



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA-LICENCIATURA

ISADORA RAIANE DOS SANTOS SILVA

UM ESTUDO SOBRE O ERRO NA ÁLGEBRA

Caruaru

2023

ISADORA RAIANE DOS SANTOS SILVA

UM ESTUDO SOBRE O ERRO NA ÁLGEBRA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau de bacharel/licenciado em Matemática.

Área de concentração: Ensino (Matemática).

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Kátia Silva Cunha

Caruaru

2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Silva, Isadora Raiane dos Santos.

Um estudo sobre o erro na álgebra / Isadora Raiane dos Santos Silva. -
Caruaru, 2023.

74 p. : il.

Orientador(a): Kátia Silva Cunha

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de
Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Matemática - Licenciatura,
2023.

Inclui referências, apêndices.

1. Erro. 2. MADE. 3. Avaliação. 4. Pensamento Algébrico. 5. Formação de
Professores. I. Cunha, Kátia Silva. (Orientação). II. Título.

370 CDD (22.ed.)

ISADORA RAIANE DOS SANTOS SILVA

UM ESTUDO SOBRE O ERRO NA ÁLGEBRA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau de licenciado em Matemática.

Aprovada em: 27/09/2023

BANCA EXAMINADORA

Prof^a. Dr^a. Kátia Silva Cunha (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^a. Ms Lidiane Pereira de Carvalho (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^a. Ms Yrailma Katharine de Sousa (Examinadora Externa)
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Dedico esse trabalho a minha família, em especial aos meus pais, Raimunda e Isaias, pelo apoio, incentivo e compreensão. Por tudo que fizeram e fazem por mim.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ter me proporcionado o dom da vida e sem Ele nada disso seria possível.

A minha família, pais, Raimunda Xavier e Isaias Benjamin, irmã, Maria Renata e ao meu noivo, Bruno Luis, que sempre estiveram comigo desde o começo dessa caminhada, dando apoio, incentivando e sempre acreditando em mim, desde que estávamos esperando a lista do SISU.

Aos meus amigos que a UFPE me deu, Cizelly Victória, José Clebson, Maria Eugênia, Cláudison Santana e Éryka Moura, que fizeram essa jornada ser mais leve, pelas noites de muita risada e diversão que sempre fizemos aos finais de períodos.

A minha orientadora, Prof^a. Dr^a. Kátia Silva Cunha pelas contribuições, dedicação e ensinamentos que pode me proporcionar.

Aos docentes da UFPE, em especial, a Ms. Lidiane Pereira, Ms. Luan Danilo, Dr. Marcos Luiz Henrique, Dr^a. Cristiane de Arimatéa, Dr^a. Jaqueline Aparecida e Ms. Andreza Rodrigues, que contribuíram para minha formação, pelos ensinamentos e discussões essenciais em cada disciplina cursada.

“Educar é impregnar de sentido o que fazemos a cada instante!”

Paulo Freire (1921-1997)

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo analisar o tratamento dado ao erro, efetuado pelos docentes de matemática, em questões algébricas. Nosso trabalho apresenta cunho qualitativo, se enquadrando em pesquisa de opinião, foi realizado com cinco professores de matemática. Para estes, foram apresentados protocolos de resoluções de questões que continham erros de entrada, organização e execução (classificação presente no Modelo de Análise Didática do Erro - MADE). Observou-se que um dos professores propunha o tratamento do erro de forma igual independente do que era apresentado na resolução. Observamos também, não só pelo questionário, mais pelas práticas avaliativas, que os professores levam em consideração o processo realizado pelo aluno e não apenas o resultado final. Ao fim, podemos verificar a importância do erro como instrumento facilitador da aprendizagem, pois não se deve tratar o erro como um processo acabado, mas sim, como um momento de construção e reconstrução do conhecimento.

Palavras-chave: Erro; MADE; Avaliação; Pensamento Algébrico; Formação de Professores.

ABSTRACT

This work aims to analyze the treatment given to errors, carried out by mathematics teachers, in algebraic questions. Our work has a qualitative nature, being part of an opinion survey, it was carried out with five mathematics teachers. For these, protocols were presented for resolving issues that contained input, organization, and execution errors (classification present in Didactic Error Analysis Model - MADE). It was observed that one of the teachers proposed treating the mistake in the same way regardless of what was presented in the resolution. We also observed, not only through the questionnaire, but also through evaluation practices, that teachers take into account the process carried out by the student and not just the final result. In the end, we can verify the importance of error as an instrument that facilitates learning, as error should not be treated as a finished process, but rather as a moment of construction and reconstruction of knowledge.

Keywords: Error; MADE; Assessment; Algebraic Thinking; Teacher Training.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -	Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE).....	22
Figura 2 -	Erro de entrada.....	24
Figura 3 -	Erro de organização das informações.....	25
Figura 4 -	Erro de execução.....	26
Figura 5 -	Primeira questão proposta no questionário.....	42
Figura 6 -	Primeira resolução da questão 1.....	42
Figura 7 -	Segunda resolução da questão 1.....	46
Figura 8 -	Terceira resolução da questão 1.....	49
Figura 9 -	Segunda questão proposta no questionário.....	52
Figura 10 -	Primeira resolução da questão 2.....	52
Figura 11 -	Segunda resolução da questão 2.....	55
Figura 12 -	Terceira resolução da questão 2.....	57

LISTA DE GRÁFICO

Gráfico 1 - Distribuição de professores por sexo.....	38
Gráfico 2 - Pontuação concedida para a primeira resolução da questão 1..	43
Gráfico 3 - Pontuação concedida para a segunda resolução da questão 1.	46
Gráfico 4 - Pontuação concedida para a terceira resolução da questão 1...	49
Gráfico 5 - Pontuação concedida para a primeira resolução da questão 2..	52
Gráfico 6 - Pontuação concedida para a segunda resolução da questão 2.	55
Gráfico 7 - Pontuação concedida para a terceira resolução da questão 2...	58

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 -	Experiência na prática docente.....	38
Quadro 2 -	Tempo que leciona.....	39
Quadro 3 -	Perspectiva de avaliação dos docentes.....	40
Quadro 4 -	Feedback apresentados pelos professores para a primeira resolução da questão 1.....	43
Quadro 5 -	Feedback apresentados pelos professores para a segunda resolução da questão 1.....	47
Quadro 6 -	Feedback apresentados pelos professores para a terceira resolução da questão 1.....	50
Quadro 7 -	Feedback apresentados pelos professores para a primeira resolução da questão 2.....	53
Quadro 8 -	Feedback apresentados pelos professores para a segunda resolução da questão 2.....	56
Quadro 9 -	Feedback apresentados pelos professores para a terceira resolução da questão 2.....	58
Quadro 10 -	Atribuição de notas segundo sua categorização.....	60

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	13
2	OBJETIVOS.....	15
2.1	OBJETIVO GERAL.....	15
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	15
3	A AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM E O ERRO: O PROCESSO DE APRENDIZAGEM E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO.....	16
3.1	A AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM NO CONTEXTO ESCOLAR.....	16
3.2	O ERRO COMO PROCESSO DE APRENDIZAGEM.....	20
3.3	AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM NA MATEMÁTICA.....	27
3.4	O PROCESSO DO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO.....	28
4	METODOLOGIA.....	32
4.1	NATUREZA DA PESQUISA.....	32
4.2	MÉTODO DA PESQUISA.....	32
4.3	PARTICIPANTES DA PESQUISA.....	33
4.4	INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS.....	34
5	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	37
5.1	PERFIL DOS PARTICIPANTES DA PESQUISA.....	37
5.2	PERSPECTIVA E CONCEÇÕES DA AVALIAÇÃO SOB O OLHAR DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA.....	39
5.3	CONCEPÇÕES E ESTRATÉGIAS DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA NA CORREÇÃO DE QUESTÕES COM ERRO.....	41
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	63
	REFERÊNCIAS.....	66
	APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO.....	69

1 INTRODUÇÃO

A avaliação é um processo que perpassa toda a vida de uma pessoa, somos seres avaliadores, e nesse movimento estabelecemos juízos de valor sobre a vida, as pessoas e nós mesmos. No que concerne à educação escolar, a avaliação também vai desde a educação infantil até o ensino superior e pode assumir diferentes significados durante essas fases da vida e da escolaridade.

Nesse sentido, é também uma ferramenta educativa, que não consegue ser indissociada da educação escolar, pois a mesma se torna imprescindível no acompanhamento dos resultados e progresso dos alunos pelo professor.

A avaliação muitas vezes pode ser compreendida como medida do conhecimento, que será observada em uma ótica de erros e acertos cometidos pelos alunos, e esses erros frequentemente são tomados como algo negativo em relação ao processo de aprendizagem. Uma consequência dessa ideia é o negligenciamento do erro pelo professor que está avaliando, isto é, não é dado o tratamento adequado para o erro, pois os resultados apresentados pela avaliação para muitos, tomam papel de conclusão, um ponto final no que se trata da aprendizagem.

Para Hoffmann (2005), a avaliação precisa deixar de ser um momento terminal, ou seja, ponto final do processo educativo e passar a ser uma busca constante a fim de entender as dificuldades dos estudantes para uma maior dinamização do processo de construção do conhecimento (Hoffmann, 2005). Logo, o erro deve ser tratado como processo de aprendizagem, pois é através dele que se permite demonstrar o retrato do momento da aprendizagem em que o aluno está, podendo avançar ou recuar no planejamento e também possibilita, quando trabalhado adequadamente, a formação da construção do conhecimento.

O erro pode ser entendido como um processo que ajude na construção de aprendizagens, contudo o grande problema é que muitas vezes é deixado de lado, ou visto como algo a ser evitado e descartado. Acerca disso, uma pedagogia do erro trataria de entender as diferenças de cada aluno, se preocupando com o processo, que avalia o que os alunos já têm, e o que precisam aperfeiçoar, para então melhorar as estratégias de aprendizagem dos mesmos (Torre, 2007).

Para mais, quando se introduz a álgebra nos estudos da educação básica, de início os estudantes apresentam grande dificuldade de compreensão, por vezes por

iniciar o conteúdo não pensando no que está por trás do próprio conteúdo, indo direto para os cálculos, esperando que ele compreenda tudo, ao invés de iniciar pela construção do pensamento algébrico dos alunos, Gil (2008) também compartilha desse pensamento, quando ela pontua que além da própria matemática ser formal e possuir um rigor próprio, acentua-se essas dificuldades quando não se explica aos alunos os significados dos símbolos, presentes na disciplina, logo o estudante não sabendo interpretar a linguagem matemática, não conseguirá descrever a matemática presente na álgebra de forma adequada, portanto, existe uma necessidade da construção do pensamento algébrico no estudo da álgebra.

Assim sendo, partindo do pressuposto abordado, buscamos investigar, **como o professor de matemática avalia e propõe estratégias para o tratamento do erro em questões algébricas?** Sabemos que o tratamento do erro não é algo simples a ser feito, requer tempo e dedicação, pois este torna-se um processo muito importante para a identificação das dificuldades dos alunos. Para este trabalho docente, Torre (2007) apresenta o Modelo de Análise Didática do Erro (MADE), que pode facilitar o professor nesse processo de tratamento e avaliação do erro.

Dessa forma, a pesquisa está sendo desenvolvida a partir de uma curiosidade que foi despertada na disciplina avaliação da aprendizagem durante o sexto período da graduação, que me instigou a pesquisar e entender mais sobre o papel do erro no processo de construção do conhecimento e durante as avaliações/correções dos professores de matemática, levando em consideração o MADE proposto por Torre (2007).

Esta pesquisa está organizada da seguinte forma: além da introdução e da especificação dos objetivos, apresentados nos capítulos 1 e 2; no capítulo 3 trataremos da avaliação da aprendizagem e o erro, enfatizando em seguida o processo de aprendizagem e o desenvolvimento do pensamento algébrico. No capítulo 4 trataremos da metodologia que apresentará a natureza da pesquisa, os critérios para seleção dos participantes da pesquisa e os instrumentos de coleta de dados. No capítulo 5 trataremos de analisar os dados coletados da pesquisa, inicialmente apresentando o perfil dos participantes, em seguida entenderemos as concepções trazidas pelos professores sobre avaliação e posteriormente analisaremos as estratégias utilizadas pelos professores quanto ao tratamento do erro.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

- Analisar o tratamento dado ao erro, efetuado pelos docentes de matemática, em questões algébricas.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar as relações dos professores de matemática com a avaliação.
- Observar as avaliações dos professores em caso de respostas com erro.
- Verificar quais os possíveis encaminhamentos dos professores para os alunos em caso de respostas com erro.

3 A AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM E O ERRO: O PROCESSO DE APRENDIZAGEM E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Como referencial para esta pesquisa, buscou-se tratar da avaliação da aprendizagem em um contexto mais amplo, inicialmente apresentamos os três tipos de avaliação mais difundida sendo elas, avaliação diagnóstica, avaliação formativa e avaliação somativa, após isso apresentamos uma outra perspectiva da avaliação de acordo com características e classificações segundo Chueiri (2008).

Compreendemos que existe um senso comum de que avaliação e exame se equivalem, ou seja, em alguns momentos reduzimos o conceito de avaliação a um exame, avaliação como medida, ou ainda a avaliação como instrumento para a classificação. Nesse sentido, defendemos a avaliação em outra perspectiva como regulação do desempenho do aluno, acompanhamento de seu progresso, ou seja, nos incluímos em uma concepção qualitativa da avaliação.

Em seguida, inicia-se um aprofundamento especificamente no tratamento do erro que é um dos campos da avaliação da aprendizagem, dentro da perspectiva qualitativa, seguindo os critérios do modelo de análise didática dos erros, proposto por Torre (2007), que é subdividido em três dimensões: erros de entrada, erros de organização da informação e erros de execução.

Após isso, é feita uma análise breve da avaliação da aprendizagem na dimensão do ensino de matemática, e em seguida trataremos de como se dá o processo do desenvolvimento do pensamento algébrico.

3.1 AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM NO CONTEXTO ESCOLAR

A avaliação realizada sobre a aprendizagem é entendida muitas vezes como forma de punição, castigo ou penalidade, essa ideia é ainda mais acentuada quando nos referimos a avaliação da aprendizagem na educação, pois, muitas vezes os professores utilizam a avaliação, ou melhor a prova, como ferramenta para manter a ordem em sala de aula a fim de demonstrar o seu poder como avaliador.

Para Chueiri (2008), a avaliação é vista como prática formalmente organizada e se apresenta de forma sistematizada. Ela acontece no contexto escolar seguindo os valores preestabelecidos da escola, que refletem, entretanto, valores e normas

sociais. Logo, a avaliação não opera por si, ela segue normas e valores predeterminados pela escola e naquilo que o ensino se define.

Contudo, atualmente, a compreensão sobre a avaliação tem se apresentado um pouco diferente, associando-a ao instrumento, pois se pensarmos em um primeiro momento, quando falamos em avaliação logo em seguida vem na mente de forma muito clara a prova, ou seja o instrumento. Buriasco, Ferreira e Ciani (2009, p.72) expõem que, “Na escola o ato mais freqüentemente associado ao termo avaliação é a aplicação de uma prova escrita, materializando o mito de avaliar, constituindo se num rito”.

Essas características podem ser apresentadas também devido a cobranças das próprias instituições escolares no ato frequente conservador de tomar a prova como única forma de avaliar não abrindo espaço muitas vezes para que os professores tenham sua autonomia em sala de aula, decidindo quais ferramentas educativas mais se adequariam aquela realidade ou contexto em que estão inseridos.

Um outro problema no uso do instrumento, é que muitas vezes apenas exige que o estudante imite/repita o que foi feito em sala. Além de não ajudar a compreender o processo de aprendizagem desenvolvido pelo estudante, pois o que se exige é apenas a capacidade de memorização, aqui a avaliação assume ainda um papel de classificação, de seleção e até mesmo de punição. Nesse sentido,

[...] a avaliação, como prática escolar, não é uma atividade neutra ou meramente técnica, isto é, não se dá num vazio conceitual, mas é dimensionada por um modelo teórico de mundo, de ciência e de educação, traduzida em prática pedagógica (Chueiri, 2008, p. 52).

Assim, uma vez que pensamos em avaliação, colocamos nela intencionalidades que vão além do propósito único e exclusivo de verificar. Acreditamos que a avaliação, por não ser um fim em si mesma, expressa o propósito também de construção de aprendizagens, e análise da prática docente, revelando o que está dando certo e o que precisa ser melhorado e isso só se torna possível quando essa avaliação deixa de ser um instrumento de punição e é compreendida, como uma prática pedagógica.

E é durante o processo de formulação e reformulação dos conhecimentos pelos estudantes que se estabelece o papel da avaliação como uma ferramenta educativa de aprendizado que ocorre em conjunto ao intuito do ato educacional.

De forma amplamente conhecida, a avaliação é classificada em três tipos, avaliação diagnóstica, avaliação formativa e avaliação somativa, elas são utilizadas na educação com finalidades diferentes.

A avaliação diagnóstica, é amplamente utilizada quando tem o objetivo de verificar como o aluno está na disciplina, aplicada normalmente no início do ano letivo, para o professor conhecer qual nível a turma está, o que os alunos sabem e o que eles precisam melhorar. De acordo com Silva (2019), essa avaliação é importante pois mapeia,

[...] os saberes, as competências e os estilos de aprendizagens para que nosso trabalho pedagógico seja significativo para os aprendentes. Isso contribui para que nossos planos de aula sejam o mais próximo possível das reais necessidades dos alunos em função dos objetivos de aprendizagem e do nível de ensino em que se encontram (Silva, 2019, p.81).

Cabe portanto aos professores compreender as necessidades dos alunos, já que o conhecimento é uma construção, precisamos do que está na base para dar prosseguimento a construção do conhecimento, e podemos verificar isso através de alguns instrumentos como, questionários, atividades, dentre outros meios.

A avaliação formativa, é aquela que acontece durante todo o ano letivo, no processo de construção do conhecimento, ou seja, todas as atividades, trabalhos em grupos, seminários, e atividades que foram previamente discutidas com os alunos. Uma das características principais, é que o aluno sabe antecipadamente o que vai ser abordado, as metodologias e os critérios avaliativos que serão utilizados.

Silva (2019) aborda que essa função da avaliação serve para sabermos como nossa prática está, podendo replanejá-la no próprio contexto escolar através das nossas experiências, com o propósito de desenvolver situações didático-pedagógicas mais condizentes com as reais necessidades dos estudantes.

A terceira e última, a avaliação somativa, acontece aos finais de bimestre, trimestre, semestre ou anual, a fim de dar um resultado final, serve para ver o que o aluno conseguiu aprender/assimilar, podendo acontecer através de provas, seminários, testes, exames, trabalhos, dentre outros meios. Segundo Silva (2019) a avaliação somativa, dá-se ao final de um tempo pedagógico, onde é possível ver se conseguimos ou não alcançar nossos objetivos previstos e as necessidades educativas dos estudantes.

Além das classificações de avaliação apresentadas, Chueiri (2008) aborda a avaliação através de outras perspectivas, ela define a avaliação em quatro categorias de análise, que são elas: a primeira, de que avaliação e exame se equivalem, a segunda, toma avaliação como medida, a terceira, a avaliação como instrumento para a classificação e regulação do desempenho do aluno e quarta e última, a concepção qualitativa da avaliação.

A primeira, que afirma que a avaliação e exame se equivalem, é entendida como aquela necessária para situações que exigem classificação, aquela que possibilita a ascensão, crescimento e progresso, como por exemplo os concursos e o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). Porém, segundo Costa e Albuquerque (2015),

É possível perceber atualmente nos professores que estes ainda examinam seus alunos se preocupando apenas com o desempenho final, com a média obtida, sem se preocupar com o aprendizado e desconsiderando o caminho percorrido pelo aluno durante o processo de resposta. Não se avalia o aluno e o que realmente ele aprendeu e sim examina, e esse último é classificatório, seletivo e excludente (Costa; Albuquerque, 2015, p. 30).

Entende-se que é necessário a utilização desses tipos de exames quando se necessita a classificação diante de uma seleção, porém, nas escolas não se cabe esse tipo de avaliação pois como dito por Luckesi (2003, p. 47 *apud* Chueiri, 2008, p. 54) “a sala de aula é lugar onde, em termos de avaliação, deveria predominar o diagnóstico como recurso de acompanhamento e reorientação da aprendizagem, em vez de predominarem os exames como recursos classificatórios”.

Para mais, a avaliação precisa ser tomada como forma de aprendizagem, através das análises e observações dos desvios cometidos e por conseguinte utilizá-la como instrumento de assistência no desenvolvimento da aprendizagem. Uma vez que, conforme Darsie (1996),

É no processo de construção, reconstrução dos conhecimentos pelos alunos que se instaura o papel da avaliação enquanto instrumento de aprendizagem e como elo integrador da intenção da ação educativa. Assim, a avaliação deixa de ser um instrumento meramente classificatório e converte-se em um instrumento de ajuda [...] (Darsie, 1996, p. 50).

A segunda, medir para avaliar, acontece quando é possível mensurar habilidades e capacidades dos alunos, nela se faz comparações e depois os classificam, podendo ser feita utilizando-se de provas ou algum outro objeto de

avaliação, por vez acaba tornando a avaliação como um processo de medição do conhecimento, podendo ser postos em números quantificáveis, que segundo Chueiri (2008, p. 56), “[...] reduzir a avaliação à medida ou mais especificamente à prova implica aceitar a confiabilidade da prova como instrumento de medida e desconsiderar que a subjetividade do avaliador pode interferir nos resultados da avaliação”.

A terceira: Avaliar para classificar ou para regular, assume um papel de certificação, por exemplo, a pessoa que porta o diploma tem a garantia de que recebeu a formação necessária sem necessidade de comprovar através de novos exames (Chueiri, 2008). Nesse sentido, ela pode ser vista como uma ideia de passaporte que, sem a necessidade de verificar ponto a ponto, possa dar passagem para um emprego ou para uma formação posterior. (Perrenoud, 1999).

Na quarta e última categoria, avaliar para qualificar, Chueiri (2008, p. 59) a define da seguinte forma, “avaliação qualitativa configura-se como um modelo em transição por ter como centralidade a compreensão dos processos dos sujeitos e da aprendizagem, o que produz uma ruptura com a primazia do resultado característico do processo quantitativo”. Nesta categoria, a avaliação precisa ser minuciosamente trabalhada, para que as diferenças e características individuais sejam contempladas, deixa um pouco de lado o resultado e dá maior atenção aos processos. Nesse sentido, cabe uma discussão sobre a importância do trabalho com os erros dos alunos, auxiliando-os a avançar na aprendizagem a partir da ação docente.

3.2 O ERRO COMO PROCESSO DE APRENDIZAGEM

O erro é processo natural que se dá por meio da tentativa de aprendizagem; A palavra erro se origina do latim, *errare*, que significa “incorrecção, equívoco, engano, falha, culpa” (Rios, 2010, p. 211), contudo podemos ter várias interpretações a depender do contexto e da situação em questão. O erro também pode ser tomado como uma dimensão da avaliação da aprendizagem onde o mesmo pode ser analisado e categorizado.

Em geral, o erro pode ser entendido como “[...] um desequilíbrio entre o esperado e o obtido” (Torre, 2007, p. 77), diante disso, compreende-se que o aluno, através da tentativa de aprender, pode acabar cometendo uma falha no processo de aprendizagem, e essa falha, nós a definimos como erro. O erro é um ato

fundamental no processo de formação de uma pessoa, pois é a partir dele que se aprende, conforme Luckesi (1990),

Os erros da aprendizagem, que emergem a partir de um padrão de conduta cognitivo ou prático já estabelecido pela Ciência ou pela Tecnologia, servem positivamente de ponto de partida para o avanço, na medida em que são identificados e compreendidos, e sua compreensão é o passo fundamental para a sua superação. (Luckesi, 1990, p. 138).

Consequentemente, o professor como mediador desse conhecimento será aquele que ajudará o estudante a entender o seu erro e a superá-lo, avançando no processo de aprendizagem. O professor é o meio para que o erro seja compreendido, analisado e, por conseguinte, utilizado como instrumento facilitador da aprendizagem, a fim de alcançar os objetivos traçados.

Vale ressaltar que, quando falamos do erro tornar-se um meio para a aprendizagem, não queremos que esses erros sejam provocados a fim de utilizá-los como recurso para aprendizagem, mas sim, que em caso de aparecimento do erro, podermos manipulá-los a nosso favor no processo de ensino e aprendizagem. Entender também que, ao surgimento do erro, pode-se ter uma nova chance de assimilação do conhecimento e é nesses casos que utilizaremos o erro a favor da aprendizagem.

Observamos que no contexto escolar a principal preocupação é em evitar o aparecimento do erro e se apegar essencialmente no acerto, denominada conforme Torre (2007) a pedagogia do êxito. Segundo Torre (2007, p. 74), a pedagogia do êxito “é o princípio das respostas corretas”, no entanto como já mencionado, o erro é um ato fundamental no processo de formação e portanto é o oposto da pedagogia do êxito, já que a mesma se preocupa apenas com o acerto, logo a pedagogia do erro, por outro lado, “[...] preocupa-se com o processo, não para melhorar um resultado pontual, mas para melhorar as estratégias e as aptidões permanentes que darão segurança ao aluno” (Torre, 2007, p. 78).

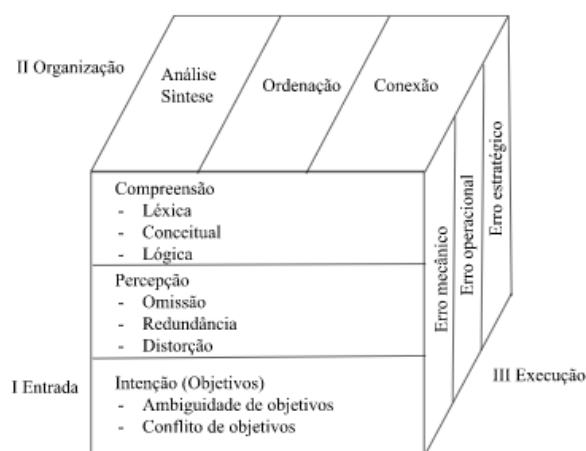
Na pedagogia do erro proposta por Torre (2007), é necessária uma maior dedicação do professor, onde o mesmo, deverá destinar um tempo maior para análise e entender as causas que podem ter motivado os erros, prendendo-se mais aos processos do que apenas aos resultados dos alunos, segundo Vergani (1993 *apud* Costa; Albuquerque, 2015, p. 31), “interessar-se pelo aluno é interessar-se

pelos seus erros. Assim, os erros não podem ser apenas assinalados, mas devem ser objeto de um trabalho específico do professor com o estudante”.

Assim sendo, conhecer o erro, poder identificar e classificá-lo, pode facilitar a forma como o professor lidará com ele, já que, os erros possuem naturezas diferentes, logo, as abordagens devem ser tomadas levando em consideração sua natureza. Com isso, Torre (2007), elabora o Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), nele apresenta as principais categorias do erro, que servem como um instrumento facilitador nas correções e compreensões do tipo de erro tratado em questão. Em outras palavras, algo que esteja mais próximo do professor e das tarefas de aula. Para Torre (2007, p. 107), “[...] se o tratamento do erro for manejado adequadamente, pode ser benéfico para a melhor compreensão dos mecanismos de aprendizagem”.

A figura 1 apresenta o modelo de análise didática dos erros exibido por Torre (2007), na qual mostra as principais categorias do erro.

Figura 1 - Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE)



Fonte: TORRE, 2007, p. 108.

Desta maneira, levaremos em consideração as três dimensões do erro, sendo elas: erros de entrada ou desequilíbrio de informação, erros de organização da informação e erros de execução.

Erro de entrada, acontece quando se faz a leitura do problema podendo haver um desequilíbrio na situação que dispõe e o problema a ser resolvido. Ela se subdivide em três planos: das intenções, da percepção e da compreensão.

- a) Plano das intenções: ocorre quando não existe uma clareza na intenção da questão, ou seja, não se sabe ao certo o que o professor quer na tarefa, normalmente acontece por ambiguidade do problema, por não entender o que se pede exatamente; uma confusão nas metas que se pede nessa tarefa, muitas vezes por se desviar dos objetivos que a questão propõe. Nesse plano, normalmente o principal responsável pelo erro é o professor.
- b) Plano das percepções: é o resultado de uma má interação entre as características da informação e os processos cognitivos do sujeito. Acontece quando o professor cobra do aluno mais do que ele sabe, por achar que os alunos têm os conhecimentos necessários; informações desnecessárias no problema ou informações que se repetem sem necessidade, causando uma certa confusão; informações pouco claras ou dominadas. O principal responsável é a metodologia do professor e a capacidade do aluno.
- c) Plano da compreensão: é resultado da não capacidade de compreender palavras, expressões ou conceitos, podendo levar a falhas lógicas. Ela é responsável pela maior porcentagem dos erros dos estudantes em limitações ou deficiência na compreensão lexical, conceitual ou lógica. O aluno não é sempre o responsável por tal carência, pode ser originada por uma metodologia inadequada. A incompreensão, leva antes ou depois, ao erro.

A nível de exemplificação, na figura 2, conseguimos verificar um exemplo de erro de entrada, na situação proposta observamos que na resolução o aluno pegou as informações dispostas na questão sem compreender o que se pede, apenas selecionou as informações visíveis como o 7, $\frac{3}{5}$ e o 35, além de não compreender a forma de resolver somas de frações, logo existe uma inconsistência entre as informações que se tem e a falta de compreensão do que se pede.

Figura 2 - Erro de entrada

Marcos pensou em um número e a ele adicionou 7 unidades. Após isso multiplicou o resultado por $\frac{3}{4}$ e somou o próprio número. Sabendo que o resultado da expressão foi 35, qual o número que Marcos escolheu?

$$7 + \frac{3}{4} + 35$$

$$\frac{21}{4} + 35$$

$$\frac{56}{4} = 14$$

$$\frac{21}{4} + 35$$

$$\frac{56}{4} = 14$$

$$\frac{56}{4} = 14$$

$$\frac{56}{4} = 14$$

Marcos escolheu o número 14.

Fonte: A Autora (2023)

Partindo para o segundo, **erro de organização das informações**, é proveniente da forma como o estudante organiza as informações retiradas do problema, ocorrem quando o sujeito trata de mudar a informação de que dispõe para dar com a resposta que lhe é pedida. Essa também se subdivide em três: erros de análise e síntese, erros de ordenação e erro de conexão.

- Análise e síntese:** A necessidade de isolar as propriedades de um objeto nem sempre é fácil, muito menos diferenciar o que é relevante, do que pode ser dispensável. Para isso precisa-se partir de alguns critérios, o erro acontece quando o aluno não consegue identificar as características relevantes, nem sabem ao certo que passos seguir para resolver a questão, frequentemente acontecem pela falta de experiência, e a adivinhação que os sujeitos utilizam para suprirem a falta de informações.
- Ordenação:** É quando um indivíduo não consegue conectar suas informações de forma adequada, resultando em desvio do objetivo. Esse tipo de erro ocorre quando o sujeito altera a ordem pertinente ou conveniente.
- Conexão:** Acontece quando os alunos sabem como fazer determinada questão, mas a forma como é apresentada para eles é diferente da que costumavam ver. A dificuldade parte de transferir as estratégias conhecidas para um problema novo, por ter se agarrado a padrões, eles acabam rejeitando as variações que não se ajustam ao conhecido. “O

aluno pode até saber as regras ou as fórmulas, entretanto tem dificuldade de projetá-las sobre uma nova situação” (Torre, 2007, p.121).

A exemplo, na figura 3, ao ler o enunciado o aluno organiza as ideias começando da última informação fornecida para então chegar na primeira, após isso e na segunda leitura ele volta para a questão e associa o “x” ao resultado da expressão, repetindo uma informação já utilizada configurando um erro de organização. Portanto a maneira que o aluno coleta as informações do enunciado e as organiza, no caso da figura 3, o aluno altera as ordens de forma que fique conveniente a resolução, levando a esse tipo de erro.

Figura 3 - Erro de organização das informações

Marcos pensou em um número e a ele adicionou 7 unidades. Após isso multiplicou o resultado por $\frac{3}{4}$ e somou o próprio número. Sabendo que o resultado da expressão foi 35, qual o número que Marcos escolheu?

$$35 = x \cdot \frac{3}{4} + y$$

$$35 - y = x \cdot \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4}x = 35 - y$$

$$x = (35 - y) \cdot \frac{4}{3}$$

$x = \frac{140 - 4y}{3}$

$$35 \rightarrow$$

$$35 = \frac{140 - 4y}{3}$$

$$3 \cdot 35 = 140 - 4y$$

$$105 = 140 - 4y$$

$$4y = 140 - 105$$

$$y = \frac{35}{4}$$

$y = 8,75$

$$\begin{array}{r} 35 \overline{) 140} \\ \underline{-32} \\ 30 \\ \underline{-28} \\ 20 \\ \underline{-20} \\ 0 \end{array}$$

Fonte: A Autora (2023)

O erro de execução provém não da falta de compreensão quanto ao desenvolvimento ou percepção mas de um equívoco. Ele pode acontecer pelo aluno tentar novas estratégias ou procedimentos não familiarizados. Subdivide-se em, erros mecânicos, erros operacionais ou erros estratégicos.

- a) Erro mecânico: Acontece em situações de estresse, com precipitações ou urgência, cansaço ou fadiga, provém de pequenos detalhes, como omissão de letras, alteração ou substituição de um sinal por outro (Torre, 2007). Esse erro, contudo, parece ter menos relevância.

- b) Erro operacional: Se apresenta em forma de omissão devido a esquecimento, esse tipo de erro é mais frequente quando ainda não se domina o procedimento, o nervosismo também é uma causa frequente nesse tipo de situação.
- c) Erro estratégico: Ocorre quando se dá um equívoco na utilização da estratégia de uma estratégia para a resolução do problema, esse é o tipo de erro que acontece quando o aluno se sente muito seguro e arrisca fazer o procedimento de forma direta sem observar todos os passos.

A exemplo do último erro, podemos verificar na figura 4, que o aluno desenvolve e mostra conhecer a forma de resolução, contudo logo no início da resolução ao multiplicar por “-2” a expressão, o aluno esquece de fazer o jogo de sinal e coloca que “-2*2=4”, ao invés de colocar “-4”, levando ao erro no resultado final da questão.

Figura 4 - Erro de execução

Calcule o sistema linear abaixo, encontrando os valores para x e y.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ -5y + x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ +10y - 2x = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ -2x + 10y = 4 \end{cases}$$

$$\underline{13y = 8}$$

$$\boxed{y = \frac{8}{13}}$$

$$\begin{array}{r} \frac{4}{3} \cdot 2 \\ -24 \\ \hline 28 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 4 \\ 2x + 3 \cdot \frac{8}{13} &= 4 \\ 2x + \frac{24}{13} &= 4 \\ 2x &= 4 - \frac{24}{13} \\ 2x &= \frac{52 - 24}{13} \\ 2x &= \frac{28}{13} \end{aligned}$$

$$\boxed{x = \frac{14}{13}}$$

$$y = \frac{8}{13} \text{ e } x = \frac{14}{13}$$

Fonte: A Autora (2023)

Este modelo tratado é uma forma de proporcionar uma visão ampla no tratamento dos erros, facilitando a forma como o professor avalia seus alunos. No MADE, não podemos tratar o erro, nem avaliar os alunos como se fossem iguais, uma falha de ambiguidade de metas, de percepção, de compreensão, de

organização da informação ou de execução, devem ser tratados de formas diferentes pois alguns possuem maior gravidade que outros (Torre, 2007).

Para que o erro seja utilizado como facilitador da aprendizagem, precisamos seguir três fases no tratamento e na correção delas, sendo,

[...] localização, descrição e retificação, [...] a primeira tarefa do professor consiste em identificar o erro específico. Depois virá a explicação ou o esclarecimento por parte do professor e do aluno, do que é que se pretende, para terminar com a re-codificação, transmitindo a máxima informação com o mínimo de palavras (Torre, 2007, p.132).

Assim dizendo, no momento em que o professor localiza o erro e entende as demandas encontradas, compreende as características, por meio de pequenas dicas, apontamentos, comandos, ou até mesmo breve explicação, o professor retifica o aluno afim de ajudar-lo a compreender quais serão os próximos passos para a melhora, naquele ponto específico, em que ocorreu o erro.

3.3 AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM NA MATEMÁTICA

A avaliação da aprendizagem quando tratada no ensino de matemática, acentua-se ainda mais como forma de punição, castigo ou penalidade. É comum ver de um lado, muitos alunos dizendo que a disciplina é difícil, que não conseguem entender, já de outro, os professores mandarem os alunos prestarem atenção e estudar os conteúdos com a justificativa que “vai cair na prova”, e isso torna-se um meio utilizado pelo professor para mostrar que caso os alunos não estudem eles serão punidos com baixas notas.

Segundo a psicóloga Magina (2005, p. 3), “a aquisição do conhecimento se dá, em geral, por meio de situações e problemas com os quais o aluno tem alguma familiaridade, o que implica em dizer que a origem do conhecimento tem características locais”. Logo, cabe ao professor aproximar a realidade dos alunos para a sala de aula, já que assim facilitará a forma como o aluno compreenda a disciplina para então conseguir avaliá-lo.

É recorrente ver professores de matemática ou professores das ciências exatas rejeitando respostas de alunos por não seguirem o padrão de resposta visto em sala de aula, mesmo que esteja correta a resposta. Por consequência, o

professor desconsidera o esforço e criatividade do aluno, fazendo com que o aluno acredite que a sua forma de resolução não está correta ou não é válida.

Ainda assim, existe a necessidade do professor procurar “entender quais foram os meios utilizados pelo seu aluno para realizar a tarefa solicitada, já que o aluno pode utilizar diferentes caminhos para produzir uma resposta correta [...]” (Magina, 2005, p.5). Diante disso, a avaliação deve ir além da verificação da mera repetição do que foi vista em sala de aula, deve portanto, contemplar a forma de aprendizado do aluno, já que em muitos casos não existe apenas uma forma de chegar na resposta correta.

O modo como um professor avalia o aluno pode ser uma ferramenta que é capaz de, tanto motivar como desmotivar. Segundo Ortigão (2007),

De modo geral [...] a avaliação pode motivar ou desmotivar os estudantes, podem constituir importantes alavancas para superar obstáculos ou ser, ela mesma, mais um obstáculo a ser superado, pode ajudar os alunos a estudar e a compreender bem suas limitações e potencialidades ou, muito simplesmente, desmotivá-las (Ortigão, 2007, p. 77).

Dessa forma, a avaliação matemática, precisa ser um processo que leve em consideração os alunos e suas individualidades, que o professor consiga ouvir e considerar as opiniões dos alunos para a melhor escolha de instrumentos e práticas avaliativas, em busca de uma aprendizagem matemática significativa (Mondoni; Lopes, 2009).

3.4 O PROCESSO DE DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

A matemática é uma ciência, que é utilizada para entender o funcionamento de algumas coisas como: estruturas, formas, organizações, dentre outros. Para isso é necessário a utilização de técnicas e conhecimentos, pelos quais passamos a compreender alguns conceitos, necessitando muitas vezes, de uma maior abstração em sua lógica, levando a necessidade de uma compreensão mais aprofundada.

A álgebra, é compreendida como um ramo muito importante da matemática, no qual pode ser entendida, em parte como, a generalização da aritmética, onde damos abstrações aos números, que são representados por símbolos. Segundo Araújo (2008, p.13) a álgebra tem várias concepções sendo elas: “como ferramenta

para resolução de problemas, como instrumento para estudo de regularidades de fenômenos naturais e sociais, como recreação, como generalização da aritmética.”, portanto a generalização é apenas uma das facetas da álgebra, outrossim, segundo a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018), a álgebra tem como finalidade,

[...] o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos (Brasil, 2018, p. 270).

É a partir daí, que alguns estudantes resultam em uma confusão e a incompreensão, por vezes da disciplina, devido ao início dessa abstração e da utilização de símbolos para generalizar a matemática, que é presente na álgebra, portanto é essencial a necessidade do desenvolvimento do pensamento algébrico, pois sem isso essas dificuldades avançam ainda mais devido às complexidades dos assuntos ao decorrer dos anos.

A matemática por si só, já traz consigo um conjunto de rigor, devido a sua linguagem, símbolos próprios, e seus formalismos. Segundo, Gil (2008);

Além de a linguagem matemática ser extremamente rica e formal, penso que muitas vezes acentuamos as dificuldades com o seu simbolismo quando não nos preocupamos em trabalhar a compreensão dos símbolos, de clarear os seus significados. Acabamos abusando do seu uso e consequentemente dificultamos o processo de aprendizagem (Gil, 2008, p. 30).

Com isso, é imprescindível uma percepção dos professores no processo de ensino e aprendizagem, devido a essas características que a matemática apresenta, além do mais, a presença da matemática é notável na maioria das nossas ações, e é através dela que podemos resolver uma série de situações do nosso cotidiano.

Quando começa o estudo da álgebra, em que o aluno embarca nesse mundo de codificação da matemática, da iniciação da utilização dos símbolos, sendo normalmente as letras, que são utilizadas para a generalização, Gil (2008), traz que

No estudo de Álgebra, o aluno utiliza muito esta codificação já que este envolve uma interpretação exigindo a tradução da linguagem escrita para a linguagem matemática, e muitas vezes as dificuldades apresentadas pelos alunos na tradução de situação da linguagem corrente para a linguagem formal residem na interpretação. Não

sendo capaz de interpretar, o aluno não conseguirá representar formalmente a situação (Gil, 2008, p.34).

Com frequência, vemos os alunos decorarem as formas de resolução, fórmulas, propriedades, dentre outras estratégias e não buscam compreender de fato, os significados, e a linguagem efetivamente presente, apenas para não se dar mal na avaliação, nesse caso os resultados apresentados pelos alunos seria uma maquiagem da realidade, não demonstrando conhecimento, mas apenas, uma mera repetição do que foi visto em sala, partindo desse pressuposto enfatizamos a carecimento do pensamento algébrico. Para Estevão e Gonçalves (2021), o pensamento algébrico só ocorre de fato quando:

[...] os estudantes estabelecem relações e comparações entre expressões algébricas e padrões geométricos, e desenvolvem processos de generalizações, escrevendo suas observações em linguagem algébrica. Assim, este tipo de atividade ajuda a combater as dificuldades em generalizar e em pensar, dado que instigam os estudantes a encontrar relações entre os termos, observando as mudanças (Estevão; Gonçalves, 2021, p.12).

Logo, o aperfeiçoamento do pensamento algébrico que seria desenvolvido de forma intrínseca nos estudos de álgebra, acarretaria na própria compreensão da linguagem matemática presente em nosso cotidiano, e nas questões matemáticas desenvolvidas na escola.

Dessa forma, com a carência desse mecanismo é comum ver os estudantes, não conseguirem entender, ou saber o que escrever, quando pedimos que escrevam em linguagem matemática o que significa “o *quadrado de um número*”, ou “*três vezes um número subtraído do quadrado de outro número*” ou ainda “*Ana recebeu três vezes mais doce que João*”, é habitual observar os alunos dar valor a esses números desconhecidos, ou apenas não entender o que a frase diz, não conseguindo portanto, identificar que letras podem representar números, pois para eles, até então, esses valores ainda não tinham sido generalizados, e/ou tinham visto com menos frequência. Faz-se perceber uma dificuldade na lógica aplicada a situações de matemática simples, que facilmente poderiam ser encontradas em nossas vidas.

É habitual também, os alunos esperarem que ao resolver um exercício encontrem no final um valor numérico como resposta, o que pode não acontece na álgebra, que acaba se tornando difícil e gerando essa negação dos alunos em

relação aos resultados, gerando assim uma rejeição e uma dificuldade na aprendizagem da disciplina, segundo Veloso e Ferreira (2010),

[...] muitas vezes os alunos não aceitam uma expressão algébrica simplificada como resposta final de um exercício. Para eles, apenas o estabelecimento de uma expressão e manipulação da afirmação geral não são suficientes e eles comumente acreditam que devem apresentar uma resposta numérica (Veloso; Ferreira, 2010, p. 3).

Ainda de acordo com Veloso e Ferreira (2010), outro equívoco comum é quanto o símbolo de igualdade é mal interpretado pelos alunos, é perceptível quando, os alunos pensam que existirá uma resposta final e não associam a igualdade a função de equivalência existente na álgebra entre uma expressão e outra. O sinal de soma, além da forma habitual que conhecemos, que é o de somar, também pode tomar a função de ação, e isso ocorre também nas demais operações matemáticas.

Para mais, existe essa necessidade de atenção, a compreensão da linguagem algébrica matemática, e a seus significados, especialmente quando se trabalha com o pensamento algébrico.

4 METODOLOGIA

Na metodologia, buscamos delinear as características que englobam a nossa pesquisa, que vai desde a escolha do tema até a análise dos resultados. Portanto, pretende-se detalhar as escolhas realizadas dando as devidas justificativas quanto a cada uma delas, mostrando portanto, a natureza da pesquisa, o método de pesquisa, os instrumentos de coleta de dados (também denominado produção de dados) e os participantes da pesquisa.

4.1 NATUREZA DA PESQUISA

Para a escolha da metodologia adequada, buscamos avaliar as características presentes em nossa pesquisa, desse modo, conforme já discutidos por vários autores como Michel (2009), Proetti (2018), Silveira e Córdova (2009), existem dois tipos principais de pesquisa: a qualitativa e a quantitativa, sendo a junção desses métodos a pesquisa denominado qualiquanti.

Dessa forma, o método que melhor se enquadra em nossa pesquisa, é o método que apresenta caráter qualitativo, que segundo Rocha, Marcelino e Corte (2015, p. 11) “na pesquisa qualitativa, observa-se o predomínio dos dados textuais/categóricos, importantes para a identificação de variáveis, em especial quando se defronta com um contexto pouco conhecido”. Esse tipo de modelo permite que o pesquisador se incorpore no campo da pesquisa, sendo esse o mais comum dos métodos utilizados quando se pesquisa na educação matemática.

Dar-se-a justificativa de que a nossa pesquisa buscou entender as opiniões que circundam os professores quanto a forma de avaliação quanto aos possíveis erros cometidos por estudantes da educação básica de ensino, envolvendo problemas de equação linear, e entender os motivos para a forma com que o estudante foi avaliado, havendo portanto, a necessidade do pesquisador interpretar e compreender os dados obtidos, para assim tratar dos resultados.

4.2 MÉTODO DA PESQUISA

Como método de pesquisa visamos a necessidade de entender as opiniões que cercam os professores ao papel de avaliar os alunos, quanto aos erros, dessa

forma, fez questionar a melhor forma de coletar os dados, sem que os participantes da pesquisa fossem identificados, nem precisasse passar pelo comitê de ética pois não seria de fato algo possível, tendo em vista o tempo para a realização da nossa pesquisa.

Portanto de acordo com a resolução nº 510 de 7 de abril de 2016, que dispõe sobre as normas aplicadas em ciências humanas e normas sociais, essa é uma pesquisa que se enquadra no inciso primeiro do parágrafo único do artigo primeiro, ou seja, é uma pesquisa de opinião pública com participantes não identificados, e dessa forma essa pesquisa não precisa ser encaminhada, nem registrada, sequer avaliada pelo comitê de ética da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).

A pesquisa de opinião pública, dá-nos uma compreensão em relação a uma amostra de pessoas, que em nosso caso são os professores, de que maneira eles tratam o erro e suas opiniões em relação a como avaliam a partir de uma situação proposta. Segundo Weber e Pérsigo (2017, p. 7), “entende-se a opinião pública como a opinião da maioria, de grupos sociais, a soma de opiniões individuais ou, até mesmo, como a soma de percepções similares sobre algo contabilizadas por meio de uma pesquisa”, logo nos permite observar e entender o porquê “o indivíduo faz o que faz”, “age como age”, “pensa como pensa” e “sente como sente” (Aaker *et al.*, 2001 *apud* Weber; Pérsigo, 2017, p.17).

4.3 PARTICIPANTES DA PESQUISA

Ao pensar em trabalhar os erros, em especial na educação de matemática, pensa-se também no público a que é direcionado, portanto analisamos qual público mais se encaixaria no perfil da amostra em que nós procuramos, logo, descrevemos alguns critérios para selecionar a amostra.

Como tratamos de educação escolar, o primeiro critério foi de participantes formados em licenciatura em matemática, e que, já haviam atuado, estão atuando na área da educação básica ou tenham participado do Programa de Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID)¹ ou ao Programa de Residência Pedagógica

¹ Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), é um programa do Ministério da Educação (MEC), e tem por finalidade “proporcionar a inserção no cotidiano das escolas públicas de educação básica para os discentes da primeira metade dos cursos de licenciatura, contribuindo para o aperfeiçoamento da formação de docentes em nível superior” (Brasil, 2023, p.1).

(PRP)², pois buscamos saber as opiniões que circundam os professores independente do seu tempo de experiência, sendo esses, os que tiveram contato em ao menos uma vez com a realidade das escolas e dos alunos em sala de aula, no contexto da educação básica.

Procuramos, portanto, demonstrar o entendimento que os professores possuem quando é tratado de avaliação ao que concerne corrigir uma produção escrita e que contenham erros em sua resolução, dadas as suas justificativas e encaminhamentos para uma possível solução das dificuldades identificadas.

4.4 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

O instrumento de coleta de dados da pesquisa foi o questionário, composto de protocolos de resolução de problemas. Segundo Sena (2019, p. 40) o questionário “é uma técnica bastante comum de ser aplicada, quando o objetivo circunda opiniões, percepção, concepção e posicionamento”, isto posto, pretende-se analisar as opiniões que circundam os professores de matemática, sendo possível ser coletado através do mesmo.

Quanto ao questionário, ele foi constituído de, protocolos de resolução de problemas de álgebra, sendo contemplado conteúdo da educação básica, correspondendo a equação linear, onde cada uma das questões foram respondidas de três formas diferentes exibindo erros em sua resolução, para que sejam corrigidas no formato habitual conhecido pelos professores. As questões continham erros de acordo com a classificação de Torre (2007), sendo elas, erro de entrada, erro de organização da informação e erro de execução.

Os professores, pontuaram as questões atribuindo um valor de 0 a 10, dando a justificativa da nota concedida e em seguida opinaram, quais estratégias possíveis para sanar aquela dificuldade mostrada pelo aluno. Desse modo pode-se analisar de que maneira foram realizadas as avaliações e quais foram os critérios utilizados pelos professores em suas respectivas correções.

Fizemos portanto, a verificação e análise das diferentes respostas dadas pelos professores, e observamos se eles costumam corrigir de formas parecidas a

² O Programa de Residência Pedagógica (PRP), é um programa do Ministério da Educação (MEC) em conjunto a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), que dá oportunidade aos estudantes de licenciatura a inserção em escolas de Educação Básica, contribuindo na formação inicial dos licenciandos.

resoluções de questões diferentes que tinham o mesmo tipo de erro, ou se ainda que sendo de tipos diferentes de erro a avaliação não levava em conta essas características, avaliando de um só jeito. Segundo Torre (2007),

O modo de avaliar faz parte do estilo docente. Cada professor apresenta uma maneira de avaliar mais ou menos orientado para o aluno. Enquanto alguns professores gostam de incorporar pontuações parecidas, localizações, correções e até comentários, outros somente dão a quantificação final. (Torre, 2007, p. 186)

Isto posto, observamos essas subjetividades de cada professor através de suas respostas, para podermos levar em consideração em nossa análise.

Para a atividade com correção e o questionário que nos leva a essa justificativa das notas, o objetivo se deu através de entender quais caminhos que os professores tomam em uma correção em uma sala de aula, sendo algo tão comum que acontece frequentemente. Cabe salientar que, esse processo de avaliação e correção nos retrata apenas um recorte daquele exato momento de aprendizagem realizada pelo aluno, logo que, não seria possível “avaliar o processo de aprendizagem, baseando-se exclusivamente em instrumentos formais, tais como testes e tarefas escritas” (Hoffmam, 2018, p.32).

Pensando nisso, para a formulação do questionário, dividimos em quatro seções onde, na primeira seção apresentamos o termo de consentimento livre e esclarecido, solicitando a confirmação e concordância em participar da pesquisa de forma voluntária.

Na segunda seção, a fim de conhecer mais o professor entrevistado na pesquisa, perguntava sobre sua formação acadêmica, tempo de experiência e o que eles entendiam por avaliar, com a finalidade de obter informações sobre as concepções de avaliação dos participantes.

Na terceira e quarta seção, colocamos os protocolos de resoluções de questões e em seguida fizemos algumas indagações quanto a resolução da questão posta.

1. Perguntas

- a. De 0 a 10 qual nota você daria para resolução dessa questão?
- b. Como você acha que o aluno resolveu essa questão?
- c. Justifique a nota dada no item “a”, mencionando os critérios utilizados no momento da avaliação.

- d. Quais estratégias você utilizaria enquanto professor, para sanar essas dificuldades apresentadas pelo aluno?

Com esses questionamentos, observamos as principais características que os professores costumam levar em consideração nas resoluções dos problemas realizados por alunos, e entender quais estratégias e critérios são utilizados pelos professores e o tratamento que eles dão ao erro no processo de avaliação, momento este, que eles frequentemente realizam.

Foram apresentadas, no questionário, 2 (duas) questões, sendo solucionadas de 3 (três) maneiras distintas cada, de forma que, uma contendo o erro de entrada, outra contendo erro de execução e mais uma contendo o erro de organização das informações, ou seja, 6 (seis) soluções apresentando os erros nos três eixos utilizados por Torre (2007). O questionário foi feito através da plataforma Google Formulário e o link para responder as perguntas foi enviado no privado do Whatsapp de cada entrevistado separadamente, que tiveram duas semanas para responder. As questões e suas resoluções encontram-se no apêndice A.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

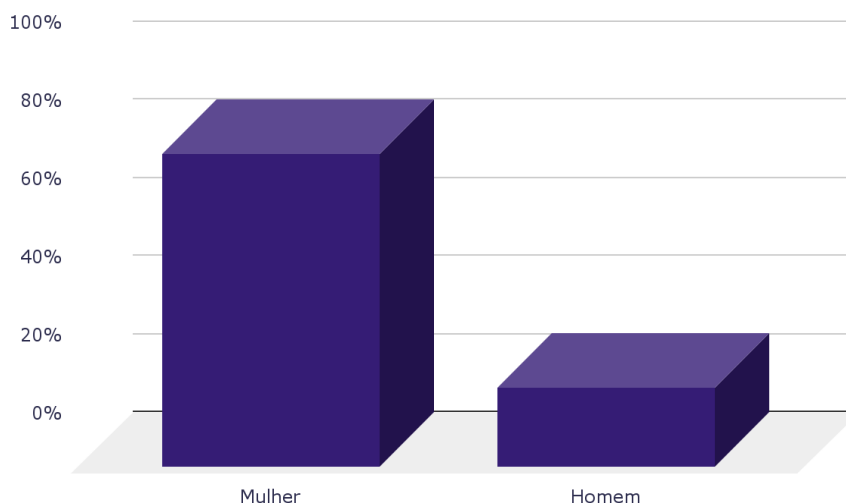
Pretendendo alcançar nosso objetivo geral que é analisar o tratamento dado ao erro realizado pelos docentes de matemática, em questões algébricas e tendo como objetivos específicos o de identificar as relações dos professores de matemática com a avaliação, bem como, observar as avaliações desses professores em caso de respostas com o erro e ainda verificar quais os possíveis encaminhamentos dados a ele. Para isso, iniciamos a análise através da identificação dos nossos participantes e em seguida buscou-se observar as estratégias que esses professores utilizam através de duas categorias de análise.

A primeira categoria, “perspectivas e concepções da avaliação sob o olhar dos professores de matemática da educação básica”, surge da necessidade de compreendermos a perspectiva que os professores de matemática possuem sobre a avaliação, buscando identificar sua relação com a mesma. Na segunda categoria, “concepções e estratégias de professores de matemática na correção de questões com erro”, analisando as estratégias adotadas pelos professores de matemática quanto ao erro, bem como, os possíveis encaminhamentos que eles utilizam.

Para tanto, a necessidade de apresentar o perfil dos nossos participantes se fez imprescindível, uma vez que, é por meio deles que buscamos aqui entender o tratamento dado ao erro.

5.1 PERFIL DOS PARTICIPANTES DA PESQUISA

Como dito, para iniciarmos nossa análise, iremos antes de tudo, identificar e entender quais são os nossos participantes. Foram colhidas no total 5 (cinco) respostas, desses participantes, encontramos tanto respostas de homens quanto de mulheres, como é possível verificar no gráfico 1 abaixo:

Gráfico 1 - Distribuição de professores por sexo

Fonte: A Autora (2023)

Podemos constatar que 80% (4 participantes) são do sexo feminino e apenas 20% (1 participante) do sexo masculino. Por questões de ética garantindo o anonimato dos docentes, identificando-os por: Professor 1 (P1), Professor 2 (P2), Professor 3 (P3), Professor 4 (P4) e Professor 5 (P5), sendo os 5 (cinco), formados em Licenciatura em Matemática, e além disso, o P4 possui uma pós-graduação lato sensu.

Para mais, quando questionados sobre suas experiências profissionais e participações em atividades acadêmicas que estão diretamente relacionadas à prática docente, os entrevistados responderam da seguinte forma:

Quadro 1 - Experiências na prática docente

Professor	Experiência Profissional		Participação em Atividades Acadêmicas	
	Ensino Fundamental	Ensino Médio	Iniciação à Docência (ID)	Residência Pedagógica (RP)
P1	X		X	
P2				X
P3	X			
P4	X		X	
P5	X	X		

Fonte: A Autora (2023)

É possível notar que P1, P3, P4 e P5 possuem experiência em sala de aula, ainda, P1 e P4 na sua graduação também participaram do RP, em especial, P2 não possuía experiência profissional como professor, no entanto participou do programa de Residência Pedagógica, enquadrando-se nos nossos critérios.

Quando solicitados a responderem sobre o tempo de experiência que possuíam na educação básica, os professores responderam da seguinte forma:

Quadro 2 - Tempo que leciona

Professor	Tempo de Experiência Profissional				
	Não possuo	Menos de 1 ano	De 1 à 3 anos	De 4 à 6 anos	De 7 à 9 anos
P1			X		
P2	X				
P3		X			
P4					X
P5			X		

Fonte: A Autora (2023)

Ao analisar as respostas dadas pelos participantes, percebemos que está bem distribuído o tempo de atuação dos docentes, pois vai de ter vivenciado apenas na graduação, ou seja não ter atuado de fato como professor, após a formação, até uma atuação que está de 7 à 9 anos, dessa forma, podemos ver que, nosso resultado é demarcado por várias etapas da trajetória profissional, jornada/trajetória essa que é marcada por conhecimentos que gradativamente se consolidam, transformando-se e moldando a própria prática profissional com o passar do tempo.

5.2 PERSPECTIVA E CONCEPÇÕES DA AVALIAÇÃO SOB O OLHAR DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Buscando entender as concepções dos professores sobre a avaliação, realizamos questionamentos em relação a perspectiva que cada um possuía enquanto professor da educação básica sobre a avaliação. Coletadas os dados, quanto ao conceito de avaliação, os respondentes trazem:

Quadro 3 - Perspectiva de avaliação dos docentes

Professor	Feedback
P1	Compreender o que o estudante conseguiu assimilar e o que ele precisa melhorar, além de conseguir observar também os pontos em que a metodologia e abordagens dos conteúdos trabalhados possam melhorar.
P2	Avaliar é observar o processo de aprendizagem de um aluno e classificar o seu nível de aprendizagem.
P3	A avaliar é conseguir identificar e diagnosticar experiências, com o objetivo de conjecturar resultados.
P4	Analisar uma determinada experiência por meio de informações e dados, tendo como finalidade obter pontos de melhoria.
P5	Acompanhar o progresso de cada indivíduo.

Fonte: A Autora (2023)

Compreender o papel da avaliação é um processo individual que cada professor possui em suas singularidades, com isso traremos algumas discussões quanto às definições que os professores respondentes trouxeram.

A compreensão P1 sobre o que seria avaliar, deixa evidente que a avaliação é um processo onde podemos não só avaliar o estudante, mas também, usar esse espaço para diagnosticar e entender, os pontos de melhoria que a nossa metodologia possa necessitar, ou seja, melhorar a prática docente. Silva (2019) nomeia esse tipo de avaliação como, avaliação formativa, que serve para sabermos os efeitos de nossas práticas educativas, podendo ou não serem replanejadas, com o intuito de ser mais condizentes com a necessidade dos estudantes.

As características apresentadas pelo professor P3 é de que a avaliação é um processo onde é possível identificar e diagnosticar com o propósito de trazer um resultado final, ou seja, surge de duas vertentes, primeiro ele trás a avaliação como diagnóstico de experiências e em outro momento objetiva a avaliação como um momento que conjecturar resultados. Esses conceitos remetem a ideia de avaliação somativa onde o professor vê se foi possível ou não alcançar os objetivos previstos no início do período letivo (Silva, 2019), normalmente realizados através de provas, testes, exames, seminários, trabalhos ou outros meios de se avaliar, mas também, traz a ideia de medir para avaliar que é uma das classificações feitas por Chueiri (2008), onde toma a avaliação como um processo de medição do conhecimento, podendo ser postos em números quantificáveis.

Para a última classificação P4 também remete a essas características de medir para avaliar em sua fala, pois, P4 assimila a avaliação como um processo que podem ser postos por meio de informações e dados. O professor P2, compreende a avaliação como uma prática onde, é possível, observar o processo de aprendizagem dos alunos e classificá-los de acordo com seu nível de aprendizagem e P5 entende que avaliar serve para apenas acompanhar o progresso de cada indivíduo.

Como já discutido, avaliar vai muito além de acompanhar o progresso, ela remete a um processo que trata da construção e reconstrução do conhecimento e, enquanto prática, como um processo de compreender as dificuldades, os aprendizados demonstrados pelos nossos alunos, cabe também, um momento de pensar e repensar nossos métodos a fim de alcançar as necessidades individuais e ao mesmo tempo plurais de nossos alunos. Essas concepções são apontadas por diversos autores como, Darsie (1996), Chueiri (2008) e Silva (2019).

Apesar de os professores apresentarem características em suas falas sobre algumas definições de avaliação, de forma geral eles trazem traços de avaliar para qualificar denominado por Chueiri (2008), ou seja, assume a avaliação de forma qualitativa, onde os caminhos que os alunos adotam são levados em conta na avaliação, deixando um pouco de lado o resultado e dá maior atenção aos processos.

5.3 CONCEPÇÕES E ESTRATÉGIAS DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA NA CORREÇÃO DE QUESTÕES COM ERRO

Agora, iniciaremos a análise do instante em que os professores avaliaram e justificaram as notas dadas aos protocolos de resolução de problemas, podendo verificar as estratégias que eles utilizam, e também, os possíveis encaminhamentos e procedimentos adotados para sanar as dificuldades apresentadas pelos alunos.

Para as questões e suas resoluções, foi solicitado inicialmente que os professores pontuassem as resoluções de 0 a 10 e em seguida explicassem sobre como eles acreditam que o aluno resolveu a questão, e por fim justificassem a pontuação concedida. Com isso, para um melhor entendimento, produzimos gráficos, onde apresentamos as pontuações concedidas pelos professores e em

seguida traremos os feedbacks³ que achamos relevantes destacar, quanto a justificativa e a explicação das resoluções postas.

Podemos observar na figura 5 a seguir, onde apresenta a primeira questão proposta no questionário, e na figura 6 o primeiro erro apresentado aos docentes para a questão 1.

Figura 5 - Primeira questão proposta no questionário

Questão 1) Marcos pensou em um número e a ele adicionou 7 unidades. Após isso multiplicou o resultado por $\frac{3}{4}$ e somou o próprio número. Sabendo que o resultado da expressão foi 35, qual o número que Marcos escolheu?

Fonte: A Autora (2023)

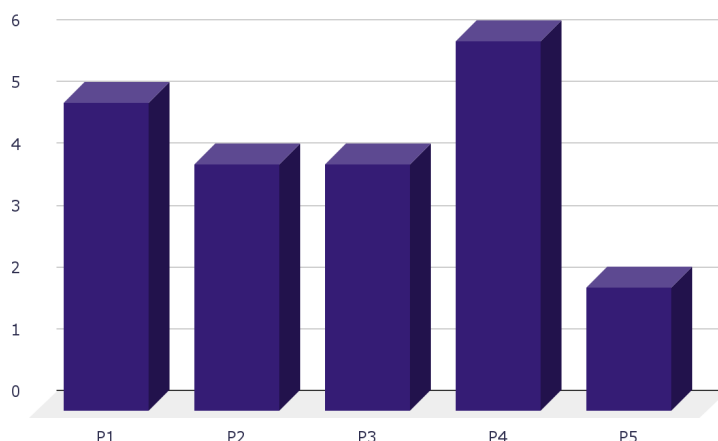
Figura 6 - Primeira resolução da questão 1

$$\begin{aligned}
 35 &= X \cdot \frac{3}{4} + Y \\
 35 - Y &= X \cdot \frac{3}{4} \\
 \frac{3}{4} X &= 35 - Y \\
 X &= (35 - Y) \cdot \frac{4}{3} \\
 35 \rightarrow X &= \frac{140 - 4Y}{3} \\
 35 &= \frac{140 - 4Y}{3} \\
 3 \cdot 35 &= 140 - 4Y \\
 105 &= 140 - 4Y \\
 4Y &= 140 - 105 \\
 Y &= \frac{35}{4} \\
 Y &= 8,75
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 35 \overline{) 140} \\
 \underline{-32} \\
 30 \\
 \underline{-28} \\
 20 \\
 \underline{-20} \\
 0
 \end{array}$$

Fonte: A Autora (2023)

³ Feedbacks é um termo utilizado para apontar a concepção que uma pessoa tem quanto ao que foi questionado, ou uma opinião sobre algo.

Gráfico 2 - Pontuação concedida para a primeira resolução da questão 1

Fonte: A Autora (2023)

Podemos verificar que a pontuação atribuída pelos professores se apresentou de forma variada, distanciando apenas a pontuação verificada pelo docente P5. No quadro 4 observamos as interpretações apresentadas pelos professores quanto a como o aluno respondeu a questão.

Quadro 4 - Feedback apresentados pelos professores para a primeira resolução da questão 1

Professor	Feedback
P1	O estudante teve dificuldade no tratamento da informação, na hora de converter a língua portuguesa para a linguagem matemática. Embora não tenha tido dificuldade em realizar os cálculos matemáticos, ele não conseguiu compreender bem o que a questão estava expressando.
P2	O aluno compreendeu em parte como resolver a questão, apenas não se atentou a alguns detalhes na hora de montar a equação, por isso não chegou ao resultado esperado mas demonstrou algum conhecimento no assunto.
P3	Analisando a resolução percebe-se, notoriamente, que o estudante tem dificuldade em interpretar o que se pede e por consequência acaba errando a resolução.
P4	Na questão em destaque, o aluno não conseguiu traduzir corretamente a situação para linguagem matemática, no entanto tentou resolver toda a equação formulada por ele. Soube utilizar a técnica de transposição de termos ou coeficientes, realizou algumas operações de maneira satisfatória, e em outro momento fez relações equivocadas.
P5	O aluno não realizou a leitura algébrica corretamente. Ele adotou duas incógnitas diferentes, mas esqueceu de somar 7 ao Y ($X = y + 7$).

Fonte: A Autora (2023)

Quanto à interpretação, P5 compreende que o aluno adota o “X” como o número que Marcos pensa mais o “7”, porém o aluno em uma má organização adota duas incógnitas para a sua solução. Sua justificativa pela pontuação deu-se da seguinte forma, *“mesmo havendo uma interpretação errônea ainda aceitaria uma fração do cálculo. Pois seu cálculo ficou bem estruturado e tudo conforme as regras matemáticas”*. P5 admite uma boa estruturação da questão, e a realização dos cálculos de forma correta, contudo concedeu uma pontuação que equivale a apenas 20% da pontuação total. A pontuação dada ao aluno por P5 nos fez perceber que, mesmo ele pontuando com uma nota, não toma de fato o processo como uma característica relevante, já que uma pontuação equivalente a 2 é de fato tão simbólico, até porque o aluno demonstra ter conhecimento em álgebra, apenas a organização das informações e a interpretação foi o ponto crucial pelo erro do aluno.

Em contrapartida, P4⁴ entende que o aluno consegue utilizar os mecanismos matemáticos adequados para a questão que ele formulou, mesmo fazendo associações equivocadas, logo, considera como a questão foi solucionada, ou seja, valida o processo que o aluno utiliza para solucionar o problema apesar das dificuldades apresentadas, concedendo uma pontuação de 60% do total.

Entende-se, que diferentemente de P5, P4 analisa a resposta do aluno em relação aos conhecimentos que ele demonstra ter, quando em vez de o penalizar pela resposta não ter ido de acordo com o enunciado, ele evidencia o conhecimento presente nos cálculos, pois avalia o conhecimento algébrico demonstrado pelo aluno, que é em parte o que se quer avaliar com a questão posta.

Assim como P4, P1 também compreende que o aluno não consegue traduzir o enunciado para a linguagem matemática, mas que, apresentou uma familiaridade com os cálculos, a justificativa para pontuação foi a seguinte *“dei metade da nota já que o estudante errou na compreensão, mas fez o processo algébrico ‘corretamente’.*”, considerando desse modo, o processo que o aluno utiliza, pois ele mostra um certo conhecimento no conteúdo trabalhado, mesmo respondendo a questão com alguns equívocos.

O participante P2, compreende que o aluno erra por uma falta de atenção, mas que, demonstra conhecer o procedimento matemático, já P3 entende que o erro se dá na interpretação. P2 e P3 justificam a nota da seguinte forma,

⁴ O participante P4 não adicionou nenhuma resposta quando questionado sobre sua justificativa para a pontuação concedida, portanto, suas respostas quanto a isso não aparecerão.

respectivamente: *“O aluno apresentou conhecimento em partes da resolução da equação, fazendo cálculos com fração e incógnita [...]”* e *“a pontuação é decorrente da notória noção de matemática que o estudante possui. Mesmo a resolução estando errada [...]”*, logo a pontuação é dada pelo conhecimento que o aluno demonstra ter no conteúdo.

Examinando a resposta da figura 6: compreendemos que, o aluno inicia elencando as informações presentes no final do enunciado para então chegar no começo, colocando o “x” na expressão, que representaria o número pensado por Marcos e a soma do “7”, faz a multiplicação como o enunciado manda, e adiciona uma variável para o número pensado, sendo “y”, resolve a expressão isolando “x”, e entende que como no enunciado o “resultado” é 35, ele substitui o “x” pelo valor proposto, e então finaliza o cálculo.

Percebe-se que o aluno demonstra conhecimento no assunto e até consegue transpassar para a linguagem matemática, porém, quando ele começa a organizar as informações do final do enunciado para só depois ir para a do início ele começa a se confundir no processo de construção da expressão, adotando valores de forma conveniente para solucionar a expressão. Logo segundo Torre (2007), esse erro é do tipo organização, pois provém da forma em que o aluno organiza as informações.

Convém salientar, quais os possíveis encaminhamentos propostos pelos professores visto o erro apresentado pelo aluno. P1 e P2, disseram que resolveria mais questões do mesmo tipo em sala, P2 enfatiza o olhar para o enunciado, já P1 passaria exercícios para que ele praticasse mais. P5 trás que, usaria jogos para apresentar a álgebra por meio de figuras e números, praticando a montagem de equações. P3 e P4 procurariam junto ao aluno entender quais foram as ideias utilizadas para responder a questão, P3 trabalharia interpretação e P4 tentaria reverter a ideia usada pelo aluno, utilizando-se de outros recursos para auxiliar no ensino como, o sistema de equações de forma ilustrativa e histórias em quadrinhos.

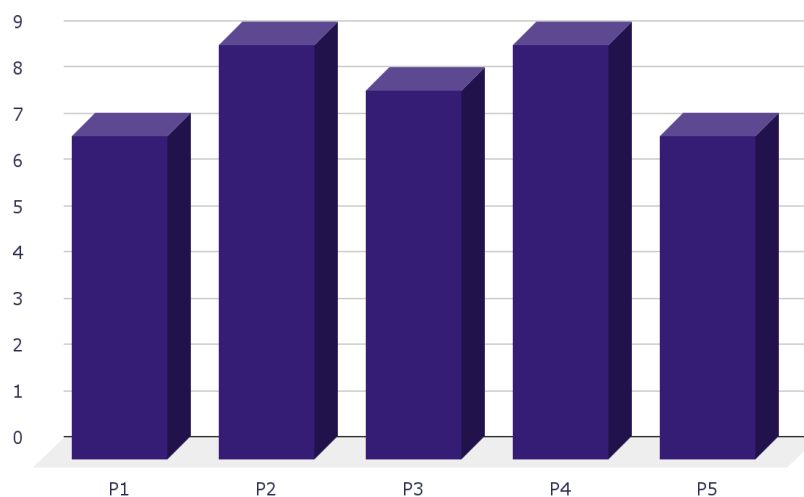
Figura 7 - Segunda resolução da questão 1

$$\begin{aligned}
 (X+7) \cdot \frac{3}{4} + X &= 35 \\
 \frac{3X+21}{4} + X &= 35 \\
 \frac{3X+4X+21}{4} &= 35 \\
 \frac{7X+21}{4} &= 35 \\
 7X+21 &= 35 \cdot 4 \\
 7X &= 130 - 21 \\
 X &= \frac{109}{7} \\
 X &\approx 15,57
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 35 \\
 \times 4 \\
 \hline
 130
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 130 \\
 -21 \\
 \hline
 109
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 109 \overline{) 7} \\
 39 \\
 \hline
 40 \\
 5
 \end{array}$$

Fonte: A Autora (2023)**Gráfico 3 - Pontuação concedida para a segunda resolução da questão 1****Fonte:** A Autora (2023)

Podemos verificar que os professores pontuam o aluno de forma parecida variando apenas dois pontos da menor nota para a maior. No quadro 5 observamos as interpretações apresentadas pelos professores quanto a como o aluno respondeu a questão.

Quadro 5 - Feedback apresentados pelos professores para a segunda resolução da questão 1

Professor	Feedback
P1	Teve a compreensão do que foi pedido na questão corretamente, porém ocorreu um pequeno erro durante a resolução que ocasionou a resposta errada.
P2	O estudante foi bem fiel aos comandos da questão, entende-se que seguindo comando por comando ele conseguiu estruturar aquilo que se pedia. Apesar de existir erro matemático, nota-se sua boa compreensão e um certo "domínio" matemático.
P3	Montou a equação da forma correta, tendo atenção ao enunciado e cálculo corretamente até quase o final, errando somente um cálculo simples de multiplicação. Provavelmente um erro por falta de atenção.
P4	O aluno nesta questão conseguiu interpretar corretamente a situação dada e fez a tradução para linguagem algébrica. Ainda mostrou domínio no uso da propriedade distributiva, operacionou com frações e utilizou a técnica de transposição de termos precisamente. Porém, talvez por uma falta de atenção ou concentração multiplicou de maneira incorreta em dado momento que o levou ao erro na questão.
P5	Ele fez uma ótima interpretação da leitura algébrica, porém acabou errando uma multiplicação.

Fonte: A Autora (2023)

Os professores destacaram que o aluno apresentou um bom desenvolvimento dos comandos das questões, sendo fiel ao que estava sendo pedido, que a resolução verificou-se de forma positiva, até que ocorreu um pequeno erro matemático, P3, P4 e P5 reiteram sendo um erro na multiplicação. P3 e P4 ainda trazem que o erro poderia ter acontecido pela falta de atenção.

As justificativas das notas concedidas foram as seguintes: P3 coloca que o erro foi por apenas um deslize, apenas por isso não deu a nota máxima, P5 enfatiza que, para avaliar devemos levar em consideração o que está sendo avaliado, e que o erro não estava relacionado a álgebra, que era o objeto de avaliação do momento, logo, existiria um desconto apenas pelo deslize cometido.

Do ponto de vista de P2, a nota foi concedida pela interpretação bem realizada e o desenvolvimento da questão, ressalta que um erro simples de multiplicação não anula o desenvolvimento satisfatório do aluno. P1, apenas traz que como o erro foi um detalhe, nesse sentido, foi descontado 3 pontos.

O que fica evidente é que, os professores P5 e P1 apesar de trazerem que o erro aconteceu por um deslize, ou, por uma falta de atenção, o desconto apresentado pelos docentes, se caracteriza mais como uma forma de penalização exagerada por um erro que não é o objeto de avaliação nesse momento.

Cabe ressaltar que em geral os professores não tomam o resultado final da questão como fim, eles avaliam o processo que o aluno conseguiu realizar com êxito mesmo errando por um equívoco, de acordo com Magina (2005) esse processo é importante pois é necessário “entender quais foram os meios utilizados pelo seu aluno para realizar a tarefa solicitada, já que o aluno pode utilizar diferentes caminhos para produzir uma resposta correta [...]” (Magina, 2005, p.5).

Examinando a resposta da figura 7: compreendemos que o aluno traduz com êxito o que foi proposto no enunciado, realiza as operações de forma correta cometendo um deslize apenas no momento da multiplicação, onde ao invés do aluno “subir” 2 na casa da dezena, ele “sobre” apenas 1, ocasionando o erro. No MADE esse tipo de erro está classificado como de execução, visto que ele pode ter ocorrido por uma falta de atenção.

É importante ressaltar os caminhos que os professores propõem quanto ao tratamento do erro apresentado, P2 enfatiza para o aluno a relevância dos cálculos que parecem ser “mais simples”, já que a matemática é repleta de pequenos detalhes que fazem a diferença. P3 destacou a importância da conferência dos cálculos, até para aqueles que apresentam um grau de dificuldade menor, já P1 trabalharia em cima da atenção e foco dos alunos, e indica a necessidade de exercitar a tabuada através de atividades. P5 diz que trabalharia as quatro operações.

Por fim, P4 solicitaria que o aluno revisasse o conceito utilizado na resolução da questão, posteriormente aponta também que, mostraria uma outra forma de encontrar o resultado, seja através do princípio aditivo ou multiplicativo, a depender, caso o aluno apresentasse alguma dificuldade.

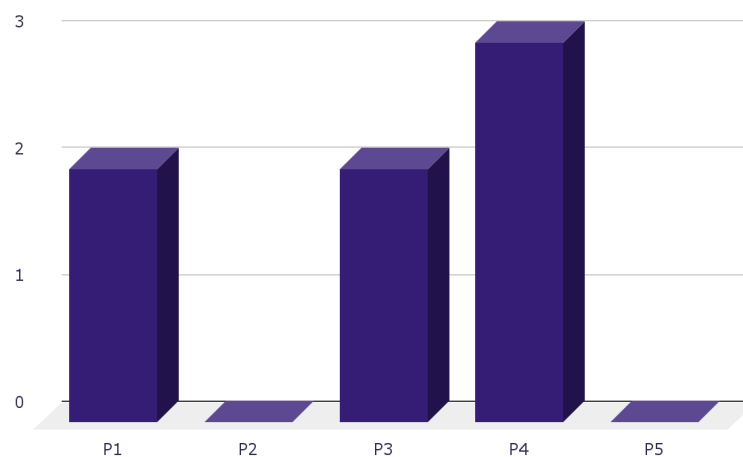
Acreditamos que uma forma mais simples para tratar esse tipo de erro, é colocando algumas anotações na própria atividade/avaliação, apontando estratégias, como por exemplo, “atenção com os cálculos”, “faça os cálculos com calma”, “revise a multiplicação”, dentre outras possibilidades, que poderiam esclarecer mais facilmente o aluno onde ele precisa melhorar e dar mais atenção. Segundo Torre (2007), a forma que avaliar é de acordo com cada estilo docente, alguns simplesmente dão a nota, outros escrevem comentários ou apontam o erro. Entendemos que não existe uma forma certa ou errada de avaliar, mas que podemos sempre trazer estratégias que contribuam para a melhor compreensão de nossos alunos quanto ao erro deles.

Figura 8 - Terceira resolução da questão 1

$$\begin{array}{r}
 7 \cdot \frac{3}{4} + 35 \\
 \frac{21}{4} + 35 \\
 \frac{56}{4} = 14
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 21 \\
 + 35 \\
 \hline
 56 \\
 56 \overline{) 4} \\
 16 \quad 14 \\
 (0)
 \end{array}$$

marcos escolheu o número 14.

Fonte: A Autora (2023)

Gráfico 4 - Pontuação concedida para a terceira resolução da questão 1

Fonte: A Autora (2023)

Nesse momento, é possível observar que dentre as outras respostas essa está sendo a de menor pontuação, neste as notas variam de forma mais acentuada de um professor para o outro. No quadro 6 abaixo encontraremos os feedback dos professores quanto ao que eles acreditam a forma que o aluno respondeu.

Quadro 6 - Feedback apresentados pelos professores para a terceira resolução da questão 1

Professor	Feedback
P1	Teve apenas ideias iniciais sobre as informações que a questão está dando e ao tentar chegar ao resultado, também ocorreu erros algébricos.
P2	O aluno aparenta não dominar o conteúdo, somando e multiplicando números de forma um pouco aleatória e incorreta, sem observar o que a questão pede.
P3	O estudante não atentou-se aquilo que a questão pedia, estruturando a questão de maneira incompleta e consequentemente não atendendo o que se pedia. Além disso, percebe-se erros matemáticos. Dessa maneira, é nítido o pouco domínio matemático do estudante.
P4	O aluno nesta questão não conseguiu enxergar as letras como representação de um número, não conseguindo assim desenvolver um raciocínio algébrico. Mesmo assim, ele tentou representar a situação por meio de uma sentença. Nas operações com frações, apresentou conhecimento em partes na resolução e teve êxito nas operações básicas de adição e divisão.
P5	O aluno não conseguiu fazer a interpretação do enunciado, acabou jogando as informações utilizando as operações indicadas, porém de forma errada.

Fonte: A Autora (2023)

O P4 evidencia que o aluno não consegue enxergar as letras como números e por consequência não consegue desenvolver o raciocínio algébrico, mas considera que o aluno tentou responder mesmo cometendo erros no percurso. P2 entende que o aluno não domina o conteúdo, tentando resolver de forma um pouco aleatória, justifica a pontuação atribuída ao fato do aluno não possuir conhecimento para sequer montar a equação, cometendo erros também em operação com fração, logo não considerou nada que o aluno fez, zerando a questão.

O P1 sinaliza que o aluno possui ideias iniciais quanto a forma de resolução, e que durante a realização cometeu erros algébricos, justifica a pontuação conferida ao fato do aluno conseguir realizar alguns cálculos básicos de forma satisfatória, além de dizer que seria para não zerar a questão. O participante P3 salienta que o aluno não atentou-se ao que se pedia, além de cometer erros nos cálculos, demonstrando o pouco domínio da disciplina, justifica a assim como P1, a pontuação é dada ao fato do aluno conseguir realizar alguns cálculos básicos de forma satisfatória.

Por fim, P5 enfatiza que o aluno não consegue interpretar o enunciado, jogando as informações apenas pelas operações indicadas no enunciado e que mesmo assim efetua de forma errada, justificando a pontuação de que o aluno não consegue nem interpretar o enunciado, nem realizar as operações. Gil (2008)

explica que, quando o aluno não está familiarizado com a linguagem algébrica ele não consegue interpretar a questão, e que, “não sendo capaz de interpretar, o aluno não conseguirá representar formalmente a situação” (Gil, 2008, p. 34), justificando o fato do aluno não conseguir realizar de forma adequada a resolução da questão.

Examinando a resposta da figura 8: compreendemos que aluno lê o enunciado mas não consegue enxergar o número desconhecido como uma incógnita, então ele pega os valores visíveis expostos na questão e as operações que são indicadas no decorrer do enunciado e vai montando a própria expressão, além de apresentar erro na soma com frações. Esse tipo de erro é denominado por Torre (2007) como de entrada, onde o aluno não possui o conhecimento suficiente para resolver a questão, ou quando o professor cobra mais do que o aluno aprendeu.

Quanto aos encaminhamentos sugeridos, P1, P2 e P4 demonstra uma maior preocupação com esse aluno, sugerem uma atenção especial, de forma mais intensiva, P1 aponta uma atenção maior na matemática básica solucionando problemas, realizada na prática de atividades em grupo. P2 indica corrigir as lacunas presentes na aprendizagem da matemática básica que o estudante já deveria saber, depois, voltar para o conteúdo principal da questão. P4 propõe apresentar o conteúdo de forma lúdica para que possibilite uma aproximação do aluno com o assunto abordado, através de imagens que possam instigar seu raciocínio.

Para sanar as dificuldades P3 iniciaria trabalhando interpretação de enunciado e só depois partir para os cálculos, P5 assim como, indica na primeira solução da questão 1, apresentaria a álgebra por meio de jogos utilizando figuras e números.

Iniciaremos agora a terceira seção do formulário onde apresentaremos a segunda questão e as três formas de resolução que realizamos nele. Abaixo encontraremos a figura 9 que apresenta a questão 2, logo em seguida a figura 10, sendo a primeira resolução da segunda questão apresentada aos docentes.

Figura 9 - Segunda questão proposta no questionário

Questão 2) Paulo é motorista de aplicativo e está fazendo uma pesquisa sobre qual combustível é mais econômico. Ele está na dúvida entre o etanol e a gasolina. Nessa pesquisa ele acabou abastecendo os dois combustíveis ao mesmo tempo. No dia 20 ele abasteceu 6 litros de etanol e 8 litros de gasolina e pagou R\$65,24. No dia 21, pagando o mesmo valor para cada litro de combustível do dia 20, ele abasteceu 8 litros de etanol e 6 litros de gasolina e pagou R\$62,02. Sabe-se que com 1 litro de gasolina o carro de Paulo percorre 25 Km, e com 1 litro de etanol percorre 12 Km. No dia 22 Paulo fará uma viagem de 150 Km, ele irá abastecer com apenas um tipo de combustível. Sabendo disso, indique qual tipo de combustível Paulo deve abastecer para que ele possa economizar.

Fonte: A Autora (2023)

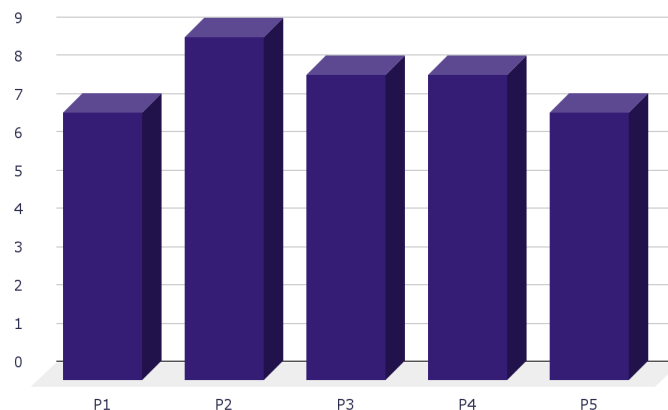
Figura 10 - Primeira resolução da questão 2

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} x \rightarrow \text{etanol} \\ y \rightarrow \text{gasolina} \end{cases} \\
 &\begin{cases} 6x + 8y = 65,24 \cdot (-8) \\ 8x + 6y = 62,02 \cdot (-6) \end{cases} \\
 &\begin{cases} -48x - 64y = -521,92 \\ 48x + 36y = 372,12 \end{cases} \\
 &\quad -28y = -149,8 \\
 &\quad y = \frac{-149,8}{-28} \\
 &\quad y = 5,35 \\
 &\quad 1 \rightarrow 25 \\
 &\quad x \rightarrow 150 \\
 &\quad 25x = 150 \\
 &\quad x = \frac{150}{25} \\
 &\quad x = 6 \\
 &\quad \text{Por apresentar um custo menor o etanol se mostrou mais econômico}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &6x + 8 \cdot 5,35 = 65,24 \\
 &6x = 65,24 - 42,8 \\
 &6x = 22,44 \\
 &x = \frac{22,44}{6} \\
 &x = 3,74 \\
 &\quad 1 \rightarrow 25 \\
 &\quad x \rightarrow 150 \\
 &\quad 25x = 150 \\
 &\quad x = \frac{150}{25} \\
 &\quad x = 6 \\
 &\quad 6 \cdot 3,74 = \\
 &\quad \text{R\$ } 22,44 \\
 &\quad \text{etanol}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &6 \cdot 5,35 \\
 &\text{R\$ } 32,10 \\
 &\quad \text{gasolina} \\
 &\quad 1 \rightarrow 25 \\
 &\quad y \rightarrow 150 \\
 &\quad 25y = 150 \\
 &\quad y = \frac{150}{25} \\
 &\quad y = 6 \\
 &\quad 6 \cdot 5,35 \\
 &\quad \text{R\$ } 32,10 \\
 &\quad \text{gasolina}
 \end{aligned}$$

Fonte: A Autora (2023)

Gráfico 5 - Pontuação concedida para a primeira resolução da questão 2

Fonte: A Autora (2023)

Podemos observar que, assim como a segunda resolução da questão 1, as pontuações variaram em 2 pontos, apresentando uma harmonização nas pontuações. A seguir verificaremos o quadro 7 que apresenta os feedback dos professores, que buscam explicar a forma que o aluno utilizou para responder a questão.

Quadro 7 - Feedback apresentados pelos professores para a primeira resolução da questão 2

Professor	Feedback
P1	Ele teve o raciocínio correto para resolução da questão, pensou na ideia de sistema e conseguiu resolver.
P2	Montou o sistema de equação de forma correta e fez o cálculo corretamente, encontrando os valores da Gasolina e do Etanol. Tendo um erro na hora de calcular qual combustível era o mais vantajoso, na hora de dividir a quilometragem acabou usando os mesmo valor de km que o litro de gasolina faz para o cálculo do Etanol.
P3	O estudante buscou estruturar conforme o enunciado da questão, seguindo passo a passo. Apresenta um bom domínio da matemática, pecando por um detalhe no final, que o faz errar o resultado final da questão.
P4	O aluno compreendeu e fez a interpretação algébrica correta na situação. Para resolver, escolheu o método da adição, encontrando adequadamente os valores de cada litro de etanol e gasolina. Entretanto, o aluno se confundiu e misturou as variáveis, não encontrando de modo correto quantos litros de cada combustível seriam necessários para a viagem e posteriormente escolher o mais econômico.
P5	Ele resolveu o sistema corretamente, fez a interpretação das expressões certa. Porém, no final ele não olhou a quilometragem para cada combustível e utilizou a mesma para ambos.

Fonte: A Autora (2023)

Quanto aos feedbacks, de forma geral todos os participantes sinalizam que o aluno teve o raciocínio correto na realização da resposta e que consegue desenvolver, demonstrando de fato que ele sabe o que está fazendo, quando P1 e P2 justificam a nota, apontando um erro por desatenção e por esse motivo P1 desconta 3 pontos e P2 apenas 1, devido a confusão que o aluno fez quanto os valores de referência que ele usou para calcular.

P3 justifica que, a nota fez jus ao que o aluno realizou devido ao erro cometido, e esse erro não anula o restante que foi apresentado em consonância a matemática. Por fim, P5 aponta uma possível confusão quanto à leitura do

enunciado, dessa forma ele justifica a nota, considerando o que o aluno fez, no processo, e desconta a pontuação pelo erro cometido.

Quando os professores no processo de avaliação levam em consideração o modo que o aluno utilizou na resolução da questão, acabam tomando a avaliação como sendo qualitativa que é definida por Chueiri (2008, p. 59) como sendo “um modelo em transição por ter como centralidade a compreensão dos processos dos sujeitos e da aprendizagem, o que produz uma ruptura com a primazia do resultado característico do processo quantitativo”, ou seja, para que as diferenças e características individuais sejam contempladas, é deixado um pouco de lado o resultado e dá maior atenção aos processos, que o aluno utiliza, em geral os professores não levam como resultado a resposta final do aluno.

Quando P1 e P5 justificam suas notas, eles trazem que o erro aconteceu devido uma desatenção e por uma falha na leitura (não foram esses mais uma vez o objeto de avaliação), os professores aplicam descontos excessivos e a forma em que nós avaliamos segundo Ortigão (2007), pode nos levar a uma motivação ou desmotivação dos nossos estudantes. Acreditamos que, quando nos deparamos com o erro em que estamos avaliando o estudante, esse erro pode sim acarretar em decréscimo de sua nota, mas que, não seja algo que possa ser de certa forma “injusto”.

Examinando a resposta da figura 11: de fato, nesse caso, o aluno interpreta o enunciado de forma correta, realiza os cálculos satisfatoriamente, porém por uma falta de atenção ou distração, o aluno utiliza da mesma quilometragem que seria da gasolina também para o etanol. Esse erro se enquadra, segundo Torre (2007), em erro de execução, que acontece muitas vezes pela falta de atenção.

Quanto às estratégias, P5 retomaria o raciocínio da questão junto ao aluno, demonstrando que as variáveis estavam representando situações diferentes. P2 destacaria ao aluno a importância do enunciado e dos valores usados nos cálculos e P1 realizaria questões no quadro, P1 e P2 disseram que passaria para o aluno mais exercícios semelhantes para praticar a atenção a este tipo de questão. Já P3 trabalharia a interpretação dos enunciados das questões, sempre buscando já de início por em destaque as informações importantes e que serão úteis/necessárias posteriormente para o cálculo. P5 frisa interpretação do enunciado e incentiva que os alunos grifassem informações que futuramente possam usar.

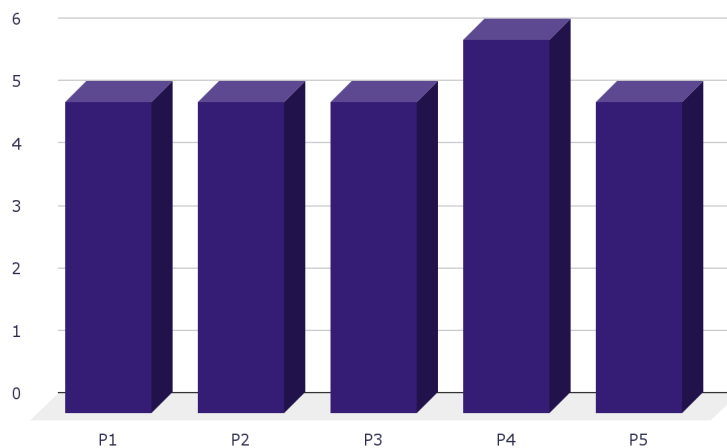
Figura 11 - Segunda resolução da questão 2

$x \rightarrow \text{Etanol}$
 $y \rightarrow \text{gasolina}$
 $\begin{cases} 6x + 8y = 65,24 \cdot (-8) \\ 8x + 6y = 62,02 \cdot (6) \end{cases}$
 $\begin{cases} -48x - 64y = -521,92 \\ 48x + 36y = 372,12 \end{cases}$
 $-28y = -521,92 + 372,12$
 $-28y = -149,8$
 $y = \frac{-149,8}{-28}$
 $y = 5,35$

$6x + 8 \cdot (5,35) = 65,24$
 $6x + 42,8 = 65,24$
 $6x = 65,24 - 42,8$
 $6x = 22,44$
 $x = \frac{22,44}{6}$
 $x = 3,74$

Como o etanol é R\$ 3,74 e a gasolina é R\$ 5,35 Paulo deve abastecer com etanol já que é o de menor custo.

Fonte: A Autora (2023)

Gráfico 6 - Pontuação concedida para a segunda resolução da questão 2

Fonte: A Autora (2023)

Para o gráfico 6 podemos verificar um quase consenso na pontuação concedida, 80% dos professores entrevistados pontuaram o aluno atribuindo uma nota de 5 pontos, e apenas 20% (1 participante) atribuiu uma nota de 6 pontos. Para essa questão o quadro 8 apresenta os feedback dos professores, que tratam-se em explicar a forma que o aluno utilizou para responder a questão.

Quadro 8 - Feedback apresentados pelos professores para a segunda resolução da questão 2

Professor	Feedback
P1	O aluno entendeu em partes o que a questão estava pedindo, encontrou o valor dos combustíveis, porém não prosseguiu para finalizar a questão.
P2	Montou e calculou a expressão de forma correta, mas se equivocou a hora de analisar qual combustível seria vantajoso. Não observou que seria necessário calcular o valor do combustível com relação a quilometragem que cada um faz, e o percurso que o motorista iria percorrer.
P3	De início o estudante interpreta corretamente, faz os cálculos do sistema de maneira perspicaz, porém acaba não finalizando e se deixar levar ao erro.
P4	Nesta situação percebe-se que o aluno fez a tradução correta para a linguagem algébrica, assim como formulação do sistema e resolução. Porém, o mesmo não conseguiu concluir seu pensamento algébrico e não identificou que algo estava faltando na resolução.
P5	O aluno respondeu de forma correta, até um certo ponto. Tudo indica que ele não terminou a leitura do enunciado da questão.

Fonte: A Autora (2023)

Os professores de forma geral, entendem que o aluno fez a interpretação de forma correta, realizando os cálculos necessários até encontrar o valor dos combustíveis, porém o aluno parou na metade da resolução da questão, não se atentando ao restante do enunciado e ao que estava sendo cobrado, P5 frisa que possivelmente o aluno não termina a leitura do enunciado levando-o ao erro.

Quanto às justificativas para as notas, P1 destaca que, por o aluno ter feito apenas metade da questão, então recebeu a metade da nota, P5 considera a parte que foi resolvida, e ressalta que acredita que o aluno leu apenas a metade do enunciado, dessa forma, errando a resposta final.

P3 frisa que a nota concedida é referente a parte em que o aluno respondeu, disse também que é importante sempre considerar o que o estudante consegue fazer e ser justo atribuindo-lhe uma pontuação, ressalta ainda que por mais que esteja incompleto, existem acertos. P2 considera o que o aluno fez, e que o erro pode ter acontecido por uma incompreensão de uma parte do enunciado, recebendo apenas uma parte da nota por ter demonstrado algum nível de conhecimento sobre o assunto.

Examinando a resposta da figura 11: para essa resolução o aluno interpreta o enunciado, monta as equações, resolve de forma adequada descobrindo o valor do etanol e da gasolina, e então entende que por o etanol ser de custo menor, seria o

mais viável, não fazendo o restante dos cálculos para encontrar qual seria o melhor economicamente, pois o litro de cada combustível percorre distâncias diferentes.

Conforme Torre (2007), esse erro classifica-se como erro de organização das informações, e pode ter acontecido por dois motivos, o primeiro vem da dificuldade que o aluno possui em identificar o que seria relevante para resolver a questão, ou seja, compreende que, saber apenas os valores dos combustíveis seriam suficientes, e as outras informações disponíveis eram irrelevantes. O segundo, surge da dificuldade de transferir o que o aluno sabe para uma nova situação, por ter se agarrado a padrões de questões, eles acabam rejeitando essas variações e fazendo apenas aquilo que estão acostumados a responder.

Partindo para as estratégias sugeridas, as estratégias de P4 partiria de compreender junto ao aluno o motivo dele não ter concluído a questão, em seguida rever os conceitos, e utilizaria algum tipo de material para facilitar o processo de ensino e aprendizagem. Nota-se que P4 não deixa claro que material seria esse. P1 realizaria questões no quadro e depois passaria exercícios para praticar. P2 resolveria junto ao aluno a questão que ele errou, e passaria mais exercícios para ele praticar, atentando-se aos resultados das questões. P5 e P3 indicam ler atentamente os enunciados e grifar os dados importantes que fossem fornecidos para resolver a questão.

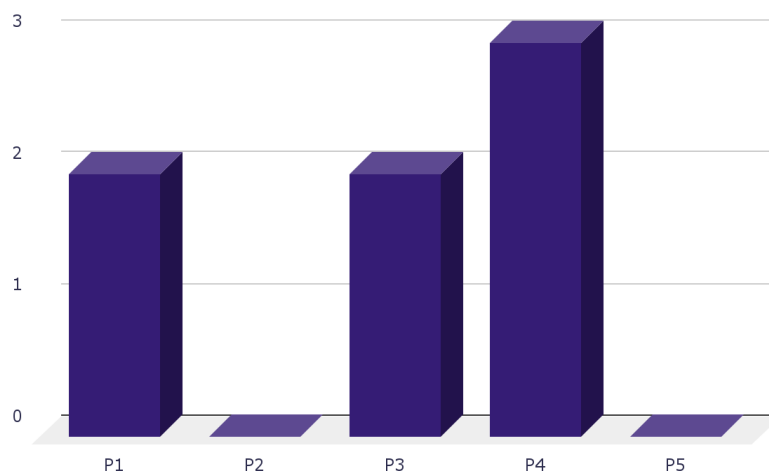
Figura 12 - Terceira resolução da questão 2

$6 + 8 + 8 + 6 = 28$

$$\begin{array}{r} 65,24 \\ + 62,02 \\ \hline 127,26 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 127,26 \overline{) 28} \\ \underline{-112} \\ 152 \\ \underline{-140} \\ 126 \\ \underline{-112} \\ 140 \\ (0) \end{array}$$
 Certo deu R\$ 4,545
 o valor do litro então
 pode abastecer com
 qualquer tipo de
 combustível

Fonte: A Autora (2023)

Gráfico 7 - Pontuação concedida para a terceira resolução da questão 2

Fonte: A Autora (2023)

Podemos observar que, assim como a terceira resposta da primeira questão, dois professores pontuaram 0 (zero), dois pontuaram 2 (dois) pontos, e apenas um pontuou com 3 (três) pontos sendo essa a maior nota concedida, para essa avaliação as notas variam de forma mais acentuada de um professor para o outro.

Quadro 9 - Feedback apresentados pelos professores para a terceira resolução da questão 2

Professor	Feedback
P1	O estudante não compreendeu bem a questão, apenas de forma superficial de modo que apenas retirou pequenos fragmentos de informações do texto e fez alguns cálculos
P2	Somou a quantidade de litros de Gasolina e etanol abastecidos nos dois dias e os valores que o motorista pagou, depois dividiu, resultando um valor aleatório que nada tem ligação com a forma correta de responder a questão. Errando ela completamente.
P3	Claramente o estudante não conseguiu interpretar o que a questão pedia e fez aquilo que conseguiu.
P4	O aluno não conseguiu desenvolver um raciocínio algébrico para a situação dada e não reconheceu também algumas características importantes da questão. Mesmo assim, o mesmo formulou uma expressão e achou que por meio dela chegaria ao resultado esperado.
P5	O alunos levou em consideração apenas a litragem e não o valor por litro, o que o levou ao erro.

Fonte: A Autora (2023)

Para a essa resolução, o professor P1, diz que o aluno não compreende o enunciado, apenas faz algumas operações com as informações que estavam no

texto, justificando a nota em decorrência das operações (soma e divisão), que ele fez terem sido realizadas sem nenhum erro matemático. Já o professor P2 identifica o que o aluno fez, sendo a forma incorreta de responder a questão “errando ela por completo”, justifica sua nota por o aluno não apresentar conhecimento na montagem do sistema de equações, que somou e dividiu valores sem prestar atenção no que eles representavam, não apresentando conhecimento do conteúdo, logo recebe a nota de acordo com isso.

O professor P3 identifica que o aluno não possui conhecimento sobre o assunto, justificando que, a resposta manifesta uma certa lógica (mesmo que esse raciocínio esteja errado), desenvolvendo corretamente o básico da matemática (somar e dividir), P3 não informa que lógica seria essa. P4 reconhece que o aluno não conseguiu desenvolver um raciocínio lógico nem identificar o que era pertinente para a questão. E por fim, P5 menciona que o aluno só considera a litragem para responder a questão, a nota é justificada pelo fato do aluno não ter interpretado a questão.

Examinando a resposta da figura 12: O aluno ao ler a questão, pega os valores de gasolina gastos nos dois dias e soma, em outro momento pega os litros de gasolina que foram usados para abastecer e os litros de etanol que também foram usados e somam ($6+8+8+6$), e o resultado de litros que foi encontrado é utilizado para dividir o valor que foi gasto com os dois combustíveis, dando um único valor para os dois combustíveis. Segundo Torre (2007) esse tipo de erro é classificado como erro de entrada, onde o aluno não possui o conhecimento suficiente para resolver a questão, ou quando o professor cobra mais que o aluno aprendeu.

Quanto aos encaminhamentos para o tratamento da dificuldade apresentada, P4 buscaria entender junto ao aluno o que ele fez, fazer um planejamento de aula mais dinâmico usando situações do cotidiano que atenda as dificuldades do aluno. P1 entende que o aluno demonstrou pouco conhecimento no conteúdo, e por isso precisa de uma intervenção mais intensa, auxiliando o estudante a compreender e solucionar situações problema através de atividades em grupos.

O professor P2 buscaria rever o assunto novamente, dando mais suporte ao aluno para ver se de fato ele estivesse entendendo, através também de resolução de questões. P3 entende que seria mais interessante uma abordagem por meio de interpretação de texto e só depois poderia entrar na parte matemática. Para finalizar,

o P5 usaria recursos palpáveis para os alunos que sentem mais dificuldade na hora de interpretar questões.

Após observar todas as questões, podemos ficar com algumas indagações acerca da forma que alguns professores pontuam seus alunos, por exemplo, ao compararmos as pontuações distribuídas pelos professores, observamos P5 sendo aquele que mais fez desconto na pontuação em suas avaliações, passando uma ideia de punição pelos erros que o aluno comete, em contrapartida, P4 foi o que mais pontuou os alunos. O que faz um professor fazer tantos descontos e outros considerar mais coisas? Existe uma grande diferença no tempo de experiência entre P4 e P5, e também terem participado de vivências diferentes, tanto na vida acadêmica, quanto na vida profissional. Será que as experiências e as vivências, contribuíram para a existência dessa diferença na forma em que avaliam?

Entendemos que não são questões para essa pesquisa, entretanto nós apontamos a possibilidade de continuidade das investigações, dessa forma avaliando o impacto da experiência e da formação continuada na prática docente.

Finalizada essa parte da análise, observamos certa similaridade em algumas notas atribuídas pelos professores, podemos melhor observar no quadro 10 abaixo onde estarão disposto os 3 tipos de erro da MADE, sendo aqueles que possuem o final com o número 1, a resposta vem da primeira questão presente no formulário e a que possui final com o número 2, a resposta vem da segunda questão presente no formulário.

Quadro 10 - Atribuição de notas segundo sua categorização

Tipos de erro	Notas atribuídas às questões divididas por categoria				
	P1	P2	P3	P4	P5
Erro de entrada 1	2	0	2	3	0
Erro de entrada 2	2	0	2	3	0
Erro de organização 1	5	4	4	6	2
Erro de organização 2	5	5	5	6	5
Erro de execução 1	7	9	8	9	7
Erro de execução 2	7	9	8	8	7

Fonte: A Autora (2023)

O erro de entrada 1 é a resposta da primeira questão que foi classificada como erro de entrada, a 2 é a resposta da segunda questão que foi classificada como erro de entrada, e assim por diante, segue para as demais resoluções. Um de nossos pensamentos durante nossa metodologia foi se os professores costumam corrigir de forma parecida as resoluções de questões diferentes que tinham o mesmo tipo de erro, ou não. Fica evidente que os erros de entrada foram pontuados igualmente nas duas resoluções, mesmo sendo questões diferentes. Para as questões de execução 80% dos professores avaliaram igualmente as duas respostas e para o erro de organização apenas 2 dos 5 professores avaliaram de forma igual para as duas respostas.

Diante disso podemos concluir que existe um certo padrão de pontuação quando foram avaliadas resoluções de questões que possuíam o mesmo tipo de erro, com um total de recorrência de aproximadamente 73,3%, em relação aos erros de entrada e execução. Ressaltamos que 3 das 4 resoluções, que foram avaliadas de formas diferentes, apresentaram a diferença de apenas 1 ponto, não variando significativamente o valor da nota. Isso nos trás uma recorrência de um padrão de pontuação quando falamos de questões com respostas com mesmo erro.

Outra similaridade que observamos em todas as avaliações, decorreu da forma em que P1 propunha a maneira que o erro deve ser tratado, em todas elas P1 sugere a prática de questões no quadro, ou com o aluno, e depois o exercício para fixação do conteúdo. Entendemos que a prática do conteúdo é um processo fundamental na aprendizagem, mas que, essa deve acontecer de forma complementar à intervenção do professor, e não a forma principal de agir.

Nesse pensamento da utilização de uma única forma de tratar todos os tipos de erros, parece que o docente leva em consideração que todos os erros devem ser tratados a partir de uma mesma abordagem, apesar de P1 apontar dificuldades diferentes presentes nas respostas dos alunos durante as correções, acreditamos portanto, que ele enxerga o erro como sendo, erros diferentes contudo, ele ainda não consegue enxergar como lidar com esses erros a partir de abordagens distintas, recorrendo assim, a uma mesma estratégia. Segundo Torre (2007), não podemos tratar o erro, nem avaliar os alunos como se fossem iguais, uma falha de ambiguidade de metas, de percepção, de compreensão, de organização da informação ou de execução, devem ser tratados de formas diferentes pois alguns possuem maior gravidade que outros.

Ao analisar os encaminhamentos feitos pelos professores quando levamos em consideração o erro por classificação, sendo eles de entrada, organização e execução, de forma geral, não existiu um padrão que foram tomados pelos professores, eles seguiram ideias e formas de lidar com o erro de forma diferente para cada situação, independente a que tipo de classificação tenham se referido.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em concordância com o que foi apresentado na introdução da pesquisa, esse trabalho buscou compreender, como o professor avalia e propõe estratégias para o tratamento do erro em questões algébricas, que surgiu da curiosidade que foi despertada na disciplina avaliação da aprendizagem durante o sexto período do curso. Para tanto, utilizamos como instrumento de coleta de dados um questionário onde, teve como objetivo, em um primeiro momento conhecer os participantes da pesquisa, por conseguinte, assimilar o que os professores compreendem por avaliação, e a partir da prática de correções e justificativas de questões, analisar a forma que os professores avaliam e seus encaminhamentos.

Sendo assim, essa pesquisa teve como objetivo geral, analisar o tratamento dado ao erro realizado pelos docentes de matemática, em questões algébricas e como objetivos específicos o de identificar as relações dos professores de matemática com a avaliação, bem como, observar as avaliações desses professores em caso de respostas com erro e ainda verificar quais os possíveis encaminhamentos dados a ele. Para isso, utilizamos de alguns autores para fundamentar nossa pesquisa como, Torre (2007), com a pedagogia do erro e a MADE, Chueiri (2008) e Silva (2019) com as classificações de avaliação, dentre diversos outros autores.

De modo geral, tanto quando foram questionados sobre o que seria avaliação quanto, nos processos de correções de questões, os professores não se mostraram a se aderirem a uma única forma de dar significado a avaliação, apenas P1 considerou a avaliação como forma de rever as próprias estratégias, a partir das avaliações realizadas em sala de aula, tomando a avaliação formativa, justificada por Silva (2019) como sendo o momento de sabermos os efeitos de nossas práticas educativas, podendo ou não serem replanejadas, com o intuito de ser mais condizentes com a necessidade dos estudantes.

Podemos considerar que, assim como Torre (2007) entende sobre o processo avaliativo, a avaliação e a forma de avaliar, é um processo individual de cada professor, fazendo parte do estilo docente de cada um, que pode ser mais ou menos orientado para o aluno, já que possuímos tantas pluralidades dentro da sala de aula, e esses processos avaliativos devem ser discutidos e relacionados para os próprios alunos.

Durante os processos avaliativos a partir das respostas dadas nos protocolos de resolução de questões, os professores P1, P2, P3, P4 e P5, demonstraram estar mais abertos a considerar as estratégias e processos tomados pelos alunos do que apenas a resposta final, pontuando os estudantes em detrimento aos acertos presentes nas resoluções das questões. Chueiri (2008, p. 58), chama esse tipo de avaliação como sendo qualitativa, que tem “como centralidade a compreensão dos processos dos sujeitos e da aprendizagem, o que produz uma ruptura com a primazia do resultado característico do processo quantitativo”.

Outra característica que ficou presente nos resultados, foi que, os professores costumam pontuar igual as questões que apresentam o mesmo tipo de erro, sendo aproximadamente 73,3% de recorrência dessa característica. Quanto aos encaminhamentos, os professores não se prenderam a uma única forma de lidar com os erros, para cada questão independente do erro, os professores tomam estratégias individuais e singulares, com exceção de P1, que toma a mesma estratégia para todos. Vale ressaltar que Torre (2007), considera que para cada categoria de erro se faz necessário um tratamento diferente, pois alguns erros possuem maior gravidade que outros.

Por fim, foram perceptíveis a existência de diferenças entre as avaliações de um professor para o outro, P5 por exemplo aplica um rigor maior na avaliação que outros professores, já P4 tende a dar pontuações maiores durante suas avaliações. Com isso algumas indagações ficaram para pesquisas futuras, por exemplo, o que faz um professor ter um rigor maior durante a avaliação que outros? Será que as experiências acadêmicas e profissionais contribuem para essas características? Isto posto, buscou-se também provocar reflexões sobre a temática, a fim de trazer questionamentos para futuras pesquisas.

Portanto, nossa pesquisa nos orienta a explorar novas perspectivas quanto ao erro, ao processo avaliativo e aos possíveis encaminhamentos que acontecem no processo avaliativo, considerando o erro como sendo um espaço de construção de conhecimento, que não deve ser descartado nem negligenciado. Desse modo, reconhecemos que, podemos gerar a partir dos nossos resultados, uma maior reflexão e compreensão sobre os processos e perspectivas sobre essa área, além de desmistificar o erro no processo avaliativo, quebrando estereótipos e estigmas que compreendem esse tema.

Assim, a realização dessa pesquisa nos traz ganhos pessoais, acadêmicos e profissionais, que está intrinsecamente ligada à forma de ver o erro enquanto prática, durante nossa trajetória e vivências profissionais. Ainda acreditamos que, para além, nosso trabalho se torna um espaço para analisarmos as contribuições do erro no processo de construção e reconstrução do conhecimento. Sendo assim, acreditamos que os resultados encontrados foram muito pertinentes, pois identificamos as características presentes na forma de avaliar e quais os encaminhamentos dos professores a partir do erro.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. **Conselho Nacional de Saúde**. Resolução nº 510/2016 – Dispõe sobre a pesquisa em Ciências Humanas e Sociais. Brasília, DF: Ministério da Saúde, 2016. Disponível em: <<http://conselho.saude.gov.br/resolucoes/2016/Reso510.pdf>>. Acesso em: 06/04/2023.
- BRASIL. **Ministério da Educação**. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 22/04/2023.
- BRASIL. **Ministério da Educação**. CAPES. Pibid. Brasília, 2023. Disponível em: <<https://www.gov.br/capes/pt-br/aceso-a-informacao/acoes-e-programas/educacao-basica/pibid/pibid>>. Acesso em: 14/09/2023.
- BURIASCO, R. L. C. de; FERREIRA, P. E. A.; CIANI, A. B. Avaliação como Prática de Investigação (alguns apontamentos). **Boletim de Educação Matemática - Bolema**. Rio Claro - São Paulo, v. nº 33, p. 69 - 96. 2009. Disponível em: <<https://www.redalyc.org/pdf/2912/291221900005.pdf>>. Acesso em: 29/09/2022.
- CHUEIRE, M. S. F. Concepções Sobre a Avaliação Escolar. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, v. 19, n. 39, p. 49–64, 2008. Disponível em: <<https://publicacoes.fcc.org.br/eae/article/view/2469>>. Acesso em: 24/09/2022.
- COSTA, A. A. da.; ALBUQUERQUE, L. C. de. Avaliação da Aprendizagem Matemática na Perspectiva dos Processos Avaliativos Utilizados por Professores do Ensino Fundamental anos Finais. **Periódico Científico Projeção e Docência**, V.6, n.2, p. 28-37, 2015.
- DARSIE, M. M. P. Avaliação e aprendizagem. **Cad. Pesqui.** São Paulo, n.99, p.47-59, nov. 1996. Disponível em: <http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-15741996000400006&lng=pt&nrm=iso>. acessos em: 02/04/2023.
- DE ARAUJO, E. A. Ensino de álgebra e formação de professores. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n.2, p. 331-346, 2008. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/1740/1130>>. Acesso em: 23/04/2023.
- DE ESTEVÃO, E. J. O.; GONÇALVES, T. M. N. Uma proposta de atividades para minimizar as dificuldades na aprendizagem de álgebra / A proposal of activities to minimize difficulties in algebra learning. **Brazilian Journal of Development**, Curitiba, v.7, n.1, p.10849-10863, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.34117/bjdv7n1-741>>. Acesso em: 14/04/2023
- GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra**. 2008. 120 f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008. Disponível em: <<https://docs.google.com/viewerng/viewer?url=https://tede2.pucrs.br/tede2/bitstream/tede/3318/1/401324.pdf>>. Acesso em: 14/04/2023

HOFFMANN, J. M. L. **Avaliação: mito e desafio: uma perspectiva construtivista**. 35ª ed. Porto Alegre: Mediação, 2005. 104 p.

HOFFMANN, J. **O Jogo do Contrário em Avaliação**. 10ª ed. Porto Alegre: Mediação, 2018. 144 p.

MAGINA, S. A Teoria dos Campos Conceituais: contribuições da Psicologia para a prática docente. **Encontro Regional de Professores de Matemática**, v. 18, 2005. Disponível em: https://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/conf/conf_01.pdf. Acesso em: 04/10/2022.

MICHEL, M. E. **Metodologia e Pesquisa Científica em Ciências Sociais: Um guia prático para acompanhamento da disciplina e elaboração de trabalhos monográficos**. São Paulo: Atlas, 2009. 204 p.

ORTIGÃO, M. I. R. Práticas Avaliativas: Que Instrumentos São Usados Para Avaliar os Estudantes em Sala de Aula de Matemática?, **Educação Matemática em Revista**, v. 22, n 56, p. 73-85, 2007.

PERRENOUD, Perrenoud. **Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens - entre duas lógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999. 138 p.

PROETTI, Sidney. As pesquisas qualitativa e quantitativa como métodos de investigação científica: Um estudo comparativo e objetivo. **Revista Lumen-ISSN: 2447-8717**, v. 2, n. 4, 2018. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.32459/revistalumen.v2i4.60>>. Acesso em: 23/04/2023.

RIOS, D. R. **Minidicionário Escolar da Língua Portuguesa**. São Paulo: Editora DCL, 2010.

ROCHA, F. de C.; MARCELINO, M. Q. dos S.; CORTE, J. L. D. **Método de pesquisa qualitativa aplicado à avaliação de necessidades tecnológicas**. Embrapa Cerrados-Documents (INFOTECA-E), 2015.

SENA, W. R. de. **O estudo do erro: contribuições do modelo de análise didática do erro no processo de ensino e aprendizagem de matemática**. 2021. 111 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Mestrado em Educação em Ciências e Matemática. Caruaru, 2021.

SILVA, J. F. **Avaliação formativa: pressupostos teóricos e práticos**. 5ª ed. Porto Alegre: Mediação. 2019. 96 p.

SILVEIRA, D. T.; CORDOVA, F. P. **Métodos de pesquisa**. in: SILVEIRA, D. T. A pesquisa científica. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. p. 33-44. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/213838/000728731.pdf?sequ>>. Acesso em: 25/04/2023.

TORRE, S. de la. **Aprender com os Erros: O Erro como Estratégia de Mudança**. Porto Alegre: Artmed, 2007. 240 p.

VELOSO, D. S.; FERREIRA, A. C. Uma reflexão sobre as dificuldades dos alunos que se iniciam no estudo da álgebra. In: X Semana da Matemática e II Semana da Estatística, 10., 2010, Ouro Preto. Anais... Ouro Preto: **Editora da UFOP**, 2010. p.59-65. Disponível em:

<https://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/1292/1/EVENTO_Reflex%C3%A3oDificuldadesAlunos.pdf>. Acesso em: 15/04/2023.

WEBER, A. F.; PÉRSIGO, P. M. **Pesquisa de Opinião Pública**: princípios e exercícios. Santa Maria, FACOS-UFMG, 2017. Disponível em: <<https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/330/2019/10/POP.pdf>>. Acesso em: 24/04/2023.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO

Seção 1

CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa: intitulada “UM ESTUDO SOBRE O ERRO NA ÁLGEBRA: a avaliação da aprendizagem com professores de matemática”. Após receber os esclarecimentos e as informações a seguir, no caso de aceitar fazer parte do estudo, suas respostas serão guardadas e enviado uma cópia para seu e-mail de suas respostas.

Em caso de recusa, você não será penalizado(a) de forma alguma. Em caso de dúvida sobre a pesquisa, você poderá entrar em contato com a pesquisadora responsável, Isadora Raiane dos Santos Silva através do e-mail: isadora.raiane@ufpe.br. A pesquisa está sendo orientada pela professora Dra. Kátia Silva Cunha da UFPE.

A presente pesquisa é motivada pela intenção de entender quais encaminhamentos são tomados no processo de avaliação e após avaliação do aluno. O objetivo desse projeto é analisar o tratamento dado ao erro, efetuado pelos docentes de matemática, em questões algébricas, de forma a identificar as relações dos professores de matemática com o erro, observar as avaliações dos professores em caso de respostas com erro e identificar quais os possíveis encaminhamentos dos professores para os alunos em caso de respostas com erro. Para a coleta de dados será utilizado este questionário.

Você será esclarecido(a) sobre a pesquisa em qualquer tempo e aspecto que desejar, através dos meios citados acima. Você é livre para recusar-se a participar, retirar seu consentimento ou interromper a participação a qualquer momento, sendo sua participação voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade.

Os pesquisadores irão tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo e todos os dados coletados servirão apenas para fins de pesquisa. Seu nome ou o material que indique a sua participação não será divulgado. Você não será identificado(a) em nenhuma publicação que possa resultar desta pesquisa.

Você aceita participar desta pesquisa?

- () Aceito participar desta pesquisa.
- () Não aceito participar desta pesquisa.

1) Qual curso você se formou?

2) Você já atuou ou atua na educação básica como docente?

3) Qual seu tempo de experiência?

- () Não possuo
- () Menos de 1 ano
- () De 1 à 3 anos
- () De 4 à 6 anos
- () De 7 à 9 anos

4) Qual(ais) nível(is) de educação você atuou?

- () Ensino Fundamental II
- () Ensino Médio

5) Durante a sua formação você participou de projetos ligados à docência?

- () Não
- () Sim, Programa de Iniciação a docência
- () Sim, Residência Pedagógica

Outros: _____

6) Para você, o que é avaliar?

Seção 2

Questão 1) Marcos pensou em um número e a ele adicionou 7 unidades. Após isso multiplicou o resultado por $\frac{3}{4}$ e somou o próprio número. Sabendo que o resultado da expressão foi 35, qual o número que Marcos escolheu?

Resolução I)

$$\begin{aligned}
 35 &= X \cdot \frac{3}{4} + Y \\
 35 - Y &= X \cdot \frac{3}{4} \\
 \frac{3}{4}X &= 35 - Y \\
 X &= (35 - Y) \cdot \frac{4}{3} \\
 35 &\rightarrow \boxed{X = \frac{140 - 4Y}{3}} \\
 35 &= \frac{140 - 4Y}{3} \\
 3 \cdot 35 &= 140 - 4Y \\
 105 &= 140 - 4Y \\
 4Y &= 140 - 105 \\
 Y &= \frac{35}{4} \\
 \boxed{Y = 8,75}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 35 \overline{) 41} \\
 \underline{-32} \\
 30 \\
 \underline{-28} \\
 20 \\
 \underline{-20} \\
 (0)
 \end{array}$$

- De 0 a 10 qual nota você daria para resolução dessa questão?
- Como você acha que o aluno resolveu essa questão?
- Justifique a nota dada no item "a", mencionando os critérios utilizados no momento da avaliação.
- Quais estratégias você utilizaria enquanto professor, para sanar essas dificuldades apresentadas pelo aluno?

Resolução II)

$$\begin{aligned}
 (X+7) \cdot \frac{3}{4} + X &= 35 \\
 \frac{3X+21}{4} + X &= 35 \\
 \frac{3X+4X+21}{4} &= 35 \\
 7X+21 &= 35 \cdot 4 \\
 7X &= 130 - 21 \\
 X &= \frac{109}{7} \\
 \boxed{X \approx 15,57}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 35 \\
 \times 4 \\
 \hline
 130
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 130 \\
 -21 \\
 \hline
 109
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 109 \overline{) 7} \\
 39 \\
 \underline{40} \\
 5
 \end{array}$$

- a) De 0 a 10 qual nota você daria para resolução dessa questão?
- b) Como você acha que o aluno resolveu essa questão?
- c) Justifique a nota dada no item “a”, mencionando os critérios utilizados no momento da avaliação.
- d) Quais estratégias você utilizaria enquanto professor, para sanar essas dificuldades apresentadas pelo aluno?

Resolução III)

$$\begin{array}{r}
 7 \cdot 3 \\
 \hline
 4
 \end{array} + 35$$

$$\begin{array}{r}
 21 \\
 + 35 \\
 \hline
 56
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 21 \\
 \hline
 4
 \end{array} + 35$$

$$\begin{array}{r}
 56 \\
 \hline
 4
 \end{array} = 14$$

$$\begin{array}{r}
 56 \overline{) 4} \\
 16 \\
 \hline
 14
 \end{array}$$

(0)

marcos escolheu o número 14.

- a) De 0 a 10 qual nota você daria para resolução dessa questão?
- b) Como você acha que o aluno resolveu essa questão?
- c) Justifique a nota dada no item “a”, mencionando os critérios utilizados no momento da avaliação.
- d) Quais estratégias você utilizaria enquanto professor, para sanar essas dificuldades apresentadas pelo aluno?

Seção 3

Questão 2) Paulo é motorista de aplicativo e está fazendo uma pesquisa sobre qual combustível é mais econômico. Ele está na dúvida entre o etanol e a gasolina. Nessa pesquisa ele acabou abastecendo os dois combustíveis ao mesmo tempo. No dia 20 ele abasteceu 6 litros de etanol e 8 litros de gasolina e pagou R\$65,24. No dia 21, pagando o mesmo valor para cada litro de combustível do dia 20, ele abasteceu 8 litros de etanol e 6 litros de gasolina e pagou R\$62,02. Sabe-se que com 1 litro de gasolina o carro de Paulo percorre 25 Km, e com 1 litro de etanol percorre 12 Km. No dia 22 Paulo fará uma viagem de 150 Km, ele irá abastecer com apenas um tipo

de combustível. Sabendo disso, indique qual tipo de combustível Paulo deve abastecer para que ele possa economizar.

Resolução I)

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} x \rightarrow \text{etanol} \\ y \rightarrow \text{gasolina} \end{cases} \\
 &\begin{cases} 6x + 8y = 65,24 \cdot (-8) \\ 8x + 6y = 62,02 \cdot (6) \end{cases} \\
 &\begin{cases} -48x - 64y = -521,92 \\ 48x + 36y = 372,12 \end{cases} \\
 &\hline \\
 &\quad -28y = -149,8 \\
 &\quad y = \frac{-149,8}{-28} \\
 &\quad y = 5,35 \\
 \\
 &\begin{aligned} 1 &\rightarrow 25 \\ x &\rightarrow 150 \\ 25x &= 150 \\ x &= \frac{150}{25} \\ x &= 6 \end{aligned} \\
 \\
 &\begin{aligned} 6 \cdot 5,35 &= \\ R\$ 32,10 & \\ \text{gasolina} & \\ 5,35 & \\ \times 6 & \\ \hline 32,10 & \end{aligned} \\
 \\
 &\begin{aligned} 1 &\rightarrow 25 \\ y &\rightarrow 150 \\ 25y &= 150 \\ y &= \frac{150}{25} \\ y &= 6 \end{aligned} \\
 \\
 &\begin{aligned} 6 \cdot 5,35 &= \\ R\$ 32,10 & \\ \text{gasolina} & \\ 5,35 & \\ \times 6 & \\ \hline 32,10 & \end{aligned}
 \end{aligned}$$

Por apresentar um custo menor o etanol se mostra mais econômico

- De 0 a 10 qual nota você daria para resolução dessa questão?
- Como você acha que o aluno resolveu essa questão?
- Justifique a nota dada no item "a", mencionando os critérios utilizados no momento da avaliação.
- Quais estratégias você utilizaria enquanto professor, para sanar essas dificuldades apresentadas pelo aluno?

Resolução II)

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} x \rightarrow \text{Etanol} \\ y \rightarrow \text{gasolina} \end{cases} \\
 &\begin{cases} 6x + 8y = 65,24 \cdot (-8) \\ 8x + 6y = 62,02 \cdot (6) \end{cases} \\
 &\begin{cases} -48x - 64y = -521,92 \\ 48x + 36y = 372,12 \end{cases} \\
 &\hline \\
 &\quad -28y = -521,92 + 372,12 \\
 &\quad -28y = -149,8 \\
 &\quad y = \frac{-149,8}{-28} \\
 &\quad y = 5,35 \\
 \\
 &\begin{aligned} 6x + 8 \cdot (5,35) &= 65,24 \\ 6x + 42,8 &= 65,24 \\ 6x &= 65,24 - 42,8 \\ 6x &= 22,44 \\ x &= \frac{22,44}{6} \\ x &= 3,74 \end{aligned} \\
 \\
 &\begin{aligned} \text{Como o etanol é } R\$ 3,74 \text{ e} \\ \text{a gasolina é } R\$ 5,35 \text{ Paulo} \\ \text{deve abastecer com etanol} \\ \text{já que é o de menor custo.} \end{aligned}
 \end{aligned}$$

- De 0 a 10 qual nota você daria para resolução dessa questão?
- Como você acha que o aluno resolveu essa questão?
- Justifique a nota dada no item "a", mencionando os critérios utilizados no momento da avaliação.
- Quais estratégias você utilizaria enquanto professor, para sanar essas dificuldades apresentadas pelo aluno?

Resolução III)

$$6 \times 8 + 8 + 6 = 28$$

$$\begin{array}{r} 65,24 \\ + 62,02 \\ \hline 127,26 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 127,26 \overline{) 128} \\ \underline{-112} \\ 152 \\ \underline{-140} \\ 126 \\ \underline{-112} \\ 140 \\ (0) \end{array}$$

Como deu R\$ 4,545
o valor do litro então
pode abastecer com
qualquer tipo de
combustível

- De 0 a 10 qual nota você daria para resolução dessa questão?
- Como você acha que o aluno resolveu essa questão?
- Justifique a nota dada no item "a", mencionando os critérios utilizados no momento da avaliação.
- Quais estratégias você utilizaria enquanto professor, para sanar essas dificuldades apresentadas pelo aluno?