela reorganizar a discussão feita em sala de aula. Ela demonstra se preocupar com a qualidade da aprendizagem de seus estudantes e não em enchê-los ou sobrecarregá-los de conteúdo. Ao perceber que eles não “alcançaram” o objetivo proposto, ela para o que está sendo visto e retoma, focando em suas dificuldades. Ela não está disposta a ensinar algo que o estudante não tem capacidade de desenvolver uma compreensão razoável sobre um assunto, como se verifica no trecho da entrevista.

Sim. Por isso, eu vou e volto. **Se eu noto que ele não alcançou eu volto tranquilo.** Então, pra mim não é amarrada. Quando eles organizam isso é para a gente ter uma orientação. Entendeu? Se deixasse muito aberto eu podia pegar o livro didático de “cabo a rabo”. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 3.2 – Organização dos Conteúdos Curriculares – Entrevista]

Serrazina (2017), advoga que um problema precisa ser adequado ao nível de compreensão do estudante e quando a professora Rosácea para diante da dificuldade encontrada pelo estudante ela está em sintonia com o que diz esta autora. Além disso, o fato dela “voltar” significa que ela valoriza o processo de retomada (Câmara dos Santos; Lima, 2010; Brasil, 2018).

Nos parece que a professora Rosácea concebe que a compreensão dos assuntos por parte dos estudantes *não está associada à sua quantidade, ao acúmulo de conteúdo*, mas às ideias fundamentais, grandes ideias (Van de Walle, 2009). Não é a quantidade de conteúdos aprendidos que garante uma boa aprendizagem, mas a capacidade de compreendê-lo e aplicá-lo de forma satisfatória. Como sinaliza o Currículo de PE.

Com base nos Parâmetros Curriculares de Matemática (PERNAMBUCO, 2012), deve-se tomar como ponto de partida a ideia de que aprender Matemática vai além de simplesmente acumular conteúdos. O estudante deve ser conduzido a “fazer” Matemática. Cada vez mais, defende-se a ideia de que é preciso **saber** e **saber fazer Matemática**. No contexto dessa discussão, mesmo que de forma simplificada, deve-se associar o **saber** aos conhecimentos apreendidos pelo estudante, e o **saber fazer** à sua capacidade de mobilizar esses conhecimentos como resposta a um problema (Câmara dos Santos; Lima, 2010). (Pernambuco, 2019a, p. 357)

O CPE ainda reforça que cabe ao professor “determinar a profundidade com que os conceitos serão explorados em sala de aula em função do desenvolvimento dos estudantes.” (Pernambuco, 2019a, p. 363).

Segundo este mesmo currículo “é importante levar em conta que a aprendizagem é mais eficiente quando os conteúdos são revisitados, de forma progressivamente ampliada e aprofundada, durante todo o percurso escolar.” (Pernambuco, 2019a, p. 358). Dessa forma, por mais que os conteúdos dos bimestres sejam uma referência, a professora visualiza o ano letivo como um todo, fazendo os ajustes que ela percebe serem convenientes, como se vê no trecho da entrevista.

Com certeza. Eu vou no planejamento do terceiro bimestre. Por exemplo. Olha Números. Quais são as competências? *Eu acho que a gente precisa de outras coisas que não estão nesse bimestre.* Quando eu trabalho fração, eu tenho que fazer a diferença com números naturais. Porque eles [o SIEPE] botam as questões de números e operação para o primeiro bimestre. Mas eu vejo o ano todo. Tem situações que eu tenho que ficar aberta para isso. *Hoje eu coloquei um problema de multiplicação que era assim: Uma bandeja de ovos tinha 15 ovos. E 3 bandejas? Tinha aluno colocando 15 mais 3. E isso estava previsto para o primeiro bimestre. Eu vou e volto.* (Trecho da resposta à pergunta 3.1 – Organização dos Conteúdos Curriculares – Entrevista)

Van de Walle (2009) afirma que

as abordagens tradicionais tendem a fragmentar a matemática em listas aparentemente infinitas de habilidades, conceitos, regras e símbolos isolados que normalmente torturam os professores e alunos. (Van de Walle, 2009, p. 47)

Perceber os conteúdos como isolados gera compreensões instrumentais e “construção fraca” (Noddings, 1993 *apud* Van de Walle, 2009, p. 44).

Ela tende a ter uma compreensão do que seus estudantes necessitam aprender quando reconhece que nem sempre a programação preestabelecida no currículo prescrito dialoga com o ritmo de aprendizagem deles. Na realidade, é importante deixar claro que o CPE, com suas ideias pedagógicas e fundamentações sobre a matemática e seu ensino, é compreendido pela professora enquanto um instrumento adequado. Sua participação e envolvimento em sua construção mostram isso. A concepção sobre a matemática e seu ensino preconizada no CPE e construída pela professora são semelhantes e estão em sintonia.

Mas no que tange a parte operacional (inclui o SIEPE e o Organizador Curricular Bimestral) nem sempre está em conformidade com as premissas do CPE pelo fato de não deixar manobras ou flexibilidades por parte do professor. Então, ela rompe o preestabelecido, não seguindo-o.

Além de considerar o conteúdo subserviente à aprendizagem do estudante, ela também o percebe como algo que sobrevive no universo escolar de forma dialógica com outros conteúdos, “através de situações que façam sentido para os alunos” (Moreira, 2010, p. 5).

Por mais que o CPE explicita a organização dos conteúdos em unidades temáticas ela concebe a ideia de que eles dialogam entre si, *estão interconectados*. Ela entende que o estudo da habilidade em questão, que no CPE está situado na Álgebra, encontra sua pertinência em outras unidades temáticas a exemplo dos números e das operações. Ela tende a demonstrar clareza e apropriação daquilo que é preconizado no próprio CPE e na literatura em Educação Matemática. As unidades temáticas foram concebidas para efeitos didáticos e organizacionais e não tem a intenção de hierarquizá-los ou engessá-los, de forma estanque.

Apesar do acervo de conhecimentos matemáticos ser organizado didaticamente em unidades temáticas, conforme a BNCC, a Matemática não deve ser encarada como uma justaposição de subdisciplinas estanques, mas como uma área em que os conhecimentos são fortemente articulados entre si. O conceito de número e as operações numéricas, por exemplo, permeiam todos os demais campos da Matemática. (Pernambuco, 2019a, p. 352)

Ao reconhecer a relação entre Álgebra e os Números e as operações, ela evidencia compreender um dos significados da Álgebra, que é o de Aritmética Generalizada (Brasil, 1998).

Ela entende que os *conteúdos dialogam entre si*, não existem de forma isolada. Um mesmo objeto pode ser discutido em distintas unidades temáticas como é o caso da equação. Ela trabalha nos Números e em Álgebra.

Eu considero a organização mais ou menos adequada. Às vezes nós estamos vendo um conteúdo e eu preciso transitar por outros. Por exemplo. A gente tá vendo agora [terceira unidade] *cálculo do elemento desconhecido*. Mas esse assunto foi visto, a relação entre as operações, a operação inversa, em números e operações. Em alguns livros ele traz a parte de álgebra em números e operações. Aí que eu acho uma falha, porque alguns livros não fazem isso. Antes a gente não tinha álgebra. Mas ela estava onde? Dentro de aritmética. Então, eu sinto necessidade de voltar, de transitar. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 3 – Organização dos Conteúdos Curriculares – Entrevista]

Tal postura encontra relação com o que é dito por Câmara dos Santos e Lima (2010). Eles afirmam que “o conceito de número e as operações numéricas, por exemplo, permeiam todas as áreas da Matemática, e a resolução de equações algébricas repousa em propriedades dos sistemas numéricos” (p. 6).

Van de Walle (2009) destaca que o construtivismo considera que as ideias matemáticas são usadas para criar ideias, formando “redes cognitivas úteis”. Nesse processo de construção a *compreensão* é um elemento essencialmente importante pelo fato de medir a “qualidade e a quantidade de conexões que uma ideia tem com as já existentes” (p. 45).

À medida que se concebe a ideia de que os conteúdos estabelecem relação uns com os outros, a professora Rosácea oportuniza seus estudantes a desenvolverem compreensões mais profundas dos objetos matemáticos.

Van de Walle cita Skemp (1978) para mostrar que a ensino que valoriza a construção do conhecimento possui *compreensões distintas* da aprendizagem mecânica. Ao considerar a construção como norte, o indivíduo tende a desenvolver uma *compreensão relacional*, que é uma compreensão rica em conexão. Já a aprendizagem mecânica está associada a uma *compreensão instrumental*, que é um conhecimento aprendido sem significado e está essencialmente isolado.

Moreira (2010), ao discorrer sobre aprendizagem mecânica tomando como referência Ausubel (2000), Moreira (2006), Masini e Moreira (2008), Valadares e Moreira (2009), diz que é

aquela em que a nova informação é internalizada de maneira literal, sem interação cognitiva com conhecimentos prévios, sem incorporação à estrutura cognitiva. É simples memorização, sem compreensão. Pode ser reproduzida literalmente e aplicada a situações conhecidas, rotineiras. É útil para memorizar informações específicas que devem ser repetidas a curto prazo, como nas provas escolares. Mas se não forem usadas com frequência, rapidamente serão esquecidas. (Moreira, 2010, p. 3)

Ela considera ser importante a distribuição curricular prévia estabelecida por meio do *Organizador Curricular por Bimestre*. Para ela é um ponto de partida. Ela, inclusive, participou de algumas discussões relativas à construção do currículo estadual. Mas tende a fazer alterações na sequência dos conteúdos, nas habilidades a serem desenvolvidas, no nível de profundidade das discussões, muitas vezes não previstas no currículo, para atender demandas dos estudantes, mesmo estando submetida a uma programação bimestral.

Então, tem algumas coisas que não dá pra ver, pois *tem coisas que o aluno não entende*. Potenciação. Ainda não trabalhei na primeira unidade [a unidade vivenciada no momento é a terceira]. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 3 – Organização dos Conteúdos Curriculares – Entrevista]

Eu considero a organização mais ou menos adequada. Às vezes nós estamos vendo um conteúdo e eu preciso transitar por outros. Por exemplo. A gente tá vendo agora [terceira unidade] cálculo do elemento desconhecido. Mas esse assunto foi visto, a relação entre as operações, a operação inversa, em números e operações. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 3 – Organização dos Conteúdos Curriculares – Entrevista]

A minha sequência vai muito pela turma, pela lógica. Porque tem turma que você vai. Eu não vejo o currículo como modelo. Porque eu posso fazer um modelo agora e na hora da aula eu mudo. Não vejo o currículo como algo pronto. Porque não vai ter não. Vai ter uma coisa que oriente a gente. Mudar a sequência não me incomoda. Se mudar ou não a sequência não tem problema nenhum. Eu sei o que é para trabalhar. Eu sei o que é para explorar. Agora, o caminho como eu vou fazer eu escolho. Agora, sabendo que se eu deixar de trabalhar algumas coisas básicas eu vou prejudicar o aluno. [...]. Agora, pelo meu tempo de serviço, pela visão que eu tenho, o trabalho que eu tenho, de fazer essa mudança não me atrapalha. Tem horas que eu sinto que o conteúdo está muito cansativo em números e operações aí eu paro e entro com geometria. Aí quando você volta para o assunto você já vê ele com outro amadurecimento. Potência é uma coisa que eu brigo muito no sexto ano. Mas eu dou uma noção. [...]. Então, são coisas que você tem que voltar. Então, no meu dia a dia eu vou fazendo as modificações. Eu sou rebelde. Porque isso é uma questão de você perceber a dificuldade e o que você pode ajudar. Depois da aula de hoje eu fiquei muito preocupada com frações depois da aula de hoje. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 3 – Organização dos Conteúdos Curriculares – Entrevista]

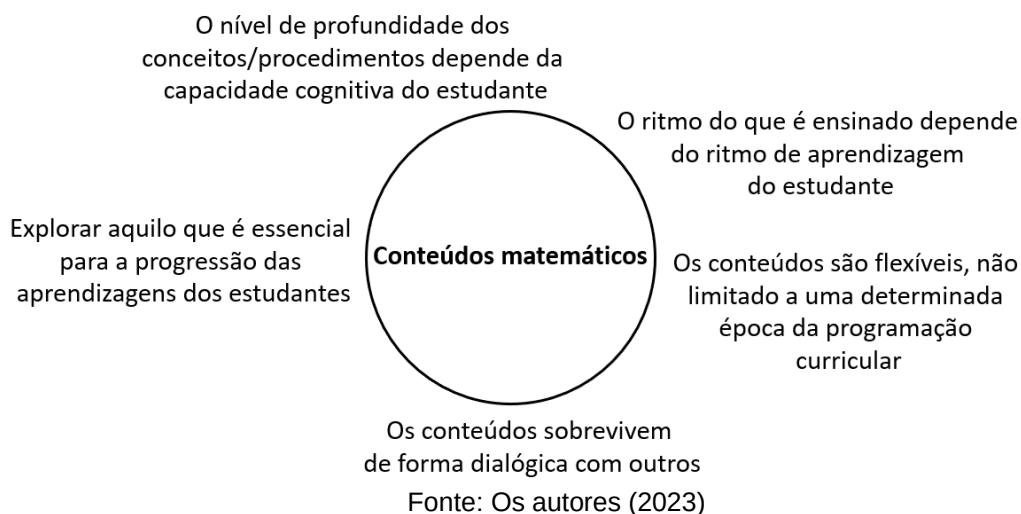
Para a professora Rosácea, o conteúdo assume um papel de *meio* para se desenvolver competências matemáticas mais amplas como autonomia, análise crítica, argumentação. O tempo de vida de um conteúdo em suas aulas é influenciado pelo ritmo de aprendizagem do estudante. Isso não significa que a professora negligencia o que está estabelecido no *Organizador Curricular por Bimestre*, mas que ela faz uma análise crítica dessa programação tomando como referência a compreensão dos estudantes sobre o que está sendo discutido.

Ao romper com o que está programado pelo currículo ela se considera “rebelde”. Ao mesmo tempo, por saber que uma discussão sobre uma dada habilidade não se esgota num único momento, numa sequência de aulas ordenadas, é que ela “vai e volta”, dando a entender que ela aprofunda o conteúdo ao longo de um período.

Podemos dizer que ela *revisita os conteúdos fazendo os devidos aprofundamentos* que considera oportuno (Câmara dos Santos; Lima, 2010; Moreira, 2010). No caso do elemento desconhecido, ela discutiu alguns aspectos no campo dos números, no 1º bimestre, e estava discutindo sobre esse mesmo assunto, no campo da álgebra, no 3º bimestre.

A Figura 28 explicita como o ensino centrado no estudante na perspectiva de um professor com tendências construtivistas sobre a matemática e seu ensino percebe o papel dos conteúdos.

Figura 28 – O lugar dos conteúdos matemáticos numa perspectiva de ensino construtivista



Material curricular. Continuando nossa discussão sobre os aspectos que caracterizam o professor com tendência construtivista, passaremos a analisar a relação desta tendência com o material curricular.

A professora Rosácea, ao longo de sua atuação profissional, se envolveu com a produção e análise de materiais curriculares para a educação básica em virtude das formações que ministrava aos professores da educação básica. Ela pontua, como suporte para essa produção, a necessidade de constante pesquisa e discussão com o grupo de professores, procurando sempre alinhar com temáticas na área de Didática da Matemática. Ainda como fator contributivo para a produção e análise de materiais está a participação de eventos na área de educação matemática. Segundo ela, “participar dos projetos me enriqueceu muito. Isso é muito bom.”

Teve esse Pró Letramento pelos Estados do Nordeste. Aí eu fui convidada. Eu era coordenadora e tinha uma formadora comigo. A gente organizava as formações junto com a equipe. A gente tinha uma formação com os professores da UFPE, do Núcleo de Educação Matemática e do CEEL também. Então, a gente pesquisava, montava material e discutia. Era uma riqueza. Então, essa troca era uma riqueza. Foi muito bom. Então, tudo isso faz parte de minha formação. Eu ainda continuo me formando. Nunca vou deixar de me formar. Tem coisa que eu vou ler, estudo e vou atrás. Eu comprava muitos livros. Eu recebia no início, um valor do Estado e da Prefeitura para comprar livros. E tinha que gastar. Então, eu comprava muita coleção. Tinha de Ubiratan, de EJA, ... Tudo que era de Didática da Matemática eu procurava. Eu tenho um livro, de Dante, Didática da Matemática na Educação Infantil. Esse livro era maravilhoso. Me ajudou bastante. Porque ele trabalhava a construção dos conceitos. Aquele sobre conservação, ... que eu não sabia muito. Usei bastante. Perdi dois, porque emprestava. Mas já comprei três. Tem um livro de Didática da Matemática

para os maiores. Tenho material manipulativo de Kátia Smolle. Tenho algumas coisas de Bigode, de Piaget, ... E usava Piaget exatamente para trabalhar com os professores. Usei muito Guy Brousseau e Vergnaud no Pró Letramento. Gosto de jogos, de matemática e Arte. Participar dos projetos me enriqueceu muito. Isso é muito bom.
[APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 6 – Formação e aspectos profissionais – Entrevista]

Percebemos, nesse trecho da entrevista, um pouco de entusiasmo da professora ao falar de sua experiência profissional, os livros que leu e as contribuições auferidas de todo esse arcabouço que ela teve acesso. Endossa ainda, sua preferência por livros especializados na área de didática da matemática cujo foco contemplava a construção dos conceitos.

Mas em seu contexto escolar, o *processo de escolha e seleção dos livros didáticos* pode levar a adoção de uma obra, geralmente escolhida pela maioria dos professores, que não está alinhada com suas visões sobre a matemática e seu ensino.

O processo de análise do livro didático de matemática a ser adotado pela escola que a professora Rosácea trabalha possui algumas etapas. Ela afirma que primeiro os professores analisam os vários livros que chegam na escola, de editoras diversas, para uma análise individual. Segundo, a partir do parecer de cada professor, todos se reúnem e decidem por dois a três livros. Ao encaminhar para as instâncias competentes, o professor aguarda o comunicado de qual livro será adotado.

Ainda sobre o processo de seleção de livro relatado por ela, entendemos que o professor nem sempre tem acesso aos livros que deseja analisar e nem sempre sua preferência convergirá com a dos demais professores, como ela mesma salienta no trecho da entrevista a seguir.

Os livros de hoje em dia já melhoraram bastante. Tem livros que não se preocupam em colocar uma lista de exercícios. Hoje melhorou muito a disposição das atividades, em termo de conteúdos. Hoje é mais espiral. *Tem vários livros bons: o de Kátia Smolle. Mas este nem chegou para nossa análise.* [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 2 – Livro Didático – Entrevista]

Eu não escolhi esse livro [referência ao livro didático adotado]. Eu ainda acho um livro muito tradicional. Traz muito conteúdo e lista de exercício. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 3 – Livro Didático – Entrevista]

Ao que parece, a professora lida com a suposta frustração de não ter acesso aos livros de sua preferência e de ter que trabalhar com um livro com uma visão de matemática que conflita com a sua. Ao se referir ao LD adotado, ela o classifica como *tradicional*, com excesso de conteúdos e exercícios. O fato dela reprovar o MC

escolhido pode ter relação com suas crenças, convicções, concepções, uma vez que há uma tendência de o professor escolher um LD com base nelas (Garnica, 2008).

Segundo a entrevista, podemos evidenciar vários elementos de sustentação que ela considera ter no LD como pertinente, essencial, adequado. São considerações que foram por nós percebida ao longo de suas ponderações sobre vários assuntos, nas entrevistas. Importante destacar que suas conclusões sobre o material curricular não ocorrem de forma aleatória, mas baseadas em critérios, como apresentados no Quadro 28. Neste quadro, uma coluna é o critério de seleção e a outra, a referência, é a fala transcrita da professora para justificar tal critério.

Quadro 28 - Critérios considerados pela professora para seleção de livro didático

N.	Critérios considerados pela professora para seleção de livro didático	Referência
01	Diálogo entre as unidades temáticas	É uma abordagem que você pode ver num capítulo geometria, grandezas e números e operações. Isso é importante e interessante. <i>O diálogo entre os eixos é importante, porque no dia a dia não tem nada isolado. O livro deveria trazer essa abordagem.</i> [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 2 – Livro Didático – Entrevista] Às vezes nós estamos vendo um conteúdo e eu preciso transitar por outros. Por exemplo. A gente tá vendo agora [terceira unidade] cálculo do elemento desconhecido. <i>Mas esse assunto foi visto, a relação entre as operações, a operação inversa, em números e operações. Em alguns livros ele traz a parte de álgebra em números e operações. Aí que eu acho uma falha, porque alguns livros não fazem isso. Antes a gente não tinha álgebra. Mas ela estava onde? Dentro de aritmética.</i> Então, eu sinto necessidade de voltar, de transitar. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 3 – Organização dos conteúdos curriculares – Entrevista]
02	Presença de conteúdos essenciais	Mudar a sequência não me incomoda. Se mudar ou não a sequência não tem problema nenhum. Eu sei o que é para trabalhar. Eu sei o que é para explorar. Agora, o caminho como eu vou fazer eu escolho. <i>Agora, sabendo que se eu deixar de trabalhar algumas coisas básicas eu vou prejudicar o aluno.</i> [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 3.3 – Organização dos conteúdos curriculares – Entrevista]
03	Contempla o que está previsto no currículo prescrito de matemática	Eu também olho o manual do professor do livro adotado ou não e dependendo eu não uso. No caso do livro que eu adoto, como eu não gostei, ... assim ... <i>Quando eu vejo que não contempla o que eu acho que deve contemplar em cima da matriz aí eu vou atrás de outros livros.</i> [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 4 – Habilidade – Entrevista] Então, para qualquer assunto, <i>eu olho na matriz a habilidade e depois eu olho no livro adotado para ver quais são as páginas que eu posso aproveitar do livro</i>, que é o único recurso que eles têm, de pesquisa. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 3 – Livro Didático – Entrevista]

04	Diálogo com o nível de compreensão dos estudantes	Quando eu tenho que selecionar atividades eu pego os livros e vou olhando de um a um aquele assunto. <i>Eu seleciono de acordo com os objetivos e com o nível dos alunos.</i> Eu pego atividades do 7º ano e adapto para o 6º ano, como tem atividades do 4º e 5º ano que eu uso, principalmente de Dante - Marília Centurión, Júnia La Scala e Arnaldo Rodrigues – e os livros mais antigos de Imenes do 5º e 6º ano. <i>Eu gosto muito, pois tem umas problematizações legais.</i> [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 4 – Habilidade – Entrevista]
05	Linguagem matemática	
06	Presença de Problematizações	
07	Aspectos metodológicos	<i>Eu gostava muito do livro de Imenes. Eu ainda tenho o livro dele. Só que a gente depois foi percebendo que a linguagem é um pouco alta para os alunos da Prefeitura (nesse época eu estava de licença do Estado) e aos poucos ele foi saindo. São livros que trazem muita problematização; daquela coisa de levar você a pensar.</i> [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 2 – Livro Didático – Entrevista]
08	Tarefas que valorizam a progressão espiral e fazem retomadas frequentes	Eu escolhi o de Dante. Mas eles não escolhem o de Dante. É muito difícil. <i>Eles não escolhem porque eu acho que é a maneira como ele aborda alguns assuntos.</i> Eu não estou dizendo que Dante é melhor não. Assim, ... Tem livro que é bom para o aluno, mas não é bom para o professor. E tem livro que é interessante para o professor, mas não é bom para o aluno. Eu vou dar um exemplo na época que eu trabalhava numa escola particular que no início era Dante e Imenes. <i>Eu gostava muito mais de como Imenes colocava as coisas. Mas os professores não, porque Imenes levava muito os professores a ter que estudar como iria trabalhar. Ele não dava a fórmula pronta. Ele mostrava para o aluno chegar.</i> [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 2 – Livro Didático – Entrevista]
09	Tarefas que estimulam o raciocínio matemático do estudante	Os livros de hoje em dia já melhorou bastante. <i>Tem livros que não se preocupa em colocar uma lista de exercícios. Hoje melhorou muito a disposição das atividades, em termo de conteúdos. Hoje é mais espiral.</i> Tem vários livros bons: o de Kátia Smolle. Mas este nem chegou para nossa análise. O livro de Bigode, mesmo, trabalha com temáticas. Por exemplo. Ele trabalha as profissões e ver que conteúdos podem ser trabalhados. É interessante essa abordagem, mas não é muito fácil de trabalhar para o professor. É uma abordagem que você pode ver num capítulo geometria, grandezas e números e operações. Isso é importante e interessante. O diálogo entre os eixos é importante, porque no dia a dia não tem nada isolado. O livro deveria trazer essa abordagem. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 2 – Livro Didático – Entrevista]
10	Tarefas com estilos diversificados	
11	Quantidade adequada de conteúdos	

		<i>conteúdo e lista de exercício. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 3 – Livro Didático – Entrevista]</i>
12	Organização das habilidades na coleção	Me preocupo com essa separação de álgebra e números. Álgebra só aparece no 3º bimestre. No entanto, em números, no cálculo de algumas operações, nós estamos trabalhando álgebra. <i>Tem um livro que diz que você trabalhou essa habilidade na página tal. Essa retomada podia ser feito mais.</i>
13	Clareza e transparência em comunicar as ideias preconizadas na coleção	<i>O livro traz no manual do professor que ele está fundamentado na resolução de problemas. Mas a questão é: quais são esses problemas? Como são apresentados esses problemas? Alguns eu pulo, porque vejo que não são a realidade deles, próximos. Tem atividade que fica difícil deles entenderem. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 3 – Livro Didático – Entrevista]</i>
14	Exploração das habilidades de forma satisfatória	<i>Agora, tem conteúdos que não tem no livro. Por exemplo. Ampliação e redução. Que é agora na 3ª unidade. Mas o livro só tem uma página, não tem quase nada. Eu já preparei a atividade para eles explorarem isso. [...] Vistas é outro assunto que não é explorado nesse livro. Quando explora é uma besteirinha. Aí eu trago outras coisas.</i> <i>Eu avaliei esse livro em cima da matriz. Não foi só olhar as questões visuais, mas os conteúdos. Qual a abordagem? Conteúdos importantes? [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 4 – Livro Didático – Entrevista]</i>
15	Orientações didáticas e metodológicas acessíveis e pertinentes para o desenvolvimento dos assuntos	<i>Sobre as orientações didáticas, na forma de U, é uma das primeiras coisas que eu olho livro. Geralmente o que ele fala um pouco é da atividade. Às vezes eu tenho uma abordagem na mente ao ler a atividade. Mas quando eu olho nas orientações eu digo, opa, eu posso explorar esse aqui também. Até nesse livro adotado que não gosto muito. Eu gostei dessa organização em U. Mas às vezes acho muita coisa. Mas ajuda mais do que se ele tivesse lá no manual do professor. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 5 – Livro Didático – Entrevista]</i>

Fonte: Os autores (2023)

Elencamos 15 (quinze) elementos considerados por ela, como necessários no processo de *seleção e uso do livro didático*, os quais evidenciam que, tanto a seleção quanto o uso, *demandam do professor um olhar para além das questões relacionadas puramente aos aspectos físicos*, que por sinal, não foram mencionados. A professora demonstra ter a capacidade de perceber a presença desses elementos no LD ao submetê-lo à análise. Ao fazer isso, os *dois agentes, livro didático e professor*, se relacionam de forma dialógica, bilateral. A professora percebe a existência desses elementos porque o material lhe comunica algo. Não ocorre de forma natural, mas intencional.

A estrutura *Design Capacity for Enactment (DCE) framework* (BROWN, 2009), representada pela Figura 19, nos mostra que os recursos curriculares são: os *objetos físicos, os procedimentos metodológicos e as representações de domínio*. Os objetos

físicos dizem respeito as características dos materiais: número de páginas, fonte, tamanho, por exemplo. Os procedimentos metodológicos se referem a metodologia usada no LD para desenvolver os assuntos, os aspectos didáticos, os recursos. As representações de domínio, dizem respeito aos conceitos e aos conteúdos. Focando apenas nos *procedimentos e representações de domínio*, percebemos que os critérios usados pela professora se enquadram nesse aporte teórico. De forma indireta, os elementos usados por ela, estão situados nos dois recursos curriculares, como notamos no Quadro 29.

Quadro 29 - Associação entre os recursos curriculares e os critérios de seleção de livro didático

Recursos curriculares	Crítérios considerados pela professora para seleção de livro didático
Representações de domínio	- Diálogo entre as unidades temáticas - Presença de conteúdos essenciais - Diálogo com o nível de compreensão dos estudantes - Linguagem matemática - Problematizações - Tarefas que valorizam a progressão espiral e fazem retomadas frequentes - Tarefas que estimulam o raciocínio matemático do estudante - Tarefas com estilos diversificados - Quantidade adequada de conteúdos - Organização das habilidades na coleção - Exploração das habilidades de forma satisfatória - <i>Contempla o que está previsto no currículo prescrito de matemática</i>
Procedimentos	- Aspectos metodológicos - Clareza e transparência em comunicar as ideias preconizadas na coleção - Orientações didáticas e metodológicas acessíveis e pertinentes para o desenvolvimento dos assuntos - <i>Contempla o que está previsto no currículo prescrito de matemática</i>

Fonte: Os autores (2023)

Entendemos que o critério *contempla o que está previsto no currículo prescrito de matemática* e possui a peculiaridade de atender aos dois recursos. Isso porque, dada a natureza do currículo prescrito, em tanto apresentar *quais* as habilidades que os estudantes devem desenvolver e, de forma geral, os princípios de *como* desenvolvê-las, é que implica duplo olhar do professor. Ao analisar o LD, ela tanto observa a pertinência conceitual para o estudante, como também avalia a abordagem metodológica, como percebemos em suas afirmações.

O currículo prescrito, enquanto documento relevante que expõe o que o estudante deve aprender, bem como as fundamentações para o trabalho de matemática em sala de aula, as concepções sobre o processo de ensino e

aprendizagem, os princípios norteadores estão muito relacionados com seus critérios de seleção e uso de materiais curriculares expostos nas *representações de domínio e nos procedimentos*.

Os elementos destacados no *Quadro 28 - Critérios considerados pela professora para seleção de livro didático*, com exceção dos critérios de número 11, 12 e 13, por serem característicos da organização de obra didática, estão amplamente relacionados com os elementos explicitados no *Quadro 17 - Aspectos valorizados no CPE para a Matemática e seu ensino e aprendizagem*. Tal fato apenas reforça a sintonia do modo de ver e perceber a matemática e seu ensino entre a professora e o currículo prescrito.

Ela adota o currículo prescrito como uma referência, ponto de partida quanto ao que os estudantes precisam aprender, como ela mesma afirma:

Quando eu preparava uma formação na Rede o que é que o pessoal dizia: vamos fazer isso, isso, ... Eu dizia: Não, não. *Vamos ver o que a matriz diz. Quais são os objetivos? o que é que eu vou trabalhar? qual a competência? qual a habilidade? Depois disso eu dizia: agora vamos atrás de material.* [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 3.3 – Organização dos Conteúdos Curriculares – Entrevista].

Percebemos que a professora considera importante que o MC possua uma abordagem interdisciplinar das unidades temáticas, que não haja excesso de conteúdos e que os conteúdos escolhidos, sejam de fato essenciais, úteis para a progressão da aprendizagem do estudante.

De forma geral, ela valoriza as tarefas de caráter desafiador e problemática, por considerar que o processo de construção do conhecimento parte dos problemas, com o estudante no centro do processo (Moreira, 2010; Van de Walle, 2009). Não de forma aleatória, ela seleciona os assuntos no LD em concordância com os “*objetivos e nível do estudante*”.

Com base nos aspectos de seleção de LD, a professora também valoriza a *qualidade da orientação didática e metodológica endereçada ao professor*. Por meio dessas orientações, ela afirma ser possível encontrar ideias de como determinados assuntos podem ser abordados. Isto está em concordância com Januario (2017). Para ele:

As orientações didático-metodológicas fazem do material um instrumento importante para a prática pedagógica. Por anteciparem possíveis dúvidas dos professores, essas orientações apresentam informações relativas a aspectos conceituais e à gestão da aula, como apresentação dos conteúdos, abordagem que melhor favoreça as relações com os conhecimentos prévios,

organização dos estudantes e encaminhamentos de dúvidas. (Januario, 2017, p. 95)

No entanto, a percepção dessas características não ocorre de forma espontânea, mas requer do professor a capacidade de interpretar as principais possibilidades (*affordances*) dos materiais para utilizar os recursos na criação de episódios de ensino (Brown, 2009).

Januario (2020) afirma que as *affordances* não

estão explícitas ou anunciadas nos materiais em forma de orientações e atividades, mas que são fruto da percepção dos professores sobre as informações, características e propriedades que os materiais demandam. (p. 1061)

Ainda segundo este autor, elas são captadas como resultado de ações cognitivas desses profissionais ao se relacionarem diretamente com materiais curriculares. Significa que, apesar das *affordances* serem propriedades dos materiais, elas dependem dos recursos dos professores para serem inferidas. São suas concepções sobre a matemática e seu ensino, suas crenças, valores e conhecimentos, que os permitem explorar “em maior ou menor grau as *affordances* de um material curricular, o que implicará em diferentes modos de interação professor-curículo.” (Januario, 2020, p. 1062).

Uma vez que as inferências e percepções são atos do sujeito, do professor (Januario, 2020), são particulares, as *affordances* assumem significados distintos, variando de professor para professor.

No entanto, apesar de não explícitas, as *affordances* assumem um papel importante no processo de desenvolvimento curricular quando percebidas, uma vez que podem contribuir e potencializar as aprendizagens dos estudantes.

Sabemos que cada profissional possui suas crenças, valores, conhecimentos e concepções sobre a matemática e seu ensino (Brown, 2009; Januario, 2020). Sabemos, também, que os materiais curriculares, enquanto currículo apresentado, existem para ser funcional (Sacristán, 2000). Ser funcional significa atender os objetivos para o qual foram criados, que é servir de intérprete do que está preconizado no currículo prescrito e que suas ideias sejam compreendidas pelos professores. E nesses aspectos, entendemos que existe uma necessidade de que os recursos do currículo assumam características que permitam aos professores, em maior ou menor grau, perceber essas possibilidades.

Sendo assim, com base nas percepções das *affordances* da professora, no que concerne às orientações didático-metodológicas, fica evidente que ela toma como referência pelo menos três princípios: *acessibilidade*, *relevância* e *transparência*.

A *acessibilidade* pode ser entendida como a facilidade de o professor encontrar essas orientações ou qualquer outra informação necessária para a construção de seu design. Com isso, elas precisam ser facilmente localizadas no MC. Ao concentrar, numa mesma página a tarefa e as orientações de como aplicá-la, sua possibilidade de uso aumenta.

A *relevância* pode ser entendida como o grau de importâncias das orientações. Orientação relevante é importante e necessária. Tal qualidade evita o excesso de informações, mas se concentra naquilo que é essencial.

Geralmente, as orientações didático-metodológicas se situam no formato em U, nas bordas do LD. Mas apesar de considerar importante essa comunicação com o professor, a professora Rosácea ressalta que o excesso de informação não contribui como deveria. Ela diz:

Eu gostei dessa organização em U. Mas às vezes acho muita coisa. Mas ajuda mais do que se ele tivesse lá no manual do professor. No manual eu dou uma vista. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 5 – Livro Didático – Entrevista].

Ainda sobre a qualidade dessas orientações, a professora percebe que falta *transparência* ao dizer:

O livro traz no manual do professor que ele está fundamentado na resolução de problemas. Mas a questão é: quais são esses problemas? Como são apresentados esses problemas? [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 3 – Livro Didático – Entrevista].

Ao não informar com precisão e de forma explícita aquilo que é defendido na obra didática, por meio das tarefas, projetos, sequências didáticas, os *elaboradores restringem ou limitam o uso dos recursos por parte do professor*. Januario (2017), destacou a necessidade de transparência nos MC ao dizer que as orientações didático-metodológicas “podem ser interpretadas como ideia de **transparência**, informando a esses profissionais, de forma explícita, o que se espera deles e dos estudantes em relação ao que se propõe nos materiais” (p. 95, grifo nosso).

Entendemos que esses três princípios possuem uma relação direta com a capacidade de uso dos materiais curriculares por parte dos professores, ampliando

suas possibilidades em sala de aula ou até mesmo limitando e que, por isso, esses materiais precisam ter uma comunicação *acessível, relevante e transparente*.

Sobre *seleção e uso de material curricular*, Ponte (2005) já havia destacado que os professores consideram os exemplos, a quantidade de exercícios, a linguagem usada, a natureza das tarefas e como elas estão articuladas com o currículo em todo processo de escolha e uso. Tais ponderações desse autor estão em concordância com os critérios elencados pela professora Rosácea. Os critérios usados por ela compõem sua visão de matemática e seu ensino. Não estão desconectados, mas interligados.

Garnica (2008) salienta que o *método indireto* pode contribuir para revelar as concepções defendidas pelo professor. Tal método, segundo ele, decorre de questionar o professor não sobre suas concepções, mas sim suas práticas. E com base em questionamentos sobre seleção de livros didáticos foi que ele evidenciou que os professores tendem a escolher aqueles que possuem mais proximidade com suas crenças, convicções, concepções.

No caso da professora Rosácea, a explicitação dos critérios usados por ela para selecionar livros didáticos conforme Quadro 28, percebidos em vários momentos da entrevista, é mais um elemento que evidencia sua tendência à concepção construtivista.

Sobre seu *planejamento para as aulas*, a professora não prescinde dos MC e nem do que está previsto no currículo prescrito. Pelo contrário, ela constrói seus planejamentos (ANEXO E, ANEXO F) recorrendo a vários MC, partindo do adotado pela instituição, seguido de outros que estão a sua disposição, tomando como referência as habilidades a serem desenvolvidas previstas no CPE.

Seu planejamento inicia com construções próprias, particulares, selecionado atividades e captando ideias que consideram *o que os estudantes precisam aprender e o seu nível de compreensão matemática*. Segundo ela, as ideias iniciais são registradas num papel e, em seguida, confrontadas com os MC que estão a sua disposição. Nesse processo de criação, ela interage com MC de anos diversos e propostas metodológicas variadas, além de livros especializados.

Alguns materiais que eu consulto para o planejamento eu também consulto em livros do 7° ano, porque tem algum autores que dá a introdução das equações, com essas coisas mais simples, com balanças. Agora mesmo, eu cheguei mais cedo, peguei os livros do 7° ano e está cheio e alguns eu faço

as adaptações para trabalhar no 6º ano. Eu usei alguns livros do 7º ano para *pegar a ideia de alguma coisa*, ou talvez uma balança. Geralmente eu uso Dante, Ênio Silveira, Araribá, ... Mas eu tenho outros livros. *Normalmente quando eu quero uma coisa diferente eu abro os livros e vou selecionando*. Quando eu tenho que selecionar atividades eu pego os livros e vou olhando de um a um aquele assunto. *Eu seleciono de acordo com os objetivos e com o nível dos alunos*. Eu pego atividades do 7º ano e adapto para o 6º ano, como tem atividades do 4º e 5º ano que eu uso, principalmente de Dante - Marília Centurión, Júnia La Scala e Arnaldo Rodrigues – e os livros mais antigos de Imenes do 5º e 6º ano. Eu gosto muito, pois tem umas problematizações legais. Primeiro eu vejo umas dez questões e depois eu faço uma seleção em cima disso. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 2 – Livro Didático – Entrevista]

Sobre as orientações didáticas, na forma de U, é uma das primeiras coisa que eu olho no livro. Geralmente o que ele fala um pouco é da atividade. *Às vezes eu tenho uma abordagem na mente ao ler a atividade*. Mas quando eu olho nas orientações eu digo: opa. Eu posso explorar esse aqui também. Até nesse livro adotado que não gosto muito. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 5 – Livro Didático – Entrevista]

Apesar das aulas serem voltadas para alunos do 6º ano, ela recorre a livros do 4º ano, do 5º ano, do próprio 6º ano e do 7º ano, de autores diversos e faz os ajustes que acreditam ser conveniente. Além disso, recorre a livros especializados na área de educação matemática para ampliar seu arcabouço teórico.

Sua postura evidencia que ela já possui uma *ideia*, um *plano preestabelecido em sua mente*, uma *criação inicial que ela toma como base, ponto de partida* para suas aulas.

Essa *ideia* inicial tende a estabelecer relação direta com suas concepções sobre a matemática e seu ensino, já que, segundo Ponte (1992), as concepções são como mini teorias por desempenharem um papel muito próximo dos pressupostos teóricos gerais dos cientistas, ou como “pano de fundo organizador dos conceitos” (p. 196), influenciando no que é percebido pelo professor.

Sua *ideia* inicial não toma como base o conteúdo em si, mas o que seu estudante precisa aprender e em que nível de compreensão ele se encontra. E a partir disso recorre aos materiais como meio para construir sua aula. Tal prática confirma o que Brown (2009) diz sobre o ensino. Para este autor o ensino enquanto design “envolve a criação de algo com finalidade de resolver um problema humano⁴⁸” (Brown, 2009, p. 23).

Sua capacidade criativa lhe direciona a recorrer aos MC para construir suas aulas, como podemos observar no trecho seguinte.

⁴⁸ Tradução nossa de: it is about crafting something in order to solve a human problem

Do livro didático deles eu peguei duas atividades: uma foi a do labirinto e a outra de balança da jarra de água (página 121, questões 2 e 3). Eu não usei o livro todo. Foram os dois.

Para a organização dessa aula, além dos materiais dos cursos que fiz, dos livros didáticos, eu também usei esse material aqui: [e-book O desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica: Compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática – da Sociedade Brasileira de Educação Matemática]. *Eu dou uma lida nesse material na parte teórica.* Ele é riquíssimo. Ele tem mais de 300 páginas só de Álgebra. Ele começa com a educação infantil e traz muitas atividades: movimento com o corpo, literatura infantil. Tem várias atividades. Ele tem trabalho com balança, mas não tem muito do trabalho que eu fiz. Ele coloca muito trabalho de balança de números para completar. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 2 – Livro Didático – Entrevista]

Eu uso muitas ideias dos planos de aula da Nova Escola. Eu usei para essa aula algumas ideias de um slide sobre multiplicação e adição. Eu iria pegar esse, mas não peguei [ela lê no slide: a soma de dois números naturais é igual a 10. Que números são esses?] *ai puxo uma discussão.* Isso aqui também não usei [a professora está com o computador aberto mostrando os slides da Nova Escola]. Separei, mas não usei. Eu usei esse material para começar, o início, fui lendo. *Aquela questão de ler e ver tudo para depois sentar e ver o que eu vou fazer. Não vou direto usando não.* [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 2 – Livro Didático – Entrevista]

Quando eu vou planejar a aula eu penso: o que eu quero que os alunos aprendam? Ai coloco o que está na minha cabeça e depois, com a pesquisa no material, eu digo: não. Sai isso, sai isso, ... Eu vou fazendo um roteiro das coisas. Poque não dá pra vir sem nada não.

Eu também olho o manual do professor do livro adotado ou não e dependendo eu não uso. No caso do livro que eu adoto, como eu não gostei, ... assim ... *Quando eu vejo que não contempla o que eu acho que deve contemplar em cima da matriz ai eu vou atrás de outros livros.* [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 2 – Livro Didático – Entrevista]

Isso mostra, que ela não era dependente dos MC no sentido de este determinar o que ela deveria ou não fazer em sala com seus estudantes. Ela usa de sua autonomia, de seu conhecimento, de suas ideias para criar seus designs pedagógicos. Para ela, o MC é um meio, um recurso e não um fim em si mesmo e que pode ser *usado com certa versatilidade*. Nesse sentido, Ponte (2005), afirma que ele oferece uma proposta de percurso de aprendizagem para cada unidade, mas que tal proposta não é rígida, podendo ser mudada por ser inadequada aos estudantes. O professor pode fazer adaptações ou “complementando-o com outras tarefas que considera mais adequadas para a exploração de certo tópico” (Ponte, 2005, p. 19). Em entrevista, a professora Rosácea afirma.

Eu vejo outros livros, outros materiais, se eu tenho em casa. E eu posso começar pelo meio dele, no início. A minha sequência vai muito pela turma, pela lógica. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 3.3 – Organização dos conteúdos curriculares – Entrevista]

Segundo Brown (2009), a *capacidade de design pedagógico* (PDC) caracteriza a habilidade do professor criar coisas novas, de usar os materiais curriculares de modos distintos e produtivos com vistas a atender seus objetivos de ensino. Para ele, um professor que consegue envolver os vários tipos de uso dos materiais e organizar os vários elementos numa aula, possui um alto grau de PDC. Acrescenta ainda, que o PDC, é a capacidade do professor de *perceber e mobilizar* recursos existentes nos materiais para elaborar episódios de ensino (Brown, 2002; Brown; Edelson, 2003).

O fato dela iniciar por qualquer parte do livro, sem seguir a sequência didática predeterminada pelos elaboradores, significa que ela submete a esta organização didático-metodológica a sua própria compreensão do que é pertinente aos seus estudantes. Ela trata o material curricular como um objeto que pode ser manuseado e reconfigurado segundo determinadas circunstâncias.

A professora tem uma *visão sobre dependência do LD*. Segundo ela, a reprodução por parte do professor daquilo que está preconizado no MC pode ser decorrente de um limitado conhecimento da matemática e de seu ensino. Ela afirma:

Se deixasse muito aberto [referência à organização curricular] eu podia pegar o livro didático de “cabo a rabo”. *Professor de primeiro ao quinto, que não domina a matemática, ele segue o livro “cabo a rabo”*. Às vezes ele olha o livro para depois ver o que está no currículo. [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 3.2 – Organização dos conteúdos curriculares – Entrevista]

E nesse aspecto ela percebe o LD como uma oportunidade de o professor aprender matemática, de ampliar tanto seu conhecimento do conteúdo quanto seu conhecimento pedagógico do conteúdo. Mas, ao mesmo tempo, há uma *visão negativa de sua parte quanto a reprodução*. Segundo Brown (2009), há dois motivos preponderantes que levam os professores a reproduzirem: um, ocorre quando ele tem pouca familiaridade com o assunto, mas outro, pode estar associado a convergência de objetivos entre esses agentes. Ainda sobre esse segundo motivo, a reprodução ocorre, quando os professores confiam nos materiais a ponto de reproduzir as atividades, a sequência de ensino, os recursos didáticos a serem utilizados, explicações matemáticas, por exemplo. Tal uso, pode ser fruto de uma escolha estratégica do professor e, não necessariamente, uma indicação de deficiência como entendido pela professora.

Temos mostrado, através dos aspectos anteriores, a saber: *o papel do professor, as tarefas, a metodologia de ensino, o conteúdo matemático e os materiais curriculares*, que por trás dos modos de ver, de perceber, de compreender do professor, subjaz uma particular concepção de matemática e seu ensino.

Evidenciamos, que os professores com tendências construtivistas de concepção de matemática e seu ensino, deixam transparecer atitudes características, perceptíveis (Thompson, 1997; Câmara dos Santos, 2002; Carrillo; Contreras-González, 1995; Cury, 1994; Fiorentini, 1994; ponte, 1992, 1993, 1994b, 1999, 2005; Segurado; Ponte, 1998; Becker, 2012, 2019; Fenstermacher; Soltis, 2007), que estão no cerne de sua postura em sala de aula, na maneira como se relaciona com o conteúdo matemático, na natureza das tarefas propostas aos estudantes, na abordagem metodológica padrão empreendida em sala de aula e, claro, na maneira como se relaciona com o material curricular.

A seguir, apresentamos o resultado de nossas análises a fim de evidenciar o papel das concepções do professor na relação com material curricular e suas possíveis implicações nos processos de leitura e interpretação do currículo prescrito.

5.1.2 Relações entre os materiais curriculares e o currículo de matemática de Pernambuco

O currículo prescrito de referência é o CPE, como já explicitado no capítulo três. Segundo Sacristán (2000), os currículos prescritos se caracterizam por serem gerais e por apresentarem as ideias centrais do que se espera dos estudantes ao final de uma etapa. Por esse motivo, são construídos materiais curriculares [currículo apresentado] a exemplos dos livros didáticos, para servirem de suporte ao desenvolvimento dos conteúdos curriculares e das ideias preconizadas nas prescrições.

No caso de Pernambuco, a SEE-PE, em parceria com a Undime (União dos Dirigentes Municipais de Educação), construiu e disponibilizou aos professores do ensino fundamental dois fascículos, intitulado de *Orientações Metodológicas* (Pernambuco, 2019b, 2020), no site da própria Secretaria. São materiais didáticos digitais, contendo várias atividades que podem ser aplicadas em sala de aula. Seu uso é de caráter facultativo, podendo o professor usá-los ou não. No caso da

professora Rosácea, ela não consultou nenhum desses fascículos, como percebemos nas entrevistas. Em nenhum momento houve menção deles por parte da professora.

Reiteramos que, diferentemente de outros estados, a exemplo de São Paulo, que tem material exclusivo construído com base no currículo oficial, o Estado de Pernambuco adota livros didáticos oriundos de editora, aprovados pelo PNLD e publicados no *Guia de livros didáticos do MEC*.

O *Guia*, é a publicação das resenhas de todas as obras didáticas que atenderam aos critérios preestabelecidos no Anexo III do Edital do PNLD 2020 (Edital 01/2018 – CGPLI), em nosso caso. Conforme Brasil (2020),

A avaliação, objetiva sobretudo garantir que os materiais contribuam para o desenvolvimento das competências e habilidades envolvidas no processo de aprendizagem nos anos finais do ensino fundamental, conforme definidas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). (Brasil, 2020, p. 9)

Dessa forma, no *Guia de 2020* foram aprovadas 11 obras didáticas. Dessas, a professora consulta pelo menos 04 (quatro), conforme trecho da entrevista a seguir.

Agora mesmo, eu cheguei mais cedo, peguei os livros do 7º ano e está cheio e alguns eu faço as adaptações para trabalhar no 6º ano. Eu usei alguns livros do 7º ano para pegar a ideia de alguma coisa, ou talvez uma balança. Geralmente **eu uso Dante, Ênio Silveira, Araribá**, ... Mas eu tenho outros livros. (Trecho da resposta à pergunta 4 – Habilidade – Entrevista)

O Quadro 30 explicita quais são essas obras.

Quadro 30 - Obras didáticas consultadas pela professora Rosácea

Nº	Obras didáticas consultadas com frequência
01	Matemática – Edwaldo Bianchini. – 9. ed. – São Paulo: Moderna, 2018. (Obra adotada)
02	Matemática: compreensão e prática – Ênio Silveira. – 5. ed. – São Paulo: Moderna, 2018.
03	Teláris Matemática – Luiz Roberto Dante – 3. ed. – São Paulo: Ática, 2018.
04	Araribá Mais Matemática – Obra coletiva – 1. ed. São Paulo: Moderna, 2018.

Fonte: Os autores (2023)

Além desses, como já mencionado, a professora se relaciona com livros de anos distintos do que ela atua, além de livros especializados na área de didática da matemática. Percebemos, que dado o seu alto PDC, ela cria seus próprios designs com suporte dos materiais curriculares.

No entanto, *dois materiais serão analisados*: o adotado pela instituição escolar (ANEXO B) e o plano de aula do Mathema Nova Escola (ANEXO D).

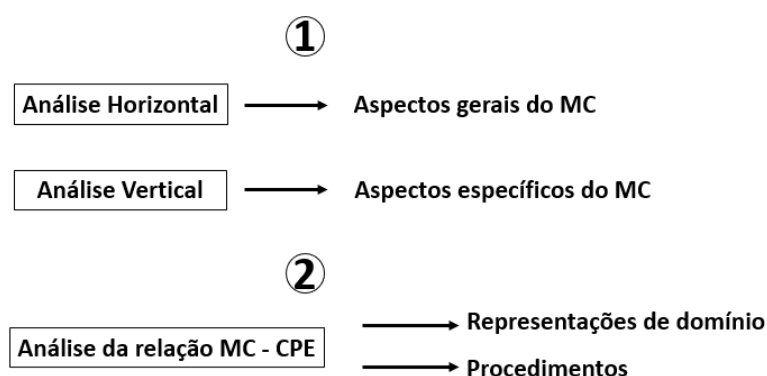
Tomaremos o *livro didático adotado* e o *plano de aula do Mathema*, como referência para nossas análises por dois motivos: um, porque é o MC adotado pela instituição escolar e o outro, por ser muito usado em suas primeiras aulas. Outros materiais não foram considerados em nossa análise, apesar de citados, pelo fato de terem sido usados como fonte de consulta esporádica.

Cabe destacar, que apesar do livro didático ter sido construído considerando as habilidades previstas na BNCC, existe uma estreita relação entre suas habilidades matemáticas explicitadas e as mencionadas no CPE, conforme evidenciado no capítulo 3, o que não altera, em grande medida, o seu ponto fulcral. Na comparação entre a habilidade prevista na BNCC e sua equivalente, no CPE a única diferença é que este currículo acrescenta uma informação no *modificador* conforme Quadro 14. Posto que, como já concluído, o CPE reflete a BNCC. Então, é possível analisar o LD a partir do CPE, mesmo que este, de forma direta, não tenha sido tomado como referência para sua construção.

Tendo em vista nossos objetivos, analisaremos as relações dos dois materiais com o CPE a partir das *representações de domínio e dos procedimentos* em suas relações com a habilidade **(EF06MA14PE)** “reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas, (por exemplo, explorando a metáfora da balança)”.

Nossas análises dos MC, procuram considerar um aspecto geral (análise horizontal), em que descrevemos sua estrutura, e um específico (análise vertical), em que analisamos o seu conteúdo interno, como capítulos. Tal estrutura de análise, pode ser representada pela Figura 29.

Figura 29 - Estrutura de análise do MC e de sua relação com o CPE



Fonte: Os autores (2023)

Sobre o livro didático adotado pela instituição escolar.

Na *análise horizontal*, com base no manual do professor, o *livro didático adotado* está organizado em quatro partes: *orientações gerais, orientações específicas, sugestões de atividades e orientações página a página*.

Nas *orientações gerais*, se encontram a proposta de matemática e a fundamentação teórica e metodológica da coleção. Se pontua que as ideias matemáticas foram pensadas para serem desenvolvidas progressivamente, sem a pretensão de esgotar o assunto numa primeira apresentação, mas com constantes retomadas de caráter de revisão e aprofundamento. Quanto à abordagem, o manual procura afirmar que os conteúdos são desenvolvidos visando contemplar a contextualização e a problematização.

Ainda nesta seção, se destaca sua fundamentação teórica e metodológica procurando dialogar com a BNCC, discorrendo sobre o conhecimento matemático, o letramento matemático, as competências e habilidades matemáticas, sempre fazendo citações da Base para asseverar tais alinhamentos. É mencionada no LD a proposta didática que, por sua vez, pontua a importância de se valorizar os conhecimentos prévios, a resolução de problemas, o trabalho em grupo e o uso de tecnologias.

Ainda nas *orientações gerais*, é apresentada a estrutura da obra. Ela é composta por quatro livros do estudante e seus respectivos manuais do professor. Cada livro do estudante é composto por 12 capítulos, que contemplam as unidades temáticas da BNCC.

Cada capítulo está organizado basicamente em dois grandes blocos: o desenvolvimento teórico e as atividades.

Segundo consta no manual, o desenvolvimento teórico se refere ao desenvolvimento dos conteúdos previstos e com vistas a ampliar o tema estudado as explicações são intercaladas com atividades e seções especiais.

O bloco das atividades presentes na coleção, está distribuído em seções especiais nos capítulos e tem como objetivo, segundo o manual, possibilitar a integração entre as unidades temáticas, estimular o raciocínio lógico, a argumentação e resolução de problemas.

As seções especiais são: exercícios propostos, exercícios complementares, pense mais um pouco ..., para saber mais, trabalhando a informação e diversificando. Segundo o manual, há pelo menos um tipo dessas seções em cada capítulo.

Nas *orientações específicas*, se explicita que cada capítulo será abordado com a intenção de desenvolver as habilidades relacionadas a ele, de forma articulada, procurando propiciar sua apropriação pelos alunos. De forma geral, esta seção faz um resumo de cada capítulo sinalizando sua relação com as unidades temáticas. Ao final dos comentários de cada capítulo, há uma tabela relacionando os *conteúdos deste capítulo*, os *objetos de conhecimento da BNCC* e as *habilidades a serem desenvolvidas*. Com base nessas tabelas, é possível o professor saber antecipadamente, quais as habilidades serão exploradas no capítulo. Ao analisar essas tabelas percebemos que a habilidade EF06MA14 é discutida nos capítulos 5 e 12.

De forma geral, reiteramos que os capítulos foram estruturados para contemplar várias habilidades, não necessariamente da mesma unidade temática, o que, de certa forma, contribui para uma visão mais conectada entre os campos da matemática. Tal pensamento converge para uma proposta que está em sintonia com o CPE (Pernambuco, 2019a). Em tese, os capítulos não foram pensados para esgotar a discussão de habilidades de uma mesma unidade temática. No manual do professor está previsto que no capítulo 5, por exemplo, serão abordadas sete habilidades das cinco unidades temáticas (Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas, Números e Probabilidade e estatística). Isso se repete para seus 12 capítulos.

Nas *sugestões de atividades*, são apresentadas várias atividades separadas por capítulo, para servir de complemento. Exploram atividades mais lúdicas, com orientações de como os professores podem desenvolvê-las.

Nas *orientações página a página*, é reproduzido o livro do estudante em formato reduzido, acompanhado de comentários, orientações e sugestões de atividades, em formato similar à letra U. Há a menção dos: objetivos do capítulo, as habilidades da BNCC exploradas na página/capítulo, a resolução e comentário de algumas atividades.

Percebemos que, de forma geral, as considerações, preconizadas nas quatro partes anteriormente apresentadas, estão em diálogo com a BNCC e com o que a literatura preconiza para o ensino de matemática e, conseqüentemente, com o CPE, já que este, como já evidenciado, reflete a BNCC.

Ao mencionar que seus capítulos valorizam a argumentação, o raciocínio lógico, a resolução de problemas, a socialização de ideias, a possibilidade de

criar/elaborar problemas entendemos que a coleção dialoga como Currículo de Pernambuco (2019a).

Na *análise vertical*, o capítulo 5, *Um pouco de Álgebra*, está dividido em *quatro tópicos*:

1. Apresentando a variável;
2. Generalizando conclusões;
3. Critérios de divisibilidade;
4. Propriedades da igualdade.

Além dos tópicos, ele possui seis *seções especiais*, a saber:

- Exercícios propostos;
- Exercícios complementares;
- Trabalhando a informação: Construindo um gráfico de colunas;
- Para saber mais: A temperatura e a Álgebra;
- Pense mais um pouco ...;
- Diversificando: Desafiando a sua inteligência.

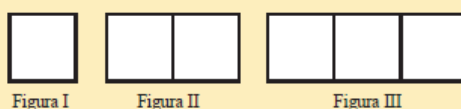
O tópico 1, *Apresentando a variável*, inicia com a proposição de um problema do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), cujo objetivo é identificar a lei de formação de uma sequência figural (pensamento funcional), como se verifica na Figura 30.

Figura 30 - Representação algébrica de sequência figural

1 Apresentando a variável

Para começar a entender o que é a Álgebra, vamos considerar e resolver um problema do Enem (2010).

Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo. A quantidade (C) de canudos depende da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir.



Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados?

- a) $C = 4Q$ b) $C = 3Q + 1$ c) $C = 4Q - 1$ d) $C = Q + 3$

Fonte: Bianchini (2018a, p. 110)

Sem citar diretamente Polya (1995), nas *orientações página a página*, este problema é explicado considerando quatro etapas: compreendendo o problema,

estabelecendo um plano de resolução, executando o plano e refletindo sobre o que foi feito. Como se nota na sequência dessa explicação (Figura 31), o texto curricular continua sua discussão referente ao pensamento funcional ao estabelecer a relação de dependência entre duas grandezas e conclui afirmando que a Álgebra está relacionada com símbolos.

Figura 31 - Expressar duas grandezas por meio de letras

Outra maneira de resolver esse problema é observar, nas figuras, que variação tem a quantidade C quando variamos a quantidade Q . Para facilitar, vamos montar um quadro.

Figura	Quadrado (Q)	Canudo (C)	Observação
I	1	4	$4 = 3 \cdot 1 + 1$
II	2	7	$7 = 3 \cdot 2 + 1$
III	3	10	$10 = 3 \cdot 3 + 1$

Comparando as expressões numéricas da última coluna com as expressões algébricas das alternativas, percebemos que a alternativa **b** responde à questão.

Observe que nesse problema temos duas grandezas (quantidade de Quadrados e quantidade de Canudos) e que usamos símbolos (Q e C) para representá-las. Note que os valores de Q e C variam, por isso chamamos cada uma delas de **variável**.

Os números 4, 7 e 10 são os **valores numéricos** da expressão algébrica $C = 3Q + 1$ quando Q assume os valores 1, 2 e 3, respectivamente.

A Álgebra é a parte da Matemática que trabalha com grandezas cujos valores variam ou que são desconhecidos e são representados por símbolos (em geral, por letras).

Orientações

O quadro apresentado mostra a relação entre as quantidades de quadrados e de canudos utilizados para cada figura da sequência. Essa relação será dada por uma expressão algébrica em que as grandezas envolvidas são representadas por letras.

Exercícios propostos

Para o exercício 1, apresentamos abaixo as figuras IV e V:



Figura IV

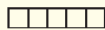


Figura V

Para ampliar o exercício 2, que apresenta a sequência de números triangulares, pode-se explorar a sequência de números quadrados.



Figura 1

Fonte: Bianchini (2018, p. 111)

O tópico 2, *Generalizando conclusões*, explora a ideia de conversão da linguagem natural para a algébrica (Figura 32).

Figura 32 - Generalização com uso de letras

Veja mais algumas sentenças com números naturais escritas na linguagem corrente e na linguagem algébrica.

Linguagem verbal	Linguagem algébrica
Em uma adição de três ou mais números, podemos associar as parcelas de modos diferentes sem alterar a soma.	$(a + b) + c = a + (b + c)$
Em uma multiplicação de dois números, a ordem dos fatores não altera o produto.	$a \cdot b = b \cdot a$
O número 1 é o elemento neutro da multiplicação.	$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$
Na multiplicação de um número pela soma de dois outros, podemos distribuir a multiplicação pelas parcelas.	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
Toda potência de expoente zero e base diferente de zero é igual a 1.	$a^0 = 1$, sendo $a \neq 0$
O dobro de um número, mais 4.	$2 \cdot a + 4$ ou $2a + 4$
O dobro da soma de um número com 4.	$2 \cdot (a + 4)$ ou $2(a + 4)$
A diferença dos quadrados de dois números.	$a^2 - b^2$
O quadrado da diferença de dois números.	$(a - b)^2$

Fonte: Bianchini (2018, p. 113)

O tópico 3, *Crítérios de divisibilidade*, se apoia no uso das letras para mostrar os critérios de divisibilidade.

O tópico 4, *Propriedade da igualdade*, trata da habilidade em particular (EF06MA14). Aqui cabe destacar que os tópicos 1, 2 e 3 exploram o simbolismo como uma justificativa ou preparação para o tópico 4, ao valorizar “a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número” apenas com o uso de letras. Os princípios aditivo e multiplicativo de uma igualdade são apresentados ao aluno, por meio de explicações teóricas que procuram estabelecer relação com contexto familiar.

Um dos exemplos dados para fixar essa ideia é: “ $8 + 2y = y + 13$ equivale a $8 + 2y - y = y + 13 - y$, ou seja, a $8 + y = 13$.” (Bianchini, 2018, p. 118) (ANEXO B).

A explicação para o estudo é relativamente curta, cerca de uma página, contendo exemplos e uma síntese teórica sobre o que é o princípio aditivo e o princípio multiplicativo de uma igualdade.

As orientações voltadas ao professor, no formato em U, são gerais e não trazem informações substanciais.

O livro apresenta uma situação com balança, na seção *exercícios complementares*, na questão 2 (p. 121) (ANEXO B). É uma situação que explora a determinação de valor desconhecido que pode ser resolvida sem o uso de letras. É uma situação que poderia ser utilizada como ponto de partida para discussão da habilidade e que, ao assim fazer, estaria em concordância com o CPE. Mas em virtude de toda uma discussão anterior explorada no capítulo, o professor pode ser induzido a resolver esta situação lançando mão da linguagem algébrica.

Analisando a relação do livro didático com o CPE a partir das *representações de domínio e procedimentos*.

No que diz respeito ao recurso curricular *procedimento*, fica evidenciado que o capítulo 5 possui a seguinte *estrutura metodológica padrão*:

1. Apresentação de uma situação contextualizada com o conteúdo a ser explorado (primeira página do capítulo);
2. Explicação teórica do conteúdo a partir de um problema resolvido;
3. Exercícios propostos.

Tal estrutura, está de acordo com o que está previsto no manual, quando este afirma, que os capítulos da coleção estão organizados em *desenvolvimento teórico* (pontos 1 e 2 da *estrutura metodológica*) e em *blocos de atividades* (seções especiais).

O capítulo 12 está dividido em *quatro tópicos*:

1. Unidades de medida de tempo;

2. Volume;
3. Unidades de medida de capacidade;
4. Medindo a massa de um corpo.

Além dos tópicos, ele possui quatro *seções especiais*, a saber:

- Exercícios propostos;
- Exercícios complementares;
- Pense mais um pouco ...;
- Para saber mais.

Apesar do manual do professor indicar que a habilidade EF06MA14 seria explorada neste capítulo, ela surge de forma inesperada no texto curricular. O capítulo vem explorando medidas de várias grandezas, identificando unidades adequadas para medi-las, conversões de unidades, entre outros assuntos e num dado momento, aparece a seção *Pense mais um pouco...* (ANEXO C) com uma situação de balança de dois pratos para ser vivenciada em dupla.

No que concerne as *orientações voltadas ao professor*, percebemos que há uma necessidade de deixar claro como esta situação poderia ser explorada em sala. Orienta-se que ele circule entre os alunos, procurando verificar se suas representações estão adequadas e, caso encontre, buscar compreendê-las para auxiliá-los em suas hipóteses; sugere que o professor permita aos estudantes irem ao quadro para expor suas ideias. Nessas orientações, não há menção sobre a estratégia a ser valorizada. Fica subentendido que o professor deve realizar manipulações entre os objetos da balança.

Ao analisarmos o capítulo 5 (ANEXO B) e a seção *Pense mais um pouco...* do capítulo 12 (ANEXO C) chegamos a algumas conclusões.

O CPE considera que a *resolução de problemas* deve ser o foco principal a nortear o ensino da matemática no ensino fundamental. Para isso, as atividades devem partir de seus conhecimentos prévios e devem instigar os estudantes a ter curiosidade, que leve-os a investigar, experimentar e confrontar resultados (Pernambuco, 2019a).

Nas orientações para os professores descritas no manual, é dito que a *resolução de problemas é uma das propostas didáticas valorizadas na coleção*. No entanto, entendemos que tal aspecto metodológico não é contemplado neste capítulo pois, conforme já apresentado em nossa pesquisa, tal abordagem pressupõe outra estrutura. Além disso, em nenhuma parte do manual fica indicado para o professor

quais são esses problemas ou como abordá-los, e tomando como referência o capítulo 5, percebemos que ele segue uma *estrutura metodológica padronizada* como já evidenciada.

Além de apresentar uma proposta de matemática de caráter mais transmissivo, o capítulo em foco valoriza uma *perspectiva simbólica sobre as propriedades da igualdade*.

Na primeira página do capítulo 5, são apresentados os *objetivos* e as *orientações gerais*.

Os *objetivos* são:

- Compreender o que é uma variável e saber reconhecê-la em expressões ou sentenças matemáticas.
- Reconhecer a linguagem algébrica.
- Justificar alguns critérios de divisibilidade de números naturais.
- Conhecer e aplicar as propriedades de uma igualdade: princípio aditivo e princípio multiplicativo.
- Explorar sequências numéricas e figurais e observar seus padrões.
- Interpretar e construir gráficos de colunas. (Bianchini, 2018, p. 109).

As *orientações gerais* são:

Neste capítulo, cujo foco é a Unidade Temática **Álgebra**, tratamos do conceito de variável, da utilização de letras para representar números naturais quaisquer e da notação algébrica em diversas situações, como na demonstração de algoritmos de alguns critérios de divisibilidade de números naturais. Além disso, amplia-se o trabalho com gráficos, abordando a construção de um gráfico de colunas. A abertura apresenta a origem das palavras **algarismo**, **algoritmo** e **álgebra**, destacando o matemático Al-Khwarizm. Cabe, nesse momento, salientar a importância dos árabes no desenvolvimento da Matemática e na sua divulgação. (Bianchini, 2018, p. 109, grifo nosso).

Após a análise dos *procedimentos*, analisamos as *representações de domínio* comunicadas no livro didático.

Notamos que o capítulo 5 explora uma *dimensão algébrica nos processos de determinação dos valores desconhecidos*. Mais do que *compreender e reconhecer*, ações cognitivas destacadas nos objetivos, o capítulo valoriza os aspectos de *representar e utilizar a simbologia algébrica para resolver problemas*.

Em todos os tópicos do capítulo 5 há um destaque para o *simbolismo algébrico*, à medida que apresenta situações de análise de regularidade numérica e figural, conversões de linguagem natural para algébrica e demonstrações com uso de linguagem simbólica. A primeira seção de exercícios propostos, ilustra bem a valorização do simbolismo algébrico do capítulo, como se destaca na Figura 33.

Figura 33 - Valorização do simbolismo algébrico no livro didático

EXERCÍCIOS PROPOSTOS
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Observe o padrão que existe na variação das figuras I a III da questão do Enem apresentada na página anterior e desenhe no caderno como seriam as figuras IV e V. Depois verifique se a expressão algébrica da alternativa b continua sendo verdadeira para essas novas figuras.
construção de figuras; b continua verdadeira

2 As figuras a seguir representam o início de uma sequência infinita do que chamamos de números triangulares. Veja.



Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5

a) Quantas bolinhas tem cada uma das figuras acima? *1, 3, 6, 10 e 15*

b) Seguindo o padrão de formação das figuras, quantas bolinhas deve ter a figura 6? E a figura 10? *21, 55*

c) Calcule a soma das bolinhas das figuras: 1 e 2; 2 e 3; 3 e 4; 4 e 5. A sequência dessas somas apresenta um padrão? O que você pode dizer dessas somas? *4, 9, 16 e 25; sim; são quadrados perfeitos*

d) Qual é a soma das bolinhas das figuras 9 e 10 da sequência? E das figuras 19 e 20? *100; 400*

e) Representando por n o número de uma figura qualquer de número triangular, o número da figura seguinte é $(n + 1)$. Escreva a soma das bolinhas das figuras n e $(n + 1)$. *$(n + 1)^2$*

3 **Hora de criar** – Troque com um colega um problema sobre sequência de números criado por vocês. Depois de cada um resolver o problema do outro, destroquem para corrigi-los.

Fonte: Bianchini (2018, p. 111)

Espera-se, ao final dessas discussões, que o estudante tenha a capacidade de representar várias situações por meio da representação algébrica, como se verifica na letra e) do exercício 2 da Figura 33.

Ao relacionar o foco dos objetivos discutidos neste capítulo com a BNCC e consequentemente com o CPE, percebemos que existe certa antecipação de habilidade prevista para o 7º ano. A habilidade (EF07MA13) é: “Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.” (Brasil, 2018, p. 307; Pernambuco, 2019a, p. 412).

Ao assim proceder, este *currículo apresentado* [livro didático adotado] acaba por não convergir com a BNCC e, consequentemente com o CPE, e gerar incoerência com as suas próprias *orientações e fundamentações* veiculadas na parte inicial do manual do professor. Isto porque o manual não prevê a discussão de tal habilidade no 6º ano. Além disso, pode induzir o professor a uma *compreensão equivocada da habilidade* (EF06MA14) que está sendo desenvolvida, pois pode levá-lo a pensar que a *fidelidade do texto curricular culminará no desenvolvimento dessa habilidade*, mas na realidade, será de outra. As *orientações e fundamentações* precisam refletir o que está veiculado nos capítulos de fato.

Sobre o trabalho com a álgebra, o CPE destaca que “o trabalho no nível simbólico, com a ênfase na manipulação de “letras”, tão comum no 6° e no 7° anos, deveria ser evitado.” (Pernambuco, 2019a, p. 381). Tal posicionamento, reforça a importância de atentar para a ideia de *noção* como algo que será desenvolvido ao longo dos anos finais do ensino fundamental.

A habilidade EF06MA14PE, associa a relação de igualdade matemática a ideia de *noção*, dando a entender que o foco da discussão é de possibilitar ao estudante que ele desenvolva uma ideia geral, clara, compreensível sobre as ações operatórias de adição/subtração/multiplicação/divisão nos membros da igualdade e que use essa mesma ideia para determinar valores desconhecidos em balanças de dois pratos.

Quando o CPE inclui a *metáfora da balança* nesta habilidade da BNCC, de alguma forma, está procurando reforçar que o uso desse recurso pode contribuir para uma compreensão mais visual do que ocorre em cada lado de uma equação, quando há alteração em um desses lados.

Concluimos que, apesar do manual trazer em sua parte inicial as fundamentações e orientações gerais da coleção alinhados a BNCC/CPE, sua parte interna (os capítulos, livro do aluno) não reflete tais ideias, se distanciando um pouco desses documentos curriculares e mostrando certa dissonância entre o que está sendo proposto e o que, de fato, está sendo feito, conforme Quadro 31.

Quadro 31 - Limitações dos recursos curriculares do livro didático

Procedimentos	Representações de domínio
- Estrutura metodológica padrão: apresentação de uma situação contextualizada com o conteúdo a ser explorado; explanação teórica do conteúdo; exercícios propostos. - Orientações didáticas e metodológicas com pouca clareza. - Distanciamento entre os aspectos metodológicos apontados nas orientações em comparação com o que é feito no livro do aluno.	- Valorização da dimensão algébrica nos processos de determinação dos valores desconhecidos. - Antecipação de habilidade prevista no 7° ano sem considerar a maturidade cognitiva do estudante e sem fazer a devida comunicação ao professor.

Fonte: Os autores (2023)

De forma objetiva, podemos dizer que o LD diverge das ideias preconizadas na BNCC e, conseqüentemente, no CPE, já que este reflete aquele, uma vez que o livro do aluno e as orientações para o professor estão desalinhados. Tal fato faz com que a professora recorra a outros materiais, a fim de contribuir com a construção de sua aula. Ao assim proceder, sua postura dialoga com o que Carvalho e Lima (2010) afirmam quando o professor está insatisfeito com sua coleção.

No entanto, isso não significa que você deva abandonar a coleção escolhida e não mais usá-la com seus alunos. Não existe livro perfeito. Todos contêm imperfeições ou falhas no encaminhamento dado a certos assuntos. Compete aos colegas professores, que conhecem várias coleções, complementar alguns conteúdos ou modificar determinadas abordagens presentes naquela que foi adotada em sua escola. Afinal, você não precisa ficar dependente do livro, ele é uma ferramenta em nossas mãos. (Carvalho; Lima, 2010, p. 22).

E então, a professora usa o plano de aula do Mathema Nova escola (ANEXO D). Segundo ela, este material foi disponibilizado numa de suas participações em formação de professores, como percebemos a seguir:

Em relação a Prefeitura do Recife, eu fiz um ano e meio de curso do Mathema no formato presencial e online. Começou em 2018 e foi até o final de 2019. Todo encontro eles entregavam um slide (eu não usei esses slides para essa aula). Cada aula tinha uma atividade e numa dessas aulas ela jogou essa atividade que eu usei. Além disso, eles entregaram um material sobre Álgebra (Formar - Módulo III Ensino Fundamental – Anos Finais – Curso de Didática Específica de Matemática). [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 6 – Formação e aspectos profissionais – Entrevista]

Análise horizontal. O plano de aula do Mathema Nova Escola foi impresso em três folhas de A4 e está estruturado em vários tópicos, a saber: *objetivo (geral), atividade, objetivos (específicos), desenvolvimento e etapas.*

O *objetivo*, que aparece no canto superior esquerdo da folha, em negrito, é: *desenvolvimento do pensamento algébrico*. Ele serve para as duas atividades propostas neste MC. Os objetivos, o desenvolvimento e as etapas são especificados para cada atividade.

Em virtude da natureza do MC, plano de aula, e apresentar-se de forma sintética, diferentemente do capítulo de um livro didático, passaremos a sua *análise vertical*.

Na *atividade 1*, o título é: *o sinal de = (igual) como equivalência*. Abaixo deste, em negrito, os *objetivos*: *compreender o significado do sinal de igual (=) como é o mesmo que ou é equivalente a, e não como resposta a um problema ou cálculo; determinar o número desconhecido, que torna verdadeira uma igualdade, envolvendo as operações fundamentais com números naturais.*

Em seguida, com o título em negrito, *desenvolvimento*, e logo abaixo deste, as *etapas (e títulos)* de como a atividade proposta pode ser desenvolvida.

A *1ª etapa: Problematização*, é explicitada uma tabela com operações do tipo *a (operação) b = c* e *a = b (operação) c*, seguida de orientações endereçadas ao professor: “peça aos alunos que, em duplas, conversem e decidam ...”; “para cada

resposta, os alunos devem explicar o porquê de sua escolha”; “acompanhe as explicações dos alunos”. Tais sugestões incentivam os professores a acompanharem e registrarem as sentenças que causaram estranhamento aos estudantes. Esta primeira etapa se caracteriza pela exploração.

Na 2ª etapa: *Novo desafio*, são propostos aos alunos situações consideradas pelo MC como mais complexas. Elas são do tipo $a \text{ (operação) } b = c \text{ (operação) } d$ e $a = a$. Assim como na primeira etapa, o professor é orientado a solicitar de seus alunos a justificativa de seu raciocínio e acompanhar essas explicações. Solicita que o professor registre na lousa as impressões que os estudantes tiveram para cada uma das sentenças. Além disso, assim como na primeira etapa, o professor deve atentar para o vocabulário matemático usado pelos alunos.

A 3ª etapa: *Um último desafio*, propõe que o professor continue aumentando o grau de complexidade e sugere uma possível questão: “Aplicando o que aprenderam, qual o número que pode ser colocado no espaço para tornar a sentença verdadeira? Justifique seu raciocínio.” O MC explicita qual a questão: $6 - \underline{\quad} = 7 - 4$.

Na 4ª etapa: *Socialização das aprendizagens*, traz considerações e questionamentos que levam os professores a refletir sobre os aspectos relacionados aos objetivos propostos. Na seção “*vamos refletir um pouco mais!*”, São feitas, aos professores, duas perguntas: 1. Quais aspectos você observou que chamaram mais a atenção dos alunos ao analisarem as igualdades? 2. Você identificou, nas justificativas feitas pelos alunos, a presença da ideia de equivalência para o sinal de $=$? De que forma eles falaram sobre isso?

Ainda nesta etapa, sinaliza-se para os professores algumas das situações que podem ter causado estranhamento aos estudantes, por serem menos exploradas no ensino e conclui-se, dizendo que a compreensão da ideia de equivalência ocorrerá gradualmente, à medida que os estudantes tiverem a oportunidade de explorarem e discutirem mais situações.

A atividade 2 tem como “título *Relações entre as operações*”. Os objetivos são: *Identificar regularidades entre as operações de adição e multiplicação com suas inversas; compreender a generalização na aritmética como desenvolvimento do pensamento algébrico*. Esta atividade está dividida em quatro etapas.

A 1ª etapa: “*Apresentação da proposta de atividade*”. Aqui o professor é orientado a organizar os alunos em dupla, para a realização de uma situação problema que envolve a relação entre adição e subtração. É uma atividade estilo pirâmide, que

fornece alguns números e que a ação do estudante é descobrir quais os números faltosos (ANEXO A), questão 03. Ainda nesta etapa, o MC explicita que o professor deve pedir que os estudantes leiam o problema silenciosamente e que dê o tempo necessário para essa leitura. Em seguida, ele deve perguntá-los o que foi compreendido da atividade proposta. O MC também sugere, que durante a realização dessa atividade, o professor observe as estratégias que as duplas estão utilizando para descobrir os números faltosos e se elas facilitam ou dificultam a obtenção da solução.

A 2ª etapa: *“Socialização das estratégias”*. O professor é orientado a oportunizar aos estudantes a exposição de soluções na lousa, independentemente de estar certo ou errado. Incentiva que haja participação do estudante quando forem identificadas soluções incorretas, no sentido de estes explicarem o que ocorreu e o que será preciso fazer para obter a resposta certa.

A 3ª etapa: *Novo desafio*. Antes da realização de um novo desafio, o MC sugere ao professor que pergunte aos estudantes se eles preferem continuar em duplas ou mudar a configuração, no sentido de “tornar a atividade mais produtiva.”

Sobre o “novo desafio” (ANEXO A), questão 4. O professor é orientado a oportunizar aos estudantes tempo para a leitura e para o levantamento de dúvidas sobre o significado de palavras ou expressões. O MC destaca, que é provável que eles desconheçam a palavra “produto” e que, caso isso ocorra, sugere como tal situação pode ser explorada. Ainda nesta etapa, o MC orienta o professor a acompanhar os trabalhos nas duplas procurando observar como os estudantes comunicam suas ideias e como pensam para chegar na solução. Conclui dizendo que no momento da socialização dos resultados sejam dadas oportunidades para as duplas que não foram à lousa na atividade 1.

A 4ª etapa: *“Problematização”*. Esta etapa, traz orientações ao professor para o fechamento das ideias das duas atividades anteriores. Aqui, o professor é orientado a retomar as duas pirâmides, colocando uma ao lado da outra, e questionando os estudantes quais as semelhanças e diferenças elas. Pontua que, caso o estudante não consiga perceber tais características, devem ser propostos questionamentos para chamar a atenção quanto a isso. Algumas questões são explicitadas no MC como sugestão:

“Qual operação foi envolvida na primeira pirâmide? E na segunda? Na primeira pirâmide, quando era desconhecido o valor do quadrado da linha superior, qual operação vocês tinham que aplicar para obter esse valor?”

Esta quarta etapa é concluída citando o vídeo, “*Falando com o especialista*”, que percorreu sobre algumas habilidades relacionadas ao pensamento algébrico, questionando os professores sobre quais outras habilidades estão relacionadas ao referido pensamento.

Após a descrição das duas atividades propostas neste material do Mathema utilizado pela professora Rosácea, analisaremos sua relação com o CPE, considerando as *representações de domínio e os procedimentos*.

Quanto às *representações de domínio*, percebemos que o MC faz uma discussão em torno do *desenvolvimento do pensamento algébrico* alinhado a quatro objetivos, que por sua vez, estão em consonância com o CPE.

Sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico, o CPE afirma que este é um dos objetivos da unidade temática Álgebra. Segundo este currículo, este pensamento é “essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos.” (Pernambuco, 2019a, p. 361).

Ao tomar como referência o desenvolvimento deste tipo de pensamento, o MC insere o debate de equivalência enquanto *ideia fundamental*, de forma transversal ao estudo das igualdades. Ao admitir como conhecimento mais amplo, este plano de aula assume uma compreensão de que o pensamento algébrico se desenvolve não a partir de letras e símbolos, mas de noções, ideias, formas de pensar matematicamente caracterizada pela *generalização e regularidade* (Pernambuco, 2019a).

Para isso, ele foca na *compreensão relacional do sinal de igual enquanto equivalência e, não apenas, como resultado de uma operação*. Nesse sentido, o MC se apoia nas operações matemática de adição, subtração, multiplicação e divisão para desenvolver esse princípio.

A maneira como o MC explora as duas atividades, demonstra a compreensão da necessidade de diálogo com outras unidades temáticas. Ao apresentar situações com as operações ele estabelece um *diálogo entre duas unidades temáticas*: Álgebra e Números, o que é aconselhado pelo Currículo de Pernambuco (2019a).

Ao explicitar constante preocupação com o uso da *linguagem matemática*, o MC entende que esta não é uma linguagem que se aprende de forma automática ou mecânica, mas que é fruto de processo gradual ao longo da escolaridade. O próprio CPE afirma que,

é comum que os estudantes cheguem a essa etapa de ensino sem conseguir utilizar de forma adequada a linguagem matemática, o que não significa ausência de aprendizagens anteriores. Cabe, então, ao professor identificá-las e utilizá-las como ponto de partida para as novas aprendizagens e para a ampliação dessa linguagem. (Pernambuco, 2019a, p. 378)

Ao propor constantes retomadas e aprofundamentos constantes, o MC sugere que as tarefas valorizam uma *progressão gradual em espiral*, considerando o nível de maturidade dos estudantes. Podemos dizer que a atividade 2 deste MC é uma retomada e aprofundamento em relação à atividade 1. Esta, destacou aspectos da adição e subtração. Aquela, da multiplicação e divisão. Sobre essa característica a ser considerada no ensino, Câmara; Lima (2010 *apud* Pernambuco, 2019a) asseveram que os mesmos conceitos devem ser retomados e aprofundados em níveis mais complexos com vistas a possibilitar que os estudantes estabeleçam relações entre o que já sabem com o que virá a aprender.

Sobre “os procedimentos”. O MC apresenta uma estrutura caracterizada pela *metodologia de resolução de problemas*, cujas etapas descritas acima deixam transparecer que o professor é orientado a: (1) *propor o problema aos estudantes, que por sua vez, devem trabalhar em conjunto para compartilhar suas ideias.* (2) *À medida que respondem, o professor observa e acompanha as suas produções, intercalando com questionamentos e estimulando o conflito cognitivo, de modo a usar esses dados na construção de novos questionamentos.* (3) *No momento de discussão, oportuniza os estudantes a exporem suas ideias, independentemente de certas ou erradas, e aproveitando o erro como ponto de partida para novos questionamentos.*

Tais ações didático-metodológicas, estão em concordância com o que diz Onuchic (2022) e Pernambuco (2019a). Eles concordam que o ensino de matemática deve implicar na construção do conhecimento, tomando os problemas como ponto de partida para as aprendizagens matemática.

No que tange às “orientações dadas ao professor”, procura-se sugerir como os estudantes podem ser organizados para a realização da atividade, quais encaminhamentos podem ser dados diante das dúvidas dos estudantes, quais

questionamentos podem ser feitos a fim de estimular a participação e construção do conhecimento.

De modo geral, com base nas *representações de domínio e procedimentos*, percebemos que este material curricular possui uma estreita aproximação com as ideias matemáticas veiculadas no CPE, o que, de alguma forma, pode ser considerado como um MC que reflete o currículo prescrito. Assim sendo, este *currículo apresentado aos professores* acaba por ser funcional (Sacristán, 2000) e por contribuir com o desenvolvimento dos conteúdos curriculares prescritos no CPE. O Quadro 32 expõe os procedimentos e representações de domínio do material curricular.

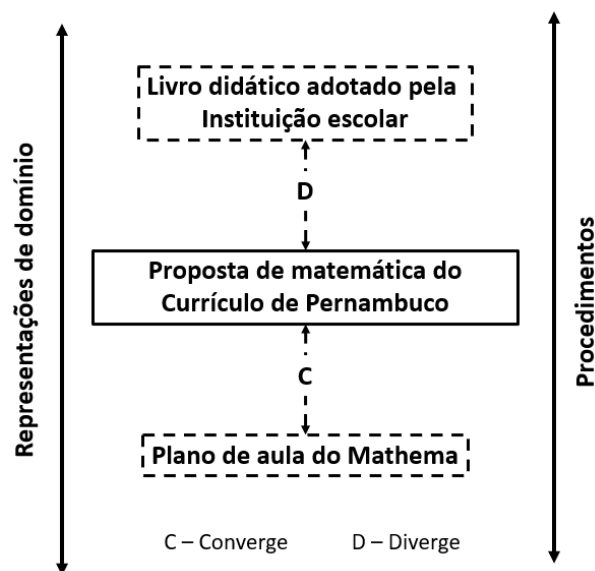
Quadro 32 - Recursos curriculares do plano de aula do Mathema

Procedimentos	Representações de domínio
- Valorização da metodologia da resolução de problemas. - Clareza quanto às orientações didáticas e metodológicas dadas ao professor.	- Desenvolvimento do pensamento algébrico. - Debate sobre equivalência na enquanto ideia fundamental. - Compreensão relacional do sinal de igual enquanto equivalência e não apenas como resultado de uma operação. - Diálogo entre as unidades temáticas álgebra e números. - Ampliação da linguagem matemática. - Os mesmos conceitos devem ser retomados e aprofundados em níveis mais complexos.

Fonte: Os autores (2023)

Considerando os dois materiais curriculares de referência analisados, entendemos que é possível estabelecer uma *relação de convergência e divergência* com o currículo prescrito tomando como referência a proposta de matemática veiculada em cada documento, a partir dos recursos curriculares, conforme Figura 34.

Figura 34 - Relações entre material curricular e Currículo Prescrito de Matemática de PE da professora Rosácea



Fonte: Os autores (2023)

Percebemos que existe uma aproximação entre as propostas de matemática defendidas no CPE e o *Plano de aula do Mathema*, quanto às representações de domínio e procedimentos, diferentemente do *livro didático adotado pela escola*. Este, por sua vez, por não contemplar aspectos da construção do conhecimento, com foco no estudante enquanto sujeito ativo, que pode fazer matemática a partir/através os problemas matemáticos, acaba por não convergir com o CPE.

A *dissonância entre a proposta de matemática veiculada no material curricular e a preconizada no CPE acaba por criar dificuldade ao trabalho do professor em sala de aula*, haja vista que os MC são elaborados para contribuir com o desenvolvimento dos conteúdos curriculares prescritos (Sacristán, 2000). Sacristán (2000) destaca que os livros didáticos (e no nosso entendimento isso vale para outros materiais) assumem um papel decisivo no ensino pelo fato dos professores terem dificuldade de organizar sua prática a partir do currículo prescrito, haja vista que a linguagem, forma de organizar o conhecimento, a estrutura desse documento cumpre outra função. Não é raro que estes profissionais recorrem aos MC com certa frequência, como já tem destacado Valente (2008).

A dificuldade se amplia pelo fato dos conteúdos curriculares prescritos, explicitados por meio do *Organizador curricular por bimestre*, documento que traz em sua estrutura os conteúdos, os objetos de conhecimento, as unidades temáticas, as habilidades por ano escolar, assumirem certo caráter obrigatório. Isto porque todos

esses conteúdos estão numa plataforma, SIEPE, separados por bimestre, em que o professor precisa apenas selecionar o que será visto, precisando cumprir o preestabelecido de cada bimestre, caso contrário o sistema não abrirá o novo bimestre.

O fato do Estado de Pernambuco não ter um MC próprio, alinhado totalmente com suas premissas, princípios, ideias matemáticas sobre o ensino e aprendizagem, organização específica de seus conteúdos curriculares, *implica processo de escolha de MC muito minucioso e de muita profundidade por parte dos professores*. Pois, pelo fato de as obras didáticas não serem construídas para atender este currículo em particular, elas podem ou não convergir com este currículo. Requer dos professores não conhecimento superficial, mas profundo das ideias do currículo prescrito.

Ou seja, o professor de matemática do Estado de PE precisa desenvolver os conteúdos curriculares prescritos em seu currículo oficial, bimestre a bimestre, a partir de um MC que pode convergir ou não com as suas ideias. Uma vez que a proposta de matemática do livro adotado não transpareça essas ideias do CPE, o professor precisará lançar mão de uma série de *estratégias de adequação* para atender aos objetivos propostos.

Como já mencionado, a SEE-PE, em parceria com a Undime, criou os *Cadernos de Orientações Metodológicas* como material de apoio, complementar, com o objetivo de proporcionar sugestões didático-metodológica para o professor. No entanto, apesar de estar em pleno diálogo com o CPE, o MC não aborda todos os conteúdos curriculares de todos os anos do Ensino Fundamental. E no nosso caso, em particular, não foram usados pela professora.

5.1.3 Relações entre tendência à concepção sobre a matemática e seu ensino e os usos dos materiais curriculares

Como já temos demonstrado, o fato de a professora ter uma forte tendência para uma concepção voltada para os processos de construção do conhecimento matemático, implica numa série de atitudes para com:

- o *conteúdo matemático*, que é visto de forma flexível, não limitada a uma determinada época da programação escolar, conectado a uma ideia fundamental. Do conteúdo, se valoriza aspectos essenciais;

- seu próprio *papel em sala de aula* como mediadora e criadora de um ambiente de autoconfiança, que culmine na construção de ideias matemática; como profissional que procurar desenvolver a autonomia do estudante;

- as *tarefas matemáticas* vivenciadas em sala de aula, que são ponto de partida para as problematizações, mas também servem para apropriar-se de como os estudantes estão pensando, bem como para promover o debate em sala de aula;

- sua *escolha metodológica*, que se dá a partir de problemas e se desenvolve procurando deixar a sistematização para o final;

- os *materiais curriculares*, que precisam valorizar: o diálogo entre as unidades temáticas e com o nível de compreensão dos estudantes, tarefas que estimulam o raciocínio matemático do estudante, que contemplem o que está previsto no CPE.

A partir dos dois materiais curriculares de referência analisados anteriormente, o *Plano de aula do Mathema* e o *livro didático adotado*, podemos perceber que existem variações quanto aos tipos de uso desses MC por parte da professora Rosácea.

Os três tipos de uso veiculados pela literatura é a *reprodução*, *adaptação* e *improvisação* e são resultados da interação dinâmica entre recursos dos MC e recursos dos professores (Brown, 2002, 2009).

A professora Rosácea se relaciona de forma mais intensa com o Plano de aula do Mathema, que por sua vez está em diálogo com o CPE. Ele se fundamenta nos processos de construção do conhecimento matemático pelo próprio estudante, “na medida em que ele é desafiado a confrontar antigas concepções, inclusive da sua vivência extraescolar, e levado a elaborar novos conceitos esperados pela escola” (Pernambuco, 2019a, p. 357). Tal relação com este MC se justifica, pela convergência entre as concepções do professor e do MC (Ponte, 1993; Brow, 2002, 2009; Garnica, 2008).

Em relação a interação, é possível perceber os três tipos de uso. Ao confrontarmos a entrevista (APÊNDICE C) e as observações das aulas (APÊNDICE D) fica evidente que é possível perceber como a professora se relacionou com este MC (ANEXO D) e como ela construiu seus designs. A figura seguinte é uma parte deste plano de aula que tomaremos como exemplo para mostrar como a aula foi desenvolvida.

Figura 35 - Parte do plano de aula do Mathema

NOVA
MATHEMA ESCOLA
PÁG. 11-15

Objetivo: desenvolvimento do pensamento algébrico.

Atividade 1 - O sinal de = (igual) como equivalência

Objetivos:

- Compreender o significado do sinal de igual (=) como "é o mesmo que" ou "é equivalente a", e não como resposta a um problema ou cálculo.
- Determinar o número desconhecido, que torna verdadeira uma igualdade, envolvendo as operações fundamentais com números naturais.

Desenvolvimento

1ª etapa: Problemática

No quadro, escreva as seguintes sentenças e peça aos alunos que, em duplas, conversem e decidam sobre quais são as sentenças verdadeiras e quais são as falsas.

$4 + 8 = 12$ V	$10 = 12 - 3$ F	$3 + 3 = 6$ V
$6 + 9 = 16$ F	$4 \times 9 = 36$ V	$8 = 16:2$ V
$7 + 8 = 15$ V	$10 = 2 \times 5$ V	$18 - 6 = 12$ V

Para isso, eles devem fazer uma tabela com duas colunas, onde em uma escrevem as sentenças verdadeiras e na outra, as falsas. Para cada resposta, os alunos devem explicar o porquê de sua escolha. Acompanhe as explicações dos alunos para suas justificativas das sentenças verdadeiras ou falsas. Registre as impressões que tiverem para cada uma das sentenças, em especial, se houve estranhamento em sentenças como as que têm de um lado um número simples e do outro, uma expressão. Outro aspecto a ser observado refere-se ao vocabulário matemático usado pelos alunos para comunicar suas ideias.

Fonte: Plano de aula do Mathema NOVA ESCOLA (ANEXO D)

Analisando o curso da aula da professora, podemos perceber que ela havia estruturado sua aula tomando como referência o plano do Mathema. Neste material, como se observa, ficam explicitadas as tarefas a serem exploradas pelos estudantes, bem como orientações voltadas ao professor.

Ela propõe algumas questões semelhantes aos estudantes, conforme 1ª etapa do plano de aula, e que em um dado momento, sente a necessidade de realizar uma *improvisação*, conforme trecho observado a seguir.

Professora: Vamos lá. Quem vai me dizer alguma coisa? Ô M [nome de aluno]: tu já fizesse?

Aluno: Por que é dez igual a vinte dividido por dois? [está na lousa $10 = 20:2$].

Professora: Olha a pergunta de N [nome do aluno]. Por que é que dez é igual a vinte dividido por dois? [fala apontando para a sentença na lousa]. E como seria?

Aluno N: Dez mais dez.

Professora: Não. Ele está dizendo que seria [escreve na lousa $20:2 = 10$]. Será que $10 = 20:2$ não é igual a $20:2 = 10$ [ela aponta para a lousa]? Por que é que você estranhou? [O aluno não responde]. Por que a gente sempre apresenta muitas vezes a operação pra você achar o resultado [aponta para $20:2 = 10$]. E aqui tá o resultado com a operação [aponta para $10 = 20:2$]. Esse 10 é a mesma coisa que esse resultado aqui [aponta para $20:2$]?

Aluno: Sim

Se dirige ao pesquisador e diz que *na outra turma não veio essa pergunta*.

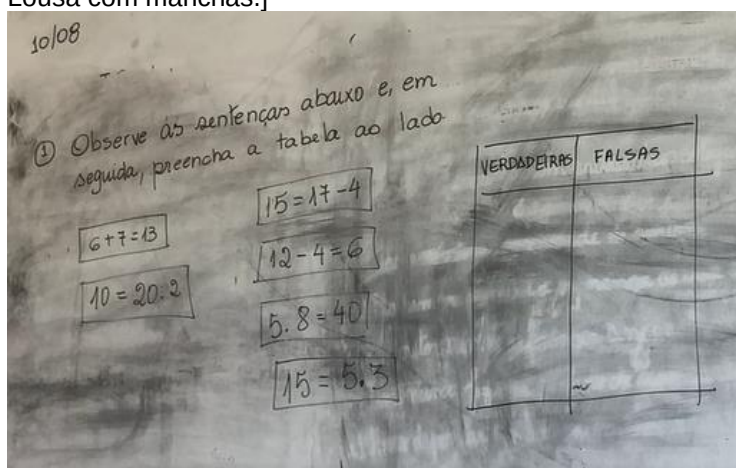
[APÊNDICE D – 10/08/2022 – Momento 01 – 4º intervalo]

Diante do estranhamento do estudante em $10 = 20:2$ a professora aproveita tal situação para discutir com a turma sobre o significado de equivalência, o que é relevante para uma compreensão mais adequada do sinal de igual. Apesar de ministrar o assunto para duas turmas distintas, acontece de em uma ocorrer uma discussão que não ocorreu na outra, o que é aproveitado pelo professor. Esta é uma situação não prevista por ela.

Sobre a *reprodução*, podemos dizer que esta ocorre, à medida que a professora aplica a mesma ideia preconizada no MC. O plano orienta que o professor escreva as sentenças na lousa e que os estudantes, em dupla, dialoguem sobre quais as sentenças são verdadeiras e quais são falsas. Além disso, o orienta a comunicar aos alunos que estes devem explicar o porquê de suas escolhas, não apenas dizendo verdadeiro ou falso. Pede que o professor acompanhe essas justificativas e que as anote para posterior uso, atentando ao uso do vocabulário matemático pelo estudante.

Os trechos da aula a seguir, fornecem uma visão de como a professora agiu.

Apaga o que está na lousa e pede que os alunos copiem umas questões [ela segura uma folha. Retira as questões dessa folha e as copia na lousa – ANEXO E]. Diz que eles vão resolver em dupla. [Foto da questão a seguir. Lousa com manchas.]



[APÊNDICE D – 10/08/2022 – Momento 01 – 2º intervalo]

Ao terminar de copiar na lousa, lê as questões. Pede que observem as questões, pois afirma que eles já sabem fazer. Dá a possibilidade para os alunos que quiserem, não copiar as operações que ela colocou na lousa e que pode ir direto para a tabela preencher verdadeiro ou falso. Circula na sala de aula, indo em algumas bancas. Fala com um aluno que estava com o livro de outra matéria aberto na hora da aula e o questiona do porquê de ele estar aberto. Pede que copie o que está na lousa. Pede aos alunos que *quando for fazer converse com seu colega do lado*. [APÊNDICE D – 10/08/2022 – Momento 01 – 3º intervalo]

De modo geral, tal reprodução demonstra que ela confia naquilo que está sendo veiculado, por também acreditar na importância de práticas como envolver os estudantes na busca pela solução, caminhar por entre as cadeiras para acompanhar seus raciocínios e propor novos desafios, acreditando que é possível aos estudantes fazerem matemática ao compartilharem suas formas de pensar.

Notemos que esse trecho da aula, denota a similaridade entre os *procedimentos* do recurso curricular, com orientações voltadas em como o professor pode desempenhar seu papel em sala e a prática, e a metodologia valorizada pela professora, que procura inserir o estudante no contexto do diálogo e da resolução compartilhada, sem a preocupação de fornecer-lhes as respostas e as estratégias antecipadamente.

Quanto às *adaptações*, notamos que ela troca os números da tabela no plano de aula, mas mantém a mesma magnitude numérica.

Sobre as *reproduções e adaptações*, ela afirma no trecho da entrevista a seguir.

Eu faço um esquema organizando por momento e esse momento pode durar várias aulas. A primeira aula foi compreender o significado do sinal de igual como “equivalente a”, é o “mesmo que”. Lembra que eu fiz uma atividade de verdadeiro ou falso? De onde eu tirei essa atividade? *Eu tirei do material do Mathema Prefeitura. Baseado nesse material, que está igual, eu só troquei os números. Eu fiz algumas adaptações. Mas eu usei a ideia e as orientações.* [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 2 – Livro Didático – Entrevista]

De modo geral, a professora recorre a este MC com muita frequência em suas aulas por considerá-lo como um recurso que lhe ajuda a desenvolver os conteúdos curriculares. A convergência com o CPE e, conseqüentemente com suas concepções sobre a matemática e seu ensino, faz com que seus planos de aula construídos sejam semelhantes ao do Mathema.

De fato, os dois planejamentos construídos por ela (ANEXO E, ANEXO F), contém vários elementos que os tornam convergentes ao MC: *os objetivos e a sequência das tarefas propostas e a natureza dos problemas.*

Tomando como referência o Quadro 27 - Tarefas aplicadas na sala de aula da professora Rosácea, notamos que das suas oito aulas, seis delas (1^a, 2^a, 5^a, 6^a, 7^a, 8^a aula) exploraram atividades com ideias semelhantes às do Plano do Mathema.

O que ainda se pode destacar, é que apesar da professora estabelecer uma relação intensa com este MC em decorrência de semelhança de concepção, foi possível identificar os três tipos de uso apontados pela literatura. A *reprodução*, neste caso, é fruto do deslocamento de responsabilidade do professor para o MC por se entender que este recurso é o que melhor traduz a prescrição (Januario, 2020). No caso da *adaptação*, não ocorreu por subversão ou fragilidade do MC (Remillard, 2005), mas por escolha didática da professora. E, finalmente, a *improvisação*, que ocorre como fruto de uma suposta fragilidade do MC inferida pela professora, no que diz respeito ao nível de compreensão do estudante, mas que se mantém alinhada às opções didático-metodológica dos elaboradores.

O Quadro 33, seguinte, sintetiza a relação entre a tendência à concepção-material curricular-currículo prescrito.

Quadro 33 - Relação convergente entre o material curricular e o currículo prescrito

Tipo de uso	Justificativa do uso pela professora	Relação do uso do MC com o currículo prescrito
Improvisação	Percepção de que as aprendizagens realizadas anteriormente podem não ter acontecido de forma satisfatória.	Adequada
Reprodução	Semelhança de objetivos de ensino, o papel do professor, a forma como o conteúdo é abordado, natureza das tarefas.	
Adaptação	Alteração da magnitude numérica por escolha didática.	

Fonte: Os autores (2023)

Em sua relação com o livro didático adotado pela escola, haja vista que sua proposta de matemática não converge com o CPE e nem com as tendências de concepções da professora sobre a matemática e seu ensino, notamos que não houve *reproduções e nem adaptações*, mas sim, *improvisações*.

Conforme já mencionado, de todo capítulo 05 (ANEXO B), este sinalizado como referência pela própria obra para desenvolver a habilidade em foco, a professora só utiliza 2 questões: a 2ª e a 3ª da página 121, conforme já apontado no Quadro 27.

As duas questões estão explicitadas no Quadro 34, a seguir.

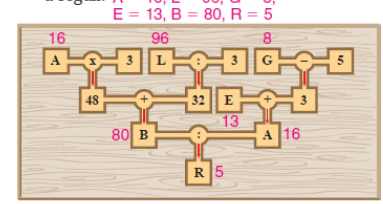
Quadro 34 - Questões do LD usadas em sala de aula

2 Nas figuras a seguir, as balanças estão equilibradas. Sabendo que a massa de cada sabiá é igual a 90 gramas e que os vasos têm massas iguais entre si, qual é a massa em grama de cada vaso com flor? E qual é a massa da jarra?



cada vaso com flor: 225 g; jarra: 675 g

3 Determine o valor de cada letra no esquema a seguir. $A = 16$, $L = 96$, $G = 8$, $E = 13$, $B = 80$, $R = 5$



capítulo 5 | UM POUCO DE ÁLGEBRA 121

Fonte: Bianchini (2018, p. 121)

As orientações fornecidas no manual do professor para seu desenvolvimento, são:

Neste bloco de exercícios, os alunos têm a oportunidade de retomar os principais conceitos tratados no capítulo e verificar possíveis dificuldades que ainda tenham. Sugerimos que as atividades sejam desenvolvidas em duplas, o que ampliará e enriquecerá o repertório de estratégias que os alunos já têm e consolidará os conhecimentos já construídos. (Bianchini, 2018, p. 121)

Ela usa essas duas questões, localizadas na penúltima página do capítulo, pelo fato de satisfazer seus processos de aula já iniciados em momentos anteriores. Cabe destacar, que apesar do manual sugerir que esta atividade seja desenvolvida em dupla, em suas aulas eles já encontram dessa forma por orientação da escola. Logo, a organização da sala decorre não do MC, mas de outra instituição.

A questão 2, por sua vez, foi utilizada por sua aproximação com a habilidade em desenvolvimento, que faz menção à metáfora da balança. No entanto, tal recurso não foi explorado em nenhuma parte desse capítulo. Diga-se de passagem, que o uso da balança aplicado à determinação de valores desconhecidos só aparece nesse

capítulo 5 (ANEXO B) e no capítulo 12 (ANEXO C), mas de forma abrupta, sem orientação clara ao professor, sem explicitar quais as ideias a serem construídas.

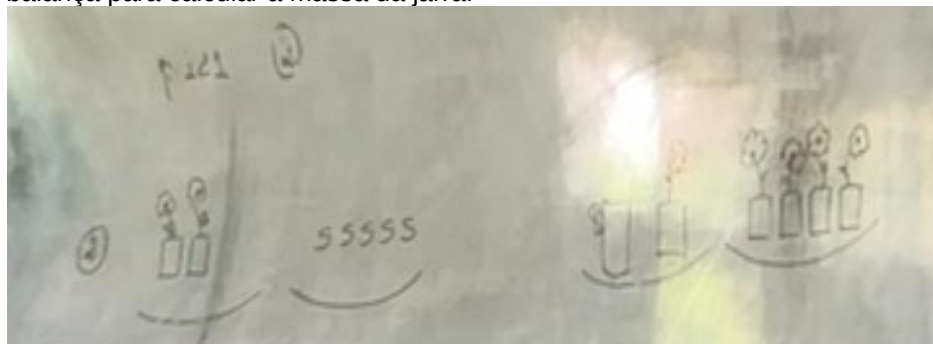
Conforme trecho das aulas observadas a seguir, percebemos o design da *improvisação* para esta atividade.

Aluna inicia a leitura. A professora está em pé, perto da lousa, indagando os alunos acerca da questão. Pede que um aluno leia novamente a questão. Começa andar pela sala e para ouvir como o aluno H [nome de aluno] fez.

O aluno H explica como ele fez [ele está sentado na sua carteira. Fala baixo e nem todos escutam]. Ele diz que como havia 5 pássaros, multiplicou 90 por 5, que deu 450. Em seguida dividiu por 2, já que isto está sendo equilibrado com dois vasos com flor.

[APÊNDICE D – 15/08/2022 – Momento 03 – 16° intervalo]

A professora pede que os alunos leiam novamente a questão 02. Ela diz que tem informações importantes para calcular a massa dos sabiás. Enquanto os alunos leem ela desenha a imagem na lousa. Diz que eles precisam achar o valor do vaso com flor e depois pede que os alunos olhem para a outra balança para calcular a massa da jarra.



[Na primeira balança dois vasos estão equilibrados com 5 sabiás e na segunda, um vaso e uma jarra se equilibram com 4 vasos]

Ao concluir o desenho na lousa, pede que os alunos olhem para o seu desenho. Ela pega o livro didático que estava segurando e coloca no seu birô.

Professora: Eu tenho dois vasos que equivalem à massa dos sabiás. Depois que vocês acharem aqui [ela aponta para a imagem na lousa], o vaso, vocês devem achar a massa da jarra. Tem gente que já fez. Daqui a pouco peço para vocês explicarem.

Aluno: Posso fazer no caderno.

[APÊNDICE D – 15/08/2022 – Momento 04 – 2° intervalo]

Por esse trecho, percebemos que a professora mantém a prática de circular por entre as cadeiras, estimulando os estudantes a responderem e compartilharem suas ideias, explicar como fez. Continua instigando-os a persistir na busca pela solução. Nenhuma dessas atitudes empreendida pela professora está explicitada no manual do professor.

A segunda questão extraída do livro é a de número 3. Ela se refere a determinação de valor desconhecido com base na relação entre a multiplicação e a

divisão (inversa), no formato de uma pirâmide, tipo de problema explorado nas aulas anteriores. Esta questão, por sinal, tem relação com uma das atividades propostas no plano do Mathema, a de número 2 (ANEXO D).

O fato de a professora reproduzir a ideia do plano de aula do Mathema (ANEXO D), faz com que ela procure incluir questões que lhe auxiliem a atingir seus objetivos. Neste caso, a *improvisação* ocorreu como resultado da possibilidade de perceber que tais questões contribuem para seu design. Por mais que a proposta de matemática do LD não esteja alinhada ao CPE e nem ao que a professora concebe, tal divergência não a impede de enxergar neste material possibilidades adicionais (*affordances*).

O Quadro 35 seguinte sintetiza a relação entre a tendência à concepção-material curricular-currículo prescrito.

Quadro 35 - Relação divergente entre o material curricular e o currículo prescrito

Tipo de uso	justificativa	Relação do uso do MC com o currículo prescrito
Improvisação	Percepção de possibilidade adicional mediante uma tarefa do MC.	Adequada
Reprodução	Não ocorre reprodução.	Inexistente
Adaptação	Não ocorre adaptação.	

Fonte: Os autores (2023)

Assim, podemos representar a relação da tendência à concepção de matemática e de seu ensino da professora com os materiais e seus usos pela Figura 36.

Figura 36 - Tendência à concepção construtivista da matemática e seu ensino: tipos de relação com materiais curriculares e seus usos

Material curricular	Plano de aula do Mathema	Livro didático adotado pela escola
Tipo de relação	Converge	Diverge
Tipo de uso	Reprodução Adaptação Improvisação	Improvisação

Fonte: Os autores (2023)

O estudo da relação entre as concepções e os materiais curriculares, nos permitiu *ampliar as significações para os tipos de uso e descobrir um novo tipo de uso não previsto pela literatura*.

Com base na literatura que fundamenta nossa tese sobre relação professor-MC (Brown, 2002, 2009; Remillard, 2005, 2012, 2020), a designação para os tipos de uso considera que o professor está vinculado, de alguma forma, ao material curricular, recorre a ele para desenvolver suas aulas. A ideia da palavra “usar” pressupõe que o professor pode se valer de alguma de suas ideias. Segundo as conceituações de Brown (2002, 2009), usar um material curricular é resultado da interação entre os recursos do professor e do currículo e que mesmo quando ele *improvisa*, faz isso em momentos circunstanciais, quando o próprio material não oferece soluções para problemas inesperados (Anjos, 2014).

A ideia de *improvisação* proposta por Brown (2009), decorre de uma percepção da professora acerca de sua pesquisa em ver uma *possibilidade adicional não prevista pelo MC ou não planejada pelo professor*. Anjos (2014), discorre sobre esse episódio no trecho seguinte.

Neste ponto é importante ressaltar outro episódio da prática de ensino da professora Janet, no qual Brown (2002) reportou a presença de improvisos. A temática da aula ainda envolvia os “Raios Solares” e a professora percebeu que os alunos não compreendiam as relações de conceitos apresentados em atividades de aulas anteriores. Então, decidiu colocar os alunos em grupos e pediu que eles compartilhassem suas ideias entre os membros do grupo. De acordo com o pesquisador, Janet não sabia como as discussões iriam se desenrolar, mas ao observar o desvelar das discussões dos grupos percebeu que esse método poderia oferecer ferramentas potenciais para o ensino. Foi por intermédio de discordâncias conceituais entre dois alunos que Janet mobilizou uma discussão entre eles e, em consequência, gerou um debate que mobilizou a classe. Segundo Brown (2002, p. 305), a mobilização do debate teria se caracterizado propriamente pelo *design* de improvisação da professora. Essa estratégia de ensino, segundo o pesquisador, ajudou a professora a alcançar duas metas: (i) proporcionou uma oportunidade para reforçar os princípios básicos de argumento científico e raciocínio baseado em evidências, e (ii) ajudou a envolver a totalidade da classe no assunto em questão. (Anjos, 2014, p. 71).

Como podemos observar, a *improvisação* está associada a um *distanciamento circunstancial*, a fim de resolver um problema não previsto pelo MC, mas que o professor, com base em seus conhecimentos, crenças, concepções, busca solucioná-lo. A professora Janet, percebe que o MC que ela dispõe é limitado e, num dado momento, entende como oportuno a realização de um debate entre os estudantes. Ao fazer isso ela segue uma estratégia particular e com um mínimo de confiança no MC.

Entretanto, apesar de seguir um percurso metodológico distinto, não previsto por ele, ela atinge o mesmo objetivo. O que significa que a *improvisação é coerente*.

Importante destacar que no contexto norte-americano de Brown (2009), os materiais curriculares se caracterizam por fornecer aos professores um plano de aula com descrição detalhada de como a aula pode ser desenvolvida. Suas descobertas teóricas, por sua vez, colidem com esta cultura. Ele afirma que

os materiais não devem apenas fornecer recursos para o ensino, mas também devem entender o ensino como um processo de design. Em vez de descrever o ensino como procedimentos pré-fabricados, os planos de aula devem apoiar os processos pelos quais os professores consideram os objetivos principais, o conteúdo relevante, as estratégias apropriadas e os materiais disponíveis.⁴⁹ (Brown, 2002, p. 7).

Suas contribuições evidenciam, que o professor, com o intuito de alcançar os objetivos desejados, tende a buscar alternativas metodológicas não previstas nos materiais curriculares. Haja vista, que o simples fornecimento de ideias prontas pelos materiais, nem sempre são adequadas para a resolução dos problemas do ensino e da aprendizagem. Segundo Brown (2002), os planos de aula pré-fabricados [...] são frequentemente desmontados para atender às necessidades locais⁵⁰ (p. 7), indicando que o *design da improvisação*, em certo aspecto, acaba sendo uma ação de *ajuste de realidade*.

Brown (2002), considera que eles poderiam apoiar melhor os professores ao fornecer os recursos curriculares que pudessem ser “montados” pelos professores. Estes profissionais escolheriam os recursos apropriados numa espécie de banco de dados e fariam os devidos “encaixes” a depender da situação. Brown (2002) afirma que “os recursos curriculares devem ser elaborados de forma a apoiar os professores na seleção de recursos adequados para cada situação (p. 7)⁵¹”. Nessa perspectiva, os MC deveriam encontrar formas distintas de apoiar os trabalhos dos professores.

A *improvisação*, tanto reflete a capacidade pedagógica do professor, quanto sinaliza para a limitação dos MC em darem conta da diversidade de problemas no

⁴⁹ Tradução nossa de: materials should not only provide resources for instruction, but should also support teaching as a design process. Rather than depicting instruction as prefabricated procedures, lesson plans should support the processes by which teachers consider key goals, relevant content, appropriate strategies, and available materials.

⁵⁰ Tradução nossa de: Given that prefabricated, procedure-driven lesson plans are frequently dismantled in order to meet local needs

⁵¹ Tradução nossa de: curricular resources should be crafted in ways that support teachers in selecting appropriate resources for each situation

ensino e na aprendizagem dos assuntos. Isso reforça que, tal *uso*, é uma ação combinada dos recursos do professor e do material curricular.

No entanto, temos percebido que a professora Rosácea tende a fazer constantes *transformações, criações e construções* a partir dos materiais curriculares quando ela: recorre a eles com a intenção de *aprimorar uma ideia preconcebida* sobre os processos de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos. Para isso, ela recorre a eles para selecionar uma atividade, ampliar sua fundamentação de como os conceitos matemáticos podem ser desenvolvidos, conhecer qual a orientação didática e metodológica que está sendo explicitada.

Tais atitudes podem ser exemplificadas em alguns trechos de sua entrevista.

Alguns materiais que eu consulto para o planejamento eu também consulto em livros do 7º ano, porque tem alguns autores que dão a introdução das equações, com essas coisas mais simples, com balanças. Agora mesmo, eu cheguei mais cedo, peguei os livros do 7º ano e está cheio e alguns eu faço as adaptações para trabalhar no 6º ano. *Eu usei alguns livros do 7º ano para pegar a ideia de alguma coisa, ou talvez uma balança. Geralmente eu uso Dante, Ênio Silveira, Araribá, ... Mas eu tenho outros livros. Normalmente quando eu quero uma coisa diferente eu abro os livros e vou selecionando. Quando eu tenho que selecionar atividades eu pego os livros e vou olhando de um a um aquele assunto. Eu seleciono de acordo com os objetivos e com o nível dos alunos.* Eu pego atividades do 7º ano e adapto para o 6º ano, como tem atividades do 4º e 5º ano que eu uso, principalmente de Dante - Marília Centurión, Júnia La Scala e Arnaldo Rodrigues – e os livros mais antigos de Imenes do 5º e 6º ano. Eu gosto muito, pois tem umas problematizações legais. *Primeiro eu vejo umas dez questões e depois eu faço uma seleção em cima disso.*

Eu uso muitas ideias dos planos de aula da Nova Escola. Eu usei para essa aula algumas ideias de um slide sobre multiplicação e adição. Eu iria pegar esse, mas não peguei [ela lê no slide: a soma de dois números naturais é igual a 10. Que números são esses?] *aí puxa uma discussão.* Isso aqui também não usei [a professora está com o computador aberto mostrando os slides da Nova Escola que ela usou na sua aula]. Separei, mas não usei. Eu usei esse material para começar, o início, fui lendo. *Aquela questão de ler e ver tudo para depois sentar e ver o que eu vou fazer. Não vou direto usando não.* [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 4 – Habilidade – Entrevista]

Os tipos de uso preconizados pela literatura, como a *reprodução, adaptação e improvisação*, consideram um material curricular de referência, como foi o caso do livro didático adotado pela escola e do plano de aula do Mathema. Mas, como percebemos nos trechos anteriores, a professora recorre a alguns livros de forma esporádica.

Anjos (2014), fala de *não uso de material curricular* em seu trabalho. Para ele, esse fenômeno ocorre quando o professor se “distancia da proposta original do livro didático” (p. 42), não seguindo a abordagem dos conteúdos, dos exemplos e das

atividades propostas no livro. Acreditamos que tal expressão abre espaço para *outros usos*, distintos dos apresentados na literatura. Se distanciar da proposta do LD não significa, necessariamente, um fenômeno de *não uso*, mas um tipo de uso não categorizado até então. Salvo o professor não recorra a nenhum material curricular para a construção de seus episódios de ensino, entendemos que tal fenômeno pode sim ser classificado como *não uso de material curricular*. Além disso, se distanciar da proposta do livro não pode ser não uso, mas um uso diferente dos apresentados por Brown (2002, 2009) e Brown e Edelson (2003).

O fato da professora Rosácea se relacionar de uma forma menos intensa com alguns materiais, como fazer seleção de atividades, abre novas possibilidades para os tipos de uso como resultado da interação entre os recursos do professor e os recursos dos materiais curriculares.

Em certo sentido, o fato de a professora recorrer a vários materiais curriculares com características diversas, sejam planos de aula em portais educacionais, livros didáticos ou até mesmo a livros especializados sobre o tema estudado em meios físicos e/ou digitais, caminha no sentido do que Brown (2002) defende quanto a necessidade de um *material customizado, versátil*. Para ele, os elaboradores de material curricular

podem buscar inspiração no exemplo de lojas de móveis para casa do tipo faça-você-mesmo, como “The Container Store” e “Hold Everything”. Ao contrário das lojas que vendem soluções de armazenamento pré-fabricadas, essas lojas fornecem aos usuários produtos modulares, recursos configuráveis que eles mesmos montam para atender às necessidades e restrições particulares de suas próprias casas. Esses varejistas evitam soluções pré-fabricadas, reconhecendo o valor e a necessidade da customização local. Essas lojas enfrentam dois desafios principais de design. Primeiro, eles devem criar recursos modulares de maneira que comuniquem as principais possibilidades e restrinjam a atividade de maneira significativa. Em segundo lugar, eles devem fornecer suporte aos clientes, na forma de exemplos ilustrativos de uso e, talvez, treinadores que orientam os clientes menos experientes em um processo de consideração de seus objetivos, identificando os principais recursos de seus contextos locais e, em seguida, configurando os recursos disponíveis de forma a abordá-los. (Brown, 2002, p. 7)⁵²

⁵² Tradução nossa de: Designers might look for inspiration to the example of do-it-yourself home furnishing stores such as “The Container Store” and “Hold Everything.” Unlike stores which sell prefabricated storage solutions, these outlets provide users with modular, configurable resources which they assemble themselves in order to meet the particular needs and constraints of their own homes. Such retailers avoid prefabricated solutions, recognizing the value and necessity of local customization. Such stores face two primary design challenges. First, they must craft modular resources in ways that communicate key affordances and constrain activity in meaningful ways. Second, they must provide support for customers, in the form of illustrative examples of use and, perhaps, coaches who guide less experienced customers through a process of considering their goals, identifying key features of their local contexts, and then configuring available resources in ways that address them.

As ideias desse autor indicam que os materiais curriculares devem apoiar os professores no sentido de fornecer-lhes os recursos e os suportes necessários para a construção de episódios de ensino segundo as necessidades de suas aulas. E a professora Rosácea, percebendo a não versatilidade dos materiais que ela tem a sua disposição, recorre a várias “peças de lojas distintas para *construir* seu ambiente de ensino e atingir seus objetivos”.

Sua formação, atuação e experiência profissional no campo da formação de professores, seu envolvimento com as propostas curriculares na condição de elaboradora/revisora/analista, bem como construtora de materiais curriculares lhe permite, em certo sentido, estar na posição de *suporte ao cliente*, que são *designers* especializados em orientar os professores menos experientes a identificar os recursos e organizá-los com vistas a atingir seus objetivos.

Dessa forma, fica evidente que além da *reprodução, adaptação e improvisação* (Brown, 2002, 2009; Brown; Edelson, 2003), há um uso que vamos denominar de *criação*, ampliando a Figura 19 - The Design Capacity for Enactment (DCE) Framework proposta por esse autor.

O significado de uso de material curricular vinculado a um material de referência, limita a percepção de outras formas do professor se relacionar com ele, uma vez que é possível o professor se relacionar com vários e ainda assim não ser referência, nem para ele e nem para os estudantes. A prática da professora Rosácea evidencia, que é possível o professor *construir com e a partir de materiais curriculares* seus episódios de ensino, selecionando tarefas, buscando ideias nas orientações didáticas e metodológicas nos manuais do professor, confrontando suas percepções iniciais com o que é comunicado nesses materiais e fazendo os ajustes convenientes, bem como combinando com livros especializados sobre o tema em foco. A professora recorre a vários recursos para estruturar suas aulas.

Tal postura evidencia que o professor possui um alto PDC e está em concordância com o *ensino enquanto atividade de design (teaching as design)*, processo este que “envolve a criação de algo com finalidade de resolver um problema humano” (Brown, 2009, p. 23), sendo estes produtos da atividade humana.

Notemos, no trecho da entrevista a seguir, que a *criação* é um tipo de uso que ocorre quando o professor tem *clareza dos objetivos* que precisam ser alcançados, *confia em seu estilo de ensino*, não se relaciona com um livro de referência, mas

vários, e podendo *transcender* ao que está proposto pelos currículos prescrito e apresentado. Tal uso está fortemente vinculado a sua percepção do que os estudantes precisam aprender e ao seu alto PDC.

Veja. Eu estou aqui com o planejamento da aula de frações [ela mostra um papel digitado, feito por ela, que é seu planejamento]. O que é que eu tenho que trabalhar frações com eles? De acordo com a matriz [Currículo de Pernambuco]: Adição e subtração de frações. *No 6º ano não tem multiplicação e divisão, apesar de todos os livros trazerem. Mas foi decidido [reunião sobre construção do Currículo de Pernambuco]. ... Mas se eu quiser trabalhar, eu trabalho. Mas eu teria que ver adição e subtração de frações. Minha aula é em cima disso. Às vezes eu passo o que não tem na matriz. Se eu notar que eu tenho que dar introdução de multiplicação de fração eu faço.* [APÊNDICE C – Trecho da resposta à pergunta 3 – Livro Didático – Entrevista]

Agora, tem conteúdos que não tem no livro. Por exemplo. *Ampliação e redução. Que é agora na 3ª unidade. Mas o livro só tem uma página, não tem quase nada. Eu já preparei a atividade para eles explorarem isso.* Eu preparei na malha quadriculada três figurinhas, dou pra eles e eles vão ampliar e reduzir. E dou minha aula em cima disso. Eles colam no caderno já que não tem esse recurso. (Trecho da resposta à pergunta 4 – Livro Didático – Entrevista)

Considerando a relação estabelecida entre a professora Rosácea e os materiais curriculares, como também um olhar para sua tendência à concepção sobre a matemática e seu ensino, podemos concluir que os vários usos são resultado de um processo dinâmico e complexo e que, não de forma exaustiva, pode incluir *reproduções, adaptações, improvisações e criações*.

No sentido de endossar nosso posicionamento de que *o professor cria a partir e com materiais curriculares*, recorreremos a Januario (2020).

Este autor discute a ideia do *professor enquanto agência*, termo que o associa a uma figura que exerce autoridade no desenvolvimento curricular da matemática e seu ensino, reconhecendo, assim, sua capacidade de intervir “nos materiais curriculares para atender aos seus propósitos e desenvolver o currículo fundamentados em seus conhecimentos, crenças e valores.” (Januario, 2020, p. 1065).

Ainda ao discorrer sobre a autoridade do professor, o aludido autor, fala sobre *competência participativa* ao se referir a capacidade deste profissional como um sujeito ativo, autônomo, criativo, capaz de:

mobilizar seus mecanismos para atender aos objetivos dos processos de ensino e de aprendizagem, traduzindo orientações e sugestões contidas nos documentos ou nos materiais curriculares, personalizando os modos de apresentar e tratar os conceitos e conteúdos, fazendo uso e significando os materiais conforme suas concepções e suas intenções e intervindo nos materiais movidos por suas hipóteses e experiências da gestão de situações de aula. (Januario, 2020, p. 1068)

Enquanto agência, o professor, com base em seus conhecimentos, as necessidades de aprendizagem de seus estudantes, o contexto institucional, “*cria seus materiais curriculares* em forma de sequências de atividades.” (Januario, 2020, p. 1070, grifo nosso). Segundo o autor, o professor assim o faz por acreditar que essas sequências

possibilitam um processo melhor de ensino e de aprendizagem, em comparação com os materiais curriculares disponibilizados a eles, pois apresentam características que esses recursos não expõem, como a articulação entre o contexto social ao qual os estudantes estão inseridos e a realidade escolar. (Januario, 2020, p. 1071, grifo nosso).

Segundo ele, tal atitude o caracteriza como “produtor de currículo.”

Diante do que temos observado e exposto é inegável desconsiderar a capacidade do professor em criar seus episódios de ensino e realizar modificações na proposta de matemática veiculada nos materiais. O ato de criar sequências de atividades para serem aplicadas em suas aulas considera a análise de materiais, seguida de sua percepção de que é possível selecionar destes uma atividade, uma orientação, uma sugestão para compor uma ideia inicial presente em sua mente.

O que é selecionado do material, pode ou não ser usado pelo professor em diálogo com o que está posto neste material, pois o que é relevante para este profissional é que o objeto selecionado contribui para o desenvolvimento de sua ideia. E neste sentido, a *criação* se distingue da *adaptação*. Por isso, dizemos também que *o design da criação tende a transcender a própria proposta de matemática do material curricular*.

Diante disso, o DCE (Brown, 2002, 2009; Brown; Edelson, 2003) pode ser ampliado conforme Figura 37.

Figura 37 - DCE ampliado com o tipo de uso criação



Fonte: Os autores (2023)

5.1.4 Tendência à concepção construtivista sobre a matemática e seu ensino, materiais curriculares e currículo prescrito: Relações

Nossa tese partiu da seguinte questão: Quais são as implicações da relação entre as concepções dos professores sobre a Matemática e seu ensino e os materiais curriculares para a leitura e interpretação que esses professores fazem das prescrições curriculares?

Temos demonstrado que as concepções são suporte para as ações dos sujeitos, estruturam o sentido que eles dão as coisas, influenciam no seu modo de ver e perceber a realidade e tendem a criar hábitos, padrões de comportamento característicos e explícitos (Garnica, 2008).

Relativas ao ensino, a tendência à concepção construtivista sobre a matemática e seu ensino do professor implica processos didático-metodológicos peculiares como já destacado por Thompson (1997), Fiorentini (1994), Handal (2003), Ernest (1996), Becker (2012), Câmara dos Santos (2002), Câmara dos Santos e Lima (2010), Carrillo e Contreras-González (1995), Ponte (2005), Segurado e Ponte (1998), Garnica (2008).

Da investigação da interação entre o professor e o material curricular, foi nos permitido inferir, ao menos duas relações com implicações nos processos de leitura e interpretação das prescrições: *uma relação que chamamos de crítica e outra relação que denominamos de transcendente*.

A *relação crítica* evidencia a forma como a professora percebe os materiais curriculares. Ela se relacionou com vários materiais, dois de modo mais permanente,

que são o Plano de aula do Mathema e o livro didático adotado, e outros de modo mais esporádico, circunstancial. Para ela, *tais artefatos são instrumentos, recursos, ponto de partida* para ideias, meios para desenvolver os objetivos pretendidos no currículo prescrito.

Em sua relação com materiais curriculares, a professora os utiliza como recurso para desenvolver os conteúdos curriculares tomando como referência pelo menos duas condições: aquilo que se espera que o estudante aprenda, preconizado no currículo prescrito, e o seu nível de compreensão matemática.

A maneira com que ela interage com esses materiais, refletida nas decisões de reprodução, improvisação, adaptação e criação, procura considerar em que medida tais materiais contribuem para o atendimento dessas condições.

Nesse sentido, o processo de interação com materiais curriculares estabelecido pela professora Rosácea adota essas duas condições como critérios críticos implícitos e permanentes em suas análises, avaliações e seleções.

A postura crítica estabelecida em sua relação com os materiais, está em sintonia com o modo com que ela desempenha seu papel em sala de aula, com o valor que ela atribui às formações continuadas e está associada aos livros especializados na área de educação matemática que costuma ler, à relação que se estabelece com o conteúdo matemático, à postura ativa que procura desenvolver nos estudantes, valorizando sua argumentação, sua capacidade de análise, de conjectura, está relacionada com o papel que os problemas desempenham em suas aulas.

Alinhado a isso, o *Quadro 28 - Critérios considerados pela professora para seleção de livro didático* expõe pelo menos 15 elementos que ela considera, no seu processo de seleção e uso do livro didático, que, de alguma forma, evidenciam sua postura crítica e reforçam sua capacidade analítica, reflexiva, avaliativa.

As suas escolhas de materiais curriculares não decorrem de uma ação aleatória ou contemplando os *objetos físicos*, como os aspectos gráficos. Não que tais *objetos* devam ser desconsiderados. Mas suas decisões abarcam aspectos mais ligados diretamente ao ensino e à aprendizagem matemática – *representações de domínio e procedimentos*.

A *relação transcendente* estabelecida entre a professora e o material curricular decorre do fato de seu alto PDC, que está associada à sua capacidade de *criar com e a partir de MC*, e diz respeito a sua percepção de ir além da proposta de matemática que está veiculada no material. Está associada ao *design de criação*.

Este design se desenvolve a partir da clareza que o professor tem dos objetivos pretendidos e da confiança em seu estilo de ensino. A professora mobiliza seus recursos, personalizando os modos de desenvolver os objetos matemáticos, lhes atribuindo novos significados, ampliando suas relações com outros objetos e criando sequências didáticas conforme suas tendências de concepção.

A *relação transcendente*, ao extrapolar o proposto pelo currículo apresentado, confirma a condição do professor enquanto “produtor de currículo”, autônomo e sujeito reflexivo.

Essas duas relações expõem que a professora compreende o lugar e papel dos materiais curriculares enquanto um recurso:

- essencial para desenvolver as aprendizagens dos estudantes e para o trabalho do professor;
- capaz de fornecer ideias e sugestões para o planejamento das aulas;
- construído com um modo de ver e perceber os conteúdos a serem ensinados;
- limitado, pois nem sempre sua mensagem é clara, relevante e transparente;

A existência dessas duas relações, implica processos de leitura e interpretação que o professor faz da prescrição curricular e nos modos deste profissional percebê-lo e apropriá-lo.

A professora considera o currículo prescrito importante, haja vista que ela o toma como ponto de partida para ter acesso aos que seus estudantes precisam aprender num determinado período do ano letivo.

Seu processo de envolvimento com análise de prescrições e suas participações ativas, fazem com que ela o considere como um instrumento norteador para o trabalho do professor em sala de aula. Suas orientações e princípios contribuem para que esta profissional tenha acesso aos fundamentos do ensino e aprendizagem de sua área do conhecimento.

Sua visão de matemática e de seu ensino está em concordância com a visão que é preconizada no currículo prescrito para esta área do conhecimento.

Não obstante esta consideração, a professora, em algumas vezes, rompe com o que está estabelecido:

- mudando sequência de conteúdos para atender as características de aprendizagem do estudante;
- alterando a temporalidade das habilidades previstas ao alongar ou restringir discussões numa unidade;

- fazendo retomadas e aprofundamentos de conceitos não previstos pela programação curricular, pois são entendidos como ações necessárias para a compreensão matemática do estudante;

Tais decisões tomadas pela professora em relação às prescrições, podem ser configuradas como algumas das implicações da relação *crítica e transcendente* estabelecidas com os materiais curriculares. Para ela, o prescrito não é um guia rígido, inflexível, mas um ponto de partida para o trabalho do professor.

À medida que o profissional assume uma postura reflexiva, crítica, analítica, autônoma, ativa em sua prática, adotando critérios bem definidos em seus processos de ensino e aprendizagem, em diálogo com os princípios norteadores que procuram desenvolver nos estudantes competências que envolvem raciocinar, argumentar, representar, comunicar, toda sua prática refletirá essa postura.

Sua tendência à concepção construtivista da matemática e de seu ensino está em constante diálogo com essas posturas, de tal modo que sua *relação com o currículo apresentado nos fornece indícios para o seu modo de ver e perceber o currículo prescrito*.

Muito embora seja o currículo prescrito que norteie a construção dos currículos apresentados ao professor, a relação que esta profissional estabelece com esses currículos nos permite ter acesso a como o professor lê e interpreta essas prescrições.

Quadro 36 - Relações crítica e transcendente na interação entre professor e material curricular

Condições essenciais a serem satisfeitas	Tipos de relação entre professor e material curricular	Implicações nos processos de leitura e interpretação que os professores fazem das prescrições curriculares
- o professor conhece o nível de compreensão matemática do estudante; - o professor tem clareza dos objetivos pretendidos; - o estilo de ensino do professor está em sintonia com uma postura reflexiva, crítica, analítica, autônoma, ativa; - o professor procura desenvolver nos estudantes competências que envolvem raciocinar, argumentar, representar, comunicar.	Crítica	- o currículo prescrito é um ponto de partida para o que será ensinado; - documento norteador para o trabalho do professor em sala de aula; - suas orientações e princípios contribuem para que este profissional tenha acesso aos fundamentos do ensino e aprendizagem de sua área do conhecimento;
	Transcendente	- apesar de normativo, o professor rompe o preestabelecido: mudando sequência de conteúdos; alterando a temporalidade das habilidades previstas ao alongar ou restringir discussões; fazendo retomadas e aprofundamentos de conceitos não previstos pela programação curricular;

Fonte: Os autores (2023)

5.2 PROFESSOR DELTA

O professor Delta, enquanto estudante da educação básica, possuía algumas dificuldades de aprendizagem que, segundo ele, era decorrente da ausência de professores. Para as disciplinas como Matemática e Física era mais comum os professores faltarem ou até mesmo não ter profissionais da área na escola. A pouca oportunidade de aprendizagem matemática na escola resultou em dificuldades em algumas áreas, como por exemplo, geometria, a qual, segundo ele, estudou muito pouco na escola.

Eu tenho um déficit mais em geometria, porque eu não tive isso muito na escola. Apesar de na graduação ter tido bons professores, o déficit da escola segura [influencia]. Aí complica. E eu vim de escola pública. Estudei no MA [nome da escola] e no Fundamental no G [nome da escola]. Eu tive muito déficit em matemática, pois eles faltavam muito, ora não tinha professor. Professor de Física também não tinha. Aí era bem tenso. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 1 – Formação e Aspectos Profissionais – Entrevista]

Mas ele se considerava “muito bom em matemática” e, por esse motivo, pensou em seguir uma profissão que tivesse a ver com “os números” como Engenharia ou Administração.

Então, como em matemática era muito bom, então escolhi matemática. Essa foi a minha primeira escolha. Mas pensei em fazer Engenharia, Administração. Alguma coisa que tivesse a ver com números. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 1 – Formação e Aspectos Profissionais – Entrevista]

Inicialmente, mesmo tendo “afinidade com os números”, o professor Delta não vislumbrava seguir a carreira de professor. Mas, pelo fato de ter conseguido “passar no ENEM” no curso de Licenciatura em Matemática, em 2012, na UFPE, decidiu seguir a profissão.

Inicialmente eu não queria, né? Eu escolhi a área de matemática porque eu tenho afinidade com a matemática. Então foi o que eu consegui na época, passei no Enem, né? Entrei na Federal (UFPE), em 2012 e terminei em 2017. Aí eu fui. É a profissão que estou seguindo até agora. Nunca houve um momento que eu disse assim: eu quero ser professor de matemática. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 1 – Formação e Aspectos Profissionais – Entrevista]

Em seu curso inicial de formação de professor, conta que levou um choque ao receber notas baixas na área em que “se considerava muito bom”. Segundo ele, a escola lhe preparou muito pouco para a realidade que ele enfrentaria na Universidade e concluiu que não “sabia de nada”.

Uma pessoa que nunca tinha tirado nota baixa em matemática, quando eu entro, tiro meu primeiro zero. Era outra realidade. Eu não sabia de nada. O que eu tinha visto na escola era realmente só o básico do básico. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 2 – Formação e Aspectos Profissionais – Entrevista]

Ele tinha uma melhor relação com as disciplinas de Cálculo, Álgebra Linear e Princípio da Contagem. Sobre as de dimensão pedagógica, nos parece que não o influenciaram tão positivamente, tendo em vista que ele menciona que “aprendeu a ser professor na vivência”, na prática.

O ensino na Federal não era para a licenciatura. Era um bacharelado escondido. A única coisa que mudou é que botou as cadeiras, né? Estágio, metodologia, ... Eu aprendi ser professor na vivência. Fiz PIBID, mas não dava aula de matemática. Dava aula de xadrez. O meu estágio supervisionado obrigatório foi no Colégio Aureliano, em Jaboatão dos Guararapes. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 2 – Formação e Aspectos Profissionais – Entrevista]

O fato de o professor Delta não ter tido boas experiências no curso de formação de professores pode ter relação com o que Fiorentini e Oliveira (2013) afirmam. Para estes autores, que dissertam sobre o tema no contexto brasileiro, existe uma valorização da cultura “didático-pedagógica marcada pelo paradigma do exercício e por uma abordagem mais algorítmica” (p. 920) do ensino de matemática, o que faz com que as disciplinas que compõem o grupo da dimensão pedagógica assumam um papel secundário, de pouca importância, deixando de lado o foco nas práticas de ensinar e aprender a matemática da escola básica.

Ainda segundo Fiorentini e Oliveira (2013), essa perspectiva sobre a formação do professor é voltada para seus aspectos práticos, com foco no domínio do conhecimento matemático, sem haver a necessidade de um aprofundamento teórico ou formal sobre as relações entre matemática, professor e alunos.

Em seu processo de formação continuada o professor Delta envereda por dois cursos: Licenciatura em Química e Especialização em Ensino de Matemática. Sobre o primeiro, o professor tinha interesse em conhecer um Laboratório de Química e, por este motivo, presta exame para o ENEM em Química, ingressando em 2018. Mas seu desejo acabou sendo frustrado, tendo em vista que parte do curso foi vivenciada de forma on-line por conta da pandemia da COVID-19. O segundo curso, foi motivado por questões financeiras, uma vez que à medida que os professores realizam alguns cursos eles passam a receber uma remuneração adicional.

Estou na UFRPE fazendo Licenciatura em Química. Eu entrei em 2018. Fiz esse curso porque eu queria ir para o Laboratório de Química. Eu disse: “não

estou fazendo nada em casa, tinha feito o concurso do Estado, mas não tinha sido chamado.” Aí vou fazer alguma coisa. Fiz ENEM de novo e passei. Aí começou a pandemia e as aulas ficaram on-line e minha meta de ir para o Laboratório não aconteceu. Aqui no Estado se me derem as disciplinas de Química eu ensino. Prefiro Química a Física. Menos Física e Ciências. E agora tentando entrar no mestrado, né? Ultimamente eu terminei a Especialização em Ensino de Matemática, on-line, pelo Pró Saber. Fiz esse curso para aumentar meu nível. Porque o estado tem as classes, né? Especialização, mestrado, doutorado. Aí quanto maior o meu nível, mais eu ganho, né? [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 4 – Formação e Aspectos Profissionais – Entrevista]

Sobre qual área pretende ampliar seus conhecimentos, o professor tem uma tendência de ir para uma área que não exija muita leitura e que seja possível adequar com o seu tempo de trabalho.

Eu pretendo fazer o profmat porque eu sempre me interessei por essa área de cálculo. Mestrado na área de Educação até que eu gosto. Mas tem que ler muito (rsrsrsrs). O EDUMATEC eu também não quis, porque é a semana toda. O profmat é na sexta-feira e sábado. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 4 – Formação e Aspectos Profissionais – Entrevista]

O professor Delta atua na Rede Estadual de Ensino desde 2019. No período da entrevista e das observações das aulas, ministrava aula para os 6º e 7º anos.

Sobre as formações continuadas promovidas SEE-PE, o professor comenta que considera oportunas as discussões em grupo e as sugestões de materiais e recursos que podem ser aplicados na sala de aula.

Discutindo ideias em conjunto. Eu gosto dessas formações. Às vezes é produtivo. Eles dão ideias, né? Falam o que a gente pode usar na sala de aula. Falam que a gente pode usar o geogebra. Eles falam. Mas tem que condizer com a realidade da escola, né? Porque tem escola que nem computador tem. Aí usar o geogebra não dá. Não funciona direito. Aí usa outros aplicativos matemáticos. Dão essas ideias. Sugestões de Material didático. Pronto. Ele ajuda nisso. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 5 – Formação e Aspectos Profissionais – Entrevista]

De modo geral, percebemos que o professor Delta menciona alguns fatos ligados à sua aprendizagem na escola que marcaram sua escolha profissional, como a sua afinidade com a matemática. Mesmo reconhecendo que teve muitas dificuldades em sua formação escolar nessa disciplina, o professor não enxerga tal situação como um elemento impeditivo de seguir a carreira de professor de matemática.

Ao mesmo tempo, fica evidente que sua escolha profissional ocorreu em função de sua nota no ENEM, uma vez que não foi possível entrar em cursos como Engenharia ou Administração. Cursos que tem “a ver com números”.

Uma vez licenciado para ensinar matemática, o professor demonstra não enxergar os cursos subsequentes como apoio ou fortalecimento a sua prática de ensino de matemático, isto porque tanto a Licenciatura em Química como a própria especialização, foram feitos por ele com outra motivação.

A seguir, descreveremos os aspectos: *papel do professor, metodologia de ensino, tarefas matemáticas, conteúdo de matemática e material curricular* relativos ao professor Delta e perceberemos sua tendência à concepção transmissiva.

Nossa intenção foi evidenciar o que alguns autores como Fiorentini (1994) e Thompson (1997) afirmam sobre a relação entre concepções de ensino e o modo de ensinar. Ambos concordam que a maneira como os professores ensinam ou apresentam o conteúdo tem uma relação direta com suas crenças, visões, preferências, concepção de aprendizagem, de ensino e de educação. Assim, cada categoria analisada evidenciará práticas características de um professor que valoriza uma concepção transmissiva da matemática e de seu ensino.

Quadro 37 - Aspectos profissionais do professor Delta

Formação	Atuação profissional	Disciplinas valorizados na licenciatura em Matemática
- Licenciatura em Matemática - Especialização em Ensino de Matemática - Licenciatura em Química	- Professor de matemática da Rede Estadual de Ensino do Estado de Pernambuco	- Cálculo, Álgebra Linear e Princípio da contagem

Fonte: Os autores (2023)

5.2.1 Tendência à concepção transmissiva sobre a matemática e seu ensino

Papel do professor. O modo como o professor Delta age e se comporta em sala de aula mostra o quanto ele considera seu papel importante para a aprendizagem matemática de seus estudantes. Esta relevância, encontra respaldo na sua *centralidade em comunicar a matemática*. Em todas as quatro aulas observadas, percebe-se uma *unilateralidade de seu discurso*, com foco no sentido *professor-aluno*, em que, com frequência, ele pergunta e ele mesmo responde.

O professor pergunta aos alunos qual o nome dado ao lado esquerdo da igualdade [nesse momento ele está em pé, perto da lousa, apontando para $2 + 3$]. Ele mesmo responde: *primeiro membro*. Faz a mesma coisa para o lado direito da igualdade. [APÊNDICE F – 23/08/2022 – 1ª aula – 7º intervalo]

Pergunta aos alunos o que irá acontecer com a balança se ele *adicionar um peso de 2 num lado para a igualdade continuar* [desenha um quadrado com número 2, como está na segunda balança na parte do meio da lousa na figura 1]. Ele mesmo responde: *tem que adicionar do outro lado também* [desenha

um quadrado com número 2, como está na segunda balança na parte do meio da lousa na figura 1]. [APÊNDICE F – 23/08/2022 – 1ª aula – 8º intervalo]

Pergunta a alguns alunos qual o resultado. Em seguida, diz aos alunos que pensem um pouco. O aluno F se levanta e vai até o professor, que está em pé, próximo à lousa. Este aluno começa explicar ao professor como encontrar o resultado, mas o professor não lhe dá atenção e pede que ele sente. O professor se afasta dele e caminha em direção aos alunos. O aluno F continua na lousa tentando responder [gesticulando com a mão e apontando para os símbolos na lousa].

O professor pergunta mais uma vez qual o valor do círculo e uma aluna responde: dez. O professor escuta e começa a responder a questão. Ele coloca, então, de vermelho, o número 40 em cada quadrado. Nesse momento, uma aluna lhe pergunta:

Aluna: *Como o senhor sabe que é 40?*

Professor: *Como eu sei que é 40? Usando o princípio de equivalência.*

Em seguida, o aluno F se levanta novamente e vai até o professor, que está encostado na lousa, e começa a lhe explicar como fez. O professor, então lhe manda sentar [em voz alta]. [APÊNDICE F – 23/08/2022 – 2ª aula – 3º intervalo]

Notamos ainda, que as perguntas feitas aos estudantes não têm a intenção de convidá-los ou de promover uma interação mais dinâmica ou de ter acesso aos seus raciocínios, mas se assemelham a perguntas retóricas, que ele mesmo responde (Ponte, 2005). As perguntas feitas por ele, têm o papel de preencher os espaços entre suas explicações e o consequente registro por parte do estudante.

O professor Delta costuma narrar suas aulas, ensina fundamentalmente falando, “dizendo aos estudantes o que se supõe que devam saber” (Moreira, 2010, p. 1).

A exemplo da professora Lynn, professora que participou da pesquisa de Thompson (1997), conforme demonstramos no *Quadro 3 - Concepções de Matemática e seu ensino das professoras*, cuja responsabilidade era transferir informações aos estudantes, o professor Delta também age de forma semelhante. Ao nutrir essa visão, ele se considera como a única pessoa autorizada a comunicar a matemática em sala de aula.

Ele dirige a aula à medida que ele toma as decisões sobre quem pode e o que pode falar em suas aulas, quando ele controla e regula o tempo da aula, regula o espaço quando limita o estudante de ir e vir, inclusive de chegar perto dele para fazer perguntas.

Alinhado a isso, o professor, constantemente, após suas explicações, verifica se os estudantes copiaram o que foi exposto na lousa, para garantir que nada foi perdido.

Por entender que o seu ensino é suficiente, carregado de todas as informações necessárias de que o estudante precisa para progredir em sua aprendizagem, o professor considera que *o erro é reflexo de uma limitação ou descuido do estudante*.

Continua respondendo as questões sozinho. Reforça, na resolução, quem é o primeiro e o segundo membro e afirma que quem errou isso é porque não estava prestando atenção na aula. [APÊNDICE F – 26/08/2022 – 3ª aula – 5º intervalo]

Neste caso, o sucesso para a aprendizagem requer um esforço comportamental por parte do estudante, quando se exige dele total atenção no que o professor está transmitindo por meio da fala, gestos, desenhos na lousa, a fim de se captar, se apropriar de suas ideias. E toda falha nessa apropriação, explicitada pelos erros nos exercícios, decorre do estudante. É responsabilidade do estudante.

Becker (2012), destaca que um professor que valoriza a transmissão do conhecimento pelas vias comportamentais costuma justificar o fracasso na aprendizagem do estudante à: “desatenção, desleixo, preguiça até a deficiência cerebral ou debilidade mental do aluno; raramente atribui-se essa responsabilidade à docência, à escola ou ao sistema educacional” (p. 56).

Sua postura é muito semelhante ao que Fiorentini (1994) descreveu para os professores que comungam de uma *tendência formalista clássica*. Segundo este autor, esta tendência pedagógica do ensino da matemática, didaticamente, se caracteriza pelo ensino

centrado no professor e no seu papel de transmissor e expositor do conteúdo através de preleções ou de desenvolvimentos teóricos na lousa. A aprendizagem do aluno era considerada passiva e consistia na memorização e na reprodução (imitação/repetição) precisa dos raciocínios e procedimentos ditados pelo professor ou pelos livros. (Fiorentini, 1994, p. 7, grifo nosso).

Isto implica que o professor Delta tende a considerar que sua principal função é “passar” o assunto que já está pronto, construído e sistematizado, cabendo aos estudantes “copiar”, “reproduzir”, “repetir” as explicações do professor. A concepção do professor é que o estudante que assim procede “aprende matemática.” Para ele, aprender se reduz ao ato do estudante “reproduzir a linguagem e os raciocínios lógico-estruturais ditados pelo professor” (Fiorentini, 1994, p. 14).

O trecho da entrevista a seguir evidencia um pouco de seu pensamento.

Meu papel é ensinar os estudantes um conceito. Também saber utilizar esse conceito. **Saber passar e fazer ele refletir sobre aquilo que estão aprendendo e se apoderar daquilo**, como utilizar em sua vida. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 6.1 – Livro Didático – Entrevista]

No entanto, a mera aceitação de que a reprodução conduz à aprendizagem, reduz a compreensão à memorização (Micotti, 1999).

A figura autoritária do professor é outro elemento marcante na relação estabelecida entre *professor-aluno*. Por inúmeras vezes ele usa “palavras de ordem” como: “vá sentar”, “silêncio”, “parem de copiar”. Dentro do ambiente criado pelo professor, entendemos que essas expressões soam como um *ajuste do comportamento do estudante* uma vez que sua passividade comportamental é condição essencial para o avanço de sua aprendizagem.

Alunos: Isso é prova surpresa?

Professor: Sim. Tente responder as questões usando o princípio que vocês aprenderam.

Alunos: Que princípio?

Professor: Silêncio

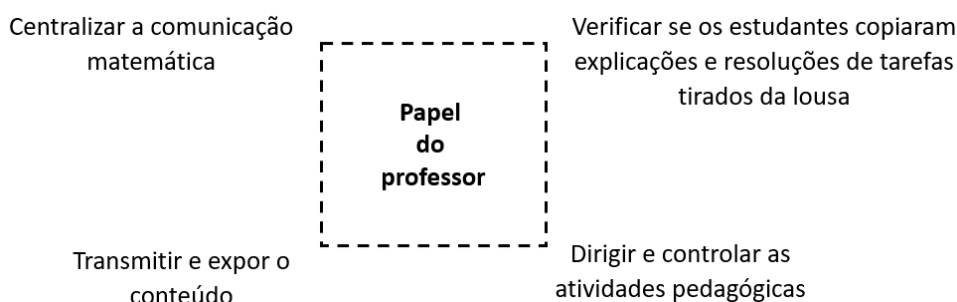
Professor diz que quem estiver conversando vai descer [referência a ir à coordenação pedagógica]. [APÊNDICE F – 23/08/2022 – 2ª aula – 5º intervalo]

Seu papel encontra-se em conflito com o que está preconizado no CPE. Para este currículo,

A sala de aula deve ser um ambiente onde os **estudantes sejam convidados a buscar soluções** para os problemas apresentados, **conduzindo-os a pensar, argumentar e dar sentido**. É importante criar um espaço no qual **os estudantes devem ser instigados a compreender ativamente os conceitos matemáticos explorados, testar ideias e fazer conjecturas, desenvolver raciocínios e apresentar explicações de forma escrita ou verbal**. (Pernambuco, 2019a, p. 357, grifo nosso)

Com base no exposto, a Figura 38 explicita alguns dos papéis desempenhados por um professor com tendências de concepção transmissiva da matemática e seu ensino em sala de aula.

Figura 38 - Papel do professor com tendência à concepção transmissiva da matemática e seu ensino



Fonte: Os autores (2023)

Tarefas matemáticas. As tarefas são oportunidades conferidas pelo professor aos estudantes e são o elemento organizador da atividade por este realizada (Ponte,

2014). Acabam sendo ferramentas de mediação para o ensino e aprendizagem de tópicos matemáticos e catalisador das ideias que se pretendem desenvolver.

Na concepção de Carvalho e Ponte (2014), “as tarefas são o ponto de partida para a atividade matemática dos alunos e a sua realização na sala de aula deve ser sistemática, promover a reflexão e ser objeto de discussão e partilha” (p. 31). Como se tem destacado, as tarefas matemáticas devem atender propósitos específicos visando o desenvolvimento cognitivo dos estudantes à medida que estes são expostos a ações dirigidas pelo professor.

As tarefas são escolhidas pelo professor com uma intenção e que, segundo Cyrino e Jesus (2014), o professor precisa ter clareza dos objetivos que espera alcançar ao propô-las, uma vez que elas “em grande medida, se constituem o domínio de oportunidades para o aluno aprender Matemática” (Stein *et al.*, 2009 *apud* Cyrino; Jesus, 2014). Isto porque diferentes tarefas implicam diferentes oportunidades de aprendizagem (Stein; Smith, 1998).

As tarefas propostas pelo professor Delta valorizam a reprodução ou a confirmação de fatos aprendidos anteriormente, focam nas respostas corretas em detrimento do desenvolvimento do entendimento matemático.

Práticas matemáticas em sala de aula, fundamentadas em concepções de tendência transmissiva, acabam por valorizar aspectos mais mecânicos, de reprodução de exercício-modelo como pontos centrais para o ensino de matemática, que procuram reforçar procedimentos e raciocínios explicitados pelo professor.

As tarefas propostas pelo professor Delta se assemelham aos *exercícios*, que são questões cuja resolução os estudantes já dispõem de um método conhecido (Ponte, 2014).

De fato, as tarefas apresentadas aos estudantes eram semelhantes às que o professor já havia respondido, sem grandes diferenças, cabendo aos discentes aplicar o que havia sido exposto.

Em um momento de dúvida, quando o estudante recorria ao professor, este indicava questões que ele havia respondido como referência para o estudante.

Aluna E: Eu não entendi.

Professor: Que número diminuído por 18 dá 48? [aluna gesticula com a cabeça dizendo que não sabe]. Usando o princípio, você vai adicionar que número dos dois lados para saber isso?

Aluna E: Não sei.

Professor: Que número diminuído por 18 dá 48? [Ele continua repetindo a mesma pergunta]. Veja aqui o exemplo [ele pega o caderno da aluna e mostra uma questão que ele respondeu]. Essa letra “a” é igual a esse terceiro aqui.

O que eu fiz aqui que você pode fazer aqui? Pense! [ele se afasta da aluna e sai andando]. [APÊNDICE F – 26/08/2022 – 3ª aula – 17º intervalo]

A ideia é que se o estudante “prestou atenção” ele terá condições de resolver. No entanto, percebemos que tal pensamento é falso, pois delega ao ato de “observar como se faz” a condição necessária de compreensão matemática reduzindo-a a um processo de imitação. Para ele, o estudante que reproduz é o que aprendeu. Tal concepção sobre o ensino de matemática, que parece estar subjacente ao seu trabalho pedagógico, é semelhante ao que a professora Lynn, em Thompson (1997), acreditava. Para esta professora:

os estudantes aprendem principalmente pela observação atenta dos procedimentos de demonstração do professor, por métodos de desempenho de tarefas matemáticas e pela prática daqueles procedimentos. (Thompson, 1997, p. 29, grifo nosso).

O fato do professor se considerar como a única autoridade matemática em sala, não oportuniza os estudantes a responderem as questões na lousa ou mesmo explicitar seus raciocínios para, a partir disso, se valer de uma discussão, bem como não estimula a troca de ideias entre eles na resolução, como se verifica no trecho de uma de suas aulas:

Professor diz que vai corrigir a ficha que os alunos responderam na aula anterior e começa colocando as questões na lousa. Ao iniciar a resolução da primeira questão na lousa diz que apenas um aluno respondeu usando o princípio. Responde na lousa a primeira questão. Ele fala em voz alta à medida que ele responde as questões. **Nesse momento os alunos estão sentados e calados, olhando ele responder. O aluno F se levanta e vai até o professor, que está em pé, próximo à lousa, para lhe explicar como faz. O professor pede que ele sente. Continua respondendo as questões sozinho.** Reforça, na resolução, quem é o primeiro e o segundo membro e afirma que quem errou isso é porque não estava prestando atenção na aula. [APÊNDICE F – 26/08/2022 – 3ª aula – 2º aos 5º intervalos]

O estudante F, por sua vez, é um dos estudantes que insiste em romper com a autoridade matemática do professor, quando se dirige a ele por várias vezes neste intervalo de quatro aulas observadas. De forma consciente ou inconsciente o estudante F entende que o professor já possui o hábito de responder as questões excluindo a parceria dos demais e de centralizar a explicação. E talvez, por este motivo, em alguns momentos, ele se levanta para expor como ele está pensando. Mas, em todas estas vezes, o professor não lhe dirige o olhar, nem sequer atenta para suas colocações, pelo contrário: pede-lhe que sente.

Tal característica, percebida na resolução das tarefas, faz com que estas tenham seu papel reduzido, uma vez que, independentemente da forma como os estudantes pensaram, quais ideias foram construídas, sejam elas diferentes das mencionadas pelo professor ou não, eles sabem que não haverá diferença alguma. O professor não as considera como relevantes.

A forma como as tarefas entram no ambiente das aulas do professor Delta, contribui para uma visão empobrecida da matemática. De fato, conforme Borasi (1991 *apud* Segurado; Ponte, 1998), “o ensino a que os alunos habitualmente são sujeitos assenta quase exclusivamente na memorização e na resolução repetitiva de exercícios” (p. 6) os induz a construir uma visão dualista da Matemática, como se houvesse espaço apenas para certo ou errado. Tal visão não admite a possibilidade de proposições que exploram a criatividade, a elaboração de problemas, análise de conjecturas, de padrões, interpretação e validação de resultados nas aulas de matemática.

As tarefas matemáticas nas aulas do professor Delta, são utilizadas para possibilitar que os estudantes pratiquem e exercitem a resolução de questões “no ensejo de não esquecer o que aprenderam”. Segundo ele, sua função é ministrar o assunto e a do estudante praticá-lo, como se verifica a seguir:

Não. Minha função é só cinquenta por cento. Meu papel é dar o assunto e eles precisam praticar isso em casa. Porque, tipo, eu dei agora o assunto. Mas amanhã ele já esquece. Então, para fortalecer isso que eles aprenderam com o professor, eles têm que praticar em casa. E manter um ritmo porque o professor não pode ficar preso naquele assunto. Porque o professor tem vários assuntos pra dar durante o ano. Então, dei agora equações. Eles não vão mais praticar equações. **Aí quando chegar no dia da prova eu tenho que revisar antes para ver se eles lembram.**
[APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 6.3 – Livro Didático – Entrevista]

Alguns verbos usados em sala refletem a concepção transmissiva da matemática e de seu ensino: “guardar”, “lembrar”, “copiar”, “prestar” atenção, “praticar”, “escutar”, “sentar”. Essas são atividades passivas. Segundo Van de Walle (2009), verbos que contribuem para a atribuição de significados e de compreensão são verbos como: “explorar”, “investigar”, “resolver”, “formular”, “descobrir”, “construir”, “explicar”, “desenvolver”, “descrever”, “justificar”. São atividades ativas.

Nas quatro aulas são apresentados aos estudantes dois conjuntos de tarefas: uma ficha (ANEXO G) e questões expostas na lousa [APÊNDICE F – 26/08/2022 – 3ª aula – 7º intervalo]. Estas, por sua vez, possuem as seguintes características:

- as questões são *semelhantes às vivenciadas anteriormente em sala*, sem grandes mudanças, o que significa que o professor não explora a criatividade de seus estudantes;
- procuram *reforçar as ideias já praticadas*;
- as *respostas são únicas*, não havendo perguntas sem resposta ou com mais de uma resposta;
- as *respostas são numéricas*;
- *não é exigido do estudantes nenhum tipo de justificativa ou explicação* para sua resposta;
- as *imagens* das questões como pessoas, balança e caminhão foram usadas para representar números, *não tendo qualquer contexto e significado*;
- foram aplicadas *após a exposição do assunto e de exemplos resolvidos*;
- foram *respondidas única e exclusivamente pelo professor*;
- as perguntas, em sua maioria, eram *frases ou textos curtos*.

Questões com essas características podem ser chamadas de *problema convencional ou tradicional* (Diniz, 2001).

Todo esse conjunto de característica percebida durante a resolução das tarefas matemáticas subjaz uma visão, uma ideia de ensinar e aprender matemática. As escolhas do que propor aos estudantes não são aleatórias. Elas são influenciadas pelas crenças, concepções, visões, preferências do professor. Tais práticas matemáticas vivenciadas nas aulas influenciam os estudantes a construírem “concepções sobre o modo de aprender Matemática, a forma de lidar com tarefas matemáticas, o papel do professor e do aluno, a forma de interagir com os colegas” (Borasi, 1991 *apud* Segurado; Ponte, 1998, p. 7). Estes autores concluem, dizendo que, contrariar essas concepções incorretas acerca da Matemática e da sua aprendizagem é fundamental.

Entretanto, mesmo compreendendo a necessidade de mudança, devemos atentar para o que Diniz (2001) afirma sobre as tarefas matemáticas presentes em livros didáticos.

Segundo ela, “os exemplos de textos que encontramos nos livros didáticos estão **centrados nos enunciados de problemas** chamados de **convencionais** pela

sua estrutura e pelo tratamento que se tem dado a eles” (Diniz, 2001, p. 99, grifo nosso). Ainda destaca, que esses problemas sempre aparecem depois da explanação de um conteúdo, reforçando que este conteúdo é que dará suporte para a resolução daqueles.

O livro didático usado pelo professor, possui esta característica. Primeiro, a exposição do conteúdo por meio de textos e imagens, permeada de exemplos resolvidos, e por fim, as “atividades”, que estão organizadas em ordem crescente de dificuldade.

Nesse sentido, contrariar as concepções incorretas acerca da Matemática e de seu ensino desenvolvidas pelos professores, requer um esforço para ressignificar o lugar e o papel das tarefas nos livros didáticos, haja vista que estes materiais “permanecem sendo o fator mais significativo que influencia o ensino em sala de aula no ensino fundamental” (Van de Wall, 2009, p. 91) e o material curricular mais utilizado pelos professores (Bueno, 2017).

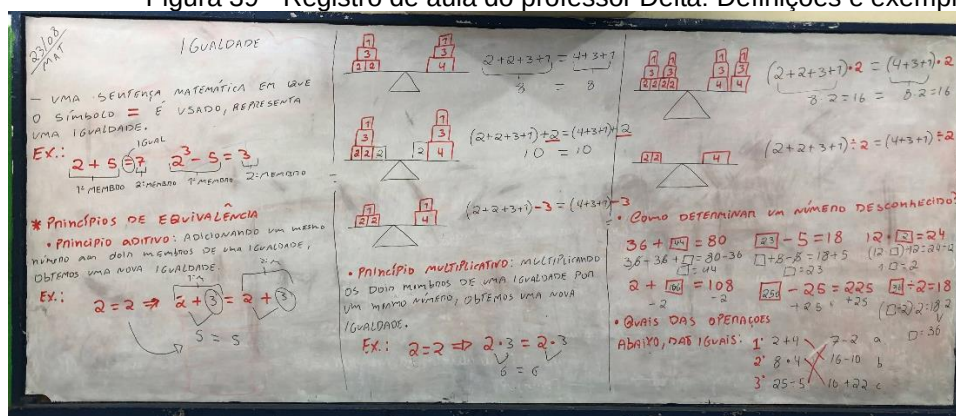
Metodologia de ensino de matemática. Conforme Câmara dos Santos e Lima (2010) afirmam, a metodologia predominante empregada pelo professor que tende para concepções transmissivas da matemática e de seu ensino se baseia em três etapas:

- 1ª – explanação do conteúdo
- 2ª – exemplos
- 3ª – exercícios de fixação do conteúdo estudado

Ao confrontarmos essas etapas com as aulas do professor Delta, as encontramos de forma bem explícita.

De fato, em sua primeira aula sobre o assunto o professor registra na lousa o título da aula e, em seguida, apresenta a definição, exemplos resolvidos e atividades de aplicação, conforme Figura 39.

Figura 39 - Registro de aula do professor Delta: Definições e exemplos



Fonte: [APÊNDICE F – 23/08/2022 – 1ª aula – 4º intervalo]

Com base nesta exposição, percebemos que há uma *preocupação em antecipar terminologias e justificar regras e procedimentos* como elementos estruturantes da compreensão matemática. A introdução, a partir das nomenclaturas matemáticas, sugere que a resolução dos problemas e exercícios depende de tal conhecimento. No entanto, segundo Carvalho e Lima (2010), o conhecimento dessas designações não precisa ser explorado em uma primeira abordagem, pois podem afastar o interesse dos estudantes. Para eles, “mais importante do que memorizar a nomenclatura, é saber utilizar os conceitos e procedimentos para resolver problemas” (p. 21).

À medida que o professor está registrando na lousa os estudantes estão copiando em seus cadernos. Todo esse processo dura aproximadamente 14 minutos. Após esse tempo, ele pede aos estudantes que parem de copiar e inicia a leitura do que está na lousa, de forma pausada e enfatizando alguns pontos que considera importante.

Nesse momento, a participação dos estudantes se limita a responder perguntas triviais e sem demandar raciocínios mais elaboradas, como se verifica num diálogo a seguir.

Professor: Se eu adicionar o 3 em cada lado da igualdade, a igualdade continua? [ele escreve 3, na cor preta, na lousa, em cada lado da igualdade, como mostra na figura 1, canto inferior esquerdo].

Alunos: Não

Professor: Siuuuuuim

Alunos: Sim [repete o que o professor disse]

Professor: Quanto é $2 + 3$? [se referindo ao lado esquerdo da igualdade]

Alunos: Cinco [professor escreve o número 5, na cor preta, para mostrar que é o resultado de $2 + 3$]

Professor: E quanto é $2 + 3$? [ele aponta para o lado direito da igualdade]

Alunos: Cinco

Professor: Num tornou uma nova igualdade?

Alunos: Não

Professor: Não? É a mesma igualdade?

Alunos: Sim, mudou

Professor: Mudou, né? Então, perceba o seguinte: se colocou desse lado, tem que colocar no segundo lado. Correto? [nesse momento ele circula o número 3, como se vê na figura 1, canto inferior esquerdo].

Alunos: Sim

O professor pergunta aos alunos qual o nome dado ao lado esquerdo da igualdade [nesse momento ele está em pé, perto da lousa, apontando para $2 + 3$]. Ele mesmo responde: *primeiro membro*. Faz a mesma coisa para o lado direito da igualdade. Em seguida, ele pergunta: *Alguma dúvida nesse princípio?* Ao que os alunos respondem com *sim* e *não*. Ele pede silêncio. Vai para mais próximo da lousa e começa a explicar o posicionamento das balanças. Ele começa a dizer que numa balança os pesos *têm que estar em equilíbrio e quando se adiciona algo na balança ela vai pender para outro lado. Então, para ficar em equilíbrio eu tenho que botar o peso nos dois lados*. [APÊNDICE F – 23/08/2022 – 1ª aula – 7º intervalo]

No momento da *exposição do conteúdo*, o professor vai explicitando algumas de suas concepções sobre a matemática e seu ensino, à medida que induz os estudantes a darem respostas corretas. Quando estas não ocorrem, ele não as aproveita para abrir uma discussão ou investigar o porquê de os estudantes pensarem assim. Pelo contrário, responde como deveria ser e se *satisfaz com a repetição do estudante*. Segundo Frank (1988 *apud* Segurado; Ponte, 1998), uma das concepções que os estudantes constroem por influência dessa prática, é a de que em *Matemática*, *o objetivo é obter respostas certas*.

O tempo que o professor dispõe para fazer a apresentação do assunto, seguida de exemplos, é de cerca de 38 minutos, tendo, a partir disso, a proposição de exercícios nas aulas seguintes. De forma geral, o que ocorreu nesse intervalo foi o *ensino de um processo através de um conjunto de exemplos*.

O que se depreende, é que o aspecto diretivo do ensino do professor Delta, pareceu influenciar todo seu comportamento em sala de aula. Suas exposições foram resumidas, objetivas e diretas, sem grandes discussões e conflitos, com objetivos de mostrar aos estudantes os procedimentos que eles deveriam usar na resolução dos exercícios.

Tal postura acaba criando a falsa impressão de que a aprendizagem matemática decorre de atos mecânicos e de reprodução, a partir de uma informação fornecida pelo professor, que demanda dele pouca exigência cognitiva, para resolver questões com rapidez. O que está por trás dessa prática é a de que tão logo o professor explique o assunto, mais rápido os estudantes iniciarão a aplicação.

O CPE, por sua vez, legitima que o ensino de matemática deve considerar os conhecimentos prévios dos estudantes como ponto de partida para o desenvolvimento

de novas ideias. Ainda destaca que os estudantes devem ser engajados a resolver problemas que os levem a pensar, refletir, conjecturar, argumentar, de modo que eles aprendam matemática fazendo matemática (Pernambuco, 2019a).

Handal (2003) destaca que

Um estilo de ensino behaviorista na educação matemática tende a confiar em **práticas que enfatizam aprendizagem mecânica e memorização de fórmulas**, uma maneira de resolver problemas e aderência aos procedimentos e exercícios. **Repetição é vista como um dos maiores meios para aquisição de habilidades.**⁵³ (p. 6, grifo nosso).

A metodologia empregada pelo professor é baseada na tríade *explicação – exemplos – exercícios* como se observa em suas aulas e na entrevista. Na entrevista, em um dado momento, ao ser perguntado sobre qual sequência melhor lhe atende nos livros didáticos ele responde:

A sequência que eu gosto é: dá o **conceito, exemplos e atividades**. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 1.2 – Livro Didático – Entrevista]

Este estilo de ensino é similar ao caracterizado por Gitirana e Carvalho (2010).

A **metodologia de “ensino tradicional”** caracteriza-se pela transmissão de conteúdos matemáticos por meio da apresentação de conceitos, procedimentos e propriedades, seguida de atividades nas quais o aluno deve aplicar o conhecimento que foi exposto. Muitas vezes, essa transmissão de conteúdos é feita com apoio de exercícios resolvidos. Segundo a concepção de aprendizagem que está por trás dessa metodologia, é por meio do treinamento de procedimentos e da repetição de noções que o aluno irá interiorizar o conhecimento matemático. Nesse caso, porém, não há espaço para a autonomia do aluno, para que ele desenvolva estratégias próprias e possa criar e aplicar procedimentos diferentes daqueles já explanados. (Gitirana; Carvalho, 2010, p. 32, grifo do autor).

Perguntado ainda sobre alguma abordagem que não gosta em livros didáticos, ele perpassa que é *contrário aquela que contempla aspectos de contextualização*, em que os conceitos matemáticos aparecem de forma não tão explícitas, associadas com outras áreas do conhecimento.

Agora, eu não gosto dos livros que parece com os de cursinho: dá o conceito e um exemplo simples, e tome exercício. Não gosto. Também não gosto quando o livro tem muita imagem e esquece o conceito. **Tipo: ele é mais contextualizado. Ele viaja. Esses livros que diz onde pode usar a matemática e conta uma história. Mas ele esquece que tem que dar o conceito primeiro.** O conceito que esses livros dão é muito fraco. Eu gosto quando ele encaixa: dá o conceito, dá o exemplo e aí conta uma história contextualizada com a realidade, com o cotidiano. Aí vem os exercícios. Eu

⁵³ Tradução nossa de: behaviourist teaching style in mathematics education tends to rely on practices that emphasize rote learning and memorization of formulas, one-way to solve problems, and adherence to procedures and drill. Repetition is seen as one of the greatest means to skill acquisition.

gosto mais assim. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 2.2 – Livro Didático – Entrevista]

O estilo de ensino do professor é algo bem estruturado, padronizado, e que, segundo ele, é aplicável para várias turmas ao mesmo tempo, como ele mesmo afirma:

A facilidade é que eu posso usar no celular. Fica mais fácil fazer a chamada dos alunos, não precisa fazer planejamento no papel. Não faço planejamento no papel. Agora é tudo tecnológico. Facilita por isso. Digita, marca minhas aulas. Grava. **Qualquer coisa se eu tiver várias turmas é só copiar e colar. Eu dou um padrão. Só muda algumas coisas, mas é o mesmo assunto.** [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 2 – Organização dos Conteúdos Curriculares – Entrevista]

Esta ideia subjacente, considera o conteúdo como sendo o ponto de partida para a organização de suas aulas, de modo que tal escolha não considera o ritmo de aprendizagem dos estudantes e nem os imprevistos que podem surgir numa aula, como uma pergunta, por exemplo. Para ele: *todos aprendem da mesma forma e no mesmo ritmo.*

A exemplo de Lynn, professora participante da pesquisa de Thompson (1997), o ensino do professor Delta “estava caracterizado por uma abordagem prescritiva cujo objetivo era, claramente, fazer os estudantes memorizarem procedimentos específicos.” (p. 28).

De modo inconsciente, o fato de o professor não ter explorado discussões em suas aulas e nem encorajar os estudantes a pensarem matematicamente, pode ter relação com a compreensão do papel do professor sobre o ensino. Pois, se o ensino é o meio pelo qual o estudante tem acesso ao conhecimento matemático por meio da transferência (Thompson, 1997)⁵⁴ quem, a não ser ele, poderia realizar esta tarefa?

De fato. Segundo Micotti (1999), no ensino tradicional acredita-se que “o fracasso não provém do professor, quem transmite o conhecimento e teria ensinado mal, mas de quem recebe o conhecimento e aprendeu mal (p. 157).”

Este pensamento fica evidenciado na fala do professor quando ele diz,

Não. Minha função é só cinquenta por cento. **Meu papel é dar o assunto e eles precisam praticar isso em casa.** Porque, tipo, eu dei agora o assunto. **Mas amanhã ele já esquece.** Então pra fortalecer isso que eles aprenderam com o professor, eles têm que **praticar em casa.** E **manter um ritmo** porque o professor não pode ficar preso naquele assunto. Porque o professor tem vários assunto pra dar durante o ano. Então, dei agora equações. Eles não vão mais praticar equações. **Aí quando chegar no dia da prova eu tenho que revisar antes para ver se eles lembram.** A maioria não aprende tudo. É muito assunto e não só matemática que eles veem. Isso é normal. **Eles**

⁵⁴ Concepção da professora Lynn da referida pesquisa.

não vão guardar tudo. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 6.3 – Livro Didático – Entrevista]

O professor considera que o ensino é de sua responsabilidade e que tal ação se traduz por “dar o assunto” aos estudantes, “entregar”, de forma clara e audível, na tentativa de “encher sua cabeça”, que está vazia. *Isto são os cinquenta por cento*. Aos estudantes cabe anotar, copiar o que está na lousa, de forma atenta e silenciosa. Após esse momento de explicação, permeada de exemplos resolvidos pelo professor, o estudante precisa fazer exercícios (Câmara dos Santos, 2002), “praticar”, “manter o ritmo”, como um esportista, para cumprir os outros *cinquenta por cento* e garantir sua aprendizagem que será verificada numa prova.

Esta metodologia, se mostra como uma visão reducionista e linear do ensino de matemática ao considerar que o simples ato de expor os objetos matemáticos aos estudantes é por demais suficiente para sua compreensão. “Esta visão “siga as regras”, “dominada pelos cálculos” e “orientada para respostas” da matemática é uma distorção brutal da real essência da matemática” (Van de Wall, 2009, p. 32).

Conteúdo de matemática. Uma visão absolutista da matemática, como já tem sido destacado na literatura (Thompson, 1997; Golafshani, 2002 *apud* Giani, 2004; Vesga-Bravo; Angel-Cuervo, 2021) possui estreita relação com as práticas pedagógicas matemáticas desenvolvidas em sala de aula (Handal, 2003).

As ausências de conflito cognitivo, de debate, de interações, de oportunidades para os estudantes exporem suas formas de pensar, não decorrem de uma escolha aleatória do professor, pelo contrário. Segundo Thom (1972), toda pedagogia matemática está ancorada numa filosofia da matemática de modo que esta pode ter sido construída na vida acadêmica do professor e, de alguma forma, foi moldando e constituindo o seu pensamento sobre o ensino e a aprendizagem matemática.

Os que comungam de uma visão absolutista da matemática, segundo Erneste (1996), a consideram como: “rígida, fixa, lógica, absoluta, desumana, fria, objetiva, pura, abstrata, remota e ultrarracional” (p. 2).

A visão do professor se aproxima de uma visão absolutista da matemática, como se verificamos a seguir.

Eu começo com o que eu acho mais importante. **Tipo: números. Eu acho muito mais importante.** Porque se o menino não tiver prática nos números não vai saber fazer o resto. **Então se ele começa com números aí eu vou pra álgebra, geometria, a estatística.** E aí eu vou dando. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 2.2 – Organização dos Conteúdos Curriculares – Entrevista]

Vai começando bem, “números naturais”. Aí vê todas as expressões com “números naturais”. Aí depois vai lá para Geometria. Vê o básico para os meninos aprender, aí segue um nível certinho. Não é igual ao Ensino Médio que você vai ver um assunto, depois ver outro assunto sem nenhuma ligação. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 3 – Organização dos Conteúdos Curriculares – Entrevista]

Ele tem uma *visão compartimentada dos conteúdos*. Ao falar em “prática dos números”, ele coloca este campo como sendo a base para a aprendizagem dos demais campos. Tal posição, pode refletir uma compreensão rígida sobre a *organização curricular*, pois o professor assimila que a sequência com que as unidades temáticas estão dispostas no *Organizador* devem ser entendidas como regra, fluxo contínuo, sem a admissão de conexão. Isto porque, no *Organizador* as unidades temáticas estão ordenadas, começando sempre pelos *números*, de modo que o professor lê e interpreta o *Organizador Curricular* de forma sequenciada, hierarquizada e rígida.

A expressão “prática dos números” ainda pode significar uma valorização do aspecto procedimental deste campo, com foco nas operações básicas. Ao ser perguntado sobre o que ele considera como extremamente essencial na matemática e o que o aluno não pode deixar de aprender em matemática, ele responde:

É o que eu digo para todos: as **operações básicas**. É essencial. Com isso dá para sobreviver. Mas se você não souber, meu filho, vai levar muita perna, muito golpe. **Se não souber fazer conta de dividir, multiplicar, nem somar, ... isso é essencial.** Tem coisa na Matemática que é mais avançado e você só vai usar se for para a área acadêmica. Mas operações básicas você usa na vida, na vida toda. **Então, pra mim o mais essencial é as operações básicas.** [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 7.2 – Livro Didático– Entrevista]

Por mais que os aspectos de cálculo sejam como as estimativas, arredondamentos, estratégias de cálculos mentais possam ser utilizados em nosso dia a dia, a existência dos campos da matemática acaba por evidenciar a importância histórica para além dos números.

Wolfram (2010), afirma que a matemática é muito mais ampla que cálculos e que por muitos anos matemática e cálculos estiveram entrelaçados. Muitos cálculos precisavam ser feitos manualmente. Mas, com o advento dos computadores, das calculadoras, isso mudou completamente, provocando uma grande mudança na forma de fazer matemática. Os cálculos são meios, não um fim. Mas para ele, essa libertação não chegou na educação.

Segundo ele, há pelo menos quatro passos para se fazer matemática:

1° - fazer a pergunta certa;

2° - pegar um problema e transformá-lo de um problema do mundo real em um problema matemático;

3° - transformar em uma resposta, em forma matemática;

4° - verificar se a resposta matemática responde ao mundo real.

Acontece, afirma Wolfram (2010), que se gasta cerca de 80% do tempo ou talvez mais, “ensinando as pessoas a fazerem o passo três na mão. Mas, este é um passo que computadores podem fazer melhor que qualquer humano com anos de prática.” Ao invés disso, ele afirma que o ensino de matemática deveria se concentrar nos passos 1, 2 e 4, cujo propósito é fazer o estudante aprender a fazer boas perguntas, montar modelos, analisar resultados e interpretar as respostas matemáticas. Mas do que calcular, é importante que se ensine a pensar e a raciocinar.

Ao focar no aspecto procedimental, o professor Delta acaba reduzindo o ensino de matemática ao 3° passo, conforme Wolfram (2010) e, com isso, contribuindo para uma visão equivocada dos estudantes da natureza da matemática.

A sua visão absolutista da matemática, faz com ele perceba a organização das habilidades por bimestre como algo fixo, rígido, como se nota no trecho da entrevista a seguir.

Tem todas aquelas habilidades pra dar. **E eu tenho que dar toda aquela habilidade no bimestre. Então tem que dar aquilo.** [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 2.1 – Organização dos Conteúdos Curriculares – Entrevista]

Pronto. Porque **naquele bimestre eu só posso dar aquilo.** [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 2.3 – Organização dos Conteúdos Curriculares – Entrevista]

Para ele, o *cumprimento da programação dos conteúdos no bimestre* é prioridade, dando-nos a entender que aquilo que foi previsto tem que ser cumprido independentemente da compreensão dos estudantes. Nos parece que o professor não está disposto a abrir mão desse cumprimento.

A *hierarquização* é outro elemento forte na sua compreensão dos conteúdos matemáticos. Para ele, o ensino da matemática deve partir dos temas elementares, do básico, e ir aumentando aos poucos, como se verifica no trecho da entrevista.

No fundamental, não. Ele segue uma linha bem que eu gosto. Bem de nível. Básico, vai aumentando um pouquinho até chegar nos números racionais, irracionais. Pronto. Perfeito. Só Naturais. [...]. No Fundamental ele segue um padrão ok. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 3.2 – Habilidade – Entrevista]

Mas, esta visão, por sua vez, vai de encontro ao que está preconizado no CPE. Segundo este, “a Matemática é um campo científico extenso, diversificado e em permanente evolução. Portanto, não é um repertório de conhecimentos antigos e petrificados.” (Pernambuco, 2019a, p. 351).

Apesar dos conteúdos matemáticos serem organizados em unidades temáticas, em grandes campos historicamente construídos, tal fato se dá por questões didáticas. Para o documento, “é indispensável que tais campos não sejam vistos como blocos estanques e autossuficientes.” (Pernambuco, 2019a, p. 359) e continua dizendo que,

No entanto, é preciso ter clareza de que essa organização se deve, unicamente, **à busca de uma melhor forma de apresentação**, pois, no trabalho em sala de aula, é importante que o professor busque, de forma sistemática, **articular as unidades temáticas, trabalhando de forma integrada**, considerando os objetos de conhecimento e habilidades previstos por ano de escolaridade. (Pernambuco, 2019a, p. 3560, grifo nosso).

O fato de o *Organizador* distribuir as habilidades a ano a ano, pode passar a impressão de seriação, hierarquização e implicar numa imagem equivocada por parte do professor.

No entanto, mesmo a sequência de assunto a ser trabalhada sendo legitimada pelo SIAPE, o que configura certo teor de obrigatoriedade, induzindo o professor a segui-la de forma sequenciada, rígida e inflexível, tal postura não se verifica com a professora Rosácea.

Diferentemente do professor Delta, ela rompe com o estabelecido quando seus estudantes demonstram não ter compreendido o assunto, o que sugere que ela lê e interpreta o CPE, bem como seu organizador, de outra forma.

Enquanto a professora Rosácea “atrasa o assunto” por conta do estudante, o professor Delta, quando atrasa, assim o faz por outras circunstâncias, como “feriado”, “projetos”, “tempo”, como se percebe em uma de suas respostas na entrevista.

Sim, sim. Sempre tem, sempre tem. **Porque aqui está cheio de projeto, o tempo é curto, pode acontecer alguma coisa que não tem aula e é muito assunto pra dar. Então, tem turma que eu avanço mais porque a turma tem duas aulas na segunda-feira, outra turma tem duas aulas na terça-feira. Aí terça-feira caiu no feriado. Já perdeu, né. Nessa semana uma turma está mais avançada. Mas eu tenho que dar tudo.** Tem que dar tudo

porque o SIEPE de matemática já está todo estruturado. Tem todas aquelas habilidades pra dar. E eu tenho que dar toda aquela habilidade no bimestre. Então tem que dar aquilo. Mesmo que eu só faça introduzir. Mesmo que seja para falar um pouquinho só. Tipo: eu falo o significado de probabilidade. Pronto. E na outra turma eu falei, dei o exemplo, fiz exercício, pratiquei. Mas naquela outra turma eu só fiz falar, introduzir. Por que? Porque não deu tempo. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 2.1 – Organização dos Conteúdos Curriculares – Entrevista]

Esta resposta dada pelo professor Delta é muito significativa, pois retrata bem sua visão sobre a relação do conteúdo com o tempo pedagógico e a relação do conteúdo matemático com a aprendizagem do estudante.

Alinhada à sua compreensão de que os conteúdos matemáticos se caracterizam pelas ideias de hierarquização, que estão compartimentados em blocos, que precisam ser cumpridos dentro de certo prazo, está sua limitada compreensão da habilidade em foco.

Quando perguntado sobre a essencialidade da habilidade, ele responde que não sabe, como se verifica no trecho da entrevista a seguir.

Pronto. Assim eu fui dar uma olhadinha no Currículo de Pernambuco, pois eu não sabia, mas ele não fala especificamente para essa habilidade. Ele fala para a área de Álgebra. O Currículo de Pernambuco fala o seguinte: “tem como foco o desenvolvimento de um pensamento algébrico que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão e representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos.” Então na minha opinião é mais para o menino saber utilizar a escrita matemática de uma forma que ele possa descobrir números que ele não sabe. Lidar com coisas desconhecidas e saber que aquilo ele pode descobrir, escrevendo, fazendo cálculos, botando de forma algébrica colocando no papel. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 3 – Habilidade – Entrevista]

Ele não faz associação com as *ideias fundamentais* (Machado, 2015, 2020, 2021; Brasil, 2018; Pernambuco, 2019a), o que sugere, limitação em compreender o que é essencial ao ensinar a habilidade. Além disso, deixa de explorar os significados de equivalência, suas associações com outras áreas do conhecimento e com a própria matemática e reduz o seu ensino ao conhecimento de procedimentos.

Ao demonstrar compreensão limitada sobre o que ensinar e como ensinar, o professor Delta pode levar seus estudantes a “facilmente desenvolver concepções erradas sobre o conteúdo” (*et al.*, 2009 *apud* Cibotto; Oliveira, 2017, p. 14).

Material curricular. Diante da habilidade a ser discutida em sala de aula, o professor Delta recorre ao livro didático adotado em sua instituição escolar para

verificar se ela é ou não contemplada. Ele assim procede para todas as habilidades em foco, como se verifica a seguir.

A rotina que eu faço na semana é a seguinte: vejo qual o assunto e sigo para todas as turmas. Se não der para terminar uma turma eu continuo na outra semana. Aí vou na mesma linha. **Eu tento primeiro achar no livro deles, que é o material mais acessível.** [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 1.1 – Habilidade – Entrevista]

Quando eu não acho o assunto no livro deles eu procuro vídeos de outros professores na internet, porque tem tudo agora. **Um livro de outra série, porque sempre acontece isso: se não tem no sexto, tem no sétimo, no oitavo, ... Em algum livro vai ter.** [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 4.1 – Habilidade – Entrevista]

Nesse sentido, o percurso *habilidade a ser ensinada-livro didático* é o caminho escolhido pelo professor para desenvolver suas aulas, dando-nos a entender que para ele não existe conteúdo de matemática fora do LD. É um movimento muito próximo ao que diz Van de Walle (2009). Este autor afirma que “a maioria dos professores considera seu livro didático como sendo o guia principal do seu currículo diário” (p. 68).

Uma das hipóteses associadas à sua dependência do MC tem relação com o que Brown e Edelson (2003) explicitaram. Segundo estes autores, um dos motivos pelos quais os professores poderiam ter este comportamento se deve “quando o professor tem **pouca familiaridade ou certo desconforto ao tratar determinado assunto**⁵⁵” (p. 6, grifo nosso).

Entendemos que “estar familiarizado com o assunto” vai além de uma noção básica do que é o assunto. Tomando como referência Shulman (2014), uma vez que o próprio Brown (2009) e Brown e Edelson (2003), ao construírem o DCE admitem como recursos para o professor as duas categorias deste teórico, a saber, conhecimento do conteúdo e conhecimento pedagógico do conteúdo, entendemos que, fundamentar a ideia de “estar familiarizado com o assunto” em Shulman (2014) é coerente.

Segundo Shulman, espera-se que os professores entendam o que ensinam e, quando possível, de formas distintas, transformando o conhecimento do conteúdo que eles possuem “em formas que são pedagogicamente poderosas e, mesmo assim, adaptáveis às variações em habilidade e histórico apresentadas pelos alunos” (Shulman, 2014, p. 217). Esse conhecimento inclui as metodologias adequadas para

⁵⁵ Tradução nossa de: when a teacher is unfamiliar or uncomfortable with the subject matter

ensinar determinado conteúdo, inclui o entendimento dos tópicos específicos que torna os conceitos difíceis ou fáceis de aprender.

Por certo, as dificuldades em matemática em sua trajetória escolar, a escolha pelo curso de licenciatura com base na nota de entrada, a realização de um outro curso (Licenciatura em Química) por motivos não ligados ao ensino de matemática, sua dificuldade em explicar a essencialidade da ideia de equivalência, nos permitem afirmar que existe uma relação com a pouca familiaridade do professor no assunto.

Ademais, Carvalho e Lima (2010) pontuam que, por vezes, os cursos de formação inicial de professor descuidam em um aspecto fundamental: “ensinar a matemática elementar com que os docentes irão lidar na sua prática docente na escola” (p. 29). E continuam, dizendo que diante de tal lacuna o professor encontra no LD uma fonte para aprender esta matemática.

Seguindo o raciocínio da dependência do professor do LD, Brown (2003) salienta que, além de pouca familiaridade, uma segunda causa decorre do **compartilhamento de objetivos entre estes dois agentes**. Tal fato, tem relação com a forma como os conteúdos matemáticos foram pensados e estruturados na obra didática. O Quadro 38, explicita os elementos valorizados pelo professor em sua relação com o LD adotado pela escola.

A confiança no MC faz com que ele *reproduza* as ideias veiculadas no livro didático. Isso porque ele *extrai literalmente partes do texto com as explicações e exemplos do assunto* em foco e os escreve na lousa para que sejam copiados pelos estudantes.

De modo geral, ao longo da entrevista foi possível observar vários elementos valorizados pelo professor, conforme Quadro 38.

Quadro 38 - Critérios valorizados pelo professor no livro didático

N.	Critérios considerados pelo professor para seleção de livro didático	Referência
01	Conteúdos organizados de forma hierarquizada	Então ele está de acordo com que o que eu gosto de trabalhar. Ele é nivelado. Ele não começa com um assunto pesado. Vai começando bem, “números naturais”. Aí vê todas as expressões com “números naturais”. Aí depois vai lá para Geometria. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 3 – Organização dos Conteúdos Curriculares – Entrevista]
02	Unidades temáticas separadas de forma explícita	
03	Presença dos conteúdos do CPE	A rotina que eu faço na semana é a seguinte: vejo qual o assunto e sigo para todas as turmas. Se não der para terminar uma turma eu continua na outra semana. Aí vou na mesma linha. Eu tento primeiro achar no livro deles, que o material mais acessível. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 1.1 – Habilidade – Entrevista]
04	Contempla a sequência: definição, exemplos e exercícios	Quando eu procuro, eu procuro mais o livro que tem mais exercício, imagem ou conta a história da matemática. Eu vejo mais padrão. Se eles realmente explicam e botam mais exemplos na explicação dos cálculos. Porque tem livro que fala, só dá um exemplo e pronto. Aí vem exercício, exercício, ... Eu gosto quando ele dá mais exemplos para os alunos verem como se faz. Eu gosto quando ele dá o conceito e depois os exemplos. E depois as atividades. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 1.1 – Livro Didático – Entrevista]
05	Desafios resolvidos	É muita informação [risos do professor]. Mas quando o livro traz algum desafio eu olho para ver como ele respondeu e me ajuda a entender. Porque tem desafio que eu não entendo de imediato. Aí lá tem explicando o passo a passo de como fazer o desafio. Como é que realmente faz aquele desafio. Eu acho bem interessante. Aí ajuda. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 5.1 – Livro Didático – Entrevista]

Fonte: Os autores (2023)

Os elementos presentes neste quadro, dialogam com as ideias que o professor possui sobre a matemática e seu ensino, refletindo, de alguma forma, suas concepções. Tal fato reforça que o professor tende a escolher e reproduzir os MC que reafirmam suas concepções (Garnica, 2008; Brown, 2002).

Fato curioso se dá pelo uso do livro didático do 7º ano (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018b), apesar de sua turma ser do 6º ano. A justificativa apontada pelo professor é que no do 6º ano não havia “número desconhecido”, uma vez que no *sumário* não há nenhuma indicação sobre tal assunto, como ele diz em um momento da entrevista.

Quando eu procurei no livro do sexto ano e não tinha lá. **Eu fui lá nos capítulos,** já que tem tudo certinho, né, e **não achei números desconhecidos.** [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 3.1 – Livro Didático – Entrevista]

Por sinal, não há menção direta nos títulos dos capítulos de tópicos relacionados a unidade temática Álgebra a partir do sumário do LD do 6º ano, isto porque os autores escolheram nomeá-lo com uma linguagem matemática que faz associação com conteúdo das respectivas unidades temáticas.

No entanto, no manual do professor do LD do 6º ano (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018a, p. XXXV) há uma indicação para o trabalho com a habilidade **(EF06MA14)** na Unidade 9, *Massa, Volume e Capacidade* que se apoia, inclusive, em balanças de dois pratos e, neste caso, contribuindo com **(EF06MA14PE)** *Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas (por exemplo, explorando a metáfora da balança).*

Mas ao se limitar ao sumário, o professor Delta deixa de perceber algumas ideias comunicadas no manual do professor. Este, cumprindo o seu papel, possibilita-o conhecer como a obra está organizada, servir de texto de referência para o seu conhecimento do conteúdo e conhecimento pedagógico do conteúdo (Carvalho; Lima, 2010).

Assim, o professor Delta usa o LD do 7º ano e não do 6º ano de Giovanni Júnior e Castrucci (2018).

Os cinco critérios valorizados pelo professor, estão situados no plano das *representações de domínio*, que é um dos recursos curriculares situados nos aspectos ligados ao conteúdo (Brown, 2009). Este suposto distanciamento dos *procedimentos* do LD, é reflexo de sua visão pragmática, objetiva, técnica, da matemática e seu ensino. O que lhe interessa são os conteúdos e sua forma de apresentação nos capítulos.

Ao considerarmos o que Carvalho e Lima (2010) destacam sobre as funções do LD para o professor, percebemos uma visão limitada e um tanto quanto equivocada do professor Delta. Estes autores elencam, pelo menos, quatro contribuições que este material fornece ao professor, a saber:

- auxiliar no planejamento didático-pedagógico anual e na gestão das aulas;
- favorecer a formação didático-pedagógica;
- auxiliar na avaliação da aprendizagem do aluno;
- favorecer a aquisição de saberes profissionais pertinentes, assumindo o papel de texto de referência. (Carvalho; Lima, 2010, p. 16).

Ao trazer essas funções do LD, os autores expõem que este “recurso didático valioso” (Carvalho; Lima, 2010, p. 16) vai além de mencionar quais os conteúdos matemáticos contemplados. Ele contribui com o trabalho do professor ao lhe fornecer ferramentas de natureza didática, metodológica, avaliativa e continuam afirmando que mais do que analisar o que a obra contém de Matemática faz-se necessário conhecer sua proposta metodológica, as orientações de como os conteúdos podem ser abordados.

Ademais, Garnica (2008) acrescenta que o professor precisa atentar para a formação profissional dos autores de livros didáticos pois, segundo ele, “o conteúdo de qualquer livro “carrega” consigo muitas das visões de mundo de seus autores, seus históricos de produção e de envolvimento com a comunidade de educadores matemáticos” (Garnica, 2008, p. 507).

Nesse mesmo entendimento, Gitirana e Carvalho (2010) sinalizam que “a elaboração de uma obra didática envolve concepções sobre educação e a respeito da Matemática e sua aprendizagem” (p. 31).

Logo, reforçamos que o professor, ao direcionar sua avaliação ao sumário do LD, deixa de reconhecer detalhes sobre a forma como os objetos matemáticos foram pensados na obra, uma vez que tal organização está ligada à forma como seus idealizadores concebem a matemática e seu ensino.

De fato, caso o professor considerasse a importância do manual do professor, realizando uma leitura atenta e cuidadosa, perceberia que a habilidade **(EF06MA14)** foi escolhida para ser discutida no 6º ano.

Acontece, que dada a sua *preferência por uma matemática em que seus conteúdos sobrevivem de modo isolado*, o professor Delta deixa de perceber, que os autores escolheram discutir a habilidade associada ao campo da Álgebra no campo das Grandezas e Medidas.

Ele considera que a parte teórico-metodológica, com seus princípios e fundamentações do CPE, é semelhante ao que está prevista no manual do professor do LD, como ele mesmo afirma a seguir.

Tem alguma atividade, projeto ou qualquer outra parte do LD adotado que você geralmente ignora/não lê?

Tem. O começo, que ele fala sobre as habilidades. Isso já tem tudo no currículo de Pernambuco. Eu vou olhar lá? Não tem lógica eu olhar de novo. Às vezes o livro é grosso e só falando de habilidades, de códigos, ... isso eu passo. Eu nem vejo. Só leio aquilo que eu posso usar. Olho se tem alguma dica, alguma coisa que eu posso aplicar em sala. Por exemplo: como usar o geogebra, como usar algum jogo. Às vezes eu ignoro aquelas dicas de aulas

complementares que tem no começo e no final do livro. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 5 – Livro Didático – Entrevista]

Entendemos que há determinados pontos de convergência entre estes dois currículos, prescrito e apresentado. Segundo Carvalho (2018), no que concerne aos critérios específicos para a matemática, as coleções precisam apresentar todas as áreas (unidades temáticas) para o ensino fundamental e médio e estas, por sua vez, estão preconizadas no currículo prescrito. Nesse aspecto, os currículos, apresentado e prescrito são semelhantes. No entanto, cabe salientar, que apesar desses dois currículos trazerem todas as unidades as unidades temáticas, a forma como são apresentadas é distinta (Sacristán, 2000).

Mas o manual do professor se diferencia da parte teórica dos currículos prescritos pelo fato de explicitar informações mais específicas para o trabalho em sala de aula como por exemplo, respostas e direcionamentos de atividades (Carvalho, 2018).

Carvalho e Gitirana (2010) nos informam que o manual do professor “até o início dos anos 1990, não passava de uma cópia do livro do aluno, complementada com as respostas dos exercícios propostos” (p. 53). E, dessa forma, entendemos que ele se limitava a questões puramente conteudistas. Mas, dadas as mudanças provocadas pelo PNLD, estes autores mencionam que o manual do professor também sofreu mudanças qualitativas.

De fato, Carvalho (2018) contribui com nosso entendimento ao nos fornecer uma visão panorâmica deste Programa, reconhecido por ele como de “sucesso”, num período que vai de 1997 a 2018. Segundo ele, este Programa, no intervalo especificado, manteve sua formulação inicial, com alterações e melhorias até 2018, de modo que tais avaliações melhoraram lentamente a qualidade dos livros didáticos de matemática, o que não quer dizer, na visão dele, que estes LD são perfeitos e que bons livros não garantem, por si, um bom ensino e aprendizagem.

No entanto, a visão conteudista da matemática, ancorada em sua tendência à concepção transmissiva, *impede o professor Delta de perceber valor e significado adicional ao que é explicitado para o ensino de matemática no manual*. Pois, caso tivesse atentado para o que este diz, a aula poderia ter tido outro direcionamento.

A seção do livro do 6º ano (ANEXO I), dedica 2 páginas para o trabalho com a habilidade **(EF06MA14)**. Nelas, são apresentadas algumas situações de equilíbrio com balanças de dois pratos para explorar as propriedades de igualdade. Nas

orientações no formato em U, voltadas ao professor, há a recomendação para se questionar os estudantes sobre:

- seus conhecimentos sobre o que vem a ser uma balança desse tipo;
- se já manusearam uma balança;
- o que significa dizer que os pratos da balança estão em equilíbrio;

E continua, dizendo que é interessante que o professor registre na lousa as respostas dadas por eles e que os incentive a falar o que sabem para, em seguida, formalizar os conceitos envolvidos.

No livro do aluno, há uma seção intitulada *Pense e responda*, que apresenta dois questionamentos que estimulam a uma reflexão. Estas, por sua vez, devem ser debatidas com os colegas:

1) O que seria necessário fazer para se manter o equilíbrio de uma balança se a massa em um dos pratos fosse dobrada? Dê um exemplo.

2) O que seria necessário fazer para se manter o equilíbrio de uma balança se a massa em um dos pratos fosse reduzida pela metade? Dê um exemplo.

Estas considerações iniciais nos ajudam a afirmar, de fato, que a reprodução dessas orientações por parte do professor poderia induzir a debates, troca de ideias, maior participação do estudante, análise de erros e incompreensões que poderiam ser usados para ampliar a ideia (Van de Walle, 2009; Boaler, 2018) da relação de igualdade. Mas, ele acaba perdendo esta oportunidade oferecida pelo LD.

Em um dado momento da entrevista, o professor relata sua dificuldade em analisar o grande quantitativo de coleções que ficam a sua disposição. Segundo ele, cerca de 10. Ele argumenta falta de tempo para uma avaliação mais cuidadosa, como se verifica a seguir.

1. Você participou da escolha do LD? Se sim, como ela ocorreu?

Sim. Toda vez que vai ter uma escolha que a gestão faz uma reunião. Separa em grupos: matemática ali, português ali. Aí tá lá todos os livros. Aí bora lá ler. Bora lá ver qual é o que a gente se identifica mais. Aí escolhe dois, anota o nome e manda pra GRE.

A gente se reúne na biblioteca ou na sala dos professores. A gente vê os livros. A gente vê qual dos livros a gente tem mais afinidade entre os professores.

2. Você votou a favor no LD adotado? Se não, qual você escolheu e por quê?

Não me lembro. Faz quatro anos que eu escolhi. Vai mudar agora. Aí eu vou avaliar os livros que vão chegar. Eu escolho a partir do que chega na escola. São muitas coleções. Mais de 10, eu acho.

2.1 E você tem tempo de analisar todos os 10?

E eu não tenho tempo de analisar todos eles. A gente só dá uma olhada rápida. Mas qual o tempo que a gente tem? Trabalho de segunda a sexta-feira. [APÊNDICE D – Livro Didático – Entrevista].

De fato. Segundo Carvalho e Gitirana (2010), havendo possibilidade,

o ideal é que a equipe de professores de uma escola – que trabalhe com uma mesma coleção de livros didáticos – possa organizar coletivamente a leitura e a discussão do manual do professor, antes de começar a usar a coleção em sala de aula. Essa leitura pode ajudá-los a identificar os pressupostos do projeto pedagógico da escola que estão em sintonia com as propostas da obra e aqueles que se afastam desse projeto. (Carvalho; Gitirana, 2010).

O posicionamento desses autores, sugere que a gestão escolar precisa possibilitar um momento para discussões analíticas da obra e, ao mesmo tempo, que os professores precisam compreender a real importância pedagógica de usar uma coleção que ele conheça suas potencialidades e fragilidades.

Mas, o fato de não haver uma análise mais meticulosa, atentando para conhecer de forma mais aprofundada as concepções de matemática e de seu ensino da obra, com destaque para a proposta metodológica, orientações de como usar o livro, natureza das tarefas, organização das habilidades previstas no CPE, presença de recursos didáticos, está relacionada ao tempo disponível do professor. Mas não somente isto.

Além do tempo disponível, a disposição da análise e da capacidade de ver possibilidades no material também é um fator importante.

O professor Delta não percebe que o seu livro do 6º ano poderia contribuir com o desenvolvimento da habilidade em foco, mesmo estando utilizando-o há 4 anos.

Se considerarmos que essa habilidade é discutida há pelo menos esse tempo e que ele procura seguir o que está previsto no Organizador Curricular, como temos demonstrado, então não houve progresso de seu conhecimento sobre a obra. Tal postura, vai de encontro ao que Carvalho e Gitirana (2010) dizem. Para estes pesquisadores, é recomendado que o professor releia as orientações e sugestões do manual com frequência e regularidade para que possam conhecer melhor a obra em mãos. E assim fazendo, possa ter

mais elementos para comparar o que o manual afirma sobre suas concepções de ensino e aprendizagem com o que realmente é feito no livro – inclusive no que diz respeito às orientações metodológicas incluídas na cópia do livro do aluno que faz parte do manual do professor ou em seu suplemento pedagógico. (Carvalho; Gitirana, 2010, p. 55).

Notamos, assim, que um professor com tendência à concepção transmissiva da matemática e seu ensino tende a desenvolver uma visão que coloca os conteúdos matemáticos numa posição de grande destaque, a ponto de, muitas vezes, ignorar informações presentes no manual do professor para o seu desenvolvimento.

Esta prevalência o leva a incompreensões sobre o significado das orientações didáticas e metodológicas oriundas do manual do professor, bem como a enxergar o LD apenas como uma fonte de conteúdos demandados pelo currículo prescrito, como um instrumento útil, apenas, para lhe explicitar uma a forma de abordar os conteúdos.

Temos mostrado, através dos aspectos anteriores, a saber: *o papel do professor, as tarefas, a metodologia de ensino, o conteúdo matemático e os materiais curriculares*, que as atitudes, os gestos, os comportamentos, as preferências, as escolhas, relativas a um professor com tendências transmissivas, estão arraigados e interconectados. Tais aspectos evidenciam, que por trás dos modos de ver, de perceber, de compreender, de interpretar do professor, subjaz uma particular concepção de matemática e seu ensino.

Não estamos, com isso, afirmando que as concepções são o motor para esses modos ou percepções, pois Fiorentini (1995) explicita algumas outras, mas que os professores com tendências à concepção transmissiva de matemática e seu ensino deixam transparecer atitudes características (Thompson, 1997; Câmara dos Santos, 2002; Carrillo; Contreras-González, 1995; Cury, 1994; Fiorentini, 1994; Ponte, 1992, 1993, 1994b, 1999, 2005; Segurado, I. & Ponte, 1998; Becker, 2012, 2019; Fenstermacher; Soltis, 2007), inclusive em sua relação com os materiais curriculares.

5.2.2 Relações entre os materiais curriculares e o currículo de matemática de Pernambuco

O professor percebe o currículo oficial, por meio do *Organizador curricular*, e o livro didático, como instâncias autorizadas em legitimar o que deve ser ensinado e aprendido pelos estudantes. Tais instâncias, determinam a sua programação dos conteúdos curriculares, como percebemos em algumas de suas falas na entrevista.

Pronto. Porque **naquele bimestre eu só posso dar aquilo**. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 2.3 – Organização dos Conteúdos Curriculares – Entrevista]

A rotina que eu faço na semana é a seguinte: vejo qual o assunto e sigo para todas as turmas. Se não der para terminar uma turma eu continuo na outra semana. Aí vou na mesma linha. **Eu tento primeiro achar no livro deles, que é o material mais acessível**. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 1.1 – Habilidade – Entrevista]

Quando eu não acho o assunto no livro deles eu procuro vídeos de outros professores na internet, porque tem tudo agora. **Um livro de outra série, porque sempre acontece isso: se não tem no sexto, tem no sétimo, no oitavo, ... Em algum livro vai ter**. [APÊNDICE D – Trecho da resposta à pergunta 4.1 – Habilidade – Entrevista]

O professor atenta apenas para os conteúdos expostos no material curricular, via sumário, não valorizando seus *procedimentos* (Brown, 2009). Do mesmo modo, o professor se relaciona com o CPE. Apesar deste documento curricular trazer os princípios para o trabalho na sala de aula de matemática, assumindo sua posição quanto aos aspectos metodológicos que devem ser valorizados como a resolução de problemas, a modelagem matemática, o professor se detém ao *Organizador Curricular Bimestral*.

Esta parte do CPE apresenta uma forma de organizar os conteúdos dentro de uma programação anual, separados por unidade, e pode ser entendida como o resultado de uma escolha didática.

Acreditamos que outras organizações poderiam dialogar melhor com a parte das fundamentações teóricas e princípios do CPE a fim de ser mais harmônico. Por mais que haja uma necessidade de dar uma direção ao professor, no sentido de especificar o que é pertinente discutir prioritariamente em um dado ano escolar, o SIEPE poderia ser mais flexível à medida que permitisse o professor registrar, com mais liberdade, vários conteúdos, unidades temáticas, habilidades em uma mesma aula e não somente do mesmo ano letivo.

De alguma forma, um sistema mais flexível poderia contribuir para uma compreensão mais dinâmica sobre a matemática e seu ensino e refletir uma maior aproximação com a realidade.

Lopes (2019) já tem evidenciado que é natural que em um mesmo ano escolar haja estudantes com vários níveis de compreensão matemática sobre o mesmo objeto em questão. A professora Rosácea mostrou que isso ocorre em suas aulas. A aprendizagem não ocorre de modo uniforme, no mesmo ritmo, e igual para todos. Mas, à medida que cada estudante tem a possibilidade de construir seus entendimentos sobre um assunto seus conhecimentos prévios são acionados, ou pelo menos deveria, como base para a construção de novas ideias.

No entanto, mesmo o *Organizador*, estruturado como está, e considerando que outras organizações podem ser possíveis, aproximando-o mais das ideias do CPE, percebê-lo como algo rígido, inflexível afasta o professor ainda mais das ideias defendidas por este currículo. Olhar apenas o conteúdo a ser ensinado, sem atentar para *como* ele deve ser ensinado é uma visão muito simplista, reducionista e imprópria.

Carvalho (2018), nos apresenta elementos importantes que devem estar presentes nas obras didáticas. Ele nos apresenta vários critérios, que expomos a seguir:

- (a) A coleção deve apresentar todas as áreas da matemática escolar; para ensino fundamental e médio, números e operações, geometria, álgebra, medidas e estatísticas de dados e probabilidade.
- (b) A coleção deve promover o desenvolvimento de habilidades cognitivas básicas do aluno, como observação, compreensão, argumentação, análise, síntese, comunicação de ideias matemáticas, memorização.
- (c) A coleção deve enfatizar o desenvolvimento do conceito e o poder da matemática para resolver problemas.
- (d) O manual do professor deve mostrar as opções didáticas disponíveis para o professor, apresentar respostas detalhadas para todos os problemas e exercícios e orientar o professor sobre como fazer o melhor uso deles.
- (e) A coleção não pode anunciar bens, serviços comerciais ou marcas de qualquer tipo. (Carvalho, 2018, p. 777)⁵⁶

Com base em tais considerações, percebemos que a visão conteúdista, com foco em conhecer apenas o que ensinar, é parte de um processo composto com muito mais elementos essenciais. Desconsiderá-los expõe os estudantes a uma matemática incipiente e longe de contribuir com sua formação básica.

A letra (b), por exemplo, sinaliza a necessidade de a obra enfatizar habilidades básicas, como observação, análise, argumentação que, por sua vez, dialogam com as práticas de resolução de problemas. Práticas de ensino com cunho transmissivo vai de encontro a estas habilidades cognitivas.

Cabe destacar, entretanto, que nem todas as obras são construídas ou elaboradas dentro desses critérios expostos por Carvalho (2018), o que expõe a existência de outros pontos de vista sobre os processos de ensino e aprendizagem matemática.

Segundo Gitirana e Carvalho (2010), existem obras que assumem notadamente uma metodologia baseada na resolução de e outras, no modelo tradicional. No entanto, afirmam eles, é mais frequente mesclar os dois modelos, mas que mesmo assim ao fazer, “carregam muitos aspectos do ensino tradicional” (p. 32).

⁵⁶ Tradução nossa de: (a) The collection must present all fields of school mathematics; for elementary and middle school, numbers and operations, geometry, algebra, measurements and data analysis; for high school, numbers, algebra, geometry, statistics and probability. (b) The collection must foster the development of basic cognitive abilities by the student, such as observation, comprehension, argumentation, analysis, synthesis, communication of mathematical ideas, memorization. (c) The collection must stress concept development and the power of mathematics for solving problems. (d) The teacher's manual must show the didactical choices available to the teacher, present detailed answers to all problems and exercises and guide the teacher on how to make the best use of them. (e) The collection cannot advertise goods, commercial services or brands of any kind.

Esses autores dizem que o fato de algumas obras valorizarem vários gêneros, como quadrinhos, textos explicativos, protocolos de alunos, inserção de sequência de atividades ou a inserção de textos entre as atividades, passa a impressão de proposta metodológica baseada na resolução de problemas. Entretanto eles afirmam que os LD permanecem tradicionais em sua essência.

O livro adotado é *A Conquista da Matemática*, cujos autores são José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci. Mas reiteramos que o professor utiliza o do 7º ano, e não do 6º ano.

Cabe destacar que o processo de seleção do LD é semelhante ao que ocorre na escola da professora Rosácea: os professores selecionam 2 coleções e aguardam o resultado final da GRE.

Assim como ela, o professor Delta não usa os fascículos oriundos do CPE, intitulado de *Orientações Metodológicas* (Pernambuco, 2019b, 2020).

Em nossas análises deste livro, percebemos que o manual do professor é composto por duas partes: pelo livro do aluno, com orientações didáticas no formato de U, página por página, contendo as respostas das atividades e uma segunda parte, composta pelos aspectos teórico metodológico.

Sobre a discussão que é realizada na parte teórico-metodológica, o LD apresenta algumas reflexões sobre os processos de ensino e aprendizagem fazendo menção de algumas tendências na Educação Matemática. Entre elas: a resolução de problemas, a modelagem, pedagogia de projetos. Os autores afirmam que “muitas dessas abordagens nortearam a elaboração desta obra” (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018b, p. V).

No entanto, ao analisarmos o LD, com foco no capítulo 3, *Igualdade*, usado pelo professor para discutir a habilidade escolhida para esta tese, percebemos uma organização de caráter tradicional.

Este capítulo está estruturado da seguinte forma:

- explicação do conteúdo matemático, permeada com exemplos resolvidos, em seguida, com as atividades de aplicação.

Na explicação do conteúdo, ele inicia fazendo apresentação de símbolos de: *igual a, diferente de, maior que, menor que, equivalente a, implica*. Em seguida, define o que é uma igualdade, mostra alguns exemplos no campo numérico e formaliza o que é o princípio de igualdade por meio de linguagem algébrica, como se verifica na Figura 40.

Figura 40 - Formalização do LD do 7º ano do princípio da igualdade

De modo geral, podemos representar uma igualdade por $a = b$, em que a e b são expressões diferentes para um mesmo número. Chamamos isso de **princípio da igualdade**.

Fonte: (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018b, p. 136)

Continua sua exposição, apresentando o que os autores chamam de propriedades de uma igualdade e com definições e exemplos apresentam as três propriedades, como se nota na Figura 41.

Figura 41 - Propriedades de uma igualdade no LD do 7º ano

⦿ Propriedades de uma igualdade

Uma igualdade apresenta três propriedades.

1ª propriedade: $a = a$, para qualquer a . Essa é a propriedade **reflexiva**.

- $2 = 2$
- $\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

2ª propriedade: $a = b \Leftrightarrow b = a$, para quaisquer a e b . Essa é a propriedade **simétrica**.

- $2 + 5 = 7 \Leftrightarrow 7 = 2 + 5$
- $2^3 - 5 = 3 \Leftrightarrow 3 = 2^3 - 5$

3ª propriedade: $a = b$ e $b = c \Rightarrow a = c$, para quaisquer a , b e c . Essa é a propriedade **transitiva**.

- $2 + 5 = 7$ e $7 = 8 - 1 \Rightarrow 2 + 5 = 8 - 1$
- $2^3 - 5 = 3$ e $3 = 2 + 2^0 \Rightarrow 2^3 - 5 = 2 + 2^0$

Fonte: (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018b, p. 137)

Após a apresentação dessas propriedades, os autores explicitam os dois princípios de equivalência que eles consideram úteis na resolução de equações: o princípio aditivo e o princípio multiplicativo. Por meio de definições e exemplos, eles também formalizam estes princípios lançando mão de linguagem alfanumérica. Recorrem a balanças de dois pratos para ilustrar tal princípio, como se verifica na Figura 42.

Figura 42 - Princípio multiplicativo na resolução de equação

Princípio multiplicativo: multiplicando os dois membros de uma igualdade por um mesmo número, obtemos uma nova igualdade, ou seja:

$$a = b \Rightarrow a \cdot c = b \cdot c$$

Vamos observar novamente a balança, a fim de compreendermos melhor o princípio multiplicativo.

Aqui multiplicamos por 2 a massa em cada prato da primeira balança e ela continua em equilíbrio.



Então devemos multiplicar por 2 os dois membros da igualdade original para mantermos a sentença verdadeira.

$$(2 + 2 + 1 + 3) \cdot 2 = (4 + 1 + 3) \cdot 2$$

16 16

Aqui vamos dividir por 2 a massa em cada prato da primeira balança. A balança continua em equilíbrio.



Então devemos dividir por 2 os dois membros da igualdade original para mantermos a sentença verdadeira.

$$(2 + 2 + 1 + 3) : 2 = (4 + 1 + 3) : 2$$

4 4

ILUSTRAÇÕES: LUCAS PARAU

Fonte: (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018b, p. 138)

Concluem essa seção apresentando 08 atividades de aplicação sobre o assunto, conforme Figura 43.

Figura 43 - Atividades do LD do 7º ano sobre propriedades da igualdade

ATIVIDADES

Resoluções na p. 306

Responda às questões no caderno.

1. Identifique o 1º e 2º membros em cada igualdade:

a) $6^2 - 5 = 31$ 1º membro: $6^2 - 5$; 2º membro: 31

b) $3^3 + 3^2 = 2^5 + 2^2$ 1º membro: $3^3 + 3^2$; 2º membro: $2^5 + 2^2$
2. Na hora de escrever a sentença $-8 = x + 3$ apliquei uma propriedade da igualdade e escrevi: $x + 3 = -8$. Eu acertei? Em caso afirmativo, qual a propriedade que usei? Sim; propriedade simétrica.
3. Considere as igualdades $x = y$ e $y = -10$.

a) Qual é o valor de x ? $x = -10$

b) Que propriedade você usou para responder o item anterior? Propriedade transitiva.
4. Com base nas igualdades $x = 3y$ e $3y = a - b$, escreva uma nova igualdade. $x = a - b$

138

Fonte: (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018b, p. 138)

Sobre as atividades, como se pode notar, são de aplicação, voltadas para o âmbito da representação algébrica, com números nos campos dos inteiros e racionais.

No que tange às orientações didáticas em formato de U para este assunto, elas são direcionadas no sentido de o professor reforçar o conteúdo explanado de uma forma mais dialogada, como se verifica a seguir.

Explorar as propriedades de uma igualdade apresentadas, de modo que os alunos possam verificá-las em variados exemplos. **Isso pode ser feito em uma roda de conversa**, por exemplo. (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018b, p. 136, grifo nosso).

Também é sugerido ao professor nessas orientações que, caso ache oportuno, leve uma balança de dois pratos para a sala de aula para realização das pesagens mostradas no LD ou similar. E conclui dizendo que “é sempre bom lembrar que, por meio dessas situações, os alunos podem compreender melhor os conceitos” (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018b, p. 137).

Nossa análise deste capítulo 3, apresentada anteriormente, confirma o que autores como Gitirana e Carvalho (2010) pontuaram. Mesmo havendo indícios de uma proposta de ensino de matemática como o diálogo entre os estudantes, uso de balanças de dois pratos para explorar a comunicação e capacidade de análise, o fio condutor deste capítulo continua fundamentado na transmissão do conteúdo.

Ao escolher desenvolver os conteúdos curriculares seguindo esta tendência, este material curricular acaba se afastando daquilo que é preconizado pelo CPE enquanto princípio para o trabalho de matemática em sala de aula, que é um ensino que valoriza a construção dos conceitos a partir da resolução de problemas (Pernambuco, 2019a).

Sua parte teórico-metodológica no manual do professor, localizada no começo do LD, destaca que os problemas e atividades da coleção em geral podem ser resolvidos na perspectiva de resolução problema, como se verifica a seguir.

Embora não haja uma forma rígida de ensinar por meio da resolução de problemas, **passaremos a descrever sucintamente um roteiro básico metodológico, que poderá ser desenvolvido com base em situações-problema propostas em cada volume da obra**. (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018b, p. X, grifo nosso).

De fato, Onuchic (2022) pontua que não há forma rígida de ensinar por meio da resolução de problemas, como eles bem pontuam.

No entanto, como obra didática, que cumpre funções específicas (Carvalho e Lima, 2010; Brown, 2009), servem para desenvolver, mediar, auxiliar o professor nas atividades de ensino (Davis; Krajcik, 2005), os autores precisam ser claros ao comunicar suas ideias.

Eles não indicam para seu usuário, o professor, como seu “roteiro básico metodológico” poderá ser explorado, quais questões contemplam tais aspectos, por exemplo. Carvalho (2018) deixa claro que o “manual do professor deve mostrar as opções didáticas disponíveis para o professor, apresentar respostas detalhadas para todos os problemas e exercícios e orientar o professor sobre como fazer o melhor uso deles” (p. 777).

Isso significa, que aquilo que está preconizado no manual do professor, na parte referente aos aspectos teóricos e metodológicos, junto com o livro do aluno precisam ser harmônicos, evitando *conflito interno*, que gere interpretação e leitura equivocadas pelo professor.

Caminhando nessa linha de implicação das escolhas dos autores para o trabalho do professor, pontuamos o aspecto “sistematização”.

Este material, conforme analisado anteriormente, realiza as sistematizações no decorrer de seu texto, antecipando ideias e raciocínios que deveriam ser construídos pelos estudantes. Tal rapidez é assimilada pelo professor Delta à medida que este, escrever na lousa o assunto a ser apresentado aos estudantes, leva cerca de 24 minutos para explicar o assunto vindo, após isto, a proposição de exercícios aos estudantes.

O CPE, por sua vez, se coloca contrário à sistematização precoce de conceitos ou técnicas. Para ele,

a aprendizagem de um novo conceito acontece pela apresentação de uma situação-problema ao estudante, instigando o mesmo à compreensão conceitual. A análise dessa situação conduz à definição, à generalização e à sistematização do conceito, que vai sendo construído ao longo do processo de aprendizagem. (Pernambuco, 2019a, 357).

Notamos que a sistematização é a última etapa do processo. Tal fato, está em concordância com o que Onuchic (2022) advoga como etapas possíveis de serem vivenciadas numa aula através da resolução de problemas. Esta autora coloca as formalizações também como sendo a última etapa, vindo após o problema, trabalhos em grupos para resolvê-lo, plenária e busca de consenso.

Mas, mesmo o LD valorizando aspectos de uma abordagem tradicional não significa que o professor deva abandoná-lo ou não mais usar com os estudantes.

Carvalho e Lima (2010) afirmam que “não existe livro perfeito. Todos contêm imperfeições ou falhas no encaminhamento dado a certos assuntos” (p.22). Segundo

ele, cabe ao professor recorrer a outros LD, complementar ou até mesmo modificar abordagens já que ele é mais uma ferramenta.

Neste mesmo sentido caminha Van de Walle (2009). Ele diz que LD tradicionais ao serem usados por professores que comungam de uma abordagem diferente não devem ser descartados. Pelo contrário, ele afirma que “o livro ainda pode ser usado como um recurso básico se você pensar em traduzir as unidades e lições para uma abordagem orientada para a resolução de problemas” (p. 68).

Nesse sentido, mesmo que as concepções de matemática e seu ensino, os pressupostos didático-metodológico que norteiam a obra e o currículo prescrito não dialoguem entre si, ainda assim é possível o professor, usando de sua autonomia, capacidade criativa, usar este material e/ou outros para desenvolver as habilidades previstas.

5.2.3 Relações entre tendência à concepção sobre a matemática e seu ensino e os usos dos materiais curriculares

Tais ponderações nos ajudam a refletir sobre o papel das concepções de matemática e seu ensino no uso dos LD e na relação deste com currículos prescritos.

Por mais que um material curricular tenha sido construído com base numa abordagem tradicional e este, por sua vez, não comungue dos princípios veiculados numa prescrição curricular, a visão do professor sobre o papel que este material desempenha para as aulas pode implicar num uso adequado ou não.

A premissa de que o professor deve usá-lo como mais um recurso (Carvalho; Lima, 2010; Moreira, 2010; Brown, 2009; Van de Walle, 2009) considera que diante de certos “constrangimentos” – relação divergente entre material curricular e currículo prescrito, material curricular com conflito interno, divergência entre a abordagem metodológica valorizada pelo professor e pelo material curricular – ele pode recorrer a outros materiais de suporte.

É sempre desejável buscar enriquecê-lo com outras fontes, a fim de ampliar ou aprimorar o conteúdo que ele traz e, acima de tudo, adequá-lo ao grupo de alunos que o utiliza. (Carvalho; Lima, 2010, p. 16)

Chong (2016), evidencia que o professor tende a *adicionar, modificar ou omitir* algo no material curricular para torná-lo mais adequado aos seus estudantes e ao seu estilo de ensino. Dele entendemos que quando o professor percebe algum tipo de

restrição no MC ele mobiliza recursos que estão em concordância com suas concepções.

Enquanto o MC usado pela professora participante de Chong (2016) não contemplava maior participação de seus estudantes, ela recorria a imagens e trabalhos em grupo com a intenção de possibilitar maior compreensão de vocabulário e maior espaço de discussão.

O alto PDC, fazia com que esta professora desenvolvesse a capacidade de reconhecer e interpretar as potencialidades dos recursos curriculares com vistas a construção de estratégias de ensino que satisfizesse seus objetivos.

Disso, entendemos que a professora de Chong (2016) não prescinde dos MC no desenvolvimento de suas aulas, mas pelo contrário, ela conhecia o seu material. Ademais, este autor destaca que o conhecimento dos materiais curriculares, o conhecimento dos alunos e o conhecimento prático pessoal “desempenham um papel importante em tornar os professores mais hábeis no uso de materiais curriculares⁵⁷” (p. 85).

Apesar das concepções serem implícitas, elas podem ser manifestas na estrutura curricular de um LD pois, como temos demonstrado, as tendências de concepção transmissiva e construtivista assumem especificidades opostas em quase todos os seus aspectos. E a escolha de um LD com uma “determinada proposta metodológica traz consequências para o trabalho docente em sala de aula” (Gitirana; Carvalho, 2010, p. 31) no que diz respeito à natureza das mobilizações que serão feitas, como vimos em Chong (2016).

Não apenas ao ato de *adicionar, omitir ou modificar* algo do MC, mas o que e como está sendo adicionado, omitido ou modificado. Isto porque tais ações, em sua estreita relação com o que é defendido no MC, nos dará indícios sobre as vantagens e desvantagens de tais alterações.

O professor Delta, por exemplo, realiza *ações* com seu MC do 7º ano que procuramos estabelecer alguma relação com os usos de *adaptação, reprodução e improvisação*.

No desenvolvimento da habilidade em foco, percebemos que o MC adotado tende para uma abordagem mais tradicional da matemática e de seu ensino. No entanto, é possível identificar de forma explícita, no manual do professor, orientações

⁵⁷ Tradução nossa de: play an importante role in making teachers more adept at using curriculum materials.

que podem servir de pano de fundo para uma prática com tendência mais construtivista.

Há 4 orientações neste manual, localizadas no formato em U, que foram *omitidas* pelo professor. A seguir, expomos essas orientações.

Explorar as propriedades de uma igualdade apresentadas, de modo que os alunos possam verificá-las em variados exemplos. **Isso pode ser feito em uma roda de conversa**, por exemplo. (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018b, p. 136, grifo nosso).

Destacar o princípio aditivo, **pedir aos alunos que descrevam outras modificações que podem ser feitas na balança ilustrada**, de modo que se mantenha o equilíbrio dos pratos. (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018b, p. 137, grifo nosso).

Se julgar oportuno, **apresentar aos alunos uma balança de dois pratos e objetos de diferentes massas e pesos usados para atingir o equilíbrio da balança**, como mostrado nas figuras do livro. (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018b, p. 137, grifo nosso).

Assim como foi feito com o princípio aditivo, **pedir aos alunos que descrevam outras modificações, usando o princípio multiplicativo**, que podem ser feitas na balança ilustrada de modo que se mantenha o equilíbrio dos pratos. (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018b, p. 138, grifo nosso).

À medida que o material, por meio dos *procedimentos* (Brown, 2009), orienta uma conversa em grupo e a descrição das modificações percebidas numa situação experimental, entendemos que ele está procurando explorar capacidades distintas daquelas de um ensino mais transmissivo. São capacidades mais amplas, ligadas à ação de analisar, formular, argumentar, descrever, justificar (Van de Walle, 2009; Boaler, 2018; Brasil, 2018). Mas que, por sua vez, não são exploradas pelo professor por não dialogarem com seu estilo de ensino. Esta ação de *omissão* pode estar relacionada com o uso da *improvisação*.

Ao não perceber oportunidade adicional oferecida nos *procedimentos*, que valorizam perspectivas que colocam o sujeito numa posição mais ativa, o professor tende a realizar *improvisações* limitadas e inadequadas. Neste caso, reforçamos que *improvisar* com MC nem sempre traz vantagens para o ensino (Brown, 2009).

A *modificação* realizada pelo professor pode estar associada à sua percepção em reconhecer que o MC usado por ele, apresenta um nível de discussão da habilidade que ele considera impróprio para seus estudantes.

Ao usar um LD do 7º ano, ele percebe que os autores recorreram ao uso de letras para associar a valores desconhecidos e representar ideias de uma forma mais sintética. Quando se discorre sobre os princípios aditivos e multiplicativos os autores

apresentam explicações numa linguagem algébrica. No entanto, o professor *modifica* a abordagem empregada, não recorrendo a esta linguagem, mas sim à numérica.

Apesar de estar com um MC inadequado, tendo em vista que ele foi projetado para o ano escolar subsequente, o professor demonstra ter a capacidade de perceber que o uso da simbologia algébrica, naquele momento, não atenderia seus objetivos de ensino. Ao assim proceder, consideramos que o ajuste realizado no MC foi pertinente.

Ao relacionarmos tal ação de *modificação* com o tipo de uso, entendemos que a *adaptação* é o resultado mais próximo.

Em nossas análises, além das *improvisações e adaptações*, verificamos a existência de *reproduções*.

O professor Delta mostra ter certo grau de confiança no MC para alcançar seus objetivos e, por conta disso, ele o usa quase que de maneira literal. De fato, apesar das adaptações realizadas por conta da presença da linguagem algébrica no LD do 7º ano, ele retira do texto explicativo do livro do estudante a parte teórica e os exemplos e registra na lousa para que os estudantes copiem em seus cadernos.

Ele transfere a responsabilidade do ensino para o material curricular (Brown, 2009), fazendo com que este exerça autoridade sobre suas decisões curriculares (Januario, 2020).

Januario (2020) afirma que,

Como agência, os materiais são percebidos pelos professores como recursos com qualidades e possibilidades para materializar as expectativas, ou objetivos, em forma de atividades e, assim, promover e potencializar as aprendizagens dos estudantes. **A agência nos materiais leva os professores a ter fidelidade sobre esses recursos e a seguir ou reproduzir o currículo** (Brown, 2002, 2009; Remillard, 2005). (Januário, 2020, p. 1064, grifo nosso).

Assim, o que é inferido pelo professor, anunciará quem exercerá o papel de *agência*: o professor ou os materiais curriculares. São estes profissionais que decidem, “a partir das *affordances*, o papel dos materiais curriculares na relação que exercem com eles” (Januario, 2020, p. 1065).

No caso das *reproduções*, elas indicam que o professor reconhece que o material curricular é quem melhor traduz as prescrições em situações de ensino e aprendizagem. Januario (2020) afirma que tal decisão implica “práticas pedagógicas de fidelidade sobre o currículo apresentado [...], em que os professores transferem

para os recursos suas autonomias e seus conhecimentos, configurando o deslocamento de agência”. (p. 1067).

No entanto, a *reprodução*, como resultado da interação entre os recursos do professor e do currículo, não implicou em resultados adequados. Brown (2009) já havia pontuado esta questão.

As muitas dúvidas e questionamentos dos estudantes durante a aula não foram usadas pelo professor, mas na sua maioria, foram negligenciadas. Tal postura indica que ele não percebe a importância de seu papel como mediador, mas como transmissor.

Por inúmeras vezes, quando questionado pelos estudantes sobre as resoluções, ele respondia: “usa o princípio”. Os dois princípios apresentados no LD, o aditivo e o multiplicativo, eram constantemente evocados/mencionados pelo professor como uma “palavra mágica”, como se o simples ato de mencioná-la seria suficiente para “dar” o que o estudante precisava.

A *reprodução* poder ser fruto da limitação do professor em construir seus próprios episódios de ensino que, por sua vez, pode estar associada a uma limitação de seus conhecimentos pedagógicos, de seu conhecimento do conteúdo, do papel que os materiais curriculares podem desempenhar numa aula.

O Quadro 39 sintetiza a relação entre a tendência à concepção-material curricular-curriculo prescrito.

Quadro 39 - Relação divergente entre o material curricular e o currículo prescrito

Tipo de uso	justificativa	Relação do uso com o currículo prescrito
Improvisação	Não percepção de possibilidades didáticas e metodológicas nos <i>procedimentos</i> do LD.	Inadequada
Reprodução	Semelhança de objetivos de ensino e a forma como o conteúdo é abordado.	Inadequada
Adaptação	Adequar a linguagem pelo fato de estar usando um material curricular (7º ano) projetado para um ano diferente do lecionado (6º ano).	Adequada

Fonte: Os autores (2023)

De modo geral, entendemos que “a inferência, como ação cognitiva” (Januario, 2020, p. 1062), está intimamente ligada à capacidade do professor perceber elementos nos MC para, então, resultar nos usos que fará deste artefato.

O fato de as concepções estarem no cerne das percepções, implica olhares distintos do professor para a matemática e seu ensino e, conseqüentemente, para a maneira como ele se relaciona com o material curricular.

5.2.4 Tendência à concepção transmissiva sobre a matemática e seu ensino, materiais curriculares e currículo prescrito: Relações

Nossa tese partiu da seguinte questão: Quais são as implicações da relação entre as concepções dos professores sobre a Matemática e seu ensino e os materiais curriculares para a leitura e interpretação que esses profissionais fazem das prescrições curriculares?

O professor Delta como evidenciado, nutre uma visão com tendência à concepção transmissiva da matemática e seu ensino e, por conta disso, suas ações em sala de aula são altamente influenciadas por ela (Lester, 2013; Câmara dos Santos; Lima, 2010; Câmara dos Santos, 2002; Carrillo; Contreras; González, 1995; Ponte, 2005, 2014).

Conforme as categorias de nossa tese, selecionadas para caracterizar sua concepção, percebemos que o seu papel em sala de aula é transmitir, narrar, transferir o conteúdo para os estudantes. É o que Moreira (2010) chama de modelo de narrativa. Ao assumir esta posição, ele se coloca como detentor do conhecimento (Onuchic, 1999) e única figura autorizada repassar o conteúdo em questão.

Em concordância com sua concepção de matemática e seu ensino, ele assimila que a reprodução, caracterizada pela cópia dos seus registros na lousa, conduz à aprendizagem. Ao acreditar nesta premissa reduz a compreensão dos estudantes à memorização (Micotti, 1999; Garnica, 2008; Van de Walle, 2009).

Por sua tendência transmissiva recorre, com frequência, a uma metodologia baseada na exposição inicial do assunto a ser aprendido, intercalando com exemplos que reforçam o que foi mostrado anteriormente, tendo logo em seguida, a proposição de tarefas análogas aos exemplos (Menezes, 1995; Ponte, 2005; Van de Walle, 2009; Câmara dos Santos; Lima, 2010; Handal, 2003; Becker, 2012).

Os conteúdos tendem a ser entendidos como informação, organizados logicamente em blocos estanques, isolados, disponíveis em livros didáticos (Fiorentini, 1995).

Seguindo este mesmo raciocínio, a organização do conhecimento nesta perspectiva é a de que ele precisa ser fragmentado, dividido, separado em porções menores e mais simples, e ligados por encadeamento lógico para que se compreenda o todo. Daí se valoriza a ideia de pré-requisito, seriação (Machado, 2014).

Por este motivo, o professor Delta tende a não perceber a importância do diálogo entre as diversas unidades temáticas como um fator que contribui para a compreensão matemática dos estudantes.

Essa forma de conceber a matemática e seu ensino por ele o acompanha em sua relação com os materiais curriculares, trazendo implicações nos seus processos de leitura e interpretação da prescrição curricular a que está submetido.

A concepção é um dos recursos do professor presente em sua relação com os recursos curriculares (Brown, 2009; Brown; Edelson, 2001, 2003; Remillard, 2005; Januario, 2017; Pacheco, 2015; Lima, 2014; Lima, 2017).

Dessa relação, percebemos que o professor tende a buscar materiais curriculares que contemplam o que está prescrito no currículo oficial, com foco nas *representações de domínio* (conteúdos) (Brown, 2009).

Além de selecionar um material com base nos conteúdos a serem ensinados, ele também atenta para maneira como os autores abordam esse conteúdo nos capítulos.

Esses dois elementos, o *assunto e sua forma*, são essenciais para a seleção do MC. Com base em sua concepção, como já apontado, ele se identifica com aquele MC que valoriza uma abordagem mais direta, com definições-exemplos-exercícios.

Ao agir dessa forma, ele acaba não percebendo valor nos *procedimentos*, que é o espaço dedicado a orientações didáticas e metodológicas, explicitação de como os conteúdos e habilidades foram organizados na obra, as sugestões de leitura para ampliar seus conhecimentos, orientação quanto ao uso das atividades (Carvalho; Gitirana, 2010).

Ao eleger o sumário como o lugar que expõe os conteúdos contemplados no LD, o professor Delta não realiza uma análise acurada e, conseqüentemente, nutre uma **visão limitada deste material**. Tal limitação o impede de identificar em que seção os autores propõem explorar a habilidade EF06MA14PE.

Dada sua visão de que os conteúdos matemáticos devem ser tratados de forma isolada e, assim, não reconhecendo a importância da conexão entre as unidades temáticas, ele não percebe que na seção *A balança de dois pratos*, inserida no

capítulo *Unidades de medida de massa*, os autores estão abordando a habilidade da sua programação curricular.

Giovanni Júnior e Castrucci (2018b) escolherem explorar uma habilidade situada na unidade temática Álgebra dentro de um capítulo de Grandezas e Medidas.

Carvalho e Lima (2010) pontuam que o LD não pode ser o único material de suporte do trabalho do professor, sendo aconselhável que este profissional o enriqueça com outras fontes com vistas a aprimorar o conteúdo, bem como adequá-lo aos seus estudantes.

Januario (2017) acrescenta, inclusive, que os materiais podem apresentar restrições quanto “aos modos de propor orientações aos professores, de apresentar e tratar os conceitos matemáticos, de estabelecer interfaces com opções didático-metodológicas e teorizações da Educação Matemática” (p. 160).

Mas, o professor Delta, por sua vez, percebe o LD como uma **fonte de conteúdos** demandados pelo currículo prescrito e um artefato com **potencialidades legítimas de como os conteúdos podem ser apresentados**. Ao entendê-lo dessa forma, ele **deixa de reconhecê-lo como uma fonte de possibilidades**.

Por admitir que “os conteúdos estarão em algum livro didático”, como ele mesmo afirma, tende a não criar seus episódios de ensino, demonstrando sua **dependência do material ao lhe conferir autoridade**.

Em sua relação com este material curricular, recorre à **reprodução como tipo de uso estratégico**. Isto por dois motivos.

O primeiro, pela semelhança entre as concepções de Matemática e seu ensino no que tange às questões de conteúdo e de metodologia e o segundo, pela limitação quanto a sua compreensão da habilidade a ser desenvolvida.

Nem sempre a reprodução expõe uma limitação do professor (Brown, 2009). Mas, tal ação, está fortemente influenciada pelos modos de ver e conceber a matemática e seu ensino e o material curricular. Isto porque, para o desenvolvimento da habilidade o LD do 7º ano, em seus *procedimentos*, este material sugere uma proposta de conversa entre os estudantes como forma de eles explicitarem suas ideias. Além disso, eles orientam o professor a fazer uma experimentação com balanças para que se vivenciem uma situação prática de equivalência.

Mas justamente por não reconhecer valor nos *procedimentos*, ter um papel mais centralizador no ensino, o professor deixa de realizar a reprodução. E ao assim proceder, a improvisação acaba não sendo tão rica.

A partir dessa interação estabelecida entre o professor, com foco em suas concepções de matemática e seu ensino, é possível perceber que existe uma **tendência de o professor desenvolver uma relação um tanto quanto passiva e pragmática com os materiais curriculares.**

Tais relações, tendem a **reduzir o currículo prescrito a um conjunto de conteúdos programáticos.**

O currículo prescrito (Sacristán, 2000), é uma estrutura de conhecimento estabelecida como resultado de um processo de escolha cultural, legitimado por leis.

Jonnaert, Ettayebi e Defise (2010), concordam com Sacristán (2000), quando afirmam que o currículo “está ancorado nas realidades históricas, sociais, linguísticas, políticas, econômicas, religiosas, geográficas e culturais de um país, de uma região ou de uma localidade” (p. 37).

Tal fato, indica, que um currículo é o resultado de visões oriundas das diversas áreas do conhecimento e, dessa forma, é um objeto complexo. E considerando que estas visões de mundo nem sempre são homogêneas, o currículo carrega certo ar de instabilidade.

Jonnaert, Ettayebi e Defise (2010), definem currículo como um “conjunto de elementos com fins educativos que, articulados entre si, permitem a orientação e a operacionalização de um sistema educativo por meio dos planos de ações pedagógicos e administrativos” (p. 37).

Os 12 elementos constitutivos de um currículo, conforme *Figura 11 - Aspectos pedagógico e organizacional de um Currículo*, nos dão uma visão mais ampliada ao nos informar que uma prescrição curricular possui *conteúdos para as aprendizagens*, mas não apenas isso. Há elementos relacionados a concepções de aprendizagem, sobre a avaliação, contém orientações de uso, percurso escolar, formação de professores, que agregam valor a este documento. Reduzi-lo a uma *coleção de conteúdo* é ter uma visão inadequada, simplista e reducionista deste currículo.

Por mais que os conteúdos sejam organizados num período, o professor precisa considerar que as compreensões dos aprendentes, dada suas experiências pessoais sobre determinados assuntos, tendem a ser distintas (Lopes, 2019). E *nem sempre haverá simetria entre o currículo em ação e a programação dos conteúdos previstos no currículo prescrito.*

Ao desenvolver uma visão limitada da prescrição, não atentando para sua leitura, análise, avaliação, crítica, o professor deixa de (implicações):

- refletir sobre o seu papel no processo de ensino e aprendizagem;
- refletir sobre as abordagens metodológicas defendidas e sua possível viabilidade em sala de aula;
- analisar as justificativas quanto à organização dos conteúdos e tecer comentários críticos sobre ela;
- perceber possíveis inadequações para o trabalho em sala de aula e fazer os devidos ajustes;
- ser estimulado a ampliar seus conhecimentos sobre os objetos matemáticos a serem discutidos e, quem sabe, pensar em outras formas de organização ao longo do ano letivo;

Diante de tais implicações, entendemos que elas expressam resultados que nos ajudam a refletir sobre o papel desempenhando pelas concepções na relação envolvendo materiais e prescrições curriculares.

As relações entre a concepção transmissiva da Matemática e seu ensino e os materiais curriculares implicam de forma direta nos processos de leitura e interpretação realizados pelo professor Delta.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo de nossas análises foi possível encontrar vários resultados. Neste momento, dedicaremos nossa atenção nos principais deles e procuraremos apontar possibilidades para as pesquisas futuras.

Nossa pesquisa teve como objetivo *investigar as relações entre as concepções dos professores sobre a Matemática e seu ensino e os materiais curriculares e suas implicações nos processos de leitura e interpretação que esses profissionais fazem das prescrições curriculares*.

Nossos resultados apontam que as distintas concepções dos professores sobre a matemática e seu ensino em sua interação com os materiais curriculares geram relações de naturezas distintas, que implicam diferentes modos de ler e interpretar o currículo prescrito.

A professora Rosácea, com tendência à concepção construtivista da matemática e seu ensino, se relaciona de forma mais crítica, reflexiva e transcendente com os materiais curriculares, o que implica reconhecimento das prescrições como ponto de partida para o ensino.

O professor Delta, com tendência à concepção transmissiva da matemática e seu ensino se relaciona de forma mais passiva, pragmática com os materiais curriculares, o que implica reconhecimento das prescrições como documento rígido e com ligação lógica fraca entre seus elementos constitutivos.

Diante desse fato, é possível fazer algumas considerações sobre três elementos: as **concepções de matemática e seu ensino (CME) dos dois professores, material curricular e currículo prescrito**.

As **concepções** que os professores possuem acerca da matemática e seu ensino circunscrevem fortemente as relações estabelecidas com os elementos que tangenciam a prática do professor. Diante da complexidade e fluidez das concepções (Garnica, 2008), tivemos a necessidade de elaborar um construto teórico no âmbito da educação matemática para que nos permitisse desenvolver uma visão mais ampliada de suas características, seus efeitos no ensino, possíveis relações com os currículos.

Por envolver um objeto marcado pela instabilidade, a pesquisa assume a postura de desprezar toda forma de inquirição concebida como definitiva,

inquebrantável, inquestionável, e abre espaço para novos questionamentos (Garnica, 2008).

Nossos referenciais teóricos nos levaram a aceitar o entendimento de se referir às concepções do professor sobre a matemática e seu ensino enquanto *tendência* na tentativa de evitar qualquer normatividade ou rigidez. Assim, adotamos a nomenclatura de professor com tendência construtivista e professor com tendência transmissiva da matemática e seu ensino, para indicar aquilo que é mais regular ou valorizado em sua prática.

As concepções são desenvolvidas desde muito cedo na vida do indivíduo, em um processo que integra aspectos social e individual. São de natureza cognitiva, racional, com capacidade de guiar o nosso comportamento a ponto de criar em nós alguns hábitos ou *zonas de estabilidade* (Ponte, 1992, 1994a; Katz, 1993; Garnica, 2008).

Com base nessa premissa, os estudos que tratam de concepções de professores sobre o ensino devem considerar que o ambiente criado pelo professor nas aulas de Matemática manifesta sua concepção, sendo por isso, observável (Garnica; Fernandes, 2002 *apud* Giani, 2004). Em nossa pesquisa, toda descrição das concepções dos professores se deram a partir das manifestações mais frequentes.

Com fulcro em nossos achados, nos foi evidenciado que a maneira como os professores sujeitos da pesquisa se relacionam com a Matemática e seu ensino explica a forma de eles conceberem e exercitarem a Matemática.

O envolvimento que cada um dos professores teve com a Matemática e seu ensino ao longo de sua caminhada escolar, acadêmica e profissional, bem como o envolvimento com cursos, leituras, entre outros, pode nos ajudar a compreender a natureza das concepções desses profissionais.

A professora Rosácea, por exemplo, se envolveu com Arte, sendo aluna da Escola de Arte do Recife entre os 5 e 18 anos. Fez curso técnico de Edificações, curso superior em Arquitetura, Pedagogia e Licenciatura em Matemática, possui Mestrado em Educação e participa de grupo de pesquisa.

Ao longo de sua trajetória profissional, atuou como formadora, produziu material de apoio para professor e se envolveu com a construção de currículos prescritos em âmbito municipal e estadual. Afirmar que para dar uma contribuição mais efetiva costuma adquirir livros de Ubiratan D'Ambrosio, Dante, Guy Brousseau, Vergnaud, Bigode, Piaget e Katia Smolle.

Seu tempo de docência remonta de meados da década de 80, o que lhe torna uma professora experiente por ter quase 30 anos de sala de aula.

Tais participações e envolvimento contribuíram para que a professora Rosácea nutrisse uma visão de matemática mais voltada para uma perspectiva ativa da aprendizagem, cujo foco se dá num maior engajamento do estudante.

Diferentemente da professora Rosácea, o professor Delta possui pouco tempo de docência, uma vez que ele começa a atuar como professor a partir de 2018. Em sua vida escolar, destaca que enfrentou algumas dificuldades na aprendizagem matemática pois, segundo ele, havia ausências frequentes de professores de matemática e isso acabou comprometendo sua compreensão matemática.

No curso de Licenciatura em Matemática, menciona que costumava valorizar as disciplinas mais ligadas ao conhecimento do conteúdo do que o conjunto das pedagógicas. Cita o Cálculo, a Álgebra Linear e o Princípio da Contagem como disciplinas com que mais se identificou.

Ao discorrer sobre o papel da Licenciatura em sua formação, menciona que “era um bacharelado escondido” e pouco lhe influenciou. Acrescenta que o PIBID, que via como uma boa oportunidade para seu desenvolvimento profissional, não atuava como professor de matemática, mas de xadrez. Segundo ele, aprendeu “a ser professor na vivência.” Ou seja, quando passou a atuar como professor na escola pública.

Tais ponderações, nos levam a refletir sobre o conjunto de elementos presentes nas formações iniciais dos futuros professores de matemática. Ao que parece, pelas colocações do professor Delta, o conjunto de elementos estruturantes como as disciplinas, os projetos e programas não estão sendo reconhecidos como relevantes pelos licenciandos, o que é preocupante. Esta é uma leitura.

De alguma forma, revela a existência de algum ruído na comunicação aos futuros professores, de modo a não deixar tão claro que tudo converge para o desenvolvimento de sua prática profissional. Neste caso, a leitura que fazemos da estrutura da Licenciatura parte da premissa que seu objetivo é formar o profissional da educação matemática e que de fato, tem como norte, a qualificação do professor de matemática.

Outra leitura que fazemos pode estar relacionada não ao valor atribuído pelos licenciandos, mas ao valor que o próprio curso confere às disciplinas ligadas aos componentes pedagógicos.

A pouca influência da Licenciatura na formação profissional do professor Delta, pode revelar que estes cursos supervalorizam as cadeiras de âmbito dos conteúdos de matemática, a ponto de causar certa invisibilidade da importância do conjunto de disciplinas didático-pedagógica para a formação do professor.

Na visão deste professor, Licenciatura em Matemática, se diferencia do Bacharelado pelo acréscimo de disciplinas pedagógicas. Como ele mesmo diz: “A única coisa que mudou é que botou as cadeiras, né? Estágio, metodologia, ...”

Segundo este relato, a presença de determinadas disciplinas parece exercer pouca influência ou até mesmo ser insuficiente para a formação do professor de matemática, diante de uma *mensagem subliminar* veiculada pelo conjunto estruturante do curso. A impressão que temos, a partir da leitura do professor Delta, é que disciplinar tópicos ligados à formação pedagógica do professor não é tão efetiva quanto o “fazer na Licenciatura.”

Nosso raciocínio está em consonância com Leal e Almouloud (2023), quando estes afirmam que ainda é possível identificar uma visão dicotômica nos currículos dos cursos de licenciatura em Matemática, quando existe a valorização dos conhecimentos específicos da Matemática em detrimento dos de natureza pedagógica.

Leal e Almouloud (2023), pontuam a existência de tensão entre a Matemática acadêmica e a Matemática escolar presente nos cursos de formação de professores, e se apoiam em Moreira e David (2003) para dizer que a maneira como se concebe a segunda é essencial no processo de formação de professores. Ainda com base em Moreira e David (2003), os autores afirmam que elas são faces de uma mesma Matemática e que ao invés de considerá-las como autônomas, estão relacionadas de forma complexa e não dicotômica, sendo partes integrantes de uma estrutura social ampla e diversificada.

Mas, mesmo considerando os avanços ocorridos no âmbito das licenciaturas, Leal e Almouloud (2023) destacam que “a matriz curricular do curso de licenciatura não fortalece a identidade de professor de Matemática e acaba por deixar os licenciandos mais próximos de um curso de bacharelado (p. 28).”

Diante do exposto, entendemos que os cursos de formação de professores exercem forte influência na *continuidade ou descontinuidade de concepções sobre a Matemática e seu ensino*. Além de ter uma matriz curricular cujos componentes contribuam para o aprofundamento do conhecimento de Matemática e seu ensino,

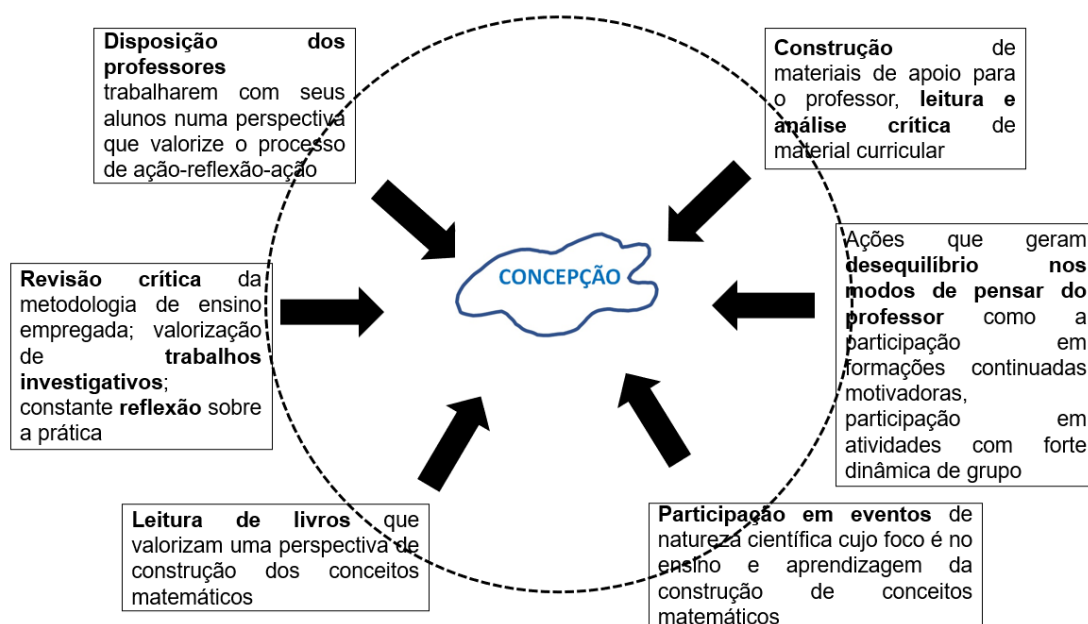
todo a estrutura do curso precisa convergir para a formação do professor de matemática da educação básica, a partir de um eixo articulador no próprio Projeto Pedagógico do Curso.

Associamos em nossa pesquisa a ideia de concepção a de um fluido para indicar sua capacidade dinâmica de se deformar continuamente, quando submetida a uma ação externa de impacto.

Então, mesmo a literatura científica destacando a fluidez e dinamicidade das concepções, seu *núcleo duro* pode ser transformado.

Considerando que o professor com tendência à concepção construtivista da matemática e de seu ensino é um profissional ideal do ponto de vista das discussões sobre os processos de educar matematicamente, nos foi possível identificar um conjunto de ações que podem contribuir para a permanência dessa visão. A figura 44 a seguir, nos apresenta algumas dessas ações.

Figura 44 – Ações de impacto nas concepções de ensino



Fonte: Os autores (2023)

As setas sinalizam para uma coalização de forças que podem promover uma *transformação consciente das concepções dos professores* e o círculo tracejado, indica que tais forças estão interligadas umas com as outras, no sentido de que podem ser mais bem exploradas quando elas dialogam entre si. Ao mesmo tempo, tal figura aponta algumas das ações que podem impactar nesse processo de transformação das concepções, mas não são exaustivas. Outras ações podem influenciar nesse processo.

Notemos o papel desempenhado das formações continuadas nesses processos de mudança de concepção. Os espaços de colaboração e socialização das práticas, tão comum nessas formações, contribuem para uma compreensão mais aprofundada e coerente das práticas a serem desenvolvidas em sala de aula e vão constituindo uma visão de ensino de Matemática centrada no estudante, desde que estas formações continuadas estimulem a reflexão e a criticidade da prática.

Estas ações acabaram sendo mais receptivas à professora Rosácea do que o professor Delta, implicando manifestações de concepções distintas. O Quadro 40 e o Quadro 41 sintetizam as práticas dos professores para as categorias de nossa pesquisa.

Quadro 40 - Manifestações de concepções de Matemática e seu ensino pela professora Rosácea

Manifestações frequentes
<i>Quanto ao papel do professor.</i> Em suas aulas, a professora Rosácea valoriza a partilha do conhecimento quando ela discute com os estudantes, mas também promove discussão entre eles. Além disso, ela está constantemente instigando os estudantes com perguntas, dividindo o tempo e o espaço de sala de aula.
<i>Quanto à metodologia de ensino.</i> É comum a professora Rosácea, quando da introdução de um assunto, iniciar a aula em três fases: Primeiro, com situações próximas da realidade do estudante, seguida da proposição de um problema e finalizando com uma resolução compartilhada. Após o início de um assunto, é comum ela incluir uma quarta fase, a socialização das ideias dos estudantes na lousa. Esta socialização é acompanhada da sistematização, geralmente feita por ela. A depender da avaliação da turma pela professora, ela inclui a formalização.
<i>Quanto às tarefas matemáticas.</i> A professora valoriza as tarefas como ponto de partida para o desenvolvimento das habilidades matemáticas. Dentre os seus vários objetivos, as tarefas são usadas para: aprofundar um assunto, fazer com que os estudantes reflitam sobre suas respostas, apropriar-se de como os estudantes estão pensando, reforçar que um problema pode ser respondido em maneiras distintas, promover o debate em sala de aula, estimular a participação ativa do estudante, desenvolver a autonomia do estudante, aprender uma ideia mais econômica. Dentre os vários elementos que influenciam na potencialidade de uma tarefa, encontram-se: o número de estudantes, a forma como eles estão organizados, o tempo dedicado à tarefa e a maneira como os recursos didáticos são utilizados.
<i>Quanto ao conteúdo de matemática.</i> A compreensão que a professora é a de que: os conteúdos sobrevivem de forma dialógica com outros, não sendo adequado trata-los de forma isolada; explora o conteúdo considerando aquilo que é essencial para a progressão das aprendizagens dos estudantes; o nível de profundidade dos conceitos/procedimentos depende da capacidade cognitiva dos estudantes; o ritmo do que é ensinado depende do ritmo de aprendizagem do estudante; os conteúdos são flexíveis, são estando limitado a uma determinada época da programação curricular.
<i>Quanto ao material curricular.</i> Em sua relação com material curricular, a professora considera: - O diálogo entre as unidades temáticas - A presença de conteúdos essenciais - O diálogo com o nível de compreensão dos estudantes - O uso adequado da linguagem matemática - A presença de problematizações - Tarefas que valorizam a progressão espiral e fazem retomadas frequentes - Tarefas que estimulam o raciocínio matemático do estudante - Tarefas com estilos diversificados: imagem, tabelas, gráficos, ... - Quantidade adequada de conteúdos - A maneira como as habilidades estão organizadas na coleção - Exploração das habilidades de forma satisfatória - Contempla o que está previsto no currículo prescrito de matemática

- Aspectos metodológicos que valorizam a resolução de problemas
- Clareza e transparência em comunicar as ideias preconizadas na coleção
- Orientações didáticas e metodológicas acessíveis e pertinentes para o desenvolvimento dos assuntos

Fonte: Os autores (2023)

Quadro 41 – Manifestações de concepções de Matemática e seu ensino pelo professor Delta

Manifestações frequentes
<i>Quanto ao papel do professor.</i> Valoriza a transmissão e exposição do conteúdo matemático, procurando dirigir e controlar as atividades pedagógicas. Também centraliza a comunicação matemática quando dar pouca ou nenhuma oportunidade de os estudantes expressarem seus raciocínios.
<i>Quanto à metodologia de ensino.</i> O professor Delta valoriza a sequência padrão: explanação do conteúdo, exemplos, seguido de exercício de fixação do conteúdo.
<i>Quanto às tarefas matemáticas.</i> As tarefas propostas procuram valorizar a reprodução ou a confirmação de fatos aprendidos anteriormente, focando nas respostas corretas em detrimento do desenvolvimento do entendimento matemático.
<i>Quanto ao conteúdo de matemática.</i> Existe uma tendência do professor considerar que os conteúdos matemáticos permitem pouco diálogo entre outras da própria matemática, o que faz com que ele os considere de modo rígido. Para ele, os conteúdos são estruturados de forma hierárquica, em que existe uma ordem de prevalência entre eles.
<i>Quanto ao material curricular.</i> Em sua relação com material curricular, o professora considera: - Os conteúdos precisam estar organizados de forma hierarquizada; - A separação das unidades temáticas deve ser de forma explícita, considerando pouco viável o diálogo entre elas; - Os conteúdos curriculares explicitados no CPE precisam ser contemplados no livro didático; - Valoriza a sequência da abordagem do conteúdos que inicia com explicação formal dos objetos matemáticos, seguida de exemplos sobre o que foi dito anteriormente e, por fim, exercícios sobre o assunto; - Explicação passo a passo de desafios propostos.

Fonte: Os autores (2023)

Inserido no contexto das relações entre professor e **materiais curriculares**, adotamos como principal referencial teórico os estudos de Brown e Edelson (2001, 2003), Brown (2009), mas também outras pesquisas com resultados relevantes para a área (Remillard, 2005, 2009, 2012, 2018; Remillard, J. T; Herbel-Eisenmann, B. A.; Lloyd, G. M., 2009; Remillard; Kim, 2020; Januario, 2017).

Em relação aos recursos do professor, procuramos nos deter às suas concepções, sem desconsiderar a influência de outros recursos como conhecimento do conteúdo e conhecimento pedagógico do conteúdo. Esta decisão foi tomada por questões objetivas e pela relevância das concepções para a educação matemática.

Além da relação professor-material curricular, consideramos uma segunda relação existente: a relação entre materiais curriculares e currículo prescrito (Sacristán, 2000).

Considera ainda, que tais materiais, são importantes para o desenvolvimento das aprendizagens dos estudantes, mas que são limitados, por vezes existindo

divergências entre suas orientações veiculadas no manual do professor e aquilo que, de fato, é realizado. É o que chamamos de *conflito interno*.

Este *conflito interno* é uma aparente divergência, entre aquilo que os autores da obra didática anunciam no manual do professor com aquilo que está sendo desenvolvido no livro do estudante. Por vezes, a explicitação de que a obra está fundamentada em princípios que valorizam a construção dos conceitos matemáticos, na metodologia de ensino de resolução de problemas, se propondo a desenvolver aspectos ligados ao raciocínio, argumentação, criatividade, nem sempre se traduz, de fato, na proposta matemática no livro do estudante. O manual do professor e o livro do estudante seguem caminhos distintos.

A relação dos professores com materiais curriculares nos permitiu, também, identificar que a *pouca clareza e transparência* da obra didática em comunicar sua proposta de matemática ao professor pode dificultar no uso adequado do livro didático.

Em alguns momentos, os professores expressam muita dificuldade em localizar alguns elementos que consideram relevantes, que foram anunciados no manual do professor, como por exemplo os problemas desafiadores. Afirmam que os livros não mencionam quais são esses problemas ou quais são as orientações dadas para sua aplicação em sala de aula.

Entendemos, assim, que ainda há uma necessidade de os autores de livros didáticos comunicarem sua proposta de matemática de maneira mais transparente, tornando o uso deste recurso mais adequado, tanto para professores como para estudantes.

A maneira como os professores se relacionam com os materiais curriculares, bem como com as prescrições está totalmente influenciada pelas suas CME.

A professora Rosácea desempenha um papel mais ativo em sua interação com materiais curriculares. Isso significa que ela tende a analisá-los buscando conhecer sua proposta de matemática com foco na abordagem metodológica valorizada, na organização dos conteúdos na coleção e na sua relação com o currículo prescrito, na qualidade das orientações didático-metodológicas, na linguagem matemática usada e na sua relação com a aprendizagem do estudante e nas problematizações.

A professora procurou desenvolver uma visão mais global e conectada entre a prescrição e o material curricular, a ponto de entender que eles se complementam quanto às orientações para o professor. Apesar de possuírem características peculiares, material curricular e prescrição precisam ser usados em constante diálogo.

O papel ativo na interação, possibilita à professora estabelecer uma relação que chamamos de *transcendência* com os materiais curriculares. Isso significa que ela procura criar seus próprios designers *com e a partir desses materiais*: selecionando tarefas, buscando ideias, confrontando suas percepções iniciais com o que é comunicado nesses materiais e fazendo os ajustes convenientes, bem como recorrendo a livros especializados sobre o tema em foco.

Essas criações tendem a extrapolar, muitas vezes, ao que está proposto nos próprios materiais curriculares para o ensino de matemática, assumindo configurações distintas das idealizadas pelos autores do material curricular.

Além das *reproduções, adaptações e improvisações*, usos mais comuns apontados pela literatura, nossa pesquisa identificou um quarto tipo de uso: as *criações*.

A *criação*, é um tipo de uso que ocorre quando há a presença de pelo menos quatro elementos:

1. A professora tem total *clareza dos objetivos* a serem alcançados;
2. A professora *confia em seu estilo de ensino*;
3. A professora não se relaciona com um livro de referência, mas vários, podendo *transcender* ao que está proposto pelos currículos prescrito e apresentado;
4. A professora possui um alto PDC.

Quando os recursos curriculares não convergem com sua concepção de matemática e seu ensino, a improvisação e a criação são os usos mais frequentes.

A relação crítica, reflexiva e transcendente, estabelecida entre a professora Rosácea e os materiais curriculares, implica reconhecer a prescrição como ponto de partida para o ensino à medida que ela fornece as fundamentações e orientações para o trabalho do professor em sala de aula.

Por mais que as **prescrições curriculares** contenham documentos que organizam os objetos de conhecimento, as unidades temáticas e as habilidades em períodos letivos, a professora com tendência construtivista tende a romper com o preestabelecido quando este não acompanha o ritmo de aprendizagem dos seus estudantes ou quando este não atende especificidades locais.

De fato, tanto o currículo prescrito quanto o material curricular são entidades que comunicam algo ao professor, mas foram pensados para atender, muitas vezes, uma realidade que nem sempre atende as especificidades dos inúmeros contextos

escolares. É justamente por essa limitação, que o professor não pode admiti-lo como algo fixo, rígido e imutável.

O professor Delta tende a desenvolver uma visão menos global e conectada entre prescrição e material curricular, numa relação fixa de ordem e hierarquia. Para ele, o currículo prescrito determina o material curricular, cujo foco principal deste é no conteúdo. Saber o que ensinar está legitimado pela prescrição e, por isso, pouca ou nenhuma modificação deve ser feita.

Além disso, os elementos constituintes de cada documento curricular possuem uma ligação lógica fraca. Isto significa, no caso dos materiais curriculares, por exemplo, que o *manual do professor*, o *livro do aluno* e as *partes que os constituem* existem de modo quase que independentes uma das outras.

No caso das prescrições, o professor Delta tende a perceber suas fundamentações, premissas para o ensino da matemática, organização dos conteúdos, orientações para o trabalho em sala de aula como elementos com pouca ou nenhuma relação. Ele tende a valorizar os conteúdos matemáticos como o elemento mais importante dessas prescrições.

Ao desenvolver essa visão, acaba não reconhecendo valor nas orientações didático-metodológicas que lhes foram endereçadas nos materiais curriculares, correndo o risco de não perceber possibilidades reais que agregariam ao seu trabalho em sala de aula.

Os resultados apontam ainda, que as improvisações e reproduções, como usos mais frequentes, decorrentes da interação entre esses dois agentes, tendem a ser limitados e, por vezes, inadequados por não trazerem vantagens para o ensino.

Esse tipo de relação passiva, pragmática, estabelecida entre o professor Delta e o material curricular, implica reduzir o currículo prescrito a um conjunto de conteúdos programáticos.

Ao assim proceder, sua visão o impede de perceber valor e significado adicional ao que é explicitado para o ensino de matemática, tanto no manual como no currículo prescrito, deixando de perceber inadequações e possíveis divergências entre o material curricular e a prescrição, de ampliar seu conhecimento do conteúdo e pedagógico do conteúdo, de conhecer e avaliar a adequabilidade da proposta de matemática para sua sala de aula.

A julgar pela natureza das concepções, entendemos que professores como o professor Delta precisam de cuidado do ponto de vista do ensino e da aprendizagem

matemática. Pois uma visão mais diretiva da matemática e seu ensino, implicará numa prática mais limitada por parte do professor, discussões não tão profundas.

O impacto das ações nos processos de *transformação consciente das concepções dos professores* precisa ser considerado. Eles são agentes de mudança. Nestes termos, é extremamente importante avaliar como essas ações estão sendo implementadas nos cursos de formação de professor e nas escolas.

As escolas, por exemplo, precisam contribuir para a *troca de experiências, compartilhamentos de ideias entre os professores*, no sentido de promover discussões que levem a uma visão mais crítica do ensino e aprendizagem matemática. A postura de estudantes que não se envolvem com a matemática, que consideram esta disciplina irrelevante para sua vida, devem ser discutidas nos espaços escolares.

Estas instituições precisam oportunizar os professores a *refletirem sobre sua prática*.

As CME são distintas, sendo algumas delas com tendência mais crítica e reflexiva e outras, mais transmissivas e diretivas. E é justamente por esta diversidade que o diálogo deve ocupar o cenário formativo.

A gestão escolar pode contribuir de modo satisfatório para a permanência ou transformação de práticas matemáticas adequadas. Tomemos como exemplo o caso da *seleção de livros didáticos*.

Ambos os professores, Rosácea e Delta, destacaram o fator tempo para analisar os livros didáticos no período de seleção. Eles argumentaram que o *pouco tempo* concedido para analisar as coleções que chegam (cerca de 10) inviabiliza a troca de ideias entre os professores, o que faz com que essas análises ocorram de forma isolada e desprovida de uma avaliação mais cuidadosa.

Além disso, o livro escolhido pelos professores de uma escola nem sempre é o que será adotado. Isto porque, todas as indicações dos professores serão agrupadas pela Secretaria de Educação e o mais votado é o que será adotado na Rede. E acaba que eles podem ou não trabalhar com o material escolhido pelos professores de sua escola.

Isso pode gerar o enfraquecimento do processo de uma análise mais acurada das obras didáticas, tendo em vista que uma obra diferente da escolhida poderá ser adotada.

Essa prática vai de encontro ao que dizem Carvalho e Gitirana (2010). Segundo eles, havendo possibilidade,

o ideal é que a equipe de professores de uma escola – que trabalhe com uma mesma coleção de livros didáticos – possa organizar coletivamente a leitura e a discussão do manual do professor, antes de começar a usar a coleção em sala de aula. Essa leitura pode ajudá-los a identificar os pressupostos do projeto pedagógico da escola que estão em sintonia com as propostas da obra e aqueles que se afastam desse projeto. (Carvalho; Gitirana, 2010).

Estes autores consideram adequado que os professores se organizem coletivamente para analisar o livro com que irão trabalhar, no sentido de se apropriar ainda mais de suas ideias. E considerando que Carvalho e Lima (2010) entendem que não há livro perfeito, todo esse processo de seleção e análise de livro didático pode culminar com o uso de mais de um livro para o desenvolvimento de suas aulas.

O *Organizador Curricular por Bimestre*, um documento que procura organizar os conteúdos curriculares a serem discutidos em sala de aula por bimestre, possui uma estrutura rígida, pouco flexível, o que contribui para a baixa operacionalização do CPE (Costa, 2022).

A força institucional deste documento provoca uma tensão em sala de aula, quando ele não acompanha o ritmo de aprendizagem do estudante. Por vezes, aquilo que está programado no bimestre não é considerado como adequado pelos professores, frente ao que seus estudantes evidenciam conhecer. Um dos professores chegou a afirmar: “Mas tem conteúdo que eu não consigo trabalhar.” Em uma referência a incompatibilidade daquilo que está previsto no Organizador e o que seu estudante precisa aprender.

O professor se vê diante de uma *bifurcação curricular*. De um lado tem a programação curricular e de outro, o ritmo de aprendizagem do estudante. Lidar com esta questão não é uma tarefa fácil, como bem colocou a professora Rosácea: “Depois da aula de hoje eu fiquei muito preocupada com frações.”

O que temos percebido em nossa pesquisa, é que o elemento de caráter institucional exerce um peso muito forte na prática pedagógica do professor de matemática e, conseqüentemente, na constituição de suas concepções.

Ao olhar para o professor Delta, percebemos que sua vivência enquanto aprendiz de matemática da educação básica foi marcada por muita dificuldade: “Eu tive muito déficit em matemática.” Como ele mesmo aponta, sua Licenciatura não contribuiu, de forma satisfatória, para sua atuação enquanto professor de matemática da educação básica. Ao chegar na escola, tomando como referência os processos de seleção de livro didático e a obrigatoriedade de cumprimento da programação

curricular bimestral – monitorada pelo SIEPE – este professor se depara com o CPE, que lhe orienta trabalhar uma matemática na perspectiva da resolução de problemas.

Por tudo isso, entendemos ser muito desafiador para este profissional exercer sua atividade de maneira crítica, significativa e reflexiva, quando sua experiência enquanto estudante da educação básica e estudante de licenciatura lhes deixaram fortes marcas em seus modos de ver e perceber a matemática e seu ensino.

Não se pode prescindir do papel das licenciaturas na formação do futuro professor de matemática. É nesse espaço que ocorre o contato inicial com discussões teóricas que fundamentam as ações pedagógicas do professor.

Mas, é preciso que nas formações iniciais e continuadas de professores haja uma consciência do papel que elas podem exercer na transformação das concepções sobre a Matemática e seu ensino. As concepções são suporte para as ações, criam hábitos, comportamentos regulares nos professores e convergi-las para uma prática de ensino de matemática que se fundamente em processos mais significativos são considerados mais adequados.

A professora Rosácea e o professor Delta são dois profissionais que, apesar de atuarem no mesmo ano escolar e estarem submetidos ao mesmo currículo prescrito, se diferenciam pelas suas concepções sobre a Matemática e seu ensino. *Tais distinções implicaram singularidades no papel desempenhado em sala de aula, no uso de estratégias e métodos de ensino, na relação estabelecida com o conteúdo, no tipo e na forma de explorar as tarefas matemáticas e na maneira de se relacionar com os materiais curriculares.* Esta última, servindo de base para compreender os modos de ler e interpretar que os professores fazem das prescrições.

Diante de tais descobertas, nossa pesquisa tem a intenção de também promover questionamentos que não foram respondidos nesta tese a fim de suscitar novas investigações no campo.

- Além das relações crítica, reflexiva e transcendente/passiva e pragmática existente na interação entre material curricular e professor, existem outras? Em existindo, quais podem ser elas?

- Além das implicações das relações crítica, reflexiva e transcendente/passiva e pragmática para os modos de ler e interpretar o currículo prescrito, quais outras implicações podem vir a ser estabelecidas?

- Partindo da hipótese que existem outras implicações, quais seriam seus efeitos para a aprendizagem?

- As relações encontradas em nossa pesquisa, na interação do professor com materiais curriculares, ocorrem no âmbito da matemática. Tais relações se encontram também em outras áreas do conhecimento?

- Nos concentramos na tendência à concepção transmissiva e construtivista. Mas, considerando a existência de outras concepções (Fiorentini, 1995; Carrillo; Contreras-González, 1995), as relações e implicações se manterão ou existirão outras?

- Elencamos alguns aspectos para caracterizar as concepções: papel do professor, conteúdo, tarefas, metodologia e material curricular. Quais outros aspectos podem ser considerados a fim de ampliar o arcabouço teórico sobre as concepções e, assim, fortalecer a existência de tais relações?

- Quais outros usos, além da reprodução, adaptação, improvisação e criação, podem vir a existir?

- No processo de seleção de livros didáticos, percebemos que ambos os professores relataram a existência de dificuldades que interferem num processo mais autônomo. Sabendo disso, quais as condições institucionais que precisam ser consideradas para que este processo não macule a autonomia do professor e permita a realização de uma avaliação mais produtiva deste material?

- O Currículo Prescrito que tomamos como referência foi o CPE, em que os conteúdos, habilidades e unidades temáticas foram organizados por bimestres num ano letivo. Quais outras organizações são possíveis serem construídas a fim de conferir maior flexibilidade?

REFERÊNCIAS

ABELSON, Robert P. Differences Between Belief and Knowledge Systems. **Cognitive Science**, [S.L.], v. 3, n. 4, p. 355-366, out. 1979. Disponível em: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1207/s15516709cog0304_4. Acesso em: 09 jan. 2021.

ADLER, Jill. Conceptualising Resources as a Theme for Teacher Education. **Journal Of Mathematics Teacher Education**, [S.L.], v. 3, n. 3, p. 205-224, 2000. Springer Science and Business Media LLC. <http://dx.doi.org/10.1023/a:1009903206236>. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/225848263_Conceptualising_Resources_a_s_a_Theme_for_Teacher_Education#fullTextFileContent. Acesso em: 10 jul. 2020.

AGUIAR, Wagner R. **A transformação de textos de materiais curriculares educativos por professores de matemática nas práticas pedagógicas: uma abordagem sociológica com a lente de Basil Bernstein**. 2014. 111 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2014. Disponível em: https://ppgefhc.ufba.br/sites/ppgefhc.ufba.br/files/wagner_ribeiro_aguiar_-_dissertacao_-_a_transfor. Acesso em: 08 out. 2021.

ALVES, Antônio Maurício Medeiros; SILVEIRA, Denise Nascimento. Uma Leitura sobre as Origens do Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil. **Tópicos Educacionais**, Recife, v. 23, n. 1, p. 76-91, 2017. Semestral. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/topicoseducacionais/>. Acesso em: 08 out. 2021.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007. 218 p. (Pesquisa).

ALMOULOUD, Saddo Ag. Metasynthesis of Research in Mathematics Education: foci and theoretical-methodological foundations. **The Mathematics Enthusiast**, [S.L.], v. 18, n. 3, p. 385-417, 1 ago. 2021. University of Montana, Maureen and Mike Mansfield Library. <http://dx.doi.org/10.54870/1551-3440.1531>. Disponível em: <https://scholarworks.umt.edu/tme/vol18/iss3/3/>. Acesso em: 02 out. 2022.

ANJOS, Cristiano da Silva dos. **Crenças de um professor de Matemática que emergem em suas interações com um livro didático do Ensino Médio**. 2014. 291 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Educação Matemática, Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2014. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=1203209. Acesso em: 10 out. 2019.

litoldo

ARDILES, Roseline Nascimento de. **Um estudo sobre as concepções, crenças e atitudes dos professores em relação à Matemática**. 2007. 237 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas,

2007. Disponível em: https://www.psiem.fe.unicamp.br/pf-psiem/ardiles_roselinenascimento_de_m.pdf. Acesso em: 08 out. 2021.

ARROYO, Miguel G. **Currículo, território em disputa**. 5. Ed. Petrópolis: Vozes, 2013.

ARRUFAT, María Jesús Gallego. Investigación sobre pensamientos del profesor: aproximaciones al estudio de las teorías y creencias de los profesores. **Revista Española de Pedagogía**, [s. l], v. 49, n. 189, p. 287-325, 1991. Disponível em: <https://revistadepedagogia.org/xlix/no-189/investigacion-sobre-pensamientos-del-profesor-aproximaciones-al-estudio-de-las-teorias-y-creencias-de-los-profesores/101400039812/>. Acesso em: 27 abr. 2021.

ATALLAH, F.; BRYANT, S. L.; DADA, R. A Research Framework for Studying Conceptions and Dispositions of Mathematics: A Dialogue to Help Students Learn. **Research in Higher Education Journal**. p. 1-8. 2006. Disponível em: <https://www.aabri.com/manuscripts/10461.pdf> Acesso em: 30/03/2021.

BALL, D. L.; BASS, H. Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In: DAVIS, B. & SIMMT, E. (Eds.). **Proceedings of the 2002 annual meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group**. 2003. Disponível em: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.132.7284&rep=rep1&type=pdf#page=13> Acesso em: 27/08/2019.

BALL, Deborah Loewenberg; HILL, Heather C.; BASS, Hyman. Knowing Mathematics for Teaching: who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide?. **American Educator**, [s. l], p. 14-46, 2005. Disponível em: <https://deepblue.lib.umich.edu/handle/2027.42/65072>. Acesso em: 27 ago. 2019.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. **Content knowledge for teaching: What makes it special?** 2008. Disponível em: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.493.2271&rep=rep1&type=pdf> Acesso em: 27/08/2019.

BALL, D. L.; COHEN, D. K. Reform by the Book: What Is: Or Might Be: The Role of Curriculum Materials in Teacher Learning and Instructional Reform? **Educational Researcher**, v. 25, n. 9. 1996. p. 6-14.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Presses Universitaires de France, 2021. 281 p.

BARRANTES, M.; BLANCO, L. J. Caracterização das concepções dos professores em formação sobre ensino-aprendizagem da geometria. 2009. **Zetetike**, v. 14, n. 1, p. 65–92. <https://doi.org/10.20396/zet.v14i25.8646997>. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646997/13898> Acesso em: 28/04/2021.

BAUER, M.W.; GASKELL, G. **Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som**. Trad. Pedrinho A. Guareschi. 7 ed. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2008. Disponível em:

<https://tecnologiamidiaeinteracao.files.wordpress.com/2017/10/pesquisa-qualitativa-com-texto-imagem-e-som-bauer-gaskell.pdf> Acesso em: 18/05/2022.

BECKER, Fernando. **A epistemologia do professor: o cotidiano da escola**. Petrópolis: Vozes. 2 ed. 1994.

BECKER, Fernando. **Epistemologia do professor de matemática**. Petrópolis: Vozes, 2012.

BECKER, Fernando. Construção do Conhecimento Matemático: natureza, transmissão e gênese. **Bolema**, Rio Claro (SP), 2019, v. 33, n. 65, p. 963-987, dez. 2019. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v33n65/1980-4415-bolema-33-65-0963.pdf> Acesso em: 07/04/2021.

BECKER, Fernando. Modelos pedagógicos e modelos epistemológicos. *In: Educação e construção do conhecimento*. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 15-32. Disponível em: https://www.larpsi.com.br/media/mconnect_uploadfiles/c/a/cap_01_95_.pdf Acesso em: 04/06/2021.

BELLEMAIN, F.; TROUCHE, L. Compreender o trabalho do professor com os recursos de seu ensino, um questionamento didático e informático. **Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online**, v. 9, n. 1, 2019. Disponível em: https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/index.php/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/300/204 Acesso em: 29/06/2021.

BENÍTEZ, W. A. C. **Concepciones sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje: um estudio comparativo entre docentes en ejercicio y docentes en formación**. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade del Cauca – Faculdade de Ciências naturais, exatas e da educação. Popayán, 2011. Disponível em: <http://repositorio.unicauca.edu.co:8080/bitstream/handle/123456789/956/CONCEPCIONES%20SOBRE%20LAS%20MATEMATICAS%2C%20SU%20ENSENANZA%20Y%20APRENDIZAJE.pdf?sequence=1&isAllowed=y> Acesso em: 18/11/2021.

BIANCHINI, E. **Matemática**. Manual do professor. São Paulo: Moderna. 9. ed. 2018. Disponível em: <https://www.calameo.com/read/002899327808004c49c69?authid=liDYYeZxh1D4> Acesso em: 15/08/2022.

BÍBLIA, NT. **Nova Versão Transformadora**. 1. ed. 2016. Mundo Cristão.

BICUDO, M. A. V. (Org). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. Seminários e Debates. 6ª reimpressão.

BITTAR, M., CHAACHOUA, H. e NICAUD, J.F. **Determinação automática de concepções de alunos em álgebra**. Série-Estudos - Periódico do Mestrado em Educação da UCDB. Campo Grande-MS, n. 19, p. 77-90, jan./jun. 2005. Disponível em: <https://serieucdb.emnuvens.com.br/serie-estudos/article/view/450/339> Acesso em: 10/05/2021.

BOALER, J. **Mentalidades matemáticas: estimulando o papel dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador.** Trad. Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso. 2018.

BOGDAN, R.; BILKEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à Teoria e aos Métodos.** Porto: Porto Editora. Coleção Ciências da Educação, 1994.

BOTASSINI, Jacqueline Ortelan Maia. A Importância dos Estudos de Crenças e Atitudes para a Sociolinguística. **SIGNUM: Estud. Ling.**, Londrina, vol 18, n. 1, p. 102-131, jun. 2015. Disponível em: [file:///C:/Users/profw/Downloads/20327-99233-1-PB%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/profw/Downloads/20327-99233-1-PB%20(1).pdf) Acesso em: 29/10/2020.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.** LDB. 9394/1996. Disponível em: <https://www2.senado.gov.br/bdsf/handle/id/572694> Acesso em: 06 out. 2022.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília, MEC, 1997a. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf> Acesso em: 19/06/2021.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais.** Brasília, MEC, 1997b. 126p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf> Acesso em: 19/06/2021.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília, MEC, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf> Acesso em: 19/06/2021.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.** Brasília: 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf> Acesso em: 19/06/2021.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais – Matemática Ensino Médio – PCN+.** Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. 2002.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias.** Volume 2. Brasília, 2006.

BRASIL. **Relatório de análise de propostas curriculares de ensino fundamental e ensino médio.** 2010. Acesso em: http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/relatorio_seb_anlisepropostas_ef_em.pdf. Disponível em: 26/08/2019. Acesso: 26/08/2019.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. **Parecer nº. 11, de 7 de outubro de 2010.** Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos. Diário Oficial da União, Brasília, 2010, Seção 1, p.28.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. **Resolução nº. 7, de 14 de dezembro de 2010.** Fixa Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos. Diário Oficial da União, Brasília, 2010, Seção 1, p.34.

BRASIL. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Escolar Indígena. In: Brasil. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica.** Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. **Planejando a Próxima Década. Conhecendo as 20 Metas do Plano Nacional de Educação.** Ministério da Educação/Secretaria de Articulação com os Sistemas de Ensino (MEC/Sase): Brasília, DF., 2014.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Ministério da Educação. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf Acesso em: 19/06/2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD: matemática – guia de livros didáticos.** Secretaria de Educação Básica. Brasília: DF. 2020.

BRAZ, A.M.G. **O pensamento do professor: pressupostos e dimensões de estudo.** 2007. Contrapontos, vol. 7, nº 2, p. 365-380 - Itajaí, mai/ago. Disponível em: [file:///C:/Users/profw/Downloads/913-1863-1-PB%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/profw/Downloads/913-1863-1-PB%20(1).pdf) Acesso em: 29/04/2021.

BRETAS, S. A. Historiografia e história da ciência: possibilidades para os estudos das instituições de educação superior. **Revista HISTEDBR On-line**, Campinas, n. 29, p.198-214, mar. 2008. Disponível em: https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/publicacao/5053/art13_29.pdf Acesso em: 18/11/2021.

BROWN, M. W.; EDELSON, D. C. **Teaching by Design: Curriculum design as a lens on instructional practice.** Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association. 11 de abril 2001. Disponível em: https://www.academia.edu/en/72952770/Teaching_by_design_Curriculum_design_a_lens_on_instructional_practice_Paper_presented_at_the_Annual_meeting_of_the_American_Educational_Research_Association Acesso em: 18/05/2023.

BROWN, M. W. **Teaching by Design: Understanding the intersection of teacher practice and the design of curricular innovations.** Summary of Doctoral Dissertation, Spring 2002.

BROWN, M. W.; EDELSON, D. C. Teaching as design: Can we better understand the ways in which teachers use materials so we can better design materials to support their changes in practice. **LeTUS Report Series.** Funded by the National Science Foundation. University of Michigan, 2003. Disponível em:

https://www.researchgate.net/publication/286818086_Teaching_as_design_Can_we_better_understand_the_ways_in_which_teachers_use_materials_so_we_can_better_design_materials_to_support_their_changes_in_practice Acesso em: 18/05/2023.

BROWN, M. W. The Teacher-Tool Relationship: Theorizing the Design and Use of Curriculum Materials. In: REMILLARD, J. T; HERBEL-EISENMANN, B. A.; LLOYD, G. M.; (Ed.), **Mathematics Teachers at Work: Connecting curriculum materials and classroom instruction**. New York: Taylor & Francis, 2009. p. 16-36.

BRUNETTI, Franco. **Mecânica dos fluídos**. 2. ed. rev. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008. Disponível em: <http://www.unimep.br/~nalmeida/Mecanica%20dos%20Fluidos/Mec%E2nica%20dos%20Fluidos%20-%20Franco%20Brunetti%20-%20Parte%201.pdf> Acesso em: 01/06/2021.

BUENO, Simone. **Uso dos materiais curriculares por professores de Matemática**. 2017. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2017. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/20033/2/Simone%20Bueno.pdf> Acesso em: 18/11/2021.

BURDZINSKI, Júlio César. **Justificação, coerência e circularidade**. In: Veritas. v. 50 n. 4, Porto Alegre. 2005, p. 65-93. Disponível em: <https://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/veritas/article/view/1816/1346> Acesso em: 25/01/2021.

CABALLERO, A.; GUERRERO, E.; BLANCO, L.J.; PIEDEHIERRO, A. **Resolución de problemas de matemáticas y control emocional**. 2009. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), Investigación en Educación Matemática XIII (pp. 151-160). Santander: SEIEM. Disponível em: <https://www.seiem.es/docs/actas/13/SEIEMXIII-CaballeroGuerreroBlancoPiedehierro.pdf> Acesso: 18/11/2021.

CÂMARA DOS SANTOS, Marcelo. Algumas concepções sobre o ensino-aprendizagem de matemática. **Educação Matemática em Revista**, n. 12, ano 9. 2002. Disponível em: <http://pibid-mat-ufgd.weebly.com/uploads/4/2/3/5/42357821/concep%C3%A7%C3%B5es.pdf> Acesso em: 04/06/2021.

CÂMARA DOS SANTOS, Marcelo. Um exemplo de situação problema: o problema do bilhar. In: **Revista do Professor de Matemática**. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, n. 50. p.38-45, 2002. Disponível em: <https://rpm.org.br/cdrpm/50/7.htm> Acesso em: 07/11/2021.

CÂMARA DOS SANTOS, Marcelo; LIMA, Paulo F. Considerações sobre a matemática no ensino fundamental. **ANAIIS DO I SEMINÁRIO NACIONAL: CURRÍCULO EM MOVIMENTO – Perspectivas Atuais**. Belo Horizonte, novembro de 2010. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=7166

[-3-2-consideracoes-matematica-marcelo-camara-e-paulo&category_slug=dezembro-2010-pdf&Itemid=30192](#) Acesso em: 25/10/2021.

CAMPOS, Livia Rezende Miranda. **O ensino da matemática para alunos surdos: metodologias para os primeiros anos do ensino fundamental**. 2021. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Educação. Uberlândia, MG. Disponível em: <http://clyde.dr.ufu.br/bitstream/123456789/31336/1/EnsinoMatematicaAlunos.pdf> Acesso em: 06/06/2021.

CANAVARRO, Ana Paula. **Práticas de ensino da Matemática: Duas professoras, dois currículos**. 2003. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa. Lisboa. 2003.

CARRAHER, Terezinha Nunes. É hora de ensinar proporção. 2003. **Nova escola**, 01 abr. 2003. Entrevista concedida a Ricardo Falzetta. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/958/e-hora-de-ensinar-proporcao>>. Acesso em: 19 jul. 2022.

CARRASCO, Ana C.; BLANCO, L. J.; GUERRERO, E. **El dominio afectivo en futuros maestros de matemáticas en la universidad de Extremadura**. PARADIGMA, Vol. XXIX, n. 2, diciembre de 2008. p. 157 – 171.

CARRILLO, José; CONTRERAS-GONZÁLEZ, Luis. Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza. **Educación Matemática**. v. 7. n. 3. p. 79-92. 1995. Disponível em: <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol7/3/06Carrillo.pdf> Acesso em: 15/02/2021.

CARRILLO, J. *et al.* Determining Specialised Knowledge For Mathematics Teaching. In: UBUIZ, B.; HASER, C. *et al.* **CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION**. 8., 2013. Turkey: M.E.T. University, Ankara, 2013. p.2985-2994.

CARRILLO, J. *et al.* **Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de Matemáticas**. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones, 2014. Disponível em: <file:///C:/Users/profw/Downloads/UnmarcotericoparaelConocimientoEspecializadodelProfesordeMatemáticas.pdf> Acesso em: 03/05/2021.

CARVALHO, D. L. **A concepção de matemática do professor também se transforma**. 1989. 315 f. Dissertação (Mestrado em educação) - Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, 1989.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira. Euclides Roxo e as polêmicas sobre a modernização do ensino da matemática. In: VALENTE, Wagner R. (Org.). **Euclides Roxo e a modernização do ensino da matemática no Brasil**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2004. p. 85-149.

CARVALHO, J. B. P.; LIMA, P. F. Escolha e uso do livro didático. In: **Matemática – Ensino Fundamental**. Brasília. Ministério da educação, Secretaria da Educação Básica. 2010. Coleção explorando o ensino. v. 17, 2010. pp. 15 – 30. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/component/docman/?task=doc_download&gid=7842&Itemid= Acesso em: 12/05/2023.

CARVALHO, J. B. P.; GITIRANA, V. Manual do professor: do livro com respostas ao manual de orientação didático-metodológica. In: **Matemática – Ensino Fundamental**. Brasília. Ministério da educação, Secretaria da Educação Básica. 2010. Coleção explorando o ensino. v. 17, 2010. pp. 53 – 68. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/component/docman/?task=doc_download&gid=7842&Itemid= Acesso em: 12/05/2023.

CARVALHO, J. B. P. **The Brazilian mathematics textbook assessments**. ZDM Mathematics Education. v. 50, 2018. pp. 773–785. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-018-0949-x> Acesso em: 15/04/2023.

CARVALHO, R.; PONTE, J. P. O papel das tarefas no desenvolvimento de estratégias de cálculo mental com números racionais. In: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Coleção Encontros de Educação. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. 2014. pp. 31 – 54. Disponível em: <http://www.ie.ulisboa.pt/publicacoes/ebooks/praticas-profissionais-dos-professores-de-matematica> Acesso em: 20/10/2022.

CARZOLA, Irene M.; SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos. **Concepções, atitudes e crenças em relação à matemática na formação do professor da educação básica**. Disponível em: http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_28/concepcoes.pdf Acesso em: 12/04/2021.

CASTRO, George Anderson Macedo *et al.* Desafios para o professor de ciências e matemática revelados pelo estudo da BNCC do ensino médio. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 15, n. 2, p. 1-32, 21 jul. 2020. Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2020.e73147>. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2020.e73147/43836>. Acesso em: 15 out. 2021.

CÁSSIO, Fernando; CASTELLI Jr., Roberto (Orgs). Educação é a base? 23 educadores discutem a BNCC. **Base, que base? O caso da Matemática**. p. 123-143. São Paulo: Ação educativa, 2019.

CAVALCANTI, T. F. S., and SILVA, A. Os processos e critérios de escolha de livros didáticos de português: o que dizem os professores? In: SOUZA, F. M., and ARANHA, S. D. G., orgs. **Interculturalidade, linguagens e formação de professores** [online]. Campina Grande: EDUEPB, 2016, pp. 67-102. Ensino e aprendizagem collection, vol.

2. Disponível em: <https://books.scielo.org/id/qbsd6/pdf/souza-9788578793470-06.pdf>
Acesso em: 22/05/2023.

CHARALAMBOUS, C. Y. *et al.* A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 12(2), p. 117–151, 2010. Disponível em: <http://seandelaney.com/wp-content/uploads/2013/11/Charalambous-et-al-2010-A-comparative-analysis-of-the-addition-and-subtraction-of-fractions.pdf> Acesso em: 08/12/2021.

CHARLOT, B. **Da relação com o saber: elementos para uma teoria**. Porto Alegre: ArtMed, 2000.

CHEVALLARD, Y. **La transposición didáctica**. 1991. Buenos Aires: Aique. Disponível em: https://nelsonreyes.com.br/LIVRO_LA%20TRANSPOSICION%20DIDACTICA.pdf
Acesso em: 04/11/2021.

CHONG, Ivan. **Pedagogical Design Capacity and Underlying Knowledge Base of Curriculum Materials Use of a Hong Kong English Teacher**. English Language Teaching. Vol. 9, n. 5. 2016. Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=EJ1097586>
Acesso em: 02/12/2022.

CIBOTO, R. A. G.; OLIVEIRA, R. M. M. A. TPACK – conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo: uma revisão teórica. **Imagens da Educação**. v. 7, n. 2, p. 11-23. 2017. Disponível em: <https://periodicos.uem.br/ojs/index.php/ImagensEduc/article/view/34615/pdf> Acesso em: 18/11/2021.

CICUTO, Camila Aparecida Tolentino. **Análise de um ambiente de aprendizagem centrado no aluno para ensinar bioquímica**. 2015. 298 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências) – Universidade de São Paulo. Faculdade de Educação, Instituto de Física, Instituto de Química e Instituto de Biociências, 2015. Disponível em: https://teses.usp.br/teses/disponiveis/81/81132/tde-21032016-102415/publico/Camila_Aparecida_Tolentino_Cicuto.pdf Acesso em: 17/05/2023.

COQUIN-VIENNOT, Danièle. **La notion de représentation-conception au service de l'enseignement d'un concept mathématique**. Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1988-1989, fascicule 5. Didactique des mathématiques, exp. N° 4, p. 1-5. Disponível em: http://www.numdam.org/item/PSMIR_1988-1989_5_A4_0.pdf Acesso em: 10/05/2021.

COSTA, W. CURRÍCULO E SUAS CARACTERÍSTICAS: O caso da Matemática de Pernambuco: . **Seminário Temático Internacional**, [S. l.], v. 1, n. 1, p. 1–18, 2022. Disponível em: <https://anais.ghemat-brasil.com.br/index.php/STI/article/view/157>. Acesso em: 01/11/2023.

CURI, E. Currículo avaliado e currículo prescrito: algumas considerações. **Anais do 3º Fórum Nacional sobre Currículos de Matemática: Investigações, Políticas e**

Práticas Curriculares (pp. 46-57). Ilha Solteira: Unesp. 2015. Disponível em: <http://eventos.sbem.com.br/index.php/GT-03/3/paper/view/5/3> Acesso em: 13/02/2023.

CURI, E. **Formação de professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos**. 2004. 278 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontífice Universidade Católica, PUC, 2004. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/modules/mydownloads_01/singlefile.php?cid=64&lid=1104 Acesso em: 22/11/2022.

CURI, Carlos R. J.; REIS, Magali; ZANARDI, Teodoro A. C. **Base Nacional Comum Curricular: dilemas e perspectivas**. São Paulo. Cortez, 2018.

CURY, H.N. **As concepções de matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos**. 1994. Tese (Doutorado em Educação) – UFRGS, Porto Alegre, 1994.

CURY, H. N. Concepções e Crenças dos Professores de Matemática: pesquisas realizadas e significado dos termos utilizados. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 12, n. 13, 1999. Disponível em: <file:///C:/Users/profw/Downloads/10640-Texto%20do%20artigo-56705-1-10-20150918.pdf> Acesso em: 18/11/2021.

CURY, Carlos Roberto Jamil; REIS, Magali; ZANARDI, Teodoro Adriano. **Base Nacional Comum Curricular: dilemas e perspectivas**. São Paulo: Cortez, 2018.

CYRINO, M. C. C. T. e JESUS, C. C. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciênc. Educ.**, Bauru, 2014, v. 20, n. 3, p. 751-764, 2014. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/FmP58nhXWqg8ZNQ3Q4gBCht/?lang=pt> Acesso em: 08/05/2023.

D'AMORE, Bruno. Epistemologia, Didática da Matemática e Práticas de Ensino. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro (SP), vol. 20, nº. 28. 2007. p. 179-205. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/2912/291221871010.pdf> Acesso em: 01/02/2021.

D'AMORE, Bruno. **Elementos de didática da matemática**. Tradução de Maria Cristina Bonomi. São Paulo. Editora: Livraria da Física, 2007.

D'AMORE, B. FANDIÑO PINILLA, M. I. A formação dos professores de matemática: problema pedagógico, didático e cultural. **Acta Scientiae**. Canoas. v.11, nº2, p. 7-38. jul./dez. 2009. Trad: Lucino Strim. Disponível em: [file:///C:/Users/profw/Downloads/42-41-1-PB%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/profw/Downloads/42-41-1-PB%20(1).pdf) Acesso em: 19/04/2021.

D'AMBRÓSIO, B. S. **Formação de professores de matemática para o século XXI: O grande desafio**. Pro-Posições (Unicamp. São Paulo), v. 4, n. 1, p. 35-41, mar. 1993. Disponível em: <https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/publicacao/1757/10-artigos-ambrosiobs.pdf> Acesso em: 02/11/2021.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 23. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

DAVIS, E. *et al.* **Designing Educative Curriculum Materials: A Theoretically and Empirically Driven Process**. Harvard Educational Review. vol. 84, n°. 1 .Spring, 2014. Disponível em: <file:///C:/Users/profw/Downloads/DavisPalincsarAriasBismackMarulisIwashyna2014.pdf> Acesso em: 29/06/2021.

DAVIS, E.; KRAJCIK, J. Designing Educative Curriculum Materials to Promote Teacher Learning. 2005. **Educational Researcher**. vol. 34, n°. 3, pp. 3–14. Disponível em: http://www.project2061.org/research/ccms/site.archive/documents/Promote_Teacher_Learning.pdf Acesso em: 29/06/2021.

DE FARIA, E. Creencias y matemáticas. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**. 2008. Ano 3, n. 4, pp. 9 – 27. Disponível em: http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno4/cuaderno4_c1.pdf Acesso em: 09/01/2021.

DOĞAN, Y.; TORUN, F. Sosyal Bilgiler Ders Kitapları Nereye Doğru Gidiyor? **The Journal of International Lingual, Social and Educational Sciences**, v. 4(2), p. 111-125, 2018.

DONOSO RIQUELME, Paola Maritza. **Estudio de las concepciones y creencias de Los profesores de educación primaria Chilenos sobre la competencia matemática**. 2015. Tese (Doctorado en Didáctica de la Matemática) - Granada: Universidad de Granada. 540 f. Disponível em: <https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/42049/25633089.pdf?sequence=1&isAllowed=y> Acesso em 17/12/2020.

DOSSEY, J. A. **The nature of mathematics: its role and its influence**. p. 39-48. 1992. Disponível em: <https://eclass.uowm.gr/modules/document/file.php/ELED254/%CE%95%CE%BD%CF%8C%CF%84%CE%B7%CF%84%CE%B1%201.%20%CE%A7.%20%CE%9B%CE%B5%CE%BC%CE%BF%CE%BD%CE%AF%CE%B4%CE%B7%CF%82/2.1.%20Dossey%2C%20J.%20%281992%29.pdf> Acesso em: 21/04/2021.

ENRÍQUEZ, J. A. V. **Tarefas matemáticas: um olhar desde a formação de professores de matemática**. Brazilian Journal of Development. Curitiba, v. 5, n. 3, p. 2416-2440, mar. 2019. Disponível em: <https://ojs.brazilianjournals.com.br/ojs/index.php/BRJD/article/view/1289/1164> Acesso em: 12/11/2022.

ERNEST, P. **The Impact of Beliefs on the Teaching of Mathematics**. Mathematics Teaching: The State of the Art. 1989. London: Falmer Press. Disponível em: <http://socialsciences.exeter.ac.uk/education/research/centres/stem/publications/pmej/impact.htm> Acesso em: 04/01/2021.

ERNEST, P. **The Philosophy of Mathematics Education**. 1991. London: Falmer Press. Disponível em: <https://p4mriunpat.files.wordpress.com/2011/10/the-philosophy-of-mathematics-education-studies-in-mathematicseducation.pdf> Acesso em: 04/01/2021.

ERNEST, P. The nature of mathematics and teaching. **Philosophy of Mathematics Education Journal**. 1996.

ERNEST, P. Forms of Knowledge in Mathematics and Mathematics Education: Philosophical and Rhetorical Perspectives. **Educational Studies in Mathematics**, v. 38, p. 67– 83. 1999.

ERNEST, P. The Knowledge, Beliefs and Attitudes of the Mathematics Teacher: A Model. **Journal of Education for Teaching**. vol. 15, p. 13 – 33. 1989.

FELÍCIO, Helena Maria dos S.; POSSANI, Lourdes de F.P. **ANÁLISE CRÍTICA DE CURRÍCULO: um olhar sobre a prática pedagógica**. Currículo sem Fronteiras, v. 13, n. 1, p. 129-142, Jan./Abr. 2013.

FENSTERMACHER, Gary D.; SOLTIS, Jonas. **Enfoques de la enseñanza**. 1ª ed., 1ª reimp. Buenos Aires: Amorrortu, 2007. 224p.

FIDALGO, A.; PONTE, J. P. **Concepções, práticas e reflexão de futuros professores do 1º ciclo do ensino básico sobre o ensino da Matemática**. Quadrante, v. 13, n. 1, 2004. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/view/22775/16841> Acesso: 31/12/2022.

FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação**. 1994. Tese (Doutorado em Educação) – UNICAMP, Campinas. 1994. Disponível em: file:///C:/Users/profw/Downloads/Fiorentini_Dario_D.pdf Acesso em: 27/04/2021.

FIORENTINI, D. **Alguns modos de ver e conceber o ensino de matemática no Brasil**. Zetetiké, v. 1, n. 3, pp. 1-38, jan-jun. 1995. Disponível em: <file:///C:/Users/profw/Downloads/8646877-Texto%20do%20artigo-24359-1-10-20170119.pdf> Acesso em: 27/05/2021.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. C. C. **O Lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas?** Boletim de Educação Matemática (UNESP. Rio Claro. Impresso), v. 27, p. 917-938, 2013. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/99f8nsJSh8K9KMpbGrg8BrP/?format=pdf&lang=pt> Acesso em: 02/11/2021.

FLORES, P. **Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje: investigación sobre las prácticas de enseñanza**. Granada, España: Comares. 1998.

FORQUIN, Jean-Claude. **Escola e cultura: as bases sociais e epistemológicas do conhecimento escolar**. 1993. Tradução: Guacira Lopes Louro. Porto Alegre: Artes Médicas.

FREEMAN, D. J.; PORTER, A. C. Do textbooks dictate the content of mathematics instruction in elementary schools? **American Educational Research Journal**. Los Angeles, n. 7, p. 403-421, 1989.

FREITAS, F. M., BERTOLUCCI, C. C.; ROVEDA, C. de A.; SILVA, J. A. da. Abrindo a caixa de pandora: as competências da matemática na BNCC. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 8, n. 17, p. 265–291, 2019. Disponível em: < <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6160/4183>>. Acesso em: 22 jul. 2022.

FURINGHETTI, F.; PEHKONEN, E. **Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?** Leder, G.C., Pehkonen, E., Törner, G. (Eds.), 2002. Springer Netherlands.

FURTADO, Maria Rita. **Uma discussão acerca do conceito de crença**. 2011. (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa). Faculdade de Letras. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3849/1/ulfl096134_tm.pdf Acesso em: 25/01/2021.

GALIAN, Cláudia V. A. **Os PCN e a elaboração de propostas curriculares no Brasil**. CADERNOS DE PESQUISA. v.44 n.153 p.648-669 jul./set. 2014. Disponível em: <http://publicacoes.fcc.org.br/index.php/cp/article/view/2812/2796> Acesso em: 18/06/2021.

GARNICA, A. V. M.; FERNANDES, D.N. Concepções do professor de Matemática: contribuições para um referencial teórico. **Boletim GEPEM**. Rio de Janeiro: Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática, n. 40, p. 11 a 36. 2002.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. Um ensaio sobre as concepções de professores de Matemática: possibilidades metodológicas e um exercício de pesquisa. **Educação e Pesquisa**, v. 34, n. 3, p. 495-510, set./dez. 2008. Disponível em: <https://www.revistas.usp.br/ep/article/view/28102/29910> Acesso em: 25/10/2021.

GIANI, Letícia Maria Cordeiro de Campos. **concepções de professores de matemática: considerações à luz do processo de escolha de livros-texto**. Dissertação (Mestrado em Educação para Ciência) – Faculdade de Ciência, Bauru, São Paulo. 2004. Disponível em: http://www2.fc.unesp.br/BibliotecaVirtual/ArquivosPDF/DIS_MEST/DIS_MEST20040604_GIANI%20LETICIA%20MARIA%20CORDEIRO%20DE%20CAMPOS.pdf Acesso em: 25/10/2021.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6 ed. São Paulo: Atlas. 2008.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 7 ed. São Paulo: Atlas. 2019.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática**. Manual do professor. 6º ano. São Paulo: FTD. 4. ed. 2018a. Disponível em: https://issuu.com/editoraftd/docs/a_conquista-da-matematica-mp-6-divulgacao Acesso em: 15/08/2022.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática**. Manual do professor. 7º ano. São Paulo: FTD. 4. ed. 2018b. Disponível em: <https://issuu.com/editoraftd/docs/a-conquista-da-matematica-mp-7-divulgacao> Acesso em: 15/08/2022.

GITIRANA, V.; CARVALHO, J. B. P. A metodologia de ensino e aprendizagem nos livros didáticos de Matemática. In: **Matemática – Ensino Fundamental**. Brasília. Ministério da educação, Secretaria da Educação Básica. 2010. Coleção explorando o ensino. v. 17, 2010. pp. 31 – 52. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/component/docman/?task=doc_download&gid=7842&Itemid= Acesso em: 12/05/2023.

GODOY, Elenilton V. **Currículo, cultura e educação matemática: uma aproximação possível?**. 2011. Tese (Doutorado em Educação) – USP, São Paulo. 2011.

GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisas qualitativas em Ciências Sociais**. 8. Ed. Rio de Janeiro. Record. 2004.

GÓMEZ-CHACÓN, I. M. **La Tarea Intelectual en Matemáticas Afecto, Meta-afecto y los Sistemas de Creencias**. 2003. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, vol. X, n. 2, p. 225 – 247.

GÓMEZ-CHACÓN, I. M. **Procesos de aprendizaje en matemáticas con poblaciones de fracaso escolar en contextos de exclusión social: Las influencias afectivas em el conocimiento de las matemáticas**. Tese (Doutorado) – Universidad Complutense de Madrid, Faculdade de Educação. 1997.

GÓMEZ-CHACÓN, I. M. Epistemología personal y conocimiento matemático del professor. In: CARRILLO, José & CONTRERAS-GONZÁLEZ, Luis (Orgs). **Avances, utilidades y retos del modelo MTSK**. Actas de las III jornadas del seminario de investigación de didáctica de la matemática de la Universidade de Huelva. 2017, p. 48-67.

GÓMEZ, Luis Felipe. Las teorías implícitas de los profesores y sus acciones en el aula. 2008. **Revista Electrónica Sinéctica**. N. 30, p. 1-14. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Occidente. Jalisco, México. Disponível em: [file:///C:/Users/profw/Downloads/Las teorías implícitas de los profesores y sus a cc.pdf](file:///C:/Users/profw/Downloads/Las%20teorias%20implicitas%20de%20los%20profesores%20y%20sus%20a%20cc.pdf) Acesso em: 19/05/2021.

GOODSON, Ivor F. **Currículo: teoria e história**. Trad. Atílio Brunetta. 15ª ed. Petrópolis: Rio de Janeiro. Vozes, 2018.

GUEUDET, Ghislaine. **Mathematics teachers' work with curriculum resources**. 2017. Disponível em: <https://hal.science/hal-01662515/document> Acesso em: 17/09/2019.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Towards new documentation systems for mathematics teachers. **Educational Studies in Mathematics**, 71(3), p. 199–218. 2009. Disponível em: file:///C:/Users/profw/Downloads/Towards_new_documentation_systems_for_mathematics_.pdf Acesso em: 09/05/2023.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Do trabalho documental dos professores: gêneses, coletivos, comunidades: o caso da Matemática. 2015. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**. v. 6, n. 3. 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2243/1815> Acesso em: 09/05/2023.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. **Ressources en ligne et travail collectif enseignant: accompagner les évolutions de pratique**. 2010. Congrès Actualité de la Recherche en Education, Sep. Genève, Suisse. pp.1-10. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00591222/document> Acesso em: 29/06/2021.

GUIMARÃES, H. **Ensinar Matemática: Concepções e práticas** (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM. 1988.

GUIMARÃES, H. Concepções, crenças e conhecimento - afinidades e distinções essenciais. 2010. **Quadrante**. Lisboa. v. XIX, n. 2. p. 81 – 102. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/11019/1/ConcepCrenConhec_Quadrante_pp_81-102.pdf Acesso em: 20/01/2021

GUIN, D.; TROUCHE, L. **The Complex Process of Converting Tools into Mathematical Instruments. The Case of Calculators**. 1998. The International Journal of Computers for Mathematical Learning, v. 3, n. 3, p. 195-227. Disponível em: <file:///C:/Users/profw/Downloads/LT-2004.pdf> Acesso em: 29/06/2021.

GRUNDY, S. **Curriculum: Product or praxis**. Londres. Falmer Press. 1987.

HANDAL, B. **Philosophies and Pedagogies of Mathematics**. 2003. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/2877292_Philosophies_And_Pedagogies_Of_Mathematics Acesso em: 17/09/2019.

HARGREAVES, A. **Os professores em tempos de mudança: O trabalho e a cultura dos professores na idade pós-moderna**. Lisboa: McGraw-Hill, 1998.

JANUARIO, Gilberto. **Marco conceitual para estudar a relação entre materiais curriculares e professores de Matemática**. 2017. 194f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 2017.

JANUARIO, G.; LIMA, K.; MANRIQUE, A. L. A relação professor-materiais curriculares como temática de pesquisa em Educação Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v.19, n.3, pp.414-434, 2017. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/33697/pdf> Acesso em: 09/05/2023.

JANUARIO, G. Agência, affordance e a relação professor-materiais curriculares em Educação Matemática. **Ensino Em Re-Vista**, Uberlândia-MG, v. 27, n. 3, p. 1055–1076, set./dez., 2020. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/emrevista/article/view/54598/28902> Acesso em: 30/03/2023.

JAPIASSU, H. **Introdução ao pensamento epistemológico**. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1975.

JONNAERT, P.; ETTAYEBI, M.; DEFISE, R. **Currículo e competência**. Trad. Sandra Dias Loguércio. Porto Alegre: Artmed. 2010.

KATZ, L. G. **Dispositions as Educational Goals**. ERIC Digest. 1993. Disponível em: <http://ericae.net/edo/ED363454.htm>. Acesso em: 10/04/2021.

KLITZKE, Andresa. **Surgimento da definição de conhecimento como crença verdadeira justificada**. Gavagai, Erechim, v. 6, n. 2, p. 101-119, jul./dez. 2019. Disponível em: <file:///C:/Users/profw/Downloads/11650-Texto%20do%20artigo-42599-1-10-20200801.pdf> Acesso em: 25/01/2021.

KRAJCIK, J.; DELEN, I. The Benefits and Limitations of Educative Curriculum Materials. **Journal of Science Teacher Education**. 28:1, 1-10. 2017. Disponível em: https://pdfs.semanticscholar.org/d35b/45e7de1098061ec900ddb5f419468e731cbe.pdf?_ga=2.49061990.1502157504.1568731444-2100260742.1565147472. Acesso em: 17/09/2019.

KILIC, H. The nature of preservice teachers' pedagogical content knowledge. In: PYTLAK, SWOBODA, E. & ROWLAND, T. (Eds.). **Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education – CERME7**. pp. 2690-2696. 2011. Disponível em: http://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/WG/17a/CERME7_WG17A_Kilic.pdf. Acesso em: 26/08/2019.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

LEÃO, Lourdes Meireles. **Metodologia do Estudo e da Pesquisa: facilitando a vida dos estudantes, professores e pesquisadores**. Petrópolis: Vozes, 2016.

LESTER, F. K. Jr. Thoughts About Research On Mathematical Problem – Solving Instruction. **The Mathematics Enthusiast**. v. 10, n.1,2, pp.245-278, 2013. Disponível:

<https://scholarworks.umt.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1267&context=tme> Acesso em: 18/05/2023.

LIMA, I. **De la modélisation de connaissances des élèves aux décisions didactiques des professeurs: étude didactique dans le cas de la symétrie orthogonale**. Collection Universitaire. 1^a. ed. Paris: Edilivre Editions, 2009. v. 1. 392 p.

LIMA, I. Conhecimentos e concepções de professores de matemática: análises de sequências didáticas. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v.13, n.2, pp.359-385, 2011. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/6347/4984> Acesso em: 09/05/2023.

LIMA, Katia. **Relação professor-materiais curriculares em Educação Matemática: uma análise a partir de elementos dos recursos do currículo e dos recursos dos professores**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, PUC. 2017. 163 f. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/20006/2/K%c3%a1tia%20Cristina%20Lima%20Santana.pdf> Acesso em: 09/05/2023.

LIMA, Silvana Ferreira. **Relações entre professores e materiais curriculares no ensino de números naturais e sistema de numeração decimal**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). PUC. 2014. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/10995/1/Silvana%20Ferreira%20de%20Lima.pdf> Acesso em: 09/05/2023.

LITOLDO, B. F. **A contextualização e os níveis de demanda cognitiva de tarefas de Geometria presentes em Livros Didáticos de Matemática sob a perspectiva do Opportunity-to-Learn**. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP. Campinas/SP, 2021. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/363555> Acesso em: 29/11/2021.

LOPES, Antonio J. Base, que base? O caso da Matemática. In: CÁSSIO, Fernando e CASTELLI Jr., Roberto (Orgs). **Educação é a base? 23 educadores discutem a BNCC**. São Paulo: Ação educativa, 2019. p. 123-143.

LORENZATO, Sérgio. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 2. ed. rev. Campinas: São Paulo. Autores associados. 2009. (Coleção formação de professores).

LUCENA, R.; GITIRANA, V.; TROUCHE, L. **Teoria da orquestração instrumental: um olhar para a formação docente**. 2016. I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática realizado de 01 a 06 de novembro de 2016 Bonito - Mato Grosso do Sul – Brasil. Disponível em: <http://grupoddm.pro.br/wp-content/uploads/2020/05/LUCENA-GITIRANA-TROUCHE.pdf> Acesso em: 29/06/2021.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em Educação: Abordagens qualitativas**. 2. ed. Rio de Janeiro: E.P.U. 2020.

MACHADO, Nilson José. **Introdução: Currículos, fragmentação, ideias fundamentais.** 14 de out. 2015.

Disponível em: <<https://www.nilsonjosemachado.net/sementes-1-matematica-ideias-fundamentais/>>. Acesso em: 18 jul. 2022.

MACHADO, Nilson José. **Não é possível ensinar tudo: As virtudes das ideias fundamentais.** Youtube (3h17min), 27 mai. 2020. Publicado pela Cátedra de Educação Básica. Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v=GdQBxtVlwV0>>. Acesso em: 19 jul. 2022.

MACHADO, Nilson José. **O ensino com foco nas ideias fundamentais.** Youtube (1h30min), 06 jul. 2021. Publicado pelo Núcleo Pedagógico DEBIR. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=wnAiXAgMNLk>>. Acesso em: 19 jul. 2022.

MARCHESI, Álvaro. **O bem-estar dos professores: competências, emoções e valores.** 2008. Tradução: Naila Tosca de Freitas. Porto Alegre: Artmed.

MARGOLINAS, C. Situations, milieux, connaissances. Analyse de l'activité du professeur. In: DORIER, J. L. et al. (Org.) **Actes de la 11e École d'Été de Didactique des Mathématiques.** Grenoble: La Pensée Sauvage. 2002, p. 141-156.

MARGOLINAS, C. La situation du professeur et les connaissances en jeu au cours de l'activité mathématique en classe. In: SIMMT, E. e DAVIS, B. (Eds.). **Actes 2004 de la rencontre annuelle du groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques.** Edmonton: CMESG/GCEDM, 2005, p.1-12.

MARGOLINAS, C. **Connaissance et savoir. Concepts didactiques et perspectives sociologiques?** Revue française de pédagogie. [En ligne]. 188 | juillet-août-septembre. 2014. Disponível em: <file:///C:/Users/profw/Downloads/rfp-4530.pdf> Acesso em: 10/09/2021.

MARTINS, Ricardo Lisboa. **Concepções sobre a matemática e seu ensino na perspectiva de professores que ensinam matemática em licenciaturas de Alagoas.** 2012. Dissertação (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – UFPE, Recife. 2012.

MARTINS, P. B.; CURI, E.; SANTOS, C.A.P. **O Estado do Conhecimento sobre as pesquisas brasileiras que focalizam as relações estabelecidas entre professores da Educação básica com os materiais curriculares de Matemática.** Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.21, n.1, pp. 461-476. 2019.

MATOS, Daniel A.S.; JARDILINO, José R. L. **Os conceitos de concepção, percepção, representação e crença no campo educacional: Similaridades, diferenças e implicações para a pesquisa.** Educação & Formação, Fortaleza, v. 1, n. 3, p. 20-31, set./dez. 2016.

MATOS, J. Atitudes e concepções dos alunos: Definições e problemas de investigação. In M. Brown, D. Fernandes, J. F. Matos e J. P. Ponte (Eds.). **Educação**

e Matemática: Temas de investigação. (pp. 123-171). Lisboa: IIE e Secção de Educação e Matemática da SPCE. 1992.

MENEGHETTI, R. C. G.; TREVISANI, F. de Melo. Futuros matemáticos e suas concepções sobre o conhecimento matemático e seu ensino e aprendizagem. **Educ. Matem. Pesq.** São Paulo, v.15, n.1, pp.147-178. 2013.

MENEGHETTI, R. C. G.; BICUDO, I. Uma Discussão sobre a Constituição do Saber Matemático e seus Reflexos na Educação Matemática. **Bolema**. Rio Claro – SP, v. 16, n. 19, mai., 2003.

MENEZES, LUÍS. **Concepções e práticas de professores de matemática: contributos para o estudo da pergunta.** 1995. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa. Disponível em: [file:///C:/Users/profw/Downloads/Menezes_tese_mestrado_1995%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/profw/Downloads/Menezes_tese_mestrado_1995%20(1).pdf) Acesso em: 30/05/2021.

MERICHELLI, Marco Aurélio Jarreta. **Desenvolvimento profissional e implementação de material curricular: contribuições e desafios a serem enfrentados a partir da metodologia estudo de aula.** 2018. Tese (Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo. 2018. Disponível em: [file:///C:/Users/profw/Downloads/Tese_merichelli_-_v8-final.pdf%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/profw/Downloads/Tese_merichelli_-_v8-final.pdf%20(1).pdf) Acesso em: 28/10/2021.

MICOTTI, Maria Cecília de O. O ensino e as propostas pedagógicas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas.** São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 153-167.

MIGUEL, J. C. **A implementação curricular como uma ação cultural da escola.** Anais da XXVI Reunião Anual da ANPED. Poços de Caldas, MG. 2003.

MIGUEL, J. C. **O ensino de Matemática na perspectiva da formação de conceitos: implicações teórico-metodológicas.** Núcleos de Ensino: Artigos dos Projetos realizados em 2003. p.375-394, 2005.

MIZUKAMI, M. G. N. Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L. S. Shulman. **Educação**. Santa Maria, v. 29, n.2, p. 33-49, 2004. Disponível em: <https://periodicos.ufsm.br/reeducacao/article/view/3838/2204> Acesso em: 09/05/2023.

MOREIRA, Marco Antonio. Aprendizagem significativa crítica. **Versão revisada e estendida de conferência proferida no III Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa.** Lisboa, Peniche. 11 a 15 de setembro de 2000. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigcritport.pdf> Acesso em: 17/05/2023.

MOREIRA, Marco Antonio. Abandono da narrativa, ensino centrado no aluno e aprender a aprender criticamente. **Conferência proferida no II Encontro Nacional de Ensino de Ciências da Saúde e do Ambiente.** Niterói, 12 a 15 de maio de 2010.

VI Encontro Internacional e III Encontro Nacional de Aprendizagem Significativa. São Paulo, 26 a 30 de julho de 2010. Disponível em: <http://moreira.if.ufrgs.br/Abandonoport.pdf> Acesso em: 16/05/2023.

MORENO MORENO, M.; AZCÁRATE GIMÉNEZ. C. **Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales.** Enseñanza de las Ciencias, p. 265-280. 2003. Disponível em: <https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/21935/21769> Acesso em: 09/05/2023.

MORON, C. F.; BRITO, M. R. F. Atitudes e concepções dos professores da educação infantil em relação à Matemática, In BRITO (org). **Psicologia da Educação Matemática. Teoria e Pesquisa.** Florianópolis: Editora Insular, p.263-277, 2001.

MUHTAROM, Juniati, D., & SISWONO, T.Y.E. Examining Prospective Teacher Beliefs and Pedagogical Content Knowledge towards Teaching Practice. *In: Mathematics Class: A Case Study.* Journal on Mathematics Education, 10(2), p. 185-202. 2019.

MURPHY, D. **Martin Buber's philosophy of education.** Dublin: Irish Academic Press, 1988.

NACARATO, Adair Mendes; CUSTÓDIO, Iris Aparecida (org.). **O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico na Educação Básica: Compartilhando Propostas de Sala de Aula com o Professor que Ensina (Ensinará) Matemática.** Brasília. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. Vol. 12. (Coleção SBEM). Disponível em: <http://www.gestaouniversitaria.com.br/artigos/o-desenvolvimento-do-pensamento-algebrico-na-educacao-basica-compartilhando-propostas-de-sala-de-aula-com-o-professor-que-ensina-ensinara-matematica-resenha> Acesso em: 24/03/2023.

NERY, Márcia Oliveira. **Comprometimento, valores e crenças em escolas na Bahia: um estudo de caso da organização escolar.** 2005. Dissertação em Educação. Universidade Federal da Bahia, Faculdade de Educação, Bahia. Disponível em: <https://repositorio.ufba.br/ri/bitstream/ri/11900/1/Nery%2c%20Marcia.pdf> Acesso em: 11/01/2021.

OLIVEIRA, A. M. P.; BARBOSA, J. C. **Potencialidade de Materiais Curriculares Educativos para a Componente Curricular Prática de Ensino.** Educação Matemática em Revista, Brasília, n.49B, p.116-123, abr. 2016. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/311257357_Potencialidade_de_Materiais_Curriculares_Educativos_para_a_Componente_Curricular_Pratica_de_Ensino_Artigo_Teorico#fullTextFileContent Acesso em: 24/03/2023.

OLIVEIRA, H.; PONTE, J. P. **Investigação sobre concepções, saberes e desenvolvimento profissional dos professores de matemática.** Actas do SIEM VII. p. 3 – 23. Lisboa: APM. Disponível em: [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/97-Oliveira-Ponte%20\(SIEM\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/97-Oliveira-Ponte%20(SIEM).pdf) Acesso em: 09/05/2021.

OLIVEIRA, Ivanilde Apoluceno de. **Epistemologia e educação: bases conceituais e racionalidades científicas e históricas.** Petrópolis: Vozes, 2016.

OLIVEIRA, Mateus Souza. Dificuldades na aprendizagem de trigonometria: reflexos da educação básica no ensino superior. **INTERMATHS**, Bahia, v. 2, n. 2, p. 140-155, jul.-dez., 2021. Disponível em: <<https://periodicos2.uesb.br/index.php/intermaths/article/view/8529/6472>> . Acesso em: 09 ago. 2022.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-aprendizagem em matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. **Grupo de trabalho e Estudos em Resolução de problemas**. Intermaths. V. 3, n. 1, jan.-jun. 2022, p. 8 – 16. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/index.php/intermaths/article/view/11037/6907> Acesso em: 17/12/2022.

PACHECO, J. A. **Currículo: teoria e prática**. Porto: Porto Editora, 2001.

PACHECO, Débora R. **O uso de materiais curriculares de matemática por professores dos anos iniciais do ensino fundamental para o tema espaço e forma**. 174 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática). PUC. 2015. Disponível em: <https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/11024> Acesso em: 24/03/2023.

PACHECO, Débora R.; PIRES, Célia Maria C. Impactos de materiais curriculares na prática do professor que ensina Matemática nos anos iniciais. **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v.10, n. 2, p. 227-242. 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2015v10n2p227/31156> Acesso em: 09/05/2023.

PAGLIARINI, Thaís Ribeiro. **Situação-problema: representações de acadêmicos do curso de licenciatura em matemática da UFSM**. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul. Disponível em: <https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/7201/ribeiro.pdf?sequence=1&isAllowed=y> Acesso em: 08/12/2021.

PALANCH, W.B.L.; PIRES, C.M.C. Um Panorama das Pesquisas Centradas nas Implementações e Organizações Curriculares no período de 1987 a 2012. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v.19, n.3, p.105-130, 2017. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/33004/pdf> Acesso em: 09/05/2023.

PALANCH, W.B.L.; PIRES, C.M.C. Um Panorama das Pesquisas Centradas nos Currículos Praticados na Educação Básica Brasileira na Área da Educação Matemática no período de 1987 a 2012. **Revista e-Curriculum**, São Paulo, v.17, n.1, p. 51-78 jan.-mar. 2019. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/curriculum/article/view/29484/28063> Acesso em: 13/02/2023.

PALANCH, W. B. L. **Mapeamento de Pesquisas sobre Currículos de Matemática na Educação Básica Brasileira (1987 a 2012)**. 2016. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/18953> Acesso em: 09/05/2023.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. 1993. **Revista Zetetiké**. v. 1 n. 1. jan.-dez. Ano 1. Disponível em: <file:///C:/Users/profw/Downloads/8646822-Texto%20do%20artigo-20915-1-10-20160923.pdf> Acesso em: 19/06/2021.

PEREZ, Geraldo. Formação de professores de matemática sob a perspectiva do desenvolvimento profissional. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 263-282.

PERNAMBUCO. **Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de apud: Matemática**. Secretaria de Educação: Recife. 2008. 134p.

PERNAMBUCO. **Parâmetros Curriculares**. Pernambuco: Secretaria de Educação, 2012.

PERNAMBUCO. **Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio**. Pernambuco: Secretaria de Educação, 2012.

PERNAMBUCO. **Currículo de Pernambuco: Ensino Fundamental**. Secretaria de Educação e Esportes, União dos Dirigentes Municipais de Educação. Recife. 2019a. 606p. Disponível em: <http://www.educacao.pe.gov.br/portal/?pag=1&cat=18&art=4419>>. Acesso em: 09 ago. 2022.

PERNAMBUCO. **Orientações metodológicas: Matemática (Ensino Fundamental) – Fascículo I**. Secretaria de Educação e Esportes, União dos Dirigentes Municipais de Educação. Recife. 2019b. 90p. Disponível em: <http://www.educacao.pe.gov.br/portal/?pag=1&cat=18&art=4419>>. Acesso em: 09 ago. 2022.

PERNAMBUCO. **Orientações metodológicas: Matemática (Ensino Fundamental) – Fascículo II**. Secretaria de Educação e Esportes, União dos Dirigentes Municipais de Educação. Recife. 2020. 122p. Disponível em: <http://www.educacao.pe.gov.br/portal/?pag=1&cat=18&art=4419>>. Acesso em: 09 ago. 2022.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Portaria 858, de 02 de fevereiro de 2018. fasc**

PERRENOUD, P. **Ofício de Aluno e Sentido do Trabalho Escolar**. Porto: Porto Ed., 1995.

PHILIPP, Randolph A. Mathematics teachers' beliefs and affect. *In*: F. K. Lester (Ed.), **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**. Reston: National Council of Teachers of Mathematics. 2007, p. 257-315. Disponível em:

<https://pdfs.semanticscholar.org/cc97/d945ffe40c81f10aff41a825296a24caa30a.pdf>.

Acesso em: 17/09/2019.

PIRES, Célia Maria C. Educação Matemática e sua Influência no Processo de Organização e Desenvolvimento Curricular no Brasil. **Bolema**. Rio Claro, Ano 21, n. 29, p.13-42, 2008.

Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/2912/291221870003.pdf> Acesso em: 12/05/2023.

PIRES, Célia Maria C. Pela criação de um grupo de trabalho sobre currículos de Matemática, no Sipem. *In*: **V SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**. Petrópolis: Anais, 2012.

PIRES, C. M. C. ; CURI, E. Relações entre professores que ensinam matemática e prescrições curriculares. **REnCiMa**. v.4, n. 2, jul.-dez., p. 57-74, 2013. Disponível em:

<https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/825/695>

Acesso em: 09/05/2023.

PIRES, C. M. C., PACHECO, D. R. Impactos de materiais curriculares na prática do professor que ensina Matemática nos anos iniciais. **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v.10, n. 2, p. 227-242, 2015.

Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2015v10n2p227/31156> Acesso em: 12/05/2023.

PONTE, J. **Concepções dos professores de Matemática e processos de formação**. Educação e Matemática: Temas de investigação. pp. 186-239. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. 1992. Disponível em:

<https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/2985/1/92-Ponte%20%28Concep%3%a7%3%b5es%29.pdf> Acesso em: 25/01/2021.

PONTE, J. **Professores da Matemática: das concepções aos saberes profissionais**. 1993. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10451/4523> Acesso em: 27/10/2018.

PONTE, J. **Mathematics teachers' professional knowledge**. En J.P. Ponte, &J.F. Matos (Eds.). Actas del PME 18, vol 1, p. 195-210. Lisboa. 1994a. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/12424213.pdf> Acesso em: 07/02/2021.

PONTE, J. **Knowledge, beliefs, and conceptions in mathematics teaching and learning**. 1994b. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos-por-temas.htm#Concepcoes,%20conhecimento%20profissional%20e%20praticas%20profissionais> Acesso em: 09/05/2021.

PONTE, J. **Las creencias y concepciones de maestros como un tema fundamental en formación de maestros**. 1999. Disponível em:

<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/DOCS-SP/Las%20creencias.pdf> Acesso em: 09/05/2021.

PONTE, J. Gestão curricular em Matemática. *In* GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM. 2005. p. 11-34. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/242643133_Gestao_curricular_em_Matematica Acesso em: 13/06/2021.

PONTE, J. Tarefas no ensino e na aprendizagem matemática. *In*: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Coleção Encontros de Educação. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. 2014. pp. 13 – 27. Disponível em: <http://www.ie.ulisboa.pt/publicacoes/ebooks/praticas-profissionais-dos-professores-de-matematica> Acesso em: 20/10/2022.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. **Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes**. Tradução de Antônio Olímpio Junior. *Bolema*, v. 17, p. 81-140, 2004. Disponível em: <file:///C:/Users/profw/Downloads/10538-Texto%20do%20artigo-56299-1-10-20150911.pdf> Acesso em: 02/11/2021.

RABARDEL, Pierre. **Les hommes et les Technologies: Approche cognitive des instruments contemporains**. Armand Colin. 239p. 1995. hal-01017462. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01017462/document> Acesso em: 19/06/2021.

RÊGO, Rogéria Gaudencio; RÊGO, Rômulo Marinho. **MATEMATICATIVA**. 3. Ed. São Paulo: Editora Autores Associados, 2009. (Coleção formação de professores).

REMILLARD, J. Examining Key Concepts in Research on Teachers' Use of Mathematics Curricula. **Review of Educational Research Summer**. 2005. v. 75, n. 2, p. 211–246. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/240723603_Examining_Key_Concepts_in_Research_on_Teachers'_Use_of_Mathematics_Curricula Acesso em: 09/05/2023.

REMILLARD, J. Considering What We Know About the Relationship Between Teachers and Curriculum Materials (Part II Commentary). *In*: REMILLARD, J. T; HERBEL-EISENMANN, B. A.; LLOYD, G. M.; (Org.). **Mathematics Teachers at Work: Connecting curriculum materials and classroom instruction**. New York: Taylor & Francis. 2009.

REMILLARD, J. Modes of engagement: understanding teachers' transactions with mathematics curriculum resources. *In*: G. Gueudet, B. Pepin & L. Trouche (Org.). **Mathematics Curriculum Material and Teacher Development: from text to 'lived' resources**. New York: Springer. 2012, p. 105-122.

REMILLARD, J. Mapping the Relationship Between Written and Enacted Curriculum: Examining Teachers' Decision Making. *In*: KAISER, G. *et al.* (eds.). **Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education, ICME-13 Monographs**. Springer open. Hamburg, 2018. Disponível em: <file:///C:/Users/profw/Downloads/Mapping%20the%20Relationship%20Between%20>

[Written%20and%20Enacted%20Curriculum%20-%20Janine%20Remillard%20IMCE-481-498.pdf](#) Acesso em: 27/06/2021.

REMILLARD, J. ; KIM, O. K. A Framework for Analyzing Elementary Mathematics Curriculum Materials. *In*: REMILLARD, J. e KIM, O. K. (Org.). **Elementary Mathematics Curriculum Materials: Designs for Student Learning and Teacher Enactment**. Research in Mathematics Education. Series Editors: Jinfa Cai · James A. Middleton. Springer. 2020. p. 1-25.

RIBEIRO, W. C.; LOBATO, W.; LIBERATO, R. C. Paradigma tradicional e paradigma emergente: algumas implicações na educação. **Rev. Ensaio**. Belo Horizonte. v.12, n.1, p.27-42. jan-abr. 2010.

RICHARDSON, V. **Conducting research on practice**. Educational Researcher. 1994. v. 23, n. 5, jun.-jul. p. 5-10. Disponível em: [file:///C:/Users/profw/Downloads/Conducting Research on Practice.pdf](file:///C:/Users/profw/Downloads/Conducting%20Research%20on%20Practice.pdf) Acesso em: 19/05/2021.

RODRIGUES, M. U. (Org.). **Análise de conteúdo em pesquisas qualitativas na área da educação matemática**. Curitiba: CRV, 2019.

ROLKOUSKI, Emerson; FELICIANO, Michelle Tais Faria. **Entre o currículo prescrito e o currículo em ação: como professoras do 3º ano justificam as diferenças em sua prática docente?** Acta Scientiae, v.19, n.6, p. 870 – 888, nov./dez. 2017. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/3159/2712#> Acesso em: 13/02/2023.

ROSA, Carlos Augusto de Proença. **História da ciência: a ciência moderna**. 2. ed. — Brasília, FUNAG, 2012. Disponível em: [http://funag.gov.br/loja/download/1020-Historia da Ciencia - Vol.II Tomo I - A Ciencia Moderna.pdf](http://funag.gov.br/loja/download/1020-Historia_da_Ciencia_-_Vol.II_Tomo_I_-_A_Ciencia_Moderna.pdf) Acesso em: 28/01/2021.

ROS GARRIDO, A. **Teorías implícitas y concepciones de planificaciones en la Formación Profesional para el Empleo. Análisis en la provincia de Valencia**. 2014. Tesis doctorado. Universitat de València: Valencia. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/71034082.pdf> Acesso em: 19/05/2021.

ROSSINI, Renata. **Saberes docentes sobre o tema função: uma investigação das praxeologias**. 2006. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/11099/1/Renata%20Rossini.pdf> Acesso em: 12/05/2023.

RUIZ, L. **Concepciones de los alumnos de secundaria sobre la noción de función**. Tese de doutorado. Universidade de Granada. 1994.

RULE, I. **A philosophical inquiry into the meaning of curriculum**. Tese de doutorado. New York University, 1973.

SÁ, L.C., JORDANE, A.; GIRALDO, V. **De instrumentos do trabalho a recursos didáticos para aulas de Matemática: experiências em e para cursos técnicos.** Acta Sci. (Canoas), 23(2), 136-161, Mar./Apr. 2021

SACRISTÁN, J. G. **O currículo: uma reflexão sobre a prática.** Porto Alegre: Artmed, 2000.

SACRISTÁN, J. G. (Org.) **Saberes e incertezas sobre o currículo.** Trad. Alexandre Salvaterra. Porto Alegre: Penso. 2013.

SACRISTÁN, José Gimeno; GÓMEZ, Ángel I. Pérez. **Compreender e Transformar o Ensino.** 4. ed. [S. L.]: Artmed, 1998. 400 p. Tradução de: Ernani F. da Fonseca Rosa.

SÁENZ, C.; LEBRIJA, A. La formación continua del profesorado de matemáticas: una practica reflexiva para una enseñanza centrada en el aprendiz. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.** Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. 2014. v. 17, n. 2, p. 219-244. 2014. Disponível em: <https://www.redalyc.org/journal/335/33531649005/html/> Acesso em: 15/05/2023.

SANTOS, B. S. **Um discurso sobre as ciências.** 9. ed. Porto, Afrontamento. 1997.

SANTOS, L.; VAZ, L. Concepções de professores de matemática em Portugal – um olhar a partir do ensino por competências. **Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT.** Florianópolis, v. 16, p. 01-20, jan./dez., 2021. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/75559/45766> Acesso em: 09/05/2023.

SANTOS, L. **A prática lectiva como actividade de resolução de problemas: um estudo com três professoras do ensino secundário.** 881 f. Tese de doutorado (Departamento de Educação da Faculdade de Ciências). Universidade de Lisboa. 2000. Disponível em: file:///C:/Users/profw/Downloads/ulfp036867_td.pdf. Acesso em: 03/05/2021.

SANTOS, Adriana Cavalcanti Dos; SOUZA, Silvana Paulina; ALVES, Vanessa da Silva; CUSATI, Iracema Campos; GUERRA, Maria Das Graças Gonçalves Vieira. Letramento e Alfabetização em matemática: entre concepções e prescrição curricular. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 11, n. 6, p. 462-480, out-dez, 2020. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2585/1382>. Acesso em: 06 out. 2022.

SCHEINER, T.; MONTES, M. A.; GODINO, J. D.; CARRILLO, J.; Pino-Fan, L. **What Makes Mathe-matics Teacher Knowledge Specialized? Offering Alternative Views.** 2017. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/320121580_What_makes_mathematics_teacher_knowledge_specialized_Offering_alternative_views Acesso em: 27/08/2019.

SCHOENFELD, A. **Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics**. Em D. A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning. pp. 334-370. New York: MacMillan. 1992. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/289963462_Learning_to_think_mathematically_Problem_solving_metacognition_and_sense_making_in_mathematics Acesso em: 12/05/2023.

SCHUBRING, Gert. O primeiro movimento internacional de reforma curricular em matemática e o papel da Alemanha. In: VALENTE, Wagner R (Org.). **Euclides Roxo e a modernização do ensino da matemática no Brasil**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2004. p. 11-43.

SEGURADO, I.; PONTE, J. P. **Concepções sobre a matemática e trabalho investigativo**. Quadrante, v. 7, n. 2, p. 5-40. 1998. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/view/22710/16777> Acesso em: 09/05/2021.

SERRAZINA, Lurdes. Resolução de problemas e formação de professores: Um olhar sobre a situação em Portugal. In: ONUCHIC, L., JÚNIOR, L. e PIRONEL, M. (Orgs.). **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

SHULMAN, L. S. Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. **Source: Educational Researcher**. v. 15, n. 2, p. 4-14. 1986. Disponível em: <https://www.wcu.edu/webfiles/pdfs/shulman.pdf> Acesso em: 26/08/2019.

SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, Cambridge, v. 57, n. 1, p.1–22, 1987.

SHULMAN, L. S. Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma. Tradução de Leda Beck e revisão técnica de Paula Louzano. **Cadernos cenpec**. São Paulo, v.4, n.2, p.196-229, dez. 2014. Disponível em: <https://pdfs.semanticscholar.org/5233/42637061d788ffdefc31f108c6e3369b8e7a.pdf> Acesso em: 09/05/2023.

SILVA, Fabiany de Cássia Tavares. Cultura Escolar: quadro conceitual e possibilidades de pesquisa. **Educar**, Curitiba, n. 28, p. 201-216, 2006. Editora UFPR. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/er/n28/a13n28.pdf> Acesso em: 11/01/2021.

SILVA, J. J. Filosofia da Matemática e Filosofia da Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 45-58.

SILVA, J. J. **Filosofias da matemática**. São Paulo. Ed. UNESP. 2007.

SILVA, Marcelo N.; ALMOULOU, Saddy A. Educação Comparada: uma análise dos Currículos prescritos de Matemática de Brasil e México. **Educ. Matem. Pesq.** São Paulo, v.19, n.3, p. 328-352. 2017. Disponível em:

https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/33315/pdf_1 Acesso em: 12/05/2023.

SILVA, M.N.; BUENO, Simone (Orgs). **Estudos sobre currículos na educação matemática**. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2021.

SILVA, Márcio Antônio da. **Currículos de Matemática no Ensino Médio: em busca de critérios para escolha e organização de conteúdos**. 2009. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 2009. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11393> Acesso em: 09/05/2023.

SILVA, Márcio Antônio da. Contribuições Contemporâneas para as Discussões Curriculares em Educação Matemática: a teoria crítica pós-moderna. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**. v. 6, n.1, p. 205-233, abril 2013. ISSN 1982-5153. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37943/28971> Acesso em: 12/05/2023.

SILVA, Tomaz Tadeu da. **Documentos de identidade: uma introdução às teorias do currículo**. 3. Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 13, n. 14, p. 66-91. 2000. Disponível em: <file:///C:/Users/profw/Downloads/10635-Texto%20do%20artigo-56700-1-10-20150918.pdf> Acesso em: 08/12/2021.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à educação matemática crítica**. Trad. Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas, SP: Papirus, 2014. (Perspectivas em educação matemática – SBEM)

SMITH, M. S.; STEIN, M. K. Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. **Mathematics Teaching in the Middle School** 3, v. 3(5), p. 344–350, 1998. Disponível em: <http://mathedseminar.pbworks.com/w/file/attach/92864991/Smith%20and%20Stein%20-%201998%20-%20Selecting%20and%20Creating%20Mathematical%20Tasks%20From%20Re.pdf> Acesso em: 08/12/2021.

SOARES, M. C. R. A.; JANUARIO, G.; SANTOS, F. A. **Materiais curriculares de Matemática na pesquisa brasileira: panorama dos conceitos, definições e sua relação com os professores**. Educação Matemática em Revista, Brasília, v. 25, n. 69, p.33-52, out.-dez. 2020. Disponível em: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/revista/index.php/emr/article/view/2456/1854> Acesso em: 01/02/2021.

STEIN, M. K.; KIM, G. The Role of Mathematics Curriculum Materials in Large-Scale Urban Reform: An Analysis of Demands and Opportunities for Teacher Learning. In: REMILLARD, J. T; HERBEL-EISENMANN, B. A.; LLOYD, G. M.; (Ed.), **Mathematics Teachers at Work: Connecting curriculum materials and classroom instruction**. New York: Taylor & Francis, 2009. p. 37-55.

STEINER, Hans-Georg. **Aspectos filosóficos e epistemológicos da matemática e sua interação com a teoria e prática em educação matemática**. Tradução: Marluce Alves dos Santos e Saddo Ag Almouloud. Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT, Florianópolis, v. 16, p. 01-16, jan./dez., 2021. Disponível em: <file:///C:/Users/profw/Downloads/78859-Texto%20do%20Artigo-291568-1-10-20210306.pdf> Acesso em: 08/12/2021.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. 2008. Petrópolis: Editora Vozes.

TEIXEIRA, João Tiago. **Mudança de concepções dos professores**. 2004. Instituto Piaget.

THOMPSON, A. G. **Teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching: three case studies**. 1982. Doctoral dissertation, Georgia: Athens.

THOMPSON, A. G. **Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research**. In D. A. Grouws (Ed.), Handbook of research in mathematics teaching and learning. New York, NY: Macmillan. 1992.

THOMPSON, A. G. A relação entre concepções de matemática e de ensino de matemática de professores na prática pedagógica. **ZETETIKÉ**. Campinas (SP), v. 5, n. 2. jul.-dez.1997. p.11-28. Trad. Gilberto F. A de Melo e Tadeu Oliveira Gonçalves. Primeira parte. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646845/13746> Acesso em: 09/05/2021.

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva. **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais: a Pesquisa Qualitativa em Educação – O Positivismo, A Fenomenologia, O Marxismo**. 5 ed. 18 reimpr. São Paulo: Atlas, 2009. 175p.

UNESCO. **Declaração Mundial sobre Educação para Todos: satisfação das necessidades básicas de aprendizagem**. Jomtien, Thailand, 1998. Disponível em: <https://www.unicef.org/brazil/declaracao-mundial-sobre-educacao-para-todos-conferencia-de-jomtien-1990> Acesso em: 12/05/2023.

VALE, I. Resolução de problemas e formação de professores: Um olhar sobre a situação em Portugal. In: ONUCHIC, L., JÚNIOR, L. e PIRONEL, M. (Orgs.). **Resolução de Problemas Um Tema em contínua Discussão: vantagens das Resoluções Visuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

VALENTE, Wagner Rodrigues (Org). **Euclides Roxo e a modernização do ensino da matemática no Brasil**. Ed. Universidade de Brasília. 2004a, 180p.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Livros didáticos de matemática e as reformas Campos e Capanema**. Palestra proferida no VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. 2004b. Disponível: <http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/15/PA04.pdf> Acesso: 16/06/2021.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Osvaldo Sangiorgi e o movimento da matemática moderna no Brasil. **Rev. Diálogo Educ.** Curitiba, v. 8, n. 25, p. 583-613, set./dez. 2008. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/38424045.pdf> Acesso em: 12/05/2023.

VALLE, Júlio César Augusto. Apontamentos sobre as ausências da Base Nacional Comum Curricular de Matemática. **Revemop**. Ouro Preto, Brasil, v. 3, e202122, p. 1-26, 2021. Disponível em: <https://periodicos.ufop.br/revemop/article/view/4847/3820> Acesso em: 18/11/2021.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental: Formação de Professores e Aplicações em Sala de Aula**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VARELA, Bartolomeu Lopes. **O Currículo e o Desenvolvimento Curricular: Concepções, Práxis e Tendências**. Praia: Edições Uni-CV, 2013. Disponível em: https://bartvarela.files.wordpress.com/2013/06/o_curriculo_e_o_developimento_curricular.pdf Acesso em: 12/05/2023.

VAZ, Leonardo José Leite da Rocha. **ENSINO POR CONTEÚDOS versus ENSINO POR COMPETÊNCIAS: Concepções pedagógicas dos professores de matemática do Colégio Militar de Porto Alegre**. Tese (Doutorado em educação). 2019. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade de Educação. 2019. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/200087> Acesso em: 05/06/2021.

VECE, Janaina Pinheiro; CURI, Edda; SANTOS, Cintia A. B. **Currículos de Matemática: análise das orientações didáticas sobre as grandezas e medidas no Ciclo de Alfabetização**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.19, n. 3, pp.302-327. 2017. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/33312/pdf> Acesso em: 12/05/2023.

VERGNAUD, G. **The theory of conceptual fields**. Human development. v. 52, n. 2, p. 83-94. 2009. Disponível em: <http://www.each.usp.br/cmapping/iiciclo/artigo-marco.pdf>. Acesso em: 29/06/2021.

VESGA-BRAVO, G. J.; ANGEL-CUERVO, Z. B. **Contraste entre la práctica y las creencias epistemológicas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Un estudio de casos con docentes de matemáticas en formación**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 35, n. 70, p. 637-663, ago. 2021. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/zfrqjbfk99FjTP74JzdRZh/?format=pdf&lang=es>. Acesso em: 04/11/2021.

VILA, Antoni; CALLEJO, María Luz. **Matemática para aprender a pensar: o papel das crenças na resolução de problemas**. Trad. Ernani Rosa. Porto Alegre – Artmed, 2006. 212 p.

WERNECK, Arlete Petry. **Euclides Roxo e a Reforma Francisco Campos: A gênese do primeiro programa de ensino de matemática brasileiro**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). 2003. Pontifícia Universidade Católica – São Paulo (PUC-SP). Disponível em:

https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/11192/1/dissertacao_arlete_terra.pdf

Acesso em: 16/06/2021.

WINOGRAD, K. **Children's mathematical beliefs**. Mathematics Teaching, 137, pp. 33-37. 1991.

WOLFRAM, C. **Teaching kids real math with computers**. Youtube (19min19s), 15 nov. 2010. Publicado por TED Talks. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=60OVlfAUPJg> Acesso em: 11 mai. 2023.

YIN, Robert K. **Pesquisa qualitativa: do início ao fim**. Trad. Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2016.

YOUNG, M.; WHITTY, G. **Society, State and Schooling**. Lewes: Falmer Press, 1977.

ZIMER, Tania Teresinha Bruns. **Aprendendo a ensinar matemática nas séries iniciais do ensino fundamental**. Tese (Doutorado em Educação). 2008. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-24062008-162627/pt-br.php> Acesso em: 12/05/2023.

ZOCOLOTTI, A. K. **Concepções sobre os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática: um estudo de caso com professores graduados em áreas afins**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). 2015. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11050> Acesso em: 12/05/2023.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DE SELEÇÃO DE PROFESSORES: 1ª FASE

1. NOME
2. E-MAIL
3. TELEFONE PARA CONTATO
4. QUANTO TEMPO ATUA COMO PROFESSOR DE MATEMÁTICA?

☐ ATÉ 5 ANOS ☐ ENTRE 5 E 10 ANOS ☐ ENTRE 10 E 15 ANOS ☐ ENTRE 15 E 20 ANOS ☐ MAIS DE 20 ANOS
5. FORMAÇÃO ACADÊMICA ☐ LECENCIATURA/BACHARELADO EM MATEMÁTICA ☐ MESTRADO EDUCAÇÃO/MATEMÁTICA ☐ DOUTORADO EDUCAÇÃO/MATEMÁTICA ☐ PÓS-DOUTORADO EDUCAÇÃO/MATEMÁTICA ☐ OUTRA
6. NOME DA ESCOLA ESTADUAL QUE LECIONA
7. ANO ESCOLAR QUE ATUA. PODE SER MAIS DE UM. ☐ 6° ANO ☐ 7° ANO ☐ 8° ANO ☐ 9° ANO
8. QUAL FORMATO QUE SUA ESCOLA ESTÁ ADOTANDO PARA AS AULAS? ☐ TOTALMENTE PRESENCIAL COM TODOS OS ALUNOS ☐ TOTALMENTE PRESENCIAL COM RODÍZIO DE ALUNOS ☐ TOTALMENTE ON-LINE ☐ HÍBRIDO, COM PARTE DOS ALUNOS PRESENCIAL E PARTE ON-LINE
9. SUA ESCOLA ADOTA LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA? SE SIM, AUTOR(ES)/NOME DA COLEÇÃO. CASO CONTRÁRIO, ESCREVA NÃO.
10. O QUE VOCÊ CONSIDERA UM BOM LIVRO DE MATEMÁTICA? VOCÊ PODE MARCAR MAIS DE UMA AFIRMATIVA. ☐ APRESENTA SEMPRE UM TEXTO INTRODUTÓRIO AO INICIAR UM CONTEÚDO NOVO. ☐ APRESENTA SEMPRE EXEMPLOS SEGUIDOS DE EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO. ☐ APRESENTA O PASSO-A-PASSO PARA A RESOLUÇÃO DOS EXERCÍCIOS. ☐ APRESENTA UM PROBLEMA PARA INTRODUIR O CONTEÚDO. ☐ APRESENTA ORIENTAÇÕES SOBRE COMO INTRODUIR OS CONTEÚDOS. ☐ APRESENTA SUGESTÕES DE AVALIAÇÃO. ☐ APRESENTA ATIVIDADES COM DIVERSOS GRAUS DE DIFICULDADE. ☐ APRESENTA QUESTÕES DE EXAMES/VESTIBULARES. ☐ APRESENTA UM NÚMERO GRANDE DE EXERCÍCIOS. ☐ APRESENTA TODOS OS CONTEÚDOS DO ANO ESCOLAR.
11. O PROFESSOR PRECISA EXPLICAR BEM O ASSUNTO PARA QUE OS ALUNOS SEJAM CAPAZES DE REPRODUZIR RAPIDAMENTE O QUE FOI ENSINADO, OBTENDO ASSIM RESPOSTAS CORRETAS (ESCALA LIKERT)

12. O PROFESSOR DEVE TRANSMITIR, DE FORMA SIMPLES, UM CONTEÚDO DE MATEMÁTICA LANÇANDO MÃO DE DEFINIÇÕES, COMPARAÇÕES, EXEMPLOS PRÁTICOS (ESCALA LIKERT)
13. O PROFESSOR É O GUIA, O CONDUTOR, O ORIENTADOR À MEDIDA QUE VAI APRESENTANDO O CONTEÚDO AOS ALUNOS AOS POUCOS (ESCALA LIKERT)
14. PARA ENSINAR MATEMÁTICA BASTA O PROFESSOR DOMINAR A MATÉRIA (ESCALA LIKERT)
15. O ENSINO DE MATEMÁTICA DEVE VALORIZAR A RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS PARA QUE O ALUNO SEJA CAPAZ DE RESOLVER PROBLEMAS (ESCALA LIKERT)
16. OS CONTEÚDOS SÃO ORGANIZADOS EM PASSOS SEQUENCIAIS, COMO NUMA INSTRUÇÃO PROGRAMADA, DE “FAZER ESSE PARA RESPONDER AQUELE” (ESCALA LIKERT)
17. A AULA SE CARACTERIZA PELA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA OS QUAIS NÃO TEM SOLUÇÃO PRONTA, A FIM DE QUE OS ESTUDANTES DESENVOLVAM SUA AUTONOMIA FAZENDO MATEMÁTICA (ESCALA LIKERT)
18. OS CONTEÚDOS ASSUMEM UM CARÁTER CENTRAL NAS AULAS DE MATEMÁTICA DE MODO QUE A ÊNFASE DEVE SER NO USO PRECISO DA LINGUAGEM, NO RIGOR, NAS JUSTIFICATIVAS E NAS DEFINIÇÕES (ESCALA LIKERT)
19. OS CONTEÚDOS SÃO CONSTRUÍDOS PELOS ESTUDANTES A PARTIR DE UM PROCESSO DE CONSTANTE REFLEXÃO E ANÁLISE (ESCALA LIKERT)
20. A MATEMÁTICA É UMA DISCIPLINA EXATA, LÓGICA, LIVRE DE CONTRADIÇÃO, TENDO AS TAREFAS UMA ÚNICA RESPOSTA (ESCALA LIKERT)

PARA AS QUESTÕES 11 A 20.

PARA CADA UMA DAS AFIRMAÇÕES ABAIXO, ASSINALE SEU GRAU DE CONCORDÂNCIA COM A AFIRMAÇÃO, SENDO:

- (1) DISCORDO TOTALMENTE.
- (2) DISCORDO PARCIALMENTE.
- (3) NÃO CONCORDO NEM DISCORDO.
- (4) CONCORDO PARCIALMENTE.
- (5) CONCORDO TOTALMENTE.

APÊNDICE B – PERGUNTAS DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA

Temas abordados na entrevista	Perguntas
Formação e aspectos profissionais	1. Como se deu sua escolha profissional?
	2. Qual sua formação? Em qual instituição você se formou? Em que ano?
	3. Quanto tempo atua como professor(a)? E no Estado de PE?

	4. Além da graduação, você possui mais algum curso? Se sim, qual?
	5. O Estado tem formação continuada para os professores de matemática. (Se participa) Você pode descrever como as formações ocorrem?
	6. Você sempre atuou como professor(a) no Estado ou já desempenhou outras funções?
Organização dos conteúdos curriculares	1. Você teve algum tipo de envolvimento no processo de construção do Currículo de PE? Se sim, como você participou? Se não, por que não participou?
	2. Os professores de matemática precisam preencher o <i>SIEPE Diário de Classe</i> com informações como frequência e conteúdos curriculares ministrados. Segundo o site da SEDUC essa tecnologia vem para “facilitar a rotina do professor”. Qual sua opinião sobre essa “facilidade”?
	3. As unidades temáticas/objetos de conhecimento/habilidades do Currículo de Pernambuco foram organizadas em bimestres (<i>Organizador Curricular por Bimestre</i>). Você considera essa organização bimestral adequada para o desenvolvimento dos assuntos de matemática? Por quê?
	4. Existe possibilidade (autorizada pela SEDUC/PE) de modificar a ordem da sequência do <i>Organizador</i> , bem como existe a possibilidade de incluir ou retirar alguma habilidade/objeto de conhecimento? Se não, como você lida com isso?
Habilidade	1. O que você compreende da habilidade (EF06MA14PE)? Você pode dar algum exemplo de tarefa?
	2. Por que o Currículo de PE considera que a habilidade (EF06MA14PE) é essencial para a aprendizagem matemática do estudante?
	3. Você concorda que ela é essencial?
	4. Houve algum tipo de organização (planejamento) de sua parte para a discussão da habilidade (EF06MA14PE)? Se sim, como foi? Algum material foi consultado? Se sim, qual/quais?
Livro didático	1. Você participou da escolha do LD? Se sim, como ela ocorreu?
	2. Você votou a favor no LD adotado? Se não, qual você escolheu e por quê?
	3. Em sua opinião, o LD adotado contempla a habilidade (EF06MA14PE)? Por quê?
	4. Você costuma usar livro didático/material curricular para ensinar os conteúdos curriculares? Por quê?
	5. Tem alguma atividade, projeto ou qualquer outra parte do LD adotado que você geralmente ignora/não lê?
	6. Por que você escolheu essas questões do LD para aplicar na aula?
	7. Qual a origem das questões aplicadas em sala, mas que não foram do LD?

(EF06MA14PE) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas (por exemplo, explorando a metáfora da balança).

APÊNDICE C – PERGUNTA E RESPOSTA DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA PROFESSORA ROSÁCEA

FORMAÇÃO E ASPECTOS PROFISSIONAIS
1. Como se deu sua escolha profissional? Eu vou falar um pouquinho do que eu me lembro. Eu gostava de matemática, mas não me dava bem. Tinha muita dificuldade. Me lembro que tinha uma professora que entrea as provas por nota, da mais alta até a

mais baixa. Mas um dia ela adoeceu e um professor ficou no lugar dela. Ele também entregava as provas por ordem, mas da mais baixa para mais alta. E quando ele começou a entregar a minha foi uma das mais altas. Acho que dez. Aquilo foi me empolgando e eu fui me entregando à matemática. Isso foi muito marcante. Outro motivo que me influenciou gostar de matemática foi meu pai. Ele era arquiteto. Eu recebi essa influência dele. Eu fiz um curso técnico em Edificações por que era obrigado na época e depois arquitetura. Completei o curso e quando acabei, não quis mais nada com o curso. Dos cinco aos dezoito anos eu fui aluna da Escola de Artes do Recife. Estudei Educação através da Arte. E em 1980 substituí uma professora para dar aula de artes por cerca de um mês ou dois.

Depois, comecei a dar aula como professora particular pra ganhar um dinheirinho. E não eram poucas não. Eram para as séries iniciais. E comecei a aprender com a matemática. E aí foi que eu resolvi fazer pedagogia na FAFIRE. Lá eu atuava como monitora de matemática e estatística no curso de Pedagogia. Mas também como monitora de matemática nos cursos de Psicologia e Ciências Sociais.

2. Qual sua formação? Em qual instituição você se formou? Em que ano?

Eu sou formada em Pedagogia pela Faculdade de Filosofia do Recife (FAFIRE), 1981 – 1984, com habilitações em Magistério das Matérias Pedagógicas do 2º grau e Orientação Educacional. E Licenciatura em Matemática pela Universidade Católica (UNICAP), 1983 - 1987.

3. Quanto tempo atua como professor(a)? E no Estado de PE?

Atuei como professora de Matemática há, desde no ano 1982, quando entrei no Colégio São José para dar aula de matemática nos anos finais. Também, entrei na Prefeitura em 1980. No Estado de Pernambuco, em 1988. Mas pedi afastamento em 1994 e fiquei 8 anos afastada. Eu não queria voltar por conta das escolas. Mas, muitos professores do Colégio São José trabalhavam aqui [nome da escola onde foi realizada a entrevista e onde a professora Rosácea dava aula]. Eram do Estado e trabalhavam aqui. Então, em 2002 eu voltei para o Estado para atuar no Normal Médio, na formação de professores do Magistério. Era uma escola muito boa. A escola B [nome de escola] já selecionava as meninas. Muitas professoras da U [nome de Universidade], eram daqui e da escola B. Essas alunas levavam o curso a sério. Não vieram aqui pra fugir de matemática, não. Muitas professoras foram diretores de escola no Estado. Eu atuei no Magistério Especial, lá na FAFIRE, que era um curso de certificação de professores que já atuavam em escolas, de um ano e meio de duração. Era um curso só de cadeiras pedagógicas e que a lei obrigava que elas tinham que ter essa formação. Então, eles iam lá pra complementar. Então, isso me ajudou a ser professora. Ser professora do Magistério me ajudou a estudar bastante. De ir atrás de coisas que eu não sabia. Isso ajudou muito na minha caminhada. Eu trabalhava com Didática da matemática. Foi aí que eu comecei a trabalhar com os materiais dourados. O Magistério Especial era um curso de formação de professores e que não deixou de ser uma formação pra mim. Eu não sabia aquela subtração de agrupamento, eu não sabia nem mexer no material dourado.

Se você me perguntar: o curso da UNICAP contribuiu para a minha formação? Vou lhe ser bem sincera: nada. Não é como hoje. Na época eu consegui liberação das cadeiras pedagógicas. Por que? Porque eu tinha feito na FAFIRE. Na época não tinha nem Didática da Matemática. Tinha Didática de uma maneira geral. Hoje você consegue trabalhar Didática da Matemática no curso de Pedagogia.

4. Além da graduação, você possui mais algum curso? Se sim, qual?

Eu sou formada em Edificações (curso técnico). Mestrado em Educação pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), 2008 – 2010. Meu tema no mestrado foi sobre grandezas e medidas na educação infantil. E fiz vários cursos de especialização em matemática. Um curso que eu me lembro é metodologia do ensino superior. Depois, fiz um de informática e inclusive, dei aula de informática na Prefeitura. Hoje, faço parte do Grupo de Pesquisa sobre Grandezas da UFPE. Participei, por muito tempo, de encontros às sextas, que era um espaço de discussão.

Congresso. Eu adorava participar de congresso. Eu me lembro de uma que eu fiz com Pitombeira que foi gráfico usando barrinhas. Eu fiquei fascinada. Eu participei do primeiro encontro nacional de educação matemática, em São Paulo. Eu estava em Belo Horizonte. Quando eu fiquei sabendo eu disse: é o quê? Eu vou. Fui direto para São Paulo. E eu pagava tudo com o meu dinheiro. Ia apresentar trabalhos em congresso.

5. O Estado tem formação continuada para os professores de matemática. (Se participa) Você pode descrever como as formações ocorrem?

Eu procuro participar de todas. Tanto on-line quanto presencial. Sempre participei e gosto e aprendo. Às vezes têm temas mais com: “cuidados com a voz”. Mais ontem foi sobre Matemática Crítica. Em setembro vamos vivenciar. Obrigatoriamente, matemática crítica com história. É interdisciplinar. A nossa aula atividade é nas terças, geralmente duas vezes por mês. Eu não trabalho nesse dia, justamente por conta da aula atividade. Às vezes junta com os professores do médio, às vezes fica separado. Trazem novidades, coisas interessantes, dá pra ser aplicado em sala de aula. Às vezes têm formação específica para professores de determinadas escolas, que são escolas que tem mais dificuldade. Eu gosto. Participo. Dou opiniões. Essas formações me ajudam. Eu vejo muito comentário contra, mas ... Mas eu participo porque é pelo respeito ao

colega. E atualmente, esse grupo, eles estão com o apoio do Mathema. O Mathema dá o subsídio, eles preparam o material e eles passam pra gente. E fiz cursos com o Mathema. Uso muito o material deles.

6. Você sempre atuou como professor(a) no Estado ou já desempenhou outras funções?

Aí, estar no Estado e na Prefeitura me possibilitou está em contato com vários professores da UFPE, como R [nome de professora], P [nome de professora], G [nome de professora]. Eu fiz vários projetos com eles. Por exemplo: livro didático. Eu já fiz formação com R [nome de professora] que eu me lembro até hoje. E faz tempo.

Eu tinha um problema de voz e depois da cirurgia eu tive que ficar metade em sala de aula e metade em outra função, neste caso, como coordenadora. Como coordenadora tinha a função de atuar com formação pedagógica. Fiz isso de 2002 a 2017. Aí que você aprende. Porque eu fazia um trabalho de apoio com os professores. Eu era coordenadora da educação infantil e do primeiro ao quinto. O que eu gosto. Então, era aquele apoio que você dá ao professor, não de preparar material. Não é só isso. Mas as dificuldades que ele enfrentava, de relacionamento também.

A prefeitura, na época, tinha um projeto, que não me lembro o nome, que era de Língua Portuguesa, para estudar aquelas coisa de pré-silábica, ... A gente teve um curso pelo Centro de Estudos e Educação e Linguagem (CEEL). Esse curso preparava a gente para trabalhar com os professores da Rede [Prefeitura do Recife]. Os coordenadores ficavam em dupla e a gente multiplicava para os professores.

E aí veio o Pró Letramento de Matemática. A gente tinha formação com os professoras da UFPE e multiplicávamos essas formações nas escolas. Ganhava uma bolsa. Eu não ganhava. Teve esse Pró Letramento pelos Estados do Nordeste. Aí eu fui convidada. Eu era coordenadora e tinha uma formadora comigo. A gente organizava as formações junto com a equipe. A gente tinha uma formação com os professores da UFPE, do Núcleo de Educação Matemática e do CEEL também. Então, a gente pesquisava, montava material e discutia. Era uma riqueza. Então, essa troca era uma riqueza. Foi muito bom. Então, tudo isso faz parte de minha formação. Eu ainda continuo me formando. Nunca vou deixar de me formar. Tem coisa que eu vou ler, estudo e vou atrás.

Eu comprava muitos livros. Eu recebia no início, um valor do Estado e da Prefeitura para comprar livros. E tinha que gastar. Então, eu comprava muita coleção. Tinha de Ubiratan, de EJA, ... Tudo que era de Didática da Matemática eu procurava. Eu tenho um livro, de Dante, Didática da Matemática na Educação Infantil. Esse livro era maravilhoso. Me ajudou bastante. Porque ele trabalhava a construção dos conceitos. Aquele sobre conservação, ... que eu não sabia muito. Usei bastante. Perdi dois, porque emprestava. Mas já comprei três. Tem um livro de Didática da Matemática para os maiores. Tenho material manipulativo de Kátia Smolle. Tenho algumas coisas de Bigode, de Piaget, ... E usava Piaget exatamente para trabalhar com os professores. Usei muito Guy Brousseau e Vergnaud no Pró Letramento. Gosto de jogos, de matemática e Arte.

Participar dos projetos me enriqueceu muito. Isso é muito bom.

Em relação a Prefeitura do Recife, eu fiz um ano e meio de curso do Mathema no formato presencial e online. Começou em 2018 e foi até o final de 2019. Todo encontro eles entregavam um slide (eu não usei esses slides para essa aula). Cada aula tinha uma atividade e numa dessas aulas ela jogou essa atividade que eu usei. Além disso, eles entregaram um material sobre Álgebra (Formar - Módulo III Ensino Fundamental – Anos Finais – Curso de Didática Específica de Matemática). [O material foi construído em cima da metodologia de resolução de problemas. Ele é voltado para o professor. Ele apresenta vários problemas, seguida de sua orientação didática e metodológica, com destaque para o papel do professor no processo de construção do conhecimento]. Tinha muito material. A gente tinha muita, muita formação e tinha muita coisa interessante. Então, a gente como formador, pegava essas ideias discutidas nos cursos do Mathema e trabalhava com os professores. Eu gostei muito. A gente aprende. O curso é muito rico.

ORGANIZAÇÃO DOS CONTEÚDOS CURRICULARES

1. Você teve algum tipo de envolvimento no processo de construção do Currículo de PE? Se sim, como você participou? Se não, por que não participou?

Participei em 2012, nos Parâmetros de Pernambuco. A Matriz da Rede [Prefeitura] eu participei diretamente. Todo processo, do 6º ao 9º ano. Eu pegava a Matriz e via se estava batendo com a BNCC. Num primeiro momento foi isso. Mas a orientação foi: aproveite ao máximo a nossa Matriz, pois ele tem mais coisa que a BNCC. Ela é muito destrinchada. Aí, depois que nós fizemos isso, chamamos os professores da Rede para ler e ver o que eles achavam. Foi uma discussão que durou muito tempo. Do mesmo jeito que no estado a habilidade termina em PE a de Recife termina em REC.

E neste último, do Estado, com a BNCC, o Estado fez a grande chamada. Foram muitos professores de matemática. Eu fui umas duas vezes. A gente teve que ler, verificar se a habilidade estava adequada. Agora, o tempo foi muito curto. Dois dias você não faz nada. Já havia uma coisa preestabelecida pelo grupo de estudo que, claro, que tinha que partir de alguma coisa. E a partir daí as discussões. Eu achei muito rica. Mas, eu senti que faltava mais tempo para discutir. O anterior, da capinha azul [Parâmetros de Pernambuco],

eu achei mais bem explicado. Tinha um livrinho para cada coisa, explicando. Se o Currículo de Pernambuco tem, eu não conheço.

Mas, as divisões, por bimestre, do Currículo de Pernambuco, é uma coisa que é preestabelecida pela Secretaria de Educação. Eles dividem lá.

2. Os professores de matemática precisam preencher o SIEPE Diário de Classe com informações como frequência e conteúdos curriculares ministrados. Segundo o site da SEDUC essa tecnologia vem para “facilitar a rotina do professor”. Qual sua opinião sobre essa “facilidade”?

Facilita. Mas é muito clique. Mas eu não quero voltar para o papel. Escreve muito. No caso das outras disciplinas, eles não têm tanto clique como matemática. Em Língua Portuguesa e Matemática já vem umas coisas preestabelecidas. Pelo SIEPE eu consigo ter uma visão geral. Se eu chegar, agora, eu posso ver o que foi trabalhado no primeiro bimestre. No papel eu tinha isso. Mas aqui é mais rápido. Essa questão de marcar, dar um clique, facilita. Quando eu vou organizar o planejamento, ... Eu clico, aqui, em Álgebra [nesse momento a professora está com o computador aberto no SIEPE], eu olho e tenho uma visão geral dos conteúdos. Ele diz o que foi dado e o que falta ver. Eu venho aqui e escolho Álgebra, depois a Unidade Temática, seguido do objeto do conhecimento. Já tem tudo separado por bimestre. Mas, se eu quiser, eu posso ver uma habilidade do 4º bimestre no 3º bimestre. Esse recurso tecnológico fica mais visível. Quando eu clico numa aula, já aparece o horário dela, de 50 minutos. Eu escolho a unidade temática, o objeto de conhecimento e depois a habilidade, para uma aula.

3. As unidades temáticas/objetos de conhecimento/habilidades do Currículo de Pernambuco foram organizadas em bimestres (Organizador Curricular por Bimestre). Você considera essa organização bimestral adequada para o desenvolvimento dos assuntos de matemática? Por quê?

Mas tem conteúdo que eu não consigo trabalhar. Ainda não. Mas como era pra fechar o sistema, anotei como se estivesse dado. Por exemplo. Representação de algoritmo em forma de fluxograma. Eu vi de uma forma rapidinha. O que significa: não trabalhei. A melhor forma de trabalhar o fluxograma é pela representação visual: um número dividido por 2, sim ou não. Não é com qualquer coisa. Eu fui trabalhar fração e teve gente que me perguntou que representação era aquela. Eu escolho algumas coisas. Por exemplo. Uso da calculadora. Eles mal têm celular. O pessoal que tem. No 6º ano você conta no dedo quem tem celular para usar calculadora. O que é que eu faço? Eu faço atividade com o uso da calculadora. Como? Calculadora quebrada. Aí eu boto quanto dá o resultado e digo que a calculadora tá quebrada nas teclas tal e tal. Aí mostro com meu celular. Então, tem algumas coisas que não dá pra ver, pois tem coisas que o aluno não entende. Potenciação. Ainda não trabalhei na primeira unidade [a unidade vivenciada no momento é a terceira].

Eu considero a organização mais ou menos adequada. Às vezes nós estamos vendo um conteúdo e eu preciso transitar por outros. Por exemplo. A gente tá vendo agora [terceira unidade] cálculo do elemento desconhecido. Mas esse assunto foi visto, a relação entre as operações, a operação inversa, em números e operações. Em alguns livros ele traz a parte de álgebra em números e operações. Aí que eu acho uma falha, porque alguns livros não fazem isso. Antes a gente não tinha álgebra. Mas ela estava onde? Dentro de aritmética. Então, eu sinto necessidade de voltar, de transitar. Tem momentos que eu acho adequada a organização dos conteúdos, mas tem momentos, que dependendo do conteúdo não estão. Esse Currículo é um ponto de partida.

3.1 Como assim? Pode explicar?

Com certeza. Eu vou no planejamento do terceiro bimestre. Por exemplo. Olha Números. Quais são as competências? Eu acho que a gente precisa de outras coisas que não estão nesse bimestre. Quando eu trabalho fração, eu tenho que fazer a diferença com números naturais. Porque eles [o SIEPE] botam as questões de números e operação para o primeiro bimestre. Mas eu vejo o ano todo. Tem situações que eu tenho que ficar aberta para isso. Hoje eu coloquei um problema de multiplicação que era assim: Uma bandeja de ovos tinha 15 ovos. E 3 bandejas? Tinha aluno colocando 15 mais 3. E isso estava previsto para o primeiro bimestre. Eu vou e volto.

3.2 Então, o Currículo de Pernambuco está entendendo que aquelas habilidades da primeira unidade era para os alunos terem aprendido?

Sim. Por isso, eu vou e volto. Se eu noto que ele não alcançou eu volto tranquilo. Então, pra mim não é amarrada. Quando eles organizam isso é para a gente ter uma orientação. Entendeu? Se deixasse muito aberto eu podia pegar o livro didático de “cabo a rabo”. Professor de primeiro ao quinto, que não domina a matemática, ele segue o livro “cabo a rabo”. Às vezes ele olha o livro para depois ver o que está no currículo.

3.3 E como você faz?

Não. Eu vejo o que está no Currículo e depois eu olho o livro. Se o livro não é adequado, porque às vezes eu não gosto de algumas coisas, o que eu faço? Eu vou em outros materiais. Primeiro eu vejo o que é para trabalhar. Quando eu preparava uma formação na Rede o que é que o pessoal dizia: vamos fazer isso, isso, ... Eu dizia: Não, não. Vamos ver o que a matriz diz. Quais são os objetivos? o que é que eu vou trabalhar? qual a competência? qual a habilidade? Depois disso eu dizia: agora vamos atrás de material. Então, o que

eu faço é isso: o que é que eu tenho que trabalhar? Primeiro eu olho esse livro [livro adotado]. Vejo o que é que ele tem. Os alunos podem até pesquisar. Mas são poucos os que na escola pública fazem isso. Eu vejo outros livros, outros materiais, se eu tenho em casa. E eu posso começar pelo meio dele, no início. A minha sequência vai muito pela turma, pela lógica. Porque tem turma que você vai. Eu não vejo o currículo como modelo. Porque eu posso fazer um modelo agora e na hora da aula eu mudo. Não vejo o currículo como algo pronto. Porque não vai ter não. Vai ter uma coisa que oriente a gente. Mudar a sequência não me incomoda. Se mudar ou não a sequência não tem problema nenhum. Eu sei o que é para trabalhar. Eu sei o que é para explorar. Agora, o caminho como eu vou fazer eu escolho. Agora, sabendo que se eu deixar de trabalhar algumas coisas básicas eu vou prejudicar o aluno. Se você olhar meus planejamentos você vai ver que sempre foi do mesmo jeito. Eu nunca fui seguindo, seguindo, ... Tanto no Estado quanto na Prefeitura. Eu sei que eu tenho aquilo para cumprir. Qual a melhor maneira?

Agora, pelo meu tempo de serviço, pela visão que eu tenho, o trabalho que eu tenho, de fazer essa mudança não me atrapalha. Tem horas que eu sinto que o conteúdo está muito cansativo em números e operações aí eu paro e entro com geometria. Aí quando você volta para o assunto você já vê ele com outro amadurecimento.

Potência é uma coisa que eu brigo muito no sexto ano. Mas eu dou uma noção. Eu tenho uma sobrinha que está no sexto ano. e volta eu tenho que voltar com as operações. Agora, ela tá com razão e proporção, a questão da equivalência, saber as propriedades, ... Então, são coisas que você tem que voltar. Então, no meu dia a dia eu vou fazendo as modificações. Eu sou rebelde. Porque isso é uma questão de você perceber a dificuldade e o que você pode ajudar. Depois da aula de hoje eu fiquei muito preocupada com frações depois da aula de hoje.

4. Existe possibilidade (autorizada pela SEDUC/PE) de modificar a ordem da sequência do Organizador, bem como existe a possibilidade de incluir ou retirar alguma habilidade/objeto de conhecimento? Se não, como você lida com isso?

Quando eles colocam aqui, ... Eles dizem que temos que seguir os conteúdos que estava lá no bimestre, seguindo a sequência. Só que eu sou muito teimosa. Só que às vezes eu via os conteúdos que estavam lá na frente. E eu sempre fiz essa mobilidade. Numa formação, saiu essa discussão. Mas foi dito que se tem aquelas opções você pode escolher, mesmo os conteúdos estando separados por bimestre. Se não fosse autorizado a gente dar as habilidades de um bimestre em outro estava fechado, impedindo a gente de ver. Aí, se você tem uma turma e você pode avançar, por que você não avança?

Veja. O currículo diz que devemos trabalhar prisma e pirâmide na primeira unidade e polígonos na segunda. Eu trabalho os dois.

4.1 E tem como colocar os dois conteúdos no SIEPE?

Tem. Eu posso ir numa aula de hoje botar prisma e na aula de amanhã eu pego e boto polígonos.

4.2 Mas pode colocar álgebra e geometria numa única aula?

Não. Porque, assim ... Veja aqui. Objeto de conhecimento [ao clicar em objeto de conhecimento o sistema mostra as habilidades referentes a esse objeto naquela unidade]: ângulo.

4.3 Você entendeu o que foi perguntado?

Estou. Estou entendendo. É porque eu queria tentar mostrar. Cada coisinha dessa é uma aula [ao clicar para registrar uma aula o SIEPE abra abas para clicar em apenas uma unidade temática, um objeto de conhecimento e uma habilidade]. Deixa eu ir para a terceira unidade. Aqui não tem Álgebra. Aqui não tem propriedade da igualdade. Conteúdo. Cada aula tem que ser uma dessas.

4.4 Então, o SIEPE não permite colocar os dois conteúdos numa única aula?

Não. Mas veja o que eu faço. Se eu for discutir algum aspecto da geometria com álgebra eu clico em uma dessas unidades e sobre a outra, escrevo em "complementação de conteúdo".

Sobre excluir, eu não posso excluir. Retirar, eu posso não dar aquele assunto e dizer que dei.

4.6 Já aconteceu de você perceber que o aluno não tinha condições de aprender aquele assunto no sexto ano, mas sim no sétimo ano? Se sim, como você fez para lhe fosse garantido aquele conhecimento?

Eu aviso para o professor do ano seguinte que tal assunto não foi dado.

HABILIDADE

1. O que você compreende da habilidade (EF06MA14PE)? Você pode dar algum exemplo de tarefa?

É importante a questão da igualdade matemática, deles entender o que é e não apenas o resultado de uma operação. Quando eu digo 5 mais 7 é igual a 12 eu estou dizendo que 5 mais 7 é a mesma coisa que 12. Houve um aluno que disse, inclusive, que a igualdade era o resultado da conta, resultado da operação. E nós trabalhamos isso desde o início. Desde o momento que nós vamos trabalhar com as operações, as propriedades sempre é igual a alguma coisa. Então ampliar essa questão é importante. O que eu acho interessante nessa habilidade é a questão da propriedade que eu não explorei muito, apesar de eu ter falado

de balança, de aumentar de um lado e aumentar do outro, ... Que isso eles já deviam ter vindo e não vem. Eu não explorei tanto porque não estava ligado aos nossos dois objetivos. Só que o Currículo de Pernambuco pede para trabalhar isso, mas eu não senti maturidade ainda nos alunos. Eu não senti maturidade, no momento que estávamos resolvendo o problema da balança que envolvia laranja de colocar – 50 de um lado e – 50 do outro, de armar totalmente a sentença. O problema era três laranjas e um “peso” de 50 kg num prato e no outro prato, duas laranjas e mais um “peso” de 200 kg. Quando eu coloquei $L + L + L + 50 = L + L + 200$ o que eu fiz: usei a expressão “tiro daqui e tiro daqui”. Eu não senti muita segurança, mas eu vi na fala. E isso é mais explorado no 7º ano. E a habilidade não obrigava usar a letra. Por isso que ora eu usava espaço, ora quadradinho, espaço e às vezes “x”. Mas, mesmo dizendo que o “x” pode ser qualquer número alguns ainda não conseguem entender. Alguns ensinam com a regrinha prática dizendo que passou de um lado para outro muda [a operação], que tem gente no 7º ano que só ensina a partir disso e não ensina a questão da propriedade.

2. Por que o Currículo de PE considera que a habilidade (EF06MA14PE) é essencial para a aprendizagem matemática do estudante?

Eu acho. Na hora da discussão muitos colocam a importância disso para conteúdos futuros. Mas eu acho que o entendimento é que a igualdade acompanha a gente a vida toda. A igualdade é uma ideia fundamental. Por isso que eu preferi explorar a ideia de equivalência. E cabe um trabalho contínuo em cima disso. E se você pegar muita gente o que eles vão dizer: achar o resultado de alguma coisa. E não é só isso.

3. Você concorda que ela é essencial?

Mas ou menos como eu já coloquei. A balança, inclusive, está no nosso cotidiano.

4. Houve algum tipo de organização (planejamento) de sua parte para a discussão da habilidade (EF06MA14PE)? Se sim, como foi? Algum material foi consultado? Se sim, qual/quais?

Às vezes eu escrevo no caderno. Mas essa eu escrevi num papel de acordo com a matriz de Pernambuco [a professora mostrou várias folhas de A4 com seu planejamento. Havia a habilidade a ser desenvolvida e atividades]. Eu escrevo a competência, a unidade temática, objeto de conhecimento, os conteúdos de álgebra e a habilidade de acordo com o código da BNCC. Eu faço um esquema organizando por momento e esse momento pode durar várias aulas. A primeira aula foi compreender o significado do sinal de igual como “equivalente a”, é o “mesmo que”. Lembra que eu fiz uma atividade de verdadeiro ou falso? De onde eu tirei essa atividade? Eu tirei do material do Mathema Prefeitura. Baseado nesse material, que está igual, eu só troquei os números. Eu fiz algumas adaptações. Mas eu usei a ideia e as orientações. Esse material foi do curso do Mathema.

Eu quis começar a aula com igualdade. Eu não sei como foi o 4º e 5º ano desses alunos. Então, eu voltei com a propriedade de igualdade, mostrar que o sinal de igual não é só o resultado de alguma coisa. Por isso que eu comecei com verdadeiro ou falso. Quis mostrar a questão da equivalência [professora gesticula com as mãos uma balança de dois pratos]. Agora, eu tinha muito material em meu computador, de anos anteriores. No ano da pandemia usei muito o Socrative. A foto das balanças de dois pratos que mostrei na aula eu tirei de livro didático, só não sei qual. Algumas questões eu crio, como “pensei em um número”, “problemas numéricos envolvendo balança” (eu já uso há muito tempo) e isso é muito comum nos livros didáticos. Às vezes eu crio esses problemas na hora. Porque como o meu objetivo é fazer o trabalho com as operações inversas eu não uso números muito grandes. Porque senão vai perder o sentido, que é o trabalho com operações inversas.

Alguns materiais que eu consulto para o planejamento eu também consulto em livros do 7º ano, porque tem algum autores que dá a introdução das equações, com essas coisas mais simples, com balanças. Agora mesmo, eu cheguei mais cedo, peguei os livros do 7º ano e está cheio e alguns eu faço as adaptações para trabalhar no 6º ano. Eu usei alguns livros do 7º ano para pegar a ideia de alguma coisa, ou talvez uma balança. Geralmente eu uso Dante, Ênio Silveira, Araribá, ... Mas eu tenho outros livros. Normalmente quando eu quero uma coisa diferente eu abro os livros e vou selecionando. Quando eu tenho que selecionar atividades eu pego os livros e vou olhando de um a um aquele assunto. Eu seleciono de acordo com os objetivos e com o nível dos alunos. Eu pego atividades do 7º ano e adapto para o 6º ano, como tem atividades do 4º e 5º ano que eu uso, principalmente de Dante - Marília Centurión, Júnia La Scala e Arnaldo Rodrigues – e os livros mais antigos de Imenes do 5º e 6º ano. Eu gosto muito, pois tem umas problematizações legais. Primeiro eu vejo umas dez questões e depois eu faço uma seleção em cima disso. Eu tenho no meu computador pastas separadas por habilidade com várias atividades. Na Pandemia o Estado disponibilizou o Socrative para usarmos. Eu peguei muitas atividades daqui e elas discriminam a porcentagem de acertos e erros.

Do livro didático deles eu peguei duas atividades: uma foi a do labirinto e a outra de balança da jarra de água (página 121, questões 2 e 3). Eu não usei o livro todo. Foram os dois.

Para a organização dessa aula, além dos materiais dos cursos que fiz, dos livros didáticos, eu também usei esse material aqui: [e-book O desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica: Compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática – da

Sociedade Brasileira de Educação Matemática]. Eu dou uma lida nesse material na parte teórica. Ele é riquíssimo. Ele tem mais de 300 páginas só de Álgebra. Ele começa com a educação infantil e traz muitas atividades: movimento com o corpo, literatura infantil. Tem várias atividades. Ele tem trabalho com balança, mas não tem muito do trabalho que eu fiz. Ele coloca muito trabalho de balança de números para completar. Eu me lembro de uma atividade que eu fiz no curso do Mathema que ela colocava assim: 12 igual a, 12 igual a, ... várias dessas. Ela depois colocou 5 igual a, ... alguns com espaços em branco. Ela colocou na intenção de mostrar que 12 pode ser obtido de várias formas. Isso gerou toda uma discussão. Hoje, o Mathema está dando formação aos formadores e depois eles multiplicam pra gente nas formações das terças-feiras. Eu uso muitas ideias dos planos de aula da Nova Escola. Eu usei para essa aula algumas ideias de um slide sobre multiplicação e adição. Eu iria pegar esse, mas não peguei [ela lê no slide: a soma de dois números naturais é igual a 10. Que números são esses?] aí puxa uma discussão. Isso aqui também não usei [a professora está com o computador aberto mostrando os slides da Nova Escola que ela usou na sua aula]. Separei, mas não usei. Eu usei esse material para começar, o início, fui lendo. Aquela questão de ler e ver tudo para depois sentar e ver o que eu vou fazer. Não vou direto usando não. Sobre igualdade matemática o material da Nova Escola pede que a gente entregue fichas dos alunos com somas para depois juntar as que são iguais. Mas eu preferi em sala colocar no quadro as somas para eles dizerem qual era verdadeira e qual era falsa. Que no final das contas é a mesma coisa. Eu achei dessa forma mais interessante. Então, aproveitei algumas ideias. Dizer que eu tirei igualzinho eu não tirei. Quando eu vou planejar a aula eu penso: o que eu quero que os alunos aprendam. Aí coloco o que está na minha cabeça e depois, com a pesquisa no material, eu digo: não. Sai isso, sai isso, ... Eu vou fazendo um roteiro das coisas. Porque não dá pra vir sem nada não. Eu também olho o manual do professor do livro adotado ou não e dependendo eu não uso. No caso do livro que eu adoto, como eu não gostei, ... assim ... Quando eu vejo que não contempla o que eu acho que deve contemplar em cima da matriz aí eu vou atrás de outros livros.

LIVRO DIDÁTICO

1. Você participou da escolha do LD? Se sim, como ela ocorreu?

Nós separamos os professores da manhã e da tarde. Recebemos livros de várias editoras e começamos a olhar os livros. A ideia era que individualmente cada um fizesse sua análise. Aí depois a gente se reuniu para ver as escolhas. Então, tínhamos que escolher dois livros, tínhamos que colocar na listagem dois livros ou três.

2. Você votou a favor no LD adotado? Se não, qual você escolheu e por quê?

Eu escolhi o de Dante. Mas eles não escolhem o de Dante. É muito difícil. Eles não escolhem porque eu acho que é a maneira como ele aborda alguns assuntos. Eu não estou dizendo que Dante é melhor não. Assim, ... Tem livro que é bom para o aluno, mas não é bom para o professor. E tem livro que é interessante para o professor, mas não é bom para o aluno. Eu vou dar um exemplo na época que eu trabalhava numa escola particular que no início era Dante e Imenes. Eu gostava muito mais de como Imenes colocava as coisas. Mas os professores não, porque Imenes levava muito os professores a ter que estudar como iria trabalhar. Ele não dava a fórmula pronta. Ele mostrava para o aluno chegar. Dante faz um pouco isso, mas não muito. Lá na escola o pessoal pedia para depois eu dá aula para eles. Eu gostava muito do livro de Imenes. Eu ainda tenho o livro dele. Só que a gente depois foi percebendo que a linguagem é um pouco alta para os alunos da Prefeitura (nesse época eu estava de licença do Estado) e aos poucos ele foi saindo. São livros que trazem muita problematização; daquela coisa de levar você a pensar. Os livros de hoje em dia já melhorou bastante. Tem livros que não se preocupa em colocar uma lista de exercícios. Hoje melhorou muito a disposição das atividades, em termo de conteúdos. Hoje é mais espiral. Tem vários livros bons: o de Kátia Smolle. Mas este nem chegou para nossa análise. O livro de Bigode, mesmo, trabalha com temáticas. Por exemplo. Ele trabalha as profissões e ver que conteúdos podem ser trabalhados. É interessante essa abordagem, mas não é muito fácil de trabalho para o professor. É uma abordagem que você pode ver num capítulo geometria, grandezas e números e operações. Isso é importante e interessante. O diálogo entre os eixos é importante, porque no dia a dia não tem nada isolado. O livro deveria trazer essa abordagem. Eu tenho um livro que faz uns 20 anos que eu não boto fora de jeito nenhum, que é de Lucília Bechara [livro do 1º ao 5º ano]. Ele tem umas atividades bem criativas. O que eu gosto muito, o que eu vou atrás, são das atividades criativas. Tem as tradicionais, não estou descartando. Porque tem horas que você tem os exercícios. É importante que no início leve ao aluno a pensar. Pode se explorar textos, tirinhas, desafios, atividade lúdica, obras de artes, imagens, mosaico, quebra-cabeça. Mas houve muito avanço nos livros. Eu vou atrás de desafios que alguns livros botam no final dos capítulos, no manual do professor.

3. Em sua opinião, o LD adotado contempla a habilidade (EF06MA14PE)? Por quê?

Não contempla [nesse momento ela abre o capítulo 5, *Um pouco de álgebra*, e começa a fazer comentários sobre o livro]. O capítulo traz a linguagem algébrica, com letras, e se eu for trabalhar desse jeito com os alunos do 6º ano vai dar muito trabalho eles aprenderem o que é "a", "b", "c". O livro traz no item 4 desse capítulo, *Propriedades da igualdade*. Ele coloca uma questão sobre balança, mas em nenhum momento ele

explora isso. Ele contempla, em parte, o elemento desconhecido. Ele trabalha o elemento desconhecido lá no capítulo das operações [capítulo 02 – *operações com números naturais*], não na parte de álgebra e além disso, eles não estão articulados. Mas trabalha na perspectiva de operações inversas e não usando as propriedades. Você não vê no capítulo 05 nenhuma dessas atividades que eu tentei mostrar em sala, que eu falei mais oralmente. Mas uma boa parte dos livros que eu pesquisei não tem isso. Aí eu precisei ir em outros materiais como o do Mathema, da Nova Escola, o do 7º ano. Não tem muita balança no livro do 6º ano. Eu não escolhi esse livro. Eu ainda acho um livro muito tradicional. Traz muito conteúdo e lista de exercício.

Me preocupo com essa separação de álgebra e números. Álgebra só aparece no 3º bimestre. No entanto, em números, no cálculo de algumas operações nós estamos trabalhando álgebra. Tem um livro que diz que você trabalhou essa habilidade na página tal. Essa retomada podia ser feito mais.

O livro traz no manual do professor que ele está fundamentado na resolução de problemas. Mas a questão é: quais são esses problemas? Como são apresentados esses problemas? Alguns eu pulo, porque vejo que não são a realidade deles, próximos. Tem atividade que fica difícil deles entenderem. A maioria dos alunos não faz atividade.

Veja. Eu estou aqui com o planejamento da aula de frações [ela mostra um papel digitado, feito por ela, que é seu planejamento]. O que é que eu tenho que trabalhar frações com eles? De acordo com a matriz [Currículo de Pernambuco]: Adição e subtração de frações. No 6º ano não tem multiplicação e divisão, apesar de todos os livros trazerem. Mas foi decidido [reunião sobre construção do Currículo de Pernambuco]. ... Mas se eu quiser trabalhar, eu trabalho. Mas eu teria que ver adição e subtração de frações. Minha aula é em cima disso. Às vezes eu passo o que não tem na matriz. Se eu notar que eu tenho que dar introdução de multiplicação de fração eu faço. Então, para qualquer assunto, eu olho na matriz a habilidade e depois eu olho no livro adotado para ver quais são as páginas que eu posso aproveitar do livro, que é o único recurso que eles têm, de pesquisa. Sobre os exercícios do capítulo, faço todos? Não. Porque senão não saio do canto.

4. Você costuma usar livro didático/material curricular para ensinar os conteúdos curriculares? Por quê?

Eu uso em algum momento. Veja que não usei quase nada para o elemento desconhecido. Agora, tem conteúdos que não tem no livro. Por exemplo. Ampliação e redução. Que é agora na 3ª unidade. Mas o livro só tem uma página, não tem quase nada. Eu já preparei a atividade para eles explorarem isso. Eu preparei na malha quadriculada três figurinhas, dou pra eles e eles vão ampliar e reduzir. E dou minha aula em cima disso. Eles colam no caderno já que não tem esse recurso. E no Socrative eu tenho várias atividades em que as figuras são prontas para identificarem quais foram ampliadas/reduzidas. E eu gosto muito. Vistas é outro assunto que não é explorado nesse livro. Quando explora é uma besteirinha. Aí eu trago outras coisas. Eu avaliei esse livro em cima da matriz. Não foi só olhar as questões visuais, mas os conteúdos. Qual a abordagem? Conteúdos importantes? Os livros de Dante e Imenes não são perfeitos. Mas tem mais coisas para você explorar.

5. Tem alguma atividade, projeto ou qualquer outra parte do LD adotado que você geralmente ignora/não lê?

Os que eu ignoro, ... É que é muito conteúdo para tão pouco tempo. Então, eu priorizo alguns. Priorizo aqueles que eles têm mais necessidade. Entendo até que tem coisas que era importante ter uma visão, mas o tempo é curto. Ninguém trabalha todos os conteúdos que estão ali naquela matriz [Organizador curricular de Matemática de Pernambuco]. A gente prioriza algumas coisas.

Sobre as orientações didáticas, na forma de U, é uma das primeiras coisa que eu olho livro. Geralmente o que ele fala um pouco é da atividade. Às vezes eu tenho uma abordagem na mente ao ler a atividade. Mas quando eu olho nas orientações eu digo, opa, eu posso explorar esse aqui também. Até nesse livro adotado que não gosto muito. Eu gostei dessa organização em U. Mas às vezes acho muita coisa. Mas ajuda mais do que se ele tivesse lá no manual do professor. No manual eu dou uma vista. Eu gosto muito das atividades que colocam no manual. Tem uns que botam sugestões a mais.

6. Por que você escolheu essas questões do LD para aplicar na aula?

Porque estavam dentro da abordagem que eu estava trabalhando. Um foi sobre a balança e outro foi operações inversas.

7. Qual a origem das questões aplicadas em sala, mas que não foram do LD?

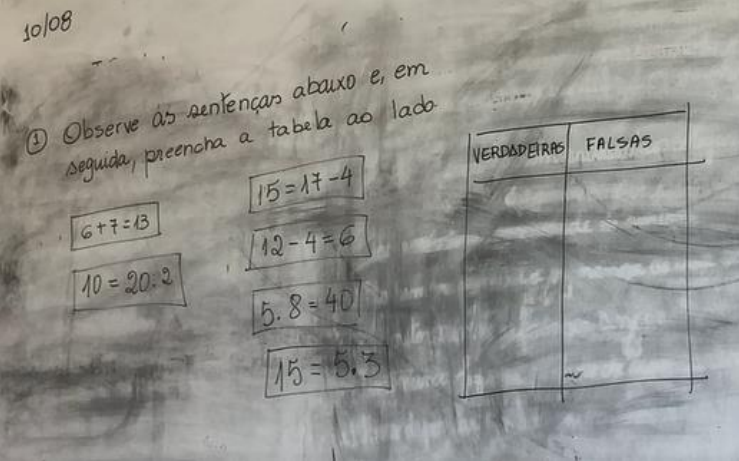
Dos livros ou de material que eu já tenho. Atividade da internet, é muito difícil eu usar atividade da internet.

(EF06MA14PE) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número

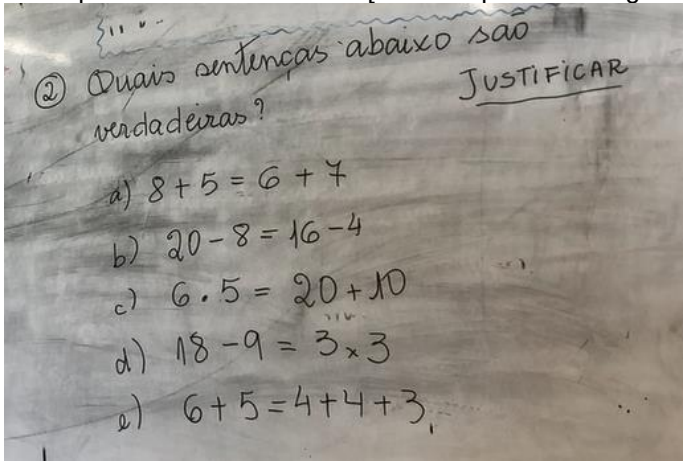
e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas (por exemplo, explorando a metáfora da balança).

APÊNDICE D – DESCRIÇÃO DAS AULAS DA PROFESSORA ROSÁCEA

**Descrição da aula de matemática da professora Rosácea
10/08/2022 – MOMENTO 01 (1ª AULA)
Horário: 11h10 – 12h00
6º ano**

Intervalo de tempo (aproximadamente de 00:02:35)	Descrição (sem interpretação do conteúdo do vídeo)
1º intervalo 00:00:00 – 00:02:35	Em pé, diante da classe [alunos sentados em carteiras e em duplas], registra a data do dia. A professora começa dizendo que vai conversar um <i>pouquinho</i> sobre igualdade e afirma que já falou sobre isso. Em seguida, pergunta aos alunos: <i>Igualdade vem de que palavra?</i> Ao que um aluno responde: <i>igual</i>. Ela pergunta novamente: <i>e o que significa igual?</i> Um aluno responde: <i>adição</i>. Diante dessa resposta ela pede um exemplo de <i>adição com a questão de igualdade, igual</i>. Um aluno lhe questiona o que é adicionar e ela explica dizendo que na <i>adição se adiciona os valores</i>, mas diz que <i>a gente está conversando sobre o sinal de igual, igualdade</i> [Nesse momento escreve a palavra igual na lousa. Logo em seguida, a aula é interrompida, pois uma pessoa bate na porta da sala para entregar um aparelho de celular que um aluno havia esquecido em algum lugar. O pesquisador pede a palavra à professora Rosácea para pedir aos alunos que ao perguntar algo que fale um pouco mais alto para uma melhor captação da voz]. Logo após, a professora retoma dizendo: <i>voltando à questão do igual. Quem me dar um exemplo onde o sinal de igual esteja presente?</i> Espera a resposta. Um aluno diz: <i>numa conta de adição</i>. E ela lhe pergunta: <i>me dê esse exemplo! Me dê um exemplo aqui que eu coloco aqui na lousa. Ou você vem?</i> O aluno pede que a professora Rosácea escreva na lousa cinco mais cinco igual a dez [ela escreve na lousa $5 + 5 = 10$].
2º intervalo 00:02:36 – 00:06:24	Em pé, apontando para o sinal de igual, ela pergunta o que ele significa. Um aluno responde: <i>o resultado</i>. Em seguida, diz que não é só o resultado, mas que <i>a gente tem que perceber que $5 + 5$ [sublinha $5 + 5$] é o mesmo que 10 [sublinha o 10 e entona a voz no momento que o pronuncia], equivalente a 10. A gente fala igual, mas com o sentido de: é o mesmo que</i>. Continua dizendo [chamando o nome de um aluno] que cada lado da adição é um membro. <i>Uma parte antes do igual e uma parte depois do igual. Aí a gente chama primeiro membro [aponta para $5 + 5$] e segundo membro [aponta para 10] e conclui dizendo que $5 + 5$ é a mesma coisa que 10. Ela afirma que os alunos já entenderam mais ou menos, pois já tinham trabalhado com as operações. Apaga o que está na lousa e pede que os alunos copiem umas questões [ela segura uma folha. Retira as questões dessa folha e as copia na lousa – ANEXO E]. Diz que eles vão resolver em dupla. [Foto da questão a seguir. Lousa com manchas.]</i> 
3º intervalo 00:06:25 – 00:08:40	Ao terminar de copiar na lousa, lê as questões. Pede que observem as questões, pois afirma que eles já sabem fazer. Dá a possibilidade para os alunos que quiserem, não copiar as operações que ela colocou na lousa e que pode ir direto para a tabela preencher verdadeiro ou falso. Circula na sala de aula, indo em algumas bancas. Fala com um aluno que estava com o livro de outra matéria aberto na hora da aula e o questiona do porquê de ele estar aberto. Pede que copie o que está na lousa. Pede aos alunos que <i>quando for fazer converse com seu colega do lado</i>. Em seguida, se encosta na lousa e pergunta: <i>alguém sabe ler essa sentença pra mim?</i> [aponta para a primeira $6 + 7 = 13$]. Alunos falam <i>seis mais sete igual a treze</i>. Ela pede, então, que eles digam de outra forma a mesma sentença ao que respondem <i>sete mais seis igual a 13</i>. Em seguida, ela diz que <i>a gente pode falar</i>

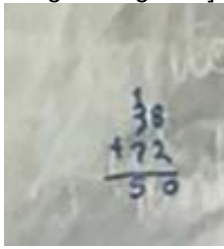
	<i>que seis mais sete</i> [pausa e espera que os alunos completem] <i>é o mesmo que</i> [aluno fala ao mesmo tempo <i>equivalente</i>] <i>treze</i>. Depois, pede que eles imagine uma balança em equilíbrio [gesticula com as mãos uma balança de dois pratos] e pergunta quem já começou a fazer.
4° intervalo 00:08:41 – 00:11:32	Em seguida, se dirige ao pesquisador e lhe pergunta se ela pode falar-lhe. Ao que responde: sim. Ela lhe fala que olhou os dois objetivos de álgebra do currículo de Pernambuco para o bimestre em questão e diz que mistura os dois durante a aula. O pesquisador lhe disse que ela ficasse à vontade. Em seguida, ela lhe diz que gosta de imprimir as atividades, mas que não deu tempo, pois para a escola imprimir o material deve ser entregue uma semana antes. Ela acha que copiar na lousa perde tempo. Mas diz que isso faz parte do dia a dia e reforça que evita muito escrever. Em seguida, se volta para os alunos. Professora: Vamos lá. Quem vai me dizer alguma coisa? Ô M [nome de aluno]: tu já fizesse? Aluno: Por que é dez igual a vinte dividido por dois? [está na lousa $10 = 20:2$]. Professora: Olha a pergunta de N [nome do aluno]. Por que é que dez é igual a vinte dividido por dois? [fala apontando para a sentença na lousa]. E como seria? Aluno N: Dez mais dez. Professora: Não. Ele está dizendo que seria [escreve na lousa $20:2 = 10$]. Será que $10 = 20:2$ não é igual a $20:2 = 10$ [ela aponta para a lousa]? Por que é que você estranhou? [O aluno não responde]. Por que a gente sempre apresenta muitas vezes a operação pra você achar o resultado [aponta para $20:2 = 10$]. E aqui tá o resultado com a operação [aponta para $10 = 20:2$]. Esse 10 é a mesma coisa que esse resultado aqui [aponta para $20:2$]. Aluno: Sim Se dirige ao pesquisador e diz que <i>na outra turma não veio essa pergunta</i>. E diz que fica catucando para ver se aparece a dúvida.
5° intervalo 00:11:33 – 00:14:06	Em seguida, se dirige aos alunos e fala se <i>alguém quer perguntar alguma coisa</i>. Um aluno lhe diz que não entendeu o quadrado [se referindo a tabela de verdadeiro ou falso] e ela explica que de um lado se deve colocar as sentenças verdadeiras e do outro as falsas. Depois, vai à lousa e diz que vai fazer um exemplo. Pergunta ao aluno N se <i>isso aqui tá verdadeiro ou falso?</i> [apontando para a sentença $10 = 20:2$]. O aluno N responde <i>verdadeiro</i>. Em seguida, ela fala porque <i>dez é a mesma coisa que vinte dividido por dois</i> e escreve na tabela essa sentença no lado da coluna verdadeira. Pergunta mais uma vez se <i>alguém tem dúvida de alguma</i>. Em seguida, diz que vai escolher alguns alunos para explicar alguma sentença.
6° intervalo 00:14:07 – 00:16:42	Em seguida, se dirige ao pesquisador e diz que tem um e-book da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) somente sobre álgebra e que depois passaria para ele. Tal e-book fala sobre generalização, sequência, uso do corpo com as crianças. Diz que teve acesso a este material quando participou de uma formação do Estado de Pernambuco. Depois, vai na banca de um aluno e observa o que ele fez. Ela diz a classe que D [nome do aluno] colocou que a sentença $15 = 17 - 4$ é falsa. Em seguida, em voz alta, para que todos escutem, lhe pergunta: <i>Por que D?</i> O aluno D responde: <i>porque dá 13</i>. Então, ela diz que a sentença é falsa.
7° intervalo 00:16:43 – 00:19:20	Em seguida pergunta como seria o verdadeiro e escreve na tabela, na coluna “falsa”, $15 = 17 - 4$. Depois, se dirige aos alunos e pergunta <i>quem quer escolher uma para explicar</i>. Um aluno, decide responder do lugar que estava [sentado] e escolhe a sentença $12 - 4 = 6$. A professora pergunta a M [nome de aluno]: <i>qual o problema desse? Tá verdadeiro ou tá falsa essa sentença?</i> Os alunos respondem que é falsa. Ao que a professora escreve na lousa, na coluna “falsa”, $12 - 4 = 6$. Depois, lhes pergunta: <i>qual seria o valor correto no lugar do quatro?</i> Um aluno responde: seis. A professora, então, pede a um aluno que ele escolha uma sentença para lhe dizer se é verdadeira ou falsa e por quê. Um aluno escolhe a sentença $6 + 7 = 13$. Ela a lê na forma de pergunta [seis mais sete é igual a treze?]. O aluno lhe responde não. De imediato, ela lhe pergunta por que não. Continua dizendo que mesmo que o aluno lhe respondesse “sim” ela também lhe perguntaria. Ela se dirige ao aluno e explica que a pergunta tem o objetivo de que ele justifique

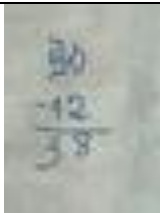
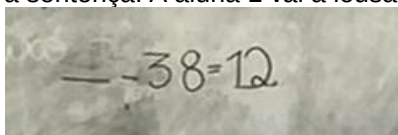
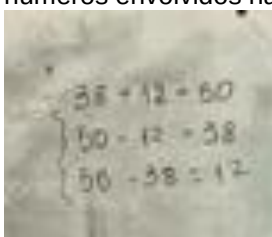
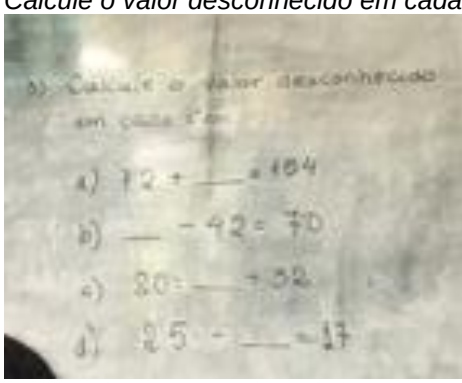
	a resposta. Depois, pergunta à classe: <i>seis mais sete não é a mesma coisa que treze?</i> [Alunos demoram a responder e professora “dá um ar de espanto”: <i>gente do céu! Conta nos dedinhos.</i>
8º intervalo 00:19:21 – 00:21:54	Depois os alunos respondem que a sentença é verdadeira. Em seguida, ela fala <i>que treze é a mesma coisa que treze, equivalente a treze</i> . Registra na lousa na coluna verdadeira a sentença $6 + 7 = 13$. A professora continua a correção coletiva e pergunta à classe quem quer explicar outra sentença. Nesse momento, um aluno lhe diz que: <i>eu acho que já tirou minha dúvida sobre esse negócio. É porque, tipo, tem alguns contas que estão certa; aí outras que estão erradas</i> . A professora lhe diz: <i>exatamente</i> . Depois, pergunta a P [nome de aluno] se cinco vezes oito dá quarenta [aponta para a sentença $5 \cdot 8 = 40$]. Os alunos respondem que sim. Ela, então, escreve na lousa, na coluna verdadeira, $5 \cdot 8 = 40$. Após registrar, se dirige ao aluno T [nome de aluno] e lhe pergunta se quinze é igual a cinco vezes três. Os alunos respondem que sim. Diante da resposta ela pergunta ao aluno T por que está verdadeira. Ele diz que é porque <i>cinco vezes três é quinze</i> . Ela, então, fala perfeito e escreve na lousa a sentença, na coluna verdadeira, $15 = 5 \cdot 3$. Após a correção, se dirige à turma e pergunta: <i>quem é que sentiu dificuldade dessa questão e por quê?</i>
9º intervalo 00:21:55 – 00:24:40	Pede que os alunos copiem no caderno uma segunda questão, que ela retira da folha que está em suas mãos. [Foto da questão a seguir. Lousa com manchas].  Diz que os alunos podem justificar oralmente. Lhes pergunta se é a mesma coisa que a questão anterior. Um aluno responde que são <i>duas contas</i>. Ela, então, diz que em cada membro tem uma conta e, gesticulando com as mãos uma balança de dois pratos, pede que os alunos verifiquem se <i>elas estão em equilíbrio, se ele as significam a mesma coisa</i>. E continua dizendo que eles têm que pensar como resolver isso.
10º intervalo 00:24:41 – 00:27:29	Se dirige ao pesquisador e diz que o tempo passa muito rápido. Mas diz que está gostando do andamento nessa turma.
11º intervalo 00:27:30 – 00:30:20	Pergunta aos alunos quem já respondeu. E como somente dois alunos levantaram a mão ela concede mais dois minutos. Circula na sala de aula. Em seguida, ela explica aos alunos o que deve ser feito na questão. Pergunta quanto dá a primeira sentença. Depois, pergunta quanto dá $8 + 5$, ao que os alunos respondem que dá treze [a professora escreve 13 na lousa]. Pergunta-lhes quanto dá $6 + 7$, ao que eles respondem: <i>treze</i> . Depois, ela pergunta: <i>treze é igual a treze?</i> [escreve na lousa $13 = 13$]. E os alunos respondem: <i>sim</i> . Ela continua a perguntar: <i>tem certeza?</i> E os alunos respondem: <i>é, professora</i> [ela coloca a letra V ao lado da sentença]. Depois, ela lê e pergunta: <i>vinte menos oito é o mesmo que dezesseis menos quatro?</i> [aponta para a sentença na lousa: $20 - 8 = 16 - 4$]. Alunos respondem: <i>sim</i> . Ela diz: <i>doze é o mesmo que doze</i> . E, em seguida, um aluno fala: <i>equivalente</i> [risos da professora. Ela coloca a letra V ao lado da sentença].
12º intervalo 00:30:21 – 00:32:50	Se dirige à sentença da letra c) e pergunta aos alunos: <i>seis vezes cinco?</i> [alunos: <i>trinta</i>]. Professora escreve o número 30 na lousa. Em seguida, sublinha $20 + 10$ e lhe pergunta: <i>é o mesmo que vinte mais dez?</i> [alunos: <i>sim</i>]. Professora escreve na lousa $30 = 30$ [escreve a letra V ao lado da igualdade]. As outras duas sentenças

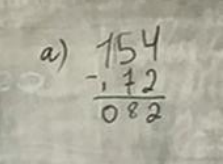
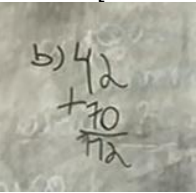
	$18 - 9 = 3.3$ e $6 + 5 = 4 + 4 + 3$ ela responde junto com os alunos e eles respondem que são verdadeiras. Em seguida, ela diz que vai passar um desafio.
13º intervalo 00:32:51 – 00:34:10	O desafio que ela propõe é oral. Ela diz: <i>pensei em um número, adicionei setenta e oito e obtive cem. Que número é esse?</i> Alunos respondem: <i>vinte e dois</i> [a professora Rosácea sorri e bate palmas]. Ela, então, pergunta aos alunos: <i>vocês sabem o que foi que eu fiz? A gente foi descobrir o elemento desconhecido. Aí na próxima aula eu vou chegar cheio de coisinhas assim para vocês pensarem, calcular. Certo?</i> A aula concluiu com a professora pedindo para os alunos guardarem o material e ficarem sentados.

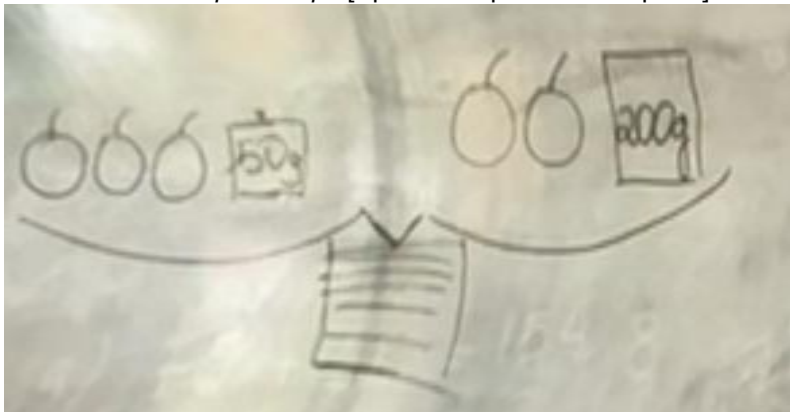
Descrição da aula de matemática da professora Rosácea 11/08/2022 – MOMENTO 02 (2ª AULA E 3ª AULA) Horário: 10h20 – 12h00 6º ano	
Intervalo de tempo (aproximadamente de 00:02:35)	Descrição (sem interpretação do conteúdo do vídeo)
1º intervalo 00:00:00 – 00:02:35	Os alunos estão sentados em suas carteiras e a professora está em pé, em frente de seu birô, mexendo em papéis e livros. Em seguida, começa dizendo o nome e o ano da turma [6ºB] e mudando de lugar dois alunos. Se dirige a outros alunos e diz: <i>deixa de brincadeira</i> . Pede a atenção da turma, que eles <i>colaborem um pouquinho</i> e lembra da presença do pesquisador na sala para aqueles que não vieram na aula anterior. Em seguida, chama o pesquisador pelo nome e fala: <i>a gente vai precisar de colaboração, né Wagner? Não muita conversa</i> . Explica, em seguida, que mudou alguns alunos de lugar por conta da gravação e pede: <i>participem da aula, tirem dúvidas, como a gente vem trabalhando</i> [fala em pé, de frente para os alunos, gesticulando com as mãos]. Depois vai até seu birô, pega apagador e piloto e apaga a lousa que estava escrita com o nome de outra disciplina. Pergunta quem não veio ontem [alguns alunos levantam a mão].
2º intervalo 00:02:36 – 00:06:24	Ao ver as mãos levantadas ela diz: <i>Ótimo. Professora, a senhora está dizendo ótimo? Sabe por quê? Quem é o aluno ou os alunos que querem explicar para S [nome de aluno], a L [nome de aluno] o que foi que a gente trabalhou ontem? Quem quer explicar o que a gente trabalhou ontem?</i> Nesse momento ela pede silêncio e que os alunos se acalmem. A aula é interrompida por alguém que chegou na porta da sala. Em seguida retoma a aula e diz: <i>as pessoas que não vieram ontem, M [nome de aluno] vai falar um pouquinho do que a gente viu ontem. Quem quiser, após M [nome de aluno], completar o que ele falou, acrescentar alguma coisa, ... Vamos lá M [nome de aluno]. Bem alto para o pessoal ouvir</i> . Em seguida o aluno M [nome de aluno] fala: <i>Gente, a professora quando estava explicando sobre ... é verdadeiros e falsos em somas e como a gente, né ...</i> A professora o interrompe e lhe pergunta: <i>qual o assunto que a gente trabalhou? A gente trabalhou sobre o quê?</i> O aluno responde: <i>igual</i> . Ela continua dizendo: <i>sobre igual, igualdade</i> . E pergunta a M [nome de aluno]: <i>E aí? Quê mais?</i> O aluno completa: <i>Aí a gente trabalhou sobre verdadeiro e falso, porque tinha algumas contas que dava valor tal ... exemplo: três mais cinco. E tava dando resultado errado. Os que estavam certo a gente colocava verdadeiro e os que tavam falso a gente botava falso</i> . A professora o pergunta: <i>Você quer botar algum exemplo na lousa?</i> O aluno M [nome de aluno] responde: <i>quero</i> [o diálogo da professora com o aluno M ocorreu perto da carteira do aluno]. A professora caminha em direção à lousa e diz: <i>presta atenção, porque depois eu converso mais sobre isso</i> . O aluno M se levanta. A professora se dirige ao aluno M e lhe pergunta: <i>vai olhar do caderno? Não dá pra criar um da cabeça, não? Da cacholinha?</i> O aluno M responde: <i>não</i> . A professora se dirige a ele e diz: <i>Dá ... Se você quiser você coloca um exemplo seu. Vai pensando aí num exemplo</i> [nesse momento se dirige a algumas alunas que estavam conversando e pede que sentem direito, que não conversem]. O aluno M não vai à lousa. Então, ela pergunta aos alunos: <i>Bom. Quem é que quer vir? Quem é que quer vir botar um exemplo na lousa que a gente trabalhou ontem?</i> A aluna

	MI [nome de aluna] se prontifica a ir. Ao se levantar com o caderno a professora fala: <i>Sem copiar do caderno</i> [voz enfática]. <i>Eu quero sem copiar do caderno. Eu quero sem copiar do caderno. Uma coisa que você lembra. Parecido com o que a gente fez ontem. Vamos lá</i> [a professora se dirige ao aluno M e pede que ele fique pensando num exemplo, pois ela irá lhe uma pergunta]. A aluno MI [nome de aluna] vai à lousa. A professora lhe entrega o piloto. A aluna MI escreve na lousa $6 + 7 = 13$ [No momento que a aluna MI está escrevendo na lousa a professora vai em direção a um aluno resolver uma questão pessoal].
3° intervalo 00:06:25 – 00:08:27	A professora caminha em direção à lousa, fica perto da aluna e diz: <i>explique porque está verdadeiro ou falso, aí. O que é que você acha? Que sentença é essa? Dá pra ele essa sentença? Leia.</i> A aluna fala [apontando para a sentença]: <i>seis mais sete é igual a treze</i> [Enquanto a aluna MI fala a professora está ao seu lado de braços cruzados]. A professora lhe pergunta: <i>e o que significa esse igual?</i> [A professora Rosácea pergunta apontando para o sinal de igual na lousa]. A aluna não responde. A professora pergunta, então, para a classe: <i>Quem lembra? O igual significa o quê?</i> Um aluno responde: <i>sete mais seis é equivalente a treze.</i> A professora pergunta ao aluno A: <i>E o que é equivalente?</i> Alguns alunos respondem: <i>igual, o mesmo que</i> [pega o piloto da aluna MI que estava em pé diante da lousa. Ela caminha para sua carteira]. Falando o nome de alguns alunos [nesse momento a professora está em pé, perto da lousa] ela fala que seis mais sete é uma sentença e que um lado é o primeiro membro e o outro é o segundo membro [fala apontando para a sentença que está na lousa]. E continua dizendo: <i>é como se fosse uma balança</i> [faz o gesto de uma balança com as mãos]. <i>É uma igualdade onde está em equilíbrio. Se você aumentar alguma coisa aqui ... Se eu aumentar um aqui</i> [aponta para o primeiro membro da sentença] ... <i>O que é que vai acontecer aqui?</i> [aponta para o segundo membro da sentença]. Alguns alunos respondem: <i>dobrar, aumentar.</i> Ela pergunta: <i>Aumentar quanto?</i> E alunos respondem: <i>catorze, um.</i> Ela, então diz: <i>vai dar catorze. Mas eu tenho que aumentar quanto?</i> Alunos respondem: <i>um.</i> A professora confirma dizendo que temos que aumentar um. E concluiu dizendo: <i>Foi o assunto que a gente viu ontem. Foi a questão de igualdade.</i> E lembrou que na anterior havia colocado várias sentenças, sendo umas verdadeiras e outras falsas.
4° intervalo 00:08:28 – 00:11:35	Em seguida, ela apaga o número treze da sentença $6 + 7 = 13$ e coloca 15 e pergunta: <i>eu posso afirmar que isso aqui tá correto?</i> Ela responde junto com um aluno: <i>não.</i> E reforça que tinha trabalhado isso na aula anterior. Ela apaga o que está na lousa e pede que os alunos copiem no caderno algumas questões [Escreve na lousa as questões]. A que ela chama de número 1 é: <i>Pensei em um número. Adicionei 87 e obtive 120. Em que número pensei?</i> [Enquanto os alunos copiam e respondem ela caminha pela sala tirando dúvidas, chamando a atenção daqueles que estão conversando]. Nesse momento que caminha pelas bancas, uma aluna lhe chama e diz que já sabe o resultado. Ela pergunta: <i>Qual foi o resultado?</i> A aluna responde: <i>quarenta e três.</i> A professora, então lhe pergunta: <i>Como é que você fez, mas não diga o resultado.</i> A aluna responde: <i>eu peguei o 87, coloquei mais o 3 e fui calculando quanto faltava para dar 120.</i> A professora lhe diz: <i>Certo. Daqui a pouco a gente vê como você fez.</i>
5° intervalo 00:11:36 – 00:13:57	A professora caminha em direção à lousa, pega o apagador e apaga algumas coisas da lousa e pergunta aos alunos: <i>E aí?</i> Se dirige a um aluno [em outro momento a professora Rosácea já havia dito ao pesquisador que ele é especial] que havia dito que não conseguiria e lhe pergunta: <i>pensei em um número, somei com cinco e deu doze. Que número eu pensei?</i> O aluno não responde e fica se mexendo na cadeira. Ela repete a pergunta. Então, ele responde: <i>Sete.</i> Ao saber que tinha acertado [a professora reagiu positivamente] ele se interroga: <i>Acertei?</i> A professora, então, lhe diz que o problema proposto na lousa é o mesmo que esse, só que com números maiores. Ela vai à lousa e lê a questão 1. [No momento da leitura alguns alunos perguntam a professora se é de menos ou de mais.
6° intervalo 00:13:58 – 00:16:49	A professora pergunta a sala: <i>Quem é que conseguiu o resultado? Quem é que me diz o resultado? Quanto foi o resultado?</i> Um aluno responde: <i>Trinta e três.</i> Ela escreve esse número na lousa. E pergunta novamente: <i>Alguém achou outro resultado?</i> Alunos não respondem. Sala em silêncio. A professora pergunta: <i>Como é que eu sei que deu trinta e três? Qual a maneira de eu saber que deu trinta e três?</i> Uma aluna responde: <i>Diminuindo.</i> Professora pergunta: <i>Diminuiu quem?</i>

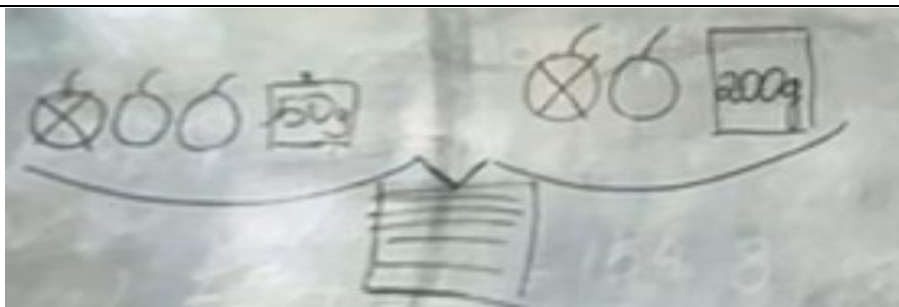
	Alunos: <i>cento e vinte menos oitenta e sete</i> . Ela, então, pergunta aos alunos: <i>Quem quer vir armar a sentença?</i> [Alunos conversam. Ela chama atenção de alguns alunos. Uma aluna sai da sala, pois acha que está com alergia].
7º intervalo 00:16:50 – 00:19:06	Chama o nome de um aluno e diz que eles sabem fazer isso. Ela se aproxima da lousa e começa a ler por parte a questão 1. Ela diz: <i>Pensei em um número</i> [Nesse momento ela interrompe a leitura e pergunta aos alunos: <i>É um número conhecido?</i>]. Alunos respondem: <i>não</i>. Então, ela continua: <i>Então, eu posso chamar ele de quê? Posso botar um quadradinho ou botar um espaço</i> [Faz um traço na lousa]. Continua a leitura: <i>Pensei em um número ...</i> [Ela sublinha a palavra <i>adicionei</i> e pergunta: <i>O que é isso aqui?</i>]. Aluno responde: <i>conta de mais</i>. A professora responde que <i>vamos acrescentar, adicionar</i> e coloca o sinal de adição após o traço [---- +] e pergunta: <i>Que número?</i> Alunos respondem: <i>Oitenta e sete</i> [Nesse momento ela escreve esse número na lousa]. Em seguida, sublinha a palavra <i>obtive</i> e pergunta o que é <i>obtive</i>. Alunos respondem que é resultado. Ela, então, escreve o sinal de igual [Enquanto escreve fala: <i>é igual a cento e vinte</i>]. Seu registro na lousa fica: $\text{---} + 87 = 120.$ Ela aponta para esse registro e diz que isso é uma sentença e que <i>fica claro</i>. E diz que o que se quer saber é <i>um número que somado a oitenta que dá cento e vinte</i>. Ela se dirige a uma aluna e diz que ela fez a <i>subtração, a operação inversa</i> e pergunta quem fez de outro jeito. Nenhum aluno se pronuncia. Ela pergunta novamente: <i>Quem é que fez de outro jeito? Quem fez de outro jeito?</i> Nenhum aluno responde. Ela, então pergunta <i>quem contou no dedo?</i> Nenhum aluno responde. Ela, então, fala e escreve ao mesmo tempo na lousa: $\text{---} = 120 - 87$ E em cima do traço coloca uma interrogação. Continua resolvendo e chama o traço de número desconhecido e diz que ele vale 33. Em seguida, diz que vai passar mais uma questão. Pede que resolva mentalmente primeiro.
8º intervalo 00:19:07 – 00:21:50	Pega uma folha em seu birô e escreve na lousa a questão 2: <i>João tinha um valor. Gastou 38 reais, ficando com 12 reais. Qual o valor que João tinha inicialmente?</i> [No momento que escreve a questão uma aluna lhe chama. Ela pede para esperar um <i>minutinho</i> e diz que depois vai. Continua escrevendo a questão. Alunos conversam em tom baixo. Pede aos alunos que <i>escrevam o problema e depois leiam mais de uma vez para tentar entender</i>. Ao concluir a escrita da questão na lousa, caminha em direção ao aluno que lhe chamara, inicialmente. Dialoga com o aluno sobre a questão a anterior. O aluno lhe explica como fez. Ela diz que eles <i>vão arrumar a estratégia melhor. Não obrigatoriamente aquela forma de fazer, com subtração</i>. Em seguida, ela chama a atenção da classe, vai para frente e compartilha como o aluno M fez a questão 1, que foi a forma de contar para frente.
9º intervalo 00:21:51 – 00:24:40	Ela diz que os alunos podem usar qualquer estratégia e enfatiza que alguns anotam no papel, outros mentalmente. Mas diz que na prova pode fazer do que <i>vocês sabem</i>. Pergunta se leram a questão 2. Pede que os alunos participem. Em seguida, fala uma situação no contexto de dinheiro, semelhante à questão 2, com números menores e diz que eles podem usar essa estratégia para resolver a questão. Pergunta quem quer ir à lousa para responder a questão e enfatiza que não é pra colocar só a resposta. A aluna J vai à lousa e escreve $38 + 12 = 50$ [Ver imagem seguinte]. 
10º intervalo 00:24:41 – 00:27:29	A professora reescreve a conta com uma letra maior e pergunta se está correto. O aluno A diz que fazendo a prova real. Ela, então, coloca na lousa $50 - 12 = 38$ [Ver imagem seguinte].

	 E pergunta novamente ao aluno A: <i>É isso que você tá falando?</i> Ele responde: <i>Sim</i>. Depois, outra aluna diz como fez [contar para frente]. Pergunta quem quer escrever a sentença. A aluna L vai à lousa e escreve [com a ajuda da professora]:  A professora pergunta se a sentença está certa. Continua perguntando aos alunos o que eles utilizaram para descobrir o elemento desconhecido [nenhum aluno responde]. Ela aponta para a solução do aluno A e diz que foi usada a operação inversa e que vai trabalhar isso mais vezes.
11° intervalo 00:27:30 – 00:30:20	Pergunta se alguém quer tirar alguma dúvida. Apaga a questão 1 da lousa. Uma aluna dialoga com a professora sobre as possibilidades de relação entre os números envolvidos na questão. A professora explica e escreve na lousa:  Ela mostra que há uma relação entre a adição e a subtração e diz que são operações inversas.
12° intervalo 00:30:21 – 00:32:50	Escreve na lousa a questão 3: <i>Calcule o valor desconhecido em cada item:</i>  a) $72 + \text{---} = 154$ b) $\text{---} - 42 = 70$ c) $80 = \text{---} + 32$ d) $25 - \text{---} = 17$
13° intervalo 00:32:51 – 00:34:10	Se dirige ao pesquisador e diz que está trabalhando com cálculo mental. Professora conversa com alguns alunos. Caminha pela sala. Pede que um faça e outro confira o resultado [Estão em dupla]. Faz a chamada dos alunos [Sentada na cadeira, próxima do birô].
14° intervalo 00:34:11 – 00:36:46	Realizando a chamada dos alunos. Ao concluí-la, pergunta quem fez.
15° intervalo 00:36:47 – 00:39:22	Caminha pela sala de aula, indo em algumas bancas. Pergunta quem conseguiu. Pede para deixar cálculo ou fazer mentalmente. Tira dúvida e desafia os alunos sobre a questão 03.

16° intervalo 00:39:23 – 00:41:59	Aluna diz que terminou à professora. Continua caminhando entre as bancas e perguntando sobre as produções. Professora: <i>Como é que você fez esse aqui?</i> [Aponta para a letra d) no caderno do aluno. Neste momento ela está em pé e ele sentado]. Você botou vinte e cinco menos dezoito ... [aluno lhe interrompe] Aluno: Menos dezoito não, menos oito. Professora: E porque tem um dezoito aqui? [ela aponta para o número no caderno do aluno e ele reage como se soubesse que era oito, mas que registrou errado por engano]
17° intervalo 00:42:00 – 00:44:35	A Professora interagi com o pesquisador e explica que não está perdendo tempo quando deixa os alunos fazerem as questões. E disse que sempre foi assim. Se dirige para perto da lousa, de frente para os alunos e pergunta como lê cada sentença que está na lousa. Aponta para o traço da letra a) e depois diz que ele é o elemento desconhecido e que pode <i>colocar um x, um quadradinho</i>. Pergunta aos alunos quem quer lê a sentença. Nesse momento, alguns alunos falam o resultado, mas ela diz que quer que eles leiam. Ela tem fala: <i>setenta e dois mais um número é igual a cento e cinquenta e quatro</i>. E diz que ela pode ser dita: <i>Pensei em um número, somei com setenta e dois e obtive cento e cinquenta e quatro. Qual é a resposta?</i> Alunos mencionam: <i>Oitenta e dois</i>. Pergunta quem quer ir à lousa responder. A aluna A vai à lousa e respondi a letra a) [Ver imagem seguinte] 
18° intervalo 00:44:36 – 00:47:11	Explica como a aluna fez e mostra que usa a operação inversa, assunto que eles já tinham aprendido antes. Retoma letra b) e pede que os alunos a leia de modo semelhante à leitura da letra a). Um aluno vai à lousa responder a letra b).
19° intervalo 00:47:12 – 00:49:47	Após o aluno colocar na lousa a sua solução da letra b) ela pergunta à classe se o aluno P [Nome de aluno] acertou ou errou.  <i>Como é que eu sei que tá certo? Eu vou pegar o 112, que é o resultado, e tirar 42. Quem vem fazer a letra c)?</i> Um aluno lhe diz que fez de duas maneiras. Um aluno vai à lousa responder a letra c) [Enquanto o aluno responde na lousa ela está dialogando com um aluno sobre como ele tinha respondido]. Ela se dirige à lousa e fica perto do aluno M.
20° intervalo 00:49:48 – 00:52:23	Pergunto aos alunos sobre a letra d): <i>Quem fez e deu quarenta e dois? Quem aí deu quarenta e dois?</i> Explica que essa é uma possível resposta [Errada] que os alunos dão pelo fato de somar os números envolvidos por ser o inverso da operação de subtração que aparece na letra d). E responde a questão na lousa sozinha. Após a correção diz que vai fazer algo que os alunos irão gostar. Em seguida, se posiciona de frente para os alunos, ao centro, com uma folha na mão com desenho de uma balança de dois pretos.  [De um lado há três laranjas e um objeto de 50 g e do outro duas laranjas e um objeto de 200 g].

	Professora: M [nome de aluno], o que é que você está vendo aqui? Aluno: Uma balança Professora: Uma balança. E aí? Será que tem um lado mais pesado do que outro? Alunos: Não Professor: Tem ou não? Alunos? Não
21° intervalo 00:52:24 – 00:54:59	Pergunta quem conhece a balança, quem já viu uma, se eles estão em equilíbrio. Alguns alunos respondem que sim, outros que não. Professora: Quem é que conhece uma balança dessas? Uma balança de dois pratos? Antigamente era muito usada. Ô A [nome de aluno], conhece essa balança? Quem ainda vê essa balança em algum canto? Alunos: No mercadinho, na feira Professora: Porque hoje é tudo digital. Quando o peso, a massa, o produto que está de um lado é igual ao que está do outro ela fica em equilíbrio [faz um gesto com a mão]. Eu me lembro que lá na feira quando ia comprar feijão tinha uns pesinhos de 1 quilo. Colocava um pesinho de 1 quilo e se colocava feijão até ficar em equilíbrio. Aluno: som inaudível [fala sobre a balança na feira]. Professora: Pois é. Isso era muito usado. Mas o que isso tem a ver com a Matemática? Aí vamos trabalhar com equilíbrio, com igualdade. Como fica difícil de ver a balança [ela está segurando uma folha de A4 e nem todos podem ver] eu vou desenhar no quadro.
22° intervalo 00:55:00 – 00:58:35	Associa a balança a igualdade. Desenha uma balança de dois pratos na lousa em equilíbrio e pergunta o que isso significa. Uma aluna responde: <i>Que é o mesmo peso os dois lados</i>. A professora, então, com as mãos, aponta para os pratos da balança dizendo que <i>a mesma massa que está aqui</i> [Apontando para um prato] <i>é a mesma massa que tá aqui</i> [Apontando para o outro prato].  Na imagem, um lado da balança tem 3 laranjas mais 50g e do outro, 2 laranjas mais 200g. Professora: Qual é massa da laranja? Vamos ver. Eu quero saber qual é a massa da laranja? A balança está em equilíbrio. Isso significa o quê? [Alunos falam supostos valores da massa]. Não. Eu não quero o valor agora não. [Nesse momento ela está em pé, perto da lousa, próximo ao desenho da balança. Ela explica gesticulando]. Aluna A: O mesmo peso. Professora: Concordam com A [nome da aluna]. [Professora chama atenção de um aluno e troca ele de lugar]. E aí? Como é que eu acho? Aluna A: Eu sei professora. Alunos: [dois alunos discutem sobre os possíveis valores]. Professora: E aí? Eu quero saber como é que eu faço. Não quero só o resultado não. Aluna A: [explica a professora – som inaudível]

23° intervalo 00:58:36 – 01:01:11	Professora: Alguém quer chutar um valor aí? Fazer por tentativa? [Se dirige a um aluno]. Vamos ver se é 50 g. Cinquenta com cinquenta? Alunos: Cem Professora: Com mais cinquenta? Alunos: Cento e cinquenta. Professora: Com mais cinquenta? Alunos: Duzentos. Professora: Duzentos de um lado. Vamos ver do outro. Cinquenta com cinquenta? Alunos: Cem Professora: Cem com duzentos? Alunos: Trezentos. Professora: De um lado tem 200 e do outro tem 300. Então não está em equilíbrio. Aluno: Ah [reage com ar de que entendeu] Alunos: Cento e vinte e cinco. Professora: Por que? [Ela faz o cálculo junto com os alunos para verificar se o valor satisfaz]. Por pouco. Já tentaram 50 g. Cento e vinte e cinco, por pouco. Então, é mais ou menos que cento e vinte e cinco? Aluno: Cento e trinta. Professora: Será? Cento e trinta mais cento e trinta? [alunos falam junto com a professora a operação] Alunos: Duzentos e sessenta. Professora: Duzentos e sessenta mais cento e trinta? Alunos: Trezentos e noventa. Professora: Trezentos e noventa mais cinquenta? [alunos falam junto com a professora a operação] Alunos: Quatrocentos e quarenta.
24° intervalo 01:01:11 – 01:03:46	Professora: Vamos ver se do outro lado é. Cento e trinta com cento e trinta? Alunos: Duzentos e sessenta. Professora: Duzentos e sessenta com duzentos? Alunos: Quatrocentos e sessenta. Por pouco. Professora: P [nome de aluno] está dizendo que é 150. Vamos lá? Cento e cinquenta mais cento e cinquenta? Aluno: Trezentos. Professora: Trezentos mais cento e cinquenta? Alunos: Quatrocentos e cinquenta Professora: Quatrocentos e cinquenta mais cinquenta? Quinhentos. [Se dirige ao outro lado da balança]. Cento e cinquenta mais cento e cinquenta? Trezentos. Alunos: Trezentos. Professora: Trezentos mais duzentos? [Professora e alunos respondem quinhentos]. E agora? Agora, só que eu quero uma coisa. Como é que eu faço mexendo isso aqui? Mexendo? [Professora aponta para a balança desenhada na lousa e gesticula uma balança com as mãos. Ela continua explicando, gesticulando com as mãos como se fosse uma balança de dois pratos. Alunos e professores falando que se tirar alguma coisa de um lado tem que tirar do outro. A professora vai confrontando as respostas dos alunos.] O que eu posso tirar que não vai alterar a balança? Alunos: A laranja Professora: Ok. Vou apagar uma laranja [professora está resolvendo na lousa com os alunos sentados em suas carteiras. Estes interagem com ela. Ela risca uma laranja de cada lado]. Se eu tirar uma laranja de um lado e uma do outro, vai alterar? [alunos ficam em silêncio].

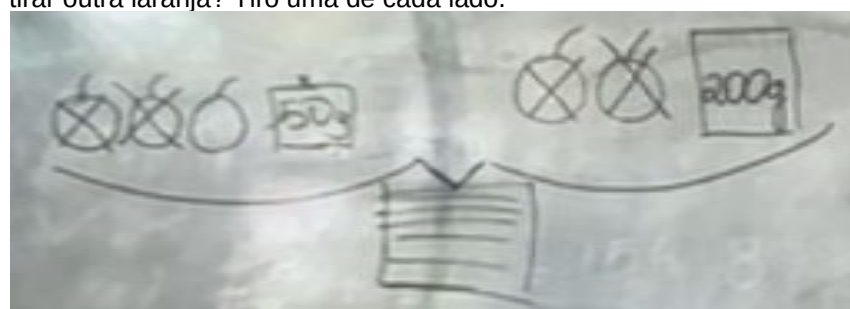


Alunos: Vai. Não.

Professora: Vai diminuir a massa. Mas continuar em equilíbrio?

Alunos: Sim.

Professora: Sim. E que mais agora? Continua. Eu só quero o peso de uma. Eu só quero a massa de uma. Aqui eu tenho duas e aqui eu tenho uma [apontando para as laranjas na lousa que sobraram depois de ter tirado uma de cada lado]. Dá para tirar outra laranja? Tiro uma de cada lado.



[Professora risca mais uma laranja de cada lado]

Professora: Aí ficou como? Uma laranja, cinquenta e duzentos. Como é que eu faço?

Alunos: Cento e cinquenta [Aluno diz a massa de uma laranja].

Professora: Por que?

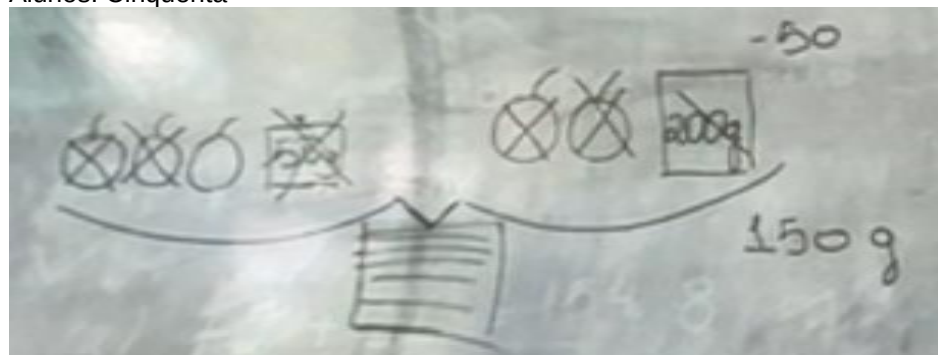
Alunos: Porque cento e cinquenta mais cinquenta dá duzentos.

Professora: Aí eu posso tirar esse peso aqui [se referindo a 50 g]. Se eu tirar esse peso aqui, o que é que eu vou fazer aqui? [aponta para 200 g]. Quanto é que eu tenho que tirar para ficar o mesmo peso?

Aluno: Cento e cinquenta [aluno menciona a resposta].

Professora: Não. Quanto é que eu tenho que tirar do duzentos? [aponta para 200 g].

Alunos: Cinquenta

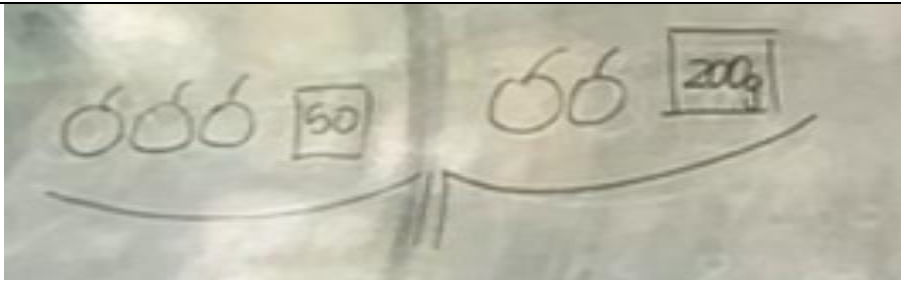
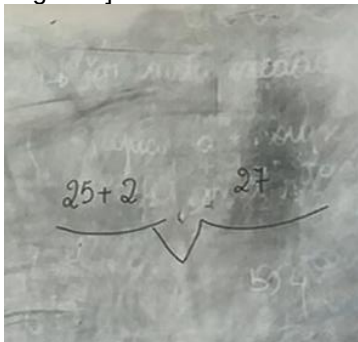
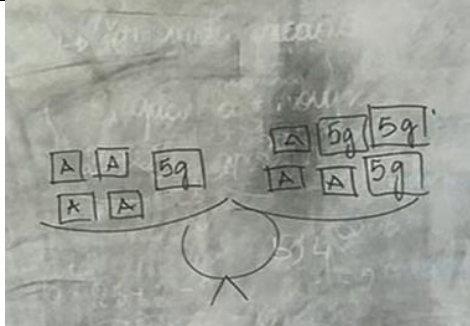


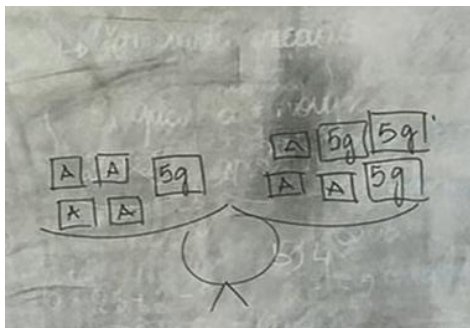
[Professora continua a resolução na lousa e conclui que a massa da laranja dá 50 g]

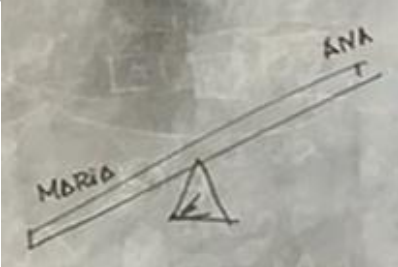
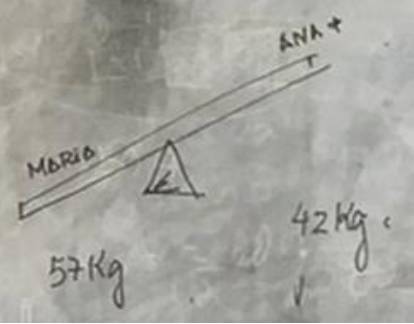
Aluno: Não entendi.

Professora: Eu vou explicar. [Apaga o desenho da questão e desenha novamente].

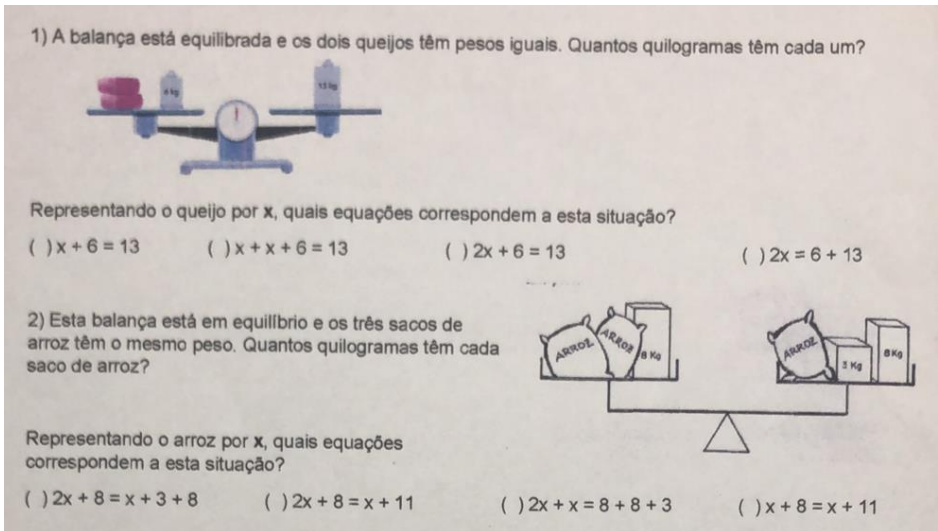
25° intervalo
01:03:46 – 01:06:21

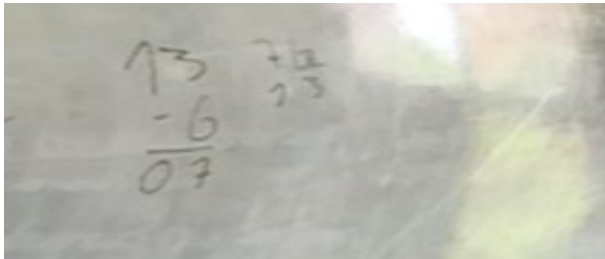
	 Professora: Quando a gente começou, a gente foi fazendo por tentativa. Botaram 50 g, botaram 100g, ... e ficou até chegar no 150 g, mencionado por P [nome de aluno]. Num foi isso P [nome de aluno]? Só que toda vez vamos fazer por tentativa? Tem maneira mais simples de fazer. Veja aqui a brincadeira da balança.
26° intervalo 01:06:22 – 01:08:57	Continua a indagar os estudantes sobre o que acontece quando se coloca uma fruta num lado, apenas. E como fazer para equilibrar. Eles continuam interagindo entre si e com a professora. Respondi, com a participação dos alunos, como se encontrar um valor desconhecido usando uma balança de dois pratos. Ela faz isso para essa questão da laranja. Reforça a ideia que se tirar algo de um lado deve tirar a mesma massa do outro lado.
27° intervalo 01:08:58 – 01:11:32	 Ela coloca de um lado $25 + 2$ e do outro 27. Em seguida, questiona os alunos o que acontece quando retira 2 do prato do lado esquerdo. <i>Se eu tirar o 2 daqui ela vai ficar em equilíbrio?</i> Alunos respondem: <i>não</i>. E ela pergunta: <i>O que tem de ser feito no outro prato para ficar em equilíbrio?</i> Os alunos respondem: <i>tirar 2</i>. Aluno interrompe a aula por estar conversando.
28° intervalo 01:11:32 – 01:14:07	 [Professora faz esse desenho na lousa]. Professora: Olha aqui. Vamos ver. Aluno: O que é A? [Professora não escuta] Professora: De um lado tenho caixinhas amarelas, da mesma massa, e cinco gramas. Do lado de cá [outro lado da balança], eu tenho três caixinhas amarelas e três caixinhas com cinco gramas. Eu quero saber o valor de cada caixinha. Pense um pouquinho. Rabisquem aí. Se quiser desenhe no caderno. Não diga a resposta não. Aluno: Já sei professora. Professora: Tem gente que já disse que já sabia. Eu só quero ver como estão resolvendo.

	Em seguida, pega sua folha com questões e passa mais uma tarefa envolvendo balança, como se vê acima. Escreve na lousa. Explica, oralmente, que a questão é saber qual a massa da caixinha amarela. Pede que eles desenhem no caderno.
29° intervalo 01:14:08 – 01:17:30	Depois, se dirige à lousa e começa a explicar a questão. Pede que os alunos tentem e mostre para sua dupla. Caminha pela sala de aula estimulando os alunos a fazer. Professora se dirige ao pesquisador para explicar suas estratégias na aula. Professora: O que eu estava programando era escrever a sentença matemática desse, da laranja, e percebi que não dá pra fazer isso. Falta algumas coisas para o entendimento deles. Não sei se você percebeu? Mas eu iria fazer. Mas não adianta fazer agora. No 6ºA eles apresentaram muita dificuldade. Aí eu não estou ... vai depender muito da turma. Aqui eu estou percebendo que não dá para colocar logo [a sentença matemática]. Nessa questão da caixinha amarela que coloquei agora eu posso colocar $A + A + A \dots$ e ir cortando. Mas eu não vou fazer essa resolução não. Mas vou chegar lá.
30° intervalo 01:17:31 – 01:19:18	A professora se dirige à lousa e pergunta quem quer fazer. Depois, fala: <i>eu quero que a pessoa venha explicar como é que eu faço só mexendo na caixinha. Imaginar que estou com a balança, desse jeitinho. Que eu faço a brincadeira de tirar e colocar</i> [Ela se dirige a um aluno por conta da conversa]. <i>Quem quer vir fazer? Ou falando pra mim como é que eu faço.</i> Alunos mencionam o valor obtido. Mas a professora diz que não quer na tentativa. Ela fala: <i>eu quero brincar de tirar. Quem é que eu posso tirar aqui que não vai mexer nos dois?</i>
31° intervalo 01:19:19 – 01:21:54	Na sua explicação, ela representa o equilíbrio da balança por: $A + A + A + A + 5 = A + A + A + 5 + 5$  [Ela resolve se apoiando nessa imagem] Professora: Aqui tem uma caixinha [aponta para a caixa A]. O que foi que a gente disse? Tira professora uma. Tirei [ela apaga uma caixinha A do lado esquerdo da balança]. O que é que eu tenho que fazer do outro lado? Alunos: Tira um A [A professora apaga uma caixinha A do lado direito]. Professora: Tirei um aqui e tirei outro aqui [ela risca um A de cada lado da equação na representação algébrica]. Está em equilíbrio ainda. E aí? Aluno: Tira outro A. Professora: Tira outro A? [Pergunta afirmando]. Aluno: Não! Professora: Não? Por que não? Aluno: [som inaudível] Professora: Quem foi que disse que eu tiro uma caixinha A daqui? [A professora aponta para uma caixinha do lado esquerdo da balança]. Alguém disse aí. E o que é que eu faço aqui? [aponta para uma caixinha A do lado direito]. Aluno: Tira outro. Professora: Veja. Tiro um A daqui [apaga uma caixinha da balança do lado esquerdo] e tiro uma caixinha daqui [apaga uma caixinha do lado direito. Ela se dirige à equação na forma algébrica e risca um A de cada membro]. Continua em equilíbrio? Alunos: Sim. Professora: Sim. E agora? Aluna A: Professora, ela descobriu. É 10 [referência a massa de uma caixinha].

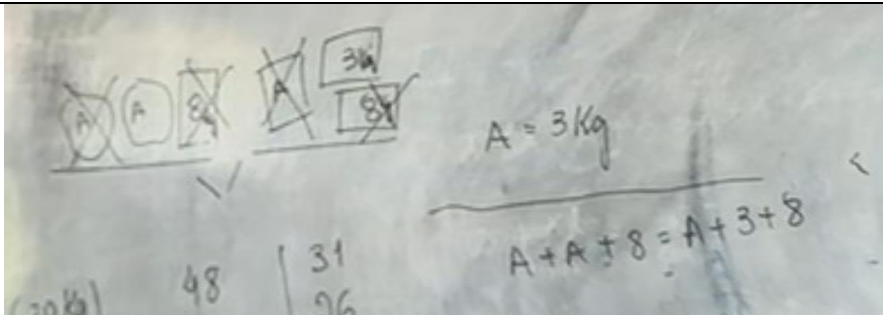
32° intervalo 01:21:55 – 01:24:30	Professora: Não. Mas eu não quero o valor. Eu quero tirar as coisas aqui. Vocês estão com a resposta. Mas eu quero que mostre como chega no 10. Vou ajudar vocês. Vou tirar um A daqui e tirar outro daqui [A professora apaga um caixinha em cada lado da balança]. Que coisa boa. [ela risca um A em cada membro na representação algébrica]. Aluna: Dá 10. Professora: Mas como é que eu chego aqui no valor de 10? [A professora aponta para a balança]. Aluno: Tirando. Professora: Vou tirar quem, agora? Aluno: Tira 5. Professora: Muito bem [A professora risca um A em cada lado da balança]. Vou tirar 5 do lado de cá [esquerdo da balança] e 5 do lado de cá [direito da balança] para ficar em equilíbrio. Aí ficou o quê? O A igual a 10 g. Entenderam o que a gente fez? A gente vai tirando de um lado e tirando do outro. <i>A professora diz: Vocês estão só preocupados, em alguns momentos, em achar a resposta. Mas tem horas que ela tá tão complexa que fica difícil. Mas se você começar a aprender que se de um lado eu acrescento do outro eu acrescento, não altera ... Isso vocês vão ver lá frente que vai ajudar. Não é só a resposta. Mas como chegar a isso. Depois eu vou explicar mais sobre isso. Agora, ficou melhor num foi?</i> Ela pedi que os alunos tragam o livro para a próxima aula. Pergunta o que a gente aprendeu, hoje? A professora explica ao pesquisador que vai encerrar a aula. Ela diz ao pesquisador: Você viu? Eu disse a você que eu não iria colocar [referência a resolução com representação algébrica]. Mas eu coloquei. E eu achei legal.
33° intervalo 01:24:31 – 01:27:06	Pede que eles sentem. Ela diz que quer conversar com eles. Ela diz que eles já sabiam calcular o valor do elementos desconhecido. Só que agora vocês estão aprendendo algumas coisas novas que vão ajudar a vocês resolverem as coisas mais fácil de compreender. Essa questão da balança parece brincadeira, mas não é.
34° intervalo 01:27:07 – 01:29:42	Ela desenha uma gangorra [em desequilíbrio], coloca uma pessoa em cada lado e pergunta quem é mais pesada.  Responde junto com eles. Depois, coloca pesos numéricos em cada lado.  Continua explorando o que acontece com a gangorra quando coloca pesos distintos. Professora: Uma criança pequeninha vai sentar junto de Ana. Qual é o peso dessa menina para ficar igualzinho a Maria? Alunos: Quinze

	Professora: Será? [Ela faz a operação na lousa de $45 + 15 = 57$]. Isso aí tem a ver com o exercício que a gente fez.

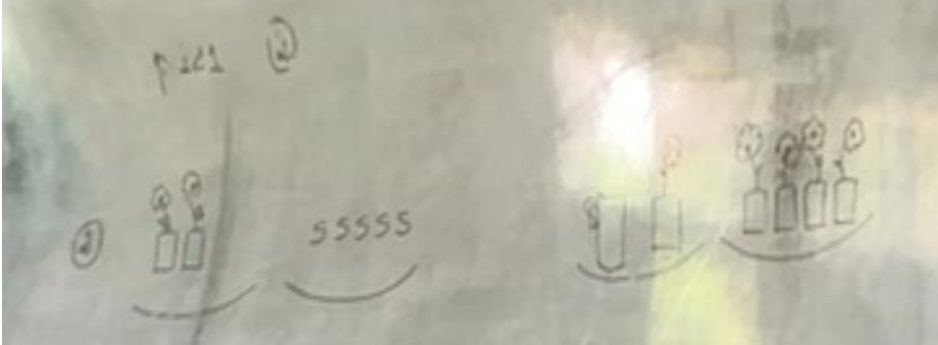
Descrição da aula de matemática da professora Rosácea 15/08/2022 – MOMENTO 03 (4ª AULA) Horário: 09h10 – 10h00 6º ano	
Intervalo de tempo (aproximadamente de 00:02:35)	Descrição (sem interpretação do conteúdo do vídeo)
1º intervalo 00:00:00 – 00:02:35	Os alunos estão sentados em dupla. A professora entregar para cada aluno uma ficha e pede que respondam a primeira e segunda questão e diz que a terceira e a quarta ficarão para a próxima aula [ANEXO A]. Orienta que eles podem responder juntos, ou um faz e outro confere o resultado e diz que eles podem <i>escolher a melhor maneira</i>. [Começa a entregar aos alunos a ficha]. 
2º intervalo 00:02:36 – 00:06:24	Um aluno diz que é prova, mas ela diz que não. Continua entregando a ficha aos alunos. Mencionando nomes de alguns alunos. Entrega uma ficha ao pesquisador. Ao terminar a entrega das fichas, diz que podem fazer de lápis, de caneta. Sobre a forma de resolver ela diz: <i>Quer fazer com a colega ... Ah eu vou fazer com fulaninha. Tudo bem. Pode discutir, que é até legal um discutir com o outro. Aí tem gente que diz: Não. Eu prefiro fazer e depois a minha colega faz e a gente confere o resultado. Escolham o que acham melhor de fazer. Cinco minutos. Façam o primeiro e o segundo, que é uma retomada das aulas anteriores.</i> Chega a uma aluna e diz sobre a atividade: <i>bote a cabeça para funcionar.</i> Chama a atenção da turma pelo barulho. Professora escrevendo na lousa.
3º intervalo 00:06:25 – 00:08:27	Alunos resolvendo as questões e a professora circulando entre os alunos.
4º intervalo 00:08:28 – 00:11:35	Tira dúvidas de alguns alunos sobre as questões indagando-os sobre determinados pensamentos. Aluno: Os dois queijos valem 7 kg. Professora: Mas eu quero o peso de um. Você está dizendo que os dois queijos valem ... [espera o aluno responder] 7 kg [ele fala baixo para que outros alunos não escutem]. Mas eu quero o peso de um. Então, quanto é que vale cada um? [o aluno está sentado e ela encontra-se de pé, em sua frente. Ao fazer a pergunta ela espera ele responder].

	Aluno: três e meio Professora: quanto é de peso 3 e meio? [professora espera que o estudante responda 3 quilos e quinhentos gramas]. Aluno: três quilos e meio Professora: três quilos e quinhentos gramas. Muito bem. [Professora caminha para outras bancas] A professora vai à lousa e explica a questão 01. Se dirige ao pesquisador e diz: <i>Eu vi agora. É porque é a pressa. Usei a palavra equação. Mas eu não gosto. É o correto, mas para o 6º ano, como eu venho tratando de sentença, sentença, ... Mas como nenhum aluno chamou a atenção, ... E eu vi ontem, quando estava fazendo a ficha. Fiquei de trocar, mas acabei esquecendo.</i>
5º intervalo 00:11:36 – 00:13:57	Ainda em conversa com o pesquisador, ela diz que na outra turma ela resolveu a questão de três modos distintos: uma por tentativa [ela diz que os alunos diziam vários resultados], outro que ela chama de tirar os queijos [na imagem da balança vai eliminando massas] e um terceiro modo foi armando. Mas esta última é para depois. Mas pelo menos estão vendo. Dialoga com uma aluna. Esta diz que encontrou a resposta: 7 kg. A professora lhe questiona: <i>e quanto é cada queijo?</i> Continua questionando a aluna sobre o valor da massa do queijo. A professora segura dois objetos, um em cada mão.
6º intervalo 00:13:58 – 00:16:49	Professora: faz de conta que é queijo. Aqui tem 7 kg. Quanto é cada um? Repete a mesma pergunta. Aluna: sete Professora: [sorri] Os dois são 7. Quanto é cada um? Aluna: Ah! Professora: Vai T [nome da aluna]. Espera resposta da aluna]. Os dois são 7. Quanto é cada um? Eu só quero um. Aluna: Ah. Os dois são sete? Vinte. Professora: Ela já pegou [apontando para outra aluna dizendo que ela entendeu e se afasta dessa dupla e vai para outra dupla]. A professora começa a responder. Professora: Quem quer vir aqui na lousa? Não é mostrar só resposta não. Eu quero que vocês venham aqui mostrar como é que foi feito. Eu quero que vocês botem aqui como é que vocês fizeram. Venha R [nome de aluno]. Quer vir fazer? Venha. Agora é fazendo e falando. O aluno começa a escrever na lousa. Professora: Deixa ele terminar depois eu pergunto. Depois eu vejo. Para não quebrar o raciocínio dele. [enquanto isso o aluno está respondendo na lousa].  [o aluno escreve $13 - 6 = 7$ e depois faz 7 dividido por 2. Mas nesta última, só consegue chegar em 3 no quociente e 1 no resto e não consegue ir mais adiante. A professora pede que ele termine a conta. Mas ao perceber que ela tem dificuldade pede que ele sente. Mas depois o chama novamente e lhe pede para explicar o que ele fez. E ele explica.].

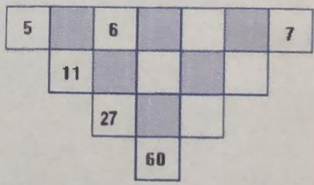
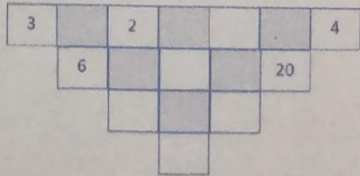
7° intervalo 00:16:50 – 00:19:06	A professora explica para toda turma o que o aluno R fez. Ela encontra-se em pé, perto da lousa e apontando para os números que o aluno escreveu. Explica para a turma que o resto 1 na divisão de 7 por 2 é 1 kg. E diz que eles podem encontrar essa divisão de cabeça, usando cálculo mental. E que normalmente se usa a vírgula ficando, assim, 3,5 kg.
8° intervalo 00:19:07 – 00:21:50	Chama a atenção de alguns alunos que estão conversando. Pergunta a turma quem sabe responder a questão 01 de outra maneira. <i>Quem é que fez por tentativa? Que botou o valor. Será que ele vale 5 quilos?</i> Aluno: eu posso fazer. [aluno vai ao quadro e começa a responder] Professora: gente, ajuda M [nome do aluno. Ela percebe que ele não está conseguindo responder.]. Sente M [ela percebe que ele está com muita dúvida e que naquele momento vai levar mais tempo para explicar-lhe]. Ela, então, começa a fazer por tentativa.
9° intervalo 00:21:51 – 00:24:40	Ela coloca valores no lugar de x [massa do queijo]. Algumas vezes ela pede que os alunos lhe digam valores para testar. Ela coloca 5, 6, 10 e vai respondendo com a turma. Depois coloca 3,5 [que é a resposta correta e verifica que está correto]. Pergunta aos alunos qual a expressão correta. A representação algébrica dos valores da balança.
10° intervalo 00:24:41 – 00:27:29	E vai passando por cada equação e verificando com os alunos o porquê de algumas não darem certo. Chama a atenção de alguns alunos que estão conversando. Coloca na lousa uma imagem representativa da questão 02. Professora: Eu quero agora alguém que faça ... Aluna: 45 Professora: Não quero a resposta agora. Eu quero um valor que a gente tente [sugerindo que os alunos devem testar valores]. Tente aí o 20. Veja quanto vai dar em cada lado.
11° intervalo 00:27:30 – 00:30:20	Professora mexendo em seus materiais no birô. Ela tira dúvidas e chama a atenção dos alunos que estão conversando. Ela começa a ler a questão em voz alta, em pé, de frente para turma. Ela pergunta a turma quem tentou com 20. Os alunos se mantêm em silêncio. Em seguida, um aluno responde como fez. A professora responde na lousa e verifica que o valor não corresponde. Depois um aluno sugere 15.
12° intervalo 00:30:21 – 00:32:50	Ela substitui o 15 no lugar do arroz e verifica que também não deu certo. Depois testam o 19, que também não dá. Ela pede que eles escolham valores menores. Eles sugerem o 3 e testam. Dá certo e alguns alunos vibram com o resultado correto. Em seguida, ela diz que tem uma maneira de tirar massas de um lado e do outro da balança sem alterar o resultado. Professora: Tem uma maneira de tirar da balança. Olha pra ela aqui [balança desenhada na lousa]. Quem é que eu tiro de um lado e do outro e não altera? Aluno: o A [a professora desenhou na lousa a balança da questão 02 – ANEXO A – e colocou no lugar do arroz o símbolo A]. Tira um A de cada lado. Professora: Tira quem? Aluno: Tira o 8 em cada lado. Professora: Quem sobrou? Aluno: 3 kg Professora: outra maneira. E a terceira maneira era arrumar assim:

	 [ela escreve $A + A + 8 = A + 3 + 8$]
13° intervalo 00:32:51 – 00:34:45	A professora escreve na lousa as 4 equações da questão 02 e pede que todos olhem para a lousa. Neste momento ela está em pé, ao lado da lousa. Professora: Qual são sentenças vocês acham que estão correta? Alunos: A segunda e a terceira. Professora: Por que a segunda está correta? Aluno: Porque ela está correta. Professora: Está correta. Mas por que? [ela se volta para a segunda equação e pergunta de onde veio o 11] Aluno: o 11 veio de $8 + 3$. [professora explica para toda a turma o porquê da equação 2 está correta].
14° intervalo 00:34:46 – 00:37:02	Chama a atenção de alguns alunos que estão conversando. Em seguida, pergunta qual foi a outra equação correta. Aluno: A terceira, a primeira Professora: a primeira [ela explica o porquê de ser a primeira] Pede que os alunos abram o LD adota na página 121 [escreve na lousa] e que façam a questão 02 [ANEXO B].
15° intervalo 00:37:03 – 00:39:22	Chama a atenção de alguns alunos que estão conversando. Retoma à questão 02 pergunta quem quer ler o problema. Pede que o aluno A [nome de aluno] abra o LD na página 121.
16° intervalo 00:39:23 – 00:42:15	Aluna inicia a leitura. A professora está em pé, perto da lousa, indagando os alunos acerca da questão. Pede que um aluno leia novamente a questão. Começa andar pela sala e para ouvir como o aluno H [nome de aluno] fez. O aluno H explica como ele fez [ele está sentado na sua carteira. Fala baixo e nem todos escutam]. Ele diz que como havia 5 pássaros, multiplicou 90 por 5, que deu 450. Em seguida dividiu por 2, já que isto está sendo equilibrado com dois vasos com flor. A professora encerrou a aula dizendo que na aula seguinte continuaria.

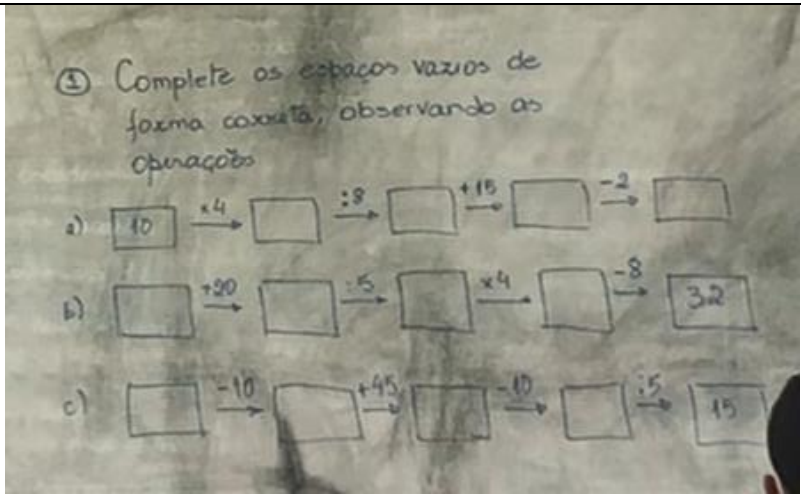
Descrição da aula de matemática da professora Rosácea 15/08/2022 – MOMENTO 04 (5ª AULA) Horário: 10h20 – 11h10 6º ano	
Intervalo de tempo (aproximadamente de 00:02:35)	Descrição (sem interpretação do conteúdo do vídeo)
1º intervalo 00:00:00 – 00:02:35	A professora inicia a aula chamando a atenção dos alunos para que eles participem mais da aula. Retoma a atividade da página 121, questão 02. Diz que vai passar para casa uma leitura, que é um resumo do que aprenderam nesses dias. Pede que eles abram o livro na página 121. Alguém lhe interrompe batendo na porta e dá um aviso à turma. Pede que os alunos fiquem de máscara.
2º intervalo 00:02:36 – 00:06:24	A professora pede que os alunos leiam novamente a questão 02. Ela diz que tem informações importantes para calcular a massa dos sabiás. Enquanto os alunos leem ela desenha a imagem na lousa. Diz que eles precisam achar o valor do vaso com flor e depois pede que os alunos olhem para a outra balança para calcular a massa da jarra.

	 [Na primeira balança dois vasos estão equilibrados com 5 sabiás e na segunda, um vaso e uma jarra se equilibram com 4 vasos] Ao concluir o desenho na lousa, pede que os alunos olhem para o seu desenho. Ela pega o livro didático que estava segurando e coloca no seu birô. Professora: Eu tenho dois vasos que equivalem à massa dos sabiás. Depois que vocês acharem aqui [ela aponta para a imagem na lousa], o vaso, vocês devem achar a massa da jarra. Tem gente que já fez. Daqui a pouco peço para vocês explicarem. Aluno: Posso fazer no caderno.
3° intervalo 00:06:25 – 00:08:27	Professora: Pode. Já tem 2 alunos que antes de irmos ao intervalo já tinham respondido. Procurem ver o enunciado que vai ajudar se você ler. A professora vai em algumas bancas e pede que os alunos leiam o enunciado. Um aluno lhe chama e ela se dirige a ele. Professora: Está em equilíbrio. Tem o peso de alguém, aqui? [professora está em pé apontando para a imagem no LD do aluno. Este está sentado em sua carteira.]. Você conhece o peso? Aluno: noventa gramas? Professora: noventa gramas cada um. E aí? [espera o aluno responder]. Esse lado vai ter quanto? Aluno: cento e quarenta? Professora: Não. São quantos sabiás? Aluno: um, dois, ... cinco. Professora: cinco. Cada um é quanto? Aluno: noventa Professora: Então, o total? Aluno: cinco vezes noventa Professora: dá quanto cinco vezes noventa? Aluno: quatrocentos e cinquenta Professora: Então, esse lado aqui é quatrocentos e cinquenta e esse outro lado também é quatrocentos e cinquenta. Aluno: duzentos e cinquenta gramas [em referência à massa do vaso]. Duzentas ... Professora: bote no papel direitinho aí você já acha o valor do vaso. Aí você vai para a segunda balança e aí já acha o valor da jarra. Explica pra ele. [a professora pede que ele explique ao outro aluno que está ao seu lado]. A professora caminha em direção a outros alunos e chama a atenção porque eles não estavam respondendo a questão.
4° intervalo 00:08:28 – 00:12:00	Professora: tem alguma dúvida aí? Você leu? [professora está em pé, de frente para a aluna e a aluna está sentada] Aluna: sim. Professora: está em equilíbrio aqui [aponta para a imagem no livro da aluna]. Aluna: sim Professora: Você tem o peso de alguém? Aluna: não Professora: Não? Leia o problema. Aluna: Ah, sim. Professora: tem de quem?

	Aluna: do sabiá Professora: quanto pesa cada sabiá? Aluna: noventa Professora: então, quantos sabiás tem aqui? Aluna: cinco Professora: então, você vai achar o peso de todos esses sabiás Aluna: ah, vai juntando. Professora: sim, sim, sim. Vai juntando. Vocês sabem. E depois aí está em equilíbrio. Se vocês leem vocês sabem. [professora se afasta das alunas e vai para outra dupla]. Professora chama a atenção de alunos que não estão resolvendo. Pergunta a alguns alunos porque não estão fazendo. Reflete com eles a importância de fazer as questões de matemática. Pede que se concentrem.
5° intervalo 00:12:01 – 00:14:20	Tira dúvida de alunos. Pede que leiam a questão. Faz questionamentos para enfatizar a importância da leitura para a resolução. Pergunta quem conseguiu a alguns alunos. Vai à lousa, em pé, e começa a enfatizar quais os elementos que estão deixando a balança em equilíbrio e no texto. Fala que vai dar mais um minutinho.
6° intervalo 00:14:21 – 00:16:49	Professora se afasta da lousa e caminha em direção aos alunos. Professora: E aí? Conseguiram achar? um sabiá pesa quanto? Aluno: não sei Professora: se você tivesse lido aqui [aponta para o LD]. Leia aqui onde tem o peso do sabiá. Aluno: Noventa Professora: Noventa! Quantos sabiás são? Aluno: cinco Professora: Como é que eu acho o total? Noventa, noventa, noventa, noventa e noventa. [nesse momento a professora está em pé, de frente para o aluno – este, sentado – e lhe mostra os 5 dedos da mão em referência que cada dedo vale 90]. Aí você acha o sabiá. Faça isso. Continua tirando dúvida dos alunos. Anda pela sala por entre os alunos. A professora diz que vai corrigir.
7° intervalo 00:16:50 – 00:19:06	Vai para a frente da sala e se posiciona perto da lousa. Ela está segurando um piloto. Diz que uma boa parte já respondeu. Pede que os alunos colaborem. Professora: R [nome de aluno]. Esse grupinho aí, como é que vocês fizeram? Aluno R: som inaudível [ele começa a explicar a professora como fez]. Professora: um minutinho [a professora pede que R pare um pouco a explicação e se dirige à lousa para escrever o que R disse]. Porque é que R colocou num lado da balança 90 x 5 [professora escreve na lousa]? Aluno A: Eu. Cada sabiá tem 90 gramas. Cinco sabiá, cinco vezes noventa. Professora: Que dá quanto? Alunos: quatrocentos e cinquenta Professora: quatrocentos e cinquenta. Do lado de cá [desenha um prato da balança] alguém já respondeu? Como está em equilíbrio e equivalem a mesma coisa, aqui também tem quatrocentos e cinquenta [nesse momento a professora faz, com as mãos, uma balança]. Só que são dois vasos. E aí? Aluno: divide Professora: divide por ... dois. Quatrocentos e cinquenta dividido por dois? Aluno A: duzentos e vinte e cinco Professora: como é que você achou esse duzentos e vinte e cinco na <i>cacholinha</i>? [alunos permanecem em silêncio. A professora, então, explica que 450 é igual a 400 mais 50 e divide cada um desses números]. Pronto. Primeira parte achada.
8° intervalo 00:19:07 – 00:21:50	A professora pergunta aos alunos qual o valor da massa da jarra. Ela está em pé, próximo à lousa e de frente para a sala. A professora coloca o número 225 g com uma seta ligando o sabiá. Alunos apresentam dificuldade. A professora continua perguntando como faz. Professora: E aí? Aluna S: A jarra é 775 g

	Professora: Tem certeza? Aluno P: 675 g Professora: Opa! Duas respostas. [ela registra na lousa as duas]. E aí? Diferença de 100 g. [Pede que a aluna S faça de novo o cálculo]. Professora muda um aluno de lugar e lhe pede concentração. Professora: E aí? Qual é a resposta correta? Tem duas maneiras de fazer. Uma é você tirando [alusão a subtrair tem um lado e de outro valores da balança e mostra que cada lado tem que ter 900 g. Não fala a outra maneira]
9° intervalo 00:21:51 – 00:24:40	A professora pergunta aos alunos qual é a conta que se deve fazer. Alunos não respondem. Ela faz na lousa 900 menos 225. Faz sozinha, explicando o procedimento em voz alta. Ao concluir a questão 02 da página 121 pede que os alunos voltem para a ficha, para responder a questão 03. 3) Os quadrados brancos sem números da figura a seguir devem ser preenchidos com número de modo que cada número, a partir da segunda linha, seja igual à soma dos dois números vizinhos da linha imediatamente superior. Por exemplo, o número da primeira casa da segunda linha é 11, porque $11 = 5 + 6$. O desafio é completar os demais espaços em branco desta figura. 
10° intervalo 00:24:41 – 00:27:29	Pede que os alunos leiam o enunciado. A professora desenha na lousa a imagem da questão 03. Alunos tentam responder em suas carteiras. Diz que o espaço que precisam preencher a pirâmide é o espaço em branco. Reforça que para entender a regra precisam ler o enunciado. Senta em seu birô e inicia a chamada. Fala que a questão 03 é um desafio legal. Chama atenção de alunos que estão conversando.
11° intervalo 00:27:30 – 00:30:20	Chamada nominal. A professora se levanta e vai para perto da lousa e pede que um aluno leia a questão 03 da ficha.
12° intervalo 00:30:21 – 00:32:50	No momento da leitura, faz algumas paradas para explicar e endossar a regra que relaciona um número com outro. Um aluno se levanta e lhe mostra como fez. Ela olha e pede que ele sente. Questiona os alunos quando eles mencionam um número do porquê desse número e como ele foi obtido.
13° intervalo 00:32:51 – 00:34:10	Reforça que os dois números de cima da célula dá o de baixo. Alunos mencionam os números corretamente. A professora diz que eles já descobriram a regra.
14° intervalo 00:34:11 – 00:36:46	Continua questionando os alunos sobre os resultados que eles mencionam. Pede que os alunos façam a questão 04. Se dirige ao pesquisador e diz que gosta muito dessa pirâmide, pois eles exercitam o cálculo mental. 4) Os quadrados brancos sem números da figura a seguir devem ser preenchidos com número de modo que cada número, a partir da segunda linha, seja igual ao produto dos dois números vizinhos da linha imediatamente superior. O desafio é completar os demais espaços em branco desta figura.  Quais operações você precisou usar para descobrir os números que escreveram nos espaços em branco? Justifique o seu raciocínio?
15° intervalo 00:36:47 – 00:39:24	Alguns alunos vão até a professora para tirar dúvidas. Ela vai à lousa. Apaga o que está escrito. Diz que vai explicar e que eles devem continuar em casa. A professora inicia a leitura. Após a leitura ela pergunta: <i>Alguém sabe o que produto?</i> Aluno: resultado da soma

	Professora: resultado da soma, não. Resultado da multiplicação! [ela dá um exemplo na lousa]. Essa questão é diferente da anterior. [pede que eles tentem e diz que na próxima aula corrige].

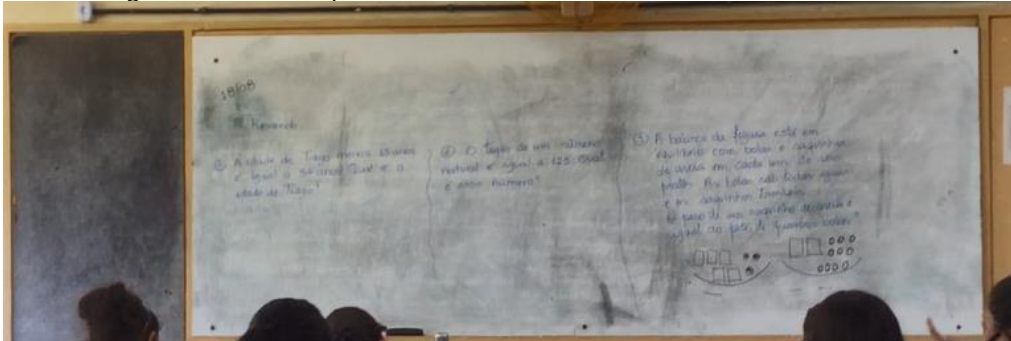
Descrição da aula de matemática da professora Rosácea 17/08/2022 – MOMENTO 05 (6ª AULA) Horário: 11h10 – 12h00 6º ano	
Intervalo de tempo (aproximadamente de 00:02:35)	Descrição (sem interpretação do conteúdo do vídeo)
1º intervalo 00:00:00 – 00:02:35	A professora inicia a aula retomando a questão 04, da aula anterior. Desenha na lousa a pirâmide.
2º intervalo 00:02:36 – 00:06:24	Pergunta aos alunos quem já fez. Alguns alunos levantam a mão. Ela começa a leitura da questão 04. Escreve na lousa algumas palavras e explica cada uma delas: <i>produto, linha, imediatamente superior</i> [pergunta aos alunos o significado de termo no problema].
3º intervalo 00:06:25 – 00:08:27	Entrega a um aluno a ficha, pois ele tinha vindo na aula anterior. Dá tempo para que os alunos respondam. Transita pela sala. Diz que vai dar mais um minutinho. Diz que vai olhar a chamada no SIEPE para fazer. Consulta o SIEPE pelo seu smartphone. Inicia a chamada da turma pelo SIEPE em seu smartphone.
4º intervalo 00:08:28 – 00:11:55	Pergunta aos alunos qual é o número que multiplicado por quatro dá vinte. Os alunos respondem cinco. Ela questiona-os como eles encontraram. Alguns dizem que fizeram mentalmente. Ela fala para toda a turma como um aluno fez [<i>H fez quatro vezes um, quatro vezes dois, ... até chegar ao vinte</i>]. Continua perguntando quem fez de outra forma. Professora: vocês lembram que na semana passada a gente trabalhou com operações inversas, a relação entre as operações. Como é que dá cinco aqui [está em pé, perto da lousa, de costas para a sala e apontando para a pirâmide] de outra forma, usando esses números [4 e 20]. Diga P [nome de aluno].
5º intervalo 00:11:56 – 00:13:57	Aluno P: vinte dividido por quatro. Professora: Lembram de ontem. Voltando. Esclarece que na questão anterior foi adição e nessa é produto e divisão. Preenche a pirâmide perguntando aos alunos qual o número que se coloca nas células. Chama nome de alunos e lhe perguntam quanto dá.
6º intervalo 00:13:58 – 00:16:49	Reforça a relação entre multiplicação e divisão no momento que está escrevendo os números. Diz que hoje e amanhã vão fazer exercícios porque eles devem fazer uma atividade para nota nessa sexta-feira ou na semana que vem.
7º intervalo 00:16:50 – 00:19:06	Pega uma folha e tira dela algumas questões e escreve na lousa.
8º intervalo 00:19:07 – 00:21:50	

	Pede que eles façam como quiserem. Diz que está revendo o cálculo de valor desconhecido. Continua dizendo há vários elementos a serem descobertos.
9° intervalo 00:21:51 – 00:24:40	Transita pelas carteiras dos estudantes. Senta em sua cadeira e folheia alguns papéis.
10° intervalo 00:24:41 – 00:27:29	Se dirige ao pesquisador e diz que vai lhe mostrar o SIEPE para ver todo o planejamento. Explica aos alunos, de forma geral, como se dá o preenchimento das células. Tira dúvidas de alunos.
11° intervalo 00:27:30 – 00:30:20	Retoma a conversa com o pesquisador e diz que os alunos têm dificuldade no significado da divisão (perguntam: é de vezes?). Diz que eles têm dificuldade em reconhecer o sinal de dois pontos para divisão. Continua dizendo que o CPE prevê que potência seja trabalhada na 1ª unidade, mas que não vê. Afirma que trabalha potência em cima de resolução de problemas. Ela diz que eles não têm maturidade, entendimento para saber o que é potência. É muito abstrato pra eles. Vai para a frente da turma e diz que vai responder só o primeiro. Vai perguntando aos alunos como preencher as células, reforçando a operação inversa.
12° intervalo 00:30:21 – 00:32:50	Continua explicando a letra a) endossando a operação inversa. Conversa com os alunos sobre assuntos aleatórios. Caminha pela sala para ver quem fez. Começa a responder a letra b) e pede que um aluno lhe diga um número aleatório para testar na célula.
13° intervalo 00:32:51 – 00:34:10	Continua explicando. Colocando números para testar.
14° intervalo 00:34:11 – 00:36:46	Pergunta quem fez sem ser por tentativa. Uma aluna fez pela operação inversa começando a preencher a célula pelo final [letra b)]. A professora vai preenchendo perguntando o resultado da operação. Explica aos alunos como encontrar os números. Passa uma tarefa para casa. Escreve na lousa a página 121 e a questão 3 [questão do LD adotado].
15° intervalo 00:36:47 – 00:41:43	Pergunta quem quer ir ao quadro responder a letra c). Diz que quem vai muito ao quadro não é para ir. Quer alguém que geralmente participa pouco. Nenhuma aluno vai. A professora responde com os alunos.

Descrição da aula de matemática da professora Rosácea 18/08/2022 – MOMENTO 06 (7ª AULA E 8ª AULA – PARTE 01) Horário: 10h20 – 12h00 6º ano	
Intervalo de tempo (aproximadamente de 00:02:35)	Descrição (sem interpretação do conteúdo do vídeo)
1° intervalo 00:00:00 – 00:02:35	A professora inicia a aula perguntando aos alunos se havia passado alguma atividade na aula anterior. Alunos dizem que sim. Professora diz que a tarefa foi a da página 121. Pergunta quem fez. Diz que o desenho da atividade é <i>complicado para desenhar</i> . Diz que quem quer vai lhe ajudando. Começa a escrever na lousa a questão 3 da página 121.

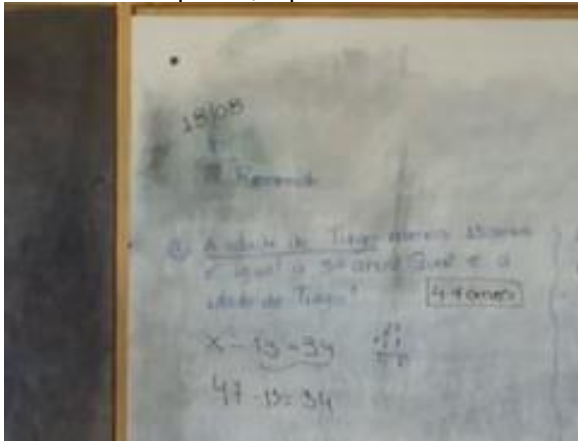
	colocar em seu lugar: <i>interrogação, pode botar x, ...</i> Ela continua explicando que colocava <i>muito</i> isso [nesse momento ela escreve na lousa: ■ $x3 = 48$ ___ $x 3 = 48$ E continua sua explicação. Professora: <i>só que aqui no livro eles colocaram a letra "A" porque tem vários elementos desconhecidos. Vamos começar a preencher?</i> [a professora caminha em direção ao seu birô para pegar um piloto de outro cor]. <i>Quem já achou o valor do "A"? O valor do "A" é quanto?</i> Alunos: <i>Dezesseis</i> Professora: <i>Dezesseis. Como é que vocês acharam dezesseis?</i> Aluna A [nome de aluna]: <i>Quarenta e oito dividido por três ...</i> Professora: <i>Olha lá o que A [nome de aluna] tá colocando</i> [professora escreve na lousa $48:3$]. <i>Veja que ela utilizou a operação inversa. Lembra que a gente trabalhou isso? Aí dá 16</i> [escreve $48:3 = 16$]. <i>Aí a gente pode dizer que dezesseis vezes três dá quarenta e oito</i> [escreve na lousa $16 \times 3 = 48$]. <i>Aí, quarenta e oito</i> [escreve na lousa 48] <i>dividido por quanto?</i> Alunos: <i>Três</i> [professora escreve na lousa $48:3=16$. Em seguida, junto com os alunos escreve $48:16=3$]
4° intervalo 00:08:28 – 00:11:35	Explica as relações na operação [$48:3=16$; $48:3=16$; $16 \times 3=48$] e diz aos alunos que é <i>importante</i> saberem isso. Escreve na lousa $A = 16$. Em seguida, pergunta se é possível achar o L. Professora: <i>Qual é o número que dividido por três dá trinta e dois?</i> [leitura dela de: $L:3=32$] Aluna A: <i>Noventa e seis</i> Professora: <i>Como é que vocês fizeram?</i> Aluna A: <i>Com o mesmo cálculo.</i> Professora: <i>Aquela mesma questão. Trinta e dois vezes 3, ó ...</i> [escreve na lousa $32 \times 3 = 96$ e $96:3=32$]. <i>Então, o valor de L, ... Quanto é o valor de L? Noventa e seis.</i> [nesse momento ela escreve na lousa $L=96$ e alguns alunos fala noventa e seis]. <i>Já achamos o L. É possível achar o G?</i> Aluna A: <i>Sim</i> Professora: <i>Deixa outra pessoa responder. Tu deixa?</i> [professora fala para a aluna A]. Aluna M: <i>Oito</i> Professora: <i>Oito por que, M?</i> [a professora se afasta da lousa em direção aos alunos] Aluna M: <i>Porque oito menos cinco é três.</i> Professora: <i>Que outra operação a gente pode fazer aqui?</i> [professora se aproxima da lousa]. <i>Cinco mais três lembram?</i> [escreve na lousa $8-5=3$]. <i>Então G,...</i> [escreve na lousa $G = 8$]. A professora continua perguntando aos alunos como encontrar as demais letras. Dialoga e discute os valores mencionados pelos alunos.
5° intervalo 00:11:36 – 00:13:57	A professora lê as sentenças matemáticas colocando em evidência o termo desconhecido. Para encontrar a letra E ela fala: <i>Qual é o número que somado com três dá dezesseis?</i> Alunos: <i>Treze.</i> [professora escreve na lousa $E=13$] Chama atenção de alunos que estão conversando. Dialogando com os alunos acha $B=80$ e $R=5$. Ao encontrar o valor de R os alunos vibram [uhuu].
6° intervalo 00:13:58 – 00:16:49	Chama atenção de alunos que não participaram. Em seguida, a professora está pé, de frente para a sala de aula. Ela diz: Professora: <i>Gente, olhe. Eu já botei, ... Lembram daquele exercício que botei um bocado de quadrinho pra dá o resultado? Eu podia ter colocado letra pra vocês descobrirem. Mas no lugar de botar letra eu deixei o espaço vazio.</i>

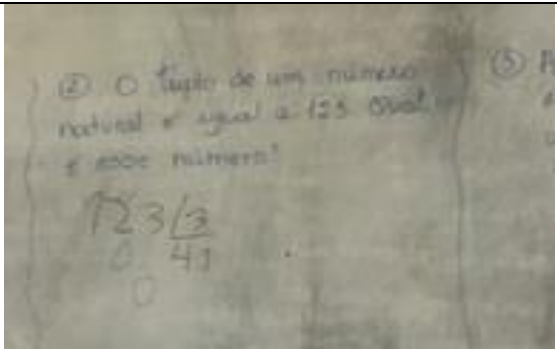
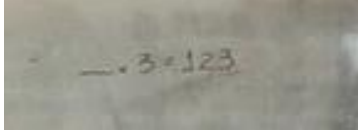
	Aluna A: <i>Professora, vai cair na prova?</i> Professora: <i>Vai. Na prova, na atividade pra nota. Num é só prova não. Em atividades de grupo</i> [nesse momento ela vai até o birô e mexe em seus materiais]. Pede que os alunos anotem os valores das letras. Diz que eles trabalharam com as operações inversas. Apaga uma parte da lousa. Pede que copiem, pois vai colocar umas <i>atividadizinhas</i>. [aluna A vibra dizendo éééé]. A professora senta em sua cadeira. Diz que vai fazer a chamada.
7º intervalo 00:16:50 – 00:19:06	Começa a fazer a chamada [chama nome dos alunos]. Termina a chamada.
8º intervalo 00:19:07 – 00:21:50	Apaga o restante da lousa. Começa a anotar as questões no quadro e diz que eles vão responder no quadro. Tira as questões de um caderno que está em suas mãos.

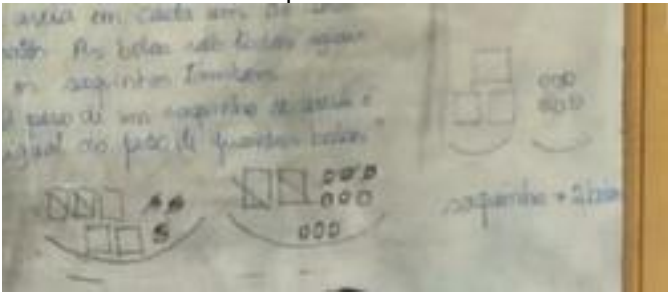
Descrição da aula de matemática da professora Rosácea 18/08/2022 – MOMENTO 06 (7ª AULA E 8ª AULA – PARTE 02) Horário: 10h20 – 12h00 6º ano	
Intervalo de tempo (aproximadamente de 00:02:35)	Descrição (sem interpretação do conteúdo do vídeo)
1º intervalo 00:00:00 – 00:02:30	A professora se encontra em pé, anotando na lousa três questões. Na imagem da lousa a seguir está as três questões.  As questões são: 01) A idade de Tiago menos 13 anos é igual a 34 anos. Qual é a idade de Tiago? 02) O triplo de um número natural é igual a 123. Qual é esse número? 03) A balança da figura está em equilíbrio com bolas e saquinhos de areia em cada um de seus pratos. As bolas são todas iguais e os saquinhos também. O peso de um saquinho de areia é igual ao peso de quantas bolas?  [Imagem ampliada da figura da questão 03]. Ao terminar de escrever ela caminha em direção aos alunos. Pede silêncio batendo palmas. Caminha pela sala de aula falando com os alunos. Ela fala: <i>Vamos lá. Daqui a pouco eu chego aí pra gente ver. Tá copiando? Cadê? Ainda está no primeiro? É a conversa, num é D [nome de aluno]. Eu sei que você está conversando. Nem o primeiro você terminou. Tem gente que já terminou e já está resolvendo. Você está perdendo tempo. E aí P [nome de aluno], está conseguindo?</i> Explica que eles podem fazer usando cálculo mental. Continua dialogando com alunos e fazendo perguntas. <i>O que são números naturais, lembra? Deu quanto o primeiro?</i>
2º intervalo 00:02:31 – 00:05:34	Ao lado da banca de um aluno, a professora dialoga sobre a questão. Ela vai em direção à lousa e diz que se os alunos quiserem podem fazer a sentença ou cálculo. Reforça que tem de fazer a sentença. Caminha pela sala e tira dúvidas dos alunos. Dialoga com um aluno sobre o triplo de um número. Ela pergunta a um aluno: <i>O que</i>

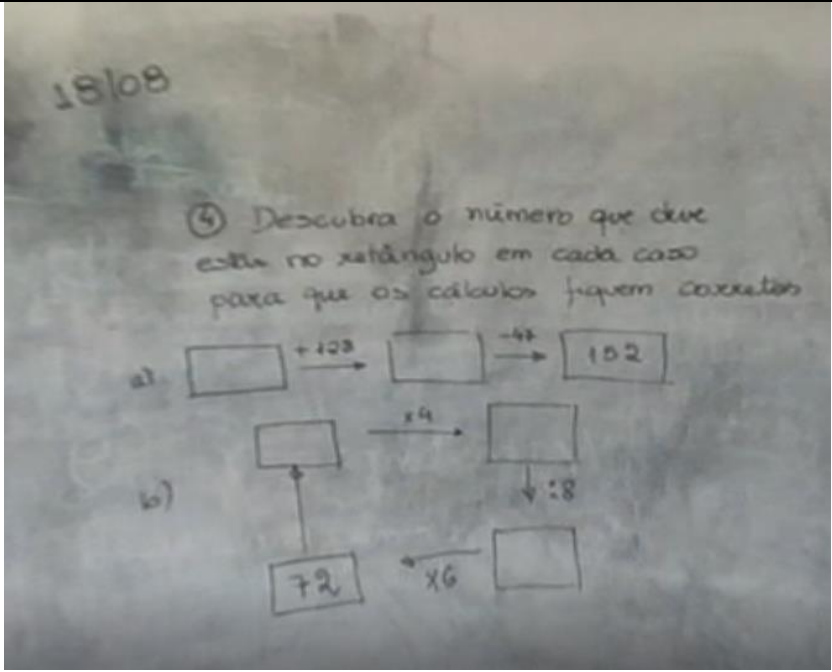
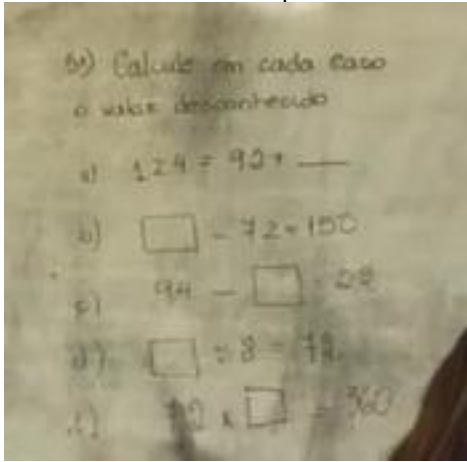
	é o triplo de um número? O aluno responde: <i>Três vezes mais</i>. A professora continua: <i>Pronto. Três vezes o número vai dar cento e vinte e três. Aí você vai descobrir que número é esse. Pode ser dois? Não. Três vezes dois, seis. Tá muito longe. Entendeu? É o triplo de um número. Como você disse: é três vezes. Qual é o número que, multiplicado por três, dá o valor que eu pedi?</i> Continua caminhando, fazendo questionamentos, esclarecendo a questão, chamando a atenção de quem está conversando. Pergunta quem fez o segundo e diz que vai dá mais cinco minutos para concluírem. Um aluno lhe pergunta: <i>Dá pra me ensinar, não?</i> Ela se aproxima dele e responde: <i>Vou lhe ensinar. Ler aqui para mim. Vamos lá!</i>
3º intervalo 00:05:35 – 00:08:51	O aluno começa a ler. Após a leitura os dois dialogam sobre a resposta. Ela faz questionamentos ao aluno: <i>A idade de Thiago menos treze anos dá trinta e quatro. Qual é a idade dele?</i> O aluno não entende. Ela continua. <i>Se a sua idade, que não é a sua, tirar treze, fica com trinta e quatro. Qual era a sua idade?</i> Ele responde: <i>Trinta e oito</i>. Ela lhe faz outra pergunta: <i>Será que trinta e oito com treze dá trinta e quatro? Trinta e oito menos treze? Veja aí.</i> Ela fica em pé e deixa o aluno pensando. Ela se afasta do aluno. Caminha pela sala, falando com os alunos, pedindo para a ler o problema novamente, perguntando quem conseguiu fazer, sem dar a resposta. Continua tirando dúvida dos alunos, indo de banca em banca. Um aluno lhe chama para tirar dúvida da questão 01. Aluno: <i>Trinta e oito menos treze deu vinte e cinco</i>. [O aluno está sentado, na primeira fila, de frente para o lousa. A professora está em pé, quase de frente para ele]. Professora: <i>Não. É trinta e quatro ali</i>. [Aponta para a questão 01 na lousa]. Aluno: <i>Ah</i>. Professora: <i>É trinta e quatro. Olha aqui</i>. [Caminha em direção à lousa e aponta para o número 34]. <i>Você colocou trinta e oito, mas é trinta e quatro anos. Você tem a idade de Tiago subtraiu menos treze deu trinta e quatro. Aí qual era a idade dele? Lembra aquela relação que eu fiz? Da adição? Três números ...</i> [Caminha em direção ao aluno gesticulado com a mão. Em seguida, vai ao birô, pega um piloto e escreve na lousa. À medida que escreve na lousa $\_\_ - \_\_ = \_\_$ ela fala: <i>Você tem um número menos o outro, aí você faz a relação entre eles</i>. Caminha em direção aos alunos. Chama a atenção do aluno M. Professora: <i>Vamos. Conseguiu? Conseguiu fazer algum? Qual o que você fez? Deixa eu ver. Aqui deu quanto?</i> [A professora aponta para o caderno do aluno]. Aluno: <i>Trezentos e sessenta e nove</i> [ele dá a resposta para a questão 02].
4º intervalo 00:08:52 – 00:10:52	Professora: <i>Quanto?</i> Aluno: <i>Trezentos e sessenta e nove</i> Professora: <i>Não, não. Você veja lá. O triplo de um número natural é igual a 123. Ele não tá pedindo pra você calcular o triplo de 123, não. O triplo de um número dá esse resultadinho aqui</i> [ela aponta para o número 369 no caderno do aluno]. <i>Um número três vezes dá esse número aí. Entendeu?</i> Outro lhe chama. Ela continua tirando dúvidas, dialogando com eles, fazendo novas perguntas. Se aproxima do pesquisador e diz: <i>Cansa, né? Eu mal sento. A minha prática é essa. Porque se não ficar eles não fazem. Às vezes sabem fazer e aí fica conversando. E tem as dúvidas, né? Mas é complicado. Quando a turma era menorzinha ficava melhor</i>. [Fala que antes a média de alunos era de 20 e alguma coisa por turma. Depois da pandemia as cinco turmas se juntaram para formar três. Ficaram perto de 40 por turma].

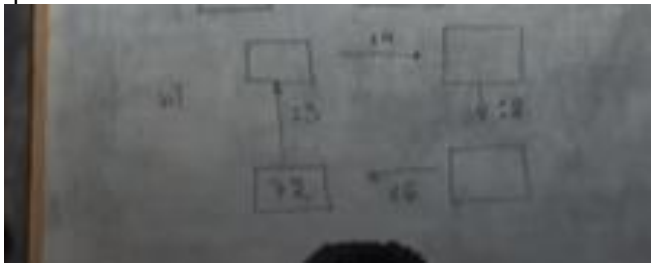
Descrição da aula de matemática da professora Rosácea 18/08/2022 – MOMENTO 06 (7ª AULA E 8ª AULA – PARTE 03) Horário: 10h20 – 12h00 6º ano	
Intervalo de tempo (aproximadamente de 00:02:35)	Descrição (sem interpretação do conteúdo do vídeo)
1º intervalo 00:00:00 – 00:02:35	Continua explicando ao pesquisador os motivos da redução das turmas e o remanejamento dos professores para outras escolas.
2º intervalo	Diz que vai começar e caminha em direção à lousa.

00:02:36 – 00:06:31	Professora: <i>Posso fazer o primeiro?</i> Alunos: <i>Pode</i> Professora: <i>Eu não. Vocês. Quem vem fazer o primeiro?</i> [A professora está em pé, próxima à lousa. Um aluno se levanta em sua direção. Ela lhe entrega o piloto. Ela lê o problema em voz alta para todos ouvirem.] Alunos: <i>Quarenta e sete.</i> [O aluno M está em pé, registrando seus cálculos]. O aluno M coloca na lousa $34 + 13$ [Na forma vertical. Um número em cima do outro. Coloca um traço em baixo da soma. Abaixo do traço o número 47]. Em seguida, o aluno M senta. Ela se dirige aos alunos e pergunta: <i>Quem quer botar aqui a sentença? Quem quer escrever a sentença? Quem quer escrever a sentença?</i> [Nesse momento está em pé, o lado da lousa, segurando o piloto na mão como se quisesse entregar a alguém. Pergunta se a aluna MI quer ir. Ela não vai]. Ela continua: <i>Quem é o desconhecido aqui? O que é que a gente está procurando?</i> [Apontando para a questão 01 que está na lousa]. Alunos: <i>A idade de Tiago.</i> Professora: <i>Vamos chamar ele de quê? De quadradinho?</i> Alunos: <i>x</i> Professora: <i>x ou quadradinho?</i> Alunos: <i>x</i> A professora escreve a letra “x” na lousa. Com alunos, vai escrevendo na lousa $x - 13 = 34$ e diz que essa é a linguagem matemática, enquanto que a que está na lousa é a linguagem corrente. Ela diz que o aluno M, que foi à lousa, <i>não armou a sentença, não escreveu a sentença, mas ele fez aquela relação: minuendo é igual ao subtraendo mais resto.</i> Em seguida, pergunta aos alunos: Professora: <i>Como é que eu sei que a idade está correta?</i> [Espera a resposta dos alunos]. <i>Como é que eu tenho certeza que tá correto?</i> Aluno: <i>Pega o trinta e quatro e soma com treze.</i> Professora: <i>Não. Já somou.</i> A professora explica que pode ser feito fazendo 47 menos 13. Ela diz que é a mesma coisa que 34, equivalente a 34. 
3º intervalo 00:06:32 – 00:08:27	Fala que toda resposta com elemento desconhecido os alunos podem verificar se está correto. E mostra que fez isso na questão 01. Pergunta quem fez o segundo. Um aluno se levanta e vai à lousa. Ela lhe entrega o piloto. Enquanto isso, ela está pé, perto de seu birô. Depois, vai em direção aos alunos e chama a atenção de quem está conversando. Volta para o lousa e pede que o aluno R explique o que fez na lousa. Professora: <i>Vamos ouvir o que R [nome de aluno] vai explicar. Hein A [nome de aluno]. Você que fez com ele veja se está correto?</i> [Chama atenção dos alunos que estão conversando]. Pede que o aluno R explique. Aluno R: <i>Pequei 123, já que é o triplo do número, e dividir por 3.</i>

	 [Imagem da lousa com o registro do aluno R.]
4° intervalo 00:08:28 – 00:11:35	Chama a atenção de quem está conversando. Abre a porta da sala e reclama com os alunos que estavam fora de sala de um outra turma. A professora retorna e fica perto da lousa. Começa a responder a questão. Pergunta quem é o triplo de um número, ao que os alunos respondem: <i>vezes três</i>. Ela escreve na lousa:  [Imagem na lousa de --- x 3 = 123.] Professora: <i>Aí aquela relação, né? Operação inversa. Se um número é multiplicado por 3, se eu dividir o número como R [nome do aluno] fez, dá o resultado.</i> [Ela fala em voz alta e escreve a sentença: <i>cento e vinte e três dividido por três vai dar o número que tá aqui em baixo.</i> [Aponta para o número 41]. Abre a porta da sala, pois tem uma turma sem professor. Vai até à outra sala falar com os alunos.
5° intervalo 00:11:36 – 00:13:57	Retorna à sala e pergunta quem é que quer fazer o da balança [se referindo a questão 03]. Ela lê a questão e pergunta quem fez. Nenhum aluno responde. Ela começa a explicar a questão dizendo que vai resolver <i>tirando as bolinhas</i>. Um aluno diz que não está entendendo. Ela está pé, ao lado da lousa, próximo da questão 03. Pergunta o que tem cada prato da balança. Junto com os alunos, eles dizem o que tem.
6° intervalo 00:13:58 – 00:16:49	Reclama do barulho da outra sala. Vai da sala para falar com os alunos. Retorna para sua sala. Retorna à explicação da questão 03. EM pé, perto da lousa, ela pergunta aos alunos quantos saquinhos ela pode tirar de lado para ficar equilibrado. Alunos respondem: <i>um; dois; três</i>.  [Imagem ampliada da figura da questão 03]. Ela resolve com os alunos, riscando os saquinhos e bolinhas [representa o risco como se estivesse tirando do prato da balança].  Professora: <i>Olha a pergunta. O peso de um saquinho de areia é igual ao peso de quantas bolas?</i> Aluno: <i>Cinco</i> [Nesse momento, a professora está em pé, próximo ao birô, olhando o material de onde retirou a questão 03].

7º intervalo 00:16:50 – 00:19:06	Ela diz que colocou bolinha de mais no prato do lado direito e tira uma. Vai resolvendo com os alunos riscando os saquinhos. Ela risca [retira] dois saquinhos de um lado do prato e dois saquinhos do outro lado do prato. Depois risca três bolinhas de um lado do prato e três bolinhas do outro.  [Imagem ampliada da figura da questão 03]. Ao final, ela diz que ficou três saquinhos de um lado [representado pelo quadrado] e três bolinhas do outro [representado pelos círculos]. Ela desenha a imagem de três quadradinhos de um lado do prato e três círculos do outro lado do prato da balança. Em seguida, pergunta: Professora: <i>O saquinho vai valer quanto?</i> Alunos: <i>Oito.</i> Professora: <i>O total de tem seis. Então, cada saquinho equivale a duas bolas</i> [escreve na lousa <i>saquinho = 2 bolas</i>]. <i>Eu troquei o desenho, tá. Desculpem aí. Agora, vamos outro mais ...</i> [caminha em direção à outra extremidade da lousa e apaga as duas questões, 01 e 02, da lousa, coloca o número 4 e o circula, e inicia a escrita da questão 4].
8º intervalo 00:19:07 – 00:21:50	Questão 4: Descubra o número que deve estar no retângulo em cada caso para que os cálculos fiquem corretos. [Nesse momento, chama a atenção de alguns alunos. Uma aluna lhe pergunta o que ela queria ser quando era mais nova]. A professora dialoga com ela. A professora está com um livro na mão e se afasta da lousa e se aproxima da aluna. A professora está em pé. Professora: <i>E você vai ser o que quando crescer?</i> Aluna: <i>Eu quero ser ... é ...veterinária</i> Professora: <i>E a matemática? Vai usar, na veterinária?</i> Aluna: <i>Não ...</i> Professora: <i>Não?</i> Aluna: <i>Vou, vou</i> Professora: <i>Vai, como?</i> Aluna: <i>Não sei</i> Aluno: <i>Nos frascinhos</i> Professora: <i>Nos frascinhos de quê? Dos remédios. Vai dar dosagem errada de remédios, vai?</i> A professora volta a escrever na lousa a questão 4.
9º intervalo 00:21:51 – 00:24:40	A professora escreve a questão 4

	 18/08 ④ Descubra o número que deve estar no retângulo em cada caso para que os cálculos fiquem corretos a) $\boxed{} + 123 \rightarrow \boxed{} - 45 = 152$ b) $\boxed{} \times 4 \rightarrow \boxed{} \div 8 \rightarrow \boxed{} \times 6 = 72$
10º intervalo 00:24:41 – 00:27:29	Continua a escrever a questão 5.  b) Calcule em cada caso o valor desconhecido a) $124 = 90 + \underline{\hspace{1cm}}$ b) $\boxed{} - 72 = 150$ c) $94 - \boxed{} = 28$ d) $\boxed{} : 8 = 18$ e) $30 \times \boxed{} = 360$ [Imagem da questão 5]. A questão 5 diz: Calcule em cada caso o valor desconhecido. A professora diz que eles podem fazer com cálculo mental. Após escrever as questões 4 e 5, senta. Diz que vai chamar uma pessoa para ela ver se está correto. Diz que quem tiver dúvida pode ir no birô que ela explica.
11º intervalo 00:27:30 – 00:30:20	Professora se levanta do birô e anda pela sala. Uma aluna lhe pergunta: Aluna: <i>Ô professora, o reverso de vezes é dividido.</i> Professora: <i>O inverso é. Aí você vai ver se dá, se a divisão da pra resolver.</i> Professora caminha pela sala de aula explicando as questões, perguntando aos alunos quem terminou, pedindo para alguns alunos aumentarem o tamanho dos retângulos. A professora se dirige para frente da lousa e nesse momento um aluno se levanta, se aproxima da professora e diz que quer tirar uma dúvida.

	Aluno: <i>Ô, tia, me tira uma dúvida. Quanto é 128 menos 47?</i> [Ele aponta para a letra a) da questão 4. Professora: <i>Não. Isso aqui</i> [ela aponta para o número 152] <i>não é 128 menos 47. Você tem o total aqui. O valor.</i> Aluno: <i>Aí fica como?</i> Professora: <i>Faça a conta. É você que tem que fazer. Arme lá.</i> [Ela o encaminha para sua cadeira]. A professora pede continua andando pela sala e falando com os alunos. Pedindo que façam a tarefa.
12° intervalo 00:30:21 – 00:32:50	Vai até à lousa e explica a questão 3, sem resolver. Alunos tentando responder as questões.
13° intervalo 00:32:51 – 00:34:10	Chama a atenção de uma que se levantou. Os alunos estão tentando resolver as questões.
14° intervalo 00:34:11 – 00:36:46	Alunos respondendo as questões, em dupla, sentados. Professora explicando a tarefa. A professora se dirige à lousa e acrescenta uma informação na letra b) da questão 4.  [Imagem da letra b) da questão 4 com acréscimo de :3] Professora vai ao pesquisador e fala sobre tabuada e considera que não é só decorar, mas a relação que existe entre os números.
15° intervalo 00:36:47 – 00:39:22	Pergunta aos alunos se dá pra começar a responder. A professora continua andando pela sala. Alunos fazendo a tarefa. A professora explica o caminho das setas da questão 4.
16° intervalo 00:39:23 – 00:41:59	Diz que o caminho das setas é importante, porque pode alterar o resultado.
17° intervalo 00:42:00 – 00:44:35	Conversa com alguns alunos sobre a conversa em sala. A professora inicia a correção. Professora: <i>Agora, eu vou responder</i> [pede silêncio]. <i>Eu não. Vocês. Agora, vamos prestar atenção, gente. Vamos finalizar agora. Agora, eu gostaria de silêncio. E que as pessoas</i> [chama nome de um aluno] <i>participem.</i> [Lê a letra a) da questão 4]. <i>Como é que eu descubro? Quem fez por tentativa ou quem fez usando já alguma coisa que a gente trabalhou ontem?</i> [pede para um aluno guardar o celular. Ele está em pé, próximo à lousa]. Chama atenção dos alunos por conta da conversa. O aluno H [nome do aluno] explica como fez. A professora reproduz na lousa, na forma de número o que o aluno H disse. Ela escreve $152 + 47 = 199$ [ela arma a conta na forma vertical].
18° intervalo 00:44:36 – 00:47:11	Ela pergunta ao aluno H como termina a questão. Ele responde que faz do mesmo jeito que fez o outro. Ela pergunta: Professora: <i>A mesma coisa. Aí eu vou somar é?</i> [199 mais 128?]. Aluno: <i>É.</i> Professora: <i>É? Vou somar?</i> [escreve na lousa 199 mais 128 na forma vertical]. Aluno: <i>Subtrair.</i> Professora: <i>Ah, tá. Porque se você somar vai dar um número maior. Num é isso? Aí aqui vai ser $199 - 128$</i> [escreve a conta na lousa na forma vertical]. <i>Dá quanto?</i> Alunos: <i>71</i> Começa a fazer a letra b) perguntando aos alunos como faz. Vai perguntando aos alunos qual o número que coloca no retângulo.
19° intervalo 00:47:12 – 00:49:36	Num determinado momento, pergunta quem quer fazer a divisão de 96 por 8. O aluno P [nome de aluno] se levanta e vai à lousa. Responde a divisão e senta. Ele

	colocou a resposta sem fazer o cálculo. Ela pergunta à classe como faz. Explica o procedimento de divisão de 96 por 8. Ao preencher os retângulos da letra b) da questão 4 ele confere o resultado com os alunos. Diz que vai corrigir a questão 5 amanhã. Diz que permaneçam sentados e esperem o toque.

APÊNDICE E – PERGUNTA E RESPOSTA DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA PROFESSOR DELTA

FORMAÇÃO E ASPECTOS PROFISSIONAIS
1. Como se deu sua escolha profissional? Inicialmente eu não queria, né? Eu escolhi a área de matemática porque eu tenho afinidade com a matemática. Então foi o que eu consegui na época, passei no Enem, né? Entrei na federal (UFPE), em 2012 e terminei em 2017. Aí eu fui. É a profissão que estou seguindo até agora. Nunca houve um momento que eu disse assim: eu quero ser

professor de matemática. Eu era muito bom na escola em matemática. Eu também estava com afinidade com o Português. Mas em Português eu sou péssimo. Mas não dá pra fazer português, né? Vou ser escritor, alguma coisa assim. Não dava. Eu era péssimo em Português. Então, como em matemática era muito bom, então escolhi matemática. Essa foi a minha primeira escolha. Mas pensei em fazer Engenharia, Administração. Alguma coisa que tivesse a ver com números. Quando eu comecei a dar aula aí eu gostei de ser professor. Eu gosto de dar aula, é muito legal. Mas no início eu não gostava não.

Eu tenho um déficit mais em geometria, porque eu não tive isso muito na escola. Apesar de na graduação ter tido bons professores, o déficit da escola segura [influência]. Aí complica. E eu vim de escola pública. Estudei no MA [nome da escola] e no Fundamental no G [nome da escola]. Eu tive muito déficit em matemática, pois eles faltavam muito, ora não tinha professor. Professor de Física também não tinha. Aí era bem tenso.

1.1 Você teve algum professor que o considera como referência, que você admira, que passou pela sua vida, seja na educação básica ou no ensino superior?

Não teve, porque eu nunca pensei ser professor. Eu fiz porque eu era bom e era a matéria que eu me dava muito bem. Então, não teve um apego por algum professor. Teve professores que me ensinaram, mas não teve aquela marca. Mas na faculdade aí teve umas marcas de referência.

1.2 E eram de quais áreas?

Era o de Álgebra, que eu gosto muito, e de Princípio da Contagem.

2. Qual sua formação? Em qual instituição você se formou? Em que ano?

Me formei na UFPE, em Licenciatura em Matemática, em 2017. As cadeiras que eu mais gostava eram: Cálculo, Álgebra Linear, Princípio da Contagem. Mas estudar na UFPE foi um choque. Uma pessoa que nunca tinha tirado nota baixa em matemática, quando eu entro tirou meu primeiro zero. Era outra realidade. Eu não sabia de nada. O que eu tinha visto na escola era realmente só o básico do básico. E quando cheguei na Universidade eu vi coisa que eu nem sabia. O ensino na Federal não era pra licenciatura. Era um bacharel escondido. A única coisa que mudou é que botou as cadeiras, né? Estágio, metodologia, ... Eu aprendi ser professor na vivência. Fiz PIBID, mas não dava aula de matemática. Dava aula de xadrez. O meu estágio supervisionado obrigatório foi no Colégio Aureliano, em Jaboatão dos Guararapes.

3. Quanto tempo atua como professor(a)? E no Estado de PE?

Atua há quatro anos, desde 2018. Um ano em escola particular e três anos no Estado (a partir de 2019).

4. Além da graduação, você possui mais algum curso? Se sim, qual?

Estou na UFRPE fazendo Licenciatura em Química. Eu entrei em 2018. Fiz esse curso porque eu queria ir para o Laboratório de Química. Eu disse: "não estou fazendo nada em casa, tinha feito o concurso do Estado, mas não tinha sido chamado." Aí vou fazer alguma coisa. Fiz ENEM de novo e passei. Aí começou a pandemia e as aulas ficaram on-line e minha meta de ir para o Laboratório não aconteceu. Aqui no Estado se me derem as disciplinas de Química eu ensino. Prefiro Química do que Física. Menos Física e Ciências. E agora tentando entrar no mestrado, né? Ultimamente eu terminei a Especialização em Ensino de Matemática, on-line, pelo Pró Saber. Fiz esse curso para aumentar meu nível. Porque o estado tem as classes, né? Especialização, mestrado, doutorado. Aí quanto maior o meu nível, mais eu ganho, né?

Eu pretendo fazer o profmat porque eu sempre me interessei por essa área de cálculo. Mestrado na área de Educação até que eu gosto. Mas tem que ler muito (rsrsrsrs). O EDUMATEC eu também não quis, porque é a semana toda. O profmat é na sexta-feira e sábado.

5. O Estado tem formação continuada para os professores de matemática. (Se participa) Você pode descrever como as formações ocorrem?

A formação no momento está sendo on-line. Era presencial. E a formação funciona da seguinte forma: eles escolhem uma temática e a gente fica discutindo sobre essa temática. Discutindo ideias em conjunto. Eu gosto dessas formações. Às vezes é produtivo. Eles dão ideias, né? Falam o que a gente pode usar na sala de aula. Falam que a gente pode usar o geogebra. Eles falam. Mas tem que condizer com a realidade da escola, né? Porque tem escola que nem computador tem. Aí usar o geogebra não dá. Não funciona direito. Aí usa outros aplicativos matemáticos. Dão essas ideias. Sugestões de Material didático. Pronto. Ele ajuda nisso.

6. Você sempre atuou como professor(a) no Estado ou já desempenhou outras funções?

Só trabalhei de professor na minha vida toda. Sobre ser formador, não tenho interesse. Posso ser coordenador, apoio, ... Hoje, estou querendo o mestrado profissional, depois doutorado e seguir.

ORGANIZAÇÃO DOS CONTEÚDOS CURRICULARES

1. Você teve algum tipo de envolvimento no processo de construção do Currículo de PE? Se sim, como você participou? Se não, por que não participou?

Não tive nenhum envolvimento nesse processo.

1.1 Já leu?

Eu li, assim, só para fazer o planejamento. Mas eu não fui chamado. Provavelmente teve alguma reunião, mas eu não participei dessa formação.

1.2 Você já chegou a ler o CPE? Como você se relaciona com ele?

Eu leio para fazer o planejamento. Leio as partes que me interessa: O *Organizador Curricular* e a parte que fala do porquê tem que aprender.

2. Os professores de matemática precisam preencher o SIEPE Diário de Classe com informações como frequência e conteúdos curriculares ministrados. Segundo o site da SEDUC essa tecnologia vem para “facilitar a rotina do professor”. Qual sua opinião sobre essa “facilidade”?

A facilidade é que eu posso usar no celular. Fica mais fácil fazer a chamada dos alunos, não precisa fazer planejamento no papel. Não faço planejamento no papel. Agora é tudo tecnológico. Facilita por isso. Digita, marca minhas aulas. Grava. Qualquer coisa se eu tiver várias turmas é só copiar e colar. Eu dou um padrão. Só muda algumas coisas, mas é o mesmo assunto.

2.1 Se você tiver várias turmas no mesmo ano, como você faz?

No é o assunto que eu vou dar? Então. O assunto que eu dei eu boto lá [no SIEPE]. É o mesmo assunto que eu dei para cada um. Mas realmente em cada turma foi uma aula diferente, porque é público (alunos) diferente. Mas o Sistema só quer saber o assunto que eu dei. Então, foi aquele assunto.

2.1 Já aconteceu de ter que atrasar, ou mudar o assunto porque alguma turma teve mais dúvida ou foi mais rápido?

Sim, sim. Sempre tem, sempre tem. Porque aqui está cheio de projeto, o tempo é curto, pode acontecer alguma coisa que não tem aula e é muito assunto pra dar. Então, tem turma que eu avanço mais porque a turma tem duas aula na segunda-feira, outra turma tem duas aula na terça-feira. Aí terça-feira caiu no feriado. Já perdeu, né. Nessa semana uma turma está mais avançada. Mas eu tenho que dar tudo. Tem que dar tudo porque o SIEPE de matemática já está todo estruturado. Tem todas aquelas habilidades pra dar. E eu tenho que dar toda aquela habilidade no bimestre. Então tem que dar aquilo. Mesmo que eu só faça introduzir. Mesmo que seja para falar um pouquinho só. Tipo: eu falo o significado de probabilidade. Pronto. E na outra turma eu falei, dei o exemplo, fiz exercício,

pratiquei. Mas naquela outra turma eu só fiz falar, introduzir. Por que? Porque não deu tempo.

2.2 Como é que você se planeja pra ministrar aquilo que foi programado naquele bimestre?

Eu vou por níveis. Eu começo com o que eu acho mais importante. Tipo: números. Eu acho muito mais importante. Porque se o menino não tiver prática nos números não vai saber fazer o resto. Então se ele começa com números aí eu vou pra álgebra, geometria, a estatística. E aí eu vou dando. De acordo com o nível que eu acho melhor pra eles.

2.3 E naquela programação do bimestre você faz alguma alteração na ordem? Tem algum padrão que você segue?

Pronto. Porque naquele bimestre eu só posso dar aquilo. Assim. Eu posso dar outras coisas na sala de aula, né? Eu posso falar, eu posso avançar, fazer um escalonamento. Tipo. Estou falando sobre equação de primeiro grau e quero falar um pouquinho sobre equação de segundo grau. Posso falar. Mas no Sistema eu tenho que botar lá que eu dei primeiro grau.

2.4 E já aconteceu de você não cumprir o planejamento do bimestre? Como é que você lida com essa programação?

Eu faço o seguinte. Quando não dá pra dar tudo, eu introduzo e no próximo bimestre eu repito, eu volto, eu dou o assunto que eu não consegui aprofundar do outro bimestre. Aí eu coloco no SIEPE, na parte que tem agora, em *aprofundamento*, que aprofundi o assunto do bimestre tal. Porque lá tem que botar a habilidade, o material que eu usei e o assunto dado. Pronto. Porque se não botar a habilidade ou o conteúdo programado no bimestre como dada aparece um tal de “não” lá. “Não deu, não, não, não”. E o SIEPE não fecha.

2.5 E o que significa que o SIEPE não fecha?

Quer dizer que eu não dei o assunto que era pra dar e o Sistema diz que eu estou com pendência. Eu tenho que dar esse assunto. Tem dias que pode ser que eu esqueça de registrar no SIEPE. Mas eu sempre confiro, né? Aí vai aparecer lá o “não”. Aí meu SIEPE não vai fechar. Vai ficar com pendência lá. Porque faltou eu dar um assunto pra eles. Isso é no SIEPE de português e de matemática. Mas se aparecer pendências quando terminar o bimestre eu volto. Porque pode ser que eu tenha clicado errado. Porque tem vários tópicos e pode ser que esqueça um.

2.5 E você pode adiantar um assunto do bimestre seguinte, caso você sinta necessidade?

Não. Porque eu tenho que botar o assunto que eu dei. Tenho que botar a definição de minha aula, se foi exercício, se foi teórico, se foi prática. Mas eu tenho que botar a habilidade daquele bimestre recente.

2.6 E já aconteceu de você colocar uma habilidade sem ter visto ela, porque não deu tempo ou por que você vai ver depois? Já aconteceu algo dessa natureza?

Assim, não. Porque eu boto e dou a introdução. Eu boto e dou uma introdução simples, por causa do tempo, para o estudante não ficar sem saber. Eu faço assim.

3. As unidades temáticas/objetos de conhecimento/habilidades do Currículo de Pernambuco foram organizadas em bimestres (*Organizador Curricular por Bimestre*). Você considera essa organização bimestral adequada para o desenvolvimento dos assuntos de matemática? Por quê?

No fundamental sim, eu concordo porque é muito bom, ele segue o nível adequado e vai e vai seguindo, né? Então ele está de acordo com que o que eu gosto de trabalhar. Ele é nivelado. Ele não começa com um assunto pesadão. Vai começando bem, “números naturais”. Aí vê todas as expressões com “números naturais”. Aí depois vai lá para Geometria. Vê o básico para os meninos aprender, aí segue um nível certinho. Não é igual

ao Ensino Médio que você vai ver um assunto, depois ver outro assunto sem nenhuma ligação. Não dá para aquela realidade. É muito mais difícil. Eu gosto do currículo do Fundamental. É bem organizado, bem direitinho, bem direto, bem simples.

3.1 Você já pensou em outra organização? Você acha que essa organização lhe controla, é muito amarradinho? Você acha que poderia ser diferente?

Poderia ser mais livre. Mas como eu disse: é bem amarradinho no Sistema, mas em sala de aula a gente pode construir de outra forma. Eu posso ver um assunto que ele encaixa com outro. Tipo. Eu posso ver números em geometria. Ele vai usar número lá. Então, num assunto só eu vejo dois tópicos.

3.2 E você pode colocar dois tópicos no SIEPE?

Não [risos do professor]. Só um por vez. Então o SIEPE está mais pra organizar as coisas. Eu acho assim, né? Pra deixar tudo bonitinho lá no Sistema. Porque a realidade na sala de aula é outra, né? Nem sempre a turma ajuda. Para você dar o assunto da forma que você quer sempre tem que transformar. Dá de uma forma diferente. Pra ver se eles prestam atenção ou foca.

3.3 Então, você avalia a turma e se organiza em função da turma?

É isso mesmo. Eu construo de acordo com o que está lá no CPE. Mas quando eu vou pra sala de aula eu começo a avaliar a turma. Se eu posso seguir aquilo. Aí, de acordo com o que eu vejo da turma eu sigo direitinho. Vejo se eles estão acompanhando. Senão eu transformo, eu diminuo um pouquinho para ver se eles captam, ... depende do nível deles. E também do comportamento, porque aí também já é outra coisa, né? Depende também da vontade deles e do nível. Aí cada aula eu avalio como eu vou dar aquilo.

4. Existe possibilidade (autorizada pela SEDUC/PE) de modificar a ordem da sequência do *Organizador*, bem como existe a possibilidade de incluir ou retirar alguma habilidade/objeto de conhecimento? Se não, como você lida com isso?

Não existe essa possibilidade. Eu tenho que colocar no Sistema o que está no Organizador. Mas na sala de aula eu posso [risos do professor]. Eu posso dar um assunto mais avançado. Tipo. Aquela turma, ela é muito boa. Aí eu dei o assunto e eles já pegaram. Aí eu digo: já dei tudo aqui. Então, vou avançar o assunto do próximo bimestre. Mas no Sistema eu tenho que registrar só aquela habilidade daquele bimestre. E quando chegar no bimestre seguinte aí eu coloco no sistema que dei esse assunto.

4.1 Lá no SIEPE você só pode colocar um conteúdo por vez. Como você lida com isso? Você já pensou na possibilidade de trabalhar vários tópicos? Ou quando o Sistema coloca um só é porque ele está dizendo que só é possível trabalhar um tópico?

Não. É possível trabalhar vários tópicos numa aula. O Sistema falha nisso. Porque ele só pode colocar um por vez. Ele tem esse padrãozinho. Só trabalhar um tópico por vez. Mas realmente dá pra trabalhar vários tópicos. Tipo. Num desse aí de equivalência. Tem lá no currículo “propriedade da equivalência”. Tem um sobre “resolução de problemas”. Pronto. Eu posso trabalhar os dois na mesma aula. Dou o significado e resolvo a resolução de problema. Só que lá no SIEPE só posso colocar um por vez.

HABILIDADE

1. Como você se preparou para essa aula?

No livro didático deles eu não encontrei o assunto. Não tem. Eu encontrei o assunto no do sétimo ano. Só que o nível é maior. Aí eu tive que modificar os exercícios. Modifiquei porque eles não viram números inteiros. E outra coisa também: eu modifiquei porque não quis botar pra ele letra. Pra não assustar. Porque eles sempre têm um bloqueio sobre letra. Você já vê eles falando sobre isso: Pra que letra? Não é matemática? Aí eu modifiquei. Botei quadradinho [colocou no lugar da incógnita] pra facilitar. Eu pesquisei exercícios na internet para passar para os alunos. Coloquei com figurinhas porque eu acho

bem interessante e elas motivam mais. Aquele que coloca carro no lugar da letra. Minha pesquisa foi essa: o livro do sétimo ano deles e na internet, exercício de imagem.

1.1 Se amanhã você iniciar a discussão de um novo assunto, o que você faria? Como seria sua preparação? Você tem alguma rotina específica para ministrar os assuntos?

A rotina que eu faço na semana é a seguinte: vejo qual o assunto e sigo para todas as turmas. Se não der para terminar uma turma eu continuo na outra semana. Aí vou na mesma linha. Eu tento primeiro achar no livro deles, que o material mais acessível. Nem todo mundo tem internet. E também não dá para tirar xerox direto. E a produção de fazer lista de exercício é mais complicado. Computador também não tem aqui. Não tem laboratório. Então, eu procuro mais usar o livro deles. Então a pesquisa inicial é no livro deles. Onde tem exercício, onde tem o assunto para ele ler, se precisar, e eu faço um resumo do livro deles e passo para eles.

2. O que você compreende da habilidade (EF06MA14PE)? Você pode dar algum exemplo de tarefa?

Eu anotei aqui a resposta para essa pergunta [rsrsrsrsrs]. Eu entendo que essa habilidade no sexto ano é “para introduzir a ideia de número desconhecido. O aluno pode adicionar, subtrair, multiplicar e dividir os dois membros de uma igualdade sem alterar a relação dela”. Então, para mim, sexto ano é para introduzir a ideia do número desconhecido, já para ter um pensamento mais algébrico. E o exemplo que eu usei foi o que está no currículo de Pernambuco: o da balança, representando o equilíbrio como igualdade. E o da balança que eu pesquisei no Google por fora foi o que tinha imagem. Pesquisei por fora porque no livro didático adotado do sexto ano não tem. Só tem o da balança no sétimo ano. E mudei a letra pelo quadrado para que eles tenham maior fixação.

3. Por que o Currículo de PE considera que a habilidade (EF06MA14PE) é essencial para a aprendizagem matemática do estudante?

Pronto. Assim eu fui dar uma olhadinha no Currículo de Pernambuco, pois eu não sabia, mas ele não fala especificamente para essa habilidade. Ele fala para a área de Álgebra. O Currículo de Pernambuco fala o seguinte: “tem como foco o desenvolvimento de um pensamento algébrico que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão e representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos.” Então na minha opinião é mais para o menino saber utilizar a escrita matemática de uma forma que ele possa descobrir números que ele não sabe. Lidar coisas desconhecidas e saber que aquilo ele pode descobrir, escrevendo, fazendo cálculos, botando de forma algébrica colocando no papel.

3.1 E você considera essa habilidade essencial?

Sim. Muito. Essa habilidade é essencial porque ela é muito utilizada.

3.2 Você acha que alguma habilidade poderia estar em outro ano?

No fundamental, não. Ele segue uma linha que eu gosto. Bem de nível. Básico vai aumentando um pouquinho até chegar nos números racionais, irracionais. Pronto. Perfeito. Só Naturais. Eu senti essa necessidade no Médio. Não vou dizer qual é o assunto porque eu não lembro mais. Teve assunto que não era para está ali. Poderia deixar alguns assuntos para o 3º ano. No Fundamental ele segue um padrão ok.

3.3 Você concorda que ela é essencial?

Sim. “Porque ele traz a ideia de poder descobrir números desconhecidos a partir do princípio de equivalência”.

3.4 E por que essa ideia de equivalência é importante?

Ela é importante para ele saber quando dois lados são iguais e ele pode transformar sem alterar a igualdade. Mas tem que mexer nos dois lados. Eles fazem isso, só que eles não

sabem que estão fazendo isso. Porque eles não usam o pensamento algébrico. Usam mais o pensamento lógico. É porque eles têm um travamento com esse negócio [se referindo ao uso da letra].

4. Houve algum tipo de organização (planejamento) de sua parte para a discussão da habilidade (EF06MA14PE)? Se sim, como foi? Algum material foi consultado? Se sim, qual/quais?

Essa eu já respondi. Eu consultei o LD do 7º ano e modifiquei o nível para o do 6º ano e consultei a internet para fazer a lista de exercícios.

4.1 Você costuma ler algum livro, uma outra fonte além do LD?

Quando eu não acho o assunto no livro deles eu procuro vídeos de outros professores na internet, porque tem tudo agora. Um livro de outra série, porque sempre acontece isso: se não tem no sexto, tem no sétimo, no oitavo, ... Em algum livro vai ter. Ou no livro ou na internet.

LIVRO DIDÁTICO

1. Você participou da escolha do LD? Se sim, como ela ocorreu?

Sim. Toda vez que vai ter uma escolha que a gestão faz uma reunião. Separa em grupos: matemática ali, português ali. Aí tá lá todos os livros. Aí bora lá ler. Bora lá ver qual é o que a gente se identifica mais. Aí escolhe dois, anota o nome e manda pra GRE.

A gente se reúne na biblioteca ou na sala dos professores. A gente vê os livros. A gente vê qual dos livros a gente tem mais afinidade entre os professores.

1.1 O que você considera no LD? O que você vê no LD e diz: esse aqui é bom?

Quando eu procuro, eu procuro mais o livro que tem mais exercício, imagem ou conta a história da matemática. Eu vejo mais padrão. Se eles realmente explicam e botam mais exemplos na explicação dos cálculos. Porque tem livro que fala, só dá um exemplo e pronto. Aí vem exercício, exercício, exercício, ... Eu gosto quando ele dá mais exemplos para os alunos ver como se faz. Eu gosto quando ele dá o conceito e depois os exemplos. E depois as atividades.

1.2 Qual a sequência que você gosta mais?

A sequência que eu gosto é: dá o conceito, exemplos e atividades. Aí num livro que tem também um pouquinho da história da matemática. Exemplo: os números naturais foram criados tal época ... Fala de algum pensador, tal matemática, filósofo. Eu gosto quando eles têm no final do livro umas dicas de atividade usando computador. Essas coisas mais de informática.

1.3 E essa parte da história da matemática, como aproveita essa informação que está no LD?

Pronto. Tem alguns assuntos que eu introduzo a história. Mas nem sempre tem. Quando é uma história que eu gosto eu falo. E geralmente falo a história no começo do assunto.

2. Você votou a favor no LD adotado? Se não, qual você escolheu e por quê?

Não me lembro. Faz quatro anos que eu escolhi. Vai mudar agora. Aí eu vou avaliar os livros que vão chegar. Eu escolho a partir do que chega na escola. São muitas coleções. Mais de 10, eu acho.

2.1 E você tem tempo de analisar todos os 10?

E eu não tenho tempo de analisar todos eles. A gente só dá uma olhada rápida. Mas qual o tempo que a gente tem? Trabalho de segunda a sexta-feira.

2.2 Tem algum tipo de LD que você não gosta da abordagem dele?

Agora, eu não gosto dos livros que parece com os de cursinho: dá o conceito e um exemplo simples, e tome exercício. Não gosto. Também não gosto quando o livro tem muita imagem e esquece o conceito. Tipo: ele é mais contextualizado. Ele viaja. Esses livros que diz onde pode usar a matemática e conta uma história. Mas ele esquece que tem que dar o conceito primeiro. O conceito que esses livros dão é muito fraco. Eu gosto quando ele encaixa: dá

o conceito, dá o exemplo e aí conta uma história contextualizada com a realidade, com o cotidiano. Aí vem os exercícios. Eu gosto mais assim.

3. Em sua opinião, o LD adotado contempla a habilidade (EF06MA14PE)? Por quê?
 Não. Não tem o número desconhecido. Ou seja: para a editora não é para dar naquela época. Aí eu procuro em outros materiais.

3.1 E como você chegou nessa conclusão de que essa habilidade não é contemplada no LD?

Quando eu procurei no livro do sexto ano e não tinha lá. Eu fui lá nos capítulos, já que tem tudo certinho, né, e não achei números desconhecidos.

3.2 Geralmente a habilidade pode vir em um capítulo específico ou às vezes dentro de outros capítulos. Como é que você prefere que a habilidade viesse no LD?

De forma organizada. Eu prefiro quando vem primeiro o tema, a introdução sobre o assunto, depois o que é igualdade, propriedade de equivalência, exercícios, complementação sobre alguma coisa. Mas lá no LD não tem, não. Possa ser que tenha outras coisas já usando [aplicação]. Aí já não é como eu queria iniciar.

3.3 E como você prefere?

Que ele já inicie. Que ele já dê um conceito, uma introdução sobre aquele assunto.

4. Você costuma usar livro didático para ensinar os conteúdos curriculares? Por quê?

Sim. É porque é um material mais acessível pra eles. Eles vão ter como acompanhar. Aí eu prefiro muito usar o livro deles.

4.1 Você costuma seguir o que está no LD?

Quando eu vejo o que é bom eu sigo ele. Quando não, quando eu acho que não é bom, eu só uso os exercícios. Quando eu vejo que o exercício não condiz com o nível da turma, eu modifico.

4.2 E qual a importância do LD para o desenvolvimento da sua aula?

Bom. É um material que eu tenho e eles têm. Eu posso passar tarefas pra eles e eles podem continuar o estudo em casa. É um excelente material que tem que ser usado.

4.3 E você costuma passar tarefa para casa?

Costumo.

4.4 E como você corrige essas tarefas?

Eu costumo fazer a correção com todo mundo, no quadro. Ou mando eles mesmos responderem.

5. Tem alguma atividade, projeto ou qualquer outra parte do LD adotado que você geralmente ignora/não lê?

Tem. O começo, que ele fala sobre as habilidades. Isso já tem tudo no currículo de Pernambuco. Eu vou olhar lá? Não tem lógica eu olhar de novo. Às vezes o livro é grosso e só falando de habilidades, de códigos, ... isso eu passo. Eu nem vejo. Só leio aquilo que eu posso usar. Olho se tem alguma dica, alguma coisa que eu posso aplicar em sala. Por exemplo: como usar o geogebra, como usar algum jogo. Às vezes eu ignoro aquelas dicas de aulas complementares que tem no começo e no final do livro.

5.1 Geralmente o LD ele tem na lateral algumas coisas. Como você se relaciona com isso que está ao redor? Com essas explicações?

É muita informação [risos do professor]. Mas quando o livro traz algum desafio eu olho para ver como ele respondeu e me ajuda a entender. Porque tem desafio que eu não entendo de imediato. Aí lá tem explicando o passo a passo de como fazer o desafio. Como é que realmente faz aquele desafio. Eu acho bem interessante. Aí ajuda.

6. Por que você escolheu essas questões do LD para aplicar na aula?

Porque eu achei como introdução o ideal pra ele ter uma ideia de número desconhecido. E pra não assustar eles. Então foi um bom início eu achei pra eles. Dá pra ter ideia.

6.1 Qual seu papel na aula?

Meu papel é ensinar os estudantes um conceito. Também saber utilizar esse conceito. Saber passar e fazer ele refletir sobre aquilo que estão aprendendo e se apoderar daquilo, como utilizar em sua vida.

6.2 E quando eles não aprendem. Como você lida com isso?

Eu fico desanimado quando eles não aprendem. O que eu faço é tentar outros modos de ensiná-los para ver se assim eles aprendem. Modificar alguma coisa, dá de outro jeito e vê se eu consigo atingir meu objetivo que é ensinar a eles.

6.3 No ano tem as habilidades previstas. Quando se concluiu o 6º ano existe a garantia de que os alunos aprenderam tudo aquilo?

Não. Minha função é só cinquenta por cento. Meu papel é dá o assunto e eles precisam praticar isso em casa. Porque tipo eu dei agora o assunto. Mas amanhã ele já esquece. Então pra fortalecer isso que eles aprenderam com o professor, eles têm que praticar em casa. E manter um ritmo porque o professor não pode ficar preso naquele assunto. Porque o professor tem vários assunto pra dar durante o ano. Então, dei agora equações. Eles não vão mais praticar equações. Aí quando chegar no dia da prova eu tenho que revisar antes para ver se eles lembram. A maioria não aprende tudo. É muito assunto e não só matemática que eles veem. Isso é normal. Eles não vão guardar tudo. Não é só Matemática que ele vê. Alguma coisa eles vão achar irrelevante e o cérebro vai descartar.

6.4 E nesse caso, você acha que tem muito conteúdo por bimestre? Teria que diminuir essa quantidade?

No fundamental a quantidade de assuntos está boa.

7. Qual a origem das questões aplicadas em sala, mas que não foram do LD?

Eu pesquisei no livro do 7º ano e as figuras pesquisei na internet. Eu criei na hora que fiz os exemplos das figuras, do quadrado, dos círculos, triângulo. O resto eu peguei no livro do 7º ano e só modifiquei a letra por quadrado.

7.1 Por que o aluno tem que aprender matemática?

Porque é essencial para a vida. A matemática está em tudo. Então, para ele conseguir, assim, uma qualidade de vida tem que saber ler e fazer conta porque senão fica perdido nesse mundo tão tecnológico e moderno.

7.2 O que você considera como extremamente essencial na matemática? O que é que o aluno não pode deixar de aprender matemática?

É o que eu digo para todos: as operações básicas. É essencial. Com isso dá para sobreviver. Mas se você não souber, meu filho, vai levar muita perna, muito golpe. Se não souber fazer conta de dividir, multiplicar, nem somar, ... isso é essencial. Tem coisa na Matemática que é mais avançado e você só vai usar se for para a área acadêmica. Mas operações básicas você usa na vida, na vida toda. Então, pra mim o mais essencial é as operações básicas.

7.3 O que a Matemática ajuda o estudante, além de aprender essas operações básicas que você mencionou? Existem outras coisas que a Matemática também contribui?

Pra mim sim. No pensamento lógico, pensamento rápido e, ..., acho que não sei mais explicar. Estou perdido.

7.3 Na sua aula de matemática, como você prefere que ela ocorra? Quando você considera que uma aula foi boa?

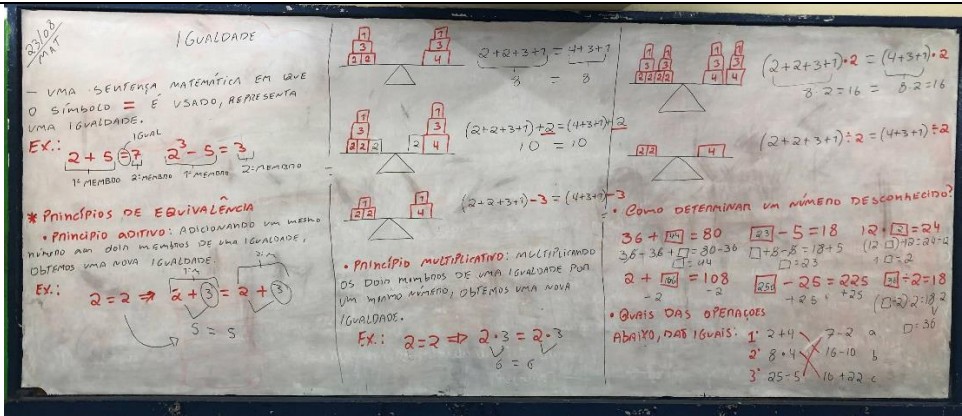
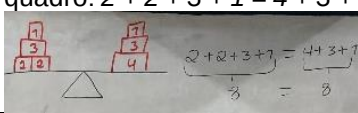
Quando eu consigo ter uma dinâmica, quando eles começam a participar, responder, quando eu pergunto e eles respondem, quando eles participam. Aí é quando eu vejo que eles estão entendendo. Quando fica aquele silêncio, então a maioria não soube o que eu estou passando aqui. Não pegou. Aí quando isso acontece eu tento explicar de novo,

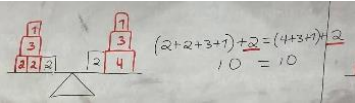
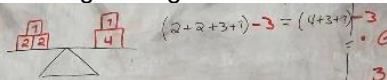
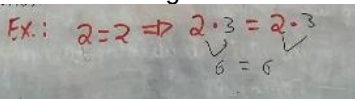
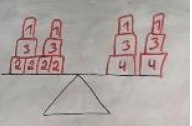
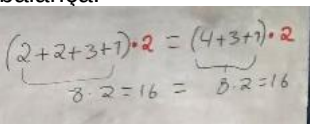
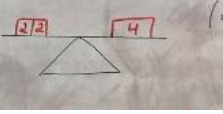
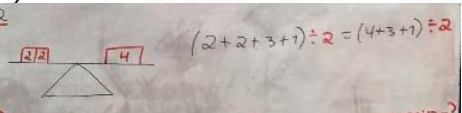
passar mais atividades para ver se eles focam, fazer mais exemplos e vê se eu consigo motivar eles a fazer.

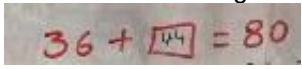
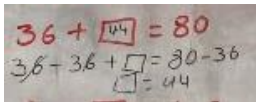
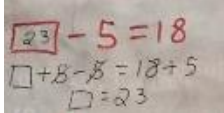
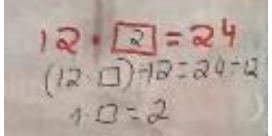
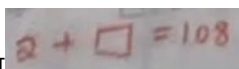
(EF06MA14PE) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas (por exemplo, explorando a metáfora da balança).

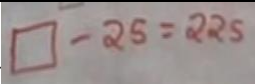
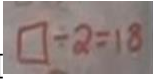
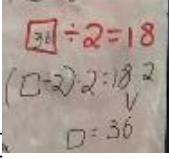
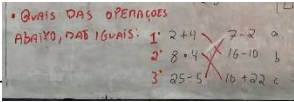
APÊNDICE F – DESCRIÇÃO DAS AULAS DO PROFESSOR DELTA

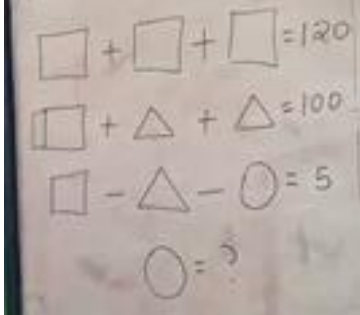
Descrição da aula de matemática da professor Delta 23/08/2022 – 1ª AULA Horário: 11h30 – 12h20 6º ano	
Intervalo de tempo (aproximadamente de 00:02:35)	Descrição (sem interpretação do conteúdo do vídeo)
1º intervalo 00:00:00 – 00:02:35	Professor registra no quadro os conteúdos da aula. Ele está de costas para os alunos. Segurando um caderno, de onde tira suas anotações. Ele anota a data e o título da aula: igualdade. Os alunos estão copiando no seu caderno.
2º intervalo 00:02:36 – 00:06:24	Professor anotando o conteúdo no quadro. Alunos copiando no caderno.
3º intervalo 00:06:25 – 00:08:40	Professor anotando o conteúdo no quadro. Alunos copiando no caderno.
4º intervalo 00:08:41 – 00:11:30	Professor anotando o conteúdo no quadro. Alunos copiando no caderno.

	 [Foto 1 da lousa após o registo dos conteúdos]
5º intervalo 00:11:31 – 00:14:02	Professor em pé, próximo ao quadro e alunos copiando.
6º intervalo 00:14:03 – 00:16:42	Professor pede para os alunos pararem de copiar. Inicia a leitura do que ele escreveu na lousa, com explicações pausadas em algumas partes do que tinha escrito.
7º intervalo 00:16:43 – 00:19:20	Professor: <i>Se eu adicionar o 3 em cada lado da igualdade, a igualdade continua?</i> [ele escreve 3, na cor preta, na lousa, em cada lado da igualdade, como mostra na figura 1, canto inferior esquerdo]. Alunos: Não Professor: <i>Siiiiiiim</i> Alunos: <i>Sim</i> [repete o que o professor disse] Professor: <i>Quanto é 2 + 3?</i> [se referindo ao lado esquerdo da igualdade] Alunos: Cinco [professor escreve o número 5, na cor preta, para mostrar que é o resultado de 2 + 3] Professor: <i>E quanto é 2 + 3?</i> [ele aponta para o lado direito da igualdade] Alunos: <i>Cinco</i> Professor: <i>Num tornou uma nova igualdade?</i> Alunos: Não Professor: <i>Não? É a mesma igualdade?</i> Alunos: <i>Sim, mudou</i> Professor: <i>Mudou, né? Então, perceba o seguinte: se colocou desse lado, tem que colocar no segundo lado. Correto?</i> [nesse momento ele circula o número 3, como se vê na figura 1, canto inferior esquerdo]. Alunos: <i>Sim</i> O professor pergunta aos alunos qual o nome dado ao lado esquerdo da igualdade [nesse momento ele está em pé, perto da lousa, apontando para 2 + 3]. Ele mesmo responde: <i>primeiro membro</i>. Faz a mesma coisa para o lado direito da igualdade. Em seguida, ele pergunta: <i>Alguma dúvida nesse princípio?</i> Ao que os alunos respondem com <i>sim</i> e <i>não</i>. Ele pede silêncio. Vai para mais próximo da lousa e começa a explicar o posicionamento das balanças [parte do meio da figura 1]. Ele começa a dizer que numa balança os pesos têm que estar em equilíbrio e quando se adiciona algo na balança ela vai pender para outro lado. Então, para ficar em equilíbrio eu tenho que botar o peso nos dois lados. Ele pergunta aos alunos qual o valor da operação em cada lado da balança 1 [primeira balança na parte do meio da lousa] e pergunta aos alunos: <i>como é que a gente representa isso em matemática?</i> Ele mesmo respondendo escrevendo no quadro: $2 + 2 + 3 + 1 = 4 + 3 + 1$ [escreve na cor preta, ao lado da primeira balança]: 
8º intervalo 00:19:21 – 00:21:47	Pergunta aos alunos o que irá acontecer com a balança se ele <i>adicionar um peso de 2 num lado para a igualdade continuar</i> [desenha um quadrado com número 2, como está na segunda balança na parte do meio da lousa na figura 1]. Ele mesmo responde: <i>tem que adicionar do outro lado também</i> [desenha um quadrado com

	número 2, como está na segunda balança na parte do meio da lousa na figura 1]. Em seguida, pergunta como <i>representa isso em matemática</i> e ele escreve na lousa: $(2 + 2 + 3 + 1) + 2 = (4 + 3 + 1) + 2$ $10 = 10$  Depois, pede que os alunos olhem para terceira balança [imagem central da lousa] e pergunta o que aconteceu com ela. Alunos ficam com dúvida e não sabem responder ao professor. O professor diz aos alunos que prestem atenção na balança.
9º intervalo 00:21:48 – 00:24:40	Ele começa a escrever a representação numérica do que estava na balança, como na imagem seguinte.  Ao escrever na lousa pede que os alunos olhem para ela e diz: <i>para essa balança continuar a igualdade eu preciso tirar o 3 dos dois lados. Então, o princípio aditivo não é só adicionar. Você também pode tirar. Alguma dúvida nisso aqui?</i> Alunos: <i>sim, não, muito fácil</i> Professor: <i>muito fácil. Agora, vamos para o princípio multiplicativo. É quase a mesma coisa que o outro. Só que é o seguinte: você vai adicionar uma multiplicação dos dois lados.</i> Ele aponta para o número 2 e pergunta qual o número que ele tinha multiplicado o 2 [já estava no quadro 2 . 3]. Ele responde que foi o 3. Pergunta se vai surgir uma nova igualdade e responde que sim. Depois, recita <i>dois vezes três igual a seis</i> para cada lado da igualdade. 
10º intervalo 00:24:41 – 00:27:39	Em seguida, diz: <i>de acordo com esse princípio você pode multiplicar os dois lados e a igualdade vai continuar.</i> Ao falar, se dirige mais para perto da lousa, para terceira parte. Ao desenho com número que ele havia feito inicialmente em cada lado da balança ele repete as mesmas quantidade em cada lado da balança, como na figura seguinte.  Explica que o que aconteceu é que as quantidades dobraram e escreve ao lado da balança.  Inicia a explicação para a próxima balança e pergunta aos alunos o que aconteceu em relação à anterior. Os alunos ficam com dúvidas e o professor mesmo responde dizendo que <i>tinha oito e agora tem quatro. Eu divido por dois.</i>  E representa a balança na <i>forma matemática</i> [escreve $(2 + 2 + 3 + 1):2 = (4 + 3 + 1):2$]  Conclui dizendo: <i>Então, basicamente, esses princípios de equivalência dizem que vocês podem adicionar um número só com a seguinte restrição: que seja dos dois lados. Entenderam?</i>

	Alunos: não
11° intervalo 00:27:40 – 00:30:16	O professor continua dizendo: <i>quando for adicionar ou tirar, tem que adicionar ou tirar dos dois lados</i>. Depois, uma aluna repete o que ele disse, ao que o professor fala: <i>isso</i>. Em seguida, ele começa a ler a penúltima questão: <i>como determinar um número desconhecido?</i> Pergunta como deve ser feita usando o princípio aditivo.  Alguns alunos começam a falar alguns números, ao que ele começa a explicar o que deve ser feito [no momento de sua fala alguns alunos mencionam o número 44]. Em seguida, mais alunos começam a falar 44. O professor continua sua explicação, se voltando para a lousa e diz que para responder <i>devemos tirar de 80 o 36</i>. Escreve na cor preta a operação como se vê na imagem seguinte.  Ele conclui dizendo: <i>o número desconhecido aqui é 44</i>. Aluno: <i>não sabia que era tão fácil</i> Alguns alunos conversando. Professor pede silêncio. Ele pede atenção. Chama nome de alunos.
12° intervalo 00:30:17 – 00:32:57	Inicia a explicação de outra operação: <i>Temos aqui um número desconhecido, menos 5, igual a 18. Como eu descubro esse número?</i> Ele continua dizendo: <i>Usando o princípio aditivo. Veja. Eu tirei cinco de um número e ficou dezoito. Então para eu saber que número é esse [ele aponta para o quadrado em □ - 5 = 18] é só adicionar 5 aqui [aponta para dezoito]</i>. E escreve:  Ao terminar de fazer, começa a responder a outra questão [12 · □ = 24]. Ele diz em voz alta: <i>eu tenho um número, que multiplicado por doze, dá vinte e quatro. O que foi que aconteceu aqui? Eu dobrei ele. Então, para tirar esse número [alunos começam a falar 2, repetidas vezes] eu tenho que ... dois, né</i>. Alunos começam a conversar. Ele diz que se não deixarem ele terminar <i>ninguém desce</i> [se referindo ao intervalo/almoço, já que a sala ficava no 1° andar]. Pede silêncio. Ele continua para a questão e diz que vai usar o princípio multiplicativo.
13° intervalo 00:32:58 – 00:34:40	Ele explica e escreve, conforme imagem seguinte:  Alunos ficam com dúvidas. Aluno F: <i>Ah, professor é muito difícil</i> Aluno M: <i>Professor, explica de novo!</i>  O professor se volta para a próxima questão [2 + □ = 108]. Professor: <i>Nesse aqui, tu vai adicionar ou tirar?</i> Aluno: <i>Adicionar</i> Professor: <i>Tirar</i> Aluno: <i>Oxe!</i> [expressão de abismado] Professor: <i>E o valor do quadrado aqui é quanto?</i> [apontando com o dedo para o quadrado da questão]. Aluno D: <i>108</i> Aluno E: <i>106</i> [professor faz um sinal de positivo para a Aluna E]. Professor: <i>106. Correto.</i> [ele escreve dentro do quadrado o número 106].

	 Em seguida, começa a responder a outra questão []. Professor: <i>Esse aqui, eu vou adicionar ou tirar</i> [apontando para a questão]? Alunos: <i>tirar, adicionar</i> Professor: <i>Adicionar</i> [apontando como sinal de positivo para os alunos que acertaram e responde a questão].
14° intervalo 00:34:41 – 00:38:01	  Começa a responder a questão []. Explica e escreve []. Conclui dizendo: <i>Para descobrir valores desconhecidos você pode usar essa propriedade.</i>  Em seguida, lê a última questão []. Ele pergunta e responde na lousa [nesse momento os alunos estão falando qual a relação, mas ele continua respondendo. Nesse momento, ele está perto da lousa, quase de costas para os alunos]. Pergunta se os alunos copiaram e verifica em seus cadernos.

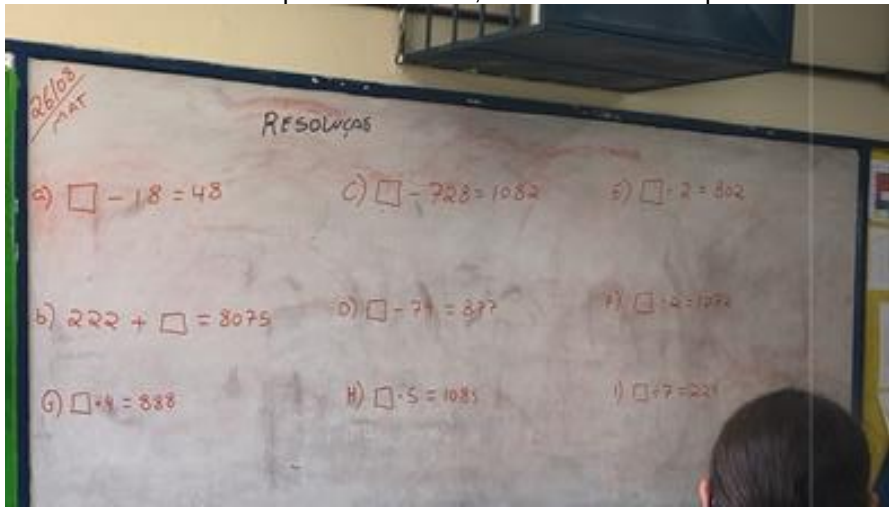
Descrição da aula de matemática da professor Delta 23/08/2022 – 2ª AULA Horário: 12h50 – 13h40 6º ano	
Intervalo de tempo (aproximadamente de 00:02:35)	Descrição (sem interpretação do conteúdo do vídeo)
1º intervalo 00:00:00 – 00:02:30	Pergunta aos alunos se pode apagar o que escreveu na lousa da aula anterior. Apaga uma parte e diz que vai passar um desafio.
2º intervalo 00:02:31 – 00:06:24	Neste momento ele está segurando uma folha e escrevendo no quadro. Ele chama a atenção de alunos que estão conversando. Retoma a escrita do desafio.  Ao anotar na lousa diz em voz alta: <i>Qual o valor do círculo?</i> Nesse momento, os alunos começam a tentar a responder [falando em voz alta]. Professor pede silêncio aos alunos.
3º intervalo 00:06:25 – 00:08:40	Pergunta a alguns alunos qual o resultado. Em seguida, diz aos alunos que pensem um pouco. O aluno F se levanta e vai até o professor, que está em pé, próximo à lousa. Este aluno começa explicar ao professor como encontrar o resultado, mas o professor não lhe dá atenção e pede que ele sente. O professor se afasta dele e caminha em direção aos alunos. O aluno F continua na lousa tentando responder [gesticulando com a mão e apontando para os símbolos na lousa]. O professor pergunta mais uma vez qual o valor do círculo e uma aluna responde: dez. O professor escuta e começa a responder a questão. Ele coloca, então, de

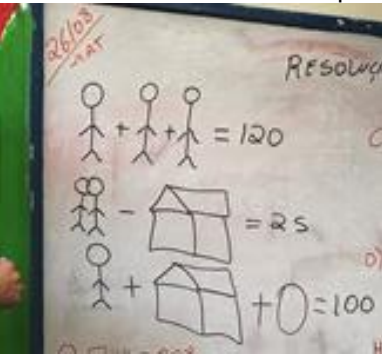
	vermelho, o número 40 em cada quadrado. Nesse momento, uma aluna lhe pergunta: Aluna: <i>Como o senhor sabe que é 40?</i> Professor: <i>Como eu sei que é 40? Usando o princípio de equivalência.</i> Em seguida, o aluno F se levanta novamente e vai até o professor, que está encostado na lousa, e começa a lhe explicar como fez. O professor, então lhe manda sentar [em voz alta].
4° intervalo 00:08:41 – 00:11:30	O aluno continua em pé, tentando explicar ao professor. Mas, o professor lhe manda sentar várias vezes, até que ele vai. Começa explicar como ele está encontrando cada símbolo. À medida que ele está falando alto o valor dos números alguns alunos estão falando qual o valor dos símbolos. Alunos: <i>É para copiar as respostas no caderno?</i> Professor: <i>sim</i> O professor entregar uma ficha aos alunos com questões sobre o assunto.
5° intervalo 00:11:31 – 00:14:06	Alunos: <i>Isso é prova surpresa?</i> Professor: <i>Sim. Tente responder as questões usando o princípio que vocês aprenderam.</i> Alunos: <i>Que princípio?</i> Professor: <i>Silêncio</i> Professor diz que quem estiver conversando vai descer [referência a ir à coordenação pedagógica].
6° intervalo 00:14:07 – 00:16:42	Professor anda pela sala e alunos estão sentados, pede para responder a ficha que receberam (ANEXO G). Em alguns momentos, quando os alunos lhe fazem perguntas, com dúvidas sobre como resolver algumas questões, ele diz: <i>use o princípio</i>. Por várias vezes os alunos lhe perguntam se vale ponto, ao que ele responde que sim.
7° intervalo 00:16:43 – 00:19:20	Ele está sentado em seu birô e os alunos respondendo em suas cadeiras, individualmente.
8° intervalo 00:19:21 – 00:21:54	À medida que os alunos terminam, vão entregando a ficha ao professor. A aula termina com o professor liberando os alunos.
9° intervalo 00:21:55 – 00:24:40	
10° intervalo 00:24:41 – 00:27:29	
11° intervalo 00:27:30 – 00:30:20	
12° intervalo 00:30:21 – 00:32:50	
13° intervalo 00:32:51 – 00:34:10	

Descrição da aula de matemática da professor Delta 26/08/2022 – 3ª AULA Horário: 07h50 – 08h40 6º ano	
Intervalo de tempo (aproximadamente de 00:02:35)	Descrição (sem interpretação do conteúdo do vídeo)
1° intervalo 00:00:00 – 00:02:35	O professor inicia com um bom dia.
2° intervalo 00:02:36 – 00:06:24	Professor diz que vai corrigir a ficha que os alunos responderam na aula anterior e começa colocando as questões na lousa.
3° intervalo 00:06:25 – 00:08:40	Ao iniciar a resolução da primeira questão na lousa diz que apenas um aluno respondeu usando o princípio. Responde na lousa a primeira questão.

4º intervalo 00:08:41 – 00:11:30	Ele fala em voz alta à medida que ele responde as questões. Nesse momento os alunos estão sentados e calados, olhando ele responder. O aluno F se levanta e vai até o professor, que está em pé, próximo à lousa, para lhe explicar como faz. O professor pede que ele sente.
5º intervalo 00:11:31 – 00:14:06	Continua respondendo as questões sozinho. Reforça, na resolução, quem é o primeiro e o segundo membro e afirma que quem errou isso é porque não estava prestando atenção na aula.
6º intervalo 00:14:07 – 00:16:42	Professor continua respondendo as questões. Após colocar a resolução e as respostas das questões na lousa, pergunta aos alunos se pode apagar.
7º intervalo 00:16:43 – 00:19:20	Inicia o registro de questões na lousa.
8º intervalo 00:19:21 – 00:21:54	Registrando questões na lousa.
9º intervalo 00:21:55 – 00:24:40	Registrando questões na lousa.
10º intervalo 00:24:41 – 00:27:29	Alunos fazendo as questões em suas cadeiras individualmente. Professor pede silêncio e senta.
11º intervalo 00:27:30 – 00:30:20	Uma aluna, sentada em sua cadeira, começa a responder uma questão da lousa, ao que o professor lhe diz: <i>responda pra você. Depois eu dou a resposta.</i>
12º intervalo 00:30:21 – 00:32:50	O aluno D começa a responder em voz alta, ao que o professor lhe diz: <i>responda pra você. Não é para ficar falando em voz alta não.</i>
13º intervalo 00:32:51 – 00:35:25	Pede para alunos sentarem
14º intervalo 00:35:26 – 00:38:01	Professor começa a responder as questões. Fica em pé, próximo à lousa.
15º intervalo 00:38:02 – 00:40:36	Professor anda pela sala e pede silêncio. Pede para eles pararem de conversar.
16º intervalo 00:40:37 – 00:43:11	Anda pela sala explicando aos alunos como eles podem responder. Ele diz se a questão está certa ou errada. Verifica quem está respondendo as questões. Anda pela sala. Chama a atenção de quem está resolvendo com outros alunos.
17º intervalo 00:43:12 – 00:45:50	Professor anda pela sala e explica a alguns alunos como resolver. Chama a atenção quando um aluno dá resposta em voz alta. Pede silêncio. Inicia um diálogo com uma aluna. Aluna E: <i>Eu não entendi.</i> Professor: <i>Que número diminuído por 18 dá 48?</i> [aluna gesticula com a cabeça dizendo que não sabe]. <i>Usando o princípio, você vai adicionar que número dos dois lados pra saber isso?</i> [aluna diz que não sabe. Ele continua repetindo a mesma pergunta]. <i>Veja aqui o exemplo</i> [ele pega o caderno da aluna e mostra uma questão que ele respondeu]. <i>Essa letra “a” é igual a esse terceiro aqui. O que eu fiz aqui que você pode fazer aqui? Pense!</i> [ele se afasta da aluna e sai andando].
18º intervalo 00:45:51 – 00:46:38	Professor anda pela sala.

Descrição da aula de matemática da professor Delta 26/08/2022 – 4ª AULA Horário: 12h50 – 13h40 6º ano	
Intervalo de tempo (aproximadamente de 00:02:35)	Descrição (sem interpretação do conteúdo do vídeo)
1º intervalo 00:00:00 – 00:02:35	Pede silêncio aos alunos. Diz que vai dar 10 min para os alunos terminarem de responder e diz que só vai sair quem terminar.
2º intervalo 00:02:36 – 00:06:24	Continua pedindo para os alunos sentarem e fazerem silêncio. Diz que eles têm que responder sozinhos.
3º intervalo 00:06:25 – 00:08:40	Pede que os alunos sentem. O aluno F vai até o professor para tirar uma dúvida e ele pede que o aluno sente. Diz para ele pensar. Escreve na lousa a palavra RESOLUÇÃO. O aluno B vai até o professor tirar uma dúvida, mas ele pede que o aluno sente e pense. Ele diz aos alunos que vai fazer a resolução na lousa.

4° intervalo 00:08:41 – 00:11:30	Um aluno, que está sentado, diz ao professor que está escrevendo na lousa, que não entendeu. O professor lhe diz que vai explicar. O aluno F vai até o professor com o caderno na mão e começa a explicar ao professor como ele fez. O professor pede para ele sentar. Professor anotou as questões na lousa passadas na aula anterior.
5° intervalo 00:11:31 – 00:14:06	Ele está com seu smartphone em mãos, de onde retira as questões.  Professor diz que daqui a pouco vai responder no quadro.
6° intervalo 00:14:07 – 00:16:42	Professor está encostado no birô, enquanto os alunos copiam o que está na lousa. Professor dá um visto no caderno de um aluno que respondeu [ele conferiu que estava certo].
7° intervalo 00:16:43 – 00:19:20	Pede silêncio e diz que vai corrigir daqui a pouco. Ele encontra-se encostado em seu birô. Aluna A: <i>Professor está certo?</i> Professor: <i>Você vai descobrir agora [numa referência que vai responder na lousa].</i> Na hora de começar a responder ele diz: <i>Vamos lá. Vou começar a responder.</i> Pede para os alunos sentarem e ficarem quietos. Pede que prestem atenção. Não podem falar.
8° intervalo 00:19:21 – 00:21:54	Ele começa a responder as questões. Falando em voz alta o que estava fazendo. Ele está em pé, junto à lousa. Aluno: <i>Professor, eu posso deixar do jeito que eu fiz?</i> Professor: <i>Pode [ele não vê a resolução do aluno]. Mas copia assim também. Você deixa dos dois modos.</i> No momento da resolução, ele sempre diz que está usando o <i>princípio</i> e de vez em quando pergunta aos alunos qual o princípio ele está usando para responder.
9° intervalo 00:21:55 – 00:24:40	Em alguns momentos, quando ele pergunta aos alunos qual o princípio que ele está usando, os alunos respondem: <i>adjetivo, subtraindo.</i> Ele continua respondendo as questões sozinho na lousa. Alunos estão sentados e fazendo um pouco de barulho enquanto mencionam algumas respostas.
10° intervalo 00:24:41 – 00:27:29	Um aluno pede para responder uma letra na lousa. Mas o professor não escuta. Um aluno pergunta se essas questões estão no livro. Ele responde que não. Alunos demonstram, à medida que o professor responde na lousa, que boa parte já sabe as respostas.
11° intervalo 00:27:30 – 00:30:20	Alunos mencionam as respostas em voz alta. Professor continua respondendo sozinho.
12° intervalo 00:30:21 – 00:32:50	Alunos mencionam as respostas em voz alta. Professor continua respondendo sozinho.

13º intervalo 00:32:51 – 00:34:10	
14º intervalo 00:34:11 – 00:36:53	Professor coloca mais uma questão na lousa.  Os alunos começam a dizer o número 40 para o símbolo da pessoa. E continuam dizendo os outros valores. Mas o professor continua respondendo sozinho, em pé, na lousa. Ao concluir sua resolução, a aula termina e os estudantes dispensados. Ele diz que eles vão sair por ordem de fileira e vai liberando os alunos aos poucos.

ANEXO A – FICHA DE EXERCÍCIOS APLICADA EM 15/08/2022

Nome: _____ 6º ano _____ Data: _____

1) A balança está equilibrada e os dois queijos têm pesos iguais. Quantos quilogramas têm cada um?



Representando o queijo por x , quais equações correspondem a esta situação?

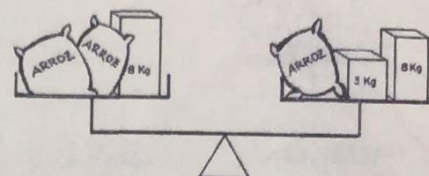
() $x + 6 = 13$

() $x + x + 6 = 13$

() $2x + 6 = 13$

() $2x = 6 + 13$

2) Esta balança está em equilíbrio e os três sacos de arroz têm o mesmo peso. Quantos quilogramas têm cada saco de arroz?



Representando o arroz por x , quais equações correspondem a esta situação?

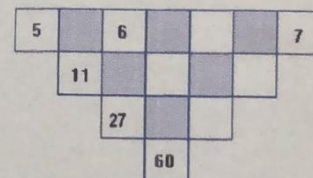
() $2x + 8 = x + 3 + 8$

() $2x + 8 = x + 11$

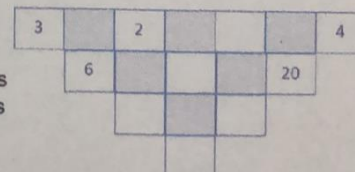
() $2x + x = 8 + 8 + 3$

() $x + 8 = x + 11$

3) Os quadrados brancos sem números da figura a seguir devem ser preenchidos com número de modo que cada número, a partir da segunda linha, seja igual à soma dos dois números vizinhos da linha imediatamente superior. Por exemplo, o número da primeira casa da segunda linha é 11, porque $11 = 5 + 6$. O desafio é completar os demais espaços em branco desta figura.



4) Os quadrados brancos sem números da figura a seguir devem ser preenchidos com número de modo que cada número, a partir da segunda linha, seja igual ao produto dos dois números vizinhos da linha imediatamente superior. O desafio é completar os demais espaços em branco desta figura.



Quais operações você precisou usar para descobrir os números que escreveram nos espaços em branco? Justifique o seu raciocínio?

ANEXO B – CAPÍTULO DO LIVRO DIDÁTICO DO 6º ANO ADOTADO PELA ESCOLA DA PROFESSORA ROSÁCEA

Capítulo

5

Um pouco de Álgebra



Estátua de Al-Khwarizmi (na cidade de Khiva, Uzbequistão. Foto de 2014.)

As palavras **algarismo** e **algoritmo**, comuns nos livros de Matemática, têm origem no nome de Al-Khwarizmi, o maior matemático da época de ouro do islamismo, no século IX, em Bagdá.

Um dos mais importantes livros árabes da Idade Média, escrito por Al-Khwarizmi, cujo título é *Al-Kitab al-muhtasar fi hisab al-jabr al-muqabala* ("Pequena obra sobre o cálculo da redução e da confrontação"), deu origem à palavra **álgebra**.

Trata-se de um livro sobre a resolução de equações (a ser estudada no próximo ano) com o auxílio de duas operações: *al-jabr*, que seria a "restauração" ou a "transposição de termos", e *al-muqabala*, que seria a "redução de termos semelhantes".

Objetivos do capítulo

Levar o aluno a:

- Compreender o que é uma variável e saber reconhecê-la em expressões ou sentenças matemáticas.
- Reconhecer a linguagem algébrica.
- Justificar alguns critérios de divisibilidade de números naturais.
- Conhecer e aplicar as propriedades de uma igualdade: princípio aditivo e princípio multiplicativo.
- Explorar sequências numéricas e figurais e observar seus padrões.
- Interpretar e construir gráficos de colunas.

Orientações gerais

Neste capítulo, cujo foco é a Unidade Temática **Álgebra**, tratamos do conceito de variável, da utilização de letras para representar números naturais quaisquer e da notação algébrica em diversas situações, como na demonstração de algoritmos de alguns critérios de divisibilidade de números naturais. Além disso, amplia-se o trabalho com gráficos, abordando a construção de um gráfico de colunas.

A abertura apresenta a origem das palavras **algarismo**, **algoritmo** e **álgebra**, destacando o matemático Al-Khwarizmi. Cabe, nesse momento, salientar a importância dos árabes no desenvolvimento da Matemática e na sua divulgação.

 **Sugestão de leitura**

Para enriquecer essa discussão, sugerimos o site: <http://iqarislam.com/conheca-a-obra-de-al-khwarizmi-o-pai-da-algebra/>. Acesso em: 24 maio 2018.

 **Material Digital Audiovisual**

• Áudio:
Teorema e conjectura

 **Orientações para o professor**

acompanham o Material Digital Audiovisual

capítulo 5 109

BIMESTRE 2

109

Complemente os estudos com a Sequência didática 5 – Propriedades da igualdade, disponível no Manual do Professor – Digital. As atividades propostas permitem desenvolver de forma gradual e articulada objetos de conhecimento e habilidades da BNCC selecionados para este capítulo.

Apresentando a variável

Análise com os alunos a situação apresentada na questão do Enem e proponha a construção da sequência de figuras, ampliando com etapas além das apresentadas. Eles devem perceber que existe uma relação entre a quantidade de canudos e a de quadrados que compõem cada figura da sequência. Para isso, os alunos podem montar um quadro como o mostrado a seguir (uma coluna com a quantidade de canudos e a outra com a quantidade de quadrados construídos).

Quantidade de canudos	Quantidade de quadrados
4	1
7	2
10	3
13	4
16	5

Após a observação do quadro, os alunos podem procurar o padrão entre essas duas quantidades (das duas colunas) ou testar as alternativas que são apresentadas no problema.

1 Apresentando a variável

Para começar a entender o que é a Álgebra, vamos considerar e resolver um problema do Enem (2010).

Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo. A quantidade (C) de canudos depende da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir.



Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados?

- a) $C = 4Q$ b) $C = 3Q + 1$ c) $C = 4Q - 1$ d) $C = Q + 3$

Compreendendo o problema

Descobrir qual das igualdades relaciona C com Q corretamente em todas as figuras.

Estabelecendo um plano de resolução

Uma maneira de resolver é testar as alternativas.

Executando o plano

Na figura I, temos $Q = 1$ e $C = 4$. Substituindo esses valores nas alternativas, observamos que:

- a) $4 = 4 \cdot 1$ (verdadeira); b) $4 = 3 \cdot 1 + 1$ (verdadeira); c) $4 = 4 \cdot 1 - 1$ (falsa); d) $4 = 1 + 3$ (verdadeira)

Descartamos a alternativa c pois ela é falsa para a figura I.

Na figura II, temos $Q = 2$ e $C = 7$. Substituindo esses valores nas alternativas, observamos que:

- a) $7 = 4 \cdot 2$ (falsa); b) $7 = 3 \cdot 2 + 1$ (verdadeira); d) $7 = 2 + 3$ (falsa)

Descartamos as alternativas a e d. Basta testar a alternativa b na figura III, com $Q = 3$ e $C = 10$:

- b) $10 = 3 \cdot 3 + 1$ (verdadeira)

Refletindo sobre o que foi feito

Verificamos que a expressão da alternativa b satisfaz todas as figuras.

Portanto, $C = 3Q + 1$.

Habilidades trabalhadas nesta dupla de páginas: (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora. (EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

Outra maneira de resolver esse problema é observar, nas figuras, que variação tem a quantidade C quando variamos a quantidade Q . Para facilitar, vamos montar um quadro.

Figura	Quadrado (Q)	Canudo (C)	Observação
I	1	4	$4 = 3 \cdot 1 + 1$
II	2	7	$7 = 3 \cdot 2 + 1$
III	3	10	$10 = 3 \cdot 3 + 1$

Comparando as expressões numéricas da última coluna com as expressões algébricas das alternativas, perceberemos que a alternativa **b** responde à questão.

Observe que nesse problema temos duas grandezas (quantidade de Quadrados e quantidade de Canudos) e que usamos símbolos (Q e C) para representá-las. Note que os valores de Q e C variam, por isso chamamos cada uma delas de **variável**.

Os números 4, 7 e 10 são os **valores numéricos** da expressão algébrica $C = 3Q + 1$ quando Q assume os valores 1, 2 e 3, respectivamente.

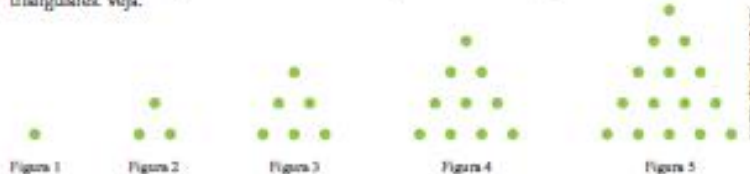
A Álgebra é a parte da Matemática que trabalha com grandezas cujos valores variam ou que são desconhecidos e são representados por símbolos (em geral, por letras).

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

- Observe o padrão que existe na variação das figuras I a III da questão do Enem apresentada na página anterior e desenha no caderno como seriam as figuras IV e V. Depois verifique se a expressão algébrica da alternativa **b** continua sendo verdadeira para essas novas figuras.
construção das figuras; b continua verdadeira

- As figuras a seguir representam o início de uma sequência infinita de que chamamos de números triangulares. Veja.



- Quantas bolinhas tem cada uma das figuras acima? 1, 3, 6, 10 e 15
- Segundo o padrão de formação das figuras, quantas bolinhas deve ter a figura 6? E a figura 10? 21, 55
- Calcule a soma das bolinhas das figuras: 1 e 2; 2 e 3; 3 e 4; 4 e 5. A sequência dessas somas apresenta um padrão? O que você pode dizer dessas somas? 4, 9, 16 e 25; sim; são quadrados perfeitos
- Qual é a soma das bolinhas das figuras 9 e 10 da sequência? E das figuras 19 e 20? 100; 400
- Representando por n o número de uma figura qualquer de número triangular, o número da figura seguinte é $(n + 1)$. Escreva a soma das bolinhas das figuras n e $(n + 1)$. $(n + 1)^2$

- Hora de criar** – Troque com um colega um problema sobre sequência de números criado por você. Depois de cada um resolver o problema do outro, destroquem para corrigi-los.

CAPÍTULO 6 | UM POUCO DE ÁLGEBRA

111

Orientações

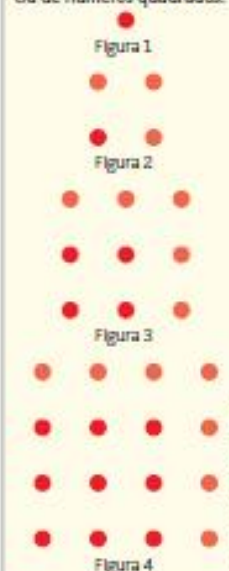
O quadro apresentado mostra a relação entre as quantidades de quadrados e de canudos utilizados para cada figura da sequência. Essa relação será dada por uma expressão algébrica em que as grandezas envolvidas são representadas por letras.

Exercícios propostos

Para o exercício 1, apresentamos abaixo as figuras IV e V:



Para ampliar o exercício 2, que apresenta a sequência de números triangulares, pode-se explorar a sequência de números quadrados.



Na sequência de quadrados, os alunos podem observar que o número de bolinhas que cada figura tem é: 1, 4, 9, ... (que são os números naturais quadrados perfeitos, com exceção do zero). Proponha alguns questionamentos acerca dessa sequência, por exemplo:

- Quantas bolinhas terá a figura 6? (36 bolinhas.)
- Que figura é formada por 100 bolinhas? (A figura 10.)

Generalizando conclusões

Neste item, desenvolve-se a noção de generalização. Analise com os alunos a situação apresentada e retome a propriedade comutativa da adição, já estudada no capítulo 2.

Ressalte aos alunos que, assim como foram usados a e b para indicar os dois números naturais quaisquer, poderia ter sido usado qualquer outro par de letras, ou seja, todas as sentenças abaixo traduzem a propriedade comutativa da adição:

- $a + b = b + a$
- $x + y = y + x$
- $a + z = z + a$

2 Generalizando conclusões

Em uma viagem, a família de Lizandra pagou duas tarifas de pedágio na ida, a primeira de 13 reais e a outra de 19 reais. Na volta, o primeiro pedágio custou 19 reais e o segundo, 13 reais. Eles gastaram mais de pedágio na ida ou na volta?



Podágio na rodovia BR-101, no litoral sul de Pernambuco. (Foto de 2015.)

Para responder à pergunta, adicionamos os valores:

- Na ida: $13 + 19 = 32$.
- Na volta: $19 + 13 = 32$.

Concluimos que o gasto foi igual, na ida e na volta, pois apenas a ordem dos valores é que mudou. Poderíamos pensar em infinitos pares de números naturais para verificar essa propriedade, mas não teríamos tempo para mais nada. Por isso é melhor **generalizar**.

Lembre-se da propriedade comutativa da adição: em uma adição de dois números naturais, a ordem dos parcelados não altera a soma.



Outra maneira de dizer o mesmo é com o uso da linguagem algébrica.



$a + b = b + a$, sendo a e b dois números naturais quaisquer.

Habilidades trabalhadas nesta dupla de páginas: (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

(EF06MA05) Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos "é múltiplo de", "é divisor de", "é fator de", e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000.

(EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.

Veja mais algumas sentenças com números naturais escritas na linguagem corrente e na linguagem algébrica.

Linguagem verbal	Linguagem algébrica
Em uma adição de três ou mais números, podemos associar as parcelas de modos diferentes sem alterar a soma.	$(a + b) + c = a + (b + c)$
Em uma multiplicação de dois números, a ordem dos fatores não altera o produto.	$a \cdot b = b \cdot a$
O número 1 é o elemento neutro da multiplicação.	$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$
Na multiplicação de um número pela soma de dois outros, podemos distribuir a multiplicação pelas parcelas.	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
Toda potência de expoente zero e base diferente de zero é igual a 1.	$a^0 = 1$, sendo $a \neq 0$
O dobro de um número, mais 4.	$2 \cdot a + 4$ ou $2a + 4$
O dobro da soma de um número com 4.	$2 \cdot (a + 4)$ ou $2(a + 4)$
A diferença dos quadrados de dois números.	$a^2 - b^2$
O quadrado da diferença de dois números.	$(a - b)^2$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

4. b) $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$, sendo a, b e c números naturais.

4. Escreva cada sentença dada a seguir em linguagem algébrica, para números naturais quaisquer.

a) O número zero é o elemento neutro da adição. $a + 0 = 0 + a = a$, sendo a um número natural.

b) Em uma multiplicação de três ou mais números, podemos associar os fatores de modos diferentes sem alterar o produto.

c) Toda potência de expoente 1 é igual à base. $a^1 = a$, sendo a um número natural qualquer.

5. Nas expressões algébricas a seguir, substitua as letras por números naturais quaisquer e, após

efetuar as operações indicadas, compare os valores obtidos. O que você conclui?

a) $(a + b)^2$ e $a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$

b) $(a - b)^2$ e $a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$ Idem a.

c) $(a + b) \cdot (a - b)$ e $a^2 - b^2$ Idem a.

6. Agora, verifique com um colega se a conclusão dele é a mesma que a sua.

6. Hora de criar – Troque com um colega um problema sobre sentença algébrica criado por você. Depois de cada um resolver o problema do outro, destroquem para corrigi-los.

Resposta pessoal.

3 Critérios de divisibilidade

Além de generalizar sentenças matemáticas, usamos a Álgebra para demonstrar se as afirmações são verdadeiras ou não.



O critério diz que, quando a soma dos valores absolutos dos algarismos de um número é divisível por 9, esse número é divisível por 9. Por quê?

Vamos demonstrar esse critério de divisibilidade para um número de quatro algarismos, representando-o por $abcd$ e escrevendo-o como a soma de dois números múltiplos de 9.

Conviém lembrar que 3.782, por exemplo, pode ser escrito como $1.000 \cdot 3 + 100 \cdot 7 + 10 \cdot 8 + 2$. Veja a seguir.



CAPÍTULO 5 | UM POUCO DE ÁLGEBRA

113

Orientações

Ao explorar o quadro, se necessário, recorde as propriedades da adição e da multiplicação de números naturais. Ressalte a diferenciação entre expressões do tipo:

• o dobro de um número menos 5 $\rightarrow 2 \cdot x - 5$; o dobro da diferença entre um número e 5 $\rightarrow 2 \cdot (x - 5)$

• o triplo do quadrado de um número $\rightarrow 3 \cdot x^2$; o quadrado do triplo de um número $\rightarrow (3 \cdot x)^2$

Exercícios propostos

Nestes exercícios, alguns alunos podem colocar suas respostas na lousa e comparar o que há de diferente e de similar entre elas.

Critérios de divisibilidade

Ainda nesta página, promova investigações antes de cada demonstração. É importante os alunos constatarem que “se as duas parcelas de uma adição forem divisíveis por um número natural, então essa soma também será divisível por esse número”. Proponha adições como: $99 = 9 + 90$ e $108 = 81 + 27$, de modo que reconheçam que 9, 90, 81 e 27 são divisíveis por 9, pois são múltiplos de 9. Caso haja dúvidas, sugira que escrevam cada um desses números como produto de dois fatores, sendo um deles o 9: $9 = 1 \cdot 9$; $90 = 10 \cdot 9$; $81 = 9 \cdot 9$; $27 = 3 \cdot 9$.

As parcelas dessas adições são múltiplos de 9 e, portanto, divisíveis por 9.

Em seguida, devem verificar se 99 e 108 também são divisíveis por 9. São estratégias: efetuar a divisão desses números por 9, decompor cada número em um produto com fator 9 ou outra. Para qualquer estratégia, devem concluir que 99 e 108 são divisíveis por 9. Ressalte que 99 é a soma de dois números naturais divisíveis por 9 e ele próprio é divisível por 9; o mesmo ocorre com 108.

Comente que isso é sempre válido para qualquer soma desse tipo.

Orientações

Para discutir a divisibilidade por 9, tomando um número de 4 algarismos, lembre também:

- a decomposição desse número segundo suas ordens:

$$abcd = a \cdot 1.000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d$$

- a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e sua aplicação em alguns exemplos:

$$a) 5 \cdot (40 + 2) =$$

$$= 5 \cdot 40 + 5 \cdot 2$$

$$b) 10 \cdot 2 + 5 \cdot 3 +$$

$$+ 15 \cdot 7 =$$

$$= (5 \cdot 2) \cdot 2 + 5 \cdot 3 +$$

$$+ (5 \cdot 3) \cdot 7 =$$

$$= 5 \cdot (2 \cdot 2) + 5 \cdot 3 +$$

$$+ 5 \cdot (3 \cdot 7) =$$

$$= 5 \cdot 4 + 5 \cdot 3 + 5 \cdot 21 =$$

$$= 5 \cdot (4 + 3 + 21)$$

Discuta com os alunos os passos da demonstração referente à divisibilidade por 9 apresentada no livro do aluno. Informe que esse procedimento é válido para qualquer número natural (não só para os que têm 4 algarismos), já que essa decomposição é possível para todo número natural.

Sobre o critério de divisibilidade por 4, comente que, embora também partamos da decomposição do número segundo suas ordens, não adianta escrever 10, 100, 1.000, ... da maneira feita para o 9 como $(9 + 1)$, $(99 + 1)$, $(999 + 1)$. Ressalte que é necessário obter outras maneiras de fazer aparecer o fator 4.

Em seguida, discuta os passos da demonstração do critério de divisibilidade por 4 para números de 5 algarismos, informando também que ele é válido para qualquer número natural.

Lembre-se: se as duas parcelas de uma soma forem divisíveis por um número, então essa soma também será divisível por esse número.

$$abcd = 1.000 \cdot a + 100 \cdot b + 10 \cdot c + d$$

$$abcd = (999 + 1) \cdot a + (99 + 1) \cdot b + (9 + 1) \cdot c + d$$

$$abcd = 999 \cdot a + 1 \cdot a + 99 \cdot b + 1 \cdot b + 9 \cdot c + 1 \cdot c + d$$

$$abcd = 999 \cdot a + 99 \cdot b + 9 \cdot c + (a + b + c + d)$$

$$abcd = 9 \cdot (111 \cdot a + 11 \cdot b + c) + (a + b + c + d)$$

parcela divisível por 9

outra parcela

Para quaisquer valores de a, b, c e d , a primeira parcela é divisível por 9 porque ela é um número múltiplo de 9. Se a outra parcela $(a + b + c + d)$, que é a soma dos valores absolutos dos algarismos, também for, então a soma delas, isto é, o número $abcd$, será divisível por 9.

Assim, fica demonstrado que:

Quando a soma dos valores absolutos dos algarismos de um número de quatro algarismos é divisível por 9, esse número é divisível por 9.

Para um número com mais ou com menos algarismos, o procedimento é o mesmo.

Por exemplo, 42.507 é divisível por 9 porque $4 + 2 + 5 + 0 + 7 = 18$, que é divisível por 9. Verifique fazendo a divisão de 42.507 por 9.

De maneira semelhante, podemos demonstrar o critério de divisibilidade por 4. Acompanhe o procedimento para o número $abcde$.

$$abcde = 10.000 \cdot a + 1.000 \cdot b + 100 \cdot c + 10 \cdot d + e$$

$$abcde = 4 \cdot 2.500 \cdot a + 4 \cdot 250 \cdot b + 4 \cdot 25 \cdot c + 10 \cdot d + e$$

$$abcde = 4 \cdot (2.500 \cdot a + 250 \cdot b + 25 \cdot c) + (10 \cdot d + e)$$

parcela divisível por 4

outra parcela

Para quaisquer valores de a, b e c , a primeira parcela é divisível por 4 porque ela é um número múltiplo de 4. Se a segunda parcela $(10 \cdot d + e)$, que é o número formado pelos dois últimos algarismos de $abcde$, for divisível por 4, então a soma delas, isto é, o número $abcde$, também será.

Assim, fica demonstrado que:

Um número $abcde$ é divisível por 4 quando o número formado pelos dois últimos algarismos dele for divisível por 4.

Para um número com mais ou com menos algarismos, o procedimento é o mesmo.

O critério diz que um número natural qualquer é divisível por 6 somente quando ele é divisível por 2 e por 3. Mas não sei o porquê disso.

Habilidades trabalhadas nesta dupla de páginas: (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora. (EF06MA05) Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer re-

lações entre números, expressas pelos termos "é múltiplo de", "é divisor de", "é fator de", e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1.000.

(EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.

Antes de pensar em um número natural genérico representado por uma letra, vamos pensar, por exemplo, no número 114.

Verificamos que 114 é divisível por 2 porque termina em 4.

Então, existe um número (57) que multiplicado por 2 dá 114, isto é, $114 = 2 \cdot 57$.

Por sua vez, o 57 é divisível por 3 porque $5 + 7 = 12$ e 12 é divisível por 3.

Então, existe um número (19) que multiplicado por 3 dá 57, isto é, $57 = 3 \cdot 19$.

Na igualdade $114 = 2 \cdot 57$, podemos substituir 57 por $3 \cdot 19$ e ficamos com $114 = 2 \cdot 57 = 2 \cdot (3 \cdot 19) = (2 \cdot 3) \cdot 19 = 6 \cdot 19$.

Como $114 = 6 \cdot 19$, concluímos que 114 é divisível por 6.

De onde vem o 57 e o 19?
Ora, basta dividir 114 por 2,
e 57 por 3.



Agora, considerando um número natural qualquer, vamos generalizar. Para isso, usaremos como número por uma letra, por exemplo, x . Vamos supor que o número x seja divisível por 2 e por 3 e vamos proceder como fizemos com o número 114 para provar que x é divisível por 6.

Se x é divisível por 2, então existe um número natural y de modo que $x = 2 \cdot y$.

Se o número x , ou seja, $(2 \cdot y)$ é divisível por 3, então o número y também é divisível por 3, logo, existe um número natural z de modo que $y = 3 \cdot z$.

Na igualdade $x = 2 \cdot y$, podemos substituir y por $(3 \cdot z)$.

Assim, temos $x = 2 \cdot y = 2 \cdot (3 \cdot z)$ ou $x = (2 \cdot 3) \cdot z$, ou ainda $x = 6 \cdot z$.

Como o número x é igual a $6 \cdot z$, ou seja, é múltiplo de 6, concluímos que x é divisível por 6.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

7 Responda às questões no caderno.

- a) Todo número x divisível por 9 também é divisível por 3? Por quê? *Sim, porque $x = 9 \cdot y = 3 \cdot (3 \cdot y)$.*
 b) Todo número x divisível por 8 também é divisível por 4? Por quê? *Sim, porque $x = 8 \cdot y = 4 \cdot (2 \cdot y)$.*
 c) Todo número x divisível por 2 também é divisível por 4? Por quê? *Não, por exemplo, 6 é divisível por 2 e não é divisível por 4.*

8 Junto-se a um colega e demonstrem que um número de três algarismos abc é divisível por 3 quando a soma $(a + b + c)$ é divisível por 3. *demonstração*

9 Junto-se a um colega e demonstrem que um número do tipo $abc6$ é divisível por 2. *demonstração*

10 **Hora de criar** – Troque com um colega um problema sobre divisibilidade criado por vocês. Depois de cada um resolver o problema do outro, destroquem para corrigi-los. *Resposta pessoal.*

CAPÍTULO 5 | UM POUCO DE ÁLGEBRA

115

Orientações

Antes da justificativa do critério de divisibilidade por 6, sugerimos retomar os critérios de divisibilidade por 2 e por 3.

• Um número é divisível por 2 quando ele é par, ou seja, termina em 0, 2, 4, 6 ou 8. São divisíveis por 2, por exemplo: 126, 396, 798, 1.354 (todos números pares).

• Um número é divisível por 3 quando a soma de seus algarismos for divisível por 3. São divisíveis por 3, por exemplo: 396 ($3 + 9 + 6 = 18$ é divisível por 3), 5.349 ($5 + 3 + 4 + 9 = 21$ é divisível por 3).

Ressalte que há números naturais divisíveis por 2 e por 3, como é o caso do 396. Em seguida, discuta o processo apresentado que justifica o critério de divisibilidade por 6.

Exercícios propostos

No exercício 7, discuta com os alunos o fato de que, para justificar a falsidade de uma afirmação, basta mostrar um contraexemplo (como para o item c), mas, para mostrar a veracidade, é necessário um argumento geral (como para os itens a e b).

A seguir, a demonstração solicitada no exercício 8. Um número natural qualquer abc de 3 algarismos pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} abc &= 100 \cdot a + 10 \cdot b + c = \\ &= (1 + 99) \cdot a + (1 + 9) \cdot b + c = \\ &= a + 99 \cdot a + b + 9 \cdot b + \\ &+ c = 99 \cdot a + 9 \cdot b + (a + \\ &+ b + c) = \\ &= 3 \cdot 33 \cdot a + 3 \cdot 3 \cdot b + \\ &+ (a + b + c) = \\ &= 3 \cdot (33 \cdot a + 3 \cdot b) + (a + \\ &+ b + c) \end{aligned}$$

Para quaisquer valores de a , b e c , a primeira parcela é divisível por 3, pois é um número múltiplo de 3. Se a outra parcela $(a + b + c)$, que é a soma dos algarismos do número abc , também for divisível por 3, ou seja, se a soma dos algarismos do número abc for divisível por 3, então o número abc será divisível por 3.

Para o exercício 9, um exemplo de resposta é que um número da forma $abc6$ termina em 6; logo, ele é par, garantindo que esse número é divisível por 2, para quaisquer valores de a , b e c .

Agora quem trabalha é você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

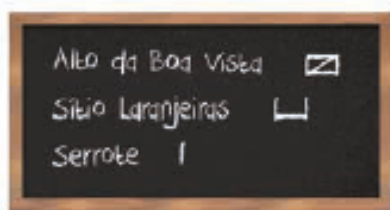
- 1 A professora Célia precisou classificar os participantes do coral segundo o tipo de voz e organizou os dados na tabela abaixo.

Participantes do coral	
Tipo de voz	Quantidade de alunos
Tenor	4
Barítono	6
Baixo	12
Soprano	9
Contralto	5

Dados obtidos pela professora Célia.

a) Tenor: voz masculina mais aguda; barítono: voz masculina mais grave que a do tenor; baixo: voz masculina mais grave que a do barítono; soprano: voz feminina mais aguda; contralto: voz feminina mais grave.

- 2 Pesquisas o significado de cada tipo de voz que aparece na tabela.
 b) Construa, em papel quadriculado, um gráfico de colunas para representar os tipos de voz dos alunos do coral. *construção do gráfico*
 c) Que tipo de voz masculina mais aparece nessa pesquisa? E feminina? *baixo; soprano*
 d) Entre os tipos de voz, há algum que tem o dobro de alunos de outra voz? Qual?
 e) Entre os tipos de voz, há algum que tem o triplo de alunos de outra voz? Qual?
 f) Sim, o número de baixos é o dobro do número de barítonos. *Sim, o número de baixos é o triplo do número de tenores.*
 2 Seguindo as orientações do professor, os alunos devem anotar no quadro da giz a localidade onde moram, ou seja, o bairro, sítio ou a comunidade, fazendo uma lista como no exemplo abaixo. Quando todos os alunos já tiverem anotado, faça o que se pede.



- a) Organize os dados em uma tabela e, com eles, construa um gráfico de colunas. *Resposta pessoal.*
 b) Compare o seu gráfico com o de um colega da classe para verificar se há diferenças. Se houver, explique por que você acha que isso ocorreu. *Resposta pessoal.*
 c) Há alguma localidade que se destaca na pesquisa pela quantidade de alunos que lá vivem? Se houver, qual? *Resposta pessoal.*
 d) Apenas com os dados observados no gráfico, é possível descobrir quantos alunos responderam à pesquisa? Como? *Sim; basta somar os valores correspondentes a cada coluna.*

Agora quem trabalha é você!

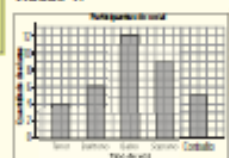
Na atividade 1, inicialmente proponha alguns questionamentos acerca da tabela apresentada:

- Quais são as variáveis envolvidas na tabela organizada pela professora Célia? (Resposta esperada: Tipo de voz e quantidade de alunos.)
- O que indica a quantidade de alunos nessa situação? (Resposta esperada: Determina a frequência (número de vezes) com que cada tipo de voz aparece nos participantes do coral.)
- Qual é a frequência dos sopranos? (Resposta esperada: 9.)
- Que tipo de voz teve frequência 6? O que isso significa? (Respostas esperadas: Barítono; isso significa que há 6 barítonos no grupo de participantes desse coral.)
- Ao adicionar todas as frequências, o que se obtém? (Resposta esperada: O total de participantes do coral.)
- Quantas pessoas participam desse coral? (Resposta esperada: 36 pessoas.)

Para o item b, questione:

- Que título você dará para seu gráfico? Por quê? (Espera-se que os alunos coloquem o mesmo título da tabela, já que o gráfico será feito com base nela, mas isso não é obrigatório. O importante é analisar as justificativas para verificar como os alunos pensaram.)
- Qual a fonte das informações que você colocará no seu gráfico? Por quê? (Espera-se que os alunos considerem também a fonte da tabela.)

A seguir, um exemplo de gráfico para o item b da atividade 1.



Dados obtidos pela professora Célia.

Na atividade 2, é importante os alunos terem a oportunidade de realizar uma pesquisa simples, como a sugerida, relativa à localidade onde moram. Também pode ter outra temática, como time de futebol para o qual torcem, lanche ou merenda favorita, desenho animado favorito ou uma pesquisa de interesse da turma.

Propriedades da Igualdade

Nesta página trabalhamos o princípio aditivo de uma igualdade. Espera-se que os alunos compreendam que a aplicação desse princípio garante a obtenção de novas igualdades equivalentes à original, adicionando ou subtraindo um mesmo número nos dois membros da igualdade. Discuta a situação apresentada com os alunos e amplie com outras.

4 Propriedades da igualdade

Adriana e Adriano são gêmeos que têm a mesma altura. Em um parque de diversões, ao tentar entrar em um brinquedo, foram barrados pela altura. Não tiveram dúvida, tiraram os tênis e puderam entrar.



Mesmo desconhecendo a altura dos gêmeos, sabemos que, calçados com tênis iguais, eles têm a mesma altura. Portanto, ao retirar esses tênis, as alturas de los decalpa e continuam iguais!



Representando a altura de Adriana por x e a de Adriano por y , ambos calçados, e supondo que os tênis de ambos têm solado de 2 cm, podemos escrever:

Se $x = y$, então $x - 2 = y - 2$.

E vice-versa: se $x - 2 = y - 2$, então $x = y$.

Usamos aqui uma propriedade da igualdade que os matemáticos chamam de **princípio aditivo**.

Adicionando ou subtraindo um mesmo número nos dois membros de uma igualdade, obtemos uma nova igualdade.

Veja alguns exemplos.

a) $3x - 15 = x + 4 - 15$ equivale a $3x - 15 + 15 = x + 4 - 15 + 15$, ou seja, a $3x = x + 4$.

b) $8 + 2y = y + 13$ equivale a $8 + 2y - y = y + 13 - y$, ou seja, a $8 + y = 13$.

Veja agora esta outra situação.



Habilidades trabalhadas nesta dupla de páginas: (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos nesses envolvidos com e sem uso de calculadora.

(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.

Se, para um grupo x de pessoas, havia quantidades adequadas de pratos, de talheres, de cadeiras, ao duplicar o número de pessoas deve-se duplicar também o número de pratos, de talheres, de cadeiras.

Na situação anterior, temos outra propriedade da igualdade, chamada de **princípio multiplicativo**.

Multiplicando os dois membros de uma igualdade por um mesmo número, ou dividindo-os por um mesmo número diferente de zero, obtemos uma nova igualdade.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADerno

- 11 A garagem da casa do meu vizinho tem 402 centímetros de comprimento. Quando estaciona o seu carro, ele sabe que sobram 77 centímetros. Qual é o comprimento desse carro? **415 centímetros**

- 12 O total pago por Norma, na compra de uma mesa e quatro cadeiras, foi de 1.220 reais. Ela lembra que o preço da mesa foi 580 reais, mas esqueceu quanto custou cada cadeira. Ajude Norma a calcular o preço de uma cadeira. **160 reais**

- 13 Para pagar a conta do supermercado, Marcela deu uma nota de cinquenta reais. A funcionária do caixa pediu mais este real e disse que assim lhe devolveria vinte reais de troco. Quanto Marcela gastou nessa compra? **37 reais**



PARA SABER MAIS

A temperatura e a Álgebra

Você já imaginou viver em um lugar onde o trabalho dos bombeiros é incendiar, e não apagar? Viver em um mundo onde todo livro é considerado prejudicial ao ser humano e, por isso, deve ser queimado?

Esse mundo acontece no romance *Fahrenheit 451*, de Ray Bradbury, de 1953, que depois foi transformado em filme. O nome faz referência à temperatura 451, na escala Fahrenheit, em que os livros são queimados.



Cena do filme *Fahrenheit 451*, de 1966.

Orientações

Também apresentamos o princípio multiplicativo de uma igualdade (iniciado na página anterior), em que multiplicam-se ou dividem-se os dois membros de uma igualdade por um número diferente de zero para obter novas igualdades equivalentes entre si.

Discuta a situação apresentada com os alunos e amplie com outras. Retome a notação simplificada da multiplicação, por exemplo: $2 \cdot x$ pode ser indicado apenas por $2x$, $x \cdot 2$ por $2x$ também, $a \cdot b$ por ab , $2 \cdot (5 + x)$ por $2(5 + x)$.

Exercícios propostos

No bloco de exercícios, proponha aos alunos que realizem as atividades em duplas e discuta as situações com cada dupla, sempre que perceber a necessidade de sua intervenção.

Para saber mais

Nesta seção, explore a situação apresentada e verifique os conhecimentos que os alunos já construíram acerca dessa nova grandeza – a temperatura –, se sabem como medi-la e qual instrumento é adequado para essa medição. Pode-se propor um trabalho interdisciplinar com Ciências.

Agora é com você!

Discuta as questões propostas, ressaltando a importância da linguagem algébrica para estabelecer relações e fórmulas que são usadas em muitas outras áreas do conhecimento, como Física, Química, Biologia, entre outras.



Temperatura é a grandeza que caracteriza o estado térmico de um corpo, que indica o quanto as suas moléculas estão mais ou estão menos agitadas, isto é, o quanto ele está mais "quente" ou mais "frio". Quando dois corpos em contato atingem a mesma temperatura, dizemos que estes corpos estão em **equilíbrio térmico**.

Há outras escalas de medida de temperatura, como a Celsius e a Kelvin.

Quando imaginamos estar com febre, medimos a temperatura de nosso corpo com um termômetro que, no Brasil e na maioria dos países, é graduado na escala Celsius. Colocamos o termômetro em contato com o corpo durante cerca de dois minutos até que corpo e termômetro entrem em equilíbrio térmico, então lemos a temperatura no termômetro.

A escala Celsius lembra uma régua em que 0°C (lemos: "zero grau Celsius") corresponde à temperatura em que a água congela (ponto de fusão da água) e 100°C (lemos: "cem graus Celsius") correspondem à temperatura em que a água ferve (ponto de ebulição da água).

Na escala Kelvin, a água congela a 273 K (lemos: "duzentos e setenta e três

Kelvin") e ferve a 373 K (lemos: "trezentos e setenta e três Kelvin").

Observe que nas duas escalas a diferença entre o ponto de ebulição e o ponto de fusão é igual a 100.

Podemos escrever uma expressão algébrica que relacione as temperaturas medidas nessas duas escalas. Adotando T_K e T_C como as variáveis de temperatura, respectivamente, em Kelvin e Celsius, temos:

$$T_K = T_C + 273$$

Considere-se que uma pessoa inicia um estado febril quando está com cerca de 37°C . Qual é o valor de T_K que corresponde a 37°C ?



Para fazer esse cálculo basta substituir na expressão acima T_C por 37°C . Assim, temos:

$$T_K = T_C + 273$$

$T_K = 37 + 273 = 310$ (Valor numérico da expressão $T_C + 273$ quando T_C é 37.)

Portanto, uma pessoa com 310 K já está em estado febril.

Agora é com você!

- Um cão pequeno sente-se bem a uma temperatura de 38 a 39 graus Celsius. E na escala Kelvin, qual seria o intervalo aceitável para esse cão? de 311 K a 312 K
- O manual de determinado computador informa que o processador trabalha bem a uma temperatura de 333 Kelvin. Isso corresponde a quantos graus Celsius? 60°C
- Sabe-se que o peixe acará-bandeira (*Pterophyllum scalare*) vive em águas com temperatura entre 24 e 27 graus Celsius. Cautê mora em um local muito frio e precisa controlar a temperatura da água do aquário de seus peixinhos acará-bandeiras. Para isso, ele comprou um

termômetro importado que usa a escala Kelvin. Que temperatura esse termômetro deve registrar para os peixes ficarem bem? de 297 K a 300 K



Acará-bandeira (*Pterophyllum scalare*).

Habilidades trabalhadas nesta dupla de páginas: (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos mentais ou escritos, exatos ou aproximados, com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.

Pense mais um pouco...

Lord Kelvin foi um matemático e físico britânico (1824-1907). Nasceu em Belfast, capital da Irlanda do Norte, com o nome de William Thomson. O estudo das propriedades do calor foi um dos seus preferidos.

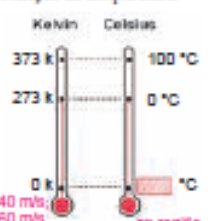
A relação $v = 20 \cdot \sqrt{273 + t}$ determina a velocidade do som no ar em função da temperatura.

Nessa relação, v representa a velocidade, em metro por segundo, e t representa a temperatura, em grau Celsius.

O número 273, que aparece na fórmula, representa, na escala Kelvin, a temperatura correspondente a 0 na escala Celsius.

A medida 0 K, segundo Lord Kelvin, seria a temperatura que deveria ser considerada a mais baixa possível e chamou-a de zero absoluto. Um gás, na temperatura de zero absoluto, teoricamente tem suas moléculas em repouso, isto é, sem movimento algum. Veja o esquema ao lado.

- Qual é a velocidade do som a temperatura de 16 °C? E a 51 °C?
- O som se propaga mais rapidamente nas regiões polares ou na região equatorial?
- Na escala Celsius do esquema não aparece a temperatura relativa ao zero absoluto. Ela é igual a 273 graus "abaixo de 0 °C". Discuta com um colega como essa medida poderia ser escrita de modo a não ser confundida com 273 °C "acima de 0 °C".

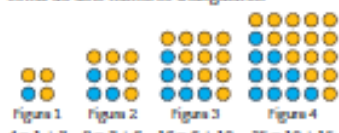


FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

- As figuras a seguir representam o início de uma sequência infinita de que chamamos de números quadrados. Cada um deles é igual à soma de dois números triangulares.



- Qual é o número triangular (bolinha azul) da figura 5? E da figura 7? E da figura 9?
- Qual é o número triangular (bolinha amarela) da figura 5? E da figura 7? E da figura 9?
- Qual é o número quadrado da figura 5? E da figura 7? E da figura 9?
- Qual é o número da figura que tem 100 bolinhas? Quantas bolinhas azuis ela tem? E quantas bolinhas amarelas? 0, 45 e 55

- Nas figuras a seguir, as balanças estão equilibradas. Sabendo que a massa de cada saibá é igual a 90 gramas e que os vasos têm massas iguais entre si, qual é a massa em grama de cada vaso com flor? E qual é a massa da jarra?



- Determine o valor de cada letra no esquema a seguir: A = 16, L = 06, G = 8, E = 13, B = 80, R = 5



CAPÍTULO 6 | UM POUCO DE ALGÉBRA

121

Pense mais um pouco...

Esta seção explora um pouco mais sobre a temperatura. Ressalte para os alunos que, nas relações entre duas grandezas expressas algebricamente por uma igualdade, substituindo o valor de uma das grandezas nessa igualdade, é possível obter o valor correspondente da outra.

No entanto, nem sempre é possível isolar em um dos membros a grandeza que se quer determinar apenas aplicando os princípios aditivo e multiplicativo da igualdade. Isso acontece quando há outras operações envolvidas, além das quatro operações fundamentais, como é o caso do desafio proposto aqui, em que aparece o cálculo de uma raiz quadrada. Por esse motivo, nesse momento, tratamos apenas da substituição de valores para a temperatura (t) para determinar a velocidade (v) correspondente, que já está isolada no primeiro membro da igualdade, efetuando cálculos com raízes quadradas exatas de números naturais.

Exercícios complementares

Neste bloco de exercícios, os alunos têm a oportunidade de retomar os principais conceitos tratados no capítulo e verificar possíveis dificuldades que ainda tenham.

Sugerimos que as atividades sejam desenvolvidas em duplas, o que ampliará e enriquecerá o repertório de estratégias que os alunos já têm e consolidará os conhecimentos já construídos.

Diversificando

Nesta seção, os alunos podem ter dificuldade para entender o uso dos colchetes. Comente que continuaremos a chamar de "parcelas" os elementos que estão sendo operados e de "soma" o resultado. Note que:

- $[1 + 4] = 5$ $[2 + 5] = 12$
12 corresponde a $5 + 2 + 5$.
- $[3 + 6] = 21$
21 corresponde a $12 + 3 + 6$.
- $[8 + 11] = ?$

Não se pode obter diretamente esse resultado, pois houve um "pulo" na sequência das operações, cujas parcelas aumentavam de 1 em 1, ou seja, é preciso obter antes os valores de $[4 + 7]$, $[5 + 8]$, $[6 + 9]$ e $[7 + 10]$, cujos valores, seguindo esse padrão, devem ser, respectivamente, 32 ($21 + 4 + 7$), 45 ($32 + 5 + 8$), 60 ($45 + 6 + 9$) e 77 ($60 + 7 + 10$). Assim, o valor de $[8 + 11]$ deve ser $77 + 8 + 11$, ou seja, 96.

No raciocínio de Nilza não se depende da soma anterior, uma relação que pode ser aplicada em cada operação independentemente das demais, o que é vantajoso. Sugira que os alunos obtenham a próxima soma, depois de $[8 + 11]$, pelo processo de Nilza.

A próxima soma é $[9 + 12]$, que pelo processo dela é dada por: $9 + 9 \cdot 12 = 9 + 108 = 117$.

Esse exemplo auxiliará na compreensão da questão 1 do Agora é com você!

Na questão 2, sugira que observem as sequências das primeiras parcelas (1, 2, ...) e das segundas parcelas (4, 5, ...). O primeiro elemento da sequência das segundas parcelas (4) é 3 unidades maior do que o primeiro elemento das primeiras parcelas (1). Sendo assim, se indicarmos por x um elemento da sequência das primeiras parcelas, deveremos indicar por $x + 3$ o elemento na posição correspondente na sequência das segundas parcelas. Desse modo, podem concluir a relação: $[x + (x + 3)] = x + x \cdot (x + 3)$.

122

DIVERSIFICANDO

Desafiando a sua inteligência

Nas redes sociais, circula um desafio que pede às pessoas, com base em três igualdades consideradas válidas, que completem a quarta igualdade.

Nilza e Carlos enfrentaram o desafio.

Carlos respondeu: $8 + 11 = 40$

Você acha que ele acertou? Antes de prosseguir, tente. Qual seria o padrão dessa sequência de igualdades, a sua lei de formação?

Vamos descobrir como Carlos chegou ao número 40.

Para explicar o resultado 12, por exemplo, ele pensou assim:

"O resultado (12) é igual ao resultado anterior (5) mais a soma das parcelas (2 e 5)".

$12 = [1 + 4] + (2 + 5) = 5 + 7$, veja que $[1 + 4]$ foi substituído por 5.

Então, Carlos pensou:

$21 = [2 + 5] + (3 + 6) = 12 + 9$, aqui $[2 + 5]$ foi substituído pelo resultado anterior (12).

$7 = [3 + 6] + (8 + 11) = 21 + 19 = 40$, aqui $[3 + 6]$ foi substituído pelo resultado anterior 21.

Generalizando essa maneira de pensar, o padrão usado pode ser descrito pela lei:

$[(x + 1) + (y + 1)] = [x + y] + (x + 1) + (y + 1)$, onde x inicia com 1 e y inicia com 4.

Observamos que Carlos usou um raciocínio por recorrência, pois para cada igualdade ele recorre à igualdade imediatamente anterior. Com isso, Carlos também obterá o valor correto, mas teria de calcular as etapas $[4 + 7]$, $[5 + 8]$, $[6 + 9]$, $[7 + 10]$ até chegar a $[8 + 11]$.

A lei criada por Carlos, porém, só poderia ser aplicada em $[1 + 4] = 5$ se ele soubesse quanto é $[0 + 3]$, cujo resultado não é dado. Logo, essa lei não é válida para todas as igualdades dadas.

Mas, então, qual é a lei de formação válida?

Com um pouco mais de atenção, Nilza percebeu o seguinte padrão de cálculo:

$$[1 + 4] = 1 + 1 \cdot 4 = 5$$

$$[2 + 5] = 2 + 2 \cdot 5 = 12$$

$$[3 + 6] = 3 + 3 \cdot 6 = 21$$

Pensando assim, ela calculou: $[8 + 11] = 8 + 8 \cdot 11 = 8 + 88 = 96$, que é o valor correto.

O padrão percebido por Nilza pode ser descrito pela lei: $[x + y] = x + x \cdot y$



T. B. SOUZA

Ilustração por T. B. Souza. Arte digital por T. B. Souza.

Agora é com você!

FAÇA AS ATIVIDADES DO CADEIRÃO

- 1 Considerando a sequência dada no celular, calcule o valor de $[13 + 16]$. **221**
- 2 Há alguma lei de formação da sequência dada no celular em que pode ser usada apenas uma letra? **sim, $[x + x + 3] = x + x \cdot (x + 3)$**
- 3 Com alguns colegas, criem desafios parecidos com o de Nilza e Carlos e tentem resolvê-los. Depois apresentem aos demais colegas da sala para que eles resolvam. **Resposta pessoal.**

122 CAPÍTULO 6 | UM POUCO DE ALGÉBRAS

Habilidade trabalhada: (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

ANEXO C – PÁGINA DO LIVRO DIDÁTICO ADOTADO PELA ESCOLA DA PROFESSORA ROSÁCEA QUE SINALIZA A DISCUSSÃO DA HABILIDADE EF06MA14

Pense mais um pouco...

¶ Junte-se a um colega e façam o que se pede.

Odeir tem uma balança de dois pratos e três pesos: de 1 kg, 3 kg e 9 kg. Com essa balança e esses pesos, ele consegue saber a massa de pacotes que têm 1 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg, ..., 13 kg.

Vejam alguns esquemas que exemplificam o procedimento de Odeir:



O pacote tem 10 kg.



O pacote tem 6 kg.



O pacote tem 11 kg.

Agora, desenhem os esquemas que mostram como Odeir faz para saber a massa dos outros dez pacotes. *construção de figura*

MIRA A ATIVIDADE NO CASADINO

Pense mais um pouco...

Durante a resolução do desafio proposto, procure circular entre os alunos para verificar se as representações feitas são adequadas. Se notar hipóteses incorretas, observe se compreenderam o sentido do que é proposto e auxilie na reformulação das hipóteses.

Discuta com os alunos que a ideia da balança de dois pratos é que haja equilíbrio (pratos na mesma altura) e, para tanto, a massa nos dois pratos deve ser a mesma. Comente que não há necessidade de o pacote ficar em um dos pratos e os pesos em outro. Ressalte que o objetivo é a igualdade de massas entre os pratos, ideia muito importante para que, posteriormente, os alunos compreendam as soluções de equações.

É válido investir tempo em sua realização e, se possível, chamar alguns alunos na lousa para apresentarem suas soluções, discutindo o raciocínio utilizado. Se julgar conveniente, acrescente um quarto peso com 27 kg e peça aos alunos que façam os esquemas para pacotes de 14 kg até 40 kg.

A seguir, alguns possíveis exemplos de respostas.



O pacote tem 3 kg.



O pacote tem 12 kg.



O pacote tem 13 kg.



O pacote tem 23 kg.

© 2014 CBL - 901.006.111.004

Unidades de medida de massa usadas no comércio atacadista

Observe os preços de alguns produtos que foram comercializados para revendedores em 2017.



■ A cotação média do café arábica era de R\$ 531,85 a saca de 60 kg.



■ O trigo estava cotado pelo preço médio de R\$ 36,34 a saca de 60 kg.

CAPÍTULO 12 | OUTRAS UNIDADES DE MEDIDA 325

Habilidade trabalhada: (EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.

ANEXO D – MATERIAL CURRICULAR DO MATHEMA NOVA ESCOLA CONSULTADO PELA PROFESSORA ROSÁCEA

Objetivo: desenvolvimento do pensamento algébrico.

Atividade 1 - O sinal de = (igual) como equivalência

Objetivos:

- Compreender o significado do sinal de igual (=) como "é o mesmo que" ou "é equivalente a", e não como resposta a um problema ou cálculo.
- Determinar o número desconhecido, que torna verdadeira uma igualdade, envolvendo as operações fundamentais com números naturais.

Desenvolvimento

1ª etapa: Problematização

No quadro, escreva as seguintes sentenças e peça aos alunos que, em duplas, conversem e decidam sobre quais são as sentenças verdadeiras e quais são as falsas.

$4 + 8 = 12$ V	$10 = 12 - 3$ F	$3 + 3 = 6$ V
$6 + 9 = 16$ F	$4 \times 9 = 36$ V	$8 = 16 : 2$ V
$7 + 8 = 15$ V	$10 = 2 \times 5$ V	$18 - 6 = 12$ V

Para isso, eles devem fazer uma tabela com duas colunas, onde em uma escrevem as sentenças verdadeiras e na outra, as falsas. Para cada resposta, os alunos devem explicar o porquê de sua escolha. Acompanhe as explicações dos alunos para suas justificativas das sentenças verdadeiras ou falsas. Registre as impressões que tiverem para cada uma das sentenças, em especial, se houve estranhamento em sentenças como as que têm de um lado um número simples e do outro, uma expressão. Outro aspecto a ser observado refere-se ao vocabulário matemático usado pelos alunos para comunicar suas ideias.

2ª etapa: Novo desafio

Depois dessa primeira exploração, faça propostas um pouco mais complexas aos alunos, como:

$$7 + 8 = 9 + 6 \quad V$$

$$5 + 7 = 12 + 0 \quad V$$

$$8 + 2 = 2 + 8 \quad V$$

$$10 = 10$$

$$10 - 4 = 12 - 6 \quad V$$

$$8 + 9 = 9 + 7$$

Nessa nova atividade, os alunos também precisam justificar seu raciocínio. Isso pode acontecer oralmente ou por escrito.

Como na primeira parte da atividade, acompanhe as explicações dos alunos para suas justificativas e registre as impressões que tiveram para cada uma das sentenças na lousa. É importante observar o vocabulário matemático usado pelos alunos.

3ª etapa: Um último desafio

Após essa exploração, faça novas propostas aos alunos, aumentando ainda mais a complexidade como:

Aplicando o que aprenderam, qual o número que pode ser colocado no espaço para tornar a sentença verdadeira? Justifique seu raciocínio.

$$6 - \underline{\quad} = 7 - 4$$

* 4ª etapa: Socialização das aprendizagens

Termine a aula, solicitando que cada grupo socialize suas impressões e aprendizagens, e faça perguntas do tipo:

- O que você aprendeu com esta atividade?
- Qual a diferença percebida entre as igualdades da primeira etapa em relação à segunda?

Vamos refletir um pouco mais!

- Quais aspectos você observou que chamaram mais a atenção dos alunos ao analisarem as igualdades?
- Você identificou, nas justificativas feitas pelos alunos, a presença da ideia de equivalência para o sinal de $=$? De que forma eles falaram sobre isso?

Após essas propostas, você pode ter se deparado com situações, nas quais os alunos tiveram mais concordância onde há uma expressão de um lado e um número simples do outro, embora algumas possam ter chamado mais atenção do que outras, como, por exemplo, $8 = 16 : 2$, já que frequentemente estão habituados a ver a expressão do outro lado ($16 : 2 = 8$).

A segunda etapa deve ter gerado discussões ainda mais interessantes por serem menos exploradas. Entre elas, sobre igualdade sem operações, uma vez que, em geral, os alunos acreditam que deve haver uma operação de um lado, assim como podem estranhar a exploração de expressões com erro como no exemplo $8 + 9 = 9 + 7$.

* É bom lembrar os alunos de que o sinal de igualdade significa "ser o mesmo que" ou "é equivalente a". A compreensão dessa ideia pelos estudantes ocorrerá gradualmente, à medida que puderem discutir e explorar outras sentenças em situações de igualdade ou de desigualdade.

Atividade 2 - Relações entre as operações

Objetivos:

- Identificar regularidades entre as operações de adição e de multiplicação com suas inversas.
- Compreender a generalização na aritmética como desenvolvimento do pensamento algébrico.
- Desenvolvimento:

1ª etapa: Apresentação da proposta de atividade

Organize os alunos nas duplas e distribua a folha impressa (conforme modelo) com a situação-problema. Peça que leiam silenciosamente o desafio. Dê o tempo necessário para que todos realizem a leitura. Em seguida, solicite que comentem sobre o que compreenderam da atividade proposta.

Durante a realização da tarefa, acompanhe as duplas observando as estratégias que utilizam para descobrir os números que completam os espaços em branco. Identifique se seguem uma ordem "de cima para baixo" ou o inverso, se essa decisão implica na facilidade ou dificuldade em obter a solução.

2ª etapa: Socialização das estratégias

Caso algum resultado não seja a solução, convide outras duplas para identificarem o que ocorreu e explicarem o que será preciso realizar para chegar à resposta correta.

3ª etapa: Novo desafio

Nesta etapa, os alunos permanecem em duplas, mas se considerar necessário que haja alterações, converse com eles sobre as mudanças necessárias, com o objetivo de tornar a atividade mais produtivas.

Prônúci
Adição
Subtr.

MULTIPL
DIVIS

O novo desafio envolve outras duas operações: multiplicação e divisão.

Entregue a cada dupla a folha de atividade e peça que leiam a proposta do novo desafio. Solicite que façam a leitura e, ao final, pergunte se há alguma palavra ou expressão que não saibam o significado. Provavelmente, a palavra "produto" seja anunciada como desconhecida. Você poderá optar por encaminhar perguntas que os ajudem a relacionar a palavra à multiplicação ou informá-los sobre isso, uma vez que a intenção da atividade é perceber se relacionam a operação de multiplicação a sua inversa como estratégia para obter os números que estão faltando na pirâmide (invertida).

Depois da conversa inicial, solicite que resolvam e, mais uma vez, acompanhe os trabalhos nas duplas observando como comunicam suas ideias e registram como pensaram para chegar à solução.

Depois que as duplas finalizarem a atividade, promova a socialização dos resultados. Procure chamar uma dupla que não tenha participado da atividade anterior, dando oportunidade a outros alunos para expressarem como pensaram e resolveram o desafio.

4ª etapa: Problematização

Retome os dois desafios, apresente-os um ao lado do outro, e por meio de perguntas, leve os alunos a identificarem semelhanças e diferenças entre eles.

É possível que identifiquem, imediatamente, como diferença, o fato de um envolver a adição e o outro, a multiplicação. A semelhança está no fato de que em ambos aplica-se a regra de obter o resultado - soma ou produto dos dois números vizinhos da linha imediatamente superior. Um aspecto que pode não aparecer de imediato, como semelhança entre as atividades, refere-se à aplicação da operação inversa como estratégia para obter um valor que se quer encontrar.

Caso a operação inversa não seja anunciada, encaminhe perguntas para chamar a atenção dos alunos sobre isso, por exemplo:

- Qual operação foi envolvida na primeira pirâmide? E na segunda?
- Na primeira pirâmide, quando era desconhecido o valor do quadrado da linha superior, qual operação vocês tinham que aplicar para obter esse valor?
- Na segunda pirâmide, era possível aplicar a mesma operação para descobrir o número que faltava?

Vimos no vídeo **Falando com o especialista** que o pensamento algébrico envolve diversas habilidades, como relacionar as operações de adição e subtração e as operações de multiplicação e divisão. Quais outras habilidades é possível identificar nessa sequência que, também, estejam relacionadas a esse pensamento?

ANEXO E – TAREFAS PLANEJADAS PELA PROFESSORA ROSÁCEA PARA A AULA 01

Aula 01 (...)

→ Compreender o significado do sinal de igual como "equivalente a"; e o "mesmo que"

Atividade em duplas

Mathema
(1, 2, 3)

① Observe as sentenças abaixo e, em seguida, preencha a tabela ao lado. *Converse com o colega*

$$6 + 7 = 13$$

$$6 + 9 = 15$$

$$5 \cdot 8 = 40$$

$$8 + 5 = 12$$

$$15 = 17 - 4$$

$$15 = 5 \cdot 3$$

$$10 = 20 : 2$$

$$12 - 4 = 6$$

- ~~exp~~ justificar as escolhas (V ou F)

- "conversei" sobre =

observar vocabulário usado

② Quais sentenças abaixo, são verdadeiras? Justifique as respostas.

$$8 + 5 = 6 + 7$$

$$9 + 5 = 5 + 9$$

$$6 \times 5 = 20 + 10$$

$$20 - 8 = 16 - 4$$

$$15 = 15$$

$$18 - 9 = 3 \times 3$$

$$18 : 2 = 9 \times 1$$

$$9 + 6 = 9 + 5$$

$$6 + 5 = 4 + 4 + 3$$

justificar cada resposta

vocabulário usado

"Fechando" o que você aprendeu?
Qual a diferença entre as atividades 1 e 2?

③ Qual o número que podemos colocar no espaço vazio para tornar as sentenças verdadeiras? *justificar*

$$10 + \_ = 6 + 9$$

$$5 \cdot \_ = 10 \times 2$$

$$15 - \_ = 3 + 7$$

$$20 : \_ = 4$$

$$12 = \_ + \_$$

$$5611 \_ + 50 = 40 + 30$$

$$12 = \_ + \_ + \_$$

④ PENSEI EM UM NÚMERO. ADICIONEI 78 E OBTIVE 100. EM QUE NÚMERO PENSEI?

ESCRITA SIMBÓLICA

ANEXO F - TAREFAS PLANEJADAS PELA PROFESSORA ROSÁCEA PARA A AULA 02

A/B

AULA 2(...)

+ CONVERSAR SOBRE A AULA ANTERIOR

+ REALIZAR ATIVIDADES 3^A - SIGNIFICADO IGUAL ----
 DETERMINAR O ELEMENTO DESCONHECIDO

↓
CONVERSAR SOBRE ESTRATÉGIAS UTILIZADAS

Problema do tipo PENSEI EM UM NÚMERO - Representação simbólica - cálculo mental

Pré-requisitos... PROPRIEDADE

Explorar a ideia da equivalência nas igualdades e verificar que NÃO SE ALTERA ao ADICIONAR ou SUBTRAIR NOS DOIS MEMBROS

ATIVIDADE

6^B ③ balança - laranja
6^A EQUILÍBRIO

* Representação simbólica

Resolução

③ balança em equilíbrio

+ Representação simbólica

Resolução

③ balança - elemento desconhecido (x)

6^B A balança está em equilíbrio. Calcule a massa de cada uma das caixinhas

Representação simbólica - Resolução

④ Cálculo valor desconhecido - balança

(NO)

a) $6+6 = 12$ $6+6 = \square$ $12-5$ $7 = 7$

$6+6 = 12$

$6+6 - \quad = 12-5$

$6+6-5 = 12-5$

b) $\frac{10}{8+2}$ $\frac{10+12}{8+2+12}$ $\frac{22}{22}$ $\frac{22}{22}$

$$10 = 8 + 2$$

$$10 + 12 = 8 + 2 + 12$$

$$22 = 22$$

UMA JOGADORA DE MATEMÁTICA NÃO SE ALUSTA AO
ADICIONAR OU SUBTRAIR OS SEUS DOIS NÚMEROS
POR UM MESMO NÚM.

c) $\square + 15 = 50$

$$\square + 15 - 15 = 50 - 15$$

$$\square = 35$$

DÚVIDA

FINAL

d) Se eu sei que $14 + 7 = 21$, então

$$14 + 5 = 19$$

$$27 = 14 + 13$$

+6

+6

NÃO

e) Se eu sei que $30 = 50 - 20$, então

$$32 = 52 - 20$$

$$47 - 20 = 27$$

+2

NÃO

f) Se eu sei que $40 = 70 - 30$, então:

$$42 = 72 - 30$$

NÃO

$$\frac{22}{30}{42}$$

aconteceu (+2)

DÚVIDA 3 (SEGUNDA) APROVA O BALANCE E OUTRO

$$x - 25 + 15 = 40$$

$$x - 10 = 40 \quad x = 50$$

ANEXO G - TAREFA PLANEJADA PELO PROFESSOR DELTA APLICADA NA 2ª AULA

Profº : _____

Aluno: _____

Turma: 6º ano ____

c) 25

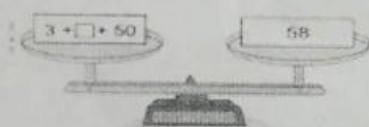
d) 20

4. Identifique qual é o primeiro membro e o segundo membro na igualdade abaixo:

$$45 - 5 = 50 - 10$$

Exercício de fixação (Igualdade)

1. Para que a balança fique equilibrada é preciso que tenha a mesma quantidade dos dois lados delas. Calcule o valor do número desconhecido para que a balança fique equilibrada?



- A) 2
B) 3
C) 5
D) 6

2. Ana quer saber o valor do número que está escondido na figura. Qual é esse número?

$$36 + \square = 51$$

- a) 14
b) 15
c) 16
d) 17

3. O número que falta para manter a igualdade na figura abaixo é?

$$\square - 5 = 20$$

- a) 10
b) 15

5. Associe os cartões da coluna da esquerda com os cartões da coluna da direita. Os resultados das operações deverão ser os mesmos.

(A) $7 + 12$

() $15 + 6$

(B) $25 - 4$

() $23 - 4$

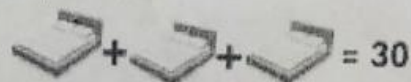
(C) 6×3

() 11×1

(D) $33 : 3$

() $36 : 2$

6. Analisando as igualdades abaixo, o valor da taxa de campeão é?



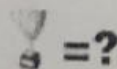
$$= 30$$



$$= 40$$



$$= 60$$



$$= ?$$

- a) 5
b) 7
c) 15
d) 20

ANEXO H - CAPÍTULO DO LIVRO DIDÁTICO DO 7º ANO USADO PELO PROFESSOR DELTA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Igualdade

É interessante discutir com os alunos em que outras situações (além do tema da abertura) eles acreditam já ter utilizado uma equação.

O objetivo é que eles percebam que, ao realizarem cálculos em outras disciplinas ou no cotidiano, por exemplo, estão empregando conceitos matemáticos de maneira aplicada.

Retomar os símbolos matemáticos conhecidos pelos alunos e, em seguida, ler coletivamente as informações contidas nessas páginas. Depois, pedir a eles que elaborem um pequeno cartaz contendo esses símbolos, seus respectivos significados e as propriedades estudadas com alguns exemplos que os ajudem a compreender e a retornar a eles quando necessário.

Explorar as propriedades de uma igualdade apresentadas, de modo que os alunos possam verificá-las em variados exemplos. Isso pode ser feito em uma roda de conversa, por exemplo.

CAPÍTULO 3 IGUALDADE

Usamos sentenças para nos comunicar tanto em uma conversa quanto na linguagem escrita. Em Matemática, também usamos sentenças; a maioria delas faz afirmações sobre números. Nas sentenças matemáticas, usamos símbolos no lugar de palavras.

$=$ (igual a) $\neq$ (diferente de) $>$ (maior que)
 $<$ (menor que) $\Leftrightarrow$ (equivalente a) $\Rightarrow$ (implica)

Uma sentença matemática em que o símbolo $=$ é usado representa uma **igualdade**.



De modo geral, podemos representar uma igualdade por $a = b$, em que a e b são expressões diferentes para um mesmo número. Chamamos isso de **princípio da igualdade**.

Exemplos:

$$\begin{array}{c} 2 + 5 = 7 \\ \text{a} \quad \text{b} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 2^3 - 5 = 3 \\ \text{a} \quad \text{b} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 3^2 + 4^2 = 5^2 \\ \text{a} \quad \text{b} \end{array}$$

Em uma igualdade:

- A expressão matemática situada à **esquerda** do símbolo $=$ é denominada **1º membro da igualdade**.
- A expressão matemática situada à **direita** do símbolo $=$ é denominada **2º membro da igualdade**.

Assim:

$$\begin{array}{c} 2 + 5 = 7 \\ \text{1º membro} \quad \text{2º membro} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 2^3 - 5 = 3 \\ \text{1º membro} \quad \text{2º membro} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 3^2 + 4^2 = 5^2 \\ \text{1º membro} \quad \text{2º membro} \end{array}$$

Ⓢ Propriedades de uma igualdade

Uma igualdade apresenta três propriedades.

1ª propriedade: $a = a$, para qualquer a . Essa é a propriedade **reflexiva**.

$$\bullet 2 = 2 \qquad \bullet \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

2ª propriedade: $a = b \Leftrightarrow b = a$, para quaisquer a e b . Essa é a propriedade **simétrica**.

$$\bullet 2 + 5 = 7 \Leftrightarrow 7 = 2 + 5 \qquad \bullet 2^3 - 5 = 3 \Leftrightarrow 3 = 2^3 - 5$$

3ª propriedade: $a = b$ e $b = c \Rightarrow a = c$, para quaisquer a , b e c . Essa é a propriedade **transitiva**.

$$\bullet 2 + 5 = 7 \text{ e } 7 = 8 - 1 \Rightarrow 2 + 5 = 8 - 1$$

$$\bullet 2^3 - 5 = 3 \text{ e } 3 = 2 + 2^0 \Rightarrow 2^3 - 5 = 2 + 2^0$$

Ⓢ Princípios de equivalência

Os princípios de equivalência serão muito úteis na resolução de equações, assunto que veremos ainda nesta unidade.

Princípio aditivo: adicionando um mesmo número aos dois membros de uma igualdade, obtemos uma nova igualdade, ou seja:

$$a = b \Rightarrow a + c = b + c$$

Vamos observar a balança de dois pratos a seguir para compreendermos melhor o princípio aditivo ao pensarmos na ideia de equilíbrio da balança. Note que a balança a seguir está equilibrada.



Aqui adicionamos 2 aos dois pratos da primeira balança. Note que ela se manteve em equilíbrio.



Então devemos adicionar 2 aos dois membros da igualdade original para mantermos a sentença verdadeira:

$$(2 + 2 + 1 + 3) + 2 = (4 + 1 + 3) + 2$$

10

10

$$2 + 2 + 1 + 3 = 4 + 1 + 3$$

8

8

Aqui retiramos 3 dos dois pratos da primeira balança. A balança continuou em equilíbrio.



Então devemos subtrair 3 dos dois membros da igualdade original para mantermos a sentença verdadeira:

$$(2 + 2 + 1 + 3) - 3 = (4 + 1 + 3) - 3$$

5

5

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Propriedades de uma igualdade e princípios de equivalência

Explicar a situação de equilíbrio de uma balança de dois pratos, quando esses pratos ficam à mesma altura com as massas colocadas em cada um deles, o que indicará que as massas que estão em cada prato são iguais.

Destacar o princípio aditivo, pedir aos alunos que descrevam outras modificações que podem ser feitas na balança ilustrada, de modo que se mantenha o equilíbrio dos pratos. Esclarecer que ao retirar massas de cada prato, isso equivale a somar negativamente.

Se julgar oportuno, apresentar aos alunos uma balança de dois pratos e objetos de diferentes massas e pesos usados para atingir o equilíbrio da balança, como mostrado nas figuras do livro.

Realizar com os alunos as pesagens iguais ou similares às do exemplo do livro. Assim, eles podem vivenciar uma situação concreta sobre o princípio de equivalência.

É sempre bom lembrar que, por meio dessas situações, os alunos podem compreender melhor os conceitos.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Assim como foi feito com o princípio aditivo, pedir aos alunos que descrevam outras modificações, usando o princípio multiplicativo, que podem ser feitas na balança ilustrada de modo que se mantenha o equilíbrio dos pratos. Comentar que, ao dividir as massas de cada prato por um certo número não nulo, isso equivale a multiplicar pelo seu inverso. Desse modo, por exemplo, reduzir as massas pela metade (dividir por 2) corresponde a multiplicar por meio seus valores; reduzir à terça parte (dividir por 3) corresponde a multiplicar por um terço, e assim por diante.

Atividades

O objetivo deste bloco de atividades é levar os alunos a identificar sentenças matemáticas que são igualdades, determinar o primeiro e o segundo membro de uma igualdade, verificar as propriedades das igualdades e aplicar os princípios aditivo e multiplicativo.

Na atividade 1, orientar os alunos a perceberem que o sinal = tem a função de validar a equivalência, isto é, a igualdade entre as expressões do 1º membro e do 2º membro. Pedir a eles que identifiquem nas sentenças matemáticas o 1º e o 2º membro.

Os alunos também podem criar sentenças matemáticas que apresentem igualdades, como:

$$0,5 \cdot 16 = 8$$

Para melhor entendimento do assunto, trabalhar primeiramente com material manipulável.

Resolução da atividade

Atividade 1, item b: $3^2 + 3^2 = 2^2 + 2^2$

$$1^\circ \text{ membro: } 3^2 + 3^2$$

$$2^\circ \text{ membro: } 2^2 + 2^2$$

Resolvendo a expressão do 1º membro:

$$3^2 + 3^2 = 27 + 9 = 36 \quad (1)$$

Princípio multiplicativo: multiplicando os dois membros de uma igualdade por um mesmo número, obtemos uma nova igualdade, ou seja:

$$a = b \Rightarrow a \cdot c = b \cdot c$$

Vamos observar novamente a balança, a fim de compreendermos melhor o princípio multiplicativo.

Aqui multiplicamos por 2 a massa em cada prato da primeira balança e ela continua em equilíbrio.



Então devemos multiplicar por 2 os dois membros da igualdade original para mantermos a sentença verdadeira.

$$(2 + 2 + 1 + 3) \cdot 2 = (4 + 1 + 3) \cdot 2$$

Aqui vamos dividir por 2 a massa em cada prato da primeira balança. A balança continua em equilíbrio.



Então devemos dividir por 2 os dois membros da igualdade original para mantermos a sentença verdadeira.

$$(2 + 2 + 1 + 3) : 2 = (4 + 1 + 3) : 2$$

ATIVIDADES

Resoluções
na p. 366

Responda às questões no caderno.

- Identifique o 1º e 2º membros em cada igualdade:
 $1^\circ \text{ membro: } 3^2 + 3^2$
 $2^\circ \text{ membro: } 2^2 + 2^2$
 a) $6^2 - 5 = 31$ b) $3^2 + 3 = 2^2 + 2^2$
 $1^\circ \text{ membro: } 6^2 - 5$; $2^\circ \text{ membro: } 31$
- Na hora de escrever a sentença $-8 = -x + 3$ apliquei uma propriedade da igualdade e escrevi: $x + 3 = -8$. Eu acertei? Em caso afirmativo, qual a propriedade que usei? *Sim; propriedade simétrica.*
- Considere as igualdades $x = y$ e $y = -10$.
 a) Qual é o valor de x ? $x = -10$
 b) Que propriedade você usou para responder o item anterior? *Propriedade transitiva.*
- Com base nas igualdades $x = 3y$ e $3y = -a - b$, escreva uma nova igualdade. $x = -a - b$

- Na igualdade $x - 10 = 2$, eu adicionei 10 ao 1º membro. Como devo escrever o 2º membro para que continue existindo uma igualdade? $2 + 10$ ou 12.
- Se você multiplicar o 1º membro da igualdade $3x = 27$ por $\frac{1}{3}$, como deverá ser escrito o 2º membro para que se obtenha uma nova igualdade? $(27) \cdot \frac{1}{3}$ ou 9.
- Adicione o número (-6) aos dois membros da igualdade $x + 6 = 1$ e descubra o valor de x . $x = -5$
- Multiplique cada membro da igualdade $4x = 28$ pelo número $\frac{1}{4}$. Em seguida, descubra o valor de x na nova igualdade obtida. $x = 7$

ANEXO I - SEÇÃO DO LIVRO DIDÁTICO DO 6º ANO ADOTADO PELA ESCOLA DO PROFESSOR DELTA

⦿ A balança de dois pratos

O instrumento mais utilizado para a medida de massa é a balança. Além da balança digital, um modelo ainda muito utilizado é a balança de dois pratos.

A ideia desse modelo de balança é fazer com que os dois pratos dela fiquem equilibrados.

O ponteiro, quando centralizado, indica que as massas dos dois pratos são iguais e os pratos estão em equilíbrio.

Colocam-se pesos
de massa conhecida
em um prato.

Coloca-se o que se quer pesar no outro prato.



A balança abaixo está em equilíbrio. Observe as massas, em quilogramas, das caixas abaixo e tente explicar por que está em equilíbrio.



$$\underbrace{1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3}_{12} = \underbrace{2 + 2 + 4 + 4}_{12}$$

Aqui adicionamos um peso de 2 kg a um dos pratos; então, para manter o equilíbrio, precisamos adicionar 2 kg ao outro prato:



$$\underbrace{(1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3)}_{14} + 2 = \underbrace{(2 + 2 + 4 + 4)}_{14} + 2$$

Aqui retiramos da situação inicial um peso de 2 kg de um dos pratos; então, para manter o equilíbrio, precisamos subtrair 2 kg do outro prato:



$$\underbrace{(1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3)}_{10} - 2 = \underbrace{(2 + 2 + 4 + 4)}_{10} - 2$$

PENSE E RESPONDA

Resoluções na p. 323

Debata as questões com um colega e responda ao que se pede no caderno.

1. O que seria necessário fazer para se manter o equilíbrio de uma balança se a massa em um dos pratos fosse dobrada? Dê um exemplo. **Dobrar a massa no outro prato. Resposta pessoal.**
2. O que seria necessário fazer para se manter o equilíbrio de uma balança se a massa em um dos pratos fosse reduzida pela metade? Dê um exemplo. **Reduzir pela metade a massa no outro prato. Resposta pessoal.**

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

A balança de dois pratos

O objetivo aqui é trabalhar as propriedades de igualdade utilizadas nos princípios de equivalência usando as balanças de dois pratos. Esse material é um grande aliado para os alunos compreenderem a ideia de comparar massas.

Perguntar a eles se conhecem esse tipo de balança ou já tiveram a oportunidade de manusear uma balança desse tipo. Ouvir as experiências deles e, ao longo dessa conversa, fazer perguntas como: "O que significa dizer que os pratos da balança estão em equilíbrio?".

É interessante registrar na lousa as observações e respostas dadas por eles; nesse primeiro momento a ideia é incentivá-los a falar o que sabem para depois formalizar os conceitos envolvidos.

Pense e responda

Nesta seção é importante que os alunos percebam que existe uma relação diretamente proporcional entre as operações efetuadas e a massa colocada em cada um dos pratos de uma balança para manter o equilíbrio entre eles. Ou seja, o mesmo fator deve ser utilizado nos dois pratos para manter o equilíbrio da balança. Em álgebra isso é conhecido como princípio multiplicativo.

É interessante que os alunos respondam individualmente às questões da seção, mas eles podem (e devem) trocar ideias com os colegas e compartilhar suas estratégias de resolução.

Incentivar o registro algébrico para representar os pesos dos pratos em uma balança digital.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Pedir aos alunos que respondam às questões propostas em duplas. Observar as estratégias utilizadas e, se necessário, fazer intervenções que os ajudem nas resoluções. É importante que eles leiam as situações e as compreendam.

Resolução da atividade

Na situação 1, é possível concluir que cada pote de achocolatado pesa 500 g (pois, $2000 : 4 = 500$).

Na balança da situação 3, temos que cada pacote de achocolatado equivale a 2 potes de fermento. Logo, cada pote de fermento pesa 250 g (pois, $500 : 2 = 250$).

E, por fim, na situação 2, tem-se que 1 pote de fermento equivale a 5 caixas de gelatina. Portanto, cada caixa de gelatina pesa 50 g (pois, $250 : 5 = 50$).

Na atividade 1, é necessário transformar 2 kg em gramas e dividir esse valor pela massa da caixa de gelatina. Conforme feito:

$$2000 : 50 = 40$$

Logo, são necessárias 40 caixas de gelatina para deixar a balança em equilíbrio.

A atividade 2 está resolvida quando se entende o exercício pela decomposição de massas: o pote de achocolatado contém 500 gramas.

A atividade 3 pode ser exemplificada com a massa de algum aluno ou, para evitar constrangimento, com a sua massa, professor. Por exemplo, para uma pessoa de 80 kg (ou 80000 g), tem-se: $80000 : 250 = 1600$.

Logo, 1600 potes de fermento pesam o mesmo que

ATIVIDADES

Resoluções na p. 323

Responda às questões no caderno.

Observe as ilustrações para responder às questões de 1 a 3.

1



2



3



1. Quantas caixas de gelatina são necessárias para equilibrar a balança a seguir? 40



2. Quantos gramas contém o pote de achocolatado da figura 1? 500 g

3. Quantos potes de fermento da figura 2 "pesam" o mesmo que um objeto de sua escolha? Resposta pessoal.

FÓRUM

Atualmente, sobretudo nas grandes cidades, devido à rotina agitada, as pessoas têm cada vez mais o hábito de fazer as refeições em restaurantes. Nesse aspecto, o consumidor escolhe o tipo de restaurante com que mais se identifica. Entre esses tipos, destaca-se o restaurante por quilo. Esses restaurantes são considerados práticos porque costumam oferecer alimentos variados, o que permite ao consumidor uma alimentação balanceada, pois este terá à sua disposição, além dos pratos quentes, opções de legumes e saladas.

Para quem tem o hábito de comer fora, é bom ficar atento a alguns detalhes, pois existe uma portaria do Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia (Inmetro) determinando que os restaurantes por quilo divulguem, de forma clara e visível para o consumidor, informações sobre o peso do prato que será utilizado. Essa determinação tem como principal objetivo garantir que o consumidor pague apenas pelo que consumiu no estabelecimento. Resposta pessoal.

- Faça uma pesquisa e descubra o que é uma portaria, como a citada no texto.
- Você sabia da existência da portaria do Inmetro citada no texto? Resposta pessoal.
- Pesquise se existe algum órgão que o consumidor pode procurar quando se sente lesado em um estabelecimento ou serviço. Programa de Proteção e Defesa do Consumidor (Procon).