UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA – LICENCIATURA

ALLANA LARISSA SILVA DOS SANTOS

ESTUDO DOS TRIÂNGULOS COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL: uma análise a partir da Teoria de Van Hiele

Caruaru
2023

ALLANA LARISSA SILVA DOS SANTOS

ESTUDO DOS TRIÂNGULOS COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL: uma análise a partir da Teoria de Van Hiele

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coodernação do Curso de Matemática - Licenciatura do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para obtenção do grau de bacharel/licenciado em Matemática.

Área de concentração: Ensino (Matemática).

Orientadora: Profª. Drª. Cristiane de Arimatea Rocha

Caruaru

2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Santos, Allana Larissa Silva dos.
ESTUDO DOS TRIÂNGULOS COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL: uma análise a partir da Teoria de Van Hiele / Allana Larissa Silva dos Santos. - Caruaru, 2023.
50p. : il., tab.

Orientador(a): Cristiane de Arimatéa Rocha
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Matemática - Licenciatura, 2023.
Inclui referências, apêndices, anexos.

1. Teoria de Van Hiele. 2. Triângulos. 3. Geometria Plana. I. Rocha, Cristiane de Arimatéa. (Orientação). II. Título.

510 CDD (22.ed.)

ALLANA LARISSA SILVA DOS SANTOS

ESTUDO DOS TRIÂNGULOS COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL: uma análise a partir da Teoria de Van Hiele

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coodernação do Curso de Matemática - Licenciatura do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para obtenção do grau de bacharel/licenciado em Matemática

Aprovada em: 02/10/2023

BANCA EXAMINADORA

____

Profª. Drª. Cristiane de Arimatéa Rocha (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

____

Profª Dra. Simone Moura Queiroz (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

____

Profº. Me. Luan Danilo Silva dos Santos (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico esse trabalho aos meus pais, Abrahão José dos Santos e Luciene Maria da Silva, a minha avó, Maria de Lourdes da Silva, ao meu avô Antonio Luis da Silva (in memorian) por todo amor e zelo que teve em minha criação

AGRADECIMENTOS

À Deus, o meu melhor amigo e refúgio, o que esteve comigo em todos os momentos.

À meu pai Abrahão José dos Santos, minha mãe Luciene Maria da Silva, minha madrasta Amanda Rafaela dos Santos Alves, minha avó Maria de Lourdes da Silva, meu avô Antonio Luis da Silva (*in memorian)*, meu noivo Arthur de Araújo Nascimento e a toda minha família que me motivaram de forma direta e indireta.

Aos meus amigos de curso Patrícia, Luana, Thays, Luiz, Bernadino, Ellen, Thayse e Jessica por todo apoio e parceria em todo processo, foram muitos estresses que passamos juntos, mas tivemos momentos únicos, alegria e parceria não faltaram nessa tragetória.

Aos amigos de vida, Wellytania (taninha), Dayane Maria, Leonilda e todos os outros que me acompanharam de perto nesse processo, que me motivaram a não desistir e sempre acreditaram em mim.

A todos os professores que passei em toda minha formação, do maternal ao curso superior, por cada palavra de incentivo, por cada ensinamento, tanto para vida quando pra o futuro profissional.

Em especial a Profª. Drª Cristiane de Arimatéa Rocha, por não desitir de mim e não me deixar dessistir, por me motivar e por segurar minha mão e ter me acolhido tão bem na universidade (LEMAPE), a você tenho minha eterna gratidão.

RESUMO

O ensino da geometria tem sido visto como um dos fatores para o desenvolvimento de habilidades e competências matemáticas no ensino fundamental e médio. Este trabalho de conclusão de curso tem como objetivo geral analisar os níveis de pensamento geometrico sobre triângulos apresentados por uma turma de ensino do 6º ano do Ensino Fundamental, em uma escola municipal na cidade de Palmares-PE. Buscando identificar se os alunos do Ensino Fundamental, alcançaram nível de pensamento geométrico necessário para dar seguimento com êxito aos conteúdos do Ensino Médio. Para a realização desta pesquisa nos apoiamos na Teoria do Pensamento Geométrico proposta por Van Hiele que trata dos 5 (cinco) níveis de aprendizagem que o aluno passa para desenvolver a aprendizagem de Geometria. A metodologia foi composta por um questionário com 14 questões que foi aplicado em uma turma do 6º ano, sendo resolvido por 13 alunos. Os resultados evidenciaram que os estudantes estão em nível de visualização do pensamento geométrico, uma vez que as questões que abordavam os níveis de análise e dedução informal do pensamento geométrico, os alunos demostraram grande dificuldade para responder.

Palavras-chave: Triângulos; Teoria de Van Hiele; Geometria Plana.

ABSTRACT

The teaching of geometry has been seen as one of the factors in the development of mathematical skills and competences in primary and secondary schools. The general aim of this final project is to analyze the levels of geometric thinking about triangles presented by a 6th grade class at a municipal school in the city of Palmares-PE. The aim was to identify whether the elementary school students had reached the level of geometric thinking necessary to successfully follow up the content of secondary school. In order to carry out this research, we relied on the Theory of Geometric Thinking proposed by Van Hiele, which deals with the 5 (five) levels of learning that the student goes through in order to develop the learning of Geometry. The methodology consisted of a questionnaire with 14 questions, which was applied to a 6th grade class and solved by 13 students. The results showed that the students are at the visualization level of geometric thinking, since the questions that dealt with the levels of analysis and informal deduction of geometric thinking, the students showed difficulties in answering.

Keywords: Triangles; Van Hiele Theory; Plane Geometry.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Triângulo Equilátero	24
Figura 2 –	Triângulo Isósceles	25
Figura 3 –	Triângulo Escaleno	25
Figura 4 –	Triângulo Ostusângulo	25
Figura 5 –	Triângulo Retangulo	26
Figura 6 –	Triângulo Acutângulo	27

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 –	Fases de aprendizagens da teoria de Van Hiele	19
Quadro 2 –	Conteúdos relativos a triângulos trabalhados por questão	29
Quadro 3 –	Questões de Reconhecimento de Propriedades de Triângulo	30
Quadro 4 –	Questões de análise de propriedades de triângulo	30
Quadro 5 –	Questões de dedução informal de propriedades de triângulo .	31
Quadro 6 –	Questões de dedução informal de propriedades de triângulo .	32
Quadro 7 –	Questões de reconhecimento de propriedades de triângulo	33
Quadro 8 –	Questões de dedução informal de propriedades de triângulo .	33
Quadro 9 –	Questões de dedução informal de propriedades de triângulo	34
Quadro 10 –	Acertos e erros da questão 1 – Reconhecimento	35
Quadro 11 –	Acertos e erros da questão 2 – Reconhecimento	35
Quadro 12 –	Acertos e erros da questão 3 – Análise	36
Quadro 13 –	Acertos e erros da questão 4 – Análise	37
Quadro 14 –	Acertos e erros da questão 5 – Análise	38
Quadro 15 –	Acertos e erros da questão 6 – Dedução informal	38
Quadro 16 –	Acertos e erros da questão 7 – Dedução informal	39
Quadro 17 –	Acertos e erros da questão 8 – Dedução informal	39
Quadro 18 –	Acertos e erros da questão 9 – Dedução informal	39
Quadro 19 –	Acertos e erros da questão 10 – Reconhecimento	40
Quadro 20 –	Acertos e erros da questão 11 – Reconhecimento	40
Quadro 21 –	Acertos e erros da questão 12 – Dedução informal	40
Quadro 22 –	Acertos e erros da questão 13 – Dedução informal	41
Quadro 23 –	Acertos e erros da questão 14 – Dedução formal	41
Quadro 24 –	Resultados geral das questões	42
Quadro 25 –	Resultado dos testes	43

SUMÁRIO

1	**INTRODUÇÃO ....**	**11**
2	**ENSINO DE GEOMETRIA NO BRASIL ....**	**14**
3	**DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO SEGUNDO VAN HIELE ....**	**17**
3.1	NÍVEIS DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO	19
4	**DEFINIÇÃO, CONCEITOS E PROPRIEDADES DOS TRIÂNGULOS ..**	**23**
5	**METODOLOGIA ....**	**26**
5.1	INSTRUMENTO DE COLETA	26
5.2	QUESTIONÁRIO	27
6	**ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS ....**	**34**
7	**CONSIDERAÇÕES FINAIS ....**	**47**
	REFERÊNCIAS	**49**

1 INTRODUÇÂO

A Geometria é parte essencial da Matemática, sua importância é inquestionável, tanto pelo ponto de vista prático, quanto pelo aspecto instrumental na organização do pensamento lógico, na construção da cidadania, na medida em que a sociedade cada vez mais se utiliza de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se aprimorar. Se observada em nosso dia a dia, a Geometria está presente em diversas maneiras e os indivíduos precisam ter conhecimento sobre algo tão real em suas vidas (Fraga, 2021).

O conhecimento geométrico é capaz de transcender o conhecimento dito escolar proporcionando ao estudante estabelecer relações entre o abstrato e o concreto, e desta forma proporcionar um elo com o seu cotidiano.

No Ensino Médio, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) “propõe a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental” (Brasil, 2018, p. 527). No tocante aos conhecimentos sobre triângulos os discentes devem “Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos” (Brasil, 2018, p. 536).

Nessa mesma perspectiva, a Base Nacional Comum Curricular também orienta a necessidade do ensino geométrico em diferentes níveis ao sinalizar que:

> Desde a Educação Infantil, os/as estudantes tomam contato com a Geometria, seja em atividades escolares, seja por meio da observação do espaço que os cerca. Com sua entrada no Ensino Fundamental, inicia-se a sistematização dessas ideias (Brasil, 2016, p. 255).

Na educação básica, para o ensino da geometria, propõe-se, entre outros conteúdos, explorar com os estudantes a relação entre figuras, com suas representações geométricas e objetos comuns do cotidiano, articulando-se a uma Matemática presente na rotina dos discentes.

A pesquisa sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico despertou interesse de diferentes investigadores, inclusive de um casal holandes Pierre Marie van Hiele e Dina van Hiele-Geldof, que investigaram o pensamento geométrico de estudantes de 12 a 13 anos em tese publicada na Universidade de Utrecht, desenvolvendo a Teoria de Van Hiele e propuseram “um meio de identificar o nível de maturidade geométrica dos alunos” (Rodrigues, 2015, p.44) apresentando ainda propostas que auxiliem o avanço entre os níveis. Pacheco *et al*. (2020, p. 347) afirmam que essa teoria é “um modelo teórico e metodológico que permite analisar, verificar, identificar e categorizar os conhecimentos geométricos de indivíduos que estão investigando saberes relacionados à geometria plana”.

> A aplicação da metodologia de ensino baseada na Teoria de Van Hiele, também considerada um modelo de aprendizagem, é uma possível estratégia para a reversão da problemática no ensino da geometria, pois, por ter sido originada em sala de aula, a teoria aliou os aspectos cognitivo e pedagógico do ensino da geometria (Rodrigues, 2015, p.43-44).

O modelo de desenvolvimento geométrico e as fases de aprendizagem desenvolvidas pelos Van Hiele propõem um meio de identificar o nível de maturidade geométrica dos alunos e indicam caminhos para ajudá-los a avançar de um nível para outro. A teoria de Van Hiele propõe que o desenvolvimento do pensamento em Geometria seja dividido em níveis (Santos; Mazzini, 2021).

Portanto, diante deste cenário surge a seguinte problemática: *Quais os níveis do pensamento geométrico relacionados aos conceitos, definições e propriedades dos triângulos, apresentados por discentes do 6° ano do Ensino Fundamental, segundo a ótica de Van Hiele?*

Sendo assim, buscamos analisar o desenvolvimento dos conhecimentos sobre triângulo dos discentes do 6º ano do Ensino Fundamental, visto que tais conteúdos devem ter sido lecionados neste período da Educação Básica.

Diante da relevância do tema, este estudo tem como objetivo geral: Analisar os níveis de pensamento geometrico sobre triângulos apresentados por uma turma de ensino do 6º ano do Ensino Fundamental, em uma escola municipal na cidade de Palmares-PE.

A partir desse objetivo geral, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos: explorar documentos do ensino da geometria no ensino fundamental e sua aplicabilidade baseados na teoria de van hielle; identificar o nível de aprendizagem do ensino da geometria dos alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola municipal com base no nível 1 (visualização ou reconhecimento) da teoria de Van Hiele; Examinar de que forma alunos do 6º ano do ensino fundamental identificam, definem e classificam triângulos.

Para melhor entendimento sobre o assunto, a pesquisa será dividida em quatro partes divididas da seguinte forma: O primeiro capítulo o trabalho aborda sobre o ensino de Geometria no Brasil, revisando na literatura sobre o tema aqui proposto, no capítulo posterior está definido o método usado para a elaboração da pesquisa, enfatizando o tipo de estudo, a abordagem, bem como os critérios utilizados para a realização deste.

No penúltimo capítulo analisaremos os dados obtidos na coleta, iremos identificar os principais erros cometidos pelos alunos e os resultados apresentados, comparando com os níveis da Teoria da Van Hiele. Por fim, o último capítulo trará a síntese (considerações finais) e mostrará além da importância desta pesquisa, a conclusão das discussões ao decorrer da pesquisa, que consistiu em uma intervenção didática, à luz da Teoria de Van Hiele, para desenvolver o pensamento geométrico relacionado ao estudo de triângulos as limitações do estudo e as recomendações para novos trabalhos na área.

2 ENSINO DE GEOMETRIA NO BRASIL

As primeiras ideias geométricas se originaram com a capacidade humana de buscar alternativas para resolver problemas de ordem prática. Depois o homem "procurou organizar esse conhecimento, partindo da observação e reunindo situações semelhantes, extrair propriedades, buscando expressar generalizações, como forma de receitas práticas, ainda relacionadas a situações empíricas" (Grando, 2008, p. 7).

A proposta de mudança do ensino de geometria surge fruto de um movimento da matemática moderna que visava, principalmente, a memorização de fórmulas e na repetição de métodos, deixando a evolução do pensamento geométrico dos discentes de lado (Pinto, 2005). Com início nas décadas de 1960 e 1970, "esse movimento atingiu não somente as finalidades doensino, como também os conteúdos tradicionais da Matemática, atribuindo uma importância primordial à axiomatização, às estruturas algébricas, à lógica e aos conjuntos" (Silva, 2021, p. 17).

Nos últimos anos, podemos observar o grande progresso com as pesquisas no âmbito da Educação Matemática no Brasil, em especial, no campo do ensino da Geometria. Tal progresso tem proporcionado melhorias evidentes no contexto da sala de aula da Matemática, auxiliando o professor em seu trabalho pedagógico na organização de situações didáticas que favoreçam a aprendizagem dos estudantes.

O Movimento da Matemática Moderna também contribuiu com a atual condição de abandono do ensino da Geometria na escola brasileira. De acordo com Costa (2016) esse movimento, que surgiu na década de 1960 no Brasil, evidenciou as estruturas que constituem o conhecimento matemático baseado na Álgebra, na Lógica e na Topologia, destacando a Teoria dos Conjuntos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 1997 foram elaborados para o ensino fundamental. O documento especifica o ensino em 4 ciclos, em que o 1º ciclo corresponde a 1ª e 2ª série, o 2º ciclo a 3ª e 4ª série, o 3º ciclo a 5ª e 6ª série, e o 4º ciclo a 7ª e 8ª série. No que discerne aos PCN de matemática, o documento "é um instrumento que pretende estimular a busca coletiva de soluções para o ensino dessa área" (Brasil, 1997, p. 14).

O documento trata das relações com o saber, o aluno e o professor, destaca objetivos gerais de ensino, apresenta blocos de conteúdos e aspectos da avaliação. Os objetivos gerais são distribuídos em objetivos específicos para cada ciclo, além de conter blocos de conteúdos, critérios de avaliação e algumas orientações didática(Angelo; Santos; Barbosa, 2020).

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (Brasil, 1997, p. 10)
>
> A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. (Brasil, 1997, p. 11)
>
> Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (Brasil, 1997, p.11)

A geometria é abordada no bloco "Espaço e Forma", o documento destaca que os conceitos geométricos devem constituir o currículo de matemática, pois, "por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar de forma organizada, o mundo em que vive." (Brasil, 1997, p. 39). O documento destaca também que a Geometria é fértil para se trabalhar situações problemas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, além de estabelecer conexões entre a matemática a matemática e outras áreas do conhecimento (Angelo, Santos, Barbosa, 2020).

Maia (2009), afirma que o ensino de Geometria ocupa dois status no Brasil. No primeiro, se situa no cerne dos estudos educacionais, enquanto que no segundo, é considerado um conteúdo a ser abordado no ensino básico.

> No que se refere à Geometria presente em sala de aula, quando ensinada, essa pesquisadora aponta a existência de duas tendências: "uma geometria teórica, independente de uma modelização do espaço ou uma passagem não problematizada entre a geometria da observação e a geometria da demonstração" (Maia, 2009, p.38).

Enquanto que os professores brasileiros compreendem que a Geometria é um tópico de ensino que se localiza entre a Matemática de natureza concreta e a Matemática de âmago abstrato. Logo, o ensino desse campo deve promover situações, nas quais os estudantes sejam capazes de atravessar aponte entre esses dois mundos matemáticos (Costa, 2020).

Com relação à Geometria, a BNCC (Brasil, 2017) destaca que essa área envolve o estudo de um conjunto de conceitos e procedimentos necessários pararesolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim estudar esse conteúdo é esencial para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes. Ainda de acordo com o documento, o pensamento geométrico é necessário para que o aluno investigue propriedades, faça reflexões e produza seus próprios argumentos com relação aos conteúdos de Geometria. Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, espera-se que o aluno identifique e estabeleça pontos de referência para a localização e deslocamento de objetos, construam representações de espaços conhecidos e deduzam distâncias usando como recursos didáticos, mapas, croquis e outras representações (Adauto, Medeiros, 2018).

Por exemplo, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) 5ª a 8ª Séries indicam que o trabalho em Geometria deve possuir relevância científica e cultural, ou seja, ser capaz de ultrapassar o emprego de procedimentos de aplicabilidade direta de fórmulas em problemas de cálculo de áreas, superfícies e volumes, de modo a desenvolver com o educando o senso crítico e a curiosidade da Geometria inserida na realidade que o cerca. Nesta mesma perspectiva, a BNCC sugere que a Geometria "não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas" (Brasil, 2018, p. 272).

Existe forte referência da BNCC no uso de registros por meio de fluxogramas e na elaboração de linguagens algorítmicas na resolução de problemas de Geometria, inclusive indicada em muitas habilidades desse documento. Tal perspectiva está associada a uma diretriz pedagógica muito presente nos dias de hoje que é o desenvolvimento do pensamento educacional, de narrativas digitais e simulações em sala de aula (Júnior, Vieira, Neto, 2022).

3 DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMETRICO SEGUNDO VAN HIELE

A teoria de Van Hiele teve origem nas respectivas teses de doutorado de Dina van Hiele-Geldof e de seu marido, Pierre van Hiele, na Universidade de Utrecht, Holanda, em 1957. Dina, infelizmente, morreu logo após concluir sua tese e Pierre foi quem, mais tarde, desenvolveu e disseminou a teoria em publicações posteriores (Villiers, 2010).

A teoria de Van Hiele é um modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico, que surgiu na década de 50, com o casal de pesquisadores holandeses, Dina Van Hiele Geoldof e Pierre Marie Van Hiele. Os Van Hiele observaram, durante suas aulas, as dificuldades de aprendizagem de seus alunos; estudaram uma didática para ensinar os conceitos de Geometria Euclidiana do Ensino Fundamental e Médio, tentando compreender as dificuldades em aprender os conteúdos de Geometria, por parte dos alunos. Esse modelo é constituído pelo conceito de que o raciocínio dos alunos passa por níveis hierárquicos, os quais serão apresentados mais detalhadamente no próximo item, em que o trabalho do professor, com atividades orientadas, favorece o avanço de um nível de pensamento para outro (Araújo, 2015, p. 25).

Os níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele mostram a importância da implementação de aulas de Geometria com elaboração de tarefas investigativas, que produzam conhecimento geométrico e não apenas memorização de fórmulas. Tais tarefas apresentam aos alunos situações em que é necessária a investigação de relações, conjecturas, experimentação e estabelecimento de conclusões. Ainda segundo os autores, não basta que o professor explique as atividades para o aluno, eles devem ser desafiados a resolver questões de seu jeito. “Algumas vezes, há uma tentativa de informar os alunos do contexto por explicação, mas isto é inútil: os alunos deveriam aprender fazendo, não sendo informados por explicações” (Van Hiele, 1986, p. 11).

A teoria de desenvolvimento geométrico formulada pelos Van Hiele permite nortear os procedimentos didáticos para a formação dos estudantes, assim como avaliar suas habilidades e verificar o seu nível de aprendizado. Conforme os estudos do casal, o pensamento geométrico se desenvolve por meio de “raciocínios hierárquicos e sequenciais” (Vieira, 2010 apud Gomes, Aguiar, 2014, p. 28) que de acordo com Monhol (2019) constituem cinco níveis de compreensão, a saber os níveis da teoria de van hielle que compreende: nível 0 (nível básico): visualização ou reconhecimento; nível 1: análise; nível 2: dedução informal ou classificação ou ordenação; nível 3: dedução formal e nível 4: rigor.

O modelo de desenvolvimento geométrico e as fases de aprendizagem desenvolvidas por Van Hiele propõem um meio de identificar o nível de maturidade geométrica dos alunos e indicam caminhos para ajudá-los a avançar de um nível para outro (Santos; Mazzini, 2021).

O quadro 1 mostra as fases do modelo da Teoria de Van Hiele, as pessoas desenvolveriam o pensamento geométrico conforme:

Quadro 1- Fases de aprendizagens da teoria de Van Hiele.

FASES DE APRENDIZAGENS	CARACTERÍSTICAS
Questionamento ou Informação (fase 1)	Professor e aluno dialogam sobre o material de estudo; Apresentação de vocabulário do nível a ser atingido; O professor deve perceber quais os conhecimentos anteriores do aluno sobre o assunto a ser estudado.
Orientação Direta (fase 2)	Os alunos exploram o assunto de estudo através do material selecionado pelo professor; As atividades deverão proporcionar respostas específicas e objetivas.
Explicitação (fase 3)	O papel do professor é o de observador; -Os alunos trocam experiências, os pontos de vista diferentes contribuirão para cada um analisar suas ideias.
Orientação Livre (fase 4)	Tarefas constituídas de várias etapas, possibilitando diversas respostas, a fim de que o aluno ganhe experiência e autonomia.
Integração (fase 5)	-O professor auxilia no processo de síntese, fornecendo experiências e observações globais, sem apresentar novas ou discordantes ideias.

Fonte: Pacheco e Silva (2019, p. 481)

Como exposto no Quadro 1, as fases de aprendizagem podem favorecer a interação entre professor e estudante, proporcionando uma troca rica em experiências, uma vivência pautada na evolução do saber dos alunos. Outro ponto que vale destacar é que essas fases podem ser um condutor para a prática do professor tornando-se um guia para entender as lacunas de conhecimentos que os alunos possuem, e estimulando-os a superá-la.

3.1 Níveis de Pensamento Geométrico

O Modelo de van Hiele do pensamento geométrico se coloca como guia para aprendizagem e para avaliação das habilidades dos alunos em geometria. O mesmo consiste de cinco níveis de compreensão, chamados visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor que descrevem as características do processo de pensamento (Kaleff, 1994).

De acordo com o modelo original da Teoria de Van Hiele, as pessoas desenvolveriam o pensamento geométrico conforme cinco níveis, enumerados de 0 a 4. Respeitando as críticas dos pesquisadores americanos sobre a relevância do nível zero, em 1986, Pierre M. Van Hiele escreveu o livro *Structure e Insight: A Theory of Mathematics Education*, propondo uma simplificação do modelo original, com os níveis enumerados de 1 a 5, descritos em termos gerais e comportamentais (Lara, 2021).

Nível 1 – Reconhecimento

O nível 1, conhecido com Nível de reconhecimento, se caracteriza por o estudante opera em figuras geométricas, tais como triângulos e linhas paralelas através da identificação e atribuição de nomes e compará-los de acordo com sua aparência. A percepção é apenas visual.

> Um aluno que possui um raciocínio no nível 1 reconhece certas formas diferenciadas sem prestar atenção às suas partes componentes. Por exemplo, pode ser um retângulo reconhecido, porque parece "como uma porta" e não porque tem quatro lados retos e quatro ângulos retos como não há nenhuma apreciação dessas propriedades. Forma é importante e figuras podem ser identificadas pelo nome (Van Hiele, 1986 p.33).

De maneira mais completa Burger e Shaughnessy (1986) caracterizaram o níveil de pensamento dos alunos número 1,sendo:

> (1) Costumam usar propriedades visuais irrelevantes para identificar figuras, comparar, classificar e descrever.
> (2) Normalmente se referem a protótipos visuais de figuras e são facilmente enganados pela orientação das figuras.
> (3) Incapacidade de pensar em uma variação infinita de um tipo específico de figura (por exemplo, em termos de orientação e forma).
> (4) Classificações inconsistentes de figuras, por exemplo, uso de propriedades incomuns ou irrelevantes para classificar as figuras.
> (5) Descrições (definições) incompletas de figuras ao ver condições necessárias (normalmente visuais) como condições suficientes (Villiers, 2010, p. 48).

Assim sendo, os discentes identificam as figuras geométricas visualmente porém não reconhecem suas propriedades. Reconhecem triângulos, quadrados, círculos, entre outros, por sua forma. “Os alunos, nesta fase, conseguem reproduzir figuras dadas e aprender vocabulário geométrico básico” (Pinto, 2011, p.17). Todavia os discentes neste nível não conseguem classificar os triângulos em relação aos seus ângulos e lados e correlacionar suas propriedades (Silva, 2021).

Nível 2 – Análise

No nível 2 o aluno realiza uma análise das figuras geométricas, nessa fase ele passa a perceber a relação entre sistema figural e suas propriedades. Van Hiele menciona que:

> O estudante descobre propriedades/regras de uma classe de formas empiricamente, tais como dobramento, medição, analisa figuras em termos de seus componentes e relacionamentos entre os componentes. A este nível, os componentes e seus atributos são usados para descrever e caracterizar as figuras. Por exemplo, um estudante que está raciocinando analiticamente diria que um quadrado tem quatro lados iguais "e" quatro cantos "quadrados". O mesmo estudante, no entanto, não pode acreditar que uma figura pode pertencer a diversas classes gerais e tem vários nomes, por exemplo, o aluno não pode aceitar que um retângulo é um paralelogramo. A figura a este nível se apresenta como uma totalidade de suas propriedades. Um estudantepode ser capaz de afirmar uma definição, mas não terá entendimento (Van Hiele,1986 p.33).

No segundo estágio, os alunos são capazes de analisar os componentes das figuras, além de reconhecer características específicas e tem habilidade para resolver alguns problemas (Silva, 2021).

> (1) Uma comparação explícita de figuras com relação às suas propriedades subjacentes.
> (2) Evitam inclusões de classe entre as diferentes classes de figuras, por exemplo, quadrados e retângulos são considerados disjuntos.
> (3) Classificação de figuras somente com relação a uma propriedade, por exemplo, propriedades dos lados, enquanto outras propriedades, como simetrias, ângulos e diagonais, são ignoradas.
> (4) Exibem uma utilização não econômica das propriedades das figuras para descrevê-las (defini-las), em vez de usar apenas as propriedades suficientes.
> (5) Rejeição explícita de definições fornecidas por terceiros, por exemplo, um professor ou livro, favorecendo apenas suas próprias definições pessoais.
> (6) Abordagem empírica no estabelecimento da verdade de uma declaração, por exemplo, o uso de observação e medição com base em diversos rascunhos. (Villiers, 2010, p. 24).

No tocante ao assunto de triângulos os alunos reconhecem algumas propriedades, classificam os triângulos em equilátero, isósceles e escaleno, reconhecendo que a propriedade dos ângulos internos internos é igual a 180º, entre outras propriedades. Entretanto, não classsificam um triângulo equilátero como sendo isósceles (Silca, 2021).

Nível 3 – Dedução Informal

Na dedução informal, terceiro nível, o aluno começa a estabelecer inter-relações de propriedades existentes dentro de certa figura geométrica e entre várias figuras. Isso ocorre porque já possui a capacidade de inferir sobre as propriedades de determinada figura e também identificam classes de figuras e o significado das suas definições. (Oliveira, Cordeiro, 2013)

Nesse nível o aluno passa a adquirir uma fluência na linguagem matemática, principalmente em sua leitura. Compreende os axiomas, teoremas, o processo lógico de construção daquela informação que lhe foi apresentada. Ele alcança um nível de conhecimento que vai além da memorização e que o capacita a construir suas provas matemáticas por outros caminhos. Isso indica uma grande evolução, pois o torna um agente criativo no contexto matemático (Xarifa 2020).

Nível 4 – Dedução Formal

Os alunos desenvolvem sequências de afirmações deduzindo uma afirmação a partir de outra ou de outras, percebem a inter-relação e o papel de termos não definidos, axiomas, postulados, demonstrações, raciocinam formalmente no contexto de um sistema matemático completo, constrõem demonstrações e não apenas memorizam, percebem a possibilidade de desenvolver uma prova de mais de uma maneira, distinguem afirmação e recíproca (Cardoso, 2015).

Os alunos raciocinam formalmente no contexto de um sistema matemático completo, termos indefinidos, com axiomas, com um sistema lógico subjacente, com definições e teoremas. Um aluno neste nível pode construir provas (e não somente memorizá-las) e percebe a possibilidade de desenvolver uma prova de mais de uma maneira (Kaleff et al., 1994).

Nível 5 – Rigor

Os alunos entendem a estrutura de vários sistemas dedutivos com alto grau de rigor, sendo capazes de trabalhar em vários sistemas axiomáticos, estudando várias geometrias na ausência de modelos concretos e comparam sistemas diferentes. A geometria é vista no plano abstrato. Alunos neste nível são capazes de se aprofundarem na análise de propriedades de um sistema dedutivo, tais como consistência, independência e completude dos axiomas (Cardoso, 2015).

Ele entende os aspectos formais da dedução geométrica e matemática, relacionando-as constantemente para obter o melhor resultado no processo de resolução do problema. O discente faz comparações entre os sistemas matemático e geométrico complexos, além de compreender aspectos da geometria não-euclidiana (Adauto; Medeiros, 2018).

Van Hiele acreditava que o avanço de um nível para o outro não acontece naturalmente, o professor é indispensável nesse processo para auxiliar o aluno no seu desenvolvimento através de um programa adequado de ensino-aprendizagem.

4 DEFINIÇÃO, CONCEITOS E PROPRIEDADES DOS TRIÂNGULOS

Os triângulos são figuras geométricas bem conhecidas pelos alunos. Lima e Carvalho (2010) apontam que eles servem de suporte para a construção de muitas figuras estudadas em geometria, além de serem ricos em propriedades. Segundo eles, "a definição de triângulo é muito conhecida. Tomamos três pontos A, B e C, que não pertençam a uma mesma reta e os ligamos pelos três segmentos de reta AB, BC e CA. A reunião dos três segmentos é o que se chama um triângulo" (Pachêco *et al*., 2020, p.04).

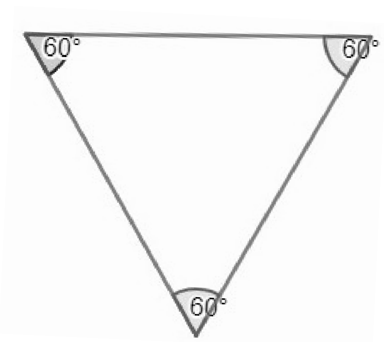
Definido como a união dos segmentos gerados por três pontos não colineares, o triângulo é o polígono mais simples por possuir apenas três lados, no entanto, apresenta características singulares que tornam o estudo dessa figura geométrica algo fascinante. Seus principais elementos são: vértices, lados, ângulos internos e externos, bissetriz, mediana e altura; e podem ser classificados quanto aos seus ângulos e quanto aos seus lados (Costa, 2015).

Os triângulos podem ser classificados de duas maneiras: por seus lados e por seus ângulos. Perante seus lados; se as medidas de seus três lados foram iguais, é classificado como um triângulo equilátero; se o triângulo tiver dois lados iguais classificamos ele como isósceles, caso o triângulo tenha todos os seus lados diferentes é classificado de triângulo escaleno (Silva, 2021).

Quantos aos lados, os triângulos podem ser:

- Equilátero: triângulo que possui três lados congruentes e os três ângulos internos também congruentes (60°) (Oliveira, 2021).

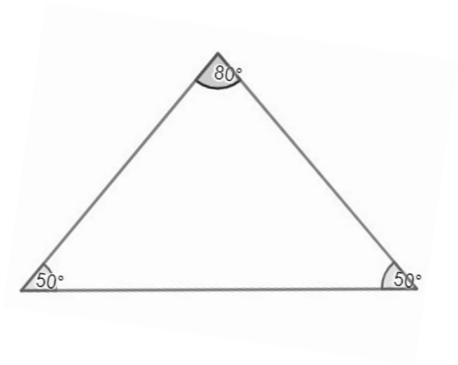
Figura 1 – Equilátero



Fonte: elaborado pela autora.

- Isósceles: triângulo que possui dos lados congruentes e os ângulos da base (nome dado ao terceiro lado do triângulo isósceles) também congruentes (Oliveira, 2021).

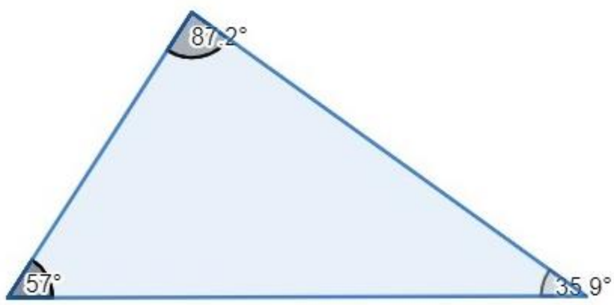
Figura 2 - Isósceles



Fonte: elaborado pela autora.

- Escaleno: triângulo que possui os três lados e os três ângulos internos com medidas diferentes (Oliveira, 2021).

Figura 3 - Escaleno

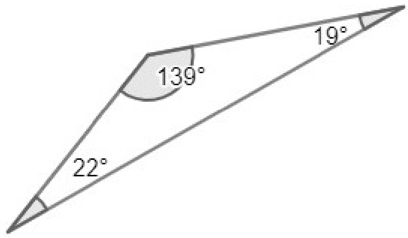


Fonte: elaborado pela autora

Quanto aos ângulos internos, os triângulos são classificados em:

- Triângulo Obtusângulo: Possui um ângulo obtuso, ou seja, maior que 90° e menor que 180º (Oliveira, 2021).

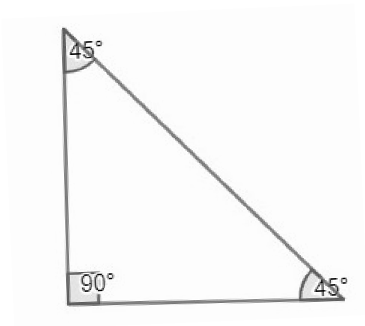
Figura 4 - Obtusângulo



Fonte: elaborado pela autora.

- Triângulo Retângulo: Possui um ângulo reto, ou seja, de medida igual a 90°(Oliveira, 2021)

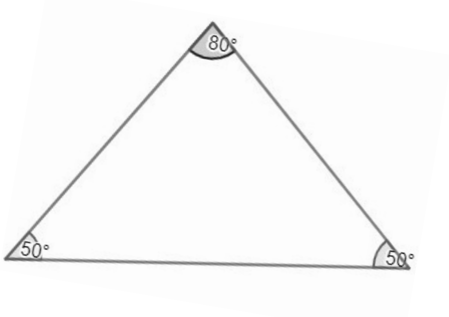
Figura 5 - Triângulo Retângulo



Fonte: elaborado pela autora.

- Acutângulo: Possui os três ângulos agudos, ou seja, com medidas maiores que 0° e menores que 90° (Oliveira, 2021).
-

Figura 6 - triângulo Acutângulo



Fonte: elaborado pela autora

Uma nota importante que vale ser ressaltada é que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180º e por essa razão não existem triângulos com dois ângulos retos ou dois ângulos obtusos (Oliveira, 2021).

5. METODOLOGIA

Esta pesquisa é de natureza qualitativa que nos permitirá entender e interpretar o tema abordado. Ao pesquisar ampliamos nossos conceitos e opiniões a partir de conceito localizados nos dados da pesquisa, ao invés de obter dados para comprovar teorias, hipóteses etc.

> A pesquisa qualitativa é aquela que não se pode mensurar apenas com números e dados obtidos por meio de um questionário, por exemplo. É uma pesquisa focada em entender aspectos mais subjetivos, como comportamentos, ideias, pontos de vista, entre outros. (Mathias, 2022, p.1)

A abordagem dessa pesquisa ocorreu pela utilização de uma metodologia desenvolvida em quatro etapas: revisão bibliográfica, elaboração de questionário contendo questões organizadas com base nos níveis da teoria de Van Hiele, aplicação do questionário e análise dos resultados.

5.1 CARACTERIZAÇÃO DOS PARTICIPANTES E CAMPO DE PESQUISA

Para responder ao problema de pesquisa proposto, foi empregado um estudo exploratório qualitativo porque este possibilita “aumentar o conhecimento do pesquisador sobre os fatos, permitindo a formulação mais precisa de problemas” (Malhotra, 2005, p. 21). Assim, o estudo tenta suprir as dúvidas levantadas ao longo da pesquisa, apresentando quais os caminhos adotados e como foi desenvolvido.

A abordagem dessa pesquisa ocorreu pela utilização de uma metodologia desenvolvida em quatro etapas: revisão bibliográfica, elaboração de questionário contendo questões organizadas com base nos níveis da teoria de Van Hiele, aplicação do questionário e análise dos resultados.

Ao chegar na escola fui bem recebida pelo coordenador da escola, onde fui levada até a sala de aula, após conversa com a professora, ela cedeu os dois horários da tarde que ela tinha aula para aplicação do questionário, o questionário foi aplicado a 13 alunos, no dia da aplicação do questionário faltaram a grande parte dos alunos. Antes da aplicação do questionário foi explicado aos alunos o objetivo do teste, e em seguida uma breve explicação de cada questão do questionário. Mesmo cedido os dois horários para aplicação dos testes, os alunos entregaram o teste antes do horário previsto.

Ao finalizar todas as etapas foram analisados os níveis de pensamento geometrico sobre triângulos apresentados por uma turma de ensino do 6º ano do

Ensino Fundamental, em uma escola municipal na cidade de Palmares-PE. Esse estuto toma como base a Teoria de Van Hiele e seus níveis de pensamento geometrico, como já mencionado anteriormente, e espera que esse aporte teorico auxilie no reconhecimento, conceitos, classificação e propriedades dos triângulos, identificando os principais erros e dificuldades apresentadas por estudantes do 6° ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública no Munícipio de Palmares, Mata Sul de Pernambuco.

Para análise dos resultados aplicamos o questionário para 13 alunos e a fim de garantir a privacidade desses pesquisados, identificamos eles por A1, A2, A3...

5.2 APRESENTAÇÃO DO QUESTIONÁRIO

Foi preparado um questionário, constituido de quartoze questões envolvendo identificação e classificação dos triângulos. Apresenta-se a seguir partes do questionário com os objetivos traçados nesta pesquisa. No quadro 2 indicamos os conteudos e propriedades sobre triângulos trabalhados em cada questão.

Quadro 2 – Conteudos relativos a triângulos trabalhados por questão.

Questão	Nível da Teoria de Van Hiele	Conteudos, propriedades com relação a triângulos
1	Nível 1 Reconhecimento	Nomenclatura do triângulo escaleno a partir da visualização de figura
2	Nível 1 Reconhecimento	Nomenclatura de triangulo por propriedade explicitada
3	Nível 2 Análise	Propriedade de ângulos internos do triângulo
4	Nível 2 Análise	Nomeclatura dos Triângulos por propriedade dos seus lados e ângulos.
5	Nível 2 Análise	Classificação do triângulo quanto ao seu ângulo a partir da visualização da figura
6	Nível 3 Dedução informal	Conhecimento das propiedades de cevianas com surporte da figura.
7	Nível 3 Dedução informal	Conhecimento das propriedades de cevianas com surporte da figura,fazendo junção com mais de uma propriedade.
8	Nível 3 dedução informal	Conhecimento das propriedades de cevianas com surporte da figura.
9	Nível 3 Dedução informal	Classificação do triângulo a partir da propriedade de angulos internos da figura.
10	Nível 1 Reconhecimento	Nomenclatura dos triângulos a partir da visualização da figura.
11	Nível 1 Reconhecimento	Classificação do triângulo quanto ao seu ângulo a partir da visualização da figura
12	Nível 3	Explicar a partir das propriedades a definição e

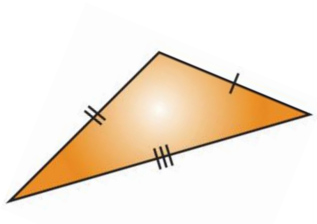
	Dedução informal	diferença do triângulo equilátero e isóceles
13	Nível 3 Dedução informal	Determinar a partir das propiedades a nomeclatura dos triangulos de acordo com o comprimento dos seus lados.
14	Nível 4 (Dedução formal)	Conhecimentos de mais de uma propriedade, fazendo sequências de afirmações

Fonte: elaborado pela autora.

Nas questões 1 e 2, referem-se ao nível 1 (Reconhecimento), que exige a indicação dos nomes das figuras geométricas.

Quadro 3 – Questões de Reconhecimento de Propriedades de Triângulo.

1. Qual é o nome dado a um triângulo que possui todos os lados de comprimentos diferentes?



a) Triângulo equilátero
b) Triângulo isósceles
c) Triângulo escaleno

2. Um triângulo que possui dois lados de comprimentos iguais é chamado de:

a) Triângulo equilátero
b) Triângulo isósceles
c) Triângulo escaleno

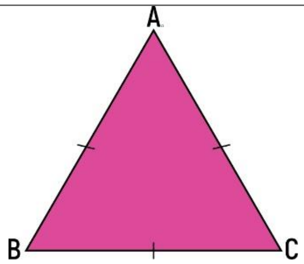
Fonte: elaborado pela autora.

O objetivo nas questões 1 e 2, é que os alunos reconheçam algumas propriedades, classificando os triângulos em equilátero, isósceles e escaleno.

A questões 3, 4 e 5 buscam analisar o conhecimento dos alunos no nível 2 (Análise) requer além do reconhecimento das figuras geométricas, que os estudantes possam definir, classificar corretamente os triângulos e identificar algumas propriedades fundamentais.

Quadro 4 – Questões de Análise de Propriedades de Triângulo.

3. Em um triângulo equilátero quanto medem os seus ângulos internos e a soma deles? E caso fosse outro tipo de triangulo como poderíamos fazer pra determinar seus ângulos? Justifique.



4. Os triângulos são classificados considerando os seus lados ou seus ângulos. Assim, dois triângulos colocados lado a lado possuem as seguintes características: o primeiro possui três lados iguais e o segundo possui um ângulo de 90°. As classificações respectivamente corretas para esses triângulos são:
a) ( ) Escaleno e acutângulo
b) ( ) Equilátero e retângulo
c) ( ) Isósceles e retângulo

5. As imagens de uma árvore com uma igreja e um helicóptero formam juntas um triângulo escaleno.

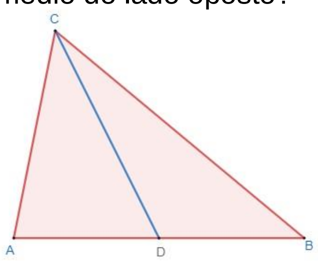
Assim, podemos afirmar que o ângulo destacado neste triângulo é:
a) ( ) é reto
b) ( ) é obtuso
c) ( ) é agudo

Fonte: elaborado pela autora.

Nas questões 6, 7 e 8 os alunos são investigados com relação ao reconhecimento de propriedades relativas as cevianas de triângulos, ou seja nível 3 – (Dedução informal).

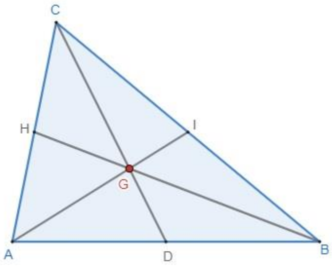
Quadro 5 – Questões de Dedução Informal de Propriedades de Triângulo.

6. Qual é o nome dado ao segmento que liga um vértice de um triângulo ao ponto médio do lado oposto?

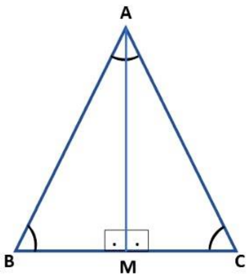


$\overline{AD} = \overline{BD}$

7. O ponto de encontro das três medianas de um triângulo é chamado de:



8. Em um triângulo isósceles, a altura relativa à base é chamada de que?



Fonte: elaborado pela autora.

Nos Anos Finais do Ensino Fundamental o currículo de matemática nos apresenta duas perspectivas sobre a Matemática bem distintas entre si: uma que considera que essa ciência é “um corpo de conhecimentos rígidos e engessados” (Pernambuco, 2019, p. 353) e outra como uma “ciência viva em plena expansão, cuja evolução se alimenta dos conhecimentos de outros campos científicos e que por sua vez lhes retroalimenta” (Pernambuco, 2019, p. 353).

A ideia é que o aluno possa discernir características dos triângulos, estabelecendo propriedades, que são então usadas para conceituarem os tipos de cevianas de triângulos existentes.

A questão 9 refere-se ao nível 3 (dedução informal), exigindo que os discentes classifiquem os triângulos, realizem relações entre as propriedades, produzam justificativas para constradizer ou reafirmar a propriedade. Eles deve ser capazes de apresentar justificativas entre as propriedades.

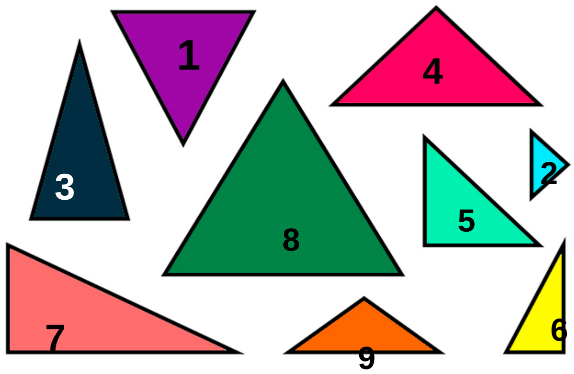
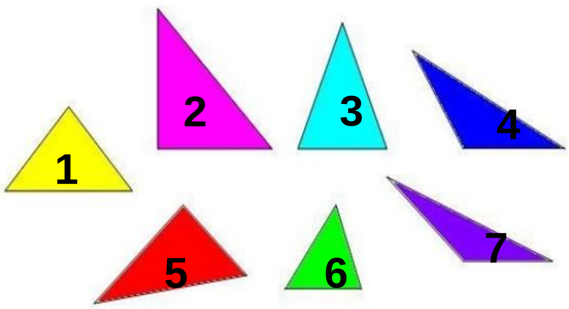
Quadro 6 – Questões de Dedução Informal de Propriedades de Triângulo.

9. Se um triângulo possui um ângulo interno maior que 90 graus, como ele é classificado?

Fonte: elaborado pela autora

As questões 10 e 11 referem-se ao nível 1 (reconhecimento), exigindo que os discentes classifiquem os triângulos, que estão em diferentes representações. O objetivo das questões é de investigar se o aluno consegue reconhecer figuras fora de sua posição prototípica e classificar os tipos de triângulos com relação aos ângulos internos e com relação aos lados.

Quadro 7 – Questões de Reconhecimento de Propriedades de Triângulo.

10. Classifique em equilátero, isósceles e escaleno os triângulos abaixo. 
11. Classifique os triângulos em triângulo acutângulo, triângulo retângulo e triângulo obtusângulo. 

Fonte: elaborado pela autora.

As questões 12 e 13 referem-se ao nível 3 (dedução informal). Na questão 12, buscamos identificar se os discentes apresentaram justificativas para a diferença de

um triângulo equilátero e um triângulo isósceles. Já na questão 13 foi solicitado aos discentes que justificassem se conhecendo os lados de um triângulo podem ser determinado se eles são equilátero, isósceles ou escaleno.

Quadro 8 – Questões de dedução informal de Propriedades de Triângulo.

12. Explique a diferença de um triângulo equilátero e um triângulo isósceles.

13. Se conhecemos os comprimentos dos três lados de um triângulo, como podemos determinar se ele é um triângulo equilátero, isósceles ou escaleno?

Fonte: elaborado pela autora.

Na última questão 14, relativa ao nível 4 – dedução formal, buscamos identificar se os discentes conseguiram identificar e justificar, os ângulos dos triângulos.

Quadro 9 – Questões de dedução formal de Propriedades de Triângulo.

14. Indique quais são falsas e justifique por que. (   ) Um triangulo pode ter 2 ângulos retos. (   ) Um triangulo pode ter 2 ângulos obtusos. (   ) Os segmentos de 10 cm, 3 cm e 2 cm podem ser lados de um triângulo.

Fonte: elaborado pela autora.

Na aplicação do questionário, foi apresentado aos alunos o motivo da realização da pesquisa. Em seguida foi lido o questionário e explicando algumas dúvidas com relação a forma de resolução. O questionário aplicado funcionou como um diagnóstico composto por conceitos que são base para o nosso objetivo.

Com intuito de obter informações acerca do conhecimento dos alunos do 6º ano de uma escola pública sobre a teoria de Van Hiele, no próximo capítulo serão constatados os resultados e a análise dos dados obtidos. Esta análise foi resumida a partir das respostas do questionário, verificando o conhecimento de cada aluno sobre os níveis da teoria de Van Hiele.

6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Nesta seção apresentamos os resultados coletados através de questionário, que foram aplicados em alunos do 6º ano. Organizamos conforme apresentado na metodologia blocos que questões a partir dos níveis de pensamento geomerico de Van Hiele e por fim contabilizamos em cada questão o número de acertos, erros e em branco.

O primeiro bloco é formado pelas questão 1 referem-se ao nível 1 (Reconhecimento), que exige a indicação ao nome dado a um triângulo que possui todos os lados de comprimentos diferentes. Na questão tínhamos as opções dos Triângulo equilátero, isósceles e escaleno, sendo a resposta correta a do triângulo escaleno.

Quadro 10 – Acertos e erros das Questão 1 – Reconhecimento.

	Acertos	Erros	Em branco
Nº de alunos 13	**08**	**05**	**0**

Fonte: Dados da pesquisa.

Como mostra o quadro acima, o número de acertos nos mostra que A1, A2, A3, A4, A5, A7, A9, A13 conseguiram reconhecer por meio da visualização as caracteristicas do triângulo escaleno. Podemos afirmar que esses alunos identificaram que o triângulo escaleno possui comprimentos de lados diferentes. Já os alunos A6, A8, A10**,** A11 e A12 confundiram com o triângulo isósceles. Isso nos leva a inferir que, provavelmente, esses estudantes encontram-se no nível básico do modelo de Van Hiele, o nível da visualização.

Por se tratar de uma questão de multipla escolha a analise de erros a partir disso se deu a falta do domínio do nível proposto.

No quadro 11 apresentamos o resultado da segunda questão sobre reconhecimento.

Quadro 11 – Acertos e erros da Questão 2 – Reconhecimento.

	Acertos	Erros	Em branco
Nº de alunos 13	**11**	**02**	**0**

Fonte: Dados da pesquisa.

Esta questão solicitava o reconhecimento da figura que possui dois lados de comprimentos iguais, levando em consideração a pergunta, que cita dois lados iguais, mas não se restringe a apenas dois, podemos considerar as duas alternativas corretas Nessa análise, os A1, A2, A3, A4, A5, A7, A9, A13 responderam a alternativa B, triângulo isósceles, reconheceram que o demonstrado na figura é o triângulo isósceles. Os alunos A6, A8, A10 e A12 triângulo equilátero que não deixa de estar certa a resposta da alternativa A. E os A11 e A12 com triângulo escaleno.Observa-se que os alunos que acertaram e que erraram.

Segundo Cargnin, Guerra, Leivas (2016) no nível, denominado básico ou de reconhecimento, os alunos reconhecem as figuras geométricas pela sua aparência física, ou seja, pela sua forma. No entanto, suas partes ou propriedades, geralmente, não são identificadas. Nesse nível, as figuras são analisadas apenas pelo visual e o vocabulário geométrico dos alunos está em construção.

Mesmo apresentando o mesmo nível da questão anterior, os alunos conseguiram identificar e obter maior acerto.

O segundo bloco de questões é formado pela questão 3, que busca analisar o conhecimento dos alunos no nível 2 (Análise) requer além do reconhecimento das figuras geométricas, que os estudantes possam definir, classificar corretamente os triângulos e identificar algumas propriedades fundamentais.

A questão 3 requer que os alunos indiquem a medida de cada ângulo interno do triângulo equilátero e sua soma. Para respondê-la era necessário que os estudantes conhecessem que a soma dos angulos internos de um triângulo é 180º e que a medida dos angulos internos do triângulo equilatero são congruentes, a fim de determinar as medidas solicitadas. Visava ainda que os estudantes pensassem em como determinar os angulos internos caso fosse outro tipo de triângulo.

No quadro 12 estão exibidos os erros e acertos. Os resultados da questão 3 apresentam que os alunos tiveram dificuldades de estabelecer um critério para analisar as propriedades de ângulos internos do triângulo equilátero.

Quadro 12 – Acertos e erros das Questões 3 – Análise.

	Acertos	**Erros**	**Em branco**
Nº de alunos 13	**02**	**06**	**05**

Fonte: Dados da pesquisa.

Vemos um grande número de questões em branco e erros e pode se justificar devido a necessidade de reconhecer as propriedades para resolver a questão. Os alunos A3, A7, A9, A10, A11 reconheceram que a soma dos ângulos internos de um triangulo seria 180º graus, mas não conseguiram identificar a medida do ângulo interno do triângulo equilátero, o que pode ser considerado um acerto parcial. Os alunos A2, e A5 acertaram a questão quando explicaram que a soma dos angulos internos medem 180º e que nos triângulos equiláteros todos os seus ângulos são iguais, serão 60º cada ângulo. Os alunos A1, A4, A6, A8, A12, A13 não responderam a questão.

Observa-se que nesta atividade, alguns alunos ainda encontram dificuldades no nível básico ou de reconhecimento, onde as figuras são classificadas pela aparência, não sendo consideradas as características, os elementos e as suas propriedades.

Nesse caso, concordamos com os PCN dos anos iniciais que apontam que nesse nivel de ensino "As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades" (BRASIL, 1997, p. 82). Desse modo, acreditamos que esses estudantes ainda estão em processo de conhecer a partir da observação das propriedades. Nessa questão observamos que 6 alunos (46%) conseguem enunciar alguma propriedade de angulos internos dos triângulos, indicando um nível 1 do pensamento geométrico.

A questão 4 do bloco 2 (análise) requer dos alunos a identificação da nomenclatura de dois triângulos a partir da enunciação das propriedades sobre lados e ângulos. A primeira relativa a figura que possui três lados iguais e a segunda que possui um ângulo de 90º.

Quadro 13 – Acertos e erros das Questão 4 – Análise.

	Acertos	Erros	Em branco
Nº de alunos 13	**09**	**03**	**01**

Fonte: Dados da pesquisa.

Na questão 4 os alunos A2, A3, A5, A6, A9, A11, A12, A13, acertaram a identificação dos triângulos como equilátero e retângulo, A7 e A4 respondeu que se tratava de um escaleno e acuntângulo, A8 e A1 respondeu que era isósceles e retângulo, e A10 deixou em branco.

A partir dessa perspectiva, pode-se enfatizar com base nos níveis de compreensão da teoria de Van Hiele que os alunos participantes dessa investigação possuem conhecimentos geométricos quanto ao reconhecimento e identificação das propriedades das figuras triangulares.

Tais respostas estão em consonância com as fases de aprendizagem propostas por van Hiele, pois, segundo ele, o aluno precisa ser estimulado por determinadas atividades que propiciem esta aprendizagem. As referidas fases de aprendizagem são passos que o professor deve seguir para garantir a aprendizagem.

Na questão 5, os alunos teriam que identificar o ângulo destacado na imagem de uma árvore com uma igreja e um helicóptero que juntas formavam um triângulo escaleno.

Quadro 14 – Acertos e erros das Questão 5 – Análise.

	Acertos	Erros	Em branco
Nº de alunos 13	**05**	**08**	**0**

Fonte: Dados da pesquisa.

Nesta questão o número de erros foi maior que de acertos, A2, A3, A7, A8, A10 alunos responderam corretamente que o ângulo destacado era agudo, A1, A4, responderam que era reto e A5, A6, A9, A11, A12, A13 responderam que obtuso.

O bloco de questões abaixo, procura avaliar habilidades pertinentes ao nível 3, (Dedução informal) segundo a teoria de Van Hiele. Esse nível caracteriza-se pelas seguintes capacidades: percepção da necessidade de uma definição precisa, percepção de que uma propriedade pode decorrer de outra; argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.

O fator predominante para que os alunos cometessem erro foi justamente não consegue progredir de nível, falhando em ter o domínio da analise da figura e suas possivéis relações.

A próxima questão se refere a questão 6, sobre o nível 3 (dedução informal) que requer dos alunos o nome dado ao segmento que liga um vértice de um triângulo ao ponto médio do lado oposto.

Quadro 15 – Acertos e erros das Questão 6 – Dedução informal.

	Acertos	Erros	Em branco
Nº de alunos 13	**0**	**06**	**07**

Fonte: Dados da pesquisa.

Nesta questão 7, os alunos teriam que identificar como é chamado o ponto de encontro das três medianas de um triângulo. O quadro mostra que os alunos A2, A4, A5, A6, A8, A9, A12, A13 não responderam, os alunos A1, A3, A7, A10, A11 responderam que seria escaleno e 01 equilatéro, uma resposta satisfatória seria baricentro.

Quadro 17 – Acertos e erros das Questão 8 – Dedução informal.

	Acertos	Erros	Em branco
Nº de alunos 13	**0**	**04**	**09**

Fonte: Dados da pesquisa.

Como nas outras duas primeiras questões que abordam cevianas, os alunos demonstraram muita dificuldade em responder, como mostra o quadro, os alunos A2, A4, A5, A6, A8, A9, A10, A12, A13 deixaram em branco, os alunos A1, A3 responderam que se tratava apenas de um triângulo, A7 respondeu que era isósceles e o A11 respondeu que seria equillátero, a resposta correta seria altura.

As questões 6, 7, e 8, nenhum dos alunos conseguiram responder corretamente.

Quadro 18 – Acertos e erros das Questões 9 - Dedução informal.

	Acertos	Erros	Em branco
Nº de alunos 13	**1**	**7**	**5**

Fonte: Dados da pesquisa.

Nessa questão, o aluno teria que responder qual o triângulo que possui um ângulo interno maior que 90º graus, e como ele é classificado. Como mostra a análise do quadro apenas o aluno A5 acertou, ao responder que se tratava de um triângulo obtusângulo, os alunos A4, A6, A8, A9, A12 deixaram a questão em branco, alunos A1, A2, A3 responderam que seria escaleno, A7, A10 responderam isósceles e os alunos A11, A13 responderam equilátero, esperava-se que a resposta correta fosse obtusângulo.

Por tratar-se de uma questão para relacionar as propriedades, tanto aos seus ângulos e quanto a sua classifcação, pela analise feita dos níves de apredizagem anterior, esses alunos que apresetaram erros não conseguiram progredir ao ponto de contemplar a fase proposta.

Quadro 19 – Acertos e erros da Questão 10 - Dedução informal.

	Acertos	Erros	Em branco
Nº de alunos 13	**2**	**8**	**3**

Fonte: Dados da pesquisa.

Essa questão pedia a classificação dos triângulos em equilátero, isósceles e escaleno. Apenas os alunos A5, A13 acertaram a ordem correta da classificação dos triângulos, os alunos A1, A2, A3, A6, A7, A9, A10, A11, A12 responderam errado colocando a classificação aleatória, e até repetiam o nome do mesmo triângulo em todas as respostas, o aluno A4 classificou como obtusângulo e retângulo, o aluno A8 não respondeu. A sequência correta da resposta seria 1/2/3/4/5/9 isósceles, 6/7 escaleno e 10 equilátero.

Quadro 20 – Acertos e erros das Questão 11 - Dedução informal.

	Acertos	Erros	Em branco
Nº de alunos 13	**4**	**7**	**1**

Fonte: Dados da pesquisa.

Essa questão pedia a classificação dos triângulos acutângulo, retângulo e obtusângulo. Como vemos no quadro, os alunos A10, A13 acertaram, alunos A1, A4 responderam a ordem correta e os alunos A10, A13 trocaram apenas a classificação de dois triângulos, a classificação correta acutângalo, retângulo, acutângulo, obtusângalo, acutângalo, acutângalo, obtusângalo, acertando parcialmente questão. O aluno A5 deixou em branco, os alunos A2, A3, A6, A7, A8, A9, A11, A12 erraram, os erros foram destacados por estar toda a sequência e classificação incorreta.

Tanto a questão 10 quanto a 11, Por existir lacunas quanto a passagem do nível 1 e 2, os alunos apresentaram dificuldade em relacionar as propriedades mesmo havendo a visulização da figura (nível 1).

Quadro 21 – Acertos e erros das Questão 12 - Dedução informal.

	Acertos	Erros	Em branco
Nº de alunos 13	**05**	**06**	**02**

Fonte: Dados da pesquisa.

Nessa questão podemos ver que os alunos A3, A4, A5, A9, A13 conseguiram responder corretamente a questão que pedia que explica-se a diferença de um triângulo equilátero e um triângulo isósceles, os alunos A6, A12 deixaram em branco e alunos A1, A2, A7, A8, A10, A11 responderam que se tratava de triângulos diferentes dos outros, a resposta seria que triângulo equiláteros possuem (ângulos e lados iguais).

Por existir lacunas quanto a passagem do nível 1 e 2, os alunos apresentaram dificuldade em relacionar as propriedades, e fazer essa relação de diferenciar os triângulos pela sua propriedade.

Quadro 22 – Acertos e erros das Questão 13 – Dedução informal

	Acertos	**Erros**	**Em branco**
Nº de alunos 13	**1**	**11**	**1**

Fonte: Dados da pesquisa.

Nessa questão os alunos foram questionados sobre os comprimentos dos três lados de um triângulo, se poderia ser determinado como triângulo equilátero, isósceles ou escaleno. Apenas o aluno A3 acertou, o aluno A6 deixou em branco e os alunos A1, A2, A4, A5, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13 erraram, as repostas foram incompletas. A resposta satisfatória seria o triângulo equilátero ele vai ter 3 lados iguais, isosceles e quando dois lado deles forem iguais e escaleno é quando os três lados dele é diferente.

Quadro 23 – Acertos e erros das Questão 14 - Dedução formal.

	Acertos	**Erros**	**Em branco**
Nº de alunos 13	**0**	**2**	**11**

Fonte: Dados da pesquisa.

Nessa última questão, foi solicitado que os alunos fizessem a indicação se era falsa, a afirmação de que um triângulo que pode ter 2 ângulos retos, um triângulo pode ter 2 ângulos obtusos, e que os segmentos de 10 cm, 3 cm e 2 cm podem ter lados de um triângulo e justificassem.

Como vemos o quadro, os alunos tiveram muitas dificuldades pra responder, os alunos A1, A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A11, A12, A13 deixaram em branco, os alunos A5, A10 erraram marcando que as afirmações eram verdadeiras e não justificaram o porque de suas respostas. A resposta correta para essa questão seria falsa, pois, a soma dos três ângulos internos de um triângulo é sempre 180º. Logo, náo é possivel que um triângulo possua dois ângulos retos, pois a soma destes Ângulos já será 180º (90º+90º=180º).

O quadro 24 traz em detalhes a classificação por questão dos erros e acertos de cada aluno:

Quadro 24 – Resultado geral das questões.

	Respostas Corretas	Respostas Erradas	Em Branco
Questão 1 – Reconhecimento	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A9, A13	A8, A10, A11 e A12	
Questão 2- Reconhecimento	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A13	A11 e A12	
Questão 3 – Análise	A2, A5	A3, A7, A9, A10, A11	A1, A4, A6, A8, A12, A13.
Questão 4 – Análise	A2, A3, A5, A6, A9, A11, A12, A13.	A7, A8, A10	A4
Questão 5 – Análise	A2, A3, A7, A8, A10	A1, A4, A5, A6, A9, A11, A12, A13.	
Questão 6 – Dedução Informal	-	A1, A3, A7, A9, A10, A11.	A2,A4, A5, A6, A8, A12, A13.
Questão 7 – Dedução Informal	-	A1, A3, A7, A10, A11.	A2, A4, A5, A6, A8, A9, A12, A13.
Questão 8 – Dedução Informal	-	A1, A3, A7, A11.	A2, A4, A5, A6, A8, A9, A10, A12, A13.
Questão 9 – Dedução informal	A5	A1, A2, A3, A7, A10, A11, A13.	A4, A6, A8, A9, A12.
Questão 10 – Reconhecimento	A5, A13	A1, A2, A3, A4, A6, A7, A9, A10, A11, A12.	A8
Questão 11 – Reconhecimento	A1, A4, A10, A13	A2, A3, A6, A7, A8, A9, A11, A12.	A5
Questão 12 – Dedução informal	A3, A4, A5, A9, A13.	A1, A2, A7, A8, A10, A11.	A6, A12
Questão 13 – Dedução informal	A3	A1, A2, A4, A5, A7, A8, A9, A10, A11,	A6

		A12, A13.	
Questão 14 – Dedução formal	-	A5, A10.	A1, A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A11, A12, A13.

Fonte: Dados da pesquisa.

Na tabela abaixo será demonstrado o resultado dos testes, onde as questões estão separada por níveis e apresenta os erros, acertos e questões em branco.

Onde a cor verde representa o acerto, a cor vermelha apresenta o erro, e a cor branca representa que não houve resposta, e ao lado a classificação em cada nível que o aluno se encontra.

Quadro 25 – Resultado dos testes.

	NÍVEL 1				NÍVEL 2			NÍVEL 3						NÍVEL 4	NÍVEIS
	Q1	Q2	Q10	Q11	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q12	Q13	Q14	
A1															NÍVEL 2
A2															NÍVEL 2
A3															NÍVEL 3
A4															NÍVEL 1
A5															NÍVEL 3
A6															NÍVEL 2
A7															NÍVEL 2
A8															NÍVEL 2
A9															NÍVEL 2
A10															NÍVEL 2
A11															NÍVEL 2
A12															NÍVEL 2
A13															NÍVEL 2

Fonte: Dados da pesquisa.

Nas questões 1, 2, 10 e 11 referente ao nível 1 (Reconhecimento), que exige a indicação dos nomes das figuras geométricas, os alunos A1, A4, A5, A6 acertaram 3 questões das 4 que foram propostas, os alunos A2, A3, A6, A7, A12 acertaram 2 questões das 4 que foram propostas, os alunos A8, A9, A10, A11 acertou 1 questão das 4 que foram propostas, podemos considerar que a maioria dos alunos possuem conhecimento do nível 1 da teoria da Van Hielle. Esse resultado coaduna a pesquisa de Pacheco et al (2020) que evidenciaram que os estudantes de 6º ano apenas fazem o reconhecimento visual das figuras geométricas triangulares, não conseguindo verificar as propriedades relativas a essas figuras.

A questão 11, nível 3 (Dedução informal) sobre a classificação dos triângulos equilátero, isósceles e escaleno. Apenas os alunos A5, A13 fizeram a sequência correta, 1/2/3/4/5/9 isósceles, 6/7 escaleno, 8 equilátero. Os alunos A1, A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12 não seguiram a ordem correta, alguns responderam apenas um das 9 classificações.

Na questão 10 nível 3 (Dedução informal) pedia a classificava os triângulos em acutângulo, retângulo e obtusângulo, os alunos A1, A4, A10, A13 acertaram, classificaram na ordem correta os triângulos, já os alunos A2, A3, A6, A7, A8, A9, A11, A12 erraram, alguns responderam apenas uma classificação, outros confudiram os triângulos trocando os seus nomes nas respostas, e o aluno A5 não respondeu.

Fonseca e Leivas (2018) vai sublinhar em relação às propriedades e classificações dos triângulos em seu trabalho, que os alunos "ao destacar suas propriedades, relataram, de forma aleatória, algumas delas como, por exemplo, a classificação quanto aos ângulos e aos lados, não sabendo explicitar com clareza os elementos necessários para cada classificação" (Fonseca; Leivas, 2018, p.143).

Logo, podemos observar que alguns alunos conhecem algumas das classificações de triângulos, porém têm bastante dificuldades em relacionar ambas e fazer uma representação de um triângulo com as classificações solicitadas.

Nas questões 3, 4 e 5 do nível 2 (Análise) apenas o aluno A2 respondeu corretamente as três questões, os alunos A3 e A4 conseguiram acertar as duas, os alunos A1, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13 acertou uma questão, e o A4 obteve acerto nesse nível. Esse fato pode indicar que esses alunos estão em transição entre a fase 1 para a fase 2. Pacheco et al (2020), em sua investigação, afirmam que os ora erros, ora acertos entre as diferentes questões podem ser indícios de que os estudantes ainda estão aperfeiçoando esse saber.

Diante das particularidades das características da teoria de van Hiele de cada nível de raciocínio, faz-se necessário mencionar um propriedade global, neste sentido, podemos identificar que esses erros e acertos fazem parte da propriedade linguística.

Cada nível tem sua própria linguagem e um conjunto de relações interligando-os. Assim, uma relação que é correta em um certo nível, pode se modificar em outro nível.

Nas questões 6,7 e 8 que abordavam as cevianas, no nível 3 de (Dedução informal) grande parte dos alunos deixaram a questões em branco, e os que tentaram responder, erraram. As respostas de ambos alunos se referiam aos triângulos reto e obtusângulo. As respostas corretas correspondia questão 6 Mediana, questão 7 Baricentro e a questão 8 a Altura.

Entende-se que essa dificuldade é devido por não ter sido apresentado as propriedades, pois além de fazer relações entre a visualização das figuras deve fazer relação com as propriedades.

As cevianas são elementos que eram encontrados frequentemente nos triângulos e que passaram a ser amplamente estudadas em comunhão com os pontos notáveis, possibilitando o estudo dessas relações até hoje. No Ensino Básico, esse conteúdo está presente na grade curricular do 1º ano do Ensino Médio e é visto normalmente de forma expositiva, na qual é apresentada a definição dos principais pontos notáveis e as cevianas relacionadas (Brito, 2020).

Para Rodrigues (2015) diante de tarefas mais complexas, os alunos procuram soluções próprias que podem ser concluídas de maneiras diferentes. Assim, eles ganham experiência ao descobrir sua própria maneira de resolver tarefas.

A questão 9, nível 3 (Dedução informal) que identificaria como seria classificado um ângulo interno maior que 90 graus, apenas o A5 acertou seria obtusângulo, os alunos A1, A2, A3, A7, A10, A11, A13 erraram, os alunos A4, A6, A8, A9, A12 deixaram em branco.

Neste quesito o que chama a atenção, é que apenas um aluno tenha acertado, Segunda a BNCC, já no 6° ano, os alunos devem ser capazes de “Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos” (BRASIL, 2017, p. 303).

Na questão 12 nível 3 (Dedução informal) que pedia explicação sobre a diferença de um triângulo equilátero e um triângulo isósceles, os alunos A3, A4, A5, A9, A13 acertaram, responderam que os triângulos equiláteros possuiam (ângulos e lados iguais) já o isósceles possuem apenas dois lado iguais. Os alunos A1, A2, A7, A8, A10, A11 erraram a questão, e os alunos A6, A12,deixaram a questão em branco.

Na penúltima questão 13 nível 3 (Dedução informal) os alunos foram questionados como reconhecer os comprimentos dos três lados de um triângulo equilátero, isósceles ou escaleno. Neste quesito apenas o aluno A3 respondeu corretamente, s alunos A1, A2, A4, A5, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13 deixaram respostas incompletas sendo consideradas erradas. E o aluno A6 não respondeu.

Os resultados dessa questão evidenciam que houve uma maior fragilidade de conhecimento. Essas questões contemplava características do nível 3 (dedução informal) da teoria de Van Hiele e isso propicia que nessa etapa de escolaridade, esses alunos ainda não estavam apropriados por completo das propriedades dessas figuras triangulares.

A última questão 14 nível 4 (Dedução formal) que pedia a identificação de falsas e verdadeiras sobre um triangulo pode ter 2 ângulos retos, um triangulo pode ter 2 ângulos obtusos, e os segmentos de 10 cm, 3 cm e 2 cm podem ser lados de um triângulo e justificasse sua respostas, os alunos A5, A10 responderam que seriam verdadeiras e não justificaram suas respostas. Os outros A1, A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A11, A12, A13 não responderam.

Nessas últimas questões, observamos que a dificuldade maior que todas as outras questões anteriores, ou seja, os alunos não possuem o conhecimento adequado em todos os níveis de ensino proposto.

Os resultados analisados nos protocolos dos alunos, evidenciam que eles reconheceram apenas visualmente as figuras ao invés de identificar suas propriedades. Apesar de se enquadrarem nos níveis 1 e 2 (visualização ou reconhecimento e análise)

O avanço do indivíduo de um nível para outro, está mais relacionado aos conteúdos trabalhados e aos processos de instrução desenvolvidos pelo professor do que a idade cronológica ou maturidade do aprendiz (Oliveira; Cordeiro, 2013).

Convém ressaltar, também, que esse teste não é específico sobre áreas, que é o foco dessa pesquisa. Ele contém questões que envolvem conhecimentos básicos de geometria e foi utilizado com o objetivo de investigar o nível de pensamento geométrico de cada participante, em relação a esses conhecimentos básicos. Por meio da análise do resultado do teste de Van Hiele, seria possível decidir se os sujeitos da pesquisa já tinham ou não condições para desenvolver as atividades referentes ao tema da pesquisa.

Em termos percentuais, 7,7% dos estudantes se encontram no nível 1. A pesquisa mostra que alguns conseguem identificar figuras geométricas em relação a sua aparência. Já em relação ao nível 2, ficou constatado que os estudantes pesquisados apresentam pouco domínio das propriedades básicas das formas geométricas, pois apenas 77% conseguem transitar pelo nível 2, que é o nível onde os estudantes conseguem reconhecer as propriedades das figuras geométricas. Já no nível e 3, 15,3% e 0% de alunos possuem conhecimento do nível 4, respondem aleatoriamente, ou nem tentam responder.

Esse fato ficou evidenciado, quando na atividade proposta, os estudantes não conseguiram realizar adequadas discriminações entre as formas apresentadas. Tudo indica que eles buscaram dar respostas corretas aos questionamentos apresentados com fundamentos na aparência e na posição que as formas ocupavam no espaço, sem considerar as suas propriedades básicas, o que os conduziram ao erro.

Segundo Longato e Oliveira (2016, p. 12) “pode ocorrer casos em que alunos que estão em um certo nível ao participarem de testes de verificação de níveis, acertem questões de um nível mais avançado, sem estar propriamente naquele nível de conhecimento. Esta transposição de níveis vai depender da experiência da turma, da relação professor x aluno, aspectos sociais, números de aulas de geometria e principalmente se o nível que está sendo aplicado aquela turma é compatível àqueles alunos”.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao iniciar essa pesquisa, o principal objetivo foi de analisar os níveis de pensamento geometrico sobre triângulos apresentados por uma turma de ensino do 6º ano do Ensino Fundamental, em uma escola municipal na cidade de Palmares-PE. Para responder a pergunta da problemática, foi aplicado um teste com perguntas que envolvia o conteúdo de triângulos, seguindo a classificação perante a Teoria de Van Hiele.

Ao coletar os resultados do questionário, foi observado que os conteúdos da geometria no ensino fundamental, estão distantes das indicações da BNCC. A maioria dos alunos pesquisados, não obtiveram êxito na maioria das questões que envolviam classificação e elementos geometricos.

As duas primeiras questões que traziam o nível 1 do reconhecimento da teoria de van Hiele, a maioria dos alunos conseguiu responder corretamente. As demais questões os alunos demostraram grande dificuldade para responder, não tendo o mínimo de conhecimento sobre cada nível da teoria pesquisada.

Através da pesquisa podemos concluir que, os conteúdos voltados para o pensamento geometrico sobre triângulos, não foram abordados com os participantes da pesquisa, o que dificulta o aprendizado dos alunos nas séries seguintes, sendo que esses conteúdos são necessários ser abordados no ensino fundamental.

Essa pesquisa contribui para o âmbito da educação matemática no sentido de favorecer a importância da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Outro fator interessante se trata de que o professor deve considerar os conhecimentos prévios dos seus alunos, principalmente nesta etapa de escolaridade, em que as experiências cotidianas são predominantes e por meio delas trabalhar associando-as aos conteúdos curriculares.

Concluo que possibilidade de desencadear e despertar com olhos atentos a novas pesquisas para a inserção da importância do campo da geometria, na construção e desenvolvimento da aprendizagem, sobretudo no desenvolvimento do pensamento geométrico.

REFERÊNCIAS

ANGELO. Mateus Santos. SANTOS. Maria Flavia Melo Dos. BARBOSA. Renata Sa de Jesus. **O Ensino de Geometria no Brasil: Uma Abordagem Histórica**. Congresso Educação e ensino de matemática, ciencias exatas e ciências da natureza**. Anais...** São Cristóvão/SE, v. 14, n. 14, p. 1-12, set. 2020| Disponivel em: https://www.coloquioeducon.com/ Acesso em: março de 2023

BRASIL, Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular: ensino médio.** Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRASIL. Ministério de Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais- Matemática**, 1º ao 4º séries. Brasília, v. 03, 1997.

CARDOSO. Eduarda de Jesus. **Teoria de Van Hiele aplicada ao ensino de funções.** Universidade Federal do Rio de Janeiro. Artigo 2015. Rio de Janeiro.

COSTA, Dayanne Ferreira. **Atividades Lúdicas para o Ensino de Triângulos em Aulas de Geometria.** Mestrado em Matemática. Universidade de Goiás. 2015.

COSTA. A. P. da. **A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º ano do ensino fundamental**: **um estudo sob a luz da Teoria Vanhieliana.** Lincenciatura em Matemática. Universidade Federal de Pernambuco. 2016.

COSTA. André Pereira da. A Geometria Na Educação Básica: Um Panorama Sobre o seu ensino no Brasil. **Revista Educação Matemática em foco.** ISSN 1981 8979 v.9, n.1, janeiro / abril 2020.

GUIMARÃES. B. A. A.. SANTOS. W. L. S. **A Problemática no Ensino da Geometria. Maiêutica -** Curso de Matemática. Centro Universitário Leonardo da Vinci – UNIASSELVI. 2014.

KALEFF. Ana Maria. et al. Desenvolvimento do Pensamento Geométrico – O Modelo de Van Hiele. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 9, n. 10, 1994.

LARA. Victor Lima. **RELAÇÕES ENTRE HABILIDADES DA BNCC E A TEORIA DE VAN HIELE: propostas de atividades para o Ensino Fundamental I.** Lincenciatura em matemática. Universidade Federal de Ouro Preto. 2021

LONGATO. Dirlei Ferreira; OLIVEIRA, Luciana Schreiner de. **Ensino e aprendizagem da geometria e a teoria de van hiele**: via de mão dupla para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Produção didático-pedagógica. Curitiba. 2016.

MACHADO JÚINIOR, A.; VIEIRA, L. DOS S.; LAMIM NETTO, M. DE S. Habilidades geométricas no ensino médio: um diálogo com as teorias de Hoffer e dos Van Hiele. **Revemop**, v. 4, p. e202220, 22 dez. 2022.

MAIA, L. S. L. Vale a pena ensinar Matemática. In: BORBA, R.; GUIMARÃES, G. (org.). **A Pesquisa em Educação Matemática**: repercussões na sala de aula. São Paulo: Cortez, 2009. p. 13-57.MALHOTRA, K. Naresh. et al. **Introdução à pesquisa**

de marketing. 2005.

MAZZINI, T. F. dos S. .; SANTOS, M. E. K. L. dos . Teoria de Van Hiele: os níveis de pensamento geométricos de alunos concluintes do Ensino fundamental. **Revista de Casos e Consultoria**, [S. l.], v. 12, n. 1, p. e27013, 2021. Disponível em: https://periodicos.ufrn.br/casoseconsultoria/article/view/27013. Acesso em: 9 abr. 2023.

MATHIAS. Lucas. **Pesquisa qualitativa e quantitativa: qual é a melhor opção?** Blog. Mindminers. 2022, p. 1. Disponível em: https://mindminers.com/blog/pesquisa-qualitativa-quantitativa/ acesso em: out. de 2023.

MONHOL. Anderson Lorenzoni. **Oficinas de Geometria para o Ensino Fundamental.** Universidade de Brasília. 2019.

OLIVEIRA. David Araújo de. **O Uso de materiais concretos no ensino de triângulos para uma aluna surda do primeiro ano do ensino médio em aulas remotas.** Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade do Estado do Amazonas. Manaus/AM. 2021.

OLIVEIRA. Guilherme Saramago de. CORDEIRO. Euzane Maria. O Ensino e a aprendizagem de geometria na educação de jovens e adultos**. Revista Encontro de Pesquisa em Educação**. Uberaba, v. 1, n.1, p. 45-56, 2013.

PACHÊCO, F. F. F.; DA SILVA, A. S.; DE ARAÚJO, J. C.; DA SILVA, J. D. Identificando o Conhecimento Geométrico de Alunos do 6º ano do ensino fundamental sobre triângulos. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 8, n. 1, p. 343-359, 2020. DOI: 10.26571/reamec.v8i1.9362. Disponível em: https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/9362. Acesso em: 9 abr. 2023.

PACHÊCO. F. F. F. SILVA. A. S. Da. O Estudo de geometria nos anos iniciais do ensino fundamental a partir dos parâmetros para educação básica do estado de pernambuco: um olhar sob a ótica da Teoria De Van Hiele**. RPEM**, Campo Mourão, Pr, v.8, n.17, p.475-492, jul.-dez. 2019.

PERNAMBUCO. **Currículo de Pernambuco**: Ensino Fundamental. Secretaria de Educação e Esportes, União dos Dirigentes Municipais de Educação. Recife. 2019. 606p. Disponível em: https://educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/17691/CURRICULO%20DE%20PERNAMBUCO%20-%20ENSINO%20FUNDAMENTAL.pdf acesso em: set. de 2023.

PINTO, S. R. **Desenvolvimento do pensamento geométrico**: Uma proposta para o ensino das isometrias. Dissertação. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Viana do Castelo, Portugal. 2011.

RODRIGUES. Schirlane dos Santos Aguiar. **A teoria de van hiele aplicada aos triângulos**: uma sequência didática para o 8º ano do ensino fundamental**.** Dissertação de Mestrado em matemática. Universidade Estadual do Norte Fluminense.Rio de

Janeiro 2015.

SANTOS. F. T. M. Dos. SANTOS. M. C. Dos. **Níveis do pensamento geométrico de van-hiele com alunos do 6º ano do ensino fundamental.** Encontro Paraibano de Educação Matématica, 9. **Universidade de Pernambuco...**, 2016. Disponivel em:https://editorarealize.com.br/editora/anais/epbem/2016/TRABALHO_EV065_MD1_SA12_ID341_05102016165043.pdf acesso em: abril de 2023

SILVA. J. L. de A. **O pensamento geométrico dos discentes do 1º ano do ensino médio: Um Olhar Sob a Ótica de Van Hiele**. Trabalho de Conclusão de Curso de Matemática-Licenciatura. Universidade Federal de Pernambuco. 2021.

SILVA. Márcia Raimunda Martins. **Reflexão Acerca do Ensino de Geometria no Brasil**: O uso do jogo para esse ensino nos anos iniciais**.** Universidade Federal do Pará. 2017.

SILVA. Riciene Karla Laurindo da. SILVA. Rosenir Gomes da. OLIVEIRA. Marinalva Luiz de. **Nível de Compreensão do pensamento geométrico de Van Hiele: um estudo reflexivo com estudantes da educação de jovens e adultos, anos finais do ensino fundamental.** Artigo de revisão. III Congresso Nacional de Educação. CONEDU, 3. **Anais...,** 2016.5 pg.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no ensino fundamental [recurso eletrônico]** : formação de professores em sala de aula; tradução Paulo Henrique Colonese. – 6. ed. – Dados eletrônicos. – Porto Alegre : Artmed, 2009.

VAN-HIELE, P. M. **Estrutura e Insight.** *Academic Press Orlando*, FL, EUA, 1986.

VIEIRA, C. R. **Reinventando a geometria no ensino médio:** uma abordagem envolvendo materiais concretos, softwares de geometria dinâmica e a teoria de Van Hiele. Dissertação de Mestrado — Curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010.

VILLIERS. Michael De. Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele. **Educ. Matem. Pesq.,** São Paulo, v.12, n.3, pp. 400-431, 2010.

XARIFA. Bruno de Assis. **Lugares geométricos e pontos notáveis do triângulo:** uma proposta de atividades na perspectiva do modelo van Hiele. Curso de Mestrado em Matemática. Pontifícia Universidade Católica. Dissertação. 2020.