

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**MODELAGEM DE DECISÃO MULTICRITÉRIO NO
PLANEJAMENTO DA MANUTENÇÃO ABORDANDO
PROBLEMÁTICAS DE ESCOLHA E CLASSIFICAÇÃO**

TESE SUBMETIDA À UFPE

PARA OBTENÇÃO DE GRAU DE DOUTOR

POR

CRISTIANO ALEXANDRE VIRGÍNIO CAVALCANTE

Orientador: Prof. Adiel Teixeira de Almeida, PhD

RECIFE, SETEMBRO / 2005.

Cavalcante, Cristiano Alexandre Virgínio
Modelagem de decisão multicritério no
planejamento da manutenção abordando problemática
de escolha e classificação / Cristiano Alexandre
Virgínio Cavalcante. – Recife : O Autor, 2005.
xii, 136 folhas : il., fig., tab.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de
Pernambuco. CTG. Engenharia de Produção, 2005.

Inclui bibliografia e anexos.

1. Engenharia de produção – Pesquisa ope-
racional. 2. Gestão e políticas de manutenção –
Manutenção preventiva. 3. Modelagem multicritério –
Modelo de classificação. I. Título.

658.58
658.4034

CDU (2.ed.)
CDD (22.ed.)

UFPE
BC2005- 525



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA
DE DEFESA DE TESE DE DOUTORADO DE

CRISTIANO ALEXANDRE VIRGÍNIO CAVALCANTE

“MODELAGEM DE DECISÃO MULTICRITÉRIO NO PLANEJAMENTO
DA MANUTENÇÃO ABORDANDO PROBLEMÁTICAS DE ESCOLHA
E CLASSIFICAÇÃO”.

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: PESQUISA OPERACIONAL

A comissão examinadora, composta pelos professores abaixo, sob a presidência do primeiro, considera o candidato **CRISTIANO ALEXANDRE VIRGÍNIO CAVALCANTE** **APROVADO.**

Recife, 16 de setembro de 2005.

Prof. ADIEL TEIXEIRA DE ALMEIDA, PhD (UFPE)

Prof. FERNANDO MENEZES CAMPELLO DE SOUZA, PhD (UFPE)

Profa. ANA PAULA CABRAL SEIXAS COSTA, Doutor (UFPE)

Prof. DÉCIO FONSECA, Docteur (UFPE)

Prof. MANOEL AFONSO DE CARVALHO JÚNIOR, PhD (UFPE)

*“De tudo, ficaram três coisas: a certeza de
que estamos sempre começando, a certeza de que é
preciso continuar e a certeza de que seremos
interrompidos antes de terminar. Portanto, devemos:
fazer da interrupção um caminho novo, da queda um
passo de dança, do medo uma escada, do sonho uma
ponte, da procura um encontro”*

Fernando Pessoa

*Ao meu pai Edson e minha mãe Graça aos
quais sou eternamente grato.*

AGRADECIMENTOS

Segundo os maiores especialistas que estudam o fenômeno do envelhecimento, o segredo para o envelhecer bem e, conseqüentemente, se ter uma longa vida é a gratidão. Nesse sentido, tentando fazer declarações desinteressadas diante do conhecimento desse fato, gostaria de afirmar que, a despeito da vontade de permanecer vivo por muito tempo, sou grato por tudo e a todos.

Contudo, na busca de bem desempenhar as inúmeras tarefas do dia a dia, bem como, para não parecer artificial, muitas vezes deixamos de expressar os nossos sentimentos. Porém, no espaço que se reserva para agradecimentos, não poderia fazer outra coisa a não ser, sob uma lógica compensatória, tecer largos agradecimentos, de modo a equilibrar as inúmeras vezes que assim não procedi.

Agradeço, então:

À suprema inteligência que rege todas as coisa, DEUS, que através do dom da criação me fez existir.

Aos meus pais que me proporcionaram com muito esforço e trabalho, não só as condições materiais que não tiveram, como também, o conforto psicológico para que eu colhesse da vida somente o que há de bom.

A Christiane, minha companheira, amiga e confidente que, com o seu jeito de ser, vem descortinando um mundo novo para mim, e para o qual a minha vontade de estar inserido só cresce.

Ao Professor Adiel, em quem vislumbro a competência e a produtividade, e a quem responsabilizo por minhas qualidades profissionais.

A todos os meus grandes amigos da graduação em Engenharia Mecânica, com os quais compartilhei os primeiros desafios na Universidade. Em especial, agradeço aos Necos que, mesmo distantes, não cessaram de envidar esforços para me apoiarem.

Aos amigos do Doutorado, cujos esforços foram imensos neste grande obstáculo do Doutorado.

A todos os meus familiares que sempre emanaram forças positivas na torcida pelas minhas conquistas.

Ao meu Irmão que sempre me apoiou nos desafios que se apresentaram e que é para mim a imagem da honestidade e persistência.

A minha irmã por sua admiração e pela imagem que faz de mim.

A todos da família GPSID com os quais passo grande parte de minha vida e vivencio minhas experiências acadêmicas e profissionais.

Aos amigos Heldemarcio e André Marques que têm se tornado grandes parceiros em trabalhos profissionais e acadêmicos.

A todos aqueles que, despretensiosamente, tornaram minha vida mais fácil em algum aspecto. Dentre os quais, dedico um agradecimento especial a Ceça e a Edilene que me pouparam grande esforço nas pesquisas de artigos e nas atividades de empréstimo de livros.

Ao amigo Felipe Agostini que me forneceu grande ajuda para ilustração dos exemplos usados na apresentação.

A Dona Marluce, que mesmo com motivos louváveis para recusar, aceitou o grande desafio de tornar mais legível a tese.

A todos os que, propositadamente, dificultaram minha caminhada e, conseqüentemente, tornaram minhas pernas mais fortes.

Finalmente ao CNPq que me forneceu apoio financeiro durante o período do Doutorado.

RESUMO

Na busca pela competitividade, as empresas têm investido em alternativas que possam lhes trazer algum diferencial. Nesse sentido, as funções de apoio têm-se revelado como potenciais efetivos para o alcance desse objetivo, no que tange à função manutenção, em face do grande desenvolvimento tecnológico, das exigências crescentes dos ambientes produtivos, bem como da necessidade incessante de redução dos custos visando à maximização do retorno financeiro. Essa função tem obtido grande valorização, deixando de ser uma função negligenciável para tornar-se um agente indispensável para assegurar os níveis de performance exigidos pelos sistemas produtivos. Dessa forma, a fim de cumprir tais exigências, são estabelecidos dois modelos que permitem a inserção de atributos essenciais a um tratamento mais adequado e global do problema de estabelecimento de políticas de manutenção, através de um enfoque multicritério receptivo às incertezas inerentes ao problema de escolha de um período para a substituição de equipamentos. Além disso, foi construído um modelo para o estabelecimento de políticas mais abrangentes, onde diversos equipamentos são levados em consideração, através de uma abordagem multicritério de classificação.

ABSTRACT

In pursuit of competitiveness, businesses have been investing alternatives which can create a differential. In this respect, support functions have shown themselves to be effective potentials in the achievement of this objective, to which is related the maintenance function, because of great technological development and the growing demands of productive environments, such as the constant need to reduce cost with a view to maximizing financial returns. The maintenance function has become much more valued, ceasing to be a function which could be disregarded to become an indispensable way to guarantee the performance levels demanded by productive systems. In this way, in order to meet such demands, two models are established which allow the implantation of attributes essential for a better and more global treatment of the problem of the establishment of maintenance policies, through a multi-criterion focus, receptive to uncertainties inherent in the problem of the choice of a period for the replacement of equipment. In addition, a model has been constructed for the establishment of wider-ranging policies, where various types of equipment are taken into consideration, through a multi-criterion approach to classification.

SUMÁRIO

1. Introdução.....	1
1.1 <i>Objetivos do Trabalho.....</i>	<i>2</i>
1.1.1 Objetivo Geral	2
1.1.2 Objetivos Específicos.....	2
1.2 <i>Estrutura da Tese</i>	<i>3</i>
2. Base conceitual	5
2.1. <i>Confiabilidade como uma área de estudo.....</i>	<i>5</i>
2.2. <i>Confiabilidade como uma medida.....</i>	<i>6</i>
2.3. <i>Confiabilidade e Taxa de Falha</i>	<i>7</i>
2.3.1. Modelo de Taxa de Falha Constante	9
2.3.2. Modelo de Taxa de falha dependente do tempo	11
2.3.3. Tipos de Sistemas ou Itens	14
2.3.4. Manutenibilidade.....	14
2.3.5. Disponibilidade.....	14
2.4. <i>Manutenção</i>	<i>15</i>
2.4.1. Finalidade da Manutenção	16
2.4.2. Manutenção Planejada e Manutenção Corretiva	17
2.4.3. Avaliação de Custos de uma Política de Manutenção e algumas ações de contenção.....	20
2.5. <i>Inferência Bayesiana</i>	<i>22</i>
2.5.1. Conhecimento a priori e processos de educação	23
2.6. <i>Abordagem de apoio multicritério a decisão</i>	<i>24</i>
2.6.1. Problemáticas características	25
2.6.2. O Método PROMETHEE (Preference Ranking Method for Enrichment Evaluation)	26
3. Políticas de manutenção	38
3.1. <i>Manutenção Programada</i>	<i>38</i>
3.1.1 Diferentes classificações das políticas de manutenção	39
3.2 <i>Revisão Bibliográfica</i>	<i>45</i>
3.2.1 Modelos de Otimização de um Único Critério	46
3.2.2 Modelos de Programação Dinâmica e Programação Linear	59
3.2.3 Modelos de Teoria do Controle	65
3.2.4 Modelos de Análise Financeira	68
3.2.5 Modelos de Análise Bayesiana	70
3.2.6 Modelos Multicritério	72
3.2.7 Modelos de Estoque e Manutenção.....	74
4. Modelos de decisão multicritério para a definição de políticas de substituição preventiva.....	77
4.1. <i>Modelo I.....</i>	<i>78</i>
4.1.1. O Critério Custo Esperado por Unidade de Tempo.....	78
4.1.2. O Critério Confiabilidade R(tp)	79

4.1.2.	O Critério Tempo Total das Paradas “Downtime” $D(tp)$	80
4.1.3.	O Conflito entre os Critérios Custo, Confiabilidade, e Tempo Total de Parada	81
4.1.4.	Hipóteses do Modelo de Decisão	83
4.1.5.	Etapas da Estruturação do Modelo 1	84
4.2.	<i>Modelo II</i>	87
4.2.2.	Tratando as Incertezas	88
4.2.3.	Etapas da estrutura do modelo II	90
4.3.	<i>Aplicações Numéricas</i>	90
4.3.1.	Modelo I	90
4.3.2.	Modelo II	94
5.	Proposta de adaptação do método promethee	99
5.1.	<i>Problemática de Classificação na Manutenção</i>	99
5.2.	<i>Modelos de classificação</i>	101
5.2.1.	Modelos de agregação de critérios para a problemática de classificação e técnicas de desenvolvimento de modelos	102
5.3.	<i>Proposta de Adaptações no PROMETHEE</i>	104
5.4.	<i>Problema de Escolha do Tipo de Política de Manutenção para os Equipamentos</i>	106
5.5.	<i>Estrutura do Modelo de Decisão</i>	108
5.5.1.	Hipóteses do Modelo	108
5.5.2.	Etapas da Estruturação do Modelo	109
5.6.	<i>Aplicação Numérica</i>	114
6.	Considerações Finais e Sugestões para Futuros Trabalhos	119
6.1.	<i>Considerações Finais</i>	119
6.2.	<i>Sugestões para Futuros Trabalhos</i>	120
7.	Referências Bibliográficas	122

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1– Curva da Banheira	8
Figura 2.2 – Função Densidade de Probabilidade Exponencial	10
Figura 2.3 – Confiabilidade da Distribuição Exponencial	10
Figura 2.4 - Função taxa de falha para a distribuição exponencial	11
Figura 2.8 - Função densidade de probabilidade Weibull	13
Figura 2.9 – Confiabilidade para a Distribuição Weibull	13
Figura 2.10 – Função taxa de falha para distribuição Weibul	13
Figura 2.16 – Composição dos Custos Envolvidos na Manutenção	21
Figura 2.17 – critério generalizado $H_j(d_j)$ adaptada de (Brans & Mareschal, 2002)	28
Figura 2.18 – Relação De Sobreclassificação Adaptada De (Brans & Mareschal, 2002)	30
Figura 2.19 – Fluxo de Sobreclassificação de Saída adaptada de (Brans & Mareschal, 2002)	31
Figura 2.20 – fluxo de sobreclassificação de entrada adaptada de (Brans & Mareschal, 2002)	32
Figura 4.1– comportamento do parâmetro C_m (razão do custo em unidade monetária pelo tempo em hora) com o T_p (tempo em hora).	79
Figura 4.2– Comportamento da confiabilidade com os tps dados em hora	80
Figura 4.3– comportamento do parâmetro D (“Downtime”, Tempo Total das Paradas por Unidade de Tempo em Funcionamento) com o T_p (tempo em hora).	81
Figura 4.4 –Conflito entre os Critérios Custo e Confiabilidade	82
Figura 4.5– Descrição Da Política De Substituição Por Idade Considerando Reparos De Renovação E Tempos De Parada (Adaptado De 060 Eesc)	84
Figura 4.6- Pré-Ordem Completa	93
Figura 4.7– Escore das alternativas	94
Figura 5.1 - Esquema de perfis das três categorias para os quatro critérios de avaliação	112
Figura 5.2 - Esquema de perfis das três categorias para os sete critérios de avaliação	117

LISTA DE TABELAS

<u>Tabela 4.1 – Desempenho das alternativas</u>	85
<u>Tabela 4.2 – Dados de Entrada</u>	91
<u>Tabela 4.3 - Conjunto De Ações</u>	91
<u>Tabela 4.4 – Matriz de Avaliação do Problema de Decisão</u>	92
<u>Tabela 4.5 – Função de Preferência e Características dos Critérios</u>	92
<u>Tabela 4.6 – Ordenamento das Alternativas</u>	93
<u>Tabela 4.7 – Dados de entrada</u>	95
<u>Tabela 4.8 - Conjunto De Ações</u>	95
<u>Tabela 4.9 - Parâmetros Da Distribuição Weibull Para O λ Desconhecido</u>	95
<u>Tabela 4.10 – Matriz de Avaliação do Problema de Decisão</u>	96
<u>Tabela 4.11 – Função de Preferência e Características dos Critérios</u>	97
<u>Tabela 4.12 – Verificação de Condição de Sobreclassificação</u>	98
<u>Tabela 5.1 – Matriz de Desempenho das alternativas</u>	114
<u>Tabela 5.2 – Padrões de referência para os Perfis de Classe</u>	115
<u>Tabela 5.3 – Parâmetros do Passo de Agregação</u>	115
<u>Tabela 5.4 – Fluxos líquidos das referências e das alternativas</u>	116
<u>Tabela 5.5 – Classe indicada para cada alternativa com base na mínima força de repulsão</u>	116

1. INTRODUÇÃO

Duas principais abordagens na teoria de confiabilidade são predominantes. A primeira consiste na formulação do problema em termos de questões atinentes ao projeto de sistemas e objetiva estabelecer medidas estruturais, tecnológicas, ou organizacionais a fim de assegurar o padrão de confiabilidade requerido pelo sistema de produção, de modo a atender requisitos de performance. Tais questões repercutem em inúmeros problemas que se estendem até instantes que antecedem o uso do sistema.

De qualquer forma, é bem conhecido que a eficácia de um sistema em funcionamento depende não apenas das propriedades “inatas”, advindas das etapas de projeto e produção, mas, também, da qualidade de suas operações, manutenções, reparos ou qualquer atividade que interfira no desempenho operacional do equipamento. Em um dado extremo, se todas as ações de manutenção são limitadas a reparos emergenciais após o sistema ter sofrido uma falha, então as características operacionais do sistema tenderão a ser muito baixas e o sistema não funcionará de um modo eficiente. Como resultado, a segunda abordagem caracteriza-se pelo seu caráter exploratório. Trata de inúmeras questões cujas principais preocupações estão relacionadas com o sistema já em funcionamento e sua natureza diz respeito à proposição de medidas para obter as melhores características operacionais possíveis. Entre os diversos problemas que advêm dessas questões, destacam-se os problemas relativos a políticas de manutenção, sendo o estudo dessas políticas o foco deste trabalho.

O estabelecimento de modelos que regem problemas relativos a políticas de manutenção vem sendo desenvolvido desde meados dos anos 30, tendo as suas primeiras grandes colaborações nos anos 60. Contudo, a despeito de largamente discutidos, muito distante de se tratar de uma área esgotada em contribuições, diversos são os problemas que ainda não foram devidamente solucionados. Ainda mais, não cessam de se apresentar novos problemas, bem como a necessidade de soluções mais atraentes para problemas antigos só cresce.

Algumas das principais causas da exigência de novas e diferentes soluções relacionam-se, principalmente, ao contexto vigente de competitividade crescente, em que a manutenção é impedida de ser uma atividade negligenciada, passando a ser uma ferramenta estratégica para redução dos custos e incremento da disponibilidade da planta.

Como resultado, o interesse na área de políticas de manutenção é crescente, como também torna-se cada vez mais rápida a difusão dos modelos advindos dessa área para os

mais diferentes campos de aplicação, tais como, o militar, a área de saúde, o industrial e o ambiental.

Nesse contexto, indo ao encontro às exigências de novas soluções para antigos e novos problemas, este trabalho vem prover modelos mais representativos à realidade de problemas clássicos. Além disso, por meio de adaptação do método PROMETHEE (Brans & Mareschal, 2002), propõe condições apropriadas para tratar de problemas relativos a políticas de manutenção em que a problemática de classificação torna-se mais factível.

Como resultado, são estabelecidos dois modelos que permitem a inserção de atributos essenciais a um tratamento mais adequado e global do problema de estabelecimento de políticas de manutenção. Trata-se de um enfoque multicritério, com vistas às incertezas inerentes ao problema de escolha de um período para a substituição de equipamentos. Além disso, foi construído um modelo para o estabelecimento de políticas mais abrangentes, onde diversos equipamentos são levados em consideração, através de uma abordagem multicritério de classificação.

1.1 Objetivos do Trabalho

1.1.1 Objetivo Geral

Neste trabalho, buscou-se atender às exigências advindas de mudanças dos contextos e cenários dominantes de outrora, o que é traduzido nos sistemas produtivos, por uma crescente importância dos sistemas de produção de serviço.

Vale lembrar que o crescimento em importância de tais sistemas vem repercutindo na reestruturação de modelos para os quais muitos dos objetivos preponderantes tornaram-se dimensões de escolha, bem como suas restrições passaram a ser variáveis importantes do processo decisório.

Concluindo, tem-se então como objetivo geral, a partir de um estudo minucioso dos importantes trabalhos atinentes a políticas de manutenção, prover modelos que permitam atender aos requisitos de tratamento multidimensional e, ao mesmo tempo, aos relativos ao tratamento de incerteza.

1.1.2 Objetivos Específicos

Especificamente, almeja-se explorar as facilidades e o potencial do método PROMETHEE permitindo que se estabeleçam modelos multicritério que não só autorizem o

estabelecimento de intervalos de manutenção, cujas relações de compromissos são satisfatórias para os diversos critérios, como também possibilitem o tratamento de problemas de planejamento mais abrangentes, em que diversos equipamentos deverão ser alocados em diferentes classes de atividades de manutenção mais apropriadas. Neste descortino, os objetivos específicos são:

- Entendimento do estado da arte;
- Proposição de modelos para determinação de intervalos de manutenção;
- Proposição de modelo para definição do tipo de política de manutenção para cada equipamento;
- Proposição de método de classificação como variante do PROMETHEE;
- Ilustração de um problema em que o modelo proposto de classificação é bastante útil;
- Aplicações numéricas para verificação da sua aplicabilidade.

1.2 Estrutura da Tese

A tese, além da presente introdução, foi dividida em cinco partes:

O capítulo 2 é relativo à base conceitual e permite, sem pretensão de substituir os textos que já tratam dos diversos conceitos abordados, reunir os ingredientes necessários ao entendimento dos modelos posteriormente construídos. Neste sentido, percorrem-se os caminhos que vão desde os fundamentos da probabilidade, passando por aspectos relacionados com a confiabilidade, a algumas observações quanto à análise bayesiana, as questões e implicações relativas à manutenção, chegando-se aos construtos relativos a família de métodos PROMETHEE.

A manutenção foi posta de forma bem distinta, onde aspectos gerenciais foram imersos em meio a análises mais rigorosas, como uma prévia e um patamar mais próximo para o entendimento dos mecanismos das mais complexas políticas de manutenção assentadas no capítulo seguinte.

A classificação foi apresentada dentro dos preceitos da abordagem de apoio multicritério a decisão, onde se podem observar os principais métodos, exemplos de aplicação e a idéia inerente à classificação.

Sob uma ótica detalhista, apresentaram-se os métodos PROMETHEE, seus fundamentos, sua finalidade e principais elementos, dando-se ênfase a três dos seus constituintes: os métodos PROMETHEE I, II e III.

No capítulo 3, reuniram-se diversos trabalhos, com os quais se pôde inferir entendimento mais preciso sobre políticas de manutenção, seu significado, suas diferentes classificações, seus diferentes modelos, os problemas que carregam, seu surgimento e os rumos prováveis que apontam.

No capítulo 4, foram propostos novos modelos para políticas de manutenção consideradas clássicas. Tais modelos puderam traduzir os objetivos de otimização em critérios de decisão, bem como, levar em consideração as preferências do decisor na definição de intervalos de manutenções preventivas.

Sob o propósito de demonstração da aplicabilidade e utilidade dos modelos desenvolvidos, foram feitas aplicações onde se pôde perceber o enriquecimento e as vantagens do tratamento simultâneo dos critérios de avaliação.

No capítulo 5, discutiram-se dois problemas de política de manutenção que recorrem à classificação como melhor procedimento para o seu tratamento, bem como, sob a adaptação do método PROMETHEE, levantou-se um modelo multicritério cujo propósito é a classificação dos equipamentos dentro das classes de atividades mais apropriadas. Fez-se ainda a aplicação numérica cujos resultados foram bem satisfatórios.

Concluindo, no Capítulo 6, foram feitas as considerações finais que ressaltam as limitações e os aspectos vantajosos resultantes deste trabalho. Como também, nas sugestões para futuros trabalhos, foram listadas possíveis extensões deste trabalho, na esperança que este se faça bastante útil.

2. BASE CONCEITUAL

Neste capítulo de base conceitual tem-se como finalidade reunir os fundamentos básicos, sobre os quais todo o restante do trabalho irá se apoiar. Muitos dos conceitos que serão apresentados são, muitas vezes, melhor expostos ou mais detalhadamente estudados na literatura vigente sobre o assunto. Contudo, não se tenta explorar todos os detalhes em volta dos conceitos mais importantes para este trabalho, nem mesmo competir com as várias fontes que os apresentam. Deseja-se, tão somente, em meio a uma seqüência lógica, enfatizar os ingredientes básicos dos desenvolvimentos posteriores, bem como, quando não há um consenso bem formado sobre certos conceitos, expor aqui qual o entendimento que se faz e os argumentos que os sustentam, de forma a facilitar a sua compreensão.

2.1. Confiabilidade como uma área de estudo

Como já exposto anteriormente, a eficácia de um sistema em funcionamento depende não apenas das propriedades “inatas” advindas das etapas de projeto e produção, mas também da qualidade de suas operações, manutenções, reparos ou quaisquer atividades que interfiram no desempenho operacional do equipamento. Neste sentido, sob um ponto de vista mais abrangente e concordante com o que propõem Barlow et al (1965) tem-se, aqui, a teoria da confiabilidade matemática com um corpo de idéias, modelos matemáticos e métodos dirigidos em busca da solução de problemas, não apenas relacionados com a estimação ou otimização de probabilidade de sobrevivência, da vida média, ou ainda mais geral, da distribuição de vida de componentes ou sistemas, mas, principalmente, na solução de problemas imersos em uma larga classe de questões relacionadas com a manutenção, tais como: substituição, reparo, ou inspeção, de tal forma que a solução de tais problemas relativos à teoria de confiabilidade, influencia nas decisões atinentes às políticas de manutenção que devem ser seguidas.

A teoria da confiabilidade tem crescido devido às demandas das modernas tecnologias, através do surgimento de novos materiais de comportamento não totalmente conhecido, bem como devido às experiências na segunda guerra mundial com sistemas militares complexos. Uma das primeiras áreas de desenvolvimento através de abordagens matemáticas sofisticadas, dentro da teoria de confiabilidade, foi a área de manutenção de máquinas (Khintchine, 1932; Palm, 1947). Destacaram-se também aplicações da teoria da renovação na resolução de problemas de substituição que foram discutidos desde antes de Lokta (1939).

Semelhante à história de grandes áreas do conhecimento, as instituições militares tiveram um papel essencial no desenvolvimento deste campo de estudo. Em dezembro de 1950 a força aérea dos Estados Unidos formou um grupo *ad hoc* que tinha a finalidade de estudar a confiabilidade de equipamentos eletrônicos de uma forma abrangente, a fim de propor o aumento de confiabilidade de equipamentos e redução de manutenção. Um pouco mais tarde, em 1952, o Departamento de Defesa dos Estados Unidos estabeleceu o grupo consultivo em confiabilidade de equipamentos elétricos, chamado de AGREE. Tal grupo foi responsável pela publicação de relatórios importantes que proporcionaram o avanço da confiabilidade, principalmente no que diz respeito às questões de limite de aceitabilidade, requisitos para testes de confiabilidade, efeito dos estoques na confiabilidade, além de outras questões importantes. Já em meados dos anos 60, representando os interesses da iniciativa privada, em específico, das indústrias de mísseis, a teoria da confiabilidade foi sistematicamente estudada pelos representantes da corporação RAND, uma organização sem fins lucrativos. Esses estudos transformaram-se em relatórios importantes que repercutiram bastante nas questões relativas a políticas de manutenção, de tal forma que esses trabalhos ainda hoje são referências para os estudiosos desta subárea (Randner & Jorgenson, 1963; McCall 1965; Jorgenson & McCall, 1963)

2.2. Confiabilidade como uma medida

A confiabilidade muitas vezes é associada a diferentes interpretações, tais como a confiança com o sucesso operacional e com a ausência de falha, a durabilidade de um item, a segurança, os riscos. Ainda, de uma forma geral, através da norma NBR 5462/1994, define-se confiabilidade como “a capacidade de um item desempenhar uma função requerida sob condições especificadas, durante um dado intervalo de tempo”. Neste sentido, como exposto anteriormente, são várias as definições em termos gerais, cada uma das quais revela percepções diferentes sobre uma mesma grandeza. Contudo, mostram-se inadequadas para o uso científico, uma vez que não atendem ao rigor exigido e necessário ao tratamento matemático.

Já na década de 60, Barlow *et al* (1965) ressaltavam a diversidade de diferentes definições e a não apropriação destas definições à finalidade de quantificação da confiabilidade, como as principais dificuldades para o levantamento de uma descrição precisa deste termo, mesmo já tendo se passado quase meio século e muitas novas definições terem

surgido, além de normas que regulamentam tais definições. No contexto de engenharia, ainda não satisfazem os requisitos de quantificação e mensurabilidade. Neste sentido, para fins de cálculo, a confiabilidade é definida, nos textos científicos, como a probabilidade de um item executar uma função predeterminada por um período de tempo específico e sob condições apropriadas (Lewis, 1997; Barlow *et al*, 1965). Como resultado, a confiabilidade é um conceito probabilístico que se relaciona com a variável aleatória, tempo de vida T de um item, e, conseqüentemente, com seu mecanismo de falha, como pode ser visto na expressão 2.1.

$$R(t) = P(T > t) \quad 2.1$$

Por se tratar de um conceito probabilístico, remonta-se, aqui, a reunião de alguns fundamentos básicos de probabilidade, a fim de se poder construir uma seqüência de raciocínio que conduza a um melhor entendimento.

2.3. Confiabilidade e Taxa de Falha

Numa análise mais detida da definição que foi atribuída a confiabilidade pode se observar claramente uma relação da confiabilidade com a falha, ao se julgar a adequação ou não da performance do sistema à sua função preestabelecida. Com relação às condições, é necessário o entendimento das cargas a que o sistema está sujeito e o ambiente dentro do qual o sistema pode operar. Apesar da importância dos outros aspectos relacionados com a confiabilidade, na maioria dos contextos observados, a variável mais importante a que a confiabilidade está relacionada é o tempo, e é por esta razão que a maioria dos fenômenos de confiabilidade são entendidos dentro da dimensão do tempo (Carter, 1986).

Ao se analisar as falhas em um dispositivo qualquer, observa-se que são três os comportamentos apresentados: ou elas se dão muito antecipadamente, provenientes de projetos mal conduzidos, ou são aleatórios, ou seja, não possuem nenhuma causa, ou são resultantes do envelhecimento do item.

Dentre os três principais comportamentos de falha vê-se que, em ao menos dois, o tempo tem papéis importantes e contraditórios, sendo um agente catalítico da falha por envelhecimento e um agente redutor quando a falha se dá prematuramente. Por outro lado, na vida útil do equipamento, a falha não tem nenhuma destas causas e, conseqüentemente, não sofre interferência do tempo. Tais constatações permitem inferir modelos distintos para cada mecanismo de falha. E nesse sentido, esses modelos caracterizam-se pela dependência ou não da falha ou da taxa de falha com o tempo.

Seguem-se então a relação da função taxa de falha $\lambda(t)$ com outras funções importantes:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad 2.2$$

Em que $f(t)$ é a função densidade de falha e $R(t)$ é a função Confiabilidade.

A partir de manipulações em 2.2 pode-se obter a expressão 2.3 abaixo:

$$\lambda(t) = -\frac{1}{R(t)} \frac{d}{dt} R(t) \quad 2.3$$

Resolvendo de 2.3, tem-se que:

$$R(t) = \exp \left[-\int_0^t \lambda(t) dt \right] \quad 2.4$$

O comportamento da função taxa de falha com o tempo é completamente revelador com relação às causas da falha. Em geral qualquer que seja o tipo de equipamento, observa-se que sua taxa de falha apresenta alguma das características gerais da curva da banheira.

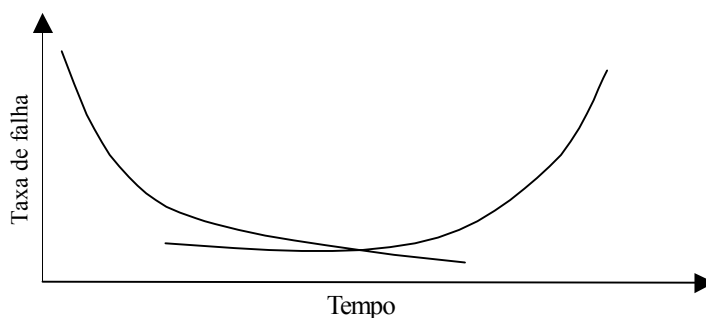


Figura 2.1– Curva da Banheira

Bem conhecido no contexto da engenharia de confiabilidade, a curva da banheira modela, não só o comportamento de falha dos equipamentos, como também a vida de seres humanos que, de certo modo, assemelham-se bastante, já que a falha de forma geral representa a inabilidade da continuidade do desempenho de um dado papel, seja este a operação de uma máquina ou a capacidade de permanecer vivo. Com base nisso, algumas terminologias usadas em um dos fenômenos muitas vezes são encontradas referindo-se ao outro. Por isso é que freqüentemente a curta fase em que os equipamentos se encontram com a taxa de falha alta e decrescente - em que as falhas se dão antecipadamente - é chamada de fase de mortalidade infantil, fazendo-se referência ao fenômeno da vida dos seres humanos.

Representando a vida útil do equipamento, correspondendo a fase operacional, para o qual o item é normalmente projetado para funcionar, a parte do meio da curva da banheira

contém o menor valor de taxa de falha e apresenta pouca variação, comportando-se aproximadamente como uma constante. As falhas durante este período de tempo são freqüentemente referendadas como falhas aleatórias. Elas são provavelmente provenientes de inevitáveis cargas sem nenhuma ligação com defeitos inerentes do projeto do sistema em consideração, nem tão pouco, com os efeitos do envelhecimento do equipamento. No fenômeno da vida dos seres humanos, as mortes durante este período, são provenientes de acidentes ou infecções.

A terceira região da curva da banheira, correspondente a sua parte direita, apresenta um crescimento da taxa de falha. Esse crescimento é proveniente dos efeitos do envelhecimento, similar ao fenômeno de morte dos seres humanos. Observa-se que tanto as mortes para o primeiro fenômeno, quanto às falhas para o segundo são regidas por efeitos cumulativos, tais como, especificamente para os equipamentos: corrosão, fadiga, e difusão de materiais.

Chama-se a atenção para o fato de que diferentes dispositivos apresentam distintas curvas da banheira com predominância de alguns dos três mecanismos de falhas supracitados.

2.3.1. Modelo de Taxa de Falha Constante

A distribuição exponencial que consiste do modelo de taxa de falha constante, popularizado desde Palm (1947), é ainda o modelo mais largamente usado para descrever fenômenos de confiabilidade em todo mundo. Difundido pela fácil utilização e devido a algumas características do sistema que terminam por repercutir em um modelo exponencial, caracteriza-se pela ausência de memória, em que um equipamento novo tem a mesma probabilidade de sobreviver a um dado intervalo de tempo do que um usado que tenha a sua mesma taxa de falha. Dessa forma o tempo já vivido pelo usado não influencia no comportamento de falha em um intervalo futuro.

A função densidade de probabilidade exponencial é dada por:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad 2.5$$

Seu gráfico pode ser visto na Figura 2.2:

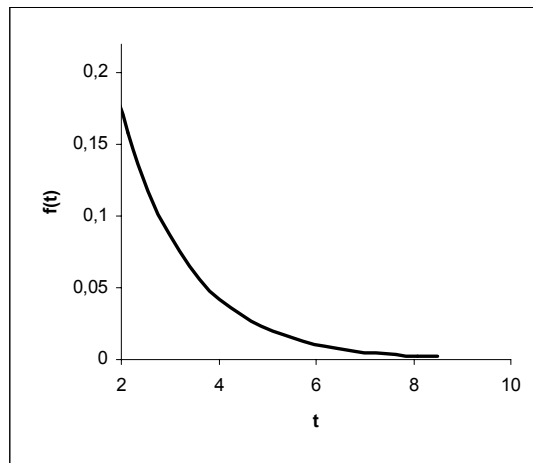


Figura 2.2 – Função Densidade de Probabilidade Exponencial

Sua distribuição acumulada é:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad 2.6$$

Quando t é pequeno comparado com $\theta = 1/\lambda$, uma aproximação útil para a $F(t)$ é

$$F(t) = t/\theta \quad \text{ou} \quad F(t) = \lambda t$$

Na prática, esta aproximação é satisfatória para $t/\theta = \lambda t = 0.01$ ou mesmo < 0.1 .

A confiabilidade é dada por:

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad 2.7$$

A Figura 2.3 apresenta o gráfico para esta função

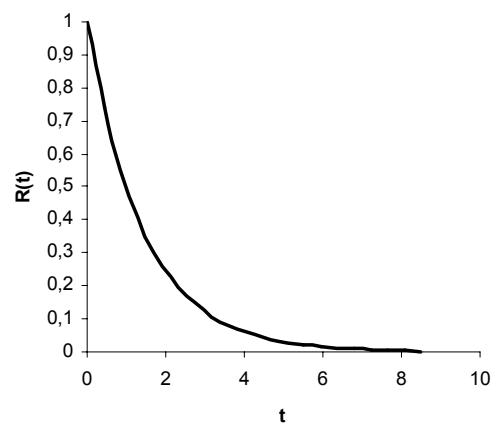


Figura 2.3 – Confiabilidade da Distribuição Exponencial

Quando t é pequeno comparando-se com $\theta = 1/\lambda$, uma aproximação útil é $R(t)=1-(t/\theta)$ ou $R(t) \sim 1-\lambda t$. Esta aproximação é válida para $t/\theta \leq 0.01$ ou , até mesmo, < 0.10 . Desta forma de 2.2 tem-se que:

$$\lambda(t) = \lambda = \frac{1}{\theta} \quad 2.8$$

O formato para esta função é mostrado na Figura 2.4, logo abaixo:

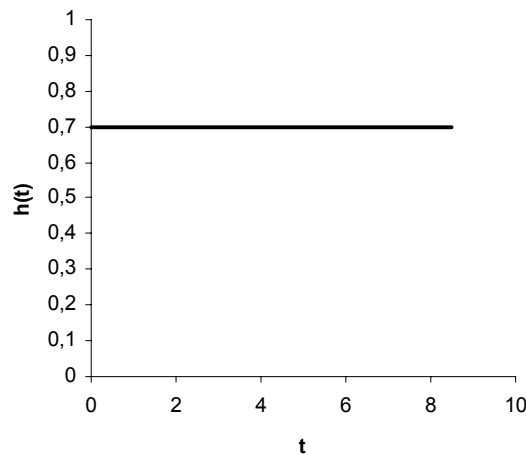


Figura 2.4 - Função taxa de falha para a distribuição exponencial

É importante perceber que

$$E(t) = \int_0^{\infty} t \frac{1}{\theta} e^{(-\frac{t}{\theta})} = \theta \quad 2.9$$

2.3.2. Modelo de Taxa de falha dependente do tempo

Para o modelo de falhas antecipadas e o modelo de falhas devido ao efeito cumulativo do desgaste, também chamada de falhas devido à idade, deve-se voltar para as distribuições mais apropriadas para a modelagem do tempo de falha, no contexto em que o tempo influencia no processo de falhas. Em contraste com a distribuição exponencial usada para falhas randômicas, estas distribuições devem ter no mínimo dois parâmetros. Embora outras distribuições sejam freqüentemente usadas para representar o modelo de efeito da idade, a distribuição Weibull é a mais universalmente empregada para este contexto. Com esta distribuição podem-se representar os três comportamentos da taxa de falha. A seguir são mostradas as distribuições mais adequadas e as respectivas fases que elas representam (O' Connor, 1989; Almeida, 2001).

2.3.2.1. A Distribuição Weibull

A **distribuição Weibull** é útil em uma variedade de aplicações, particularmente como o modelo para vida de dispositivos. Esta também tem sido muito usada como distribuição da resistência de certos materiais. Além disso, é um modelo adequado para sistemas de vários componentes, onde a falha se deva a mais grave irregularidade ou imperfeição dentro de um grande número de imperfeições do sistema. Largamente usada, assume uma variedade muito grande de formas e por isso é bastante flexível, podendo ser empregada para diversos tipos de dados (Nelson, 1982).

A Weibull pode apresentar-se com dois parâmetros:

β - parâmetro de forma

η - parâmetro de escala

Pode-se observar um papel muito importante relacionado a β :

$\beta=1$, a taxa de falhas é constante, tem-se a função exponencial como um caso particular.

$\beta>1$, a taxa de falhas é crescente. Neste caso, a fase três da curva da banheira pode ser modelada.

$\beta<1$, a taxa de falhas é decrescente. Neste caso, a fase um da curva da banheira pode ser modelada.

Função densidade de probabilidade, logo abaixo:

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left[\frac{t}{\eta} \right]^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta} \right)^{\beta}} \quad 2.10$$

A Figura 2.5 exibe o gráfico para esta função:

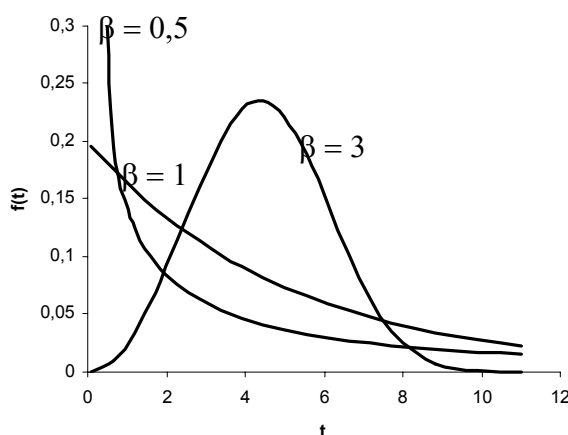


Figura 2.5 - Função densidade de probabilidade Weibull

Sua função confiabilidade é dada por:

$$R(t) = e^{\left[-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}\right]} \quad 2.11$$

O gráfico para esta função pode ser visto, logo abaixo, na Figura 2.6:

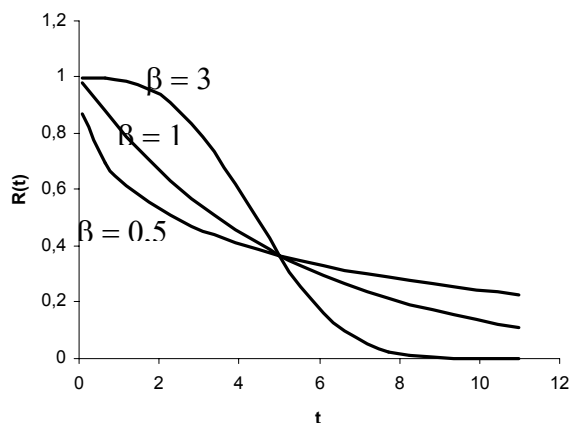


Figura 2.6 – Confiabilidade para a Distribuição Weibull

A função relativa à taxa de falhas cuja densidade é uma Weibull é a seguir apresentada e foi obtida da substituição das expressões 2.11 e 2.10 na expressão 2.2.

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left[\frac{t}{\eta} \right]^{\beta-1} \quad 2.12$$

A Figura 2.7, mostra o gráfico para esta função:

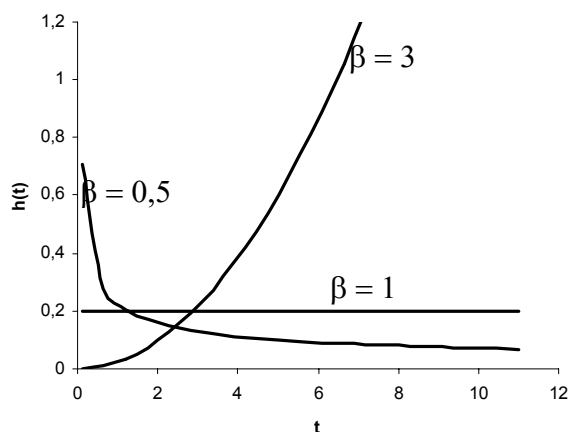


Figura 2.7 – Função taxa de falha para distribuição Weibul

2.3.3. Tipos de Sistemas ou Itens

A cada tipo de sistema são associados diferentes tipos de variáveis aleatórias. Logo, é necessário, primeiramente, distinguir os diferentes tipos de sistemas. Assim sendo, sistema reparável é aquele que após uma falha pode ser reparado, voltando a funcionar, repetindo-se um novo reparo, caso necessário, durante o tempo de vida útil. Sistema não reparável é aquele que não admite reparo, sendo substituído após uma falha.

Tipos de variáveis:

TTF(time to failure) “tempo até falhar”, está relacionada a itens não reparáveis. O interesse é apenas nesta primeira falha que leva um tempo TTF.

TBF(time between failure) “tempo entre falhas”, está relacionada a itens reparáveis quando existem várias falhas. O tempo médio entre falhas é denominado MTBF(mean time between failures).

TTR(time to repair) “tempo para reparo”, esta variável se aplica quando há reparo. O tempo médio para reparo é chamado de MTTR (mean time to repair) “tempo médio para reparo”.

A escolha da variável também sofre influência da função que se quer calcular, ou seja, para cada tipo de função, existe uma variável mais apropriada. Por exemplo, no cálculo da confiabilidade geralmente se utiliza a TTF ou a TBF; já para o cálculo da Manutenibilidade se utiliza a TTR.

2.3.4. Manutenibilidade

É de certa forma a facilidade de se realizar a manutenção ou o reparo de um dado item. Sua definição formal revela um conceito probabilístico. Manutenibilidade, denotada por $M(t)$, é a probabilidade de que um item seja restaurado para sua condição original de funcionamento dentro do tempo t .

2.3.5. Disponibilidade

Característica aplicada a sistemas reparáveis dá uma noção de desempenho de um item. É formalmente definida como sendo a probabilidade de que o sistema esteja disponível num tempo t .

Para sistemas reparáveis a quantidade fundamental de interesse é a disponibilidade e esta é definida como: $A(t)$ = probabilidade de que o sistema esteja com uma performance

satisfatória num dado tempo t . Dependendo de cada caso pode assumir diferentes formas matemáticas.

2.4. Manutenção

No mundo, dentre todas as obras do homem, não há nada que seja indestrutível, porém a vida útil destes feitos pode ser estendida, através de atividades cuja finalidade consiste em manter ou restabelecer um bem a um estado específico ou, ainda, assegurar um determinado serviço, antecipando-se às falhas a intervalos pré-determinados. Tais atividades podem parecer óbvias uma vez que são essenciais para a continuidade do funcionamento de um dispositivo e por já estarem sendo empregadas durante séculos de uma forma intuitiva, sem uma análise mais profunda sobre sua importância. Porém, apesar da obviedade desta questão, só na segunda guerra mundial, a partir dos profundos avanços na engenharia e do surgimento de novas tecnologias, é que vieram acentuar a necessidade de mais atenção a ser despendida na manutenção de complexos e custosos ativos que o homem foi capaz de produzir ao longo do tempo.

Num estudo realizado em Londres, em meados de 1967, estimou-se que o total gasto por ano em manutenção nas indústrias de manufatura, sozinhas, já ultrapassava o orçamento total empregado para o serviço nacional de saúde como um todo, para o período de um ano (Corder, 1976). Esta tendência se manteve e atualmente os custos de manutenção tornaram-se uma das maiores parcelas do custo total de produção de uma organização produtiva. E mais: o grupo de engenharia de manutenção vem se tornando a maior e mais bem tecnologicamente desenvolvida unidade dentro das grandes companhias.

A despeito do crescimento em importância, a imagem do público com relação à manutenção, ainda prevalecia como a imagem de homens totalmente cobertos de graxa com um martelo em uma mão e uma chave inglesa na outra.

Como resultado, a fim de mudar esta imagem, importantes figuras da engenharia da época estabeleceram um comitê para guiar futuras ações, fornecer treinamento e educação adequados, estabelecer um centro nacional de manutenção, explorar o uso de recursos do grupo de manutenção e executar pesquisas dentro dos mais diversos aspectos envolvendo este tema, o que culminou em um novo termo empregado para a tecnologia da manutenção, englobando muito mais do que as simples definições existentes até a época sobre a manutenção propriamente dita. Este novo termo foi a terotecnologia.

Estabelecido em 1970 tal termo foi definido como: a combinação de administração, finanças, engenharia e outras práticas aplicadas a ativos físicos na perseguição de custos de ciclo de vida mais econômicos. Em suma, alargando o conceito que passa a cuidar desde a especificação e projeto para a confiabilidade e manutenibilidade da planta ou quaisquer itens de uma forma geral, o comissionamento, a manutenção, a modificação e substituição, até o *feedback* de informações para o projeto, performance e custos.

A palavra terotecnologia tem sua origem no grego e deriva da palavra *terein* que significa cuidar, proteger, ter atenção com.

A partir desta data pensou-se que a palavra manutenção fosse substituída por terotecnologia. Contudo, observou-se que prevaleceu o uso da primeira com o significado novo dado pela última.

Fundamentalmente, a função manutenção é uma parte integral da função produção embora, como se tem observado, suporta quaisquer outras funções na ocasião que envolve a conservação ou reparo de um ativo.

No que diz respeito à competência e finalidade, segue-se uma breve discussão.

2.4.1. Finalidade da Manutenção

Observam-se bastantes diferenças no que diz respeito ao nível de manutenção empregado em distintos processos. Como, por exemplo, o rigor dos padrões da manutenção de um avião e de motores ou turbinas de aeronaves deverá ser muito mais alto que os padrões estabelecidos dentro, por exemplo, de uma pequena instalação. As razões para isto não são muito difíceis de se deduzir. Além disso, ainda há normas que devem ser cumpridas adequadamente.

De fato, muito embora as ações da engenharia de manutenção sejam diferentes em cada planta, sendo influenciadas pelo tamanho, tipo, política da companhia, além de diversos outros fatores. É essencial o conhecimento do escopo das atividades do departamento de engenharia de manutenção. De maneira geral, podem ser agrupadas dentro de dois grupos gerais: funções primárias e funções secundárias. As funções primárias costumam ser bem parecidas, independente de onde elas estejam sendo empregadas. Têm como finalidade assegurar o bom desempenho dos equipamentos e são elas que justificam a existência do departamento de engenharia de manutenção. Já as funções secundárias diferem bastante de companhia a companhia e são realizadas por este departamento por causa da conveniência,

conhecimento, precedência ou por falta de outra divisão lógica da planta para qual a responsabilidade pode ser associada (Boggs, 1997).

Como resultado, podem-se destacar como os objetivos principais e comuns nos vários setores em que a manutenção é empregada:

1. Estender a vida útil de ativos;
2. Assegurar níveis de disponibilidade satisfatórios, a fim de garantir um retorno de investimento máximo;
3. Assegurar prontidão operacional para todos os equipamentos requeridos para o uso em emergências a qualquer tempo;
4. Prover a segurança das pessoas que fazem uso das instalações.

No atendimento a alguns de seus objetivos, as atividades de manutenção muitas vezes recebem diferentes nomenclaturas e classificações. Nesse sentido, adverte-se que na maioria dos textos sobre manutenção observa-se bastante confusão quanto aos termos utilizados; o fato é que não há um termo mais correto, contudo é importante que se adote algum termo e se faça o uso consistente deste termo, a fim de se evitarem jargões e mal entendidos.

Na seqüência, definem-se duas classes de atividades de manutenção.

2.4.2. Manutenção Planejada e Manutenção Corretiva

A manutenção planejada é definida como manutenção organizada e executada com precedência, controle e uso de registros para um plano predeterminado. Enquanto isso, a manutenção corretiva consiste em todas as ações que visam a passagem do sistema do estado de falho para o estado operacional ou disponível ao uso. (O'Connor, 1985; Carter, 1986).

Freqüentemente, seguindo um período inicial de ajuste, novas plantas são negligenciadas a fim de se evitar anular demandas de produção. Esta prática persiste com o passar do tempo e o que era tolerável para novas plantas prevalece mesmo em plantas com idades avançadas. Como resultado da política de fazer o mínimo possível, através de manutenções unicamente corretivas, observam-se excessivas falhas que causam paradas freqüentes do processo como um todo.

Nesse sentido, há, de fato, a necessidade de uma melhor organização da manutenção, de um controle adequado e de um efetivo planejamento e programação. Tais requisitos têm sido enfatizados por diversos fatores, dentre os quais destacam-se (Levitt, 2003; Newbrough, 1967):

1. A crescente mecanização. O que tem reduzido o custo direto com mão-de-obra, tendo aumentado, contudo, a importância da manutenção de equipamento;
2. Crescente complexidade dos equipamentos. O que repercute na exigência de habilidades altamente especializadas na execução das atividades de manutenção;
3. Crescentes partes e suprimentos de inventário. Na verdade é uma consequência direta dos dois primeiros fatores;
4. Controle mais rigoroso da produção. Embora venham reduzindo bastante o estoque de material em processamento, um controle mais estreito da produção tem aumentado o impacto de interrupções de quaisquer operações;
5. A programação de entregas mais rigorosas. O que tem reduzido o estoque de produtos acabados e tem melhorado o serviço ao consumidor. Por outro lado, tem aumentado também os efeitos das interrupções no processo produtivo;
6. O aumento dos requisitos de qualidade. Enquanto proporciona um incremento do potencial de venda através de uma maior atratividade, também enfatiza a necessidade de uma resposta mais imediata de qualquer anormalidade do produto.

Um raciocínio que não raro se observa em qualquer que seja o contexto gerencial em que se esteja é: “em time que está ganhando não se mexe”. Longe de representar a preservação de uma estratégia ganhadora, na maioria dos casos, retrata a indolência com que os dirigentes tratam as questões desafiadoras que lhes competem. Pior, em muitos casos, demonstram a miopia induzida por lentes distorcidas que mostram imagens agradáveis, enquanto o abismo à frente se esconde nas sombras da imprecisão das suas ferramentas de análise.

No que tange ao ambiente de gerência da manutenção, a adoção de tal postura gera consequências bastante prejudiciais, face à necessidade constante de mudança das políticas de manutenção, já que os equipamentos estão sujeitos a uma degradação regida por processo estocástico e, conseqüentemente, as variáveis de decisão sofrem mudança com o passar do tempo.

Como resultado, caso a estratégia dita “ganhadora” seja a manutenção corretiva, além do que já foi apresentado, diversos argumentos podem ser empregados na tentativa de

patentear a apropriação da manutenção programada, quais sejam (Newbrough, 1967; Levitt, 2003, Corder, 1976) :

1. Redução das paradas de produção, resultante do menor número de quebras das máquinas;
2. Melhor conservação dos ativos e um crescimento da expectativa de vida, como resultado da eliminação de prematuras substituições de máquinas e equipamentos;
3. Redução dos custos de hora extra e um uso mais racional dos recursos humanos envolvidos na manutenção, como resultado do trabalho na base de programação das atividades, em vez de uma base emergencial para reparar as falhas;
4. Redução de reparos de larga escala, uma vez que os principais reparos são evitados por uma rotina de pequenos ajustes;
5. Redução do custo de reparo. Quando uma parte falha em serviço, geralmente ocasiona a degradação de outras partes e desta forma torna o reparo ainda mais custoso. Além disso, muitas vezes a interrupção do processo proporciona a perda de material semi-acabado;
6. Redução de rejeição de produtos, de retrabalho, e de desperdício de insumos, como resultado de uma melhor condição global dos equipamentos;
7. Identificação dos equipamentos com custos excessivos de manutenção, indicando a necessidade de manutenção corretiva, treinamento de operação ou substituição do equipamento obsoleto;
8. Melhoria das condições de segurança.

No processo de implantação de manutenção programada é muito importante a existência do histórico de dados de reparo do equipamento.

O ditado popular “a roda que range mais alto é a que consegue graxa” de fato não corresponde às ações de uma manutenção programada. Contudo, de uma forma simples consegue enfatizar que, na escolha de ações, no ambiente de manutenção, o conhecimento dos problemas dos equipamentos é bastante importante (Newbrough, 1967). Na verdade, toda fonte de informação é importante, seja do fabricante, do especialista, de equipamentos similares ou resultados de experimentos. Na construção de uma distribuição de falha, deve-se partir de qualquer evidência empírica na forma de dados históricos, julgamento, ou qualquer

combinação de ambos. Muitas vezes, quando existem dados aproveitáveis em grande quantidade, pode-se construir uma distribuição de probabilidade diretamente a partir dos dados. Porém nem sempre é fácil se fazer associação dos dados às informações necessárias para o planejamento da manutenção, como também nem sempre os dados são suficientes para descrever a probabilidade de falha, em vários intervalos de tempo, com uma boa precisão. Uma abordagem alternativa para obtenção do modelo que descreve o comportamento das falhas de equipamentos na dimensão do tempo é assumir uma distribuição de falhas e então estimar os parâmetros da função assumida. A adoção de tal procedimento, muitas vezes, simplifica a análise matemática, na aplicação de políticas de manutenção e traz vantagens na obtenção dos dados.

Quanto à aplicabilidade de um plano de manutenção programada, observa-se que não é o melhor curso de ação a sua utilização indiscriminadamente para todo o tipo de equipamento. Nesse sentido, alguns fatores são bastante importantes na avaliação da apropriação deste tipo de política aos equipamentos. Mesmo não sendo mandatários, tais fatores contribuem na decisão de quais atividades de manutenção adotar, quais sejam:

1. Existe probabilidade da falha do equipamento causar dano ou perda de vidas humanas?
2. Existe um equipamento de backup disponível se uma falha ocorrer?
3. Uma parada do equipamento pode afetar seriamente a programação da produção?
4. O custo de uma manutenção preventiva em um item é maior que o custo provável que uma falha pode provocar?
5. As falhas do equipamento sofrem algum efeito com o passar do tempo?
6. O equipamento tornar-se-á obsoleto antes de uma parada completa?

2.4.3. Avaliação de Custos de uma Política de Manutenção e algumas ações de contenção.

Geralmente na quantificação dos custos de manutenção distinguem-se dois custos: os custos de manutenção incorridos de atividades planejadas e os custos de manutenção relacionados com as falhas e com o tempo de máquina parada. É necessária uma interrelação maior entre estas duas parcelas de custo, sob pena de recair em duas situações comuns e igualmente danosas para o sistema. A um extremo está a planta excessivamente cuidada, em

que os ativos físicos são mantidos em desnecessárias boas condições. Nesse sentido, são raras as ocorrências de falhas que causam interrupções da produção. O outro extremo é aquele em que um baixo nível de custos de manutenção planejada é incorrido, porém a produção é crescentemente maltratada por manutenções emergenciais, e os ativos físicos não estão sendo mantidos dentro de padrões aceitáveis.

Como resultado, observa-se que, à medida que manutenções programadas são realizadas mais freqüentemente, o custo desta sobe proporcionalmente, porém os custos provenientes das paradas, devido à falha, reduzem-se significativamente. Um ponto é alcançado em que um aumento da freqüência de manutenções preventivas não resulta em um decréscimo, seja nas manutenções emergenciais ou nas paradas devido às falhas. Continuar a aplicar ainda mais manutenção programada na planta, resulta simplesmente em um acréscimo de custos que deixa de ser compensado pelas reduções das falhas. Tal comportamento deve-se à composição dos dois diferentes custos e caracteriza-se por apresentar um ponto único de ótimo, como pode ser visto na Figura 2.8

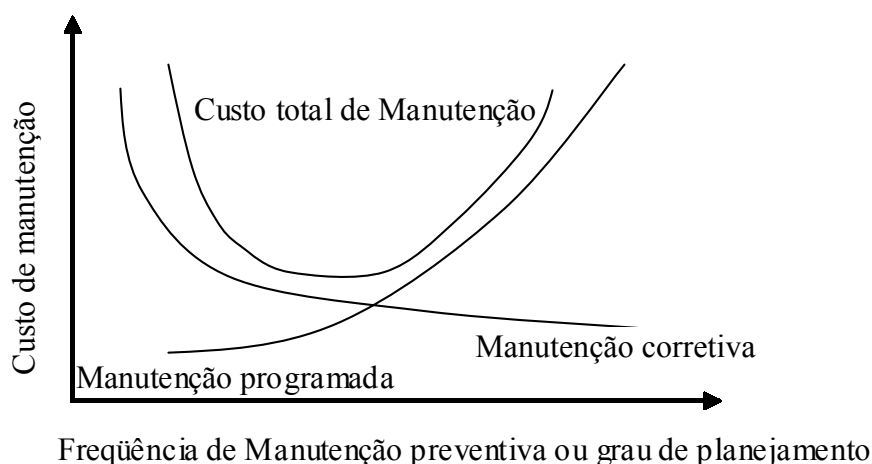


Figura 2.8 – Composição dos Custos Envolvidos na Manutenção

Sendo assim, apesar de muitas vezes ser difícil, deve-se tentar traduzir quaisquer perdas de produção resultante da aplicação de uma política de manutenção dentro de custos de fato.

Perdas devidas à parada de máquina podem ser mitigadas por meio de uma produção extra, além da capacidade normal, bem como pela instalação de novas unidades produtivas, o que, de qualquer forma, força o aumento dos custos relativos à manutenção preventiva, devido aos custos provenientes dos cuidados mínimos necessários para as novas máquinas

rodarem ou devido aos esforços empregados para evitar a degradação por via da modificação das condições de uso.

Ainda se considera importante que se invista em sobressalentes a fim de salvaguardar, nas situações em que há falhas inesperadas, uma rápida reposição e conseqüente retorno do sistema à condição de operação.

Tão importante quanto a avaliação das perdas relativas à parada da máquina devido a uma falha é a avaliação do funcionamento ineficiente de alguns equipamentos, provocando, desde um maior gasto na produção até, a perda de lotes inteiros devido à baixa qualidade. Nesse sentido, diferentemente do que se emprega em muitas empresas que têm como principal regra a produção a qualquer custo - ou seja, a menos que haja uma falha, a produção deve ser interrompida - muitas vezes, é importante o monitoramento da condição operacional do equipamento e um planejamento de substituição de partes.

2.5. Inferência Bayesiana

A ausência de dados de manutenção é um evento bastante comum (Evans, 1982; Evans, 1991). Como uma alternativa bastante apropriada, a análise Bayesiana permite o manuseio de diversas fontes alternativas de informações, tais como, Handbooks, dados de equipamentos similares e conhecimento de especialistas, para com base nestas informações construir uma distribuição de probabilidade que expressa a incerteza sobre o valor certo de um dado parâmetro. Esta distribuição é chamada de distribuição *a priori* que fornece, geralmente, a média ou mediana como estimadores do parâmetro desconhecido. A maior contribuição desta abordagem é que a cada nova informação ou dado novo que se tenha, uma nova distribuição é obtida - chamada de distribuição *a posteriori* - e significa um novo estado de conhecimento.

Nesse sentido, assume-se que o conhecimento do especialista pode ser expresso através da probabilidade *a priori* $\pi(\theta)$, também chamada de probabilidade subjetiva. Esta probabilidade representa o grau de crença de uma pessoa em um evento particular, a partir das informações que ela tem para tal. Não há uma probabilidade correta, ao invés disto há a probabilidade que alguém acredita ser para um dado evento. Esta probabilidade subjetiva segue todos os postulados básicos da teoria das probabilidades, primeiramente aplicada à probabilidade frequentista.

Considerada uma moderna metodologia estatística, a abordagem Bayesiana surgiu a partir da publicação de “*An essay towards solving a problem in the doctrine of chances*” atribuído a Bayes e comunicado para Royal Society após sua morte por Richard Prince em 1763 (Bernardo & Smith, 1993; Martz & Waller, 1982; Souza, 2002).

A grande contribuição deste ensaio é o que se conhece hoje por teorema de Bayes. Em uma forma simples, se H denota uma hipótese e D denota dados, o teorema mostra que:

$$P(H | D) = \frac{P(D | H)P(H)}{P(D)} \quad 2.13$$

Onde $P(H)$ representa uma declaração probabilística da crença sobre H antes da obtenção dos dados, $P(H|D)$ torna-se uma declaração probabilística da crença sobre H após a obtenção de D .

2.5.1. Conhecimento a priori e processos de educação

O estado da natureza, um elemento importante dentro da estrutura dos problemas de decisão, é para o decisor a grandeza para a qual ele não consegue impor controle. Por isso é muitas vezes colocada como um adversário em um jogo em que suas ações não levam em consideração as escolhas do decisor.

Na maioria das vezes, pelo menos um mínimo de conhecimento sobre θ pode ser considerado. Isso posto, a expressão *a priori*, aqui colocada, significa o estado anterior a qualquer experimento ou que antecede a observação de qualquer variável que possa dar informação sobre o estado da natureza θ . Nesse sentido, há incerteza com relação ao estado da natureza θ que irá se materializar. Existem mecanismos probabilísticos subjacentes e o máximo que se pode fazer é caracterizá-los adequadamente para permitir que inferências racionais sejam feitas (Souza, 2002).

Assim procedendo-se, faz-se mister o levantamento de uma distribuição de probabilidade $\pi(\theta)$, cuja origem pode ser dados colecionados sobre θ (quando esses se fazem presentes) ou o conhecimento de um ou mais especialistas, envolvidos com eventos relacionados com θ . Ao processo de obtenção da distribuição de probabilidade *a priori* sobre o conhecimento do especialista dá-se o nome de educação.

Como resultado, a fim de que o processo de educação possa proporcionar resultados substanciais, o modelo do conhecimento a priori de um especialista se baseia na hipótese de que um especialista tem uma idéia razoável, ou seja, uma expectativa sobre a distribuição de

probabilidade subjetiva de uma variável θ representativa do estado da natureza, que pode ter um caráter aleatório ou não. (Martz & Waller, 1982).

2.6. Abordagem de apoio multicritério a decisão

Destaque-se que, com a metodologia de apoio multicritério a decisão, busca-se não mais uma solução ótima, posto que devido à existência de conflitos entre os objetivos, não se tem a possibilidade de se obter a otimização de todos os critérios simultaneamente. Ademais, devido à distinção das preferências de cada indivíduo, não se pode obter uma solução geral. Nesse contexto, a melhor solução é uma relação de compromisso entre os critérios. Sendo assim, o principal objetivo dos modelos de apoio multicritério a decisão consiste em auxiliar o decisor, a fim de que esse possa encontrar ou formular sua melhor relação de compromisso entre os vários critérios.

Freqüentemente, faz-se uso de métodos que utilizam a abordagem de superação, a fim de selecionar um subconjunto de um conjunto finito de alternativas ou mesmo ordená-las. Há outras traduções para os métodos de superação, tais como: sobreclassificação, prevalência ou subordinação e síntese (Almeida & Costa, 2003; Gomes et al, 2002).

Estes métodos são utilizados em problemas multicritério, do tipo:

$$\text{Max}\{f_1(x), f_2(x), \dots, f_j(x), \dots, f_k(x) \mid \forall x \in A\} \quad 2.14$$

Onde A é um conjunto finito enumerável de n ações potenciais em $f_j(\cdot)$, $j=1,2,\dots,k$, k critérios, que são as aplicações de A sobre o conjunto dos números Reais. Cada critério tem unidade própria e não tem restrições no caso em que certos critérios são para maximizar e outros são para minimizar.

Os métodos de sobreclassificação seguem duas etapas principais: a fase de construção das relações de superação que consiste numa comparação par a par das alternativas, levando em conta todos os critérios. Nessa fase, em alguns métodos o resultado da comparação par a par é resumido utilizando-se uma relação em que um número entre zero e um é associado a cada par ordenado (a,b) das alternativas, indicando a força ou credibilidade da proposição “a alternativa a é, ao menos, tão boa quanto b ”.

A segunda etapa consiste na exploração das relações de sobreclassificação, de modo a prover uma resposta a (2.14), (Brans et al, 1986).

De forma geral, os métodos de superação não admitem a compensação ilimitada de largas desvantagens e, além disso, levam em conta o fato que pequenas diferenças entre as avaliações das alternativas nem sempre são significantes (Vicken, 2000).

2.6.1. Problemáticas características

Em geral os métodos de apoio a decisão multicritério, sejam estes compensatórios ou baseados na idéia de sobreclassificação, destinam-se a três principais classes de problemas, como seguem: problemática de escolha ($P\alpha$), problemática de classificação ($P\beta$) e problemática de ordenamento ($P\gamma$). Essas problemáticas correspondem a situações cujos resultados são provenientes de uma avaliação numérica. Por esse motivo, segue-se um enfoque mais detalhado a essas problemáticas. Contudo, há outras problemáticas que vêm sendo definidas (Roy, 1996).

Considerada a mais tradicional dentre as três, a problemática de escolha ($P\alpha$) consiste no processo de: dado um conjunto de alternativas A , prover o menor conjunto possível A' que corresponde às melhores ações. Como resultado, quando A' corresponde a um único elemento, recai-se no caso particular de otimização.

A problemática de ordenamento consiste em associar uma posição para cada ação em um subconjunto A' de A . O empate no conjunto ordenado entre alternativas será observado sempre que não for possível estabelecer distinção entre essas alternativas. Nessa problemática, as alternativas concorrem entre si para participarem das categorias ou posições no subconjunto ordenado. O ordenamento é representativo da preferência do decisor. Nesse sentido, as alternativas bem posicionadas são preferidas.

A problemática de classificação ($P\beta$) diz respeito à alocação de ações dentro de categorias preestabelecidas as quais, de forma geral, devem ser definidas como uma função do tratamento que irá ser dado às ações que farão parte desta categoria. Nessa problemática, diferentemente do que é feito nas outras problemáticas, os resultados baseiam-se na observação dos valores intrínsecos de cada alternativa, não havendo comparações entre as mesmas, sendo o processo de classificação muito mais voltado para um procedimento de teste, em que a alternativa está apta ou não a participar de uma classe.

2.6.2. O Método PROMETHEE (Preference Ranking Method for Enrichment Evaluation)

Considerado um elemento importante dentre os métodos baseados na relação de Sobreclassificação (Keyser e Peeters, 1994), contando com diversas e importantes aplicações, (Raju e Kumar, 1999; Brans et al, 1998; Babic e Plazibat, 1998) o PROMETHEE é um método de fácil entendimento, de modo que os conceitos e parâmetros envolvidos em sua aplicação têm algum significado físico ou econômico de rápida assimilação pelo decisor. Os métodos PROMETHEE foram propostos pela primeira vez em 1982 e desde então não cessaram de ser objeto de desenvolvimento e adaptações complementares (Brans & Mareschal, 2002).

Os métodos PROMETHEE se propõem a ajudar o decisor no caso de problemática de escolha PROMETHEE I e II e de ordenamento PROMETHEE II. Esses métodos pertencem à classe dos métodos de sobreclassificação, que em geral têm duas etapas principais, quais sejam: a construção das relações de sobreclassificação e a exploração das relações construídas. Contudo, a fim de facilitar o processo de utilização dos métodos PROMETHEE os autores em sua concepção acrescentaram uma etapa que antecede a fase de construção das relações de sobreclassificação, sendo responsável pela modelagem das preferências do decisor quanto aos critérios de avaliação. Seguem-se, então, as três etapas fundamentais da família de métodos PROMETHEE:

2.6.2.1. Enriquecimento da estrutura de preferência

Diferentemente de outros métodos de apoio multicritério a decisão, os métodos PROMETHEE são métodos de comparação de pares de alternativas. Como resultado, ao invés de se observar os valores absolutos das avaliações das alternativas nos diferentes critérios, observa-se a diferença relativa entre os desempenhos das alternativas em cada critério. Por este motivo, a introdução da noção de critério generalizado, definida a partir de uma função de preferência, é essencial, não só para a representação do comportamento do decisor frente às diferenças relativas para um dado critério de avaliação, como também para eliminar todos os efeitos de escalas ligadas às unidades em que os critérios são expressos. Na prática, o levantamento dessas funções de preferência é de fácil entendimento, uma vez que os parâmetros necessários têm um significado físico ou econômico, bem como porque o raciocínio com base na diferença relativa é intuitivamente utilizado com bastante frequência no julgamento de valor. (Cavalcante & Almeida, 2005)

Uma relação de dominância natural (I, P) como pode ser vista nas condições postas em 2.15 resulta da comparação entre valores absolutos das avaliações das alternativas de ações tomadas par a par. Contudo, procedendo-se desta forma, a preferência do decisor poderá estar sendo mal representada, na medida em que pequenas diferenças entre avaliações de distintas alternativas tenderiam a conduzir o decisor a um julgamento de indiferença, enquanto que segundo a relação de dominância só seriam julgadas indiferentes se houvesse a igualdade entre as avaliações das alternativas.

$$\forall a, b \in A : \begin{cases} f_j(a) > f_j(b) \Leftrightarrow aP_jb \\ f_j(a) = f_j(b) \Leftrightarrow aI_jb \end{cases} \quad 2.15$$

Tal resultado ocorre, pois esta relação só leva em consideração qual o sinal de comparação e negligencia a amplitude da diferença, como definida abaixo.

$$d_j(a, b) = f_j(a) - f_j(b) \quad 2.16$$

A fim de superar as dificuldades da relação de dominância, os métodos PROMETHEE inserem uma função $P_j(a, b)$ que fornece o grau de preferência de a sobre b em função de $d_j(a, b)$:

$$P_j(a, b) = P_j[d_j(a, b)] \quad 2.17$$

Em que: $0 \leq P_j(a, b) \leq 1$ e

$$\begin{cases} P_j(a, b) = 0 & \text{se } d_j(a, b) \leq 0 & \text{não há preferência} \\ P_j(a, b) \approx 0 & \text{se } d_j(a, b) > 0 & \text{há preferência Fraca} \\ P_j(a, b) \approx 1 & \text{se } d_j(a, b) \gg 0 & \text{há preferência Forte} \\ P_j(a, b) = 1 & \text{se } d_j(a, b) \gg \gg 0 & \text{há preferência Estrita} \end{cases} \quad 2.18$$

Um outra definição bastante importante é o par $\{f_j(.), P_j(.,.)\}$ chamado de critério generalizado $H_j(d_j)$. Trata-se simplesmente do critério de avaliação acompanhado com sua função de preferência. Na Figura 2.9 pode-se ver o comportamento do critério generalizado.

$$H_j(d_j) = \begin{cases} P_j(a, b) & \text{se } d_j(a, b) \geq 0 \\ P_j(b, a) & \text{se } d_j(a, b) \leq 0 \end{cases} \quad 2.19$$

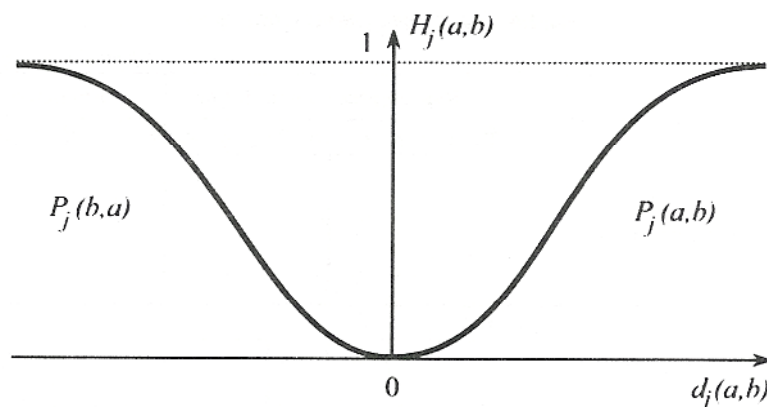


Figura 2.9 – critério generalizado $H_j(d_j)$ adaptada de (Brans & Mareschal, 2002)

A cada critério $f_j(\cdot)$, $j=1,2,\dots,K$, deve ser associado um critério generalizado. Classicamente apresentam-se 6 tipos como podem ser vistos no anexo, tabelas A1 e A2. Contudo, nada impede que uma diferente função possa ser utilizada como critério generalizado para modelar o comportamento do decisor face às diferenças nas avaliações das alternativas para um determinado critério. Essa escolha de um dos tipos deve ser feita interativamente pelo analista junto ao decisor, levando-se em conta os graus de preferência em função das diferenças observadas e em cada caso devendo-se fixar no máximo dois parâmetros q_j , p_j ou s_j . Cada um destes parâmetros tem um significado físico ou econômico bem especificado pelo decisor:

- q_j representa o limiar de indiferença, o maior valor para $[f_j(a) - f_j(b)]$ abaixo do qual existe uma indiferença;
- p_j representa o limiar de preferência, o menor valor para $[f_j(a) - f_j(b)]$ acima do qual existe uma preferência estrita;
- s_j é o limiar que controla a inclinação da função preferência gaussiana e corresponde a um limiar de preferência médio, situando-se, então, entre o patamar de indiferença q_j e de preferência estrita p_j .

Observa-se que, se um critério tiver que ser minimizado, basta permutar os papéis respectivos de $P_j(a,b)$ e $P_j(b,a)$ na função $H_j(d_j)$.

A seleção do tipo de função de preferência ou do critério generalizado, associado a um critério, exerce um papel muito importante, pois permite amplificar ou atenuar o impacto desses critérios sobre o processo de decisão. A seleção do tipo de função de preferência

constitui então um grau de liberdade importante oferecido ao decisor para os métodos PROMETHEE.

Como resultado, em vez de se impor uma função de preferência, como modelo para descrição da estrutura de preferência do decisor para um dado critério, parece muito mais factível, orientar o decisor na escolha da função de preferência associada a cada critério, a fim de se evitar grandes distorções no modelo. Reforça-se aqui que o decisor dispõe de dois graus de liberdade. O primeiro é relativo ao tipo de critério generalizado e o segundo aos patamares a serem definidos.

2.6.2.2. Enriquecimento da relação de dominância.

Apesar da diferente nomenclatura, como é apresentada originalmente pelos criadores dos Métodos PROMETHEE, essa etapa corresponde à etapa de construção das relações de sobreclassificação.

Para o estabelecimento de uma relação de sobreclassificação de valor, levando em conta o conjunto dos critérios, para cada par de ações, a definição do grau de preferência global de uma ação sobre outra é o ingrediente fundamental deste processo.

a) Índice de Preferência Multicritério / grau de preferência global

Seja:

$$\Pi(a,b) = \sum_{j=1}^k P_j(a,b)w_j \quad 2.20$$

onde:
$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^k w_j = 1 \\ w_j > 0 \quad \forall \quad j \\ j = 1, 2, \dots, k \end{array} \right\}$$

Os w_j são pesos representando a importância relativa de cada critério e deverão ser atribuídos pelo decisor.

O índice $\Pi(a,b)$ é uma medida de preferência de a sobre b levando-se em consideração todos os critérios. Quanto maior a importância de um critério j , aos olhos do decisor, maior é o peso associado a ele, o que amplifica o papel de $P_j(a,b)$ no cálculo de $\Pi(a,b)$. Desse modo, tem-se a seguinte relação:

$$\Pi(a,a) = 0 \quad 2.21$$

$$0 \leq \Pi(a,b) \leq 1 \quad 2.22$$

Onde os valores dos índices de preferências têm os seguintes significados:

$$\begin{cases} \Pi(a,b) \approx 0 \Leftrightarrow \text{fraca prefer\u00eancia global de } a \text{ sobre } b \\ \Pi(a,b) \approx 1 \Leftrightarrow \text{forte prefer\u00eancia global de } a \text{ sobre } b \end{cases} \quad 2.23$$

b) Construindo as Relações de sobreclassificação

O grafo de valor $(A, \pi(.,.))$ tem por extremidades as ações de A , tais que $\forall a, b \in A$, os arcos (a,b) e (b,a) existem e têm como valores respectivos $\Pi(a,b)$ e $\Pi(b,a)$, determinando a estrutura base para a construção das relações de sobreclassificação de valor dos métodos PROMETHEE.

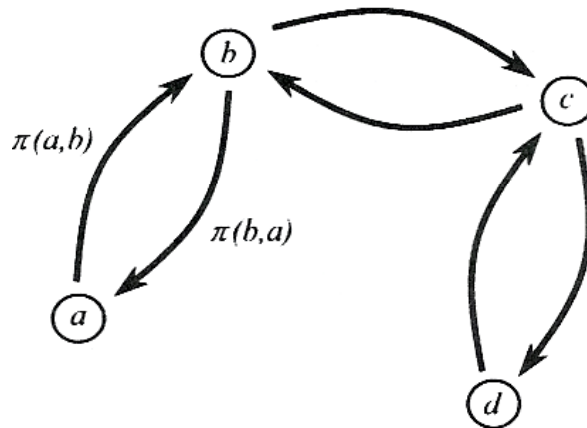


Figura 2.10 – Relação De Sobreclassificação Adaptada De (Brans & Mareschal, 2002)

É importante observar que se a domina b no sentido clássico de dominância, tem-se que : $\Pi(b,a) = 0$ e $\Pi(a,b) \geq 0$. Em geral, $\Pi(a,b)$ não é igual a 1. A preferência de a sobre b não é necessariamente estrita sobre todos os critérios.

Como resultado, tendo como base a relação de dominância, o grafo só aponta em um sentido, aquele para o qual a alternativa é maior. Por outro lado, é muito comum, na comparação entre duas alternativas a e b , que a seja preferida a b com um certo grau, representado aqui por $\Pi(a,b)$, devido a a está melhor que b em certos critérios; e inversamente

que b seja preferível a a com um certo grau $\Pi(b,a)$ já que em geral b também pode superar a em outros critérios. Assim, com base nos resultados dos índices de sobreclassificação, o grafo aponta tanto num sentido como no outro, diferentemente da representação do grafo, com base na relação de dominância.

c) Fluxo de sobreclassificação

Com o intuito de apreciar como cada ação de A se comporta face as $n-1$ outras ações. Ao invés de se observar o grafo de sobreclassificação de valor $(A, \pi(.,.))$ definido anteriormente e que dá informações de pares de alternativas, passa-se a observar os três fluxos de sobreclassificações seguintes.

O fluxo de sobreclassificação de saída

Seja:

$$\phi^+(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(a, x) \quad 2.24$$

Este fluxo expressa o caráter “sobreclassificante” da ação a face as $n-1$ outras ações, ou ainda a força ou poder $\phi^+(a)$ que é tanto maior quanto maior for a tendência de a sobreclassificar fortemente as outras ações.

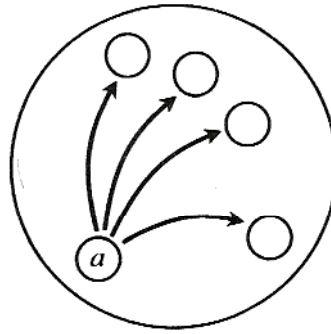


Figura 2.11 – Fluxo de Sobreclassificação de Saída adaptada de (Brans & Mareschal, 2002)

O fluxo de sobreclassificação de entrada

Seja:

$$\phi^-(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(x, a) \quad 2.25$$

Este fluxo expressa o caráter “sobreclassificado” da ação a face as $n-1$ outras ações, ou ainda a fraqueza. $\phi^-(a)$ que é tanto menor quanto menor for a tendência de a ser sobreclassificada pelas outras ações.

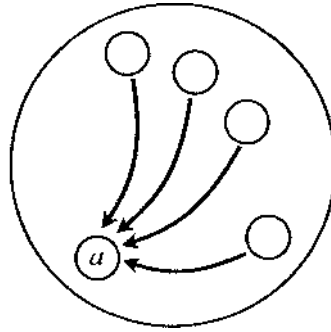


Figura 2.12 – fluxo de sobreclassificação de entrada adaptada de (Brans & Mareschal, 2002)

Nas expressões acima, as somas dos valores de cada arco do gráfico de sobreclassificação são divididas pelo número $(n-1)$ de ações a comparar com a e correspondem então, a valores médios.

O fluxo de sobreclassificação líquido

Seja:

$$\phi(a) = \phi^+(a) - \phi^-(a) \quad 2.26$$

O fluxo líquido exprime o resultado da diferença dos fluxos de entrada e de saída da ação a . Quanto mais $\phi(a)$ é maior, melhor é a ação.

O fluxo líquido de uma ação pode ser positivo ou negativo. Se ele é positivo sobreclassifica mais as outras ações do que ela é sobreclassificada. O comportamento inverso se dá quando o fluxo líquido for negativo.

Fluxo unicritério

Observando-se as expressões 2.20, 2.24, 2.25 e 2.26 obtém-se sucessivamente:

$$\phi^+(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(a, x) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \sum_{j=1}^k P_j(a, x) w_j = \sum_{j=1}^k \phi_j^+(a) w_j \quad 2.27$$

$$\phi^-(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(x, a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \sum_{j=1}^k P_j(x, a) w_j = \sum_{j=1}^k \phi_j^-(a) w_j \quad 2.28$$

Onde as quantidades:

$$\phi_j^+(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} P_j(a, x), \quad j = 1, 2, \dots, k \quad 2.29$$

$$\phi_j^-(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} P_j(x, a), \quad j = 1, 2, \dots, k \quad 2.30$$

São chamadas, respectivamente, o fluxo de saída e de entrada unicritério.

Se $\phi_j(a)$, que designa o fluxo líquido unicritério, quer dizer:

$$\phi_j(a) = \phi_j^+(a) - \phi_j^-(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} [P_j(a, x) - P_j(x, a)] \quad 2.31$$

Obtém-se, então:

$$\phi(a) = \sum_{j=1}^k \phi_j(a) w_j \quad 2.32$$

Estas duas últimas relações exercem um papel essencial no método GAIA, que é um procedimento visual interativo associado ao PROMETHEE.

2.6.2.3. Apoio à decisão

Correspondendo à etapa de exploração das relações de sobreclassificação, tem-se como objetivo subsidiar o apoio à decisão, tendo em vista, as relações que foram construídas, as limitações do decisor e a problemática característica. Como resultado desta etapa, levando-se em consideração os aspectos supracitados, o método PROMETHEE é definido e aplicado, podendo seu resultado ser uma pré-ordem completa entre as alternativas, uma pré-ordem parcial ou uma sofisticação dessas duas últimas, como segue:

- PROMETHEE I – Pré-ordem parcial, problemática de escolha;

- PROMETHEE II – Estabelece uma Pré-ordem completa entre as alternativas, podendo ser utilizado também na problemática de Escolha;
- PROMETHEE III - Ampliação da noção de indiferença, tratamento probabilístico dos fluxos.
- PROMETHEE IV - Pré-ordem completa ou parcial. Problemática de escolha e ordenamento. Destinado às situações em que o conjunto de soluções viáveis é contínuo.
- PROMETHEE V –Nessa implementação, após estabelecer uma ordem completa entre as alternativas (PROMETHEE II), são introduzidas restrições, identificadas no problema. Para as alternativas selecionadas incorpora-se uma filosofia de otimização inteira.
- PROMETHEE VI – Pré-ordem completa ou parcial. Problemática de escolha e ordenamento. Destinado às situações em que o decisor não consegue estabelecer um valor fixo de peso para cada critério.
- PROMETHEE-GAIA - extensão dos resultados do PROMETHEE, através de um procedimento visual e interativo.

A despeito de qual seja o método, os fluxos têm um papel muito importante. Os fluxos de saída e de entrada permitem ordenar as ações de A de maneira natural. Chama-se por (S^+, I^+) e (S^-, I^-) as duas preordens completas introduzidas por estes fluxos:

$$\begin{cases} aS^+b \Leftrightarrow \phi^+(a) > \phi^+(b) \\ aI^+b \Leftrightarrow \phi^+(a) = \phi^+(b) \end{cases} \quad 2.33$$

Uma ação é tanto melhor quanto o seu fluxo de saída for elevado.

$$\begin{cases} aS^-b \Leftrightarrow \phi^-(a) < \phi^-(b) \\ aI^-b \Leftrightarrow \phi^-(a) = \phi^-(b) \end{cases} \quad 2.34$$

Uma ação é tanto melhor quanto o seu fluxo de entrada for menor.

A) O método PROMETHEE I

PROMETHEE I constrói um ordenamento parcial usando a intercessão destas duas preordens:

$$\begin{aligned} aP^I b &\Leftrightarrow \begin{cases} aS^+b \text{ e } aS^-b \\ aS^+b \text{ e } aI^-b \\ aI^+b \text{ e } aS^-b \end{cases} \\ aI^I b &\Leftrightarrow aI^+b \text{ e } aI^-b \\ aR^I b &\quad \text{noutros casos} \end{aligned} \quad 2.35$$

Onde (P^I, I^I, R^I) correspondem respectivamente à preferência, à indiferença e à incomparabilidade do PROMETHEE I. Os possíveis resultados da comparação entre duas ações são, então, os seguintes:

$aP^I b$ – a é preferível a b : neste caso, a é, ao mesmo tempo, mais potente e menos fraco que b . A informação fornecida pelos dois fluxos de sobreclassificação é convergente e pode ser considerada como segura. Considera-se que neste caso é realista declarar que a é preferível a b .

$aI^I b$ – a e b são indiferentes: a potência/força e a fraqueza de a e de b são iguais. Desta forma, não se pode objetivamente declarar o desempate de a e b .

$aR^I b$ – a e b são incomparáveis. Neste caso a maior força/potência de uma das ações é associada à menor fraqueza da outra. A informação fornecida pelos fluxos é contraditória. Essa situação se apresenta quando a ação a é nitidamente melhor do que b em um subconjunto de critérios e, inversamente, b é melhor que a em outro subconjunto de critérios. É então razoável proibir o modelo, pronunciar a favor de uma das ações. Sendo assim, por ausência de informações que possam estabelecer a relação de preferência ou indiferença, compete, então, ao decisor uma maior responsabilidade pela sua escolha, nessas situações as alternativas são ditas incomparáveis.

No PROMETHEE I, certas ações permanecem incomparáveis. Somente as preferências solidamente estabelecidas e confirmadas pelos dois fluxos de sobreclassificação são apresentadas ao decisor.

O ordenamento parcial PROMETHEE I representa um enriquecimento da relação de dominância clássica:

$$f_j(a) \geq f_j(b), \forall j = 1, 2, \dots, k \Rightarrow \begin{cases} \phi^+(a) \geq \phi^+(b) \\ \phi^-(a) \leq \phi^-(b) \end{cases} \Rightarrow aP^I b \text{ ou } aI^I b \quad 2.36$$

B) PROMETHEE II: Ordenamento Completo

Em certos casos, o decisor deseja dispor de um ordenamento completo de todas as ações. O PROMETHEE II fornece tal ordenamento. Ele obtém considerando o fluxo líquido

$$\begin{aligned} aP^{II} b &\Leftrightarrow \phi(a) > \phi(b) \\ aI^{II} b &\Leftrightarrow \phi(a) = \phi(b) \end{aligned} \quad 2.37$$

Onde P'' e I'' representam, respectivamente, a preferência e a indiferença no sentido de PROMETHEE II. Uma ação é tanto melhor quanto maior for seu fluxo líquido.

Essa pré-ordem completa é igualmente compatível com a relação de dominância clássica. Contudo, em virtude do processo de enriquecimento da relação de dominância, tem-se:

$$f_j(a) \geq f_j(b), \forall j = 1, 2, \dots, k \Rightarrow \phi(a) \geq \phi(b) \Rightarrow aP''b \text{ ou } aI''b \quad 2.38$$

É importante ressaltar que PROMETHEE II não deixa espaço para incomparabilidade. A informação fornecida pela pré-ordem completa é mais fácil de interpretar, porém menos rica que a informação proveniente do PROMETHEE I. No PROMETHEE II uma parte da informação desaparece da diferença entre os fluxos 2.29 e 2.30, desta forma, os resultados são mais discutíveis.

No caso de uma problemática de ordenamento, o decisor poderá contar com o PROMETHEE II que fornece diretamente um ordenamento completo. Já na problemática de escolha, o decisor poderá explorar tanto o PROMETHEE I quanto o PROMETHEE II. Pode-se confirmar, posteriormente, na parte de aplicações, o bom relacionamento e a informação que um método representa para o outro.

C) PROMETHEE III

No PROMETHEE I e II, a indiferença entre duas alternativas apenas ocorre quando os seus respectivos fluxos forem estritamente iguais.

Conseqüentemente, duas ações a e b não são indiferentes mesmo se seus respectivos fluxos forem muito próximos. Nesse sentido, parece mais racional para o decisor que a e b sejam consideradas indiferentes, com este intuito o objetivo do PROMETHEE III é prover condições para que a indiferença entre as alternativas possa se dar em situações mais factíveis. Para isso o PROMETHEE III associa para cada ação a , um intervalo $[x_a, y_a]$ e define uma ordem intervalar completa (P''', I''') como segue (Brans & Mareschal, 2002):

$$\begin{cases} aP'''b & (a \text{ sobreclassifica } b) \text{ sss } x_a > y_b, \\ aI'''b & (a \text{ sobreclassifica } b) \text{ sss } x_a \leq y_b \text{ e } x_b \leq y_a. \end{cases} \quad 2.39$$

intervalo $[x_a, y_a]$ é dado por:

$$\begin{cases} x_a = \bar{\phi}(a) - \alpha \sigma_a, \\ y_a = \bar{\phi}(a) + \alpha \sigma_a, \end{cases} \quad 2.40$$

Onde:

$$\left\{ \begin{array}{l} n \text{ é o número de ações,} \\ \bar{\phi}(a) = \frac{1}{n} \sum_{b \in A} (\Pi(a, b) - \Pi(b, a)) = \frac{1}{n} \phi(a), \\ \sigma_a^2 = \frac{1}{n} \sum_{b \in A} (\Pi(a, b) - \Pi(b, a) - \bar{\phi}(a))^2, \\ \alpha > 0. \end{array} \right. \quad 2.41$$

3. POLÍTICAS DE MANUTENÇÃO

3.1. Manutenção Programada

Atualmente existem diversas classificações para as atividades de manutenção, muitas vezes confusas ou não consensuais. Nesse sentido, adotou-se aqui, de modo a simplificar, a denominação de manutenção programada - antigamente referida como manutenção preventiva principalmente no meio acadêmico - como o conjunto de atividades previamente planejadas cujo propósito principal é minimizar as paradas excessivas e depreciações resultantes do próprio processo produtivo.

Assim, como já foi exposto mais detalhadamente no tópico de base conceitual, a despeito de sua classificação, as atividades de manutenção têm um papel bastante importante para a conservação dos níveis de performances necessários para a garantia do alcance das metas produtivas, bem como é um fator importante para a qualidade dos produtos.

No que tange à competitividade, a manutenção tem um papel chave, uma vez que o constante funcionamento de máquinas e equipamentos, pelo processo produtivo, exerce grande influência sobre o seu estado, que se traduz, na maioria das vezes, por um processo de degradação. Como resultado, sem que seja feita nenhuma ação de contenção desse processo, torna-se inevitável a decadência do processo produtivo até o estado extremo de totalmente inoperante.

Nesse contexto, é de extrema importância a coordenação das atividades de manutenção às características particulares de cada sistema, bem como aos objetivos que se desejam atingir, quais sejam: a minimização dos custos, dos tempos de parada, a maximização da confiabilidade ou da disponibilidade, etc. A esse processo de coordenação dar-se o nome de política de manutenção. McCall (1965) define esse processo de uma maneira mais precisa, argumentando que qualquer regra que designa uma ação específica a qualquer possível realização, durante a vida do equipamento, é chamada política de manutenção. Mais detalhadamente, uma política de manutenção é uma função cujo alcance é o conjunto de possíveis atividades de manutenção, correspondendo, também ao espaço de ações cujo domínio é o conjunto das realizações na história do equipamento, o espaço de informações.

Alguns dos primeiros tratamentos dados ao problema de substituição foram atribuídos a Lokta(1939) e Campbell (1941). Tais autores discutiram, em meio a algumas comparações,

o problema que se tornou célebre dentro desta área, que é a substituição de lâmpadas. Em seus respectivos trabalhos, os autores discutem as vantagens em se fazer a substituição de um número de lâmpadas todas de uma só vez ou, uma a uma, ao falharem.

A partir de então, as contribuições nessa área não cessaram de crescer, bem como as fronteiras de aplicação já distam enorme espaço de seus marcos iniciais. A manutenção de equipamentos já não é o único território em que tais modelos são aplicados. De fato, é tão somente uma pequena região junto a qual avizinham-se diversas outras áreas de aplicação, tais como: manutenção do corpo humano, inspeção e controle de poluentes, manutenção do balanço ecológico em populações de plantas e animais, entre outras.

Como resultado de tantas contribuições e de tantos diferentes problemas atinentes a políticas de manutenção, a catalogação de todos os trabalhos, nesta área, é uma tarefa quase impossível, em face dos diversos trabalhos que ainda vêm surgindo. Sob esse desafio e com o intuito de se fazer melhor entender esta abrangente área de estudo, a partir de seus problemas, muitos são os trabalhos que sob uma perspectiva abrangente se propõem ao agrupamento e à avaliação dos diferentes modelos associados a políticas de manutenção. Faz-se então, aqui, a apresentação dos principais trabalhos com caráter abrangente, com o intuito de prover uma melhor compreensão do estado da arte, bem como identificar os principais critérios de classificação utilizados nesses trabalhos.

3.1.1 Diferentes classificações das políticas de manutenção

Jardine (1973) classifica as políticas de manutenção em duas classes gerais: modelos probabilísticos de políticas de manutenção e modelos determinísticos. Uma diferença marcante entre essas classes de problema, além da existência ou não de um processo estocástico que rege os eventos tratados dentro das políticas, é a verificação ou não de uma completa falha de um item. Por exemplo, para sistemas complexos em que sua função principal tem uma probabilidade muito baixa de ser interrompida, porém, com o passar do tempo há um aumento considerável dos custos operacionais é bastante apropriado o uso de uma abordagem determinística que consiste na observação de uma função custo e tem aspectos muito parecidos com os modelos de controle de estoque.

Nesse sentido, Jardine (1973) estabelece dentro de cada classe diferentes subgrupos que são constituídos de modelos de características similares:

1. Classe de Modelos Determinísticos: modelos de substituição para equipamentos com custo operacional crescente com uso; modelos de substituição para equipamentos com o custo operacional crescente com o uso para horizontes de tempo finito; modelos de substituição para equipamentos considerados capital de investimento, levando em conta o benefício líquido descontado; modelos de substituição para equipamentos considerados um capital de investimento, levando em consideração melhoria tecnológica.
2. Classe de Modelos Probabilísticos: modelos de substituição por idade; modelos de substituição por idade, levando em consideração os tempos de reparo e substituição e, por fim, modelos de substituição em bloco.

Sherif (1982) em um artigo que resume diversos trabalhos sobre o tema, também faz a mesma classificação, embora faça divisões diferentes dos subgrupos existentes dentro dessas duas grandes classes.

McCall (1965) apresenta um Survey de políticas de manutenção que tem formato bem diferente do que é apresentado por Jardine (1973) e Sherif (1982). Em seu trabalho, McCall(1965) ignora qualquer tipo de modelo determinístico e detém-se em uma análise profunda nas políticas de manutenção para equipamentos com falha estocástica. Segundo McCall(1965) o desenvolvimento dessas políticas tem como base uma variedade de técnicas matemáticas. Este embasamento junto com uma diversidade de aplicações, algumas vezes, obscurece a estrutura subjacente que é comum a todas as políticas. O primeiro propósito do autor é identificar esta estrutura comum e assim clarear os relacionamentos existentes entre várias políticas de manutenção.

Mesmo em diferentes tempos, diversos autores como Barlow *et al* (1965); McCall (1965) e Dekker (1996) relatam sobre o crescente interesse no desenvolvimento e na implementação de políticas de manutenção para equipamentos com falha estocástica. Indubitavelmente, este interesse tem sido provocado pelos altos custos e extraordinárias demandas decorrentes de equipamentos mais complexos, como aviões a jato, computadores eletrônicos e etc. Observa-se, ainda, que diferente da consideração da manutenção como um gasto sem sentido - conceito que prevaleceu durante muito tempo - tem-se identificado sua real importância, em face das exigências operacionais que são alcançadas através da implementação de políticas de manutenção relativamente sofisticadas.

Alguns importantes trabalhos defendem que as técnicas usadas para a análise de problemas de manutenção estão necessariamente inseridas dentro do tema de decisões sob incerteza. A estrutura geral desses problemas possui os elementos que são característicos dos modelos de teoria da decisão. Enquanto em operação, o equipamento sob consideração pode ocupar um de diversos estados, sendo os dois estados extremos: o estado de tão bom quanto novo e o estado de falho. Estes dois estados limites encerram um conjunto de estados intermediários que denotam diferentes graus de deterioração. O movimento de estado a estado é governado por um mecanismo probabilístico cuja lei pode ser completamente conhecida, parcialmente conhecida ou desconhecida pelo decisor. Um equipamento negligenciado move-se estocasticamente de um estado a outro de forma natural até alcançar o estado de absorção, que corresponde à falha. O comportamento do equipamento pode, porém, ser regulado pela escolha de uma ação particular a cada ponto de decisão. Essas ações incluem não fazer nada, inspeção, reparos de diferentes tipos e substituição ou uma revisão completa que renova o equipamento. A sequência de ações escolhidas por um decisor reflete a política de manutenção e a diferença entre o comportamento regulado e não inibido do equipamento. É uma medida de influência da política. A performance da política pode ser medida em termos de custos pela associação de um custo de ocupação a cada estado e um custo de intervenção a cada ação. Esses custos são calculados para medir o custo de parada de cada ação de manutenção, bem como o custo de parada associada a cada estado operacional. O objetivo do decisor é escolher ações de manutenção de tal forma que o custo por unidade de tempo de operação do equipamento seja minimizado. (McCall, 1965; McCall & Jorgenson, 1963; Jardine, 1973, Gertsbakh, 1977; Randner & Jorgenson, 1963).

McCall (1965) divide os modelos dentro de duas categorias. A primeira corresponde à classe de modelos que se chama (*preparedness*) preparação ou prontidão, em que o equipamento falha estocasticamente e para a menor de suas partes, seu estado, de fato, não é conhecido com certeza. Alternativas de ações de manutenção para tais equipamentos incluem a inspeção e a substituição. Modelos de manutenção preventiva constituem a segunda classe de modelos de manutenção. Nesses modelos o equipamento está sujeito a falhas estocásticas e o estado do equipamento é sempre conhecido com certeza. Se o equipamento exibir uma taxa de falhas crescente e, além disso, se a falha em operação é mais custosa do que substituir antes que falhe, então pode ser vantajoso substituir o equipamento antes de sua falha. O problema é determinar um planejamento apropriado de substituição.

A despeito de que a política de manutenção seja preventiva ou de prontidão, sob a hipótese que a distribuição de falhas seja conhecida, caso se tenha um único parâmetro de decisão, essas políticas são introduzidas dentro do conjunto de políticas de manutenção simples que, em geral, são bastante populares e largamente abordadas na literatura (Barlow & Proschan, 1965; Jardine, 1973, Sherif, 1981). Dentro dessa categoria, a política de manutenção preventiva e periódica determina a substituição do equipamento ao falhar ou ao atingir uma idade preestabelecida (t), o único parâmetro de decisão. Por outro lado, a política de prontidão periódica inspeciona ou substitui o equipamento a uma idade específica (t). Em ambos os casos, assume-se que o equipamento está em um dos dois estados: bom ou falho. No modelo de manutenção preventiva as falhas são imediatamente detectadas, enquanto que no modelo de prontidão as falhas são detectadas apenas quando o equipamento é inspecionado ou substituído. Os custos medidos na parada do sistema ou despesas de manutenção são associados com cada ação de manutenção.

Uma outra categoria diz respeito às políticas de manutenção sequenciais que podem se apresentar em ambas as formas: prontidão e política de manutenção preventiva. Políticas sequenciais diferem de políticas periódicas pelo fato do parâmetro de decisão não ser calculado uma única vez para todos os possíveis instantes, em vez disso é re-determinado a cada ação de manutenção.

Uma outra classe de políticas bastante importante é aquela que trata de sistemas compostos por mais de uma parte ou multicomponentes - as então conhecidas por políticas oportunísticas-. A principal característica diferenciadora dessas políticas é que as ações de manutenção para uma parte do equipamento dependem do estado do resto do equipamento. Essa dependência permite que as políticas oportunísticas explorem economias de escala que caracterizam muitas ações de manutenção.(McCall, 1965, Radner & Jorgenson (1963); Woodman, 1967; Crookes, 1963; Jorgenson & McCall, 1963; Zheng & Fard, 1991; Zheng, 1995)

Com respeito às incertezas de outra dimensão e que são relativas aos *inputs* necessários para a aplicação dessas políticas, uma outra divisão básica é inserida, dividindo as políticas entre aquelas para as quais a distribuição de falha dos equipamentos é conhecida e aquelas em que a distribuição de falha não é conhecida com certeza. Dentro da última categoria, enquadram-se as políticas adaptativas de Bayes cujas características principais relacionam-se com a possibilidade de uso de novas informações a respeito da distribuição de

falha. Os parâmetros de decisão são revisados à medida que novas informações são acumuladas e desta maneira a política se adapta às mudanças do ambiente (McCall, 1965; Silver & Fishter, 1995; Percy et al, 1997; Percy & Kobbacy, 1997; 2000; Makis & Jardine, 1992).

Diferente de McCall (1965), Dekker (1996) define três categorias bastante abrangentes de políticas de manutenção, com base nas interações entre componentes ou tipo de dependência que pode ser de três tipos: dependência econômica, dependência estrutural e dependência estocástica. A dependência econômica estabelece que a manutenção em conjunto representa uma economia. A dependência estrutural aplica-se nas ocasiões em que os componentes estruturalmente constituem uma parte. Desta forma, a manutenção de um item falho implica na manutenção de outros componentes. Finalmente, a dependência estocástica ocorre se o estado de um componente influencia a distribuição dos tempos de vida de outros componentes ou se existem causas externas ao sistema que trazem simultâneas falhas e correlacionam os tempos de falhas, sendo chamadas falhas de causa comum.

Dekker (1996) limita-se a organizar em classes as políticas dentro da primeira categoria, dependência econômica. Uma classificação inicial dos modelos de manutenção com dependência econômica baseia-se no aspecto de planejamento: estacionário e dinâmico. Nos modelos estacionários, uma situação de longo prazo, estável, é assumida e a maioria desses modelos assume um horizonte de planejamento infinito. Modelos deste tipo fornecem regras estáticas para manutenção as quais não mudam durante o horizonte de tempo. Elas fornecem, por exemplo, frequências de manutenção para grupos de atividades relacionadas ou limites de controles para designar manutenções dependendo do estado dos componentes.

Em modelos dinâmicos, informações no curto prazo, tais como, variações na deterioração dos componentes ou oportunidades inesperadas podem ser levadas em conta. Esses modelos geram decisões dinâmicas que podem mudar durante o horizonte de tempo.

Dentro da classe de modelos estacionários, Dekker (1996) identifica três grupos de modelos mais comuns: grupo de manutenção corretiva, manutenção preventiva e manutenção oportunística. Essa divisão coincide com a classificação proposta por (McCall, 1965; Barlow *et al*, 1965) os quais, porém, não vinculam suas classificações às hipóteses anteriores de comportamento estático e dependência econômica, como fez Dekker. Esse último faz alguns comentários valiosos a cerca da apropriação de cada um dos grupos acima. Com relação ao grupo de manutenções corretivas, declara que, normalmente, é aplicável para sistemas que

têm algum tipo de redundância. Em tais sistemas, é possível que os componentes falhos permaneçam nesta condição por algum período até que um momento mais apropriado para reparo possa surgir. Tais políticas são motivadas por alguma economia que surge através de reparos simultâneos de idênticos componentes. Por outro lado, a permanência do componente na condição de falho reduz a confiabilidade do sistema e desta forma aumenta a probabilidade de perdas onerosas de produção. Com respeito ao grupo de manutenção preventiva, ele observa que as atividades são executadas de modo a prevenir as falhas ou a reduzir os custos operacionais e necessariamente devem ser planejadas antecipadamente, de modo a se obter vantagens relativas ao custo de preparação, devendo este ser racionado. No terceiro grupo, as atividades necessariamente não são planejadas antecipadamente. De qualquer forma, economias na preparação podem ser obtidas desde que a manutenção preventiva ou corretiva de um componente produza uma oportunidade para a manutenção de outros componentes.

Com respeito a esta terceira categoria é interessante destacar as vantagens advindas do uso combinado das atividades inerentes aos dois grupos tipicamente mais conhecidos: manutenção preventiva e corretiva. Essa combinação foi sistematicamente estudada pelos representantes da corporação RAND no início dos anos sessenta (Randner & Jorgenson, 1963; McCall, 1965; Jorgenson & McCall, 1963). Como resultado, a manutenção oportunística basicamente refere-se à situação em que a manutenção preventiva é executada em oportunidades relativas à escolha de uma data ou a restrições devido à impossibilidade de adiamento, em face de algum evento de falha. Em muitos casos, assume-se que o processo de geração de oportunidade é completamente independente do processo de falha (Vanneste, 1992; Dekker & Dijkstra, 1992; Dekker & Smeitink, 1991 e 1994). Por outro lado, é comum considerar que as oportunidades coincidem com a época de falha dos componentes individuais. Devido a economias de escala na função custo de manutenção, o evento indesejável de uma falha em um componente é também considerado como uma oportunidade para a manutenção preventiva de outros componentes. Observa-se que o modelo com um processo de chegada de falhas que independe da oportunidade pode ser usado como uma aproximação da situação onde as oportunidades são geradas por vários componentes propriamente ditos.

Deve-se atentar que em muitas situações a combinação de manutenção corretiva e reparos preventivos não é realista. A necessidade de manutenção corretiva surge inesperadamente, enquanto a manutenção preventiva pode ser planejada. Assim, por uma

combinação de ambos os tipos de atividade, perde-se o caráter planejável da manutenção preventiva ou vê-se obrigado a deixar um equipamento falho por mais algum período de tempo. De qualquer forma, existem situações em que ambas as desvantagens são aceitáveis, em particular, quando o reparo corretivo de um único componente requer a desmontagem do sistema completo. Como resultado, combinar um reparo corretivo de um componente com o reparo preventivo de seus componentes vizinhos pode ser lucrativo.

Como visto anteriormente, existem duas opções de combinação. Por um lado, a manutenção preventiva pode ser adiantada em face de uma ocorrência de falha, quando os reparos não podem ser postergados. Por outro lado, quando componentes falhos podem ser mantidos ociosos por um período limitado de tempo, pode-se optar pelo atraso das ações corretivas até o primeiro e próximo instante de manutenção preventiva. Há vários trabalhos que dão continuidade à idéia proposta por esse tipo de política (McCall, 1965, Radner & Jorgenson, 1963; Woodman, 1967; Crookes, 1963; Jorgenson & McCall, 1963; Zheng & Fard, 1991; Zheng, 1995).

Apesar das diferentes formas de classificar os diversos modelos de manutenção, observa-se que não há conflitos entre as classificações, posto que tais classificações têm como objetivo permitir um entendimento mais global dos modelos de manutenção, a partir da ênfase em suas similaridades e da observação das suas diferenças. Nesse sentido, a falta de semelhança entre as classificações apresentadas se deve, muito mais, à ênfase em critérios de classificação diferentes do que aos conflitos de classes propriamente ditos.

3.2 Revisão Bibliográfica

Tendo como idéia principal capturar as mais importantes colaborações relacionadas à área de políticas de manutenção, segue-se a apresentação de alguns desses trabalhos. Contudo, diferente de muitos textos que tentam abranger uma quantidade muito grande de artigos, listando-os em tabelas por área, faz-se aqui uma breve explanação sobre alguns importantes trabalhos, enfatizando, principalmente, aspectos de suas abordagens, os problemas a que se propõem resolver, as hipóteses principais e suas limitações. Como resultado, buscando tornar o entendimento dos modelos o mais simples possível, não fazendo uso de classificações já usadas, foram relacionadas algumas das abordagens mais utilizadas para a solução dos diferentes problemas atinentes a políticas de manutenção.

Nesse contexto, com base na observação da literatura relativa à área de políticas de manutenção, identificou-se a recorrência de algumas abordagens para problemas os mais diversos. Como abordagens mais comuns, observaram-se: utilização da teoria do controle ótimo, programação dinâmica e programação linear, modelos de otimização de um único critério, controle de estoque na manutenção, apoio multicritério a decisão, análise bayesiana e análise de engenharia econômica.

3.2.1 Modelos de Otimização de um Único Critério

Há uma diversidade muito grande de textos que retratam problemas relativos ao estabelecimento de políticas de manutenção, pelos mais diferentes enfoques e considerando aspectos bastante diferenciados. Entretanto tais textos têm como característica, quase geral, o uso do paradigma de otimização, em que um único critério ou função objetivo é considerada. Abaixo, seguem discussões sobre alguns destes trabalhos:

Mine & Nakagawa (1977) tratam da confiabilidade intervalar $R(x, T)$ de um sistema com uma unidade reparável. A $R(x, T)$ é derivada explicitamente do caso em que T e x são distribuídos exponencialmente. Os autores também propõem políticas de manutenção preventiva, por meio da maximização do limite de confiabilidade intervalar quando T é constante, bem como quando T é distribuído segundo uma exponencial.

Nakagawa (1977), de forma bem semelhante ao trabalho anterior, contudo mais abrangente, trata de políticas de manutenção preventiva para três tipos específicos de sistemas reparáveis: sistema com uma unidade, sistema de 2 unidades sendo uma *standby*, e sistema com unidades de reservas não reparáveis. Além disso, vários critérios de decisão são considerados separadamente, a fim de se definir políticas ótimas. Entre esses critérios destacam-se: a confiabilidade intervalar - já considerada em trabalho anterior -, a razão de custo, a disponibilidade, etc.

Nakagawa (1979), na mesma linha dos seus trabalhos anteriores, considera três modelos com manutenções preventivas imperfeitas, ou seja, a unidade após a manutenção preventiva nem sempre é conduzida ao estado de novo. Tais políticas consistem em: 1) reparar a unidade quando esta falhar, 2) prover um mínimo reparo à unidade quando esta falhar, 3) inspecionar a unidade a fim de detectar falhas, por meio de manutenção preventiva perfeita. O autor observa que, por intermédio das políticas de manutenção preventiva, a razão de custo esperado para cada modelo é minimizada.

Roll & Naor (1968) preocupam-se em levantar, com o uso de um procedimento numérico, frequências ótimas e substituição preventiva de equipamentos sujeitos a deterioração gradual e falhas catastróficas. Alguns modelos simples são considerados e, para casos especiais, fórmulas explícitas são derivadas. Os autores observam que na literatura dois casos distintos relacionados às características do equipamento têm sido largamente considerados no campo de políticas de substituição ótimas. No primeiro caso, o equipamento é sujeito a paradas de caráter aleatório que necessitam de renovação ou substituição física; no segundo caso, o equipamento deteriora-se continuamente como resultado de operações ou envelhecimento. De qualquer maneira, a substituição deverá ser considerada como um meio pelo qual a manutenção preventiva, em seu largo senso, é aplicada ao sistema. Um meio complementar é, por meio de pequenos reparos, assistir um equipamento durante seu tempo de vida (manutenção preventiva em seu senso estreito). Nesse sentido, importante se faz a análise do modelo combinando ambos: substituição e manutenção do equipamento sujeito à parada final. Como resultado, os autores afirmam que o propósito do artigo é examinar modelos de substituição e manutenção aplicados ao equipamento que está sujeito a paradas aleatórias, como também a deterioração com o passar do tempo. Destaca-se que nenhuma distinção é feita entre renovação no senso de trocar todas as peças ou substituição física. Similarmente, é indiferente se a deterioração toma a forma de uma eficiência decrescente, crescente esforço operacional ou declínio em qualidade. A noção de deterioração é bem definida, tão clara quanto algumas dependências funcionais podem ser estabelecidas entre idade-física ou operacional do equipamento e o aumento do custo de produção.

Chan & Downs (1978) propõem sistemáticas para modelar os efeitos de manutenções imperfeitas, bem como derivam condições sob as quais a manutenção preventiva é benéfica. Os critérios são derivados através da maximização do estado de disponibilidade estável e da minimização de S (custo esperado por unidade de tempo sobre um espaço de tempo infinito), quando os tempos de manutenção são diferentes de zero. Para isso, os autores consideram a política de manutenção preventiva como um processo Semi-Markov de três estados, em que: o estado 1 refere-se à manutenção preventiva; o estado 2 ao funcionamento e o estado 3 à falha. Apesar de considerarem duas funções objetivo diferentes, os critérios de substituição não observam tais objetivos simultaneamente. Nesse sentido, escolhe-se entre a maximização da disponibilidade ou a minimização do custo.

Aggarwal (1977) apresenta um método para alocação de confiabilidade para cada unidade de um sistema a fim de minimizar o custo do sistema. A utilidade prática deste método depende fortemente da disponibilidade de dados de custo-confiabilidade para as unidades constituintes do sistema. Infelizmente, para a maioria dos componentes tais dados não estão disponíveis.

Inagaki *et al* (1978), tratando de problema semelhante a Aggarwal (1977), propõem novas formulações para o problema de alocação ótima de confiabilidade, em que uma agenda de manutenção preventiva ótima deve ser determinada simultaneamente. O problema de otimização torna-se um problema não linear inteiro misto. Os autores observam que há duas maneiras pelas quais pode se alcançar alta confiabilidade de um componente: 1) produzir um componente pelo uso de tecnologia altamente desenvolvida, 2) realizar a manutenção de forma adequada. O custo de desenvolvimento de novas tecnologias para produzir a confiabilidade suficiente dos componentes é enorme. Conseqüentemente, estas duas formas deverão ser combinadas tomando-se em conta níveis de tecnologia e custos de manutenção.

Mine & Nakagawa (1978) consideram um problema de substituição por idade para uma unidade com dois modos de falhas: a unidade é substituída a qualquer falha ou quando atingir a idade (t). A política ótima minimiza a razão de custo esperado que sofre algumas modificações em seus resultados já conhecidos das políticas de substituições clássicas. Além disso, semelhante ao que faz Roll & Naor (1968), os autores defendem que as falhas das unidades, em geral, podem ser classificadas em falhas catastróficas ou em falhas por degradação. As falhas catastróficas param a operação de uma unidade repentina e completamente. Por outro lado, as falhas por degradação deterioram a performance de uma unidade com o passar do tempo. Por este motivo a distribuição de falhas é uma distribuição composta pelas parcelas dos modos de falhas individuais, sendo uma distribuição mista: $a_1 F_1(t) + a_2 F_2(t)$, onde $a_1 \geq 0$, $a_2 \geq 0$ e $a_1 + a_2 = 1$. É necessário para uma política de substituição por idade, levar em consideração tais resultados.

Sheu (1997), seguindo a mesma linha que distingue os tipos de falhas, defende o uso de manutenções preventivas devido à redução do custo de operações e do risco de paradas catastróficas. Nesse sentido, apresenta as políticas de substituição em bloco como uma alternativa para sistemas de múltiplos componentes similares. Em uma substituição em bloco, um sistema operando é preventivamente substituído por um novo nos instantes iT ($i=1,2,\dots$) e quando falha. O autor declara também que a principal desvantagem do método de substituição

em bloco se dá pelo fato das ocorrências entre ciclos não serem levadas em consideração. Caso ocorra uma falha em algum componente em um período muito próximo da data de substituição de todos os itens, o componente recém substituído terá de ser tirado do sistema nessa ocasião. A fim de sobrepor esta dificuldade, muitos têm sido os artigos que vêm propondo diferentes e criativas extensões do modelo de substituição em bloco. Nesse sentido, o autor apresenta um modelo que, além da modificação que proporciona a eliminação da desvantagem já citada, permite que o processo de choques seja levado em consideração.

Dando continuidade ao seu trabalho anterior, Sheu (1999) apresenta um modelo bem abrangente destinado a sistemas sujeitos a deterioração. O modelo classifica as falhas em dois tipos distintos, sendo o equipamento submetido à substituição em três diferentes situações: quando acontecer a n ésima falha do tipo I que é uma falha de menor porte; assim que acontecer a primeira falha do tipo II que é uma falha catastrófica ou quando uma idade limite T for atingida. Os modelos de falha do tipo I e II dependem do número de falhas desde a última substituição. O sistema pode ser reparado quando ocorrer uma falha do tipo I. O autor também critica a hipótese bem comum que considera que, depois de reparado, o sistema é tão bom quanto um novo. Sheu faz referência a um artigo anterior Sheu (1995), no qual o objetivo do trabalho é definir os intervalos para substituição e reparo de modo a minimizar o custo unitário por unidade de tempo.

Radner & Jorgenson (1963) observam que em um sistema com diversas partes falhando estocasticamente e com economias de escala em suas manutenções pode ser vantajoso seguir uma política de manutenção oportunística. Em políticas oportunísticas, as ações a serem tomadas em uma dada parte e em um dado instante dependem do estado de outras partes do sistema. Para o modelo considerado em seu artigo, é assumido que todas as partes do sistema - exceto uma - são inspecionadas continuamente e que a parte remanescente não pode ser inspecionada, exceto quando é substituída. Se as partes monitoradas têm distribuição exponencial do tempo até a falha, a política de substituição ótima para a parte remanescente tem a seguinte forma: Considerando-se que a parte não monitorada seja rotulada com 0 e que existe M partes monitoradas rotuladas $1, \dots, M$; então existem $M+1$ números: $n_1, \dots, n_M, N$, com $0 \leq n_i \leq N \leq \infty$, tal que:

- (a) Se a parte i falhar a um tempo quando a idade da parte 0 estiver entre 0 e n_i , substituir a parte i sozinha ($i=1, \dots, M$);

- (b) Se a parte i falhar a um tempo quando a idade da parte 0 estiver entre n_i e N , então substituir as partes 0 e i juntas;
- (c) Se a parte 0 alcançar a idade N a um tempo quando todas as partes monitoradas estão boas, substituir a parte 0 sozinha.

É demonstrado que o parâmetro N é finito, a menos que a confiabilidade da parte não monitorada aproxime-se de zero à medida que a idade desta parte tende a infinito.

Jorgenson & McCall (1963), semelhante ao trabalho anterior de Radner & Jorgenson (1963), estabelecem políticas de substituição aplicadas a sistemas de mísseis balísticos, os quais são sujeitos a falhas estocásticas em que o estado atual do sistema: bom ou falho, não se sabe com certeza. O critério empregado para a comparação de alternativas de políticas de manutenção é minimizar o custo total por equipamento por período de tempo. A maximização da confiabilidade do sistema é um caso especial deste critério, em que se ignora o custo financeiro das ações de manutenção. Os autores observam que a gama de políticas de manutenção examinada pode ser subdividida de duas maneiras. Primeiro, pode-se assumir que a distribuição dos tempos de falha para as partes não sujeitas à inspeção é conhecida. Por outro lado, pode-se assumir que a distribuição é conhecida, porém um ou mais parâmetros caracterizando a distribuição são desconhecidos. A principal característica dessas últimas políticas é que o intervalo entre substituições é adaptado para novas informações à medida que estas são acumuladas. A segunda subdivisão compreende aquelas políticas de substituição em que o tempo para substituir as partes não monitoradas depende do estado das partes remanescentes do sistema, bem como aquelas em que apenas a taxa de falha das partes não inspecionadas e o custo das ações de manutenção são levados em conta na determinação dos intervalos de substituição. A primeira classe dessas políticas é chamada de oportunística, uma vez que ótimas políticas são designadas para tomarem vantagens das oportunidades que surgirem, por meio das falhas das partes remanescentes. Com o propósito de ilustração, as políticas ótimas são aplicadas e comparadas para o caso hipotético de um sistema de mísseis balísticos. Os autores também fazem comparação dos resultados das políticas de substituição com um procedimento freqüentemente usado, que é a substituição no tempo médio até a falha.

Zheng & Fard (1991) destacam que as políticas de manutenção oportunísticas têm sido apresentadas extensamente na literatura. Os trabalhos que se tornaram referências destes modelos já foram apresentados (Jorgenson & McCall, 1963; Radner & Jorgenson, 1963). Em seu trabalho, porém, os autores tomam como variável de monitoramento a função taxa de

falha das unidades e com esta idéia estabelecem intervalos ótimos para substituir ou reparar uma ou todas as unidades dentro do sistema. O modelo é apropriado para sistemas com múltiplas unidades, cujas funções taxa de falha são diferentes. As unidades basicamente são reparadas ou substituídas, a depender das suas taxas de falha, na ocasião de uma falha específica ou de uma atividade de substituição de uma outra unidade. O intervalo de reparo, o limite de substituição e a tolerância de substituição são determinados para produzir a razão do custo total ótimo.

Zheng (1995), seguindo a mesma linha de seu trabalho anterior, estabelece um modelo de substituição em sistemas multicomponentes que tira proveito de quaisquer eventos de parada isolada para estabelecer substituições de vários componentes, a fim de obter uma economia da razão de custo total. Nesse sentido, uma unidade é substituída ao falhar ou quando sua idade excede um valor T . Quando uma unidade é substituída, todas as unidades operando a uma idade no intervalo $(T-w, T)$ são substituídas. Tanto a substituição por falha quanto a substituição preventiva criam oportunidades de substituição de outras unidades preventivamente. O autor estabelece condições e obtém os valores ótimos de T e w para minimizar a taxa de custo total de substituição médio.

Das & Acharya(2004) propõem duas alternativas de políticas de substituição preventivas para um componente que mostra sinais de ocorrência de um defeito e opera por algum tempo aleatório com a performance degradada, antes de sua falha final. O tempo desde a ocorrência do defeito até a ocorrência da falha é chamado de tempo de atraso. Enquanto na primeira política proposta os autores recomendam a substituição de um componente defeituoso quando falhar ou a substituição preventiva de um mesmo componente após um tempo fixo de duração de seu tempo de atraso, levando em conta a degradação de performance durante esse tempo. Na segunda política de substituição, que consiste de uma política oportunística, os autores consideram que um componente defeituoso é substituído na primeira oportunidade disponível consistindo de um tempo fixo, desde a ocorrência do defeito, ou de uma falha. Assim, o tempo entre oportunidades é considerado uma variável aleatória distribuída exponencialmente. Segundo os autores, a última política é superior à primeira, posto que o custo de substituição preventiva com paradas forçadas é maior do que o custo de substituição preventiva durante uma oportunidade. Também consideram que essas políticas sejam apropriadas para processos complexos onde a observação do tempo de vida de cada componente é difícil de manter. Neste sentido, os únicos dados necessários para o uso de

tais políticas resumem-se aos tempos de atraso e à estimação do tempo médio para a ocorrência dos defeitos.

Semelhante ao que fez (Barlow & Hunter, 1960), Berg & Epstein (1978) observam as duas políticas de substituição preventivas largamente usadas, quais sejam: a política de substituição por idade (ARP) e a política de substituição em bloco (BRP). Além disso, analisam a política de substituição por falha (FRP) sob a qual não são feitas substituições preventivas. Como principal contribuição, os autores fornecem regras para escolher, dentre as três políticas, a que conduz ao menor custo sob as condições específicas apresentadas. Os autores consideram que para itens que falham estocasticamente, uma política de substituição preventiva, como por exemplo, a substituição planejada de um item enquanto permanece aproveitável pode evitar despesas incorridas por sua falha. Tal política, obviamente, acarreta as perdas da vida não gasta do item que é substituído. O problema consiste em estabelecer um equilíbrio entre essas perdas e as economias efetuadas pela prevenção da falha com vistas a minimizar o custo global.

Ito & Nakagawa (1995) observam sistemas como mísseis e partes sobressalentes de um avião, que têm que executar uma operação a qualquer tempo quando são requeridos. Avaliam, porém, que em um sistema que permanece em estoque por um longo período de tempo, desde o transporte até o uso, a confiabilidade decresce com o tempo. Tais sistemas podem ser inspecionados e mantidos em intervalos periódicos para assegurar uma confiabilidade mais alta do que um valor pré-especificado q . Os autores propõem com seu artigo uma política de inspeção de um sistema sobressalente com dois tipos de unidades, em que a unidade 1 é inspecionada e mantida a cada inspeção, embora para a unidade 2 nada seja feito. O sistema é substituído a uma detecção de falha ou no instante em que a confiabilidade alcança um valor abaixo de q . O custo total esperado até a substituição é derivado e um ótimo tempo de inspeção que o minimiza é discutido. Exemplos numéricos são dados quando os tempos de falhas são exponencial e Weibull.

Lam (1997) propõe diferentes modelos para sistemas redundantes com duas unidades e um único homem para reparar. No início, considera a unidade I operando e a unidade II em *standby*. O custo inclui a recompensa operacional, o custo de reparo e o custo de substituição, além de um custo de penalidade se o sistema parar. São usados dois tipos de políticas de substituição baseadas no número de falha para as duas unidades e na idade de trabalho, respectivamente. O custo médio a longo prazo por unidade de tempo para cada tipo de política

de substituição é derivado, bem como um modelo particular em que o sistema é deteriorável. As duas unidades são idênticas e o custo de penalidade, que é alto, é inteiramente estudado.

Zhang (2002) estuda a deterioração de um sistema reparável simples, de forma a melhorar a disponibilidade ou a reduzir os custos operacionais do sistema, por meio de reparos preventivos, antes que o sistema falhe. Assume que o reparo preventivo do sistema torna-o tão bom quanto novo e que o reparo devido à falha apenas restabelece o sistema para a condição antes da falha. Os tempos sucessivos de trabalho formam um processo geométrico estocástico decrescente, enquanto que os tempos consecutivos de reparo de uma falha formam um processo geométrico estocástico crescente. Sob esse contexto, o autor estabelece uma política de substituição em que se objetiva determinar o número de falhas do sistema que minimiza a taxa média do custo. O autor também chama atenção para o importante papel exercido pelo reparo preventivo. O autor defende que a consideração de renovação, em que um item após ser reparado fica tão bom quanto novo, é um pouco forçada. Nesse sentido, favorece a hipótese de mínimo reparo, em que o sistema após reparo é conduzido ao mesmo estado em que estava antes da falha. Ainda assim, apresenta o modelo de reparo de processo geométrico como um modelo novo que vem levantando grande atenção por suas hipóteses bastante realistas. Esses tipos de modelos surgiram em 1988 e desde então têm despertado muito interesse. Tais modelos consideram que sucessivos tempos de funcionamento do sistema tendem a tornarem-se cada vez menores. Por outro lado, os tempos de reparo seguem em sentido oposto, até que o sistema deixa de funcionar e os reparos são inviabilizados, devido ao tempo.

Lai & Leu (1996) propõem um modelo de substituição discreto por um sistema que é sujeito a dois tipos de choques. Tais choques são classificados pelos efeitos que causam ao sistema: a ocorrência do choque tipo II leva o sistema a falhas que são chamadas de falhas tipo II e podem ser corrigidas com um mínimo reparo. O choque tipo I prejudica o sistema aumentando a taxa de falha em um certo valor. O sistema também sofre aumento da taxa de falha, devido ao seu processo de envelhecimento natural, sem considerar os choques externos. Além disso, a falha que ocorre nestas condições é chamada falha tipo I. O sistema é substituído ao tempo da primeira falha tipo I ou após a n -ésima falha do tipo II, o que ocorrer primeiro. Introduzindo o custo devido à substituição e do mínimo reparo, o custo esperado a longo tempo por unidade de tempo é derivado como um critério de otimização e um número

ótimo n é encontrado para minimizar o custo. É mostrado que sob certas condições existe um valor finito n que otimiza o custo.

Zhang (2004) estuda um sistema simples reparável e deteriorável com três estados: dois estados de falha e um estado de funcionamento. Assumindo as hipóteses de que o sistema tem deterioração aleatória e não pode depois de reparado voltar ao estado de tão bom quanto novo, o autor estabelece uma política de substituição N baseada no número de falhas do sistema de modo a minimizar a razão de custo médio.

Amari (2003) defende que apesar de haver várias políticas de substituição, mesmo as mais simples, como é a política de substituição por idade, na maioria das vezes, o processo de procura de valores ótimos não é bem detalhado e em muitos casos é apresentado de forma imprecisa ou mesmo incorreta. Nesse sentido, o autor apresenta uma forma bem simples para encontrar os limites inferiores e superiores de tempos ótimos de substituição. Considera a situação geral para qualquer distribuição.

Grall et al (2002) propõem uma estruturação da manutenção preditiva para um sistema de uma unidade que sofre deterioração. O modelo de decisão proposto provê ótimas inspeções e decisões de substituição a fim de equilibrar o custo devido a falhas e a indisponibilidade em um horizonte de tempo infinito. Duas variáveis de decisão são consideradas: o limiar de manutenção preventiva e a escala das inspeções baseadas no estado do sistema. De forma a avaliar a performance da estrutura de manutenção proposta, um modelo matemático para o custo do sistema mantido é desenvolvido usando processos regenerativos e semi-regenerativos. A taxa de custo total, em um horizonte de tempo infinito, pode ser minimizada, por meio de uma otimização conjunta do limiar de substituição e dos tempos de inspeção periódica. Os autores também mostram que tal política de manutenção tem melhor desempenho do que algumas políticas clássicas que são consideradas casos particulares da política que propõem. Usando a estrutura de manutenção proposta, uma estratégia bem adaptada pode ser automaticamente selecionada pelo decisor de manutenção, dependendo das características do desgaste do processo e dos diferentes custos.

Hsu (1968) investiga o uso de três diferentes políticas de manutenção em dois supercomputadores de uma universidade. A abordagem de minimização de custos é usada, a fim de determinar a política ótima entre três alternativas, quais sejam: apenas reparar, programação de manutenções a intervalos de t horas de operação sem falha e execução de processos de manutenção a t , $2t$, $3t$, sem considerar reparos intervenientes. Além disso, o

autor considera que a manutenção de um equipamento refere-se a conservar uma parte de um equipamento trabalhando em ordem. Um item irá funcionar, apropriadamente, por um razoável período de tempo após ser colocado em uso. Do ponto de vista gerencial, a preocupação comumente é minimizar o custo total de manutenção de um item a um nível aceitável de eficiência. Existem duas maneiras para que esse objetivo possa ser realizado. Uma forma é melhorar o projeto de engenharia, de modo a reduzir as falhas dos equipamentos, o que é freqüentemente limitado pela consideração de custos. A outra forma é estabelecer uma gestão de controle do sistema que permita aumentar a eficiência do equipamento ou minimizar o custo total. O autor também adverte que um dos importantes elementos na manutenção do equipamento é o tempo de máquina parada. Falhas nos equipamentos podem resultar em dezenas de homens-hora de tempo inativo, ou mesmo, em uma parada completa da planta operacional. Um computador pode ser usado apenas para propósitos de processamento de dados ou para controlar totalmente a operação industrial em um processo automatizado. As conseqüências de uma parada do equipamento podem ser mais críticas em alguns casos e menos críticas em outros. Destaca também que ao aumentar a duração do período de manutenção, deverá ser reduzido o custo total de manutenção preventiva, porém um aumento substancial no custo de reparo deverá ocorrer. Por outro lado, a redução do tempo de manutenção deverá aumentar o custo total de manutenção preventiva, contudo reduz os custos de reparo, uma vez que a falha de um equipamento, nessas circunstâncias, é menos provável em comparação a longos ciclos de manutenção. Por esse motivo, conclui o autor que a situação ideal para a manutenção preventiva é realizar tal atividade na iminência de uma falha. Assim, dever-se-ia prevenir qualquer falha de um equipamento durante seu tempo de vida. Porém, atingir esse ideal é altamente improvável, a menos que os tempos de falha de um dado equipamento sejam constantes. Entretanto, é bem razoável pensar que a distribuição dos tempos de falha de um dispositivo seja probabilístico.

Barlow & Hunter (1960) apresentando, à época, duas novas políticas de manutenção, que posteriormente tornaram-se as mais largamente usadas, fazem importantes observações ao comparar essas duas políticas de manutenção. Os autores consideram uma política ótima se esta maximiza o limite de eficiência, como por exemplo, o montante de tempo disponível sobre longos intervalos. Fazendo uso da teoria da renovação para obter políticas ótimas, observam que tais políticas são determinadas em cada caso, como única solução de certas equações integrais que dependem da distribuição de falha. As duas políticas ótimas são

comparadas sob certas restrições. A primeira é muito útil na manutenção de equipamentos simples e a outra mais apropriada para manutenção de grandes e complexos sistemas. Para equipamentos menos complexos, reparos ao tempo da falha (ou substituições) podem, de fato, corresponder a uma revisão geral. De qualquer forma, para sistemas mais complexos, tais como computadores, a manutenção preventiva é comumente programada após um número de horas de operação que foram acumuladas. Entre os períodos de manutenção, as falhas são reparadas tão rápido quanto seja possível. Certamente, para estes dois exemplos as políticas de manutenção preventiva deverão ser diferentes. Entretanto, haverá situações em que é concebível a aplicação de qualquer uma das políticas. Para este tipo de situação é que se fazem importantes comparações entre as políticas. Como resultado, os autores definem a política I como segue: executar a manutenção preventiva após (t) horas de operação contínua sem falhas. Admite-se a possibilidade que (t) seja infinito, no caso de nenhuma manutenção preventiva ser programada. Se o sistema falhar antes que (t) horas tenham decorrido, executa-se a manutenção ao tempo da falha. A manutenção preventiva é então re-programada. Para essa política assume-se que o sistema é tão bom quanto um novo depois que qualquer tipo de manutenção ou substituição tenha sido executado. Por outro lado, os autores definem a política II como a execução de manutenção preventiva no sistema depois que este tenha operado durante um total de t^* horas, independente do número de falhas intervenientes. Admite-se, também a possibilidade de t^* ser infinito. Assume-se que após cada falha apenas reparos mínimos são realizados. A hipótese adicional é que a taxa de falha do sistema não é afetada após a execução do reparo mínimo. Por exemplo, após a substituição de um simples tubo de aparelho de televisão, o aparelho como um todo estará tão propenso à falha após a substituição como antes do tubo falhar. Isto é devido ao envelhecimento dos outros componentes. Contudo, a hipótese de que o sistema é tão bom quanto novo, após a manutenção preventiva, também é feita para este caso.

Barlow & Proschan (1963), analisando as políticas propostas anteriormente (Barlow & Hunter, 1959), defendem que dentre as mais úteis políticas de substituição, as mais populares em uso são as políticas de substituição por idade e de substituição em bloco. Sob uma política de substituição por idade, um item é substituído ao falhar ou ao atingir uma idade T , uma constante positiva. Por outro lado, sob uma política de substituição em bloco, um item é substituído ao falhar ou ao atingir os tempos $T, 2T, 3T, \dots$. Para as duas políticas, tem-se que os itens falham permanentemente, independentemente, e que o tempo requerido para executar a

substituição é desprezível. As substituições em bloco são mais fáceis de administrar, uma vez que as substituições planejadas ocorrem a intervalos regulares e dessa forma são prontamente agendadas. Os autores consideram que esse tipo de política é comumente empregada para computadores digitais e outros complexos sistemas eletrônicos. Por outro lado, a substituição por idade parece ser mais flexível, uma vez que, sob esta política de substituição, leva-se em conta a idade da unidade. Conseqüentemente, é interessante comparar estas duas políticas de substituição com respeito ao número de falhas, ao número de substituições planejadas e ao número de remoções.

Berg (1978), partindo de um trabalho anterior que trata uma *Trigger-off*, política de substituição para sistemas de duas unidades idênticas, propõe extensões, fazendo modificações bastante importantes. Em princípio, o autor obtém equações integrais apropriadas para unidades não idênticas, tendo assim resolvido de forma completa o caso para duas unidades. Além disso, o autor estende a política *Trigger-off* pela permissão de substituições preventivas de unidades que tenham alcançado suas idades críticas. O sistema pára de trabalhar se uma das duas unidades falhar ou alcançar sua idade crítica. Ambos os casos apresentam possibilidades de substituições naturais para a unidade remanescente, contanto que sua idade exceda uma idade crítica predeterminada.

Mong & Sculli (1986) observam que muitas vezes o nível de facilidade e os custos associados ao reparo mostram-se economicamente inviáveis, quando comparados com a substituição de parte desta unidade, ou mesmo toda ela - ainda que só haja falha em apenas um componente. Nesse sentido, o modelo proposto constituído da determinação da vida média da unidade, a fim de que se dê a substituição em bloco, uma vez que, se um item falhar, a unidade falha como um todo. Esse modelo permite, assim, a minimização dos custos considerando o custo de manutenção e de aquisição de novas unidades.

Dohi et al (1997) modificam a política de substituição por idade, inserindo um limite de tempo de reparo a fim de minimizar o custo total esperado por unidade de tempo. Nesse caso, em vez de cumprir o reparo todas as vezes que haja uma falha antes do tempo previsto para substituição, como é comum na política de substituição proposta por (Barlow & Hunter, 1960), o reparo só será executado caso o tempo de reparo seja muito pequeno, do contrário o equipamento será substituído.

Chen & Feldman (1997) estabelecem um modelo Markoviano no tratamento do problema do mínimo reparo, inicialmente proposto por Barlow & Hunter (1960), em que são

estabelecidos dois valores de tempos: um relativo ao tempo entre substituições T e outro com relação aos reparos t . Juntos, eles constituem uma política que tem como finalidade minimizar os custos operacionais.

Andersen & Rasmussen (1999) propõem uma política de manutenção para equipamentos que atingiram uma condição inaceitável de baixo rendimento em que a probabilidade de falha é alta. As opções são reparar no instante em que foi detectada a baixa eficiência ou adiar o reparo a fim de substituir depois. A decisão é tomada com vistas ao aproveitamento máximo da vida residual do equipamento, para se obter também um mínimo custo esperado de manutenção que considera os custos de operação devido à baixa eficiência.

Satow & Nakagawa (1997) propõem três políticas de substituição para um modelo modificado de avaria acumulada. Segundo os autores, considera-se que um item recebe choques e sofre dois tipos de danos: um é produzido pelos choques e o outro aumenta com o tempo a uma taxa constante α . O item falha quando o total de dano excede um limite de falha K em algum choque, sendo substituído antes da falha em um tempo T , em algum choque N , ou em algum dano K . A taxa de custo esperado das três políticas são obtidas, quando os choques ocorrem em um processo de Poisson. Valores ótimos de T , N e K que minimizam as taxas de custo são computados numericamente. Finalmente, dois casos adicionais são: quando α é uma função do tempo e K é uma variável aleatória.

Berg (1995), de uma forma um pouco diferenciada, propõe um modelo para substituição de equipamentos no contexto da manutenção programada, que permite a escolha entre substituir ou reparar, sob a análise do custo marginal.

Cassady et al (2001) propõe um modelo bastante adequado a dispositivos cujo funcionamento é dado de forma intermitente. Sua principal aplicação está concentrada em equipamentos militares, que se enquadram bem no contexto de operações em missões específicas com parada nos intervalos entre missões. Nesse contexto, as tarefas de manutenção só são realizadas nos tempos de parada dos dispositivos. O decisor dispõe de três alternativas de decisão: o reparo mínimo no componente em falha, a substituição deste mesmo componente e a substituição do componente em funcionamento através da manutenção preventiva. A definição de tais atividades depende das características operacionais dos componentes do sistema, bem como do tempo disponível para a realização das atividades. O objetivo é determinar as atividades de modo a maximizar a confiabilidade do sistema.

3.2.2 Modelos de Programação Dinâmica e Programação Linear

A metodologia e o desenvolvimento teórico relacionados à manutenção estocástica sustentam uma notável semelhança àquelas da teoria de estoque estocástico. Ambos têm suas raízes em modelos determinísticos simples. Os modelos estocásticos da teoria de estoque usualmente assumem que, para um item em particular, a demanda por unidade de tempo e o tempo de entrega são variáveis aleatórias. Os elementos estocásticos correspondentes no tema manutenção é o tempo até a falha do equipamento, bem como o tempo de reparo.

Nos primórdios das técnicas empregadas na manutenção, em face das características semelhantes aos problemas de estoque, a Programação Dinâmica teve grande uso como ferramenta utilizada na construção de políticas ótimas de manutenção. McCall (1965), à época, chegou a destacar tal ferramenta como a principal técnica utilizada para esse propósito.

De forma geral, tais modelos fazem uso de informações disponíveis a respeito do grau de deterioração de uma ou das unidades em observação de modo a selecionar a melhor ação em certos pontos discretos no tempo. A deterioração pode ser de diversas formas como desgaste, fadiga, etc. Quanto à sistemática de observação do estado, normalmente, há duas diferentes formas: em alguns modelos as inspeções são realizadas antes das ações de substituir ou reparar serem tomadas. Noutros modelos, tem-se que o estado atual sempre é conhecido ao início do período e as ações disponíveis são substituir a unidade ou escolher entre diversas atividades de reparo que tendem a mitigar o grau de degradação.

Além dos modelos de programação dinâmica, a seguir, são também considerados os modelos de programação linear.

Eppen (1965) considera um modelo para manutenção de sistemas sujeitos a deterioração com um espaço de estados discreto. Em determinados instantes uma sequência de decisões relativas à manutenção deverá ser tomada. Essas decisões resumem-se em deixar o sistema no estado presente ou conduzir o sistema a um estado mais elevado, por meio da execução de atividades de manutenção. O comportamento do sistema é descrito por uma matriz estacionária de Markov. As decisões de manutenção são feitas de forma a minimizar o custo de operação e de manutenção do sistema para um determinado número de períodos. Os custos relevantes são incluídos em duas funções: (1) a função custo de manutenção $c(z)$ onde z é o número de estados em que o sistema é melhorado e (2) uma função $L(j)$ que representa o

custo esperado de operação do sistema por um período dado em que o sistema está no estado J ao início do período.

Woodman (1967) trata o mesmo problema de Eppen (1965), contudo faz uso de um modelo totalmente diferente, além disso observa muito bem as situações práticas e as dificuldades para se fazer paradas unicamente destinadas à manutenção. O autor estabelece que a tendência de intensificação do uso dos ativos físicos, por meio do aumento das taxas de produção, bem como, devido à extensão dos turnos de operação, tem reduzido as oportunidades de manutenção. Nesse contexto, identifica que para muitos processos industriais a falha de um componente pode parar completamente a produção e causar consideráveis custos. Por esse motivo, o custo de falha de um componente em serviço é suficiente para justificar a substituição antes das falhas. Contudo, intensivas operações do processo restringem as oportunidades de substituição. Com base em tudo isto, o autor propõe um modelo em que cada oportunidade de substituição é opcional. Fazendo uso de métodos de programação dinâmica, mostra que para componentes que se deterioram a medida que são usados, a melhor política é substituir o componente se sua idade exceder um limite de controle e, em caso contrário, adiar a substituição. Apresenta, ainda, resultados numéricos para situações em que o tempo até a falha do componente tem uma distribuição Gama, e as oportunidades de substituição ocorrem aleatoriamente ou são inteiramente regular.

Mine & Kawai (1974), considerando um problema bastante semelhante aos autores precedentes principalmente a Eppen (1965), aplicado, contudo, a um sistema com duas unidades idênticas em paralelo que podem assumir os estados: bom, degradado e falho, propõem uma política de manutenção que maximiza o lucro líquido esperado para um sistema com horizonte de tempo infinito. Os autores chamam a atenção para o fato de que, a despeito de haver outros trabalhos que tratam de problema similar para sistemas de um dispositivo (Howard, 1960 & Derman, 1963), o tratamento para sistemas de dois dispositivos envolve alguns aspectos bastantes diferentes. Os autores consideram que os estados das unidades são modelados por um processo de Markov; as unidades estão sujeitas a falhas aleatórias para cada estado; as unidades a medida que são degradadas, a sua taxa de falha aumenta; as unidades sofrem reparo quando falham, além de estarem sujeitas a manutenções preventivas antes que falhem; a operação do sistema produz renda; a renda é menor e os custos de reparo são maiores para unidades mais degradadas. Deseja-se, assim, maximizar o lucro esperado para um sistema de duas unidades em paralelo que sofrem degradação.

Ross (1969), tratando de problema bem parecido ao problema estudado pelos autores supracitados (Eppen, 1965; Mine & Kawai, 1974; Woodman 1967), considera um modelo em que uma máquina é inspecionada ao início de períodos discretos de tempos e seu estado operacional (condição) é determinado. Após cada inspeção uma decisão sobre a substituição ou não do equipamento, ao final do período, deverá ser tomada. O autor também mostra que, sob certas condições de custos e da distribuição de transição, uma política ótima assume uma forma simples. Uma generalização para o caso onde se permite o estoque de reservas de máquinas é também mostrado. O autor considera, ainda, que após a observação do estado da unidade o decisor deverá escolher entre as ações: manter a unidade em serviço (0) ou remover a unidade do serviço ao final do período (1). Observa, também, que uma unidade no estado x irá falhar durante o período anterior à próxima observação com uma probabilidade αx . Além disso, uma unidade que falhou é considerada estar no estado 0 e deverá ser removida ao final do período. Sempre que uma unidade for removida do serviço, seja devido à ação 0 ou 1 e subsequente falha, uma nova unidade deverá ser comprada.

Sivazlian (1973), utilizando-se de um ponto de vista bem interessante, faz conexões com outras abordagens até chegar ao seu modelo proposto. O autor divide os problemas de substituição com base no tipo de reparo. Nesse sentido, observa que o primeiro tipo de reparo é referido como reparo principal e resulta na restauração do item à condição de tão bom quanto novo. Para esse tipo de reparo estão associados os modelos de substituição por idade. Tal problema foi denominado, pelo autor, de problema II e constam como referências a este tipo de problema os seguintes trabalhos: (Barlow & Hunter, 1960; Senju, 1957; Barlow & Proschan, 1961; Fox, 1966, Denardo & Fox, 1967, Beckmann, 1968). Com respeito à segunda categoria de reparo, a idade do item não é afetada pelo reparo decorrente da falha, assim, a taxa de falha não é afetada por qualquer reparo. Barlow & Hunter (1960) referem-se a isso como Problema de Mínimo Reparo ao qual os autores denominaram de problema I. O autor chama a atenção para o fato de que tanto o problema I como o II não levam em consideração o tempo de máquina parada associado ao reparo proveniente da falha. Em geral, tais tempos estarão presentes e deveriam influenciar a análise econômica desses problemas. Nesse contexto, o autor analisa o problema I considerando uma distribuição arbitrária do tempo de reparo seguindo a falha. Com base na técnica de equação funcional usada por Descamp (1965) e Beckmann (1968), resultante da aplicação de programação dinâmica, o autor obtém explicitamente expressões para o custo total descontado esperado a longo prazo em termos de

substituição por idade. Além disso, o autor obtém condições necessárias e suficientes para a política de substituição ótima. Nesse contexto, diversos resultados anteriores são demonstrados como casos especiais. Também mostra que a hipótese de diferenciabilidade da função taxa de falha imposta por Barlow & Hunter (1960) para existência de uma política de substituição por idade é desnecessária.

Wiston (1977), diferindo um pouco dos trabalhos observados nesta seção, estabelece que um sistema de manutenção consiste de um número finito de máquinas e de um estabelecimento de reparo de servidor único que pode ser operado a diversas taxas. As máquinas estão sujeitas a falhas e, uma vez que ocorram são enviadas ao estabelecimento de reparo. Com base na hipótese que custos dependem da taxa de reparo e da perda de produção, algumas condições são derivadas e asseguram que, para um sistema de manutenção de tempos discretos, a taxa de reparo ótima é uma função não crescente do número de máquinas em boas condições. Pela consideração de um sistema de manutenção de tempos contínuos como o limite de uma seqüência de um sistema de manutenção de tempos discretos, derivam-se condições análogas que asseguram que a taxa ótima de reparo para sistemas de manutenção de tempos contínuos é uma função não crescente do número de máquinas em boas condições.

Semelhante a tudo que já foi visto neste tópico, Hu (1995) apresenta uma política de substituição ótima para um sistema discreto de deterioração markoviana. Contudo, inova ao considerar, além da deterioração inerente ao sistema, a deterioração devido aos choques aleatórios do ambiente. Para horizontes de tempo finito e infinito, o autor prova a existência de políticas estacionárias ótimas que se estendem a políticas de limite de controle.

Menipaz (1979), apresentado um problema bem diferente dos autores precedentes, tem como grande contribuição a proposição de Modelos de Inspeção de sistemas de falha aleatória que permitiram o tratamento de dois problemas ainda não resolvidos, a sua época, no campo de políticas de manutenção, quais sejam: o problema 1 que analisa um modelo que inclui um fator de desconto e o problema 2 que analisa um modelo que inclui a mudança de custos com o tempo. Os modelos são resolvidos por programação dinâmica. Apesar da existência de outros trabalhos que tratam aspectos relacionados com os problemas tratados pelo autor, tais como o trabalho de Kander & Naor (1969) que tratou de modelos consistindo de uma combinação de checagem e monitoração, Howard (1960) que cuidou de diagnóstico do sistema considerando um fator de desconto, Blackell (1962) que melhorou a solução de Howard (1960) e Fox (1965a, 1965b) que derivou uma política de substituição ótima para

uma distribuição Weibull, considerando um fator de desconto. Além de outras contribuições que trataram dos aspectos de economia de políticas de manutenção com e sem desconto, enquanto assumiam que os custos são constantes sobre o período de otimização, como por exemplo, Luss(1977), Ber & Epstein(1978) e Osaki & Nakagawa (1975). O grande mérito de Menipaz (1979) deu-se pela introdução de variação do custo dentro de políticas de inspeção e pela sua generalização.

Derman (1962) analisa o caso em que um sistema é observado periodicamente e classificado dentro de um número finito de estados. Com base em certas observações, são feitas decisões a cerca da manutenção ou substituição. As probabilidades de transição de estado a estado são determinadas pelas decisões. O problema considerado é procurar a regra de decisão que maximiza o comprimento esperado do tempo entre substituições sujeitas às condições secundárias. A probabilidade de substituição, quando analisada para certos estados indesejáveis, é limitada por números prescritos. O problema é formulado pela primeira vez como um problema de programação linear. A partir de então diversos outros trabalhos surgiram, tendo como base o modelo de Derman (1962).

Klein (1962) considera o problema de políticas ótimas de gerenciamento de sistemas cuja deterioração pode ser modelada por cadeias de Markov. O autor observa que a função objetivo a ser considerada é o custo por unidade de tempo. Além disso, a solução é obtida por meio de programação linear. Tem-se como hipótese que uma inspeção é capaz de prover mais informações sobre a condição do sistema do que simplesmente informar se ele está ou não operativo. Especificamente, parte-se do princípio que a deterioração do sistema pode ser descrita em tempos discretos, bem como, por meio de uma cadeia de Markov e que o processo de inspeção é capaz de detectar qual o estado em que o sistema está no instante da observação. Nesse sentido, além da possibilidade de inspeção ou substituição, adiciona-se a possibilidade de reparos, os quais podem conduzir o sistema a estados intermediários, incluindo o estado de “tão bom quanto novo” como uma das alternativas. A função objetivo considerada é o custo unitário por unidade de tempo. Assim, a política ótima de inspeção-reparo-substituição pode ser formulada em termos de programação linear, sendo uma extensão do modelo de Derman (1962).

Kolesar (1966), tratando do mesmo problema que seus predecessores Derman (1962) & Klein (1962), considera programas de substituição ótima para equipamentos que estão sujeitos a deterioração markoviana e finalmente falham. O objetivo principal do seu trabalho

foi determinar a estrutura da política de substituição de equipamentos que minimiza o custo médio esperado a longo prazo, devido a deterioração, falhas e substituição de tais equipamentos. Para isso, fez o que representou a grande diferença dos modelos precedentes, que foi o estabelecimento de uma função custo generalizado responsável por determinar o custo relativo à permanência do equipamento em um certo estado. O autor, ainda, estabeleceu regras, chamadas de regras de controle do limite de substituição, bem como determinou condições sobre as quais tais regras são ótimas. Como resultado, estruturou um problema de programação linear particularmente eficiente na determinação de políticas de substituição para uma classe específica de problemas.

Kolesar (1967) trata do problema de determinação de políticas ótimas de substituição. O autor considera o problema para equipamentos cujas mudanças de estado podem ser descritas por uma cadeia de Markov finita. O objetivo principal da política de substituição é maximizar o tempo esperado entre as substituições, mantendo a probabilidade de falha abaixo de um limite especificado. Nesse estudo, diferindo do seu trabalho anterior, Kolesar (1966) considera que os custos relacionados às falhas são desconhecidos. Contudo a falha é indesejável, talvez catastrófica - um evento que deve ser evitado – e as consequências são de difícil mensuração. Nesse sentido, o decisor pode estabelecer um limite máximo de probabilidade da falha de uma unidade que pode ser tolerada. A partir desse limite, estabelecem-se regras de substituição que maximizam a duração esperada da vida de um item. O problema é visto com limite infinito no horizonte de tempo e é solucionado por meio de programação linear.

Beja (1969), sob a mesma tese de Kolesar (1967), assume que custos precisos de operação de um sistema markoviano finito e estacionário não são definidos. Apenas, é conhecido que o custo de falha tem magnitude maior que o custo de substituir e que todos os outros custos são, de fato, negligenciáveis. O problema considerado é a maximização da duração esperada do tempo entre substituições, sujeito a saltos na taxa de falha média, ao longo de todas as partes remanescentes do ciclo de substituição, sempre que o sistema não é substituído.

Kalymon (1972) propõe um modelo de substituição de máquinas em que ao final de cada intervalo discreto, o estado de deterioração da máquina é conhecido, bem como o custo corrente de substituição. Assim, uma decisão entre manter ou substituir deverá ser feita, dado que futuras deteriorações e custos são determinados por um processo markoviano conhecido.

Um conjunto finito de possíveis estados de deterioração é considerado, incluindo o estado de falho no qual a substituição por um novo deverá ser feita. O custo operacional cresce em função do nível de deterioração e o custo de substituição é a diferença entre o custo de uma nova máquina e o valor residual da antiga. Basicamente, faz-se uso de Programação linear e métodos iterativos para o levantamento de políticas ótimas. O autor dá continuidade ao modelo de substituição de máquinas proposto por Derman(1962) e Kolesar(1966). Contudo observa que, sob certas restrições, quando os custos são estocásticos, uma política particular fornece um ótimo planejamento para horizontes de tempos finitos, a partir da minimização do custo total descontado. Além disso, o autor também explora o caso de horizonte de tempo infinito em que ou o custo esperado total descontado ou o custo por período deverá ser minimizado, já que o fator de desconto é menor ou igual a um, respectivamente. Tal modelo representa uma extensão do modelo de Derman-Kolesar em que os custos de substituições são estocásticos - em vez de serem determinísticos - e o valor residual pode depender do estado de deterioração da máquina a ser substituída.

3.2.3 Modelos de Teoria do Controle

Desde o início da década de 60 a determinação de programações de manutenções ótimas, bem como a determinação da data de venda para uma dada unidade, sob uma perspectiva determinista, vem sendo estudada por inúmeros pesquisadores. Como resultado, Naslund (1966) foi o primeiro a resolver o problema de programação de manutenções ótimas fazendo uso do princípio de máximo.

Posteriormente, Thompson (1968) estabelece uma ilustração de como a técnica do princípio de máximo pode ser aplicada para a solução de problemas de manutenção. Os elementos do seu modelo são: a data de venda da unidade (T), o valor presente da unidade $V(T)$ se sua data de venda é T , o valor economizado $S(t)$ de uma unidade ao tempo t , a receita líquida $Q(t)$ ao tempo t , a taxa de interesse r , a quantidade de dinheiro gasto na manutenção $m(t)$ ao tempo t , onde manutenção refere-se a dinheiro gasto com necessários reparos, a função eficácia de manutenção $f(t)$ ao tempo t , a função obsolescência $d(t)$ ao tempo t e a taxa de produção p , ao tempo t . Assume-se, então, que d , f e m são contínuas, d é não decrescente e f é não crescente, p é constante no tempo e para uma constante M dada, $0 \leq m(t) \leq M$. Com tudo isso, o objetivo desse modelo é escolher uma política de manutenção $m(t)$ e a data de venda T^* para maximizar $V(T)$.

Kamien & Schwartz (1971), fazendo uso da mesma estrutura estabelecida em Thompson (1968), tratam do problema de políticas ótimas de manutenção de máquinas, por meio da teoria de controle ótimo, em que o montante produzido por uma dada máquina é considerado independente de sua idade, porém a natureza probabilística da falha do item cresce com a idade. A manutenção preventiva pode ser aplicada para reduzir a probabilidade da máquina falhar. Contudo, uma vez havendo a falha, a máquina deve ser descartada. A mesma pode ser vendida, a qualquer momento, desde que ainda esteja em funcionamento. O problema, então, resume-se na seleção de uma política de manutenção preventiva para o período de propriedade e um planejamento da data de venda em que a máquina deverá ser vendida desde que não tenha havido falhas.

Khandelwal et al (1974), tratando de um problema semelhante aos demais autores precedentes, fazem uso da teoria do controle ótimo para derivar políticas de manutenção preventivas ótimas para itens sujeitos a deterioração e paradas aleatórias. Estabelecem, dessa forma, políticas de Manutenção para uma ou um grupo de máquinas trabalhando independentemente, sujeitas à deterioração, paradas intermitentes e com reparos associados. A política ótima é *Bang-Bang*. Os autores defendem que, em plantas industriais e estruturas de economia similar, espera-se manter uma alta taxa de retorno de investimento e, por esse motivo, pode ser mais prático e lucrativo o desenvolvimento de políticas de manutenções intermitentes, uma vez que essas políticas interferem menos na operação do sistema. Os autores, ainda, observaram que, em geral, a taxa de rendimento de uma máquina é alta no início. Essa taxa diminui gradualmente devido a deterioração. Como resultado, as manutenções preventivas são aplicadas durante todo o período. Assim, a taxa de rendimento ao final do período é igual ao valor inicial da taxa de rendimento sem exceder o valor inicial em momento algum durante o período.

Alam & Sarma (1974) consideram políticas de substituições para máquinas que sofrem degradação na performance com a idade e estão sujeitas a falha. Políticas ótimas são mostradas geralmente de natureza *bang-coast*, exceto no caso em que a probabilidade da máquina falhar é função da manutenção. É também mostrado que, para os casos em que a falha da máquina não é levada em conta, uma alta taxa de depreciação tende a inverter esta política para uma *coast-bang*. Os resultados obtidos estendem e unificam os resultados precedentes para este problema. Segundo os autores, alguns avanços na teoria do controle ótimo conduziram a modelagens de como um problema de controle e aplicação do princípio

de Maximo de Pontryagin podem conduzir a obtenção de políticas de manutenção ótimas. Os autores observam que dois modelos distintos tiveram grande conotação ao seu tempo, quais sejam: Thompson (1968) e Arora & Lele(1970). Tais trabalhos consideram o caso em que a probabilidade da máquina falhar não é levada em conta. Além disso, consideram a degradação de uma máquina com o tempo e tratam a manutenção como uma variável de controle que reduz a degradação. Eles mostram que a política de manutenção preventiva é de natureza *Bang-coast*. Já Kamien & Schwartz (1971) consideram um modelo em que a probabilidade de falha da máquina é levada em conta. Eles tomam a probabilidade de falha como uma variável de estado e a manutenção como uma variável de controle e mostram que a política de manutenção ótima é uma função não crescente. Sob a inspiração dos trabalhos precedentes Alam & Sarma (1974), em seu artigo, incorporam ambas características em um único modelo, o que repercute em um modelo muito mais realista.

Ahmed & Schenk (1978), fazendo considerações interessantes referentes à importância do uso da teoria do controle na manutenção, observam que a operação de sistemas, a uma ótima disponibilidade, é um aspecto chave em muitos sistemas complexos. Além disso, as falhas no sistema podem trazer sérias consequências, tanto em termos monetários, como em perda da produção ou interrupção do serviço. Nesse sentido, atestam que a teoria do controle ótimo fornece uma ferramenta conveniente para a obtenção de políticas ótimas de manutenção para sistemas reparáveis. Essas políticas ótimas são obtidas pela aplicação do princípio de máximo generalizado de Gamkrelidze, em que: a função objetivo é representada em termos de custo de reparo, bem como em termos de custo de parada. Os modelos são considerados markovianos em que seu estado presente fornece informação suficiente sobre o sistema; a política de manutenção ótima depende pesadamente da taxa de falha dos componentes individuais do sistema. Os autores aplicam a teoria do controle ótimo para obter políticas de manutenções ótimas para o sistema cuja taxa de falha e de reparo variam. Além disso, consideram que a manutenção e os custos de uma parada variam. Os autores destacam, também, alguns aspectos dos já citados, Alam & Sarma (1974).

Lam (1997), diferindo um pouco dos trabalhos anteriores, propõe um modelo de manutenção ótima a fim de maximizar o prêmio ou recompensa esperada. Considera que o estado do sistema é determinado por uma distribuição do tempo de operação. Sempre que o sistema falhar, um número de ações podem ser escolhidas, incluindo ações de reparo, ações de substituição e ações de descarte. O objetivo principal é determinar uma política ótima que

maximize o Prêmio descontado total. Por meio do uso de um processo de decisão semi-markoviano, o método de sucessivas aproximações é sugerido para determinar a função de ótima recompensa e a política ótima correspondente.

3.2.4 Modelos de Análise Financeira

Os modelos de análise financeira são relacionados a aspectos da engenharia econômica que trata as ações de substituir ou renovar, por intermédio da análise de investimentos. Tem como objetivo julgar a viabilidade da manutenção do equipamento atual em funcionamento, comparando com a aquisição de uma nova tecnologia ou um equipamento similar novo e prover ao decisor o período, financeiramente, ideal para que se faça uma substituição. Logo, tem uma característica mais estratégica de planejamento de longo prazo.

Walker (1993) propõe ferramentas computacionais para apoiar decisões de substituições de máquinas, avaliando parâmetros associados à vida econômica da máquina. São apresentados alguns exames numéricos, a fim de que seja observado o funcionamento desta ferramenta.

Boness & Schwartz (1969) discutem políticas de substituição para aviões usados na missão de treinamento avançado de piloto de jato da marinha. Tomando a engenharia, a tecnologia e o programa de treinamento como dados, quatro possíveis planos para introdução de substituição de aviões em serviço são avaliados, em termos de valores presentes do custo diferencial associados com os planos e em termos de probabilidade de erros na estimação do custo usado no cálculo dos valores presentes. O *trade-off* entre valor presente do custo e a flexibilidade de planejamento é enfatizado na escolha de um recomendado tempo padrão para substituição de aviões. As específicas combinações consideradas são o TF-9J/TAF-9J e o TA-4F/A-4B. A primeira é a combinação correntemente empregada; a segunda é a substituição proposta. O problema é selecionar um tempo padrão de substituição dos F-9's pelos A-4's, dada a diferença tecnológica favorecendo o A-4 e o custo crescente de manutenção dos esquadrões de F-9's. A Substituição por outros tipos de aviões diferentes do A-4 são consideradas impraticáveis. Quatro possíveis planos para a introdução dos A-4's dentro de um período de 5 anos são avaliados em termos da melhor estimativa de custos relacionados aos planos e em termos da flexibilidade de modificação de cada plano. O método de análise é a comparação do valor presente dos custos esperados.

Em um contexto mais específico, Mak & Sculli (1991) concentram-se no problema de substituição de um sistema de potência auxiliar por alternativas mais avançadas tecnologicamente. Nesse contexto, faz-se uso da abordagem econômica, onde apenas a taxa interna de retorno é avaliada para diferentes instantes de tempo.

Bovaird (1960) apresenta uma abordagem para planejamento de manutenção que utiliza conceitos matemáticos e econômicos para ajudar a selecionar uma condição de manutenção ótima. O problema de manutenção é discutido primeiramente com respeito ao horizonte de curto prazo (diariamente), decisões de rotinas operacionais e, então, com respeito às decisões de longo prazo, avaliando como elas se relacionam ao projeto do equipamento e à manutenção das instalações. O autor observa que o problema de manutenção, seja em qualquer nível, deve ser estruturado em termos matemáticos. Os fatores importantes de um modelo de manutenção de minimização de custo são relacionados, entre os quais, destacam-se: a deterioração e a probabilidade de falha, o homem-hora para as inspeções preventivas e reparos preventivos, o tempo decorrido para diagnósticos e reparos de emergências, o custo de preparação para uma manutenção periódica, o custo da equipe de manutenção e o custo de parada do sistema. O autor apresenta um exemplo numérico, ilustrando como o modelo pode ser usado para determinar o custo mínimo da combinação dos tempos entre manutenções periódicas, o número de homens para a realização da manutenção e o número de períodos entre inspeções de cada item para um nível requerido de operação do sistema.

Hopp & Nair (1994) propõem uma abordagem de deterioração markoviana ao problema clássico de substituição de equipamentos e, além disso, adicionam dentro do mesmo problema a consideração da possibilidade de substituição tecnológica quando ocorrer a falha no equipamento em operação. O estudo concentra-se no estabelecimento de relações existentes entre deterioração e mudança tecnológica.

O estudo de Christer *et al* (1997) utiliza modelos de substituição de capital no contexto de substituição de equipamentos envolvidos em operações complexas e proporciona a investigação das consequências dos custos para as mudanças de tecnologia.

Tobin (1999) ressalta que, no problema de planejamento de gastos, um largo número de alternativas competem entre si por uma maior quantia de capital financeiro. Dessa forma, a solução do problema consiste na escolha de alternativas que, satisfazendo as restrições financeiras, além de outras, como nível de serviço ou qualidade, resultem na maximização do

retorno total, por meio de um processo de otimização por *trade-off* que trata as restrições suaves, como objetivos em uma formulação multiobjetivo.

Christer & Scarf (1994) observam as diferentes conclusões que são fornecidas por dois diferentes surveys que foram obtidos em regiões diferentes, cuja importância é indiscutível para o desenvolvimento do tratamento formal da manutenção preventiva e substituição de equipamentos. A grande contribuição foi a proposta de um modelo mais robusto, que leva em consideração vários aspectos importantes para a substituição, tais como: a taxa de desconto, o desenvolvimento tecnológico da planta, além de aspectos subjetivos que influenciam a tomada de decisão sobre a política de substituição. O modelo proposto é contextualizado em equipamentos na área de saúde, envolvendo fatores tais como serviço e risco, também como os fatores qualitativos e políticos representados pelo fator penalidade.

Fraser & Posey (1989) tratam o problema de substituir com modelos de engenharia econômica e propõem uma estrutura para análise do problema de substituição. Além disso, direcionam o uso de determinados modelos dependendo da situação específica. O método consiste nas seguintes etapas: descrição de alternativas; previsão do fluxo de caixa para cada uma das alternativas; cálculo do valor presente de cada alternativa e a seleção da melhor alternativa. Pode-se, com este modelo, considerar, também, a possibilidade de mudança tecnológica.

O estudo de Mauer & Ott (1995) observa a importância e os efeitos de se considerar as incertezas quanto aos custos. Nesse contexto, um modelo é apresentado a fim de se obter o ótimo valor de tempo entre substituições, levando-se em consideração a incerteza quanto ao custo. Alguns comportamentos relacionados com o tempo de ótimo também são observados: o tempo aumenta, na medida em que se aumenta a volatilidade do custo, ou seja, o seu preço de compra. Por outro lado, esse tempo diminui com o aumento do risco sistemático do custo, do seu valor residual, e do crédito para investimento. Além dessas contribuições, o modelo examina os efeitos de incertezas em políticas de tecnologia e de taxas.

3.2.5 Modelos de Análise Bayesiana

Apesar de que, desde os surgimentos dos modelos de manutenção preventiva, tenha sido chamada a atenção sobre a dificuldade da obtenção dos dados, tendo na ocasião sido estruturada a Idéia de modelos bayesianos (McCall, 1965), só mais recentemente os modelos bayesianos têm surgido com mais veemência na construção de políticas de manutenção. Pode-

se observar, por meio de uma rápida comparação do número de artigos que inserem o tratamento de incertezas com aqueles que não prevêm este tipo de tratamento, a larga superioridade do último modelo. Apesar da desvantagem no número de artigos, esses modelos lidam com uma dificuldade que é real no ambiente de manutenção: a ausência completa ou parcial dos dados. Por este motivo, contrariando Cho & Parlar (1991) com as suas previsões de decadência desse tipo de modelo, face ao desenvolvimento computacional e a maior facilidade de registro e manipulação de informações, tais modelos têm tido, recentemente, taxas crescentes de aplicações e sua principal causa deve-se, justamente, ao desenvolvimento computacional que permite processar complexas formulações matemáticas características dos modelos bayesianos.

Brint (2000) dá a sua contribuição ao propor um modelo que permite estender o intervalo entre as manutenções preventivas para os itens cujas falhas podem ser catastróficas. É proposta uma metodologia que permite três diferentes decisões com base nas observações obtidas de uma amostra de itens. As decisões são: manter o sistema, adiar a manutenção ou tomar uma outra amostra a fim de obter melhores informações. Nesse artigo, faz-se uso da metodologia Bayesiana na superação das dificuldades com os dados.

Makis & Jardine (1992) propõem um modelo para a substituição ótima em sistemas sujeitos à deterioração estocástica. Utiliza o modelo de risco (*hazard*) proporcional, de Cox, para o cálculo da taxa de falha do sistema e tem como finalidade a especificação de uma regra simples de substituição que minimiza a longo tempo o custo médio esperado por unidade de tempo.

Percy e Kobbacy (1997) discutem a necessidade de se estruturar os dados de forma a se poder fazer o melhor aproveitamento e extrair a maior quantidade de informações possíveis. A sua principal contribuição constitui um modelo de manutenção programada para sistemas complexos. Utiliza, também, uma análise bayesiana do atraso do processo de renovação, considerando como modelo de falhas a distribuição exponencial.

Novamente, Percy & Kobbacy (2000) abordam a problemática da manutenção programada, destacando que uma das maiores despesas dentro da indústria se deve a reparo ou substituição de máquinas no sistema de produção. Também discutem a existência de diversas metodologias que tratam do planejamento da manutenção preventiva. Contudo, ressaltam as limitações e as hipóteses irrealistas associadas a essas metodologias. Por outro lado, observam que não há esforços das empresas para o uso de modelos no que tange ao

planejamento da manutenção preventiva. O artigo trata da manutenção preventiva baseada em intervalos econômicos para sistemas reparáveis, discutindo, também, a questão dos modelos analisados quando não há dados suficientes, seja por terem sido observadas poucas falhas, seja por ser novo o processo. Nesses casos, propõem melhorias bastante arrojadas no processo decisório, por meio do uso da análise bayesiana para os modelos. O artigo tem sua principal contribuição fundamentada em dois modelos: o primeiro, considera um tempo fixo para intervenção, baseado em processo de renovação, enquanto que o segundo é adaptável com intervalo variável, baseado em risco (*hazard*) proporcional. O artigo utiliza, recomenda e efetua algumas simulações com análise bayesiana para obtenção de resultados práticos.

Percy et al (1997) considera modelos estocásticos quando ainda há dados disponíveis, enfatizando a intervenção da manutenção preventiva a fim de evitar a falha do sistema. Nesse passo, faz a adaptação aos modelos da análise bayesiana, no intuito de conduzir a estratégias ótimas de manutenção. E mais: também são considerados o conhecimento *a priori* sobre o processo de manufatura ou sobre sistemas similares.

Silver & Fishter (1995) abordam o problema de periodicidade da manutenção sob o enfoque de análise bayesiana combinada com procedimentos heurísticos. Os autores também observam que, apesar do número muito grande de artigos que tratam do problema do planejamento da manutenção, são raras as exceções que consideram as ocasiões de falta de dados, as quais comumente se dão em três diferentes seguimentos de informações: na distribuição dos tempos de falhas, no estado atual do sistema; e na estrutura de custos do sistema. Os autores também apresentam uma metodologia para a estruturação dos custos, a fim de que esses possam ser inseridos no modelo.

3.2.6 Modelos Multicritério

Sob a lógica proposta por McCall (1965), há um espaço grande entre os modelos matemáticos e sua utilidade prática, bem como entre os problemas práticos de manutenção e a eficiência dos modelos que se prestam para a sua solução. Vê-se como uma forte tendência a necessidade de modelos de melhor representação da realidade e, nesse sentido, semelhante à consideração crescente de diversos componentes, devido a sua interação quase inevitável, faz-se, também, necessária a inserção de mais critérios na construção de políticas de manutenção mais realistas.

Recentemente, têm surgido alguns poucos trabalhos que apresentam modelos multicritério de manutenção preventiva, porém ainda é um número inexpressivo comparado com a quantidade de trabalhos que tratam o problema sob a ótica monocritério de otimização.

Em um caso mais específico aplicado no contexto de unidades de geração térmicas em sistemas de potência, Kralj & Petrovic (1995) tratam a manutenção preventiva com uma abordagem de otimização combinatória multiobjetivo que, por meio de sucessivas aproximações, direcionam a solução para um mínimo custo de combustível, máxima confiabilidade, e mínimo de violação de restrições. Esses esforços são orientados para obtenção da programação anual da manutenção que tem uma importância significativa no plano de operação do sistema, no contexto citado. Uma grande contribuição também foi proporcionada pelos exemplos de utilização de um software aplicado à programação de 21 unidades de geração térmica.

Fazendo uso da metodologia multicritério PROMETHEE, Chareonsuk et al (1997) estabelecem o intervalo entre manutenções, levando em consideração dois critérios importantes: o custo por unidade de tempo e a confiabilidade. O autor também faz uma descrição sobre o modelo de mínimo custo, que visa, através de procedimentos numéricos, estabelecer o intervalo de tempo que minimiza o custo esperado de manutenção por valor médio de uso. Também critica e expõe as limitações de tal modelo, ressaltando os diversos conflitos existentes entre os interesses da manutenção e da produção, representados pelos parâmetros de custo esperado e confiabilidade que não são levados em conta nos modelos unicritério e, o que é mais grave, muitas vezes esses modelos de uma maneira unilateral fornecem resultados que agravam ainda mais os conflitos.

Tratando, num contexto mais específico da manutenção programada, Gopalaswamy et al (1993) fazem um estudo das principais metodologias encontradas para o planejamento da manutenção em frotas de veículos e propõem um modelo de decisão multicritério, em que três critérios são considerados: taxa de custo de substituição mínima, disponibilidade máxima e confiabilidade do componente de base. Nesse contexto, são utilizados os métodos multicritério de seleção estrita, de Lexicográfico e Lexicográfico de Watz. O artigo ressalta a importância da utilização de planejamentos adequados da manutenção, uma vez que apenas a manutenção e a operação geram um orçamento bastante significativo cujo montante geralmente está entre 30 a 50% de todo o orçamento da empresa.

A estrutura básica de modelagem de apoio a decisão multicritério é apresentada em Almeida (2000a). Vários aspectos são considerados para o problema, especialmente para o caso de sistemas de produção de serviços (Almeida 2000a; Almeida 2000b; Almeida 2001; Almeida, 2005; Almeida e Cavalcante, 2004). O problema do estabelecimento de políticas de manutenção como um problema de decisão é discutido, estendendo o modelo de Glasser (1969) para diversas alternativas de ação.

Almeida (2005) propõe um modelo multicritério para determinação de intervalos de manutenção preventiva com base na Teoria da Utilidade Multiatributo (MAUT). Tal modelo é bastante receptivo às incertezas relacionadas com o estabelecimento de políticas de manutenção. Neste sentido, apresenta-se como uma alternativa bem adequada quando da existência de incertezas, no contexto multicritério com preferências compensatórias.

Cavalcante & Almeida (2005) estabelecem um modelo multicritério de apoio a decisão que fazendo uso do método PROMETHEE II permite o planejamento de manutenção preventiva mesmo diante das duas principais dificuldades relacionadas com tal problema, quais sejam: prover suporte no estabelecimento da periodicidade das substituições para um determinado item, com base em mais de um critério e poder, mesmo quando não houver dados de falhas, apoiar o decisor na difícil tarefa de decidir o tempo mais oportuno para a substituição de um item, por meio do uso de conhecimento a priori do especialista.

3.2.7 Modelos de Estoque e Manutenção

Os modelos relacionados, anteriormente, assumem que os itens substituídos advêm de um estoque infinito. Porém nos problemas reais observa-se que a disponibilidade de sobressalentes é um importante fator na determinação de políticas ótimas para o sistema como um todo. Nesse contexto, os modelos relacionados nesta classe assumem que o número de sobressalentes em estoque é limitado e de uma forma geral tratam das questões relativas a tempos ótimos e níveis de reabastecimento, bem como tempos ótimos e níveis de reparo ou substituição.

Derman & Solomon (1959) observam o problema de manutenção da qualidade de estoque na presença de deterioração. Algumas aplicações de inspeção amostral junto com políticas de substituição são usadas para manter a qualidade. O efeito das repetidas aplicações podem ser medidas em termos de proporção de produtos de baixa qualidade existente a qualquer tempo. Os autores consideram em seu trabalho os planos de amostragem estudados

como sendo aqueles comumente usados na aceitação por amostragem e a política de substituição consiste na substituição de lotes julgados defeituosos pelo processo de amostragem. O processo de Markov é usado para avaliar a efetividade dos planos de amostragem e da política de substituição.

Falkner (1970), considerando um problema diferente do tratado por Derman & Solomon (1959), observa um modelo determinístico sob uma escala de tempo contínuo e não estacionário de sistema de estoques e de substituição, a fim de especificar o número de pedidos, a quantidade dos pedidos, o instante que os pedidos devem ser feitos e os intervalos que minimizam o custo operacional de manutenção e substituição de uma peça de um equipamento em um horizonte de tempo finito. O autor também estabelece condições para o estabelecimento da política ótima com relação ao instante para se comprar os equipamentos, apenas quando o último item do inventário estiver pronto para substituir. Além disso, apresenta um algoritmo de programação dinâmica para resolver o problema, bem como, examina a estrutura da política ótima para o caso estacionário. Finalmente, fornece um procedimento computacional para resolver o caso estacionário para o horizonte de tempo infinito.

Segundo Nakagawa (1998), a confiabilidade pode ser melhorada por meio do fornecimento de unidades sobressalentes. Se uma unidade falha durante a operação ela pode trazer custos bastante altos, além de riscos associados com a parada do sistema. Assim, é importante se fazer substituições antes das falhas e, para isso, o papel dos sobressalentes é essencial para dar velocidade e viabilizar o processo no tempo programado. Adverte, ainda, o autor que uma grande parte de modelos tomam como hipótese a existência de um número ilimitado de unidades sobressalentes, o que não é verdade. Como resultado, propõe a seguinte sistemática de substituição para um sistema com N sobressalentes: se uma unidade falhar deve ser substituída imediatamente por um sobressalente. Além disso, a fim de se antecipar as falhas em operação, uma unidade pode se substituída antes de sua falha a um tempo T_k quando existir K sobressalentes ($k= 1, 2, \dots, N$). O $MTTF$ é derivado e os tempos ótimos de substituição T_k^* são obtidos. É de interesse que T_k^* seja decrescente com k , o que significa que se devem antecipar substituições, caso o sistema tenha um aumento no número de sobressalentes k . O $MTTF$ é aproximadamente dado por $1/h(T_k^*)$, em que $h(.)$ é a taxa de falha de uma unidade. Em resumo, o autor estabelece uma política de substituição em que se objetiva maximizar o tempo até a falha ($MTTF$) de um sistema com N unidades de

sobressalentes. O tempo ótimo para substituição de um sistema com K sobressalentes ($k= 1, 2, \dots, N$) é derivado sucessivamente do *MTTF* com $K-1$ sobressalentes por indução.

Kaio & Osaki (1978) definem uma política de pedidos como um processo que permite que um sobressalente seja entregue, após um tempo constante de entrega, de forma a ser colocado dentro do estoque. Sob certas condições existe uma única e finita política de pedidos que maximizam o custo-efetividade, ou seja, que equilibra a efetividade do sistema definida como a razão entre disponibilidade e taxa de custo esperado. O autor estende as políticas de substituição usual (Barlow et al, 1965) para substituições em que uma reserva é entregue apenas após um tempo de espera constante. Propõem, para isso, dois modelos para uma política de pedidos. No primeiro modelo, a unidade original é substituída por uma reserva logo após sua entrega, mesmo se o original estiver em funcionamento. No segundo modelo, a reserva é colocada dentro do estoque até o original falhar.

4. MODELOS DE DECISÃO MULTICRITÉRIO PARA A DEFINIÇÃO DE POLÍTICAS DE SUBSTITUIÇÃO PREVENTIVA

Nesta seção serão consideradas duas políticas de substituição clássicas, contudo, sob a perspectiva multicritério, introduzir-se-ão outros critérios importantes na decisão do tempo entre substituições. As políticas que serão consideradas fundamentais para os modelos propostos dizem respeito à substituição por idade com base no custo e com base no tempo total de máquina parada. (Jardine, 1973; Barlow et al, 1965; Jorgeson & McCall, 1963).

Embora abordagem multicritério venha sendo usada nas mais diversas áreas do conhecimento (Brans & Marechal, 2002; Vicken, 1997) sua introdução na formulação de políticas de manutenção ainda é muito tímida (Almeida, 2005; Cavalcante & Almeida, 2005; Azaiez, 2002; Chareonsuk et al, 1997; Kralj & Petrovic, 1995; Lotfi, 1995; Chareonsuk et al, 1997). Apesar do pequeno número de trabalhos nessa área, a abordagem multicritério permite um enriquecimento bastante significativo no processo de planejamento da manutenção, não só na consideração dos diferentes e importantes critérios relacionados com as características de desempenho operacional do equipamento, como também no tratamento dos conflitos existentes entre os critérios, levando em consideração as preferências do decisor.

A necessidade, cada vez maior, de se observar mais de um critério se dá principalmente face às mudanças dos contextos e cenários dominantes de outrora. No que tange aos sistemas produtivos, vê-se uma crescente importância dos sistemas de produção de serviço. Nesse sentido, muitos dos objetivos preponderantes tornaram-se dimensões de escolha. Por outro lado, alguns aspectos restritivos passaram a ser variáveis importantes do processo decisório.

A seguir, são apresentados dois modelos multicritério para a escolha de tempos de substituição de equipamentos. Tais modelos, sob a definição de políticas de manutenção, podem assim ser denominados, uma vez que não só propiciam ao decisor um conjunto de possíveis ações de manutenção, permitindo uma avaliação mais completa à luz de vários critérios, mas também ajustam-se às características operacionais dos equipamentos a partir de seu histórico ou informações relevantes que podem ser provenientes de diversas fontes.

Dentro da classificação proposta por Dekker (1996), as políticas de manutenção aqui propostas enquadram-se dentro do grupo de políticas preventivas, uma vez que suas ações de manutenção estão antecipadamente previstas. Nesses modelos, o equipamento está sujeito a

falhas estocásticas e o estado do equipamento é sempre conhecido com certeza. O equipamento exibe uma taxa de falha crescente e, além disso, a falha em operação custa mais do que substituir antes que falhe. O problema é determinar um planejamento apropriado de substituição.

Neste trabalho, uma preocupação na elaboração destas políticas foi a sua aplicabilidade. Tal preocupação já percorria a cabeça de grandes pesquisadores desta área e especificamente era atinente ao grande vão que se colocava entre os problemas vigentes, com respeito à manutenção e aos resultados advindos de novos modelos. Nesse sentido, havia sempre um *tradeoff* entre a complexidade dos modelos e as soluções práticas que podiam ser alcançadas. É importante observar que no advento das políticas de manutenção a complexidade matemática era, de fato, um impedimento para a aplicação prática, face à inexistência de computadores (McCall, 1965; Jorgeson & McCall, 1963). Contudo, no contexto vigente, muito ao revés de outrora, vê-se nos modelos mais complexos a maior chance de aplicação, pois sua complexidade matemática, na maioria das vezes, se deve à inserção de facilidades e flexibilidade para aplicação, como é o caso dos modelos bayesianos.

4.1. Modelo I

O modelo I de apoio multicritério a decisão aqui proposto conserva alguns conceitos importantes dos modelos clássicos que tratam o problema de substituição de equipamentos (Jardine, 1992; Barlow et al, 1965). Tendo como base a política de substituição por idade, sob o paradigma do apoio multicritério a decisão, o modelo permite a observação dos critérios: custo unitário esperado, confiabilidade e do tempo total de parada, no planejamento de manutenções preventivas. Como resultado, provê uma Pré-ordem completa das alternativas de tempo, a partir do método PROMETHEE II.

Segue abaixo uma descrição resumida dos critérios considerados no modelo.

4.1.1. O Critério Custo Esperado por Unidade de Tempo

O custo esperado por unidade de tempo também chamado de taxa de custo esperado é representado por C_m - sendo o critério mais popular na tomada de decisão com respeito a tempos entre manutenções preventivas - é bastante utilizado em modelos de substituição, onde corresponde à função objetivo que deve ser otimizada (Glasser, 1969; Makis & Jardine, 1992; Percy e Kobbacy, 2000). Nos modelos aqui propostos ele é tratado como um dos critérios de

escolha das alternativas de tempo tp . Na prática, este critério retrata o custo esperado ao final de um longo tempo aplicando-se os procedimentos previstos na política de substituição. É importante observar que para os sistemas considerados, estabelece-se a existência de dois custos: o custo de substituir antes que se dê a falha e o custo de substituir após a ocorrência de uma falha, respectivamente, representados por Cb e Ca . De forma geral, para equipamentos que apresentam desgaste com o tempo, o Cm é alto, tanto para tempos pequenos, na ocasião em que se deixam de utilizar os itens por um período considerável de suas vidas, além de haver muitas substituições desnecessárias, como também para tempos muito prolongados de substituição, em que o número esperado de falhas ao longo do tempo é grande e, por sua vez, também repercute em altos custos. Assim, as alternativas que são privilegiadas por este critério são aquelas que apresentam valores de tempos intermediários. Tal comportamento pode ser visto na Figura 4.1.

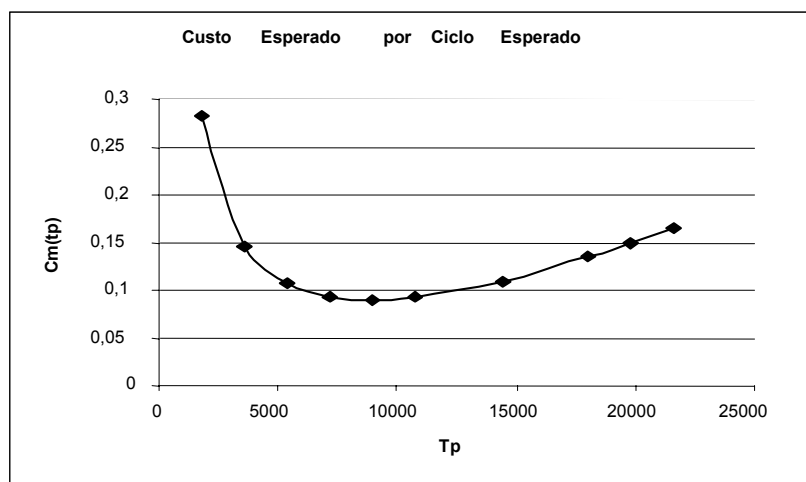


Figura 4.1– comportamento do parâmetro C_m (razão do custo em unidade monetária pelo tempo em hora) com o T_p (tempo em hora).

A curva que representa o $C_m(t_p)$ é tanto mais acentuada quanto maior for a razão entre os custos devido a uma falha e o custo de substituir antes que falhe (Ca/Cb), o que corresponde dizer que para sistemas que apresentam grandes diferenças entre custos de falhar e substituir, mais evidentes são os benefícios provenientes de uma política de substituição.

4.1.2. O Critério Confiabilidade $R(tp)$

Observa-se que, em uma planta produtiva, a confiabilidade é de extrema importância, sendo tanto mais importante quanto mais crítica for uma parada e mais graves forem suas consequências. Tais consequências nem sempre se traduzem em unidades financeiras. Como

resultado, a confiabilidade permite identificar, para cada alternativa de tempo, a probabilidade de sucesso ou continuidade operacional. Nesse sentido, quando se identificam níveis relativamente baixos de confiabilidade, correm-se riscos altos de falha e, por decorrência, há uma probabilidade alta de se estar sujeito a todos os seus prejuízos associados.

A confiabilidade tem o comportamento de uma função monotonicamente decrescente, ou seja, ao se prolongar os tempos entre substituição, a probabilidade de o equipamento falhar aumenta e quanto menor o tempo que um equipamento leva para ser substituído mais confiável ele está.

Devido a suas características de monotonicidade, este critério normalmente não é usado como uma função objetivo para a determinação de políticas de substituição. Por outro lado, tem um caráter muito mais restritivo, sendo em alguns casos encontrado na literatura na forma de patamares de aceitação.

Através da Figura 4.2, pode-se observar este comportamento.

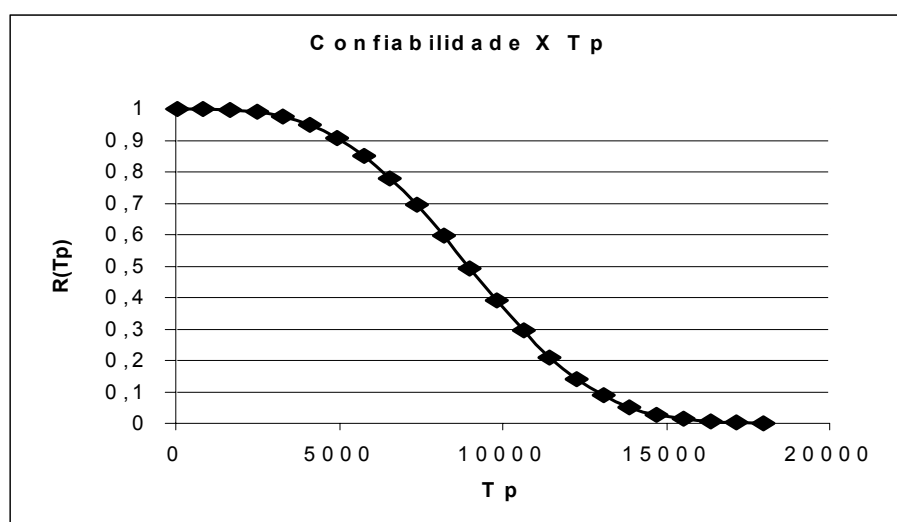


Figura 4.2– Comportamento da confiabilidade com os tps dados em hora

4.1.2. O Critério Tempo Total das Paradas “Downtime” $D(tp)$

Finalmente, o tempo total de parada de máquina, obviamente está relacionado com o tempo em que a máquina deixa de ser operada ou pela ação de uma substituição preventiva ou por ação de uma atividade reparadora em face de alguma falha que tenha ocorrido. Em muitos casos, este critério é bastante significativo, principalmente em sistemas cuja continuidade do processo é de extrema importância, como, por exemplo, sistema de produção em massa e

sistema de fornecimento de energia. Os tempos de reparo são relativamente grandes para deixarem de serem considerados.

De comportamento semelhante ao critério custo, geralmente, também é um critério de ótimo intermediário e apresenta o mesmo comportamento paradoxal, em que a fim de se reduzir tempos de paradas, são introduzidas mais paradas propositas de durações menores.

Esse critério semelhante ao custo unitário também é usado sob a ótica da otimização, em que exerce o papel de função objetivo (Jardine, 1973).

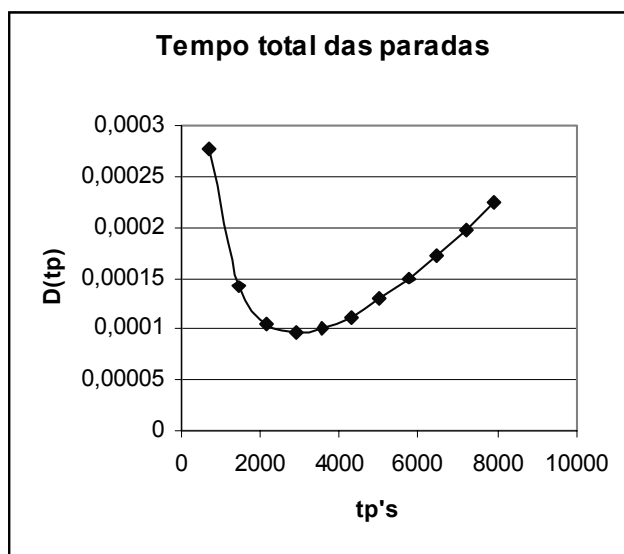


Figura 4.3– comportamento do parâmetro D (“Downtime”, Tempo Total das Paradas por Unidade de Tempo em Funcionamento) com o Tp (tempo em hora).

4.1.3. O Conflito entre os Critérios Custo, Confiabilidade, e Tempo Total de Parada

O estudo dos critérios nos tópicos precedentes proporciona a identificação de comportamento bastante diverso dos critérios custo, confiabilidade e tempo total das paradas. Na prática, no contexto da manutenção programada, deseja-se que o custo seja tanto menor quanto seja possível. Contudo, por outro lado, a confiabilidade tanto é melhor quanto maior for o seu valor. Além disso, o tempo total das paradas deverá ser minimizado. Por tudo isso, dentro da perspectiva de otimização, poder-se-ia levantar três problemas diferentes em que um dos critérios é colocado como função objetivo e os demais critérios como restrições:

$$\text{Minimizar } Cm(tp) \quad 4.1$$

$$\text{Maximizar } R(tp) \quad 4.2$$

$$\text{Minimizar } D(tp) \quad 4.3$$

Porém, uma vez que se deseja considerar os três critérios (funções objetivos) simultaneamente, e esses critérios são conflitantes, a noção de otimalidade não mais faz sentido. A seleção da melhor alternativa para os três critérios obriga a um compromisso subjetivo entre os critérios, deixando de ser um processo puramente técnico (Clímaco et al, 2003).

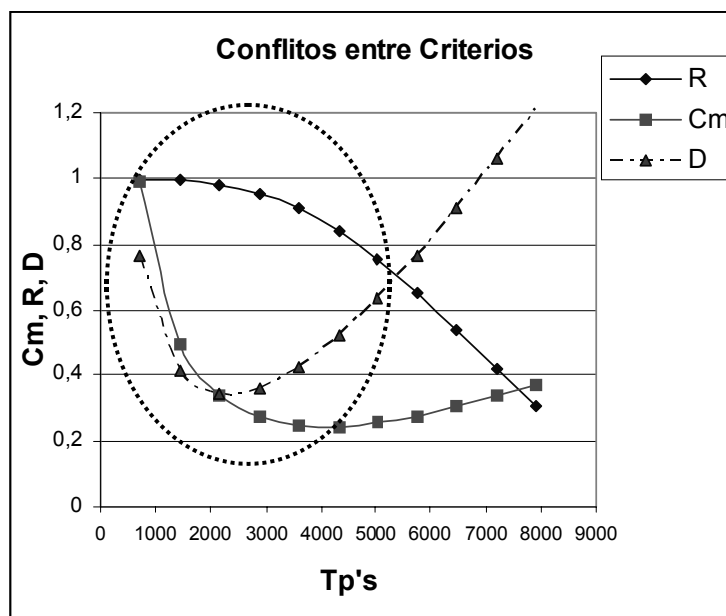


Figura 4.4 –Conflito entre os Critérios Custo e Confiabilidade

A Figura 4.4 permite a observação, simultânea, dos critérios custo, confiabilidade e tempo total das paradas. Confrontando o comportamento dos três critérios, torna-se evidente uma região de conflito entre os mesmos. Região essa em que as melhores alternativas de confiabilidade correspondem às piores situações no critério custo e vice-versa. Além disso, até um certo ponto dentro desta região, o critério tempo total das paradas tanto ficam melhor quanto pior fica o critério confiabilidade. Também se pode observar que existe uma defasagem entre o critério custo e o tempo total das paradas. Nesse sentido, enquanto o custo continua alcançando menores valores (melhor situação) o tempo total das paradas já muda de sentido, tendendo a piorar. Chama-se a atenção para alguns casos em que os dois últimos critérios poderão ter comportamentos similares. Assim, não faz sentido manter ambos dentro do problema de decisão.

Sob a perspectiva da análise de decisão, as alternativas que estão fora da região de conflito, em geral tendem a ser dominadas (Vincke, 1992) pelas alternativas internas. Isto porque fora da região de conflito os critérios simultaneamente tendem a atribuir piores

avaliações às alternativas que lá estão. Nesse sentido, na análise do problema de decisão, é de grande importância o estudo da região de conflito, estando nesta região as alternativas que estabelecem melhor *tradeoff* entre os critérios.

4.1.4. Hipóteses do Modelo de Decisão

Como Hipóteses do modelo considera-se que:

1. O estado do sistema é conhecido;
2. O conjunto das alternativas é discreto, ou seja, a manutenção é feita em datas oportunas. Sendo assim, há um número finito de alternativas de tempos de substituição que correspondem a algumas datas ou valor de tempo decorrido cuja substituição far-se-ia mais apropriada;
3. O equipamento está sujeito a desgaste, ou seja, tem taxa de falha crescente;
4. O equipamento assume, unicamente, dois estados: o estado de funcionamento e o estado de falha;
5. A substituição do equipamento antes da falha representa uma economia, ou seja, o custo advindo de uma falha é bem maior;
6. A substituição de um equipamento o conduz ao estado de tão bom quanto novo;
7. O reparo também conduz o equipamento ao estado de tão bom quanto novo;
8. Os tempos de falha do equipamento podem ser modelados por uma distribuição de probabilidade que é conhecida;
9. Os tempos de reparo (T_{sf}) e de substituição (T_{sp}) são considerados significativos e necessariamente devem ser levados em consideração. Além disso, considera-se que estes variam pouco e assim são tomados por constantes.

A Figura 4.5 retrata bem algumas das hipóteses acima: pode-se observar que a idade do equipamento se renova a cada substituição. Além disso, observa-se também que as substituições não se dão imediatamente.

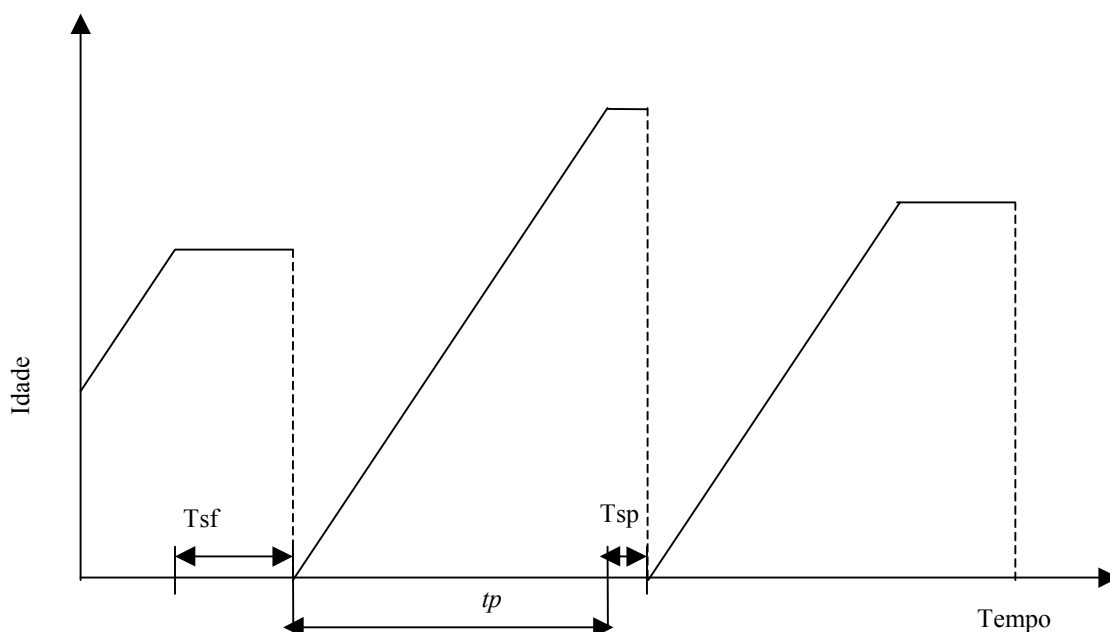


Figura 4.5– Descrição Da Política De Substituição Por Idade Considerando Reparos De Renovação E Tempos De Parada

4.1.5. Etapas da Estruturação do Modelo 1

A aplicação do modelo segue uma sequência de etapas bem definida:

Inicialmente um conjunto de alternativas é levantado visando-se àqueles tempos oportunos para se fazer a substituição. Segue-se então a avaliação das alternativas nos critérios: custo, confiabilidade e tempo total de parada. Parte-se, então, para a etapa de decisão onde seguem todas as etapas de implantação do método PROMETHEE II, as quais serão discutidas juntamente com as etapas subsequentes.

4.1.5.1. Determinação das alternativas de ação

A obtenção das alternativas é um procedimento bastante direto, como proposto por Dekker (1996) nos modelos de substituição preventiva. Devem-se observar as ocasiões em que as paradas não provoquem grandes transtornos à produção, sendo apropriados os turnos ociosos ou dias estrategicamente improdutivos.

4.1.5.2. Avaliação das alternativas nos diferentes critérios

Os critérios já discutidos anteriormente apresentam-se analiticamente conforme segue:

O custo unitário por unidade de tempo é dado por:

$$Cm = \frac{ca(1 - R) + cbR}{\int_0^t xf(x)dx + (t + tsp)R + tsf(1 - R)} \quad 4.4$$

Onde:

ca é o custo de uma substituição proveniente de uma falha;

cb é o custo de substituir preventivamente;

t é o tempo entre substituições;

R é a confiabilidade para o tempo t ;

tsp é o tempo para a execução de uma substituição preventiva;

tsf é o tempo para a execução de uma substituição proveniente de uma falha ou tempo de reparo;

$f(x)$ é a função de densidade de probabilidade dos tempos até a falha.

A confiabilidade é dada por:

$$R = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \quad 4.5$$

Onde:

β é o parâmetro de forma da distribuição Weibull;

η é o parâmetro de escala da distribuição Weibull.

O tempo total das paradas é dado por:

$$D = \frac{tspR + tsf(1 - R)}{\int_0^t xf(x)dx + tsf(1 - R) + (tsp + t)R} \quad 4.6$$

As alternativas recebem avaliações quanto ao custo de manutenção por unidade de tempo (Cm), quanto ao critério confiabilidade (R) e quanto ao tempo total das paradas. Estas avaliações apresentadas na forma matricial dão origem ao que comumente se chama de matriz de desempenho dos critérios $\|f_{ij}\|$, que corresponde à avaliação da alternativa i sobre o critério j .

Tabela 4.1 – Desempenho das alternativas

	R	Cm	D
A_1	$R(a_1)$	$Cm(a_1)$	$D(a_1)$
A_2	$R(a_2)$	$Cm(a_2)$	$D(a_2)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
A_i	$R(a_i)$	$Cm(a_i)$	$D(a_i)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
A_n	$R(a_n)$	$Cm(a_n)$	$D(a_n)$

Em geral, os dados da Tabela 4.1 não induzem a um ranking das alternativas de A e nenhuma alternativa é ótima em todos os critérios simultaneamente, devido aos conflitos existentes entre os critérios. Sendo assim, um meio bastante adequado, nesse tipo de situação, é o uso da abordagem de apoio a decisão multicritério (Brans & Mareschal, 2002).

4.1.5.3. Agregação dos Critérios

O método PROMETHEE se mostra bastante apropriado para construção das políticas da manutenção, apesar de não se tratar de uma teoria propriamente dita. O método está suportado por construtos matemáticos que lhe dão um bom sustentamento. De fácil entendimento, o método PROMETHEE trabalha dentro de comparações de pares de alternativas, não fazendo uso de valores absolutos, estabelece relações de preferência entre as alternativas a partir de suas diferenças de avaliações.

Semelhante ao que se dá em muitos processos de julgamento de valor pessoal na vida real, o decisor, observando duas alternativas (a, b) , visualiza a diferença entre elas $d_j(a, b)$ com respeito aos desempenhos respectivos para um dado critério j . Então, afirma sob seu ponto de vista, representado por uma função chamada de critério generalizado $F_j(d_j(a, b))$, se uma alternativa é melhor (aP_jb), é tão boa quanto (aI_jb) ou é pior (bP_ja) ou se não podem ser comparadas ($aR_j'b$). Estendendo este raciocínio para um conjunto com várias alternativas, sob a perspectiva de mais de um critério, as mesmas relações são válidas, porém são construídas sob o âmbito global, em que cada alternativa é avaliada com todas as outras do conjunto em todos os critérios.

A agregação do processo se dá basicamente pela exploração de relações de sobreclassificação que fazem parte de qualquer que seja o método observado. Essa fase de exploração tem como objetivo subsidiar o apoio a decisão, tendo em vista as relações que foram construídas, os objetivos e limitações do decisor, e a problemática característica. Nesta etapa, levando-se em consideração os aspectos supracitados, o método PROMETHEE é definido e aplicado, podendo seu resultado ser uma pré-ordem completa entre as alternativas, uma pré-ordem parcial ou uma sofisticação dessas duas últimas. (Cavalcante & Almeida, 2005)

Em particular, no modelo I utiliza-se o método PROMETHEE II, a fim de se obter uma pré-ordem completa das alternativas de tempo para a execução periódica de substituição de equipamentos.

4.2. Modelo II

O Modelo II tem praticamente a mesma base estrutural do modelo I, considerando quase todas as hipóteses anteriormente relacionadas ao modelo anterior. Acrescenta, em termos de aplicabilidade, a possibilidade do tratamento quando não há dados relativos aos tempos de reparo. Nesse sentido, observa-se a modificação na hipótese de número 8 e, além disso, acrescentam-se três novas hipóteses.

O modelo II também se diferencia do I no tipo de resultado que fornece, que consiste de uma pré-ordem parcial em que as alternativas incomparáveis tornam-se evidentes através do uso do método PROMETHEE I.

Seguem então as hipóteses assumidas para este modelo:

1. O estado do sistema é conhecido;
2. O conjunto de alternativa é discreto, ou seja, a manutenção é feita em datas oportunas. Sendo assim, há um número finito de alternativas de tempos de substituição que correspondem a algumas datas ou valor de tempo decorrido cuja substituição far-se-ia mais apropriada;
3. O equipamento está sujeito a desgaste, ou seja, tem taxa de falhas crescente. O equipamento assume, unicamente, dois estados: o estado de funcionamento e o estado de falho;
4. A substituição do equipamento antes da falha representa uma economia, ou seja, o custo advindo de uma falha é bem maior;
5. A substituição de um equipamento o conduz ao estado de tão bom quanto novo;
6. O reparo também conduz o equipamento ao estado de tão bom quanto novo;
7. Os tempos de falha do equipamento podem ser modelados por uma distribuição de probabilidade que é conhecida;
8. Os tempos de reparo e de substituição são considerados significativos e necessariamente devem ser levados em consideração;
9. O tempo de substituição preventiva é constante;
10. O tempo de reparo devido uma falha pode ser modelado por uma distribuição;
11. Na ausência de dados, os parâmetros da distribuição dos tempos de reparo podem ser obtidos por meio de procedimento de educação do conhecimento de especialista;

Observa-se então que a grande diferença deste modelo para o anteriormente apresentado diz respeito à consideração dos tempos de reparo como uma variável aleatória

distribuída exponencialmente, sendo o parâmetro dessa distribuição desconhecido. Nesse sentido, observando o modelo I mais de perto, percebe-se que recai como um caso particular do modelo II. Ainda, fazendo-se um paralelo, no modelo I, a incerteza está presente sob o momento da passagem de estado de funcionamento para o estado de falho, por outro lado, no modelo II, além desta incerteza, há também a incerteza quanto ao tempo de reparo e o parâmetro da distribuição que descreve as variações do tempo de reparo. Como resultado, faz-se uso de abordagem Bayesiana, a fim de tratar tais incertezas.

A figura 4.6 retrata bem o modelo II. Pode-se observar que os tempos de reparo (T_{sf}) estão variando.

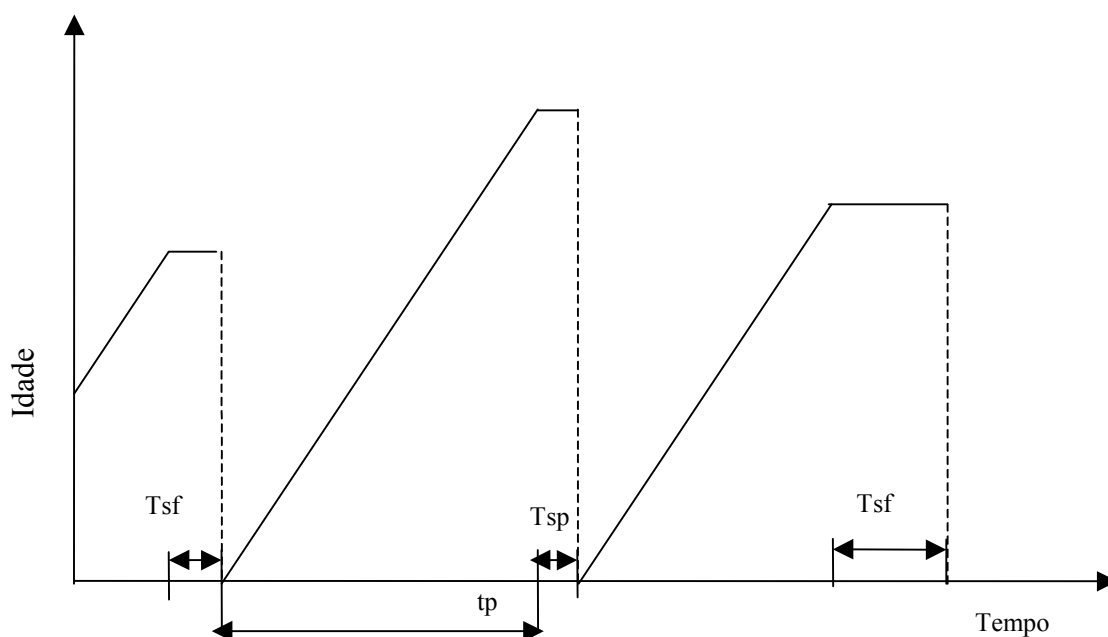


Figura 4.6 – Descrição Da Política De Substituição Por Idade Considerando Reparos De Renovação E Tempos De Parada

4.2.2. Tratando as Incertezas

A pedra angular dos fundamentos da inferência bayesiana é a noção de probabilidade subjetiva. Tal noção contrasta com a bem conhecida noção de probabilidade frequentista. Probabilidade subjetiva não trata apenas com eventos, mas também com proposições. Uma proposição não pode ser interpretada como uma série imaginada de repetições. Por exemplo, é muito artificial imaginar repetições de uma série de experimentos em que as proposições são do tipo “O avião DTE irá cair” ou “amanhã irá chover”. No jargão estatístico, em meio aos conceitos da escola de estatística clássica, a palavra “hipótese” é usada, ao invés de

proposições, porque, freqüentemente, o interesse recai em uma proposição cuja autenticidade está em questão. Na escola bayesiana, o grau de crença em uma proposição A , $Pr(A)$, representa a força da convicção que se tem que A é verdadeira. Tais proposições são bastante intuitivas, sendo freqüente o uso de probabilidade subjetiva em situações do dia a dia, quando se escuta ou se falam frases do tipo: “fulano provavelmente irá mudar-se em dois anos....”, “Ele provavelmente será demitido...”, “Eu aposto que passo neste teste...”. A probabilidade subjetiva desta forma refere-se ao grau de crença em uma proposição. A um extremo, se A é acreditada ser verdade, $Pr(A) = 1$; ao outro extremo, se A é acreditada ser falsa, $Pr(A) = 0$. Pontos no intervalo $(0,1)$ expressam crenças intermediárias entre o verdadeiro e o falso (Pollard, 1986).

Em resumo, a idéia básica da probabilidade subjetiva é deixar a probabilidade de um evento refletir a crença pessoal na chance de ocorrência deste, ao grau de crença que um indivíduo associa a um evento incerto. É claro que esse grau depende de seu conhecimento. Por exemplo, com respeito ao exemplo das condições climáticas exposto acima, diferentes pessoas tendo percepções diferentes sobre as condições climáticas irão apontar diferentes probabilidades para as condições climáticas do próximo semestre, embora não se possa atribuir nenhuma interpretação freqüentista sobre tal evento.

Nesse contexto, considera-se que o tempo de reparo é uma variável aleatória distribuída segundo uma exponencial. No caso de ausência de dados e conseqüente incerteza no parâmetro λ dessa distribuição, pode-se recorrer ao conhecimento de especialistas. Sob a ótica da probabilidade subjetiva, o parâmetro da distribuição exponencial é considerado uma variável aleatória θI , cuja distribuição *a priori* do conhecimento do especialista sobre esta variável $\pi(\theta I)$ deve ser levantada, a partir de um processo de educação (Raiffa, 1970; Souza, 2003).

Nesse sentido, as expressões 4.5 e 4.6 correspondentes aos critérios (funções objetivo) custo e tempo total das paradas, quando considerada a incerteza sob o parâmetro λ que é modelado pela distribuição $\pi(\lambda)$, tomam, respectivamente, a forma das expressões 4.7 e 4.8. O critério confiabilidade não sofre modificação.

Critério custo esperado por unidade de tempo:

$$C_m = \frac{ca(1 - R) + cbR}{\int_0^t xf(x) + (t + tsp)R + (1 - R) \int_0^\infty \int_0^\infty xftf(x)\pi(\lambda)d\lambda dx} \quad 4.7$$

Onde:

$f(x)$ é a função densidade de probabilidade dos tempos até a falha;

$ff(x)$ é a função densidade de probabilidade dos tempos de reparo;

λ é o parâmetro de incerteza da densidade dos tempos de reparo;

$\pi(\lambda)$ é a distribuição *a priori* da taxa de reparo.

Critério tempo total das paradas por unidade de tempo de funcionamento:

$$Cm = \frac{tspR + (1 - R) \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} x f f(x) \pi(\lambda) d\lambda dx}{\int_0^t x f(x) + (t + tsp)R + (1 - R) \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} x f f(x) \pi(\lambda) d\lambda dx} \quad 4.8$$

4.2.3. Etapas da estrutura do modelo II

As etapas do modelo II são as mesmas prescritas para o modelo I. A diferença que se tem diz respeito à etapa de agregação. Nesta etapa, faz-se uso do método PROMETHEE I que é direcionado à problemática de escolha. Nesse sentido, ao invés de uma ordem das alternativas, tem-se uma pré-ordem parcial em que a incomparabilidade entre alternativas torna-se explícita. Nessas situações, o método não é capaz de estabelecer comparações entre tais alternativas, ficando sob responsabilidade do decisor estabelecer qualquer relação de preferência.

4.3. Aplicações Numéricas

Neste tópico, serão realizadas duas aplicações, uma para cada modelo. Tem-se como objetivo a ilustração dos modelos para casos reais, muito embora os dados sejam fictícios. Neste sentido, o modelo I é aplicado a um dispositivo responsável pela qualidade do ar de um Boeing 777. O modelo II é aplicado no contexto de uma empresa de energia elétrica, em que se escolheu o equipamento chave de banco de capacitor.

4.3.1. Modelo I

O Boeing 777 foi criado em 1990 como uma proposta para competir com os modelos A330 e A340 da sua arque rival, Airbus. É considerado um significativo projeto dentro da aviação, por fazer uso de novos materiais e inovações em projeto, até então não utilizadas. O

Boeing 777 foi um bimotor que recebeu a ETOPS, uma importante certificação, por sua capacidade de operar com um único motor durante 3 horas.

Neste contexto, o item a considerar é o filtro de recirculação de ar que é responsável pela manutenção do ar em níveis permissíveis de operação. Uma falha ou acúmulo excessivo de partículas neste filtro pode causar a falha do recirculador de ar, o que, além de representar a perda do dispositivo, acarreta a parada do avião devido a condições abaixo da exigida.

Observou-se então que devido às características deste dispositivo, foi-lhe atribuída como bem apropriada a política de substituição por idade. Como resultado, há apenas, como único parâmetro de decisão, a idade em que o equipamento deverá ser substituído. Além disso, na aplicação dessa política, faz-se necessário o conhecimento dos tempos de falha e os custos de substituir (C_b) e reparar (C_a). Para a escolha da idade de substituição, observam-se os três critérios já discutidos: a confiabilidade do equipamento, o custo unitário por unidade de tempo e o tempo total de parada (*Downtime*). A Tabela 4.2 apresenta o modelo que descreve o comportamento dos tempos de falha do equipamento, além dos custos C_a e C_b .

Tabela 4.2 – Dados de Entrada

Weibull	β	3,2
	η	7500
Custos	Custo de Subs C_b	400
	Custo de Falha C_a	3000
Tempos	Tempo de Subs Preventiva t_{sp}	0.10h
	Tempo de Subs devido à falha ou tempo de reparo t_{sf}	2.5h

Seguindo-se os passos do modelo de decisão, uma vez selecionado o equipamento é necessário levantar o conjunto das alternativas do problema de decisão que correspondem aos valores de tempos mais oportunos para que as substituições sejam feitas. Na Tabela 4.3 apresenta-se o conjunto de ações T_i na unidade de horas de voo.

Levantadas as alternativas, pode-se então seguir a construção da matriz de avaliação dos critérios custo, confiabilidade e tempo total de parada, cujos valores para cada alternativa são obtidos através das expressões 4.4, 4.5 e 4.6 respectivamente, sendo exibidos os valores para cada alternativa na Tabela 4.4. Levantada a Matriz de avaliação dos critérios, segue-se o processo de agregação, onde se deseja julgar as alternativas com respeito a ambos os critérios, levando-se em consideração os aspectos de preferência do decisor.

Tabela 4.3 - Conjunto De Ações

Alternativas	Tempo em hora de voo
T1	720
T2	1440
T3	2160
T4	2880
T5	3600
T6	4320
T7	5040
T8	5760
T9	6480
T10	7200

Tabela 4.4 – Matriz de Avaliação do Problema de Decisão

Alternativas	Tp(h)	R(tp)	Cm(tp)	Tempo Total de paradas *1000
T1	720	0.996	0.57	0.1502
T2	1440	0.987	0.304	0.08916
T3	2160	0.973	0.221	0.07356
T4	2880	0.955	0.184	0.06904
T5	3600	0.934	0.165	0.06878
T6	4320	0.91	0.155	0.07054
T7	5760	0.882	0.149	0.07338
T8	7200	0.853	0.147	0.07682
T9	7920	0.822	0.147	0.0806
T10	8640	0.789	0.148	0.08457

Nesse contexto, por meio de um processo iterativo entre o decisor e o analista de decisão, determina-se a função de critério generalizado ($F_j(.)$) que melhor modela o comportamento do decisor diante das amplitudes das diferenças ($d_j(.)$) entre as avaliações para cada critério ($f_j(.)$), obtendo-se com isso os patamares de indiferença e de preferência. Na Tabela 4.5 são mostrados o tipo das funções de preferência e os seus respectivos parâmetros.

Tabela 4.5 – Função de Preferência e Características dos Critérios

Características	R	Cm	D
Max/Min	Max	Min	Min
Peso	0,55	0,224	0,226
Função preferência	Tipo 5	Tipo 1	Tipo 2
Limiar de indiferença	0,001	--	0,005
Limiar de preferência	0,01	--	--

Tabela 4.6 – Ordenamento das Alternativas

Alternativas	Tp(h)	ϕ^+	ϕ^-
T1	720	0.5432	0.45
T2	1440	0.5389	0.4292
T3	2160	0.578	0.2964
T4	2880	0.5669	0.3326
T5	3600	0.5307	0.3689
T6	4320	0.4944	0.4051
T7	5040	0.4331	0.4413
T8	5760	0.3967	0.5031
T9	6480	0.3104	0.6145
T10	7200	0.1993	0.7505

A partir de então, obtidas as intensidades de preferência entre os pares de ações comparadas para cada critério separadamente, pode-se estabelecer o grau de sobreclassificação $\Pi(a,b)$ que representa uma medida de preferência de a sobre b , levando-se em consideração todos os critérios. Todavia, para o cálculo dos $\Pi(a,b)$, o decisor deverá refletir sobre a importância que cada critério tem, estabelecendo pesos a cada um deles. Quanto maior a importância de um critério j , aos olhos do decisor, maior é o peso w_j associado a ele, o que amplifica sua contribuição no cálculo de $\Pi(a,b)$. Dando sequência às etapas prescritas no método PROMETHEE, o próximo passo é o cálculo dos fluxos de entrada e de saída de cada alternativa, os quais permitem o estabelecimento das relações de sobreclassificação e podem ser visto na Tabela 4.6.

Faz-se, então, uso do método PROMETHEE II que, através das relações entre os fluxos positivos e negativos das alternativas, estabelece uma pré-ordem completa entre as alternativas avaliadas. Assim, o que se estabelece como resultado da aplicação do Modelo I de Apoio a Decisão Multicritério é uma pré-ordem completa entre as alternativas. Ver Figura 4.6.

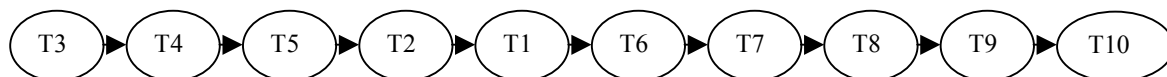


Figura 4.6- Pré-Ordem Completa

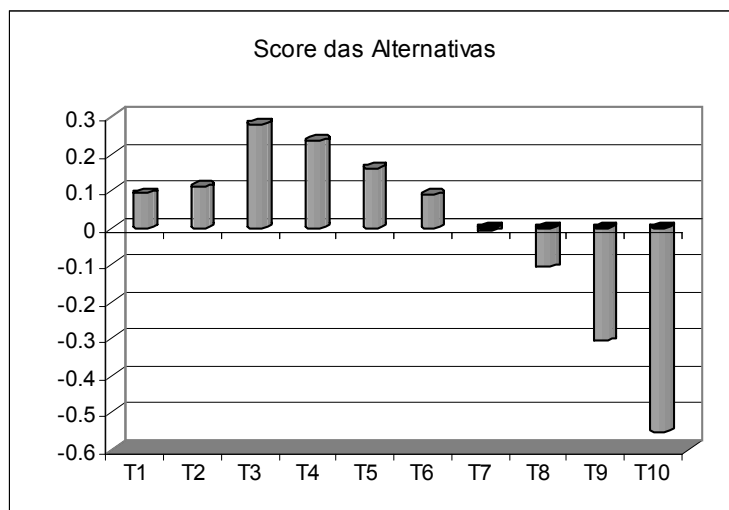


Figura 4.7– Escore das alternativas

A melhor alternativa, a que ocupa o primeiro lugar na pré-ordem completa, é a alternativa *T3*, e corresponde à realização da substituição do equipamento estudado a cada 2160 horas de Vôo.

Obtidos os resultados da etapa anterior, foram feitas variações nos parâmetros do modelo, cujo comportamento se mostrou robusto, não havendo alteração dos resultados para um intervalo considerável de variação.

As variações feitas nos pesos dos critérios mostraram que a melhor alternativa permanece sendo a *T3* para os seguintes intervalos de pesos: peso do custo (0 a 36,02), peso da confiabilidade (42,82 a 68,66) e peso para o tempo total de paradas (11 a 45,73). Assim, caso o decisor estivesse indeciso quanto à importância de cada critério, ainda assim, seriam permitidas grandes variações nos pesos (mais de 22%) para mais ou para menos, sem alteração do resultado final.

Com relação às variações dos parâmetros das funções de preferência do decisor, quais sejam: p , q , observou-se que, para o critério confiabilidade, mesmo para grandes variações (acima de 20%) não houve mudança do resultado inicial. Contudo o resultado foi modificado para variações acima de 10%, para menos, no valor do parâmetro q da função de preferência do decisor com relação ao critério tempo total de parada.

4.3.2. Modelo II

Seguindo-se os passos prescritos em sua estrutura, inicia-se o processo através da escolha de um equipamento. A fim de elucidar a aplicação do modelo II, tomam-se dados

fictícios, porém próximos ao contexto real de um dispositivo elétrico que apresenta desgaste, a chave de capacitor. Face às características do equipamento, atribuem-se como ações mais adequadas a manutenção preventiva associada com a manutenção corretiva, nas ocasiões das falhas. Neste sentido, o planejamento da manutenção preventiva se dá pela escolha da idade do dispositivo mais apropriada para sua substituição. O modelo II consiste de uma abordagem de apoio a decisão no que tange à escolha da idade de substituição com base nos critérios: custo unitário por unidade de tempo, confiabilidade e tempo total de paradas. Na Tabela 4.7 constam os dados do equipamento.

Tabela 4.7 – Dados de entrada

Custos	Custo de Subs C_b	400
	Custo de Falha C_a	3600
Tempos	Tempo de Substituição	0.25dia
	Tempo de Reparo	$\xi(\lambda)$
	Tempos de Falha	
Weibull	β	2.4
	η	3600dias

Seguindo-se os passos prescritos na seção anterior e com base em suas hipóteses, estabelecem-se, inicialmente, as alternativas de ação que correspondem aos tempos para a realização da substituição. A Tabela 4.8 permite a observação das alternativas em duas unidades diferentes: tempo em quantidade de dias e tempo em quantidade de meses.

Tabela 4.8 - Conjunto De Ações

Alternativas	Tempo em dias	Tempo em meses
T1	180	6
T2	360	12
T3	540	18
T4	720	24
T5	900	30
T6	1080	36
T7	1260	42
T8	1440	48
T9	1620	54
T10	1800	60

O passo seguinte ao estabelecimento das alternativas, comumente nos modelos de decisão em geral, é a construção da matriz de avaliação dos critérios. Porém, devido à existência de incertezas relativas aos parâmetros da distribuição dos tempos de falha, antes de

se calcular o desempenho de cada alternativa em cada critério, deve-se fazer o processo de educação para o parâmetro de incerteza fazendo uso da já apresentada análise bayesiana, a fim de se obter a distribuição a priori do parâmetro λ desconhecido.

Conforme o que foi observado no tópico que trata das incertezas, faz-se uso do conceito de probabilidade subjetiva para obtenção, por meio de procedimento de educação, de uma distribuição *a priori* sob o conhecimento do especialista sobre o parâmetro de interesse. No caso específico, admite-se que os tempos de reparo sejam distribuídos exponencialmente, contudo o parâmetro dessa distribuição não é conhecido. Assim, apresentam-se, inicialmente os parâmetros da distribuição que modela a variabilidade do parâmetro λ . Tal distribuição simula a distribuição *a priori* do conhecimento do especialista sob o parâmetro de incerteza, caso esta tivesse sido obtida por um processo de educação. Nesse sentido, conservando valores dentro da realidade, pode-se observar os parâmetros de $\pi(\lambda)$ expostos na Tabela 4.9

Tabela 4.9 - Parâmetros Da Distribuição Weibull Para O λ Desconhecido

Weibull	β	3
	η	1

Tabela 4.10 – Matriz de Avaliação do Problema de Decisão

Alternativas	Tp(dias)	R(tp)	Cm(tp)	Downtime(tp) *1000
T1	180	0.999	2.232	0.565334
T2	360	0.996	1.142	0.304924
T3	540	0.99	0.797	0.233445
T4	720	0.979	0.641	0.211032
T5	900	0.965	0.562	0.209223
T6	1080	0.946	0.522	0.218255
T7	1260	0.923	0.505	0.233768
T8	1440	0.895	0.503	0.253463
T9	1620	0.863	0.511	0.27598
T10	1800	0.827	0.525	0.300442

Nesse contexto, por intermédio de um processo iterativo entre o decisor e o analista de decisão, determina-se a função de critério generalizado ($F_j(.)$) que melhor modela o comportamento do decisor diante das amplitudes das diferenças ($d_j(.)$) entre as avaliações para cada critério ($f_j(.)$). Obtém-se, com isso, os patamares de indiferença e de preferência. Na Tabela 4.11 são mostrados os tipos das funções de critério generalizado e os seus respectivos parâmetros.

Tabela 4.11 – Função de Preferência e Características dos Critérios

Características	R	Cm	D
Max/Min	Max	Min	Min
Peso	0,34	0,51	0,15
Função preferência	Tipo 5	Tipo 5	Tipo 5
Limiar de indiferença	0,001	0,002	0,002
Limiar de preferência	0,005	0,12	0,087

A partir de então, obtidas as intensidades de preferência entre os pares de ações comparadas para cada critério separadamente, pode-se, então, estabelecer o grau de preferências $\Pi(a,b)$, que representa uma medida de preferência de a sobre b , levando-se em consideração todos os critérios. Todavia, para o cálculo dos $\Pi(a,b)$, o decisor deverá refletir sobre a importância que cada critério tem, estabelecendo pesos para cada um deles. Quanto maior a importância de um critério j , aos olhos do decisor, maior é o peso w_j associado a ele, o que amplifica sua contribuição no cálculo de $\Pi(a,b)$. Dando sequência às etapas prescritas no método PROMETHEE, o próximo passo é o cálculo dos fluxos de entrada e de saída de cada alternativa, os quais permitem o estabelecimento das relações de sobreclassificação.

Faz-se, então, uso do método PROMETHEE I que, atendendo a necessidade de um problema de escolha, reduz o espaço de alternativas a um subconjunto das alternativas não sobreclassificadas. Para isto, verifica a seguinte condição estabelecida na expressão 2.35 do capítulo de base conceitual. A Tabela 4.12 permite observar que as alternativas $T5$ e $T6$ seriam as alternativas que constituiriam o subconjunto de melhores alternativas, não sendo essas sobreclassificadas por nenhuma outra alternativa. Além disso, é possível observar que tais alternativas são incomparáveis.

As melhores alternativas correspondem, respectivamente, a realização da substituição do equipamento estudado a cada 900 ou 1080 dias de funcionamento. Representadas em meses, correspondem, respectivamente, a um intervalo de 30 e 36.

Tabela 4.12 – Verificação de Condição de Sobreclassificação

	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10
T1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
T4	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1
T5	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1
T6	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
T7	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
T8	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
T9	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
T10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Obtidos os resultados da etapa anterior, caso fosse considerar as alternativas em uma ordem completa, observar-se-ia que para as primeiras 3 alternativas *T5*, *T6* e *T7*, as suas posições permaneceriam as mesmas para os seguintes intervalos dos pesos dos critérios: custo (41,04 a 52,75), confiabilidade (32,07 a 44,77) e tempo total de parada (10,97 a 45,39). Isso demonstra que mesmo se o decisor não estivesse certo do valor exato do peso, para variações consideráveis nesses parâmetros, as melhores alternativas não sofreriam variação de ordem. Além disso, observar-se-ia, também, que quando variando os limiares de preferência (p_j) e de indiferença (q_j) para mais ou menos 20%, as alternativas, novamente, permaneceriam como as melhores e só haveria permutação entre essas quando o limiar de preferência do critério confiabilidade variasse mais de 10% para menos – o que demonstra que os resultados do modelo mostraram-se bastante robustos.

5. PROPOSTA DE ADAPTAÇÃO DO MÉTODO PROMETHEE

Como pode ser visto no capítulo 3, o uso de determinadas políticas de manutenção requer que o equipamento sob estudo satisfaça certas exigências (hipóteses), bem como que os resultados que podem ser alcançados a partir dessas políticas possam ser justificados pelos prejuízos advindos da sua não execução. Em muitas situações, apesar do equipamento apresentar características que satisfazem algumas hipóteses mais frequentes para manutenção preventiva, a observação de outros critérios indica que a melhor ação a ser tomada é aguardar a falha do equipamento, para, assim, proceder a uma manutenção corretiva. Por outro lado, muitas vezes, a frequência de manutenções preventivas a ser adotada é tão grande, face às características do equipamento e do sistema a que pertence, que se torna viável a manutenção preditiva (monitoramento). Como resultado, percebe-se que nem sempre é fácil identificar a melhor atividade de manutenção para um dado equipamento (Cho & Parlar, 1991).

Tal problema pode ter diversas interpretações. Uma abordagem clássica da programação matemática diz respeito ao problema de designação de operários a um conjunto de tarefas de modo a otimizar um objetivo preestabelecido, normalmente o custo ou o tempo de execução das tarefas. Nesse contexto, fazendo-se uma adaptação, toma-se o conjunto de equipamentos como sendo os operários e as atividades de manutenção como sendo as tarefas. Deseja-se maximizar algum critério a partir da melhor configuração equipamento *versus* atividade de manutenção para todo o conjunto de equipamentos. (Puccini & Pizzolato, 1942). Uma outra interpretação que permite a observação de diversos critérios é a abordagem de classificação. Nesse tipo de abordagem, deseja-se alocar uma alternativa em uma classe preestabelecida, tomando para isto a avaliação da alternativa em diversos critérios.

Nesta seção, sob a motivação do problema citado, sob a perspectiva de uma problemática característica de classificação, propõem-se adaptações no método PROMETHEE, a fim de se permitir classificações de alternativas.

5.1. Problemática de Classificação na Manutenção

Dentro da linguagem da abordagem de apoio multicritério a decisão, a história e os inúmeros trabalhos importantes de políticas de manutenção, sob o enfoque de otimização, vêm mostrando que, de fato, as políticas de manutenção tratam de uma problemática predominantemente de escolha. Contudo, chama-se a atenção para alguns casos em que o

estabelecimento de uma ordem, ou mesmo, a classificação tornam os procedimentos mais adequados para a construção de políticas de manutenção.

No que tange à classificação, genericamente, defini-se como a problemática que, com base em perfis pré-estabelecidos das classes, provê a alocação das alternativas a partir da similaridade das suas características de avaliação com os padrões da classe. Nesse sentido, ao invés das alternativas concorrerem a um posto ou categoria, com base em comparações entre si, elas não competem entre elas mesmas, porém são submetidas a relações de preferência com os perfis de classes. Como resultado, a classificação torna-se muito mais um processo de teste, em que as alternativas são submetidas para se observar se pertencem ou não a uma dada classe. Em específico ao ambiente de manutenção, há algumas situações em que é mais apropriada a problemática de classificação do que qualquer outra. A seguir, o detalhamento de um problema de manutenção em que os equipamentos são classificados a fim de se determinar quais as atividades de manutenção serão realizadas.

No contexto de equipamentos submetidos a uso intermitente, onde as paradas correspondem a estreitos intervalos de tempo, deve-se, a partir de critérios preestabelecidos, determinar os equipamentos que deverão ser submetidos a alguma atividade e quais atividades deverão ser realizadas para cada equipamento, de modo a se obter a melhor relação entre as preferências do decisor e os critérios de avaliação, que na maioria das vezes são conflitantes e prezam pelo nível de desempenho operacional.

Para essa situação, por exemplo, tem-se o problema de equipamentos que cumprem missões, muito comum no ambiente militar. Tais equipamentos desenvolvem seqüências de missões ou atividades e só podem ser reparados durante intervalos entre atividades. Um helicóptero, por exemplo, assume bem esse comportamento. Ele é submetido a um ciclo de viagens e fica sujeito a algum tipo de atividade de manutenção ao fim de um ciclo. Em face da complexidade do equipamento e dos riscos associados a uma falha, o equipamento pode ser estruturalmente representado por independentes subsistemas ligados em série, constituído de diversos componentes em paralelo. Nesse sentido, assume-se que há tecnologia e recursos suficientes para realizar qualquer atividade que seja definida como necessária. Ainda assume-se que há um modo predominante de falha e um padrão predominante de reparo para os quais cada componente está submetido.

Como resultado, a cada fim de uma missão, os dados relativos aos componentes dos subsistemas são observados em cada um dos critérios de avaliação que, por exemplo, podem

ser a confiabilidade, o custo de substituir ou reparar e o tempo de reparo. Sendo assim, o decisor deveria, a partir da avaliação destes critérios, decidir, por exemplo, se o subsistema seria substituído por completo, se não teria nenhum componente substituído, ou se deveria entrar como prioridade para o próximo intervalo entre missões. Tal procedimento consiste em alocar o subsistema em uma das classes que define o tipo de cuidado que deve ser empregado no subsistema sob avaliação.

5.2. Modelos de classificação

A designação de alternativas dentro de um grupo homogêneo predefinido é um problema de grande interesse prático e de pesquisa. Esse tipo de problema é referido como classificação. Diversas metodologias que tratam do problema de classificação têm sido desenvolvidas a partir de diferentes áreas do conhecimento (Moussea et al, 2000), o que vem proporcionando o surgimento de numerosas e diferentes aplicações. Zopounidis & Doumpos (2002) expõem algumas aplicações importantes nas áreas que mais se destacam pelo uso de metodologias de classificação, quais sejam: medicina (Tsumoto, 1998; Belacel, 2000), reconhecimento de padrões (Young and Fu, 1997; Nieddu and Patrizi, 2000), gestão de recursos humanos (Gochet et al., 1997) gestão de sistemas de produção e diagnósticos técnicos (Shen et al., 2000), marketing (Siskos et al., 1998), gestão Energética e ambiental (Diakoulaki et al., 1999), e por fim, gestão financeira e economia (Slowinski and Zopounidis, 1995; Zopounidis, 1998; Doumpos and Zopounidis, 1998).

Em face da grande quantidade de aplicações envolvendo problemas de classificação, é crescente a demanda para o desenvolvimento de metodologia direcionada à construção de modelos de classificação. O desenvolvimento de tais modelos necessita da consideração de uma estrutura realística que acomode a natureza multidimensional dos problemas de decisão do mundo real (Zopounidis & Doumpos, 2002)

Diferente de outras técnicas que surgiram anteriormente ao apoio a decisão multicritério em que se procuram desenvolver procedimentos para análise de um conjunto de dados existentes, de forma a construir um modelo de classificação automaticamente, a MCDA enfatiza o desenvolvimento de metodologias de modelagem de preferência eficientes e que permitam ao analista de decisão incorporar as preferências do decisor no modelo de classificação desenvolvido.

Como já visto, são três principais problemáticas características propostas por (Roy, 1996), quais sejam: problemática de escolha, problemática de ordenamento e problemática de classificação, que permitem uma avaliação numérica dos resultados. As duas primeiras baseiam-se em julgamentos relativos e, conseqüentemente, a avaliação dos resultados depende do conjunto considerado das alternativas. Por outro lado, na tomada de decisão envolvendo classificação, o decisor precisa fazer julgamentos absolutos, uma vez que os grupos são usualmente especificados independentemente das alternativas consideradas.

De forma mais explícita, baseado em Zopounidis & Doumpos (2002) e Mousseau *et al*

(2001) o problema sob consideração é relacionado à designação de um conjunto finito de n alternativas $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ dentro de q diferentes grupos $C_1, C_2, \dots, C_q$. As alternativas são descritas usando-se um vetor de m critérios $g = (g_1, g_2, \dots, g_m)$. A performance da alternativa a_i no critério g_j será denotada por g_{ji} . Conseqüentemente, cada alternativa pode ser considerada um vetor $a_i = (g_{1i}, g_{2i}, \dots, g_{mi})$. No caso onde os grupos são definidos de uma maneira ordinal, C_1 irá denotar o grupo consistindo das alternativas mais preferidas, enquanto que C_q irá denotar o grupo das alternativas menos preferidas.

5.2.1. Modelos de agregação de critérios para a problemática de classificação e técnicas de desenvolvimento de modelos

Segundo Zopounidis & Doumpos (2002) as principais características de um modelo de classificação dizem respeito ao formato do processo de agregação e a maneira como é desenvolvido o modelo, se direta ou indiretamente. Abaixo segue uma breve discussão sobre essas duas principais questões.

Os modelos de agregação mais largamente usados no contexto de MCDA são as relações de sobreclassificação e as funções utilidades. Eles têm sido empregados para escolha, ordenamento, bem como para o propósito de classificação.

Dentro do contexto dos problemas de classificação, as relações de sobreclassificação são usadas para estimar o grau de sobreclassificação de uma alternativa a_j sobre um perfil de referência r_k que distingue as classes C_k e C_{k+1} . Cada perfil de referência r_k é definido como um vetor de perfis individuais para cada critério $g_1, g_2, \dots, g_m$: $r_k = (r_{k1}, r_{k2}, \dots, r_{km})$, de forma a determinar se uma alternativa a_i sobreclassifica um perfil r_k , todas as comparações pareadas (g_{ji}, r_{kj}) e (r_{kj}, g_{ji}) devem ser executadas para todos os critérios g_j . A primeira comparação possibilita a avaliação da força $\sigma(a_j, r_k)$ da afirmação “a alternativa a_j é ao menos tão boa

quanto o perfil r_k ” enquanto que a última comparação conduz à avaliação de força $\sigma(r_k, a_i)$ da afirmação “o perfil r_k é ao menos tão bom quanto a alternativa a_i ”. Tipicamente, uma alternativa a_i é preferida a uma alternativa r_k ($a_i Pr_k$) se $\sigma(a_i, r_k) \geq \lambda$ e $\sigma(r_k, a_i) < \lambda$ (λ é um ponto de corte pré-estabelecido). Se $\sigma(a_i, r_k) \geq \lambda$ e $\sigma(r_k, a_i) \geq \lambda$, então a_i e r_k são considerados indiferentes ($r_k, I a_i$). Finalmente, se $\sigma(a_i, r_k) < \lambda$ e $\sigma(r_k, a_i) < \lambda$ então a_i e r_k são considerados incomparáveis ($a_i R r_k$). O esquema apresentado retrata o procedimento de classificação no método ELECTRE TRI (Roy & Bouyssou, 1993) que é o mais largamente usado método de classificação baseado em relações de sobreclassificação. Além deste método mais conhecido, existem outras propostas que se utilizam de relações de sobreclassificação (Lénger & Martel, 2002).

Uma forma alternativa de desenvolvimento de modelos multicritério de classificação faz uso de funções utilidades. Tais funções são largamente usadas na MCDA para o propósito de modelagem de preferência. Em sua forma mais simples a função utilidade pode ser uma função aditiva, como segue:

$$U(g) = \sum_{j=1}^m u_j(g_j) \in [0,1] \quad 5.1$$

Em que $u_j(g_j)$ é a função de utilidade marginal de um único critério g_j . A utilidade global de uma alternativa a_i constitui uma medida global de performance de uma alternativa quando todos os critérios são considerados. Nesse sentido, a utilidade global serve como um índice usado para decidir sobre a classificação das alternativas dentro dos grupos predefinidos. A classificação é feita a partir de comparações das utilidades globais das alternativas com algumas utilidades limites que definem o limite inferior de cada classe, como segue:

$$\begin{aligned} U(a_i) \geq u_1 &\Rightarrow a_i \in C_1, \\ u_2 \leq U(a_i) < u_1 &\Rightarrow a_i \in C_2, \\ &\dots\dots\dots \\ U(a_i) < u_{q-1} &\Rightarrow a_i \in C_q. \end{aligned} \quad 5.2$$

Com relação à forma de desenvolvimento dos modelos, observa-se que o desenvolvimento de modelos de classificação são baseados nas principais formas que se distinguem pelas técnicas de estimação: os modelos diretos decorrentes das técnicas de estimação diretas são aquelas que são usadas largamente para desenvolvimento de modelos de classificação que empregam o conceito de relações de sobreclassificação. O processo de

desenvolvimento de modelos para tais técnicas envolve a especificação de diversos parâmetros preferenciais, incluindo os pesos dos critérios de avaliação, a preferência, os limiares de indiferença e o veto (Roy, 1996; Vincke, 1992). O analista de decisão, por meio de um procedimento de questionamento interativo, obtém a informação requerida para estes parâmetros dos decisores. Este questionamento direto do decisor assegura que suas preferências sejam propriamente representadas no desenvolvimento do modelo. De qualquer forma, o processo de educação de informações relativas à preferência, frequentemente, consome muito tempo e é sujeito a restrições relativas à vontade do decisor de participar do processo, bem como da habilidade do analista de proceder um processo de educação eficiente para a informação requerida.

Como resultado, a abordagem de desagregação de preferência proposta por (Jacquet-Lagrange & Siskos, 1982) surge como uma alternativa que supera tal dificuldade. A abordagem de desagregação de preferências refere-se à análise de julgamentos globais de forma a especificar parâmetros ótimos do critério de agregação do modelo. No caso de problema de classificação, o julgamento do decisor é empregado por um conjunto de referência de classificação A_r consistindo de n_r alternativas. Segundo (Jacquet-Lagrange & Siskos, 2001) o conjunto referência pode incluir:

1. Um conjunto de alternativas de decisões passadas,
2. Um subconjunto de alternativas sob consideração, tais que $A_r \subset A$, especialmente quando A é grande;
3. Um conjunto de alternativas fictícias, consistindo de performances em critérios que podem ser facilmente julgados pelo decisor para expressar seu julgamento global, com relação à classificação.

5.3. Proposta de Adaptações no PROMETHEE

Sob a motivação do problema de definição de melhor atividade para um conjunto de equipamentos e através da perspectiva da abordagem de apoio a decisão multicritério, o que culmina em uma problemática característica de classificação, deseja-se inserir adaptações no método PROMETHEE, a fim de se permitir a classificação de alternativas dentro de diferentes grupos ou classes preestabelecidas.

É válido observar que ainda não há qualquer literatura publicada que trate da questão relativa ao método PROMETHEE, contudo observa-se também que há estudos predefinidos

sobre o assunto (Brans, 2005). A partir de uma introdução a esses estudos, pôde-se captar algumas idéias que nos permitem também lançar algumas contribuições para que se alcance um modelo de classificação dentro da família PROMETHEE que leve em consideração elementos importantes, descritos mais adiante.

O modelo de classificação do PROMETHEE tem um formato simplificado. Inicialmente, pensou-se em afetar o perfil do grupo de alternativas por introdução de referenciais absolutos de cada classe. A intenção era verificar o perfil da alternativa (o vetor de fluxos líquidos) e comparar com cada um dos perfis-padrão, através de uma função diferença. A partir de então se alocava a alternativa no perfil cujo somatório das diferenças fosse o menor possível.

Posteriormente, identificaram-se problemas relativos aos perfis das alternativas, bem como dos perfis-padrão uma vez que esses dependiam fortemente das alternativas dentro do conjunto sob avaliação, o que culminava facilmente em uma re-alocação de uma alternativa para uma classe completamente diferente da primeira, devido à retirada ou inserção de uma outra alternativa.

Como resultado, a idéia inicial foi modificada, passando-se a considerar apenas as referências dentro do grupo. Logo em seguida, a fim de avaliar a classe a que pertenceria uma alternativa, ela era introduzida dentro do grupo de perfis e observava-se o menor valor de diferença para cada perfil padrão.

Ainda assim, verificou-se que as alternativas a serem alocadas nas classes deveriam já ter seus perfis levantados, uma vez que os perfis-padrão são fluxos preestabelecidos e não haveria a possibilidade de definir o perfil da alternativa a partir dos perfis-padrão, uma vez que as informações atinentes ao desempenho dos padrões em cada critério estavam agregadas em formato de fluxo. Nesse sentido, os perfis das alternativas teriam que ser levantados com base no conjunto de alternativas, o que mais uma vez incorreria na avaliação relativa entre alternativas, o que não se admite num procedimento de classificação.

Dessa forma, propõe-se, com base na idéia inicial, um procedimento em que não seja necessária a comparação entre os elementos do conjunto de alternativas e com isso seja evitado o uso de julgamentos relativos. Os perfis-padrão a serem considerados, ao invés de vetores de fluxos, que são bastante difíceis de serem levantados, são, agora, alternativas reais ou fictícias que representam bem uma determinada classe através de seus desempenhos com

relação aos critérios de avaliação. Esses perfis são comparados com as alternativas, uma a uma, a fim de determinar suas classes.

Assim, de uma maneira mais formal, para se estabelecer a classe de uma alternativa a_i , procedem-se a comparações com os perfis de referências r_k , para $k = 1, \dots, q$. Esses perfis são limiares de classes que distinguem entre duas classes consecutivas. Cada perfil de referência r_k é definido como um vetor de perfis individuais para cada critério g_j para $j = 1, \dots, m$, de forma a determinar se uma alternativa a_i sobreclassifica um perfil r_k . Todas as comparações pareadas (g_{ji}, r_{kj}) e (r_{kj}, g_{ji}) devem ser executadas para todos os critérios g_j . Porém, diferentemente de como prescreve o método ELECTRE TRI, no modelo proposto, à medida que as alternativas são comparadas, uma a uma, com os perfis de referências, estabelece-se uma pré-ordem completa, por meio do PPROMETHEE II entre as referências e a alternativa avaliada. Como resultado, a alternativa será classificada entre os perfis de referência que a antecede e a sucede respectivamente.

5.4. Problema de Escolha do Tipo de Política de Manutenção para os Equipamentos

O problema de alocação de atividades de manutenção para alguns equipamentos é um problema pouco tratado, a despeito de diversas políticas de manutenção que fazem uso predominante de uma dada atividade, seja preventiva, corretiva ou preditiva (inspeção). A escolha dentre uma dessas atividades não é devidamente abordada na literatura acadêmica (Cho & Parlar, 1991).

Na literatura técnica existem alguns procedimentos para determinação do tipo de manutenção a ser tomada em função das conseqüências que uma falha pode causar. Como já vem ocorrendo ao longo do tempo, algumas técnicas de manutenção no meio técnico caracterizam-se por seu uso acentuado em uma época restrita. Além disso, envolvem tantos passos, que muitas dessas técnicas começam a fazer efeito após muitos anos de implantação. No que tange, em específico, à técnica denominada manutenção centrada em confiabilidade, percebe-se que tem a proposta de englobar as demais técnicas de manutenção, consistindo, basicamente, na avaliação dos efeitos de cada modo de falha e a classificação dentro de uma das três categorias de conseqüências, quais sejam: conseqüências ambientais e de segurança; conseqüências operacionais; e conseqüências não-operacionais. A partir de então, verificam-

se as possíveis ações que podem ser feitas para reduzir as consequências das falhas, e se essas ações são economicamente viáveis.

A manutenção centrada em confiabilidade, porém, faz uso de algumas etapas que poderiam ser conduzidas de uma melhor forma. Um exemplo é o procedimento FMEA, *Failure Mode and Effect Analysis*, consistindo de uma das etapas mais importantes do procedimento de aplicação da manutenção centrada em confiabilidade, essa etapa consiste em definir, identificar e eliminar os principais modos de falhas. Para isto os modos de falhas são classificados de acordo com três aspectos diferentes: severidade, ocorrência e detecção (Stamatis, 1995). Tais aspectos dizem respeito, respectivamente, a quão grave é a falha, quão freqüente e quão difícil é para detectar. Estes aspectos são medidos em escalas qualitativas cuja construção não tem um rigor necessário. Além disso, tais aspectos são traduzidos em um único indicador que é o número de prioridade do risco. Este número é o produto da severidade, ocorrência e detecção. Sua função é definir a prioridade da falha. É usada para ranquear o potencial de deficiência do sistema.

Em uma análise mais rigorosa, observa-se que o procedimento FMEA, fazendo uso de um modelo de agregação de múltiplos critérios, sob a ótica da metodologia de apoio multicritério a decisão, comete dois grandes erros. Em primeiro lugar, na construção das escalas de cada critério, não utiliza nenhuma técnica que assegure o levantamento de uma função valor apropriada, ao invés disso, limita-se a estabelecer avaliações qualitativas a partir de recomendações prévias. Em segundo lugar, no levantamento de um critério único de síntese, que no caso específico é o número de prioridade de risco, não verifica relações de dependência entre os critérios, o que ainda é mais grave. Agrega os outros critérios através de uma função produto, sem se aperceber que os valores que compõem o processo de cálculo são valores de escala ordinal.

Como resultado, as prioridades que são levantadas a partir desse processo, não somente não têm nenhum significado, como também não têm qualquer respaldo matemático, o que pode incorrer em decisões errôneas quanto à priorização das falhas ou quanto ao ranking do potencial de deficiência para o sistema. Além disso, ainda, observa-se que a preferência do decisor não está sendo levada em conta, apesar desse ser o mais afetado pelos bons ou maus resultados que possam surgir de suas decisões.

Por outro lado, apesar de algumas falhas em certas etapas, a relevância prática da manutenção centrada em confiabilidade é inquestionável, pois estabelece uma série de passos

que contribuem para a sistematização de uma estrutura de organização básica para o controle, planejamento e gestão da manutenção, o que permite que outras técnicas sejam empregadas com maior facilidade, como por exemplo, o uso de políticas de substituição mais específicas e eficientes.

Por fim, o modelo aqui proposto não só permite um tratamento da alocação de atividades de manutenção, em face das características operacionais do equipamento, sua função e importância no sistema, suas características de degradação e algumas características de falha, por meio de uma forma multicritério mais robusta, que leva em consideração as preferências do decisor, mas é também de grande relevância para as técnicas já existentes, posto que pode facilmente traduzir seus requisitos nos *outputs* provenientes de outras técnicas.

Com o intuito de prover tal colaboração, faz-se uso de uma metodologia multicritério de apoio a decisão que sofreu algumas modificações, a fim de poder ser receptiva aos requisitos do problema. Nesse sentido, observam-se, então, elementos da família de Métodos PROMETHEE e com base em seus principais aspectos fundamentais deriva-se uma estrutura que permite a classificação das alternativas.

5.5. Estrutura do Modelo de Decisão

5.5.1. Hipóteses do Modelo

Considera-se que o problema pode ser tão genérico ou específico quanto se queira, a depender das hipóteses estabelecidas sobre as características do conjunto de alternativas a serem classificadas. Nesse sentido, para o problema específico observam-se as seguintes hipóteses:

- 1.O equipamento assume, unicamente, dois estados: o estado de funcionamento e o estado de falho;
- 2.A substituição ou reparo de um equipamento o conduz ao estado de tão bom quanto novo;
- 3.Os tempos de falha do equipamento podem ser modelados por uma distribuição de probabilidade, que é conhecida;

A partir de então, segue-se uma sequência de passos para a estruturação do modelo de decisão.

5.5.2. Etapas da Estruturação do Modelo

O planejamento anual de manutenção é uma tarefa bastante difícil em que se tem que determinar quais as atividades dos equipamentos e em que momento essas atividades irão ocorrer.

No que tange à definição de que atividade atribuir para um dado equipamento, há, como já mencionado, algumas técnicas bastante populares que, porém, negligenciam a exigência de rigor necessário para algumas de suas etapas. Propõe-se, então, um modelo que, através de um procedimento de classificação, com base em diversos critérios, categoriza um conjunto de equipamentos em face de sua apropriação a uma das três atividades de manutenção: corretiva (nada fazer), preventiva por idade e preventiva em bloco.

Nesse sentido, na ocasião de um plano anual de manutenção, observa-se primeiro o conjunto de alternativas, logo em seguida são estabelecidos os critérios que deverão ser observados no processo de classificação e, posteriormente, inicia-se a definição das classes através da definição dos perfis de referência (os limiares das classes). Em seguida, então, são feitas as avaliações das alternativas nos critérios: confiabilidade $R(t)$, o custo de substituição em funcionamento (Cb), o tempo de substituição preventivo (tsp); o custo da falha (Ca) e o tempo de reparo ou substituição após a falha (tsf). Parte-se, então, para as etapas de implementação do modelo de classificação, as quais serão discutidas juntamente com as etapas subsequentes.

5.5.2.1. Determinação das Alternativas de Ação

Lembrando que se trata de uma problemática de classificação, as alternativas são classificadas ou colocadas em grupos de características similares. Nesse sentido deseja-se, a partir de um grande grupo de equipamentos, observando-se suas características, classificá-los por atividades de manutenção para as quais os equipamentos são mais propícios. Como resultado, o conjunto de alternativas $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ é um conjunto discreto e corresponde à coletânea de equipamentos para os quais se quer estabelecer a melhor atividade, observando-se, para isso, múltiplos critérios e a preferência do decisor.

5.5.2.2. Conjuntos de critérios considerados no processo de classificação

No processo de classificação, observaram-se os principais requisitos na literatura acadêmica que são essenciais para a decisão de qual política de manutenção deveria ser tomada.

Os critérios a serem considerados dividem-se em dois principais grupos: os critérios relativos ao funcionamento do equipamento: tais como a Confiabilidade ($R(t)$), o custo de substituição em funcionamento (Cb) e o tempo de substituição (tsp); os critérios relativos à falha do equipamento, tais como: custo da falha (Ca) e o tempo de reparo (tsf).

Alguns critérios são bastante óbvios, outros necessitam de uma melhor explicação. Segue, então, um detalhamento maior do significado de cada critério: a confiabilidade ($R(t)$) do equipamento é, sem dúvida, um critério bastante importante para decisões em manutenção. Este critério traduz a probabilidade de sucesso do equipamento na execução de sua função para um determinado instante de tempo e sob condições preestabelecidas. Nesse sentido, quanto menor a confiabilidade, maior a probabilidade de falha de um dado equipamento, assim, o decisor tenderá a maximizar este critério em suas decisões. Quando se tem como hipótese que os equipamentos são distribuídos conforme distintas distribuições Weibull $W(\beta, \eta)$, os parâmetros relativos a essa distribuição têm um significado físico: o parâmetro de forma (β) diz respeito à força de mortalidade ou tendência de crescimento da taxa de falha; por sua vez, o parâmetro de escala η localiza a distribuição no eixo do tempo. Como resultado, quanto maior o η para uma dada distribuição de tempos, significa que tempos pequenos comparados com esse parâmetro, maior a confiabilidade. O custo de substituição do equipamento, enquanto ainda está em funcionamento, (Cb) é o custo de um equipamento novo, propriamente dito, mais o custo de mão-de-obra. O equipamento, uma vez substituído, pode ser descartado ou usado em alguma política de manutenção mais específica. No caso aqui considerado, como se tem como hipótese a renovação do equipamento a cada intervenção, só se admite o descarte do equipamento, após a substituição. O tempo de substituição (tsp) representa a substituição, propriamente dita, porém, para os casos em que não há uma substituição de fato esse critério também pode representar a realização de uma atividade que antecede a falha.

Fazendo parte do grupo de critérios relacionados com a falha do equipamento, está o custo da falha (Ca). Este critério representa o custo do equipamento propriamente dito mais o custo de mão-de-obra, e todos os adicionais relacionados com a parada de produção

inesperada e os danos ocasionados por uma falha. Geralmente, tem-se uma estimativa de qual o montante gasto quando de uma falha inesperada de um dado dispositivo. O tempo de reparo (tsf) é um critério indicativo do tempo necessário para restabelecer o equipamento falho para o seu estado operacional. Quanto maior esse tempo, pior para o sistema que deverá ficar indisponível por mais tempo, caso a falha do equipamento indisponibilize o sistema.

Observa-se, ainda, que freqüentemente os critérios (Ca) e (Cb), bem como o (tsf) e (tsp) são utilizados em conjunto, assim, em vez de só observar esses critérios isoladamente, analisa-se, também, algum tipo de relação entre eles, por exemplo, a razão (Ca/Cb) e (tsf/tsp) que expressam o grau de oportunidade para antecipação da falha. Mesmo assim, para essas relações prevalece o sentido de minimização, uma vez que, quanto maior a razão, maior os danos provenientes de uma falha.

5.5.2.3. Definição das classes

O principal objetivo no método de classificação é designar alternativas a categorias predefinidas. Contudo, a designação da alternativa a_i resulta da comparação de a_i com os perfis definindo os limites das categorias. Nesse sentido, um dos passos mais importantes é o estabelecimento de classes através de seus limiares ou perfis de referência. Toma-se, então, um perfil r_k como sendo um vetor, cujas coordenadas correspondem ao desempenho em cada critério j , para $j = 1, \dots, m$: $r_k = (r_{k1}, r_{k2}, \dots, r_{km})$, onde k representa o índice dos perfis determinando $p + 1$ categorias. Tem-se que r_k é o limite superior da categoria C_k e o inferior da categoria C_{k+1} , ver Figura 5.1, onde os perfis r_0 e r_{p+1} correspondem às alternativas ideal e a anti-ideal, respectivamente. Pode-se, então, afirmar que a preferência decresce com o aumento de valor em cada critério. A determinação destes perfis não se dá de uma forma automática e deve ser feita com bastante cuidado pelo decisor, posto que os demais procedimentos na classificação dependem fortemente desses padrões. (Mareschal & Brans, 1991, Brans, 2005)

Na prática, no caso em estudo, as classes correspondem a atividades de manutenção que se dividem em: manutenção corretiva (C_1), substituição do equipamento em bloco (C_2), e substituição do equipamento por idade (C_3). Observa-se que o procedimento de classificação é um passo essencial para um aprofundamento posterior das políticas relacionada com uma das três atividades, como por exemplo, a definição da periodicidade.

No caso onde os grupos são definidos de uma maneira ordinal, C_1 irá denotar o grupo consistindo das alternativas mais preferidas ou que são executadas nas ocasiões, ou para equipamentos cujas características conduzem a um menor impacto negativo, levando em consideração todos os critérios, enquanto que C_3 irá denotar o grupo das alternativas menos preferidas ou o grupo que retrata as situações mais críticas e, por consequência, onde se deve ter um maior cuidado. Na Figura 5.1 pode-se observar o esquema das classes.

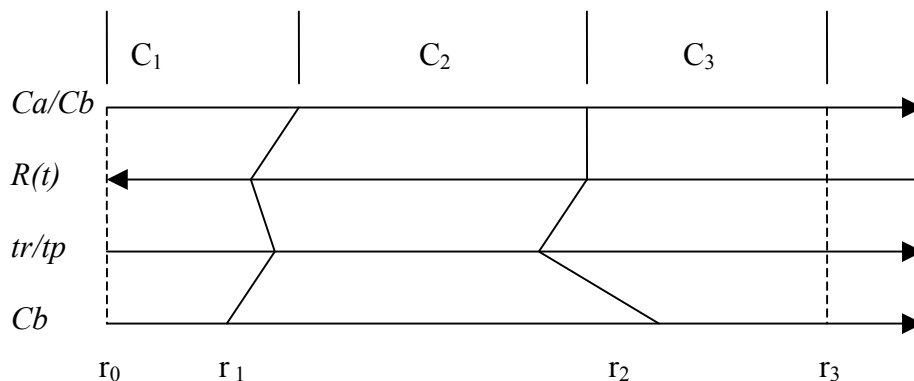


Figura 5.1 - Esquema de perfis das três categorias para os quatro critérios de avaliação

5.5.2.4. Processo de Agregação

O método PROMETHEE, como já foi detalhado no capítulo 2, destaca-se pela facilidade de aplicação e entendimento por parte do decisor, uma vez que seus parâmetros têm um significado físico ou econômico. Pelo que prescreve o método, há diversas etapas que devem ser observadas, contudo, no que tange à problemática de classificação, como foi formulada nesse trabalho, tem-se que algumas etapas são diferentes das etapas padrões estabelecidas nos métodos da família PROMETHEE.

Como largamente já discutido anteriormente, o método PROMETHEE, apesar de não se tratar de uma teoria fundamentada em axiomas, foi escolhido devido à apropriação de suas características ao problema, sua facilidade de compreensão e a forma com que avalia as alternativas através de comparações relativas, onde uma alternativa não pode ser julgada boa por si só, pois é necessário que seja observado o desempenho da alternativa com relação ao desempenho das outras.

No contexto específico de classificação, diferente de como se procede nas demais problemáticas, ao invés de se terem as alternativas comparadas entre si em cada critério, o que

resulta na matriz de diferenças e com base nisto se estabelecem as relações de sobreclassificação e as alternativas são comparadas com os perfis-padrão de cada classe. Como resultado, as relações de sobreclassificação são estabelecidas, uma a uma, a medida que as alternativas vão sendo comparadas com os padrões de referência. Esta etapa torna-se base para a construção da pré-ordem que indica em que classe a alternativa irá ficar.

As funções de preferência para cada critério $P_j(.)$ bem como os pesos deverão ser determinados junto ao decisor. Na verdade este passo antecipa-se ao processo de comparação das alternativas com os perfis-padrão, pois essas funções são necessárias para a construção dos fluxos líquidos resultante do processo de comparação e responsáveis pela determinação da classe da alternativa. Ver expressões 2.26, 2.31 e 2.32 capítulo 2.

5.5.2.5. Procedimento de Classificação

Atinente à questão de como se classificam em modelos diretos ou indiretos, com respeito às técnicas de desenvolvimento dos modelos relativas à parametrização da estrutura de preferências do decisor, o modelo proposto lança mão da parametrização direta para alguns aspectos preferenciais. Abaixo, segue o procedimento detalhado de desenvolvimento do modelo.

O procedimento de classificação propriamente dito consiste, inicialmente, da identificação dos perfis de referência. Posteriormente, cada alternativa, uma a uma, tem seu perfil confrontado com os perfis-padrão, através do método PROMETHEE II. Como resultado essa alternativa recebe uma posição entre os perfis de referência, que é determinada pelo seu valor de fluxo líquido. Sua classificação baseia-se no perfil de referência que a antecede, conforme pode ser visto abaixo:

Se $\Phi(ai) > \Phi(r1) \Rightarrow$ a alternativa faz parte da classe $C1$

Se $\Phi(r2) < \Phi(ai) < \Phi(r1) \Rightarrow$ a alternativa faz parte da classe $C2$

Se $\Phi(ai) < \Phi(r2) \Rightarrow$ a alternativa faz parte da classe $C3$

Pode-se observar que esse procedimento é consistente no atendimento à problemática de classificação, ao passo que nenhuma alternativa deixará de ser alocada em uma classe, bem como cada alternativa pertencerá a, no máximo, uma classe.

5.6. Aplicação Numérica

O problema é considerado no contexto de planejamento anual de manutenção também conhecido como plano anual, que consiste na definição das atividades que serão realizadas para os diferentes equipamentos, com base na disponibilidade de recurso para sua realização. Tal procedimento, frequentemente, é realizado com base na experiência dos responsáveis pela manutenção. Não há, contudo, um amplo registro na literatura de modelos que suportem a decisão para o estabelecimento desse planejamento.

Tem-se como conjunto das alternativas, uma coleção de equipamentos hipotéticos no contexto de distribuição de energia elétrica, considerados individualmente. Observam-se, então suas características, com relação aos critérios listados no tópico 5.5.2.2, porém, apesar do critério C_b e C_a serem critérios distintos, serão considerados na avaliação das alternativas o valor de C_b e o valor da relação C_a/C_b que é um indicativo de oportunidade de antecipação da falha. Para os critérios tsp e tsf será considerado, unicamente, o valor da relação tsf/tsp que, também, indica a oportunidade de antecipação da falha. na Tabela 5.1, podem ser observados todos os equipamentos, seus tempos de vida e seus desempenhos nos diversos critérios.

Tabela 5.1 – Matriz de Desempenho das alternativas

	t (horas)	$R(t)$	C_a/C_b	tsf/tsp	C_b
Eq 1	1560	0,617	3,4	4,2	63
Eq 2	816	0,508	2,7	3	86
Eq 3	8760	0,873	1,2	1,5	10
Eq 4	2880	0,646	1,35	1,4	20
Eq 5	1800	0,292	4,5	5,4	94
Eq 6	2160	0,392	8,5	6,5	82
Eq 7	5040	0,71	4,2	5	74
Eq 8	4320	0,971	2,2	1,5	13
Eq 9	3600	0,469	5,7	4,3	84
Eq 10	720	0,629	1,4	1,7	16
Eq 11	360	0,249	6,4	3	95
Eq 12	11016	0,94	1,8	6,5	5
Eq 13	288	0,05	3,4	2	25
Eq 14	1608	0,886	1,4	1,39	7
Eq 15	5400	0,88	2	1,6	13

A partir de então, seguindo-se a sequência de passos determinados na estruturação do modelo, parte-se para a determinação dos perfis-padrão. Tais perfis baseiam-se em

desempenhos de alternativas que distinguem duas classes consecutivas. Na Tabela 5.2 podem ser vistos os 2 perfis de classe para as 3 categorias existentes.

Tabela 5.2 – Padrões de referência para os Perfis de Classe

Padrões	$R(t)$	Ca/Cb	tsf/tsp	Cb
R1 distingue MC de PB	0,92	3,2	2,5	12
R2 Distingue PB de PI	0,76	5,5	4,2	60

No que tange ao passo de agregação, é necessário eleger as funções preferências que modelam, da melhor forma, o comportamento do decisor frente às diferenças de avaliações das alternativas em cada critério, bem como seus pesos. Na Tabela 5.3, pode-se identificar o tipo da função preferência e os seus parâmetros para cada critério.

Tabela 5.3 – Parâmetros do Passo de Agregação

Critério	Tipo da Função preferência	Parâmetros		Pesos
$R(t)$	Tipo V	$p = 0,1$	$q = 0,01$	0,35
Ca/Cb	Tipo V	$p = 1,5$	$q = 0$	0,25
tr/tp	Tipo V	$p = 1,5$	$q = 0$	0,15
Cb	Tipo V	$p = 12$	$q = 2$	0,25

A fim de proceder à sequência de passos da estrutura do modelo, segue-se com o procedimento de classificação propriamente dito. Tal procedimento consiste da comparação das alternativas, uma a uma, com os limiares das classes, por intermédio da comparação dos fluxos líquidos decorrentes da aplicação do PROMETHEE II. Observa-se que como resultado dessa etapa, as alternativas, uma a uma, são posicionadas entre os perfis de referência. Esse procedimento é o suficiente para classificar a alternativa, como segue:

Se $\Phi(ai) > \Phi(r1) \Rightarrow$ a alternativa faz parte da classe $C1$

Se $\Phi(r2) < \Phi(ai) < \Phi(r1) \Rightarrow$ a alternativa faz parte da classe $C2$

Se $\Phi(ai) < \Phi(r2) \Rightarrow$ a alternativa faz parte da classe $C3$

Tabela 5.4 – Fluxos líquidos das referências e das alternativas

	$\Phi (Eq_i)$	$\Phi (r1)$	$\Phi (r2)$
Eq 1	-0,454	0,892	-0,438
Eq 2	-0,398	0,783	-0,385
Eq 3	0,604	0,396	-1
Eq 4	0,08	0,57	-0,65
Eq 5	-0,76	0,983	-0,223
Eq 6	-1	1	0
Eq 7	-0,593	0,958	-0,365
Eq 8	0,712	0,288	-1
Eq 9	-0,822	1	-0,178
Eq 10	0,115	0,535	-0,65
Eq 11	-0,765	0,95	-0,185
Eq 12	0,473	0,377	-0,85
Eq 13	-0,142	0,792	-0,65
Eq 14	0,671	0,329	-1
Eq 15	0,586	0,414	-1

A classificação é bem mais visualizada na Tabela 5.5 que é, em termos, os nomes das atividades de manutenção relacionadas por equipamento.

Tabela 5.5 – Classe indicada para cada alternativa com base na mínima força de repulsão

Equipamentos	Atividades de Manutenção
Eq 1	preventiva ID
Eq 2	preventiva ID
Eq 3	Corretiva
Eq 4	preventiva BL
Eq 5	preventiva ID
Eq 6	preventiva ID
Eq 7	preventiva ID
Eq 8	Corretiva
Eq 9	preventiva ID
Eq 10	preventiva BL
Eq 11	preventiva ID
Eq 12	Corretiva
Eq 13	preventiva BL
Eq 14	Corretiva
Eq 15	Corretiva

A figura permite uma visualização gráfica das classes:

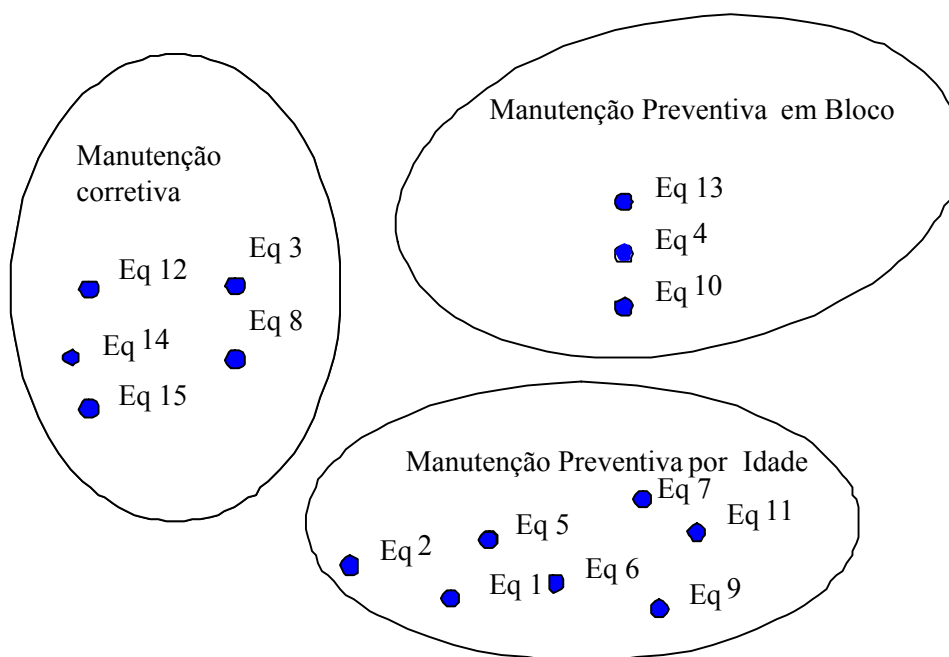


Figura 5.2 - Esquema de perfis das três categorias para os sete critérios de avaliação.

Pode-se identificar que no plano anual hipotético de 2005 para uma dada empresa, a maioria dos equipamentos (7), dentre os estudados (15), foram classificados na classe de manutenção preventiva por idade, o que significa dizer que, esses 7 equipamentos tiveram um fluxo inferior ao limiar r_2 que divide a classe manutenção preventiva em bloco da classe manutenção preventiva por idade, ao se levar em consideração todos os critérios de avaliação, quais sejam: Confiabilidade ($R(t)$), o custo de substituição em funcionamento (Cb), a relação dos tempos (tsf/tsp) e a relação dos custos (Ca/Cb). Ainda com respeito a esses equipamentos, observa-se que, de uma forma geral, esses equipamentos têm o pior desempenho, destacando-se uma confiabilidade relativamente baixa, o que, de certo modo, torna a não execução bastante crítica e, nesse contexto, não poderiam deixar de ser submetidos a uma ação preventiva. Por outro lado, observa-se que tanto nos critérios indicadores de oportunidade de antecipação à falha (Ca/Cb) e (tsf/tsp), bem como no critério relacionado ao custo do ativo (Cb) esses equipamentos apresentaram, em geral, os mais altos valores, o que reforça a necessidade de uma ação preventiva. Contudo, dá pouco indicativo para uma substituição em bloco, devido ao critério (Cb).

A segunda maior classe diz respeito à manutenção corretiva. Os equipamentos que foram alocados nessa classe têm, de uma forma geral, elevada confiabilidade ($R(t)$) para o período de um ano de funcionamento, o que implica na possibilidade de negligência de tais equipamentos. Além disso, a razão de custo, para esses equipamentos, é razoavelmente baixa, o que indica que os esforços para a prevenção de uma única falha, financeiramente, trazem pouco benefício. O mesmo se dá quando se observa a razão dos tempos. Ainda com base nessa classe, uma outra simulação, para o plano anual de 2006, indica que apenas um equipamento foi inserido dentro da classe. A principal causa foi a baixa confiabilidade que todos os equipamentos apresentaram no ano seguinte.

Por último, a classe relativa à manutenção preventiva em bloco detém os equipamentos que têm um desempenho mediano nos critérios de avaliação. No que tange à confiabilidade, esses equipamentos apresentam confiabilidade baixa, o suficiente para que ações preventivas sejam realizadas. Contudo, atrasos na execução poderiam ser tolerados, o que permitiria um tratamento em conjunto com outros equipamentos de mesmo comportamento. Com relação aos outros critérios, apresentam um indicativo razoável de ganho por antecipação. Por outro lado, com respeito ao custo do ativo (C_b) apresentam valores bem inferiores em relação aos equipamentos que estão classificados em substituição por idade.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

6.1. Considerações Finais

A grande preocupação que se teve nesse trabalho diz respeito às políticas de manutenção, nesse sentido, observaram-se os principais modelos que tratam dessa questão, a fim de identificar as características mais apropriadas para o atendimento dos principais problemas vigentes nesta área, bem como as importantes mudanças ocorridas nos fatores mais relevantes para a definição dessas políticas, desde o seu surgimento até os dias atuais.

Os sistemas produtivos, alvo dos modelos de manutenção, de fato, vêm passando por mudanças significativas. Preponderantemente industrial em seu surgimento, os sistemas de produção são hoje, em boa parte, voltados para a prestação de serviços. Por esse motivo, as sistemáticas de controle e planejamento em que se baseavam os modelos destinados a soluções dos diversos problemas nessas áreas, são hoje bastante obsoletas. Nesse sentido, muitos dos objetivos preponderantes tornaram-se dimensões de escolha. Por outro lado, alguns aspectos restritivos passaram a ser variáveis importantes do processo decisório, o que corresponde dizer que antigos modelos necessariamente tiveram que sofrer modificações em sua estrutura.

Nesse enfoque, viu-se na abordagem de apoio a decisão multicritério a possibilidade dessa reestruturação dos modelos clássicos, não só devido a sua capacidade de levar em conta múltiplos e conflitantes critérios (funções objetivo), mas, principalmente, por permitir que a estrutura de preferência do decisor seja levada em consideração. Mais ainda, tal abordagem, não só permite a modelagem de problemas antigos como permite que se percebam novos problemas inerentemente multicritério.

Assim, sob o prisma da abordagem de apoio multicritério a decisão, foram propostos dois tipos de modelos:

1) o primeiro tipo, estando definida a sistemática a ser adotada, seja esta manutenção por idade, por bloco ou manutenção corretiva, permite a escolha da variável de decisão, no caso a idade, que afinada com as preferências do decisor, estabelece a melhor relação entre os critérios de avaliação, quais sejam: o custo total unitário por unidade de tempo, a confiabilidade e o tempo total das paradas. Nesta categoria de modelo, foram desenvolvidos

dois modelos diferentes, que se distinguem pela possibilidade ou não de tratar a incerteza, bem como pela forma como apresentam os resultados.

2) o segundo tipo de modelo consiste em uma abordagem mais geral e pode ser utilizado como uma etapa anterior aos modelos do tipo I, na definição da sistemática de manutenção ou do tipo de política a ser adotada, com base nas características de desempenho dos diferentes equipamentos. Para esta categoria, foi estabelecido um único modelo que, por meio de um procedimento de classificação, determina o tipo de política mais apropriada para cada equipamento em estudo.

A família de métodos PROMETHEE foi utilizada como base para construção de todos os modelos. Para o modelo tipo II, observou-se a necessidade de adaptação dos métodos PROMETHEE para tratar uma problemática originalmente não suportada por estes métodos, a classificação. Nesse sentido discutiram-se as possibilidades de desenvolvimento de modelos de classificação, utilizando idéias iniciais dos criadores da família de métodos PROMETHEE, bem como foi proposta uma nova idéia que se baseia no uso adaptado de um dos elementos dessa família, o PROMETHEE II.

A análise bayesiana foi introduzida como uma etapa no segundo modelo do tipo I, a fim de prover a possibilidade de superação na ausência de dados e permitir que, mesmo sem dados de falhas, decisões possam ser tomadas no que tange ao estabelecimento do melhor intervalo entre manutenções.

As aplicações para todos os modelos puderam revelar algumas informações importantes quanto às particularidades que há quando da consideração de vários critérios ao mesmo tempo, em vez de um único critério. Além disso, indo ao encontro das mudanças e dos novos requisitos relativos aos problemas envolvendo políticas de manutenção, pôde-se construir uma estrutura multicritério que possibilita enaltecer a importância de critérios, como uma possibilidade de ajuste às mudanças contextuais.

6.2. Sugestões para Futuros Trabalhos

Este assunto é tratado na literatura de forma extensiva, conforme apresentado no capítulo 3, devido às várias características que o problema pode assumir para cada contexto. Entretanto, pouco se tem feito com contribuições do apoio multicritério a decisão, embora o contexto de sistema de produção de serviços quase sempre requisite este tipo de abordagem (Almeida, 2000b; Almeida, 2005; Cavalcante e Almeida, 2005).

Dentre as principais sugestões para futuros trabalhos, enfatizam-se a seguir as mais importantes, dentre as várias possíveis:

- A combinação do conhecimento *a priori* com os dados, nas ocasiões em que se tem poucos dados, a fim de se obter uma distribuição *a posteriori* mais informativa;
- A implementação da metodologia multicritério para sistemas multicomponentes, onde há interdependência;
- A utilização de metodologia multicritério para a proposição de modelos atinentes a atividade de substituição de equipamentos em bloco;
- A inserção de melhorias em modelos de estoque relacionados com manutenção, onde a metodologia multicritério far-se-ia bem adequada;
- O uso de um processo de educação mais sofisticado a fim de se obter distribuições de probabilidade *a priori* mais confiáveis;
- O estudo de mecanismos para inserção de metodologia multicritério para sistemas dinâmicos, onde não há processo de renovação;
- O uso de processos estocásticos combinados com o enfoque multicritério, o que pode tratar melhor a incerteza;
- A introdução de imprecisão de informação sobre os pesos dos critérios;
- A construção de modelos multicritérios para políticas de prontidão ou, mais especificamente, para o estabelecimento de periodicidade de inspeções.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA, A. T. . Modelagem Multicritério para Seleção de Intervalos de Manutenção Preventiva Baseada na Teoria da Utilidade Multiatributo. *Pesquisa Operacional*, v. 25, n. 1, p. 69-81, 2005.
- ALMEIDA, A. T. Gerenciamento da Substituição e Manutenção Programada de Equipamentos na Indústria. In ALMEIDA, A. T. & SOUZA, F. C. M., *Gestão da Manutenção na Direção da Competitividade*. Recife, Editora Universitária, 2001. p. 209-224.
- ALMEIDA, A. T. Decisão Multicritério na Engenharia de Manutenção – Modelo de Decisões e aplicações. In ALMEIDA, A. T. & SOUZA, F. C. M., *Produção e Competitividade: Aplicações e Inovações*. Recife, Editora Universitária, 2000a. p. 255-299.
- ALMEIDA, A. T. Decisão Multicritério na Engenharia de Manutenção. Relatório de Pesquisa PQ para o CNPq. 2000b.
- ALMEIDA, A. T. ; CAVALCANTE, C. A. V.. Multicriteria Decision Approaches For Selection Of Preventive Maintenance Intervals. 5th IMA International Conference on Industrial Maintenance and Reliability, 2004, Salford. Sponsored by The Institute of Mathematics And Its Applications. p. 1-5.
- ALMEIDA, A.T. & COSTA, P. C. S. *Aplicações com Métodos Multicritério de Apoio a Decisão*, Recife: Ed Universitária, UFPE, 2003
- ALMEIDA, A. T.; FERREIRA, H. L.; CAVALCANTI, A. M. Confiabilidade e Manutenibilidade na manutenção. In ALMEIDA, A. T. & SOUZA, F. C. M., *Gestão da manutenção na direção da Competitividade*. Recife, Editora Universitária, 2001. p. 11-41.
- ALMEIDA, A. T.; SOUZA, F. C. M. Engenharia de manutenção. In ALMEIDA, A. T. & SOUZA, F. C. M., *Gestão da manutenção na direção da Competitividade*. Recife, Editora Universitária, 2001, p 3-9.
- ANDERSEN, T. M.; RASMUSSEN, M. Decision Support in a Condition Based Environment. *Jornal Quality of Maintenance*. Vol 5, N. 2, p. 89-101, 1999
- AGGARWAL, K. K. Minimum Cost Systems with Specified Reliability, *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. R-26, N3, 1977
- AHMED, N. U. & SCHENK, K. F. Optimal Availability of Maintainable Systems, *IEEE Transactions on Reliability*, 27, 1, 42-45, 1978
- ALAM, M. & SARMA, V. V. S. Optimum Maintenance Policy for an Equipment Subject to Deterioration and Random Failure, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol 4, N2, 1974

- AMARI, S. Bounds on Optimal Replacement Time of Age Replacement Policy, PROCEEDINGS Annual RELIABILITY AND MAINTAINABILITY Symposium, 2003
- ANDERSEN, T. M.; RASMUSSEN, M. Decision Support in a Condition Based Environment. *Journal Quality of Maintenance*. Vol 5, N. 2, p. 89-101, 1999
- ARORA, S. R. & LELE, P. T. A Note on Optimal Maintenance Policy and Sale Date of a Machine. *Management Science*, 17 pp 170-173, 1970.
- BABIC, Z., PLAZIBAT, N. Ranking of Enterprises Based on Multicriterial Analysis. *International Journal of Production Economics*, Volumes 56-57, Pages 29-35, 20 September 1998
- BARLOW, E. R. & PROSCHAN, F. Comparison of replacement policies, and Renewal Theory Implications, *Ann. Of math. And Statist*, V.34, N 2, pp. 375-389. 1964.
- BARLOW, R. E. & HUNTER, L. C. Reliability Analysis Of A One-Unit System, *Operations Research*, vol 9, N 2, pp. 200-208, 1961
- BARLOW, R. E.; HUNTER. Optimum Preventive Maintenance Policies, *Operations Research*. Vol. 8, N. 1 p. 90-100, 1960
- BARLOW, R. E.; PROSCHAN, F. *Mathematical Theory of Reliability*, John Wiley & Sons, 1965
- BECKMANN, Martin J.. *Dynamic programming of economic decisions*. Berlin: Springer-Verlag, 1968.
- BEJA, A. Probability Bounds In Replacement Policies for Markov Systems, *Management Science*, Vol 16, N 3, 1969.
- BELACEL, N. Multicriteria assignment method PROAFTN: Methodology and medical applications. *European Journal of Operational Research* 125, 175–183, 2000.
- BERG, M. & EPSTEIN, B. Comparison of Age, Block, and Failure Replacement Policies, *IEEE Transactions on reliability*, vol R-27, pp 145-148, 1978.
- BERG, M. General Trigger-off Replacement Procedures for Two-Unit Systems, *Naval Research Logistics Quarterly*, 25, 1, pp 15-29. 1978.
- BERG, M. The Marginal Cost Analysis And Its Application To Repair And Replacement Policies. *European Journal of Operational Research*. Vol. 82, N. 2 pp. 214 224, 1995
- BERNARDO, J. M.; SMITH A. F. M. *Bayesian Theory*, John Wiley & Sons, 1993
- BLACKWELL, D. Discrete Dynamic Programming, *the Annals of Mathematical Statistics*, Vol 33, pp 719-726, 1962.
- BLANCHARD, B. S.; VERMA, D.; PETERSON, E.L. *Maintainability: A Key to Effective Serviceability and Maintenance Management*, John Wiley & Sons, 1995

- BOGGS, R.E. Plant Maintenance: Changing From A Necessary Evil To A Profit Center. *Tappi Journal*. Vol. 80, N. 11 pp. 91-96, 1997
- BONESS, A. J. & SCHWARTZ, A. N. A cost-Benefit Analysis of Military Aircraft Replacement Policies, *Naval Research Logistics Quarterly*, 16, 2, pp 237-257, 1969.
- BOVAIRD, R. L. Characteristics of Optimal Maintenance Policies, *Management Science*, 7, 3, pp 238-253, 1961.
- BRANS, J. P. Comunicação verbal. Reuniões diversas na ocasião em que este esteve no Recife de visita ao GPSID (Grupo de Pesquisa em Sistemas de Informação e Decisão) e durante a realização do 1º REDS (Recife *Decision School*) no período de 08/06/2005 a 18/06/2005.
- BRANS, J. P. AND MARESCHAL, B. PROMETHEE V: MCDM problems with segmentation constraints. *INFOR*, Vol.30, N. 2 pp. 85-86, 1992
- BRANS, J. P., MACHARIS, C. , KUNSCH, P. L., CHEVALIER, A., SCHWANINGER, M. Combining multicriteria decision aid and system dynamics for the control of socio-economic processes. An iterative real-time procedure. *European Journal of Operational Research*, Vol. 109, N. 2, pp. 428-441, 1998
- BRANS, J. P.; MARESCHAL, B. *Promethee-Gaia, une Methodologie d'Aide à la Décision em Présence de Critères Multiples*. Bruxelles, Éditions Ellipses, 2002
- BRANS, J.P., VINCKE, P.H. AND MARESCHAL, B. How to select and how to rank project: The PROMETHEE method. *European J. Operational Research* Vol. 24 pp. 228-238, 1986.
- BRANS, J.P., VINCKE, P.H., A preference ranking organization method, the PROMETHEE method for MCDM. *Management Science*. Vol. 31 pp. 647-656, 1985.
- BRINT, A. T. Sequential Inspection Sampling To Avoid Failure Critical Items Being In An At Risk Condition. *The Journal of the Operational Research Society*. Vol. 51, N. 9 pp. 1051-1059, 2000
- CARTER, A. D. S. *Mechanical Reliability*, Macmillan Education, 1986.
- CASSADY, C. R.; MURDOCK, W. P.; POHL, E. A. Selective Maintenance For Support Equipment Involving Multiple Maintenance Actions. *European Journal of Operational Research*. Vol. 129, N. 2 pp. 252-258, 2001
- CAVALCANTE, C. A. V. & ALMEIDA, A. T. Modelo Multicritério de Apoio a Decisão para o Planejamento de Manutenção Preventiva Utilizando PROMETHEE II em Situações de Incerteza. *Pesquisa Operacional*, v. 25, n. 2, p.279-296, 2005.
- CHAN, P. K. W. & DOWNS, T. Two Criteria for Preventive Maintenance, *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. R-27, N 4, 1978.

- CHAREONSUK, CHAICHAN; NAGARURA, NAGEN; TABUCANONA, MARIO T. A Multicriteria Approach To The Selection Of Preventive Maintenance Intervals. *International Journal of Production Economics*. Vol. 49, N. 1 pp. 55-64, 1997
- CHEN, MINGCHIH; FELDMAN, RICHARD M. Optimal Replacement Policies With Minimal Repair And Age-Dependent Costs. *European Journal of Operational Research*. Vol. 98, N. 1 pp. 75-84, 1997
- CHO, D. I. & PARLAR, M. A Survey of Maintenance Models for Multiunit Systems, *European Journal of Operational Research*, 51, 1-23, 1991
- CHRISTER, A. H.; SCARF, P. A. A Robust Replacement Model With Applications To Medical Equipment. *The Journal of the Operational Research Society*. Vol. 45, N. 3 pp. 261-275, 1994
- CHRISTER, A. H.; WALLER, W. M. A Descriptive Model of Capital Plant Replacement. *Journal of the Operational Research Society*. Vol. 38, N. 6 pp. 473, 1987
- CHRISTER, A. H.; WANG, W.; SHARP, J. M.; *A state space condition monitoring model for furnace erosion prediction and replacement*. *European Journal of Operational Research*. Vol. 101, N. 1 pp. 1-14, 1997.
- CORDER, A. *Maintenance Management Techniques*, McGraw-Hill Book Company, UK, 1976.
- CORTS, K. S. Focused firms and the incentive to innovate. *Journal Of Economics & Management Strategy*. Vol.9, N. 3 pp. 339-362, 2000.
- CRIPPS, J. D.; MEYER, R. J. Heuristics and biases in timing the replacement of durable products. *Journal of Consumer Research*. Vol. 21, N. 2 pp. 304-318, 1994
- DAS, A. N. & ACHARYA, D. Age Replacement of Components During IFR Delay Time, *IEEE Transactions on Reliability*, Vol, 53, N 3, 2004.
- DEKKER, R. Application of Maintenance optimization models: review and analysis, *Reliability Engineering and System Safety*. Vol. 51, N. , pp 229-240, 1996.
- DEKKER, ROMMERT On the use of operations research models for maintenance decision making. *Microelectronics Reliability*. Vol. 35, N. 9-10 pp. 1321-1331, 1995
- DEKKER, ROMMERT; SCARF, PHILIP A. On the impact of optimization models in maintenance decision making: the state of the art. *Reliability Engineering & System Safety*. Vol. 60, N. 2 pp. 111-119, 1998
- DENARDO, E. V. & FOX, B. Non Optimality of Planned replacement in Intervals of Decreasing Failure Rate. *Operations Research*, Vol 15, N 2, pp 358-359, 1967.
- DERMAN, C. & SOLOMON, H. Development and Evaluation of Surveillance Sampling Plans, *Operations Research Quarterly*, 1959.

- DERMAN, C. Optimal Replacement and Maintenance Under Markovian Deterioration with Probability Bounds On Failure, *Naval Research*, 1962.
- DESCAMPS, R. Replacement et Programmation Dynamique. *Metra*, vol 4, N.2, pp 181-198, 1965.
- DIAKOULAKI, D., ZOPOUNIDIS, C., MAVROTAS, G., DOUMPOS, M., The use of a preference disaggregation method in energy analysis and policy making. *Energy* 24 (2), 157-166, 1999.
- DOHI, TADASHI; MATSUSHIMA, NOBUYUKI; OSAKI, SHUNJI; Nonparametric Repair-Limit Replacement Policies With Imperfect Repair. *European Journal of Operational Research*. Vol. 96, N. 2 pp. 260-273, 1997
- DOUMPOS, M., ZOPOUNIDIS, C. The use of the preference disaggregation analysis in the assessment of financial risks. *Fuzzy Economic Review* 3 (1), 39-57, 1998
- EGGHE, L.; RAO, I. K. RAVICHANDRA *Citation Age Data and the Obsolescence Function: Fits and Explanations. Information Processing & Management*. Vol. 28, N. 2 pp. 201-217, 1992
- EPPEN, G. D. A Dynamic Analysis of a Class of Deteriorating Systems, *Management Science*, 12, 3, 223-260, 1965.
- EVANS, R. A. O Data, Data! Wherefore Art Than Data? *IEEE Trans. Reliability*. Vol. 31, N. 4 pp. 321, 1982
- EVANS, R. A. O Data, Data! Wherefore Art Than Data? *IEEE Trans. Reliability*. Vol. 40, N. 5 pp. 497, 1991.
- FALKNER, C. H. Jointly Optimal Deterministic Inventory and Replacement Policies, *Management Science*, Vol 16, N 9, 1970
- FERREIRA, H. L.; CAVALCANTE, C. A . V.; ALMEIDA, A .T. Aplicação de Uma Política de Substituição de Equipamentos sob um Enfoque Multicritério. SNPTTEE- Seminário Nacional de Energia Elétrica. 2003
- FOX, B. Age Replacement with Discounting, *ORC* 65-22, Operations research Center, University of California, Berkeley, CA USA; 1965.
- FOX, B. An Adaptive Age Replacement Policy, *ORC* 65-17, Operations research Center, University of California, Berkeley, CA USA; 1965.
- FOX, B. Age Replacement with Discounting. *Operations Research*, vol 14, N3, pp 533-537, 1966
- FRASER, JANE, M.; POSEY, J. W. A Framework for Replacement Analysis. *European Journal of Operational Research*. Vol. 40, N. 1 pp. 43-57, 1989
- GERTSBAKH, I. B. *Models of Preventive Maintenance*, North-Holland, New York, 1977.

- GLASSER, G. J. Planned Replacement: Some Theory and its Application. *Journal of Quality Technology*. Vol. 1, N. 2 pp 110-119, 1969
- GOCHET, W., STAM, A., SRINIVASAN, V., CHEN, S., Multigroup discriminant analysis using linear programming. *Operations Research* 45 (2), 213–225, 1997.
- GOLDMAN, A. S.; SLATTERY, T. B. *Maintainability: A Major Element of System Effectiveness*, Robert E. Krieger, New York., 1977
- GOMES, L. F. A. M.; GOMES, C. F. S.; ALMEIDA, A.T. *Tomada de Decisão Gerencial um Enfoque Multicritério*. São Paulo, Editora Atlas, 2002
- GOPALASWAMY, V.; RICE, J. A.; MILLER, F. G. Transit Vehicle Component Maintenance Policy Via Multiple Criteria Decision Making Methods. *The Journal of the Operational Research Society*. Vol. 44, N. 1 pp. 37-50, 1993
- GRALL, A.; DIEULLE, L.; BERENGUER, C.; ROUSSIGNOL, M. Countinuous-Time Predictive-Maintenance Scheduling for a Deteriorating System, *IEEE Transactions on Reliability*, vol 51, N 2, 2002.
- HØYLAND, A.; RAUSAND, M. *System Reliability Theory – Models and Statistical Methods*. John Wiley & Sons, 1994
- HART, DAVID T.; COOK, E. DEAN Upgrade Versus Replacement: A Practical Guide To Decision-Making. *IEEE Transactions on Industry Applications*. vol. 31, N pp. 1136-9, 1995
- HOPP, WALLACE J; NAIR, SURESH K. Markovian Deterioration And Technological Change *IIE Transactions*. Vol. 26, N. 6 pp. 74-82, 1994
- HOWARD, R. A *Dynamic Programming and Markov Processes*, M.I.T. Press, Cambridge, 1960.
- HSU, J. I. S. An Empirical Study of Computer Maintenance Policies, *Management Science*, Vol 15, N 4, 1968.
- INAGAKI, T.; INOUE, K.; AKASHI, H. *Optimal Reliability Allocation Under Preventive Maintenance Schedule*, *IEEE Transaction on reliability*, Vol 27, N 1, 1978.
- ITO, K. & NAKAGAWA, T. An Optimal Inspection Policy for a Storage System with High Reliability. *Microelectronics Reliability*, vol 36, N 6, pp 875-882, 1995.
- JACQUET-LAGREZE, E., SISKOS, Y. Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision making: The UTA method. *European Journal of Operational Research* 10, 151–164, 1982.
- JARDINE, A. K. S. *Maintenance, Replacement and Reliability*, New York, John Wiley, 1973.
- JORGENSEN, D. W. & MCCALL, J. J. Optimal Replacement Policies for a Ballistic Missile, *Science and Management*, v. 9, 3, pp. 358-379, 1963.

- KALYMON, B. A. Machine Replacement with Stochastic Costs, *Management Science*, Vol 18, N 5, 1972.
- KAMIEN, I. M. & SCHWARTZ, N. L. Optimal Maintenance and Sales Age for a Machine Subject to failure, *Management Science*, vol 17, N 8, 1971.
- KANDER, Z. & NAOR, P. Optimization of inspection policies by classical Methods, *Proc. Ann. Conf. Operations Research*, Tel Aviv, Israel, 1969.
- KEENEY, R. L.; RAIFFA, H. *Decision with Multiple Objectives: Preferences and Value Trade-offs*. John Wiley & Sons, 1976
- KEYSER, D. W; PEETERS P. A Note on The Use of Promethee Multicriteria Methods. *European Journal of Operational Research*. Vol. 89 pp. 457-461, 1994
- KHANDELWAL, D. N.; SHARMA, J.; RAY, L. M. Optimal Periodic Maintenance Policy for Machines Subject to Deterioration and Random Breakdown, *IEEE Transactions on Reliability*, vol R-28, N4, 1974.
- KHINTCINE, A. YA. *Nathematisches über die Erwartung von einen öffentlicher Schalter*, Matem. Sbornik., 1960.
- KLEIN, M. Inspection, Maintenance, Replacement Schedules Under Markovian Deterioration, *Management Science*, vol. 9, N 1, 25-32, 1962.
- KNIGHT, C. E. General Consideration and Examples. In MORROW, L. C., *Maintenance Engineering Handbook*. McGraw-Hill, p 1-22, 1996
- KNIGHT, C. E. Operating Policies By Which Management Should Be Guided. In MORROW, L. C., *Maintenance Engineering Handbook*. McGraw-Hill, p 39-56, 1966a.
- KOBBACY, K. A. H.; PERCY, D. F.; FAWZI, B. B. Small Data Sets And Preventive Maintenance Modeling. *Journal of Quality in Maintenance*. Vol. 3, N. 2 pp 136-142, 1997
- KOLESAR, P. Minimum cost Replacement Under Markovian Deterioration, *Management Science*, vol 12, N9, 1966.
- KOLESAR, P. Randomized Replacement rules which maximize the expected cycle length of equipment subject to markovian deterioration, *Management Science*, vol 13, N 11, 1967.
- KORNISH, LAURA J. On Optimal Replacement Thresholds With Technological Expectations. *Journal of Economic Theory*. Vol. 89, N. 2 pp. 261-6, 1999
- KRALJ, BRANIMIR; PETROVIC, RADIVOJ A Multiobjective Optimization Approach To Thermal Generating Units Maintenance Scheduling. *European Journal of Operational Research*. Vol. 84, N. 2 pp. 481-493, 1995
- LAM, YEH (1997) An Optimal Maintenance Model Using A Number of Different Actions, *Microelectronics Reliability*, Vol 37, N 4, pp 615-622

- LAM, YEH A maintenance Model for Two-unit Redundant System, *Microelectronics Reliability*, vol. 37, N 3, pp 497-504, 1997.
- LEGER, J. & MARTEL, JEAN-MARC A multicriteria assignment procedure for a nominal sorting problematic, *European Journal of Operational Research* 138, 349–364, 2002.
- LEVITT, J. *Complete Guide to Preventive and Predictive Maintenance*, Industiral Press, New York., 2003.
- LEWIS, E. E. *Introduction To Reliability Engineering*, John Wiley & Sons, 1987
- LOKTA, A. J. A contribution to the theory of self-renewing aggregates with special reference to industrial replacement, *Ann. Math. Statist.* 10, pp. 1-25, 1939.
- LOTFI, VAHID Implementing Flexible Automation: A Multiple Criteria Decision Making Approach. *International Journal of Production Economics*. Vol. 38, N. 2-3 pp. 255-268, 1995.
- LUSS, H. Inspection Policies for a System which is Inoperative during inspection periods, *AIIE Transactions*, vol 9, pp 189-194, 1977.
- MAK, S. M. L.; SCULLI, D. Replacement of Auxiliary Power Supply System - A Case Study in an Urban Railway. *Engineering Costs and Production Economics*. Vol. 21, N. 1 pp. 1-9, 1991
- MAKIS, VILIAM; JARDINE, ANDREW K. S. Optimal Replacement in the Proportional Hazards Model. *INFOR*. Vol. 30, N 2 pp. 172, 1992
- MANN, L. JR. *Maintenance Management*, Lexington Books, New York, 1983.
- MARESCHAL, B. & BRANS, J. P. Bankadviser: An industrial evaluation system, *European Journal of Operational Research*, 54, pp. 318-324, 1991.
- MARTZ, H. F.; WALLER, R. A. *Bayesian Reliability Analysis*, John Wiley & Sons, 1982
- MAUER, DAVID C.; OTT, STEVEN H. Investment Under Uncertainty: The Case Of Replacement Investment Decisions. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. Vol. 30, N. 4 pp. 581 -605, 1995
- MCCALL, J.J. Maintenance Policies for Stochastically Falling Equipment: a Survey. *Management Science*, 11, 5, 493-624, 1965.
- MENIPAZ, E. Cost Optimization of Some Stochastic Maintenance Policies, *IEEE Transactions*, Vol. 28, N 2, 1979.
- MINE H. & NAKAGAWA, T. Age Replacement Model with Mixed Failure Time, *IEEE Transaction on Reliability*, Vol. 27, N 2, 1978.
- MINE, H & KAWAI, H. An Optimal Maintenance Policy for a 2-Unit Parallel System with Degraded States. *IEEE Transaction on Reliability*, Vol. 23, N 2, 1974.

- MINE, H. & NAKAGAWA, T. Interval reliability and Optimum Preventive Maintenance Policy, *IEEE Transaction on Reliability*, vol 26, N 2, pp131-133, 1977.
- MONG, K. T.; SCULLI, D. Replacing Units Whose Components Have Normal Life Distributions. *Computers & Industrial Engineering*. Vol. 10, N. 1 pp. 1-8, 1986
- MOUSSEAU V., J. FIGUEIRA, J.-PH. NAUX Using assignment examples to infer weights for ELECTRE TRI method: Some experimental results, *European Journal of Operational Research*, 130 pp. 263±275, 2001.
- MOUSSEAU, V., SLOWINSKI, R. & ZIELNIEWICZ, P., “ELECTRE TRI 2.0a. Methodological Guide and User’s Manual”, *Document Du Lamsade, Université Paris – Dauphine, Paris, França, Fevereiro*, 66 p., 1999.
- MOUSSEAU,V.; SLOWINSKI, R.; ZIELNIEWICZ, P. A user-oriented implementation of the ELECTRE-TRI method integrating preference elicitation support, *Computers & Operations Research*, vol. 27 pp. 757-777, 2000.
- NAKAGAWA, T. Optimum Preventive Maintenance Policies for Repairable Systems, *IEEE Transaction on Reliability*, vol 26, N 3, pp168-173, 1977.
- NAKAGAWA, T. Replacement Policy Maximizing MTTF of a System with Several Spare Units, *IEEE Transactions on Reliability*, Vol 38, N 2, 1998.
- NAKAGAWA, T. A summary of discrete replacement policies, *European Journal of Operational Research*, Vol. 17 pp 382-392, 1984
- NAKAGAWA, T. Optimum Policies when Preventive Maintenance is Imperfect, *IEEE Transaction on Reliability*, vol 28, N 4, pp331-332, 1979.
- NASLUND, B. Simultaneous Determination of Optimal Repair Policy and Service Life. *Swedish J. Economics*, 68, 2, pp 63-73, 1966.
- NELSON, WAYNE *Applied Life Data Analysis*, Wiley & Sons, 1982.
- NEWBROUGH, E. T. *Effective Maintenance Management – Organization, Motivation and Control in Industrial Maintenance*, McGraw-Hill Book Company, United State of America., 1967.
- NIEDDU, L., PATRIZI, G. Formal methods in pattern recognition: A review. *European Journal of Operational Research* 120, 459–495, 2000.
- O’CONNOR, P. D. T. *Practical Reliability Engineering*. John Wiley & Sons, 1985
- OELTJENBRUNS, H.; KOLARIK, W. J.; SCHNADT-KIRSCHNER, R. Strategic Planning In Manufacturing Systems -- Ahp Application To An Equipment Replacement Decision. *International Journal of Production Economics*. Vol. 38, N. 2-3 pp. 189-197, 1995
- OSAKI, S. & NAKAGAWA, T. A Note on Age Replacement, *IEEE Transactions on Reliability*, vol R-24, pp. 92-93, 1975.

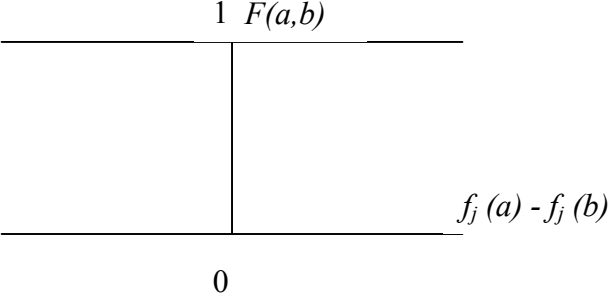
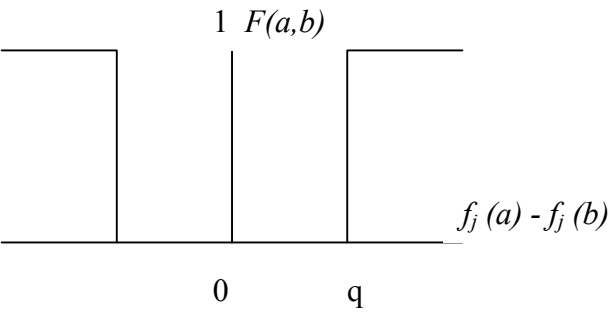
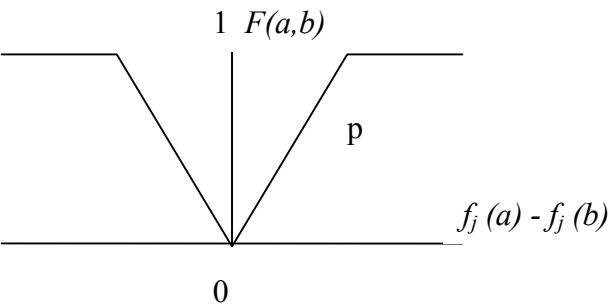
- PERCY, DAVID F.; KOBACZY, KHAIRY A. H. Determining Economical Maintenance Intervals . *International Journal of Production Economics*. Vol. 67, N. 1 pp. 87-94, 2000
- PERCY, DAVID F.; KOBACZY, KHAIRY A. H.; FAWZI, BAHIR B. Setting Preventive Maintenance Schedules When Data Are Sparse. *International Journal of Production Economics*. Vol. 51, N. 3 pp. 223-234, 1997
- PETERS, W. S; SUMMERS, G. W. *Análise Estatística e Processo Decisório*, Fundação Getúlio Vargas, 1973
- POLLARD, W. E. Bayesian Statistics for Evaluation Research: an Introduction, *In Contemporary Evaluation Research Series*. Sage Publications, Beverly Hills, 1986.
- PUCCINI, A. L.& PIZZOLATO, N. D. *Programação Linear*, LTC- Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 1987.
- RADNER, R. & JORGENSEN, D. W. Opportunistic Replacement of a Single Part in the Presence of Several Monitored Parts, *Management Science*, vol 10, N 1, pp., 1963.
- RAIFFA, H. *Decision Analysis*. Addison-Wesley, 1970
- RAJU, K. S, KUMAR, D. N. Multicriterion Decision Making In Irrigation Planning, *Agricultural Systems*, Volume 62, Issue 2, pp 117-129, 1999.
- ROLL, Y. & NAOR, P. Preventive Maintenance of Equipament Subject to Continuous Deterioration and Stochastic Failure. *Operations Research*, Vol 19, N.1, 1968.
- ROY, B. Electre III: Algorithme de classement basé sur une représentation floue des préférence de critères multiples. *Cahiers du CERO*. Vol. 20, N. 1 pp. 3-24, 1978.
- ROY, B., BOUYSSOU, D., Aide Multicrit_ere _a la D_ecision: M_ethodes et Cas. *Economica*, Paris, 1993.
- SATOW, T. & NAKAGAWA, T. Three Replacement Models with Two Kinds of Damage, *Microelectronics Reliability*, vol 37, N 6, pp 909-913, 1997.
- SCARF, P. A.; BOUAMRA, O. A Capital Equipment Replacement Model for a Fleet with Variable Size, *Journal of Quality in Maintenance Engineering*. Vol. 5, N. 1 pp 40-49, 1999
- SENJU, S. A Probabilistic Approach to Preventive Maintenance, *Journal of Operations and Research Society of Japan*, Vol 1, pp. 49-58, 1957.
- SHEN, L., TAY, F.E.H., QU, L., SHEN, Y. Fault diagnosis using rough sets theory. *Computers in Industry* 43, 61–72, 2000.
- SHERIF, Y. S. Reliability Analysis: Otimal inspection and Maintenance Schedules of failing Systems, *Microeletronics and Reliability*, 22, pp. 59-115, 1982.

- SHERWIN, D. A Note on Block and Bad-as-Old Renewal of Components With Limited System Time Horizon, *Journal of Quality in Maintenance Engineering*. Vol. 3, N. 2 pp 143-147, 1997
- SHEU, S. H. Extended Block Replacement Policy of a System Subject to Shocks. *IEEE Transactions on Reliability*, vol 46, N 3, 1997.
- SHEU, SHEY-HUEI. Extended Optimal Replacement Model For Deteriorating Systems. *European Journal of Operational Research*. Vol. 112, N. pp. 503-516, 1999
- SHEU, SHEY-HUEI; GRIFFITH, WILLIAM S.; NAKAGAWA, TOSHIO Extended Optimal Replacement Model With Random Minimal Repair Costs. *European Journal of Operational Research*. Vol. 85, N. 3 pp. 636-649, 1995
- SILVER, E. A; FIECHTER, CLAUDE-NICOLAS Preventive Maintenance With Limited Historical Data. *European Journal of Operational Research*. Vol. 86, N 1 pp. 125-144, 1995
- SISKOS, Y., GRIGOROUDIS, E., ZOPOUNIDIS, C., SAURAS, O. Measuring customer satisfaction using a survey based preference disaggregation model. *Journal of Global Optimization* 12 (2), 175–195, 1998.
- SLOWINSKI, R., ZOPOUNIDIS, C. Application of the rough set approach to evaluation of bankruptcy risk. *International Journal of Intelligent Systems in Accounting, Finance and Management* 4 (1), 27–41, 1995.
- SOLOMON, R.; SANDBORN, P. A.; PECHT, M. G. Electronic Part Life Cycle Concepts And Obsolescence Forecasting. *IEEE Transactions On Components And Packaging Technologies*. Vol. 23, N. 4 pp. 707-717, 2000
- SOUZA, F. C. M. *Decisões Racionais em situações de Incerteza*, Editora Universitária, 2002
- STAMATIS, D. H. *Failure Mode and Effect Analysis*, ASQ Quality Press, Milwaukee, Wisconsin, 1995.
- TALEB, M. F.A., MARESCHAL, B. Water Resources Planning In The Middle East: Application Of The PROMETHEE V Multicriteria Method. *European Journal of Operational Research* 81 500-511, 1995
- THOMPSON, G. L. Optimal Maintenance Policy and Sale Date of a Machine, *Management Science*, 14, 543-550, 1968.
- TOBIN, ROGER L. Theory And Methodology A Fast Interactive Solution Method For Large Capital Expenditure Selection Problems. *European Journal of Operational Research*. Vol 116, N. 1 pp. 1-15, 1999
- TSUMOTO, S. Automated extraction of medical expert system rules from clinical databases based on rough set theory. *Information Sciences* 112, 67–84, 1998.
- VINCKE, P. (1992) *Multicriteria decision-aid*. John Wiley & Sons, Bruxelles

- VINCKE, P. *Multicriteria decision-aid*. John Wiley & Sons. ISBN: 0-471-93184-5.
- WOODMAN, R. C. Replacement Policies for Components that Deteriorate. *Operations research Quarterly* Vol. 18, N. 3, 1967.
- WYDER, C. G. Preventive Maintenance, In MORROW, L. C., *Maintenance Engineering Handbook*. McGraw-Hill, p 94-135, 1966
- XIE, M.; KONG, H.; GOH, T. N. Exponential Approximation for Maintained Weibull Distributed Component. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, Vol. 6, N 4 pp 260-268, 2000
- YOUNG, T.Y., FU, K.-S. *Handbook of Pattern Recognition and Image Processing. Handbooks in Science and Technology*. Academic Press, New York, 1997.
- ZACKS, S. Estimating the Shift to Wear-Out of Systems Having Exponential-Weibull Life Distributions. *Operations Research*; Baltimore. Vol. 32, N. 3 pp. 741-749, 1984
- ZHANG, Y. L. A Geometric-process Repair-Model with Good-as-New Preventive Repair, *IEEE Transactions on Reliability*, vol 51, N 2, 2002.
- ZHANG, Y. L. An optimal Replacement Policy for a Three-State Repairable System with a Monotone Process Model, *IEEE Transactions on Reliability*, Vol 53, N 4, 2004.
- ZHENG, X. & FARD, N. A Maintenance Policy for Repairable Systems Based on Opportunistic Failure-rate Tolerance, *IEEE Transactions on Reliability*, vol 40, N 2, 1991.
- ZHENG, X. *All Opportunity-Triggered Replacement Policy or Multiple-Unit Systems*. *IEEE Transactions on Reliability*, vol 44, N 4, 1995.
- ZOPOUNIDIS, C. & DOUMPOS Multicriteria Classification and Sorting methods: A literature review, *European Journal of Operational Research*, Vol. 138, pp 229-246, 2002.
- ZOPOUNIDIS, C. *Operational Tools in the Management of Financial Risks*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1998.

ANEXOS

Tabela A1 - Critério Gerais para o PROMETHEE – Representação Gráfica

1 – critério usual não há parâmetro a ser definido	
2 – quasi-critério defini-se o parâmetro q (limite de indiferença)	
3 – limite de preferência define-se o parâmetro p (limite de preferência)	

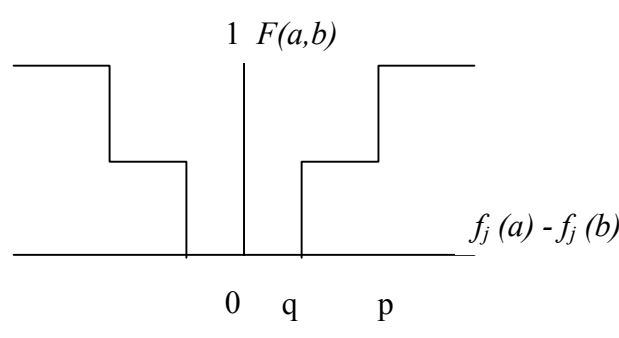
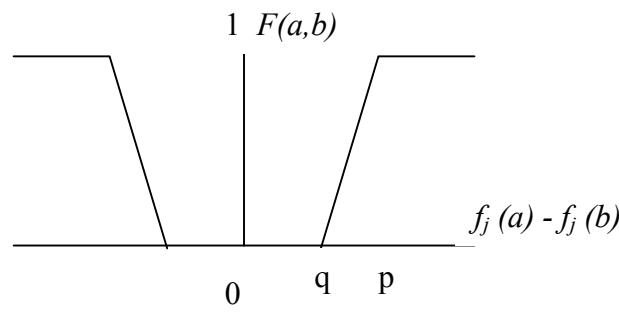
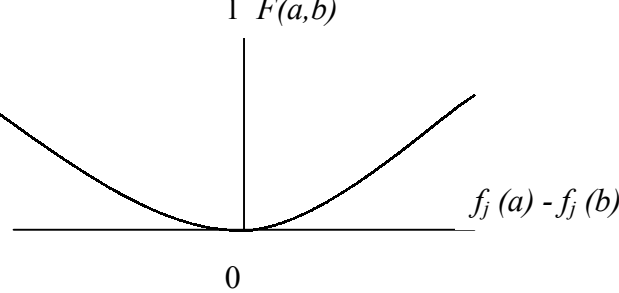
4 – <i>pseudo-critério</i> define-se os parâmetros q (limite de indiferença) e p (limite de preferência)	 The graph shows two functions plotted against a horizontal axis. The top function, labeled $1 F(a,b)$, is a step function that is 1 for $x < 0$, 0 for $0 < x < q$, and 1 for $x > p$. The bottom function, labeled $f_j(a) - f_j(b)$, is a step function that is 0 for $x < 0$, 1 for $0 < x < q$, and 0 for $x > p$. The horizontal axis is marked with 0, q, and p.
5 – <i>área de indiferença</i> define-se os parâmetros q (limite de indiferença) e p (limite de preferência)	 The graph shows two functions plotted against a horizontal axis. The top function, labeled $1 F(a,b)$, is a trapezoidal function that is 1 for $x < 0$, decreases linearly to 0 at $x = q$, increases linearly to 1 at $x = p$, and remains at 1 for $x > p$. The bottom function, labeled $f_j(a) - f_j(b)$, is a trapezoidal function that is 0 for $x < 0$, increases linearly to 1 at $x = q$, decreases linearly to 0 at $x = p$, and remains at 0 for $x > p$. The horizontal axis is marked with 0, q, and p.
6 – <i>critério Gaussiano</i> O desvio padrão deve ser fixado	 The graph shows two functions plotted against a horizontal axis. The top function, labeled $1 F(a,b)$, is a Gaussian curve that is 1 at $x = 0$ and decreases towards 0 as x moves away from 0. The bottom function, labeled $f_j(a) - f_j(b)$, is a Gaussian curve that is 0 at $x = 0$ and increases as x moves away from 0. The horizontal axis is marked with 0.

Tabela A2 - Critério Gerais para o PROMETHEE

1 – <i>critério usual</i> não há parâmetro a ser definido	$f_j(a) - f_j(b) > 0$ $f_j(a) - f_j(b) \leq 0$	$F_j(a,b) = 1$ $F_j(a,b) = 0$
2 – <i>quase-critério</i> defini-se o parâmetro q (limite de indiferença)	$f_j(a) - f_j(b) > q$ $f_j(a) - g_j(b) \leq q$	$F_j(a,b) = 1$ $F_j(a,b) = 0$
3 – <i>limite de preferência</i> define-se o parâmetro p (limite de preferência)	$f_j(a) - f_j(b) > p$ $f_j(a) - f_j(b) \leq p$ $f_j(a) - f_j(b) \leq 0$	$F_j(a,b) = 1$ $F_j(a,b) = \frac{f_j(a) - f_j(b)}{p}$ $F_j(a,b) = 0$
4 – <i>pseudo-critério</i> define-se os parâmetros q (limite de indiferença) e p (limite de preferência)	$ f_j(a) - f_j(b) > p$ $q < f_j(a) - f_j(b) \leq p$ $ f_j(a) - f_j(b) \leq q$	$F_j(a,b) = 1$ $F_j(a,b) = 1/2$ $F_j(a,b) = 0$
5 – <i>área de indiferença</i> define-se os parâmetros q (limite de indiferença) e p (limite de preferência)	$ f_j(a) - f_j(b) > p$ $q < f_j(a) - f_j(b) \leq p$ $ f_j(a) - f_j(b) \leq q$	$F_j(a,b) = 1$ $F_j(a,b) = (f_j(a) - f_j(b) - q)/(p-q)$ $F_j(a,b) = 0$
6 – <i>critério Gaussiano</i> O desvio padrão deve ser fixado	$f_j(a) - f_j(b) > 0$ $f_j(a) - f_j(b) \leq 0$	<i>A preferência aumenta segundo uma distribuição normal</i> $F_j(a,b) = 0$