



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE  
NÚCLEO DE TECNOLOGIA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

DOUGLAS DA SILVA CEZÁRIO

**ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS DE CONCRETO ARMADAS COM BARRAS DE  
GFRP SUBMETIDAS À FLEXÃO SIMPLES: ESTUDO COMPARATIVO**

Caruaru  
2023

DOUGLAS DA SILVA CEZÁRIO

**ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS DE CONCRETO ARMADAS COM BARRAS DE  
GFRP SUBMETIDAS À FLEXÃO SIMPLES: ESTUDO COMPARATIVO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Engenharia Civil do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de artigo científico, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil.

**Área de concentração:** Estruturas.

**Orientadora:** Profa. Dra. Giuliana Furtado Franca Bono

Caruaru

2023

## AGRADECIMENTOS

Acima de tudo agradeço à minha família: mãe, Sironide Francisca da Silva, e meus irmãos, Luciano, Emerson, Elaine e Daniel, os quais estão no topo das minhas prioridades, me motivando e auxiliando em tudo que seja necessário, dando capacidade de enfrentar todos os momentos difíceis vivenciados tanto no ambiente acadêmico como em qualquer outro.

Em especial ao meu irmão Luciano Flávio, pois foi quem me direcionou à universidade, com um incentivo inicial de que me tornasse aluno do Pré-Acadêmico SuperAção UFPE-CAA, no qual tive uma ótima experiência como discente, tornando-me o monitor de matemática logo em seguida, numa atividade de extensão que durou 5 anos, sendo de extrema relevância para minha capacitação, já que sem essa oportunidade meu estado atual seria completamente imprevisível.

À Maria Eulália das Chagas Lima, colega de curso durante anos, uma melhor amiga que se tornou a melhor companhia, estando ao meu lado nós dividimos os esforços em boa parte da graduação, agora compartilhamos nossas vidas, minha namorada, minha duplinha.

Grandemente à professora Dra. Giuliana Furtado Franca Bono, que me orientou durante essa jornada de trabalho de conclusão de curso, além disso, me forneceu a possibilidade de ser monitor da disciplina de Construção de Concreto 1 por duas vezes, e também da disciplina de Mecânica Geral 1 no período atual, experiências que me deram uma base teórica fundamental para a elaboração desse estudo.

A todos os professores do curso de Engenharia Civil da UFPE-CAA, que aos poucos constroem algo que vai além de engenheiros, criando profissionais fortes e extremamente adaptáveis às mais diversas situações no ambiente de trabalho, e propensos à evolução e absorção de conhecimento de forma eficaz.

Não menos merecidamente, a todos os demais membros que compõem esse ambiente acadêmico: equipe técnica, vigilantes, zeladores, funcionários do restaurante universitário, vendedores autônomos de lanches, dentre outros, em que cada um deles possui uma importância muito relevante para o funcionamento dessa instituição, de modo que têm sua parcela de mérito em absolutamente qualquer estudo que é desenvolvido e em toda conquista que é trazida à Universidade Federal de Pernambuco.

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

|      |  |
|------|--|
| ABNT | Associação Brasileira de Normas Técnicas |
| ACI  | Instituto Americano do Concreto          |
| AN   | Área Nominal                             |
| CA   | Custo da Armadura                        |
| CC   | Custo do concreto                        |
| CF   | Custo da fôrma                           |
| CT   | Custo total                              |
| DN   | Diâmetro Nominal                         |
| Dom. | Domínio                                  |
| Mín. | Mínimo                                   |
| MLN  | Massa Linear Nominal                     |
| ELS  | Estado Limite de Serviço                 |
| ELU  | Estado Limite Último                     |
| FRP  | Polímero Reforçado com Fibra             |
| GFRP | Polímero Reforçado com Fibra de Vidro    |
| LN   | Linha neutra                             |
| NA   | Não aplicável                            |
| NBR  | Norma Brasileira                         |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|                 |   |
|-----------------|---|
| $A_f$           | Área da seção transversal da armadura longitudinal de GFRP tracionado |
| $A_s$           | Área da seção transversal da armadura longitudinal de aço tracionado  |
| $b$             | Largura da viga   |
| $c$             | Profundidade da linha neutra  |
| CE              | Fator de redução ambiental para concreto                              |
| $d$             | Altura útil da viga   |
| $d'$            | Diferença entre altura total e altura útil da viga                    |
| $E_s$           | Módulo de elasticidade do aço   |
| $E_f$           | Módulo de elasticidade do GFRP  |
| $f_{ck}$        | Resistência característica do concreto à compressão                   |
| $f_{cd}$        | Resistência de cálculo do concreto à compressão                       |
| $f'_c$          | Resistência do concreto à compressão pela ACI 440.1R-15               |
| $f_{fu}^*$      | resistência à tração garantida da barra FRP                           |
| $f_{fu}$        | Resistência à tração de projeto para o FRP                            |
| $f_{yk}$        | Resistência característica ao escoamento do aço                       |
| $f_{yd}$        | Resistência de cálculo do aço ao escoamento                           |
| $h$             | Altura da viga  |
| $L$             | Comprimento efetivo da viga   |
| $M$             | Momento fletor  |
| $p$             | Carregamento distribuído total com valor característico               |
| $x$             | Profundidade da linha neutra  |
| $\lambda$       | Fator para conversão do diagrama parábola-retângulo em retangular     |
| $\alpha_c$      | Fator de fluência do concreto   |
| $\epsilon$      | Deformação  |
| $\epsilon_{c2}$ | Deformação que inicia o patamar de plastificação do concreto          |

|                    |  |
|--------------------|--|
| $\varepsilon_{cu}$ | Deformação última do concreto                              |
| $\varepsilon_{yd}$ | Deformação que inicia o patamar de escoamento do aço       |
| $\varepsilon_{fu}$ | Deformação última do FRP                                   |
| $\sigma$           | Tensão   |
| $\sigma_c$         | Tensão no concreto   |
| $\sigma_{cd}$      | Tensão de cálculo do concreto                              |
| $\sigma_{ct}$      | Tensão de tração no concreto                               |
| $\xi$              | Coeficiente para limitar a profundidade da linha neutra    |
| $\beta_1$          | Fator com dependência quanto à resistência do concreto     |
| $\emptyset$        | Diâmetro de uma barra                                      |
| $\phi$             | Fator de redução de resistência                            |
| $\rho_f$           | Taxa de armadura de FRP                                    |
| $\rho_{fb}$        | Taxa de FRP produzindo condições de deformação balanceadas |

## Análise numérica de vigas de concreto armadas com barras de GFRP submetidas à flexão simples: estudo comparativo.

**Numerical analysis of concrete beams reinforced with GFRP bars submitted to simple bending: comparative study**

**Douglas da Silva Cezário<sup>1</sup>**

---

### **RESUMO**

Tradições fazem parte de qualquer sociedade, de modo que o habitual pode ser algo muito difícil de abandonar-se, mesmo que apenas numa determinada situação. Na área da construção civil brasileira não é diferente, uma vez que o uso do concreto armado com barras de aço é extremamente predominante, podendo levar o setor a enfrentar problemas quando na escassez desse insumo. À vista disso, o presente trabalho propõe a análise da aplicação de um material alternativo para armadura de vigas, especificamente aquelas sob flexão simples, em que a fibra vítreia, na composição de barras de GFRP (*glass fiber reinforced polymer*), será verificada a fim de examinar o comportamento e contribuições desse material para aplicações em elementos de concreto armado. A ABNT NBR 6118:2014 fornece instruções de como o dimensionamento para barras de aço pode ser feito com segurança, porém, ainda não há uma norma brasileira que ceda métodos para que se possa utilizar o concreto armado com barras de compósitos poliméricos. Para essas aplicações, buscaram-se orientações em normas internacionais, como a ACI 440.1R:2015. Com isso, pôde-se examinar diversas propriedades que a fibra de vidro oferece ao compósito de resina, além de analisar o dimensionamento das vigas sob flexão simples armadas com GFRP, e compará-lo com aquele referente ao tradicional dimensionamento com barras de aço na mesma situação de projeto otimizado. Esse estudo comparativo foi realizado com o intuito de avaliar as semelhanças e diferenças entre as formas de se utilizar e dimensionar as barras constituídas por esses dois materiais, analisar as contribuições em termos de desempenho do elemento estrutural, além de aproveitar-se do aço como um parâmetro de comparação de custo. Assim, foi possível checar detalhes sobre um produto eficiente que deve expandir o leque de opções de insumos na construção civil brasileira.

**Palavras-chave:** concreto armado; aço; fibra de vidro; dimensionamento.

---

<sup>1</sup>Graduando em Engenharia Civil pela Universidade Federal de Pernambuco. E-mail: douglas.cezario@ufpe.br

## ABSTRACT

Traditions are part of any society, so the usual can be something very difficult to abandon, even if only in a certain situation. It is no different in the Brazilian civil construction area, since the use of reinforced concrete with steel bars is extremely predominant, allowing the sector to face problems when this input is scarce. In view of this, the present work proposes the analysis of the application of an alternative material for reinforcement of beams, specifically those under simple bending, in which the vitreous fiber, in the composition of GFRP bars (glass fiber reinforced polymer), will be verified in order to examine the behavior and contributions of this material for applications in reinforced concrete elements. ABNT NBR 6118:2014 provides instructions on how the dimensioning for steel bars can be done safely, however, there is still no Brazilian standard that provides methods for using reinforced concrete with polymer composite bars. For these applications, guidance was sought in international standards, such as ACI 440.1R:2015. With this, it was possible to examine several properties that fiberglass offers to the resin composite, in addition to analyzing the design of beams under simple bending reinforced with GFRP, and comparing it with that referring to the traditional design with steel bars in the same optimized design situation. This comparative study was carried out with the aim of evaluating the similarities and differences between the ways of using and sizing the bars established by these two materials, analyzing the contributions in terms of performance of the structural element, in addition to taking advantage of steel as a Cost comparison parameter. Thus, it was possible to check details about an efficient product that should expand the range of input options in Brazilian civil construction.

**Keywords:** reinforced concrete; steel; fiberglass; dimensioning.

---

**DATA DE APROVAÇÃO:** 12 de maio de 2023.

## 1 INTRODUÇÃO

Um dos aspectos mais interessantes na construção civil é a grande necessidade e constante procura por evolução dos métodos construtivos e, consequentemente, dos materiais a serem utilizados, buscando-se cada vez mais eficiência e economia numa obra. Para tal finalidade, segundo Pitakoutas (2002), são necessários vários estudos e investimentos, como no caso de estruturas de concreto armado, em que a adoção de qualquer novo tipo de reforço, como de compósitos poliméricos, requer o desenvolvimento da especificação do produto, padrões de teste para o dimensionamento, além de códigos de *design* prático, sendo um processo que pode levar muitos anos para ser concluído.

Como bem pontua Kaefer (1998), o uso do concreto simples, em sua natureza básica, remonta há milênios, percorrendo civilizações antigas como as da Suméria, Egito e Roma, até que chegar à sua forma moderna no século XVIII, com utilização de aglomerante hidráulico e agregados graúdo e miúdo, gerando um material de boa resistência à compressão e com grande disponibilidade. Mas havia um problema, esse elemento possui uma baixa resistência à tração, que varia entre 8 e 15% da sua resistência à compressão (Bastos, 2015).

Esse problema foi resolvido com a percepção de que o auxílio de barras metálicas traria capacidade de suportar maiores esforços de tração, surgindo assim o concreto armado. Desse momento em diante, o concreto vem a possuir um reforço geralmente composto por vergalhões de aço, dispostos de forma estratégica e engenhosa a fim de trazer eficiência à peça, possibilitando a execução de estruturas cada vez mais complexas e econômicas.

Por conseguinte, a utilização do concreto reforçado com barras de aço tornou-se tradicional e dominante. Porém, a constante procura por evolução e eficiência da construção civil faz demandar a busca e análise de outros materiais que possam oferecer um desempenho equivalente e que ofereçam vantagens em situações de projeto, desde que ofereçam segurança e conforto adequados para o sistema construtivo ao qual serão submetidos.

Um bom exemplo de elemento estrutural é a viga sob flexão simples que se encontra sujeita a esforços internos de compressão, tração e cortante simultaneamente, de modo a necessitar de barras de armadura longitudinais, dispostas de tal maneira que combatam todo o esforço de tração, e auxiliem na resistência à compressão nos casos de armadura dupla, além de necessitar de estribos devido às solicitações transversais existentes.

O período da pandemia da covid-19 foi considerado um momento de crise na construção civil, em que diversos insumos se tornaram escassos, elevando substancialmente o valor da obra, a exemplo do aço, alumínio e cobre (AKIRA, 2021). Isso mostra a necessidade de que se

haja um leque de diferentes opções a serem consideradas nesses momentos, algo que fuja do habitual.

Como exemplo, já tivemos vários estudos relacionados à aplicação de bambu no concreto, assim como dos materiais em FRP (polímero reforçado com fibras), definidos como uma matriz polimérica, termofixa ou termoplástica que é reforçada com uma fibra ou outro material de reforço para fornecer uma função de auxílio discernível em uma ou mais direções (ACI, 2007). Sendo que cada um desses insumos deve ser analisado em todas as aplicações possíveis dentro da engenharia, a fim de verificar a viabilidade de sua utilização, podendo trazer uma descoberta vantajosa ao setor.

Um deles é o GFRP (polímero reforçado com fibra de vidro), em que a fibra vítreia tem se mostrado predominante para muitas aplicações de engenharia civil, por causa de um equilíbrio econômico de custo e propriedades de resistência específicas (ACI, 2015). Sendo possível produzir barras que resistam à tração, conseguindo, portanto, auxiliar na composição de peças de concreto armado, de tal forma a ser uma das alternativas de opções junto ao aço em algumas situações de projeto, como em vigas, lajes e calçadas, sendo preciso avaliar as condições de sua utilização nos diferentes tipos de elementos estruturais isoladamente, com o intuito de observar-se todos os complexos detalhes envolvidos no dimensionamento em questão.

O caso em particular que foi analisado é, justamente, sobre a aplicação das barras de GFRP em vigas submetidas à flexão simples. Assim, o trabalho tem foco numa temática importante, que é a busca por processos cada vez mais eficientes no campo da construção civil, em que a menor chance de um material ser proveitoso para o setor merece a devida atenção.

Portanto, esse estudo buscou realizar um comparativo entre algumas propriedades físicas e mecânicas do aço e do GFRP, como no comportamento frente à corrosão e à tensão, além da forma como suas barras são dimensionadas para compor o concreto armado numa viga sob flexão simples, fazendo-se uso da ferramenta *solver* de otimização do *Microsoft Excel*. Para isso foram buscadas referências brasileiras e também internacionais, uma vez que para a situação referente ao aço utilizou-se da ABNT NBR 6118:2014, e na situação que envolve fibra de vidro a principal referência foi a ACI 440.1R:2015.

Vale ressaltar que esse trabalho não objetiva discutir sobre o GFRP como um substituto absoluto para o aço, em que a pretensão é estudar um material que poderia oferecer boas condições em sua utilização. Assim, a presente pesquisa traz uma certa contribuição ao tema, pois o empenho acadêmico em buscar informações sobre barras poliméricas fomenta a utilização de novos materiais no Brasil, visto que a diversidade de opções é algo muito importante para os processos construtivos.

## 2 METODOLOGIA

A princípio foram examinados alguns pontos essenciais que permitem dimensionar as vigas de concreto armado, utilizando barras passivas de aço, para que depois houvesse uma comparativo com a metodologia utilizada para as barras de GFRP, dado que os procedimentos são relativamente semelhantes, podendo fazer uma analogia bastante proveitosa.

O dimensionamento a partir do aço seguiu fielmente a ABNT NBR 6118:2014, em todos os cálculos desde o estado-limite último (ELU), como também as verificações do estado-limite de serviço (ELS). Para o cálculo com barras de GFRP foi seguida a ACI 440.1R:2015, uma norma do *American Concrete Institute*, a qual se trata de um guia para o projeto e construção de concreto estrutural reforçado com barras de FRP, publicada em 2015, além de outras referências internacionais que serão apresentadas a posteriori.

Embora as equações de dimensionamento não estejam presentes na metodologia, apenas os referenciais teóricos, todo um detalhamento de cálculo pode ser verificado nos apêndices. Isso porque foi utilizado o *PTC Mathcad Prime 6.0*, um *software* de cálculos matemáticos voltado à engenharia, o qual permitir que todas as equações sejam representadas da mesma forma como estão descritas em norma, possibilitando que haja um pleno entendimento dos cálculos mesmo por um leitor que desconheça o *software*. Logo, aproveitando-se dessa característica, dois algoritmos que foram elaborados para os dimensionamentos no *Mathcad* encontram-se nos apêndices A e B.

Dado que se pretendeu comparar o desempenho de ambos os materiais, viu-se que seria interessante fazer essa análise em situações de dimensionamento otimizado. Para tanto, utilizou-se um suplemento do *Microsoft Excel 2019*: o *Solver*, que, por meio do método *evolutionary*, permitiu a otimização de cada dimensionamento ao minimizar o valor de uma célula objetivo, que nesse caso foi o custo total da viga.

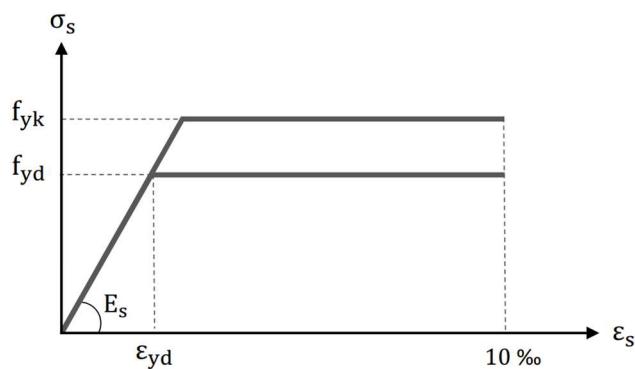
Primeiramente, um exemplo genérico foi desenvolvido no *Mathcad* tanto para o aço quanto para o GFRP (apêndices A e B), a fim de definir toda a formulação necessária, criando um passo a passo básico. Feito isso, tornou-se simples implementá-lo também no *Excel*.

As simbologias retiradas de cada norma foram mantidas consoante suas representações originais, ainda que se refiram à mesma grandeza, com o objetivo de manter uma certa individualidade entre os conceitos normativos nacionais e internacionais. Visto que a quantidade de símbolos utilizados foi grande, o significado de qualquer um deles, inclusive daqueles presentes nos algoritmos, segue disposto para consulta também nos apêndices A (barras de aço) e B (barras de GFRP), seguidos pelos exemplos de cálculo.

## 2.1 Propriedades das barras de aço

As características relacionadas ao aço foram obtidas da ABNT NBR 6118:2014, a qual fornece todas as propriedades mecânicas desse material que são essenciais ao dimensionamento. No item 8.3.6 da referida norma, é fornecido o diagrama tensão-deformação para o aço em armadura passiva, Figura 1, bem como a definição da resistência ao escoamento, tanto a característica ( $f_{yk}$ ) quanto a de projeto ( $f_{yd}$ ).

**Figura 1** – Diagrama simplificado tensão-deformação do aço em armadura passiva.



Fonte: adaptado de NBR 6118 (2014)

O módulo de elasticidade é uma grandeza física que representa a inclinação do trecho linear do diagrama, estando diretamente proporcional à resistência a deformações. A norma em questão define que, na falta de ensaios fornecidos pelo fabricante, pode-se assumir um módulo de elasticidade do aço ( $E_s$ ) igual a 210 GPa, valor que foi utilizado nesse estudo.

Já  $\varepsilon_{yd}$  representa a deformação que inicia o patamar de escoamento do aço, quantificando uma relação para sua ductilidade. Para evitar a presença de grandes fissuras na peça de concreto armado, o que facilitaria o processo de corrosão dos vergalhões, foi tomada uma deformação de ruptura idealizada em 10% ( $\varepsilon_{su}$ ), para aços em geral, o que se pode verificar também na Figura 1. As principais considerações utilizadas para esse reforço estão dispostas na Tabela 1, sendo o aço CA-50 tomado para as barras longitudinais e CA-60 para a armadura transversal.

**Tabela 1** – Valores de algumas propriedades das barras de reforço em aço.

| GRANDEZA                            | UNIDADE | AÇO CA-50 | AÇO CA-60 |
|-------------------------------------|---------|-----------|-----------|
| Tensão de escoamento nominal        | MPa     | 500       | 600       |
| Resistência característica à tração | MPa     | 500       | 600       |
| Módulo de elasticidade              | GPa     | 210       | 210       |
| Deformação de escoamento            | %       | 2,07      | 2,48      |
| Deformação de ruptura teórica       | %       | 10        | 10        |

Fonte: o autor (2023)

Além de verificar tais propriedades do aço, é importante que se considere um diâmetro nominal (DN) comercial, com sua respectiva área nominal (NA) e massa linear nominal (MLN), podendo ser encontrado na ABNT NBR 7480:1996, que trata de algumas padronizações de barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado, como pode-se verificar na Tabela 2.

**Tabela 2** – Características de algumas bitolas comerciais de barras de aço.

| DN (mm) | AN (mm <sup>2</sup> ) | MLN (kg/m) | f <sub>yk</sub> (MPa) |
|---------|-----------------------|------------|-----------------------|
| 5,0     | 19,6                  | 0,154      | 600                   |
| 6,3     | 31,2                  | 0,245      | 500                   |
| 8,0     | 50,3                  | 0,395      | 500                   |
| 10,0    | 78,5                  | 0,617      | 500                   |
| 12,5    | 122,7                 | 0,963      | 500                   |
| 16,0    | 201,1                 | 1,578      | 500                   |

Fonte: adaptado de NBR 7480 (1996)

## 2.2 Propriedades das barras de GFRP

No caso do GFRP, a matriz é formada por uma resina de polímero termoplástico, como a epóxi, que mantém as fibras no fixadas e influencia as propriedades físicas do produto final, sendo essa resina reforçada com fibra vítreia, a qual fornece resistência mecânica ao compósito (ACI, 2007).

Os vergalhões feitos com esse insumo, devido à resina polimérica, geralmente têm uma coloração amarelada, conforme se pode visualizar na Figura 2. Processos produtivos e diversos detalhes de seus componentes foram encontrados na ACI 440R:2007, que trata de características do FRP como reforço para estruturas de concreto.

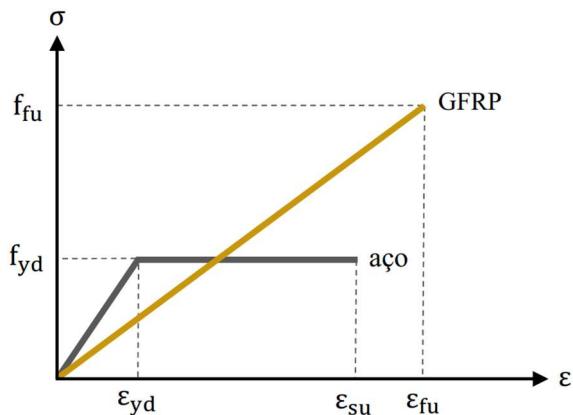
**Figura 2** – Aparência física das barras de GFRP.



Fonte: Dallegrave (2023)

Quanto as propriedades mecânicas, a Figura 3 apresenta um diagrama de tensão-deformação para o GFRP, com uma tensão última (f<sub>fu</sub>) que leva a uma deformação de ruptura (ε<sub>fu</sub>), sendo feita também uma comparação com o diagrama referente ao aço.

**Figura 3** – Diagrama tensão-deformação simplificado comparativo entre GFRP e aço.



Fonte: adaptado de FIB Bulletin 90, 2019

Na Figura 3, pode-se observar que o diagrama do aço apresenta patamar de escoamento que se inicia ao atingir a deformação  $\varepsilon_{yd}$ , porém não ocorre algo semelhante no caso do compósito polimérico, uma vez que este material não escoa, apresentando uma ruptura frágil, sendo essa uma das principais características que precisaram ser observadas durante os cálculos. Também, pode-se verificar que a inclinação da reta no diagrama do GFRP é inferior à inclinação do trecho linear referente ao aço, mostrando que este possui um módulo de elasticidade maior que aquele, grandeza essa que se refere ao coeficiente angular do diagrama elástico linear.

Resumindo-se, os principais valores considerados para o dimensionamento com GFRP estão dispostos na Tabela 3, a qual também permite fazer um comparativo com aqueles referentes ao aço CA-50 que foram apresentados na Tabela 1, notando-se que algumas propriedades vistas anteriormente não são aplicáveis (NAs) ao reforço polimérico.

**Tabela 3** – Valores utilizados para algumas propriedades das barras de reforço em GFRP e aço.

| GRANDEZA                            | UNIDADE            | GFRP | AÇO CA-50 |
|-------------------------------------|--------------------|------|-----------|
| Tensão de escoamento nominal        | MPa                | NA   | 500       |
| Resistência característica à tração | MPa                | 1200 | 500       |
| Módulo de elasticidade              | GPa                | 55   | 210       |
| Deformação de escoamento            | %                  | NA   | 2,07      |
| Deformação de ruptura teórica       | %                  | 20   | 10        |
| Densidade aproximada                | g·cm <sup>-3</sup> | 2,00 | 7,85      |

Fonte: o autor (2023)

A norma ACI 440.6M:2008 traz algumas definições de bitolas comerciais, além de exigir que cada uma delas possua um valor mínimo de resistência garantida à tração ( $f_{fu}^*$ ), conforme apresentado na Tabela 4.

**Tabela 4** – Características de algumas bitolas de barras de GFRP, conforme a ACI 440.6M:2008.

| NUMERAÇÃO | DN (mm) | AN (mm <sup>2</sup> ) | f <sub>fu</sub> * mín. (MPa) |
|-----------|---------|-----------------------|------------------------------|
| 6         | 6,4     | 32                    | 760                          |
| 10        | 9,5     | 71                    | 760                          |
| 13        | 12,7    | 129                   | 690                          |
| 16        | 15,9    | 199                   | 655                          |

Fonte: adaptado de ACI 440.6M (2008)

A fim de se buscar alguma referência nacional, foram utilizados dados da BRAFIB, uma empresa paranaense que fornece vergalhões de GFRP, disponibilizando em seu *site* informações que possibilitam o dimensionamento mediante normas internacionais. Na Tabela 5, mostram-se exemplos de diâmetros de barra e suas resistências correspondentes.

**Tabela 5** – Características de bitolas comerciais de GFRP no Brasil.

| DN (mm) | AN (mm <sup>2</sup> ) | MLN (kg/m) | f <sub>fu</sub> * (MPa) |
|---------|-----------------------|------------|-------------------------|
| 6,0     | 28,3                  | 0,054      | 1.200                   |
| 8,0     | 50,3                  | 0,094      | 1.200                   |
| 10,0    | 78,5                  | 0,145      | 1.200                   |
| 12,0    | 113,1                 | 0,200      | 1.200                   |
| 16,0    | 201,1                 | 0,356      | 1.200                   |

Fonte: adaptado de BRAFIB (2023)

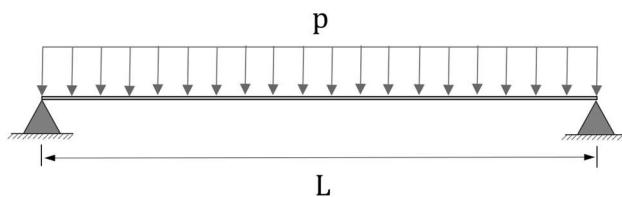
Vale notar que as resistências apresentadas na Tabela 5 obedecem aos valores mínimos de f<sub>fu</sub> \* exigidos pelas ACI 440.6M:2008 (Tabela 4). Logo, puderam ser utilizados nesse estudo. Além disso, foi a BRAFIB quem forneceu o valor de 55 GPa para o módulo de elasticidade das barras poliméricas (E<sub>f</sub>).

### 2.3 Modelo das vigas

A flexão simples é definida como a flexão sem força normal (Bastos, 2015), sendo um tipo de esforço onde um momento fletor age em conjunto com esforço cortante. Nesse trabalho utilizou-se um modelo simples de viga biapoiada e vão efetivo L, submetida a uma carga distribuída total p.

Desse modo, toda a viga se encontra sujeita a um momento fletor positivo atuando em conjunto com esforço cortante – flexão simples. Além disso, ambos os apoios são de segundo gênero (Figura 4) e considerados indeformáveis.

**Figura 4** – Modelo estrutural utilizado para as vigas.

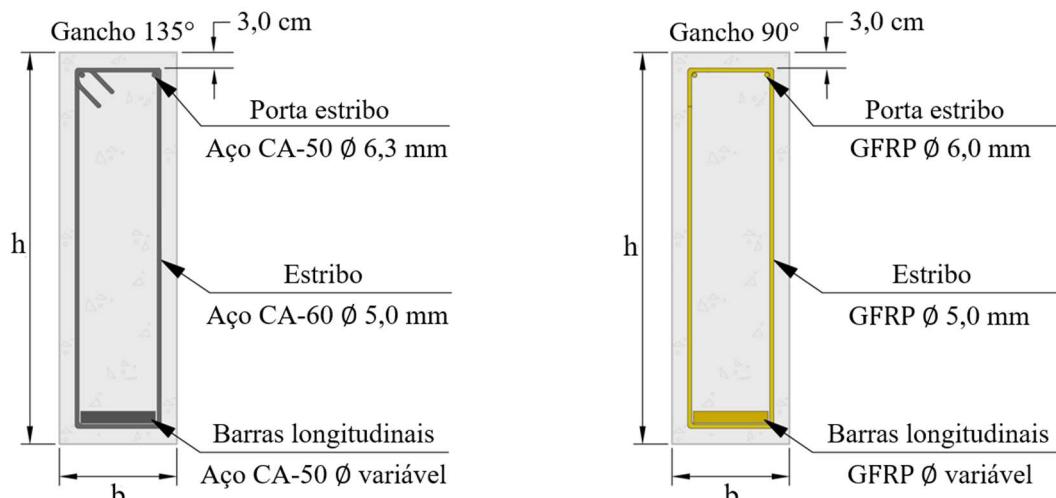


Fonte: o autor (2023)

Desse modo, nesse modelo de cálculo não foi considerada a presença de armadura longitudinal negativa com função estrutural, apenas armadura positiva, em que seus vergalhões têm comprimento correspondente a todo o vão da peça, não tendo sido considerada a decalagem dos gráficos de momento fletor.

A ancoragem dessas barras foi feita com aplicação de ganchos dobrados com ângulo reto. A seção transversal utilizada foi retangular, como ilustrado na Figura 5, a qual também exibe algumas considerações referentes aos diâmetros das barras para ambos os materiais.

**Figura 5** – Seções transversais das vigas com aço e com GFRP.



Fonte: adaptado de ANDRADE (2022)

Adotou-se um cobrimento de 3,0 cm para ambos os casos, correspondendo a um ambiente em classe de agressividade II, como indicado na Tabela 7.2 da ABNT NBR 6118:2014. Essa consideração foi feita com o objetivo de levar ao dimensionamento com GFRP uma definição relacionada às características ambientais brasileiras.

O momento fletor na transversal da viga pode ser decomposto em um binário de forças, provocando uma deformação no elemento, considerando que seções as transversais planas permanecem planas após a deformação, em conformidade com o item 17.2.2 da ABNT NBR 6118:2014.

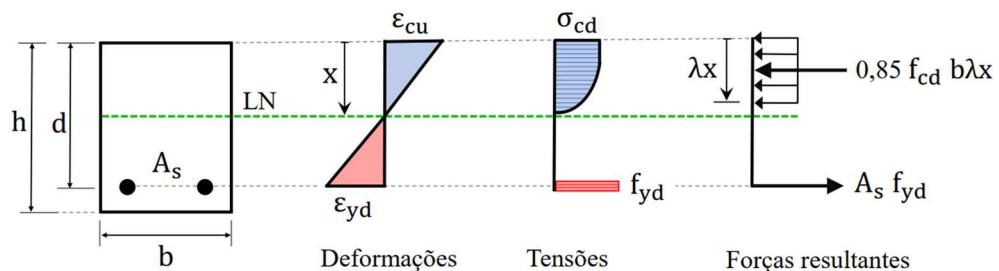
## 2.4 Parâmetros para dimensionamento pela ABNT NBR 6118:2014

As propriedades do concreto foram consideradas especificamente para aquele de classe até C50 (com  $f_{ck}$  de até 50 MPa), assim, qualquer coeficiente citado neste tópico é exclusivo para essa classe, concretos acima do C50 exigem outros valores e formulações específicas.

A circunstância na qual foi realizado o dimensionamento das vigas é chamado de “cálculo na ruptura”, ou seja, no estádio 3, em que a zona comprimida se encontra plastificada, e o concreto dessa região está na iminência do colapso (Pinheiro, 2007). Desse modo, a viga se encontra em uma situação de estado-limite último (ELU). Sendo a resistência do concreto à tração considerada irrelevante para o cálculo das barras longitudinais.

No Estádio 3, o diagrama de tensão para o concreto ( $\sigma_c$ ) é do tipo parábola-retângulo, admitindo-se uma deformação máxima no valor de  $\varepsilon_{cu}$  (3,5%), sendo a tensão última definida como 85% da resistência de cálculo à compressão do concreto ( $f_{cd}$ ). Para fins de projeto, a ABNT NBR 6118:2014 permitiu que o diagrama parábola-retângulo, de altura  $x$ , fosse convertido num diagrama retangular simplificado de altura  $\lambda x$  (com  $\lambda$  igual a 0,8) a fim de facilitar o cálculo da força resultante de compressão, o que está apresentado na Figura 6. Vale salientar que nesse trabalho será considerado apenas o dimensionamento com armadura simples (sem barras longitudinais com função estrutural na zona comprimida).

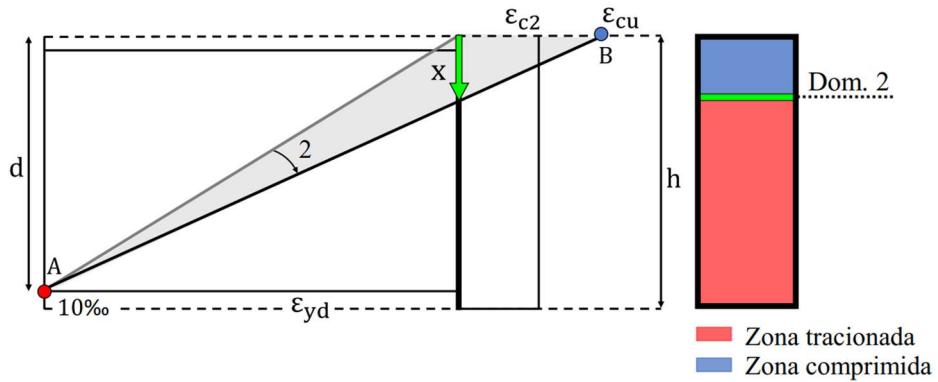
**Figura 6** – Situação da viga para dimensionamento utilizando-se armadura simples.



Fonte: adaptado de Bastos (2015)

Na norma em questão, apresentam-se as possíveis situações de ruptura e colapso do elemento estrutural de concreto armado, a dependendo do domínio de estado limite último (ELU) em que o mesmo se encontra. Todos os domínios e seus detalhes podem ser visualizados na Figura 17.1 da ABNT NBR 6118:2014. Sendo que para a flexão simples, as situações de ruptura estão relacionadas aos domínios 2, 3 ou 4. O domínio 2 está representado na Figura 11 pelo diagrama de deformação, no qual  $d$  representa a altura útil desse elemento, enquanto  $x$  está indicando a profundidade limite da LN no respectivo domínio.

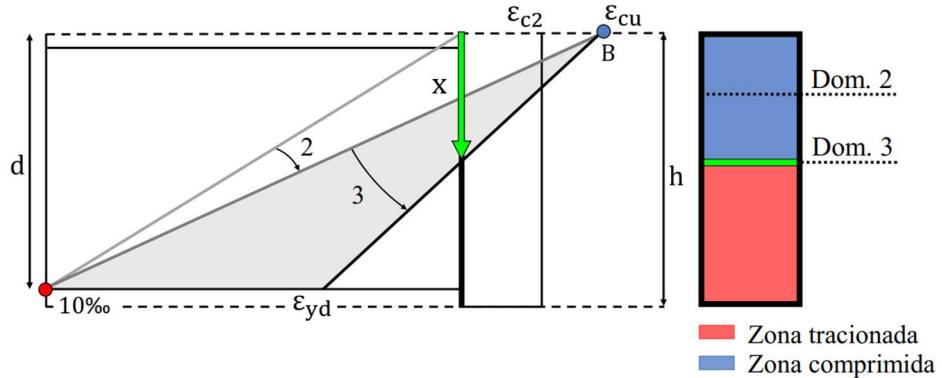
**Figura 7 – Domínio 2 de ELU de uma seção transversal.**



Fonte: adaptado de NBR 6118 (2014)

No domínio 2 o aço é aproveitado ao máximo, chegando à deformação limite de 10%, enquanto o concreto está comprimido num intervalo variável que pode chegar a  $\varepsilon_{cu}$ , sendo essa uma forma aceitável de se aproveitar os materiais, e que pode ser utilizada nesse trabalho para o dimensionamento na flexão. Já o domínio 3 pode ser visualizado na Figura 12, em que x atinge uma maior profundidade.

**Figura 8 – Domínio 3 de ELU de uma seção transversal.**



Fonte: adaptado de NBR 6118 (2014)

Nesse domínio 3, o concreto atinge seu valor máximo de deformação, enquanto o aço está numa situação de deformação que varia de  $\varepsilon_{yd}$  até 10%. Sendo assim, esse também é um domínio considerado aceitável para o dimensionamento, sendo um caso de peça normalmente armada.

Caso a profundidade da LN superasse o valor de x mostrado na Figura 12, aumentando a zona comprimida e saindo do domínio 3, surgiria um certo inconveniente, pois nessa situação a viga apresentaria uma ruptura frágil, uma vez que a deformação no aço não iria atingir o valor de escoamento ( $\varepsilon_{yd}$ ). Logo, na zona de tração não haveria grandes fissuras para aviso prévio de que o elemento estaria próximo do colapso. Portanto o domínio 4 não pode ser utilizado.

Assim a referida norma limitou a profundidade da LN para que de maneira alguma ela ultrapasse o domínio 3. Por isso, admitiu-se o valor máximo de  $x$  como sendo  $\xi d$ , com  $\xi$  igual a 0,45 para concretos de classes até C50, mantendo-se o aço sempre dentro do patamar de escoamento quando na ruptura.

## 2.5 Parâmetros para dimensionamento de viga armada com GFRP

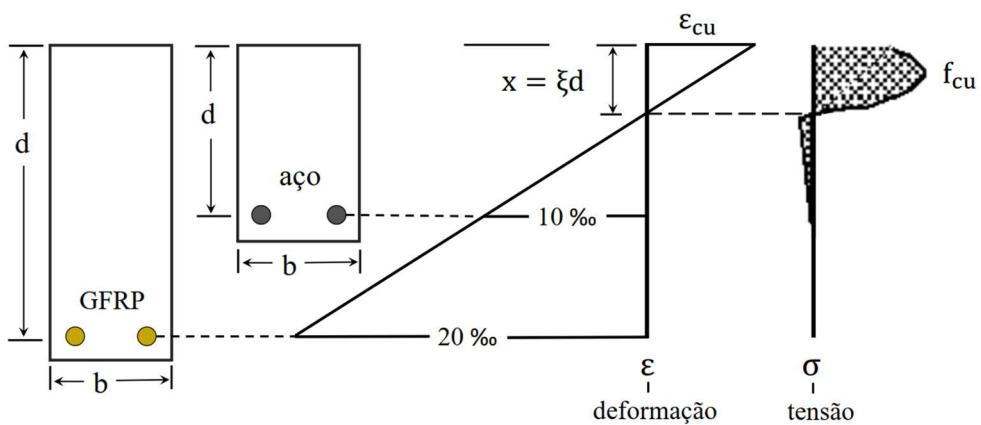
Para os propósitos de cálculo mediante o compósito polimérico utilizou-se principalmente a ACI 440.1R:2015, além das ACIs 318:2011, 440R:2007, 440.5:2008 e 440.6:2008. De modo análogo à situação das barras de aço, o cálculo visou garantir a segurança da estrutura quanto à ruptura (ELU) e também quanto ao desempenho em serviço (ELS).

O cálculo das deflexões fez uso do momento de fissuração para verificar a mesma condição que foi discutida para o estádio 2 do concreto, a fim de se obter um momento de inércia equivalente a uma seção da viga fissurada, estando o processo descrito na seção 7.3.2 da ACI 440.1R:2015.

Com uma deformação última de 20% no caso dos vergalhões poliméricos, foi possível levar em consideração uma abertura de fissuras de até 0,7 mm, quanto ao controle eficaz de trincas descrito na seção 7.3.1 da ACI 440.1R-15.

Como já foi discutido para o ELU no dimensionamento pela ABNT NBR 6118:2014, define-se um valor limite de  $x$  igual a  $0,45d$ . Já para materiais em FRP a profundidade da LN é menor que isso, como mostra a Figura 13. Entretanto, não é fixado um valor limite para essa grandeza, sendo algo semelhante ao domínio 3, mas sem apresentar escoamento da armadura de reforço devido à sua característica frágil.

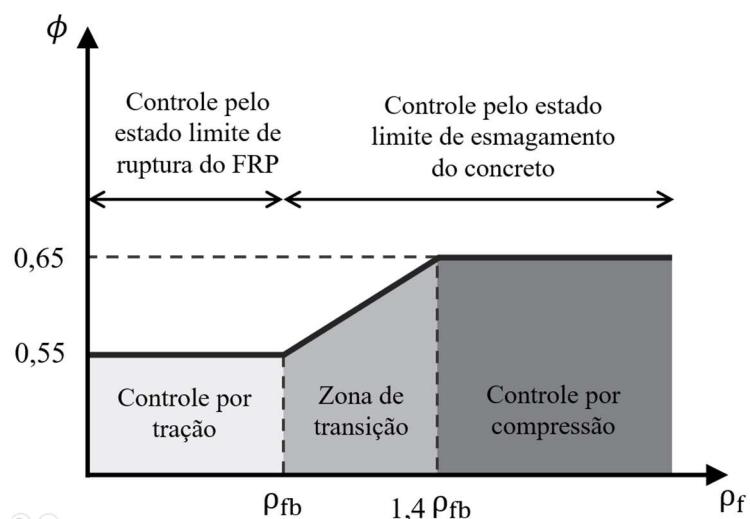
**Figura 9** – Distribuição das deformações para uma armadura de GFRP em comparação ao aço.



Fonte: adaptado de Pitakoutas (2002)

Em conformidade com o que se indica na ACI 440.1R:2015, para o caso do GFRP, tal valor de  $x$  foi obtido de modo que na iminência do colapso a ruptura se dê pelo esmagamento do concreto, preservando as barras. Para isso, foi necessário utilizar uma taxa de armadura ( $\rho_f$ ) que fosse pelo menos 40% maior que o valor de  $\rho_{fb}$  (taxa de armadura, produzindo condições de deformação balanceadas). Assim houve sempre o controle do ELU por compressão, que levou a um fator de redução de resistência de projeto ( $\phi$ ) de 0,65 – Figura 14. Esse fator serve para minorar a capacidade de resistência a momento fletor da viga em favor da segurança.

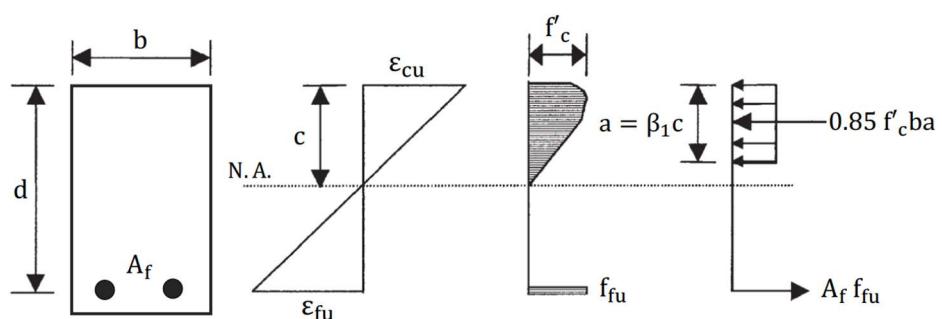
**Figura 10** – Fator de redução de resistência em função da taxa de armadura.



Fonte: adaptado de ACI 440.1R (2015)

Por segurança é indicado que se evite a zona de transição da figura anterior, para garantir que o controle da ruptura se dê pelo estado limite de esmagamento do concreto. Mesmo com essa diferença de ELU, o modelo de cálculo para barras de GFRP é semelhante ao daquelas em aço, como pode-se verificar nos diagramas exibidos na Figura 15.

**Figura 11** – Diagrama aproximado retangular para vergalhões de GFRP.



Fonte: ACI 440.1R (2015)

É bastante interessante notar a semelhança entre as Figuras 6 e 11, pois seus diagramas diferem apenas quanto à simbologia utilizada, ao passo que se referem às mesmas grandezas. Muitos detalhes relacionados ao dimensionamento com GFRP podem ser analisados consultando-se o Apêndice B, mas, resumindo-se, as principais considerações são:

- O ELU será controlado por compressão,  $\rho_f \geq 1,4\rho_{fb}$  (item 7.2.3 da ACI 440.1R:2015);
- A deformação última do concreto,  $\varepsilon_{cu}$ , é de 3% (item 3.3 da ACI 440.1R:2015);
- A deformação última das barras,  $\varepsilon_{fu}$ , foi de 20% (item 5.2 da ACI 440.R:2007);
- Seções planas permanecem planas após a deformação (item 7.2 da ACI 440.1R-2015);
- A resistência do concreto à tração é desconsiderada (item 7.2, da ACI 440.1R-2015);
- comportamento elástico linear das barras até o colapso (item 5.2 da ACI 440.R:2007);
- CE, fator de redução ambiental para concreto não exposto a terra e clima, igual a 0,8 (Tabela 6.2 da ACI 440.1R:2015);

## 2.6 Dimensionamento otimizado

O estudo desse trabalho não teve como foco principal a análise de técnicas de otimização. Porém, foram utilizadas ferramentas de otimização para elaboração mais eficaz e racionalizada de projetos de estruturas de concreto armado, enriquecendo a análise comparativa entre os dimensionamentos otimizados com os dois tipos de barras usadas para as armaduras. O modelo de seção transversal foi apresentado na Figura 5, ficando restrito as situações de projeto com armadura simples para os reforços longitudinais e pré-definidos os diâmetros das barras para os estribos e porta-estribos.

Para otimizar os cálculos foi utilizado o complemento *solver* do *Microsoft Excel 2019*, em que foi empregado o método *Evolutionary*, aplicado a problemas de otimização não lineares complexos (Correia e Bono, 2019), com uma precisão de  $10^{-6}$ , utilizando-se de “testes de hipóteses” para determinar uma solução ótima para o problema.

As variáveis de decisão foram as dimensões da seção transversal ( $b, h$ ), que foram repetidamente alteradas em milhares de iterações até que houvesse a otimização do dimensionamento, cujo objetivo foi determinar o menor custo total (CT), composto pela soma do custo da armadura (CA), custa do concreto (CC) e custo da fôrma (CF), cujas formulações aplicadas a um exemplo podem ser checadas nos Apêndices C e D. Assim, a função objetivo é dada pela Equação 1.

$$CT = CA + CC + CF \quad (1)$$

O custo da armadura refere-se às barras longitudinais de tração, porta estribos, de pele, além das barras de armadura transversal – estribos. Os custos com fôrma e concreto foram obtidos conforme as Equações 2 e 3 respectivamente, sendo  $C_c$  o custo unitário do  $m^3$  de concreto, enquanto  $C_f$  representa o custo unitário do  $m^2$  de fôrma, sendo que ambos podem ser consultados na Tabela 6, que logo será apresentada.

$$CC = C_c \cdot b \cdot h \cdot L \quad (2)$$

$$CF = C_f \cdot L \cdot (2h + b) \quad (3)$$

No *Excel* também foi preciso determinar as células de restrições do problema, para isso foram respeitados os limites de projeto impostos por norma tanto para o ELU quanto para o ELS, sendo essas restrições aplicadas sobre:

- Valor de  $x$  limitado a  $\xi_d$  para o reforço metálico (item 14.6.4.3 da NBR 6118:2014);
- ELU controlado por compressão para o reforço em GFRP (item 7.2.3 da ACI 440.1R:2015);
- Taxa mínima de armadura (itens 17.3.2.5 da NBR 6118:2014 e 7.2.1 da ACI 440.1R:2015);
- Espaçamento das barras (itens 18.3.2.2 da NBR 6118:2014 e 7.3.1 da ACI 440.1R:2015);
- Esforço cortante resistente (itens 18.3.3.2 da NBR 6118:2014 e 8.2 da ACI 440.1R:2015);
- Deformações excessivas (itens 17.3.2 da NBR 6118:2014 e 7.3.2 da ACI 440.1R:2015);
- Abertura de fissuras (itens 17.3.3.2 da NBR 6118:2014 e 7.3.1 da ACI 440.1R:2015).

Maiores detalhes e formulações sobre os procedimentos podem ser visualizados ao longo dos cálculos nos Apêndices A e B.

A otimização teve como objetivo minimizar os custos envolvidos na execução das vigas, com armadura, concreto e fôrma, entretanto, optou-se por desconsiderar o valor relacionado à mão de obra na montagem das armaduras, visto que os procedimentos são diferentes e no Brasil não há uma tabela de referência que contenha esse serviço para o reforço em GFRP.

A principal fonte de consulta de preços foi a tabela da SINAPI de Pernambuco, elaborada pela Caixa Econômica Federal, contendo os custos do concreto, aço e fôrma. Quanto ao GFRP, a BRAFIB forneceu os valores das barras utilizadas no dimensionamento. Todos os preços considerados estão dispostos na Tabela 6.

**Tabela 6** – Custos unitários dos materiais no mês de fevereiro de 2023.

| <b>AÇO</b>        |                    |                                   |
|-------------------|--------------------|-----------------------------------|
| <b>REFERÊNCIA</b> | <b>BITOLA (mm)</b> | <b>PREÇO (R\$·m<sup>-1</sup>)</b> |
| 92759 – SINAPI PE | 5,0                | 1,819                             |
| 92760 – SINAPI PE | 6,3                | 2,991                             |
| 92761 – SINAPI PE | 8,0                | 4,851                             |
| 92762 – SINAPI PE | 10,0               | 7,021                             |
| 92763 – SINAPI PE | 12,5               | 9,418                             |
| 92764 – SINAPI PE | 16,0               | 15,322                            |
| <b>GFRP</b>       |                    |                                   |
| <b>REFERÊNCIA</b> | <b>BITOLA (mm)</b> | <b>PREÇO (R\$·m<sup>-1</sup>)</b> |
| BRAFIB            | 5,0                | 1,995                             |
| BRAFIB            | 6,0                | 2,390                             |
| BRAFIB            | 8,0                | 3,990                             |
| BRAFIB            | 10,0               | 5,990                             |
| BRAFIB            | 12,0               | 7,990                             |
| BRAFIB            | 16,0               | 12,450                            |
| <b>CONCRETO</b>   |                    |                                   |
| <b>REFERÊNCIA</b> | <b>CLASSE</b>      | <b>PREÇO (R\$·m<sup>-3</sup>)</b> |
| 94964 – SINAPI PE | C20                | 475,33                            |
| 94965 – SINAPI PE | C25                | 490,73                            |
| 94966 – SINAPI PE | C30                | 505,99                            |
| SUPERMIX/Caruaru  | C35                | 558,00                            |
| 94967 – SINAPI PE | C40                | 573,40                            |
| <b>FÔRMA</b>      |                    |                                   |
| <b>REFERÊNCIA</b> | <b>MATERIAL</b>    | <b>PREÇO (R\$·m<sup>-2</sup>)</b> |
| 92448 – SINAPI PE | Madeira serrada    | 171,52                            |

Fonte: o autor (2023)

Para facilitar uma comparação entre os preços das barras por bitola a unidade de medida relacionada foi adaptada para R\$·m<sup>-1</sup>, visto que a densidade do GFRP é bem menor que a do aço, sendo que a tabela SINAPI apresenta tais valores em R\$·kg<sup>-1</sup>, os quais foram multiplicados pela MLN do vergalhão metálico correspondente à cada diâmetro.

Na Tabela 6, nota-se que foram utilizados os concretos de classes C20, C25, C30, C35 e C40, e para cada situação foram dimensionadas vigas com cinco valores de comprimento de vão livre: 3 m, 4 m, 5 m, 6 m e 7 m; para cada um desses comprimentos foram aplicados cinco valores de carga distribuída: 20 kN·m<sup>-1</sup>, 25 kN·m<sup>-1</sup>, 30 kN·m<sup>-1</sup>, 35 kN·m<sup>-1</sup> e 40 kN·m<sup>-1</sup>. Totalizando 125 casos analisados para cada um dos dois materiais, a fim de se examinar como o dimensionamento das vigas se comportaria em função da carga, do vão e do f<sub>ck</sub> do concreto.

Durante a otimização no *Excel*, o peso próprio de cada viga esteve referente às dimensões obtidas na iteração anterior, tendo seu valor atualizado constantemente, considerando-se um

peso específico para o concreto de  $25 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$  (Tabela 1 da ABNT NBR 6120:2019).

Acerca das seções transversais, foram aceitos valores inteiros em centímetros para suas dimensões, com uma largura mínima de 12 cm, seguindo-se o item 13.2.2 da ABNT NBR 6118:2014. Além disso, não foram adotadas limitações sobre questões arquitetônicas, como uma largura ou altura máxima. Sendo assim, o *solver* teve liberdade para encontrar as dimensões que levassem ao menor custo total, obedecendo apenas às regras definidas nas normas em questão.

A depender da altura da viga adicionou-se uma armadura de pele, em que para as barras de aço o procedimento deu-se consoante o item 17.3.5.2.3 da ABNT NBR 6118:2014, enquanto que para o GFRP houve conformidade com o item 10.6.7 da ACI 318:2011.

---

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Diversas semelhanças foram encontradas com a metodologia apresentada para o dimensionamento de cada material, principalmente na organização dos diagramas de tensões para realizar o equilíbrio de momento fletores e também nas verificações de ELS.

Entretanto, notou-se que seria impossível aplicar diretamente o GFRP às definições contidas na ABNT NBR 6118:2014, como simplesmente substituir o aço pelo polímero e utilizar as equações nela apresentadas, devido à diferença entre suas propriedades mecânicas. As análises foram feitas basicamente por meio de gráficos, mas duas tabelas com os principais dados obtidos estão dispostas nos Apêndices C e D, quanto ao aço e GFRP, respectivamente.

#### 3.1 Propriedades físicas e mecânicas

Conforme foi observado, o dimensionamento com vergalhões de aço tenta garantir que haja uma boa ductilidade, com escoamento do material em caso de ruptura iminente, pois na prática essas barras metálicas iriam se deformar bastante até que houvesse um colapso. Já no caso das barras de GFRP não há essa possibilidade, uma vez que esse material apresenta um comportamento elástico linear e frágil. Por isso, não se obteve um escoamento das barras poliméricas, algo que difere do concreto armado convencional que leva em consideração os domínios de ruptura 2 e 3, discutidos anteriormente.

No caso da ABNT NBR 6118:2014 exige-se que o ELU se dê no patamar de escoamento do aço, não necessariamente ocorrendo esmagamento do concreto. Daí surge a maior diferença

encontrada nas teorias de cálculo entre os dois materiais, porque, de maneira oposta, a ACI 340.1R-15 recomendou que o colapso fosse controlado pelo estado limite do concreto, com preservação da armadura, já que o aviso prévio fornecido pelo concreto comprimido seria mais visível quando na situação de ruptura da viga.

Um exemplo de impacto gerado pela característica frágil das barras é observado no detalhamento dos ganchos para fechamento dos estribos. Como pode-se observar no modelo de seção transversal, que foi exibido na Figura 5, os ganchos de aço tiveram fechamento com dobra de  $135^\circ$ , que é considerado mais eficiente, enquanto que para o GFRP isso não é permitido pela ACI 440.1R:2015, já que por se tratar de um material frágil a referida norma determina, em seu item 8.3, que a dobra desse gancho de estribo dever ser de  $90^\circ$ . Caso houvesse torsão na viga isso poderia ser um inconveniente, porém não é inapropriado para as análises de flexão simples.

Também foi observado um módulo de elasticidade relativamente baixo para o GFRP, 55 GPa, o que demandou certa atenção no ELS, para as análises de deformações excessivas.

Quanto à modelagem da armadura, assim como apresentado no capítulo 4 da ACI 440R:2007, as resinas termoplásticas tornam-se maleáveis quando aquecidas e podem ser modeladas enquanto estão em um estado semifluido aquecido, enrijecendo-se com o resfriamento. Desse modo, as barras de GFRP não são facilmente moldadas por um operário no canteiro de obras como é feito com os vergalhões de aço.

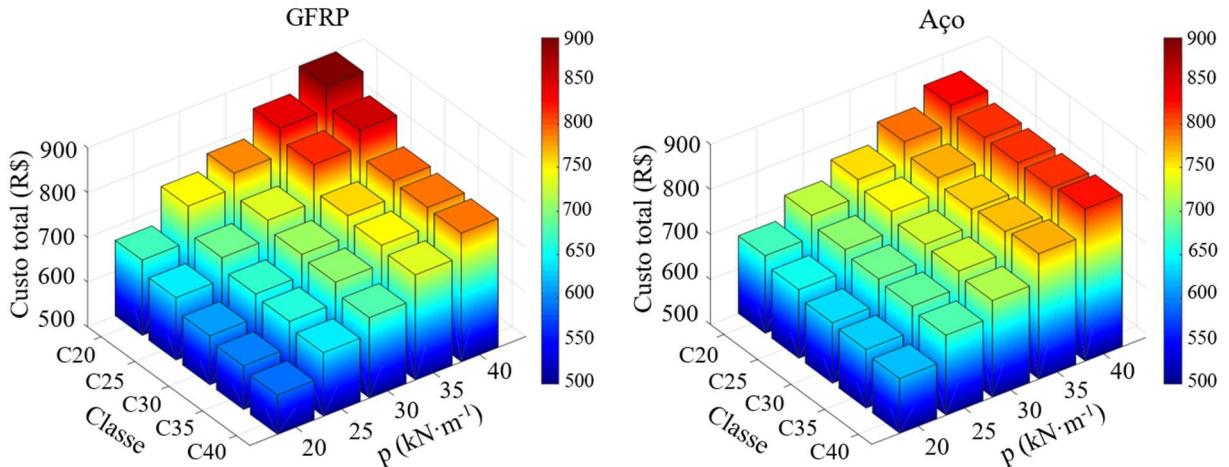
Já sobre as propriedades físicas, algo interessante foi notado em que, por se tratar de um compósito polimérico, o GFRP apresenta baixo peso específico, neutralidade eletromagnética e alta resistência à corrosão, ao passo que também apresenta alta resistência à tração, características interessas para o dimensionamento em questão.

### **3.2 Custo das vigas**

A análise foi feita sobre quatro grandezas: carregamento ( $p$ ), vão efetivo ( $L$ ), classe de resistência do concreto e custo (da armadura, concreto e fôrma). Por isso foi bastante utilizada a média aritmética em relação a uma das grandezas, ou ainda um exame quanto aos valores extremos de uma delas.

Na Figura 12 apresenta-se o custo total das vigas em função do carregamento e da classe de resistência do concreto para o vão de 3 m, enquanto a Tabela 7 mostra uma razão em porcentagem entre os custos do GFRP e do aço, para esse mesmo comprimento de vão.

**Figura 12** – Relação do custo total de execução para as vigas com vãos efetivos de 3 m.



Fonte: o autor (2023)

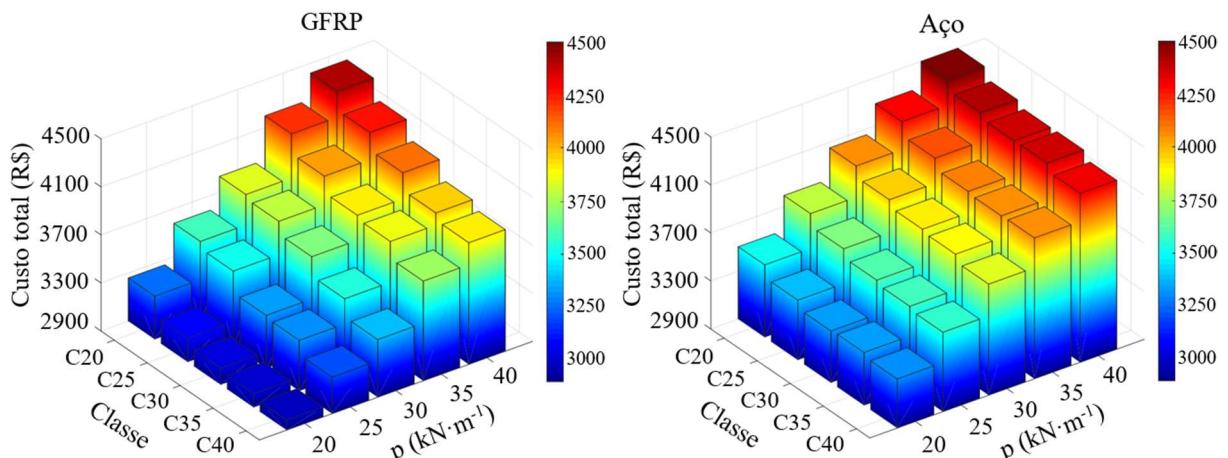
**Tabela 7** – Razão entre o custo total das vigas de GFRP e de aço para o vão de 3 m.

| L = 3 m                 |        |        |       |       |       |
|-------------------------|--------|--------|-------|-------|-------|
| p (kN·m <sup>-1</sup> ) | C20    | C25    | C30   | C35   | C40   |
| 20                      | 99,4%  | 98,0%  | 96,1% | 94,9% | 94,6% |
| 25                      | 103,7% | 98,2%  | 95,8% | 95,7% | 94,7% |
| 30                      | 102,7% | 98,1%  | 97,6% | 97,1% | 95,1% |
| 35                      | 104,5% | 104,4% | 98,7% | 96,6% | 94,4% |
| 40                      | 105,9% | 102,7% | 95,7% | 95,2% | 94,1% |

Fonte: o autor (2023)

Nota-se que o dimensionamento com GFRP mostrou resultados mais econômicos na maioria dos casos, havendo exceções apenas nas classes C20 e C25. A Figura 13 e Tabela 8 tratam da mesma análise, entretanto para o vão de 7 m.

**Figura 13** – Relação do custo total de execução para as vigas com vãos efetivos de 7 m.



Fonte: o autor (2023)

**Tabela 8** – Razão entre o custo total das vigas de GFRP e de aço para o vão de 7 m.

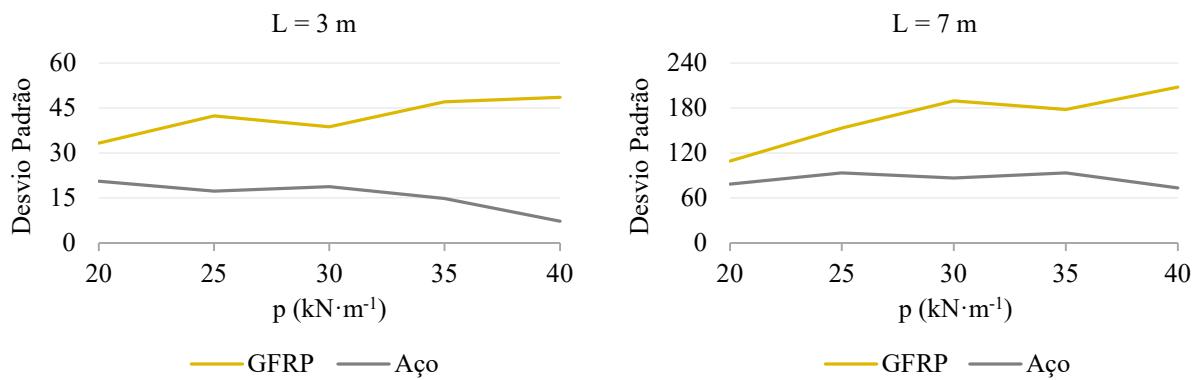
| $p$ ( $\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$ ) | $L = 7 \text{ m}$ |       |       |       |       |
|---|-------------------|-------|-------|-------|-------|
|   | C20               | C25   | C30   | C35   | C40   |
| 20                                      | 93,1%             | 91,2% | 91,2% | 90,3% | 90,2% |
| 25                                      | 94,3%             | 95,4% | 92,3% | 92,6% | 90,0% |
| 30                                      | 94,5%             | 95,9% | 94,6% | 90,9% | 88,4% |
| 35                                      | 98,0%             | 96,8% | 95,5% | 95,2% | 91,6% |
| 40                                      | 98,1%             | 96,6% | 94,3% | 90,9% | 90,9% |

Fonte: o autor (2023)

Nesse caso as vigas armadas com GFRP foram mais econômicas em todas as 25 situações, mostrando que maiores vão foram um tanto desfavoráveis ao dimensionamento com aço, devido principalmente às verificações de ELS.

Notou-se que as barras poliméricas geram maior economia conforme a resistência do concreto aumenta, em que um padrão de comportamento semelhante foi notado para os demais comprimentos de vão efetivo, frisando que todos os resultados podem ser verificados nas tabelas dos Apêndices C e D.

Além disso, observou-se uma maior variação de custo do GFRP que do aço quando se altera a classe do concreto. Essa relação foi verificada por uma análise de desvio padrão (Figura 14), em que para cada carregamento distribuído essa grandeza estatística quantificou a dispersão dos valores de custo total quanto à resistência do concreto à compressão, em função do carregamento aplicado aos vão de 3 m e 7 m.

**Figura 14** – Desvio padrão do custo total com relação às classes do concreto para os vão de 3 m e 7 m.

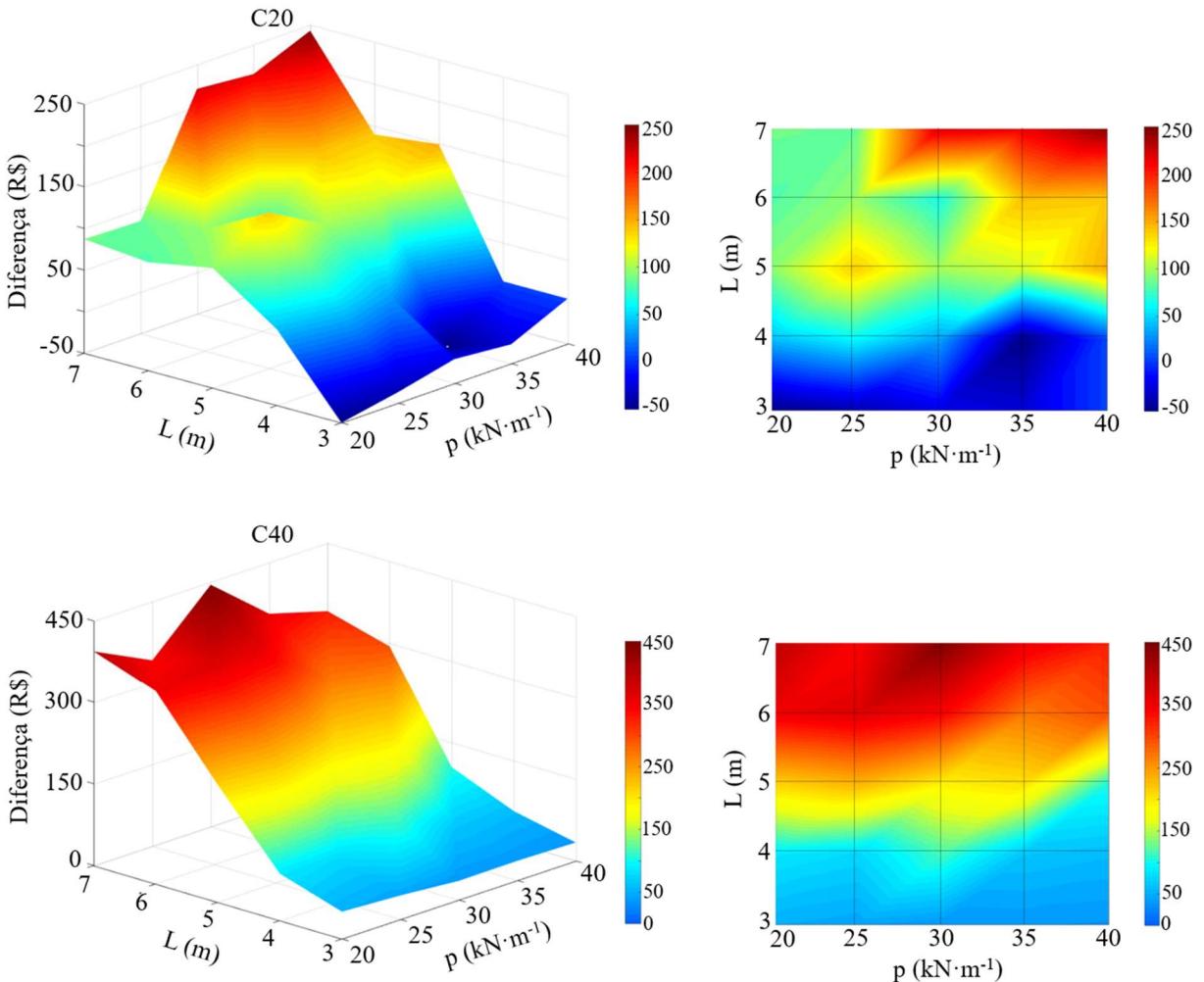
Fonte: o autor (2023)

Assim, confirma-se que a situação com GFRP apresentou maiores variações de custo quando a classe do concreto era alterada. Com isso notou-se algo interessante, porém já esperado: as vigas reforçadas com GFRP mostraram ter uma significativa relação com a resistência do

concreto, já que no caso desse polímero o controle de ELU da viga se deu pelo estado limite do concreto comprimido, mostrando-se mais econômico quando na utilização do concreto C40 que do C20 por exemplo.

Para aprofundar-se nessa análise, a Figura 15 exibe a diferença entre o custo total das vigas armadas com aço e com GFRP para as classes C20 e C40, em função do vão e do carregamento, possibilitando verificar a economia financeira que as barras poliméricas trariam nessa situação.

**Figura 15** – Diferença entre o custo total das vigas com aço e com GFRP para as classes C20 e C40.



Fonte: o autor (2023)

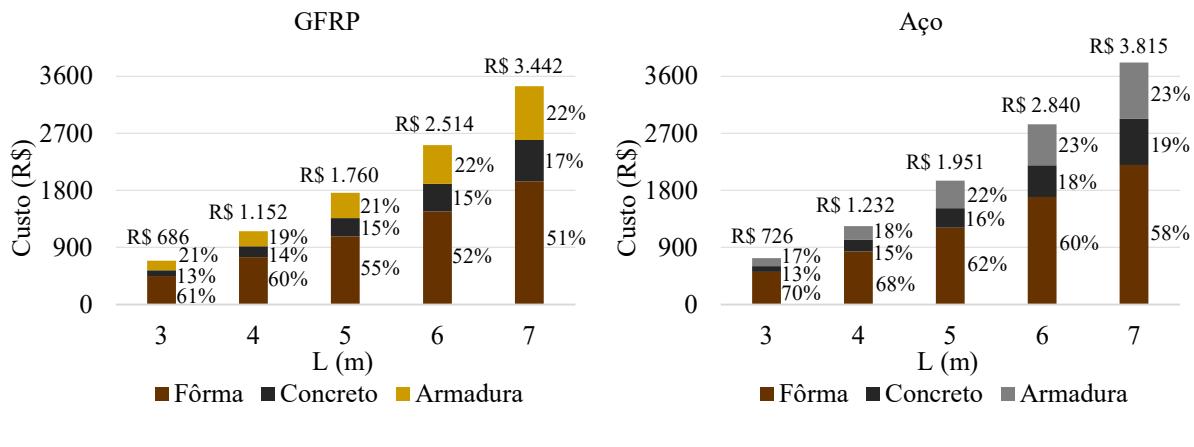
Observa-se que para o  $f_{ck}$  de 20 MPa houve valores negativos de diferença, em que o GFRP teria maior custo total, enquanto que para o  $f_{ck}$  de 40 MPa todos os valores de diferença foram positivos, ou seja, o aço gerou maior custo em todas as situações envolvendo a classe C40. Inclusive, observou-se que também há esse mesmo comportamento para as classes C30 e C35.

Ademais, percebe-se que com o aumento do vão efetivo torna o GFRP menos oneroso, fornecendo indícios novamente de que as verificações de ELS são, de certa forma,

desfavoráveis ao dimensionamento com armadura de aço.

Com os valores de mercado atual dos insumos, nessa situação, a fôrma acabou sendo o material mais dispendioso financeiramente, motivo pelo qual o *solver* buscou sempre reduzir ao máximo o perímetro da seção transversal de cada viga. Vale ressaltar que o custo das armaduras está subestimado, pois não foi levado em consideração o preço associado à mão de obra para montagem das mesmas, porém isso é algo de pequena relevância para os objetivos de comparação pretendidos. A Figura 16 exibe uma média dos custos em função do vão efetivo para o concreto C40.

**Figura 16** – Média do custo por tipo de material para  $f_{ck}$  de 40 MPa.



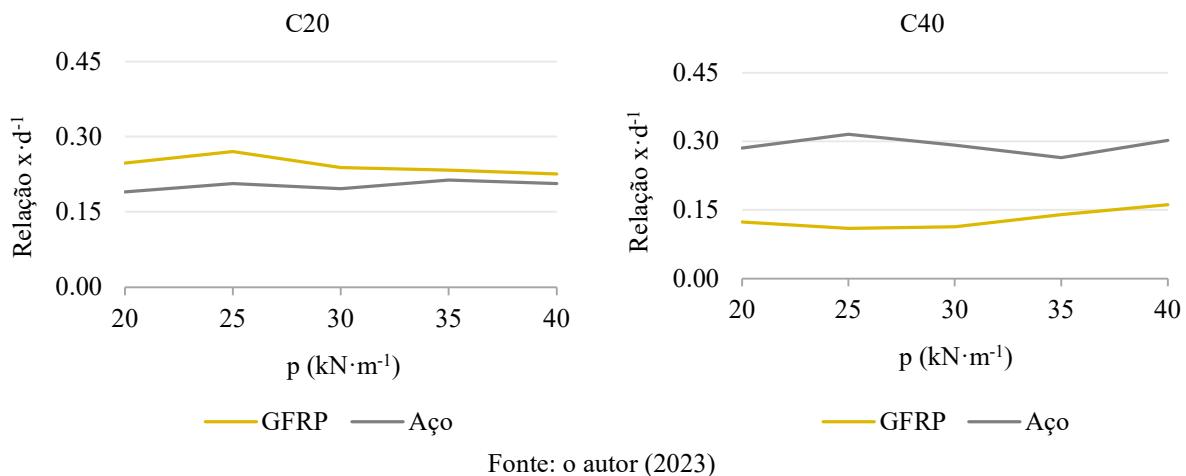
Fonte: o autor (2023)

Esse comportamento é semelhante para qualquer uma das classes de concreto verificadas. Ressaltasse que todos esses valores podem ser examinados na forma de tabela por meio dos Apêndices C e D, os quais contém os principais resultados para todos os 250 casos analisadas.

### 3.3 Linha neutra

Uma tendência lógica seria que a profundidade da LN nas vigas armadas com aço ficasse situada próxima ao limite ( $0,45d$ ), buscando-se menores valores de altura da seção transversal para a otimização, entretanto, existe a influência de que só foi utilizada armadura simples, então o *solver* procurou valores de altura  $h$  que dispensassem o uso de armadura dupla. Ademais, outras variáveis mostraram-se influentes, principalmente por causa das verificações de ELS, como uma altura ótima necessária para o controle de deformações. A fim de uma análise comparativa entre ambos os materiais, a Figura 17 exibe uma relação  $x \cdot d^{-1}$  para os valores extremos de resistência do concreto, 20 MPa e 40 MPa, aplicados ao vão efetivo de 3 m.

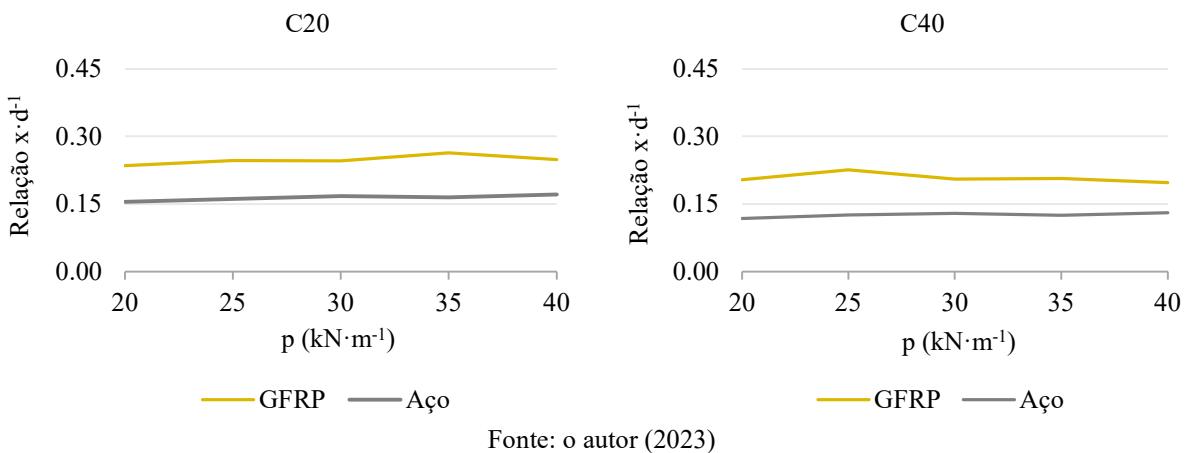
**Figura 17** – Relação  $x \cdot d^{-1}$  para as classes C20 e C40 quanto ao vão de 3 m.



Fonte: o autor (2023)

Pôde-se perceber que na maioria dos casos as vigas armadas com GFRP atingiram maiores valores de  $x$ , principalmente naquelas com grandes vãos livres, pois são mais impactadas pelas verificações de ELS, já que as vigas reforçadas com aço são menos tolerantes à abertura de fissuras, o que se confirma com uma análise da Figura 18, que se refere ao vão de 7 m.

**Figura 18** – Relação  $x \cdot d^{-1}$  para as classes C20 e C40 quanto ao vão L de 7 m.

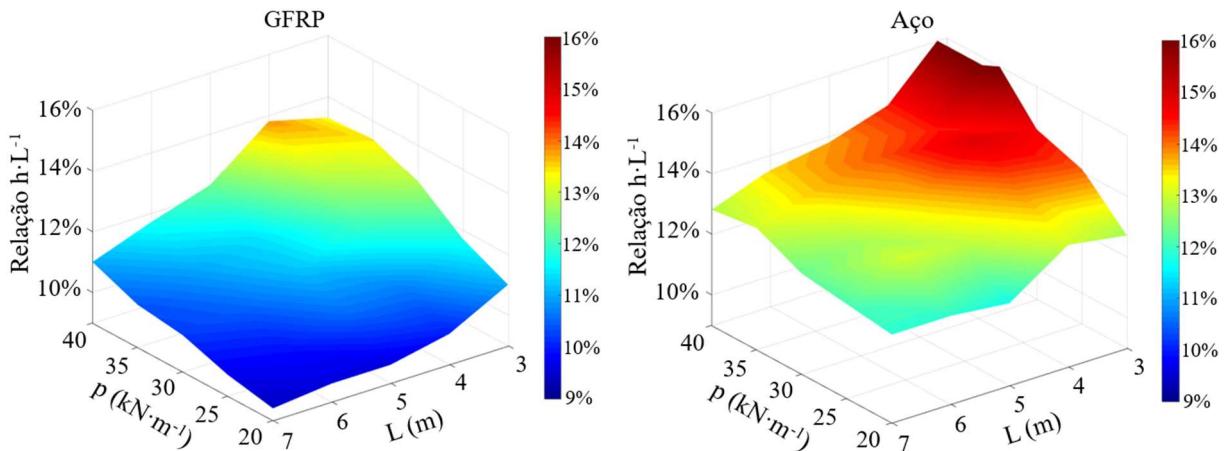


Fonte: o autor (2023)

### 3.4 Características geométricas

Um dos fatores que mais favoreceram o dimensionamento com GFRP foi sua tolerância à abertura de fissuras, que pode chegar a 0,7 mm, já as vigas armadas com aço limitam tal grandeza a 0,3 mm. Por isso, em geral, as vigas com GFRP exigiram menores valores de altura da seção transversal, tendo menos preocupação com deformações excessivas e fissuração do concreto. Nesse sentido, mostra-se na Figura 19 uma relação da média entre altura e comprimento quanto à resistência do concreto.

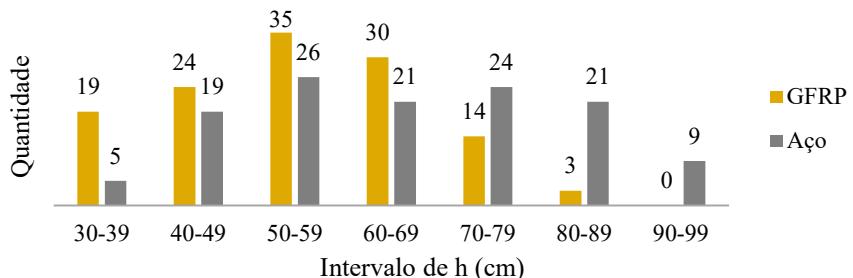
**Figura 19** – Relação média de  $h \cdot L^{-1}$  em função do vão e do carregamento.



Fonte: o autor (2023)

À vista disso, fica evidente que a armadura polimérica proporcionou menores alturas ótimas de seção, o que pode ser favorável em situações arquitetônicas que exijam tal característica, como para possibilitar a aplicação de um certo comprimento de pé direito num ambiente. Na Figura 20 são apresentados os intervalos em que as alturas das 250 vigas ficaram compreendidas, mostrando que os valores de algumas das vigas reforçadas com aço chegaram a ultrapassar 90 cm de altura.

**Figura 20** – Quantidade de vigas com altura compreendida em cada intervalo apresentado.

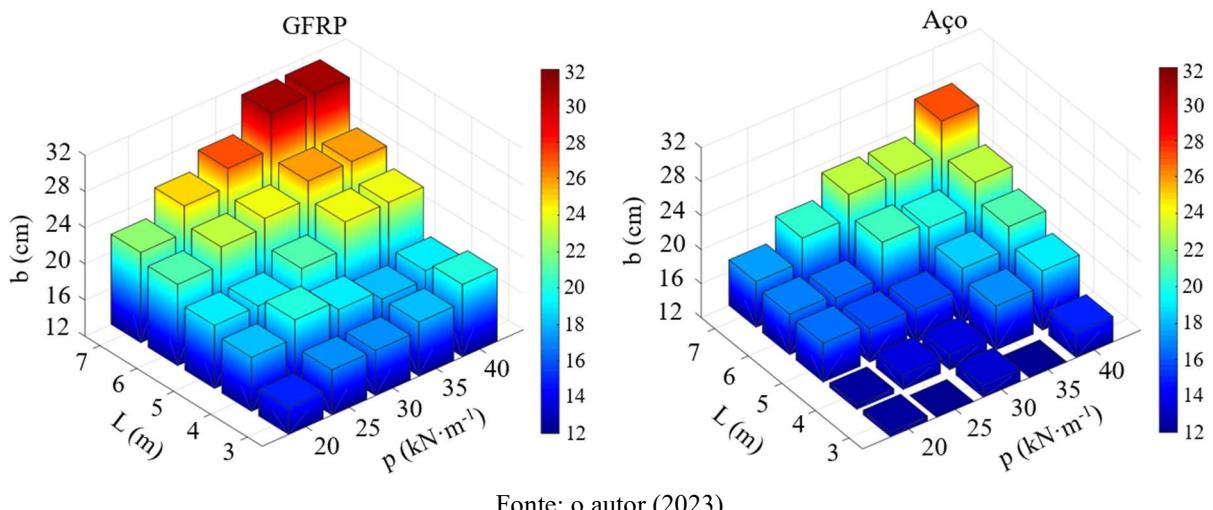


Fonte: o autor (2023)

Em contra partida, foi comum as vigas reforçadas com GFRP exigirem maiores valores de base ótima, devido à necessidade de se compensar a utilização de configurações de seção transversal com menores valores de altura.

Na Figura 21 retrata-se a distribuição de valores médios de largura das vigas, em que foi calculada uma média aritmética com relação às resistências do concreto, possibilitando uma análise gráfica.

**Figura 21** – valores médios de largura de base em dependência do vão e do carregamento.



Fonte: o autor (2023)

### 3.5 Armadura de reforço

Quanto à armadura, um dos pontos mais notáveis foi a leveza física das barras poliméricas, que contam com um valores típicos de densidade, a depender da composição do material, variando entre  $1,25 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$  e  $2,10 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$  (Tabela 4.1.1 da ACI 440.1R:2015), enquanto que tal grandeza para o aço é de  $7,85 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$  (ABNT NBR 7480:2007). Na Tabela 9 exibe-se graficamente uma relação média, em relação à classe do concreto, da massa total de armadura de reforço exigida para cada material, em que há uma notável diferença.

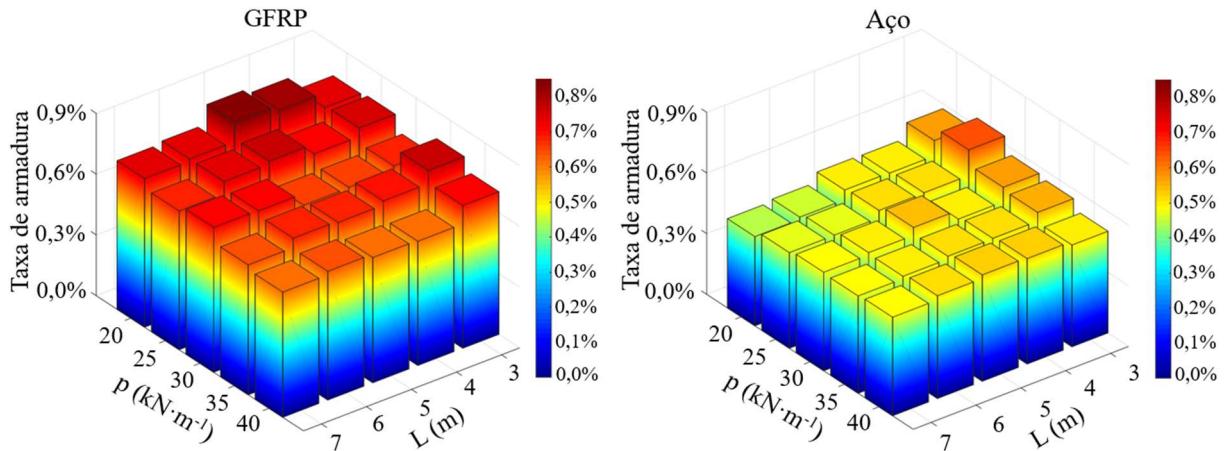
**Tabela 9** – Razão entre a média da massa das armaduras de GFRP e aço em função do vão e do carregamento.

| $p (\text{kN}\cdot\text{m}^{-1})$ | 3 m   | 4 m   | 5 m   | 6 m   | 7 m   |
|-----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 20                                | 31,5% | 41,0% | 35,1% | 32,2% | 32,9% |
| 25                                | 33,2% | 40,3% | 28,7% | 33,6% | 31,1% |
| 30                                | 31,1% | 33,5% | 27,5% | 29,2% | 30,8% |
| 35                                | 37,0% | 30,8% | 28,7% | 30,9% | 31,7% |
| 40                                | 35,8% | 27,5% | 25,7% | 27,8% | 28,4% |

Fonte: o autor (2023)

Conforme já citado, um dos principais objetivos do *Solver* acabou sendo reduzir o perímetro da seção, não necessariamente a sua área, visto que uma redução no consumo de fôrma geralmente era mais vantajosa do que uma redução no consumo de concreto por exemplo. Isso ficou evidente também numa análise da quantidade de reforço, porque embora o GFRP normalmente conduzisse para menores valores de custos totais, observaram-se maiores taxas de armadura, conforme apresentado na Figura 22.

**Figura 22** – Média da taxa de armadura em dependência do vão e carregamento das vigas.



Fonte: o autor (2023)

Ressalta-se que a taxa de armadura se refere somente às barras longitudinais de tração, não tendo sido levado em consideração as barras da armadura de pele. Inclusive, essa armadura foi um dos fatores que contribuiu para o aumento no custo das vigas reforçadas com aço, uma vez que apresentam maiores restrições a aberturas de fissuras para preservar os vergalhões com relação à corrosão, sendo exigida armadura de pele para vigas que resultaram em altura com valor a partir de 60 cm.

Já no caso das vigas reforçadas com GFRP, foi exigida armadura de pele para aquelas com altura a partir de 36 polegadas, aproximadamente 91 cm, sendo que nenhuma delas atingiu essa dimensão, conforme a Tabela 10.

**Tabela 10** – Quantidade de vigas que exigiram armadura de pele em função do vão.

| L (m) | AÇO | GFRP |
|-------|-----|------|
| 3     | 0   | 0    |
| 4     | 4   | 0    |
| 5     | 21  | 0    |
| 6     | 25  | 0    |
| 7     | 25  | 0    |

Fonte: o autor (2023)

Dessa forma, dos 125 casos de vigas armadas com aço, 75 delas necessitaram de armadura de pele, enquanto que das 125 vigas armadas com GFRP, nenhuma delas exigiu tal reforço, gerando economia financeira.

## 4 CONCLUSÕES

O estudo mostrou-se bastante proveitoso, sendo possível confirmar a possibilidade de se utilizar fibras de vidro como insumo de reforço para as vigas de concreto. Resumidamente, algumas conclusões importantes sobre as vigas armadas com GFRP são:

- Exigem maiores taxas de armadura do que aquelas reforçadas com aço, a fim de garantir que o controle de ELU se dê pelo esmagamento do concreto comprimido. Esse fato leva a uma forma de ruptura brusca da viga, o que pode ser tido como inconveniente quando comparado com o aço;
- A resina termoplástica tem comportamento frágil, com moldagem de curvaturas sendo feitas de maneira térmica no momento da produção, evitando-se dobras acentuadas, o que pode gerar dificuldades na execução de estribos que devem ser fechados com ganchos de 90°;
- As barras poliméricas têm pouquíssima corrosividade, algo favorável inclusive para obras em regiões costeiras e litorâneas, além de gerar uma maior tolerância à abertura de fissuras em relação às vigas armadas com barras de aço, raramente exigindo armadura de pele;
- O  $f_{ck}$  de 40 MPa foi mais eficiente que os demais analisados, reduzindo o custo total;
- A baixa densidade do material é notória, sendo entre 3 e 5 vezes mais leve que o aço, o que pode otimizar bastante o transporte das barras, diminuindo custos de entrega, facilitando o manuseamento das armaduras no canteiro de obras e reduzindo o peso próprio da estrutura;
- O GFRP é financeiramente menos oneroso que o aço, podendo reduzir o orçamento da obra.

O ponto que exige maior atenção durante o dimensionamento está no fato de haver ruptura frágil da peça, devendo o engenheiro calculista ter cuidado pra que no ELU as barras sejam preservadas, caso contrário o colapso da viga poderia se dar muito repentinamente. Quanto à armadura transversal, é comum uma solução de reforço misto, com barras longitudinais de GFRP e estribos em aço, sendo uma opção viável e interessante.

Contudo, por mais que haja estudos acadêmicos e ideias de execução desses elementos estruturais, é fundamental que nos próximos anos venha a ser publicada uma NBR sobre o uso dos materiais em FRP nas mais diversas aplicações. Logo, os calculistas iriam sentir-se mais confiáveis em garantir a segurança no dimensionamento, além de possibilitar sua aplicação em obras públicas, conforme a Lei nº 4.150/1962. Assim, o GFRP deverá estar cada vez mais presente na construção civil, fomentando ainda mais a busca pela evolução da engenharia.

## REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMA TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMA TÉCNICAS. **NBR 6120**: Ações para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro: ABNT, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMA TÉCNICAS. **NBR 7480**: Barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado. Rio de Janeiro: ABNT, 1996.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI COMMITTEE 318**: Building code requirements for reinforced concrete. Detroit, USA, 2011.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI COMMITTEE 440R**: State-of-Report on Fiber Reinforced Plastic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures. USA, 2007.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI COMMITTEE 440.1R**: Guide for the Design and Construction of Concrete Reinforced with FRP Bars. USA, 2015.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI COMMITTEE 440.5**: Specification for Construction with Fiber-Reinforced Polymer Reinforcing Bars. USA, 2008.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI COMMITTEE 440.6M**: Specification for Carbon and Glass Fiber-Reinforced Polymer Bar Materials for Concrete Reinforcement, USA, 2008.

AKIRA, Lucas Hashiguchi. **Impactos da pandemia de covid-19 no setor Econômico da construção civil: estudo de Caso**. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2021.

ANDRADE, Everton de Lima. **Estudo sobre a substituição de armadura metálica por barras de fibra de vidro em seções de vigas de concreto armado submetidas à flexão**. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2022.

BASTOS, Paulo. **Flexão normal simples - vigas**. Notas de aula. Bauru, São Paulo, 2015.

BRAFIB. **GFRP**. Disponível em <<https://brafib.com.br/gfrp/>> Acesso em 16 de mar. 2023.

CAIXA ECONÔMICA FEDERAL. **Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil – SINAPI – Referência de Preços e Custos, Pernambuco**. Disponível em:< [https://www.caixa.gov.br/site/Paginas/downloads.aspx#categoria\\_653](https://www.caixa.gov.br/site/Paginas/downloads.aspx#categoria_653)> Acesso em: 12 de fev. de 2023.

CORREIA, Rubens Silva; BONO, Giuliana Franca; BONO, Gustavo. **Otimização de vigas de concreto armado utilizando a ferramenta solver**. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais. Caruaru, 2019.

DALLEGRAVE. **Verga fibra.** Disponível em <<https://www.dallegravevergafibra.com.br/>> Acesso em 16 de mar. 2023.

KAEFER, Luís Fernando. **A evolução do concreto armado.** PEF 5707 – Concepção, Projeto e Realização das estruturas: aspectos históricos. São Paulo, 1998.

PINHEIRO, L. M. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios.** São Carlos, EESC-USP, 2007.

PITAKOUTAS, K.; NEOCLEOUS, K.; GUADAGNINI, M. (2002). **Design Philosophy Issues of Fiber Reinforced Polymer Reinforced Concrete Structures.** Journal of Composites for Construction, v. 06, n. 2.

## APÊNDICE A

Esse apêndice contém os símbolos utilizados para o dimensionamento da viga de concreto utilizando-se barras de aço, por meio da ABNT NBR 6118:2014, seguindo-se pelo algoritmo que foi elaborado no *Mathcad*, servindo de base para a implementação no *Excel*.

|               |   |
|---------------|---|
| $A_s$         | Área da seção transversal da armadura longitudinal de aço tracionado                                    |
| $A_c$         | Área da seção bruta de concreto   |
| $b$           | Largura da viga   |
| $C$           | Cobrimento do concreto  |
| $H$           | Altura da viga  |
| $d$           | Altura útil da viga   |
| $d'$          | Distância entre o centro de gravidade da barra longitudinal de tração e o bordo mais tracionado da viga |
| $I_c$         | Momento de inércia da seção bruta de concreto   |
| $L$           | Comprimento da viga   |
| $f_{ck}$      | Resistência característica do concreto à compressão   |
| $f_{cd}$      | Resistência de cálculo do concreto à compressão   |
| $f_{ct}$      | Resistência do concreto à tração  |
| $f_{ctm}$     | Resistência média do concreto à tração  |
| $f_{ctk.inf}$ | Resistência característica inferior do concreto à tração  |
| $f_{ctk.sup}$ | Resistência característica superior do concreto à tração  |
| $f_{yk}$      | Resistência característica ao escoamento do aço   |
| $f_{yd}$      | Resistência de cálculo do aço ao escoamento   |
| $E_{ci}$      | Módulo de elasticidade inicial do concreto  |
| $E_{cs}$      | Módulo de elasticidade secante do concreto  |
| $E_s$         | Módulo de elasticidade do aço   |
| $EI$          | Rigidez   |

|             |   |
|-------------|---|
| I           | Momento de inércia  |
| h           | altura da viga  |
| $h_{fic}$   | altura fictícia   |
| M           | Momento fletor  |
| $M_k$       | Momento fletor característico   |
| $M_d$       | Momento fletor de cálculo   |
| $M_r$       | Momento de fissuração   |
| N           | Quantidade de barras  |
| P           | Carregamento distribuído total com valor característico   |
| T           | idade fictícia do concreto no instante considerado, expressa em dias  |
| $t_0$       | idade fictícia do concreto ao ser feito o carregamento único, expressa em dias  |
| $V_k$       | Esforço cortante característico   |
| X           | Profundidade da linha neutra  |
| $x_{II}$    | Profundidade da linha neutra da peça no estádio 2   |
| $x_{23lim}$ | Profundidade limite da linha neutra para o domínio 2  |
| $x_{34lim}$ | Profundidade limite da linha neutra para o domínio 3  |
| W           | Abertura de fissura   |
| $\lambda$   | Fator para conversão do diagrama parábola-retângulo em retangular, tido como 0,8 para concretos de classes até C50        |
| $\phi$      | Diâmetro de barra   |
| $\varphi_a$ | Coeficiente de fluência rápida  |
| $\alpha_c$  | Fator de fluência do concreto, 0,85 para concretos de classes até C50   |
| $\alpha_E$  | Coeficiente relacionado ao tipo de agregado do concreto   |
| $\alpha_i$  | Coeficiente para cálculo do módulo de elasticidade inicial do concreto  |
| $\gamma_c$  | fator de segurança para redução teórica da resistência característica do concreto (1,4 para concretos de classes até C50) |

|                 |   |
|-----------------|---|
| $\gamma_s$      | fator de segurança para redução teórica da resistência característica do aço (1,15 para concretos de classes até C50) |
| $\epsilon$      | Deformação  |
| $\epsilon_{c2}$ | Deformação que inicia o patamar de plastificação do concreto  |
| $\epsilon_{cu}$ | Deformação última do concreto   |
| $\epsilon_{yd}$ | Deformação que inicia o patamar de escoamento do aço  |
| $\sigma$        | Tensão  |
| $\sigma_c$      | Tensão no concreto  |
| $\sigma_{cc}$   | Tensão de compressão no concreto  |
| $\sigma_{cd}$   | Tensão de cálculo do concreto   |
| $\sigma_{ct}$   | Tensão de tração no concreto  |
| $\xi$           | Coeficiente para limitar a profundidade da linha neutra, equivalente a 0,45 para concretos de classes até C50.        |

## 1. Determinação da área de aço das barras longitudinais de tração

Os valores iniciais são:

$$\begin{aligned} L &:= 5 \text{ m} && \text{vôo efetivo} \\ C35 & && \text{classe do concreto} \\ p_k &:= 30 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1} && \text{carregamento distribuído} \end{aligned}$$

$$M_k := \frac{p_k \cdot L^2}{8} = 93.75 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \text{momento fletor característico}$$

O momento fletor de projeto é obtido considerando-se uma combinação última normal:

$$M_d := 1.4 \cdot M_k = 131.25 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Para concretos de classes até C50 são definidas as seguintes constantes:

$$\begin{aligned} \lambda &:= 0.8 && \text{coeficiente para adaptação do diagrama de tensões parábola-retângulo} \\ a_c &:= 0.85 && \text{coeficiente para redução da resistência do concreto devido à fluência} \\ \xi &:= 0.45 && \text{coeficiente que limita a profundidade da linha neutra} \\ \gamma_c &:= 1.4 && \text{coeficiente de redução da resistência característica do concreto} \end{aligned}$$

Enquanto que para o aço tem-se:

$$\gamma_s := 1.15 \quad \text{coeficiente de redução da resistência característica do aço.}$$

Agora deve ser calculada a resistência de projeto do concreto à compressão ( $f_{cd}$ ):

$$f_{ck} := 35 \text{ MPa}$$

$$f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 25 \text{ MPa} \quad \text{resistência de cálculo do concreto à compressão}$$

É necessário definir valores para a base (b) e para a altura (h) da seção transversal, no *Excel* tais valores serão otimizados por meio de milhares de iterações.

$$b := 16 \text{ cm}$$

$$h := 65 \text{ cm}$$

Para uma classe de agressividade 2:

$$c := 3 \text{ cm} \quad \text{cobrimento}$$

$$\phi_{estribo} := 5 \text{ mm} \quad \text{diâmetro do estribo}$$

$$\phi_{long} := 10 \text{ mm} \quad \text{diâmetro de barra longitudinal utilizado para pré-dimensionamento}$$

Agora calcula-se a distância da borda mais tracionada até o centro de gravidade de um barra longitudinal ( $d'$ )

$$d' := c + \phi_{estribo} + \frac{\phi_{long}}{2} = 4 \text{ cm}$$

$$d := h - d' = 61 \text{ cm} \quad \text{altura útil}$$

Já é possível calcular a profundidade da linha neutra (x), que é obtida por meio de um somatório de momentos fletores no esquema que foi apresentado na Figura 10:

$$x := \frac{d}{\lambda} \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 M_d}{\alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2}} \right) = 8.37 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = 0.14 \quad \frac{x}{d} \leq \xi = 0.45 \quad \text{para garantir boas condições de ductilidade do aço}$$

$$x = 8.37 \text{ cm}$$

$$x_{23\text{lim}} := 0.259 \text{ d} = 15.8 \text{ cm} \quad \text{limite entre os domínios 2 e 3}$$

$$x_{34\text{lim}} := 0.628 \text{ d} = 38.31 \text{ cm} \quad \text{limite entre os domínios 3 e 4}$$

$$x < x_{23\text{lim}}$$

Portanto a viga está trabalhando no domínio 2.

$$\text{CA - 50} \quad f_{yk} := 500 \text{ MPa} \quad E_s := 210 \text{ GPa}$$

$$f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 434.78 \text{ MPa} \quad \text{resistência de cálculo do concreto à compressão}$$

$$A_{s,\text{calc}} := \frac{\alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda \cdot x}{f_{yd}} = 5.24 \text{ cm}^2 \quad \text{área de aço calculada}$$

A taxa mínima de armadura para  $f_{ck}$  de 35 MPa é 0.164%

$\rho_{min} := 0.164\%$  taxa mínima de armadura

$A_c := b \cdot h = 1040 \text{ cm}^2$  área da seção bruta de concreto

$A_{s,min} := \rho_{min} \cdot A_c = 1.71 \text{ cm}^2$  área de aço mínima

$A_s := \max(A_{s,calc}, A_{s,min}) = 5.24 \text{ cm}^2$  área de aço necessário

$\phi := 16 \text{ mm}$  diâmetro da barra longitudinal de tração

$A_\phi := \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} = 2.01 \text{ cm}^2$  área da seção de uma barra

$N := \text{ceil} \left( \frac{A_s}{A_\phi} \right) = 3$  número de barras longitudinais de tração

$A_s := N \cdot A_\phi = 6.03 \text{ cm}^2$  área de aço efetiva

- Checando o espaçamento (s) das barras

6118/14, item 18.3.2.2

$s = \frac{b - 2 \cdot (c + 5 \text{ mm})}{N - 1} = 4.5 \text{ cm}$  espaçamento entre as barras longitudinais de tração

Para um agregado graúdo de 19 mm, o espaçamento mínimo ( $s_{min}$ ) será de:

$\phi = 16 \text{ mm}$

$1.2 \cdot 19 \text{ mm} = 23 \text{ mm}$

$s_{min} = \max(20 \text{ mm}, \phi, 23 \text{ mm}) = 2.3 \text{ cm}$   $s = 4.5 \text{ cm}$

$s > s_{min}$  OK

$L_{long} := L + 2 \cdot (8 \cdot d_b) = 5.26 \text{ m}$  comprimento das barras longitudinais de tração

- Custo da armadura longitudinal de tração

$C_{\phi 1.0} := 15.322 \text{ m}^{-1}$  custo da barra de aço 16.0 mm, expresso em R\$/m

$C_{long} := N \cdot C_{\phi 16.0} \cdot L_{long} = 241.6$  custo da armadura longitudinal em R\$

## 2. Armadura de pele

6118/14, item 17.3.5.2

Armadura de pele é exigida para valores de  $h$  de pelo menos 60 cm.

$h = 65 \text{ cm}$

$A_c = 1040 \text{ cm}^2$  área da seção de concreto da alma

$A_{min} = 0.1\% \cdot A_c = 1.04 \text{ cm}^2$  área mínima de armadura de pele

$$s_{\max} := 20 \text{ cm} \quad \text{espaçamento máximo}$$

$$\phi_{\text{pele}} := 6.3 \text{ mm}$$

$$N_{\text{pele}} := 2 \cdot \text{ceil} \left( \frac{h}{s_{\max}} \right) = 8 \quad \text{número de barras}$$

$$A_{\text{pele}} := N_{\text{pele}} \cdot \frac{\pi \cdot \phi_{\text{pele}}^2}{4} = 2.49 \text{ cm}^2 \quad \text{área efetiva superior à mínima}$$

- Custo da armadura de pele:

$$C_{\phi 6.3} := 2.991 \text{ m}^{-1} \quad \text{custo da barra de aço 6.3 mm expresso em R$/m}$$

$$C_{\text{pele}} := N_{\text{pele}} \cdot C_{\phi 6.3} \cdot L = 119.64 \quad \text{custo da armadura de pele em R$}$$

### 3. Verificação de deformações excessivas

6118/14, item 17.3.2

- Módulo de elasticidade do concreto

6118/14, item 8.2.8

concreto C35

$$f_{ck} := 35 \text{ MPa} \quad \text{resistência característica do concreto à compressão}$$

$$f_{ck,aux} := f_{ck} \cdot \text{MPa}^{-1} = 35 \quad \text{para auxiliar onde o fck deve ser adimensional}$$

$$\alpha_E := 1.0 \quad \text{coeficiente para agregado em granito}$$

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}$$

$$E_{ci} := \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck,aux}} \cdot \text{MPa} = 33130 \text{ MPa}$$

$$\alpha_i := 0.8 + 0.2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1 \quad \text{coeficiente com fck em MPa}$$

$$\alpha_i := \begin{cases} \text{if } aux < 1 \\ \quad aux \\ \text{else} \\ \quad 1 \end{cases} = 0.89$$

$$E_{cs} := \alpha_i \cdot E_{ci} = 29402.92 \text{ MPa} \quad \text{módulo de elasticidade secante}$$

- Resistência à tração do concreto

$$f_{ctm} := 0.3 f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad \text{resistência média do concreto à tração com fck em MPa}$$

$$f_{ctm} := 0.3(f_{ck,aux})^{\frac{2}{3}} \cdot \text{MPa} \quad \text{resistência média do concreto à tração com } f_{ck} \text{ em MPa}$$

$$f_{ctk,inf} := 0.7 \cdot f_{ctm} = 2.25 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk,sup} := 1.3 \cdot f_{ctm} = 4.17 \text{ MPa}$$

- Idade do concreto em análise

$$t_{carregamento} = 28 \text{ dias} \quad t_{avaliação} = 10000 \text{ dias}$$

$$\text{slump} := 9 \text{ cm} \quad \text{Umidade} := 60 \quad T_{media} := 25 \text{ C} \quad \text{Cimento CII}$$

$$t_0 := 2 \cdot \frac{25 + 10}{30} \cdot 28 = 65 \quad \text{idade fictícia} \quad 6118/14, \text{apêndice A, item 8.2.8}$$

$$t_{\infty} := 2 \cdot \frac{25 + 10}{30} \cdot 10000 = 23333$$

- Cálculo do coeficiente de fluência

6118/14, apêndice A, item A.2.2.3

$$\varphi_{t0} = \varphi_a + \varphi_{f\infty} \cdot (\beta_{ft\infty} - \beta_{ft0}) + \varphi_{d\infty} \cdot \beta_d$$

$$\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_{\infty})} = \frac{(9 t_0) \cdot (t_0 + 42)}{(9 t_0 + 40) \cdot (t_0 + 61)} = 0.8$$

$$\varphi_a := 0.8 \cdot (1 - 0.8) = 0.16 \quad \text{Coeficiente de fluência rápida}$$

- Calcular o valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível para concretos de classe C20 a C45:

$$\varphi_{foo} = \varphi_{1c} \cdot \varphi_{2c}$$

para slump entre 5cm e 9cm e umidade < 90:

$$\varphi_{1c} := 4.45 - 0.035 \cdot \text{Umidade} = 2.35$$

$$\varphi_{2c} = \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}} \quad h_{fic} = \gamma \cdot \frac{2 A_c}{u_{ar}}$$

$u_{ar}$  perímetro externo da secção transversal em contato com o ar

$$\gamma := 1 + e^{-7.8+0.1 \cdot \text{Umidade}} = 1.1653$$

$$\text{Comp}_{sem,ar} := 12 \text{ cm} \quad \text{comprimento sem contato com ar, valor adotado}$$

$$u_{ar} := 2 \cdot (b + h) - \text{Comp}_{sem,ar} = 1.5 \text{ m}$$

$$h_{fic} := \gamma \cdot \frac{2 \cdot b \cdot h}{u_{ar}} = 0.16 \text{ m} \quad \gamma = 1.17$$

$$\varphi_{2c} := \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}} = 1.6084$$

$$\varphi_{\infty} := \varphi_{1c} \cdot \varphi_{2c} = 3.7798$$

$$\beta_{ft} = \frac{t^2 + A \cdot t + B}{t^2 + C \cdot t + D}$$

$$A := 42 \cdot h_{fic}^3 \cdot m^{-3} - 350 \cdot h_{fic}^2 \cdot m^{-2} + 588 \cdot h_{fic} \cdot m^{-1} + 113$$

$$B := 768 \cdot h_{fic}^3 \cdot m^{-3} - 3060 \cdot h_{fic}^2 \cdot m^{-2} + 3234 \cdot h_{fic} \cdot m^{-1} - 23$$

$$C := -200 \cdot h_{fic}^3 \cdot m^{-3} + 13 \cdot h_{fic}^2 \cdot m^{-2} + 1090 \cdot h_{fic} \cdot m^{-1} + 183$$

$$D := 7579 \cdot h_{fic}^3 \cdot m^{-3} - 31916 \cdot h_{fic}^2 \cdot m^{-2} + 35343 \cdot h_{fic} \cdot m^{-1} + 1931$$

$$\beta_{ft0} := \frac{t_0^2 + A \cdot t_0 + B}{t_0^2 + C \cdot t_0 + D} = 0.51$$

$$\beta_{ft0} := \frac{t_{\infty}^2 + A \cdot t_{\infty} + B}{t_{\infty}^2 + C \cdot t_{\infty} + D} = 0.91$$

$$\varphi_{d\infty} := 0.4 \quad \text{valor constante}$$

6118/14, A.2.2.3

$$\beta_d := \frac{t_{\infty}^2 - t_0 + 20}{t_{\infty}^2 - t_0 + 70} = 1$$

$$\varphi_{t,to} := \varphi_a + \varphi_{f0} \cdot (\beta_{ft\infty} - \beta_{ft0}) + \varphi_{d\infty} \cdot \beta_d = 2.38 \quad \text{coeficiente de fluênci}$$

Para calcular a flecha precisa de EI:

6118/14, item 17.3.2.1.1

$$I_c := \frac{b \cdot h^3}{12} = 366167 \text{ cm}^3$$

$$\alpha := 1.5 \quad \text{coeficiente para seções retangulares}$$

6118/14, item 17.3.1

$$f_{ct} := f_{ctm} \quad \text{resistência à tração do concreto}$$

$$y_t := \frac{h}{2} \quad \text{distância do centro de gravidade até a fibra mais tracionada}$$

$$M_r := \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} = 54.25 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \text{momento de fissuração}$$

6118/14, item 17.3.1

$M_a := M_k = 93.75 \text{ kN} \cdot \text{m}$  momento máximo característico da viga

$$\alpha_e := \frac{E_s}{E_{cs}} = 7.14$$

$$x_{II}^2 + \frac{2 A_s \cdot \alpha_e}{b} x_{II} - \frac{2 A_s \cdot d \cdot \alpha_e}{b} = 0 \quad \text{profundidade da LN para seção fissurada}$$

Resolvendo a equação de segundo grau:

$$x_{II} := \frac{-\left(\frac{2 A_s \cdot \alpha_e}{b}\right) + \sqrt{\left(\frac{2 A_s \cdot \alpha_e}{b}\right)^2 - 4 \left(\frac{-2 A_s \cdot d \cdot \alpha_e}{b}\right)}}{2} = 14.71 \text{ cm}$$

$$I_{II} := b \cdot \frac{x_{II}^3}{3} + A_s \cdot \alpha_e \cdot (d - x_{II})^2 = 97110 \text{ cm}^4$$

$$EI = E_{cs} \cdot \left( \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left( 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right) \cdot I_{II} \right) \quad EI < E_{cs} \cdot I_c$$

$$EI := \min \left( E_{cs} \cdot \left( \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left( 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right) \cdot I_{II} \right), E_{cs} \cdot I_c \right) = 43881 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

$$f_0 := \frac{5 \cdot M_k \cdot L^2}{48 \cdot EI} = 0.56 \text{ cm} \quad \text{flecha imediata}$$

$$f_\infty := f_0 \cdot (1 + \varphi_{t,0}) = 1.88 \text{ cm} \quad \text{flecha total}$$

- Agora verificar os limites para deslocamentos

$$f_{lim} := \frac{L}{250} = 2 \text{ cm}$$

$$f_\infty < f_{lim} \quad \text{OK!}$$

#### 4. Verificação da abertura de fissuras

6118/14, item 17.3.3.2

$\phi := 16 \text{ mm}$  diâmetro da barra de tração

$\eta := 2.25$  para aço nervurado

$E_s = 210000 \text{ MPa}$

$f_{ctm} = 3.21 \text{ MPa}$

$$b_{fi} := 7 \text{ cm} \quad \text{base do retângulo da área crítica}$$

$$h_{fi} := (c + \phi_{estribo} + \phi + 7.5 \cdot \phi) = 17.1 \text{ cm} \quad \text{altura da seção crítica}$$

$$\rho_{ri} := \frac{\pi \cdot \phi^2}{4 A_{cri}} = 1.68 \cdot 10^{-2} \quad \text{área da barra sobre da área crítica}$$

$$y := d - x_{II}$$

$$\sigma_{si} := M_k \cdot \frac{y \cdot \alpha_e}{I_{II}} = 319.17 \text{ MPa} \quad \text{tensão no aço}$$

$$W_{lim} := 0.3 \text{ mm} \quad \text{fissura limite para classe de agrassividade 2} \quad 6118/14, \text{Tabela 13.4}$$

$$W_K < W_{lim} \quad \text{OK!}$$

## 5. Armadura de Cisalhamento

- Carregamentos da Viga

$$p_k := 30 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$V_k := \frac{p_k \cdot L}{2} = 75 \text{ kN}$$

$$V_d := 1.4 \cdot V_k = 105 \text{ kN}$$

$$A_{sw\min} := 0.2 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b = 2.05 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

- Para o cálculo dos estribos será usado o modelo 1, item 17.4.2.1, então precisa verificar o concreto e em seguida calcular a armadura.

Para verificar o concreto, o cortante tem que ser menor que o valor de  $V_{Rd2}$

$$V_{Rd2} = 0.27 \cdot \alpha_{V2} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d$$

6618/14, item 17.4.2.2

$$\alpha_{V2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad \text{com } f_{ck} \text{ expresso em Mpa}$$

$$\alpha_{V2} = 1 - \frac{f_{ck,aux}}{250} = 0.86 \quad V_{Rd2} := 0.27 \cdot \alpha_{V2} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d$$

$$V_{Rd2} = 566.57 \text{ kN} \quad V_d = 105 \text{ kN}$$

$$V_d < V_{Rd2} \quad \text{OK!}$$

- Agora é necessário verificar a armadura transversal

6618/14, item 17.4.2.2

soma do que o concreto resiste ( $V_c$ ) e o que o estribo resiste ( $V_{SW}$ ):

$$V_{Rd3} = V_c + V_{SW}$$

$$f_{ctd} := \frac{f_{ctk.inf}}{1.4}$$

$$V_{c0} = 0.6 \cdot f_{ctd} \cdot b \cdot d = 93.99 \text{ kN}$$

$$V_{SW} := V_d - V_{c0} = 11.01 \text{ kN}$$

$$\frac{V_{SW}}{0.9 f_{yd} \cdot d} = 0.46 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$A_{SW} := \max\left(A_{SW\min}, \frac{V_{SW}}{0.9 f_{yd} \cdot d}\right) = 2.05 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Utilizando estribos em U:

$$\text{estribo 5.0} \quad A_{SW5.0} := 2 \cdot 0.2 \text{ cm}^2 = 0.4 \text{ cm}^2$$

$$n := \frac{A_{SW}}{A_{SW5.0}} = 5.14 \text{ m}^{-1} \quad \text{número de estribos por metro}$$

$$s_{\text{calc}} := n^{-1} = 19.47 \text{ cm} \quad \text{espaçamento entre estribos, valor calculado}$$

- Verificar o espaçamento máximo:

$$s_{\text{max}} := \begin{cases} \text{if } V_d \leq 0.67 \cdot V_{Rd2} \\ \quad \left\| \min(0.6 \cdot d, 300 \text{ mm}) \right\| \\ \text{if } V_d > 0.67 \cdot V_{Rd2} \\ \quad \left\| \min(0.3 \cdot d, 200 \text{ mm}) \right\| \end{cases} = 30 \text{ cm}$$

$$s := \min(s_{\text{calc}}, s_{\text{max}}) = 19.47 \text{ cm} \quad \text{espaçamento máximo entre estribos}$$

$$s := 19 \text{ cm} \quad \text{espaçamento adotado}$$

- Agora basta obter o número de estribos e seus comprimentos totais:

$$N := \frac{L}{s} + 1 = 27.32 \quad N := 28 \quad \text{quantidade de estribos}$$

$$l := \max(5 \cdot \phi_{\text{estribo}}, 5 \text{ cm}) = 5 \text{ cm} \quad \text{comprimento de cada gancho do estribo}$$

O comprimento total dos estribos é dado por:

$$L_{\text{est}} := 2 \cdot (b - 2 \cdot c) + 2 \cdot (h - 2 \cdot c) + 2 \cdot l = 148 \text{ cm} \quad \text{comprimento total do estribo}$$

- Custo da armadura transversal

$$C_{\phi 5.0} := 1.819 \text{ m}^{-1} \quad \text{custo da barra de aço 5.0 mm expresso em R$/m}$$

$$C_{\text{est}} := N_{\text{est}} \cdot C_{\phi 5.0} \cdot L_{\text{est}} = 72.69 \quad \text{custo dos estribos em R$}$$

## 6. Custo total

O custo total (CT) é a variável que se busca otimizar no *Excel*, sendo compreendida como a soma dos custos com armadura, concreto e fôrma.

- Custo da fôrma (CF)

$$b = 16 \text{ cm}$$

$$h = 65 \text{ cm}$$

$$L = 5 \text{ cm}$$

Considerando-se fôrma na base e nas laterais:

$$A_F := 2 \cdot h \cdot L + b \cdot L = 7.3 \text{ m}^2 \quad \text{área de fôrma}$$

Com um custo unitário de 171,52 R\$/m<sup>2</sup>:

$$C_F := A_F \cdot (171.52 \cdot \text{m}^{-2}) = 1252.1 \quad \text{custo da fôrma em R$}$$

- Custo do concreto (CC):

$$V_C := b \cdot h \cdot L = 0.52 \text{ m}^3 \quad \text{volume de concreto}$$

$$C_{C35} := 558 \text{ m}^{-3} \quad \text{custo unitário do concreto de classe C35, expresso em R$\cdot\text{m}^{-3}$}$$

$$C_C := V_C \cdot C_{C35} = 290.16 \quad \text{custo do concreto em R$}$$

- Custo da armadura (CA):

Os valores relacionados às barras longitudinais ( $C_{\text{long}}$ ), transversais ( $C_{\text{est}}$ ), e de pele ( $C_{\text{pele}}$ ), já foram calculados, somando-os:

$$C_A := C_{\text{long}} + C_{\text{est}} + C_{\text{pele}} = 433.92 \quad \text{custo da armadura em R$}$$

- Custo total:

Basta somar os custos relacionados à forma ( $C_F$ ), concreto ( $C_C$ ) e armadura total ( $C_A$ ):

$$C_T := C_F + C_C + C_A = 1976.18 \quad \text{custo total expresso em R$}$$

## APÊNDICE B

Esse apêndice contém os símbolos utilizados para o dimensionamento da viga de concreto utilizando-se barras de GFRP, por meio da ACI 440.1R-15. Já os símbolos relacionados ao cálculo com aço encontram-se no apêndice A.

|              |  |
|--------------|--|
| a            | Altura do diagrama retangular de tensão de compressão no concreto  |
| $A_f$        | Área da seção transversal da armadura longitudinal de GFRP tracionado  |
| $A_{fb}$     | Área da seção transversal de uma barra de GFRP   |
| $A_{f,reqd}$ | Área de GFRP requerida no dimensionamento  |
| b            | Largura da viga  |
| c            | Profundidade da linha neutra   |
| C            | Cobrimento   |
| $c_c$        | Cobrimento transparente inferior   |
| CE           | Fator de redução ambiental para várias fibras tipo e condições de exposição  |
| d            | Altura útil  |
| $d_b$        | Diâmetro de uma barra  |
| $d_c$        | Espessura da cobertura de concreto medida a partir de fibra de tensão extrema ao centro da barra ou fio localização mais próxima                     |
| $d_{c.side}$ | Cobertura lateral ao centro das barras externas  |
| $E_f$        | Módulo de elasticidade do GFRP, definido como módulo médio da amostra de teste espécimes   |
| $f'_c$       | Resistência do concreto à compressão   |
| $f_f$        | Tensão na armadura de tração   |
| $f_{fu}^*$   | Resistência à tração garantida da barra FRP, definida como resistência à tração média da amostra de corpos de prova menos três vezes o desvio padrão |
| $f_{fu}$     | Resistência à tração de projeto de FRP, definida como a resistência à tração garantida multiplicada pelo fator de redução ambiental                  |

|                    |  |
|--------------------|--|
| $f_{fs}$           | Nível de estresse induzido em FRP em cargas de serviço   |
| $h$                | Altura da seção transversal  |
| $I_{cr}$           | Momento de inércia da peça fissurada   |
| $I_e$              | Momento de inércia equivalente   |
| $k_b$              | Coeficiente dependente de ligação, assumido como 1,4   |
| $\varepsilon_{fu}$ | Deformação última do GFRP  |
| $\varepsilon_{cu}$ | Deformação última do concreto  |
| $\beta$            | relação entre a distância do eixo neutro para o centro da armadura de tração.  |
| $\beta_1$          | Fator considerado como 0,85 para a resistência do concreto $f'_c$ até 28 MPa. Para resistência acima de 28 MPa, esse fator é reduzido continuamente a uma taxa de 0,05 por cada 7 MPa de resistência acima de 28 MPa, mas não deve ser inferior a 0,65 |
| $\phi$             | Fator de redução de resistência  |
| $\rho_f$           | Taxa de armadura de FRP  |
| $\rho'_f$          | Taxa de armadura de FRP com função estrutural na c   |
| $\rho_{fb}$        | Taxa de FRP produzindo condições de deformação balanceadas   |
| $M_s$              | Momento solicitante  |
| $M_{n,reqd}$       | Momento de projeto necessário  |
| $M_u$              | Momento fatorado na seção  |
| $M_{cr}$           | Momento da seção fissurada   |
| $n_f$              | Relação entre o módulo de elasticidade das barras de FRP e módulo de elasticidade do concreto  |
| $s$                | Espaçamento entre barras   |
| $y_t$              | Distância do eixo do centróide da seção bruta, desprezando o reforço, para a face de tensão  |
| $t$                | Tempo do concreto para cálculo de deformações excessivas   |
| $V_c$              | Capacidade de cisalhamento do concreto   |
| $V_u$              | Força de cisalhamento fatorada   |

|                         |  |
|-------------------------|--|
| $V_{u@\text{support}}$  | Força de cisalhamento fatorada no apoio                          |
| $w$                     | Largura de fissura máxima permitida, expressa em mm              |
| $w_s$                   | Carregamento distribuído solicitante                             |
| $w_u$                   | carregamento distribuído de projeto                              |
| $\Delta_{i.\text{sus}}$ | Deflexão imediata devida a cargas sustentadas                    |
| $\Delta_{cp.sh}$        | Deflexão devida à fluência e encolhimento sob cargas sustentadas |

## 1. Dimensões da seção transversal

- Os dados iniciais utilizados para esse exemplo genérico foram:

$$w_s := 30 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1} \text{ carregamento distribuído}$$

$$L := 5 \text{ m} \quad \text{vôo efetivo da viga}$$

$$M_s := \frac{w_s \cdot L^2}{8} = 93.75 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \text{momento solicitante}$$

$$f_c' := 35 \text{ MPa} \quad \text{resistência à compressão especificada do concreto}$$

$$f_{fu}^* = 1200 \text{ MPa} \quad \text{resistência à tração garantida da barra FRP}$$

$$E_f := 55 \text{ GPa} \quad \text{Módulo de elasticidade garantido de projeto para FRP}$$

$$\varepsilon_{cu} := 0.3\% \quad \text{deformação final no concreto}$$

O fator  $\beta_1$  é tomado como 0,85 para a resistência do concreto  $f_c'$  de até 28 MPa. Para valores acima de 28 MPa, este fator é reduzido continuamente a uma taxa de 0,05 por cada 17 MPa de resistência superior a 28 MPa, mas não é inferior a 0,65.

$$\beta_1 := 0.85 - 0.05 \cdot \frac{35 - 28}{7} = 0.8 \quad \beta_1 \geq 0.65 \quad \text{OK}$$

- Propriedades do material de projeto

$$C_E := 0.8 \quad \text{fator de redução ambiental}$$

440.1R-15, Tabela 6.2

$$f_{fu} := C_E \cdot f_{fu}^* = 960 \text{ MPa} \quad \text{resistência à tração de projeto do FRP}$$

440.1R, Eq. (6.2a)

Quando as dimensões da seção transversal são desconhecidas, indica-se que os cálculos se iniciem pela escolha de uma taxa de armadura, primeiramente calcula-se a taxa de reforço de polímero reforçado com fibra produzindo condições de deformação balanceadas ( $\rho_{fb}$ ):

$$\rho_{fb} := 0.85 \beta_1 \cdot \frac{f_c'}{f_{fu}} \cdot \frac{E_f \cdot \varepsilon_{cu}}{E_f \cdot \varepsilon_{cu} + f_{fu}} = 0.00364$$

440.1R, Eq. (7.2.1b)

Agora assume-se uma taxa de armadura ( $\rho_f$ ). Aqui vale analisar o item 7.2.3 da ACI 440.1R-15: como os membros de FRP não têm comportamento dúctil, indica-se que a ruptura se dê pelo concreto comprimido. Para que a seção seja controlada por esmagamento do concreto, deve-se ter que  $\rho_f \geq 1.4 \rho_{fb}$ :

$$\text{Assumindo inicialmente } \rho_f := 1.6 \quad \rho_{fb} = 0.00582$$

Como  $\rho_f \geq 1.4 \rho_{fb}$ , a seção é controlada por compressão, e deve-se obter agora um fator de redução de resistência em função da taxa de armadura ( $\phi$ ):

$$\phi := 0.65$$

440.1R-15, Eq. (7.2.3)

- Calcular  $bd^2$  requerido:

Primeiro, determina-se a resistência do momento de projeto necessária ( $M_{n,reqd}$ ):

$$\phi M_{n,reqd} := 1.4 M$$

318-11, Eq. (9-1)

Esse valor pode ser tido como o momento fatorado na seção ( $M_u$ ):

$$M_u := \phi M_{n,reqd} = 131.3 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Calcular a tensão na armadura de tração ( $f_f$ ) em condições finais para o valor assumido de  $\rho_f$ :

$$f_f = \sqrt{\frac{(E_f \cdot \varepsilon_{cu})^2}{4} + \frac{0.85 \beta_1 \cdot f_c'}{\rho_f} \cdot E_f \cdot \varepsilon_{cu} - 0.5 E_f \cdot \varepsilon_{cu}} \leq f_{fu} \quad \text{ACI 440.1R - 15, Eq. (7.2.2d)}$$

$$\sqrt{\frac{(E_f \cdot \varepsilon_{cu})^2}{4} + \frac{0.85 \beta_1 \cdot f_c'}{\rho_f} \cdot E_f \cdot \varepsilon_{cu} - 0.5 E_f \cdot \varepsilon_{cu}} = 743.22 \text{ MPa} \quad f_{fu} = 960 \text{ MPa}$$

$$f_f := \min(743.22 \text{ MPa}, 960 \text{ MPa}) = 743.22 \text{ MPa}$$

Usa-se a equação de capacidade de momento para determinar as dimensões necessárias para a seção transversal:

$$M_u = \phi \cdot M_n = \phi \cdot \rho_f \cdot f_f \left( 1 - 0.59 \cdot \frac{\rho_f \cdot f_f}{f_c'} \right) bd^2 \quad \text{ACI 440.1R - 15, Eq. (7.2.2e)}$$

$$bd^2 = \frac{\phi M_{n,reqd}}{\phi \cdot \rho_f \cdot f_f \left( 1 - 0.59 \cdot \frac{\rho_f \cdot f_f}{f_c'} \right)} = \frac{\phi M_{n,reqd}}{\cdot \rho_f \cdot f_f \left( 1 - 0.59 \cdot \frac{\rho_f \cdot f_f}{f_c'} \right)} = 50370.9 \text{ cm}^2$$

Dimensiona-se o membro de modo que  $bd^2_{\text{fornecido}} \geq bd^2_{\text{requerido}}$ :

$b := 15 \text{ cm}$  No Excel não será preciso predeterminar uma largura, ele irá encontrar um valor otimizado

$$d := \sqrt{\frac{50370.9 \text{ cm}^3}{b}} = 57.95 \text{ cm} \quad \text{altura útil}$$

- Agora calcula-se a área de aço da armadura longitudinal de tração:

$$A_{f,req} := \rho_f \cdot b \cdot d = 5.06 \text{ cm}^2 \quad \text{área de aço requerida}$$

Selecionando-se barras de 16.0 mm:

$$d_b := 1.6 \text{ cm} \quad \text{diâmetro de cada barra}$$

$$A_{fb} := \frac{\pi \cdot d_b^2}{4} = 2.01 \text{ cm}^2 \quad \text{área da seção transversal de uma barra}$$

$$N := \text{ceil} \left( \frac{A_{f,req}}{A_{fb}} \right) = 3 \quad \text{quantidade de barras}$$

$$A_f := N \cdot A_{fb} = 6.03 \text{ cm}^2$$

$$L_{long} := L + 2 \cdot (8 \cdot d_b) = 5.26 \text{ m} \quad \text{comprimento das barras longitudinais de tração}$$

Observação: Examinar designs alternativos usando outros diâmetros de barra pode exigir a alteração do valor assumido de  $f_{fu}^*$  para um valor apropriado para o tamanho da barra selecionada.

- Custo da armadura longitudinal

$$C_{\phi 16.0} := 12.450 \text{ m}^{-1} \quad \text{custo da barra de GFRP 16.0 mm, expresso em R$/m}$$

$$C_{long} := N \cdot C_{\phi 16.0} \cdot L_{long} = 196.31 \quad \text{custo da armadura longitudinal em R$}$$

- Determinando a altura da seção transversal (h):

$$\text{diâmetro da barra: } d_b = 16 \text{ mm}$$

Foi adotada uma a cobertura transparente correspondente ao ambiente de agressividade II pela ABNT NBR 6118:2014.

Assumindo estribos de 5 mm:

$$h := d + 3.0 \text{ cm} + 5.0 \text{ mm} + \frac{d_b}{2} = 62.25 \text{ cm} \quad \text{altura da seção retangular}$$

Arredondando para ser conservador, fazendo uma viga de 15 x 63 cm

$$h := 63 \text{ cm}$$

- Determinando a capacidade da seção transversal

$$d := h - 3.0 \text{ cm} - 5.0 \text{ mm} - \frac{d_b}{2} = 58.7 \text{ cm}$$

$$\rho_f := \frac{A_f}{b \cdot d} = 0.00685 \quad \text{taxa de armadura}$$

ACI 440.1R – 15, Eq. (7.2.1a)

$$\frac{\rho_f}{\rho_{fb}} = 1.88$$

Porque  $\rho_f \geq 1.4 \rho_{fb}$ , a seção realmente é controlada por compressão, então  $\phi := 0.65$ . Para fins de observação, calculou-se a profundidade da linha neutra:

$$a := \frac{A_f \cdot f_f}{0.85 f_c' \cdot b} = 10.05 \text{ cm} \quad \text{altura do diagrama retangular} \quad \text{ACI 440.1R – 15, Eq. (7.2.2b)}$$

$$c := \frac{a}{\beta_1} = 12.56 \text{ cm} \quad \text{profundidade da LN}$$

$$\frac{c}{d} = 0.21$$

Finalmente, determina a capacidade de momento de cálculo ( $\phi M_n$ ), que deve ser igual ou superior a  $M_u$ :

$$M_n := \rho_f \cdot f_f \cdot \left(1 - 0.59 \cdot \frac{\rho_f \cdot f_f}{f_c'}\right) b \cdot d^2 = 240.57 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \text{440.1R – 15, Eq. (7.2.2e)}$$

$$\phi \cdot M_n = 156.37 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad M_u = 131.25 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\phi \cdot M_n > M_u \quad \text{OK!}$$

## 2. Distribuição de reforço para controle eficaz de trincas

Apenas relembrando os dados já obtidos:

$$M_u = 131.25 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$b = 15 \text{ cm}$$

$$h = 63 \text{ cm}$$

$$A_{f,reqd} := A_f = 6.03 \text{ cm}^2$$

$$N = 3 \quad \text{número de barras}$$

$$C := 3 \text{ cm} \quad \text{cobrimento}$$

$$c_c := C + 5 \text{ mm} = 3.5 \text{ cm} \quad \text{cobertura transparente inferior}$$

É indicado que se deixe 13 mm livres para acomodar o raio de curvatura da barra:

$$c_{c,side} := C + 13 \text{ mm} + 5 \text{ mm} = 4.8 \text{ cm}$$

$$M_s = 93.75 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$f'_c = 35 \text{ MPa}$$

$$f_{fu} = 960 \text{ MPa}$$

$$E_f = 55000 \text{ MPa}$$

$d_c$  Espessura da cobertura de concreto

Verificando a limitação o valor de  $d_c$ :

$$d_c \leq \frac{E_f \cdot w}{2 f_{fs} \cdot \beta \cdot k_b} \quad \text{ACI 440.1R - 15, Eq. (7.3.1b)}$$

$w$  largura de fissura máxima permitida

$f_{fs}$  nível de estresse induzido em FRP em cargas de serviço

$\beta$  relação entre a distância do eixo neutro para o centro da armadura de tração

$k_b$  coeficiente dependente de ligação

Assumindo uma abertura de fissura máxima permitida  $w := 0.7 \text{ mm}$  ACI 440.1R-15, Sec. 7.3.1

O consenso do comitê, para o caso em que  $k_b$  não é conhecido a partir de dados experimentais, é que um valor conservador de 1,4 deve ser assumido:

$$k_b := 1.4$$

$$k = \sqrt{(2 \rho_f \cdot n_f) + (\rho_f \cdot n_f)^2} - \rho_f \cdot n_f \quad \text{ACI 440.1R - 15, Eq. (7.3.2b)}$$

$n_f$  relação entre os módulos de elasticidade do FRP e concreto

$$d_c := c_c + \frac{d_b}{2} = 4.3 \text{ cm}$$

$$d := h - d_c = 58.7 \text{ cm}$$

$$\rho_f := \frac{A_f}{b \cdot d} = 0.00685 \quad \text{440.1R, Eq. (7.2.1a)}$$

$$E_c := 4700 \cdot \sqrt{\frac{f'_c}{\text{MPa}}} \cdot \text{MPa} = 27.81 \text{ GPa} \quad \text{ACI 318 - 11, Seção 8.5.1}$$

$$n_f := \frac{E_f}{E_c} = 1.978$$

$$\rho_f \cdot n_f = 0.01355$$

Os parâmetros  $\beta$  e  $f_{fs}$  devem ser determinados a partir de uma análise linear-elástica da seção fissurada sob cargas de serviço. Muitos desses cálculos são ilustrados nos itens 7.3.2.2 e 7.4.1 da ACI 440.1R-15.

$$k := \sqrt{(2 \rho_f \cdot n_f) + (\rho_f \cdot n_f)^2} - \rho_f \cdot n_f = 0.1516$$

momento de inércia da seção fissurada:

$$I_{cr} := \frac{b \cdot d^3}{3} k^3 + n_f \cdot A_f \cdot d^2 (1 - k)^2 = 33115 \text{ cm}^4 \quad \text{ACI 440.1R - 15, Eq. (7.3.2.2a)}$$

- Cálculo da tensão do nível de serviço no reforço FRP:

$$f_{fs} := M_s \cdot \frac{n_f \cdot d \cdot (1 - k)}{I_{cr}} = 278.87 \text{ MPa} \quad \text{ACI 440.1R - 15, Eq. (7.4.1)}$$

$$\beta := \frac{h - k \cdot d}{d - k \cdot d} = 1.09$$

$$d_c \leq \frac{E_f \cdot w}{2 f_{fs} \cdot \beta \cdot k_b}$$

$$d_c = 4.3 \text{ cm} \quad \frac{E_f \cdot w}{2 f_{fs} \cdot \beta \cdot k_b} = 4.54 \text{ cm}$$

4.3 cm  $\leq$  4.54 cm      OK!

- Verifica-se o espaçamento da barra em relação ao espaçamento máximo:

$$s_{max} := 1.15 \cdot \frac{E_f \cdot w}{f_{fs} \cdot k_b} - 2.5 c_c \leq 0.92 \cdot \frac{E_f \cdot w}{f_{fs} \cdot k_b} \quad \text{ACI 440.1R - 15, Eq. (7.3.1a)}$$

$$1.15 \cdot \frac{E_f \cdot w}{f_{fs} \cdot k_b} - 2.5 c_c = 2.59 \text{ cm} \quad 0.92 \cdot \frac{E_f \cdot w}{f_{fs} \cdot k_b} = 9.1 \text{ cm}$$

$$s_{max} := 2.59 \text{ cm}$$

Espaçamento de barra de centro a centro fornecido:

$$s_{provided} = \frac{b - 2 d_{c.side}}{N - 1}$$

$d_{c.side}$       cobertura lateral ao centro das barras externas

$$d_{c.side} := c_{c.side} + \frac{d_b}{2} = 5.6 \text{ cm}$$

$$s_{provided} := \frac{b - 2 d_{c.side}}{N - 1} = 2.0 \text{ cm} \quad s_{max} = 2.59 \text{ cm}$$

$s_{provided} \leq s_{max}$       OK!

### 3. Armadura de pele

Como determina o item 10.6.7 da ACI 318-11, a armadura de pele é necessária quando a altura da viga é igual ou superior a 36 in, nesse caso temos:

$$h = 63 \text{ cm} \\ 36 \text{ in} = 91.44 \text{ cm}$$

$h < 36 \text{ in}$  portanto a armadura de pele não é necessária.

Caso fosse necessária, haveria barras longitudinais distribuídas ao longo das duas faces laterais da viga num comprimento  $h/2$ . O espaçamento entre elas é definido no item 10.6.4 da ACI 318-11, em que para o valor de  $f_f$  em questão tem-se:  $s_{\max} := 10 \text{ in} = 25.4 \text{ cm}$ .

- Custo da armadura de pele  
 $C_{\text{pele}} := 0$

#### 4. Deflexão de uma viga retangular não protendida de vão simples

$$\Delta_{i,\text{sus}} \quad \text{deflexão imediata devido a cargas sustentadas} \\ \Delta_{cp,\text{sh}} \quad \text{deflexão devido à fluência e encolhimento sob cargas sustentadas}$$

Algumas formulações já apresentadas anteriormente serão repetidas aqui, a fim de melhorar o entendimento do passo a passo:

Módulo de elasticidade e relação modular:

$$E_c = 27.81 \text{ GPa}$$

$$n_f := \frac{E_f}{E_c} = 1.987 \quad \text{ACI 440.1R, Eq. (7.3.2.2b)}$$

$$k := \sqrt{(2 \rho_f \cdot n_f) + (\rho_f \cdot n_f)^2} - \rho_f \cdot n_f = 0.152 \quad \text{ACI 440.1R - 15, Eq. (7.3.2b)}$$

$$I_{cr} := \frac{b \cdot d^3}{3} k^3 + n_f \cdot A_f \cdot d^2 (1 - k)^2 = 33115 \text{ cm}^4 \quad \text{ACI 440.1R - 15, Eq. (7.3.2.2a)}$$

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \gamma \left( \frac{M_r}{M_a} \right) \cdot \left[ 1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right]} \leq I_g \quad \text{quando } M_a \geq M_{cr} \quad \text{ACI 440.1R - 15, Eq. (7.3.2.2c)}$$

$$\gamma = 1.72 - 0.72 \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right) \quad \text{ACI 440.1R - 15, Seção (7.3.2.2)}$$

Para unidades do SI:

$$M_{cr} = \frac{0.62 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot I_g}{y_t} \quad \text{ACI 440.1R - 15, Seção (7.3.2.3a)}$$

$$\lambda := 1$$

$$y_t := \frac{h}{2} = 0.32 \text{ m} \quad \text{distância do eixo do centróide da seção bruta para a face de tensão}$$

$$M_{cr} := \frac{0.62 \cdot \lambda \cdot \sqrt{\frac{f'_c}{\text{MPa}}} \cdot \text{MPa} \cdot I_g}{y_t} = 36.4 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_a := M_s = 93.75 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\gamma := 1.72 - 0.72 \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right) = 1.44$$

$$I_e := \min \left( \frac{I_{cr}}{1 - \gamma \left( \frac{M_r}{M_a} \right) \cdot \left[ 1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right]}, I_g \right) = 66226 \text{ cm}^4$$

Se  $M_a < M_{cr}$ , a viga não estaria fisurada para esta condição, assim, o momento de inércia efetivo para carga permanente seria  $I_g$ , caso contrário assume-se  $I_e$  (momento de inércia equivalente):

$$I_e := \begin{cases} M_{cr} & \text{if } M_a < M_{cr} \\ I_g & \text{else} \end{cases} = 66226 \text{ cm}^4$$

$$\Delta_{cp.sh} = \lambda_\Delta \cdot \Delta_{i.sus}$$

$$\lambda_\Delta = \frac{\xi}{1 + 50 \rho'_f}$$

$$K := 1 \quad \text{para vãos simples}$$

$$L = 5 \text{ m}$$

$$\Delta_{i.sus} := \frac{K \cdot 5 \cdot M_s \cdot L^2}{48 \cdot E_c \cdot I_g} = 1.326 \text{ cm}$$

- Analisar as deflexões e compará-las com aquelas permitidas pela ACI 318-11. Considerando desvios de longo prazo em 3 meses e 5 anos (valor final):

$$\text{Para } t = 1 \text{ mês: } \xi := 1$$

ACI 318-11, Seção 9.5.2.5

$$\text{Para } t = 5 \text{ anos ou mais: } \xi := 2$$

ACI 318-11, Seção 9.5.2.5

$$\rho'_f := 0 \quad \text{para armadura simples}$$

$$\lambda_\Delta := \frac{\xi}{1 + 50 \rho'_f} = 2$$

Um fator de modificação de 0,6 é recomendado para ser aplicado à Eq. (7.3.2.3a). Para aplicações típicas, a deflexão de longo prazo de barras reforçadas com FRP pode, portanto, ser determinada a partir da equação seguinte:

$$\Delta_{cp.sh} := 0.6 \lambda_\Delta \cdot \Delta_{i.sus} = 1.59 \text{ cm}$$

- Flecha limite: tabela 9.5b da ACI 318-11

Considerando coberturas planas que não suportam e não estão ligadas a elementos não

estruturais susceptíveis de serem danificados por grandes deflexões:

$$\Delta_{i,sus} \leq \frac{L}{180}$$

$$\Delta_{i,sus} = 1.33 \text{ cm} \quad \frac{L}{180} = 2.78 \text{ cm}$$

$1.01 \text{ cm} \leq 2.78 \text{ cm}$  portanto, condição satisfeita!

## 5. Armadura de cisalhamento

$$L = 5 \text{ m} \quad b = 15 \text{ cm} \quad d = 58.7 \text{ cm}$$

$$f'_c = 35 \text{ MPa}$$

$$f'_{c,aux} := f'_c \cdot \text{MPa} = 35 \text{ MPa} \quad \text{apenas para auxiliar no cálculo das equações onde essa resistência deve ser adimensional}$$

$$f_{fu} = 960 \text{ MPa}$$

$$E_f = 55000 \text{ MPa}$$

$$w_u := w_s = 30 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\rho_f = 0.00685$$

$$\frac{r_b}{d_b} = 4 \quad \text{curvatura assumida das barras dobradas de estribo}$$

- Determina-se as forças de cisalhamento fatoradas:

$$\text{No suporte: } V_{u@support} := w_u \cdot \left( \frac{L}{2} \right) = 75 \text{ kN}$$

$$\text{a uma distância } d \text{ do suporte: } V_u := V_{u@support} - w_u \cdot d = 57.39 \text{ kN}$$

- Determina-se a resistência ao cisalhamento fornecida pelo concreto.

A capacidade de cisalhamento do concreto ( $V_c$ ) de membros de flexão usando FRP como reforço principal pode ser avaliado de acordo com a Eq. 8.2b para unidades do SI:

$$V_c = \frac{2}{5} \sqrt{f'_c} b_w (kd) \quad \text{ACI 440.1R, Eq. (8.2b)}$$

$$b_w := b = 15 \text{ cm} \quad \text{corresponde à largura da viga}$$

Apenas reorganizando a Eq. 8.2b:

$$\phi V_c = \phi \left( \frac{1}{5} k \right) 2 \sqrt{f'_c} bd \quad \text{ACI 440.1R, Eq. (8.2b)}$$

$$\phi := 0.75$$

$$E_c = 27.806 \text{ GPa}$$

$$n_f := \frac{E_f}{E_c} = 1.978$$

$$\rho_f \cdot n_f = 0.01355$$

$$k := \sqrt{(2 \rho_f \cdot n_f) + (\rho_f \cdot n_f)^2} - \rho_f \cdot n_f = 0.152$$

$$\phi V_c := \phi \cdot \left( \frac{1}{5} k \right) 2\sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d = 23.7 \text{ kN}$$

$$V_u = 57.39 > \frac{\phi V_c}{2} = 11.85$$

Portanto, a armadura de cisalhamento é necessária

ACI 440.1R, Seção 8.2.2

- Calcular  $V_u - \phi V_c$  na seção crítica, que representa a diferença entre a força cortante considerada ( $V_u$ ) e a capacidade de resistência ao cisalhamento do concreto de projeto ( $\phi V_c$ ), a favor da segurança sempre haverá a aplicação de uma armadura mínima de cisalhamento ao menos:

$$V_u - \phi V_c = 36.69 \text{ kN}$$

$$\phi \cdot 0.66\sqrt{f'_{c,aux}} \cdot b \cdot d = 257.85 \text{ kN}$$

ACI 440.1R, Seção 8.2.3

$$V_u - \phi V_c \leq \phi \cdot 0.66\sqrt{f'_{c,aux}} \cdot b \cdot d \quad \text{OK}$$

Determinar a distância  $x_c$  do apoio além do qual a armadura de cisalhamento não é necessária para resistência ( $V_u = \phi V_c$ ):

$$x_c := \frac{V_{u@support} - \phi V_c}{w_u} = 1.71 \text{ m}$$

- Determinar a distância  $x_m$  do apoio além do qual a armadura de cisalhamento não é necessária ( $V_u = 0.5 \phi V_c$ ):

$$x_m := \frac{V_{u@support} - 0.5 \phi V_c}{w_u} = 2.11 \text{ m}$$

Portanto, apenas a armadura de cisalhamento mínima é necessária entre 1,71 m e 2,11 m dos apoios. A armadura de cisalhamento não é necessária além de 2,11 m dos suportes. Entretanto, será considerada a armadura ao longo de todo o trecho da viga favor da segurança.

Determina-se a tensão de tração de projeto na armadura de cisalhamento. Primeiramente é calculada a resistência à tração de peças dobradas ( $f_{fb}$ ):

$$f_{fb} = \left( 0.05 \cdot \frac{r_b}{d_b} + 0.3 \right) f_{fu} \leq f_{fu} \quad \text{440.1R, Eq. (8.2b)}$$

$$f_{fb} := (0.05 \cdot 0.4 + 0.3) \cdot f_{fu} = 480 \text{ MPa}$$

A resistência à tração do projeto é baseada em uma deformação de 0,004:

$$f_{fv} = 0.004 E_f \leq f_{fb} \quad 0.004 E_f = 220 \text{ MPa} \quad f_{fb} = 480 \text{ MPa}$$

$$f_{fv} := \min(0.004 E_f, f_{fb}) = 220 \text{ MPa}$$

- Determinar o espaçamento necessário dos estribos verticais em U na seção crítica.

$$\frac{A_{fv}}{s} := \frac{(V_u - \phi V_c)}{\phi \cdot f_{fv} \cdot d} = 0.035 \frac{cm^2}{cm}$$

Será utilizada a Eq. 8.2.2 para área mínima de armadura de cisalhamento, com  $b_w$  e  $s$  medidos em mm, e  $f_{fv}$  em MPa:

$$\frac{A_{fv,min}}{s} = \frac{0.35 b_w}{f_{fv}} \quad b_w = 15 \text{ cm} \quad f_{fv} = 220 \text{ MPa} \quad \text{ACI 440.1R - 15, Eq. (8.2.2)}$$

$$\frac{0.35 (b_w \cdot mm^{-1})}{(f_{fv} \cdot MPa^{-1})} = 0.24 \frac{mm^2}{mm} \quad \frac{A_{fv,min}}{s} = 0.24 \frac{mm^2}{mm}$$

Assumindo estribos de 5 mm de diâmetro:

$$A_{fv,min} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot (5 \text{ mm})^2}{4} = 0.39 \text{ cm}^2$$

$$s = A_{fv,min} \left( \frac{f_{fv}}{0.35 b_w} \right)^{-1} \quad s_{max} := 0.39 \text{ cm}^2 \left( 0.24 \cdot \frac{mm^2}{mm} \right)^{-1} = 16 \text{ cm}$$

- Verificando o espaçamento máximo permitido para os estribos:

$$s_{max2} := \frac{d}{2} = 29 \text{ cm} \quad s \leq 60 \text{ cm} \quad \text{ACI 440.1R - 15, Seção 8.3}$$

$$V_u - \phi V_c = 33.69 \text{ kN} < \phi \cdot 4\sqrt{f'_{c,aux}} \cdot b \cdot d = 1563 \text{ kN} \quad \text{ACI 318 - 11, Seção 11.4.5}$$

Espaçamento máximo do estribo com base na armadura de cisalhamento mínima sempre deve ser observada, o que já foi feito anteriormente:

$$A_{fv,min} = \frac{0.35 b \cdot s}{f_{fv}} \quad s = \frac{A_{fv,min} \cdot f_{fv}}{0.35 \cdot b} \quad s_{max1} = 16 \text{ cm}$$

Assim, o espaçamento é restrito ao menor dos valores máximos encontrados:

$$s := \min(s_{max,1}, s_{max,2}, 60 \text{ cm}) = 16 \text{ cm}$$

Com isso já é possível obter a quantidade de estribos:

$$N_{est} := \frac{L}{s} + 1 = 31.77$$

$$N_{est} := 32 \quad \text{número de estribos}$$

O comprimento da cauda para dobra do GFRP é dado no item 8.3 da cauda do estribo para dobramento de 90°, que será de:

$$l_{thf} \geq 12 d_b$$

para esse caso,  $d_b := 5 \text{ mm}$

$$l_{thf} := 12 \cdot d_b = 6 \text{ cm}$$

O comprimento total dos estribos é dado por:

$$L_{est} := 2 \cdot (b - 2 \cdot C) + 2 \cdot (h - 2 \cdot C) + 2 \cdot l_{thf} = 144 \text{ cm}$$

- Custo da armadura transversal

$$C_{\phi 5.0} := 1.995 \text{ m}^{-1} \quad \text{custo da barra de GFRP 5.0 mm expresso em R$/m}$$

$$C_{est} := N_{est} \cdot C_{\phi 5.0} \cdot L_{est} = 91.93 \quad \text{custo dos estribos em R$}$$

## 6. Custo total

O custo total (CT) é a variável que se busca otimizar no Excel, sendo compreendida como a soma dos custos com armadura, concreto e fôrma.

- Custo da fôrma (CF)

$$b = 15 \text{ cm}$$

$$h = 63 \text{ cm}$$

$$L = 5 \text{ cm}$$

Considerando-se fôrma na base e nas laterais:

$$A_F := 2 \cdot h \cdot L + b \cdot L = 7.05 \text{ m}^2 \quad \text{área de fôrma}$$

Com um custo unitário de 171,52 R\$/m<sup>2</sup>:

$$C_F := A_F \cdot (171.52 \cdot \text{m}^{-2}) = 1209.22 \quad \text{custo da fôrma em R$}$$

- Custo do concreto (CC):

$$V_C := b \cdot h \cdot L = 0.47 \text{ m}^3 \quad \text{volume de concreto}$$

$$C_{C35} := 558 \text{ m}^{-3} \quad \text{custo unitário do concreto de classe C35, expresso em R\$·m}^{-3}$$

$$C_C := V_c \cdot C_{C35} = 263.66 \quad \text{custo do concreto em R\$}$$

- Custo da armadura (CA):

Os valores relacionados às barras longitudinais ( $C_{long}$ ), transversais ( $C_{est}$ ), e de pele ( $C_{pele}$ ), já foram calculados, somando-os:

$$C_A := C_{long} + C_{est} + C_{pele} = 288.24 \quad \text{custo da armadura em R\$}$$

- Custo total:

Basta somar os custos relacionados à forma ( $C_F$ ), concreto ( $C_C$ ) e armadura total ( $C_A$ ):

$$C_T := C_F + C_C + C_A = 1761.11 \quad \text{custo total expresso em R\$}$$

## APÊNDICE C

Seguem-se dispostos alguns dos principais resultados obtidos quanto ao aço, como largura de base (b), altura (h), taxa de armadura ( $\rho$ ), profundidade da LN (x), massa, custo da armadura, custo do concreto e custo total, em uma relação de dependência com a classe do concreto (C20, C25, C30, C35 e C40) e com o carregamento em (p20, p25, p30, p35 e p40) em  $\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$ .

| L = 3 m |       |       |        |          |          |             |             |              |
|---------|-------|-------|--------|----------|----------|-------------|-------------|--------------|
| C20     | b     | h     | P      | x        | Massa    | C. armadura | C. concreto | C. total     |
| p20     | 14 cm | 39 cm | 0,593% | 6,83 cm  | 11,68 kg | R\$ 122,15  | R\$ 77,86   | R\$ 673,40   |
| p25     | 12 cm | 45 cm | 0,600% | 8,64 cm  | 11,57 kg | R\$ 120,84  | R\$ 77,00   | R\$ 722,69   |
| p30     | 14 cm | 46 cm | 0,503% | 8,42 cm  | 11,86 kg | R\$ 124,29  | R\$ 91,83   | R\$ 761,56   |
| p35     | 12 cm | 51 cm | 0,529% | 10,25 cm | 12,52 kg | R\$ 132,04  | R\$ 87,27   | R\$ 805,91   |
| p40     | 15 cm | 50 cm | 0,491% | 9,69 cm  | 14,02 kg | R\$ 148,03  | R\$ 106,95  | R\$ 846,73   |
| C25     |       |       |        |          |          |             |             |              |
| p20     | 12 cm | 39 cm | 0,692% | 6,51 cm  | 11,58 kg | R\$ 120,98  | R\$ 68,90   | R\$ 652,99   |
| p25     | 12 cm | 43 cm | 0,627% | 7,29 cm  | 11,63 kg | R\$ 121,56  | R\$ 75,97   | R\$ 701,80   |
| p30     | 15 cm | 43 cm | 0,550% | 6,98 cm  | 12,52 kg | R\$ 132,33  | R\$ 94,96   | R\$ 746,99   |
| p35     | 12 cm | 49 cm | 0,551% | 8,77 cm  | 12,24 kg | R\$ 128,77  | R\$ 86,56   | R\$ 781,35   |
| p40     | 15 cm | 49 cm | 0,501% | 8,02 cm  | 13,43 kg | R\$ 141,09  | R\$ 108,21  | R\$ 830,74   |
| C30     |       |       |        |          |          |             |             |              |
| p20     | 13 cm | 38 cm | 0,497% | 5,29 cm  | 9,63 kg  | R\$ 102,25  | R\$ 74,99   | R\$ 635,20   |
| p25     | 12 cm | 42 cm | 0,642% | 6,42 cm  | 11,58 kg | R\$ 121,02  | R\$ 76,51   | R\$ 691,50   |
| p30     | 14 cm | 43 cm | 0,538% | 6,44 cm  | 11,72 kg | R\$ 122,66  | R\$ 91,38   | R\$ 728,60   |
| p35     | 12 cm | 48 cm | 0,562% | 7,71 cm  | 11,86 kg | R\$ 124,29  | R\$ 87,44   | R\$ 767,45   |
| p40     | 15 cm | 49 cm | 0,501% | 6,87 cm  | 13,08 kg | R\$ 136,94  | R\$ 111,57  | R\$ 829,96   |
| C35     |       |       |        |          |          |             |             |              |
| p20     | 12 cm | 38 cm | 0,538% | 5,1 cm   | 9,58 kg  | R\$ 101,67  | R\$ 76,33   | R\$ 630,82   |
| p25     | 12 cm | 41 cm | 0,658% | 5,84 cm  | 11,54 kg | R\$ 120,47  | R\$ 82,36   | R\$ 686,52   |
| p30     | 12 cm | 44 cm | 0,613% | 6,53 cm  | 11,68 kg | R\$ 122,11  | R\$ 88,39   | R\$ 725,06   |
| p35     | 12 cm | 48 cm | 0,562% | 6,82 cm  | 11,54 kg | R\$ 120,44  | R\$ 96,42   | R\$ 772,58   |
| p40     | 15 cm | 48 cm | 0,511% | 6,25 cm  | 13,21 kg | R\$ 138,43  | R\$ 120,53  | R\$ 830,12   |
| C40     |       |       |        |          |          |             |             |              |
| p20     | 12 cm | 37 cm | 0,553% | 4,79 cm  | 9,66 kg  | R\$ 102,61  | R\$ 76,38   | R\$ 621,51   |
| p25     | 12 cm | 40 cm | 0,675% | 5,55 cm  | 11,63 kg | R\$ 121,56  | R\$ 82,57   | R\$ 677,53   |
| p30     | 12 cm | 43 cm | 0,627% | 6,11 cm  | 11,63 kg | R\$ 121,56  | R\$ 88,76   | R\$ 714,60   |
| p35     | 12 cm | 48 cm | 0,562% | 6,19 cm  | 11,86 kg | R\$ 124,29  | R\$ 99,08   | R\$ 779,10   |
| p40     | 15 cm | 48 cm | 0,511% | 5,68 cm  | 13,55 kg | R\$ 142,50  | R\$ 123,85  | R\$ 837,52   |
| L = 4 m |       |       |        |          |          |             |             |              |
| C20     | b     | h     | $\rho$ | x        | Massa    | C. armadura | C. concreto | C. total     |
| p20     | 14 cm | 54 cm | 0,428% | 8,57 cm  | 15,26 kg | R\$ 159,38  | R\$ 143,74  | R\$ 1.140,14 |
| p25     | 15 cm | 58 cm | 0,408% | 9,25 cm  | 12,52 kg | R\$ 174,23  | R\$ 165,41  | R\$ 1.238,41 |
| p30     | 15 cm | 61 cm | 0,440% | 10,45 cm | 24,52 kg | R\$ 270,11  | R\$ 173,97  | R\$ 1.384,01 |

| <b>p35</b>     | 18 cm    | 61 cm    | 0,438%   | 10,18 cm | 27,64 kg     | R\$ 305,85         | R\$ 208,76         | R\$ 1.475,13    |
|----------------|----------|----------|----------|----------|--------------|--------------------|--------------------|-----------------|
| <b>p40</b>     | 19 cm    | 61 cm    | 0,491%   | 11,07 cm | 31,69 kg     | R\$ 339,76         | R\$ 220,36         | R\$ 1.527,49    |
| <b>C25</b>     |          |          |          |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 12 cm    | 54 cm    | 0,500%   | 8,19 cm  | 15,17 kg     | R\$ 158,29         | R\$ 127,20         | R\$ 1.108,78    |
| <b>p25</b>     | 15 cm    | 57 cm    | 0,415%   | 7,77 cm  | 16,84 kg     | R\$ 178,41         | R\$ 167,83         | R\$ 1.231,28    |
| <b>p30</b>     | 15 cm    | 60 cm    | 0,447%   | 8,7 cm   | 19,78 kg     | R\$ 269,49         | R\$ 176,66         | R\$ 1.372,37    |
| <b>p35</b>     | 18 cm    | 58 cm    | 0,461%   | 8,78 cm  | 21,94 kg     | R\$ 236,10         | R\$ 204,93         | R\$ 1.360,38    |
| <b>p40</b>     | 19 cm    | 59 cm    | 0,508%   | 9,35 cm  | 24,94 kg     | R\$ 257,56         | R\$ 220,04         | R\$ 1.417,53    |
| <b>C30</b>     |          |          |          |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 13 cm    | 51 cm    | 0,488%   | 6,91 cm  | 15,43 kg     | R\$ 161,35         | R\$ 134,19         | R\$ 1.084,53    |
| <b>p25</b>     | 13 cm    | 55 cm    | 0,562%   | 8,08 cm  | 18,2 kg      | R\$ 188,46         | R\$ 144,71         | R\$ 1.177,05    |
| <b>p30</b>     | 13 cm    | 59 cm    | 0,524%   | 8,78 cm  | 18,41 kg     | R\$ 190,93         | R\$ 155,24         | R\$ 1.244,93    |
| <b>p35</b>     | 18 cm    | 58 cm    | 0,461%   | 7,53 cm  | 22,58 kg     | R\$ 243,63         | R\$ 211,30         | R\$ 1.374,28    |
| <b>p40</b>     | 19 cm    | 57 cm    | 0,526%   | 8,42 cm  | 25,66 kg     | R\$ 266,07         | R\$ 219,19         | R\$ 1.397,75    |
| <b>C35</b>     |          |          |          |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 12 cm    | 51 cm    | 0,529%   | 6,63 cm  | 15,38 kg     | R\$ 160,73         | R\$ 136,60         | R\$ 1.079,46    |
| <b>p25</b>     | 13 cm    | 53 cm    | 0,584%   | 7,42 cm  | 18,46 kg     | R\$ 191,51         | R\$ 153,78         | R\$ 1.161,73    |
| <b>p30</b>     | 13 cm    | 59 cm    | 0,524%   | 7,82 cm  | 18,82 kg     | R\$ 195,66         | R\$ 171,19         | R\$ 1.265,62    |
| <b>p35</b>     | 16 cm    | 56 cm    | 0,586%   | 7,86 cm  | 23,57 kg     | R\$ 243,73         | R\$ 199,99         | R\$ 1.321,90    |
| <b>p40</b>     | 19 cm    | 56 cm    | 0,535%   | 7,57 cm  | 25,79 kg     | R\$ 267,64         | R\$ 237,48         | R\$ 1.403,89    |
| <b>C40</b>     |          |          |          |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 12 cm    | 49 cm    | 0,551%   | 6,31 cm  | 15,61 kg     | R\$ 163,42         | R\$ 134,86         | R\$ 1.052,97    |
| <b>p25</b>     | 13 cm    | 52 cm    | 0,595%   | 6,87 cm  | 18,76 kg     | R\$ 195,04         | R\$ 155,05         | R\$ 1.152,80    |
| <b>p30</b>     | 13 cm    | 58 cm    | 0,533%   | 7,21 cm  | 19,15 kg     | R\$ 199,62         | R\$ 172,94         | R\$ 1.257,60    |
| <b>p35</b>     | 16 cm    | 54 cm    | 0,607%   | 7,45 cm  | 23,81 kg     | R\$ 246,64         | R\$ 198,17         | R\$ 1.295,55    |
| <b>p40</b>     | 19 cm    | 55 cm    | 0,545%   | 7 cm     | 26,54 kg     | R\$ 276,44         | R\$ 239,68         | R\$ 1.401,16    |
| <b>L = 5 m</b> |          |          |          |          |              |                    |                    |                 |
| C20            | <b>b</b> | <b>h</b> | <b>ρ</b> | <b>x</b> | <b>Massa</b> | <b>C. armadura</b> | <b>C. concreto</b> | <b>C. total</b> |
| <b>p20</b>     | 16 cm    | 63 cm    | 0,521%   | 10,22 cm | 35,42 kg     | R\$ 378,42         | R\$ 239,57         | R\$ 1.835,78    |
| <b>p25</b>     | 16 cm    | 69 cm    | 0,475%   | 11,47 cm | 35,79 kg     | R\$ 382,79         | R\$ 262,38         | R\$ 1.965,87    |
| <b>p30</b>     | 16 cm    | 75 cm    | 0,437%   | 12,55 cm | 36,16 kg     | R\$ 387,15         | R\$ 285,20         | R\$ 2.095,97    |
| <b>p35</b>     | 16 cm    | 84 cm    | 0,391%   | 12,81 cm | 37 kg        | R\$ 397,08         | R\$ 319,42         | R\$ 2.294,49    |
| <b>p40</b>     | 22 cm    | 74 cm    | 0,473%   | 12,32 cm | 47,94 kg     | R\$ 506,28         | R\$ 386,92         | R\$ 2.351,12    |
| <b>C25</b>     |          |          |          |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 18 cm    | 59 cm    | 0,494%   | 8,09 cm  | 28,96 kg     | R\$ 299,05         | R\$ 260,58         | R\$ 1.725,96    |
| <b>p25</b>     | 16 cm    | 67 cm    | 0,490%   | 9,77 cm  | 36,37 kg     | R\$ 389,63         | R\$ 263,03         | R\$ 1.939,06    |
| <b>p30</b>     | 16 cm    | 70 cm    | 0,539%   | 11,12 cm | 39,76 kg     | R\$ 422,68         | R\$ 274,81         | R\$ 2.035,34    |
| <b>p35</b>     | 19 cm    | 70 cm    | 0,513%   | 10,92 cm | 43,87 kg     | R\$ 469,80         | R\$ 326,34         | R\$ 2.159,72    |
| <b>p40</b>     | 23 cm    | 69 cm    | 0,485%   | 10,45 cm | 49,46 kg     | R\$ 524,14         | R\$ 389,39         | R\$ 2.294,27    |
| <b>C30</b>     |          |          |          |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 17 cm    | 58 cm    | 0,459%   | 7,43 cm  | 26,52 kg     | R\$ 281,18         | R\$ 249,45         | R\$ 1.671,24    |
| <b>p25</b>     | 16 cm    | 64 cm    | 0,513%   | 8,74 cm  | 36,61 kg     | R\$ 392,43         | R\$ 259,07         | R\$ 1.886,44    |
| <b>p30</b>     | 16 cm    | 68 cm    | 0,554%   | 9,88 cm  | 40,1 kg      | R\$ 426,61         | R\$ 275,26         | R\$ 2.005,42    |
| <b>p35</b>     | 19 cm    | 68 cm    | 0,528%   | 9,7 cm   | 44,94 kg     | R\$ 482,46         | R\$ 326,87         | R\$ 2.138,61    |
| <b>p40</b>     | 20 cm    | 70 cm    | 0,519%   | 10,15 cm | 47,52 kg     | R\$ 504,25         | R\$ 354,19         | R\$ 2.230,60    |
| <b>C35</b>     |          |          |          |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 16 cm    | 58 cm    | 0,487%   | 7,05 cm  | 26,44 kg     | R\$ 280,16         | R\$ 258,91         | R\$ 1.671,11    |

| <b>p25</b>     | 16 cm    | 62 cm    | 0,529%   | 8,08 cm  | 37,11 kg     | R\$ 398,36         | R\$ 276,77         | R\$ 1.875,76    |
|----------------|----------|----------|----------|----------|--------------|--------------------|--------------------|-----------------|
| <b>p30</b>     | 16 cm    | 66 cm    | 0,571%   | 9,09 cm  | 40,64 kg     | R\$ 432,97         | R\$ 294,62         | R\$ 1.996,84    |
| <b>p35</b>     | 19 cm    | 66 cm    | 0,544%   | 8,92 cm  | 45,23 kg     | R\$ 485,88         | R\$ 349,87         | R\$ 2.130,72    |
| <b>p40</b>     | 20 cm    | 68 cm    | 0,534%   | 9,26 cm  | 47,82 kg     | R\$ 507,74         | R\$ 379,44         | R\$ 2.225,03    |
| <b>C40</b>     |          |          |          |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 16 cm    | 55 cm    | 0,546%   | 6,72 cm  | 27,9 kg      | R\$ 295,20         | R\$ 252,30         | R\$ 1.628,07    |
| <b>p25</b>     | 16 cm    | 60 cm    | 0,547%   | 7,67 cm  | 37,58 kg     | R\$ 403,85         | R\$ 275,23         | R\$ 1.845,42    |
| <b>p30</b>     | 16 cm    | 64 cm    | 0,589%   | 8,5 cm   | 41,14 kg     | R\$ 438,90         | R\$ 293,58         | R\$ 1.967,42    |
| <b>p35</b>     | 19 cm    | 64 cm    | 0,561%   | 8,38 cm  | 45,96 kg     | R\$ 494,54         | R\$ 348,63         | R\$ 2.103,84    |
| <b>p40</b>     | 20 cm    | 65 cm    | 0,619%   | 8,87 cm  | 51,87 kg     | R\$ 548,65         | R\$ 372,71         | R\$ 2.207,76    |
| <b>L = 6 m</b> |          |          |          |          |              |                    |                    |                 |
| <b>C20</b>     | <b>b</b> | <b>h</b> | <b>p</b> | <b>x</b> | <b>Massa</b> | <b>C. armadura</b> | <b>C. concreto</b> | <b>C. total</b> |
| <b>p20</b>     | 17 cm    | 77 cm    | 0,401%   | 11,51 cm | 43,76 kg     | R\$ 469,15         | R\$ 373,32         | R\$ 2.602,27    |
| <b>p25</b>     | 16 cm    | 84 cm    | 0,449%   | 13,77 cm | 47,74 kg     | R\$ 507,67         | R\$ 383,31         | R\$ 2.784,56    |
| <b>p30</b>     | 20 cm    | 82 cm    | 0,490%   | 13,62 cm | 59,02 kg     | R\$ 620,59         | R\$ 467,72         | R\$ 2.981,90    |
| <b>p35</b>     | 20 cm    | 88 cm    | 0,457%   | 14,51 cm | 59,56 kg     | R\$ 626,92         | R\$ 501,95         | R\$ 3.145,94    |
| <b>p40</b>     | 23 cm    | 86 cm    | 0,508%   | 14,9 cm  | 70,58 kg     | R\$ 736,71         | R\$ 564,12         | R\$ 3.307,62    |
| <b>C25</b>     |          |          |          |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 16 cm    | 75 cm    | 0,437%   | 10,35 cm | 44,31 kg     | R\$ 385,33         | R\$ 353,33         | R\$ 2.446,99    |
| <b>p25</b>     | 17 cm    | 79 cm    | 0,449%   | 11,33 cm | 48,81 kg     | R\$ 520,37         | R\$ 395,43         | R\$ 2.716,76    |
| <b>p30</b>     | 20 cm    | 79 cm    | 0,509%   | 11,56 cm | 59,89 kg     | R\$ 630,81         | R\$ 465,21         | R\$ 2.927,86    |
| <b>p35</b>     | 20 cm    | 84 cm    | 0,479%   | 12,52 cm | 60,4 kg      | R\$ 636,81         | R\$ 494,66         | R\$ 3.066,22    |
| <b>p40</b>     | 23 cm    | 83 cm    | 0,486%   | 12,56 cm | 68,31 kg     | R\$ 718,27         | R\$ 562,08         | R\$ 3.225,39    |
| <b>C30</b>     |          |          |          |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 16 cm    | 72 cm    | 0,456%   | 9,26 cm  | 37,17 kg     | R\$ 387,51         | R\$ 349,74         | R\$ 2.383,84    |
| <b>p25</b>     | 17 cm    | 76 cm    | 0,467%   | 10,11 cm | 49,6 kg      | R\$ 529,71         | R\$ 392,24         | R\$ 2.661,17    |
| <b>p30</b>     | 20 cm    | 77 cm    | 0,471%   | 10,21 cm | 57,55 kg     | R\$ 611,61         | R\$ 467,53         | R\$ 2.869,81    |
| <b>p35</b>     | 20 cm    | 81 cm    | 0,496%   | 11,22 cm | 61,83 kg     | R\$ 653,73         | R\$ 491,82         | R\$ 3.018,55    |
| <b>p40</b>     | 23 cm    | 80 cm    | 0,504%   | 11,2 cm  | 69,43 kg     | R\$ 731,48         | R\$ 558,61         | R\$ 3.173,38    |
| <b>C35</b>     |          |          |          |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 16 cm    | 71 cm    | 0,462%   | 8,28 cm  | 45,2 kg      | R\$ 486,07         | R\$ 380,33         | R\$ 2.492,41    |
| <b>p25</b>     | 16 cm    | 75 cm    | 0,503%   | 9,63 cm  | 49,4 kg      | R\$ 527,31         | R\$ 401,76         | R\$ 2.637,41    |
| <b>p30</b>     | 20 cm    | 75 cm    | 0,484%   | 9,26 cm  | 57,85 kg     | R\$ 615,17         | R\$ 502,20         | R\$ 2.866,88    |
| <b>p35</b>     | 20 cm    | 78 cm    | 0,516%   | 10,29 cm | 62,03 kg     | R\$ 656,09         | R\$ 522,29         | R\$ 2.989,63    |
| <b>p40</b>     | 23 cm    | 78 cm    | 0,517%   | 10,3 cm  | 70,31 kg     | R\$ 741,95         | R\$ 600,63         | R\$ 3.184,71    |
| <b>C40</b>     |          |          |          |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 19 cm    | 63 cm    | 0,504%   | 7,28 cm  | 50,98 kg     | R\$ 552,76         | R\$ 411,82         | R\$ 2.456,80    |
| <b>p25</b>     | 16 cm    | 75 cm    | 0,503%   | 8,81 cm  | 50,44 kg     | R\$ 539,54         | R\$ 412,85         | R\$ 2.660,72    |
| <b>p30</b>     | 23 cm    | 68 cm    | 0,543%   | 8,26 cm  | 65,81 kg     | R\$ 697,21         | R\$ 538,08         | R\$ 2.871,59    |
| <b>p35</b>     | 20 cm    | 78 cm    | 0,516%   | 9,4 cm   | 63,99 kg     | R\$ 679,26         | R\$ 536,70         | R\$ 3.027,22    |
| <b>p40</b>     | 23 cm    | 77 cm    | 0,523%   | 9,43 cm  | 71,03 kg     | R\$ 750,35         | R\$ 609,29         | R\$ 3.181,19    |
| <b>L = 7 m</b> |          |          |          |          |              |                    |                    |                 |
| <b>C20</b>     | <b>b</b> | <b>h</b> | <b>P</b> | <b>x</b> | <b>Massa</b> | <b>C. armadura</b> | <b>C. concreto</b> | <b>C. total</b> |
| <b>p20</b>     | 17 cm    | 91 cm    | 0,390%   | 13,51 cm | 56,27 kg     | R\$ 599,25         | R\$ 514,73         | R\$ 3.503,26    |
| <b>p25</b>     | 20 cm    | 92 cm    | 0,437%   | 14,15 cm | 69,48 kg     | R\$ 731,64         | R\$ 612,23         | R\$ 3.793,17    |
| <b>p30</b>     | 23 cm    | 92 cm    | 0,475%   | 14,75 cm | 82,7 kg      | R\$ 864,10         | R\$ 704,06         | R\$ 4.053,48    |
| <b>p35</b>     | 23 cm    | 99 cm    | 0,442%   | 15,62 cm | 83,52 kg     | R\$ 873,77         | R\$ 757,63         | R\$ 4.284,82    |

|            |       |       |        |          |           |              |            |              |
|------------|-------|-------|--------|----------|-----------|--------------|------------|--------------|
| <b>p40</b> | 27 cm | 96 cm | 0,465% | 15,74 cm | 97,39 kg  | R\$ 1.013,91 | R\$ 862,44 | R\$ 4.505,75 |
| <b>C25</b> |       |       |        |          |           |              |            |              |
| <b>p20</b> | 16 cm | 88 cm | 0,428% | 12,09 cm | 57,12 kg  | R\$ 609,29   | R\$ 483,66 | R\$ 3.398,18 |
| <b>p25</b> | 21 cm | 86 cm | 0,445% | 11,78 cm | 71,13 kg  | R\$ 751,10   | R\$ 620,38 | R\$ 3.688,71 |
| <b>p30</b> | 23 cm | 89 cm | 0,453% | 12,46 cm | 80,2 kg   | R\$ 844,34   | R\$ 703,17 | R\$ 3.960,79 |
| <b>p35</b> | 23 cm | 94 cm | 0,465% | 13,58 cm | 85,31 kg  | R\$ 894,87   | R\$ 742,67 | R\$ 4.170,89 |
| <b>p40</b> | 27 cm | 93 cm | 0,449% | 13,31 cm | 94,65 kg  | R\$ 991,31   | R\$ 862,56 | R\$ 4.411,23 |
| <b>C30</b> |       |       |        |          |           |              |            |              |
| <b>p20</b> | 16 cm | 85 cm | 0,444% | 10,74 cm | 57,69 kg  | R\$ 616,05   | R\$ 481,70 | R\$ 3.330,95 |
| <b>p25</b> | 20 cm | 84 cm | 0,479% | 10,95 cm | 72,25 kg  | R\$ 764,38   | R\$ 595,04 | R\$ 3.616,62 |
| <b>p30</b> | 23 cm | 86 cm | 0,469% | 11,1 cm  | 81,67 kg  | R\$ 861,69   | R\$ 700,59 | R\$ 3.903,53 |
| <b>p35</b> | 23 cm | 90 cm | 0,486% | 12,19 cm | 86,71 kg  | R\$ 911,46   | R\$ 733,18 | R\$ 4.081,94 |
| <b>p40</b> | 27 cm | 90 cm | 0,464% | 11,89 cm | 97,23 kg  | R\$ 1.021,76 | R\$ 860,69 | R\$ 4.367,77 |
| <b>C35</b> |       |       |        |          |           |              |            |              |
| <b>p20</b> | 19 cm | 77 cm | 0,466% | 9,01 cm  | 64,26 kg  | R\$ 691,77   | R\$ 571,45 | R\$ 3.340,33 |
| <b>p25</b> | 20 cm | 81 cm | 0,496% | 10,08 cm | 72,71 kg  | R\$ 769,72   | R\$ 632,77 | R\$ 3.587,66 |
| <b>p30</b> | 23 cm | 83 cm | 0,486% | 10,15 cm | 82,42 kg  | R\$ 870,53   | R\$ 745,66 | R\$ 3.885,39 |
| <b>p35</b> | 23 cm | 87 cm | 0,502% | 11,18 cm | 87,51 kg  | R\$ 920,88   | R\$ 781,59 | R\$ 4.067,73 |
| <b>p40</b> | 27 cm | 86 cm | 0,520% | 11,08 cm | 102,54 kg | R\$ 1.074,66 | R\$ 906,97 | R\$ 4.370,90 |
| <b>C40</b> |       |       |        |          |           |              |            |              |
| <b>p20</b> | 19 cm | 75 cm | 0,478% | 8,4 cm   | 65,59 kg  | R\$ 707,49   | R\$ 571,97 | R\$ 3.308,54 |
| <b>p25</b> | 20 cm | 79 cm | 0,509% | 9,41 cm  | 74,4 kg   | R\$ 789,66   | R\$ 634,18 | R\$ 3.560,98 |
| <b>p30</b> | 23 cm | 79 cm | 0,553% | 9,68 cm  | 87,62 kg  | R\$ 922,15   | R\$ 729,31 | R\$ 3.824,62 |
| <b>p35</b> | 23 cm | 86 cm | 0,508% | 10,24 cm | 88,92 kg  | R\$ 937,43   | R\$ 793,93 | R\$ 4.072,61 |
| <b>p40</b> | 27 cm | 83 cm | 0,538% | 10,35 cm | 103,84 kg | R\$ 1.090,04 | R\$ 899,49 | R\$ 4.306,77 |

## APÊNDICE D

Seguem-se dispostos alguns dos principais resultados obtidos quanto ao GFRP, como largura de base (b), altura (h), taxa de armadura ( $\rho_f$ ), profundidade da LN (c), massa, custo da armadura, custo do concreto e custo total, em uma relação de dependência com a classe do concreto (C20, C25, C30, C35 e C40) e com o carregamento (p20, p25, p30, p35 e p40) em  $\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$ .

| L = 3 m |       |       |          |         |         |             |             |              |
|---------|-------|-------|----------|---------|---------|-------------|-------------|--------------|
| C20     | b     | h     | $\rho_f$ | c       | Massa   | C. armadura | C. concreto | C. total     |
| p20     | 16 cm | 37 cm | 0,547%   | 6,71 cm | 3 kg    | R\$ 121,94  | R\$ 84,42   | R\$ 669,46   |
| p25     | 22 cm | 35 cm | 0,596%   | 6,91 cm | 4,36 kg | R\$ 166,04  | R\$ 109,80  | R\$ 749,23   |
| p30     | 20 cm | 40 cm | 0,503%   | 7,04 cm | 3,88 kg | R\$ 153,81  | R\$ 114,08  | R\$ 782,45   |
| p35     | 20 cm | 44 cm | 0,475%   | 7,62 cm | 3,94 kg | R\$ 161,27  | R\$ 125,49  | R\$ 842,48   |
| p40     | 22 cm | 45 cm | 0,451%   | 7,57 cm | 4,31 kg | R\$ 178,97  | R\$ 141,17  | R\$ 896,45   |
| C25     |       |       |          |         |         |             |             |              |
| p20     | 16 cm | 34 cm | 0,688%   | 6,3 cm  | 3,33 kg | R\$ 127,38  | R\$ 80,09   | R\$ 639,69   |
| p25     | 16 cm | 37 cm | 0,727%   | 7,27 cm | 3,8 kg  | R\$ 139,12  | R\$ 87,15   | R\$ 689,38   |
| p30     | 16 cm | 41 cm | 0,561%   | 6,74 cm | 3,28 kg | R\$ 131,61  | R\$ 96,58   | R\$ 732,45   |
| p35     | 22 cm | 39 cm | 0,535%   | 6,22 cm | 4,38 kg | R\$ 174,94  | R\$ 126,31  | R\$ 815,82   |
| p40     | 22 cm | 41 cm | 0,551%   | 6,65 cm | 4,53 kg | R\$ 185,51  | R\$ 132,79  | R\$ 853,44   |
| C30     |       |       |          |         |         |             |             |              |
| p20     | 16 cm | 32 cm | 0,688%   | 5,15 cm | 3,16 kg | R\$ 120,76  | R\$ 77,72   | R\$ 610,13   |
| p25     | 16 cm | 34 cm | 0,884%   | 6,34 cm | 4,06 kg | R\$ 147,77  | R\$ 82,58   | R\$ 662,58   |
| p30     | 17 cm | 37 cm | 0,710%   | 6,08 cm | 3,87 kg | R\$ 147,10  | R\$ 95,48   | R\$ 710,83   |
| p35     | 16 cm | 41 cm | 0,733%   | 7,03 cm | 4,18 kg | R\$ 153,64  | R\$ 99,58   | R\$ 757,49   |
| p40     | 17 cm | 41 cm | 0,865%   | 7,63 cm | 5,05 kg | R\$ 179,12  | R\$ 105,80  | R\$ 794,34   |
| C35     |       |       |          |         |         |             |             |              |
| p20     | 15 cm | 31 cm | 0,865%   | 5,26 cm | 3,48 kg | R\$ 124,38  | R\$ 77,84   | R\$ 598,43   |
| p25     | 16 cm | 34 cm | 0,740%   | 5,23 cm | 3,51 kg | R\$ 133,60  | R\$ 91,07   | R\$ 656,89   |
| p30     | 15 cm | 38 cm | 0,783%   | 6,07 cm | 3,74 kg | R\$ 140,56  | R\$ 95,42   | R\$ 704,22   |
| p35     | 15 cm | 39 cm | 1,031%   | 7,54 cm | 4,87 kg | R\$ 169,70  | R\$ 97,93   | R\$ 746,17   |
| p40     | 20 cm | 37 cm | 0,777%   | 5,72 cm | 4,91 kg | R\$ 182,36  | R\$ 123,88  | R\$ 789,92   |
| C40     |       |       |          |         |         |             |             |              |
| p20     | 14 cm | 31 cm | 0,927%   | 4,91 cm | 3,44 kg | R\$ 122,02  | R\$ 74,66   | R\$ 587,74   |
| p25     | 14 cm | 35 cm | 0,821%   | 5,17 cm | 3,5 kg  | R\$ 125,05  | R\$ 84,29   | R\$ 641,58   |
| p30     | 15 cm | 36 cm | 0,827%   | 5,39 cm | 3,71 kg | R\$ 138,96  | R\$ 92,89   | R\$ 679,52   |
| p35     | 15 cm | 38 cm | 1,058%   | 6,67 cm | 4,85 kg | R\$ 168,91  | R\$ 98,05   | R\$ 735,21   |
| p40     | 20 cm | 36 cm | 0,877%   | 5,51 cm | 5,31 kg | R\$ 190,55  | R\$ 123,85  | R\$ 787,80   |
| L= 4 m  |       |       |          |         |         |             |             |              |
| C20     | b     | h     | $\rho_f$ | c       | Massa   | C. armadura | C. concreto | C. total     |
| p20     | 22 cm | 41 cm | 0,613%   | 7,92 cm | 6,63 kg | R\$ 250,99  | R\$ 171,50  | R\$ 1.136,02 |
| p25     | 26 cm | 44 cm | 0,484%   | 7,78 cm | 7,15 kg | R\$ 289,29  | R\$ 217,51  | R\$ 1.288,93 |
| p30     | 22 cm | 52 cm | 0,470%   | 9,31 cm | 6,9 kg  | R\$ 269,03  | R\$ 217,51  | R\$ 1.351,00 |
| p35     | 24 cm | 51 cm | 0,593%   | 9,97 cm | 8,58 kg | R\$ 319,17  | R\$ 232,72  | R\$ 1.416,35 |

|                |          |          |                      |          |              |                    |                    |                 |
|----------------|----------|----------|----------------------|----------|--------------|--------------------|--------------------|-----------------|
| <b>p40</b>     | 21 cm    | 59 cm    | 0,500%               | 10,56 cm | 7,51 kg      | R\$ 297,43         | R\$ 235,57         | R\$ 1.486,66    |
| <b>C25</b>     |          |          |                      |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 21 cm    | 39 cm    | 0,641%               | 6,77 cm  | 6,22 kg      | R\$ 242,58         | R\$ 160,76         | R\$ 1.082,56    |
| <b>p25</b>     | 21 cm    | 43 cm    | 0,700%               | 8,23 cm  | 7,3 kg       | R\$ 278,40         | R\$ 177,25         | R\$ 1.189,76    |
| <b>p30</b>     | 20 cm    | 49 cm    | 0,581%               | 8,52 cm  | 6,63 kg      | R\$ 257,00         | R\$ 192,37         | R\$ 1.258,94    |
| <b>p35</b>     | 17 cm    | 55 cm    | 0,693%               | 10,45 cm | 7,18 kg      | R\$ 266,66         | R\$ 183,53         | R\$ 1.321,51    |
| <b>p40</b>     | 20 cm    | 57 cm    | 0,543%               | 9,7 cm   | 7,26 kg      | R\$ 284,39         | R\$ 223,77         | R\$ 1.427,51    |
| <b>C30</b>     |          |          |                      |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 16 cm    | 40 cm    | 0,942%               | 7,76 cm  | 6,53 kg      | R\$ 229,39         | R\$ 129,53         | R\$ 1.017,56    |
| <b>p25</b>     | 20 cm    | 42 cm    | 0,685%               | 6,87 cm  | 6,65 kg      | R\$ 249,32         | R\$ 170,01         | R\$ 1.132,85    |
| <b>p30</b>     | 20 cm    | 46 cm    | 0,649%               | 7,41 cm  | 6,77 kg      | R\$ 262,48         | R\$ 186,20         | R\$ 1.217,10    |
| <b>p35</b>     | 18 cm    | 51 cm    | 0,705%               | 8,72 cm  | 7,21 kg      | R\$ 268,09         | R\$ 185,80         | R\$ 1.277,19    |
| <b>p40</b>     | 19 cm    | 55 cm    | 0,620%               | 9,13 cm  | 7,5 kg       | R\$ 282,62         | R\$ 211,50         | R\$ 1.379,16    |
| <b>C35</b>     |          |          |                      |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 15 cm    | 40 cm    | 1,005%               | 7,19 cm  | 6,43 kg      | R\$ 224,36         | R\$ 133,92         | R\$ 1.010,06    |
| <b>p25</b>     | 17 cm    | 43 cm    | 0,757%               | 6,75 cm  | 6,2 kg       | R\$ 229,21         | R\$ 163,16         | R\$ 1.099,03    |
| <b>p30</b>     | 18 cm    | 46 cm    | 0,729%               | 7,37 cm  | 6,8 kg       | R\$ 253,39         | R\$ 184,81         | R\$ 1.192,89    |
| <b>p35</b>     | 17 cm    | 50 cm    | 0,762%               | 8,04 cm  | 7,06 kg      | R\$ 260,67         | R\$ 189,72         | R\$ 1.253,11    |
| <b>p40</b>     | 19 cm    | 52 cm    | 0,684%               | 8,19 cm  | 7,64 kg      | R\$ 288,10         | R\$ 220,52         | R\$ 1.352,50    |
| <b>C40</b>     |          |          |                      |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 15 cm    | 40 cm    | 0,875%               | 6,64 cm  | 5,7 kg       | R\$ 205,73         | R\$ 137,62         | R\$ 995,12      |
| <b>p25</b>     | 17 cm    | 41 cm    | 0,929%               | 6,88 cm  | 6,85 kg      | R\$ 249,90         | R\$ 159,86         | R\$ 1.088,98    |
| <b>p30</b>     | 15 cm    | 47 cm    | 0,856%               | 7,32 cm  | 6,58 kg      | R\$ 231,62         | R\$ 161,70         | R\$ 1.141,15    |
| <b>p35</b>     | 16 cm    | 50 cm    | 0,754%               | 7,28 cm  | 6,75 kg      | R\$ 240,56         | R\$ 183,49         | R\$ 1.219,90    |
| <b>p40</b>     | 17 cm    | 53 cm    | 0,719%               | 7,73 cm  | 7,14 kg      | R\$ 264,26         | R\$ 206,65         | R\$ 1.314,79    |
| <b>L = 5 m</b> |          |          |                      |          |              |                    |                    |                 |
| <b>C20</b>     | <b>b</b> | <b>h</b> | <b>ρ<sub>f</sub></b> | <b>c</b> | <b>Massa</b> | <b>C. armadura</b> | <b>C. concreto</b> | <b>C. total</b> |
| <b>p20</b>     | 19 cm    | 55 cm    | 0,577%               | 10,75 cm | 9,05 kg      | R\$ 332,33         | R\$ 248,36         | R\$ 1.686,99    |
| <b>p25</b>     | 22 cm    | 57 cm    | 0,556%               | 10,67 cm | 10,2 kg      | R\$ 390,42         | R\$ 298,03         | R\$ 1.854,78    |
| <b>p30</b>     | 22 cm    | 62 cm    | 0,565%               | 12,1 cm  | 11,03 kg     | R\$ 420,34         | R\$ 324,18         | R\$ 1.996,61    |
| <b>p35</b>     | 27 cm    | 60 cm    | 0,572%               | 11,43 cm | 13,48 kg     | R\$ 511,81         | R\$ 385,02         | R\$ 2.157,50    |
| <b>p40</b>     | 24 cm    | 69 cm    | 0,512%               | 12,85 cm | 12,54 kg     | R\$ 474,19         | R\$ 393,57         | R\$ 2.257,08    |
| <b>C25</b>     |          |          |                      |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 21 cm    | 49 cm    | 0,629%               | 8,47 cm  | 9,36 kg      | R\$ 353,33         | R\$ 252,48         | R\$ 1.626,36    |
| <b>p25</b>     | 19 cm    | 56 cm    | 0,641%               | 10,06 cm | 9,88 kg      | R\$ 364,47         | R\$ 261,07         | R\$ 1.749,00    |
| <b>p30</b>     | 23 cm    | 57 cm    | 0,588%               | 9,88 cm  | 11,11 kg     | R\$ 424,65         | R\$ 321,67         | R\$ 1.921,23    |
| <b>p35</b>     | 23 cm    | 60 cm    | 0,647%               | 11,01 cm | 12,39 kg     | R\$ 471,50         | R\$ 338,60         | R\$ 2.036,47    |
| <b>p40</b>     | 26 cm    | 62 cm    | 0,572%               | 10,75 cm | 13,26 kg     | R\$ 513,37         | R\$ 395,53         | R\$ 2.195,30    |
| <b>C30</b>     |          |          |                      |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 19 cm    | 46 cm    | 0,971%               | 9,36 cm  | 11,05 kg     | R\$ 398,38         | R\$ 221,12         | R\$ 1.571,44    |
| <b>p25</b>     | 21 cm    | 50 cm    | 0,766%               | 8,95 cm  | 11,21 kg     | R\$ 401,40         | R\$ 265,64         | R\$ 1.704,74    |
| <b>p30</b>     | 23 cm    | 53 cm    | 0,655%               | 8,53 cm  | 11,24 kg     | R\$ 428,57         | R\$ 308,40         | R\$ 1.843,28    |
| <b>p35</b>     | 27 cm    | 53 cm    | 0,659%               | 8,58 cm  | 13,13 kg     | R\$ 503,32         | R\$ 362,04         | R\$ 2.005,96    |
| <b>p40</b>     | 25 cm    | 61 cm    | 0,571%               | 9,57 cm  | 12,64 kg     | R\$ 503,75         | R\$ 385,82         | R\$ 2.150,24    |
| <b>C35</b>     |          |          |                      |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 19 cm    | 45 cm    | 0,993%               | 8,03 cm  | 11,02 kg     | R\$ 396,67         | R\$ 238,55         | R\$ 1.570,00    |
| <b>p25</b>     | 17 cm    | 52 cm    | 0,910%               | 9,45 cm  | 10,65 kg     | R\$ 372,51         | R\$ 246,64         | R\$ 1.656,84    |

| <b>p30</b>     | 20 cm    | 54 cm    | 0,713%               | 8,25 cm  | 10,45 kg     | R\$ 390,73         | R\$ 301,32         | R\$ 1.789,78    |
|----------------|----------|----------|----------------------|----------|--------------|--------------------|--------------------|-----------------|
| <b>p35</b>     | 23 cm    | 54 cm    | 0,734%               | 8,35 cm  | 12,74 kg     | R\$ 466,48         | R\$ 346,52         | R\$ 1.936,45    |
| <b>p40</b>     | 23 cm    | 58 cm    | 0,691%               | 8,9 cm   | 12,59 kg     | R\$ 479,49         | R\$ 372,19         | R\$ 2.043,74    |
| <b>C40</b>     |          |          |                      |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 17 cm    | 46 cm    | 1,028%               | 8,22 cm  | 10,47 kg     | R\$ 363,65         | R\$ 224,20         | R\$ 1.522,64    |
| <b>p25</b>     | 17 cm    | 51 cm    | 0,928%               | 8,55 cm  | 10,62 kg     | R\$ 371,03         | R\$ 248,57         | R\$ 1.640,15    |
| <b>p30</b>     | 19 cm    | 54 cm    | 0,751%               | 8,55 cm  | 10,62 kg     | R\$ 389,02         | R\$ 294,15         | R\$ 1.772,32    |
| <b>p35</b>     | 19 cm    | 57 cm    | 0,789%               | 8,14 cm  | 10,41 kg     | R\$ 419,81         | R\$ 310,50         | R\$ 1.870,91    |
| <b>p40</b>     | 22 cm    | 57 cm    | 0,744%               | 8,61 cm  | 11,69 kg     | R\$ 467,04         | R\$ 359,52         | R\$ 1.992,89    |
| <b>L = 6 m</b> |          |          |                      |          |              |                    |                    |                 |
| <b>C20</b>     | <b>b</b> | <b>h</b> | <b>ρ<sub>f</sub></b> | <b>c</b> | <b>Massa</b> | <b>C. armadura</b> | <b>C. concreto</b> | <b>C. total</b> |
| <b>p20</b>     | 25 cm    | 59 cm    | 0,579%               | 11,9 cm  | 15,31 kg     | R\$ 569,91         | R\$ 420,67         | R\$ 2.462,22    |
| <b>p25</b>     | 23 cm    | 68 cm    | 0,525%               | 12,62 cm | 14,43 kg     | R\$ 558,79         | R\$ 446,05         | R\$ 2.641,14    |
| <b>p30</b>     | 29 cm    | 67 cm    | 0,506%               | 12,32 cm | 17,97 kg     | R\$ 684,65         | R\$ 554,14         | R\$ 2.916,25    |
| <b>p35</b>     | 27 cm    | 74 cm    | 0,503%               | 13,57 cm | 17,94 kg     | R\$ 679,23         | R\$ 569,83         | R\$ 3.050,01    |
| <b>p40</b>     | 26 cm    | 81 cm    | 0,475%               | 14,42 cm | 17,95 kg     | R\$ 692,50         | R\$ 600,63         | R\$ 3.227,87    |
| <b>C25</b>     |          |          |                      |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 24 cm    | 55 cm    | 0,702%               | 10,85 cm | 15,41 kg     | R\$ 560,50         | R\$ 388,66         | R\$ 2.328,18    |
| <b>p25</b>     | 26 cm    | 59 cm    | 0,619%               | 10,55 cm | 16,27 kg     | R\$ 618,00         | R\$ 451,67         | R\$ 2.551,60    |
| <b>p30</b>     | 26 cm    | 63 cm    | 0,672%               | 11,46 cm | 18,34 kg     | R\$ 680,95         | R\$ 482,29         | R\$ 2.727,50    |
| <b>p35</b>     | 29 cm    | 66 cm    | 0,589%               | 11,33 cm | 19,56 kg     | R\$ 737,86         | R\$ 563,55         | R\$ 2.958,30    |
| <b>p40</b>     | 29 cm    | 71 cm    | 0,537%               | 11,68 cm | 19,7 kg      | R\$ 754,91         | R\$ 606,25         | R\$ 3.120,95    |
| <b>C30</b>     |          |          |                      |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 20 cm    | 56 cm    | 0,828%               | 10,75 cm | 14,72 kg     | R\$ 525,27         | R\$ 340,03         | R\$ 2.223,73    |
| <b>p25</b>     | 26 cm    | 57 cm    | 0,678%               | 9,69 cm  | 16,98 kg     | R\$ 628,16         | R\$ 449,93         | R\$ 2.518,85    |
| <b>p30</b>     | 23 cm    | 63 cm    | 0,690%               | 10,48 cm | 16,39 kg     | R\$ 613,17         | R\$ 439,91         | R\$ 2.586,47    |
| <b>p35</b>     | 26 cm    | 65 cm    | 0,651%               | 10,71 cm | 18,44 kg     | R\$ 686,38         | R\$ 513,07         | R\$ 2.804,88    |
| <b>p40</b>     | 29 cm    | 66 cm    | 0,607%               | 10,34 cm | 20,09 kg     | R\$ 766,43         | R\$ 581,08         | R\$ 3.004,39    |
| <b>C35</b>     |          |          |                      |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 17 cm    | 59 cm    | 0,802%               | 9,73 cm  | 12,95 kg     | R\$ 456,98         | R\$ 335,80         | R\$ 2.182,09    |
| <b>p25</b>     | 21 cm    | 57 cm    | 0,942%               | 10,95 cm | 17,55 kg     | R\$ 619,99         | R\$ 400,76         | R\$ 2.410,06    |
| <b>p30</b>     | 22 cm    | 61 cm    | 0,841%               | 10,75 cm | 17,77 kg     | R\$ 631,17         | R\$ 449,30         | R\$ 2.562,40    |
| <b>p35</b>     | 25 cm    | 62 cm    | 0,797%               | 10,44 cm | 20,13 kg     | R\$ 720,89         | R\$ 518,94         | R\$ 2.773,22    |
| <b>p40</b>     | 25 cm    | 66 cm    | 0,731%               | 10,31 cm | 19,87 kg     | R\$ 726,16         | R\$ 552,42         | R\$ 2.894,30    |
| <b>C40</b>     |          |          |                      |          |              |                    |                    |                 |
| <b>p20</b>     | 17 cm    | 58 cm    | 0,816%               | 8,79 cm  | 12,92 kg     | R\$ 455,22         | R\$ 339,22         | R\$ 2.163,17    |
| <b>p25</b>     | 21 cm    | 56 cm    | 0,959%               | 9,57 cm  | 17,5 kg      | R\$ 617,76         | R\$ 404,59         | R\$ 2.391,08    |
| <b>p30</b>     | 21 cm    | 61 cm    | 0,846%               | 9,46 cm  | 17,3 kg      | R\$ 616,61         | R\$ 440,72         | R\$ 2.528,97    |
| <b>p35</b>     | 21 cm    | 64 cm    | 0,898%               | 10,37 cm | 18,94 kg     | R\$ 663,19         | R\$ 462,39         | R\$ 2.658,97    |
| <b>p40</b>     | 23 cm    | 66 cm    | 0,824%               | 10,31 cm | 19,74 kg     | R\$ 709,87         | R\$ 522,25         | R\$ 2.827,26    |
| <b>L = 7 m</b> |          |          |                      |          |              |                    |                    |                 |
| <b>C20</b>     | <b>b</b> | <b>h</b> | <b>ρ<sub>f</sub></b> | <b>c</b> | <b>Massa</b> | <b>C. armadura</b> | <b>C. concreto</b> | <b>C. total</b> |
| <b>p20</b>     | 24 cm    | 72 cm    | 0,478%               | 12,79 cm | 17,44 kg     | R\$ 667,98         | R\$ 574,96         | R\$ 3.260,02    |
| <b>p25</b>     | 27 cm    | 74 cm    | 0,525%               | 13,78 cm | 21,22 kg     | R\$ 811,97         | R\$ 664,80         | R\$ 3.577,88    |
| <b>p30</b>     | 25 cm    | 83 cm    | 0,527%               | 15,54 cm | 22,14 kg     | R\$ 848,35         | R\$ 690,42         | R\$ 3.831,99    |
| <b>p35</b>     | 33 cm    | 76 cm    | 0,614%               | 15,17 cm | 30,06 kg     | R\$ 1.144,12       | R\$ 834,49         | R\$ 4.199,79    |
| <b>p40</b>     | 32 cm    | 84 cm    | 0,540%               | 15,9 cm  | 29,93 kg     | R\$ 1.122,90       | R\$ 894,38         | R\$ 4.418,56    |

| C25        |       |       |        |          |          |              |            |              |
|------------|-------|-------|--------|----------|----------|--------------|------------|--------------|
| <b>p20</b> | 23 cm | 67 cm | 0,602% | 11,95 cm | 18,55 kg | R\$ 683,36   | R\$ 529,35 | R\$ 3.097,71 |
| <b>p25</b> | 30 cm | 66 cm | 0,606% | 11,75 cm | 23,77 kg | R\$ 895,29   | R\$ 680,15 | R\$ 3.520,48 |
| <b>p30</b> | 32 cm | 68 cm | 0,647% | 12,71 cm | 28,31 kg | R\$ 1.033,71 | R\$ 747,48 | R\$ 3.798,26 |
| <b>p35</b> | 33 cm | 73 cm | 0,568% | 12,37 cm | 27,36 kg | R\$ 1.060,13 | R\$ 827,52 | R\$ 4.036,79 |
| <b>p40</b> | 35 cm | 75 cm | 0,581% | 12,95 cm | 30,2 kg  | R\$ 1.140,28 | R\$ 901,72 | R\$ 4.263,18 |
| C30        |       |       |        |          |          |              |            |              |
| <b>p20</b> | 21 cm | 65 cm | 0,826% | 13,05 cm | 20,81 kg | R\$ 741,62   | R\$ 483,47 | R\$ 3.038,06 |
| <b>p25</b> | 25 cm | 68 cm | 0,647% | 11,45 cm | 21,58 kg | R\$ 804,54   | R\$ 602,13 | R\$ 3.339,70 |
| <b>p30</b> | 30 cm | 65 cm | 0,833% | 12,1 cm  | 29,74 kg | R\$ 1.080,57 | R\$ 690,68 | R\$ 3.692,27 |
| <b>p35</b> | 30 cm | 74 cm | 0,576% | 11,89 cm | 25,29 kg | R\$ 976,51   | R\$ 786,31 | R\$ 3.899,95 |
| <b>p40</b> | 32 cm | 74 cm | 0,632% | 12,02 cm | 29,33 kg | R\$ 1.117,71 | R\$ 838,73 | R\$ 4.117,59 |
| C35        |       |       |        |          |          |              |            |              |
| <b>p20</b> | 21 cm | 62 cm | 0,927% | 11,97 cm | 21,92 kg | R\$ 765,85   | R\$ 508,56 | R\$ 3.015,34 |
| <b>p25</b> | 24 cm | 66 cm | 0,790% | 11,9 cm  | 23,02 kg | R\$ 828,83   | R\$ 618,71 | R\$ 3.320,54 |
| <b>p30</b> | 25 cm | 69 cm | 0,770% | 11,8 cm  | 25,06 kg | R\$ 900,26   | R\$ 673,79 | R\$ 3.531,09 |
| <b>p35</b> | 30 cm | 70 cm | 0,678% | 11,09 cm | 27,22 kg | R\$ 1.009,58 | R\$ 820,26 | R\$ 3.870,93 |
| <b>p40</b> | 27 cm | 78 cm | 0,636% | 12,12 cm | 25,17 kg | R\$ 952,35   | R\$ 822,60 | R\$ 3.972,13 |
| C40        |       |       |        |          |          |              |            |              |
| <b>p20</b> | 21 cm | 62 cm | 0,832% | 9,44 cm  | 20,17 kg | R\$ 719,52   | R\$ 522,60 | R\$ 2.983,04 |
| <b>p25</b> | 21 cm | 67 cm | 0,857% | 11,38 cm | 22,18 kg | R\$ 778,82   | R\$ 564,74 | R\$ 3.204,55 |
| <b>p30</b> | 21 cm | 72 cm | 0,798% | 11,17 cm | 22,43 kg | R\$ 791,79   | R\$ 606,89 | R\$ 3.379,73 |
| <b>p35</b> | 27 cm | 70 cm | 0,768% | 10,89 cm | 26,85 kg | R\$ 966,45   | R\$ 758,61 | R\$ 3.730,13 |
| <b>p40</b> | 27 cm | 75 cm | 0,700% | 11,23 cm | 26,24 kg | R\$ 974,91   | R\$ 812,79 | R\$ 3.912,84 |

DOUGLAS DA SILVA CEZÁRIO

**ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS DE CONCRETO ARMADAS COM BARRAS DE  
GFRP SUBMETIDAS À FLEXÃO SIMPLES: ESTUDO COMPARATIVO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à  
Coordenação do Curso de Engenharia Civil do  
Campus Agreste da Universidade Federal de  
Pernambuco – UFPE, na modalidade de artigo  
científico, como requisito parcial para obtenção  
do grau de Bacharel em Engenharia Civil.

**Área de concentração:** Estruturas.

Aprovado em 12 de maio de 2023.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Profa. Dra. Giuliana Furtado Franca Bono (Orientadora)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof. Dr. Gustavo Bono (Avaliador)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof. Geovane Sercundes da Silva Junior (Avaliador)  
Autarquia do Ensino Superior de Garanhuns