



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
DEPARTAMENTO DE TECNOLOGIA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

MARIA LUIZA XAVIER DE HOLANDA CAVALCANTI

**MODELO BASEADO NA METODOLOGIA DO EMPARELHAMENTO ESTÁVEL
ENTRE FORNECEDORES E CONSUMIDORES DE ÁGUA PARA SUPORTE AO
ABASTECIMENTO ATRAVÉS DE CAMINHÃO-PIPA**

Caruaru

2023

MARIA LUIZA XAVIER DE HOLANDA CAVALCANTI

**MODELO BASEADO NA METODOLOGIA DO EMPARELHAMENTO ESTÁVEL
ENTRE FORNECEDORES E CONSUMIDORES DE ÁGUA PARA SUPORTE AO
ABASTECIMENTO ATRAVÉS DE CAMINHÃO-PIPA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção.

Área de Concentração: Pesquisa operacional

Orientador: Prof. Doutor José Leão e Silva Filho.

Caruaru

2023

Holanda Cavalcanti, Maria Luiza Xavier De.

Modelo baseado na metodologia do emparelhamento estável entre fornecedores e consumidores de água para suporte ao abastecimento através de caminhão-pipa / Maria Luiza Xavier De Holanda Cavalcanti. - Caruaru, 2023.
72 p. : il., tab.

Orientador(a): José Leão E Silva Filho

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Engenharia de Produção, 2023.
Inclui referências, anexos.

1. Decisão em gupo. 2. Emparelhamento estável. 3. Preferência de pares.
4. Otimização . I. Silva Filho, José Leão E . (Orientação). II. Título.

620 CDD (22.ed.)

**MODELO BASEADO NA METODOLOGIA DO EMPARELHAMENTO ESTÁVEL
ENTRE FORNECEDORES E CONSUMIDORES DE ÁGUA PARA SUPORTE AO
ABASTECIMENTO ATRAVÉS DE CAMINHÃO-PIPA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção.

Aprovada em: 02/05/2023

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Leão e Silva Filho (Orientador)

Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Lucimário Gois de Oliveira Silva (Examinador Interno)

Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Walton Pereira Coutinho (Examinador Interno)

Universidade Federal de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por me permitir chegar até aqui, alcançando hoje um grande sonho meu. Agradeço por me permitir ultrapassar todos os obstáculos encontrados ao longo de toda dessa trajetória acadêmica.

Agradeço aos meus pais, Charles e Silvéklia, por sempre terem acreditado nos meus sonhos e por terem me possibilitado chegar até aqui. Agradeço todo o esforço investido na minha educação, pelos conselhos sábios, por não me deixarem desistir e me encorajarem a acreditar que eu seria capaz de concluir cada uma dessas etapas.

Agradeço aos meus irmãos Gabriel, Maria Clara, Maria Gabriela e Isabel que mesmo sem entender o que estava se passando, sentavam ao meu lado e escutavam minhas lamentações e buscavam sempre me encorajar a continuar de uma forma descontraída. Sem vocês em vida nada disso seria possível.

Agradeço ao meu grande amor, Victor Porto, que esteve comigo desde o começo dessa trajetória, tendo um papel fundamental em todo esse processo, sendo meu porto seguro, meu conselheiro e sempre me apoiando e me encorajando a sonhar cada vez mais alto.

Agradeço a minhas tias que sempre acreditaram em mim, até quando eu mesma duvidava, em especial minhas tias Sônia, Sony, Shirlanne, Silvania e Selma. Minha eterna gratidão a todas. Agradeço ao meu tio Flávio que sempre se fez tão presente em minha trajetória, grata por tudo.

Agradeço aos meus avós Nicael (*in memorian*) e Edileuza (*in memorian*) por fazerem parte da minha trajetória pessoal, e dizer que se cheguei até aqui foi porque eu tive e ainda tenho vocês como minha base. Minha eterna gratidão por todo amor e ensinamentos compartilhados.

Agradeço a minha prima/irmã Maria Vitória que esteve sempre ao meu lado, até mesmo quando entrar no curso de engenharia era apenas um sonho.

Agradeço ao meu filhinho de 4 patas por sempre alegrar meus dias.

Agradeço ao meu Professor e Orientador, José Leão, por compartilhar seu conhecimento comigo, pelas valiosas contribuições e oportunidades me dadas durante toda essa trajetória.

Agradeço ao meu trio “Carambolas azedas” que se tornou mais especial ainda quando virou um quarteto. Obrigada por tudo meninas, vocês foram essenciais em minha trajetória. Vou levar pra vida.

RESUMO

O estudo da teoria de análise de decisão em grupo é considerado uma área bastante fértil na pesquisa operacional, onde sua junção com a teoria dos jogos tem se mostrado ser uma ferramenta valiosa na literatura, com a criação de métodos multicritério de apoio à decisão. O presente trabalho teve como objetivos o estudo e a abordagem recente do processo de emparelhamento estável para resolução de problemas reais presentes no país, mais precisamente no nordeste, sendo a má distribuição de recursos hídricos em áreas da zona rural. Buscou-se apresentar uma conexão eficiente e sustentável entre empresas fornecedoras de águas e zonas com déficit hídrico no município de Caruaru, fazendo uso das técnicas no emparelhamento estável, tornando possível ser considerado as distintas prioridades e critérios pelas partes integrantes. Trazendo ainda uma contextualização do problema e uma simulação com dados reais, além de uma avaliação do resultado final obtido.

Palavras-chave: Decisão em grupo. Emparelhamento estável. Preferência de pares. Abastecimento de água.

ABSTRACT

The study of group decision analysis theory is considered a very fertile area in operational research, where its junction with game theory has proven to be a valuable tool in literature, with the creation of multicriteria decision support methods. The present work had as objective the study and the recent approach of the process of stable matching for solving real problems present in the country, even more aggravating in the northeast, being the bad distribution of water resources in rural areas. This work looked to present an efficient and sustainable connection between water supply companies and areas with water deficit in Caruaru city, making use of techniques in stable matching, making it possible to consider the different priorities and criteria by the integral parts. Still bringing a contextualization of the problem and a simulation with real data, in addition to an evaluation of the final result obtained.

Keywords: Group decision. Stable matching. Pair preference. Water supply.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 Representação gráfica	22
Figura 2 Representação gráfica de um grafo bipartido	23
Figura 3 Algoritmo de Gale e Shapley	25
Figura 4 - Algoritmo orientado para residentes	26
Figura 5 Algoritmo de estabilidade forte	30
Figura 6 Algoritmo de super estabilidade	32
Figura 7 Definição de pares bloqueantes	33
Figura 8 Algoritmo Emparelhamento fortemente estável	36
Figura 9 Fluxograma do processo	38
Figura 10 Mapa de localização das barragens	40
Figura 11 Localização do município de Caruaru - PE	43
<i>Figura 12 Demarcação dos distritos de Caruaru - PE</i>	45
Figura 13 Critérios analisados pelos distritos	48
Figura 14 Continuação dos critérios analisados pelos distritos	48
<i>Figura 15 Critérios analisados pelas empresas</i>	50
Figura 16 Continuação dos critérios analisados pelas empresas	51
Figura 17 Demonstração gráfica do algoritmo com a área urbana	59
Figura 18 Teste com a aplicação da melhoria da correspondência	62
Figura 19 Teste com o algoritmo do modelo de hospitais rurais	63

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Grau de preferências	24
Tabela 2 Grau de preferências	53
Tabela 3 Lista de preferência	59

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	10
1.1	OBJETIVOS.....	13
1.1.1	Objetivo Geral.....	13
1.1.2	Objetivos específicos.....	13
1.1.3	Justificativa.....	14
2	BASE CONCEITUAL.....	17
2.1	ACESSO A ÁGUA COMO PILAR DO SANEAMENTO BÁSICO.....	17
2.1.1	Abastecimento através de caminhões-pipa.....	19
2.2	TEORIA DO EMPARELHAMENTO ESTÁVEL.....	22
2.2.1	Teoria dos grafos.....	22
2.2.1.1	Grafos de preferências.....	22
2.2.2	Emparelhamento estável e seus conceitos originais.....	24
2.2.2.1	Emparelhamento e suas flexibilizações do modelo.....	26
2.2.3	Caso particular de emparelhamento.....	27
2.2.4	Definição de graus de estabilidade.....	28
2.2.4.1	Estabilidade fraca.....	28
2.2.4.2	Estabilidade forte.....	29
2.2.4.3	Estabilidade super.....	31
2.3.1	Emparelhamento estável e conceitos mais recentes.....	32
2.3.2	Algoritmo de preferência de pares.....	33
3	METODOLOGIA.....	37
3.1	CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA.....	37
3.2	NATUREZA DA PESQUISA.....	37
3.3	ETAPAS DA PESQUISA.....	38
3.4	COLETA DOS DADOS.....	39
4	MODELO PROPOSTO.....	41
5	ESTUDO DE CASO.....	42
5.1	CARACTERIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO.....	42
5.1.1	Caracterização da zona rural do município de Caruaru-PE.....	45
5.2	DEFINIÇÃO DE CRITÉRIOS.....	46
5.3	APLICAÇÃO DO MODELO.....	51
5.3.1	Processo de emparelhamento estável.....	52
5.3.2	Avaliação de cenários.....	58
5.3.3	Comparação das saídas do modelo.....	63
6	CONCLUSÃO.....	64
	REFERÊNCIAS.....	65
	GLOSSÁRIO.....	68
	ANEXO A - DISTRITO 1.....	69
	ANEXO B - DISTRITO 2.....	70
	ANEXO C - DISTRITO 3.....	71
	ANEXO D - DISTRITO 4.....	72

1 INTRODUÇÃO

Um dos fatores fundamentais para a garantia da saúde humana é o saneamento básico, que de acordo com o Instituto Trata Brasil (2018), refere-se a “um conjunto de métodos e planejamento para preservar e se adequar às condições do meio ambiente, com o objetivo de prevenir doenças e promover saúde, e assim melhorar a qualidade de vida e produtividade da população”, sendo imprescindível nos lugares habitados para a sobrevivência e bem estar social. O saneamento básico engloba quatro áreas principais, sendo elas: o abastecimento de água tratada para a população, coleta de lixo e limpeza das vias públicas, controle de águas pluviais e tratamento de esgoto (BALDASSIN, 2018).

O acesso à água é um direito humano fundamental, sobretudo ao abastecimento de água com qualidade e quantidade suficientes para as necessidades humanas, aspectos essenciais para a melhoria e qualidade de vida das pessoas (Reymão, A. E., & Saber, B. A., 2009). No entanto, o acesso universal e equitativo ao abastecimento de água potável e segura se tornou um dos maiores desafios humanos deste século. Assim sendo, a água essencial para todas as formas de vida, a ausência dessa ou escassez pode levar ao colapso de comunidades bióticas. Por estar distribuído de maneira irregular na superfície terrestre, o recurso é demandado desigualmente pelas sociedades humanas.

No Brasil, 39,4 milhões de pessoas não têm acesso à água, problema que afeta, principalmente, a população mais carente (DORA, 2020). Quando se trata de saneamento básico, a falta de água potável é recorrente. A ausência de abastecimento e atendimento precário de água na zona rural atinge pelo menos 34,5% dessa parcela populacional. (Miranda, A. B. ,2021). A zona rural brasileira como um todo precisa de atenção e acumula déficits maiores quando comparados aos centros urbanos.

Segundo Andrade (1998), o Nordeste do Brasil é uma das regiões geográficas mais discutidas e menos conhecidas do país, apresentando a maior população rural e os menores índices de abastecimento. Atualmente, destaca-se o município de Caruaru, no qual os reservatórios desse não possuem garantia de água suficiente para atender o contingente populacional, dessa forma, nota-se a necessidade da

realização de estudos de gestão integrada dos recursos hídricos que incluam a relação entre a oferta e a demanda.

É notório a grande diversidade social, econômica e cultural existente entre a população caruaruense. Isso porque de um lado, há comunidades extremamente urbanas e industriais, com fácil acesso aos serviços de saneamento e infraestrutura, e, de outro, populações dispersas na zona rural, com complicado ou até inexistente acesso a fontes seguras de água para o suprimento da região (Almeida, 2010).

Posto isso, na tentativa de amenizar os efeitos das intensas estiagens e da má distribuição de recursos hídricos em áreas da zona rural, as quais são as mais afetadas devido a falta de acesso ou ainda de uma precariedade de consumo, a Prefeitura de Caruaru tem buscado alternativas. Nesse sentido, por meio da Secretaria de Desenvolvimento Rural, há a promoção de melhorias para os cidadãos, percebe-se isso com a distribuição de água potável por meio do serviço de abastecimento de cisternas por caminhão-pipa, nos quatro distritos rurais do município, visando assim, a distribuição emergencial de água potável para quem não tem acesso a esse recurso tão essencial para a humanidade.

Com tal comprometimento da prefeitura em dar assistência à população rural por meio da prestação desse serviço de abastecimento por carros pipas, surge a importância de otimizar a contratação de empresas da região que prestam esse serviço. Desse modo, a necessidade de milhares de pessoas que residem nessas regiões é atendida, onde cada distrito rural da cidade, recebe água potável para o consumo.

A operação que nasceu com o intuito de atender emergências da população, hoje acontece, quase que, de forma permanente para as áreas mais carentes da cidade. A expressiva necessidade de recursos gastos evidencia o apelo e a necessidade da operação que, infelizmente, não possui perspectivas de finalização no médio e longo prazo.

É notória a importância de uma boa estruturação por parte do órgão responsável para o funcionamento adequado dessa relação entre empresas prestadoras do serviço de abastecimento de água através de caminhões-pipa e os receptores desse serviço, sendo os moradores dos distritos do município os principais beneficiados ou prejudicados da estrutura dessas conexões.

Observa-se que da forma como essas conexões acontecem atualmente, os acordos entre os receptores e fornecedores de água, ambas as partes se tornam reféns de uma relação de trabalho informal baseada apenas em valores sociais que prezam pela troca mercadológica de transferir continuamente um serviço pré-determinado (Silva & Moraes, 2019). Dessa maneira, percebe-se que tal relação não traz estabilidade aos envolvidos, pois a qualquer momento pode-se romper com o compromisso, e prejudicar o desempenho e planejamento do projeto. A prefeitura, em busca de gerar estabilidade e satisfação nessas conexões, preza por técnicas que garantam tal nível de satisfação para ambas as partes envolvidas.

A proposta desse trabalho surge com a identificação da necessidade de se utilizar técnicas de decisão em grupo para auxiliar na problemática. Tal ferramenta escolhida para uso foi a utilização da teoria do emparelhamento estável e estudos subsequentes, que estão entre as abordagens mais proeminentes da Teoria dos Jogos e estão dentro do escopo da inteligência artificial (Lindsell, 2020).

Em busca de abordagens para auxiliar essas tomadas de decisão de seleção de fornecedores de água através do uso de caminhão-pipa, (Leão et al., 2023) conecta esse tipo de problema com processo de emparelhamento estável e inteligência artificial. Os métodos de inteligência artificial aprimoram a utilidade dos dados para fazer previsões usando mais variáveis coletadas e configurações, atualizando continuamente essas previsões com novos dados.

O processo do emparelhamento estável é benéfico no processo de decisão do grupo, conforme apresentado em [Veskioja et al. 2004] e [Cavdur et al. 2019]. O modelo de emparelhamento estável proposto por [Cseh et al. 2018] traz algumas novidades. Os participantes podem expressar suas preferências como comparações de dois elementos do grupo oposto, e eles também têm o direito de declarar empate ou até desistir de tal comparação. A saída do modelo é um emparelhamento robusto se esse emparelhamento existir. Existem algumas limitações para a abordagem do emparelhamento estável. [Manlove 2013] apresenta doze problemas em aberto sobre este tópico. Este trabalho trata de dois pontos: emparelhamento estável com listas de preferências com assimetria e igualitárias, apresenta uma aplicação de algoritmo submetida em [Cseh et al. 2018] para o primeiro ponto é uma adaptação de [Veskioja et al. 2004] para o segundo.

O presente trabalho tem como propósito abordar as definições do método e gerar soluções ideais do ponto de vista da estabilidade, sem a presença de pares

bloqueantes, sendo assim, pelo menos aceitáveis para distribuição de água, considerando distintos critérios de prioridades entre as regiões que irão receber o auxílio e os desejos e preferências das empresas prestadoras do serviço. São inúmeros pontos para captação de água e pontos de entrega. Além disso, o programa é dinâmico, com atualização constante do volume de água e nos pontos de captação e entrega. A designação dos pares de origem e destino da água é realizada pela Administração Pública do município, a qual realiza a contratação de terceirizados para o abastecimento e transporte da água. Dessa forma, a busca pelas melhores rotas é um dos pontos que, se bem aplicado, pode reduzir custos e aumentar a eficiência e a satisfação das partes da operação. Tendo ainda, a priorização da qualidade de água, que tem impacto direto na saúde da população atendida.

1.1 OBJETIVOS

Os objetivos deste trabalho são definidos em objetivo geral e detalhados em objetivos específicos, apresentados a seguir.

1.1.1 Objetivo Geral

O presente trabalho busca apresentar uma conexão eficiente e sustentável entre empresas fornecedoras de águas e zonas com déficit hídrico no município de Caruaru, fazendo uso das técnicas no emparelhamento estável, tornando possível ser considerado as distintas prioridades e critérios pelas partes integrantes.

1.1.2 Objetivos específicos

- Avaliar a variação do impacto da priorização para diferentes cenários com dados da prefeitura de Caruaru-PE em relação ao abastecimento de água;
- Avaliar as características e interesses das empresas de caminhões pipa que atendem a região, a partir das zonas de atendimento já pré-definidas, e indicar as demandas por caminhão pipa do município de Caruaru;
- Determinar uma relação estável para a problemática que envolve o conjunto de receptores e fornecedores de água através de carros-pipa;
- Implementar o modelo de emparelhamento estável a fim de se obter uma saída do modelo com um nível de estabilidade aceitável;
- Avaliação de distintos cenários;

1.1.3 Justificativa

A importância do recurso água para a vida e para as atividades econômicas é inquestionável, sendo considerada como uma fonte de riqueza em setores como o da agricultura, da indústria, da geração de energia, além de ser essencial para a sobrevivência humana, se tornando essencial assegurar a gestão eficiente e sustentável dos sistemas de abastecimento (Vale, 2009; Castro, 2009).

Um dos grandes desafios do Brasil é universalizar o acesso aos serviços de saneamento básico. A situação demanda a necessidade de planejamento e investimentos. Tendo como base os Dados do Cadastro Único para Programas Sociais do Governo Federal, eles nos indicam que cerca de 27% da população rural de baixa renda no país possui ligação do domicílio a uma rede pública de abastecimento de água. Evidencia-se, assim, a importância e a necessidade da aplicação de mecanismos que auxiliem no abastecimento de água de comunidades rurais. Visando preencher essa lacuna, deve ser considerado os diferentes tipos de soluções técnicas de abastecimento de água e arranjos de instalações que podem ser propostos, principalmente, por haver especificidades locais que demandam distintas soluções (HELLER, 2010a).

Expandir a distribuição, a qualidade e o volume de água ofertado são desafios que a cada ano que passa, se torna um motivo de maior importância aos governantes, para que ela não se torne um produto de mercantilização e motivo de mais conflitos.

A distribuição emergencial de água potável, por meio dos carros-pipas, foi atribuída a diversas regiões que normalmente não possuem recursos suficientes nem interesses governamentais para disponibilizar tais instalações a população, surgindo essa ação emergencial como uma alternativa para suprir uma falta momentânea, por se tratar de uma alternativa de emergência (CARVALHO, 2015). Devido ao não acompanhamento dos investimentos da região como saneamento básico nas zonas rurais, algumas localidades terminam aderindo essa forma de abastecimento, costumando ser bastante rotineira ou até mesmo a única forma de chegar água potável em algumas comunidades. Em certas localidades, a geologia é desfavorável à instalação de redes de distribuição, sendo o caminhão-pipa uma forma de improviso para obter acesso à água, atendendo a necessidade da população.

O bom funcionamento nessa conexão entre receptores e prestadores do serviço de coleta, transporte e distribuição de água potável é de extrema importância,

já que ambas as partes dependem um do outro, necessitando da obtenção de uma boa comunicação entre eles, para assim, atingir a geração de um relacionamento seguro e de confiança, uma vez que o conhecimento das necessidades e exigências dos receptores do seu serviço e o ajuste a elas geram benefícios conjuntos, tendo assim uma boa comunicação e abertura para mudanças, fazendo com que, juntas, criem uma maior interação e apego nas relações de negócios entre ambos.

Por ser de grande importância para a execução da operação, essas conexões devem ser executadas de forma muito detalhada e cautelosa, buscando conhecer as características e necessidades de ambas as partes. Por essa razão, se faz necessário buscar pelo diferencial e pela limitação na prestação do serviço por cada empresa participante, levantando critérios como a sua capacidade de entrega volumétrica, o perímetro de atendimento prestado, o local de coleta da água, sua forma de lidar com prazos, seu comprometimento e sua capacidade e velocidade de solução para eventuais necessidades de urgência, permitindo assim, as comunidades que irão fazer uso do mesmo, classificá-los e diferenciá-los, gerando suas devidas lista de preferências.

No entanto, para que seja dada a resposta imediata à população, que necessita do atendimento em curto prazo, os reconhecimentos podem ser feitos de forma dinâmica, fazendo recursos tecnológicos e literários disponíveis. Após a inclusão da região, inicia-se o processo de contratação de pipeiros que é baseado nas informações levantadas por ocasião dos reconhecimentos para a inclusão. Tais características das empresas contratadas diferenciam-se a partir de suas necessidades, gerando assim, suas listas de preferência para utilização no processo de decisão, fazendo uso da metodologia desejada.

O processo do emparelhamento estável é benéfico no processo de decisão do grupo, conforme apresentado em [Veskioja et al. 2004] e [Cavdur et al. 2019]. Ao se aplicar o método do emparelhamento estável em uma relação entre receptores e fornecedores de água, no qual se encontram problemas complexos, como: logística, qualidade e volume da água, além de déficit no fluxo de informação, espera-se fomentar saídas viáveis para a melhoria dos processos do setor produtivo.

Nesse sentido, o presente trabalho é plenamente justificado pela relevância do tema para o meio rural do município de Caruaru-PE. Por meio de um sistema de integração entre receptores e fornecedores de acordo com seus critérios, é possível

contribuir com a acessibilidade de água potável aos consumidores e a manutenção das infraestruturas hídricas.

2 BASE CONCEITUAL

A base conceitual neste trabalho busca sustentar toda a investigação do presente trabalho, servindo como um guia para auxiliar na compreensão de conceitos importantes. Nesta etapa, serão discutidos conceitos que envolvem recursos hídricos, emparelhamento estável e outros importantes para a compreensão do trabalho.

2.1 ACESSO A ÁGUA COMO PILAR DO SANEAMENTO BÁSICO

Pelo impacto na qualidade de vida, na saúde, na educação, no trabalho e no ambiente, o saneamento básico envolve a atuação de múltiplos agentes em uma ampla rede institucional. No Brasil, está marcado por uma grande desigualdade e por um grande déficit ao acesso, principalmente em relação à distribuição de água.

Com o aprofundamento e a expansão da democracia, as responsabilidades dos representantes populares se diversificaram. Hoje, é comum dizer que sua função é promover o bem-estar da sociedade (R, 2018). O bem-estar da sociedade está relacionado a ações bem desenvolvidas e à sua execução em áreas como saúde, educação, meio ambiente, habitação, assistência social, lazer, transporte e segurança, ou seja, deve-se contemplar a qualidade de vida como um todo.

O acesso à água possui interface com temas diversos e complexos. Na política nacional de saneamento básico, a concepção do que se entende por acesso à água está estreitamente relacionada com a ligação do domicílio à rede pública de abastecimento de água. De acordo com a Lei 11.445 de 2007, regulamentada pelo Decreto nº 7.217 de 2010, o abastecimento de água é considerado um dos serviços a ser ofertado, na perspectiva da universalização, a partir da instalação de um sistema composto por infraestruturas, obras civis, materiais e equipamentos, destinado à produção e à distribuição canalizada de água potável para populações, sob a responsabilidade do Poder Público.

Nas definições legais sobre o saneamento básico no Brasil há uma forte ênfase no acesso à água no meio urbano, sendo apontadas poucas alternativas para o que se considera como zona rural, que é onde se encontra o maior déficit de abastecimento no país. De acordo com a Lei nº 14.026, de 2020, assegura-se a garantia de meios adequados para o atendimento da população rural, por meio da utilização de soluções compatíveis com as suas características econômicas e sociais

peculiares. Em contrapartida, o art.6º do Decreto, inclusive, não determina a necessidade de ligar os domicílios localizados na zona rural à rede pública de abastecimento disponível na localidade, apontando que apenas as edificações permanentes urbanas deverão seguir essa instrução.

A falta de acesso regular ou o acesso precário a qualquer sistema seguro de abastecimento de água é uma situação bastante presente na realidade social brasileira, e particularmente crítica para a população localizada na zona rural do país, em especial para aquela em situação de extrema pobreza. Variações climáticas que afetam a disponibilidade de água, a não utilização da captação direta de água de chuva, a poluição de fontes hídricas disponíveis, conjugadas com uma reduzida oferta da rede pública de abastecimento de água, afetam severamente as condições de sobrevivência dessa população.

Dados do Cadastro Único para Programas Sociais do Governo Federal indicam que cerca de 27% da população rural de baixa renda no país possui ligação do domicílio a uma rede pública de abastecimento de água. Sem abastecimento público, famílias de agricultores familiares em extrema pobreza precisam, diariamente, percorrer longos caminhos para buscar água em fontes que nem sempre são de boa qualidade (poços, cacimbas, riachos, açudes, igarapés, barreiros). Nessas condições, as famílias ficam expostas a doenças, vulneráveis em períodos de escassez e sem condições mínimas para desenvolver atividades produtivas na propriedade.

É evidente o papel preponderante da água dentro das políticas públicas, especialmente daquelas direcionadas às áreas rurais. Nestas áreas, o consumo de água, em grande parte sem tratamento, faz com que a instalação de um sistema de abastecimento de água represente um grande impacto sobre a qualidade de vida dos moradores.

As limitações para a universalização da disponibilização de água para a população da zona rural não passa por dificuldades naturais nem tecnológicas, os verdadeiros obstáculos para a universalização sustentável desses serviços estão ligados a crises de governo e a falta de interesse da gestão democrática e aos desafios éticos e, portanto, é necessário um esforço sistemático para organizar esse campo em termos conceituais e metodológicos (HELLER; CASTRO, 2013).

Esse desinteresse histórico tem produzido e ampliado desigualdades sociais marcantes, resultado do baixo acesso da população rural em situação de pobreza à

água potável, com qualidade suficiente para o consumo humano (Santana V. et al. 2011).

Na ausência de rede pública de abastecimento de água, o que se prevê é o uso de soluções individuais (§ 1º, Art.6º), consideradas como todas e quaisquer soluções alternativas de saneamento básico que atendam a apenas uma unidade de consumo. Nesse contexto, tais soluções seriam utilizadas principalmente por populações dispersas, tendo em vista as dificuldades operacionais para ligar essa população a uma rede geral, ligação essa que demanda investimentos muitas vezes considerados economicamente inviáveis.

O desafio de desenvolver a região rural do país continua sendo uma tarefa árdua. A respeito das naturais intempéries que assolam o semiárido, o desenvolvimento acontece com a força da população local e apoio de seus responsáveis governamentais (VIEIRA, 2018). Nos últimos anos, tem crescido a percepção de que são necessários programas, processos e ações de desenvolvimento sustentável que envolvam a participação das comunidades e se utilizem de soluções compatíveis com as características econômicas e sociais peculiares destas regiões mais vulneráveis no país. A implementação de estruturas descentralizadas de abastecimento de água, por exemplo, que promovam a democratização do acesso e sua apropriação pela sociedade, é fundamental para o atendimento das famílias rurais de baixa renda, muitas vezes localizadas de forma dispersa no território. (Santana V. et al. 2011).

2.1.1 Abastecimento através de caminhões-pipa

Considerando os diferentes tipos de soluções técnicas de abastecimento de água, diversos arranjos de instalações podem ser propostos, principalmente, por haver especificidades locais que demandam distintas soluções (HELLER, 2010a). O uso do caminhões-pipa surgiu com a finalidade de complementar o abastecimento de água potável de regiões que sofriam com impactos causados pelas adversidades climáticas ocasionadas pela estiagem e conseqüentemente levando a seca na região, como o semiárido nordestino.

A distribuição emergencial de água potável, por meio dos carros-pipas, foi atribuída a diversas regiões que não possuem recursos suficientes nem interesses governamentais para disponibilizar tais instalações a população, surgindo essa ação emergencial como uma alternativa para suprir uma falta momentânea, por se tratar de uma alternativa de emergência. Devido ao não acompanhamento dos investimentos da região como saneamento básico nas zonas rurais, algumas localidades terminam aderindo essa forma de abastecimento, costumando ser bastante rotineira ou até mesmo a única forma de chegar água potável em algumas comunidades. Em certas localidades a geologia é desfavorável à instalação de redes de distribuição, sendo o caminhão-pipa uma forma de improviso para obter acesso à água, atendendo a necessidade da população (CARVALHO, 2015).

Para que a água transportada seja entregue com qualidade é sempre necessário tomar algumas medidas no transporte como manter o tanque de armazenamento em ótimo estado de conservação, evitando ferrugem e perda de estanqueidade, garantir que a fonte de captação seja segura, realizar a desinfecção da água, efetuar limpezas periódicas no tanque de armazenamento e nas tubulações de entrada e saída da água, além de apresentar potabilidade segundo as exigências do Ministério da Saúde através de laudos técnicos (MINISTÉRIO DA SAÚDE, 2006).

2.2 TEORIA DO EMPARELHAMENTO ESTÁVEL

Durante muito tempo buscou-se saber se era possível encontrar um menor caminho que passe por todas as ruas de uma determinada cidade, como aprimorar a produtividade ou economizar tempo através da alocação de tarefas, se existiria uma rota mais curta para certa frota viária que contemple os locais de embarque e desembarque pré-estabelecidos, como organizar colegas de quarto de forma que estes fiquem satisfeitos com a alocação. Todos estes problemas, e muitos outros, estão matematicamente relacionados com a parte da Teoria de Grafos que trabalha com emparelhamentos de grafos, conteúdo a ser abordado neste trabalho (Hoppen, L. 2015) e aplicada dentro da teoria do emparelhamento estável e estudos subsequentes, que estão entre as abordagens mais proeminentes da Teoria dos Jogos e estão dentro do escopo da inteligência artificial [Lindsell 2020].

O problema de emparelhamento estável consiste em encontrar uma relação entre dois conjuntos distintos dadas as preferências existentes em cada elemento.

Uma relação é dita estável quando, para ambos os elementos, não existe nenhum outro pareamento que forneça melhor relação. Para o entendimento prévio desse assunto, algumas definições e conceitos gerais a respeito do emparelhamento estável necessitam de uma explicação preliminar em busca de facilitar a compreensão deste tema. Sustenta-se que as aplicações dos conceitos aqui apresentados serão aplicadas no contexto da fragilidade de abastecimento e distribuição de água para populações em locais de difícil acesso, buscando atingir resultados assertivos expostos nos capítulos posteriores, trazendo bens para a sociedade.

2.2.1 Teoria dos grafos

Segundo (COSTA, 2011), a teoria dos grafos é um ramo da matemática que estuda as relações entre os objetos de um determinado conjunto. Para tal, são empregadas estruturas chamadas de grafos, $G(V,A)$, onde V é um conjunto não vazio de objetos denominados vértices e A é um conjunto de pares não ordenados de V , chamado arestas. Os grafos são geralmente representados graficamente da seguinte maneira: é desenhado um círculo para cada vértice, e para cada aresta é desenhado um arco conectando suas extremidades.

Das diversas classificações que os grafos podem ser diferenciados focamos em 4, sendo eles:

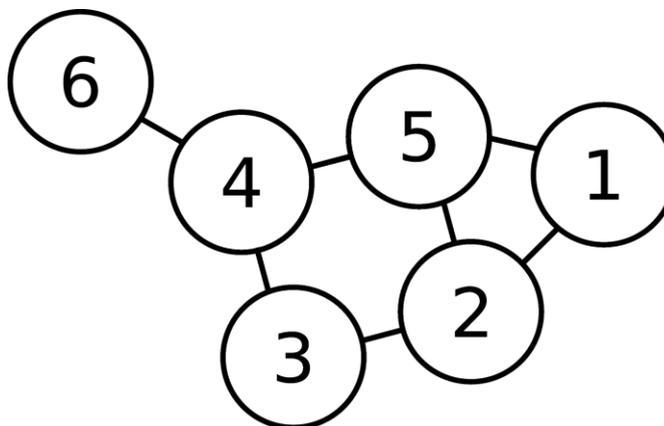
- Grafo simples: É um grafo não direcionado, sem laços e que existe no máximo uma aresta entre quaisquer dois vértices (sem arestas paralelas).
- Grafo completo: É o grafo simples em que, para cada vértice do grafo, existe uma aresta conectando este vértice a cada um dos demais. Ou seja, todos os vértices do grafo possuem o mesmo grau.
- Grafo nulo: É o grafo cujo conjunto de vértices é vazio.
- Grafo vazio: É o grafo cujo conjunto de arestas é vazio.

Vários diferentes layouts podem corresponder ao mesmo grafo. O que importa é quais vértices estão conectados entre si por quantas arestas. E ainda, se o grafo for direcionado, seu sentido é indicado na aresta por uma seta.

Para melhorar o entendimento desse conceito, temos abaixo um exemplo que traz um grafo que apresenta um modelo de grafo composto por 6 vértices e 7 arestas.

O grafo desse exemplo exibido é um grafo simples com o conjunto de vértices $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e um conjunto de arestas $E = \{\{1,2\}, \{1,5\}, \{2,3\}, \{2,5\}, \{3,4\}, \{4,5\}, \{4,6\}\}$

Figura 1 Representação gráfica



Fonte: Ribeiro, P. (2012), WikiCiências

Dependendo da aplicação, arestas podem ou não ter direção, pode ser permitido ou não arestas ligarem um vértice a ele próprio e vértices e/ou arestas podem ter um peso (numérico) associado. Se as arestas têm uma direção associada (indicada por uma seta na representação gráfica) temos um grafo direcionado, grafo orientado ou dígrafo.

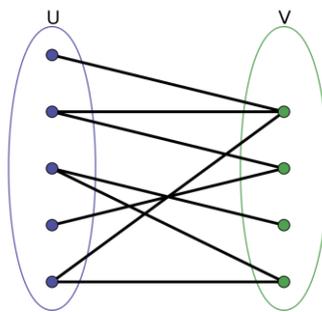
Estruturas que podem ser representadas por grafos estão em toda parte e muitos problemas de interesse prático podem ser formulados como questões sobre certos grafos, sendo de extrema importância para o mundo da matemática aplicada, se tornando fundamentais na ciência de dados, economia, logística, otimização numérica e diversas áreas (BONDY; MURTY et al., 1976). Neste trabalho, utilizaremos um tipo particular de grafo, onde será trabalhado suas peculiaridades com o objetivo de se adequar melhor ao que se deseja representar.

2.2.1.1 Grafos de preferências

Iniciando pela representação dos Grafos de preferências bipartidos. No campo da matemática da teoria dos grafos, um grafo bipartido é definido como um grafo cujos vértices podem ser divididos em dois conjuntos disjuntos U e V tais que toda aresta conecta um vértice em U a um vértice em V ; ou seja, U e V são conjuntos independentes.

Estes grafos serão utilizados na proposta deste artigo para a melhor visualização da execução de algoritmos de pares bloqueantes para refletir as conexões entre os participantes do emparelhamento. Essas conexões são representadas por um grafo bipartido, onde $G = (U, V, E)$. U e V são os vértices que representam os agentes envolvidos, e E representa as arestas. O emparelhamento m entre $u \in U$ e $v \in V$, implica que u e v são considerados aceitáveis um pelo outro. $M = [m_{uv}]$ representa um conjunto de todas as conexões possíveis entre os elementos do conjunto U e V . Os vértices do conjunto U são ligados apenas aos vértices do conjunto V , e vice-versa.

Figura 2 Representação gráfica de um grafo bipartido



Fonte: Jayme Luiz (1988)

É notório que a estrutura de um grafo bipartido não é suficiente para modelar problemas de emparelhamentos, onde tais problemas necessitam de uma noção de preferência entre os agentes, sendo assim, se faz necessário considerar que cada agente $p \in U \cup V$ deve fornecer uma lista de classificação contendo os elementos do vértice oposto em sequência de entradas de uma lista decrescente das preferências de p , e esses elementos são inseridos no grafo. Para tal representação, este artigo apresenta cinco graus de preferências inspirados em [Irving et al. 2003], para classificar tais listas, sendo a compreensão destes graus de preferências consideradas essenciais para a execução de uso dos procedimentos de emparelhamentos estáveis de forma mais conveniente. Elas são apresentadas na Tabela 1 que segue abaixo.

Tabela 1 Grau de preferências

Grau	Características de classificação
1	O participante classifica todos os seus vizinhos em ordem estrita de preferência
2	Admitir empates no ranking
3	As preferências são expressas como conjuntos parcialmente ordenados
4	Elimina a transitividade, mas ainda mantém a estrutura livre de ciclos
5	Admite relação de incomparabilidade entre vértices

Fonte: A autora (2023)

2.2.2 Emparelhamento estável e seus conceitos originais

O emparelhamento estável é um tema trabalhado em diversas áreas, como, por exemplo, teoria dos jogos e programação matemática (Iwama e Miyazaki 2008). Esse processo pode ser definido como o emparelhamento de dois conjuntos de agentes impondo estabilidade da forma que tais agentes que não estejam emparelhados, não prefiram um ao outro em comparação com seu atual emparelhamento, impedindo assim a formação de pares bloqueantes.

Os pesquisadores americanos David Gale (1921-2008) e Lloyd Shapley (1923-2016) foram os primeiros a desenvolver um algoritmo eficiente para resolver esses problemas. Esse algoritmo foi apresentado em um artigo da revista *American Mathematical Monthly*, Vol. 69, No. 1 de janeiro de 1962, que abordava principalmente os processos de admissão em universidades e o problema da estabilidade do casamento ("stable marriage problem"). Esse trabalho, e seus desenvolvimentos posteriores, inclusive, valeram a L. S. Shapley e A. E. Roth o prêmio Nobel em Economia no ano de 2012.

Ainda abordado por Gale e Shapley, se teve a problemática dos Hospitais/Residentes, sendo uma generalização do problema do emparelhamento estável, que de acordo com Gale, D., & Shapley, L. S. (2013), essa problemática lida com um conjunto de hospitais H que possui vagas para residentes de medicina e um conjunto de residentes R busca um hospital para realizar a sua residência. Cada hospital $h \in H$ possui $c(h) \geq 1$ vagas a oferecer, sendo sua capacidade. Cada residente

$r \in R$ fornece uma lista de preferências que classifica, sem empates, apenas os hospitais que ele considera aceitável de acordo com o seu desejo de realizar sua residência naquele hospital e cada hospital fornece uma lista de preferências que classifica os seus candidatos de acordo com a sua preferência entre eles. Assume-se que um residente r só consegue se candidatar a uma vaga em um hospital h se h o considera aceitável.

O problema dos Casamentos Estáveis (Stable Marriage Problem) e suas variantes tem sido objeto de estudo em várias publicações científicas, dado o seu interesse prático. A versão clássica do problema traduz-se da forma seguinte. Supondo que cada elemento do grupo de n homens e n mulheres ordenou todos os de sexo oposto por ordem de preferência estrita, pretende-se determinar um emparelhamento estável. Tal conexão é feita pelo uso do algoritmo de Gale-Shapley (1962), como mostrado abaixo.

Figura 3 Algoritmo de Gale e Shapley

Enquanto existir homem solteiro que não se propôs à toda mulher fazer:
 H se propõe à mulher mais preferida à qual não se propôs ainda
Se M é livre então:
 M e H tornam casal
Fim se
Se M prefere H_n ao corrente parceiro então:
 Quebrar o par (H, M)
 M, H_n tornam casal
Fim se
 Fim enquanto
Retornar os casais

Fonte: Gale, D., & Shapley, L. S. (2013)

O Algoritmo Gale e Shapley pode ser utilizado de duas formas diferentes: uma na qual o homem se propõe à mulher, e outra na qual a mulher se propõe. No caso da proposta feita por homens, cada um deles se propõe para as mulheres de acordo com sua lista de preferências até que se case. Quando uma mulher solteira recebe a proposta, ela casa imediatamente; as casadas, entretanto, comparam o atual marido e o proponente, podendo aceitar ou rejeitar a proposta, de acordo com a lista de preferências dela. Se o casamento é desfeito, o homem se propõe para a próxima da sua lista, até que todos estejam casados.

2.2.2.1 Emparelhamento e suas flexibilizações do modelo

O grande ganho para a literatura com o desenvolvimento da problemática dos Hospitais/Residentes é que o número de residentes não é necessariamente igual ao número total de vagas ofertadas pelos hospitais e também, os agentes envolvidos não precisam fornecer lista de preferências que classifiquem todos os elementos do conjunto oposto, isto é, eles classificam apenas aqueles elementos que eles consideram aceitáveis. Dessa forma, um agente p pode declarar que prefere não ser emparelhado a ser emparelhado com outro agente q .

Destacando ainda que, para uma instância da problemática dos Hospitais/Residentes, pode-se ter que no emparelhamento estável alguns residentes não foram emparelhados a nenhum hospital e que alguns hospitais podem não ter todas as suas vagas preenchidas, mesmo nessas condições, o emparelhamento existirá. O algoritmo para uso dessa problemática desenvolvido por Gale e Shapley, segue abaixo.

Figura 4 - Algoritmo orientado para residentes

Entrada: Uma instância I do HR
Saída: Um emparelhamento estável M

- 1: $M \leftarrow \emptyset$ ▷ Conjunto que armazenará os pares emparelhados
- 2: **Enquanto** existir um residente r que não está emparelhado e que ainda não foi rejeitado por todos os hospitais de sua lista de preferências **Faça**
- 3: Seja h o melhor hospital para r que ainda não o rejeitou
- 4: **Se** h está cheio **Então**
- 5: Seja r' o pior residente emparelhado a h
- 6: **Se** $r \succ_h r'$ **Então**
- 7: $M \leftarrow M \setminus \{(r', h)\}$ ▷ h desfaz o emparelhamento com r'
- 8: $M \leftarrow M \cup \{(r, h)\}$ ▷ r inicia um emparelhamento com h
- 9: **Fim Se**
- 10: **Senão**
- 11: $M \leftarrow M \cup \{(r, h)\}$ ▷ r inicia um emparelhamento com h
- 12: **Fim Se**
- 13: **Fim Enquanto**
- 14: **Devolve** M

Fonte: Sambinelli, M. (2014). Problemas de emparelhamentos estáveis.

Em muitas aplicações práticas dos problemas de emparelhamentos estáveis, pode ser praticamente impossível para os agentes envolvidos fornecerem lista de preferências que classifiquem estritamente em ordem de preferência os agentes do conjunto oposto. Uma generalização dos problemas de emparelhamentos estáveis consiste em remover a restrição de que as listas de preferências devem fornecer uma classificação estrita dos agentes e permitir que elas declarem que dois ou mais

agentes possuem a mesma preferência, isto é, que eles estão “empatados”. Chamamos de Problema do Casamento Estável com Empates. E ainda, o caso desses agentes não querem considerar todos os agentes do conjunto oposto, tratando assim do problema do Casamento estável com Empates e Listas Incompletas.

2.2.3 Caso particular de emparelhamento

Como uma particularidade da problemática dos Hospitais/Residentes, surge o Teorema dos Hospitais Rurais, que busca garantir que não importa qual o algoritmo utilizado para encontrar um emparelhamento estável em uma instância do problema dos Hospitais/Residentes, cada hospital é sempre emparelhado ao mesmo número de residentes em qualquer emparelhamento estável. Sabe-se que é comum que hospitais localizados em zonas rurais sejam declarados como inaceitáveis por uma parcela considerável dos candidatos, fenômeno este que resulta em um grande número de hospitais que não conseguem preencher todas as vagas ofertadas, gerando um déficit no emparelhamento.

Com isso, surge o teorema dos hospitais rurais para garantir que independente da troca no algoritmo que esteja sendo feita, tal teorema será assegurado por:

- (i) Cada hospital é emparelhado ao mesmo número de residentes em qualquer emparelhamento estável;*
- (ii) Exatamente os mesmos residentes não são emparelhados em qualquer emparelhamento estável;*
- (iii) Qualquer hospital que não está cheio em um emparelhamento estável é emparelhado precisamente com o mesmo conjunto de residentes em todos os emparelhamentos estáveis.*

- Dado um emparelhamento M para uma instância I no problema do casamento estável com empates, dizemos que um par $(m, w) \notin M$ bloqueia M , ou é um par bloqueante de M , se as seguintes condições são satisfeitas:
 - (i) m e w são mutuamente aceitáveis;*
 - (ii) m não está emparelhado ou $w \succ_m M(m)$; e*
 - (iii) w não está emparelhada ou $m \succ_w M(w)$.*

2.2.4 Definição de graus de estabilidade

Quando empates são permitidos nas listas de preferências, podemos estender a definição de estabilidade de três formas diferentes: estabilidade fraca, estabilidade forte e super estabilidade [Irving, 1994]. Esses três critérios de estabilidade serão apresentados nas próximas seções, onde identificamos que a classificação do grau de estabilidade se dá pela flexibilidade ou rigidez do modelo em lidar com pares bloqueantes.

2.2.4.1 Estabilidade fraca

A definição de par bloqueante sobre o critério de estabilidade fraca é dado por:

- Dado um emparelhamento M para uma instância I no problema do casamento estável com empates, dizemos que um par $(m, w) \notin M$ bloqueia M , ou é um par bloqueante de M , se as seguintes condições são satisfeitas:

- (i) $w \succ_m M(m)$
- (ii) $m \succ_w M(w)$

- Dado um emparelhamento M para uma instância I do problema do casamento estável com empates e listas incompletas, dizemos que um par $(m, w) \notin M$ bloqueia M , ou é um par bloqueante de M , se as seguintes condições são satisfeitas:

- (i) m e w são mutuamente aceitáveis;
- (ii) m não está emparelhado em M ou $w \succ_m M(m)$;
- (iii) w não está emparelhada em M ou $m \succ_w M(w)$.

- Dado um emparelhamento M para uma instância I do Hospital/Residente, dizemos que um par $(r, h) \notin M$ bloqueia M , ou é um par bloqueante de M , se as seguintes condições são satisfeitas:

- (i) r e h são mutuamente aceitáveis;
- (ii) r não foi emparelhado ou $h \succ_r M(r)$;
- (iii) $|M(h)| < c(h)$ ou existe um residente r' em $M(h)$ tal que $r \succ_h r'$.

2.2.4.2 Estabilidade forte

A definição de par bloqueante sobre o critério de estabilidade forte é dada por:

- Dado um emparelhamento M para uma instância I do problema do casamento estável com empates, dizemos que um par $(m, w) \notin M$ bloqueia M se um dos dois seguintes grupos de condições são satisfeitos, sendo eles:

- (i) $w \succ_m M(m)$;
 - (ii) $m \succ_w M(w)$ ou $m =_w M(w)$
- ou
- (i) $w \succ_m M(m)$ ou $w =_m M(m)$
 - (ii) $m \succ_w M(w)$

- Dado um emparelhamento M para uma instância I do problema do casamento estável com empates e listas incompletas, dizemos que um par $(m, w) \notin M$ bloqueia M se um dos dois seguintes grupos de condições são satisfeitos:

- (i) m e w são mutuamente aceitáveis;
 - (ii) m não está emparelhado em M ou $w \succ_m M(m)$;
 - (iii) w não está emparelhado em M ou $m \succ_w M(w)$ ou $m =_w M(w)$;
- Ou
- (i) m e w são mutuamente aceitáveis;
 - (ii) m não está emparelhado em M ou $w \succ_m M(m)$ ou $w =_m M(m)$;
 - (iii) w não está emparelhado em M ou $m \succ_w M(w)$;

- Dado um emparelhamento M para uma instância I do Hospital/Residente, dizemos que um par $(r, h) \notin M$ bloqueia M , ou é um par bloqueante de M , se as seguintes condições são satisfeitas:

- (i) r e h são mutuamente aceitáveis;
 - (ii) r não está emparelhado em M ou $h \succ_r M(r)$ ou $h =_r M(r)$;
 - (iii) h não está cheio em M ou existe um residente r' em $M(h)$ tal que $r \succ_h r'$;
- ou
- (i) r e h são mutuamente aceitáveis;
 - (ii) r não está emparelhado em M ou $h \succ_r M(r)$;
 - (iii) h não está cheio em M ou existe um residente r' em $M(h)$ tal que $r \succ_h r'$ ou $r =_h r'$.

Em seguida, segue a apresentação do algoritmo proposto, que tem como saída o grau de estabilidade desejado no problema, a estabilidade forte, caso exista.

Figura 5 Algoritmo de estabilidade forte

Entrada: Uma instância I do HRT
Saída: Um emparelhamento fortemente estável M , se ele existe

- 1: $M \leftarrow \emptyset$
- 2: **Repita**
- 3: **Enquanto** existir um residente r que não está associado e cuja lista de preferências não seja vazia **Faça**
- 4: **Para todo** hospital h na cabeça de r **Faça**
- 5: $M \leftarrow M \cup \{(r, h)\}$
- 6: **Se** h está cheio **ou** h está lotado **Então**
- 7: **Para todo** residente r' dominado na lista de h **Faça**
- 8: **Se** $(r', h) \in M$ **Então**
- 9: $M \leftarrow M \setminus \{(r', h)\}$
- 10: **Fim Se**
- 11: Remova o par (r', h)
- 12: **Fim Para**
- 13: **Fim Se**
- 14: **Fim Para**
- 15: **Fim Enquanto**
- 16: Seja G_R o grafo reduzido de associações
- 17: Seja Z o conjunto crítico de residentes
- 18: **Para todo** $h \in \mathcal{N}(Z)$ **Faça**
- 19: **Para todo** residente r na cauda de h **Faça**
- 20: **Se** $(r, h) \in M$ **Então**
- 21: $M \leftarrow M \setminus \{(r, h)\}$
- 22: **Fim Se**
- 23: Remova o par (r, h)
- 24: **Fim Para**
- 25: **Fim Para**
- 26: **Até** $Z = \emptyset$
- 27: Seja G_A o grafo de associações
- 28: Seja M um emparelhamento viável em G_A
- 29: **Se** M não é fortemente estável **Então**
- 30: **Não existe** um emparelhamento fortemente estável
- 31: **Devolve** \emptyset
- 32: **Senão**
- 33: M é um emparelhamento fortemente estável
- 34: **Devolve** M
- 35: **Fim Se**

Fonte: Sambinelli, M. (2014). Problemas de emparelhamentos estáveis.

2.2.4.3 Estabilidade super

A definição de par bloqueante sobre o critério de estabilidade super é dado por:

- Dado um emparelhamento M para uma instância I do problema do casamento estável com empates, dizemos que um par $(m, w) \notin M$ bloqueia M se as seguintes condições são satisfeitas:

- (i) $w \succ_m M(m)$ ou $w =_m M(m)$;
- (ii) $m \succ_w M(w)$ ou $m =_w M(w)$;

- Dado um emparelhamento M para uma instância I do problema do casamento estável com empates e listas incompletas, dizemos que um par $(m, w) \notin M$ bloqueia M se as seguintes condições são satisfeitas:

- (i) m e w são mutuamente aceitáveis;
- (ii) m não está emparelhado em M ou $w \succ_m M(m)$ ou $w =_m M(m)$;
- (iii) w não está emparelhada em M , ou $m \succ_w M(w)$ ou $m =_w M(w)$.

- Dado um emparelhamento M para uma instância I do problema dos hospitais/residentes dizemos que um par $(r, h) \notin M$ bloqueia M , ou é um par bloqueante de M , se as seguintes condições são satisfeitas:

- (i) r e h são mutuamente aceitáveis;
- (ii) r não está emparelhado em M ou $h \succ_r M(r)$ ou $h =_r M(r)$;
- (iii) h não está emparelhada em M ou existe um residente r' em $M(h)$ tal que $r \succ_h r'$ ou $r =_h r'$.

Pela definição de super estabilidade, não é difícil perceber que todo emparelhamento super estável é fortemente estável e, por transitividade, é também fracamente estável, uma vez que todo emparelhamento fortemente estável é fracamente estável. O algoritmo de super estabilidade segue demonstrado abaixo, a fim de garantir a saída do algoritmo com estabilidade super, dependendo do resultado.

Figura 6 Algoritmo de super estabilidade

Entrada: Uma instância I do HRT

Saída: Um emparelhamento super estável M , se ele existir

- 1: $M \leftarrow \emptyset$
- 2: **Para todo** $h \in H$ **Faça**
- 3: $cheio[h] \leftarrow \text{Falso}$
- 4: **Fim Para**
- 5: **Enquanto** existir um residente r que não está associado em M e cuja lista de preferências atual não se encontra vazia **Faça**
- 6: **Para todo** hospital h na cabeça da lista de r **Faça**
- 7: $M \leftarrow M \cup \{(r, h)\}$
- 8: **Se** h está lotado **Então**
- 9: **Para todo** residente r' na cauda de h **Faça**
- 10: **Se** $(r', h) \in M$ **Então**
- 11: $M \leftarrow M \setminus \{(r', h)\}$
- 12: **Fim Se**
- 13: remova o par (r', h)
- 14: **Fim Para**
- 15: **Fim Se**
- 16: **Se** h está cheio **Então**
- 17: $cheio[h] \leftarrow \text{Verdadeiro}$
- 18: Seja r um dos piores residentes associados a h
- 19: **Para todo** sucessor r' de r na lista de preferências de h **Faça**
- 20: remova o par (r', h)
- 21: **Fim Para**
- 22: **Fim Se**
- 23: **Fim Para**
- 24: **Fim Enquanto**
- 25: **Se** (algum residente r está associado a mais de um hospital) ou (existe um hospital h que não está cheio e $cheio[h] = \text{Verdadeiro}$) **Então**
- 26: Não existe um emparelhamento super estável para I
- 27: Devolve \emptyset
- 28: **Senão**
- 29: M é um emparelhamento super estável
- 30: Devolve M
- 31: **Fim Se**

Fonte: Sambinelli, M. (2014). Problemas de emparelhamentos estáveis.

2.3.1 Emparelhamento estável e conceitos mais recentes

Um emparelhamento estável M pode ser representado como:

$$\begin{aligned} |u \in H: (u, h) \in M| &\leq 1 \text{ para todo } u \in U, \\ |\{v \in H: (v, h) \in M\}| &\leq 1 \text{ para todo } v \in V \end{aligned} \quad (1)$$

Quando se tem a ausência de pares bloqueantes, define-se que um par de agentes $(u, v) \in M$ como sendo um emparelhamento estável. Esse trabalho se resume aos casos de pares bloqueantes de acordo com cada grau da Tabela 1, onde cada grau é proposto para relaxar as restrições de pares bloqueantes e permitir o

encontro dos pares bloqueantes como mostrado em [Iwama e Miyazaki 2008]. Esse trabalho não apresenta descrições sobre outros pares bloqueantes, mas essas definições são mostradas em [Iwama e Miyazaki 2008]. Esse artigo apresenta apenas três definições de pares bloqueantes, baseadas em [Cseh et al. 2018], sendo:

Figura 7 Definição de pares bloqueantes

Completa	Indiferente	Incomparáveis
$\left\{ \begin{array}{l} (u, v) \notin M \\ v \succ_u M(u) \\ u \succ_v M(v) \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} m(u) \neq M \\ v \succ_u M(u) \\ u \succ_v M(v) \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} uv \notin M \\ v \succ_u M(u) \text{ ou } v \parallel_u M(u) \\ u \succ_v M(v) \end{array} \right.$

Fonte: A autora (2023)

2.3.2 Algoritmo de preferência de pares

Em busca de se obter contribuições para o emparelhamento estável, se fez necessário esforços recentes nesta área a fim de se trabalhar com um algoritmo mais completo e geral, atendendo de forma prática a todos os graus apresentados na Tabela 1, na situação de estabilidade forte, garantindo todos os critérios de estabilidade. Esse algoritmo é proposto por [Cseh et al. 2018], e ele vai além de uma lista de preferência regular dos agentes participantes, também assegura e permite particularidades nas relações do modelo, como: indiferença e incomparabilidade nas listas de preferências. Tal acréscimo dessas variações do modelo permitem uma aproximação ao modelo real de estudo, onde os envolvidos podem declarar incomparabilidade ou uma relação ainda não conhecida entre dois ou mais agentes do conjunto oposto, garantindo assim, um maior nível de satisfação aos envolvidos. Por fim, é apresentando um emparelhamento com estabilidade forte, caso esses resultados existam.

No problema do casamento estável, temos um grafo bipartido não necessariamente completo $G = (U \cup W, E)$, onde os vértices em U representam os homens, os vértices em W representam as mulheres e as arestas marcam os relacionamentos aceitáveis entre eles. Cada pessoa $v \in U \cup W$ especifica um conjunto R_v de pares comparações nos vértices adjacentes a eles. Essas comparações como pares ordenados definem quatro possíveis relações entre dois vértices a e b na vizinhança de v , sendo elas:

- (1) a é preferido a b , enquanto b não é preferido a a por v : $a <_v b$;
- (2) a não é preferido a b , enquanto b é preferido a a por v : $a >_v b$;
- (3) a não é preferido a b , nem b é preferido a a por v : $a ||_v b$;
- (4) a é preferido a b , assim b é preferido a a por v : $a \sim_v b$

Em palavras, as duas primeiras relações expressam que um agente v prefere um agente estritamente ao outro. A terceira opção é interpretada como incomparabilidade ou uma relação ainda não conhecida entre os dois agentes. Por último, a quarta relação indica que v tem certeza de que as duas opções são igualmente boas. Essas classificações visam fornecer uma estrutura coerente para a complexidade do problema do casamento estável sob várias estruturas de preferência. Consideramos as três noções conhecidas de estabilidade: fraca, forte e super.

Em análise, consegue-se distinguir seis estágios de entropia nas listas de preferências: listas estritas, listas com laços, posets, preferências pareadas acíclicas, preferências pareadas assimétricas e preferências binárias arbitrárias. Todos estes foram definidos em artigos anteriores, juntamente com alguns resultados sobre eles. Aqui é possível organizar os resultados conhecidos em todas as três noções de estabilidade, considerando seis casos de ordenação para cada lado do grafo bipartido, sendo:

(1) O modelo bilateral mais estrito e clássico (D. Gale, L. S. Shapley. 1962) requer que cada vértice classifique todos os seus vizinhos em uma ordem estrita de preferência. Para cada vértice, isso se traduz em um transitivo, anti simétrico e conjunto completo de relações emparelhadas $(a,b) \in R_v$ em todos os vértices adjacentes de v .

(2) Este modelo clássico (D. Gale, L. S. Shapley. 1962) foi relaxado muito cedo para listas que admitem empates (R. W. Irving. 1994). As preferências pareadas do vértice v formam uma lista de preferências com laços se os vizinhos de v puderem ser agrupados em alguns conjuntos N_1, N_2, \dots, N_K de modo que os vértices do mesmo conjunto sejam incomparáveis, enquanto para quaisquer dois vértices em conjuntos diferentes, o vértice no conjunto com o índice mais baixo é estritamente preferido ao outro.

(3) Seguindo os modelos tradicionais (D. Gale, L. S. Shapley. 1962) e (R. W. Irving. 1994), o terceiro grau de ordem é definido quando as preferências são expressas como conjuntos parcialmente ordenados (posets). Qualquer conjunto de anti simétricos e relações pareadas transitivas $(a,b) \in R_v$ por definição forma um poset.

(4) Eliminando a transitividade de $(a,b) \in R_v$, mas ainda mantendo a estrutura livre de ciclos, chega às preferências acíclicas (D. J. Abraham. 2003). Esta categoria permite, por exemplo, $a ||_v c$, se $a <_v b <_v c$, mas exclui $a \sim_v c$ e $a >_v c$.

(5) Preferências assimétricas podem conter ciclos de duração de pelo menos 3. Isso é equivalente a eliminando a aciclicidade do cluster anterior, mas ainda proibindo a relação de indiferença $a \sim_v b$, que é essencialmente um 2-ciclo na forma $(a,b) \in R_v$, $(b, a) \in R_v$.

(6) Finalmente, um conjunto arbitrário de preferências de emparelhamentos também pode ser permitido.

Em um cenário mais geral, os agentes podem expressar suas preferências como comparações de quaisquer duas de suas relações. Eles também possuem o direito de declarar um empate entre as relações ou até mesmo desistir de tal comparação. A figura 8 apresenta tal algoritmo que utiliza os termos homem e mulher com a ideia de casamento estável.

Figura 8 Algoritmo Emparelhamento fortemente estável

Entrada: $I = (U, W, E, R_U, R_W)$; R_U : lista com conexões, R_W : lista assimétrica.

INICIALIZAÇÃO

1: para cada $u \in U$ adicionar uma mulher extra w_u no final de sua lista; w_u é somente aceitável para u
 2: definir todas as relações como inativas

FASE 1

3: **Enquanto** existe um homem sem relação ativa, **faça**
 4: propor ao longo das relações para cada u sem relação ativa na próxima conexão de sua lista
 5: **para** cada nova suposta relação uw **faça**
 6: rejeitar todas as relações $u'w$ tal que $u <_w u'$
 7: **fim para**
 8: chamar REJEIÇÃO_FORTE

9: **fim enquanto**

FASE 2

10: seja G_A ser um gráfico de relações ativas com $V(G_A) = U \cup W$
 11: seja $U' \subseteq U$ um conjunto crítico dos homens com relação a G_A
 12: **Se** $U' \neq \emptyset$ **então**
 13: rejeitar todas as relações ativas para cada $u \in U'$
 14: chamar REJEIÇÃO_FORTE
 15: **ir para FASE 1**
 16: **fim se**

SAÍDA

17: seja M um emparelhamento máximo em G_A
 18: **se** M cobre todas as mulheres que já tiveram uma relação ativa **então**
 19: PARE, SAÍDA $M \cap E$ e "Há um emparelhamento estável forte".
 20: **se não**
 21: PARE, SAÍDA "Não há um emparelhamento estável forte".
 22: **fim se**

ALGORITHM 2: REJEIÇÃO_FORTE

23: seja R ser um conjunto crítico dos homens sem relações ativas
 24: **enquanto** R possuir um elemento u **faça**
 25: rejeitar todos $u'w$ tal que w é uma conexão proposta de u and $u' ||_w u$
 26: se $u'w$ fosse ativo e u' ficar sem relações ativas, então seja $R := R \cup \{u'\}$
 27: seja $R := R \setminus \{u\}$
 28: **fim enquanto**

Fonte: Cseh, Á., & Juhos, A. (2018)

O algoritmo proposto na figura 1 utiliza pares bloqueantes, que é semelhante ao modelo geral. A relação de rejeição tem uma proposta um pouco diferente. A rejeição completa está ligada ao ativo/inativo e depende da rejeição. As arestas que não foram propostas nem rejeitadas estão inativas. Uma vantagem pode ser rejeitada várias vezes, mas oferecida uma vez [Cseh et al. 2018].

3 METODOLOGIA

Nesta seção, encontra-se a descrição da metodologia utilizada no presente trabalho. Desde a identificação do problema até a análise de resultados, a fim de atender os objetivos estabelecidos.

3.1 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA

Neste projeto utilizou-se a pesquisa de natureza descritiva, exploratória e aplicada. Segundo Gil (1999), as pesquisas descritivas têm como finalidade principal a descrição das características de determinada população ou fenômeno, ou o estabelecimento de relações entre variáveis, sendo a etapa inicial no processo de estudo de dados, auxiliando na organização e descrição de aspectos importantes. Faz utilização de técnicas padronizadas de coletas de dados, como observações sistemáticas e questionários, sendo essa uma de suas características mais relevantes. Segundo Sellitz et al. (1965), enquadram-se na categoria dos estudos exploratórios todos aqueles que buscam descobrir ideias e intuições, na tentativa de adquirir maior familiaridade com o fenômeno pesquisado, a pesquisa aplicada busca a aplicação de uma determinada realidade. Os métodos de pesquisa utilizados foram os métodos quantitativos e qualitativos, que permitiram ao pesquisador identificar e quantificar os fatores, proporcionando assim maior conhecimento sobre o tema, e obtendo-se uma postura crítica e em relação ao material analisado.

3.2 NATUREZA DA PESQUISA

A pesquisa usou o método descritivo e exploratório, que tem por objetivo analisar, registrar e correlacionar dados, fazendo o levantamento de amostras com o intuito de obter dados e informações distintas sobre o problema. Para proporcionar maior familiaridade principalmente com as empresas prestadoras do serviço de abastecimento de água através de caminhão-pipa, foi realizado uma pesquisa de campo com tais empresas, em busca de caracterizar opiniões do grupo e do público alvo da problemática. Através de entrevista tanto com os consumidores quanto com os fornecedores, foi possível compreender e adequar a problemática a partir do que os envolvidos expuseram em relação às suas condições, suas avaliações das demandas, as dificuldades que enfrentam para garantir seu serviço, seguido de suas

restrições e limitações. A realização desse levantamento de características dos envolvidos permitiu e deu embasamento para a formulação dos critérios que serão trabalhados no modelo.

3.3 ETAPAS DA PESQUISA

Com o objetivo de organizar as etapas do presente trabalho, foi estruturado um fluxograma de processos, como mostra a figura 9, composto pelas seguintes atividades:

Figura 9 Fluxograma do processo



Fonte: A autora (2023)

Partindo da base conceitual, busca-se sustentar toda a investigação do presente trabalho através da leitura de artigos, livros, TCC, entre outros que tenham assuntos ligados às temáticas que compõem o presente trabalho. Seguindo para a caracterização da área de estudo, onde buscou-se identificar todas características e particularidades do local de estudo. Partindo para a coleta de dados, os dados foram disponibilizados pela ouvidoria geral do município em relação a disponibilização do recurso no ano de 2021, a fim de se obter informações pertinentes e relevantes para a compreensão da problemática estudada. Em relação a definição de critérios, após a junção de todas as informações obtidas nas entrevistas, foi o momento de juntar e organizar esses dados, tornando possível a formação dos critérios de tal problema para ambas as partes. A proposta da aplicação de um modelo vem partindo do objetivo de assegurar os interesses e critérios de ambas as faces envolvidas no problema, partindo do ponto em que as empresas prestadoras do serviço divulgam o tipo de serviço que oferecem de acordo com seu diferencial e suas limitações, esperando atender as demandas da região em análise. Em seguida, se faz necessária uma análise dos resultados obtidos com a saída do algoritmo a fim de se identificar se tal saída atende ao grau de estabilidade desejado do problema. A fim de expandir a área de abastecimento, incluiu ao problema a zona urbana de Caruaru-PE a área urbana da cidade, que mesmo em escala menor, também sofre do mesmo problema de falta de água, necessitando também do abastecimento através de caminhões-pipa. Com isso, é possível concluir o seu cenário de estudo e deixar abertura para estudos futuros.

3.4 COLETA DOS DADOS

Para se ter acesso a demanda e caracterização de cada um desses distritos, se fez necessário buscar dados com os órgãos responsáveis da prefeitura do município, através da Lei de Acesso à Informação (Lei n.º 12.527/2011), bem como a Lei Municipal n.º 5.282/2013, que regulamenta o acesso às informações no município de Caruaru.

Os dados foram disponibilizados pela ouvidoria geral do município em relação a disponibilização do recurso no ano de 2021. Tais dados foram disponibilizados em arquivos de texto e continham a distinção de todas as divisões de cada distrito, acompanhada do volume de água necessário para atender a demanda de tais regiões a fim de que se fosse possível obter as informações pertinentes e relevantes para a compreensão da problemática estudada.

Em seguida, se fez necessário a análise dos dados disponibilizados para obtenção das informações necessárias. Tais dados, encontram-se discriminados nos anexos deste documento.

A fim de se obter as distâncias entre as fontes de água e os distritos, foram coletados de forma manual, com o auxílio My Maps da Microsoft, a representação da localização de cada barragem que abastece tais distritos de acordo com a pesquisa realizada, buscando ter uma noção da distância das unidades de captação e abastecimento deste estudo. As distâncias entre as localidades foram armazenadas e marcadas no próprio aplicativo, comparadas com o município, como segue na imagem abaixo. Com os dados estruturados e organizados, foi possível passar para a etapa de desenvolvimento e implementação do modelo.

4 MODELO PROPOSTO

Seguindo o algoritmo do emparelhamento fortemente estável apresentado na figura 8, já que nos permite lidar com as flexibilizações das listas de preferencias dos participantes, trabalhando com indiferenças e incomparabilidade, diferente dos outros algoritmos aqui demonstrados, apresentamos um procedimento de etapas para organizar as atividades necessárias para atingir os resultados esperados. O modelo é dirigido a proposta de seleção de fornecedores de água por receptores, sendo: $L_i = [l_i]$ e $D_i = [d_i]$, sendo i representa a quantidade de fornecedores e receptores de água do problema em questão. L_i e D_i são utilizados para se referir aos locais e distribuidoras respectivamente. Em busca de se atingir o objetivo principal desse modelo, os locais receptores listam suas preferências sobre as distribuidoras em análise, juntamente com as distribuidoras que devem classificar os locais de abastecimento de acordo com suas preferências, assim o modelo consegue propor uma melhor adequação do ponto de vista do grupo composto pelos receptores e fornecedores de água, seguindo a proposta que está presente no quarto grau em uma escala de cinco apresentada na Tabela 1.

Seguindo para etapa do processo de emparelhamento, tem-se cada l_i deve classificar d_i em listas decrescentes de preferências, ou seja, do mais preferível para o menos preferível. O mesmo deve ser feito por d_i , que deve classificar os l_i em listas também decrescentes de preferências. Os tomadores de decisão podem utilizar as relações de preferência, indiferença e incomparabilidade, caso julguem necessário, já que o algoritmo utilizado está pronto para essas situações.

O algoritmo em análise propõe o cálculo do emparelhamento fortemente estável. Caso aconteça de quando se estiver na parte final do algoritmo não se tenha estabilidade forte no emparelhamento, o modelo deve relaxar as condições do par bloqueante e calcular novamente o procedimento de acordo com os critérios da estabilidade fraca, para assim finalizar o modelo. Este estudo sugere o cálculo de emparelhamento estável de ambos os lados, tanto das tanto dos receptores aos fornecedores, quanto o oposto, de forma a lidar com a problemática igualitária (Cavdur et al. 2019).

Os emparelhamentos obtidos são utilizados como ponto de partida, levantando mais informações e gerando melhorias nas decisões, já que a saída desta etapa é quem serve de referência para todas as outras etapas desse modelo.

5 ESTUDO DE CASO

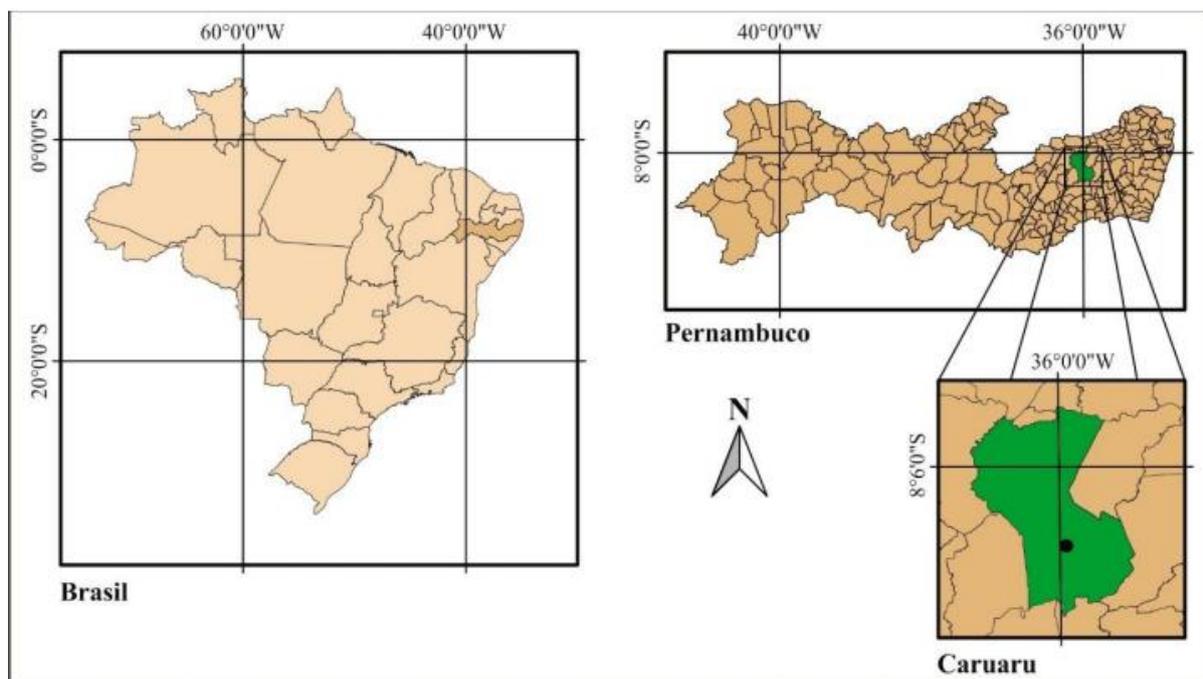
Este trabalho tem como base identificar e verificar o melhor cenário de distribuição de água através de caminhões-pipas na zona rural de Caruaru-PE através do método do emparelhamento estável. Buscou-se suprir a demandas particulares de cada distrito dessa região através da determinação de critérios levantados que atendem as particularidades de cada local e que acabam dificultando a vida de tais moradores da região.

A partir de uma análise bastante criteriosa, busca-se atuar em um processo de otimização da distribuição e logística para ambas as partes dessa problemática, como os prestadores de serviço e os consumidores, suprimindo a necessidade de todas as partes interessadas.

5.1 CARACTERIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO

Caruaru é um município brasileiro do estado de Pernambuco, situado na região nordeste do país. Pertence à Região Geográfica intermediária de Caruaru. A sua população, segundo as estimativas do IBGE em 2022 é de 378.180 habitantes, sendo a mais populosa cidade do interior pernambucano e a terceira mais populosa do interior nordestino, atrás apenas de Feira de Santana e Campina Grande. De acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (2022), a área da unidade territorial do município é de 923,150 km² dividida entre perímetro urbano e zona rural. O município localiza-se a oeste da capital do estado, Recife, distante cerca de 130 km.

Figura 11 Localização do município de Caruaru - PE



Fonte: Santana et al. (2019).

Segundo o IBGE, o município é uma capital regional e exerce um importante papel centralizador no Agreste e interior pernambucano, concentrando o principal polo médico-hospitalar, acadêmico, cultural e turístico do Agreste.

O clima de Caruaru, de acordo com a classificação de Köppen-Geiger, é do tipo semiárido (BS_h), com verões quentes e secos e invernos amenos e chuvosos (ALVARES et al., 2014). O semiárido caracteriza-se pelo balanço hídrico negativo, resultado de precipitações médias anuais inferiores a 800 mm, forte insolação, temperaturas altas e um regime de chuva escasso. Seu índice pluviométrico é de cerca de 620mm, mal distribuídos ao longo do ano.

O abastecimento de água de Caruaru provém dos reservatórios Jucazinho e Prata, localizados nos rios Capibaribe e Una, respectivamente. Segundo (APAC), a bacia do rio Capibaribe possui uma área de 7.454,88 km², que representa 7,58% da área do Estado, abrangendo 42 municípios de Pernambuco. O reservatório de Jucazinho, localizado em Surubim, está totalmente inserido na bacia do Capibaribe. A bacia do rio Una apresenta uma área de 6.740,31 km², equivalente a 6,37% da área total do Estado, e abrange 42 municípios, o que inclui o município de Bonito, onde está inserido o reservatório do Prata (APAC, 2017). Atualmente, os reservatórios não possuem garantia de água suficiente para abastecimento do contingente

populacional, o que aponta para a necessidade da realização de estudos de gestão integrada dos recursos hídricos que incluam a relação entre a oferta e a demanda.

Desde 2015 a cidade vive sendo abastecida através de rodízios, onde a quantidade de dias com água e sem variação de mês a mês, de acordo com o nível do reservatório de abastecimento. Na zona rural da cidade, o fornecimento foi totalmente comprometido desde que a Barragem de Jucazinho entrou em colapso, a população rural do município ficou sendo abastecida, exclusivamente, por caminhões pipa até 2018, quando obras foram concluídas para o fornecimento de água na zona rural pela Barragem do Prata (G1 CARUARU E REGIÃO, 2018).

No ano de 2019, o rodízio na cidade de Caruaru de janeiro a julho foi de 5 dias com água e 10 dias sem água, a partir do mês de agosto a cidade sofreu alteração no rodízio devido à falta de chuva na região (G1 CARUARU E REGIÃO, 2019).

Com a mudança, as comunidades rurais do município tiveram o abastecimento suspenso pela rede e ficaram sendo abastecidos apenas por caminhões-pipa. Essa realidade do elevado déficit de abastecimento de recursos hídricos da zona rural de Caruaru nos dias de hoje não se alterou, continuando sendo crítico para a população residente nessas áreas, principalmente famílias de baixa renda, que muitas vezes não dispõem de renda suficiente para a aquisição de água. No que se refere à população rural difusa, mais difícil de atender por redes convencionais de abastecimento de água, as chamadas tecnologias apropriadas podem trazer ganho considerável de qualidade de vida à medida que soluções como cisternas para captação de água de chuva e sistemas de dessalinização de água de poços sejam universalizadas (CIRILO, 2015).

É importante diferenciar a zona rural da zona urbana da cidade, devido às características particulares de cada região, como acessibilidade, demandas, fatores sociais, dependências entre diversos critérios que aqui serão discutidos. É válido destacar que lidar com essas regiões exige uma adaptação própria, para se adequar a realidade local, sem tratar de forma generalizada, correndo o risco de não atender às suas necessidades.

5.1.1 Caracterização da zona rural do município de Caruaru-PE

A região de análise é a zona rural do município de Caruaru-PE, onde é dividida em TGS (Territórios de Gestão Sustentáveis), também conhecidos por distritos. Essas divisões são feitas em busca de permitir ao governo municipal e até estadual, diferenciar e caracterizar cada distrito, a fim de se proporcionar um atendimento mais eficiente às demandas e necessidades das diferentes comunidades do município. Caruaru tem seu território demarcado em 9 TGS, sendo de 1 a 4 compondo a Zona Rural da cidade, enquanto que do 5 ao 9, a Zona Urbana. Esses 4 distritos rurais estão expostos na figura abaixo, demarcado cada área.

Figura 12 Demarcação dos distritos de Caruaru - PE



Fonte: Adaptado de MOTA (2022)

A partir dos dados disponibilizados pela prefeitura em arquivos de texto, foi possível descrever que os dados continham a distinção de todas as divisões de cada distrito, acompanhada do volume de água necessário para atender a demanda de tais regiões. Contando com mais de 5900 abastecimento por cisternas da região distribuídos entre os 4 distritos. Tais dados foram disponibilizados tendo um quantitativo expressivo da demanda necessária para cada território rural, onde a prefeitura do município tem como uma de suas competências a de garantir o acesso da população à água. Analisando os dados disponibilizados, foi selecionada uma amostra de 90% das regiões com suas devidas demandas de abastecimento, e organizadas para estudo, como segue presente no ANEXO A, B, C e D deste documento, sendo cada anexo expondo um distrito.

5.2 DEFINIÇÃO DE CRITÉRIOS

A definição de critérios para a problemática em questão, acontece segundo os quais já foram pré-selecionados os sujeitos que vão compor o universo de investigação, sendo algo primordial, pois interfere diretamente na qualidade das informações a partir das quais será possível construir, analisar e chegar à compreensão mais ampla do problema delineado (Duarte, 2000). A descrição e delimitação da população base, ou seja, dos sujeitos a serem entrevistados, assim como o seu grau de representatividade no grupo social em estudo, constituem um problema a ser imediatamente enfrentado, definindo os próximos passos.

Pode ser reforçado que o público alvo da problemática em estudo já é definido, sendo os consumidores de água residentes nos distritos do município de Caruaru-PE e por outro lado, empresas fornecedoras de tal serviço de abastecimento. Em busca de obter uma interação dinâmica em que os participantes envolvidos na problemática constroem os objetos do discurso, a realização de entrevistas com tais grupos se torna peças fundamentais na reflexão sobre os vários elementos presentes no processo de recepção e fornecimento do serviço aqui descrito. Com o objetivo de caracterizar opiniões do grupo e do público alvo da problemática, se julgou necessário e fundamental a realização de entrevistas com ambas as partes envolvidas, buscando alcançar um nível satisfatório da compreensão das devidas condições, avaliações das demandas, dificuldades enfrentadas, seguido das restrições e limitações do público,

buscando assim, adequar a problemática a partir do que os envolvidos expuseram em relação às suas características ditas e analisadas.

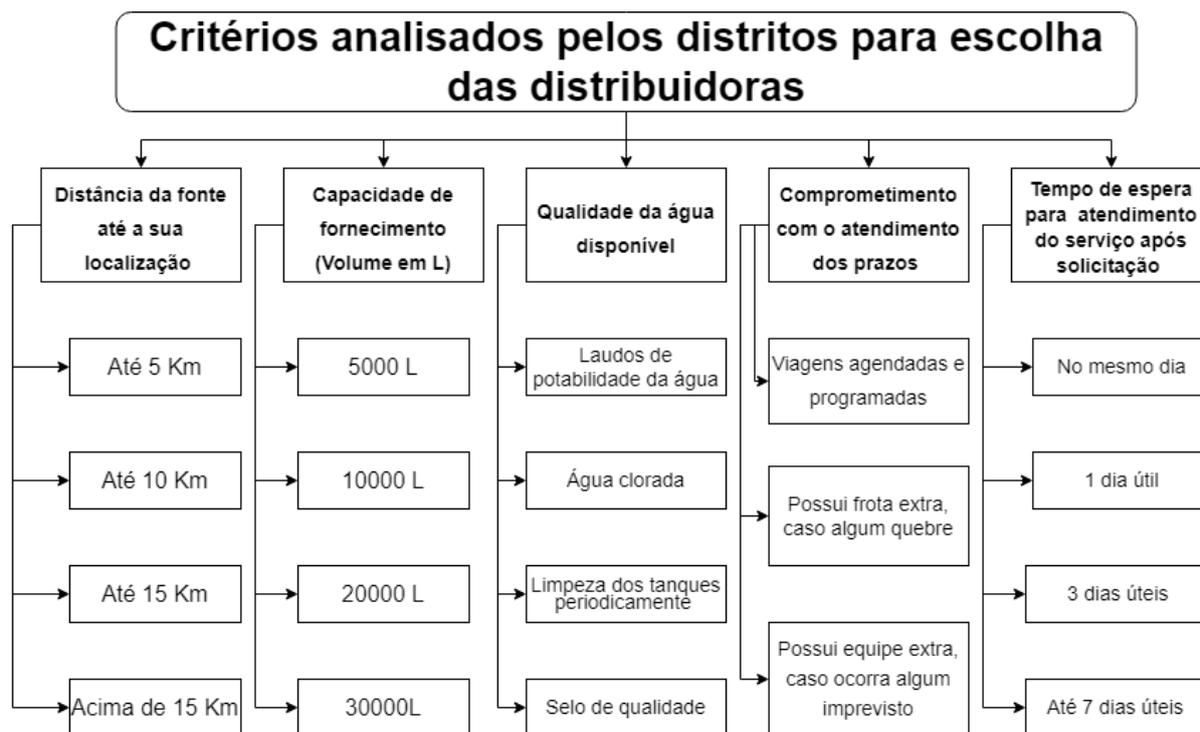
Para o público consumidor de água residente nos distritos, foi selecionado uma amostra bem representativa de seu público, sendo composto pelos 4 distritos, a fim de abranger a necessidade de toda a região, sem excluir a peculiaridade de nenhuma delas. Por outro lado, pelo público fornecedor dessa água, se fez necessário a seleção de 6 empresas prestadoras desse serviço, que atendem na região e se mostraram dispostas e interessadas em informar as particularidades e diferencial do seu serviço, entendendo como um ganho social tanto para eles como para os receptores do seu serviço.

Para essas entrevistas, se fez necessário uma visita de campo em cada área do problema, onde inicialmente já havia sido feito um levantamento dos critérios mais gerais de cada região e dos fornecedores da região, para assim, dar início e embasamento às entrevistas. Os critérios aqui definidos surgiram com base na literatura estudada (Alencar, 2022) e a escolha dos entrevistados esteve vinculada à necessidade de compreender o referencial, as práticas e a necessidade de ambas as partes da nossa problemática.

Após a junção de todas as informações obtidas nas entrevistas, foi o momento de juntar e organizar esse banco de dados, tornando possível a formação dos critérios de tal problema para ambas as partes.

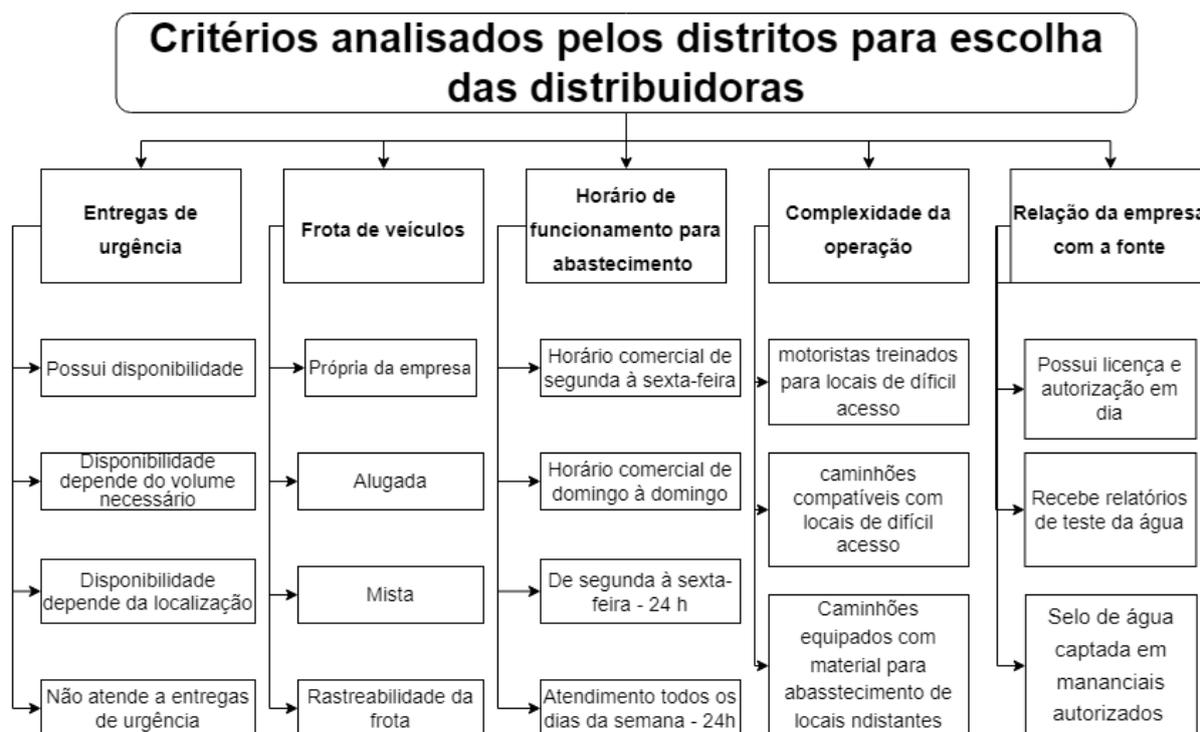
Tais critérios foram definidos, reunidos e listados, onde na figura 13 e 14, pode-se observar os critérios relatados como essenciais para que a população dos distritos análise para a escolha das distribuidoras de água, que pretendem atender ao seu serviço. Destacam-se as setas presentes, que representam as alternativas e as variações desses critérios.

Figura 13 Critérios analisados pelos distritos



Fonte: Autora (2023)

Figura 14 Continuação dos critérios analisados pelos distritos



Fonte: Autora (2023)

Realizando uma breve descrição dos critérios definidos, é válido destacar que tais parâmetros foram definidos a partir da análise de ambas as partes do problema, de acordo com os critérios de aceitação e atendimento das necessidades de ambas as partes. Assim, temos:

- Iniciando pelo critério de **distância da fonte até a localização da população daquele distrito**: Foi definido como um critério devido a importância que carrega, podendo ser um fator bastante decisivo para escolha de tal empresa, podendo variar custos, demoras de entrega e até o não atendimento do serviço.
- A **capacidade de fornecimento** define se tal empresa consegue atender a demanda daquele local, sendo de extrema importância para a satisfação do cliente.
- A **qualidade da água disponível** é um critério muito relevante pois interfere até na saúde daquela população consumidora, gerando níveis de qualidade exigidos.
- O **comprometimento do atendimento de prazos** é fundamental e pode ser um grande problema para a região, e principalmente, a agilidade para lidar com imprevistos, dependendo das carências e demandas do local, pode ser um fator decisivo para escolha ou não de alguma empresa.
- O **tempo de espera para o atendimento**, mesmo sendo algo planejado, dependendo da região, pode ser prejudicial à demora para esse recebimento do serviço.
- O **atendimento a entregas de emergência** é um fator considerado essencial para algumas regiões que sofrem com variações de consumo e abastecimento frequentes, podendo ser um fator decisivo para as mesmas e ainda.
- O critério de **frota de veículos** é algo que designa um certo nível de comprometimento com o transporte e com a imagem que se deseja passar, sendo importante até pelo fato de limpeza e manutenção adequada do veículo de transporte.
- O **horário de funcionamento para abastecimento**, dependendo das condições e características do local, é algo decisivo para o bom funcionamento do serviço.

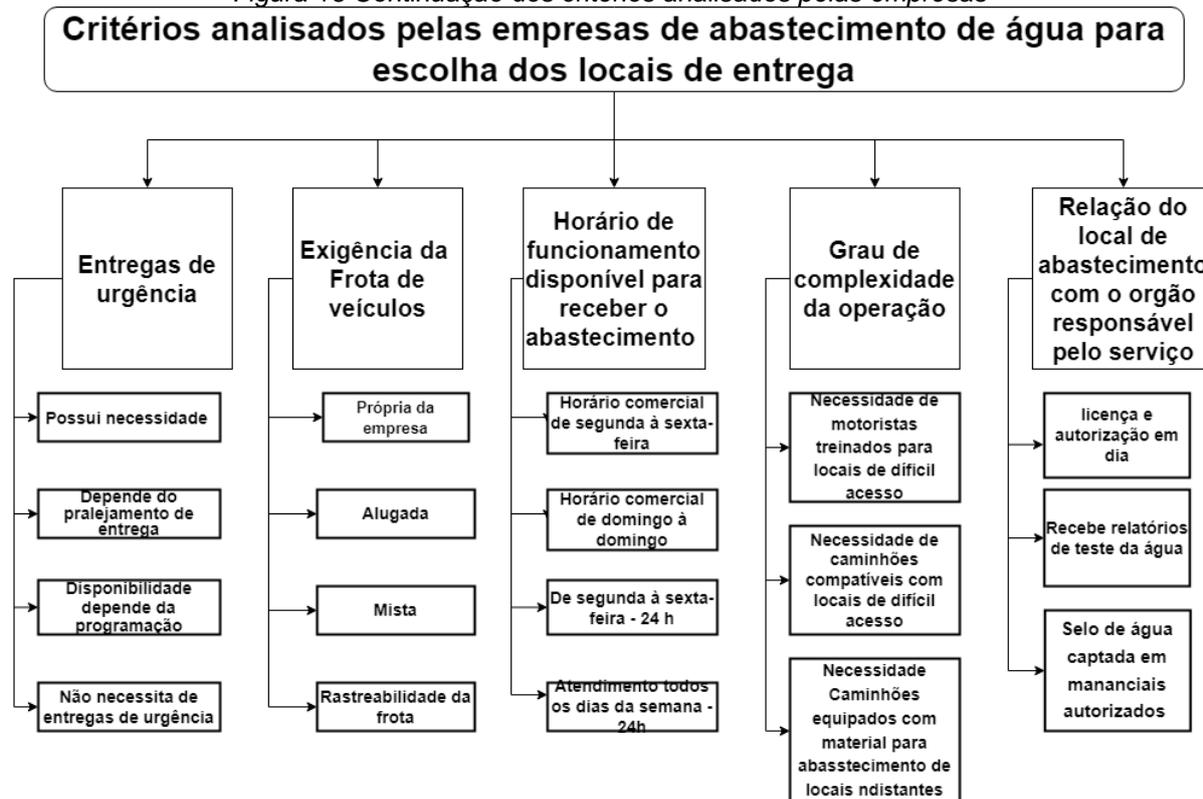
- A **complexidade da operação** pode definir quais empresas conseguem atingir o grau de necessidade da região, necessitando de equipe especializada no serviço e equipamentos personalizados.
- A **relação da empresa com a fonte** de abastecimento é de suma importância para algumas regiões, devido a necessidade particulares de cada uma delas em estarem fazendo uso de água de qualidade e certificada.

Figura 15 Critérios analisados pelas empresas



Fonte: A autora (2023)

Figura 16 Continuação dos critérios analisados pelas empresas



Fonte: A autora (2023)

Os critérios aqui definidos juntamente com seus devidos parâmetros para análise foram obtidos da mesma maneira como os consumidores julgam suas necessidades, a partir de entrevistas de campo e conhecimento de suas limitações e diferenciais que conseguem lidar.

5.3 APLICAÇÃO DO MODELO

Esta etapa apresenta o desenvolvimento de um problema real existente na zona rural do município de Caruaru – PE, onde existe a conexão entre os distritos do município com fornecedores de abastecimento de água potável através de caminhões-pipa, mas feito de forma impensada, de forma empírica, não levando em conta as particularidades de ambas as partes envolvidas para a obtenção da satisfação e bom resultado para ambas as partes.

A proposta da aplicação de um modelo vem partindo do objetivo de assegurar os interesses e critérios de ambas as faces envolvidas no problema, partindo do ponto em que as empresas prestadoras do serviço divulgam o tipo de serviço que oferecem de acordo com seu diferencial e suas limitações, esperando atender as demandas da

região em análise. Os distritos, tendo o conhecimento prévio dessas informações fornecidas pelas empresas fornecedoras do serviço e cientes também de suas limitações e restrições de serviço, se candidatam as ofertas, gerando também a sua lista de preferência de acordo com suas necessidades e demandas. O modelo é aplicado a partir dessa candidatura das empresas prestadoras de serviço.

Este trabalho adotou 6 empresas prestadoras de serviço para classificá-las como candidatas, com base em suas características específicas adquiridas através de entrevistas com as mesmas, onde foram questionadas sobre as demandas que conseguem atender, seus horários de funcionamento, especificações da fonte e da qualidade da água que disponibilizam, localização das fontes como também de sua própria localização, como conseguem lidar com prazo de entrega do serviço, frota dos caminhões, atendimentos de urgência e fatores relacionados. Tais dados foram organizados e listados na tabela 2 desse documento, que será apresentada mais à frente.

Após o teste do modelo, deve ser realizado um teste com o núcleo urbano compondo o cenário de estudo, a fim de expandir a área de estudo, e mais, buscar se adaptar a um cenário que têm a característica de agradar e ser preferível a quase todo o grupo de análise, devido às suas características favoráveis.

5.3.1 Processo de emparelhamento estável

As empresas indicadas para a prestação do serviço de atendimento a cada distrito têm a oportunidade de indicar suas preferências sobre as demandas e necessidades de cada distrito. Por outro lado, os distritos são livres para também classificar as empresas prestadoras do serviço de acordo com o diferencial e limitação de cada uma. Tais listas de preferências podem ser compostas por relações de única preferência, indiferença e incomparabilidade. A tabela 2 apresenta a categorização obtida pelos distritos. Vale destacar que a categorização é baseada na Tabela 1 e nos critérios apresentados até o momento.

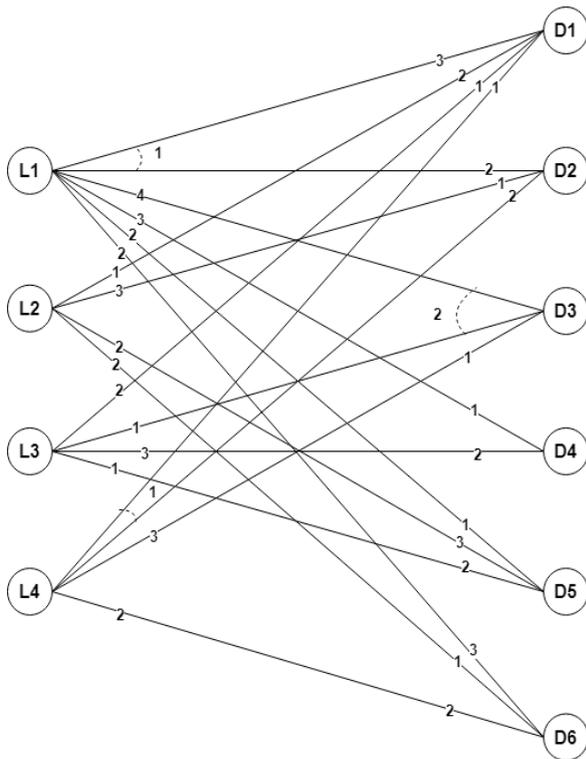
Tabela 2 Grau de preferências

	Distrito 1	Distrito 2	Distrito 3	Distrito 4
Preferências	(1,2), (5,6), 4, 3	1, (5,6), 2	(3,5), 1, 4	(1,2), 6, 3
Categorização	Completa com indiferença	Incompleta com indiferença	Incompleta com indiferença	Incompleta com indiferença

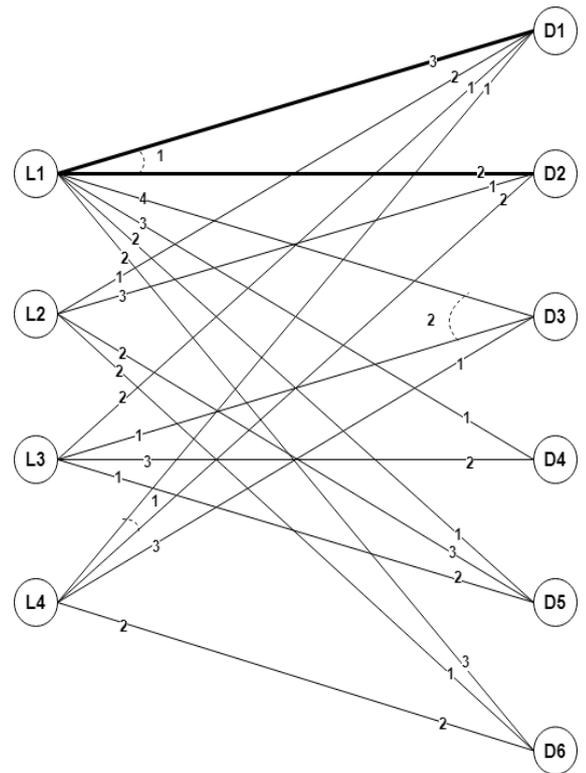
Fonte: A autora (2023)

Em busca de exibir da melhor maneira as preferências de cada elemento do modelo, a representação gráfica foi utilizada para apresentar as entradas do método que seguem expostas abaixo. Para facilitar o entendimento, tem-se que as setas representam a relação de preferência de menos preferível para mais preferível. Os arcos pontilhados internos representam situações de indiferença entre alternativas e por último, os arcos pontilhados do lado de fora, que representam incomparabilidade entre alternativas disponíveis.

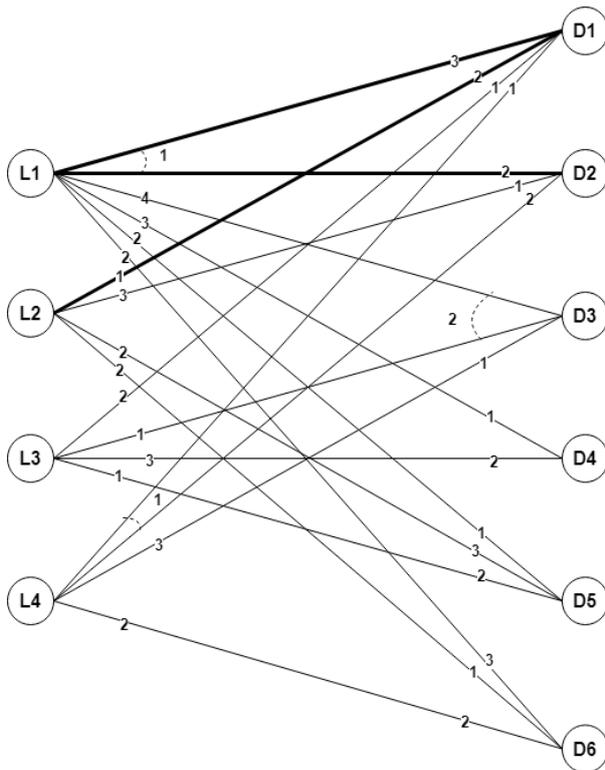
Figura 17 - Demonstração gráfica do algoritmo rodando



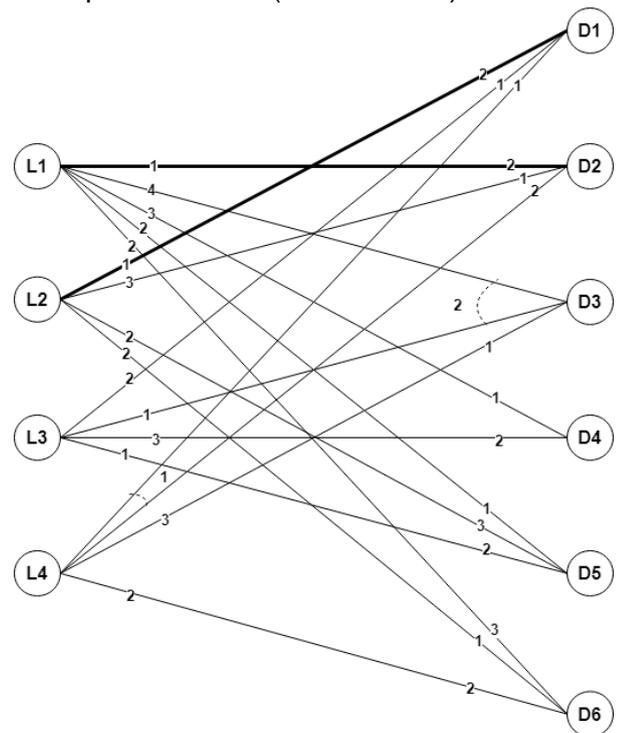
(a) Instância de entrada



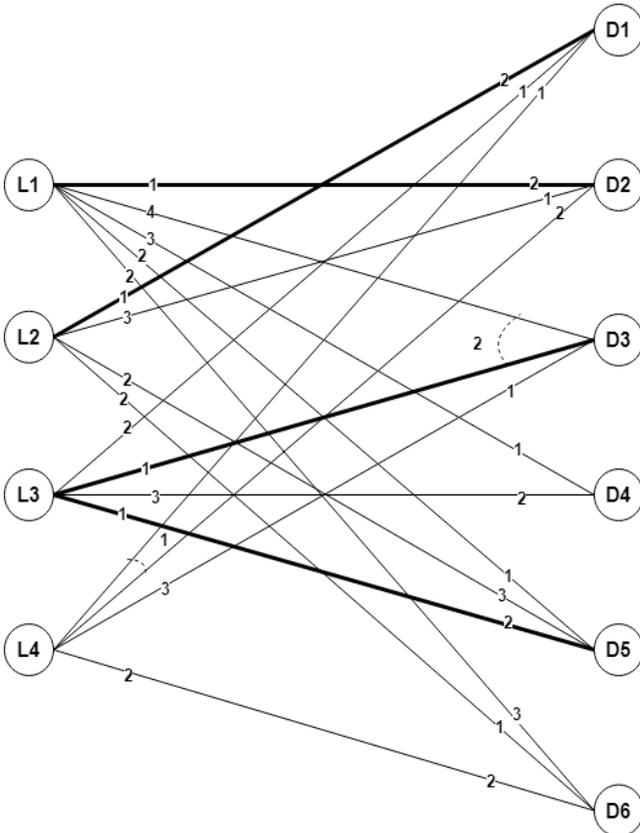
(b) L1 propõe para todos os elementos da cabeça de sua lista de preferência (D1 e D2).



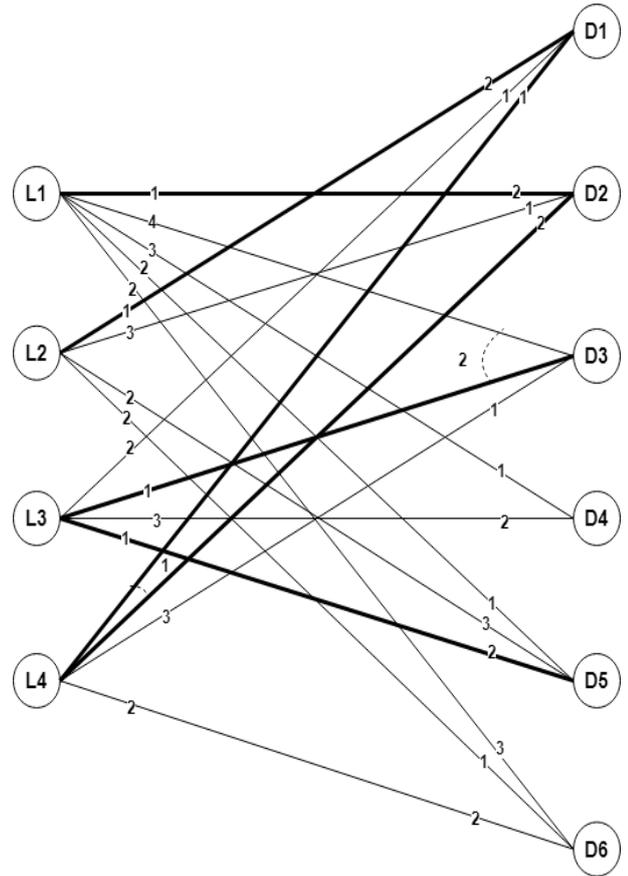
(c) L2 inicia associação com D1.



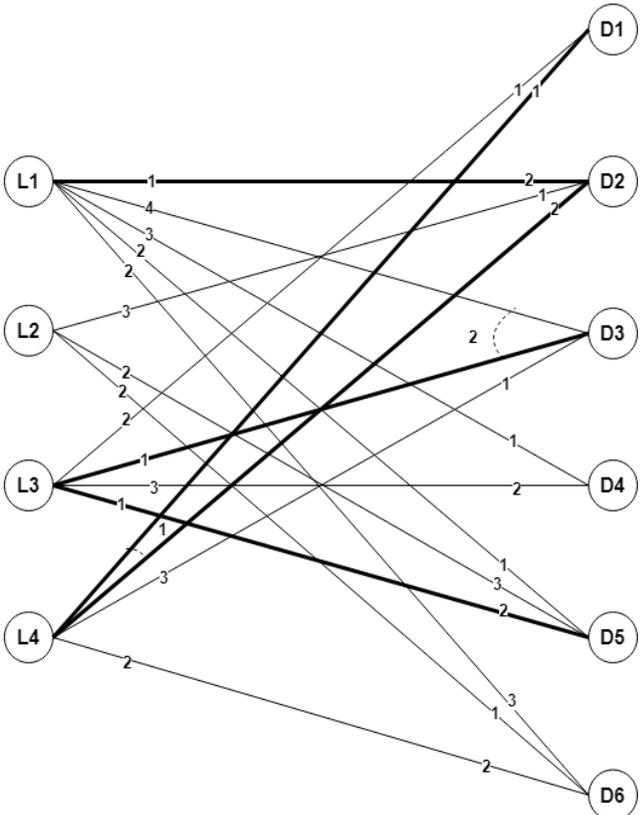
(d) Com o par L2D1 formado, o L1 ficou dominado em D1. O par L1D1 é removido e o emparelhamento desfeito.



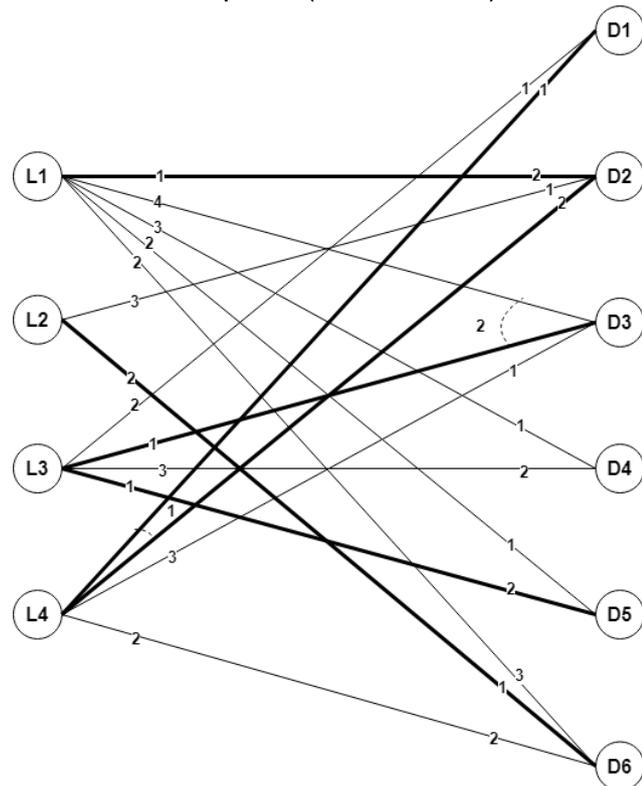
(e) L3 inicia associação com D3 e D5, formando os pares (L3D3 E L3D5).



(f) L4 inicia associação com D1 e D2, formando os pares (L4D1 e L4D2).

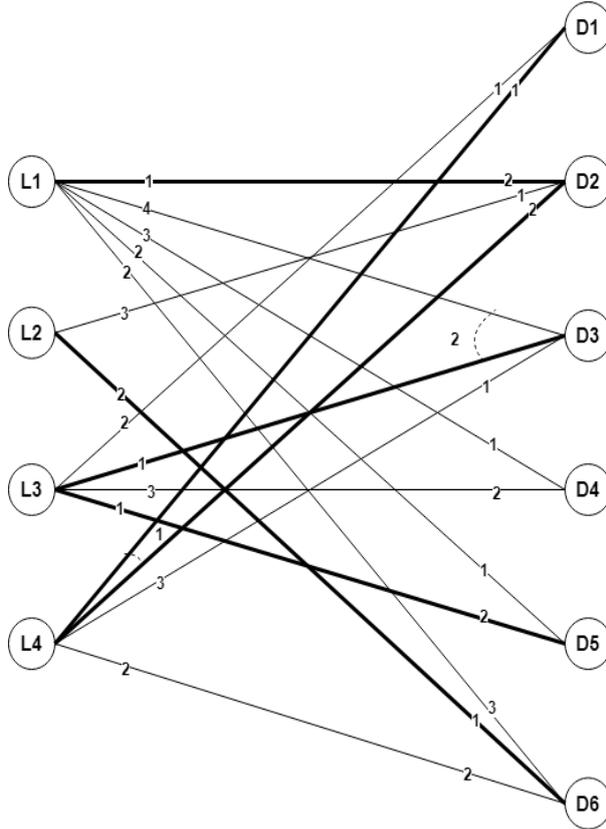


(g) Com o par L4D1 formado, o L2 ficou dominado em D1. O par L2D1 é removido e o emparelhamento desfeito.

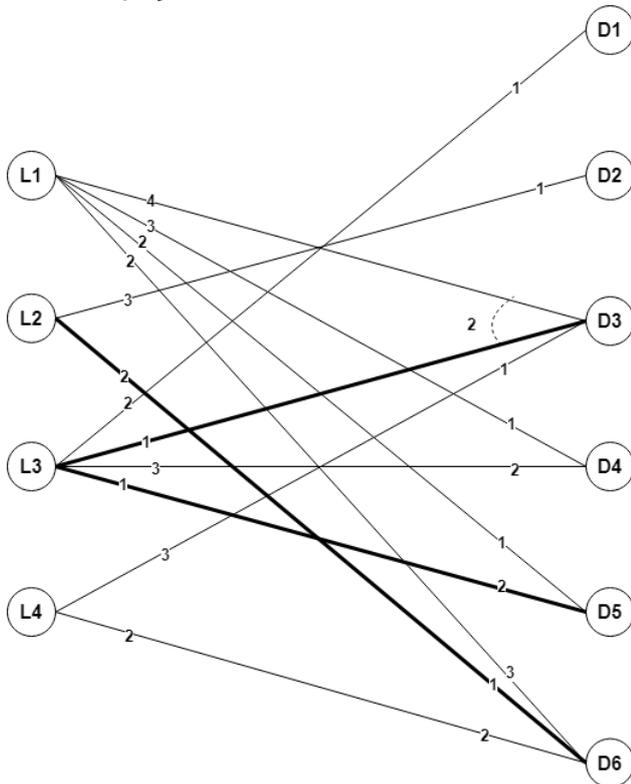


(h) Como L2 ficou sem nenhuma associação, ele volta a propor para os

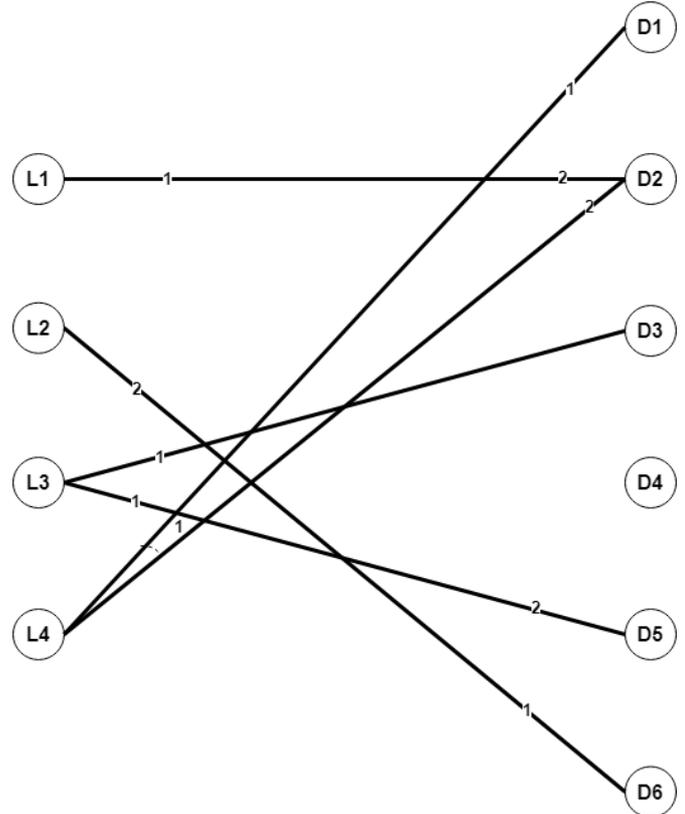
próximos elementos da sua lista de preferência, sendo (D5 e D6). Como L2 está dominado em D5, o par é removido.



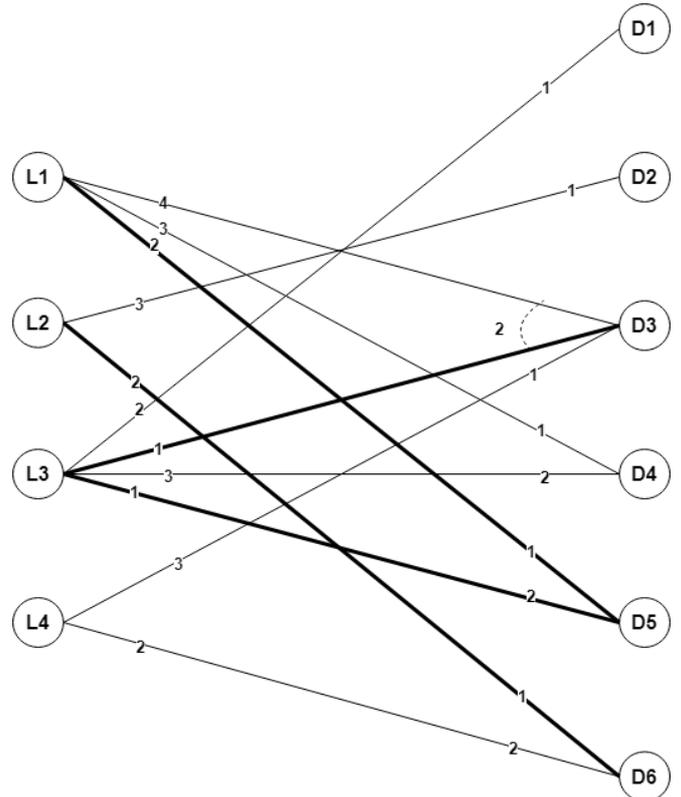
(i) Chamada do STRONG REJECT. Não houve rejeição.



(k) Grafo GR, para o qual $Z = \emptyset$, rejeitar todas as arestas ativas e chamar o STRONG REJECT.

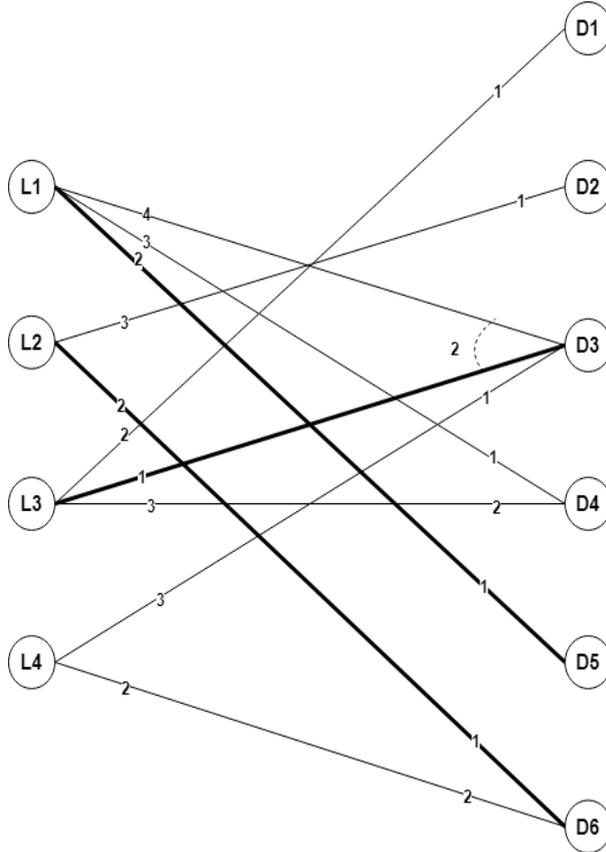


(j) Grafo GA das associações resultantes (o laço das linhas 3-15 terminou)

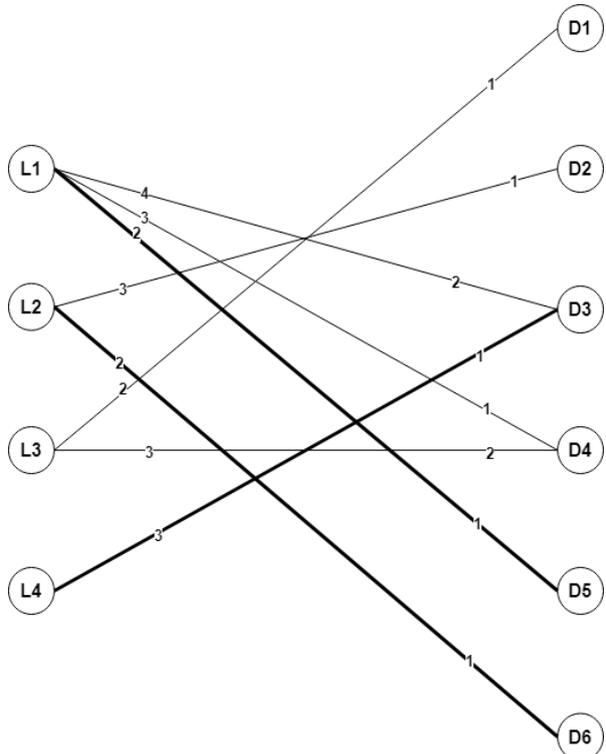


(l) Como L1 e L4 ficaram sem conexões

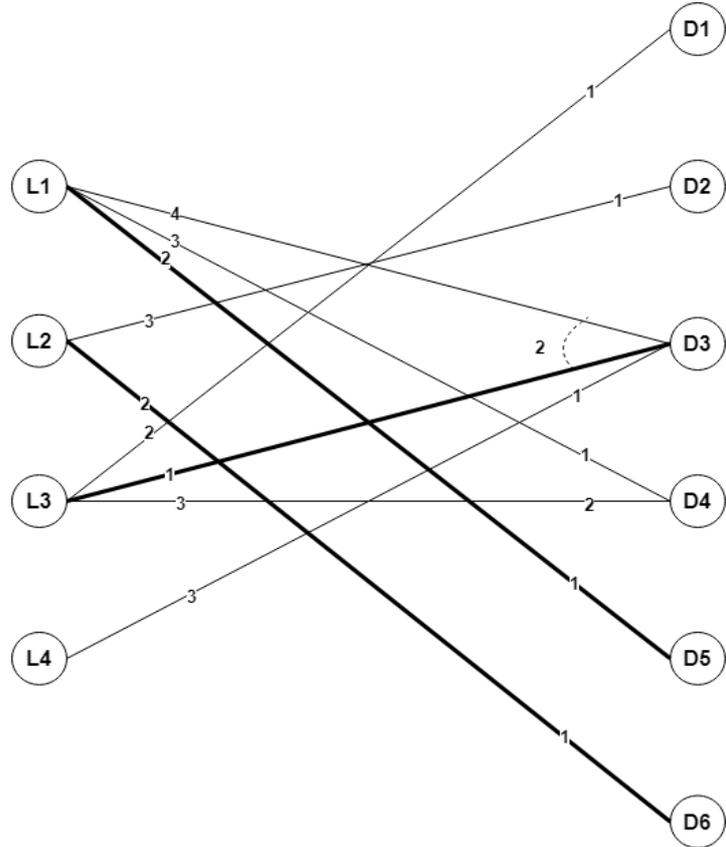
ativas, eles voltaram a propor. L1 propõe a D5 e D6. Como o L1 está dominado em D6, o emparelhamento L1D6 é removido.



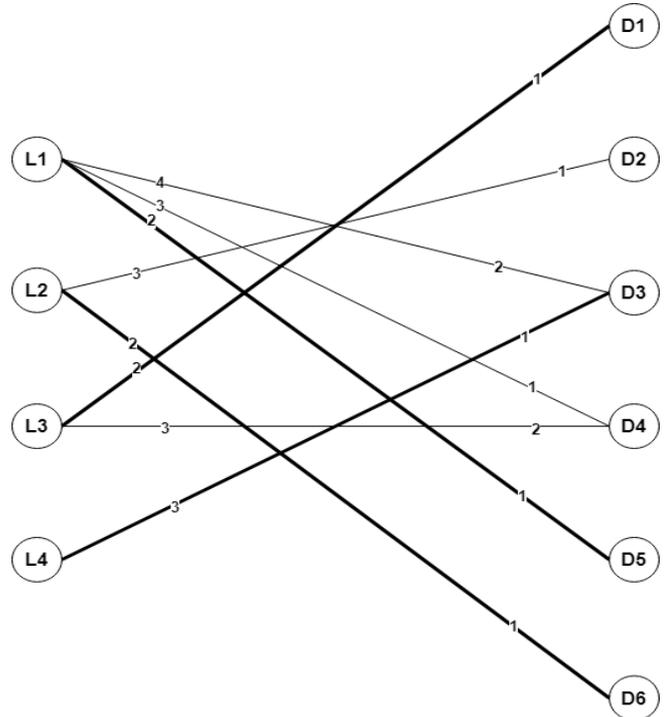
(m) Com a formação da conexão L1D5, o L3 fica dominado em D5, removendo assim a conexão L3D5.



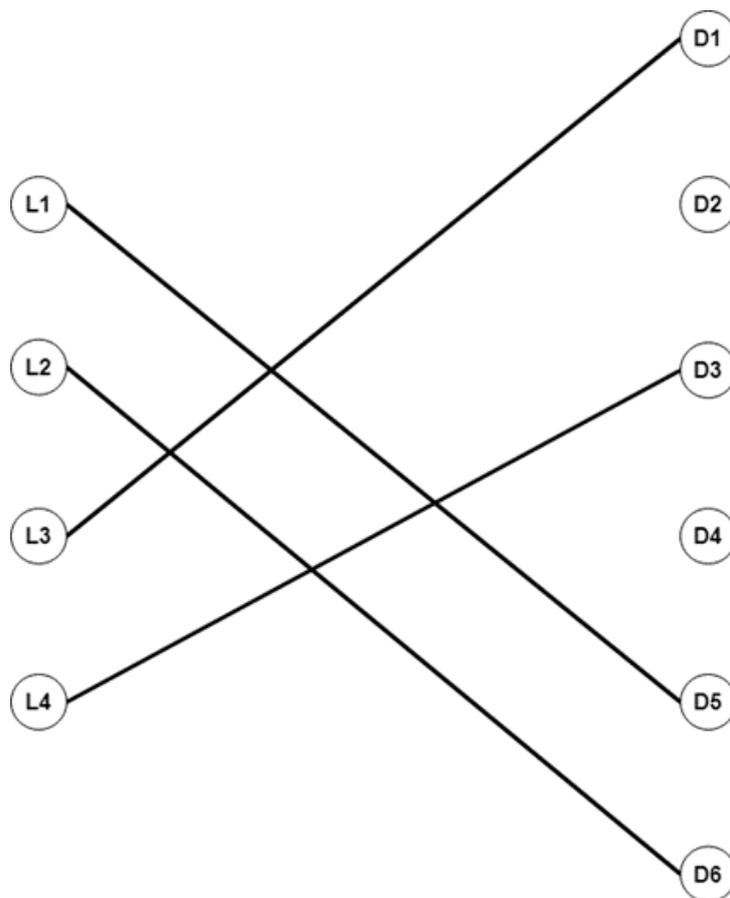
(o) L4 continua sem conexão, propõe conexão com D3. Com a formação dessa conexão, L3 torna-se dominado em D3, com isso, o par L3D3 é removido.



(n) L4 propõe conexão para o D6, mas o L4 está dominado em D6, com isso, o par é removido.



(p) L3 está sem conexão e volta a propor ao próximo elemento da sua lista, sendo D1. Ocorrendo assim, a formação da conexão L3D1.



Fonte: Autora (2023)

(q) Emparelhamento viável no grafo de associações final. Foi chamado o STRONG REJECT novamente e nenhuma conexão foi removida.

A técnica apresentada [Cseh et al. 2018] é utilizada aqui para realizar o emparelhamento. Os gráficos apresentados acima representam o passo a passo do algoritmo aqui apresentado, utilizando a entrada do problema e no final, obtendo o resultado do grau de emparelhamento do problema.

5.3.2 Avaliação de cenários

A fim de expandir a área de abastecimento e se aproximar mais ainda da realidade do problema, incluiu-se ao problema aqui tratado, a zona urbana de Caruaru-PE, que mesmo em escala menor, também sofre do mesmo problema de falta de água, necessitando também do abastecimento através de caminhões-pipa. A

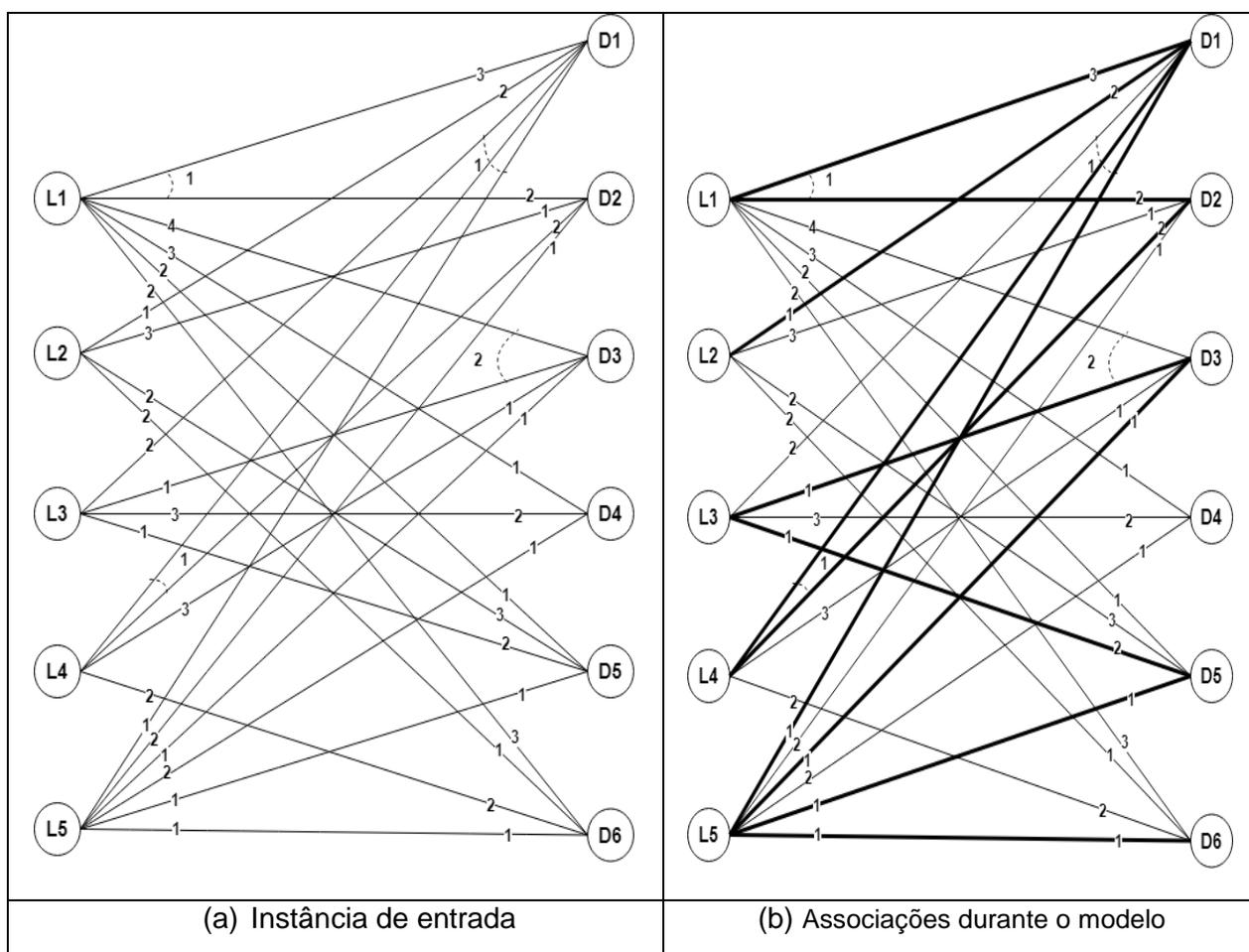
partir dessa mudança, repetiu-se o passo de coleta de dados para montar as listas de preferências e representar novamente através de gráficos o problema com o acréscimo da área urbana. Em seguida, rodou o problema no mesmo algoritmo onde obteve-se o resultado abaixo.

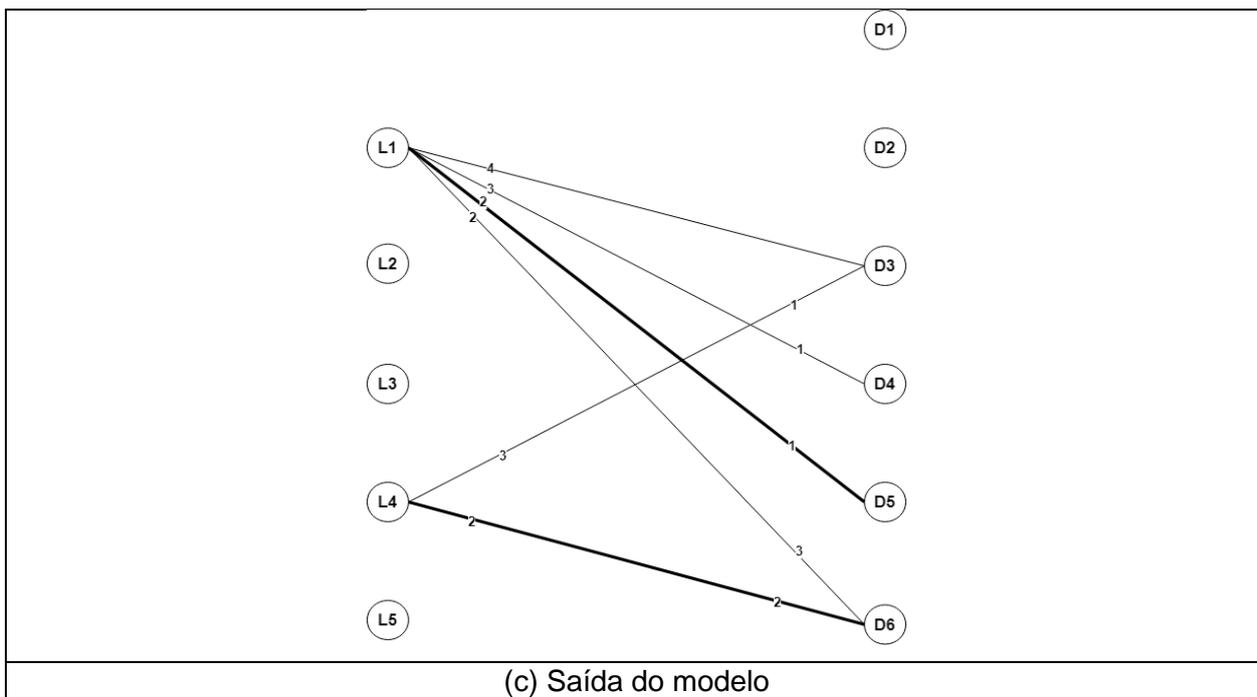
Tabela 3 Lista de preferência

	Distrito 1	Distrito 2	Distrito 3	Distrito 4	Área urbana
Preferências	(1,2),(5,6),4,3	1, (5,6), 2	(3,5), 1, 4	(1,2), 6, 3	(1,3,5,6), (2,4)
Categorização	Completa com indiferença	Incompleta com indiferença	Incompleta com indiferença	Incompleta com indiferença	Completa com indiferença

Fonte: A autora (2023)

Figura 17 Demonstração gráfica do algoritmo com a área urbana





Realizando uma análise em relação ao emparelhamento obtido no final do algoritmo com o acréscimo da zona urbana (L5) no modelo, foi possível observar que a alta preferência por essa região desestabilizou as conexões existentes no modelo devido às rejeições fortes do algoritmo, o que é uma realidade, onde todas as empresas buscam se dedicar ao máximo para supri-la, pelas facilidades oferecidas, pela visibilidade de mercado, pelo volume, localização e quantidades desejadas. Ainda, se faz necessário destacar que quanto menor for o número de emparelhamentos, o modelo é prejudicado, já que os fornecedores estão buscando garantir suas devidas conexões possíveis dentro de seus critérios. Da maneira como foi demonstrado, não é viável para ambas as partes envolvidas no problema a inclusão de uma área que é preferível por todos os envolvidos. Ocorreu a sobra de agentes em ambas as partes, saindo do algoritmo sem conexões ativas para todos os envolvidos.

A partir de uma comparação básica entre a saída do algoritmo com a inclusão da zona urbana no modelo com a problemática dos hospitais rurais, que já é um caso de estudo com diversos pontos levantados pela literatura do estudo, tem-se que é comum que hospitais localizados em zonas rurais sejam declarados como inaceitáveis por uma parcela considerável dos candidatos, fenômeno este que resulta em um grande número de hospitais que não

conseguem preencher todas as vagas ofertadas, gerando um déficit no emparelhamento, o mesmo que aconteceu no cenário aqui proposto.

Em busca de se garantir a estabilidade de tal problemática, se fez necessário buscar por alternativas para obtenção de um resultado satisfatório para o modelo. A partir da comparação feita com o problema dos hospitais rurais, foi possível assumir o que tal estudo já apresenta como resultado, onde nos informa que não adianta realizar a troca do algoritmo para resolução do problema, continuando na mesma situação.

Em seguida, partiu-se para a próxima tentativa de resolução de tal problema. Tendo como base o artigo “Using an optimization model to support small sewing companies: a case study in a Brazilian textile cluster. *Research Journal of Textile and Apparel.*”, (Leão, J., de Sousa Pereira & Cavalcanti, 2023), desenvolvido também pela própria autora. Se trouxe a ideia do artigo que propõe uma melhoria da correspondência partindo de resultados de otimização e da correspondência estável.

No artigo, foi desenvolvido o processo de melhoria através da otimização dos resultados encontrados, já aqui, busca-se atingir essa melhoria do modelo através da própria correspondência estável. Tal melhoria é feita a partir da:

- Remoção de algumas relações inativas em cada rodada do algoritmo;
- Pequenas mudanças de opiniões em situações de incomparabilidade, indiferença ou quando a diferença nas avaliações é pequena.

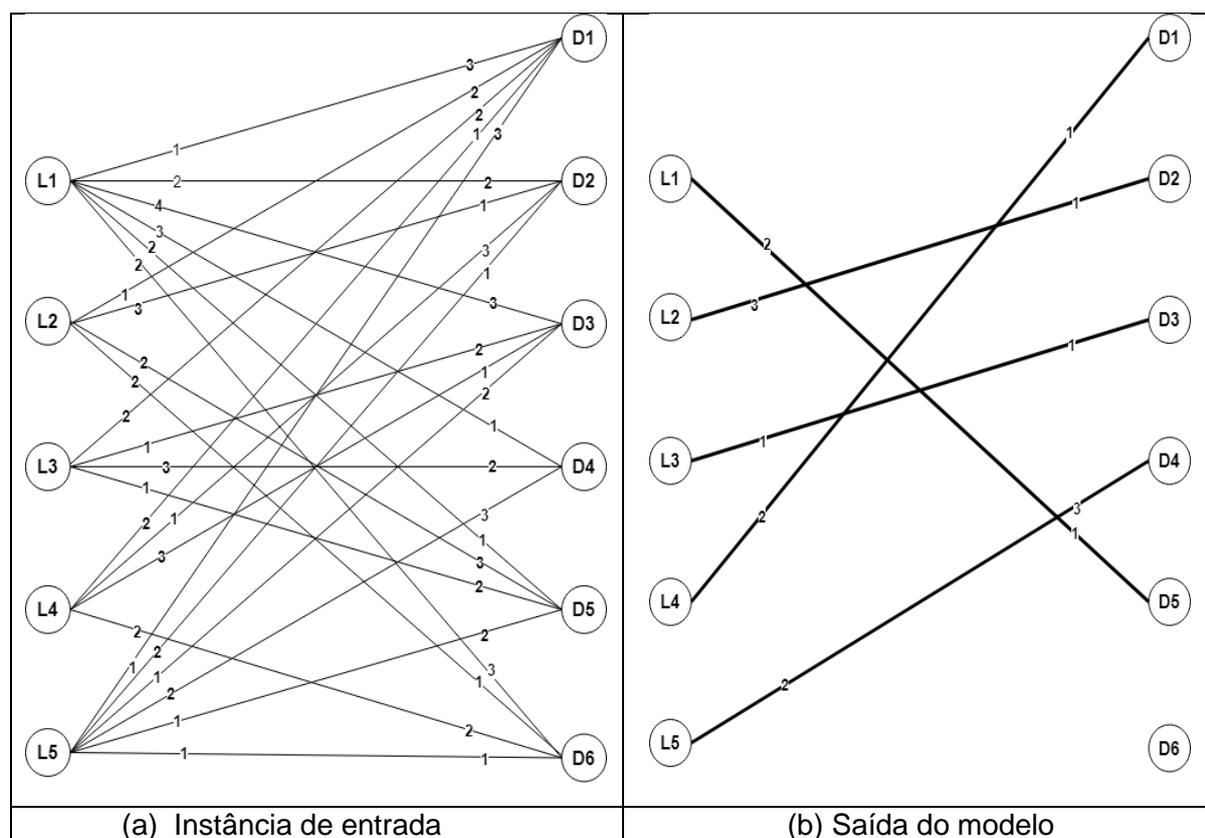
É válido destacar que o objetivo principal de tal ação não é convencer que a sugestão dada é uma avaliação melhor individualmente, mas sim, a ideia de melhorar o acordo global entre os envolvidos, conseqüentemente, beneficiando a todos.

A partir de tal base para apoiar a avaliação desse cenário, foi apresentado aos participantes do estudo que com o acréscimo da zona urbana ao problema, os mesmos sairiam prejudicados no modelo devido a priorização dada para o atendimento de tal região, onde também foi passado para as empresas fornecedoras que com tal ação, também sairiam prejudicados, atingindo uma quantidade de emparelhamentos menor, a fim de garantir tal atendimento. Com isso, foram orientados a nesse caso de se acrescentar a área urbana ao modelo, os mesmos deveriam flexibilizar mais suas listas de preferência, seguindo seus critérios, para garantirem resultados melhores, sem serem prejudicados pelo acréscimo da área urbana. É válido destacar que é apenas uma orientação aos envolvidos, diante da

situação exposta, mas que todos os participantes são livres para tomarem suas decisões. Com isso, novas listas de prioridade foram criadas para esse caso, reduzindo assim o número de indiferenças em suas listas de preferência.

Com isso, o modelo agora sofreu as mudanças necessárias, onde podemos observar que apenas alguns dos participantes modificaram as posições de suas listas de preferências. Em seguida, o algoritmo foi colocado para rodar novamente, seguindo tais modificações.

Figura 18 Teste com a aplicação da melhoria da correspondência

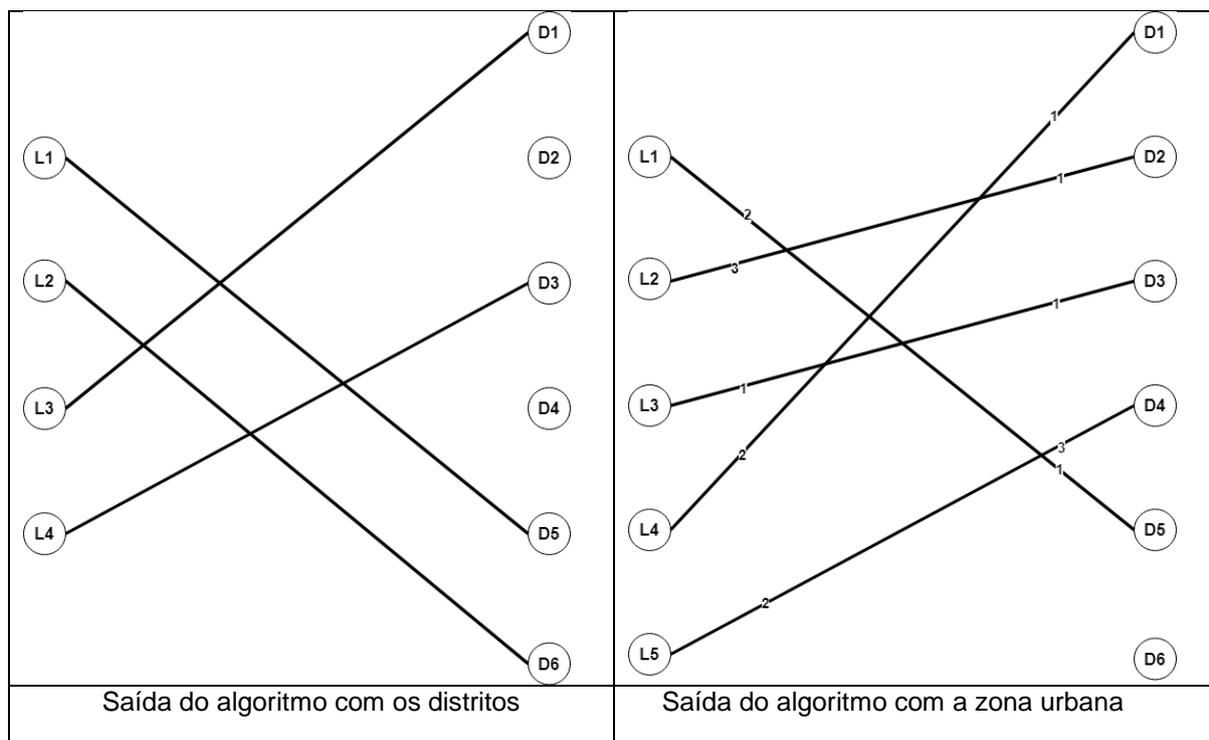


Fonte: A autora (2023)

Com a saída do algoritmo foi possível observar que se atingiu um grau de estabilidade desejável, associado a uma satisfação de ambas as partes do problema, onde conseguiram estar associados a suas escolhas. Com isso, podemos concluir que mudanças simples ao algoritmo permitem alcançar resultados mais satisfatórios, claro que com embasamentos do modelo e adaptações coerentes à realidade.

5.3.3 Comparação das saídas do modelo

Figura 19 Teste com o algoritmo do modelo de hospitais rurais



Fonte: A autora (2023)

Realizando uma comparação entre os dois resultados obtidos, podemos considerar que o resultado obtido foi bastante satisfatório, pois na rodada original do algoritmo, tivemos uma solução de estabilidade considerada eficiente para todos os envolvidos no problema. Por outro lado, com o acréscimo de uma região que naturalmente tende as fornecedoras terem uma prioridade maior pela mesma, foi possível se contornar tal vantagem sem que os envolvidos se sentissem lesados, gerando assim, um emparelhamento satisfatório para ambas as partes, mesmo que com pares distintos, mas atendendo às suas preferências, já que o único que se manteve foi o par (L1D5), comprovando para nós a força da estabilidade que carrega.

6 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou um modelo com base em técnicas de emparelhamento estável em uma situação de seleção de fornecedores e receptores de água potável de regiões da zona rural do município de Caruaru-PE, através de caminhões-pipa. É fundamental destacar que os objetivos desta questão são extrapolar as informações aqui apresentadas e gerar base e percepções para melhorar esse processo.

O método apresentado neste artigo é útil por ser uma boa opção para ser utilizado em uma estrutura de preferência mais geral, uma vez que suporta empates, indiferenças e, sobretudo, incomparabilidade. No processo de otimização, as informações sobre a correspondência e o processo de decisão do grupo ajudam a compreender as características da correspondência final. É recomendado implementar este método para outras aplicações, usando uma abordagem de super estabilidade em casos mais rígidos.

Durante o estudo surgiram algumas limitações, como a falta de informações mais concretas e detalhadas sobre as atuais distribuições, bem como o seu processo de formação no município. Falta de informação acerca da localização específica desses locais, já que os endereços disponibilizados chegaram de forma mais geral. Desse modo, as localizações tiveram que ser encontradas de maneira geral e manualmente no mapa por meio do conhecimento dos funcionários de onde estaria localizada determinados distritos. Outra limitação do trabalho se deve ao fato da limitação do espaço de atuação de abrangência.

Como proposta para estudos futuros, pode-se realizar avaliações de novas estratégias práticas e funcionais para obtenção dos dados. Sugere-se considerar mais cenários, outras definições de parâmetros, estudar outros conjuntos de localidades rurais candidatas ao recebimento do serviço ofertado pelas empresas e outros fatores que sejam julgados como importantes para se obter a solução eficiente o problema.

REFERÊNCIAS

Almeida, L. Q. D. (2010). Vulnerabilidades socioambientais de rios urbanos: bacia hidrográfica do rio Maranguapinho. Região Metropolitana de Fortaleza, Ceará.

ALVARES, C. A.; STAPE, J. L.; SENTELHAS, P. C.; GONÇALVES, J. L. M.; SPAROVEK, G. 2014. Köppen's climate classification map for Brazil. Meteorologische Zeitschrift, v. 22, p. 711-728.

ANA, A. (2012). A questão da Água no nordeste / centro de gestão e estudos estratégicos, agência nacional de Águas. – Brasília, df. x, 16.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8160: Sistemas prediais de esgoto sanitário - Projeto e execução. Rio de Janeiro, 1997. BALDASSIN, Paula. Saneamento basico no brasil. Disponível em: . Acesso em: 08 jan. 2023.

BRASIL. Lei 9.984, de 17 de julho de 2000. Dispõe sobre a criação da Agência Nacional de Águas – ANA e de coordenação do Sistema Nacional de Gerenciamento de Recursos Hídricos. In: Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Brasília, DF, 17 jul. 2000. Disponível em: < http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/l9984.htm>. Acesso em: 10 março 2023.

Cavdur, F., Sebatlı, A., & Küçük, M. K. (2019). A group-decision making and goal programming-based solution approach for the student-project team formation problem. Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 34(1), 505-521.

CARUARU. In: WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2023. Disponível em: <<https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Caruaru&oldid=65462829>>. Acesso em: 11 mar. 2023.

CARVALHO, A.M. Qualidade da água distribuída pelos caminhões-pipa para consumo humano. 2015. In: XIX Exposição de Experiências Municipais em Saneamento. Poços de Caldas, MG.

COSTA, P. P. d. Teoria dos grafos e suas aplicações. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2011.

Cseh, Á., & Juhos, A. (2018). Pairwise preferences in the stable marriage problem.

David Gale e Lloyd Stowell Shapley. College Admissions and the Stability of Marriage. American Mathematical Monthly, 69(1):9–15, 1962.

Dora, D. D. (2020). Acesso à Água a Saneamento para Enfrentar a Covid-19 no Brasil. Disponível em <https://artigo19.org/wp-content/blogs.dir/24/files/2020/12/Acesso-a-agua-esaneamento-para-enfrentar-a-Covid-19-no-Brasil.pdf>

de Vasconcelos, T. R. S., Fontana, M. E., & Leão, J. (2020, November). Group Decision Model for Logistic Performance Analysis: a parallel between contracting and outsourced companies. In 2020 International Conference on Decision Aid Sciences and Application(DASA) (pp.1149-1154).

Farah, O. E., Cavalcanti, M., & Marcondes, L. P. (2020). *Empreendedorismo estratégico: criação e gestão de pequenas empresas*. Cengage Learning.

Feuerwerker, L. C. M., & Sena, R. (2004). A construção de novos modelos acadêmicos, de atenção à saúde e de participação social. *Brasil. Ministério da Saúde. Secretaria de Gestão do Trabalho e da Educação na Saúde. Departamento de Gestão da Educação na Saúde. Projeto-Piloto da VER-SUS Brasil: vivências e estágios na realidade do Sistema Único de Saúde do Brasil. Brasília*, 149-178.

GIL, Antonio Carlos. Como elaborar projetos de pesquisa. 4 ed. São Paulo: Editora Atlas, 2002.

HELLER, L.; CASTRO, J. E. (Org.). Política pública e gestão de serviços de saneamento. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2013. 567 p.

HELLER, L. Concepção de instalações para o abastecimento de água, In: HELLER, L.; PÁDUA, V. L. (Org.). Abastecimento de água para consumo humano. 2. ed. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2010a. 2v, cap. 2. p. 65-106.

Hoppen, L. C. A. C. Emparelhamento em Grafos e Generalizações, (2015).

Irving, R. W., Manlove, D. F., & Scott, S. (2003, February). Strong stability in the hospitals/residents problem. In Annual Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science (pp. 439-450). Springer, Berlin, Heidelberg.

Iwama, K., & Miyazaki, S. (2008, January). A survey of the stable marriage problem and its variants. In International conference on informatics education and research for knowledge-circulating Society (ICKS 2008) (pp. 131-136). IEEE

Leão, J., de Sousa Pereira, L., & Cavalcanti, M. L. X. D. H. (2023). Using an optimization model to support small sewing companies: a case study in a Brazilian textile cluster. *Research Journal of Textile and Apparel*.

Lindsell, C. J., Stead, W. W., & Johnson, K. B. (2020). Action-informed artificial intelligence—matching the algorithm to the problem. *Jama*, 323(21), 2141-2142.

Magagnin, R. C. (2008). *Um sistema de suporte à decisão na internet para o planejamento da mobilidade urbana* (Doctoral dissertation, Universidade de São Paulo).

Manlove, D. (2013). Algorithmics of matching under preferences (Vol.2). World Scientific

Miranda, A. B. (2021). Saneamento básico em comunidades carentes e sua relação com a vida da mulher: estudo de caso da Comunidade da Sharp/Manaus-AM.

MOTA, M. V. G. D. S. (2022). *Utilização de modelos de programação linear inteira mista para determinação de nucleações escolares no município de Caruaru-PE* (Bachelor's thesis).

NEY, O. F. (2019). O reúso de água e o seu contexto na gestão administrativa dos recursos hídricos nas agroindústrias do município de Sousa/PB.

Oszlak, O. (1982). Políticas públicas e regimes políticos: reflexões a partir de algumas experiências latino-americanas. *Revista de Administração Pública*, 16(1), 17-a.

Oliveira, R. C. D. J. B. (2018). Envelhecimento da população brasileira: Conceito, Legislação e Políticas Públicas em destaque o programa Cidade Madura do Governo Estadual da Paraíba.

Pinto, P. D., Almeida, A. M., Netto, M. P. F., Marchioni, A. (2013). A Água como um Direito Fundamental e seu Conteúdo Real Sob a Perspectiva dos Ordenamentos Jurídicos Internacional, Brasileiro e Alagoano. *Revista Eletrônica do Mestrado em Direito da UFAL*, 1, 14-40. Disponível em <https://www.seer.ufal.br/index.php/rmdufal/article/view/324> Acesso em 01/03/2023.

Reymão, A. E., & Saber, B. A. (2009). Acesso à água tratada e insuficiência de renda. Duas dimensões do problema da pobreza no Nordeste brasileiro sob a óptica dos Objetivos de Desenvolvimento do Milênio. *Revibec: revista iberoamericana de economía ecológica*, 12, 1-15.

Robert W. Irving. Stable Marriage and Indifference. *Discrete Applied Mathematics*, 48(3):261–272, 1994.

SANTANA, R. A. et al. Assessing alternatives for meeting water demand: A case study of water resource management in the Brazilian Semiarid region. *Utilities Policy*, v. 61, p. 100974, 2019.

Santana, V. L., Arsky, I. D. C., & Soares, C. C. S. (2011). Democratização do acesso à água e desenvolvimento local: a experiência do Programa Cisternas no semiárido brasileiro. *Anais do I circuito de debates acadêmicos*.

Silva Filho, J., & Morais, D. (2019). Negotiation protocol based on ordered weighted averaging and Fuzzy metrics. *Journal of Organizational Computing and Electronic Commerce*, 29(3), 190-208.

Vaish, R., Misra, N., Agarwal, S., & Blum, A. (2016, May). On the computational hardness of manipulating pairwise voting rules. In *Proceedings of the 2016 International Conference on Autonomous Agents & Multiagent Systems* (pp. 358-367).

Veskioja, T., & Vöhandu, L. (2004, April). Majority Voting in Stable Marriage Problem with Couples. In *ICEIS (2)* (pp. 442-447).

Vieira, L. F. S. M. (2018). Modelo de otimização para distribuição de água por meio de caminhões.

GLOSSÁRIO

Aceitação. Dizemos que p é um agente aceitável para outro agente q se e somente se p pertence à lista de preferências de q ; caso contrário, dizemos que p é inaceitável para q . Dizemos que um par de agentes (p, q) é um par aceitável se p é aceitável para q e q é aceitável para p . Caso contrário dizemos que (p, q) é um par inaceitável.

Emparelhamento. Um emparelhamento M é um conjunto de pares ordenados. Se um par (p, q) de agentes pertence a um emparelhamento, então p é parceiro de q e vice-versa. Denotamos por $M(m)$ o conjunto de agentes emparelhados a p em M .

Estabilidade do emparelhamento. Dizemos que um emparelhamento é estável se e somente se ele não possui um par bloqueante. Caso contrário, dizemos que ele é instável.

Indiferença. Dizemos que um agente p é indiferente entre um agente q e um agente q' , denotando por $q =_p q'$, se q e q' possuem a mesma preferência para p , isto é, ambos são igualmente bons para p .

Lista de preferências. Dado um agente p , chamamos de entrada um conjunto maximal de agentes tais que p é indiferente entre eles. A lista de preferências de um agente p mantém uma sequência de entradas tais que p prefere a entrada mais à esquerda, isto é, é uma lista decrescente das preferências de p .

Melhor/pior agentes. Dizemos que q é o melhor agente para p se não existe um agente q' tal que $q' >_p q$. Dizemos que q é o pior agente para p se não existe um agente q' tal que $q >_p q'$.

Par estável. Um par de agentes (p, q) é um par estável se e somente se (p, q) pertence a algum emparelhamento estável. Dizemos também que p é um parceiro estável de q e vice-versa.

Remoção. Dizemos que um par de agentes (p, q) é removido por um algoritmo quando o agente p é removido da lista de preferências do agente q e q é removido da lista de p .

ANEXO A - 1ª distrito

LOCALIZAÇÃO	Demanda de caminhão pipa por local
Taguara de cima	10
Sítio Cipó	16
Pitombeira	10
Campo novo	10
Vasco	20
Pau Santo	71
Lagoa do Paulista	2
Cajazeiras	1
Agreste de Pau Santo	11
Gravatá Açú	7
Murici	22
Lajedo do Cedro	146
Pé de serra	6
Taguara de baixo	5
Alecrim	12
Barra de Taguara	2
Brejo novo	16
Capivara	20
Encanto	19
Fazenda mirim	7
Preguiça	29
Pé de Serra de São Francisco	20
Peladas	137
Terra Vermelha	3
TOTAL	602

Fonte: Autora (2023)

ANEXO B - 2º Distrito

LOCALIZAÇÃO	Demanda de caminhão pipa por local
Carneirinho	55
Lages	46
Pitombeira de tabocas	6
Dois Riachos	99
Jacaré grande	33
Santa Maria	34
Malhada de barreiras Queimadas	5
Carapotós	42
Caraibeiras	135
Caldeirão	66
Palmatória	164
Patos	16
Lagoa rosada	18
Riacho Doce	144
Assent. Macambira	3
Baixo de Itaúna	3
Barreira de Queimadas	7
Cachoeira de Tabocas	11
Cachoeira seca	54
Caldas	15
Contendas	20
Dois Riachos	99
Itaúna	44
Juá	99
Juriti	29
Lajedo preto	17
Poços	11

Rafael	121
Queimada do Uruçu	59
Vila Canaã	2
TOTAL	1457

Fonte: Autora (2023)

ANEXO C - 3ª Distrito

LOCALIZAÇÃO	Demanda de caminhão pipa por local
Riachão	126
Serra Verde	355
Sagui	89
Antas	53
Lagoa Salgada	84
Guaribas	34
Malhada de pedra	104
Gonçalves ferreira	34
Riacho do Veado	145
Serra velha	139
Azevem	3
Barbatão	56
Serra dos Pintos	49
Zumbá	58
TOTAL	1329

Fonte: Autora (2023)

ANEXO D - 4ª Distrito

LOCALIZAÇÃO	Demanda de caminhão pipa por local
Serrote dos Bois	552
Jiquirir	23
firmeza	61
Xique Xique	266
Lagoa de Pedra	131
Marimbondo	90
Japecanga	37
Normandia	11
Baraúnas	43
Lajedo de baixo	4
Cacimbinha	72
Cajazeiras	65
Capim	79
Fundão	24
Lagoa do Exú	82
Maria Clara	75
Baixo	11
Macaco	11
Xicuru	228
TOTAL	1865

Fonte: a Autora (2023)