UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CAMPUS AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA-LICENCIATURA

FRANCISCO SIMPLICIO DUARTE JUNIOR

PROBABILIDADE NA ESCOLA VERSUS PROBABILIDADE NO COTIDIANO:

Diferentes olhares produzidos por Licenciandos em Matemática

Caruaru
2023

FRANCISCO SIMPLICIO DUARTE JUNIOR

PROBABILIDADE NA ESCOLA VERSUS PROBABILIDADE NO COTIDIANO:

Diferentes olhares produzidos por Licenciandos em Matemática

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Matemática-Licenciatura do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau de bacharel/licenciado em Matemática.

Área de concentração: Ensino / Matemática.

Orientador (a): José Ivanildo Felisberto de Carvalho

Caruaru

2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Junior, Francisco Simplicio Duarte.
Probabilidade na escola versus probabilidade no cotidiano: diferentes olhares produzidos por licenciandos em matemática / Francisco Simplicio Duarte Junior. - Caruaru, 2023.
40 p.

Orientador(a): José Ivanildo Felisberto de Carvalho
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Matemática - Licenciatura, 2023.

1. Educação. 2. Ensino de Probabilidade. 3. Probabilidade no cotidiano. I. Carvalho, José Ivanildo Felisberto de. (Orientação). II. Título.

510 CDD (22.ed.)

FRANCISCO SIMPLICIO DUARTE JUNIOR

PROBABILIDADE NA ESCOLA VERSUS PROBABILIDADE NO COTIDIANO:

Diferentes olhares produzidos por Licenciandos em Matemática

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Matemática-Licenciatura do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de monografia, como requisito parcial para a obtenção do grau de bacharel/licenciado em Matemática.

Aprovada em: 28/09/2023

BANCA EXAMINADORA

_____

Profª. Dr. José Ivanildo Felisberto de Carvalho (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

_____

Profª. Drª. Cristiane de Arimatéa Rocha (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

_____

Prof. Me. Anderson Rodrigo Oliveira da Silva (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico esse trabalho a todos que fazem parte da minha vida. A meus amigos e familiares, principalmente meus pais e avós.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha família por ter me proporcionado todas as condições necessárias para que pudesse concluir esse curso. Agradeço também aos meus professores que contribuíram para meu aprendizado nessa jornada, em especial a meu orientador, o professor Ivanildo, que me ajudou na elaboração deste trabalho, e também a professora Cristiane que foi de grande importância em vários momentos. A meus colegas e amigos da Universidade que fizeram parte dos meus melhores momentos em todo esse tempo.

“O que sabemos é uma gota, o que ignoramos é um oceano”

(Isaac Newton)

RESUMO

Este trabalho visa analisar, através de uma pesquisa qualitativa e participativa, o que estudantes dos períodos iniciais do curso de Matemática-Licenciatura, de uma universidade pública do Estado de Pernambuco, entendem por probabilidade a partir daquilo que estudaram e aprenderam durante suas trajetórias escolares, quais as suas concepções e seus conhecimentos a respeito do tema, e como eles aplicam tais conhecimentos em situações cotidianas. Para isso, foi elaborado e aplicado um questionário de forma online. Verificou-se que a maioria dos licenciandos que participaram da pesquisa, têm concepções corretas relacionadas ao conhecimento probabilístico, e também compreendem os conceitos básicos de probabilidade, apesar de apresentarem algumas fragilidades na interpretação de algumas questões. No entanto, foi possível notar algumas dificuldades por parte de alguns dos estudantes, em conseguirem utilizar o conhecimento probabilístico que aprenderam na escola, em situações mais práticas do cotidiano.

.

Palavras-chave: Educação; Ensino de Probabilidade; Probabilidade no cotidiano.

ABSTRACT

This work aims to analyze, through a qualitative and participative research, what students of the initial periods of the Mathematics-Licenciatura course, of a Federal Public University of the State of Pernambuco, understand by Probability from what they studied and learned during their school trajectories , what are their conceptions and knowledge about the subject, and how they apply such knowledge in everyday situations. For this, an online questionnaire was designed and applied. It was found that most of the undergraduates have correct conceptions related to probabilistic knowledge, in addition to also understanding the basic concepts of probability. However, it was possible to notice a difficulty on the part of some of the students in being able to use the probabilistic knowledge they learned at school, in more practical everyday situations.

Keywords: Education; Probability Teaching; Probability in everyday life.

SUMÁRIO

1	**INTRODUÇÃO**…… …….	10
2	OBJETIVOS……	12
2.1	Objetivo Geral…….	12
2.2	Objetivos Específicos……	12
3	**UM POUCO DA HISTÓRIA DA PROBABILIDADE**……	13
4	**PROBABILIDADE E SEU USO NO COTIDIANO**……...	17
5	**O ENSINO DE PROBABILIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA**……..	22
6	**METODOLOGIA**…….	25
7	**DISCUSSÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS**……..	29
8	**CONSIDERAÇÕES FINAIS**…….	37
	REFERÊNCIAS……..	38

1 INTRODUÇÃO[1]

É de comum compreensão das pessoas, que existem incertezas em todos os acontecimentos diários aos quais estamos sujeitos, sendo a probabilidade o ramo da matemática ao qual podemos recorrer para enumerar as chances de determinado evento ocorrer. Provavelmente, de acordo com Viali (2008), Girolamo Cardano foi o primeiro a formular as bases dessa teoria, às tendo publicado em seu livro “O livro dos Jogos de Azar’’em 1663. Conforme Viali (2008), Pierre de Fermat e Blaise Pascal também merecem grande destaque pelo nascimento das teorias da probabilidade, quando no século XVII, através de correspondências, solucionaram um problema que ficaria conhecido como “O problema dos pontos”, abrindo assim, um novo horizonte para o estudo dessa teoria.

O estudo da probabilidade vai muito além do cálculo das chances de tirarmos uma bola ao acaso de uma determinada cor, de dentro de uma caixa com um número determinado de bolas, ou de lançarmos uma moeda na esperança de sair cara ou coroa, ou mesmo um dado, esperando um determinado número cair virado com a face voltada para cima. Apesar de exercícios como esses servirem de base para a compreensão da probabilidade, eles podem ser insuficientes, e causarem até mesmo uma compreensão muito limitada acerca de sua abrangência: “A probabilidade está presente em vários âmbitos da nossa vida (biológico, físico, social, político), assim como em outras áreas da ciência, sendo crucial a compreensão da mesma por parte dos alunos e sociedade em geral’’ .(NASCIMENTO, 2016, p.12).

O domínio de conhecimentos básicos de estatística e probabilidade se faz essencial e indispensável para que todo estudante seja capaz de analisar e tomar decisões acerca de diversas situações que fazem parte de suas vidas, pois,

> O acaso está presente na vida cotidiana em muitos contextos em que aparece noções de incerteza, risco e probabilidade, por exemplo, previsão do tempo, diagnóstico médico, estudo da possibilidade de contratação de seguro de vida ou realização de investimento, avaliação de um aluno, etc.(BATANERO,2006, p.3)

[1] O problema dos pontos ou problema do jogo interrompido, foi um problema proposto por Luca Pacioli e discutido por Pascal e Fermat. Ele consistia em dividir um prêmio entre dois jogadores quando por algum motivo o jogo é interrompido sem que nenhum jogador ainda o tenha vencido. O prêmio deveria ser dividido de forma proporcional à chance de vitória de cada jogador no momento em que o jogo foi paralisado.

A aprendizagem e o domínio de tais conhecimentos por parte dos estudantes, se faz necessário, pois facilitará a atuação deles em possíveis áreas profissionais que por ventura venham a seguir no futuro, onde será exigido maiores habilidades sobre estatística e probabilidade, como por exemplo nas ciências sociais, ciências médicas, mercados financeiros, a própria matemática, dentre outras.

> A probabilidade proporciona um modo de medir a incerteza e de mostrar aos estudantes como matematizar, como aplicar a matemática para resolver problemas reais. Para isso, recomenda-se um ensino das noções probabilísticas a partir de uma metodologia heurística e ativa, por meio da proposição de problemas concretos e da realização de experimentos reais ou simulados. (LOPES, 2008, p.71)

Considerando a escola uma das principais responsáveis pelo desenvolvimento das potencialidades cognitivas dos seus estudantes, e garantidora da aprendizagem dos mais diversos ramos do conhecimento, esta pesquisa de campo tem como objetivo analisar, o que estudantes de períodos iniciais do curso de Matemática-Licenciatura entendem por probabilidade e como suas trajetórias escolares os influenciam nessa compreensão, principalmente no ensino básico. Além disso, entender como os discentes conseguem relacionar tais aprendizados com os acontecimentos aleatórios aos quais estão sujeitos no dia a dia, também será foco deste trabalho. Ou seja, considerando a importância do conhecimento probabilístico aplicado à vida cotidiana, como será que os estudantes compreendem e procuram lidar com situações diárias que estão sujeitas ao acaso?

O presente trabalho é constituído por oito capítulos. No terceiro, apresentamos uma breve história de como se deu início às teorias das probabilidades, mostrando que os jogos de azar foram de grande importância para suas ideias iniciais.

No capítulo seguinte, falamos sobre a aleatoriedade nos acontecimentos diários e algumas de suas interpretações, mostramos também a importância do conhecimento probabilístico aplicado a situações cotidianas. No quinto, trazemos uma discussão a respeito de educação, mais especificamente acerca do ensino de probabilidade na educação básica. No sexto capítulo, expomos a metodologia utilizada para esta pesquisa, assim como o questionário aplicado. No sétimo, expomos as respostas coletadas e discutimos acerca das mesmas. Por último, apresentamos as considerações finais.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo geral

Compreender o que estudantes universitários dos períodos iniciais do curso de Matemática-Licenciatura de uma universidade pública do estado de Pernambuco, entendem por probabilidade, e como eles aplicam seus conhecimentos acerca do tema, em situações cotidianas.

2.2 Objetivos específicos

- Analisar as concepções de probabilidade dos estudantes.
- Identificar o que eles sabem sobre o conhecimento probabilístico.
- Compreender como estes licenciandos relacionam a probabilidade com situações cotidianas.

3 UM POUCO DA HISTÓRIA DA PROBABILIDADE

Quando pesquisamos sobre a história da matemática, mais especificamente sobre o seu início, encontramos que foram os egípcios e os babilônios, por volta de 3500 A.C., os primeiros povos a desenvolverem e utilizarem a matemática como recurso para a construção de diversos monumentos, os quais alguns deles podemos observar ainda hoje. Eles são considerados os pais da matemática, muito embora, de acordo com Soares (2007), a origem do pensamento matemático, como por exemplo a identificação de padrões na natureza e noções de quantidade remonte à pré-história.

> Pela necessidade que havia entre os homens primitivos de caçar, pescar e coletar folhas e frutos para sua alimentação, eles já utilizavam formas de contagem usando marcas e sinais em pedras ou paredes das grutas onde se abrigavam dos animais e do frio (SOARES, 2007 apud SILVA, 2014, p.16).

Podemos perceber que o desenvolvimento do pensamento matemático na pré-história, se deu principalmente devido à necessidade do homem, sendo ela, juntamente à sua curiosidade, importantes precursores para o desenvolvimento da matemática e de todas as outras ciências que conhecemos hoje.

A história da probabilidade, importante ramo da matemática e foco deste capítulo, teve início no século XV, tendo sido provavelmente, conforme Viali (2008), Girolamo Cardano, o primeiro a formular suas bases. Cardano era um estudioso que, de acordo com Eves (2011), “foi um personagem extraordinário da História da Matemática, pois estudou e escreveu sobre aritmética, astronomia, física, medicina e outros assuntos”(EVES, 2011, p. 37). Além disso, Cardano era um entusiasta dos jogos de azar.

> Tem-se que a partir do século XV, o matemático italiano Girolamo Cardano (1501-1576) estuda as estratégias de jogos de azar, pois vivia isto em seu cotidiano, já que um dos afazeres era jogar apostando financeiramente, o que lhe rendia estudar sobre as estratégias e probabilidade de certos eventos e situações ocorrerem nos jogos que apostava (VASCONCELOS,V.; VASCONCELOS,G.;CHAQUIAM, 2022, p.36)

Vemos que foi com o objetivo de levar vantagem nos jogos de azar, que teve início o estudo sobre os eventos aleatórios e sobre suas chances de ocorrência.

Em 1623 , foi publicado o livro *Liber de ludo aleae* “O livro dos Jogos de Azar” de autoria de Girolamo Cardano. Nele, o autor aborda o conceito de espaço amostral, e é o primeiro a imaginar a representatividade da probabilidade em forma

de fração, sendo considerado por alguns autores, a primeira pessoa a atribuir as chances de um determinado evento acontecer, como sendo a razão entre a quantidade de casos favoráveis e o total de casos possíveis de acontecimento relacionados ao evento. Em linguagem matemática:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Onde P(A) é a probabilidade de ocorrência do evento A, n(A), o número de casos favoráveis ao evento, e n (S) é o número total de casos possíveis. Conforme Viali (2008),

> Não seria fora de propósito considerar Cardano como o pioneiro do cálculo de probabilidade, pois foi o primeiro a introduzir técnicas de combinatória no cálculo dos casos possíveis de um evento e também a considerar a probabilidade de um evento como a razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis. Ele também conhecia a ideia de eventos independentes e a regra da multiplicação entre eles. (VIALI,2008 p.146).

No entanto, Eves (2011), afirma que antes mesmo de Cardano, Pacioli já havia abordado algumas estratégias de jogos, dentre eles um desafio que envolvia repartição de apostas, e possivelmente, o cálculo de probabilidades.

> Pacioli, em sua *Suma*, de 1494, foi um dos primeiros autores a introduzir o problema dos pontos num trabalho de matemática. O problema foi também discutido por Cardano e Tartaglia. Mas só se verificou um avanço efetivo quando, em 1654, o Chevalier de Méré, um hábil e experiente jogador, cujo raciocínio teórico sobre o problema não coincidia com suas observações, propôs a Pascal. Este se interessou pelo problema e o levou ao conhecimento de Fermat. Seguiu-se uma notável correspondência entre os dois matemáticos, na qual o problema foi resolvido de forma correta, mas diferentemente por cada um deles.(EVES,2011, p.365)

Conforme pesquisamos e lemos a respeito da história da probabilidade, notamos algumas discordâncias sobre quem teria dado início ao estudo da aleatoriedade propriamente dito, podendo alguns estudos terem sido realizados de forma contemporânea. Ainda assim, Silva (2020), afirma que **“**a ideia de acaso é quase tão antiga quanto as primeiras civilizações. Os povos mesopotâmios e egípcios ligavam o acaso à vontade de divindades ou outros fenômenos sobrenaturais.´´(SILVA, 2020,p.16).

Todavia, foi em meados do século XVII que os matemáticos Blaise Pascal (1623-1662), e Pierre de Fermat (1601-1665), através de uma troca de correspondências, expuseram suas reflexões sobre os problemas de distribuição de apostas, chegando a solução de um problema que ficou conhecido como “ O

Problema dos Pontos” , o que representou um grande passo para o surgimento da nova área.

> Ambos trocaram correspondências com o objetivo de solucionar o desafio proposto por Chevalier de Méré, conhecido como filósofo do jogo, interessado na matemática com o propósito de determinar as apostas nos jogos de azar. O desafio era encontrar a solução para um problema proposto por Luca Paccioli duzentos anos antes (ZINDEL,2018, p.9)

O desafio de Paccioli consistia em dividir um prêmio entre dois jogadores quando, por qualquer motivo, o jogo é interrompido. O desafio leva-se em conta que um dos jogadores, no momento em que o jogo é paralisado, está com uma maior chance naquele instante, de sair vencedor, caso o jogo não seja interrompido. Dessa forma, para não haver injustiça na divisão do prêmio, seria preciso saber o quão maior seria essa chance do jogador vencer seu oponente que tem menores possibilidades, para assim, dar-lhe parte do prêmio que é proporcional a sua chance de vitória, ficando seu oponente, com a parte menor e que também é proporcional a sua chance de vencer. De acordo com Zindel (2018, p.10), “a resolução do problema depende da teoria de combinação, ilustrada no exemplo abaixo:´´

> Dois jogadores A e B, quando A precisa de 2 pontos para ganhar e B 3 pontos, o jogo será certamente decidido em quatro jogadas. Para saber quem tem mais chance de ganhar, o matemático escreve todas as combinações possíveis entre as letras a, que representa uma jogada em favor do jogador A e b, que representa uma em favor do jogador B. Estas combinações são 16 números , nomeadamente aaaa,aaab, aaba, aabb, abaa, abab, abba, abbb, baaa, baab, baba, babb, bbaa, bbab, bbba, bbbb. Agora cada combinação, em que a ocorre duas vezes ou mais, representa um caso favorável por a, e cada combinação na qual b ocorre três vezes ou mais, representa um caso favorável por B. Assim sendo, em um total de 16, têm-se 11 casos favoráveis para A contra 5 favoráveis para B, visto que a ocorrência de 2 ou mais a é favorável para A e a ocorrência de 3 ou mais b, para B. (ZINDEL,2018, p.10).

Ainda sobre a troca de correspondências entre Pascal e Fermat, Silva (2020), afirma que:

> Pascal escreveu o Traité du Triangle Arithmétique no período dessas correspondências e, muito provavelmente, motivado pelos problemas nelas discutidos. Ele colecionou diversas propriedades do triângulo aritmético e foi o primeiro a aplicar tais propriedades na solução de problemas de cálculo de chances em jogos de azar. Chamou essa nova disciplina de “geometria do acaso”, que mais tarde, veio a se tornar o cálculo de probabilidades.(SILVA,2020, p.29)

Devido as correspondências trocadas entre Pascal e Fermat, a respeito do desafio proposto por Chevalier e que fora elaborado por Pacioli 200 anos antes, eles são considerados como sendo os primeiros a usarem métodos matemáticos

para o cálculo de probabilidades. Sendo assim, para muitos autores, Pascal e Fermat seriam portanto, os criadores do formalismo matemático probabilístico.

> Uma das principais dificuldades que se encontra quando busca-se a origem das probabilidades é que ela começou por ser uma ciência empírica e só mais tarde é que se desenvolveu associada à Matemática. É difícil determinar corretamente quando é que se registrou a alteração do empirismo para o formalismo matemático. Porém, todos os livros concordam que os "criadores" das probabilidade foram Pascal e Fermat (BAYER, et al. 2005, apud BUSETTO,2010, p.11)

Essa é uma breve história de como se deu o início das teorias das probabilidades. Outros pensadores além dos que foram citados nesse capítulo, fizeram parte de seu desenvolvimento, e, apesar de Blaise Pascal e Pierre de Fermat serem reconhecidos como os “criadores” das probabilidades, sabemos pela história da ciência, que nenhum conhecimento científico se desenvolve sem que tenha sido apoiado por outro conhecimento previamente estabelecido.

> A Teoria da Probabilidade tem origem inicialmente na compreensão e análise de jogos de sorte-azar, recebendo contribuições de diversos matemáticos como Blaise Pascal (1623 – 1662), Pierre de Fermat (1601 – 1655), Jacob Bernoulli (1654 – 1705), Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855), Pierre Simon Laplace (1749 – 1827), Lenis Poisson (1781 – 1840), entre outros.(SANTOS, 2019, p.22).

Vimos que o estudo das probabilidades se desenvolveu inicialmente com o propósito de ser utilizado de alguma maneira pelo homem, seja para tirar vantagem nas apostas dos jogos de azar como Cardano imaginou, ou para saber como repartir apostas de forma justa, como fizeram Pascal e Fermat em suas trocas de correspondências. Com o passar do tempo, notamos que o estudo da probabilidade seria útil não apenas para sabermos as chances nos jogos, mas também seria eficaz em uma variedade de situações, visto que a incerteza está presente em praticamente tudo. O seu emprego é muito amplo, e a disseminação de tal conhecimento desde os tempos mais antigos até os dias atuais, tem sido de grande importância para o ser humano poder compreender diversos fenômenos da natureza.

4 PROBABILIDADE E SEU USO NO COTIDIANO

Todos os dias, passamos por diversas situações, desde irmos ao trabalho, irmos ao médico ou mesmo fazer um simples passeio com nossos familiares, sendo que em muitos desses momentos, existe uma coisa em comum, a incerteza. Por mais confiante que possamos estar a respeito do acontecimento de um determinado evento, ele pode não ocorrer como esperado, ou até mesmo nem ocorrer. Um estudo mais amplo a respeito da abrangência da probabilidade é essencial para que todo estudante, desde os seus anos iniciais, comece a compreender melhor os fenômenos da natureza e como eles podem influenciar em suas vidas. Para Campos e Carvalho (2016) “no universo infantil também podemos encontrar muitas situações em que a aleatoriedade se faz presente, brincadeira do par ou ímpar para se decidir de forma justa aquele que inicia um determinado jogo ou outra brincadeira”, (CAMPOS ; CARVALHO, 2016, p.2).

> O conceito de probabilidade é usado frequentemente em nosso dia-a-dia, mas geralmente de maneira informal. Comumente ouvimos qual é a probabilidade de chover amanhã ou qual é a chance do time A vencer o time B, entretanto, não há consenso algum sobre qual interpretação é a mais adequada para cada aplicação, ou se pode haver uma interpretação absoluta, que se sobreponha às outras. (FARIA, 2014, p.3).

Em muitos momentos, presenciamos eventos que poderíamos objetivamente compreender as chances de sua ocorrência. E, para isso, poderíamos usar a interpretação clássica de probabilidade, que estudamos no ensino médio e é baseada no conceito de resultados equiprováveis. O Lançamentos de um dado ou uma moeda, se considerarmos que seus resultados são equiprováveis, são os exemplos mais clássicos e simples da probabilidade laplaciana, onde as chances será a mesma, no caso do dado não viciado, é de 1/6 de qualquer número cair virado para cima, e da moeda, 1/2 de cair cara ou coroa com a face voltada para cima. Uma outra maneira que poderíamos usar para decifrar qual seria a probabilidade de um evento acontecer, seria por meio do conceito de interpretação frequentista de probabilidade. De acordo com tal conceito, a probabilidade do evento acontecer seria a frequência relativa com que o mesmo ocorre sob condições similares, ou seja, devemos repeti-lo uma grande quantidade de vezes, até que, teoricamente, iremos descobrir sua probabilidade aproximada, de acordo com a

frequência de sua ocorrência. O problema nesse sentido, seria decifrar quantas vezes seria necessário repetir o experimento para ser suficiente.

Um outro modelo, muito usado informalmente pelas pessoas quando diante de situações envoltas de incertezas, é a interpretação subjetiva de probabilidade, onde a pessoa atribui uma determinada chance de acontecimento a um evento, baseando se única e exclusivamente em sua “experiência”. Ou seja, a pessoa atribui uma probabilidade a um evento, de acordo com o seu próprio julgamento pessoal, não precisando de metodologias matemáticas para tal, necessitando apenas do seu ego, de suas vivências, seus sentimentos e crenças próprias.

> Podemos ilustrar o caráter subjetivo de probabilidade através de um simples exemplo: Suponha que o indivíduo A arremesse uma moeda e observe cara, sendo assim, para ele P(cara) = 1. Em seguida, o indivíduo B, que não viu o resultado da moeda, é perguntado sobre qual a probabilidade do resultado ter sido cara, e, baseando-se em suas experiências anteriores, diz que P(cara) = 0,5. Sendo assim, cada indivíduo atribuiu a probabilidade à ocorrência do evento conforme sua informação sobre o processo. (FARIA,2014, p.4)

Faria (2014), complementa ainda, afirmando que:

> Existem críticos sobre essa interpretação de probabilidade, que dizem ser impossível uma pessoa ser totalmente livre de preconceitos e contradições ao atribuir probabilidade a um determinado evento, além disso, dizem ser um empecilho para pesquisas conduzidas por mais de um pesquisador, já que uma conclusão seria impossibilitada por eles terem diferentes opiniões.(FARIA,2014, p.4)

Podemos ver que existem diferentes formas de conhecimentos probabilísticos que podemos utilizar em nossas tomadas de decisões para as mais diversas situações. No mundo moderno, ter uma bagagem mais ampla de conhecimento e estar preparado para as adversidades da vida é fundamental para uma melhor vivência em sociedade. Dessa forma, uma educação mais qualificada, que englobe os principais aspectos da probabilidade, poderá ser um diferencial para nossos estudantes, os possibilitando uma melhor relação com certas adversidades do mundo moderno.

Como descrito no capítulo anterior, as primeiras ideias sobre as chances de um certo evento acontecer, tiveram início devido aos jogos de azar, onde se desejava saber as chances de ocorrência de um determinado evento para aproveitar-se desse dado, e obviamente, tirar vantagem nas apostas. No entanto, as aplicações e implicações do uso da probabilidade, podem ser estendidas para além dos jogos de azar. De acordo com Lopes (2008), "ao considerarmos o mundo em rápida mudança como o que estamos vivendo, é imprescindível o conhecimento da

probabilidade de ocorrência de acontecimentos para agilizarmos a tomada de decisão e fazermos previsões.”(LOPES, 2008, p. 60). Ainda segundo o autor,:

> Não faz sentido trabalharmos atividades envolvendo conceitos estatísticos e probabilísticos que não estejam vinculados a uma problemática. Propor coleta de dados desvinculada de uma situação-problema não levará à possibilidade de uma análise real. Construir gráficos e tabelas desvinculados de um contexto ou relacionados a situações muito distantes do aluno pode estimular a elaboração de um pensamento, mas não garante o desenvolvimento de sua criticidade.(LOPES,2008, p.62)

Saber relacionar o conhecimento probabilístico a situações às quais estamos sujeitos, não apenas em jogos de azar, mas em qualquer momento em nossas vidas onde a aleatoriedade e a incerteza podem nos surpreender, é de relevância significativa para que todo cidadão possa estar preparado para ser bem sucedido em suas decisões.

> O ensino da probabilidade inicialmente deve ser realizado através de experimentações, observações, registros, coletas e análises de dados de modo interdisciplinar, possibilitando aos estudantes a compreensão que a incerteza e a imprevisibilidade se fazem presentes no cotidiano das pessoas, contribuindo assim, em seu processo de apreensão e ação na realidade.(SANTANA; BORBA,2012, p.4)

Vimos de fato, que as primeiras ideias de probabilidade tiveram origem devido aos jogos de azar, sendo o seu estudo, uma das melhores ferramentas matemáticas para a obtenção de vantagem nesses jogos, visto que eles estão bastante presentes no cotidiano das pessoas. No entanto, os jogos de azar são apenas uma parte daquilo que está envolto de incertezas e que faz parte do dia a dia das pessoas, existindo diversas outras situações as quais também podemos aplicar o conhecimento probabilístico. Podemos citar por exemplo os investimentos financeiros em papéis como ações de empresas, dólar, contatos futuros dentre outros. Apesar de nem todas as pessoas frequentemente aplicarem seu capital, ou mesmo estarem familiarizadas com esse tipo de negócio, devemos ter em mente que se por acaso resolvemos o fazer em algum momento de nossas vidas, o sucesso ou fracasso de um investimento dessa natureza, está diretamente ligado a situações aleatórias, onde se fará necessário o conhecimento de probabilidade desde a sua forma mais básica, até mesmo as suas formas mais abstratas como a probabilidade subjetiva por exemplo, caso aspiremos uma maior chance de sucesso.

Uma outra situação cotidiana que podemos pensar na necessidade do uso do conhecimento probabilístico e que vão além dos jogos de azar, é simplesmente nossas chances de sobrevivência e sucesso diante da evolução biológica.

Sobreviver e ser bem sucedido, é simplesmente na maioria das vezes, ser-se bom em probabilidades. Saber identificar as melhores oportunidades, ou seja, aquelas que têm um melhor custo benefício, assim como uma maior chance de darem certo, seja em uma caçada ou na escolha de ingerir determinados alimentos, foi sem dúvidas determinante para a sobrevivência da nossa espécie.

À vista disso, trazendo para o mundo moderno, qualquer tomada de decisão, quando apoiada por métodos estatísticos e probabilísticos, eventualmente irão resultar em ações cada vez menos equivocadas por parte das pessoas, o que pode evitar uma série de problemas aos quais estamos expostos no dia a dia, desde problemas no trânsito, problemas financeiros, de trabalho, dentre outros. E, se considerarmos que estamos constantemente envoltos por situações onde a incerteza se faz presente, uma maior atenção para o ensino da probabilidade, focando em relacionar a mesma com casos mais práticos e presentes no cotidiano das pessoas, deveria ter um enfoque maior por parte do sistema educacional brasileiro e das instituições de ensino do país.

> A formação básica em probabilidade torna-se indispensável ao cidadão nos dias de hoje e em tempos futuros, pois a sociedade contemporânea requer habilidades que permitam uma leitura ampla da realidade e capacidades de intervenção nas ações sociais. O entendimento de probabilidade requer pensamento elaborado de análise de situações, levantamento de possibilidades e julgamento do que seja provável, improvável e impossível. Nesse sentido, o ensino da probabilidade pode promover o desenvolvimento da capacidade crítica e da autonomia, assim como de outros conceitos matemáticos trabalhados na escola, tais como a classificação sistemática e a combinatória.(SANTANA, BORBA,2012, p.2).

Mlodinow (2009), autor do livro “O andar do bêbado: como o acaso determina nossas vidas”, explica no capítulo 3 de sua obra, que nosso cérebro lida muito mal com a aleatoriedade, e mesmo nos processos lógicos e tomadas de decisões mais simples, a gente se engana por ir sempre pelo caminho determinístico, que é o mais fácil, e aparentemente seguro. Mlodinow cita como exemplo o caso de Marilyn Vos Savant, uma mulher a qual detinha o maior QI já registrado, onde lhes foi feito uma pergunta de probabilidade, cuja resposta era aparentemente óbvia para a imensa maioria das pessoas, inclusive para estudiosos do meio matemático. O questionamento feito a Marilyn foi o seguinte, como o próprio autor escreve no livro:

> Suponha que os participantes de um programa de auditório recebam a opção de escolher uma dentre três portas: atrás de uma delas há um carro; atrás das outras, há cabras. Depois que um dos participantes escolhe uma porta, o apresentador, que sabe o que há atrás de cada porta, abre uma das portas não escolhidas, revelando uma cabra. Ele diz então ao participante:

> “Você gostaria de mudar sua escolha para a outra porta fechada?”. Para o participante, é vantajoso trocar sua escolha? (MLODINOW, 2009)

Para quase todas as pessoas, a resposta seria que não há vantagem ou diferença nas chances de ganhar o carro caso mude de escolha, pois restando apenas duas portas, a chance seria de 50%, independente da troca ou não. No entanto, para surpresa de todos, de acordo com Mlodinow (2009), Marilyn respondeu que seria vantajoso mudar de porta. Com isso, o problema apresentado se tornou bastante polêmico, não pela elaboração em si, mas pela resposta dada por Marilyn que contrariava grandes professores matemáticos e PhDs.

Marilyn sofreu duras críticas da comunidade acadêmica, naquele que ficaria conhecido como “O problema de Monty Hall ” em referência ao apresentador do programa. Posteriormente, no entanto, para surpresa de todos que a criticaram, foi demonstrado que ela estava certa, ou seja, trocar de porta seria probabilisticamente mais vantajoso, e a chance de ganhar passaria de 1/3 para 2/3.

A princípio, quando o participante escolhe uma das portas, sua chance de ganhar o carro é de 1/3, com as outras duas portas não escolhidas tendo, obviamente, acumulado juntas, 2/3 de probabilidade de guardarem o carro, não havendo motivo para que tal probabilidade mude após o apresentador abrir uma dessas duas portas , pois a porta restante não escolhida, passaria a acumular os mesmos 2/3 de chance. Para melhor compreensão desse problema, podemos imaginar que seriam 100 portas, sendo que em uma porta tem um carro e nas outras 99 têm cabras. Se escolhêssemos uma dessas 100 portas e o apresentador abrisse 98 portas com cabras, restariam fechadas apenas a porta escolhida e mais uma, sendo que uma tem um carro e a outra uma cabra. Inicialmente, a probabilidade de termos escolhido a porta com o carro seria de 1/100, logo, a chance do carro estar nas outras portas seria de 99/100. Dessa forma, depois de abertas as 98 portas com cabras, as chances continuariam a serem de 1 % para a escolha inicial e de 99 % para a porta restante não escolhida. Portanto, trocar de porta ,seria com certeza, a melhor opção.

Em conclusão, podemos perceber o quanto podemos nos equivocar em relação a problemas de probabilidade. Conforme visto, até mesmo grandes professores de matemática e PhDs erraram em um problema, pelo simples motivo de não considerarem que o apresentador do programa tinha ciência da porta em que cada prêmio estava.

5 O ENSINO DE PROBABILIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA

É indiscutível a importância do conhecimento matemático na vida de qualquer cidadão, e o seu aprendizado é indispensável desde a educação primária, pois seu uso se faz necessário nas mais variadas necessidades do dia a dia. Com o conhecimento probabilístico não poderia ser diferente, levando-se em conta a imensidão de acontecimentos aleatórios aos quais estamos sujeitos. Na tomada de decisões sobre qualquer situação, um conjunto de habilidades são necessárias, sendo que algumas necessitam de cálculo matemático e outras não. “Muitos desses problemas (tomada de decisão, julgamento ou previsão) estão abertos ou têm mais de uma decisão possível e ambos fatores matemáticos e extra matemáticos.”(BATANERO, 2006, p.5). Assim sendo, até mesmo o ensino para o aprimoramento da interpretação subjetiva de probabilidade, teria sua importância nas tomadas de decisões por parte dos estudantes.

Dessa forma, um treinamento mais completo dos estudantes da educação básica, mais especificamente do ensino médio, acerca do conhecimento probabilístico, se faz necessário, visto que “ nas decisões e julgamentos de probabilidade na vida cotidiana, deixamo-nos levar pela intuição que muitas vezes nos engana e cometemos falácias que geralmente não são corrigidos simplesmente pelo aprendizado formal de probabilidade (Shaughnessy,1986, apud Batanero,2006).

Quando o estudante ingressa na universidade, ele carrega consigo toda uma bagagem de conhecimentos que foram adquiridos ao longo de sua trajetória escolar, sendo nos anos finais do ensino básico, que eles começam a ter um maior contato com o ensino de probabilidade, que nos dias atuais, é normatizado de acordo com a BNCC (Base Nacional Comum Curricular). Antes disso, a necessidade do contato com a probabilidade está expressa também nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental (Brasil, 1997).

> No caso específico de estudos relativos a noções de probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que parte dos acontecimentos do cotidiano é de natureza aleatória, sendo possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos.(SANTANA, BORBA, 2012, p.3)

Para Lopes (2008) “os conceitos probabilísticos e estatísticos devem ser trabalhados desde os anos iniciais da educação básica para não privar o estudante de um entendimento mais amplo dos problemas ocorrentes em sua realidade social.”(Lopes,2008, p.61).

No que se refere às principais habilidades que os estudantes devem alcançar referentes ao conhecimento probabilístico, e que são exigidas pela BNCC, podemos destacar as seguintes, que de acordo com o documento, os alunos devem adquirir por meio das instituições de ensino médio:

- (EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.
- (EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).
- (EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.

Conforme com Moura e Barbosa (2018),

> O conhecimento probabilístico é decorrente das nossas competências sociais, sendo ele cada dia mais necessário diante as demandas atuais e as que surgem através das tecnologias da informação e comunicação, pois vemos como necessário o domínio de habilidades relacionadas a probabilidade para tomada de decisões como também analisar e sistematizar eventos probabilísticos nos permitindo chegar a conclusões mais viáveis(MOURA; BARBOSA, 2018, p.2)

Devido a ter cumprido toda minha jornada estudantil em escolas públicas, em sua maior parte como estudante, e outra parte menor como estagiário, pude perceber que o conteúdo de probabilidade que é trabalhado, assim com os exercícios mais comuns, estão de certa forma limitado a casos e exemplos que não estão relacionados com os acontecimentos cotidianos aos quais todas as pessoas estão sujeitas. Dessa maneira, imagino que a compreensão dos estudantes acerca da amplitude que é o tema, esteja restrita a exemplos como lançamento de dados ou moedas, que em quase nada tem relação com nosso cotidiano. Além do mais,

expandir um ramo da matemática para a sociedade, no caso, a probabilidade, para que o mesmo não se restrinja a uma compreensão limitada, e poder mostrar o quão abrangente e contra intuitivo pode ser o seu estudo e suas aplicações, não apenas nos exercícios escolares, mas também na vida das pessoas, é de fundamental importância para o desenvolvimento do estudante perante a atual sociedade. Sendo assim, as habilidades descritas pelo documento da BNCC, em relação ao estudo da probabilidade, deveriam em minha opinião, serem ensinadas em sua totalidade nas escolas, com um enfoque maior para o estudo de casos práticos do cotidiano que estão envoltos de aleatoriedade.

Essas são habilidades fundamentais para que todo cidadão seja capaz de tomar decisões condizentes e favoráveis em diversas ocasiões, seja elas em momentos pessoais, ou profissional. No entanto, caso o ensino de tal conhecimento seja deixado de lado pelas instituições escolares, e, por qualquer motivo que seja, não abordem essa temática com a ênfase necessária, seus estudantes podem apresentar fragilidades em tais habilidades, as quais são tão importantes, principalmente nos dias atuais.

> Ensinar conceitos probabilísticos na escola é de extrema importância para o sujeito hoje, cuja relação com o mundo supera a sua própria capacidade de lidar com as certezas, ultrapassando, assim, ao âmbito das incertezas, contribuindo para o exercício pleno da cidadania com responsabilidade social na tomada de decisões. Sem esta compreensão, os indivíduos não são capazes de julgar de forma adequada o meio que os cerca e podem se deixar levar por informações distorcidas da realidade.(SANTANA, BORBA,2012, p.3).

Existem diversas situações adversas às quais estamos sujeitos, sejam elas situações de trabalho, de trânsito ou qualquer outra situação aleatória que possa nos surpreender. Com isso em mente, um cidadão bem informado, com uma boa base de conhecimento de probabilidade, poderia se desvencilhar mais tranquilamente. Um exemplo disso, seria entender quais são as chances de se pegar covid-19 com e sem o uso de máscaras, e a partir daí, decidir se vale a pena usar a máscara ou não, apesar do relativo incômodo causado por elas. Outro exemplo seria referente aos jogos de apostas, onde entender quais são as probabilidades envolvidas em determinados jogos, seria o suficiente para que na maioria das vezes evitassemos de jogar, visto que grande parte desses jogos, são elaborados para que as chances maiores fiquem sempre a favor do dono da banca, tornando praticamente impossível de alguém se dar bem no jogo a médio ou longo prazo.

6 METODOLOGIA

A metodologia escolhida para esse trabalho foi de caráter qualitativo e participativo, onde responderam ao questionário um total de dez licenciandos que variavam do primeiro ao quinto período do curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco.

> A pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares. Ela se ocupa, nas Ciências Sociais, com um nível de realidade que não pode ou não deveria ser quantificado. Ou seja, ela trabalha com o universo dos significados, dos motivos, das aspirações, das crenças, dos valores e das atitudes. Esse conjunto de fenômenos humanos é entendido aqui como parte da realidade social, pois o ser humano se distingue não só por agir, mas pensar sobre o que faz e por interpretar suas ações dentro e a partir da realidade vivida e partilhada com seus semelhantes. (MINAYO, 2010, p.6).

A presente pesquisa foi realizada por meio da aplicação de um questionário a estudantes dos períodos iniciais do curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal de Pernambuco, sendo elaborado com cinco questões, as quais foram desenvolvidas com a finalidade de instrumento de análise das concepções de probabilidade dos licenciandos , assim como de seu conhecimento empírico acerca do tema, e de como utilizam seus aprendizados em probabilidade diante de situações cotidianas.

> Outra característica importante da metodologia qualitativa consiste na heterodoxia no momento da análise dos dados. A variedade de material obtido qualitativamente exige do pesquisador uma capacidade integrativa e analítica que, por sua vez, depende do desenvolvimento de uma capacidade criadora e intuitiva.(MARTINS,2004, P.292)

Dessa forma, se tratando de uma pesquisa realizada por meio de questionário, temos que considerar o caráter subjetivo do pesquisador referente à análise das respostas obtidas. Sua interpretação diante dos dados coletados, principalmente quando a pesquisa é de caráter qualitativo, exigirá uma análise bastante cuidadosa, para que se desvie o mínimo possível daquilo que os participantes da pesquisa tiveram intenção em expressarem em suas respostas, e dessa maneira seja possível tirar conclusões mais condizentes a partir das informações, deixando de lado qualquer viés pré existente que possa influenciar na interpretação dos resultados coletados.

O questionário, segundo Gil (1999, p.128), pode ser definido “como a técnica de investigação composta por um número mais ou menos elevado de questões

apresentadas por escrito às pessoas, tendo por objetivo o conhecimento de opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas etc.”. A partir dessa ideia, a seguir apresentamos e discutimos a respeito das questões incluídas no questionário.

1) O que você entende por probabilidade? (não precisa ser uma definição formal).

2) Um grupo de pessoas foi classificado quanto a peso e pressão arterial, de acordo com as proporções do quadro a seguir:

PRESSÃO	PESO			
	Excesso	Normal	Deficiente	Total
Elevada	9	7	2	18
Normal	14	40	18	72
Total	23	47	20	90

a. Qual a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso nesse grupo ter pressão alta?

b. Se, se verifica que a pessoa escolhida tem excesso de peso, qual a probabilidade de ela ter também pressão alta?

c. Qual a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso ter uma deficiência de peso e pressão normal?

3) Da mesma forma que utilizamos outros ramos da matemática para nos auxiliar em diversas situações do dia a dia, também podemos usar a probabilidade? Caso sim, você teria alguns exemplos de seu uso?

4) Em sua vida diária, quais situações você pode destacar na qual a aleatoriedade está presente e que tem relação com a probabilidade que você estudou durante a educação básica?

5) Apresente uma sugestão para o ensino de probabilidade de forma com que ele possa contribuir para lidarmos melhor com eventos diários que estão sujeitos a aleatoriedade.

Pivatto (2014), afirma que “os conhecimentos prévios tornam possível a aquisição de ideias que podem ser utilizadas no universo das categorizações de novas situações e servem de pontos de ancoragem e descobertas de novos conhecimentos.”(Pivatto,2014, p.45). Dessa forma, com a primeira questão, temos como objetivo identificar quais são as concepções que os licenciandos têm a respeito da probabilidade, e o que eles pensam sobre o tema a partir daquilo de teem conhecimento. Isso será de grande importância para darmos sequência às questões seguintes, pois vamos ter uma base, e até mesmo uma expectativa daquilo que iremos presenciar nas respostas posteriores, o que pode contribuir para uma melhor e mais fácil análise.

Na segunda pergunta, queremos saber um pouco sobre o conhecimento formal dos licenciandos em relação a probabilidade, o que eles sabem de maneira mais categórica acerca desse assunto. Para isso, foi elaborada uma questão a qual é preciso para sua resolução, o licenciando ter alguns conhecimentos básicos de probabilidade, como sua interpretação clássica e também o conhecimento de probabilidade condicional , além de ter o entendimento e uma correta leitura de tabela, pois dessa forma, será possível verificar também, se determinados erros podem estar relacionados com a falta de compreensão da tabela, e não com o conhecimento de probabilidade em si.

Na questão três, o foco será saber o que eles pensam sobre o uso do conhecimento probabilístico em situações do dia a dia. Para isso, pensamos em uma questão que antes de mais nada, lembra da utilidade e necessidade de conhecimentos matemáticos em situações cotidianas.

> A matemática está presente em todos os segmentos da vida e em todas as tarefas executadas do nosso dia a dia, seja na compra de um simples pão como na aplicação de um grande investimento financeiro. Assim, ao acordar, o despertador expressa as horas utilizando o princípio da contagem do tempo, quando fazemos uma refeição utilizamos o conceito da proporção, e assim por diante.(CUNHA,2017, p.1)

Logo em seguida, a pergunta os questiona sobre a também necessidade do conhecimento probabilístico em determinados momentos, pedindo em seguida alguns exemplos de seu uso.

Na quarta pergunta do questionário, procuramos saber como os licenciandos relacionam a aleatoriedade com acontecimentos cotidianos, e de qual maneira isso também se relaciona com aquilo que estudaram e aprenderam durante suas trajetórias escolares. Com essa questão, tentamos verificar, a partir da percepção

dos estudantes, se eles vêem alguma correlação prática do ensino de probabilidade na escola, com os acontecimentos que vivenciam em suas vidas diárias.

Por fim, queremos saber por parte dos estudantes, algumas ideias sobre o ensino de probabilidade de forma com que ele possa contribuir para lidarmos melhor com situações cotidianas que estão envoltas de aleatoriedade. Para isso pedimos na última questão que opinem a respeito de como poderia ser o ensino de probabilidade, de maneira com que o mesmo fosse mais útil em suas vidas.

7 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS

Na primeira questão, a qual perguntamos: “O que você entende por probabilidade?” Os estudantes E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E9, responderam, basicamente, que entendiam que a probabilidade seria o estudo das chances de “algo” ou determinado evento acontecer. Sendo que os estudantes E1 e E2, especificaram ainda, que esse acontecimento deveria se dar em um contexto ou espaço específico.

Conhecemos de fato, a probabilidade como sendo a área da matemática que estuda as chances de um determinado evento acontecer, portanto, as concepções gerais da maioria dos estudantes a respeito de probabilidade estão de acordo, e também corretas.

O estudante E8 afirmou que seria “*um conteúdo matemático onde se pode analisar as variáveis de fatos matemáticos e fatos da natureza*”. Sua resposta não ficou bem clara, e, apesar do objetivo da pergunta ser entender qual seria a sua própria concepção a respeito do tema, sua resposta foge daquilo que se propõe o estudo categórico da probabilidade.

O E10 disse que seria uma fração. Em relação a probabilidade ser apenas uma fração como afirmou, de fato, ela pode ser representada como fração, número decimal ou porcentagem, no entanto, ele não especificou a que se referia essa tal fração. Imaginamos dessa forma, uma concepção restrita do conceito. Se imaginarmos por exemplo, um evento com 0 ou 100 % de chance de ocorrência, nem por uma fração a sua probabilidade poderia ser representada.

Partindo para a análise da questão número dois, a qual teríamos como objetivo compreender o conhecimento formal básico de probabilidade dos licenciandos, apresentamos a seguinte questão, a qual continha as letras a, b e c:

Um grupo de pessoas foi classificado quanto a peso e pressão arterial, de acordo com as proporções do quadro a seguir:

PRESSÃO	PESO			
	Excesso	Normal	Deficiente	Total
Elevada	9	7	2	18
Normal	14	40	18	72
Total	23	47	20	90

a. Qual a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso nesse grupo ter pressão alta? (Resposta : 18/90, ou 20%)

b. Se, se verifica que a pessoa escolhida tem excesso de peso, qual a probabilidade de ela ter também pressão alta? (Resposta: 9/23, ou 39,1%)

c. Qual a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso ter uma deficiência de peso e pressão normal? (Resposta 18/90, ou 20%)

Foram obtidos os seguintes resultados para esta questão: Dos dez participantes da pesquisa, 9 acertaram a letra A, um total de 90%. A letra b, foi respondida de maneira correta por 6 dos 10 participantes, 60%. Já na letra C, 5 dos 10 participantes acertaram, 50%.

Para a solução da letra a, bastaria o licenciando fazer a análise da tabela e ter conhecimento do conceito de probabilidade clássica, onde iria verificar que o grupo é composto por um total de pessoas 90 pessoas, sendo que dessas, 18 tem pressão alta, ou seja, a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso ter pressão alta é de 18 em 90 pessoas, ou seja, 18/90, o que seria correspondente a 20%. Apenas um estudante não respondeu de forma correta a essa questão, possivelmente por falta de atenção ao analisar a tabela, visto que o mesmo estudante respondeu a letra c de maneira correta, questão a qual era bastante semelhante a letra a.

Na letra b, além de uma correta interpretação da tabela para se resolver a questão, também seria necessário entender sobre o conceito de probabilidade condicional, ou seja, a probabilidade de um evento A ocorrer, dado que um outro evento B ocorreu. O licenciando precisaria notar, que existe um total de 23 pessoas com excesso de peso, das quais 9 têm pressão elevada. Dessa forma, sabendo que a pessoa escolhida tem excesso de peso e que são 23 pessoas nessa categoria, deveríamos olhar posteriormente para o total de pessoas com pressão alta, que seriam justamente 9 pessoas. Sendo assim, a probabilidade de ela ter também pressão alta seria de 9 em um total de 23 pessoas, ou seja, 9/23 ou 39,1%. Verificamos que houve uma queda considerável no número de acerto dessa questão.

Acreditamos que o motivo para essa queda na taxa de acerto, tenha sido muito mais pela incorreta interpretação da tabela, do que pela falta de conhecimento

básico de probabilidade, pois tal questão, apesar da necessidade do conhecimento de probabilidade condicional para sua resolução, necessitava também, de uma leitura mais atenciosa da tabela quando comparada a letra a, que estava bem mais óbvio a visualização da resposta, ficando mais fácil se chegar ao resultado correto.

De acordo com Melo, 2018:

> As possíveis dificuldades que os alunos podem ter é em relação a interpretação, os mesmos acham as questões de difícil entendimento, além de não se aproximar da realidade dos alunos, os professores veem que muitos alunos não têm o hábito de ler as questões, de refletir e já querem ir para o resultado.(MELO,2018, p.42)

Portanto, os possíveis fatores determinantes para essa queda no número de acertos da letra b da segunda questão em relação a letra a, estão relacionados à necessidade do conhecimento de probabilidade condicional, e também à falta de atenção e reflexão no momento da interpretação da tabela.

Na letra c, a taxa de acerto foi ainda menor, e apenas metade dos licenciandos apresentaram a resposta correta. Para sua resolução, bastaria a interpretação clássica de probabilidade, onde seria preciso verificar que o número de pessoas com deficiência de peso e pressão normal é de 18 pessoas, de acordo com a tabela. Dessa forma, já que o total de pessoas do grupo é 90, a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso ter uma deficiência de peso e pressão normal seria de 18/90, ou 20%.

Da mesma maneira que a letra b, a letra c, pedia uma atenção e leitura mais cuidadosa por parte dos licenciandos, o que também não foi feito, ocasionando uma diminuição na taxa de acerto.

Pensamos dessa maneira, justamente porque a interpretação necessária para se resolver a letra c, é muito semelhante a da letra a, onde a grande maioria acertou, no entanto, apesar de ser preciso uma leitura e interpretação parecida, a taxa de acerto foi muito inferior, e isso provavelmente ocorreu justamente porque tal questão necessitava de uma análise um pouco mais criteriosa, o que não foi feito por alguns estudantes, ocasionando um decréscimo ainda maior no número de acerto.

Foi possível concluir, a partir das respostas obtidas, que a maior parte dos licenciandos que participaram da pesquisa, entendem os conceitos básicos de probabilidade, e os erros podem ser explicados como sendo reflexo de uma má leitura de tabela, e até mesmo de uma certa falta de atenção, visto que o número de acerto foi decaindo conforme a exigência de uma maior atenção, assim como uma melhor interpretação da tabela foi sendo exigida.

Seguindo a análise para a terceira questão, perguntamos o seguinte: “Da mesma forma que utilizamos outros ramos da matemática para nos auxiliar em diversas situações do dia a dia, também podemos usar a probabilidade? Caso sim, você teria alguns exemplos de seu uso?”

Através das respostas obtidas, verificamos que todos os dez estudantes questionados foram unânimes ao concordarem que, assim como nos utilizamos de outros meios matemáticos, também podemos utilizar o conhecimento probabilístico para nos auxiliar nas situações do dia a dia. A respeito dos exemplos ao qual a questão os pede, todos os licenciados citaram exemplos que exigem noções e alguma compreensão do conhecimento probabilístico. Dentre eles, os mais citados foram os jogos de maneira geral, onde poderíamos utilizar de algum dado ou conhecimento probabilístico para se ter uma maior chance nas apostas. As chances de contaminação por Covid-19 também foi levantada por um dos licenciandos, assim como o cálculo da probabilidade de chuva por outro, e até mesmo as chances de conseguirmos realizar alguma tarefa em um determinado período de tempo, também foi falada por um dos estudantes.

Na questão quatro, fizemos o seguinte questionamento: “Em sua vida diária, quais situações você pode destacar na qual a aleatoriedade está presente e que tem relação com a probabilidade que você estudou durante a educação básica?”

Com ela, procuramos compreender aquilo que os estudantes trazem consigo da escola a respeito do conhecimento probabilístico e que tem relação direta com aquilo que vivenciam em suas vidas diárias.

O primeiro estudante E1, respondeu o seguinte para a questão: “ *Lançamento de dado em um jogo, e lançamento de moeda para decidir algo*”. Tal resposta condiz exatamente com minhas vivências durante a educação básica, e também com minhas percepções a respeito dos ensinamentos e exemplos de probabilidade que normalmente são apresentados nas escolas, ou seja, lançamentos de dados e moedas. Esses são exemplos que podem perfeitamente serem usados como base para o ensino da probabilidade, no entanto, minhas críticas se restringem às limitações desses exemplos quando comparados ao universo de situações aleatórias às quais estamos sujeitos no dia a dia. Tentar a sorte lançando dados e moedas, com certeza já fez parte de nossas vidas, mas acredito que dificilmente tenha sido em algum momento de relevante importância.

O próximo licenciando E2, respondeu: "*Na hora de pegar uma fruta para comer, posso não escolher, e apenas pegar aleatoriamente. Na hora de ir para a faculdade posso determinar quatro roupas e, dentro destas quatro opções, pegar uma de forma aleatória para usar*." Imaginamos que ele tenha tentado dizer que, caso não analise bem a fruta antes de a escolher, terá uma maior chance de escolher uma fruta ruim. Na segunda parte de sua resposta, ele parece estar se referindo ao estudo de combinatória que estudou na escola.

O licenciando E3, afirmou "*Ao se deslocar para a faculdade, as chances de chegar cedo, dado que esse evento está intimamente ligado ao horário em que cada estudante chegue no ponto do transporte*". Nessa resposta, temos um caso de probabilidade condicional, onde as chances de chegar cedo na faculdade, evento (A), depende de outro evento (B). Esse tipo de probabilidade podemos presenciar em diversas ocasiões do cotidiano. Um outro exemplo de probabilidade condicional e que frequentemente presenciamos no nosso dia a dia, seria que a probabilidade de chegarmos no trabalho sem atraso, evento (A), também depende do nosso transporte não atrasar, evento (B).

O próximo estudante E4, respondeu à quarta pergunta: "*Chance de acerto crítico, chance de acerto de ações num RPG, relaciona com a ideia de probabilidade clássica, se for aplicada a isso*." Nesse sentido, ele afirma que é possível usar o conhecimento de probabilidade clássica para saber as chances de sucesso que terá em um jogo. Os jogos foram um dos principais motivos que influenciaram as primeiras ideias de probabilidade, e desde então, tal conhecimento é usado para se tirar vantagem nos mais diversos tipos de jogos, inclusive nos jogos modernos, no caso, o RPG, como afirma o estudante.

O licenciando E5, se limitou a responder "*acho que escolher entre um objeto ou outro*".

O próximo, se referiu a probabilidade de chuva, mas não especificou de qual maneira ele estudou tal probabilidade na escola.

O estudante E6, assim como o E1, falou sobre jogos e lançamentos de dados e moedas.

O próximo aluno, E7, afirmou: "*Tomar vacina, probabilidade da doença se espalhar, da medicação fazer efeito*." Esse foi um exemplo bastante interessante, pois, recentemente o mundo passou por uma grave crise sanitária de covid-19, onde os institutos de pesquisa, juntamente com os meios de comunicação, apresentavam

regularmente dados baseados em estatística e probabilidade, comprovando por meios destes, a eficácia das vacinas e do uso de máscaras na prevenção da infecção, assim como uma menor chance de óbito. Dessa forma, pessoas com conhecimento na área, se baseando nos dados e nas pesquisas científicas, eram capazes de tomar as melhores decisões para si, referente ao uso de máscara e a tomada ou não da vacina, deixando de lado argumentos sem base científica, que eram explanados por pessoas que detinham o poder político em meio a pandemia, e assim, preservar por suas vidas.

O estudante E8, escreveu "*O único fato aleatório que me deparo na minha vida diária é quando estou jogando algum jogo online*." Obviamente, esse não é o único fato aleatório que ele se depara na vida. Tal afirmação demonstra desconhecimento da abrangência da aleatoriedade na vida cotidiana, e mesmo que ele não perceba, está rodeado de acontecimentos aleatórios.

O licenciando E9, respondeu "*Ao chamar o Uber, a probabilidade de ser uma cor específica do carro*." Quando chamamos um uber, obviamente ele terá uma probabilidade de ser de uma determinada cor, diante das várias possíveis para uber. Questões de probabilidade envolvendo cores são bastante comuns nos exercícios escolares, sendo bastante úteis quando utilizadas como base para o entendimento dos estudantes, apesar de não observarmos grandes utilidades práticas em saber a probabilidade de um carro ou qualquer outro objeto ser ou não de uma determinada cor.

O último estudante questionado, E10, respondeu: "*Probabilidade de chuva*". A meteorologia trabalha com probabilidades, e a probabilidade de chuva pode afetar diretamente nossas vidas em diversas situações, logo, pode ser de bastante importância saber as chances de chover em determinados momentos.

No quinto e último quesito do questionário: "Apresente uma sugestão para o ensino de probabilidade de forma com que ele possa contribuir para lidarmos melhor com eventos diários que estão sujeitos a aleatoriedade."

O estudante E1 respondeu: "*O professor pode trabalhar em sala de aula com o jogo bingo, para mostrar a aleatoriamente*". Nesse exemplo do jogo do bingo, podemos trabalhar a aleatoriedade, mas sua resposta não deixa claro como esse jogo em específico, poderia nos ajudar a lidar melhor com eventos cotidianos.

O próximo aluno E2, afirmou: " *Podia ser colocado de forma mais prática, com escolhas do dia a dia do aluno, como falei na questão anterior: a escolha de uma*

roupa, uma fruta, ou usando os meios de transporte: qual a chance do ônibus passar dentro de um espaço de tempo determinado." Sua análise é bastante interessante quando diz que o ensino poderia ser colocado de forma mais prática, citando algumas situações as quais as pessoas vivenciam rotineiramente, tais como escolher uma fruta, ou as chances do ônibus passar dentro de um determinado espaço de tempo estabelecido, como ele afirma. O entendimento de situações como essa, poderia ajudar as pessoas de várias maneiras em suas vidas, como por exemplo ajudar a não perder o ônibus e evitar atrasos no trabalho .

O aluno E3, assim como o E1, afirmou que o professor poderia trabalhar com o jogo do bingo.

O E4, afirmou "*a utilização de jogos como meio de ensino, e poder contribuir com a conscientização das ideias de probabilidade irrealistas em jogos de azar*". Essa foi uma ideia bastante interessante, pois os jogos de azar como nos cassinos por exemplo e tantos outros tipos, são projetados exclusivamente para fazer com que as pessoas percam seu dinheiro, isso porque são elaborados de forma com que a probabilidade fique sempre contra o apostador e a favor do dono da banca.

O estudante E5, levantou a possibilidade de se trabalhar com os jogos matemáticos, que sem dúvidas são excelentes para se trabalhar diversos conteúdos, no entanto, ele não especificou como eles poderiam ser usados em sala de aula para ajudar os estudantes a lidarem melhor com eventos diários que estão sujeitos a aleatoriedade**.**

O E6, afirmou "*Com atividades práticas, aplicações no cotidiano e jogos*." Ele não deu exemplos de como poderiam ser essas atividades práticas.

O próximo licenciando E7, respondeu: "*Podemos usar a ludicidade. Através de moedas, dados, etc*." O uso de dados e moedas pode ser utilizado para trabalhar a ludicidade e a imaginação dos estudantes , principalmente quando estão nos primeiros anos do ensino fundamental, pois nesse momento, as percepções de aleatoriedade, e de que existem chances envolvidas nos acontecimentos dos eventos, já começam a fazerem sentido e serem percebidas pelas crianças.

O E8, disse "*Trazer mais fatos do cotidiano dos alunos que podem ser utilizados com os conteúdos de probabilidade, para poder sair mais do baralho, dados, etc*.." Sua resposta está exatamente de acordo com aquilo que defendemos, ou seja, aplicar os ensinamentos probabilísticos em situações mais próximas ao

cotidiano das pessoas, da mesma maneira como é trabalhado com outros conteúdos matemáticos.

O estudante E9, semelhante ao E8, respondeu: “*Utilizar jogos que representam situações do cotidiano, para exemplificação do assunto*.”

Por fim, o licenciando E10, afirmou: “*ensinar por meio de contexto vividos pelos alunos, assim motivaria os alunos em sala*.” O ensino de probabilidade por meio do contexto vivido pelos estudantes, buscando inserir e trabalhar situações aleatórias , as quais estão acostumados a presenciar, seriam de grande eficiência no seu aprendizado, e contribuiria de maneira significativa em seu desenvolvimento perante a atual sociedade.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como objetivo geral, compreender o que estudantes universitários de períodos iniciais do curso de Matemática-Licenciatura de uma universidade pública do estado de Pernambuco, entendem por probabilidade, e como eles aplicam seus conhecimentos acerca do tema, em situações cotidianas. A partir do questionário que aplicamos, foi possível notarmos em nossa análise das respostas obtidas, diferentes olhares dos licenciandos a respeito do conhecimento probabilístico ao qual aprenderam na escola, assim como suas diferentes concepções de probabilidade e maneiras as quais usam de tal aprendizado nas mais diferentes ocasiões de suas vidas. Da mesma forma, fomos capazes de ter alguma noção a respeito do que estes licenciandos sabem a respeito do conhecimento formal de probabilidade.

Se considerarmos a grande quantidade de situações aleatórias às quais estamos sujeitos, não há dúvidas a respeito da importância do conhecimento probabilístico aplicado à vida cotidiana. Dessa forma, um ensino de probabilidade que procure preparar nossos estudantes para lidar melhor com tais situações, poderá ser de grande importância em suas vidas.

Assim sendo, uma outra pesquisa que poderia dar continuidade a esta, seria um trabalho que procurasse entender quais vantagens sociais poderiam existir, caso os cidadãos tivessem um ensino de probabilidade que abordasse com maior ênfase os acontecimentos aleatórios do dia a dia, buscando compreender como estas pessoas poderiam ter uma melhor convivência entre si e com a própria natureza, se melhor municiadas de tal conhecimento.

Concluímos contudo, que um olhar focado para o ensino de probabilidade onde se trabalhe com situações aleatórias mais práticas e relevantes, as quais estejam mais presentes no cotidiano das pessoas, poderá ser útil não apenas para se ampliar o conhecimento probabilístico dos estudantes, mas também para que tais aprendizados possam contribuir e lhes favorecer nas mais variadas ocasiões onde o acaso se faça presente.

REFERÊNCIAS:

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1997

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**

BATANERO, C. **Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: un desafío educativo**. In: FLORES,P.; LUPIÁÑEZ, J. (Ed.). Investigación en el aula de matemática. Estadística y Azar. Granada: Sociedad de Educación Matemática Thales, 2006. CD ROM.

CHAER, G.; DINIZ, R. R. P. ;RIBEIRO E. A. **A técnica do questionário na pesquisa educacional.** Evidência, Araxá, v. 7, n. 7, p. 251-266, 2011.

CUNHA, Cézar Pessoa. **A Importância da Matemática no Cotidiano.** Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Edição 04. Ano 02, Vol. 01. pp 641-650, Julho de 2017. ISSN:2448-0959

CAMPOS, T. M.M.; CARVALHO, J. I. F. **Probabilidade nos anos iniciais da educação básica: contribuições de um programa de ensino.** Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana. Vol. 7, n. 1, p. 1-18. 2016.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** Tradução: Hygino H. Domingues. 5. ed. Editora da Unicamp. Campinas, SP. 2011.

FARIA, R. C. **Redes probabilísticas: aprendendo estruturas e atualizando probabilidades**. 2014. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

LOPES, C.A.E **O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores.** Cad. Cedes, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008.

MARTINS,H. H. T. S. **Metodologia qualitativa de pesquisa**, Educação e Pesquisa, São Paulo, v.30, n.2, p. 289-300, maio/ago. 2004

MELO, Monalisa Silva. **Conhecimento de professores de matemática sobre a probabilidade condicional e seu ensino.** / Monalisa Silva Melo. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – 2018

MOURA.T; BARBOSA.D. **O Ensino de probabilidade: Discussões acerca da formação profissional e prática docente com professores da educação básica -** V CONEDU, Congresso nacional de Educação, 2018.

MINAYO, M. C. S. (org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 29. Ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010. (Coleção temas sociais). Resenha

MLODINOW, Leonard. **Encontrando o caminho em meio a um espaço de possibilidades. In:_____. (org.). O andar do bêbado: como o acaso determina nossas vidas**. Editora Schwarcz-Companhia das Letras, 2009. p. 34 - 46.

NASCIMENTO, Lindinalva Cecília do .**Quantificando a incerteza: investigando os conhecimentos probabilísticos de licenciandos em Matemática** – 2016.

PIVATTO, W. B. **Os conhecimentos prévios dos estudantes como ponto referencial para o planejamento de aulas de Matemática: análise de uma atividade para o estudo de Geometria Esférica.** *Revemat*,Florianópolis, v. 9, nº 1, p. 43-57, 2014.

SANTOS, Indaclécio Paulo dos. **Ecologia de aprendizagem sobre probabilidade com estudantes dos anos finais do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, 2019.

SANTANA, M. R. M; BORBA, R. E. S. R. **O acaso, o provável, o determinístico: concepções e conhecimentos probabilísticos de professores dos anos iniciais do ensino fundamental**. 3º SIPEMAT - Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática.

SANTOS.Liamara; NAVA.Daniela, **Engenharias, ciências exatas e da terra: pesquisas básicas e aplicadas** / Josimar Batista Ferreira (org.). – Rio Branco :Stricto Sensu, 2021.

SILVA, Késia Isabel da. **História da Matemática: Os Primeiros Indícios Dos Números,**. Monografia (Especialização em Fundamentos da Educação: Práticas Pedagógicas Interdisciplinares). Universidade Estadual da Paraíba, Pró-reitoria de Ensino Médio , Técnico em Educação a Distância, 2014.

SOARES, Kasselandra Mattos. **Fundamentos e história da matemática**. Indaial: Asselvi, 2007.

SILVA, Welson Nogueira da. **Um resumo sobre a história da probabilidade e alguns problemas curiosos**, 2020.

VASCONCELOS,V. VASCONCELOS,G. CHAQUIAM. **Um percurso pela História da Probabilidade.** V Seminário Cearense de História da Matemática. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática – Volume 9, Número 26, 31 – 46, 2022.

VIALI, L. **Algumas Considerações sobre a Origem da Teoria das Probabilidades.** Revista Brasileira de História da Matemática, v. 8, n. 16, p. 143-153, 2008.

ZINDEL.M, **Tomada De Decisão E Risco: A Contribuição Dos Matemáticos E Estatísticos**. Estadística y Sociedad, México, p.05-30, n.5 Noviembre. 2018 .