



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CAMPUS AGRESTE

NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE

CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

RAUANNY CAMILA DE CARVALHO SILVA

A INSERÇÃO DA ARTE NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: utilização das obras de
Escher para ensinar Geometria Espacial

Caruaru
2024

RAUANNY CAMILA DE CARVALHO SILVA

A INSERÇÃO DA ARTE NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: utilização das obras de Escher para ensinar Geometria Espacial

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau de licenciado em Matemática.

Área de concentração: Ensino (Matemática)

Orientador (a): Simone Moura Queiroz

Caruaru
2024

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Silva, Rauanny Camila de Carvalho de.

A inserção da Arte na Educação Matemática: utilização das obras de Escher para ensinar Geometria Espacial / Rauanny Camila de Carvalho de Silva. - Caruaru, 2024.

46 p. : il., tab.

Orientador(a): Simone Moura Queiroz

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Matemática - Licenciatura, 2024.

1. Interdisciplinaridade. 2. Arte. 3. Geometria espacial. 4. Escher. 5. Matemática. I. Queiroz, Simone Moura. (Orientação). II. Título.

370 CDD (22.ed.)

RAUANNY CAMILA DE CARVALHO SILVA

A INSERÇÃO DA ARTE NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: utilização das obras de Escher para ensinar Geometria Espacial

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau de licenciada em Matemática.

Aprovada em: 23/02/2024.

BANCA EXAMINADORA

Prof^ª. Dr^ª. Simone Moura Queiroz (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^ª. Dr^ª. Cristiane Arimatéa Rocha (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^ª. Me. Lidianne Pereira de Carvalho (Examinadora Externa)
Universidade Federal de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, minha avó e meu irmão por todo apoio nos meus estudos, desde o Ensino Básico até ao Ensino Superior, que vibram com cada pequena conquista que realizo, me confortam, incentivam e, principalmente, por acreditarem em mim. Vocês são minha vida.

Aos meus amigos que fiz durante esses anos de universidade, Lucas Neves, Emanuelle Brito, José Ribeiro, Emerson José, Evaniele Hellen, Maria Larissa, entre outros, que compartilharam momentos de felicidade e desespero comigo, me deram mais força para seguir na graduação e tornaram meus momentos na universidade mais leves e divertidos. Admiro muito vocês.

Aos meus amigos de fora da universidade, Camila Karen, Emilly Lima, Willyane Chagas, Danylo Santos e Arianne Pabre, que apoiam incondicionalmente meus sonhos, me aconselham e sempre estão ao meu lado. Obrigada mesmo, vocês são essenciais na minha vida.

À minha orientadora e professora, Simone Moura Queiroz, por ter compartilhado tanto conhecimento, pelo apoio e pela paciência.

Aos professores que me incentivam desde o Ensino Básico e são exemplos que levarei para minha vida profissional, Jeremias Batista, Sandra Gomes e Maria Elizângela.

“O binômio de Newton é tão belo como a Vênus de Milo” (PESSOA, Fernando. 1990).

RESUMO

Explorar figuras geométricas através de obras de Arte na sala de aula é uma maneira de unificar a explicação à representação, com o intuito de ter uma melhor visualização (de conceitos abstratos) e exploração da Geometria. Este trabalho descreve brevemente a vida do Maurits Cornelis Escher, artista holandês muito conhecido por suas xilogravuras que representam percepção, espaço e transformação, e tem a finalidade de mostrar a geometria presente nas suas obras, focando na fase “Metamorfose”, que mais apresenta conceitos geométricos e podem ser usadas como ferramentas na sala de aula para ensinar geometria de uma forma criativa e envolvente. Após ler alguns trabalhos que relacionam a Matemática e a Arte na sala de aula, surgiu a curiosidade de entender como as obras de Escher poderiam contribuir para o ensino da Geometria e surgiu também a pergunta norteadora desta pesquisa: “De que forma as obras de Escher utilizadas no ensino de Geometria Espacial poderiam contribuir para a aprendizagem de um grupo de alunos?”. Espera-se, a partir desse trabalho, contribuir e influenciar professores a fazer essa interdisciplinaridade na sala de aula, contribuindo para o pensamento criativo, sensibilidade, intuição e imaginação do aluno. Nesta pesquisa, foi investigado a aplicação de conceitos de Geometria Espacial nas obras de Escher e teve como objetivo analisar como a inserção da Arte no ensino de Geometria Espacial contribui para a aprendizagem de um grupo de alunos de uma escola pública de referência em Ensino Médio da cidade de Caruaru, do estado de Pernambuco. A pesquisa foi desenvolvida baseada em estudos, em que se elaborou e aplicou um questionário com os alunos. A partir disso, foi apresentado a eles algumas obras de Escher e trabalhado a identificação, o olhar, o sentir e o pensar, com os conceitos de vértices, arestas e faces dos sólidos geométricos presentes nas obras. Por fim, percebemos com este trabalho que essa interação, que é a interdisciplinaridade, contribui para a aprendizagem de Geometria Espacial em sala de aula, auxiliando na melhor visualização dos sólidos, saindo da rotina do aluno e, conseqüentemente, tornando a aula mais interessante.

Palavras-chave: interdisciplinaridade; arte e matemática; geometria espacial; Escher.

ABSTRACT

Exploring geometric figures through works of art in the classroom is a way to unify the explanation to representation, in order to have a better visualization (of abstract concepts) and exploration of geometry. This work briefly describes the life of Maurits Cornelis Escher, a Dutch artist well known for his woodcuts that represent perception, space and transformation, and aims to show the geometry present in his works, focusing on the "Metamorphosis" phase which presents more geometric concepts and can be used as tools in the classroom to teach geometry in a creative and engaging way. After reading some works that relate mathematics and art in the classroom, the curiosity arose to understand how the works of Escher could contribute to the teaching of geometry and also emerged the guiding question of this research: "How could Escher's works in the teaching of Spatial Geometry contribute to the learning of a group of students?". It is expected, from this work, to contribute and influence teachers to do this interdisciplinarity in the classroom, contributing to the creative thinking, sensitivity, intuition and imagination of the student. In this research, the application of concepts of Spatial Geometry in the works of Escher was investigated and aimed to analyze how the insertion of Art in the teaching of Geometry, could contribute to the learning of a group of high school students from a public school in Caruaru. The research was developed based on studies already done by Japiassu (1976), Fazenda (1994), Read (2001), Berro (2008), Flores (2007), Sampaio (2012) and Barros (2017), in which it was elaborated and applied a questionnaire with the students. From this, it was presented to them some works of Escher and worked identification, look, feel and think, with the concepts of vertices, edges and faces of the geometric solids present in the works. Finally, we realized with this work that this interaction, which is interdisciplinarity, contributes to the learning of Spatial Geometry in the classroom, contributing to the best visualization of the solids, leaving the student's routine and consequently, making the class more interesting.

Keywords: interdisciplinarity; art and mathematics; spatial geometry; Escher.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Fluxograma 1 -	Multidisciplinaridade	16
Fluxograma 2 -	Pluridisciplinaridade	16
Fluxograma 3 -	Interdisciplinaridade	16
Fluxograma 4 -	Transdisciplinaridade	17
Figura 1 -	Circulação	28
Figura 2 -	Estrelas	28
Figura 3 -	Mão com esfera	29
Figura 4 -	Répteis	29
Gráfico 1 -	De 0 a 5, o quanto você gosta de Matemática?	30
Gráfico 2 -	Recuperação	31
Quadro 1 -	Geometria Espacial e Interdisciplinaridade	32
Quadro 2 -	Experiência com Interdisciplinaridade	33
Gráfico 3 -	Dificuldades em Geometria Espacial	34
Gráfico 4 -	Relação de Euler	34
Figura 5 -	Exemplo	35
Figura 6 -	Exemplo	35
Figura 7 -	Exemplo	35
Figura 8 -	Exemplo	36
Figura 9 -	Exemplo	36
Gráfico 5 -	Escreva ou desenhe os sólidos	37

Figura 10 -	Exemplo	36
Figura 11 -	Exemplo	37
Figura 12 -	Exemplo	37

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	11
2	OBJETIVOS.....	14
2.1.	OBJETIVO GERAL	14
2.2.	OBJETIVO ESPECÍFICO.....	14
3	DEFINIÇÕES E DISCUSSÕES SOBRE INTERDISCIPLINARIDADE.....	15
3.1.	MATEMÁTICA E ARTE.....	18
4	ENSINO DE GEOMETRIA	21
4.1.	DIFICULDADE NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL EM SALA DE AULA.....	22
5	ESCHER E A RELAÇÃO DE SUAS OBRAS COM A MATEMÁTICA.....	24
6	METODOLOGIA.....	25
7	ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	32
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	43
	REFERÊNCIAS.....	44

1 INTRODUÇÃO

Há uma grande relação entre a Matemática e a Arte, sendo com isto possível aprender Geometria, por exemplo, por meio da Arte. Esta relação entre Arte e Matemática pode ser percebida desde a antiguidade, na geometria presente nos monumentos egípcios, gregos, romanos, da Antiguidade, assim como na arte renascentista, em que se tem o homem com o belo, a harmonia das formas, os pisos com ladrilhos, pinturas, esculturas, etc.

De acordo com Barth (2006), Maurits Cornelis Escher foi um artista holandês, muito conhecido por suas xilogravuras e litografias que representam padrões de percepção, espaço e transformação. Suas obras são divididas em quatro fases, neste trabalho vamos focar no “Período das Metamorfoses”, quando houve mais presença de formas geométricas em suas obras. Durante essa fase, se inspirou nos desenhos das estruturas das mesquitas da Espanha e focou ainda mais seu trabalho nos padrões de mosaico e desenhos de repetição. Além de se tornar um grande artista, passou também a ter uma grande admiração dos matemáticos, por apresentar em suas obras conceitos geométricos, lógicos, de espaço e de infinito.

O exercício da Matemática e da Arte pode desenvolver a criatividade, sensibilidade, intuição e imaginação do aluno, que são instrumentos importantes para o conhecimento. Assim defende os Parâmetros Curriculares Nacionais:

[...] o aluno que conhece arte pode estabelecer relações mais amplas quando estuda um determinado período histórico. Um aluno que exercita continuamente sua imaginação estará mais habilitado a construir um texto, a desenvolver estratégias pessoais para resolver um problema matemático. (Brasil, 1998a, p. 5, apud Fainguelernt; Nunes, 2015, p. 16)

Dessa forma, pretende-se com este trabalho apresentar uma proposta didática voltada ao ensino de Geometria Espacial, com um grupo de alunos de uma escola estadual de referência em Ensino Médio, localizada na cidade de Caruaru, no estado de Pernambuco. Com o objetivo de analisar como a inserção da arte no ensino de Geometria pode contribuir para a aprendizagem de Geometria Espacial de um grupo de alunos do Ensino Médio de uma escola pública de Caruaru.

Tomamos como base para a pesquisa estudos já realizados por Japiassu (1976), precursor desse tema no Brasil; Fazenda (1994), que há muito tempo pesquisa sobre Interdisciplinaridade; Read (2001), que escreve sobre a importância da Arte; Berro (2008), que além de pesquisar como as gravuras de Escher se inserem no contexto escolar, analisa se os professores de matemática e de outras áreas veem potencial na contextualização e

aplicabilidade nessas obras; Flores (2007), que relaciona o “ver” com o ensino da Geometria; Sampaio (2012), que apresenta a matemática através das obras de Escher; Barros (2017) que fala sobre o ensino interdisciplinar entre Matemática e Arte.

Minha admiração por arte vem desde nova, quando comecei a estudar sobre Arte na escola no Ensino Fundamental II, mais especificamente sobre Renascimento. A ideia inicial deste trabalho era relacionar a Arte do Renascimento com a Matemática. Porém, pesquisando mais, acabei conhecendo as xilogravuras de Escher e achei que seria uma ótima atividade relacioná-las com a Geometria, a partir dessa ideia surgiu a pergunta que norteia a pesquisa: *De que forma as obras de Escher, no ensino de Geometria Espacial, poderiam contribuir para a aprendizagem de um grupo de alunos?*

Após ler alguns trabalhos que relacionam a Matemática e a Arte na sala de aula, surgiu a curiosidade de entender como as obras de Escher poderiam contribuir para o ensino de Geometria Espacial para um grupo de alunos. Como há poucos trabalhos que falam sobre esse assunto nas universidades brasileiras, decidi contribuir mais para essa área.

Temos como objetivo principal analisar como a inserção da Arte no ensino de Geometria Espacial contribui para a aprendizagem de um grupo de alunos de uma escola pública de referência em Ensino Médio da cidade de Caruaru, do estado de Pernambuco. Para isso, investigamos a interdisciplinaridade entre as figuras geométricas das obras de Escher e a Geometria Espacial após desenvolver um trabalho didático com alunos do Ensino Médio, compreender e validar as diferentes formas que os alunos têm de visualizar os elementos geométricos e analisar como o aluno solta a imaginação no processo de identificação dos sólidos.

Esperamos poder colaborar e influenciar professores a fazer essa interdisciplinaridade entre Arte e Matemática na sala de aula, contribuindo para o pensamento criativo, sensibilidade, intuição e imaginação do aluno. Esse pensamento visual é importante para o aluno, o torna mais humano, e essa humanização é importante para a sociedade, como defende Barbosa (1991, *apud* Fainguelernt; Nunes, 2015, p. 16), “[...] se pretendemos uma educação não apenas intelectual, mas principalmente humanizadora, a necessidade da arte é ainda mais crucial para desenvolver a percepção e imaginação [...] para desenvolver a capacidade criadora necessária à modificação desta realidade.”

Feita essa introdução, segue-se o capítulo 2, que apresenta o objetivo geral e os objetivos específicos. O capítulo 3 aborda com mais detalhes a definição de interdisciplinaridade, traz estudos de vários autores que pesquisam sobre esse assunto e dos benefícios da interdisciplinaridade entre Arte e Matemática. O capítulo 4 faz uma introdução

ao ensino de Geometria e traz as dificuldades no ensino de Geometria Espacial em sala de aula. No capítulo 5, é abordado a vida de Escher e a relação de suas obras com a Matemática, mais especificamente com a Geometria Espacial. O capítulo 6 descreve os métodos e procedimentos utilizados para realizar o estudo e a pesquisa que fundamentam este trabalho. No capítulo 7, são analisados os resultados dos questionários aplicados em sala de aula. No capítulo 8, encontramos as considerações finais, fazendo a junção dos resultados encontrados nas respostas dos questionários respondidos pelos alunos e das pesquisas feitas. O capítulo 9 traz as referências bibliográficas das informações consultadas e citadas ao longo deste trabalho.

2 OBJETIVOS

2.1 GERAL

Analisar como a inserção da Arte no ensino de Geometria Espacial contribui para a aprendizagem de um grupo de alunos de uma escola pública de referência em Ensino Médio da cidade de Caruaru, do estado de Pernambuco.

2.2 ESPECÍFICOS

Observar as contribuições de um trabalho didático apresentado aos alunos do Ensino Médio envolvendo Matemática e Arte.

Entender as maiores dificuldades dos alunos quando se trata de Geometria Espacial;

Compreender as diferentes formas que os alunos têm de visualizar os elementos geométricos.

3. DEFINIÇÕES E DISCUSSÕES SOBRE INTERDISCIPLINARIDADE

Nesta sociedade amplamente tecnológica e em constante transformação, está cada vez mais difícil despertar a curiosidade do aluno em sala de aula, principalmente nas aulas em que os únicos recursos são o quadro e o lápis para quadro. Diante disso, pesquisamos como a interdisciplinaridade pode auxiliar o professor em sala de aula com o conteúdo matemático.

De acordo com o Dicio, dicionário online de português, a definição de interdisciplinar é: “próprio a duas ou mais disciplinas; que se efetiva nas relações entre duas ou mais disciplinas; comum a mais do que uma disciplina: a escola tenta abordar as matérias de modo disciplinar.” (INTERDISCIPLINAR, 2023)

A interdisciplinaridade surgiu na França e na Itália por volta da década de 1960, a partir das reivindicações estudantis que apoiavam a interdisciplinaridade na resolução dos problemas políticos, sociais e econômicos, na educação, a fim de que pudessem ajudar a solucioná-los da melhor forma. Segundo Fazenda (1994):

Aparece, inicialmente, como tentativa de elucidação e de classificação temática das propostas educacionais que começavam a aparecer na época, evidenciando-se, através do compromisso de alguns professores em certas universidades, que buscavam, a duras penas, o rompimento a uma educação por migalhas. Esse posicionamento nasceu como oposição a todo o conhecimento que privilegiava o capitalismo epistemológico de certas ciências, como oposição à alienação da Academia às questões da cotidianidade, às organizações curriculares que evidenciavam a excessiva especialização e a toda e qualquer proposta de conhecimento que incitava o olhar do aluno numa única, restrita e limitada direção, a uma patologia do saber.

A interdisciplinaridade chegou ao Brasil no final da década de 1960, estudada inicialmente por Hilton Japiassu, que trata da epistemologia, focando nos seus aspectos de produção e socialização; e Ivani Fazenda, que trata da educação, focando nas questões de ensino e aprendizagem na escola. Para Japiassu (1976 *apud* Thiesen, 2008, p. 4), “[...] a interdisciplinaridade caracteriza-se pela intensidade das trocas entre os especialistas e pelo grau de integração real das disciplinas no interior de um mesmo projeto”. Segundo Japiassu (1976, *apud* Mendonça, 2008), o papel do multidisciplinar é lançar uma ponte para religar as fronteiras que havia anteriormente entre disciplinas. A partir das pesquisas de Japiassu (1976) e estudos sobre interdisciplinaridade na Europa, Fazenda (1994) realizou sua pesquisa de mestrado. Para ela, a interdisciplinaridade é uma transformação profunda da pedagogia, um novo tipo de formação de professores e um novo jeito de ensinar.

Um pouco mais tarde, a interdisciplinaridade passou a ser discutida em todo o país, influenciando a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) e mais fortemente com a nova LDB Nº 9.394/96 e a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais. O Artigo 26º da LDB, afirma:

Os currículos do ensino fundamental e médio devem ter uma base nacional comum a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela.

Com a resolução CEB nº 3, de 26 de junho de 1998, é instituído as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, seu Art. 8º trata sobre a Interdisciplinaridade. De forma resumida, as escolas terão que apresentar a Interdisciplinaridade, o ensino deve procurar constituir nos alunos a capacidade de analisar, explicar, prever, intervir, estudar problemas concretos, desenvolver projetos de investigação e/ou de ação e buscar interações entre as disciplinas escolares que permitam aos alunos a compreensão mais ampla da realidade e auxilie no desenvolvimento intelectual, social e afetivo.

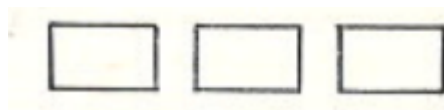
Essas orientações sobre Interdisciplinaridade são ainda enfatizadas na BNCC, em que há várias habilidades relacionadas ao ensino de geometria “[...] a Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” (Brasil, 2018, p. 271). Nesse aspecto, é necessário buscar metodologias que aproximem o aluno do mundo em que ele vive, para entender que a Matemática não é algo fora de sua realidade.

E para tratar sobre a realidade do estudante, é importante que a Arte faça parte desse processo, pois os estudantes compreendem a criação, observação e expressão de seus sentimentos. O currículo da rede estadual de Minas Gerais, Currículo Básico Comum - CBC (Brasil, 2008, p. 12) afirma que “[...] o ensino de arte deve possibilitar a todos os alunos a construção de conhecimentos que interajam com sua emoção, através do pensar, do apreciar e do fazer arte”.

Em Interdisciplinaridade e Patologia do saber, livro de Japiassu, é apresentada as diferenças de significado dos termos: “multidisciplinaridade”, “pluridisciplinaridade” e “transdisciplinaridade” baseadas nos estudos de Jantsch (1972). Primeiramente, ele explica o que é disciplinaridade: “[...] conjunto sistemático e organizado de conhecimentos que apresentam características próprias nos planos do ensino, da formação, dos métodos e das matérias; esta exploração consiste em fazer surgir novos conhecimentos que se substituem aos antigos.” (Japiassu, 1976, p. 72). Para diferenciar os quatro termos, é usado a descrição e a configuração:

Multidisciplinaridade, acontece em um só nível, onde informações de diversas disciplinas são utilizadas para examinar um objeto comum. No entanto, não há uma conexão entre essas disciplinas, e as possíveis relações entre elas não são estabelecidas.

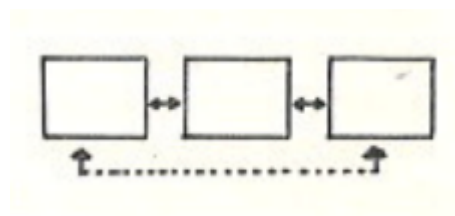
Fluxograma 1 - Multidisciplinaridade



Fonte: Carlos (2007, p. 2).

Pluridisciplinaridade, quando as disciplinas são agrupadas de forma que percebemos a relação entre elas e ficam no mesmo nível. O sistema permanece unificado, mas começam a surgir interações entre as disciplinas.

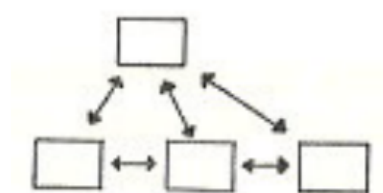
Fluxograma 2 - Pluridisciplinaridade



Fonte: Carlos (2007, p. 2).

Interdisciplinaridade, quando há conexão entre as disciplinas e uma delas está em um nível hierárquico. Há cooperação e diálogo entre as disciplinas do conhecimento, mas nesse caso se trata de uma ação coordenada.

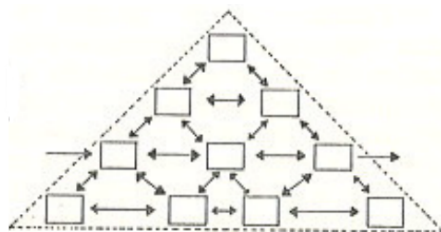
Fluxograma 3 - Interdisciplinaridade



Fonte: Carlos (2007, p. 2).

Transdisciplinaridade, quando há uma coordenação de todas as disciplinas e interdisciplinas, tratando efetivamente de um tema comum. Trata-se de uma proposta recente no campo epistemológico.

Fluxograma 4 - Transdisciplinaridade



Fonte: Carlos (2007, p. 3).

Já que a multi ou a pluridisciplinaridade criam o aspecto de integração de conhecimentos, podemos dizer que a pluri ou a multidisciplinaridade seria uma etapa para a interdisciplinaridade, e esta, uma etapa para a transdisciplinaridade. Tratando da interdisciplinaridade, teríamos uma relação de reciprocidade, de mutualidade, ou seja, teríamos uma possibilidade de diálogo entre os interessados. Nela, a colaboração entre as diversas disciplinas conduz a uma “interação”, a uma intersubjetividade.

Segundo Fazenda (1994, p. 85): “A sala de aula é o lugar onde a interdisciplinaridade habita”. Uma das essências da interdisciplinaridade é estimular o aluno a ter uma visão mais ampla sobre determinado assunto, olhar o mesmo objeto com perspectivas diferentes, entender o mundo e suas diferentes relações, perceber e questionar. A importância de uma sala de aula ser assim é ter alunos com maiores possibilidades de compreensão do mundo e uma melhor socialização entre os alunos.

De acordo com Fazenda (2014, p. 1) “[...] se definirmos interdisciplinaridade como atitude de ousadia e busca frente ao conhecimento, cabe pensar aspectos que envolvem a cultura do lugar onde se formam professores, seu aspecto humano.” A autora sugere um olhar para a Interdisciplinaridade não só como uma junção de disciplinas, mas como atitude de ousadia, pois o professor poderá rever suas práticas e potencialidades em sala de aula. Fazenda (2014), nesse mesmo trabalho, ressalta novamente a formação do caráter humano através dessa prática: “[...] compreender uma formação interdisciplinar de professores, uma ordenação científica e uma ordenação social onde o caráter humano se evidencia.” (p. 2).

A ordenação científica é a construção dos saberes interdisciplinares. A organização desses saberes teria como base a formação de professores, a estruturação hierárquica das disciplinas, sua organização e dinâmica. A ordenação social, busca a divisão dos saberes científicos interdisciplinares às exigências sociais, políticas e econômicas. Estuda formas de analisar o mundo com um olhar social, destaca as dificuldades das disciplinas científicas em suas impossibilidades de sozinhas enfrentarem problemáticas complexas.

3.1 MATEMÁTICA E ARTE

Herbert Read, em seu livro *Educação pela arte* (1943), defendia que a Arte deveria ser a base para a educação. Ele acreditava que a Arte desempenha um papel fundamental na formação do ser humano, ajudando a desenvolver a expressão pessoal, sensibilidade, imaginação, capacidade crítica e conexão com a cultura e a história. Suas ideias sobre a arte e sua influência na formação do ser são consideradas importantes no campo da teoria da arte e da educação artística. “[...] se a criança aprende a organizar sua experiência por meio dos sentimentos estéticos, então, obviamente, a educação deveria ser direcionada para o fortalecimento e desenvolvimento desses sentimentos.” (Read, 2001, p. 66).

Read (2001) propõe uma educação libertária, em que a educação fortalece o amor, a comunhão de sentimentos e ação, e a função do professor é reforçar as habilidades dos alunos e tornar as aulas mais lúdicas, pois não encontramos a Arte apenas nos livros escolares, em museus ou exposições de arte. Segundo Read (2001, p. 16):

[...] A arte é uma dessas coisas que, como o ar ou o solo, estão por toda a nossa volta, mas que raramente nos detemos para considerar. Pois a arte não é apenas algo que encontramos nos museus e nas galerias de arte, ou em antigas cidades como Florença e Roma. A arte seja lá como definimos, está presente em tudo que fazemos para satisfazer nossos sentidos.

E se a Arte, assim como a Matemática, está por todo lugar, por que não as unir com o objetivo de trazer mais sentido à aprendizagem matemática na sala de aula? Os benefícios são inúmeros, a visualização de conceitos abstratos, exploração da Geometria e formas, história da Matemática na Arte e resolução de problemas criativos, estão entre eles. Esses podem ser uma maneira interessante de ensinar matemática e mostrar sua relevância no mundo real.

Fainguelernt e Nunes (2006, p. 20-21) comentam sobre essa junção da Arte e Matemática desde os povos mais antigos:

A matemática e a arte nunca estiveram em campos antagônicos, pois desde sempre caminharam juntas, aliando razão e sensibilidade. Na verdade, podemos observar a influência mútua de uma sobre a outra desde os primeiros registros históricos que temos de ambas. Essas duas áreas sempre estiveram intimamente ligadas, desde as civilizações mais antigas, e são inúmeros os exemplos de sua interação. Muitos povos utilizaram elementos matemáticos na confecção de suas obras: os egípcios com suas monumentais pirâmides e gigantescas estátuas; os gregos com o famoso Parthenon e com seus belíssimos mosaicos; os romanos com suas inúmeras construções com formas circulares, entre elas o Coliseu. [...] os mosaicos árabes, que ilustram como é possível obter, a partir de um quadrado com simples linhas pintadas, uma variedade de padrões [...].

Com isso, percebemos que a Matemática não é apenas uma ferramenta técnica, mas também uma fonte de inspiração e beleza na criação artística. Além disso, a arte pode tornar os conceitos matemáticos mais acessíveis e cativantes, permitindo que as pessoas apreciem e compreendam a matemática de maneira mais significativa. Essa interação entre matemática e arte continuou ao longo dos séculos e é uma prova da relação entre essas duas disciplinas, que são parceiras, que enriquecem a cultura e a criatividade humana.

Como Read (2001, p. 12) afirma: “A arte é representação, a ciência é explicação - da mesma realidade”. Uma ótima maneira de unir a explicação à representação é unir a Matemática e a Arte em sala de aula.

Diante dessa teia de relações que acabam tornando a nossa prática docente ao mesmo tempo apaixonante e desafiadora [...]. De que forma podemos trabalhar com a matemática escolar como sendo fruto de uma construção humana, inserida num processo histórico e social identificada em várias manifestações da vida comum de um ser humano qualquer, em diferentes âmbitos e setores, como nas artes ou em quaisquer atividades que tenham um sentido ou significado para as nossas vidas? Ou ainda, de que forma podemos pensar em organização de trabalhos, atividades e encaminhamentos didáticos pedagógicos que proporcionem aos alunos tanto se aproximar de saberes e valores artísticos como escolares transcendendo ao saber técnico geralmente abordado tanto nas aulas de matemática quanto nas de artes? (Berro, 2008, p. 95)

A matemática escolar é apresentada como uma forma única e não com outras possibilidades que fazem parte das muitas experiências dos alunos diariamente. Diante do que foi exposto por Berro (2008) na citação acima, é interessante trabalhar o contexto histórico e social dos alunos, com o objetivo de trazer significado para a aprendizagem. Juntamente disso, a criação de um espaço que não apague o que o aluno traz de seu cotidiano e não invalide suas formas de conhecimentos. Para cativar, abrir e despertar o interesse dos nossos alunos e para o público geral em Matemática, uma das alternativas é fazer esta ligação com a Arte através de propostas de trabalho com os alunos que transcendam o formalismo da apresentação de conteúdo.

4 ENSINO DE GEOMETRIA

De acordo com os estudos feitos por Barros (2017), cerca de 3.000 a.C. se desenvolveu a Geometria, que do grego significa geo = terra e metria = medida, ou seja, “medir terra”. Nessa época, os babilônios utilizavam as tábulas de argila cozida para fazer o cálculo de áreas e de volumes. No Egito, havia necessidade prática de refazer a subdivisão das terras após cada cheia do Nilo. Em 300 a.C., Euclides desempenhou um papel fundamental no desenvolvimento da Geometria Euclidiana, organizando de maneira sistemática os princípios da geometria espacial, plana e de posição. Sua obra "Os Elementos" tornou-se uma referência matemática por muitos séculos.

A geometria é uma área fundamental da matemática que se concentra no estudo das propriedades, medidas e relações de formas, figuras e objetos no espaço. Ela trabalha as características dos objetos geométricos (que podem ser bidimensionais ou tridimensionais), suas interações e transformações. Ela pode ser dividida em dois ramos principais:

Geometria Plana: também conhecida como geometria euclidiana, em que é estudado as figuras planas, como triângulos, quadrados, círculos e polígonos. Envolve o estudo de propriedades como comprimento, área, perímetro, ângulos e relações entre os elementos dessas figuras.

Geometria Espacial: abrange os objetos tridimensionais, como cubos, esferas, pirâmides e sólidos geométricos. Estuda o volume, superfície, projeções ortogonais e propriedades tridimensionais.

A Geometria está presente em todo lugar que olhamos, seja na natureza, nas artes, na arquitetura ou em outras áreas do conhecimento. É um campo da Matemática que, por si só, é muito didático e criativo, favorece a compreensão, exploração, percepção espacial e a visualização, acrescentando em diferentes áreas. De acordo com Abrantes (1999, p. 4):

Fazendo apelo à intuição e à visualização e recorrendo, com naturalidade, à manipulação de materiais, a geometria torna-se, talvez mais do que qualquer outro domínio da Matemática, especialmente propícia a um ensino fortemente baseado na realização de descobertas e na resolução de problemas, desde os níveis escolares mais elementares. Na geometria, há um imenso campo para a escolha de tarefas de natureza exploratória e investigativa, que podem ser desenvolvidas na sala de aula, sem necessidade de um grande número de pré-requisitos e evitando, sem grande dificuldade, uma visão da Matemática centrada na execução de algoritmos e em “receitas” para resolver exercícios-tipo.

Esse apelo à intuição e visualização, manipulação de materiais, descoberta e resolução de problemas são muito importantes, pois a Geometria não se trata apenas de cálculos, mas

também da compreensão das relações e propriedades. Essa abordagem na Geometria pode tornar o ensino da matemática mais envolvente e significativo, beneficiando os alunos em sala de aula.

Veloso (1998 apud Settimy; Bairral, 2020, p.3, grifo do autor) afirma que “[...] que vivemos em uma sociedade na qual os aspectos visuais predominam, ‘aprender a ver’ se torna necessário. Este aprendizado é apenas possível mediante experiências contínuas seguidas de reflexão.” Diante dessa afirmação, percebe-se que envolver experiências práticas, reflexão e aplicação em situações do mundo real, pode enriquecer a compreensão dos alunos e ensiná-los a visualizar os elementos.

4.1. DIFICULDADE NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL EM SALA DE AULA

Diante da minha experiência em estágios obrigatórios em sala de aula, pouco é abordado dos assuntos de Geometria. Após refletir, perguntar aos professores e pesquisar os motivos para isso acontecer, a maioria dava prioridade aos demais assuntos e só explicavam Geometria no final do ano, caso tivesse tempo. No estudo de Pavanello (2004) também é abordado esses motivos, que são: dar prioridade aos demais assuntos, não saber como desenvolvê-lo na sala de aula e não dominar o conteúdo, pois não estudaram ou não conseguiram aprender durante a Educação Básica e/ou Ensino Superior. Essa exclusão acaba refletindo no cotidiano dos alunos, uma vez que a geometria desempenha um papel importante no desenvolvimento cognitivo, na resolução de problemas e no entendimento do mundo ao nosso redor e até nos cursos superiores que envolvem Matemática, onde percebemos uma grande dificuldade entre os alunos.

São muitas as dificuldades dos alunos nessa área tão importante, principalmente na visualização e representação. Muitas vezes o aluno pode achar o assunto muito abstrato e difícil de visualizar, ter dificuldade em entender como os desenhos se relacionam com os conceitos geométricos, não ter acesso a materiais didáticos visuais, manipulativos ou tecnologia que poderiam tornar a geometria mais acessível e envolvente. Sobre a Geometria Espacial na sala de aula Rogenski e Pedroso (2009, p. 5 apud Settimy; Bairral, 2020, p. 3) afirmam que

[...] os alunos têm amplas dificuldades, primeiramente com relação à visualização e representação, pois reconhecem poucos conceitos da geometria básica e, por conseguinte, da geometria espacial. Também apresentam problemas de percepção das relações existentes entre os objetos de identificação das propriedades das figuras que formam os sólidos, dentre outros conceitos.

Por isso é recomendado que seja usado um material diferente, em que o aluno consiga visualizar os sólidos, as propriedades de cada um, explorar os cálculos que irão fazer e, assim, atrair a atenção dos alunos, realizando uma aula mais interessante. Isso contrasta com a abordagem tradicional de ensino de geometria, que se concentra apenas em fórmulas e teoremas, muitas vezes afastando os alunos devido à sua natureza abstrata. Segundo Bissolotti e Titon (2022, p. 2)

Reduzir a geometria a fórmulas e teoremas sem demonstração não atrai a atenção dos alunos, impede que a aula seja participativa e dinâmica e a compreensão de que, de fato, a Geometria poderia ser trabalhada abstratamente, da mesma forma que a Álgebra, porém a sua presença no cotidiano de cada aluno necessita de explorações.

Ao utilizar sólidos e objetos reais, os alunos podem tocar, manipular e visualizar as formas geométricas, tornando os conceitos muito mais concretos e compreensíveis. Isso também permite que eles desenvolvam uma compreensão mais profunda das propriedades dos sólidos geométricos, pois podem explorar esses conceitos de forma prática.

5 ESCHER E A RELAÇÃO DE SUAS OBRAS COM A MATEMÁTICA

Nas minhas gravuras eu tento mostrar que vivemos em um mundo belo e ordenado, e não em um caos sem regras... Eu não consigo deixar de brincar com as nossas certezas estabelecidas. Tenho grande prazer, por exemplo, em confundir deliberadamente a segunda e a terceira dimensões, plana e espacial, e ignorar a gravidade.

M. C. Escher (1959 apud TJABBES, 2010, p. 6)

Maurits Cornelis Escher (1898-1972) nasceu em Leeuwarden, na Holanda. Frequentou a Escola de Arquitetura e Artes Decorativas de Haarlem. Aconselhado por um professor, decidiu estudar apenas Artes decorativas e abandonar Arquitetura. Após visitar a Itália, gostou do país e acabou se estabelecendo por lá, onde fez as primeiras xilogravuras de paisagens italianas inspirado em vários lugares que visitou. Acabou conhecendo a sua esposa, casou e teve seu primeiro filho (BARTH, 2006).

A péssima situação política que vivia toda a Itália acabou afetando o trabalho de Escher, um dos acontecimentos foi quando o confundiram com um homem que realizou um atentado contra o rei da Itália, ele chegou a ser preso, mas foi liberado em pouco tempo. Numa viagem à Espanha, em 1937, enquanto ele fazia uns esboços dos muros de proteção de Cartagena acharam que ele era um espião, confiscaram seus desenhos e foi preso novamente (BERRO, 2008).

Ao fugir da Itália por causa da Segunda Guerra Mundial, Escher foi para a Espanha, onde mais teve inspiração para produzir algumas de suas obras, mais especificamente o Palácio Alhambra, que é uma grande construção onde podemos encontrar palácios, jardins e pátios. Inspirado nos mosaicos dos palácios Árabes, criou uma técnica que colocava em polígonos, figuras e formas. Na Mesquita, se inspirou nos desenhos das estruturas e focou ainda mais seu trabalho nos padrões de mosaico, desenhos de repetição e caminhos cíclicos, usando cada vez mais o raciocínio matemático. Chegou até a realizar uma grande exposição no Museu Stedelijk de Amsterdã, por ocasião do Congresso Internacional de Matemática (BERRO, 2008).

Se tornou muito conhecido por suas xilogravuras e litografias que representam padrões de percepção, espaço e transformação. Ele não se considerava de nenhum movimento artístico, porém alguns críticos o consideravam como surrealista. Muitas de suas obras foram analisadas por matemáticos da época como harmoniosas, principalmente se relacionadas aos postulados matemáticos, apesar que Escher não tinha esse olhar matemático para suas obras, apenas quando Bruno Ernst e outros matemáticos começaram a trocar correspondências com

ele, é que ele passou a olhar de outra forma para suas obras. Após um tempo, mesmo não tendo qualquer formação na área das ciências exatas, sentia-se mais ligado aos matemáticos do que aos seus próprios colegas artistas (BERRO, 2008).

De acordo com Fainguelernt e Nunes (2015, p. 30) que ele considerava a Matemática um portão aberto e que deste “[...] partem muitos caminhos que se ramificam por um jardim. Quando penso já haver percorrido todos eles e retratado todas as vistas desse jardim, acabo encontrando um novo caminho, que permite outras descobertas.”

Essa visão de Escher comparando a Matemática com um “portão aberto” mostra que ele encontrava muita inspiração e exploração na Matemática, fazendo essa interdisciplinaridade com a Arte de forma muito natural.

Escher também apreciava os cinco poliedros platônicos: o cubo ou hexaedro regular, o tetraedro regular, o octaedro regular, o dodecaedro regular e o icosaedro regular. Esses sólidos são figuras frequentes em suas obras, como podemos ver na gravura *Ciclo* (1938), *Estrelas* (1948), *Répteis* (1943), entre outras.

Na dissertação de Barth (2006, p. 82), ele analisa que

[...] nas suas representações gráficas, a estrutura, a lógica e a relação com a realidade são totalmente conscientes e propositais; são enigmáticas e escondidas. Ele espera que o observador se encante e não procure solucionar os enigmas ali presentes, muito embora estas situações enigmáticas são para ele absolutamente racionais.

Nesse trecho podemos perceber, mais uma vez, a relação da Arte e Matemática nas obras de Escher, em que ele apresenta seu lado consciente, lógico e proposital de suas criações e, ao mesmo tempo, sua intenção de que o observador se encante e não busque resolver os enigmas que estão nelas.

De acordo com Barth (2006), as gravuras de Escher foram divididas em três temas: estrutura do espaço; estrutura da superfície e representação pictórica da relação entre espaço e superfície plana.

Sendo o **primeiro tema**, a estrutura do espaço, com paisagens, representação de mundos diferentes e sólidos geométricos. O **segundo tema**, a estrutura da superfície, podemos observar grande presença de temas como metamorfose, ciclos e aproximação ao infinito. O **terceiro tema**, trata a relação entre espaço e superfície plana, perspectiva e figuras impossíveis. Neste trabalho, iremos focar no primeiro tema, estrutura do espaço, mais especificamente os sólidos geométricos abstratos.

6 METODOLOGIA

O método de pesquisa utilizado é a qualitativa descritiva, em que foram tomados como base trabalhos sobre a interdisciplinaridade entre Matemática e Arte e a relação das obras de Escher com a Geometria Espacial. Segundo Gil (2006), as pesquisas qualitativas consistem em coletas de dados por meio de observação, relato, entrevista e outros, por meio de uma dinâmica entre o mundo e o sujeito, não traduzida por números. Ainda segundo os estudos de Gil (1991), a pesquisa descritiva procura descrever as características de uma população por meio de técnicas padronizadas de coleta de dados como questionário e observação sistemática.

Desenvolvemos um estudo através de um trabalho didático com 29 alunos de uma escola pública de referência em Ensino Médio da cidade de Caruaru, do estado de Pernambuco. Através de slides, expliquei aos alunos que há uma grande relação entre a Matemática e a Arte, mais do que imaginamos. Que podemos perceber essa relação desde a Antiguidade, na geometria presente nos monumentos egípcios até a Renascença. Na preocupação do homem com o belo e a harmonia das formas, os pisos com ladrilhos, pinturas, esculturas, etc. Mostrei algumas obras de Escher em que tinham a presença de sólidos geométricos e identificamos juntos cada sólido.

Com o questionário, primeiramente, tentamos identificar o perfil do aluno, sua idade, se gosta de Matemática e se já ficou em recuperação nessa disciplina. Depois, procuramos entender sua relação com a Geometria Espacial, qual a maior dificuldade, o que acha sobre relacionar a disciplina com outras disciplinas, se em algum momento um(a) professor(a) relaciona/relacionou diferentes disciplinas ou áreas de conhecimento e pedir para eles explorarem os sólidos geométricos apresentados, indicando seu nome e quantos vértices, arestas e faces tem cada sólido.

Abaixo temos as perguntas realizadas e o objetivo de cada uma delas.

A primeira e segunda questão têm o objetivo de entender a relação do aluno com a Matemática, por isso, perguntamos o quanto ele gosta e se já ficou em recuperação, é importante entender essa relação antes de analisar as outras respostas.

1) De 0 a 5, quanto você gosta de Matemática?

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

2) Você já ficou em recuperação em Matemática?

☐ Sim ☐ Não

A terceira questão tem o objetivo de entender a dificuldade do aluno em relação à Geometria Espacial.

3) Na Geometria Espacial, quais são suas dificuldades? (pode escolher mais de uma opção)

☐ imaginar o sólido

☐ lembrar das fórmulas, não conseguir visualizar o sólido no cotidiano, planificação, calcular área e/ou volume...

☐ Outras. Especifique que outras dificuldades _____

A quarta questão tem o objetivo de saber qual a opinião do aluno em relação à interdisciplinaridade e se esse método colabora para a aprendizagem.

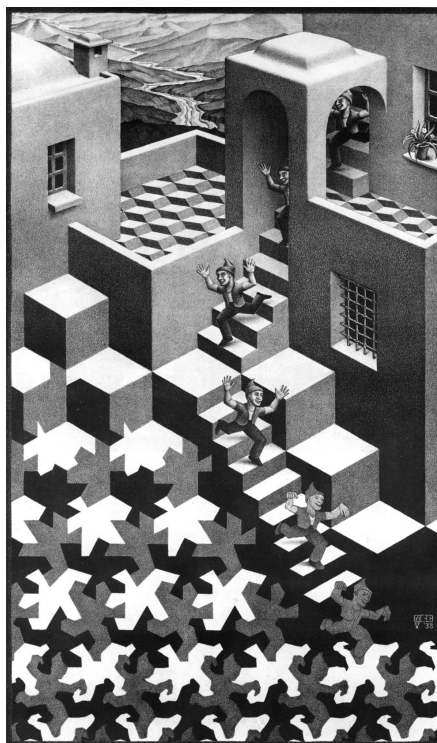
4) Para aprender Geometria Espacial, você acha que relacionar com outra disciplina e/ou outro assunto colabora para a aprendizagem? Por quê?

A quinta questão tem o objetivo de saber se o aluno já teve alguma aula interdisciplinar, se achou positiva e como foi a experiência para ele.

5) Durante sua vida escolar, você lembra se em algum momento um(a) professor(a) relacionou diferentes disciplinas ou áreas de conhecimento? Se sim, como foi a experiência para _____ você?

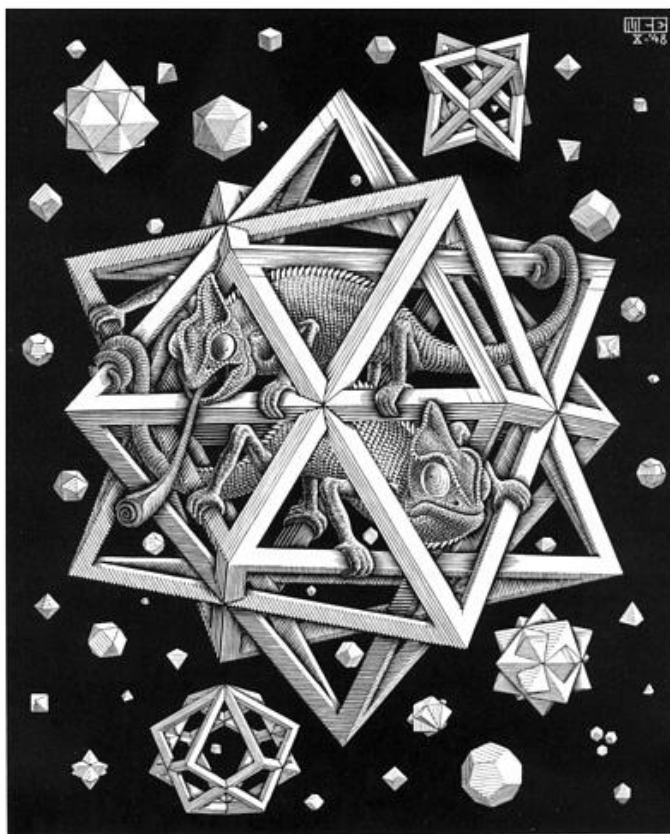
A sexta questão tem o objetivo de analisar se os alunos conseguiram associar o assunto da Geometria através da interdisciplinaridade com as obras de Escher, feita na explicação da aula. Para isso, elaboramos uma questão em que seria necessário utilizar a Relação de Euler para responder, assunto que foi também explicado durante a apresentação das obras de Escher na sala de aula. As obras apresentadas foram as seguintes:

Figura 1 - Circulação



Fonte: Web Pages Ciências - Universidade de Lisboa, 2002.

Figura 2 - Estrelas



Fonte: Web Pages Ciências - Universidade de Lisboa, 2002.

Figura 3 - Mão com esfera



Fonte: Web Pages Ciências - Universidade de Lisboa, 2002.

Figura 4 - Répteis



Fonte: Web Pages Ciências - Universidade de Lisboa, 2002.

As perguntas feitas baseadas nessas obras foram:

6) Explore os sólidos usados por Escher nas gravuras apresentadas no slide e complete a tabela abaixo:

Nome do sólido	Faces	Arestas	Vértices

A sétima questão tem o mesmo objetivo da sexta, que é analisar se os alunos conseguiram associar o assunto da Geometria através da interdisciplinaridade. Para essa questão, pedimos que os alunos escrevessem o nome do sólido geométrico ou desenhasse os sólidos que ele lembrasse de ter visto durante a aula.

7) Escreva ou desenha os sólidos que você lembra de ter visto nas obras de Escher.



Esta pesquisa com os alunos teve as seguintes etapas:

- 1) Explicar aos alunos o objetivo deste estudo.
- 2) Explicar aos alunos que a Matemática pode ser relacionada com outras áreas do conhecimento, dentre elas está a Arte, em seguida falar sobre a vida de Escher, mostrar as gravuras dele, observar os alunos identificarem os sólidos geométricos nelas presentes e seus possíveis comentários no processo de identificação desses sólidos.
- 3) Após a identificação dos sólidos geométricos, apresentar o conceito de lado, vértice e aresta.
- 4) Aplicar um questionário com o objetivo de saber qual a dificuldade do aluno no processo de aprendizagem de Geometria Espacial, a opinião deles sobre relacionar a Matemática com outro assunto/disciplina e se isso pode colaborar para a aprendizagem e, por fim, pedir para eles explorarem os sólidos geométricos apresentados, descrevendo o nome dos sólidos, suas faces, vértices e arestas.

Com isso, relacionamos o resultado deste trabalho didático com os artigos, teses e livros lidos e respondemos o problema de pesquisa: De que forma a inserção da Arte no ensino de Geometria Espacial poderia contribuir para a aprendizagem de um grupo de alunos do Ensino Médio?

A ideia é colocar o aluno em um espaço que não invalide o que ele traz do seu cotidiano e suas formas de conhecimentos, para que ele se sinta à vontade em falar dentro da sala de aula. Inserindo Escher na sala de aula, podemos trabalhar essa questão de soltar a imaginação do aluno, deixando ele falar suas perspectivas das obras, o sentimento que surgiu

ao olhar as gravuras e começar um debate relacionando as obras com a matemática. Para Fainguelernt e Nunes (2015, p. 11) “Construir uma nova relação dos processos de ensino e aprendizagem sobre outras bases cognitivas e afetivas é um desafio complexo e urgente, uma vez que educar não é repetir regras e memorizar técnicas, mas sim criar ideias e encantar.”

7 ANÁLISE DOS RESULTADOS

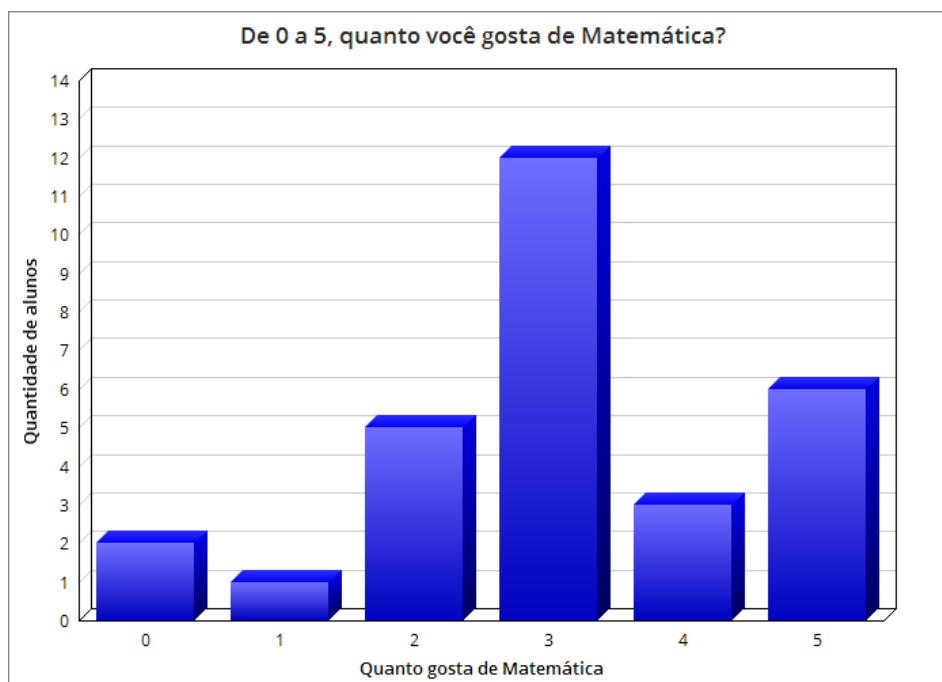
Neste capítulo, pretendemos alcançar nosso objetivo geral, que é analisar como a inserção da Arte no ensino de Geometria Espacial contribui para a aprendizagem de um grupo de alunos de uma escola pública de referência em Ensino Médio da cidade de Caruaru, do estado de Pernambuco. Essa análise foi feita por meio de uma discussão entre as respostas dos questionários e os estudos citados em nosso referencial teórico.

A primeira categoria “Relação dos alunos com a Matemática”, surge da necessidade de entender a relação deles com a Matemática, se gostam da matéria e se já ficaram em recuperação, é importante entender essa relação antes de analisar as outras respostas. A segunda categoria “Experiência dos participantes com a Interdisciplinaridade” busca compreender se eles já tiveram alguma aula interdisciplinar e sua opinião sobre essa experiência. A terceira categoria “Geometria Espacial” procura analisar quais as dificuldades dos alunos e se eles conseguiram associar o assunto da Geometria através da interdisciplinaridade com as obras de Escher, feita na explicação do assunto antes de responder o questionário.

- Relação dos alunos com a matemática

Primeiramente, vamos identificar e entender a relação dos participantes do questionário com a Matemática. Podemos perceber no Gráfico 1 que a maioria dos alunos responderam de forma positiva o quanto gostam de Matemática.

Gráfico 1 - De 0 a 5, quanto você gosta de Matemática?



Fonte: dados da pesquisa (2023)

Na segunda questão, pedimos para que eles respondam se já ficaram em recuperação em Matemática durante toda a vida escolar, a maioria marcou “sim”. Não é um resultado surpreendente, já que a Matemática é considerada uma matéria de difícil compreensão para muitos alunos. Segundo Ponte (1994 apud BARROS, 2017, p. 38) “[...]para os alunos, a principal razão do insucesso na disciplina de Matemática resulta desta ser extremamente difícil de compreender”.

Gráfico 2 - Recuperação



Fonte: dados da pesquisa (2023)

De acordo com Barros (2017), “há alguns anos a disciplina de Matemática tem demonstrado resultados insatisfatórios em avaliações internas e externas, e esse insucesso escolar parece incontornável, o que resulta em prejuízos à aprendizagem e formação do aluno.” Refletindo sobre esse assunto, percebemos que mesmo que a maioria dos alunos já tenham ficado em recuperação, isso não parece fazer com que eles não gostem da disciplina, quando comparado com o primeiro gráfico, isso é algo positivo, mostrou que essa experiência pode ter trazido novas reflexões ou uma oportunidade para estudar novamente o assunto para a prova.

- Experiência dos participantes com a interdisciplinaridade

Barros (2017, p. 41) cita em sua dissertação que “A interdisciplinaridade entre a Arte e a Matemática pode proporcionar uma melhora na aprendizagem, ativar a motivação pela análise e percepção dos efeitos visuais e no reconhecimento dos conceitos geométricos, bem como sua importância e a beleza escondida nas obras.” Diante disso, fizemos a pergunta “Para aprender Geometria Espacial, você acha que relacionar com outra disciplina e/ou outro assunto colabora para a aprendizagem? Por quê?” com o intuito de saber a opinião dos alunos sobre esse processo de Interdisciplinaridade.

Dos 29 alunos que participaram dessa pesquisa, 21 alunos responderam “sim”, 7 responderam “não” e 1 não respondeu. Alguns citaram que é melhor para a visualização dos sólidos. Apresentamos abaixo algumas opiniões.

Quadro 1 - Geometria Espacial e interdisciplinaridade

Alunos	Opiniões
A1	Não, porque acho que deve ser ensinado apenas uma disciplina, para não ter que complicar as outras.
A3	Não, acho que se relacionar matemática com outra disciplina vai acabar confundindo as coisas, prefiro separado mesmo.
A4	Não, porque na minha opinião fica mais confuso de aprender o conteúdo.
A7	Pode ser interessante, porque mudar a forma de aprendizado sempre é bom, mas para mim o básico funciona melhor.
A9	Sim, se fosse uma matéria que eu tenho muita dificuldade, juntando as duas podia facilitar.

A11	Sim, tipo artes para visualização e objetos do dia a dia para ter mais noção.
A12	Sim, pois acredito que o assunto fica menos monótono.
A13	Sim, muitas vezes memorizei as fórmulas através da aula de arte, aprendendo como se desenhava e memorizando a forma.
A14	Sim, se relacionar com artes, por exemplo, fica bem mais fácil de visualizar o sólido.
A15	Sim, mostrando a geometria por outro ângulo, como coisas do cotidiano faz com que fique mais fácil a visualização e compreensão.
A16	Sim, eu e o grupo de monitores de matemática já participamos de um jogo de RPG com perguntas de sólidos e para mim foi mais fácil e dinâmico de aprender.
A27	Sim, porque sai da rotina de sempre e facilita o aprendizado.

Fonte: dados da pesquisa (2023)

De acordo com Berro (2008) é importante transcender o saber técnico abordado nas aulas de matemática, aproximando os saberes e valores artísticos como escolares. Diante disso, fizemos a pergunta “Durante sua vida escolar, você lembra se em algum momento um(a) professor(a) relacionou diferentes disciplinas ou áreas de conhecimento? Se sim, como foi a experiência para você?” teve o objetivo de entender se o aluno já teve alguma experiência Interdisciplinar e se foi positiva ou negativa para ele. Dos 29 participantes da pesquisa, 18 responderam “sim”, e apenas 1 desses 18 não teve uma experiência boa; 10 responderam “não” e 1 não respondeu, se já teve alguma experiência desse tipo. Abaixo temos alguns relatos de experiências dos alunos, escolhemos algumas respostas positivas e algumas negativas para demonstrar.

Quadro 2 - Experiência com interdisciplinaridade

Alunos	Opiniões
A1	Sim, não gostei, foi ruim e só fez complicar.
A11	Sim, agora. Boa.
A12	Sim, a experiência foi boa, pois consegui entender melhor.
A13	Sim, foi bom pois ajudou a complementar ou até reafirmar o conteúdo.
A16	Sim, com frações quando usava as pizzas e na circunferência as bordas da pizza.

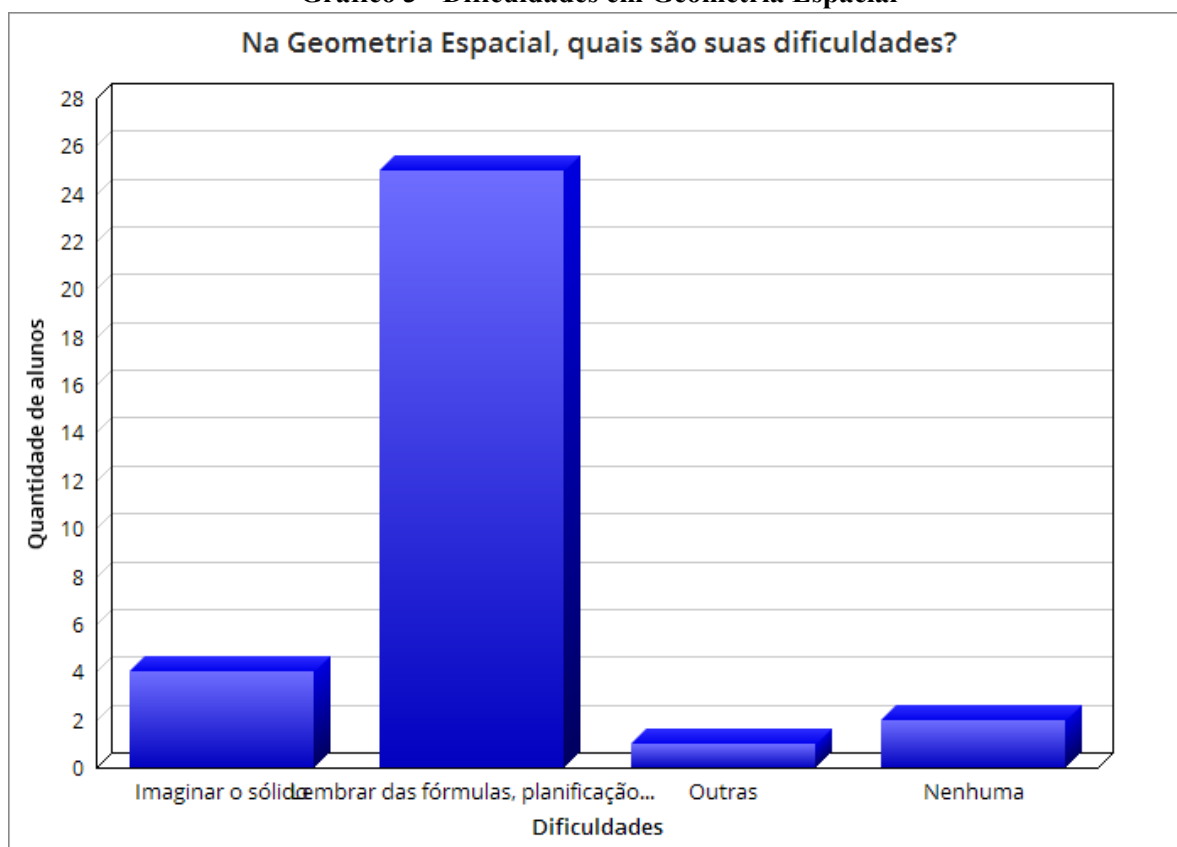
A17	Sim, divertida. Mudou um pouco a rotina.
A20	Sim, foram as melhores experiências que eu tive.
A22	Sim, por exemplo a professora de matemática que nos dá exemplos históricos e com comida também.
A23	Sim, geometria espacial com RPG.
A25	Sim, RPG com geometria espacial.

Fonte: dados da pesquisa (2023)

- Escher e geometria espacial

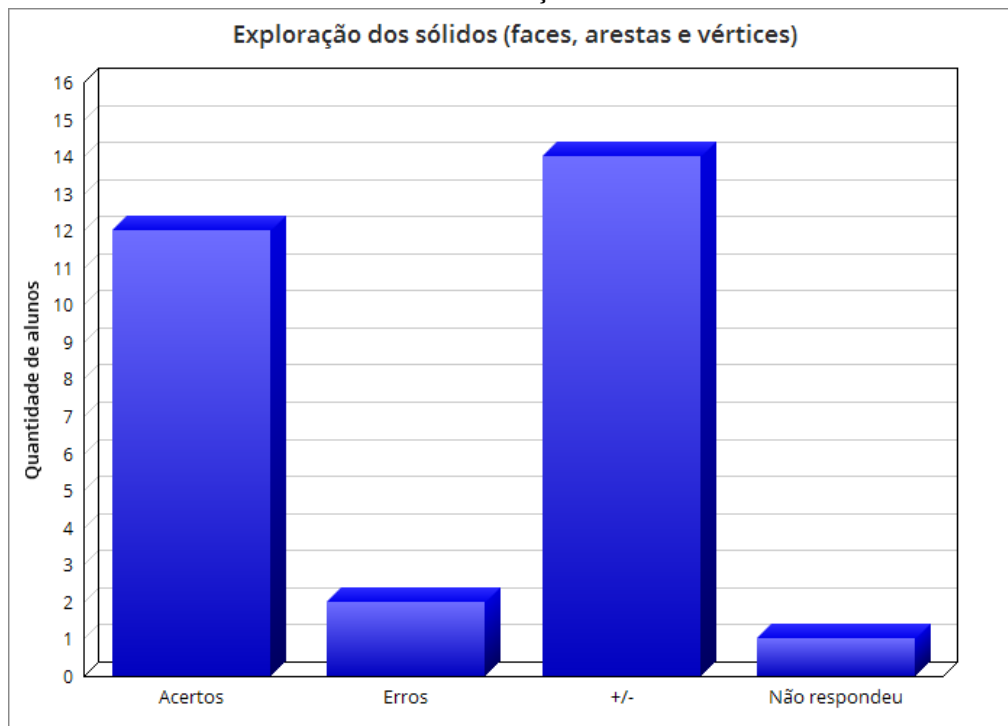
Fizemos algumas questões sobre Geometria Espacial, uma tentando entender as dificuldades dos alunos nesse assunto e outras envolvendo o que foi apresentado na aula. Sobre as dificuldades em Geometria Espacial, as opções dadas foram: imaginar o sólido; lembrar das fórmulas, não conseguir visualizar o sólido no cotidiano, planificação, calcular área e volume; outras; nenhuma.

Gráfico 3 - Dificuldades em Geometria Espacial



Fonte: dados da pesquisa (2023)

Nessa questão, dei as informações das arestas e faces, e pedi pra eles descobrirem os vértices. No gráfico, os alunos indicados na legenda como “+/-” foram os acertos parciais, em que o aluno compreendeu o enunciado, porém errou ao realizar as operações.

Gráfico 4 - Relação de Euler

Fonte: dados da pesquisa (2023)

Um exemplo de erro cometido pelos alunos foi o seguinte, em que não foi possível compreender o raciocínio utilizado, pois não houve rascunho do aluno na folha do questionário.

Figura 5 - Exemplo (Aluno A11)

6) Explore os sólidos usados por Escher nas gravuras apresentadas no slide e complete a tabela abaixo:

Nome do sólido	Faces	Arestas	Vértices
estrela	8	12	12
septen	12	30	4
livento	6	12	10

Fonte: dados da pesquisa (2023)

Exemplos de respostas em que os alunos erraram pelo menos duas respostas ou menos, por erros simples, em que percebemos que o aluno compreendeu o enunciado, porém errou ao realizar as operações, foram os seguintes:

Figura 6 - Exemplo (Aluno A13)

6) Explore os sólidos usados por Escher nas gravuras apresentadas no slide e complete a tabela abaixo:

Nome do sólido	Faces	Arestas	Vértices
octaedro	8	12	6
dodecaedro	12	30	18
cubo	6	12	8

Fonte: dados da pesquisa (2023)

Figura 7 - Exemplo (Aluno A13)

$$\begin{aligned}
 V + F &= A + 2 \\
 12 + V &= 30 + 2 \\
 V &= 32 - 12 \\
 V &= 18
 \end{aligned}$$

Fonte: dados da pesquisa (2023)

Neste exemplo, o aluno realizou a operação final de forma errada, em que a resposta deveria ser “20” e ele colocou “18” como resultado da subtração “32-12”.

Um exemplo de resposta de outro aluno foi:

Figura 8 - Exemplo (Aluno 2)

6) Explore os sólidos usados por Escher nas gravuras apresentadas no slide e complete a tabela abaixo:

Nome do sólido	Faces	Arestas	Vértices
octaedro	8	12	6
dodecaedro	12	30	18
Cubo	6	12	8

$$V + F = A + 2 \quad V + 8 = 12 + 2$$

Fonte: dados da pesquisa (2023)

Figura 9 – Exemplo (Aluno A2)

$$\begin{aligned}
 2 &= v + 12 = 30 + 2 \\
 v &= 30 + 2 - 12 \\
 v &= 16 \\
 \\
 3 &= v + 6 = 12 + 2 \\
 v &= 12 + 2 - 6 \\
 v &= 4
 \end{aligned}$$

Fonte: dados da pesquisa (2023)

Neste exemplo, percebemos que o aluno entendeu o que deveria ser feito, porém errou apenas na resposta final, assim como o outro aluno do exemplo acima. A resposta de “30+2-12” é “20”, e não “16”, e a resposta de “12+2-6” é “8”, e não “4”, como o aluno respondeu.

Na questão “Escreva ou desenhe os sólidos que você lembra de ter visto nas obras de Escher.” procuramos perceber se os alunos conseguiram lembrar dos sólidos apresentados através das obras de Escher, se o conteúdo foi atraente de forma que eles lembraram o que foi mostrado. Analisando o gráfico abaixo, a maioria dos alunos conseguiram lembrar dos sólidos, desenhar e/ou escrevê-los.

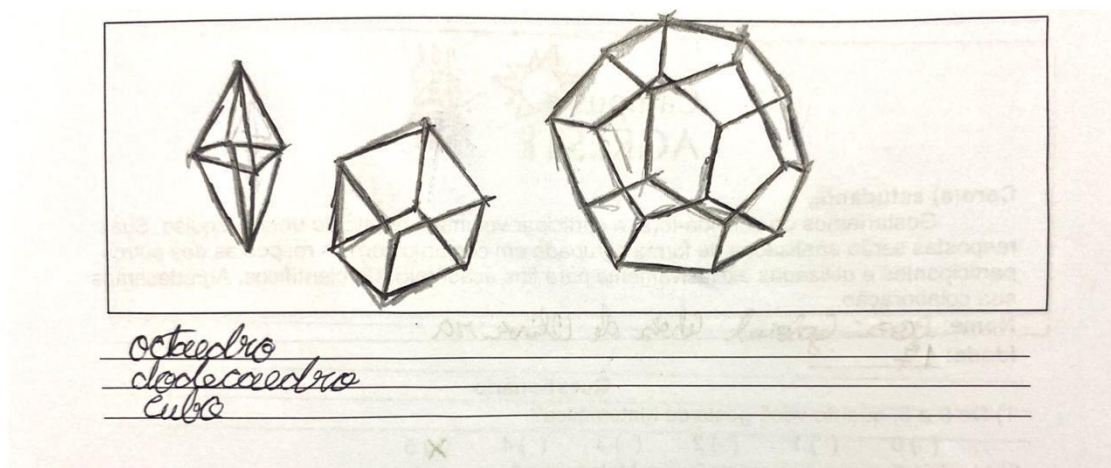
Gráfico 5 - Escreva ou desenhe os sólidos



Fonte: dados da pesquisa (2023)

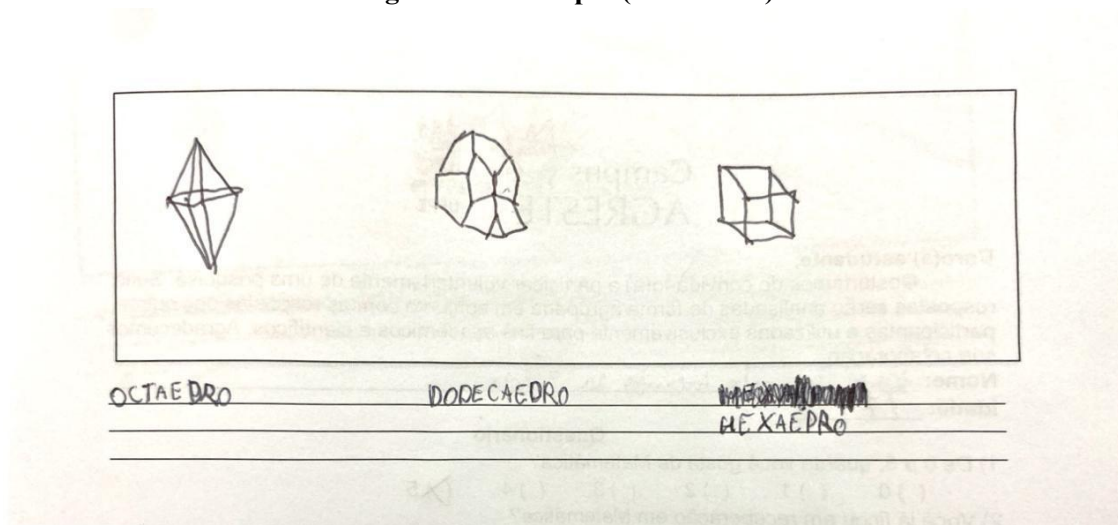
Com esse resultado, podemos perceber que a interdisciplinaridade foi efetiva naquela aula. Apresentar esses sólidos geométricos por meio da Arte fez com que os alunos lembrassem dos desenhos durante o momento de responder o questionário. Abaixo temos exemplos dessa questão respondida.

Figura 10 - Exemplo (Aluno A29)



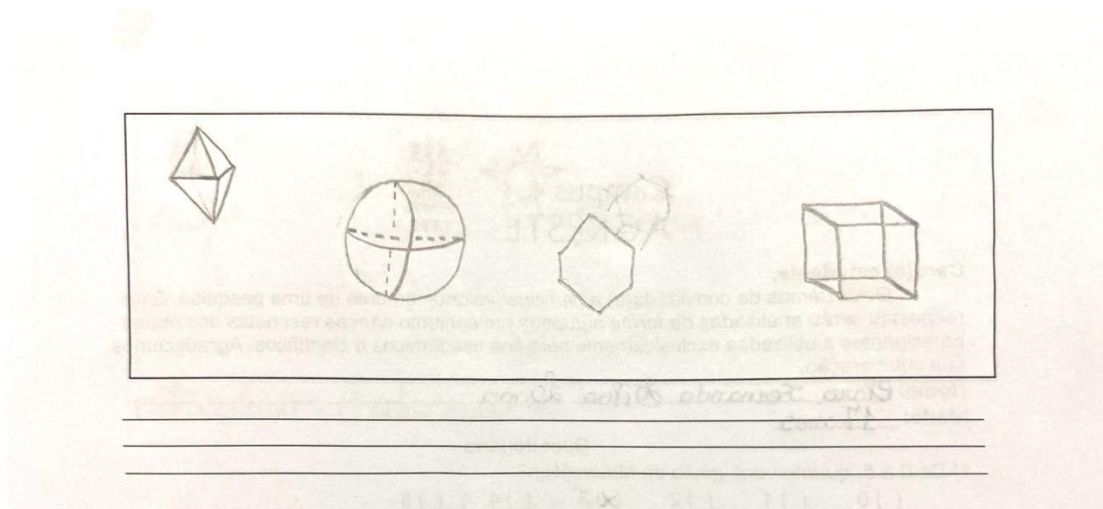
Fonte: dados da pesquisa (2023)

Figura 11 - Exemplo (Aluno A20)



Fonte: dados da pesquisa (2023)

Figura 12 - Exemplo (Aluno A22)



Fonte: dados da pesquisa (2023)

Como já foi comentado, a interdisciplinaridade foi efetiva, pois os alunos demonstraram lembrar de praticamente todos os sólidos apresentados durante a aula, seja apenas desenhando, outros apenas escrevendo o nome das figuras e alguns até desenhando o sólido e escrevendo o nome do sólido.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho buscou compreender como a inserção da Arte na Educação Matemática pode colaborar para o ensino de Geometria Espacial, foi utilizado um questionário respondido por 29 alunos de uma escola de referência em Ensino Médio. Ivani Fazenda, Estela Fainguelernt e Katia Nunes, Hilton Japiassu, Herbert Read e Roberto Berro foram autores que fundamentaram a pesquisa.

De modo geral, percebemos que houve muita interação dos alunos durante a explicação, em que foi mostrado as obras de Escher e eles identificaram os sólidos geométricos presentes nas obras. Percebemos também que a maioria (62%) dos alunos já tiveram aulas interdisciplinares e foi um momento marcante para eles em sala de aula, pois descreveram com detalhes como foi realizada. Outra característica presente nos resultados, foi que a maioria (72,4%) concordou que relacionar Geometria Espacial com outra disciplina e/ou outro assunto colabora para a aprendizagem.

Diante disso, com nossa pesquisa, percebemos o pensamento criativo, sensibilidade, intuição e imaginação do aluno, e esperamos poder contribuir e influenciar professores a fazer essa interdisciplinaridade entre Arte e Matemática na sala de aula.

Pesquisas futuras podem contribuir ainda mais com esse trabalho, seja pesquisando sobre a Interdisciplinaridade, de maneira geral, na Matemática, ou sobre a Interdisciplinaridade existente entre Arte e Matemática, através de obras de arte, independente do período, seja a arte pré-histórica, arte antiga, arte medieval, arte renascentista, arte pré-colombiana, arte moderna, arte contemporânea.

REFERÊNCIAS

- ABRANTES, Paulo. *Investigações em Geometria na Sala de Aula*. Lisboa, 1999.
- BARROS, Priscila. *A Arte na Matemática: contribuições para o ensino de Geometria*. Bauru, 2017.
- BARTH, G. *Arte e Matemática, subsídios para uma discussão interdisciplinar por meio das obras de M.C. Escher*. Curitiba, 2006.
- BERRO, R. *Relações entre arte e matemática: um estudo da obra de Maurits Cornelis Escher*. Itatiba, 2008.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação, 2002.
- CARLOS, Jairo. *Interdisciplinaridade: o que é isso?*. Brasília, 2007.
- D'AMBROSIO, U. *História da matemática e educação*. Caderno Cedes, n.40. Campinas: UNICAMP, 1996.
- ESCHER, M. C. *M.C. Escher: Gravura e desenhos*. 1.ed. São Paulo: Paisagem, 1994.
- FAINGUELERNT, E.; NUNES, K. *Fazendo arte com a matemática*. 2ª edição. Porto Alegre: Penso, 2015.
- FAZENDA, Ivani. *Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa*. 11ª edição. Campinas: Papyrus, 1994.
- FAZENDA, Ivani C. A. *Interdisciplinaridade: Didática, Prática de Ensino e Direitos Humanos?* Texto apresentado ao XVII ENDIPE – Encontro Nacional de Prática de Ensino – Setembro de 2014.
- FRAZÃO, D. *Biografia de M. C. Escher*. eBiografias, 2020. Disponível em: https://www.ebiografia.com/m_c_escher/
- INTERDISCIPLINAR. *Dicio, Dicionário Online de Português*. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/interdisciplinar/>
- JAPIASSU, Hilton. *Interdisciplinaridade e patologia do saber*. Rio de Janeiro: IMAGO, 1976.
- JESUS, Renata. *Matemática e Arte: interdisciplinaridade*. Guaratinguetá: 2011.
- MENDONÇA, Ercília. *Os conceitos do Círculo de Roqueplo sob a ótica de Japiassu para a interdisciplinaridade da ciência da informação*. Ci. Inf., Brasília, v. 37, n. 1, p. 53-60, jan./abr. 2008.

PAVANELLO, Regina Maria. *Por que ensinar/aprender geometria?*. VII Encontro Paulista de Educação Matemática, São Paulo: 2004.

READ, Herbert. *A educação pela arte*. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

SAMPAIO, P. *A Matemática através da Arte de M. C. Escher*. Millenium, 42, 2012.
Disponível em: <https://revistas.rcaap.pt/millenium/article/view/8193/5817>

SANTOS, D. *Escher e o ensino da geometria*. REGRASP (ISSN 2526-1045), v. 2, n. 3, p. 113-136, junho, 2017. Disponível em:
<http://www.etnomatematica.org/publica/articulos/65-414-1-PB.pdf>

SANTOS, E. *Ensino de perspectiva a partir do olhar Matemático: um estudo de caso baseado na Igreja de São Francisco em Ouro Preto*. Juiz de Fora, 2018.

SETTIMY, Thaís; BAIRRAL, Marcelo. *Dificuldades envolvendo a visualização em Geometria Espacial*. Santa Maria, 2020.

TERRADAS, Rodrigo. *A importância da interdisciplinaridade na Educação Matemática*. Revista da Faculdade de Educação. Mirassol D'Oeste: 2011.

THIESEN, Juares. *A interdisciplinaridade como um movimento articulador no processo ensino-aprendizagem*. Revista Brasileira de Educação, São José, v. 13, n. 39, set./dez, 2008.

