UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

WILLAMY FRANCELINO DE OLIVEIRA

FUNÇÃO CONTÍNUA: um estudo da transformação entre representações semióticas por meio da argumentação.

Caruaru

2023

WILLAMY FRANCELINO DE OLIVEIRA

FUNÇÃO CONTÍNUA: um estudo da transformação entre representações semióticas por meio da argumentação.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Verônica Gitirana Gomes Ferreira

Coorientadora: Profa. Dra. Sylvia Regina De Chiaro Ribeiro Rodrigues

Caruaru

2023

Catalogação na fonte:
Bibliotecária – Paula Silva - CRB/4 - 1223

O48f Oliveira, Willamy Francelino de.
Função continua: um estudo da transformação entre representações semióticas por meio da argumentação. / Willamy Francelino de Oliveira. – 2023.
91 f.; il.: 30 cm.

Orientadora: Verônica Gitirana Gomes Ferreira.
Coorientadora: Sylvia Regina De Chiaro Ribeiro Rodrigues.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Programa de Pós- Graduação em Educação em Ciências e Matemática, 2023.
Inclui Referências.

1. Aprendizagem. 2. Argumentação. 3. Mapeamentos (Matemática). 4. Funções contínuas. 5. TRRS. I. Ferreira, Verônica Gitirana Gomes (Orientadora). II. Rodrigues, Sylvia Regina De Chiaro Ribeiro (Coorientadora). III. Título.

CDD 371.12 (23. ed.) UFPE (CAA 2023-022)

.

WILLAMY FRANCELINO DE OLIVEIRA

FUNÇÃO CONTÍNUA: um estudo da transformação entre representações semióticas por meio da argumentação.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para título de mestre em Educação em Ciências e Matemática. Área de concentração: Educação em Ciências e Matemática.

Aprovada em: 31/03/2023.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Verônica Gitirana Gomes Ferreira (Orientadora e Presidente)

Universidade Federal de Pernambuco

Profa. Dra. Sylvia Regina De Chiaro Ribeiro Rodrigues (Coorientadora)

Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Edelweis Jose Tavares Barbosa (Examinador Interno)

Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Gabriel Fortes Cavalcanti de Macedo (Examinador Externo)

Universidade Alberto Hurtado (Chile)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por ter proporcionado todos os momentos de aprendizado durante esta caminhada. Por ter me dado a oportunidade de cursar um mestrado, etapa na qual poucas vezes sonhei/pensei em realizar, ter me dado força e incentivo a cada momento em que pensei que não conseguiria construir e finalizar este trabalho.

Agradeço também as pessoas que fizeram parte da minha construção como pessoa, meus avós Maria Josefa e Manoel França (in memorian). Pessoas de extrema importância na formação do meu caráter, e certamente muito felizes estariam se pudessem ver esse momento aqui entre nós. Mas com a alegria e certeza que estão vibrando lá de cima.

Agradeço a minha mãe, Alexsandra Francelino, que não media esforços para garantir educação de qualidade e mesmo sem tantas instruções sempre me guiou pelo caminho correto e onde poderia me formar como cidadão. A minha namorada, Maya Correia, que me ajudou em todo momento há pelo menos 7 anos desde a graduação (na qual estava “empacada”) e me fez acreditar que seria possível cursar um mestrado acadêmico. Sempre me ajudando a prosseguir mesmo em momentos de angústia, fraqueza e de exaustão mental.

Um agradecimento a essas mulheres que aceitaram me orientar e ajudar durante essa etapa desafiadora. Inicialmente a minha orientadora, Verônica Gitirana, que me acompanha desde a graduação sendo acolhedora, paciente e gentil a todo momento deixando a caminhada mais leve (rsrsrs) mesmo que às vezes eu não conseguisse acreditar que assim seria. A minha coorientadora, Sylvia De Chiaro, que apareceu durante uma disciplina na graduação e posteriormente no mestrado. Uma pessoa de um coração enorme, sempre disponível e acessível durante essa etapa. Agradeço seus longos áudios via whatsapp explicando tudo que eu poderia pensar e repensar (rsrsrs). A vocês duas, minha eterna gratidão!

Aos meus amigos do PPGECM: Arthur, Joicy e Ailza, esses de longe foram os que mais fizeram parcerias acadêmicas e trocamos os estresses e alegrias que surgiram durante esse processo. Confesso que em geral, eu era o mais calmo (rsrsrs) então imaginem como eram eles. Agradeço também aos amigos, em particular Rafael Cavalcanti, do DMAT-UFPE. Por ter cursado a licenciatura em matemática no Recife acabei utilizando algumas salas de mestrado do departamento para construir minha dissertação. Além de trocar ideias e pegar feedbacks sobre o andamento da pesquisa.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES), agradeço pelo apoio e incentivo financeiro para esta pesquisa.

Agradeço a todos que de forma implícita e explícita, como a as considerações da banca durante a qualificação, com essa pesquisa e todos esses momentos ricos. Por fim, a você estimado leitor, que essa pesquisa possa lhe ajudar de alguma forma.

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo caracterizar as transformações dos registros de representações semióticas, de licenciandos de Matemática, a partir do processo argumentativo, para a construção de conhecimento sobre função contínua. O estudo teve como fundamentação a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), a partir da qual foram discutidos importantes aspectos sobre os tipos de representações, tratamentos e conversão, mobilizadas ao se estudar função contínua. Esses aspectos foram analisados tomando como base a mobilização dos conhecimentos a partir do processo argumentativo dos licenciandos. Foram discutidos estudos que abordaram a utilização da argumentação para promoção do conhecimento matemático, trabalhos que envolveram o estudo de funções contínuas ou TRRS. Quanto à metodologia da pesquisa, desenvolvemos um experimento a partir da resolução de uma situação envolvendo função contínua. Esse experimento se constituiu em três fases: 1. Resolução individual por uma turma na disciplina de Análise Real, com sete estudantes, de um IFES, no 8º período; 2. Após a resolução da situação, os estudantes foram desafiados a produzir um vídeo explicando a um colega como resolver a situação, de forma que o colega pudesse entender cada passo. O vídeo foi enviado ao professor da disciplina; 3. Durante o momento síncrono, após as devidas explicações dos estudantes no vídeo, houve um momento em que o professor procurou contra-argumentar suscitando outras possibilidades de resolução a partir de outros registros de representação. A partir de então, o professor recebeu dos estudantes réplicas à sua contra-argumentação. Os argumentos e as respostas dos estudantes foram analisados com base na TRRS e na argumentação, verificamos com as representações utilizadas pelos estudantes uma incidência de soluções pautadas no registro algébrico. Os argumentos mobilizados para justificar suas respostas tiveram impactos diretamente na escolha do registro utilizado, principalmente quanto ao apoio desses nos diferentes registros de representações semióticas durante as negociações de perspectivas. Por fim, o trabalho coletivo dos estudantes em avaliar as melhores estratégias e/ou reavaliar sua solução inicial promoveu significativas modificações em relação ao uso de conversões entre registros de representações.

Palavras chave: aprendizagem, argumentação, ciclo argumentativo, continuidade, TRRS.

ABSTRACT

This work aimed to characterize the transformations of the semiotic representation registers, of pre-service mathematics teachers, into an argumentative process to construct continuous function knowledge. The study was based on the Theory of Semiotic Representation Registers (TRRS), from which essential aspects were discussed about the types of representations, treatment, and conversion mobilized when studying continuous function. These aspects will be analyzed based on the incorporation of knowledge from the argumentative process of the pre-service teachers. Studies addressing the use of argumentation to promote mathematical knowledge and those involving continuous functions learning or TRRS were reviewed. As for the research methodology, we developed an experiment from the resolution of a situation involving continuous function. This experiment consisted of three phases: 1. Individual resolution by a class in the Real Analysis discipline, with seven students, from an IFES, in the eighth semester of the course; 2. After solving the situation, students were challenged to produce a video explaining how to solve it to a colleague so she/he could understand each step. Then, the video was sent to the teacher; 3. During a synchronous moment, after the due motivations of the students in the video, there was a moment in which the teacher tried to counterargument, raising other possibilities of resolution from other representation registers. From then on, the teacher received replies to his counterargument from the students. The students' arguments and responses were analyzed using the TRRS and argumentation. We verified a significant incidence of solutions based on the algebraic record. The arguments and the main argumentative elements mobilized to justify their results were directly influenced by choice of register used, mainly regarding their support in the different registers of semiotic representations during the impact of perspectives. Finally, their collective work of evaluating the best strategies or rethinking their initial solution, based on discussions with others, promoted significant changes toward the conversion between representation registers.

Keywords: learning, argumentation, argumentative cycle, continuity, TRRS.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CTD	Catálogo de Teses e Dissertações
DCN	Diretrizes Curriculares Nacional
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
GERE	Grupo de Estudos em Recursos para Educação
IFES	Instituição Federal de Ensino Superior
OBMEP	Olimpíadas Brasileira de Matemática da Escola Públicas
PCN	Parâmetros Curriculares Nacional
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TRRS	Teoria dos Registros de Representações Semióticas

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Meu interesse em pesquisar o processo argumentativo dos licenciandos em matemática sob o olhar da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) (DUVAL, 1993, 1999, 2003) ao estudar função contínua surge da conjunção de quatro experiências durante a minha formação: das atividades desenvolvidas no grupo de pesquisa GERE (Grupo de Estudos em Recursos para Educação) em que pude iniciar os estudos sobre a TRRS; de minha participação no programa de Residência Pedagógica no qual observei de perto algumas lacunas/dificuldades dos estudantes no entendimento do conteúdo de função; das atividades vivenciadas, durante a graduação, nas disciplinas “Metodologia do Ensino da Matemática II” e “Argumentar para Aprender e Aprender para Argumentar” que envolviam o estudo das funções e suas representações e os processos de construção dos diálogos argumentativos para construção do conhecimento.

Tenho interesse pela área de educação matemática, em especial, as que trabalham as metodologias e práticas de ensino. Mais especificamente, interesso-me por identificar caminhos que possam facilitar a abordagem e o processo de ensino-aprendizagem no estudo de função, temática importantíssima, trabalhada em toda educação básica.

Ao longo do meu percurso como estudante da Educação Básica e de graduação pude perceber algumas dificuldades de compreensão no estudo de funções e suas representações. Na graduação, ao me deparar com algumas atividades desenvolvidas na disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática II e em projeto de ensino como a Residência Pedagógica, pude desenvolver uma visão mais ampla e crítica (como futuro docente) do assunto.

A partir dessas vivências pude notar e refletir o que poderia ser feito de diferente de modo que a abordagem de função pudesse ter um rumo e um significado diferente para o estudante. Ao se abordar as representações da função na forma numérica, algébrica, gráfica e na linguagem usual (materna) nem sempre é feito de forma articulada, fazendo com que o estudante aprenda de forma isolada cada representação, dificultando possíveis relações durante o processo de aprendizagem.

Os pontos importantes que relacionam a importância da representação para o entendimento conceitual do objeto matemático estão interligados e é elencado por Duval (1999):

1. A existência de diversos registros de representação semiótica para um mesmo objeto matemático;
2. A diferença entre o objeto representado e seus registros de representação semiótica;
3. A coordenação entre os diferentes registros de representação.

Ao estudar a relação entre representação e entendimento, Duval (1999) salienta a dificuldade do estudante em articular representações de um mesmo objeto matemática a fim de coordenar os diferentes registros e poder diferenciar conceito e representação, obtendo aí uma real compreensão do conceito. Duval (2003) discute, ainda, a importância da mobilização simultânea de pelo menos dois registros de representação semiótica para que efetivamente o indivíduo tenha compreendido o conceito estudado.

Diante dessa dificuldade de articular os registros, é de suma importância que o professor possa, durante o ensino de função, propiciar ao estudante momentos para observar, discutir e aplicar diferentes registros de representação semiótica para os exemplos e exercícios em sala de aula.

Alencar (2017), Carvalho (2017), Melo (2019) e Sabel (2021), pesquisadores em educação matemática, discutem em seus trabalhos a importância de se trabalhar/explorar os registros de representação semiótica nas aulas de matemática, desde o ensino básico até o superior, para melhor compreensão do objeto estudado. Esses trabalhos buscam identificar aspectos dentro desse campo desde a produção de conteúdo para avaliações de pequena e grande escala; passando pelas dificuldades e lacunas que podem surgir ao solucionar os problemas utilizando apenas um método; da importância de se trabalhar os recursos discursivos da linguagem dentro dos conteúdos da matemática para o estudante conseguir explorar seus conhecimentos e ir construindo seu pensamento a partir do momento em que escreve a solução do problema.

Em relação ao ensino da matemática com atividades que envolvem argumentação, Scheffer (2013) e Lopes (2020) relatam suas experiências ao trabalhar conteúdos de matemática articulando sua compreensão a partir de jogos cooperativos e do software GeoGebra. Essas atividades tiveram como ponto fundamental no processo de ensino-aprendizagem a utilização da argumentação na elaboração das respostas e nas reflexões de alguns conceitos trabalhados tanto no grupo de estudantes quanto no de professores. Esses estudos enfatizam a importância de analisar casos distintos dentro de uma mesma temática e a colaboração entre os diferentes pontos de vistas e justificativas trazidas pelos sujeitos durante a resolução das atividades propostas.

1.1 QUESTÃO DE PESQUISA

Acerca dessa temática associada a funções, em especial o estudo da continuidade, surge então a questão de pesquisa: *Como se dá a construção do processo argumentativo dos licenciandos em matemática, sob um olhar dos registros de representação semiótica, na aprendizagem sobre continuidade de função?* A partir dessa questão, buscaremos identificar os principais conhecimentos mobilizados pelos licenciandos em matemática para justificar as escolhas das representações semióticas utilizadas ao longo da resolução de problemas; as articulações feitas entre diferentes objetos, proposições e algoritmos matemáticos em diferentes representações.

1.2. JUSTIFICATIVA

Diante das dificuldades encontradas na Educação Superior no ensino das ciências exatas, é necessário pensar em metodologias de ensino e recursos educacionais que possam contribuir com este campo de ensino. Assim, nesta pesquisa propomos a utilização da teoria dos registros de representações semióticas para melhor compreensão do conteúdo de funções contínuas a partir da utilização da argumentação. Pensamos que diante de um cenário educacional onde a participação de sujeitos mais reflexivos e críticos é cada vez mais importante, a realização de atividades que desenvolvam trabalhos colaborativos e com soluções/pensamentos distintos pode favorecer potencialmente suas habilidades e minimizar suas dificuldades acerca desta temática.

1.3. OBJETO DE ESTUDO

O objeto de estudo que propomos nesta pesquisa o estudo da aprendizagem sobre função contínua, a partir da teoria dos registros de representação semiótica e a utilização da argumentação. Pretendemos investigar a capacidade de estudantes argumentarem matematicamente suas respostas, tendo em vista o máximo de soluções possíveis e a negociação de perspectivas. A complementação de diferentes ideias é de fundamental importância no andamento de uma atividade argumentativa.

1.4. HIPÓTESE

A hipótese que apresentamos neste trabalho é que o conhecimento matemático para ser compreendido precisa passar pelas etapas de reconhecimento da teoria de registros de representações semióticas, o sujeito precisa ter no mínimo a mobilização de dois registros de representação para ter entendimento do objeto. Pensamos que se os estudantes conseguem observar o contexto de função contínua associados às suas representações e utilizar a argumentação para descrever e justificar seus pontos de vista, indica seu domínio sobre o objeto estudado (função contínua).

1.5. OBJETIVOS

1.5.1 Objetivo Geral

Caracterizar as transformações dos registros de representações semióticas, de licenciandos de Matemática, a partir do processo argumentativo, para a construção de conhecimento sobre função contínua.

1.5.2 Objetivos Específicos

- Mapear as estratégias e registros matemáticos utilizadas pelos estudantes em situações de argumentação sobre continuidade de função;
- Caracterizar as transformações de registros de representação ao longo do processo argumentativo ao resolver a situação.

1.6 ESTRUTURA DO TEXTO

Este projeto se organiza em seis capítulos: a introdução com a proposta do trabalho, a problematização com a questão de pesquisa, as justificativas para escolha da temática, a hipótese e os objetivos compõem o 1º capítulo. O 2º capítulo com a fundamentação teórica da pesquisa que será dividida em duas partes, a primeira será dedicada a discutir a Representação Semiótica e Funções que está subdividida em: representação semiótica, função e continuidade. A segunda parte da fundamentação será discutida a Argumentação e a argumentação na matemática. No 3º capítulo será a revisão de literatura, detalhando os principais trabalhos encontrados que abordam esta temática. Já o 4º capítulo é composto pelo método de pesquisa explicitando o desenho da pesquisa, a construção da atividade, o local onde será vivenciada, a amostra dos participantes, como foi pensado a escolha dos participantes, os instrumentos e procedimentos para coleta dos dados. No 5º capítulo temos as análises dos resultados obtidos. O 6º capítulo traz as considerações finais e as limitações observadas na pesquisa. Por fim, teremos as referências utilizadas na pesquisa e o apêndice.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E ARTICULAÇÕES COM O CURRÍCULO

Neste capítulo será discutida a Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS), inicialmente articulando a teoria com os desafios e importância da argumentação no processo de ensino e aprendizagem da matemática. As especificidades relacionadas, em especial, o estudo da continuidade de função (objeto matemático), como a variedade de representações que podem assumir.

As principais competências que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) discute sobre os conhecimentos trabalhados em relação ao estudo de funções, os quais vamos associar com os livros didáticos e a TRRS, elencando a importância dessa teoria e associando-a ao conceito de função e suas representações.

A utilização da argumentação como importante instrumento formativo, validador e ratificador não só do discurso como do conhecimento e, por fim, serão elencadas algumas pesquisas que utilizaram a argumentação dentro do ensino da matemática para promoção do conhecimento.

2.1 REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E FUNÇÕES

O ensino das funções é apresentado aos estudantes no 9º ano do Ensino Fundamental, último ano dos finais e se estende durante todo Ensino Médio, seja em situações que requerem a utilização de função em questões “pura” (dentro do próprio estudo de funções) ou aplicadas em outros tópicos da matemática. Esse tópico é importantíssimo, pois sua utilização não se restringe apenas a matemática, podemos ver aplicações na física, química, biologia, etc.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2019), documento oficial e orientador do currículo brasileiro, traz na unidade temática de álgebra, como uma de suas habilidades/competências (EF09MA06) para essa fase escolar, conseguir: “Compreender função como um tipo de relação de dependência entre duas variáveis, ideias de domínio e de imagem, associando-as a representações gráfica e/ou algébrica”, uma das habilidades apontadas refere-se a representação de função mais explorada nas aulas de matemática quando se estuda função.

A outra habilidade (EF09MA06) é a de compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações (numérica, algébrica e gráfica) e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

O estudo das funções nos livros didáticos de Giovanni *et al.* (2017) e de Iezzi *et al.* (2016) inicia-se com a ideia de função como relação entre grandezas, seguida da definição de função como relação de conjuntos e a representação de função com um gráfico. Todos esses elementos citados são gerais para todos os tipos de funções, portanto se estendem no estudo dos tipos de função, são elas: função afim (polinomial do 1º grau, constante e linear), função quadrática, função modular, função exponencial e função logarítmica.

Nesse sentido, faz-se necessário articular durante as aulas os registros de representação que vão aparecer ao estudar todas essas funções durante o Ensino Médio. Então, como podemos associar todos os elementos desses tipos de funções por meio dos registros de representação semiótica? Para isso, Duval (2003) reforça a importância e a necessidade de o sujeito ter a oportunidade de visualizar/estudar pelo menos dois tipos de registros diferentes para que ele consiga compreender/dominar, ter uma visão mais ampla sobre o objeto que está sendo estudado e uma das principais dificuldades dos estudantes que é conseguir diferenciar o objeto de estudo e suas representações. Só dá para dissociar o objeto de sua representação quando se observa as características que são comuns a uma mesma função quando representada por meio de diferentes representações. Pois o que não é comum, então é característica da representação, não da função.

2.1.1 Representação Semiótica

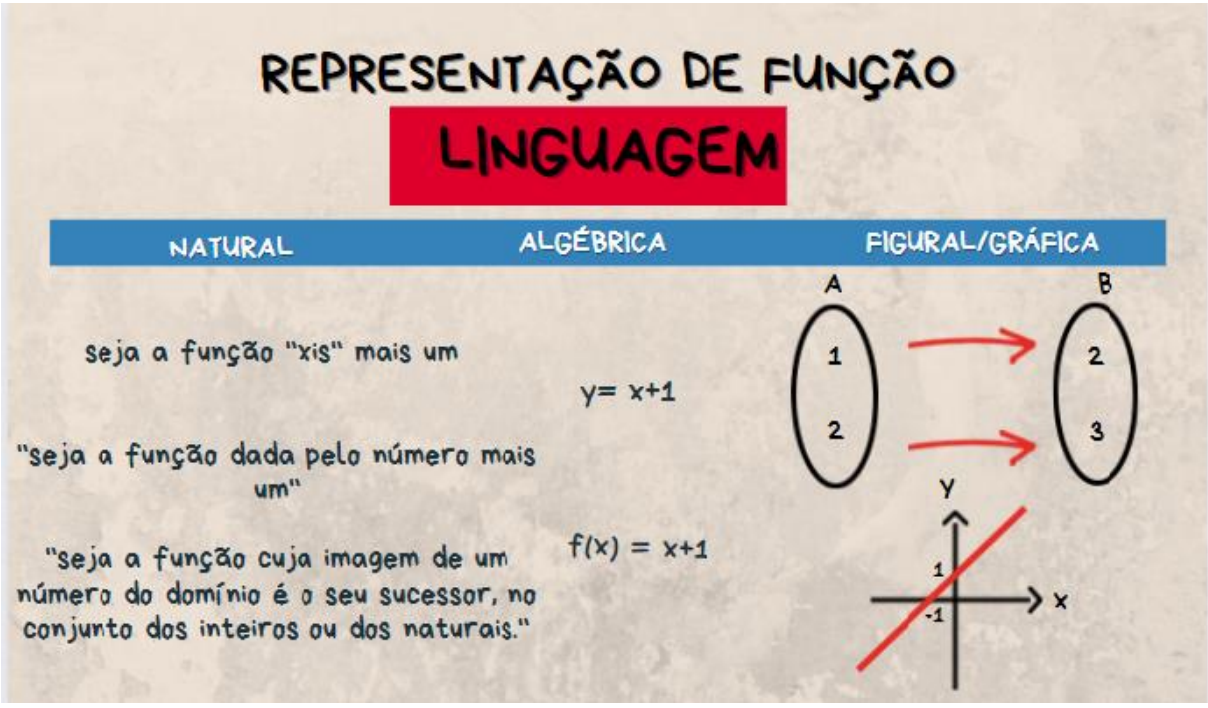
A teoria dos registros de representações semióticas (TRRS) foi desenvolvida pelo filósofo, psicólogo e pesquisador Raymond Duval em 1993, para o campo da didática da matemática, e ao longo dos últimos anos vem despertando interesse de pesquisadores no campo das ciências exatas, em especial, na matemática. A sua teoria é usada para indicar diferentes tipos de registros de representação como, por exemplo, escrita em língua natural e/ou em língua materna, escrita algébrica, tabelas, gráficos cartesianos e figuras para um mesmo objeto em questão.

A contribuição desta teoria para com as pesquisas na área da Educação Matemática é de grande importância. Pelo fato de a Matemática trabalhar constantemente com objetos abstratos e, segundo Duval, para o sujeito apropriar-se de um determinado objeto abstrato deve recorrer a algum tipo de representação, que pode ser algébrica, gráfica ou em língua materna.

Um ponto importantíssimo da TRRS é familiarizar o estudante com a diferentes registros de representação, inclusive resolver um problema por mais de uma solução identificando as possíveis conversões, tratamentos e representações.

A Figura 1 traz várias linguagens possíveis para representações distintas de um mesmo objeto matemático (função):

Figura 1 - Tipos de registros para função.



Fonte: Autoria própria (2023).

Mais adiante do conhecimento dos tipos de linguagens para um mesmo objeto, Duval (2003) afirma que um registro de representação pode ser considerado semiótico quando permite a formação de uma representação (representar o objeto nas suas diferentes "formas" por exemplo $f(x) = x - 3$ está na sua representação algébrica); o tratamento (conseguir operar o objeto dentro de um mesmo registro, por exemplo, $f(x) = x/2 + x/3 = 5x/6$) e a conversão (processo de troca de um registro para outro, "o dobro de um número mais seu sucessor é igual a sete" na representação em linguagem natural pode ser convertido para $2x + (x + 1) = 7$ na representação algébrica).

Figura 2 - Tratamento e Conversão de função.

Fonte: Adaptado de Dernardi (2017).

Na Figura 2, podemos identificar as três características citadas por Duval para que o registro seja semiótico: (1) conseguir ser representado (neste caso foi utilizado a algébrica e a gráfica), (2) conseguir realizar o tratamento dentro de um próprio registro (algébrico) e (3) a conversão entre os registros passando do algébrico para o gráfico.

Quando o estudante é capaz de reconhecer um mesmo objeto estando representado em diferentes registros é um sinal que ele já compreendeu o objeto estudado e/ou distingui-o de sua representação.

No campo da didática, a TRRS vem tentar minimizar possíveis confusões entre os conceitos por meio do entendimento do papel da representação semiótica na cognição matemática. Defende, portanto, que uma melhor apreensão dos conteúdos matemáticos depende da possibilidade de o estudante conseguir distinguir conceito e representação, o que só é possível por meio do uso de diferentes representações de um mesmo conceito. O registro de representação e conversões entre elas é, portanto, um suporte para os estudantes e professores construírem e dar significados ao objeto matemático estudado.

Por fim, Duval (2003) alerta que o excesso de utilização de um registro específico por parte do professor em relação a outros pode causar no estudante a sensação de que apenas tal registro é o correto para representar o objeto e/ou o registro é o próprio objeto. É ressaltado a importância de se trabalhar atividades que mobilizem situações com outros tipos de representações, tratamentos e conversões, principalmente para o estudante ter maior domínio do que está estudando.

2.1.2 Funções e Continuidade

Para definição de função contínua iremos utilizar antes a definição de função. Para isso, iremos recorrer a definição trazida por Caraça (1950) pois nela podemos perceber elementos transitórios importantes da matemática ao estudar função desde sua interpretação algébrica/analítica até a geométrica.

Caraça (1950) começa o capítulo de função citando que ela pode ser vista como uma variação de certa quantidade, onde podemos mensurar e obter uma regularidade de um fenômeno sob condições uniformes ao longo do processo. Em outras palavras, podemos colocar em uma tabela valores para certo tipo de relação e observar a mudança nos dois “sentidos” da relação. Por exemplo: gasto 30 minutos andando até chegar ao trabalho todos os dias. Durante 15 dias, resguardado as condições aplicadas em cada uma desses dias quanto tempo gastarei ao final desse período?

Tabela 1 - Relação dia x tempo.

DIAS	TEMPO GASTO (minutos)
1	30
2	30 + 30 = 60
3	60 + 30= 90
. . .	. . .
15	30+60+ 90+...+ …

Fonte: Autoria própria (2023).

Seguindo esse padrão podemos notar que exigirá um tempo maior para resolver as somas até o termo (15) escolhido, então Caraça (1950) sugere que seja utilizado uma correspondência entre esses dois conjuntos (dias e tempos) para que possamos formular uma lei que a expresse.

Tabela 2 - Relação com a variável.

DIAS	TEMPO GASTO (minutos)
1	1 * 30 =30
2	2 * 30 = 60
3	3 * 30 = 90
. . .	. . .
15	15 * 30 = 450
x	x * 30 = 30x

Fonte: Autoria própria (2023).

Então, é mostrado que para esses dois conjuntos tempo e dias temos uma correspondência unívoca onde podemos observar que ao mudar um dos lados teremos consequência no outro. Para tanto, define-se a lei de formação como 30x, onde x é a quantidade de dias e 30 o tempo gasto a cada dia.

Um próximo passo importante que Caraça destaca é a noção de variável, conseguir compreender a generalidade do processo e não ficar “preso” a fazer tabelas para resultados particulares. Para tanto, temos que construir uma representação simbólica para essa variável, usualmente utilizada como x na maioria dos casos. Um bom exemplo citado por ele é quando temos um intervalo numérico no conjunto dos naturais (2, 6) e dizemos que x faz parte desse intervalo, subentende-se que nossa variável pode admitir um dos valores 3, 4 ou 5 (sem precisarmos escrevê-los).

Uma vez compreensível a lei de formação para uma função é identificada qual é sua variável simbólica e o termo sem variância (independente) dentro do problema, podemos então definir o conceito de função:

"Sejam x e y duas variáveis representativas de conjunto numérico dizem que y é função de x se y(x)".

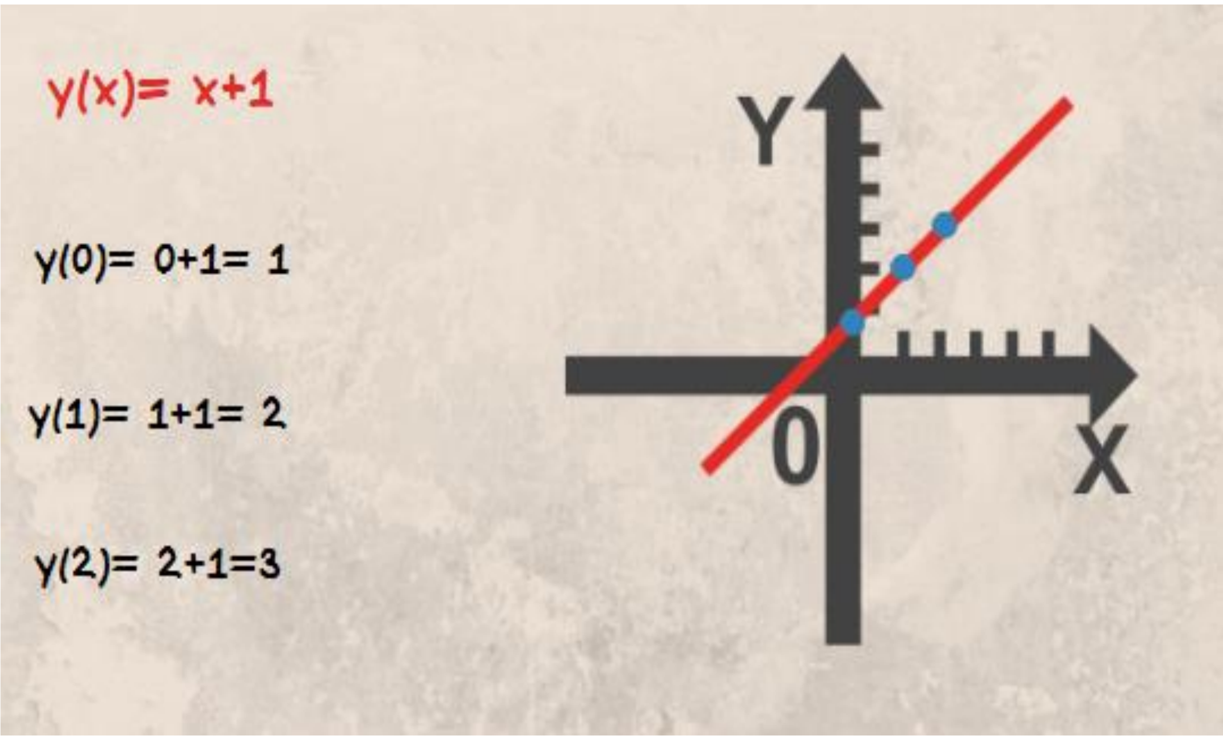
Caraça (1950) reforça que esse tipo de linguagem (materna) pode não deixar muito claro para o leitor como essa função “aparenta”, então ele sugere e afirma que podemos expressar como sendo por $y = f(x)$ ou $y(x)$. Portanto, temos uma função y que depende e, por isso, muda a cada variação do x.

Para construir uma noção geométrica do conceito de função, Caraça (1950) utiliza o sistema cartesiano como referência. Sistema esse que têm duas retas perpendiculares em que podemos associar valores numéricos para variável da função e conseguirmos marcar pontos nessa reta.

Temos agora adotando um sistema cartesiano XY a possibilidade de escolher valores quaisquer para nossa variável e para cada um deles teremos um outro valor como resposta quando aplicado na função.

A seguir uma exemplificação de uma função do 1º grau $y(x) = x + 1$ (em sua representação algébrica/analítica) e foram escolhidos os valores 0,1 e 2 para variável x e foi retornado como resultado os valores 1, 2 e 3 para função y(x).

Figura 3 - Representação gráfica da função.



Fonte: Autoria própria (2023).

Uma situação importante para melhorar a visualização de uma função em sua representação geométrica é determinar o maior número de pontos possíveis para esboçar o gráfico. Por fim, Caraça (1950) reforça que dada qualquer função (independente do modo como está definida), conseguiremos construir uma imagem geométrica para função e nessa imagem estão todos os pontos escolhidos do plano.

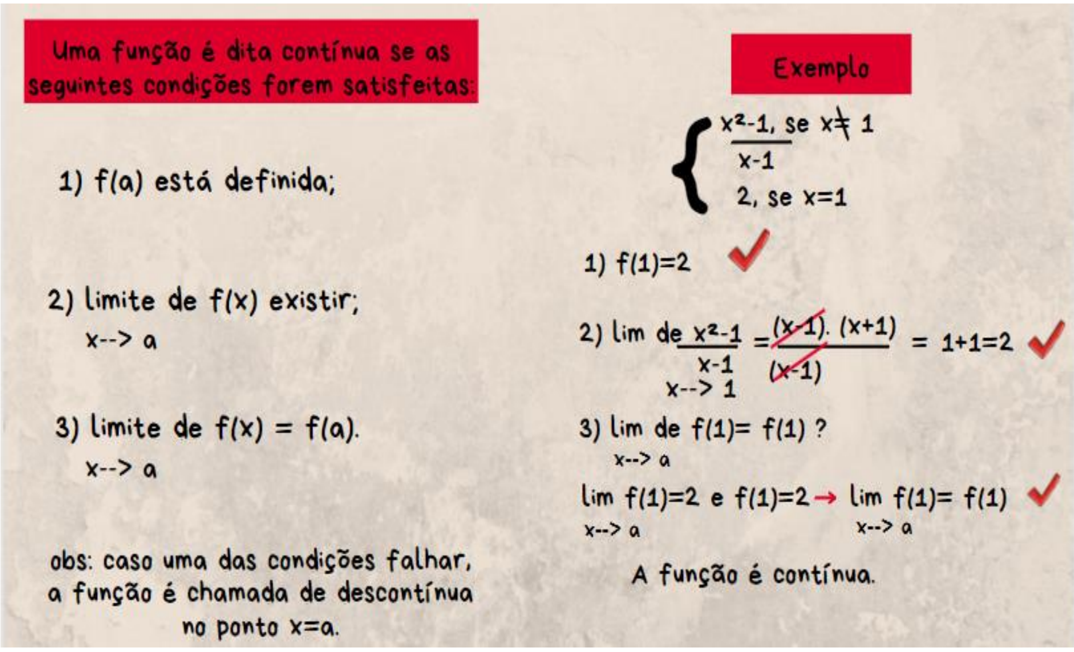
Quando se trata de função contínua, é importante que os estudantes revisem alguns conceitos pois requer alguns conhecimentos prévios sobre função e cálculo de limite. Para saber se uma função é contínua temos que analisar a validade de três pontos, são eles:

1. Se ela está definida (se ela existe) no ponto escolhido;
2. A existência do limite aplicado a função;
3. Se seu valor no ponto escolhido é igual ao calculado no limite.

Nota-se neste caso acima uma definição de função contínua pautada exclusivamente na linguagem natural. Lembrar ou compreender as principais condições para saber se a função é contínua ou não é importante para que o estudante consiga “executar” a tarefa que foi proposta. Mas apenas com a definição em linguagem natural e sem a apropriação dos elementos matemáticos e suas representações possivelmente não dará conta de fazer as devidas verificações quanto à sua continuidade ou não.

Podemos definir “algebricamente falando” que a função será contínua quando satisfazer essas três condições da imagem abaixo:

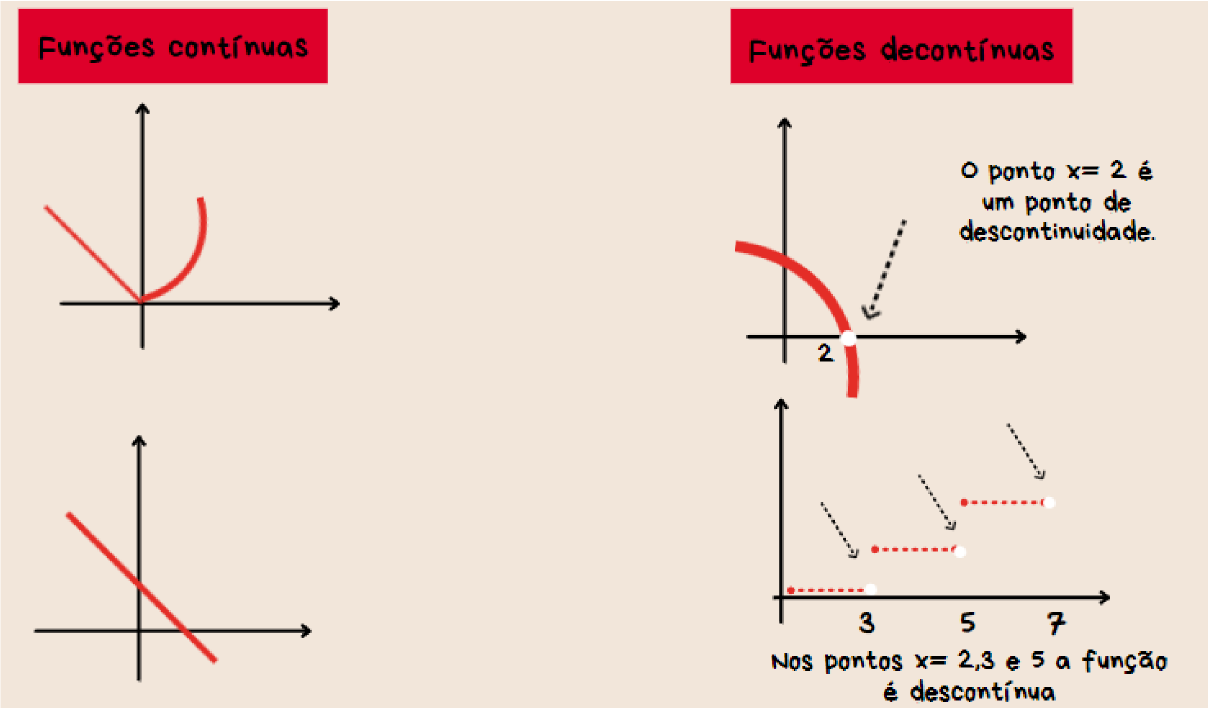
Figura 4 - Definição de função contínua e exemplo.



Fonte: Autoria própria (2023).

Quando se fala da representação gráfica de uma função contínua, é comum definir como sendo “a função na qual não precisamos deslocar/tirar o lápis do papel para desenhá-la” ou então como uma “curva suave”, ou seja, o gráfico é feito de forma "contínua" e sem interrupções/quebras/buracos pelo caminho. Na figura abaixo estão representados alguns casos em que a função é contínua e descontínua.

Figura 5 - Representação gráfica de funções contínuas e descontínuas.



Fonte: Autoria própria (2023).

Uma relação interessante que conseguimos fazer ao estudar funções contínuas é quanto ao seu comportamento do gráfico a cada mudança de ponto escolhido para testar sua continuidade ou não. Podemos fazer essas mudanças dos pontos e verificações no gráfico de forma simultânea durante as aulas, fazendo com que o conceito aprendido não fique só em um registro específico (algébrico ou gráfico) fazendo essa análise de continuidade e descontinuidade dentro da proposta da TRRS e articulando os registros para fortalecer a compreensão dos estudantes sobre o objeto e seus possíveis comportamentos ao longo de cada registro de representação.

2.2 ARGUMENTAÇÃO

O estudo da argumentação surgiu há séculos atrás, desde a época dos gregos. Existiam três grandes correntes filosóficas: lógica, retórica e a dialética que são as principais teorias da argumentação clássica. Essas correntes filosóficas tem como principal finalidade convencer os sujeitos envolvidos nas discussões e aumentar a aceitação das ideias levantadas pelos mesmos a partir de questionamentos críticos (dialética), demonstrações de raciocínios lógicos (lógica) ou até mesmo persuasão (retórica).

A argumentação se utiliza da linguagem para justificar ou questionar um ponto de vista, de modo a oportunizar que sejam levantados pontos de vista distintos durante as discussões, tendo a possibilidade de mudança/aceitação de uma posição inicial defendida. Van Eemerem (1997) ressalta que a argumentação não faz parte apenas de um processo racional do pensamento, mas também de uma comunicação em desenvolvimento dentro de um processo de interação, destacando a importância da qualidade dos argumentos no decorrer das discussões.

Para considerar um argumento como válido é importante haver um olhar mais rigoroso quanto aos dados que estão sendo levantados e analisados. As afirmações por si só não garantem qualidade de um argumento ou ponto de vista, o mesmo precisa ser evidenciado através de dados válidos (fonte de revistas científicas, políticas e etc.), concretos, revisados e reais.

Neste trecho abaixo van Eemerem (1997) dá um exemplo a partir de uma reportagem publicada por um jornal em 1993 de como os dados durante um argumento podem ser apresentados:

> Um estudo recente descobriu que as mulheres são mais propensas do que os homens a serem assassinados no trabalho. 40% das mulheres que morreram no trabalho em 1993 foram assassinadas. 15% dos homens que morreram no trabalho durante o mesmo período foram assassinados. A primeira frase é uma afirmação feita pelo escritor, e as outras duas frases apresentam evidências oferecidas como razão para aceitar essa afirmação como verdadeira. A esse conjunto de informações apoiadas a justificativas é o que é mais comumente chamado de argumento. (1997, p. 209, Tradução Nossa).

Neste trecho, o escritor do jornal faz três afirmações, a primeira afirmação é feita por ele e as duas últimas são evidências de estudo que o escritor usa para convencer o leitor da sua afirmação inicial. A escolha e união desses elementos, ponto de vista + justificativa, iremos chamar de argumento.

Van Eemerem (1997) ainda destaca que um argumento “bom/forte” não necessariamente precisa ser obtido através de dados estatísticos prontos, também pode ser construído na interação entre alguém que apresenta um ponto de vista e alguém que questiona. Para isso chamaremos de proponente (quem irá propor uma afirmação e/ou argumento) e o oponente que irá duvidar, refutar a afirmação utilizando o ponto de vista contraditório.

Dentro de toda discussão é imprescindível avaliar o que está sendo dito e baseado em que evidências tal pessoa levantou alguma afirmação ou ponto de vista. A partir disso, baseado nos trabalhos feitos por Blair e Johnson, van Eemerem (1977) traz três critérios importantes visando a qualidade dentro da argumentação:

> As premissas para uma conclusão devem satisfazer três critérios: (1) relevância, (2) suficiência e (3) aceitabilidade. Com relevância, a questão é se existe uma relação adequada entre o conteúdo das premissas e a conclusão; com suficiência, se as premissas fornecem evidências suficientemente fortes para a conclusão em face de objeções e contra-argumentos; com aceitabilidade, se as premissas são verdadeiras, prováveis ou confiáveis. (p. 218, Tradução nossa).

Van Eemerem (1977) discute em seu texto o importante papel da oposição dentro do contexto argumentativo. A oposição tem aspecto crucial dentro do discurso argumentativo. Haver uma diferença de opinião durante a interação entre sujeitos é um alicerce importante não só na discussão de ideias como para se estabelecer diferentes pensamentos/pontos de vistas a serem analisados. Essa negociação de divergências nesse momento tem uma característica importante que é tentar resolver uma diferença de opiniões entre os sujeitos através da exploração dos pontos de vista e justificativas dos envolvidos.

Para fins pedagógicos, o contexto argumentativo é aplicado no processo de ensino aprendizagem e inserido com o objetivo de propiciar um ambiente que estimule a criticidade sobre os assuntos abordados em sala de aula. Van Eemerem (1997) define:

> No estudo da argumentação, um objetivo é cultivar a competência em análise e investigação crítica. O estudo das falácias é, em suas melhores modalidades pedagógicas, o cultivo de um senso crítico que torna o estudante um melhor participante no discurso argumentativo: melhor não no sentido de ser capaz de vencer em debates, mas melhor no sentido de poder avançar a discussão em direção a uma resolução racional”. (p. 227, tradução nossa).

A partir da utilização mais frequente do discurso como elemento que justifica ou aborda pontos de vistas distintos, surgem alguns pontos notáveis para o debate em si, como: o que é necessário para uma discussão ser bem fundamentada? O que valida meu discurso? Quais critérios de aceitação do meu ponto de vista? A partir desses questionamentos foram criados os argumentos genéricos que servem inicialmente para casos isolados e se estendiam para um universo maior, os chamados silogismos (VAN EEMEREM, 1997).

Uma ressalva que ficou mais eminente ao uso dos silogismos foi a aparição das falácias (um raciocínio errado com aparência de verdadeiro). Distinguir a veracidade ou não foi objeto de estudo de Aristóteles que identificou formas de argumento que têm uma falsa aparência de solidez, um erro de raciocínio que surge de uma mudança despercebida no significado dos termos usados dentro de um argumento. Para Aristóteles, refutar fazia parte de um processo interno de investigação do ponto de vista por meio de discussões críticas sobre o objeto em questão.

O silogismo trazido por Aristóteles tinha uma preocupação apenas com a validade lógica das premissas, sem levar em consideração o contexto na qual se encaixava. Essa preocupação com a validade das premissas e do raciocínio lógico fazem parte da estrutura defendida dentro da lógica formal. Um exemplo clássico da utilização dos silogismos é a seguinte afirmação: “Todos os homens são mortais. Pedro é homem, logo Pedro é mortal.” Nota-se que não é levada em consideração nenhuma informação extra sobre Pedro, apenas o fato dele ser homem (premissa) já é suficiente para validar a afirmação.

Ao analisar esses pontos trazidos sobre a lógica formal podemos inferir que o estudo das funções contínuas no que se refere às suas três proposições pode ser entendido como base de silogismo, onde temos algumas premissas para se chegar a uma conclusão. Neste caso em especial, teríamos as três proposições apresentadas anteriormente para condição da função ser contínua, onde a mesma é verdadeira se são verificadas a veracidade das suas “premissas” (1º está definida no ponto em questão, 2º existe limite e 3º o limite e a função terem valores iguais no ponto).

A discussão entre perspectivas diferentes, considerando mais de uma situação durante posições contrárias fazem com que a dialética surja na Grécia antiga. A dialética consiste na construção do conhecimento a partir do diálogo, sendo os elementos principais o posicionamento oposto entre os envolvidos e a persuasão como recurso nas discussões.

A utilização da argumentação dentro de uma perspectiva dialética pode ser vista como um termômetro importantíssimo tendo em vista as discussões sobre as representações de funções dentro da teoria dos registros de representação semiótica. É possível ser colocado em discussão na sala de aula para quais situações a utilização de tal registro é melhor em detrimento a outro, ocasião em que o professor pode exemplificar os principais registros existentes dentro de um determinado problema, os estudantes resolvendo e propondo uma resposta e por último o professor listando outras possibilidades de respostas.

Partindo da perspectiva dialógica para esta pesquisa, iremos aderir e relacionar nosso trabalho com a tríade de elementos propostos por Leitão (2013) que constituem uma situação de argumentação: o argumento, contra-argumento e a resposta. O argumento levantado pelo proponente partirá de um ponto de vista ancorado por justificativas que o consolidam. O contra-argumento surge de um ponto de vista diferente ao inicialmente levantado e seguirá sendo reforçado por justificativas assim como o argumento. Para resposta, serão analisados ambos pontos de vista e justificativas utilizadas para chegar a um consenso ou não, podendo iniciar assim um novo ciclo argumentativo.

Assim, tomamos a tríade de Leitão (2013) como unidade de análise dos dados desse estudo uma vez que os estudantes participantes submetem soluções para uma atividade (argumento), em seguida passam por um processo de justificação com o professor que dará suas considerações (contra-argumento) e por fim ambos irão re(considerar) a partir da negociação seus pontos de vistas e dar uma conclusão para situação em questão (resposta). Neste momento é possível que haja uma análise mais crítica do estudante quanto a sua resposta fazendo com que ele autorregule suas ideias/pensamento, sendo esse processo chamado de metacognição (LEITÃO, 2013).

Dentro desse contexto de negociação entre as partes envolvidas pode haver uma revisão de pensamentos e possibilidades que um ou outro não tinha pensado antes, com isso podemos ter um aprofundamento do conhecimento. A negociação durante o processo de ensino-aprendizagem pode levar os participantes a refletir e reorganizar seu próprio pensamento (metapensamento) inicial que possivelmente não dava conta de solucionar tal situação.

2.2.1 Argumentação na Matemática

A teoria lógica de argumentação aparentemente pode ser propícia no estudo da matemática, uma vez que o conhecimento matemático e os exercícios são produzidos em parte por provas lógicas. Contudo, trabalhar apenas esse tipo de raciocínio em resolver as “premissas” para chegar em uma conclusão final pode limitar o estudante ao estudar o conceito em si. Seria interessante associar o raciocínio matemático com a dialética pois abre para um pensamento mais crítico e reflexivo, diferentemente da lógica formal que é mais “fechada”. Exercitar seu pensamento crítico através do embate de ideias contrárias como sugerido pela dialética, pode fortalecer/aprofundar seus pensamentos e conhecimentos.

A utilização da argumentação dentro da matemática é um processo necessário, ora de forma implícita ora de forma explícita, durante uma dedução, demonstração ou realização de explicações sobre algum tema. O rigor da atividade de demonstração precisa, e sempre precisou, de uma validação por outros matemáticos, essas análises duravam muitos anos e em alguns casos séculos ou mesmo não foram “satisfatoriamente” elucidadas (BOYER, 1974).

A matemática alcançada há séculos atrás permitia que poucos sujeitos dotados de conhecimento pudessem manipular seus objetos (BOYER, 1974). Hoje, também é importante que uma quantidade maior de pessoas possa utilizar a matemática como ferramenta de desenvolvimento cognitivo para as atividades demandadas da nossa sociedade. Então, se faz necessário que professores de matemática realizem atividades que propiciem situações durante suas aulas de modo que favoreça a utilização dos conceitos matemáticos de forma crítica e reflexiva, bem como desfrutar dos conhecimentos prévios (informais ou não) de seus estudantes e articular com conceitos específicos (formais) propostos no ensino escolar.

Os trabalhos de Scheffer (2013) e Lopes, De Chiaro e Calligaris (2020) utilizaram diferentes abordagens com a argumentação para realização de suas aulas de matemática. As atividades trazidas pelos autores tiveram como recursos a utilização de software dinâmico e jogos cooperativos pois acreditam que a abordagem matemática pode e deve buscar alternativas não usuais para favorecer e despertar o diálogo/interesse da matemática por professores e estudantes.

Scheffer (2013) utilizou softwares dinâmicos com professores de matemática do Ensino Fundamental e Médio a fim de construir argumentos distintos ao abordar geometria plana, geometria espacial e função afim. Um dos principais resultados destacados foi o fato dos professores conseguirem argumentar a utilização de algumas propriedades dos triângulos apenas utilizando a “linguagem natural” e, mesmo esperando uma resposta homogênea (devido à própria característica da matemática), houve variação da linguagem por parte dos professores.

Foram utilizadas expressões diferentes que retratam a mesma ideia sobre um conceito. Segue alguns trechos trazidos pelos professores para retratar a questão: “Congruência entre os lados do triângulo”, “ângulos menores que 90º graus”, “acutângulos”, “lados com medidas iguais”. Essas explicações distintas trazidas para um mesmo objeto destaca a importância de valorizar o trabalho coletivo entre os professores nas discussões matemáticas, pois nessa complementação e troca de ideias conseguimos perceber o enriquecimento e complementação dos argumentos.

No estudo de Lopes, De Chiaro e Calligaris (2020) é trabalhado o jogo cooperativo argumentativo para fins de aprendizagem através de “trocas” de ideias entre os estudantes. Ele afirma que a utilização do jogo em si proporciona aos estudantes uma sensação de “brincadeira” e que a aula poderá ser diferente. É destacada a importância de conseguir atrair os estudantes de forma interativa sem perder os pressupostos conceituais elaborados para a atividade. A proposta do jogo cooperativo é importante pois nesse momento de “ajuda” mútua de ideias, respostas e pensamentos distintos para uma mesma situação são gerados e debatidos.

Um dos pontos trazidos por Lopes, De Chiaro e Calligaris (2020) foi a realização de uma reflexão sobre as respostas desses estudantes ao trabalho em grupo, situação que poderia não ser observada em caso de atividade individual, pois, neste momento não haveria divergências de respostas (pressupõe-se que de pensamento também) e mudança de perspectiva entre eles.

A partir de respostas distintas os estudantes são capazes de argumentar sobre seus pontos de vista, mediar entre si as proposições encontradas, autorregular suas respostas e um processo metacognitivo riquíssimo (forma de raciocínio no qual o indivíduo repensa seu próprio pensamento) ocorre, ocasião na qual eles irão re(considerar) ou não um pensamento inicial. Lopes, De Chiaro e Calligaris (2020) destacam essa etapa da seguinte forma:

> Acreditamos que a argumentação no ensino da Matemática é um forte instrumento na construção do conhecimento, inclusive dos conhecimentos/conteúdos canônicos, nos quais na medida em que propicia aos envolvidos no processo argumentativo uma constante reflexão acerca do que compreendem sobre esses conteúdos, fazendo com que discutam e negociem de forma a tentarem convergir no que diz respeito ao objetivo comum que se deseja aprender sobre dado conhecimento. (2020, p.254).

Diante de todos cenários encontrados, os estudantes poderão construir colaborativamente situações diferentes mesmo para conteúdos canônicos (comprovado por alguma área de conhecimento) onde não se esperava que pudessem emergir discussões sobre um tema tão “batido/acabado”. Este tipo de atividade contribui na dinâmica da aula, potencializando a participação dos estudantes, maior interação entre os estudantes e até mesmo com o professor. O professor consegue identificar a produção/cooperação dos mesmos e intervir quando necessário para atingir a proposta inicial pretendida.

O trabalho de Lopes, De Chiaro e Calligaris (2020) pôde nos auxiliares no que se refere ao processo argumentativo formado através da colaboração entre os participantes. Foi possível construir e analisar as transformações semióticas que mais se encaixavam durante a resolução, buscando compreender o problema a partir das nossas escolhas. Dentro da perspectiva utilizada por Scheffer (2013) destacamos a versatilidade em definir estratégias distintas para um mesmo problema e registros mencionados pelos participantes durante as resoluções.

3 REVISÃO DE LITERATURA

Nesta etapa apresentamos os resultados da revisão bibliográfica para esta pesquisa. Para realização das buscas foram selecionadas três plataformas, são elas: BDTD (Biblioteca Digital Brasileira de teses e dissertações) e o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e o Google Acadêmico, considerando o período de 5 anos (2017 - 2021).

Para ter uma ideia do quão a temática está sendo desenvolvida, foi necessário um amplo levantamento das pesquisas desenvolvidas sobre funções, argumentação e registros de representação semiótica. Buscou-se compreender os principais resultados e as possibilidades a serem ainda exploradas. Para Bento (2012) a revisão de literatura tem como principais papéis:

- Delimitar o problema de investigação;
- Procurar novas linhas de investigação;
- Evitar abordagens infrutíferas;
- Ganhar perspectivas metodológicas;
- Identificar recomendações para investigações futuras.

Por considerar a importância desses papéis como necessários e pertinentes a uma pesquisa, foram feitas buscas a fim de compreender melhor o cenário atual das pesquisas relacionando funções, argumentação e registros de representação semiótica.

3.1 RESULTADOS DAS BUSCAS

Para realização das buscar recorremos à escolha das expressões lógicas de busca, composta por palavras-chave combinadas com conectivos lógicos AND e OR. O refinamento das expressões de busca nos permite direcionar e delimitar os resultados encontrados e que fossem de acordo com a temática pretendida.

Foram realizadas buscas de duas a duas palavras chaves e para essas foram analisados trabalhos na BDTD e no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. Com a expressão lógica Funções AND “Representação Semiótica” foram obtidos 8 resultados na BDTD e 24 no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. Foi identificada uma dissertação e duas teses que faziam parte dos dois bancos de dados analisados.

Tabela 3 - Resultados da busca “Funções” AND “Representação Semiótica”.

Banco de Dados	**Dissertações**	**Teses**
Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BTDS)	4	4
Catálogo de Teses e Dissertações CAPES	18	6
Ambos bancos BTDS e CTD CAPES	1	2

Fonte: Autoria própria (2023).

Para combinação das palavras chaves: “Funções” AND “Argumentação” tivemos que adicionar a palavra “matemática” pois nas plataformas tinha bastante trabalhos envolvendo função fora do contexto matemático pretendido, então foram obtidos quatro resultados na BDTD e nove no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. Foram identificadas duas dissertações e uma tese que faziam parte dos dois bancos de dados analisados.

Tabela 4 - Resultados da busca “Funções” AND “Argumentação”.

Banco de Dados	**Dissertações**	**Teses**
Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BTDS)	3	1
Catálogo de Teses e Dissertações CAPES	5	4
Ambos bancos BTDS e CTD CAPES	2	1

Fonte: Autoria própria (2023).

Com a combinação das palavras chaves: “Representação Semiótica” AND “Argumentação” foram obtidos dois resultados na BDTD e dois no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. Para essa pesquisa foram todos os trabalhos que estavam em ambos bancos de dados.

Tabela 5 - Resultados da busca “Representação Semiótica” AND “Argumentação”.

Banco de Dados	Dissertações	Teses
Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BTDS)	1	1
Catálogo de Teses e Dissertações CAPES	1	1
Ambos bancos BTDS e CTD CAPES	1	1

Fonte: Autoria própria (2023).

Por fim, com a combinação das três palavras chaves “função contínua” AND (e) “Argumentação” AND “Representação Semiótica resolvemos adicionar o Google Acadêmico como plataforma de pesquisa. Nesta última encontram-se artigos, além de teses e dissertações, que podem aumentar muito os resultados das buscas. Porém com a utilização das três “strings” poderíamos refinar mais a busca. A escolha pela palavra chave “função contínua” ao invés de “funções” se deu devido à grande quantidade de resultados encontrados, mais de 300, dos quais a grande maioria não fazia parte do universo em questão.

Com as três palavras-chave, foram obtidos os seguintes resultados: 1 trabalho na BDTD e 0 no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, e 14 no Google Acadêmico. Dois trabalhos encontrados no Google Acadêmico são o mesmo encontrados quando se colocou respectivamente as strings “Representação semiótica” AND “Argumentação” e “Argumentação” AND “Funções” AND “Matemática” na BDTD e no CTD CAPES.

Tabela 6 - Resultados da busca “Representação semiótica” AND “Argumentação” AND “Funções Matemática”.

Banco de Dados	Dissertações	Teses	Artigos
Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BTDS)	1	0	0
Catálogo de Teses e Dissertações CAPES	0	0	0
Google Acadêmico	8	4	2
BTDS e CTD CAPES	0	0	0

Fonte: Autoria própria (2023).

3.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Dentre todos os 54 trabalhos encontrados, fizemos uma nova análise baseada nos pontos principais em que as pesquisas abordavam. Essa análise foi feita a partir da leitura dos títulos, resumos e em alguns casos da metodologia tomando como referência se os trabalhos abordavam o ensino de função dentro de um contexto da argumentação e/ou da representação semiótica.

Encontramos oito pesquisas em que o estudo é aplicado usando pelo menos dois dos eixos foco (função, argumentação e representação semiótica) do nosso trabalho.

Trazemos abaixo os seguintes trabalhos, separados pelos eixos foco da pesquisa:

Quadro 1 - Trabalhos (Função x Argumentação).

Ano	Autor	Título	Instituição	Nível
2017	Campos, Rodriguez	Argumentação e demonstração dos estudantes do Ensino Médio: uma proposta de investigação matemática sobre crescimento e decrescimento de funções afins.	USP	Mestrado
2019	Lucas, Rodrigo Dantas	O software GeoGebra no ensino de funções para licenciandos em matemática: uma abordagem sociocultural.	UNESP	Doutorado

Fonte: Autoria própria (2023)

Quadro 2 - Trabalhos (Função x Representação Semiótica).

Ano	Autor	Título	Instituição	Nível
2017	Alencar, Alberto Cândido Sousa	A teoria dos registros de representação semiótica e o estudo de funções.	UFMA	Mestrado
2021	Sabel, Eduardo	O papel das funções discursivas na análise da produção de estudantes na resolução de problemas.	UFSC	Mestrado
2021	Araújo, José Robson	Conversão entre os registros de representação gráfico e algébrico da função afim: análise a partir da interpretação global de propriedades figurais.	UFPE	Mestrado

Fonte: Autoria própria (2023).

Quadro 3 - Representação Semiótica x Argumentação.

Ano	Autor	Título	Instituição	Nível
2019	Maggio, Deise Pedroso	Entrecruzamento teórico-metodológico entre registros de representação e teoria da objetivação.	UNIJUÍ	Doutorado

Fonte: Autoria própria (2023)

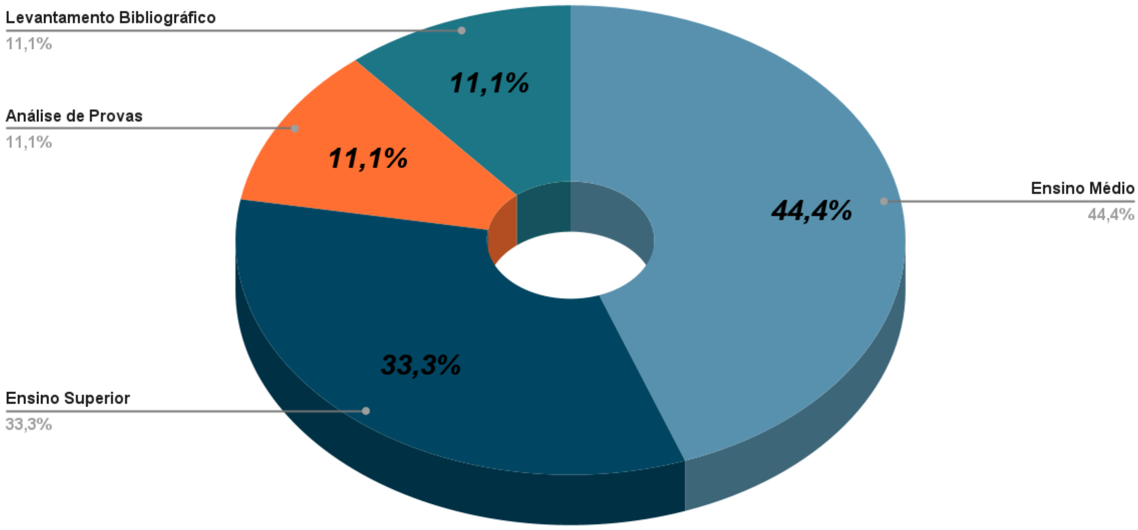
Quadro 4 - Trabalhos (Argumentação x Representação Semiótica x Função).

Ano	Autor	Título	Instituição	Nível
2017	Carvalho, Lidiane Pereira	Um estudo das concepções de estudantes do ensino médio sobre o conceito de função com base na teoria dos registros de representações semióticas.	UFPE	Mestrado
201	Menezes, Silvia Teixeira Coelho	Ensino e aprendizagem de função: desafios e perspectivas.	UFVJM	Mestrado

Fonte: Autoria própria (2023).

Em relação aos objetos dessas oito pesquisas listadas acima, aparecem divididas em quatro tipos:

Gráfico 1 - Trabalhos quanto aos objetos da pesquisa.



Fonte: Autoria própria (2023).

A partir desses dados podemos perceber que a grande maioria se destina às pesquisas envolvendo estudantes do ensino médio (44,4%) e de trabalhos envolvendo futuros docentes (33,3%). Esses dados fortalecem ainda mais a importância de se trabalhar o estudo de funções utilizando a TRRS e a utilização da argumentação como catalisador desse processo de ensino-aprendizagem dessa temática. Há, ainda, pesquisas utilizando levantamento bibliográfico e de análise de provas (11,1 %).

3.3 ANÁLISE DOS TRABALHOS ESCOLHIDOS

Ao ler e compreender melhor as pesquisas elencadas anteriormente, escolhemos três trabalhos para discutir os principais pontos trazidos pelos autores e que podem contribuir na construção desta pesquisa. São os trabalhos de Alencar (2017), Carvalho (2017), Campos (2017) e Sabel (2021). Esses trabalhos foram escolhidos por trazer aspectos importantes para construção desta pesquisa, como a elaboração de atividades de investigação matemática em que o estudante é levado a considerar hipóteses, construir argumentos e discutir com outros estudantes.

A utilização do registro de representação semiótica, observando as principais justificativas dos estudantes ao realizar as devidas transformações ao estudar funções. As dificuldades que o ensino de função pode apresentar ao longo do ensino básico (nas escolas e nos exames de larga escala) e posteriormente e/ou consequentemente no ensino superior e os recursos que podem ser mobilizados utilizando a teoria dos registros de representação semiótica.

Por fim, a importância de promover atividades em que o estudante é convidado a assumir um papel de protagonista da situação, podendo contribuir de forma significativa no processo de ensino aprendizagem por meio das funções discursivas da linguagem para resolver problemas de matemática. Colocando o estudante para descrever e refletir cada vez mais seu pensamento, facilitando a transição entre o pensamento, oralização e escrita.

Quadro 5 - Pesquisa de Carvalho (2017).

Título	Um estudo das concepções de estudantes do ensino médio sobre o conceito de função com base na teoria dos registros de representações semióticas.
Questão de pesquisa	A autora não deixou explícito na pesquisa uma questão problema.
Objetivos	Elaborar, aplicar e validar uma situação didática para o ensino do conceito de função com base na Teoria dos Registros de Representações Semiótica. 1. Quais as concepções dos estudantes pesquisados sobre o conceito de função; 2. Quais as principais dificuldades dos estudantes para compreender o conceito de função, com enfoque em suas ideias fundamentais (domínio, imagem e relação); 3. Quais registros e atividades cognitivas possibilitam uma melhor compreensão do conceito de função 4. Que atividades cognitivas são consideradas pelos estudantes como mais difíceis e/ou quais acarretam maiores dificuldades na resolução de problemas com funções; 5. Quais as contribuições e/ou limitações do uso de diferentes representações para a aprendizagem do conceito de funções.
Metodologia	O estudo foi realizado com estudantes do 1º ano do Ensino Médio dividido em três etapas: 1. Aplicação de um teste diagnóstico para identificar os conceitos, relacionados à função, conhecidos pelos estudantes. Constituído tanto de questões abertas como fechadas. 2. A situação didática focou na compreensão do conceito de função, discutindo suas ideias essenciais: domínio, imagem e relação, por meio da articulação de diferentes representações, em especial, as gráficas e expressão analítica; Por fim, a realização de atividades práticas utilizando o software Geogebra.
Inst. aval.	Testes e construções/atividades no Geogebra.
Resultados	A maioria dos estudantes acredita que para que uma relação seja funcional é necessária a existência de uma expressão algébrica. As ideias de dependência, relação e variação são as mais presentes nas concepções dos estudantes. Houve maior dificuldade nas tarefas de conversão entre diferentes representações semióticas e na identificação dos domínios das funções e, embora o registro por meio de diagramas de flechas tenha apresentado um resultado um pouco melhor, essa dificuldade perpassa todas as representações semióticas investigadas.

Fonte: Autoria própria (2023)

Na pesquisa de Carvalho (2017) foi realizado um grande levantamento sócio-histórico do conceito de função ao longo da matemática em todo mundo e como esse conceito chegou no Brasil. Levantou-se ainda como esse conceito é ensinado atualmente e, ainda, faz um alerta para as poucas mudanças que tivemos ao longo desse tempo. Ela destaca que esse viés enraizado da formulação e aplicação do conceito de função pode ser um dos fatores que implicam tanto na compreensão dos estudantes como para o ensino por parte dos professores.

A elaboração de um teste diagnóstico com os estudantes foi importante para compreender o que eles sabem sobre função e quais tipos de relações entre as representações são capazes de ser realizadas. Com essa análise feita, ela propôs uma intervenção, buscando identificar os principais erros e/ou questionamentos que poderiam ser obtidos e a partir disso conseguiu introduzir o conceito de funções utilizando a teoria de registros de representação semiótica.

Carvalho (2017) utilizou o software dinâmico Geogebra para facilitar a compreensão e, principalmente, a visualização por parte dos estudantes ao mudar os tipos de representações semióticas durante a abordagem do conteúdo. O uso do software manteve os estudantes animados e curiosos, tanto para aprender a mexer no software, como na dinamicidade que o mesmo deu a aula, facilitando as articulações dos registros.

Por fim, ela mostra que os estudantes apresentaram dificuldade para definir o conceito de função (ainda está muito ligado a uma fórmula específica, a leitura algébrica) e que eles precisam da existência de uma lei algébrica para que uma relação seja funcional. Após a situação didática com o software GeoGebra houve maior reconhecimento e associação entre as representações gráficas, algébricas e tabular. Quanto às atividades cognitivas, a atividade de conversão foi a que apresentou maior dificuldade pelos estudantes juntamente com a identificação de domínio, mesmo após a aplicação da situação didática.

Quadro 6 **-** Pesquisa do Alencar (2017).

Título	A teoria dos registros de representação semiótica e o estudo de funções.
Questão de pesquisa	Não identificada.
Objetivos	Analisar e compreender as principais dificuldades e abordagens no ensino de funções encontrados nos livros didáticos e nas provas de larga escala.
Metodologia	A pesquisa se configurou como qualitativa, pois em sua análise foi trazida/elaborada reflexões durante as articulações feitas entre os exames e as questões. Realização de levantamento bibliográfico dos livros didáticos, provas como SAEB, ENEM e OBMEP. O autor considerou como ponto norteador analisar como era feita a abordagem do conteúdo de funções nesses locais e analisar para que casos a teoria de registros de representação semiótica poderia facilitar o processo de ensino-aprendizagem.
Instrumento avaliativo	Análise documental.
Resultados	Notou que existem problemas durante as atividades do ensino de funções nos livros didáticos. Essas dificuldades acabam se estendendo para outros campos da matemática e posteriormente na realização de provas como SAEB, ENEM e OBMEP.

Fonte: Autoria própria (2023).

A pesquisa feita por Alencar (2017) foi pautada na análise de provas de larga escala como Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), Olimpíadas Brasileira de Matemática da Escola Públicas (OBMEP) e dos livros didáticos. Como estão sendo abordados o conteúdo de funções sob a ótica da TRRS, identificando os principais registros de representação semiótica utilizados nesses exames, nos livros didáticos e as principais dificuldades encontradas pelos estudantes ao realizar essas provas e do próprio livro didático.

Alencar (2017) ainda discute a falta de relação entre os registros de representação durante o ensino de funções, explicitando uma das maiores dificuldades é o estudante passar (converter) da representação figural para algébrica, ele reforça que o movimento contrário é feito com mais facilidade. Um dos fatores pode estar associado ao fato de termos mais questões no campo das funções em que temos que é dado em sua forma algébrica e é pedido para esboçar o gráfico.

O autor faz algumas considerações e sugestões de como o ensino de função deveria ser feito com base nos PCN (Parâmetros Curriculares Nacional) e das DCN (Diretrizes Curriculares Nacional) do seu estado. Um ponto crucial trazido por Alencar (2017) é a realização de atividades/questões contextualizadas, pois as mesmas têm características que irão contemplar não só as demandas dos exames como também despertar no estudante um olhar aprofundado sobre o problema, despertar curiosidade e sua capacidade de investigação da temática.

Os pontos que podem ser modificados durante o ensino de funções, são: maiores exemplos em que se faça mais conversões e tratamentos dos registros durante as aulas e quando ao livro didático seria explorar mais o ensino de funções de forma interdisciplinar, uma vez que ela está em outras áreas do conhecimento.

Por fim, ele pontua que o professor não deve apresentar única e exclusivamente o formalismo das definições e conceitos do objeto estudado, pois o importante é que o estudante consiga compreender o conceito e saber utilizá-lo corretamente. Construir o conceito a partir de situações práticas do cotidiano pode favorecer os estudantes a identificar os elementos presentes no formalismo matemático dentro da sua natureza.

Quadro 7 - Pesquisa do Campos (2017).

Título	Argumentação e Demonstração dos estudantes do Ensino Médio: uma proposta de investigação matemática sobre crescimento e decrescimento de funções afins.
Questão de pesquisa	Como podemos, por meio da investigação matemática de um tema específico - funções afins crescentes e decrescentes - trabalhar com demonstrações no Ensino Médio?
Objetivo	Entender o processo de validação em matemática no desenvolvimento e seus impactos sociais.
Metodologia	Investigação matemática utilizando o processo de ensino-aprendizagem de forma exploratória, onde o professor e estudante terão papéis importantes na construção e validação do conhecimento.
Instrumento avaliativo	Aplicação de uma atividade investigativa;
Resultados	1. Como resultado Campos verificou a falta de familiaridade dos estudantes do ensino médio em desenvolver pensamentos e argumentos matemáticos durante as aulas; 2. A necessidade de articular o conhecimento matemático estudado e uma situação prática do cotidiano dos estudantes; 3. O excesso de atividades que privilegiam o cálculo mecânico e operacional em detrimento de explicações; 4. A falta de confiança/autonomia dos estudantes diante do professor, mesmo estando com argumentos coerentes eles ainda necessitam do professor para formular suas ideias no papel; 5. Um trabalho articulado desde o Ensino Médio até o superior pode favorecer a construção de um estudante mais reflexivo e crítico ao desenvolver seus argumentos e demonstrações matemáticas.

Fonte: Autoria própria (2023).

Na pesquisa de Campos (2017) foi elaborada uma situação de investigação matemática para o desenvolvimento da argumentação e demonstração matemática com os estudantes do Ensino Médio, ao estudar o crescimento e decrescimento de funções afins. Para tanto foi utilizado como metodologia a investigação matemática durante o processo de ensino-aprendizagem das funções afins. Foi levantado pontos importantes como a abordagem da matemática no ensino médio e no superior, trabalhando os conceitos e situações que são postas aos estudantes nesses diferentes níveis de ensino.

Constatou que existe uma lacuna entre o ensino de matemática no ensino médio e superior. Enquanto no ensino médio se está preocupado com contextualização e interdisciplinaridade onde nos exemplos em que é trazido junto com o objeto matemático uma situação prática no cotidiano do estudante. Já no ensino superior é preciso um nível de abstração mais elevado e há pouca necessidade de se atribuir ao objeto estudado uma ligação direta com sua prática.

A argumentação e demonstração mais presente no ensino superior contribui para uma formação mais reflexiva e crítica do estudante, conseguindo construir e consolidar seu conhecimento. Aproximando da matemática mais abstrata.

Um dos pontos destacados na pesquisa foi a falta de atividades no ensino básico que privilegiam a argumentação e demonstrações matemáticas. Estão dando mais ênfase em situações que utilizam fórmulas e técnicas para resolução de exercícios, reafirmando o ensino mecânico e operacional em detrimento do desenvolvimento cognitivo do estudante.

Uma ressalva durante o desenvolvimento dessa atividade pelo autor foi o curto tempo para realizar com os estudantes a temática de investigação matemática. Como se trata de algo novo, onde eles são os responsáveis pela condução desde a atividade, produção dos argumentos e demonstrações até a “defesa” do produto final encontrado. O tempo curto de se trabalhar vários assuntos durante o ano letivo pode ser um entrave para realização de atividades como essas.

A falta de confiança de alguns estudantes foi confirmada neste trabalho, mesmo diante de respostas e argumentos coerentes foram identificadas pela falta de autonomia e dependência da intervenção do professor. Os estudantes mesmo com suas convicções coerentes pediam auxílio ao professor na hora de colocar no papel seu “pensamento” e/ou ideias.

Por fim, Campos (2017) traz uma fala bem importante quanto ao desenvolvimento e aprimoramento dessas atividades, que a investigação matemática ao longo do ensino médio e posteriormente no superior deve ser realizada de forma gradual. Conhecer a turma, discutir situações em que faça emergir a investigação matemática e não impor. O trabalho da argumentação entre professor e estudante, bem como entre os próprios estudantes. Pois nesse tipo de atividade no primeiro momento, conseguem trazer pontos de vistas diferentes e negociá-los a partir de seus argumentos com ou sem a intervenção do professor.

Quadro 8 - Pesquisa do Sabel (2017).

Título	O papel das funções discursivas na análise da produção de estudantes na resolução de problemas.
Questão de pesquisa	Como as funções discursivas podem contribuir na análise da aprendizagem matemática, em particular, na resolução de problemas?
Objetivos	Investigar como as funções discursivas podem contribuir na análise da aprendizagem matemática, em particular, na resolução de problemas. 1. Aprofundar os estudos sobre as funções discursivas de Duval; 2. Organizar e aplicar alguns problemas matemáticos para serem resolvidos por estudantes de ensino médio; 3. Identificar as funções discursivas que são mais utilizadas na resolução dos problemas; 4. Refletir acerca das dificuldades encontradas no uso das funções discursivas; 5. Analisar como esses discursos contribuem para diagnosticar os objetos matemáticos envolvidos nos problemas.
Metodologia	Pesquisa de natureza qualitativa e utilizou como referencial metodológico a engenharia didática. Aplicação de um “pré teste” (problemas), foi realizado pós teste (problemas diferentes do inicial) e a validação através da comparação/confronto entre as etapas a priori e posteriori.
Instrumento avaliativo	Aplicação de um teste.
Resultados	As funções discursivas contribuíram para o para o sujeito conseguir exteriorizar o que entende da própria matemática. São instrumentos que podem conduzir a manifestação sobre o que ele compreendeu de determinado objeto matemático. Muitas considerações sobre a aprendizagem de objetos matemáticos podem ser inferidas a partir do olhar que as funções discursivas oferecem, inclusive, sobre a natureza do erro do estudante.

Fonte: Autoria própria (2023).

Sabel (2021) trata em sua pesquisa a importância das funções discursivas para a aprendizagem da matemática, em especial, o campo da álgebra. Foi feito um levantamento das principais funções discursivas trabalhadas dentro da teoria de Duval e a utilização delas implicitamente dentro dos problemas da matemática. O trabalho foi desenvolvido com estudantes do Ensino Médio, inicialmente pensado para o presencial e em seguida por conta da pandemia tiveram suas avaliações executadas de forma remota.

Os problemas continham conteúdos matemáticos diferentes (trigonometria, geometria espacial e plana, razão e proporção), o que possibilitou transitar por várias situações ao trabalhar com funções discursivas. A importância de se ter uma análise a priori e posteriori com esses estudantes foi ponto crucial para o andamento da pesquisa, pois foi nesse momento em que Sabel (2021) conseguiu verificar os principais erros ou "falta"/vício de um “conhecimento” específico com a utilização de poucos tipos de registros de representação durante a resolução das atividades.

Por fim, é destacado pelo autor a importância do professor além de trabalhar com diversas situações problemas para construção e conceituação dos objetos matemáticos, é de extrema aprofundar os estudos sobre o papel da linguagem na análise da aprendizagem. Não somente as mais recorrentes representações, a capacidade do estudante de oralizar e/ ou “pensar” uma resposta para uma determinada situação está sendo ocultada pela sua falta de familiaridade/habilidade com a escrita “matemática”. Nesse processo de transição do pensamento cognitivo e/ou oral para o escrito o estudante acaba tendo erros sistêmicos e acaba optando por não “escrever matemática” em linguagem (materna) discursiva.

Baseado nas pesquisas acima foi possível perceber a importância/relevância para esta pesquisa. Pudemos notar que a temática das funções é importantíssima não só na formação inicial da educação básica, pois perdura ao longo do desenvolvimento do estudante tanto no meio educacional quanto na sua demanda de vivência social irá se deparar com tal situação. Notamos ainda que a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) traz subsídios para a elaboração de uma proposta catalisadora nesse processo, ela vem justificar e trazer pontos que possam melhorar esse desenvolvimento e elucidar possíveis erros cometidos durante o processo de ensino-aprendizagem.

No primeiro e segundo trabalho discutido anteriormente, podemos destacar a importância de se trabalhar os diferentes registros de representação no ensino de funções a fim de ter uma percepção mais clara do que pode estar interrompendo e/ou dificultando os tratamentos e conversões nos exames e livros didáticos ao abordar funções (ALENCAR, 2017) e a partir disso propor uma intervenção mais precisa, pois é na transição de um registro a outro que podemos diferenciar o objeto matemática de sua representação.

O estudo de Carvalho (2017), nos mostra que é interessante estarmos preparados para propor um ensino dessas conversões e tratamentos de maneira alternativa como a utilização de softwares como o Geogebra que possibilita estabelecer uma ligação interativa/significativa do sujeito sobre o objeto estudado.

Na pesquisa de Campos (2017) é possível perceber a importância de promover atividades que coloquem o estudante como sujeito formador, crítico e reflexivo sobre o que está sendo estudado. A partir desse movimento em sala de aula, onde o professor dá abertura para que a turma discuta ideias e não só traga o conteúdo “mastigado” para realizar operações mecânicas de cálculo, será possível estabelecer de forma mais natural o processo de construção dos argumentos e um melhor entendimento das demonstrações matemáticas.

No trabalho de Sabel (2021) é trazido como elemento contribuinte para esta pesquisa a necessidade dos estudantes em descrever cada vez mais precisamente o que falam e/ou pensam, trazer esses elementos discursivos para sala de aula e que a matemática não só necessita como se fundamenta essencialmente no processo argumentativo.

Por fim, podemos inferir que os trabalhos de Carvalho (2017), Alencar (2017), Campos (2017) e Sabel (2021) evidenciam a relevância da teoria dos registros de representação semiótica de Duval no ensino da matemática, a construção a partir de investigação matemática do estudante capaz de refletir e construir seus argumentos e desenvolver de forma conjunta com outros estudantes e o professor. E o papel da linguagem e/ou das funções discursivas para mobilização dos conhecimentos matemáticos para haver a conexão da tríade professor-objeto-estudante.

4 METODOLOGIA

Para caracterizar as transformações dos registros de representação semióticas, de licenciandos de Matemática, a partir do processo argumentativo, em uma disciplina em que a demonstração matemática e as diferentes representações fossem algo frequente, escolhemos a disciplina de Análise Real do semestre de 2022.1, do 8º período. No último período do curso os estudantes já têm uma certa formação para a argumentação matemática, uma vez que ao longo de sua formação precisaram construir o conhecimento por meio de demonstrações devidamente justificadas. No contexto da disciplina, escolhemos o conteúdo de função contínua, em que as abordagens exploram a linguagem simbólica, algébrica e gráfica, e que participamos auxiliando a professora na monitoria da disciplina.

Organizamos nossa pesquisa como uma análise da situação real de estudo da disciplina pautado na participação de licenciandos em matemática em atividades relativas ao conteúdo de função contínua, atividades essas que foram ricas em diferentes registros de representação semiótica e em processo argumentativo. A disciplina foi realizada na modalidade remota e todos os encontros dos estudantes eram gravados para os estudantes que não pudessem estar presentes não perderem a matéria.

Além de resolver as situações, foi solicitado ao licenciando a gravação de um vídeo em que ele explica a um estudante como resolver a questão, argumentando cada passagem, a fim de que o estudante pudesse compreender. Assim, foi propiciado que o licenciando passasse por uma meta argumentação, em que ele pudesse refletir sobre os seus próprios argumentos. Após a postagem do vídeo, organizamos uma sessão de contra-argumentação, em que o professor buscou que o licenciando pensasse em outros métodos de resolução, principalmente utilizando outros registros de representação semiótica, e buscasse defender, ou não, o seu. Por fim, deliberar sobre uma resolução final que contemple todos os pontos importantes para compreender o problema.

Pretendeu-se, com a autorização dos estudantes, analisar os seus desenvolvimentos sobre a temática. Compreender como se dá as transformações semióticas ao resolver os problemas envolvendo função contínua, mapeando as principais estratégias e registros utilizados na resolução. Analisar quais e como são utilizados os registros de representação semiótica ao longo do processo argumentativo dos estudantes para resolver e justificar suas escolhas.

Esta atividade foi vivenciada com toda a turma da disciplina de Análise Real de uma Licenciatura com 12 estudantes, mas destes, apenas 7 participaram do encontro. Consideramos como participantes os estudantes que permitiram o uso de seus dados para pesquisa. Utilizamos os dados dos 7 participantes, em diferentes níveis de desenvolvimento na disciplina.

Entendemos que se trata de uma pesquisa de natureza qualitativa, em função do interesse no movimento de múltiplas justificações/diferenças das respostas entre os sujeitos, sem limitações numéricas envolvidas. Buscamos identificar, nas respostas dos estudantes, os possíveis caminhos escolhidos ao resolver questões envolvendo função contínua e a TRRS. Analisamos o processo e os fenômenos apresentados/obtidos durante a atividade e relacionando/descrevendo possíveis explicações para os fatos.

Figura 6 - Quadrinho metodológico.

Fonte: Autoria própria (2023).

Este capítulo está dividido em onze seções, separadas de acordo com a ordem em que se apresenta: o desenho da pesquisa; a atividade sobre funções contínuas e a sucessão dos seus momentos; o local onde a pesquisa aconteceu, a amostra dos participantes; os critérios de inclusão e exclusão; o recrutamento dos participantes; os instrumentos e procedimento de coletas; os participantes e o porquê de sua escolha a escolha; e por fim, apresentaremos e discutiremos as estratégias de análise dos resultados.

4.1 DESENHO DA PESQUISA

Nossa pesquisa configura-se como um estudo de casos, pois caracteriza as transformações dos registros de representações semióticas, de licenciandos de Matemática, a partir do processo argumentativo, para a construção de conhecimento matemático. Definimos o tipo de caso a partir da escolha de uma disciplina que levasse em consideração a necessidade de argumentação matemática para resolução de problemas e para a demonstração matemática. Além disso, buscamos uma temática em que as diferentes representações de um conteúdo matemático fossem bem valorizadas. Nesse sentido, encontramos a disciplina de Análise Real, em que o raciocínio matemático com suas demonstrações, exemplos, contradições, contraexemplos, enfim a argumentação matemática está bem presente. Nesse conteúdo, o conceito de função é um dos principais, e o estudo da função contínua é um dos primeiros relativos à função.

A abordagem escolhida para ser alvo de análise pode ser vivenciada como um processo de sala de aula invertida, em que durante o momento assíncrono, e após estudar o conteúdo de função contínua, foi dado uma atividade sobre o assunto. Nessa atividade, foi solicitado que os estudantes, individualmente, resolvessem por escrito a situação, e como futuros professores foi pedido que gravassem um vídeo de no máximo cinco minutos explicando a um colega da própria disciplina como resolver a questão, argumentando cada passagem, a fim de que o mesmo pudesse compreender a resolução da questão. Assim, foi propiciado que o licenciando pudesse vivenciar uma situação de meta-argumentação, em que ele reflete sobre os seus próprios argumentos utilizados ao explicar o problema por meio do vídeo. Após a postagem do vídeo, organizou-se uma aula síncrona, em que se promoveu um debate.

Em nosso ponto de vista, essa etapa funcionou como uma sessão de negociação de diferentes perspectivas, típica de uma situação de argumentação, com ênfase nos movimentos de contra-argumentação. Os estudantes foram divididos em dois grupos, de quatro pessoas cada para que pudessem discutir três resoluções deles mesmos, pré-escolhidas, para motivar o compartilhamento de ideias e argumentos que os levaram a responder o problema de tal ou qual maneira. Cada equipe teve um tempo médio de 30 minutos para analisar, concordar ou não com uma das soluções apresentadas e propor melhorias na construção do argumento utilizado na solução, principalmente no que diz respeito à temática envolvida e a utilização de outros registros de representação semiótica.

Após o término dessa sessão, os dois grupos se reuniram juntamente com a professora e um monitor e montaram um script de como poderia ser uma solução que contemplasse as sugestões dadas. Por fim, em outro momento assíncrono, cada um desses grupos organizaram um vídeo final, baseado em suas considerações iniciais, as discussões em grupo e no momento final com todos os grupos.

Quanto aos objetivos da pesquisa pensamos que ela se encaixa em uma abordagem explicativa que, segundo Gil (2007), busca analisar as causas que colaboram para a ocorrência de um evento e compreender o porquê das coisas por meio dos resultados obtidos. Em relação aos procedimentos entendemos que se refere a uma pesquisa de campo, dado que além de levantamentos bibliográficos e documentais, faremos coleta dos dados de uma abordagem de ensino já vivenciada por licenciandos em matemática durante a disciplina de Análise Real.

4.2 A ATIVIDADE

Durante a disciplina propusemos uma atividade potencialmente argumentativa para favorecer o ensino de função contínua e a utilização de diferentes registros de representação semiótica. Para responder às questões propostas convidamos alguns licenciandos em Matemática do 8º período de uma Instituição Federal de Ensino Superior (IFES) no estado de Pernambuco.

Os dados coletados nas atividades buscaram identificar os principais elementos argumentativos dos estudantes de modo que justificassem suas escolhas ao se depararem com situações envolvendo função contínua. Buscamos abordar os tratamentos, conversões e a incidência de algum tipo de registro específico, conceituação e a definição de continuidade de função, estabelecer relações com seus tipos de registros de representações semióticas: algébrica, gráfica, linguagem materna e etc.

Momento 1: Resolver individualmente o problema abaixo utilizando o registro de representação semiótica que preferir.

Seja $f: R \to R$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x - C\ , para\ x \leq 0 \\ Ax + B, para\ x > 0 \end{cases}$$

Com $A, B\ e\ C$ podendo ser números reais quaisquer.

- Determine para quais valores de A, B e C a função $f(x)$ é contínua em $x = 0$, argumentando cada passo que for tomado.

Momento 2: A partir de sua resolução escrita, o estudante deveria construir um vídeo explicando como resolveu a questão, nesta etapa foi preciso que ele conseguisse desenvolver seus passos justificando e explicitando os principais resultados de modo que um colega de turma conseguisse, por sua vez, compreender a solução final.

Momento 3: Diante de todas as resoluções escritas e em vídeo, a professora da disciplina evidenciou outros tipos de soluções a partir de outros registros de representação (geométrica e/ou algébrica) e traçou caminhos distintos para responder ao problema. Nesta etapa, o encontro foi feito com a participação de todos pela plataforma *google meet*. Após as devidas explicações e discussões com os estudantes, os dividimos em dois grupos em salas diferentes no Meet para que os estudantes pudessem discutir suas resoluções entre si, analisando os argumentos (justificativa + ponto de vista) destacando as principais motivações para escolha dessa solução.

Momento Final: Após o final da discussão entre os grupos, foi solicitado que criassem um vídeo final evidenciando suas escolhas. Diante de construções distintas para um mesmo problema, eles puderam, a partir de um momento de negociação de perspectivas, escolher e/ou complementar uma resolução mais "completa" para o problema.

Esses momentos definidos tiveram intencionalmente o objetivo de fazer os estudantes exercitarem os três elementos da argumentação: argumento (nos momentos assíncronos em que resolvem sozinhos e criam os vídeos), o contra argumento (quando negociam outras resoluções a partir de diferentes possibilidades sendo defendidas no momento síncrono com todos estudantes) e resposta (quando escolhem uma solução final e fazem o vídeo final).

4.3 LOCAL DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada por meio da coleta dos dados já produzidos em formato remoto na disciplina de Análise Real, do curso de licenciatura em matemática de uma Universidade pública de Pernambuco.

4.4 AMOSTRA DOS PARTICIPANTES

A pesquisa contou com os dados gerados por um grupo de sete estudantes de licenciatura matriculados na disciplina de Análise Real.

4.5 CRITÉRIOS DE INCLUSÃO E EXCLUSÃO

Critério de inclusão – Participaram dos dados produzidos os estudantes de Licenciatura em Matemática que cursaram a disciplina de Análise Real e que autorizaram o uso dos dados.

Critérios de exclusão – Não puderam participar estudantes que não presenciaram todas as etapas vivenciadas durante a atividade, bem como as duas últimas aulas referentes a temática das funções contínuas (pois dessa forma, estariam sem o conhecimento prévio sobre a temática).

4.6 RECRUTAMENTO DOS PARTICIPANTES

A disciplina foi primeiramente selecionada, a professora ministrante da disciplina foi selecionada a partir da decisão da escolha do conteúdo temático (função contínua), a disciplina foi ofertada em duas turmas no semestre de 2022.1. Selecionou-se a turma a partir do conhecimento das metodologias ativas normalmente conduzidas pela docente.

Os dados da pesquisa são de atividades da disciplina, utilizadas pela professora durante o andamento da disciplina. Com o apoio da professora da disciplina, foi solicitada a autorização dos estudantes para uso dos dados produzidos por cada um durante o módulo relativo à função contínua. A concessão foi voluntária, e explicada a cada um as condições de voluntariado. Em virtude da pandemia, entramos em contato com os estudantes de forma remota, utilizando meios de comunicação, como e-mail, Google Classroom, Google Meet e Whatsapp. Os estudantes receberam informações sobre a pesquisa, sua participação (caso aceitassem que seus dados fizessem parte da pesquisa), a garantia de anonimato, e da possibilidade de desistir da cessão dos dados a qualquer momento até o final da pesquisa. Foi solicitado a todos estudantes e a professora para filmagem das sessões síncronas das aulas e coleta dos fóruns de discussão.

4.7 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Com a colaboração da professora da disciplina de Análise Real, para que esta pesquisa fosse realizada, os dados da disciplina, no módulo de funções, foram coletados e armazenados no *GoogleClassroom*, utilizando-se o formulário do *google form,* integrado ao uso de foto e vídeo de protocolos de resolução das atividades, a filmagem das sessões síncronas das aulas de duas aulas da disciplina, chat de interações do *google meet.* As resoluções dos exercícios dos estudantes da disciplina, em relação ao de função contínua (cálculo de limite, representação, existência da função no ponto, etc.) e discussões entre estudantes e professor foram também utilizados.

4.8 PROCEDIMENTOS PARA A COLETA DE DADOS

A coleta de dados se deu por meio do acesso à Plataforma de comunicação *Google Classroom e Google Forms*, tendo o aceite da orientadora desta dissertação e também professora da disciplina de Análise Real, sido consultada informalmente antecipadamente. Após a consulta formal à professora em relação aos dados de sua aula, veio a aprovação do Comitê de Ética e a sua assinatura do termo TCLE (Termo de Consentimento Livre e Esclarecido) e por parte dos estudantes voluntários. Solicitamos aos licenciandos a permissão de uso dos dados já elencados. Nesse processo, garantimos o sigilo em relação ao seu desenvolvimento.

4.9 ASPECTOS ÉTICOS

A realização da presente pesquisa obedeceu aos preceitos éticos da Resolução 510/16 do Conselho Nacional de Saúde.

Riscos: Os estudantes sentirem-se constrangidos por verem seu desenvolvimento ser discutido, em publicação científica, caso consigam se auto reconhecer. Foram utilizados codinomes (Estudante A, B, C, …) a fim de evitar o autorreconhecimento. No entanto, o próprio desenvolvimento pode acarretar tal autorreconhecimento. Para tanto, utilizamos ao final das análises uma divulgação entre os participantes das análises, podendo eles solicitar alterações a fim de evitar qualquer constrangimento.

Benefícios: Ao poder ter como feedback uma análise sobre a argumentação do grupo em que participou, os participantes da pesquisa têm acesso a informações e situações que trabalhem de forma alternativa na resolução e explicação sobre essa temática, temática essa que é parte de sua profissão.

Armazenamento dos dados coletados: Os dados coletados nesta pesquisa (resoluções de exercícios), ficarão armazenados no computador pessoal, sob a responsabilidade do pesquisador, no endereço Rua Primeiro de Janeiro, 93 Casa Amarela – Recife, CEP: 52070290, pelo período de mínimo 5 anos após o término da pesquisa.

4.10 OS PARTICIPANTES

A escolha de licenciandos em matemática do 8º período se deu pela possível proximidade dos mesmos com ambientes escolares, visto que estão no fim do curso e geralmente é nesse momento em que começam a participar de programas de extensão/ensino como a residência pedagógica e/ou começam a dar aulas em algumas escolas.

Essa ambientação no espaço pedagógico nesse período é bem importante/sugestiva, uma vez que iniciam o desenvolvimento dos conteúdos trabalhados em sala de aula como docente observando/lecionando nas escolas e no próprio curso enquanto estudantes, avaliando a prática do seu professor. É provável que nesse momento os estudantes consigam ter um olhar mais aprofundado da prática docente no que diz respeito a ensinar/explicar o conteúdo, acreditamos que com essa “experiência” poderíamos encontrar estudantes com maiores cuidados e saberes mais aprofundados para melhor justificar seus argumentos e escolhas.

A proposta inicial foi de que participassem entre cinco e dez estudantes em diferentes níveis de desenvolvimento na disciplina para realizar essa atividade, pensamos que assim poderíamos ter uma maior heterogeneidade e sujeitos que realmente quisessem e se dispusessem a responder aos problemas apresentados. A ideia inicial em caso de um número inferior ao proposto seria compor esse grupo com outros licenciandos que tivéssemos um contato mais próximo.

Como já foi dito antes, a participação dos estudantes se deu com a autorização dos mesmos e toda a atividade proposta passou antes pelo Comitê de Ética responsável. Os participantes estavam cientes que os dados da atividade seriam analisados e utilizados apenas nesta pesquisa. A identidade dos mesmos foi preservada de qualquer possível identificação, inclusive da IFES em que a pesquisa foi realizada.

4.11 ANÁLISE DA ATIVIDADE

Inicialmente a professora da disciplina explicou aos participantes sobre o objetivo da pesquisa e da sua participação. A atividade foi aplicada durante uma aula de análise da reta de uma turma de licenciados e teve duração de duas horas/aulas. Os estudantes foram convidados a resolver as questões propostas no tempo solicitado.

Após a aplicação, a análise dos dados coletados na atividade foi baseada nos fundamentos propostos tanto do movimento argumentativo quanto no que se espera em relação às conversões, tratamentos e representações adequadas que a TRRS aborda.

Para mapear as estratégias e registros matemáticos utilizados pelos estudantes em situações de argumentação sobre continuidade de função, primeiro objetivo específico deste trabalho, buscamos identificar esses dados a partir das respostas escritas geradas nos protocolos enviados pelos estudantes. A coleta desses dados se deu no modo assíncrono da atividade, foram analisadas e comparadas buscando identificar algum ponto em comum ou não durante a resolução. Verificando sob a ótica da TRRS se os estudantes conseguiram e como fizeram as representações, os tratamentos e conversões ao longo da solução.

Na análise das transformações de registros de representação ao longo do processo argumentativo ao resolver a situação, segundo objetivo deste trabalho, pensamos em observar durante o momento síncrono as principais justificativas levantadas pelos estudantes ao ver a sua resolução e de outros colegas. O momento de colocá-las em um slide pode propiciar um engajamento maior entre os estudantes, onde eles podem enxergar em sua resolução um acerto e/ou erro que não viu na do colega. Ao apresentar a resolução e em seguida a professora propor uma nova utilizando outro registro de representação, buscamos identificar a compreensão do objeto estudado (função contínua) sob uma nova perspectiva, a partir de então, os estudantes tentaram conjecturar entre si uma resolução final que consiga conservar pensamentos anteriores e ser acrescentadas de novos conhecimentos.

Buscou-se analisar a ocorrência dos elementos da argumentação (argumento, contra-argumento e resposta) em cada uma das etapas, tivemos a intencionalidade de que eles ocorressem durante toda atividade, em especial, no momento síncrono. Na análise procurou-se analisar a ocorrência das justificativas dos estudantes (argumento), das diferentes possibilidades de resoluções apresentadas pelo professor (contra-argumento) e a reação do estudante nessa negociação de diferentes perspectivas corresponde ao terceiro elemento de um ciclo argumentativo (resposta). Por fim, foi elaborada uma linha do tempo com os argumentos utilizados pelos estudantes para responder/explicar o problema tanto no momento inicial de sua resolução no papel até a explicação dada na elaboração do vídeo.

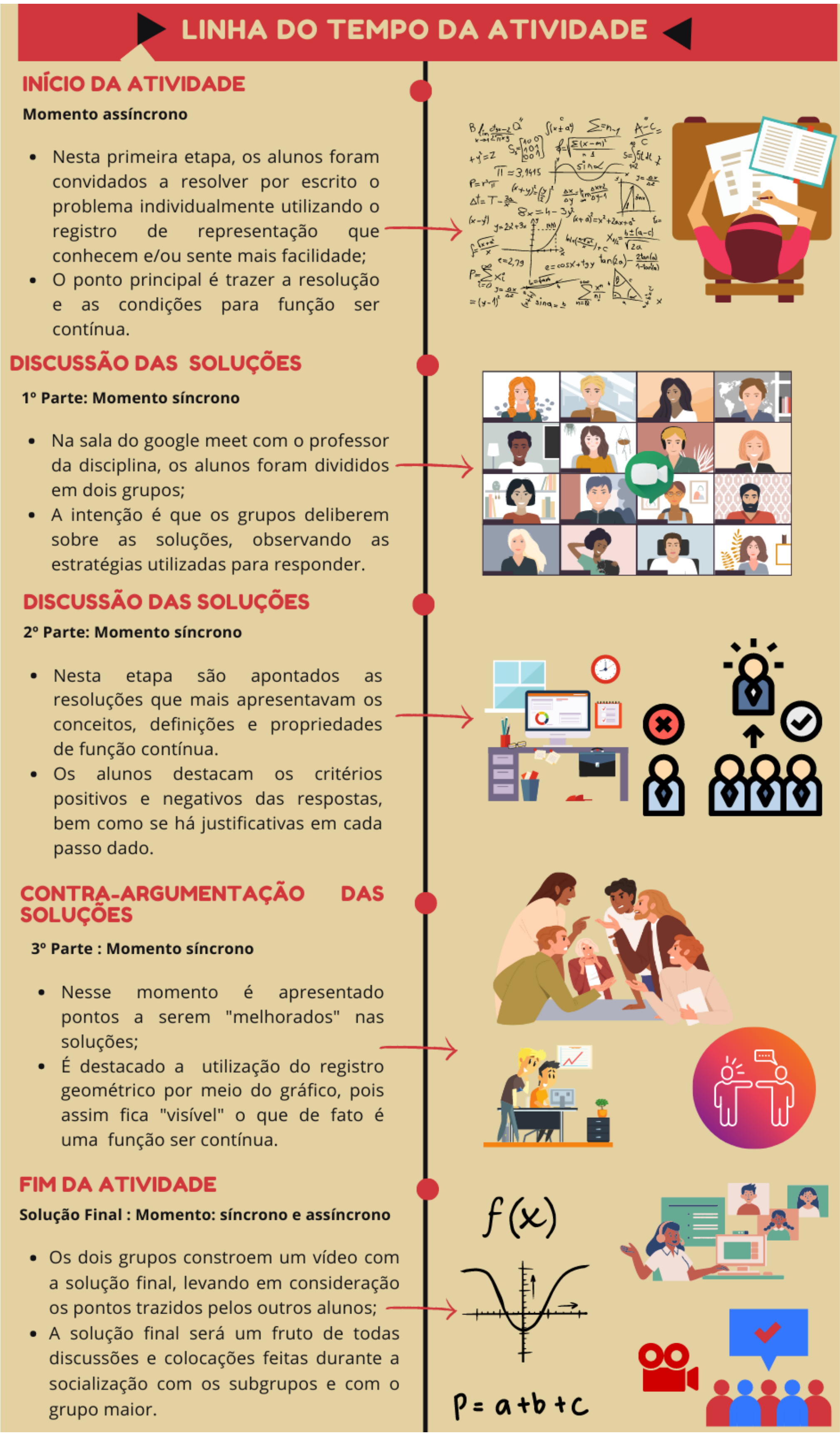
5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nesta seção da pesquisa vamos apresentar as etapas planejadas e executadas para coleta dos dados obtidos. No primeiro momento, construímos uma linha do tempo que descreve como se deram essas etapas até sua conclusão, evidenciando os principais resultados em cada etapa da atividade. Encontraremos também nesta seção a resolução da atividade feita pelos estudantes e os dados obtidos por registros escritos e em vídeos serão apresentados em tabelas, quadros e anexos.

Nesta linha do tempo da figura 7 a seguir, pensamos em destacar os principais acontecimentos da atividade constituídos dois três elementos inerentes a argumentação trazidos por Leitão (2013). Nela podemos observar as etapas e seus acontecimentos, tanto no momento assíncrono que foi desde o envio da atividade sobre função contínua para ser resolvida individualmente em casa até o fechamento da atividade onde os estudantes se juntaram para produzir um vídeo final (nesta etapa identificamos a RESPOSTA como elemento final da tríade do processo argumentativo). O momento síncrono da atividade contou com a participação dos estudantes e da professora da disciplina, esses momentos constam na linha do tempo como etapa onde os estudantes puderam (descrever e justificar suas escolhas, ARGUMENTO) para as soluções e a professora com o CONTRA-ARGUMENTO (sugerindo a utilização de outros tipos de registros de representação semiótica como propostas de solução).

Esse acompanhamento descrito nos passos da linha do tempo teve duração de 3 horas aula, inicialmente ao apresentar as resoluções buscamos mostrar os pontos comuns trazidos pelos estudantes e, ao mesmo tempo, observar modos distintos tanto a estrutura como as justificativas que eram citadas a cada passo do problema. As etapas descritas a seguir compuseram intencionalmente essa estrutura para promover uma atividade potencialmente argumentativa com os estudantes. Inclusive, etapas em que eles tiveram que negociar suas perspectivas distintas a partir das soluções dadas inicialmente e construir colaborativamente uma solução final que contemplasse todos possíveis erros durante o processo.

Figura 7 - Linha do Tempo da Atividade.



Fonte: Autoria própria (2023).

5.1 MAPEAMENTO DAS ESTRATÉGIAS E REGISTROS MATEMÁTICOS (ASSÍNCRONO)

Neste tópico buscaremos destacar as principais estratégias matemáticas e registros de representação utilizados pelos estudantes para resolver um problema envolvendo a temática de função contínua. Para tanto, iremos utilizar a resolução e discussões propostas pelos/entre estudantes e a professora da disciplina. Os dados foram gerados a partir de respostas pela plataforma do *google forms.*

Inicialmente, foi solicitado aos estudantes do 8º período da disciplina de Análise Real, que resolvessem de forma individual o seguinte o problema:

Seja $f: R \to R$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x - C \text{ }, para\, x \leq 0 \\ Ax + B, para\, x > 0 \end{cases}$$

Com $A, B\ e\ C$ podendo ser números reais quaisquer.

- Determine para quais valores de A, B e C a função $f(x)$ é contínua em $x = 0$, argumentando cada passo que for tomado.

A estrutura dessa questão foi construída pensando em explorar os registros de representação semióticos de Raymond Duval, seu caráter de questão "aberta" foi definido para que os estudantes nesse nível de estudo pudessem desenvolver seus argumentos através dos conhecimentos trabalhados na disciplina. Buscamos compreender como se dá o movimento representações, conversões e tratamentos descritos da TRRS por meio da argumentação dos estudantes de forma individual e coletiva.

Atrelado a resolução individual desse problema, pudemos perceber que os estudantes levam em consideração suas práticas em sala de aula não só durante o período em que a situação foi proposta, eles trazem consigo uma bagagem matemática enraizada nas definições já aprendidas, que se não explorada sobre outras perspectivas pode ocorrer na consolidação do objeto matemático como sendo algum tipo específico de representação.

Durante o momento síncrono foi bem comum perceber que a utilização do registro algébrico era vista como "única" opção/saída para resolver o problema. As justificativas se baseiam nos livros pesquisados e utilizados para disciplina, resolução em sala de aula e no que chamavam de “segurança matemática” onde se pensava na resposta para o problema como oriunda de outras aprendizagens anteriores sobre outros tipos de funções (afim e quadrática). Houve um momento em que um dos estudantes explicou dizendo que “eu sempre usei as contas/cálculos para responder os problemas de função, não sabia que poderia provar por desenhos”. Fica claro um apego a métodos já consolidados pelos estudantes em detrimento de outros (que neste caso é um misto de “vou usar o meu jeito” com a falta de oportunidade em ver outro modo para então utilizá-lo.

A oportunidade de debater diferentes situações para um problema matemático é importante para que o estudante possa desenvolver suas habilidades a partir de perspectivas diferentes, estruturar caminhos/pensamentos mais convenientes e poder perpassar de modo amplo pela situação. Para tanto, Duval (1999) reforça a importância de se ter a compreensão e distinção do objeto matemático e suas possíveis representações, destacando a coordenação entre os diferentes registros para que se consiga se apropriar do conceito matemático.

Na tabela 7 estão apresentadas as quantidades dos tipos de registros utilizados pelos estudantes na resolução do problema.

Tabela 7 **-** Quantidade de Registros Utilizados na Resolução.

REGISTROS	**QUANTIDADE**
Algébrico	6
Geométrico	0
Algébrico + Geométrico	1
Natural + Algébrico	1

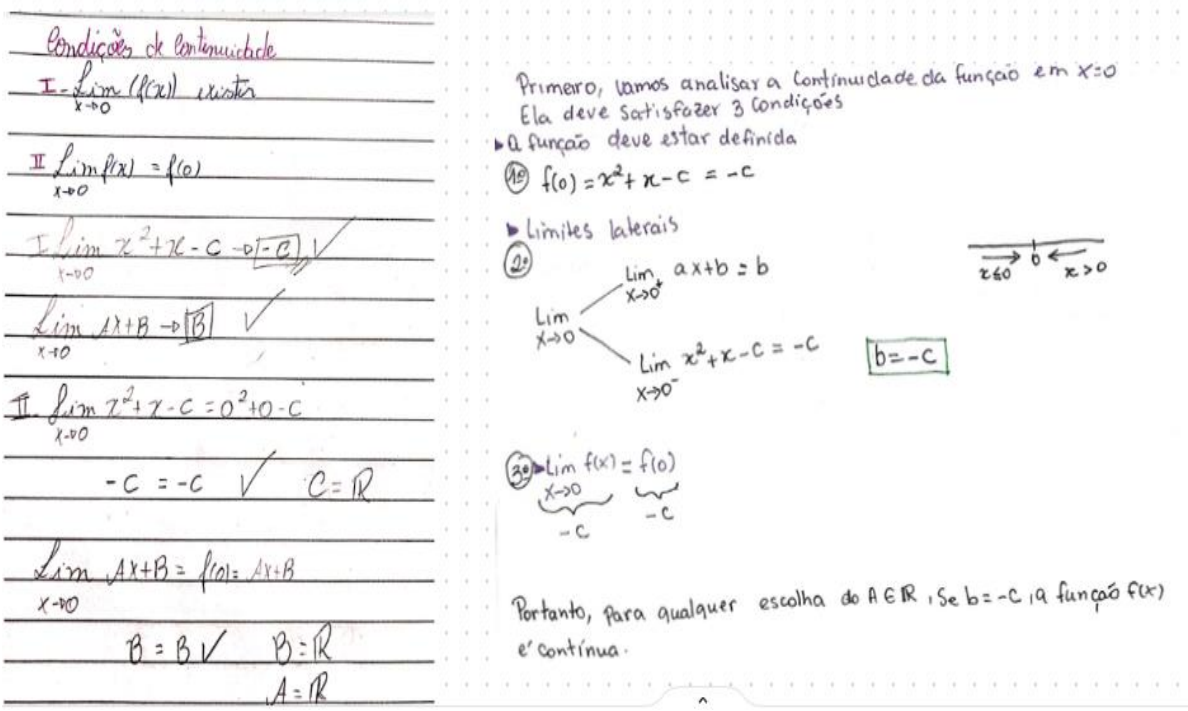
Fonte: Autoria própria (2023).

Percebe-se o grande índice de resoluções baseadas no registro algébrico. Esses dados podem ser considerados naturais pelo fato de os estudantes vivenciarem tal registro durante boa parte do ensino de funções, em especial, na disciplina de Análise Real. Apesar de dispor do mesmo tipo de registro em seis das sete resoluções, podemos observar que tiveram construções distintas. Nesse momento prezamos por observar como se deu o processo de construção da resolução.

Para tanto verificamos consonância deste trabalho com a pesquisa desenvolvida por Sabel (2021) na qual pudemos observar diferentes funções discursivas da linguagem em um primeiro momento por escrito para responder a um mesmo tipo de problema. Em seguida, é verificado também o fato de os estudantes escreverem apenas na linguagem algébrica pelo que ele chama de “falta/vício” de um determinado tipo de conhecimento específico, fazendo a utilização de um campo restrito de registros.

Seguem algumas resoluções dos Estudantes A e B:

Figura 8 - Resoluções dos estudantes A e B.

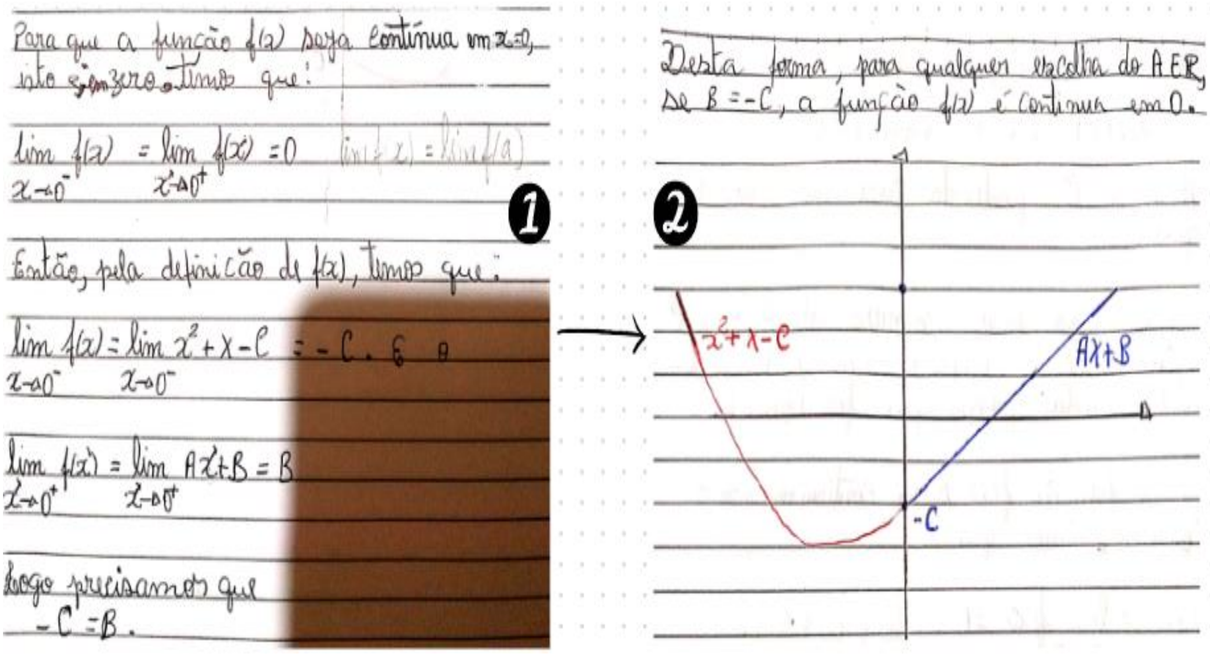


Fonte: Arquivos do autor (2023).

É importante salientar a não incidência de resolução do problema utilizando o registro geométrico, nas seis resoluções encontramos apenas o registro algébrico, os estudantes sequer deram indícios da necessidade de uma explicação por meio geométrico. Inferimos que isso se deve ao fato deles encontrarem nos livros da disciplina um forte movimento da linguagem algébrica durante as demonstrações. Há, também, o receio de arriscar um outro tipo de resolução baseada em um registro diferente do que foi trabalhado ao longo da disciplina e pouco visto nos livros.

Na única resolução em que é utilizado o registro algébrico com o geométrico, verificamos que o estudante C da Figura 9 pautou sua resposta em grande maioria no registro algébrico, evidenciando as propriedades necessárias para que a função seja contínua. Um fato interessante nesse processo é que ele utiliza a representação geométrica ao fazer o gráfico das funções determinadas na questão mesmo não sendo solicitado. O trabalho de Carvalho (2017) fez importantes reflexões sobre esse aspecto visual para melhor compreender o que realmente está acontecendo em termos visuais com aquele grande "amontoado" de expressões de números e letras.

Figura 9 **-** Resolução do estudante C.



Fonte: Arquivos do autor (2023).

Apesar do Estudante C ter utilizado o registro geométrico no final da sua resolução, percebemos que ele não extrai informações do gráfico para justificar o que se pedia na questão em si, a continuidade da função. Nesse sentido, pensamos que o gráfico serviu apenas para ilustrar o problema. A não articulação do registro algébrico com o geométrico durante a resolução de um problema é uma das dificuldades que Duval (1999) aponta sobre a TRRS, a não coordenação entre os diferentes registros de representação.

O aspecto visual na resolução de um problema matemático em alguns casos é tão importante quanto sua demonstração algébrica, essa discussão é trazida por Santos (2022) em seu trabalho sobre a importância do aspecto visual para aprendizagem em matemática.

Na resolução do Estudante A, acreditamos que fica mais compreensível o que seria uma função contínua e até que ponto o entendimento pode ser obtido pela representação visual do objeto em questão. Ratificando ainda mais a concepção de Duval (2003) sobre a mobilização de ao menos dois registros de representação semiótica para a apropriação do objeto matemático.

5.2 ANÁLISE DAS TRANSFORMAÇÕES DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO (SÍNCRONO)

Nesta seção iremos destacar as principais contribuições trazidas pelos estudantes a partir das discussões de forma individual e coletiva. A análise será construída tomando como base o desenvolvimento da atividade durante o encontro da turma toda de forma síncrona no *google meet*.

Inicialmente, conseguimos discutir de forma breve as principais resoluções trazidas pelos estudantes, buscando identificar as que mais contemplavam os diferentes registros de representação semiótica e se durante o processo de transformações dos registros havia argumentação matemática baseada na TRRS.

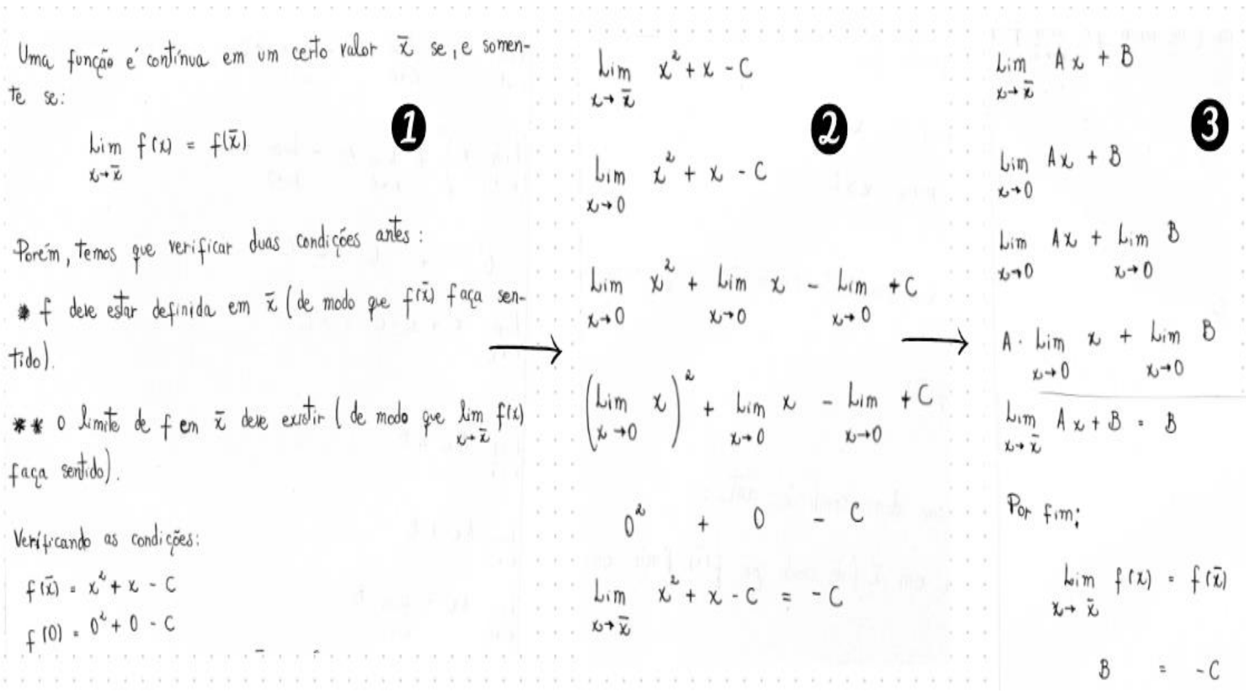
Ao dividir a turma em duas equipes, a professora da disciplina selecionou três resoluções distintas para cada uma delas e a partir de critérios estabelecidos por cada equipe pôde-se discutir aspectos importantes ou não para resolver e compreender todo o processo trazido por cada um. No decorrer da atividade conseguimos observar compreensões distintas para o mesmo problema, os caminhos traçados durante as transformações semióticas evidenciaram o excesso do registro algébrico.

5.2.1 Argumentação nas transformações semióticas

Inicialmente foi observado por todos de uma das equipes a resolução baseada nos critérios da definição de função contínua: se ela está definida (se ela existe) no ponto escolhido; a existência do limite aplicado à função e se o valor no ponto escolhido é igual ao calculado no limite. A partir desses pontos, buscamos identificar a formação do processo argumentativo dos estudantes, para tanto foi pedido que eles participassem apontando seu ponto de vista e a justificativa para tal (primeiro elemento do ciclo argumentativo: argumento).

No que se refere ao tratamento, processo no qual o registro é mantido, modificando apenas sua estrutura por meio de manipulações pertinentes da própria matemática, os estudantes em geral souberam utilizar as principais propriedades e condições para solucionar a questão dentro do registro algébrico. Aplicaram corretamente os limites laterais, verificando que eram iguais e, portanto, existiam. Se a função aplicada no ponto de continuidade era igual ao limite aplicado no ponto. São esses critérios e tratamentos que podemos observar abaixo na resolução do Estudante D.

Figura 10 **-** Resolução do estudante D.



Fonte: Arquivos do autor (2023).

Podemos observar que a resolução do Estudante D em termos de definições verificadas, utilização dos critérios que define a continuidade de uma função ou não foram todos respeitados.

No que se refere às propriedades dos limites e na sua conclusão estão todos demonstrados por meio dos tratamentos utilizando o registro algébrico. Dentre todas soluções em termos de “escrita” matemática, o Estudante B foi um dos destaques, inclusive foi escolhido como uma das soluções piloto para ser ajustado no final da atividade.

Figura 11 **-** Justificativa em linguagem materna do Estudante D.

Logo, chega-se a conclusão que, para a função ser contínua em $\bar{x}$, "B" e "C" podem assumir quaisquer valores nos $\mathbb{R}$ desde que sejam simétricos, ou seja, satisfaçam a condição $B = -C$ ou $-B = C$.

Já o "A", por estar em produto com x, pode assumir qual-quer valor (sem restrição), pois $\bar{x} = 0$, então quando $x \to \bar{x}$ o produto dá zero.

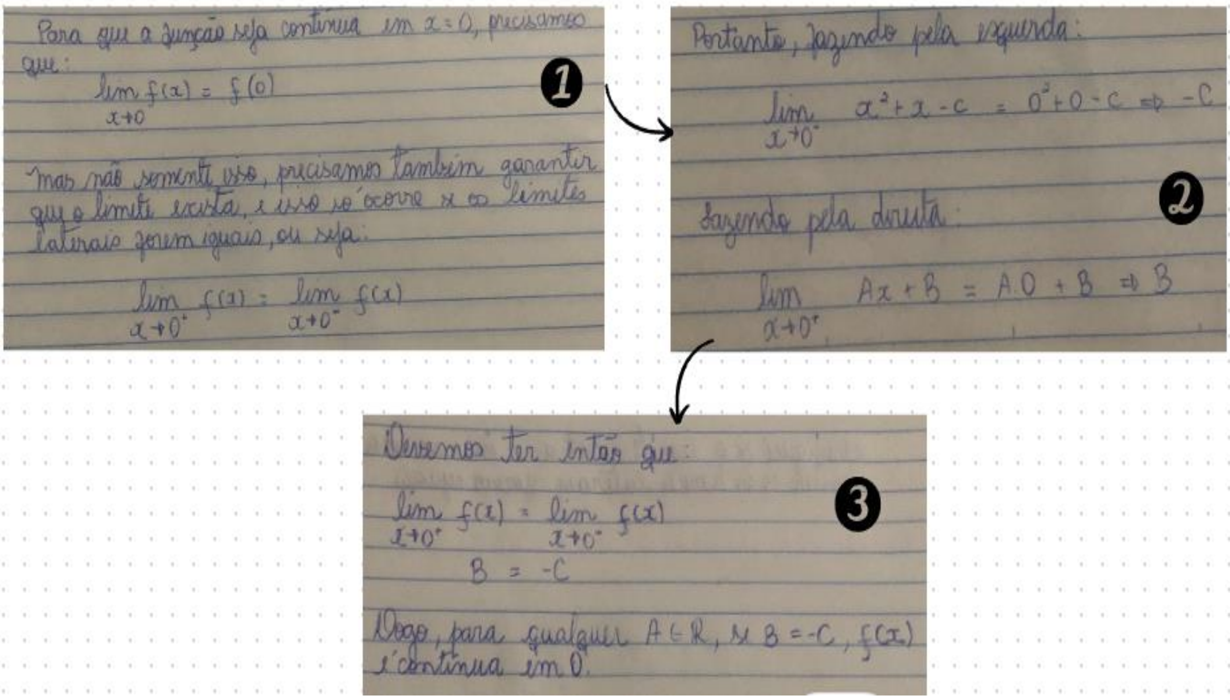
Fonte: Arquivos do autor (2023).

Na resolução do Estudante D, houve mais um detalhe que nos chama atenção, foi ele ter justificado o porquê a função calculada anteriormente ser contínua em tal ponto e a condição em que acontecia essa continuidade. De forma involuntária (pensamos que ele não conhece a TRRS), conseguiu fazer o que Duval (2003) chama de “conversão” entre os registros de representação, etapa em que o objeto muda de um registro para o outro. Do ponto de vista da argumentação, o estudante construiu um argumento completo, composto do ponto de vista e justificativa.

Com essas justificativas elencadas por ele, podemos observar a conversão do registro algébrico trazido para a linguagem natural na Figura 10. Essa conclusão que ele traz deixa a resolução do problema mais acessível para um leitor menos conhecedor do assunto, além de ratificar sua compreensão em relação ao problema proposto.

Outra resolução que teve seus passos definidos e justificados, foi a do Estudante E. Ele conseguiu aplicar corretamente os conceitos e encontrar a condição necessária para a função ser contínua, estabelecendo corretamente os valores para A, B e C. Durante a resolução, conseguiu utilizar a linguagem natural para explicar o que foi feito e, por fim, para quais condições a função seria contínua. Segue sua explicação:

Figura 12 **-** Resolução do Estudante E.



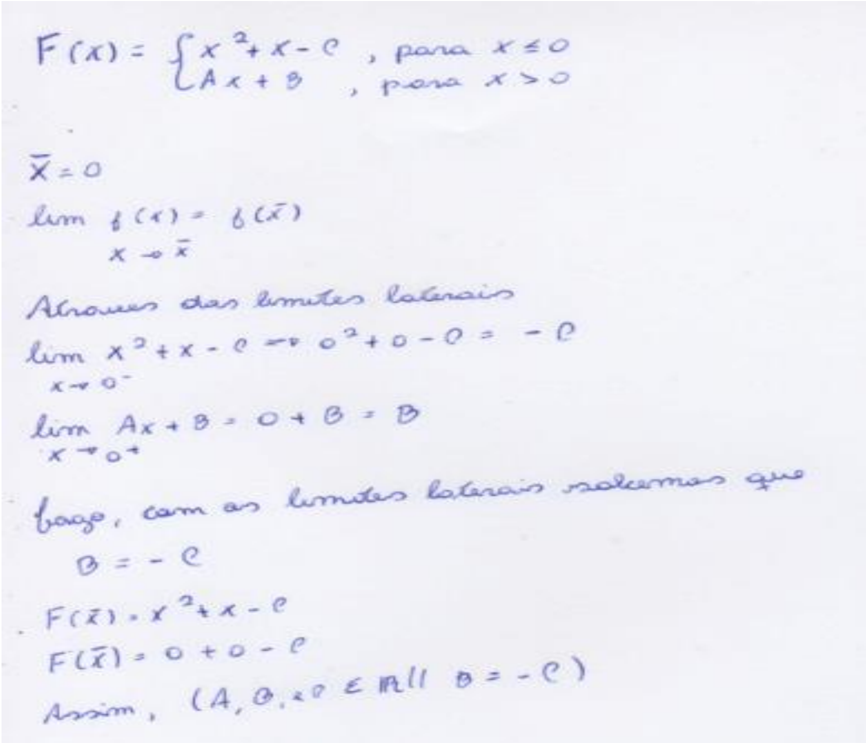
Fonte: Arquivos do autor (2023).

Durante a resolução do Estudante E pudemos verificar alguns pontos de vista seguidos de justificativas, logo ao iniciar é possível identificar seu posicionamento quando ele escreve *"para que a função seja contínua em x=0 …".* Em seguida, ele já se "antecipa" de um possível questionamento e/ou contraposição de um interlocutor quanto apenas a primeira parte, então ele escreve *"mas não somente isso, precisamos também garantir que o limite exista…".* Percebemos que essa construção da resolução do Estudante E passa por um ciclo argumentativo implícito, trazendo um movimento dialógico com ele mesmo (metacognição) justificando cada passo tomado. No final de sua argumentação, ele usa o marcador "então" e "logo" (de conclusão) para confirmar a continuidade da função.

A construção do argumento dele é interessante, pois houve movimentos em que ele pensou e repensou o problema não só para ele, mas também para um "interlocutor" que pudesse analisar e refutar seu ponto de vista ao longo da resolução. Todas essas justificativas dadas a cada passo tomado, reforça o seu entendimento do problema e corrobora para qualidade de seu argumento.

Já na resolução do Estudante F, é trazida pouca ou quase nenhuma justificativa para suas escolhas. Além de usar apenas o registro algébrico e não apresentar a propriedade da soma dos limites como os outros. Por fim, não conclui a condição do parâmetro A. Segue sua resolução:

Figura 13 **-** Resolução do Estudante F.



Fonte: Arquivos do autor (2023).

No que se refere ao fato de ter utilizado as definições e aplicado apenas o registro algébrico, o estudante relata no momento síncrono da atividade que *"a definição dá mais segurança, pois é assim que está nos livros que vi".* Dá para compreender essa justificativa do estudante até pelo fato da matemática ser tratada como um resultado pronto e fixo, então contrariar esses preceitos pode não apresentar a segurança que um estudante tem durante uma disciplina tão abstrata como é análise na reta.

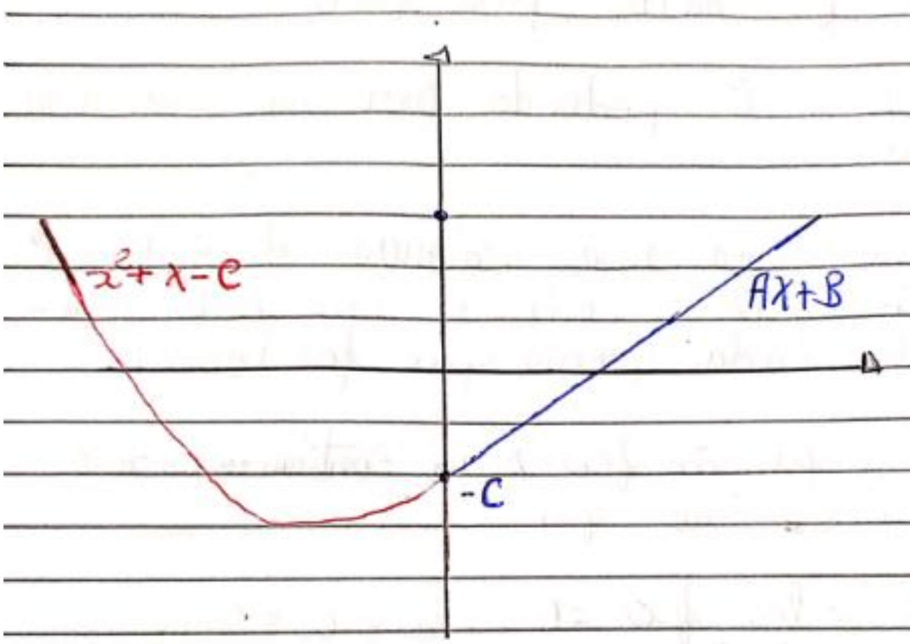
Um dos estudantes disse: *"não consegui resolver de outra forma, pois não conhecia outra solução para descobrir se a função era contínua".* Um dos pontos que citamos durante as discussões foi que não necessariamente utilizar outra forma de representar a função contínua iria descredibilizar a representação algébrica.

Tais soluções poderiam se "complementar" sem que haja uma perda de nenhum dos lados. Para tanto, foi solicitado que os estudantes justificassem seu ponto de vista não mais com base na sua resposta, e sim pela dos colegas. Nessa etapa da atividade nossa intenção era que os estudantes conseguissem mobilizar o processo de negociação de perspectivas a partir de um conjunto de “boas” ideias/justificativas elencadas. Nesse momento da atividade pudemos observar o que Lopes, De Chiaro e Calligaris (2020) trouxeram com relação ao trabalho em grupo, onde os estudantes conseguem compartilhar suas respostas, observar diferentes formas de abordagem do problema e justificar seu ponto de vista.

Percebemos que ao mostrar a solução do Estudante F, em que tínhamos a solução pautada no registro algébrico e que ele tinha utilizado o registro geométrico por meio do desenho gráfico de como aquela função contínua se comportava, os estudantes tiveram um “start” em função da figura.

Ao explicar que durante as suas respostas, eles poderiam utilizar o registro geométrico para justificar os valores A, B e C no gráfico, pois os mesmos se “tocavam” (ao acabar um, o outro “continuava”) era a explicitação mais clara do que era a “continuidade da função”.

Figura 14 **-** Gráfico do Estudante F.



Fonte: Arquivos do autor (2023).

Ao observar esse gráfico, sabendo dos intervalos em que a função é contínua, respeitando o ponto de continuidade é compreensível e deveria ser primordial o que Santos (2022) e Duval (2003) trazem com relação ao papel da visualização e das possíveis transições entre os registros durante a resolução de um problema matemático.

Dentro de um contexto síncrono e dinâmico da atividade em que perspectivas distintas foram levantadas, foi comum perceber os estudantes construindo e desconstruindo seus pontos de vista a medida em que acompanhavam as resoluções e/ou os colegas traziam outros elementos não observados anteriormente ao resolver de forma individual no papel. Conseguindo argumentar seus pontos de vista, intervindo em outras proposições levantadas durante a discussão, autorregulando as respostas e usufruindo do processo da metacognição.

Isso foi observado na fala do Estudante C após um dos grupos apresentar a solução conjunta para toda turma:

> *“Por isso que eu digo que trabalhar em coletivo é mais produtivo. Tem coisa que você não percebe e seu colega percebeu… - (pensando) eita é mesmo, isso aqui percebi não ao resolver. É uma construção mais significativa. Eu acho que se as escolas trabalhassem dessa forma, principalmente as matérias de cálculo seria mais significativo. Não só dessa forma, elencar os conhecimentos da matemática com a química, física daria uma aprendizagem mais ampla”*.
>
> [Transcrição da Fala do Estudante C]

A negociação e compreensão das diferentes perspectivas serviu para os estudantes observarem as suas justificativas trazidas ao longo da resolução e refletir sobre suas respostas, ficou evidente um certo engessamento no que se refere a escolha das respostas.

Um dos estudantes (foi porta-voz do grupo de forma voluntária) ao “corrigir” a solução do colega cita o fato dele não ter utilizado propriedades de limite da soma e a verificação do valor da função quando x=0. A preocupação dele mesmo que importante do ponto de vista da definição matemática, deixa em aberto o fato de não haver uma possível resolução utilizando o gráfico. Deixa claro a preocupação em responder os tópicos algébricos “aprendidos” em detrimento da compreensão tida ao analisar a continuidade da função no gráfico.

Ao discutir com o grupo sobre as possibilidades de resposta utilizando o gráfico da função contínua, o Estudante E disse:

> *"Eu pensei em fazer o gráfico da função, mas não sabia como ficaria traçado. Tínhamos uma função quadrática até um certo ponto e uma afim no resto do intervalo, mas não sabia como juntá-las”.*
>
> [Transcrição da fala do Estudante E]

Essa justificativa do estudante nos faz refletir alguns pontos e surgem alguns questionamentos:

1. O que nos faz “travar” durante uma resolução gráfica se temos os conhecimentos básicos, que neste caso seria conhecer o comportamento da função quadrática e afim;
2. O receio/insegurança de continuar e finalizar uma questão apenas por não ter “certeza absoluta” de sua resposta;
3. O medo de errar na matemática, nos faz omitir ou estagnar conhecimentos prévios.

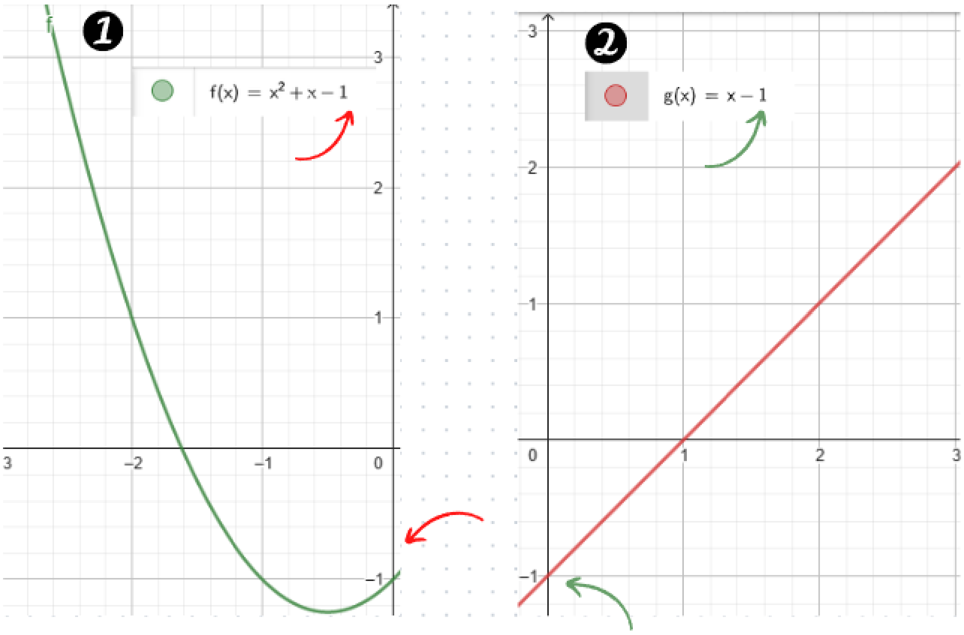
Partindo do conhecimento prévio não utilizado pelo Estudante E, confirmamos que seu pensamento estaria correto caso continuasse adiante na resolução; pois. além de saber o comportamento do gráfico da função afim e quadrática, teríamos que resgatar aprendizados anteriores mais específicos dessas funções, por exemplo, saber que o termo independente (valor numérico que não está junto do “x”) dessas funções é o valor no qual a curva da função “corta” /toca no eixo Y ou eixo das abscissas. Por fim, conseguiria concluir que, ao encontrar o valor B = - C, teríamos o local onde elas se encontravam, confirmando a continuidade da função.

É comum os livros de Iezzi (2016) e Giovanni (2017) do Ensino Médio trazerem essa abordagem dos elementos algébricos das funções associando a sua representação geométrica, como exemplo citado do termo independente corta o eixo Y e a raiz ou zero da função corta o eixo X ou eixo das coordenadas.

Conseguir que o estudante possa compreender essa transição de registros de representações semióticas a partir da associação entre os elementos pertencentes ao registro algébrico e ao geométrico é o cerne da TRRS defendida por Duval.

Para fins de ilustração, trouxemos a representação geométrica por meio desses dois gráficos que seguem mostra o comportamento das funções respeitando seus intervalos dados na questão. Colocamos o termo independente que na questão original é trazido como B e -C como sendo -1, pois assim o software GeoGebra entenderia o parâmetro e o gráfico poderia ser traçado.

Gráfico 2 - Gráficos separados das funções quando C= -1.



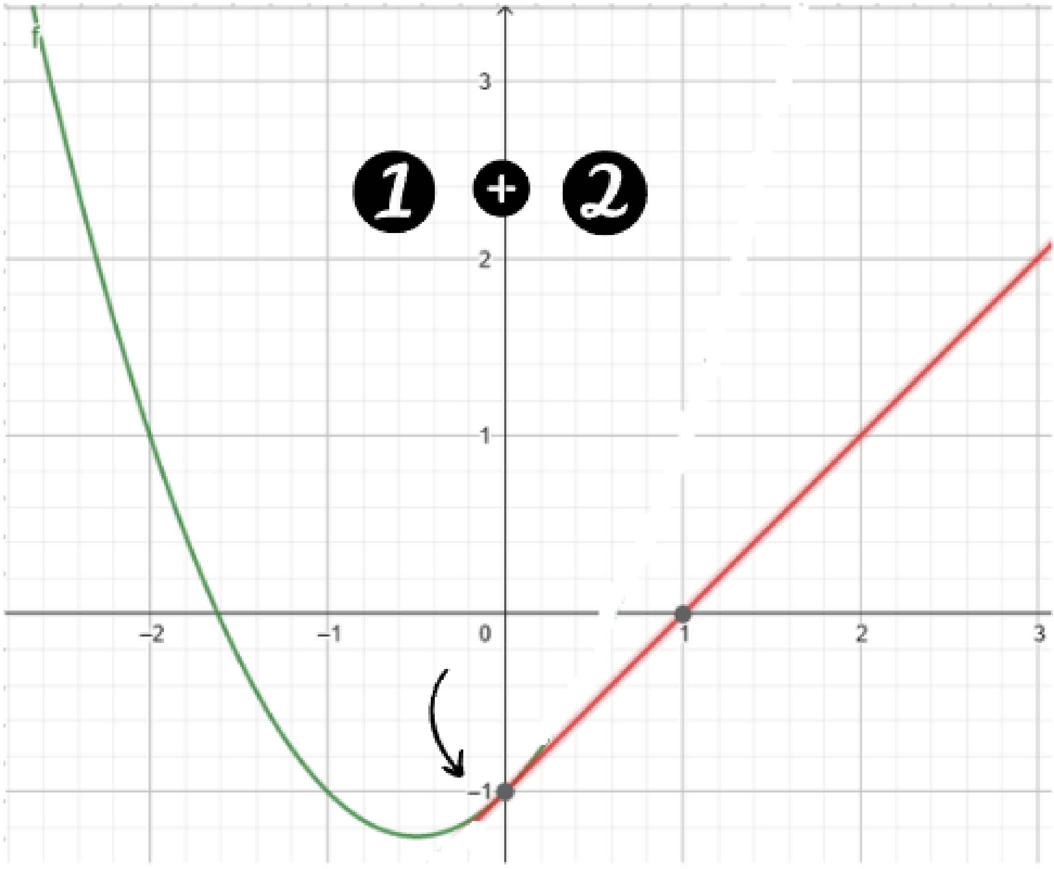
Fonte: Arquivos do autor (2023).

Tomando esse gráfico como referência para o restante da solução, verificamos que de fato não importava para qual valor B ou C poderiam admitir, desde que um fosse o “simétrico” do outro. Esse nome simétrico apareceu durante as resoluções escritas dos estudantes, foi utilizado pelos estudantes com a justificativa de serem relacionados “gráfico” e/ou “desenho”.

Pode-se inferir os elementos trazidos por Sabel (2021) sobre as diferentes funções discursivas da linguagem, em que o estudante utiliza formas diferentes de linguagem em algum contexto específico algébrico (poderia dizer que o B teria que ser igual ao -C) e no geométrico (que o B teria que ser simétrico ao -C) para sintetizar um mesmo objeto.

No gráfico abaixo, podemos observar como seria o gráfico das funções “unidas” nos intervalos pedidos no problema:

Gráfico 3 - Gráfico da função contínua quando C= -1.



Fonte: Arquivos do autor (2023).

Ao reconhecer que a continuidade da função poderia ser visualizada pela construção do gráfico, encontrando valores para B e C, observamos nos estudantes uma certa "surpresa do óbvio". Naquele momento houve questionamentos do tipo:

1. *"e era só isso"?*
2. *"poderia fazer assim?"*
3. *"certo, mas e as contas?"*
4. *"pensei nisso, mas parecia ser muito fácil e simples."*
5. *"não tinha visto esse tipo de solução."*

Os estudantes estavam muito apegados às resoluções trazidas pelos livros e a intenção era reproduzir os resultados já conhecidos (com as quais já se tinham seguranças e garantias), aparentemente o entendimento da questão não precisava fazer sentido para eles. Apenas resolver o problema era o bastante. Esse pensamento se estendia para soluções trazidas, pautadas em sua maioria por um único registro (algébrico) e com poucos detalhes justificando suas escolhas.

Duval (2003) alerta para esse tipo de comportamento, em que o estudante traz consigo uma insistência em resolver o problema sempre com o mesmo registro de representação, trazendo uma impressão e confusão em que o objeto (Função Contínua) estudado é o próprio registro utilizado (algébrico).

Ao analisar todas soluções, as considerações escritas e orais trazidas por todos os grupos, foi construído uma solução por meio de um vídeo, com a participação conjunta dos grupos, deixando-os bem à vontade para reconsiderar e repensar ou não seus pontos de vistas iniciais. Esse momento foi discutido previamente durante o encontro entre todos, as hipóteses e principais considerações já levantadas no momento síncrono.

Com relação aos tratamentos algébricos desenvolvidos ao longo da solução, foram destacados/citados como importantes pelos estudantes os seguintes aspectos:

1. Aplicar o ponto $x = 0$ e verificar a continuidade da função;
2. Utilizar corretamente as definições de limite, o limite da soma como a soma dos limites;
3. Conseguir mostrar que os limites laterais iam de fato para o mesmo valor e concluir que existia de fato;
4. A partir dos tratamentos (manipulações) algébricas, conseguir concluir que a condição da continuidade aconteceria independentemente do valor de A, B ou C, para tanto bastava que $B = - C$.

Houve movimentos de negociação de perspectivas e confronto de ideias em que os estudantes discordaram de sua própria resolução inicial, reconhecendo “brechas” que poderiam ser preenchidos pelo argumento trazido pelo colega.

Ele já começa dizendo que: *“apesar de na resolução inicial termos optado pelo segundo método, nós achamos melhor o primeiro método”.* Ou seja, nesse primeiro momento nem precisou explicitamente de alguém ter confrontado sua resposta. A construção analisada fez com que o grupo mudasse de ideia, reavaliando sua resposta e observando pontos importantes não percebidos ao resolver o problema. Mas, também, reconheceu falhas do outro grupo e listou pontos que poderiam ser modificados ou que passaram despercebidos pelo grupo.

1. *“Acrescentaríamos o valor do x=o na função para ver quanto daria”;*

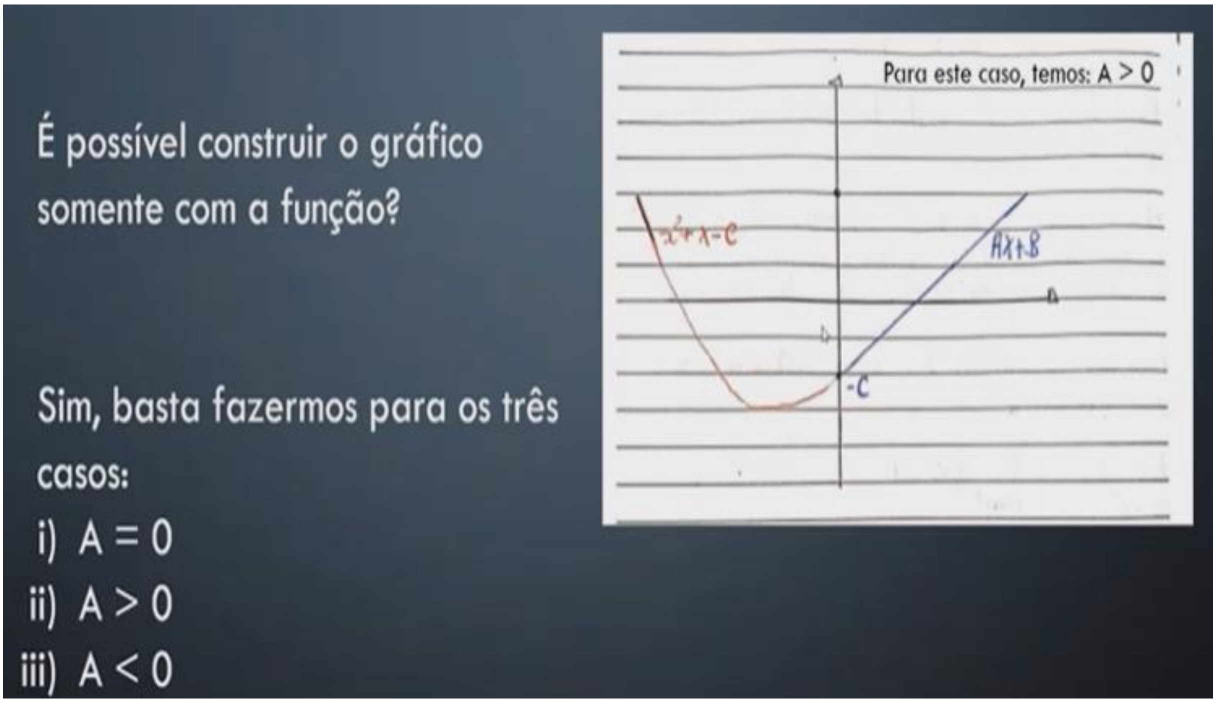
2. *“Não aplicou os limites laterais, ao aplicar ele iria perceber que o limite na esquerda era - C e ao continuar percebemos um outro equívoco pois não daria 0 e sim -C, para confirmar a igualdade e poderia ser verificado se tivesse aplicado no ponto antes”.*
3. *“Não colocaríamos mais o limite direto, separaremos limite da soma ser a soma do limite”.*
4. *“Por fim, concluí que B teria que ser igual a - C”.*

[Transcrição da fala do grupo 2]

O grupo analisou as resoluções E e F que tinham respectivamente a descrição de cada passo tomado de forma escrita e da utilização do gráfico no final da resolução. *“Referente a terceira resolução onde gostamos da argumentação que foi utilizado uma linguagem em português mais extenso, ressaltamos para a apresentação do gráfico como importante para solução…, não importando necessariamente onde ele viria… achamos que poderia vir no início.”*

Notamos que a atividade em conjunto propiciou que eles dialogassem trazendo os elementos defendidos por Leitão (2013): o argumento (ponto de vista + justificativa) que aparece quando o estudante resolve o problema, o contra-argumento implícitos nas diferentes soluções e elucidadas durante o momento síncrono que para esse caso específico e se fez presente no segundo método (do respeito pelas definições algébricas) e o terceiro método (com a explicação em linguagem natural e utilização do gráfico), por fim a resposta que foi consolidada e elaborada com a participação do grupo re(considerando) as propostas iniciais citadas acima .

Figura 15 - Proposta de perguntas dos estudantes.

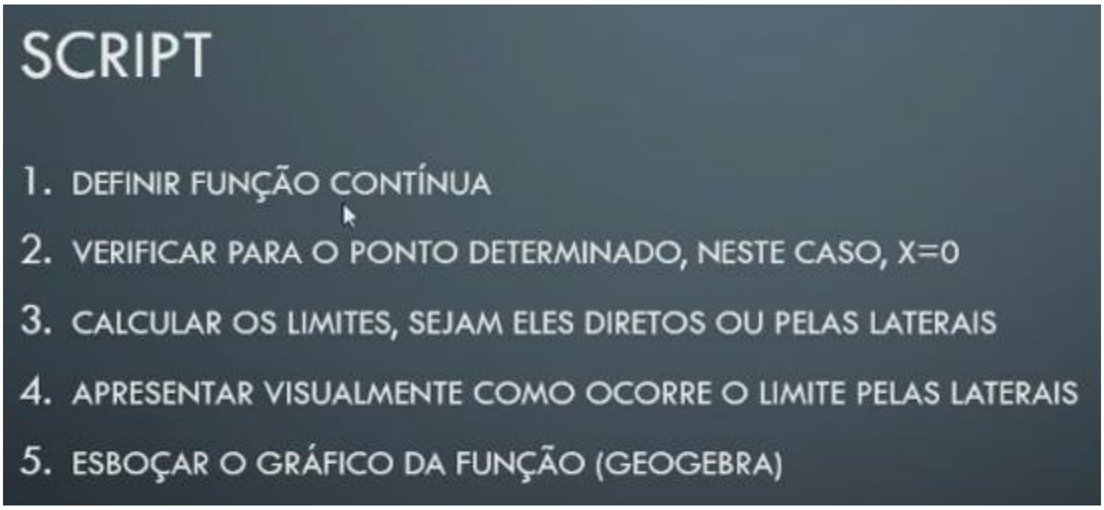


Fonte: Arquivos do autor (2023).

Um detalhe importante que não tinha sido levantado por ninguém individualmente, mas foi pensado pelo grupo 1, diz respeito a como seria o comportamento do gráfico da função a partir de escolhas do coeficiente A como mostrado na figura acima. Acreditamos que se faz muito presente e pertinente o que Lopes, De Chiaro e Calligaris (2020) pôde pesquisar em relação à colaboração durante atividades de matemática. A atividade sobre função contínua e a estrutura aberta do problema oportunizou diferentes pensamentos, dúvidas e respostas durante a etapa síncrona com todos. Do ponto de vista matemático poderia ser abordado esses questionamentos, o que é interessante notar é que a ideia de pensar no gráfico em relação aos valores dados nos coeficientes partiram dos próprios estudantes ao pensar no problema/solução de forma colaborativa.

Não era sobre está errado ou certo, é sobre complementar as soluções seja de forma algébrica, geométrica ou natural. A utilização de um só registro não facilitou o entendimento dos grupos, o problema ficou mais amplo quando analisaram por todas as vertentes e consideraram os diferentes registros de representação semiótico para melhor compreender o problema inicial e sua resolução, perspectiva de trabalho defendida por Duval (2003).

Figura 16 - Script da resolução final.



Fonte: Arquivos do autor (2023).

A construção de um script final de uma resolução próximo do “ideal” para ser compreendida em sua forma mais ampla possível, observando o resultado por várias óticas das representações semióticas. Trazem em especial, a utilização do registro geométrico por meio do gráfico sendo acrescentada a resolução com o registro algébrico. A descrição de cada passo em linguagem natural, foi reconhecida como um momento de demonstração e domínio do conteúdo e do que estava sendo feito.

Por fim, no que diz respeito ao papel da atividade para com os estudantes, acreditamos e confirmamos o que Lopes, De Chiaro e Calligaris (2020) discutiram sobre a argumentação em matemática dentro de um contexto grupal em colaboração. Percebemos uma participação maior dos estudantes após questionarmos suas respostas do que antes ao apresentá-las, ficou evidente um senso de autodefesa por parte deles. Na medida em que fomos verificando outras perspectivas de respostas para o mesmo problema, começou a se discutir o problema como um quebra-cabeça. Não havia e nem esperávamos respostas perfeitas, pretendemos trazer o máximo de situações e compreensões distintas. Ao discutir o comportamento da função com relação ao seu gráfico, foi unânime por parte dos estudantes que esse novo elemento tem que fazer parte da “nova resposta” (que seria a conclusão final de forma conjunta), pois naquele momento foi concebido a real idealização e ao mesmo tempo concretização do que poderia ser uma função contínua.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desta pesquisa foi caracterizar as transformações dos registros de representações semióticas, de licenciandos de Matemática, a partir do processo argumentativo, para a construção de conhecimento sobre função contínua. Para tanto, realizamos uma atividade sobre função contínua com os estudantes da disciplina de análise da reta de um curso de licenciatura em matemática. Inicialmente estes estudantes foram convidados a resolver um problema no qual se pedia a condição de existência para função ser contínua no ponto solicitado de modo que todos os passos utilizados fossem devidamente justificados durante a resolução.

Na primeira parte da atividade, os estudantes resolveram, dentro de um contexto de aula assíncrona, o problema de forma escrita em um papel e as respostas foram enviadas à professora da disciplina. Consideramos que nesta etapa todos estudantes envolvidos conseguiram responder à condição de existência para solucionar o problema. Entretanto, no que se refere a argumentação dentro da sua resolução, consideramos que apenas dois dos seis envolvidos conseguiram adotar as estratégias e justificativas mais pertinentes dentro do contexto matemático (utilizando corretamente as propriedades da soma dos limites e dos critérios para provar que a função é contínua). Ainda dentro da primeira parte da atividade, verificamos a alta incidência de um único tipo de registro (algébrico) para responder o problema, em dois casos foi abordado outro tipo de registro de forma auxiliar sem que fosse justificado sua utilização. Consideramos que estas respostas podem ser reflexos de sua formação desde o ensino básico, pois é mais apresentado o registro algébrico ao estudar funções em geral e, principalmente, aos livros utilizados como base pelos estudantes durante suas pesquisas.

Na segunda parte da atividade, durante uma sessão de aula síncrona, quando todos puderam se encontrar, observar e discutir não só sua resolução como a de todos participantes. Ao dividir o grupo em dois, foi iniciado a sessão de discussão das resoluções e pudemos observar as justificativas trazidas pelos estudantes e questionadas naquele mesmo instante. Esse momento pôde gerar considerações potencialmente argumentativas a cada vez que era visto algo novo nas respostas. Um dos pontos mais discutidos foi a excessiva utilização do registro algébrico para não só responder como também entender o problema. Percebemos que a maioria dos estudantes que utilizaram o registro algébrico estavam apenas reproduzindo condições trazidas nos livros pesquisados e que aquela resposta só respondia o problema literalmente. Apesar de um deles ter utilizado o registro geométrico, ele não trouxe justificativas que conseguem articular seu "problema" resolvido algebricamente com o seu gráfico. Um ponto a se chamar atenção é o fato deles não conseguirem ter uma interpretação "compreensível" do que de fato estavam fazendo/seria uma função contínua, sabiam das condições na qual acontecia a continuidade, mas não conseguiam explicar o porquê ou se enxergava a continuidade.

Para as questões suscitadas anteriormente, destacamos dois pontos, em falta nas respostas dos estudantes, que são: a importância da representação visual para se responder um problema matemático e a compreensão de pelo menos dois registros de representação semiótica para se ter um efetivo aprendizado. Como citado anteriormente, um dos estudantes conseguiu trazer pelo menos dois registros, mas não articulou o conhecimento trazido nas duas situações. Ou seja, dentro da TRRS, além de conhecer os sistemas de representação, é preciso aplicá-los corretamente e ter a capacidade de "conectar" esses registros a partir de suas "diferenças" e pontos comuns.

Quanto aos tratamentos apresentados nas questões, percebemos um certo domínio dos estudantes ao resolver o problema. Em sua maioria seguiram o "script" de verificar as proposições, utilizando conhecimentos prévios sobre limites e de calcular a função no valor determinado. No que se refere às conversões entre os registos, sentimos falta da autonomia dos estudantes. No problema em si não pedia para converter os registros, mas a utilização de mais um colocaria mais um ponto em discussão durante o encontro síncrono. Um ponto positivo nesse quesito de conversão, foi um dos estudantes que respondeu o problema algebricamente em todo seu processo, mas ao final justificou as condições e sua conclusão utilizando a linguagem materna. Imaginamos que este estudante atingiu de certo modo nossa solicitação inicial de justificar cada passo tomado ao longo da resolução.

No que se refere a articulação entre os registros de representação semiótica com a argumentação de forma dialógica entre os estudantes, consideramos que foram construídas em um primeiro momento de forma implícita ao resolver o problema de forma individual (em uma das soluções foi possível perceber que o argumento utilizado precedeu um outro "possível" interlocutor que pudesse refutar as considerações trazidas). Houve um cuidado ao se referir as proposições que condicionava a função ser contínua e partir delas desenvolver uma solução que cumprisse tudo que seria necessário, foi utilizado o contexto argumentativo utilizando o registro em linguagem natural.

Quanto ao movimento dialógico acontecido de forma síncrona na atividade, observamos um maior engajamento principalmente na mudança de perspectiva ao analisar os registros, em especial, o geométrico por meio do gráfico. Conseguir justificar a importância de utilizar mais de um registro para compreensão do problema foi um dos principais momentos da atividade, a relação entre a argumentação “matemática” ao longo das explanações dos registros semióticos (algébrico e geométrico) fez com que os estudantes visualizassem o problema sem necessariamente resolvê-lo. Para este momento percebemos a necessidade de enfatizar outro registro semiótico, uma vez que a resolução do problema apenas no registro algébrico não deixou “claro” o que fato era uma função contínua. O movimento dialógico durante cada consideração levantada a partir da troca dos registros de representação semiótica, propiciou um entendimento de forma mais ampla por parte dos estudantes não só da resolução como também do que era o problema.

O enriquecimento da resolução colaborativa teve seu impacto na formação dos estudantes quanto a temática, a empolgação e a dinamicidade durante a atividade nos fizeram refletir e questionar o porquê de não se trabalhar matemática desse modo. Construir a compreensão do conhecimento dentro da matemática é essencial, em especial, pelo fato de serem futuros professores. Conhecer as possibilidades, dividir as dúvidas e compartilhar as soluções pôde despertar nos estudantes o interesse em aprender o conceito para argumentar e argumentar para aprender o conceito.

6.1 LIMITAÇÕES DA PESQUISA

Acreditamos que o mesmo motivo de ter viabilizado a atividade com o grupo de estudantes teve seu papel positivo para facilitar o encontro de pessoas de várias cidades de Pernambuco e de conseguir observar as gravações mais de uma vez. A realização de forma remota poderia trazer esses benefícios, mas pensamos que se ela tivesse ocorrido de forma presencial poderíamos observar mais impressões dos estudantes, seja ela comportamental (visual, física e etc.) como também de mais interação/interrupções durante os questionamentos. O espaço em que todos pudessem se observar de forma mais plena, levantando hipóteses e colocações com mais ênfase e dinamicidade.

Por ser final de semestre e a disciplina ser ofertada uma vez no ano, tivemos mudança na proposta da atividade, era previsto a análise dos vídeos dos estudantes a cada momento durante os encontros síncronos. Com isso, a atividade foi remodelada e algumas etapas foram suprimidas.

Um outro ponto foi o curto tempo da realização da atividade, como se tratava dos últimos dois encontros da disciplina ficamos apenas com 1 momento de forma assíncrona (resolução escrita) e 1 encontro síncrono (discussão pelo meet). Foram quase três horas de encontro síncrono, mas o sentimento é que o problema e ideias poderiam ser abordadas e descobertas por mais um bom tempo. Em relação ao tempo curto, não conseguimos realizar para essa atividade um estudo piloto programado inicialmente. O que poderia ter suscitado algumas situações a serem aprimoradas para a atividade final.

Seria interessante também considerar uma turma com mais estudantes, apesar de muitos terem ido para uma única vertente acreditamos que um número maior poderia trazer novos horizontes de respostas e questionamentos para o trabalho.

A temática associada à construção da atividade, trouxe perspectivas interessantes ao se trabalhar a matemática observada pela Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS) - pode ser aplicada a um número grande de conteúdos da matemática- e utilizar/viabilizar o processo argumentativo dos estudantes ao resolver as questões pode gerar frutíferas situações de aprendizado.

REFERÊNCIAS

ALENCAR, Alberto. **A Teoria dos Registros de representação semióticas e o estudo de funções.** 2017. 46 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Maranhão. São Luís, 2017.

ARAÚJO, José. **Conversão entre os registros de representação gráfico e algébrico da função afim: análise a partir da interpretação global de propriedades figurais**. 2021. 111 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2021.

BENTO, Antônio. **Como fazer uma revisão da literatura: Considerações teóricas e práticas**. Revista JA (Associação Académica da Universidade da Madeira), nº 65, ano VII (pp. 42-44). ISSN: 1647-8975, 2012.

BOYER, Carl. **História da matemática;** tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 1974.

BRASIL. MEC. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2019. Disponível em:<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>. Acesso em 28 de dez. de 2020.

CAMPOS, Rodrigo. **Argumentação e demonstração dos estudantes do Ensino Médio: uma proposta de investigação matemática sobre crescimento e decrescimento de funções afins**. 2018. 95 f. Tese (Doutorado em Matemática e Estatística. Universidade de São Paulo. São Paulo, 2018.

CARAÇA, Bento**. Fundamentos da Matemática Elementar**. Lisboa, Ltda, 1950.

CARVALHO, Lidiane. **Um estudo das concepções de estudantes do ensino médio sobre o conceito de função com base na teoria dos registros de representações semióticas**. 2017. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Universidade Federal de Pernambuco. Caruaru, 2017.

DUVAL, Raymond. **Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**, Strasbourg, v. 5, p. 37-65, 1993.

DUVAL, Raymond. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.** ***In*****: MACHADO, Silvia. (Org.) Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. p. 11-33. Campinas-SP: Papirus, 2003.

GIL, Antonio. **Como elaborar projetos de pesquisa. 4º ed**. São Paulo: Atlas, 2007.

GIOVANNI, Giovanni. **Matemática completa 360º**. 1º edição, São Paulo: FTD, 2017.

IEZZI, Gelson e et. al. **Matemática: ciência e aplicações: ensino médio**. Volume 1 – 9º edição, São Paulo: Saraiva, 2016.

LEITÃO, Selma. Uma perspectiva de análise do papel da argumentação em ambientes de ensino-aprendizagem. Em Moutinho, K; Villachan-Lyra, P. Santa-Clara, A. **Novas Tendências em Psicologia do Desenvolvimento:** teoria, pesquisa e intervenção**.** Recife: Ed. Universitária da UFPE, 2013.

LOPES, Carlos; RODRIGUES, Kátia; RODRIGUES, Sylvia. Jogos cooperativos e argumentação: potencialidades para a promoção do pensamento crítico e reflexivo no ensino de Matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 11, n. 3, p. 244-263, 2020.

LUCAS, Rodrigo. **O software GeoGebra no ensino de funções para licenciandos em matemática: uma abordagem sociocultural**. 2019. 243 f. Tese de Doutorado (Educação para Ciência). Universidade Estadual Paulista. Bauru, 2019.

MAGGIO, Deise. **Entrecruzamento teórico-metodológico entre registros de representação e teoria da objetivação**. 2018. 128 f. Tese (Educação nas Ciências). Universidade Regional do Noroeste do Rio Grande do Sul. Ijuí, 2018.

MENEZES, Silvia. **Ensino e aprendizagem de função: desafios e perspectivas**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). 2017. 125 f. Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri. Teófilo Otoni, 2017.

MIRANDA, Carolina et al. Argumentação na sala de aula: refletindo criticamente sobre a descriminalização do aborto em uma vivência de prática argumentativa. **Educação Online**, v. 16, n. 37, p. 172-189, 2021.

SABEL, Eduardo. **O papel das funções discursivas na análise da produção de estudantes na resolução de problemas**. Dissertação (Mestrado em Educação

Científica e Tecnológica). 2021. 94 f. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2021.

SANTOS, Alessandra; MIKUSKA, Marcia. **Visualização Matemática e suas relações**. **Revista De Educação Da Unina**, 3, 2022

SCHEFFER, Nilce; PASIN, Pietra. **A argumentação de professores de matemática suscitada pelo uso de softwares dinâmicos: construindo significados**. **Vidya**, v. 33, n. 1, p. 9, 2013.

APÊNDICE A - PROBLEMA ENVIADO PARA OS ESTUDANTES

Resolver esse problema utilizando o registro de representação semiótica que preferir.

Seja definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x - C\ , para\ x \leq 0 \\ Ax + B, para\ x > 0 \end{cases}$$

Com A, B e C podendo ser números reais quaisquer.

Determine para quais valores de A, B e C a função é contínua em, argumentando cada passo que for tomado.

APÊNDICE B - TERMO DE CONFIDENCIALIDADE

Título do projeto: FUNÇÃO CONTÍNUA: Um estudo da transformação entre representações semióticas por meio da argumentação.

Nome Pesquisador responsável: Willamy Francelino de Oliveira.

Instituição/Departamento de origem do pesquisador: Universidade Federal de Pernambuco. Núcleo de Formação Docente, Campus Acadêmico Agreste.

Endereço completo do responsável: Rua 1º de Janeiro, 93. Casa Amarela, Recife-PE. CEP: 52070290

Telefone para contato: 81997084117 **email:** willamyufpe@gmail.com

Orientador/fone: Verônica Gitirana, 81982167493 **email:** veronica.gitirana@gmail.com

O pesquisador do projeto acima identificado assume o compromisso de:

Garantir que a pesquisa só será iniciada após a avaliação e aprovação do Comitê de Ética e Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da Universidade Federal de Pernambuco – CEP/UFPE e que os dados coletados serão armazenados pelo período mínimo de 5 anos após o término da pesquisa;

Preservar o sigilo e a privacidade dos voluntários cujos dados serão estudados e divulgados apenas em eventos ou publicações científicas, de forma anônima, não sendo usadas iniciais ou quaisquer outras indicações que possam identificá-los;

Garantir o sigilo relativo às propriedades intelectuais e patentes industriais, além do devido respeito à dignidade humana;

Garantir que os benefícios resultantes do projeto retornem aos participantes da pesquisa, seja em termos de retorno social, acesso aos procedimentos, produtos ou agentes da pesquisa;

Assegurar que os resultados da pesquisa serão anexados na Plataforma Brasil, sob a forma de Relatório Final da pesquisa.

Os dados coletados nesta pesquisa sobre função contínua (gravações, fotos e filmagens) ficarão armazenados em pastas de arquivo neste computador pessoal, sob a responsabilidade do pesquisador, no endereço acima informado, pelo período de mínimo 5 anos após o término da pesquisa.

Recife, 05 de junho de 2022.

APÊNDICE C - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

(PARA MAIORES DE 18 ANOS OU EMANCIPADOS)

Convidamos o (a) Sr. (a) para participar como voluntário (a) da pesquisa FUNÇÃO CONTÍNUA: Um estudo da transformação entre representações semióticas por meio da argumentação, que está sob a responsabilidade do (a) pesquisadores (a) Willamy Francelino de Oliveira, Rua Primeiro de Janeiro, 93, Casa Amarela – Recife, CEP: 52070290, willamyufpe@gmail.com, 081 997084117. Verônica Gitirana Gomes Ferreira, veronica.gferreira@ufpe.br, 81 982167493. Sylvia De Chiaro, sylvia.chiaro@ufpe.br, 81 999543333.

Todas as suas dúvidas podem ser esclarecidas com o responsável por esta pesquisa. Apenas quando todos os esclarecimentos foram dados e você concorde com a realização do estudo, pedimos que rubrique as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma via será entregue e a outra ficará com o pesquisador responsável.

O (a) senhor (a) estará livre para decidir participar ou recusar-se. Caso não aceite participar, não haverá nenhum problema, desistir é um direito seu, bem como será possível retirar o consentimento em qualquer fase da pesquisa, também sem nenhuma penalidade.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

Tendo em vista as dificuldades em disciplinas de ciências exatas no Ensino Superior, buscamos analisar a atividade sobre função contínua inicialmente individual e posteriormente de forma colaborativa, onde os participantes envolvidos identificam situações e perspectivas distintas de aprendizagens sobre o mesmo conteúdo. A proposta da atividade leva em consideração o estudo da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e da Argumentação. A atividade proposta para estudantes da disciplina de Análise da Reta, especificamente sobre o tema de Função Contínua (cálculo de limite, decisão sobre continuidade da função, representação gráfica e/ou algébrica), de modo, que possamos analisar as dificuldades encontradas pelos estudantes no estudo do tema citado, personalizando as aprendizagens com os princípios da teoria citada e da negociação de perspectivas dos participantes ao trabalharem de forma colaborativa. O procedimento da coleta de dados será realizado mediante a análise das aulas assíncronas e síncronas, nas quais os licenciandos inicialmente resolvem individualmente por escrito um problema sobre função contínua, posteriormente produzem o vídeo referente sua resolução anterior, em seguida de forma remota e em conjunto com o restante dos participantes será aberto a sessão de discussões sobre as diferentes respostas e construções possíveis para solucionar o problema. A coleta de dados será por meio dos registros do professor da disciplina por meio do Google Classroom, Google Drive e Google Meet, onde os participantes enviaram as resoluções de seus exercícios e vídeos. Os dados, portanto, constam de gravação dos encontros síncronos, protocolos desenvolvidos pelos estudantes ao resolver as questões.

RISCOS: Os estudantes sentirem-se constrangidos por verem seu desenvolvimento ser discutido, em publicação científica, caso consigam se auto reconhecer. Serão utilizados codinomes a fim de evitar o autorreconhecimento. No entanto, o próprio desenvolvimento pode acarretar tal autorreconhecimento. Para tanto, utilizaremos ao final das análises uma divulgação entre os participantes das análises, podendo eles solicitar alterações a fim de evitar qualquer constrangimento.

BENEFÍCIOS: Ao poder ter como feedback uma análise sobre a argumentação do grupo em que participou, os participantes da pesquisa têm acesso a informações e situações que trabalhem de forma alternativa na resolução e explicação sobre essa temática, temática essa que é parte de sua profissão.

Esclarecemos que os participantes dessa pesquisa têm plena liberdade de se recusar a participar do estudo e que esta decisão não acarretará penalização por parte dos pesquisadores. Todas as informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a sua participação. Os dados coletados nesta pesquisa (resoluções de exercícios), ficarão armazenados no computador pessoal, sob a responsabilidade do pesquisador, no endereço Rua Primeiro de Janeiro, 93, Casa Amarela – Recife, CEP: 52070290, pelo período de mínimo 5 anos após o término da pesquisa.

Nada lhe será pago e nem será cobrado para participar desta pesquisa, pois a aceitação é voluntária, mas fica também garantida a indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial. Se houver necessidade, as despesas para a sua participação serão assumidas pelos pesquisadores (ressarcimento de transporte e alimentação).

Em caso de dúvidas relacionadas aos aspectos éticos deste estudo, o (a) senhor (a) poderá consultar o Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da UFPE no endereço: **(Avenida da Engenharia s/n – 1º Andar, sala 4 - Cidade Universitária, Recife-PE, CEP: 50740-600, Tel.: (81) 2126.8588 – e-mail: cephumanos.ufpe@ufpe.br).**

APÊNDICE D - CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO DA PESSOA COMO VOLUNTÁRIO (A)

Eu,________, CPF_________, abaixo assinado, após a leitura (ou a escuta da leitura) deste documento e de ter tido a oportunidade de conversar e ter esclarecido as minhas dúvidas com o pesquisador responsável, concordo em participar do estudo sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica a partir da argumentação no ensino de Função Contínua, como voluntário (a). Fui devidamente, informado (a) e esclarecido (a) pelo(a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim corno os possíveis riscos e benefícios decorrentes de minha participação. Foi-me garantido que posso retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade.

Local e data ______

Assinatura do participante: ______