UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

FRANCIELE DE OLIVEIRA CAMPÊLO

FRAÇÕES NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: análises das relações institucionais no livro didático utilizado na cidade de São João - PE

CARUARU
2023

FRANCIELE DE OLIVEIRA CAMPÊLO

FRAÇÕES NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: análises das relações institucionais no livro didático utilizado na cidade de São João - PE

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de licenciada em Matemática.

Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientador: Profº Dr. Edelweis José Tavares Barbosa

CARUARU

2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Campêlo, Franciele de Oliveira .
FRAÇÕES NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: análises das relações institucionais no livro didático utilizado na cidade de São João - PE / Franciele de Oliveira Campêlo. - Caruaru, 2023.
78 p. : il., tab.

Orientador(a): Edelweis José Tavares Barbosa
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Matemática - Licenciatura, 2023.

1. Frações. 2. Teoria Antropológica do Didático. 3. BNCC. 4. PCPE. 5. Livro didático. I. Barbosa, Edelweis José Tavares. (Orientação). II. Título.

370 CDD (22.ed.)

FRANCIELE DE OLIVEIRA CAMPÊLO

FRAÇÕES NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: análises das relações institucionais no livro didático utilizado na cidade de São João - PE

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Matemática - Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de licenciada em Matemática.

Aprovada em: 02 / 05 / 2023.

BANCA EXAMINADORA

_____

Profº Dr. Edelweis José Tavares Barbosa (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

_____

Profº Dr. Marcus Bessa de Menezes (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

_____

Profa. Ma. Lidiane Pereira de Carvalho (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

Ao **MEU DEUS**, pelo dom da vida.

A **José Emanuel Oliveira de Moraes**, meu filho amado.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a **Deus**, pelo dom da vida, por toda força, sabedoria e direção, pelas oportunidades acadêmicas e profissionais vivenciadas, por ter cursado Licenciatura em Matemática, curso que sempre sonhei cursar, sobretudo por ter vivido essa experiência na Universidade Federal de Pernambuco. Agradeço pelos meus amados, família, amigos, colegas, os quais Ele colocou em minha vida, que sempre me apoiaram e me fortaleceram.

A **José Emanuel Oliveira de Moraes**, meu filho amado, o qual me dá forças e por quem batalho. A **Fagner Oliveira de Moraes**, meu esposo e companheiro, que vive comigo meus sonhos e luta comigo diariamente. Agradeço também à minha família pelo carinho e por torcerem por mim na graduação e na vida, meus pais **Maria Kátia de Oliveira Campêlo** e **Francinaldo Campêlo**, os quais me direcionaram na vida, minhas irmãs, **Francelina de Oliveira Campêlo** e **Francilaine de Oliveira Campêlo** e minha sobrinha, **Sophia Emanuelly de Oliveira Moraes**. Obrigada família, por todo apoio. Vocês são minha base!

A todos os professores que fazem parte do corpo docente da Universidade Federal de Pernambuco no Campus Agreste, em especial, ao meu orientador Profº. Dr. **Edelweis José Tavares Barbosa**, por me acompanhar nessa trajetória. Edelweis foi meu docente orientador no PIBID, o qual fui bolsista, posteriormente, meu orientador no PIBIC, e agora, meu orientador no trabalho de conclusão de curso. Obrigada professor, por toda ajuda e orientações. Obrigada pelas parcerias!

À banca examinadora, pela disponibilidade e contribuição neste trabalho.

Agradeço, a todos que de alguma forma contribuíram para que eu obtivesse êxito nessa etapa da minha vida.

Não desampares a sabedoria, e ela te guardará; ama-a, e ela te protegerá (PROVÉRBIOS 4:6).

RESUMO

O trabalho insere-se no campo do ensino da matemática com conceitos intrínsecos à Teoria Antropológica do Didático (TAD), relacionada à Didática da Matemática. A TAD foi proposta por Chevallard e outros estudiosos. Dada a relevância de trabalhos pesquisando sobre o ensino da matemática e a abstração no ensino das frações, este trabalho buscou responder a: Como são caracterizadas as relações institucionais do saber frações no 6° ano do ensino fundamental no livro didático utilizado na rede municipal de ensino da cidade de São João - PE? Como caminho metodológico, este trabalho se caracteriza por ser uma pesquisa qualitativa. Além da pesquisa bibliográfica, a pesquisa documental também caracteriza o estudo. Nos documentos e no livro didático analisou-se a ecologia didática do saber. No livro didático também foram caracterizadas as praxeologias do saber, identificando os objetos ostensivos e não ostensivos que compõem as técnicas, as quais foram caracterizadas dentro das organizações praxeológicas encontradas nas tarefas propostas. Foram discutidas as evoluções que ocorreram com o saber frações no livro pesquisado. Os resultados demonstram a relação institucional que o saber frações tem com os documentos e com o livro didático analisados. Nos subtipos de tarefas analisados foi possível constatar as organizações praxeológicas. Assim, nota-se a relevância para o ensino do saber frações quanto a convergência do que norteiam os documentos educacionais e o que pode ser efetivado em sala de aula pelo professor.

Palavras-chave: Frações; Teoria Antropológica do Didático; BNCC; PCPE; Livro didático.

ABSTRACT

The work is inserted in the field of mathematics teaching with concepts intrinsic to the Anthropological Theory of Didactics (TAD), related to the Didactics of Mathematics. TAD was proposed by Chevallard and other scholars. Given the relevance of works researching on mathematics teaching and abstraction in the teaching of fractions, this paper sought to answer the: How are the institutional relations of knowing fractions in the 6th year of elementary school characterized in the textbook used in the municipal education network of the city of São João - PE? As a methodological path, this work is characterized as a qualitative research. In addition to bibliographic research, documentary research also characterizes the study. In the documents and in the textbook the didactic ecology of knowledge was analyzed. In the textbook the praxeologies of knowledge were also characterized, identifying the ostensive and non-ostensive objects that compose the techniques, which were characterized within the praxeological organizations found in the proposed tasks. The developments that occurred with the knowledge of fractions in the researched book were discussed. The results show the institutional relationship that the knowledge of fractions has with the documents and the textbook analyzed. In the analyzed subtypes of tasks it was possible to verify the praxeological organizations. Thus, the relevance of the convergence between the educational documents and what can be done in the classroom by the teacher is noted.

Keywords: Fractions; Anthropological Theory of Didactics; BNCC; PCPE; Textbook.

SUMÁRIO

1	**INTRODUÇÃO……**	**10**
2	**NOÇÕES SOBRE A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO….**	**13**
3	**FRAÇÕES: PESQUISAS ACADÊMICAS E ORIENTAÇÕES CURRICULARES……**	**17**
3.1	FRAÇÕES NO CONTEXTO DE PESQUISAS ACADÊMICAS…….	17
3.2	ORIENTAÇÕES CURRICULARES DA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR E DOS PARÂMETROS CURRICULARES DE PERNAMBUCO SOBRE O SABER FRAÇÕES PARA O 6° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL……..……	21
4	**A INSTITUIÇÃO LIVRO DIDÁTICO…….**	**26**
5	**METODOLOGIA……**	**28**
6	**ANÁLISES DOS DADOS……**	**30**
6.1	ANÁLISES DAS TAREFAS ENCONTRADAS NA INSTITUIÇÃO LIVRO DIDÁTICO DO 6° ANO……	30
7	**CONSIDERAÇÕES……**	**75**
	REFERÊNCIAS……	**77**

1 INTRODUÇÃO

Desde o início do curso me perguntei como os saberes eram construídos e mediados em sala de aula. Atrelado a esses questionamentos, sempre busquei entender quais as possíveis relações do professor com o saber, do aluno com o saber e/ou do saber com o livro didático. Buscando respostas às minhas inquietações, cursei a eletiva Didática da Matemática, no segundo período da graduação. Com o surgimento de outras indagações, desenvolvi pesquisas em 2020-2021 sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático (TAD), como bolsista do Programa de Iniciação Científica – PIBIC (2020/2021 da UFPE). No PIBIC, o olhar da pesquisa alcançou documentos que regem a educação, a prática do professor em sala de aula e a análise do livro didático como uma das ferramentas do trabalho pedagógico.

As pesquisas que têm sido realizadas ao longo do curso mostram-se como forma de responder às indagações que têm surgido no processo da graduação. De acordo com o envolvimento com a TAD e com alguns dos dados obtidos na pesquisa realizada para o PIBIC, principalmente quanto ao uso do livro didático, resolvi continuar pesquisando com e sobre a TAD no trabalho de conclusão de curso. Nesta pesquisa, diferente da pesquisa do PIBIC, voltei o meu olhar para o livro didático, instituição que avalio estar diretamente ligada com o processo de formação e construção do saber. Dessa forma, destaca-se a relevância desta pesquisa, sendo as instituições lugares em que os saberes escolares estão postos e são moldados para que sejam trabalhados em sala de aula.

Esta pesquisa se insere no campo do ensino da matemática e corresponde a uma proposta de investigações no livro didático de matemática do 6º ano do ensino fundamental utilizado na rede municipal da cidade de São João - PE. Serão tratados conceitos ligados à Didática da Matemática, os quais, dentre outros, tratam do estudo dos processos de transmissão, transformação e aquisição de conteúdos matemáticos. Observa-se, a partir do que descreve Chevallard (1991) sobre a Didática da Matemática ter como principal foco o homem ensinando e aprendendo matemática; sobre tal entendimento, o que está em questão neste estudo é como os conceitos matemáticos são postos para serem mediados.

Almouloud (2015) destaca a relevância dos resultados obtidos nas pesquisas em Didática da Matemática, de acordo com o autor, esses resultados apresentam avanços significativos quanto à identificação e quanto à compreensão dos fenômenos que influenciam o curso do ensino e da aprendizagem dos conceitos matemáticos. Nesta pesquisa, serão

trabalhados os conceitos sobre o objeto de saber matemático *frações* no 6° ano do ensino fundamental. Precisamente, serão caracterizadas as praxeologias do saber no livro didático utilizado em uma rede municipal de ensino.

Diante da grande complexidade abstrata dos conceitos matemáticos referentes ao ensino e a aprendizagem das frações, este trabalho buscou responder ao seguinte questionamento: *Como são caracterizadas as relações institucionais do saber frações no 6° ano do ensino fundamental no livro didático utilizado na rede municipal de ensino da cidade de São João - PE?* A complexidade no ensino e na aprendizagem dos conceitos relacionados às frações é comentada, dentre outros trabalhos, por Leão (2019), Lopes (2020) e Coelho (2021).

Buscando responder ao questionamento acima, será analisado o livro didático da rede municipal da cidade e espera-se que sejam caracterizadas as praxeologias sobre o saber frações no livro didático, identificando se existem e quais são as técnicas, as tecnologias e as teorias dos tipos de tarefas propostos pelo manual. O trabalho tem como objetivo geral: Caracterizar as relações institucionais do saber frações no 6° ano do ensino fundamental no livro didático utilizado na rede municipal de ensino da cidade de São João - PE.

Para atingir o objetivo geral, foram delineados como objetivos específicos: identificar a ecologia didática do saber no 6º ano do ensino fundamental nas instituições pesquisadas: livro didático, Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (2017) e Parâmetros Curriculares de Pernambuco (PCPE) (2012); caracterizar as praxeologias do saber frações no livro didático pesquisado; identificar os objetos ostensivos e não ostensivos que compõem as técnicas, as quais foram caracterizadas dentro das organizações praxeológicas encontradas no livro didático; e, por fim, discutir as evoluções que ocorreram com o saber frações no livro pesquisado.

Este trabalho se caracteriza por ser uma pesquisa qualitativa. Além da pesquisa bibliográfica, a pesquisa documental também caracteriza o estudo. Os resultados encontrados foram traduzidos sob o olhar da TAD. Foram realizadas pesquisas na BNCC, nos PCPE e no livro didático. Nos documentos educacionais foi caracterizada a ecologia didática do objeto de saber, no livro didático foram descritas as praxeologias do saber frações no 6º ano do ensino fundamental. Também foram analisadas as evoluções que ocorreram com o saber nas tarefas analisadas e se o livro didático utilizado na rede municipal está consoante os documentos norteadores.

Este trabalho foi dividido em cinco capítulos. O primeiro capítulo aborda as noções sobre a TAD que precisam ser explicitadas para a compreensão dos resultados. O segundo capítulo traz como o saber frações foi trabalhado em outras pesquisas acadêmicas e o que os documentos educacionais aqui pesquisados preconizam sobre o ensino e a aprendizagem do saber. O terceiro capítulo traz considerações sobre o livro didático, devido ser este o principal instrumento de resultados desta pesquisa. No quarto capítulo foi exposto o método utilizado no trabalho para que fosse possível alcançar o que foi proposto no objetivo geral e nos objetivos específicos. O quinto capítulo aborda os resultados da pesquisa realizada no livro didático, resultados acompanhados de figuras e traduzidos pelas organizações praxeológicas em quadros. Por fim, serão apresentadas considerações acerca do trabalho.

2 NOÇÕES SOBRE A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Neste capítulo serão abordadas noções sobre a TAD, as quais são essenciais para o levantamento dos dados e a compreensão dos resultados encontrados. Objetivando *Caracterizar as relações institucionais do saber frações no 6° ano do ensino fundamental no livro didático utilizado na rede municipal de ensino da cidade de São João - PE*, este trabalho aborda noções como: *habitat*, *nicho*, *instituições*, *relações institucionais*, *objeto*, *tarefa*, *técnica*, *tecnologia*, *organização praxeológica* (noções essas intrínsecas à TAD).

A TAD foi desenvolvida por Chevallard e outros estudiosos, em 1992, surgindo da extensão das Noções sobre a Transposição Didática (TD)[1], ambas estão inseridas no campo da Didática da Matemática. "A TAD define a *didática* como *a ciência das condições e restrições da difusão social das praxeologias*. Assim, a didática *da matemática* é a ciência das condições e restrições da difusão social das *praxeologias matemáticas* [...]" (CHEVALLARD, 2009, p. 5, grifos do autor).

Chevallard apresentou como noções fundamentais da TAD: os *objetos*, a *relação pessoal*, a *pessoa* e as *instituições*. A primeira noção fundamental, a de *objeto*, presume que objeto "[...] é qualquer entidade, material ou imaterial, *que existe para pelo menos um indivíduo*. Tudo é, portanto, um objeto, incluindo pessoas" (CHEVALLARD, 2003, p. 1, grifos do autor). O autor nota o *objeto* pela letra O. Neste trabalho foi considerado como objeto o saber frações no 6º ano do ensino fundamental.

Esta primeira noção fundamental sobre o *objeto* torna-se relevante para a compreensão da segunda noção fundamental, a de *relação pessoal*. A *relação pessoal* de um indivíduo *X* com o objeto *O* é denotada pelo par $R(x, o)$. O indivíduo *X* manipula, usa, fala de *O*. *O* existe para *X* se a relação pessoal de *X* com *O* não for vazia. Em símbolos, essa relação é denotada por $R(x ; o) \neq \varnothing$ (CHEVALLARD, 2003).

A terceira noção fundamental, a de *pessoa*, indica que a pessoa é formada pelo indivíduo *X* e por suas relações pessoais com o sistema $R(x, o)$ em um certo momento da história de *X*. Com o tempo o sistema das relações pessoais de *X* evolui, assim, objetos que existiam passam a não existir e objetos que não existiam, passam a existir. A *pessoa* muda, as relações pessoais de *X* mudam, mas o *indivíduo* permanece invariável. O conjunto de objetos

[1]A Transposição Didática (TD) estuda as transformações que ocorrem com o saber até que esse se torne saber a ser ensinado.

com os quais o indivíduo mantém as relações pessoais é chamado de Universo Cognitivo, em símbolos U(x) = { (o, R(x ; o)) / R(x ; o) ≠ ∅ } (CHEVALLARD, 2003, grifos do autor).

A quarta noção fundamental, a de *instituição*, é definida pelo autor como sendo um dispositivo "[...] social 'total', que pode admitir ter apenas uma extensão muito limitada em espaço social, mas que permite – e impõe – a sujeitos, ou seja, às pessoas *x* que venham ocupar os diversos cargos *p* oferecidos em *I*, o pôr em jogo de *modos próprios de fazer e de pensar*" (CHEVALLARD, 2003, p. 2, grifos do autor). Logo, as instituições são lugares que fomentam aprendizagens. Como exemplos de instituições podem ser citadas aqui: a escola, a classe escolar, o âmbito familiar, livros didáticos, dentre outras. Neste trabalho serão tratadas como instituições livros didáticos e documentos que norteiam o processo educativo.

Diante do esboçado até aqui sobre os objetos e os indivíduos, deriva a *relação institucional*. Chevallard (2003, p. 2-3) diz que: "[...] dado um objeto *o*, uma instituição *I* e uma posição *p* em *I*, chamamos *relação institucional* com *o* na posição *p*, e denotamos R_I (*p*, *o*), a relação com o objeto *o* que deve ser, idealmente, a dos sujeitos de *I* na posição *p*". Sendo *x* um bom sujeito *de I* na posição *p*, essa relação será denotada por $R(x, o) \cong R_I(p, o)$, o símbolo ≅ nomina a conformidade da relação pessoal de *x* à relação institucional na posição *p* (CHEVALLARD, 2003, grifos do autor).

O *universo cognitivo da posição p de I*, é simbolizado por $U_I(p) = \{ (o, R_I(p, o)) / R_I(p, o) \neq \emptyset \}$. Consequentemente, por extensão tem-se também o universo cognitivo de *I*, $U(I) = \cup p U_I(p)$. Particularmente, se existe uma posição *p* de *I* tal que $R_I(p, o) \neq \emptyset$, diz-se que *I* conhece *o*. Para diversos objetos *o*, existe $R_I(p, o) = \emptyset$. Diante disto, sujeitos de *I* na posição *p* não precisam conhecer *o* (CHEVALLARD, 2003, grifos do autor).

O autor afirma que "[...] *qualquer* atividade humana regularmente realizada pode ser subsumida em um *único modelo*, que é resumido aqui pela palavra *praxeologia* [...]" (CHEVALLARD, 1998, p. 1, grifos do autor). A praxeologia descreve a relação institucional do objeto de saber e carrega consigo as noções de *tarefa* (*t*) e *tipo de tarefa* (*T*). As tarefas são expressas, geralmente, por um verbo, por exemplo: efetuar, calcular. As tarefas (*t*) são mais amplas e podem conter vários tipos de tarefas (*T*), os quais são mais específicos.

A praxeologia pontual[2], praxeologia relacionada a um único tipo de tarefa (*T*), é denotada pelo quarteto [*T*/τ/θ/Θ]. A realização de uma *tarefa* (*t*) é efetuada por uma *técnica* (*τ*). A *técnica* (τ) é justificada por uma *tecnologia* (θ). A *tecnologia* (θ) é explicada por uma *teoria* (Θ). Nasce assim o bloco prático [*T*, τ] relacionado ao fazer e o bloco teórico [θ, Θ] relacionado ao saber [θ, Θ]. A construção de uma praxeologia na sala de aula é comentada por Kluth e Almouloud (2018):

> O objeto de estudo, como por exemplo: um tema de estudo matemático, deverá ser considerado em primeiro lugar como uma *realidade matemática* que pode ser construída em uma aula de matemática onde estudar-se-á o tema. Este estudo caracteriza-se como uma praxeologia matemática ou *organização matemática* (OM) e em segundo lugar a maneira pela qual o estudo do tema pode ser realizado, caracterizado como praxeologia didática ou *organização didática (OD)* (KLUTH; ALMOULOUD, 2018, p. 14-15).

Buscando contemplar um dos objetivos específicos proposto, a saber: *Identificar os objetos ostensivos e não ostensivos que compõem as técnicas, as quais serão caracterizadas dentro das organizações praxeológicas encontradas no livro didático*, serão tratados agora os conceitos de objetos ostensivos e de objetos não ostensivos. “Chamamos *ostensivos* aqueles objetos que têm para nós uma forma *material*, *sensível*, permanecendo não especificado. Um objeto material (uma caneta, uma bússola, etc.) é um objeto ostensivo [...]”. (CHEVALLARD, 1994, p. 4, grifos do autor). O autor cita que os objetos ostensivos têm como uma de suas características poderem ser manipulados.

Os objetos não ostensivos são conceituados pelo autor como sendo o oposto dos objetos ostensivos quanto à sua característica de poder ser manipulados: “ao contrário dos ostensivos, os *não-ostensivos* – ou seja, o que se costuma chamar de *noções*, *conceitos*, *ideias*, etc – não podem, a rigor, ser manipulados: só podem ser *evocados*, pela manipulação dos ostensivos associados [...]” (CHEVALLARD, 1994, p. 5, grifos do autor). Ao mesmo tempo em que o autor evidencia as nuances entre os objetos ostensivos e não ostensivos, Chevallard (1994) comenta a importância de um para o outro e, mais precisamente, o quão são evocados na prática da técnica:

> Qualquer técnica pressupõe a ativação de um complexo de objetos, alguns ostensivos (serão manipulados), outros não ostensivos (serão evocados). A manipulação dos ostensivos é regulada com a ajuda dos não-ostensivos em particular, e estes, inversamente, são evocados pelos ostensivos. Há,

[2]As praxeologias podem ser dos tipos: pontual, local, regional, global. Embora existam outros tipos de praxeologias, neste estudo buscou-se caracterizar as praxeologias pontuais das tarefas encontradas no livro didático pesquisado.

> portanto, *uma dialética necessária entre ostensivos e não-ostensivos* (CHEVALLARD, 1994, p. 5, grifos do autor).

Finalizando as noções associadas à TAD, será tratado agora o conceito de *ecologia didática*[3]. No seio da TAD, os estudos sobre a ecologia didática foram iniciados por Chevallard em 1994. A ecologia didática compreende dois conceitos, o conceito de *habitat* e o conceito de *nich*o. Estes conceitos são comentados por Almouloud (2015) como sendo: "[...] o ***habitat*** que significa o lugar onde o objeto vive e ambiente conceitual desse objeto de saber, e o ***nicho*** que se refere à função desse objeto no sistema de objetos com os quais interage" (ALMOULOUD, 2015, p. 15, grifos do autor).

[3]A ecologia didática compreende os conceitos de habitat e de nicho do objeto de saber em instituições. Para saber mais sobre a ecologia didática, leia: NOVAES, Diva Valério; DE QUEIROZ, Cileda; COUTINHO, Silva. Estudo do Ecossistema formado pelos saberes necessários para a compreensão da variabilidade (PO). In: **XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**. 2011.

3 FRAÇÕES: PESQUISAS ACADÊMICAS E ORIENTAÇÕES CURRICULARES

Neste capítulo será abordado o saber frações no contexto de pesquisas acadêmicas. Também serão expostas quais são as orientações da BNCC e dos PCPE sobre o ensino e a aprendizagem do saber matemático no 6° ano do ensino fundamental.

3.1 FRAÇÕES NO CONTEXTO DE PESQUISAS ACADÊMICAS

Seja à procura de novos resultados, novos fenômenos ou até mesmo estudando fatos que já ocorreram, a pesquisa científica está sempre em movimento. Nesta subseção serão discutidas algumas pesquisas que trabalharam com e sobre o saber frações. Os trabalhos analisados tiveram como critérios de escolha: estar trabalhando com o saber frações e com a TAD. Esta discussão faz-se necessária para que se entenda o contexto do saber em outras pesquisas e para compreender como outros autores trabalharam com e sobre o saber. As pesquisas analisadas foram a de Leão (2019), artigo científico publicado em evento, Lopes (2020), dissertação de mestrado que se encontra no repositório da UFPE e Coelho e Freitas (2021), artigo científico publicado em revista. A seguir algumas considerações sobre as pesquisas citadas.

Leão (2019) buscou observar se os conhecimentos apresentados por alunos na resolução de uma questão de divisão de fração estão de acordo com o que está preconizado nas expectativas de aprendizagem propostas pelos Parâmetros Curriculares do Estado de Pernambuco. Assim, a autora observou as relações institucionais e pessoais com o objeto de saber frações. Para fundamentar a discussão, Leão (2019) utilizou as noções sobre a Transposição Didática (TD) e a Teoria Antropológica do Didático (TAD).

Leão (2019) aplicou dois testes a alunos de duas turmas do 7º ano do ensino fundamental de uma escola estadual da cidade de Recife - PE. A primeira etapa foi um teste diagnóstico, composto por duas questões e foi aplicado antes do contato dos alunos com o estudo das frações. No artigo a autora aborda apenas uma das questões propostas. O segundo teste foi realizado durante a avaliação bimestral e aplicado após os alunos terem visto o

conteúdo em sala. No segundo teste foi proposta a mesma questão do primeiro teste a qual a autora denominou de corrida de revezamento (LEÃO, 2019).

Na pesquisa, Leão (2019) observou as técnicas que os alunos utilizaram para resolver a atividade antes e depois do contato com objeto de saber em sala de aula, essa observação foi feita tendo como base os Parâmetros Curriculares de Pernambuco. A autora inicialmente analisou as respostas à atividade diagnóstica, esta análise foi feita antes do recorte do que preconiza os parâmetros do estado para o estudo das frações. A autora verificou que, dos 47 alunos que responderam, só 6 obtiveram respostas corretas. Estes alunos utilizaram diferentes métodos para responder corretamente, exemplo: três deles resolveram por transformação de unidades; um aluno resolveu por divisão de frações e os outros dois alunos resolveram pelos conceitos de frações equivalentes (LEÃO, 2019).

Depois de evidenciar o que está orientado nos parâmetros do estado para o 7º ano do ensino fundamental, Leão (2019) fez outra análise, sendo essa segunda mais uma comparação entre o documento e as respostas dos alunos. Caracterizando sob o olhar das noções sobre a Transposição Didática (TD), se os saberes a ensinar são correlatos aos saberes aprendidos, a autora analisou apenas as respostas corretas e modelou praxeologicamente as resoluções. Assim, a autora pôde observar e analisar se os conhecimentos que foram mobilizados pelos alunos durante as resoluções das atividades vão ao encontro do que está proposto no documento (LEÃO, 2019).

Como alguns resultados do seu estudo, Leão (2019) observou que entre os alunos que acertaram as questões estes tinham feito uso de métodos diversificados em suas respostas, depois de terem visto o assunto em aula a maioria dos alunos resolveu o que foi proposto por meio da divisão de frações. A autora afirma que mesmo que a maior parte dos alunos não tenha acertado a questão, quase todos os conhecimentos mobilizados pelos alunos nas resoluções estavam de acordo com o que propõe o documento (LEÃO, 2019).

Lopes (2020) em sua dissertação de mestrado investigou se as praxeologias do professor aproximam-se ou distanciam-se das praxeologias do livro didático em relação ao conceito de fração no 6º ano do ensino fundamental. Para tanto, o autor identificou as organizações matemática e didática do conceito de fração no livro didático pesquisado e verificou as organizações matemática e didática do conceito de fração a partir da prática do professor. Foram realizados estudos nos documentos que norteiam o processo educativo.

Os documentos pesquisados por Lopes (2020) foram os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (1997/1998), Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (2017), Parâmetros

Curriculares de Pernambuco (PCPE) (2012/2014), Proposta Pedagógica da Secretaria de Educação Municipal de Caruaru (PP/SEDUC) (2018) e programas, como o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) (2017-2019).

A pesquisa foi fundamentada nas noções sobre a Transposição Didática (TD) de Chevallard e na Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Chevallard e outros pesquisadores. Buscando uma compreensão das múltiplas representações do objeto de saber frações, o autor utilizou a Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS) de Raymond Duval. Como caminho metodológico, o estudo de Lopes (2020) se caracteriza como uma pesquisa qualitativa e bibliográfica, sendo de cunho exploratório e descritivo.

Para o alcance dos resultados foi analisado o objeto de saber Frações no livro Vontade de Saber Matemática, dos autores Souza e Pataro (2015). O livro estava sendo utilizado numa escola da cidade de Caruaru - PE. Lopes (2020) analisou uma das cinco turmas do 6º ano do ensino fundamental, a turma escolhida era do turno da manhã. Registros em vídeogravações também compõem as técnicas de coleta de dados, o pesquisador realizou as transcrições em textos das aulas.

Assim, o professor que participou da pesquisa foi escolhido dentre os cinco professores que ensinavam matemática na escola, a escolha ocorreu mediante critérios selecionados previamente pelo pesquisador: a solicitude do professor em participar da pesquisa; formação acadêmica em licenciatura em matemática; tempo mínimo de três anos de docência e lecionar em turma do 6º ano. O autor coletou os dados em 15 encontros destinados às 25 videogravações das 38 aulas do professor, dentre os encontros ocorreu uma entrevista com o professor, a qual foi composta por 21 questões abertas, sentenças que abrem margem para serem respondidas/justificadas conforme o entendimento do avaliado.

A entrevista fez-se necessária, segundo o autor, como "[...] complementação aos questionamentos que surgiram ao longo do processo de construção desse trabalho, os quais as videogravações não deram conta [...]" (LOPES, 2020, p. 103). A entrevista realizada com o professor da escola foi composta com perguntas que abordavam os seguintes temas: participações do professor nas formações ofertadas pela Secretaria Municipal de Educação de Caruaru - PE, contemplando detalhes sobre a prática de ensino do professor; perguntas sobre o objeto de saber pesquisado, as frações, e em especial sobre o conhecimento do professor acerca do objeto de saber e seus significados; questionamentos sobre o livro pesquisado, o processo de escolha do livro e sua utilização na sala de aula. Por fim, o autor confrontou as praxeologias do professor com as apresentadas no livro didático.

Como exemplo de alguns resultados da pesquisa de Lopes (2020), este obteve que as aulas do professor seguiram a mesma sequência didática apresentada no livro didático. O autor afirma que o professor abordou todos os tipos e subtipos de tarefa apresentadas para conceituar as frações, com exceção ao tipo de tarefa que remete ao significado de porcentagem, sendo este substituído por divisão de frações. O pesquisador também pontuou que o professor participante da pesquisa não trabalhou os conceitos de frações: medida, razão, quociente, operador multiplicativo e porcentagem de forma objetiva e específica; afirmando também que o professor se dedicou mais ao conceito de parte/todo (LOPES, 2020).

Outra pesquisa que estudou o saber frações e levantou análises em livro didático foi a pesquisa de Coelho e Freitas (2021), em sua pesquisa os autores, buscaram investigar a obra de Dante, como o livro de matemática direcionado ao 5° ano do ensino fundamental, apresenta e relaciona as frações a outras formas dos números racionais e como contextualiza o conteúdo. De acordo com os autores, o livro escrito por Dante (2017) compõe o PNLD (2019) e é o mais adotado pelas escolas públicas brasileiras. A autora e o autor construíram e descreveram o estudo tendo como base a Teoria Antropológica do Didático (TAD), de Yves Chevallard, pois para os autores a teoria possibilita identificar praxeologias valorizadas pelo livro didático.

Ademais, a pesquisa de Coelho e Freitas (2021) foi de natureza qualitativa, sob uma análise documental. Como exposto anteriormente, a pesquisa tomou como aporte teórico a TAD, em específico, as noções de praxeologias. Assim, Coelho e Freitas (2021) descreveram as praxeologias encontradas na unidade 6 do livro de matemática pesquisado. Nas discussões teóricas do trabalho de Coelho e Freitas (2021) há obras dos autores: Bittar (2017), Costa (2016), Chevallard (2003; 2007), Gascón (2003). Com a análise Coelho e Freitas (2021) verificaram que a Organização Matemática do livro didático pesquisado está de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), iniciado os estudos sobre as frações a partir da relação parte/todo.

Nos resultados, Coelho e Freitas (2021) denotam as tarefas encontradas por T_1, T_2, T_3, e assim por diante. Semelhantemente, as técnicas encontradas foram denominadas por τ_1, τ_2, τ_3. Algumas tarefas encontradas pelos autores foram: T_1: ideias relacionadas à fração; T_2: fazer a leitura de uma fração, T_3: identificar uma fração correspondente a um conjunto de elementos. A autora e o autor afirmam que "[...] o bloco tecnológico-teórico está disperso nos

enunciados das tarefas, nos exemplos disponíveis, em balões dos personagens do livro e nas duas seções *Saiba Mais* e *O que estudamos*" (COELHO; FREITAS, 2021, p. 689).

As pesquisas acima mostram-se relevantes pois trazem resultados que evidenciam como o saber matemático frações está posto para ser ensinado e como professor ou alunos resolvem questões quando estão à frente de estudos com o saber. Pesquisas como estas me fazem refletir sobre a importância do professor conhecer e poder analisar com criticidade como um saber está sendo contextualizado ou ensinado aos alunos. Pois, com esses conhecimentos prévios, o professor pode direcionar com eficiência o processo de ensino e aprendizagem dos seus alunos, evitando contextos problemáticos no percurso de mediação.

Observei relações em comum entre esta pesquisa e as pesquisas anteriores analisadas, sobretudo quanto à maneira de como foram conduzidas e quanto às fontes dos resultados. Assim, esta pesquisa se aproxima das anteriores por buscar investigar como está posto um saber matemático em documentos que orientam o processo educativo e/ou em um livro didático sobre a lente de uma teoria, neste caso a TAD. A seguir, serão apresentados os primeiros resultados de pesquisas quanto à ecologia didática do saber frações em documentos oficiais de ensino.

3.2 ORIENTAÇÕES CURRICULARES DA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR E DOS PARÂMETROS CURRICULARES DE PERNAMBUCO SOBRE O SABER FRAÇÕES PARA O 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

No Brasil, dentre as orientações curriculares para a educação básica, há a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Devido à abrangência e a relevância do documento quanto ao desenvolvimento de aprendizagens no contexto escolar, neste trabalho, buscou-se identificar a ecologia didática do saber frações para o 6º ano do ensino fundamental na BNCC e quais são as orientações do documento quanto ao ensino e a aprendizagem do saber na sala de aula. Serão identificados o *habitat* e o *nicho* do objeto de saber e as habilidades esperadas pelo documento.

A BNCC é um documento que contém um caráter normativo, o qual define as habilidades consideradas essenciais para serem desenvolvidas durante toda a educação básica. Assim, a base serve de referência para a elaboração dos currículos de todos os entes da

federação brasileira (BRASIL, 2017). A BNCC está estruturada conforme as três etapas da educação básica: o ensino infantil, o ensino fundamental e o ensino médio. Esta pesquisa tem como foco o 6º ano do ensino fundamental, desta forma, será tratada apenas a estrutura dessa etapa escolar.

O ensino fundamental é dividido em anos iniciais e finais, na BNCC o ensino fundamental possui cinco áreas do conhecimento: linguagens, matemática, ciências da natureza, ciências humanas e ensino religioso. O documento afirma que as áreas do conhecimento "[...] se intersectam na formação dos alunos, embora se preservem as especificidades e os saberes próprios construídos e sistematizados nos diversos componentes" (BRASIL, 2017, p. 27). Cada área do conhecimento estabelece suas competências específicas, competências as quais proporcionam a articulação entre todas as áreas de conhecimento.

Buscando assegurar o desenvolvimento das competências específicas cada um dos componentes curriculares "[...] apresenta um conjunto de **habilidades**. Essas habilidades estão relacionadas a diferentes **objetos de conhecimento** – aqui entendidos como conteúdos, conceitos e processos –, que, por sua vez, são organizados em **unidades temáticas**" (BRASIL, 2017, p. 28). As unidades temáticas encontradas na base para a área do conhecimento matemática são: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, probabilidade e estatística. Será o foco deste trabalho a área do conhecimento matemática, no 6° ano do ensino fundamental. Abaixo, no quadro 1, está um recorte do que está preconizado na BNCC sobre o saber matemático frações no 6º ano.

Quadro 1 – Objetos de conhecimento e habilidades definidos na BNCC para o saber frações no 6º ano do ensino fundamental.

Ano escolar	Objetos de conhecimento	Habilidades
6º ano	**Frações**: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da **fração** de um número natural; adição e subtração de **frações**.	**(EF06MA07)** Compreender, comparar e ordenar **frações** associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando **frações** equivalentes. **(EF06MA08)** Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas **fracionária** e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica. **(EF06MA09)** Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da **fração** de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora. **(EF06MA10)** Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação **fracionária**.

6º ano	Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da "regra de três".	**(EF06MA13)** Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da "regra de três", utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.
6º ano	Propriedades da igualdade. Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo.	**(EF06MA14)** Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas. **(EF06MA15)** Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.
6º ano	Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável. Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista).	**(EF06MA30)** Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma **fracionária**, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.

Fonte: BNCC (BRASIL, 2017, p. 300-305, grifos nossos).

NA BNCC foi possível observar que o saber frações para o 6º ano do ensino fundamental tem como *habitat* a unidade temática números, com exceção aos objetos de conhecimento para o 6º ano: "Propriedades da igualdade. Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo" (BRASIL, 2017, p. 302) e "Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável e Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista)" (BRASIL, 2017, p. 304). Estes objetos de conhecimento têm como *habitat*, respectivamente, a unidade temática Álgebra e Probabilidade e estatística.

Quanto ao *nicho*, o saber frações nos anos finais do ensino fundamental surge como base para operações com: adição, subtração, divisão e multiplicação; cálculos com números naturais; cálculos com probabilidade; cálculos que envolvam as operações básicas (adição, subtração, divisão e multiplicação) com números racionais; cálculo que envolve o mínimo

múltiplo comum dos números; uso da reta numérica; formas de representações dos números racionais.

Por ser o livro didático pesquisado neste trabalho utilizado em uma cidade localizada em Pernambuco, será disposto agora o que está preconizado nos Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio deste estado. Será identificada a ecologia didática do saber frações para o 6º ano do ensino fundamental e quais são as orientações dos parâmetros do Estado quanto ao ensino e a aprendizagem do saber na sala de aula. Serão identificados o *habitat* e o *nicho* do objeto de saber e as expectativas de aprendizagem esperadas pelo documento.

O documento afirma que a expressão conteúdos matemáticos "[...] refere-se a situações, conceitos, representações e procedimentos matemáticos (PERNAMBUCO, 2012, p. 13)". O documento também conceitua as expectativas de aprendizagens como "[...] aquilo que 'esperamos que nosso estudante aprenda', que desejamos que ele aprenda" (PERNAMBUCO, 2012, p. 13). As expectativas de aprendizagem dos conteúdos matemáticos estão distribuídas em cinco áreas nos parâmetros, a saber: Geometria, Estatística e probabilidade (tratamento da informação), Álgebra e funções, Grandezas e medidas, Números e operações.

Os parâmetros curriculares do Estado organizam as expectativas de aprendizagem para os anos iniciais do ensino fundamental, as expectativas de aprendizagem para os anos finais do ensino fundamental e as expectativas de aprendizagem para o ensino médio. O objetivo de trazer neste trabalho o que preconiza o estado de Pernambuco sobre o ensino e a aprendizagem das frações é o de ser feito um comparativo entre o que o Estado propõe a ser ensinado e o que está sendo efetivado no livro didático utilizado em uma rede municipal de ensino. Abaixo no quadro 2 está um recorte indicando o que o documento apresenta sobre as frações no 6° ano do ensino fundamental.

Quadro 2 – Expectativas de aprendizagem definidas pelos Parâmetros Curriculares de Pernambuco para o saber frações no 6° ano do ensino fundamental.

Ano escolar	**Expectativas de aprendizagem**
6º ano	● Associar a representação simbólica de uma **fração** às ideias de parte de um todo, de divisão e compreender a ideia de razão; ● Identificar e determinar **frações** equivalentes; ● Associar **frações** maiores que a unidade com os respectivos números mistos e vice-versa; ● Compreender a relação entre porcentagens e suas representações decimais e **fracionárias**;

	● Comparar e ordenar números racionais positivos representados nas formas **fracionária**, decimal e percentual; ● Resolver e elaborar problemas com números racionais nas formas **fracionária** ou decimal, envolvendo diferentes significados das operações; ● Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da adição e da subtração de **frações** com denominadores diferentes, por meio da equivalência de frações (por exemplo: situações em que na soma de $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}$).

Fonte: Parâmetros Curriculares de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012, p. 91-119, grifos nossos).

Foi possível perceber que o saber frações para o 6° ano do ensino fundamental tem como *habitat* a área do conhecimento número e operações. Quanto ao *nicho*, o saber frações no 6° ano do ensino fundamental surge como aporte em operações com: adições, subtrações, divisões e multiplicações; cálculos com porcentagens; cálculo que envolve o mínimo múltiplo comum dos números; uso da reta numérica; uso dos conceitos de porcentagem; formas de representações dos números racionais.

Diante das análises acima realizadas nas instituições BNCC e PCPE, no que se refere a ecologia didática do saber nos documentos, é possível perceber que o saber matemático possui o mesmo habitat nos dois documentos. Na BNCC o habitat do saber é a unidade temática “números”, já nos parâmetros do estado o habitat é a área do conhecimento “número e operações”. Nos dois documentos o saber surge como nicho para o estudo de temas semelhantes, por exemplo: fazendo uso de cálculos com divisões e multiplicações. Assim, observa-se uma conformidade nos documentos quando é analisada a ecologia didática do saber.

4 A INSTITUIÇÃO LIVRO DIDÁTICO

Neste capítulo serão apresentadas algumas informações acerca do livro didático dada sua importância no seio escolar e sua utilização nesta pesquisa. Como exposto anteriormente, no contexto da TAD o livro didático pode ser considerado uma instituição que pressupõe aprendizagens. Diversas são as ferramentas que o docente pode utilizar para mediar os conteúdos em suas aulas, a exemplo: atividades em quadro, atividades impressas, jogos didáticos, cadernos, apostilas, livro didático, dentre outros recursos.

O livro didático começou a ser produzido, de forma integral, no Brasil em 1929. Para definir como ocorreria a produção dos livros e como fariam parte do contexto dos brasileiros, foi criado no mesmo ano o Instituto Nacional do Livro (INL). Quanto às escolhas dos livros didáticos pelas escolas, esta movimentação foi iniciada com a promulgação do decreto nº 1.006 de 1938, o qual dispõe sobre a produção, importação e utilização do livro didático (MAZZI; AMARAL-SCHIO, 2021).

Barbosa e Lima (2019), considerando conceitos trazidos por Chevallard, comentam a importância e a influência do livro didático na sala de aula:

> A construção do conhecimento matemático é mediada, em sala de aula, pelo professor, que se apoia no *texto de saber* [...], que aparece no livro didático como resultado de um processo de transposição didática. [...] o livro didático determina em larga medida a opção do professor com relação ao tipo de conteúdo a ser desenvolvido na sala de aula. O livro didático exerce grande influência sobre a atuação do professor em sala de aula, pois, no contexto brasileiro, ele se torna uma das únicas ferramentas balizadoras para o trabalho docente (BARBOSA; LIMA, 2019, p. 1358, grifos dos autores).

A multiplicidade de dados e resultados advindos das pesquisas que tenham como base o livro didático é comentada por Bittar (2017, p. 366): "Uma análise de LD descortina ao pesquisador diversas paisagens que podem ir desde o estudo da cultura escolar em uma dada época à identificação de possíveis razões de dificuldades de aprendizagem e à elaboração de sequências didáticas". A análise de livros didáticos será o principal foco deste trabalho, será analisado o livro didático enquanto instituição que promove aprendizagens, instituição que molda os saberes matemáticos a serem trabalhados na classe escolar.

No Brasil, o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), que foi instituído pelo decreto n° 91.542[4] de 1985, é responsável pela avaliação e disponibilização dos livros

[4]Decreto nº 91.542, de 19 de Agosto de 1985. Disponível em: https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1980-1987/decreto-91542-19-agosto-1985-441959-publicacaooriginal-1-pe.html.

didáticos utilizados na educação básica. A operacionalização do programa é feita pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), o qual dentre suas atribuições, possui a de distribuir as obras didáticas. O PNLD[5] é realizado de forma trienal, em cada ano é contemplada uma etapa escolar distinta. Essa forma de triênio das distribuições faz-se necessária para a manutenção da alocação dos recursos do FNDE no PNLD e pelo fato dos livros terem uma validade usual de três anos.

As redes de ensino devem escolher um entre os três modelos de escolha dos livros didáticos: i) pode optar por um material único para cada escola, a escola receberá o material escolhido pelos seus docentes de forma individual; ii) modelo único para cada grupo de escolas, um grupo específico de escola fará uma escolha única, esse grupo irá utilizar o mesmo material, que será o mais escolhido pelas escolas do grupo; iii) material único para toda a rede de ensino, a qual fará uso do material mais escolhido pelas escolas.

Nesta pesquisa, será analisado o livro da rede municipal de ensino da cidade de São João-PE, em específico, o livro utilizado no 6° ano, nos anos finais do ensino fundamental. Em toda a cidade para os anos finais do ensino fundamental, etapa de interesse desta pesquisa, é adotado o modelo (iii) de escolha, ou seja, na cidade é usada uma única coleção de livros didáticos em todas as escolas. A coleção utilizada na cidade é a Araribá Mais Matemática, da editora Moderna, 2018, dos autores Gay e Silva.

O manual analisado nesta pesquisa será o manual do professor. Indo de encontro ao exposto por Bittar (2017, p. 373-374) será analisado o manual do professor pois "[...] seu estudo é um aliado importante do pesquisador uma vez que, em geral, apresenta e justifica as escolhas realizadas pelos autores, além de algumas resoluções ou comentários sobre atividades propostas [...]". Esses dados que podem ser coletados nos manuais do professor subsidiam para que o pesquisador entenda de forma mais precisa o que está sendo proposto pelos autores das obras didáticas (FREITAS; BITTAR, 2016).

[5]As informações sobre o PNLD estão disponíveis em: https://www.gov.br/fnde/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/programas/programas-do-livro.

5 METODOLOGIA

Neste capítulo será apresentado o método utilizado para o alcance dos objetivos propostos no trabalho. Tendo como objetivo geral: Caracterizar as relações institucionais do saber frações no 6° ano do ensino fundamental no livro didático utilizado na rede municipal de ensino da cidade de São João - PE, a pesquisa revela-se como qualitativa, pois os resultados foram analisados de acordo com critérios selecionados preliminarmente. Minayo, Deslandes e Gomes (2009) descrevem a modalidade de pesquisa que foi aqui adotada:

> A pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares [...] ela trabalha com o universo dos significados, dos motivos, das aspirações, das crenças, dos valores e das atitudes. Esse conjunto de fenômenos humanos é entendido aqui como parte da realidade social, pois o ser humano se distingue não só por agir, mas por pensar sobre o que faz e por interpretar suas ações dentro e a partir da realidade vivida e partilhada com seus semelhantes [...] (MINAYO; DESLANDES; GOMES, 2009, p. 21).

Além da pesquisa bibliográfica o trabalho também é classificado como documental, pois foi realizado à luz de documentos norteadores do processo educativo, a saber: livro didático utilizado no município de São João-PE no 6° ano do ensino fundamental, Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (2017) e Parâmetros Curriculares de Pernambuco (PCPE) (2012). Os resultados das pesquisas serão interpretados sob o olhar da TAD, esse tratamento dos resultados encontrados é uma característica da pesquisa documental. A pesquisa documental é comentada por Severino (2007):

> No caso da *pesquisa documental,* tem-se como fonte documentos no sentido amplo, ou seja, não só de documentos impressos, mas sobretudo de outros tipos de documentos, tais como jornais, fotos, filmes, gravações, documentos legais. Nestes casos, os conteúdos dos textos ainda não tiveram nenhum tratamento analítico, são ainda matéria-prima, a partir da qual o pesquisador vai desenvolver sua investigação e análise (SEVERINO, 2007, p. 122-123).

A coleção de livros utilizada na rede municipal de ensino é a *Araribá Mais Matemática*, escrita pelos autores Gay e Silva (2018). Para as análises, foi considerado o manual do professor, pois em tal manual conforme Freitas e Bittar (2016, p. 9): "[...] contém comentários e respostas das atividades, além de sugestões para o uso do livro e para o desenvolvimento do conteúdo em sala de aula, o que nos permite entender mais claramente a proposta do autor da coleção analisada". O livro utilizado na pesquisa foi o do 6º ano, a escolha do ano escolar justifica-se por ser o primeiro ano de estudos do saber nos anos finais

do ensino fundamental, assim espera-se que as tarefas encontradas sejam mais completas quanto à teoria envolvida em suas resoluções.

Para alcançar o objetivo proposto neste trabalho, inicialmente, foram caracterizados o *habitat* e o *nicho* do saber frações na instituição BNCC e na instituição PCPE. Posteriormente, foram selecionadas no livro didático as tarefas propostas a serem resolvidas pelos alunos. Após selecionadas as tarefas e caracterizadas suas praxeologias, foi analisado se as tarefas encontradas estão de acordo com o que sugere os documentos educacionais, analisando como os autores propõem que sejam resolvidas.

Como dito anteriormente, o livro analisado foi o manual do professor, uma vez que essas tarefas serão analisadas com as respostas que os manuais do professor apontam, as tarefas selecionadas foram aquelas que são propostas a serem resolvidas pelos alunos. Assim, à luz da TAD foram definidas as organizações praxeológicas pontuais, [$T/\tau/\theta/\Theta$], dos tipos de tarefas encontrados. Outrossim, foram identificados os objetos ostensivos e não ostensivos presentes em cada tipo de tarefa encontrado no livro pesquisado. Por fim, foram discutidos os resultados encontrados. A partir dessa análise, foi possível verificar as praxeologias propostas pelos autores e como suas construções evidenciam-se no livro didático utilizado pelos professores na rede municipal de ensino.

Na BNCC e nos parâmetros o objetivo foi evidenciar o que está preconizado sobre o saber frações para o 6° ano do ensino fundamental e quais são as orientações do documento quanto ao ensino e a aprendizagem do saber na sala de aula, identificando a ecologia didática do objeto de saber. Diante das análises nas instituições citadas, discutiram-se os resultados encontrados acerca do objeto de saber, se o livro didático está de acordo com o que preconiza os documentos oficiais e quais foram as evoluções que ocorreram no saber frações, de uma tarefa para outra, as quais podem ser evidenciadas nas tarefas encontradas.

6 ANÁLISES DOS DADOS

Este capítulo é dedicado aos resultados encontrados no livro didático analisado. Como explicitado na metodologia do trabalho, o livro analisado foi dos autores Gay e Silva (2018), manual do professor do 6º ano. As análises feitas no livro didático ficaram assim organizadas: para cada tipo de tarefa encontrado no manual pesquisado, será explicitada a imagem que o livro de referência aborda e como se deu a organização praxeológica pontual do tipo de tarefa encontrado. Caracterizadas as praxeologias, serão discutidos os resultados encontrados.

6.1 ANÁLISES DAS TAREFAS ENCONTRADAS NA INSTITUIÇÃO LIVRO DIDÁTICO DO 6º ANO

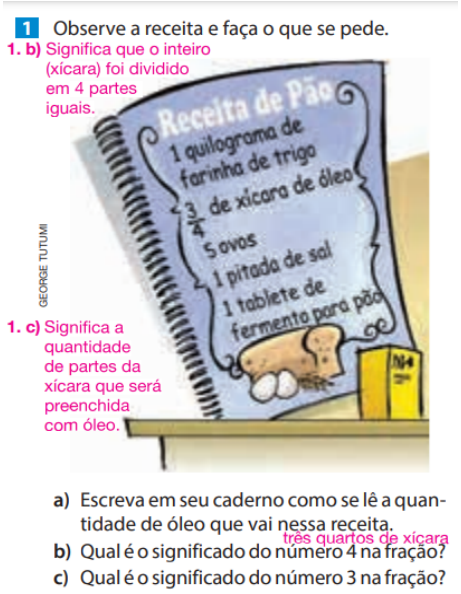
Inicialmente, na apresentação do livro didático, os autores comentam que o livro está dividido em orientações gerais e orientações específicas. Nas orientações gerais, por exemplo, há reflexões sobre o ensino da matemática, já nas específicas há, por exemplo, orientações relacionadas aos conteúdos e às atividades do livro do estudante, os autores destacam que no meio dessas orientações são feitas referências à BNCC. Além disso, os autores retratam que a versão digital da coleção do livro didático possui mais subsídios para o desenvolvimento do ano letivo.

O livro do 6º ano está dividido em 4 unidades, cada unidade contém 3 capítulos. Os capítulos estão assim divididos: inicialmente há a abertura da unidade e os conteúdos, posteriormente, são expressas atividades iniciais sobre o saber visto, com o título vamos aplicar, por fim, são expostas seções, respectivamente, com os títulos estatística e probabilidade, atividades complementares, compreender um texto, educação financeira, informática e matemática, problemas para resolver, trabalho em equipe e para finalizar. O saber pesquisado – Frações – consta nos capítulos 5 e 6, o qual faz parte da unidade 2 e cujos títulos são, respectivamente: Frações e Operações com frações, assim, fica caracterizado o habitat do saber no livro pesquisado. O nicho do saber é comentado nas análises realizadas após cada bloco de tarefas.

Buscando delimitar as análises, neste trabalho foram analisadas as tarefas

encontradas *nas seções vamos praticar*, nos dois capítulos os quais o saber é posto como objeto principal de estudo. De acordo com os autores *na seção vamos aplicar* há atividades as quais objetivam apresentar situações em que o conteúdo pode ser aplicado. Assim, essas atividades são organizadas da mais fácil para a mais difícil, incentivando o raciocínio dos alunos.

Figura 1 – Atividade 1 (Subtipo de tarefa T_1)



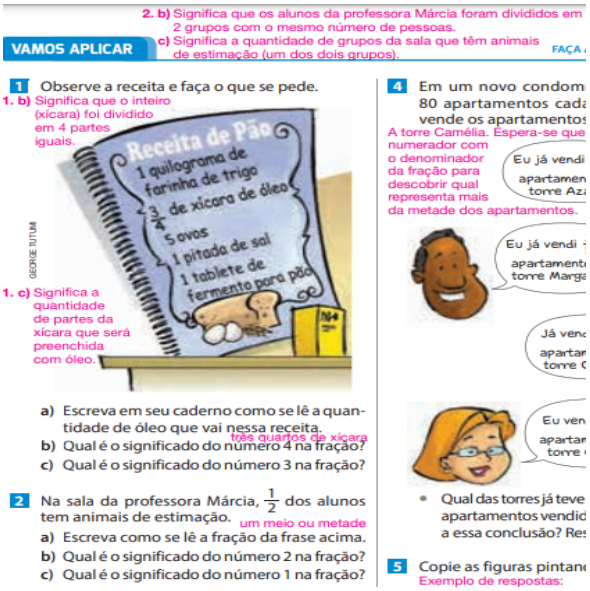
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 121).

Quadro 3 – Análises na atividade 1 (Subtipo de tarefa T_1)

Tipo de Tarefa: Realizar a leitura de frações e identificar a relação que existe entre um número de partes e o total de partes.
Técnica: Realizar a leitura da notação fracionária, escrever por extenso a fração e identificar o que significa cada número que está escrito na fração.
Tecnologia: Compreensão dos significados das frações (parte/todo).
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: escrita em língua natural e escritural numérico racional.
Objetos não ostensivos: significado da relação parte/todo de uma fração.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 2 – Atividade 2 (Subtipo de tarefa T_2)



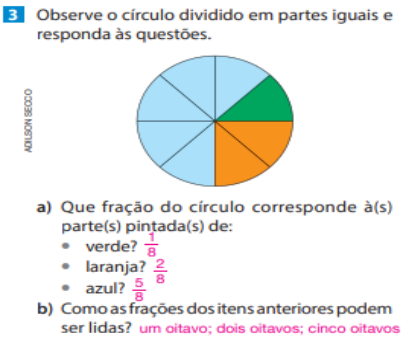
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 121).

Quadro 4 – Análises na atividade 2 (Subtipo de tarefa T_2)

Tipo de Tarefa: Realizar a leitura de frações e identificar a relação que existe entre um número de partes e o total de partes (relação parte/todo).
Técnica: Realizar a leitura da notação fracionária, escrever por extenso a fração e identificar o que significa cada número que está escrito na fração.
Tecnologia: Compreensão dos significados das frações (parte/todo).
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: escrita em língua natural e escritural numérico racional.
Objetos não ostensivos: significado da relação parte/todo de uma fração.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 3 – Atividade 3 (Subtipo de tarefa T_3)



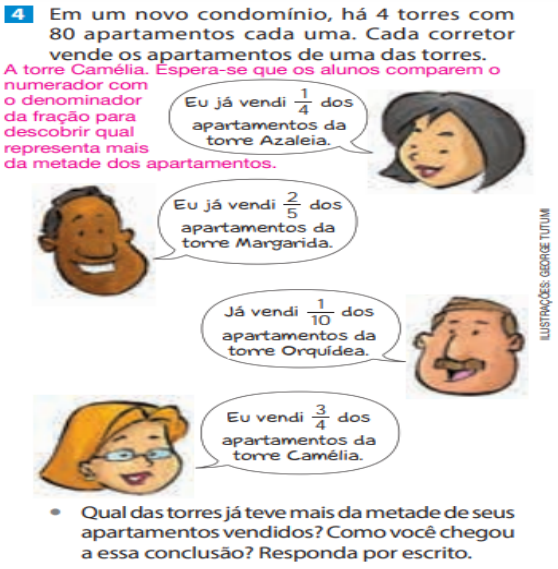
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 121).

Quadro 5 – Análises na atividade 3 (Subtipo de tarefa T_3)

Tipo de Tarefa: Identificar a relação que existe entre um número de partes e o total de partes (relação parte/todo) e realizar a leitura de frações a partir de um gráfico de setor. Técnica: Identificação do valor do todo e da parte da fração que está representada no gráfico em cada alternativa e escrever na forma fracionária o valor encontrado. Tecnologia: Compreensão dos significados das frações (parte/todo). Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais). Área do conhecimento probabilidade e estatística. Objetos ostensivos: escrita em língua natural e escritural numérico fracionário. Objetos não ostensivos: análises de representação figural e significado da relação parte/todo de uma fração.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 4 – Atividade 4 (Subtipo de tarefa T_4)



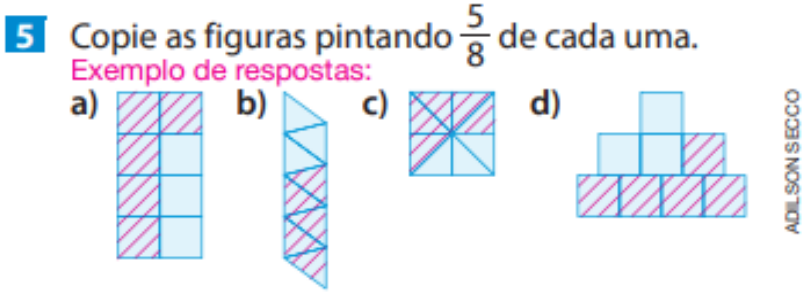
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 121).

Quadro 6 – Análises na atividade 4 (Subtipo de tarefa T_4)

Tipo de Tarefa: Identificar qual das frações indicadas é maior que um meio. Técnica: Identificação do valor do todo e da parte que está representada em cada fração, realizar a leitura das frações e por fim comparar as frações. Tecnologia: Compreensão dos significados das frações (parte/todo) e comparação de frações. Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais). Objetos ostensivos: escrita em língua natural, comparação de frações e escritural numérico fracionário. Objetos não ostensivos: significado da relação parte/todo de uma fração.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 5 – Subtipo de tarefa T_5



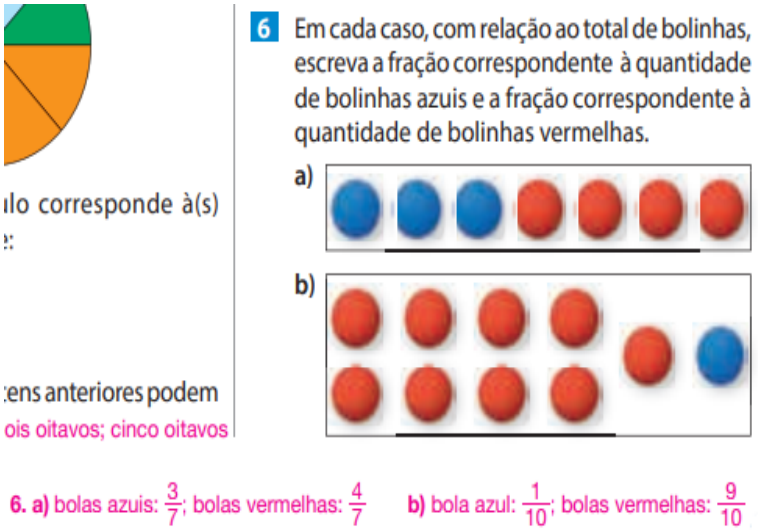
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 121).

Quadro 7 – Análises na atividade 5 (Subtipo de tarefa T_5)

Tipo de Tarefa: Representar uma fração em figuras de diversos formatos. Técnica: Identificação do todo em uma fração, identificação das partes em uma fração, analisar e realizar a leitura de representações figurais. Tecnologia: Compreensão dos significados das frações (parte/todo) por meio de figuras. Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais). Objetos ostensivos: escritural numérico fracionário e registros geométricos. Objetos não ostensivos: significado da relação parte/todo de uma fração.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 6 – Atividade 6 (Subtipo de tarefa T_6)



Fonte: Gay e Silva (2018, p. 121).

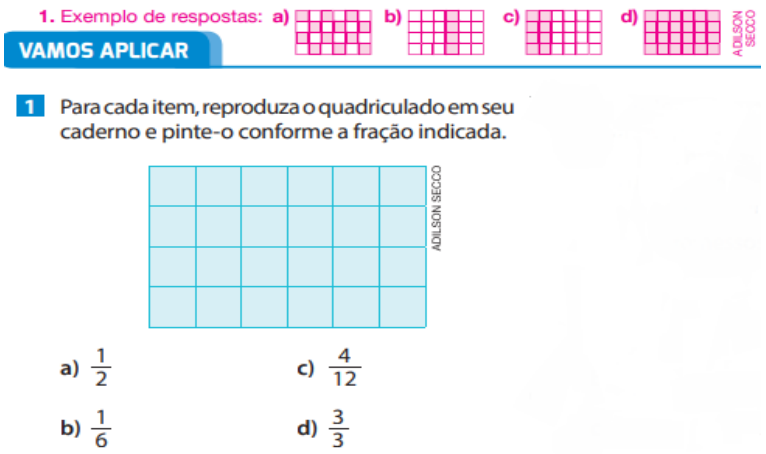
Quadro 8 – Análises na atividade 6 (Subtipo de tarefa T_6)

Tipo de Tarefa: Analisar figuras e identificar a fração correspondente em cada caso.
Técnica: Identificação do todo em uma fração, identificação das partes em uma fração e realizar a leitura de figuras.
Tecnologia: Compreensão dos significados das frações (parte/todo).
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: escrita em língua natural e escritural numérico fracionário.
Objetos não ostensivos: análises de representações figurais e significado da relação parte/todo de uma fração.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Os subtipos de tarefas T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 e T_6 trabalham a associação de frações à ideia de representação de partes de um todo. Os exercícios propostos possibilitam a leitura e a escrita de notações fracionárias e utilizam representações de frações por meio da notação fracionária, de figuras e de gráficos. Alguns subtipos contextualizam o saber com textos que perpassam situações que ocorrem no cotidiano. Os subtipos se inserem na área do conhecimento número, à exceção do subtipo T_3 que trabalha também a área de probabilidade e estatística.

Figura 7 – Atividade 1 (Subtipo de tarefa T_7)



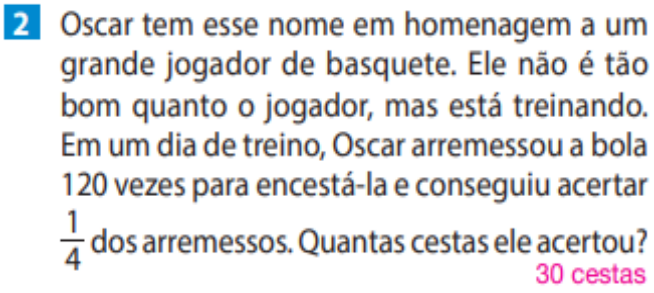
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 125).

Quadro 9 – Análises na atividade 1 (Subtipo de tarefa T_7)

Tipo de Tarefa: Reproduzir em folhas quadriculadas as frações indicadas.
Técnica: Identificação do todo em uma fração, identificação das partes em uma fração e representações das frações em folhas quadriculadas.
Tecnologia: Compreensão dos significados das frações (parte/todo) por meio de plano quadriculado.
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: escritural numérico fracionário e registros geométricos.
Objetos não ostensivos: significado da relação parte/todo de uma fração.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 8 – Atividade 2 (Subtipo de tarefa T_8)



Fonte: Gay e Silva (2018, p. 125).

Quadro 10 – Análises na atividade 2 (Subtipo de tarefa T_8)

Tipo de Tarefa: Calcular a fração de uma quantidade.
Técnica: Multiplicar um número natural por uma fração e obter como resultado um número natural.
Tecnologia: Operações matemáticas com números racionais.
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: aritmética, escrita em língua natural e escritural numérico racional.
Objetos não ostensivos: cálculo da fração de uma quantidade cujo resultado seja um número natural.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 9 – Atividade 3 (Subtipo de tarefa T_9)

3 Determine:

a) $\frac{2}{5}$ de 15 bolinhas; 6 bolinhas

b) $\frac{1}{3}$ de 12 passos; 4 passos

c) $\frac{1}{10}$ de 30 alunos. 3 alunos

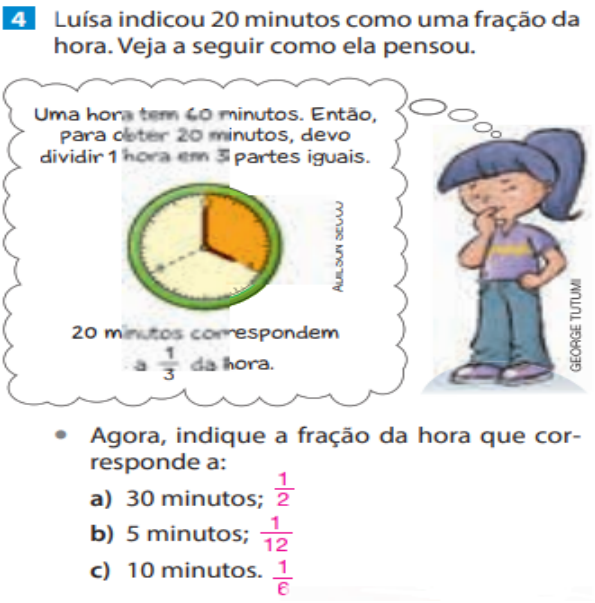
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 125).

Quadro 11 – Análises na atividade 3 (Subtipo de tarefa T_9)

Tipo de Tarefa: Calcular o número de bolinhas de uma fração.
Técnica: Multiplicar um número natural por uma fração e obter como resultado um número natural.
Tecnologia: Operações matemáticas com números racionais.
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: aritmética, escrita em língua natural e escritural numérico natural.
Objetos não ostensivos: cálculo da fração de uma quantidade cujo resultado seja um número natural.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 10 – Atividade 4 (Subtipo de tarefa T_{10})



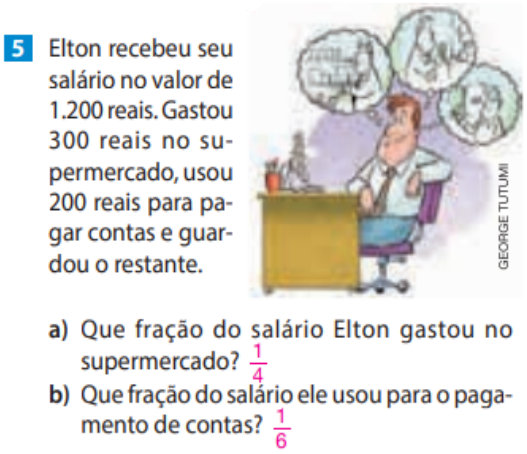
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 126).

Quadro 12 – Análises na atividade 4 (Subtipo de tarefa T_{10})

Tipo de Tarefa: Calcular as frações da hora correspondentes aos minutos dados.
Técnica: Análises de figura no formato de relógio, identificando a relação parte/todo da figura com os minutos dados em cada alternativa.
Tecnologia: Compreensão dos significados das frações (parte/todo) por meio de figura. Operações matemáticas com números racionais.
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: escritural numérico natural com unidade de tempo e escritural numérico fracionário.
Objetos não ostensivos: significado das relações parte/todo de frações através de figura.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 11 – Atividade 5 (Subtipo de tarefa T_{11})



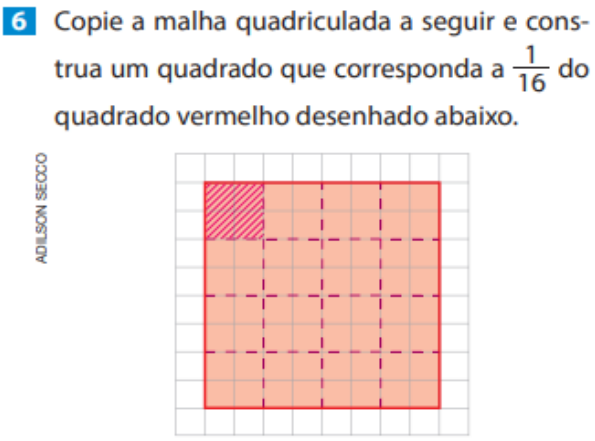
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 126).

Quadro 13 – Análises na atividade 5 (Subtipo de tarefa T_{11})

Tipo de Tarefa: Calcular as frações do salário de Elton que correspondam às suas despesas.
Técnica: Identificar a relação parte/todo do salário que Elton recebe com os valores que são gastos. Utilização das operações matemáticas de divisão e multiplicação.
Tecnologia: Compreensão dos significados das frações (parte/todo). Operações matemáticas com números racionais.
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: aritmética, escritural numérico natural com unidade de valor e escritural numérico fracionário.
Objetos não ostensivos: associação de ideias de partes de inteiros e resultados de divisões.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 12 – Atividade 6 (Subtipo de tarefa T_{12})



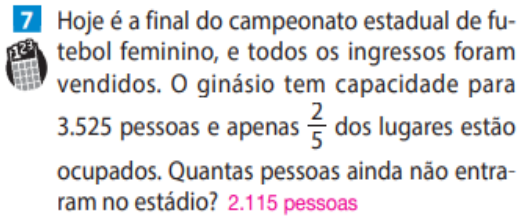
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 126).

Quadro 14 – Análises na atividade 6 (Subtipo de tarefa T_{12})

Tipo de Tarefa: Construir em uma malha quadriculada um quadrado que corresponde à fração dada. Técnica: Desenho e divisão em partes iguais de quadrilátero, identificação do todo em uma fração, identificação das partes em uma fração. Tecnologia: Compreensão dos significados das frações (parte/todo) por meio do desenho de um polígono. Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais). Objetos ostensivos: escritural numérico fracionário e representação fracionária por meio de um polígono. Objetos não ostensivos: associação de ideias de parte de inteiros e resultados de divisões.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 13 – Atividade 7 (Subtipo de tarefa T_{13})



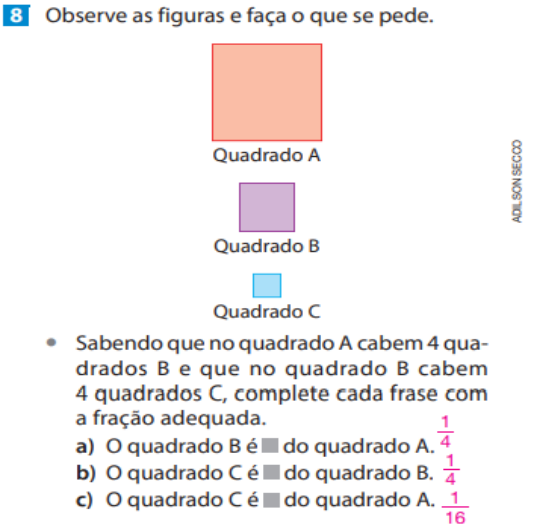
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 126).

Quadro 15 – Análises na atividade 7 (Subtipo de tarefa T_{13})

Tipo de Tarefa: Calcular quantas pessoas ainda não entraram no estádio. Técnica: Dividir a capacidade total do estágio em cinco partes iguais, para descobrir a capacidade de cada uma das cinco partes do todo. Multiplicar o valor de uma parte pelas partes ocupadas. Subtrair o resultado de lugares ocupados da capacidade total do estádio, encontrando quantas pessoas ainda não entraram. Tecnologia: Operações matemáticas com números racionais. Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais). Objetos ostensivos: escrita em língua natural e escritural numérico racional. Objetos não ostensivos: identificação de frações e associação da notação à ideia de razão.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 14 – Atividade 8 (Subtipo de tarefa T_{14})



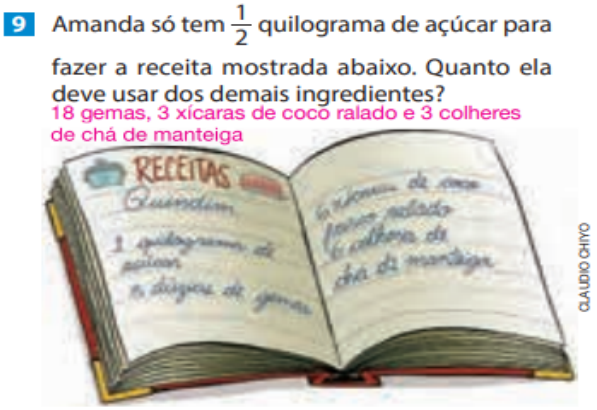
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 126).

Quadro 16 – Análises na atividade 8 (Subtipo de tarefa T_{14})

Tipo de Tarefa: Calcular as medidas dos quadrados usando um quadrado como referência.
Técnica: Associar os diferentes polígonos, estabelecendo a relação que existe entre um número de partes e o total de partes (relação parte/todo) de um polígono contido no outro.
Tecnologia: Compreensão dos significados das frações (parte/todo) por meio do desenho de um polígono.
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: escritural numérico fracionário e representação figural em polígonos.
Objetos não ostensivos: identificação de frações e associação da notação à ideia de medida.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 15 – Atividade 9 (Subtipo de tarefa T_{15})



Fonte: Gay e Silva (2018, p. 126).

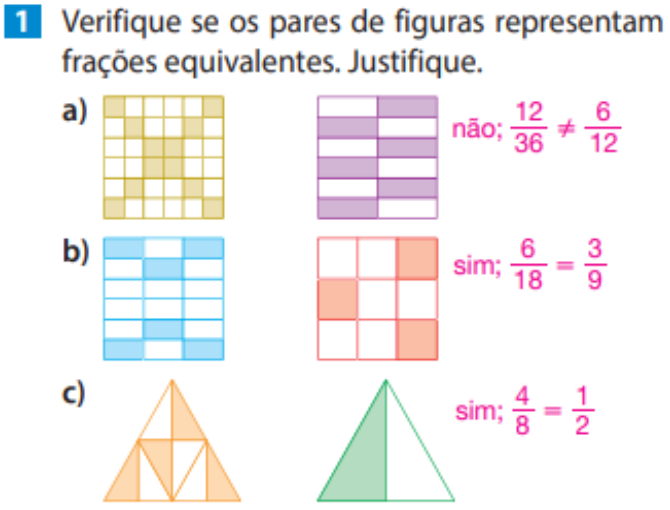
Quadro 17 – Análises na atividade 9 (Subtipo de tarefa T_{15})

Tipo de Tarefa: Calcular a quantidade de ingredientes que Amanda usará na receita.
Técnica: Compreender que Amanda dispõe apenas da metade do açúcar necessário para realizar a receita, associando a fração dada a relação da metade de um inteiro. Logo, Amanda usará apenas metade de todos os ingredientes expostos na receita.
Tecnologia: Operações matemáticas com números racionais.
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: escritural numérico racional e escrita em língua natural.
Objetos não ostensivos: identificação de fração e associação da notação à ideia de medida.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Os subtipos de tarefas T_7, T_8, T_9, T_{10}, T_{11}, T_{12}, T_{13}, T_{14} e T_{15} trabalham com a compreensão de frações, comparando e ordenando-as, associando-as às ideias de partes de inteiros. Os exercícios utilizam situações cotidianas para contextualizar o conteúdo e em alguns casos figuras geométricas que representam um inteiro. A área do conhecimento trabalhada nas atividades é a área números. Nesses subtipos de tarefas é possível perceber ênfase em situações cotidianas, as quais exigem interpretações para resposta e também o uso das operações de multiplicação e divisão.

Figura 16 – Atividade 1 (Subtipo de tarefa T_{16})



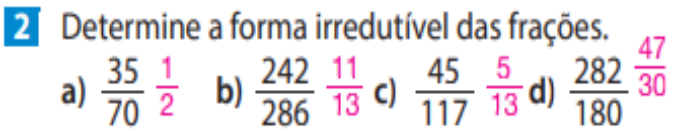
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 129).

Quadro 18 – Análises na atividade 1 (Subtipo de tarefa T_{16})

Tipo de Tarefa: Identificar se os pares de figuras dadas são equivalentes. Técnica: Análises de figuras, identificando as figuras que representam a mesma quantidade em relação a um inteiro. Tecnologia: Compreensão e identificação de frações equivalentes. Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais). Objetos ostensivos: escrita em língua natural, escritural numérico fracionário e representação matemática por meio de símbolos. Objetos não ostensivos: análises de figuras, identificar frações equivalentes e compreender que um mesmo número pode ser frações diferentes que serão equivalentes.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 17 – Atividade 2 (Subtipo de tarefa T_{17})



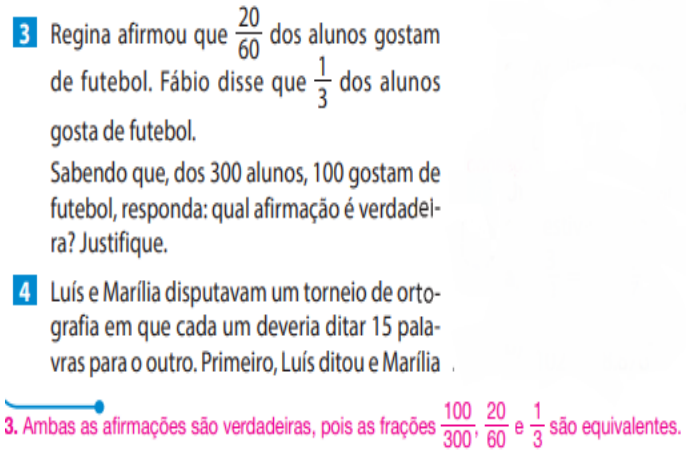
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 129).

Quadro 19 – Análises na atividade 2 (Subtipo de tarefa T_{17})

Tipo de Tarefa: Calcular as frações irredutíveis das frações dadas. Técnica: Simplificação de frações por meio da divisão do numerador e do denominador por um mesmo número que seja diferente de um, encontrando a fração irredutível da fração dada. Tecnologia: Simplificação de frações. Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais). Objetos ostensivos: aritmética e escritural numérico fracionário. Objetos não ostensivos: cálculo de frações irredutíveis.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 18 – Atividade 3 (Subtipo de tarefa T_{18})



3 Regina afirmou que $\frac{20}{60}$ dos alunos gostam de futebol. Fábio disse que $\frac{1}{3}$ dos alunos gosta de futebol.

Sabendo que, dos 300 alunos, 100 gostam de futebol, responda: qual afirmação é verdadeira? Justifique.

4 Luís e Marília disputavam um torneio de ortografia em que cada um deveria ditar 15 palavras para o outro. Primeiro, Luís ditou e Marília

3. Ambas as afirmações são verdadeiras, pois as frações $\frac{100}{300}$, $\frac{20}{60}$ e $\frac{1}{3}$ são equivalentes.

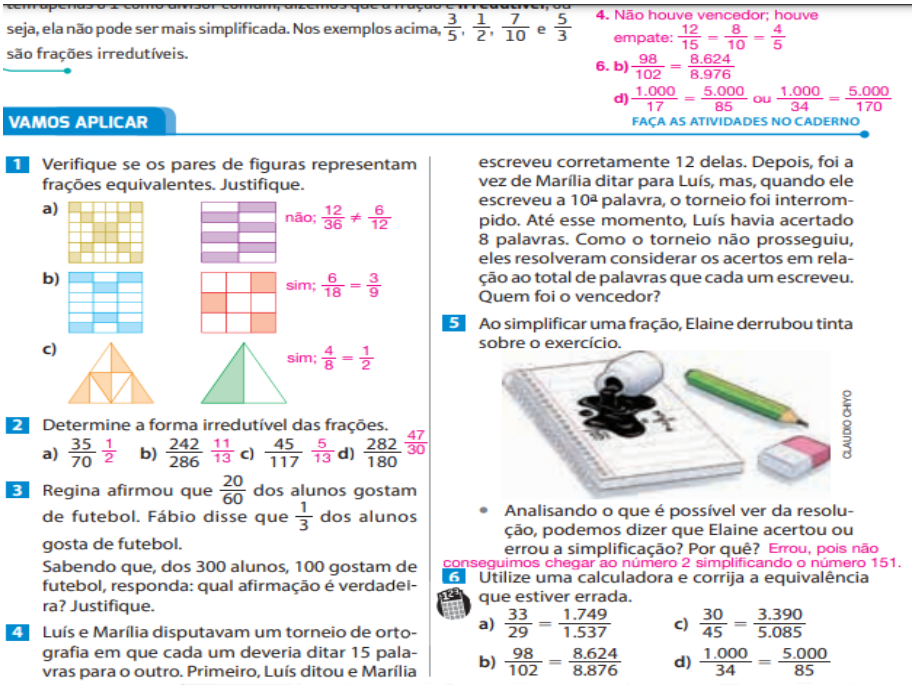
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 129).

Quadro 20 – Análises na atividade 3 (Subtipo de tarefa T_{18})

Tipo de Tarefa: Analisar se as afirmações de Regina e Fábio são verdadeiras quanto às frações indicadas por ambos. Técnica: Aplicação da propriedade de frações equivalentes, multiplicando ou dividindo o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número diferente de zero, obtendo uma fração equivalente à fração inicial. Tecnologia: Propriedade das frações equivalentes. Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais). Objetos ostensivos: aritmética, discursivo e escritural numérico fracionário. Objetos não ostensivos: identificar frações equivalentes e compreender que um mesmo número pode ser representado por frações diferentes que serão equivalentes.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 19 – Atividade 4 (Subtipo de tarefa T_{19})



seja, ela não pode ser mais simplificada. Nos exemplos acima, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{10}$ e $\frac{5}{3}$ são frações irredutíveis.

4. Não houve vencedor; houve empate: $\frac{12}{15} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

6. b) $\frac{98}{102} = \frac{8.624}{8.976}$

d) $\frac{1.000}{17} = \frac{5.000}{85}$ ou $\frac{1.000}{34} = \frac{5.000}{170}$

VAMOS APLICAR

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Verifique se os pares de figuras representam frações equivalentes. Justifique.

a) não; $\frac{12}{36} \neq \frac{6}{12}$

b) sim; $\frac{6}{18} = \frac{3}{9}$

c) sim; $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

2 Determine a forma irredutível das frações.

a) $\frac{35}{70}$ $\frac{1}{2}$ b) $\frac{242}{286}$ $\frac{11}{13}$ c) $\frac{45}{117}$ $\frac{5}{13}$ d) $\frac{282}{180}$ $\frac{47}{30}$

3 Regina afirmou que $\frac{20}{60}$ dos alunos gostam de futebol. Fábio disse que $\frac{1}{3}$ dos alunos gosta de futebol.
Sabendo que, dos 300 alunos, 100 gostam de futebol, responda: qual afirmação é verdadeira? Justifique.

4 Luís e Marília disputavam um torneio de ortografia em que cada um deveria ditar 15 palavras para o outro. Primeiro, Luís ditou e Marília escreveu corretamente 12 delas. Depois, foi a vez de Marília ditar para Luís, mas, quando ele escreveu a 10ª palavra, o torneio foi interrompido. Até esse momento, Luís havia acertado 8 palavras. Como o torneio não prosseguiu, eles resolveram considerar os acertos em relação ao total de palavras que cada um escreveu. Quem foi o vencedor?

5 Ao simplificar uma fração, Elaine derrubou tinta sobre o exercício.

CLAUDIO CHIYO

- Analisando o que é possível ver da resolução, podemos dizer que Elaine acertou ou errou a simplificação? Por quê? Errou, pois não conseguimos chegar ao número 2 simplificando o número 151.

6 Utilize uma calculadora e corrija a equivalência que estiver errada.

a) $\frac{33}{29} = \frac{1.749}{1.537}$ c) $\frac{30}{45} = \frac{3.390}{5.085}$

b) $\frac{98}{102} = \frac{8.624}{8.876}$ d) $\frac{1.000}{34} = \frac{5.000}{85}$

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 129).

Quadro 21 – Análises na atividade 4 (Subtipo de tarefa T_{19})

Tipo de Tarefa: Identificar quem foi o vencedor do torneio de ortografia.
Técnica: Identificação de partes de um inteiro e aplicação da propriedade de frações equivalentes, multiplicando ou dividindo o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número diferente de zero, obtendo uma fração equivalente à fração inicial.
Tecnologia: Compreensão dos significados das frações (parte/todo) por meio de discurso e propriedade das frações equivalentes.
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: aritmética, discursivo e escritural numérico fracionário.
Objetos não ostensivos: significado da relação parte/todo de uma fração, identificar frações equivalentes e compreender que um mesmo número pode ser representado por frações diferentes que serão equivalentes.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 20 – Atividade 5 (Subtipo de tarefa T_{20})

5 Ao simplificar uma fração, Elaine derrubou tinta sobre o exercício.

CLAUDIO CHIYO

- Analisando o que é possível ver da resolução, podemos dizer que Elaine acertou ou errou a simplificação? Por quê? Errou, pois não conseguimos chegar ao número 2 simplificando o número 151.

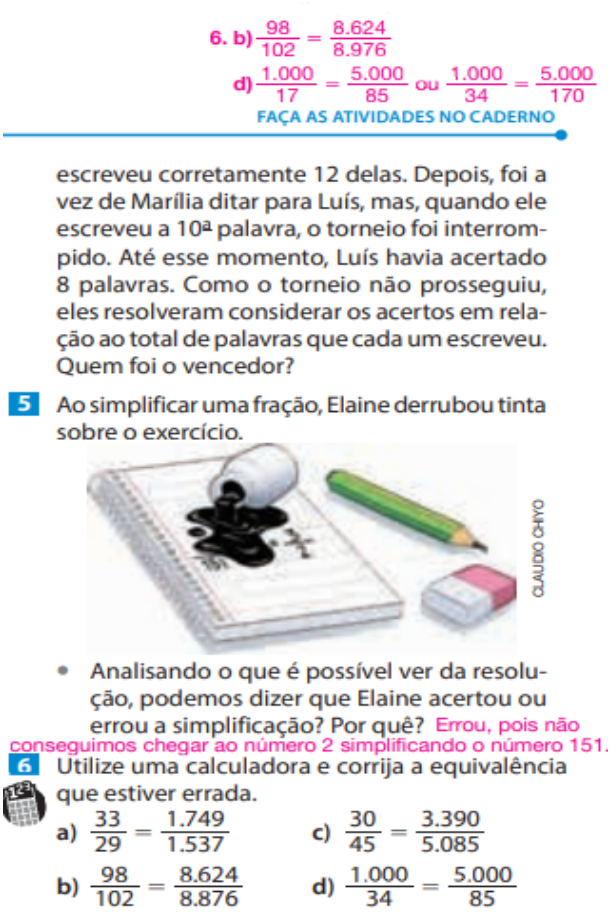
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 129).

Quadro 22 – Análises na atividade 5 (Subtipo de tarefa T_{20})

Tipo de Tarefa: Analisar e explicar o resultado da simplificação da fração dada.
Técnica: Aplicação da propriedade de frações equivalentes, multiplicando ou dividindo o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número diferente de zero, obtendo uma fração equivalente à fração inicial e utilização de critérios de divisibilidade do número 2.
Tecnologia: Propriedade das frações equivalentes. Regras de divisibilidade.
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: aritmética, discursivo e escritural numérico natural.
Objetos não ostensivos: identificação de frações equivalentes e critérios de divisibilidade.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 21 – Atividade 6 (Subtipo de tarefa T_{21})



6. b) $\frac{98}{102} = \frac{8.624}{8.976}$

d) $\frac{1.000}{17} = \frac{5.000}{85}$ ou $\frac{1.000}{34} = \frac{5.000}{170}$

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

escreveu corretamente 12 delas. Depois, foi a vez de Marília ditar para Luís, mas, quando ele escreveu a 10ª palavra, o torneio foi interrompido. Até esse momento, Luís havia acertado 8 palavras. Como o torneio não prosseguiu, eles resolveram considerar os acertos em relação ao total de palavras que cada um escreveu. Quem foi o vencedor?

5 Ao simplificar uma fração, Elaine derrubou tinta sobre o exercício.

CLAUDIO CHIYO

- Analisando o que é possível ver da resolução, podemos dizer que Elaine acertou ou errou a simplificação? Por quê? Errou, pois não conseguimos chegar ao número 2 simplificando o número 151.

6 Utilize uma calculadora e corrija a equivalência que estiver errada.

a) $\frac{33}{29} = \frac{1.749}{1.537}$

b) $\frac{98}{102} = \frac{8.624}{8.876}$

c) $\frac{30}{45} = \frac{3.390}{5.085}$

d) $\frac{1.000}{34} = \frac{5.000}{85}$

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 129).

Quadro 23 – Análises na atividade 6 (Subtipo de tarefa T_{21})

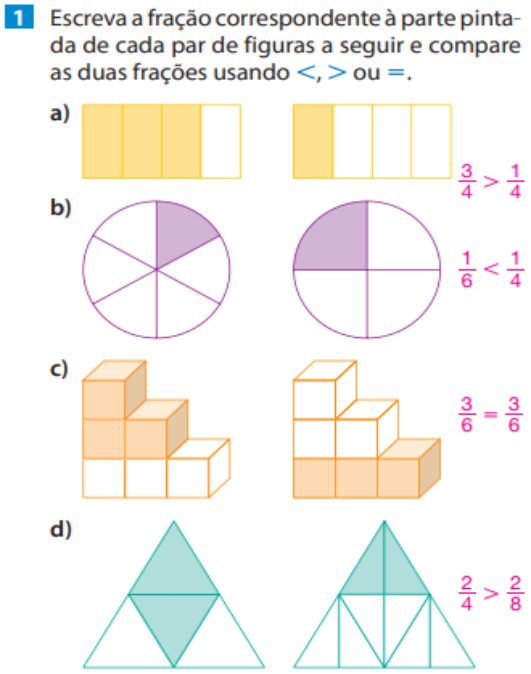
Tipo de Tarefa: Verificar as equivalências de frações em cada caso e corrigir as que apresentarem erros.
Técnica: Aplicação da propriedade de frações equivalentes, multiplicando ou dividindo o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número diferente de zero, obtendo uma fração equivalente à fração inicial.
Tecnologia: Propriedade das frações equivalentes.
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: aritmética e escritural numérico fracionário.
Objetos não ostensivos: identificação de frações equivalentes.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Os subtipos de tarefas T_{16}, T_{17}, T_{18}, T_{19}, T_{20} e T_{21} trabalham o conceito de frações

equivalentes atrelado a associação de partes de inteiros e resultado de divisão. As atividades utilizam figuras e histórias que contextualizam o conteúdo. As atividades são trabalhadas na área do conhecimento número e é possível perceber o importante papel da aritmética para responder às questões.

Figura 22 – Atividade 1 (Subtipo de tarefa T_{22})



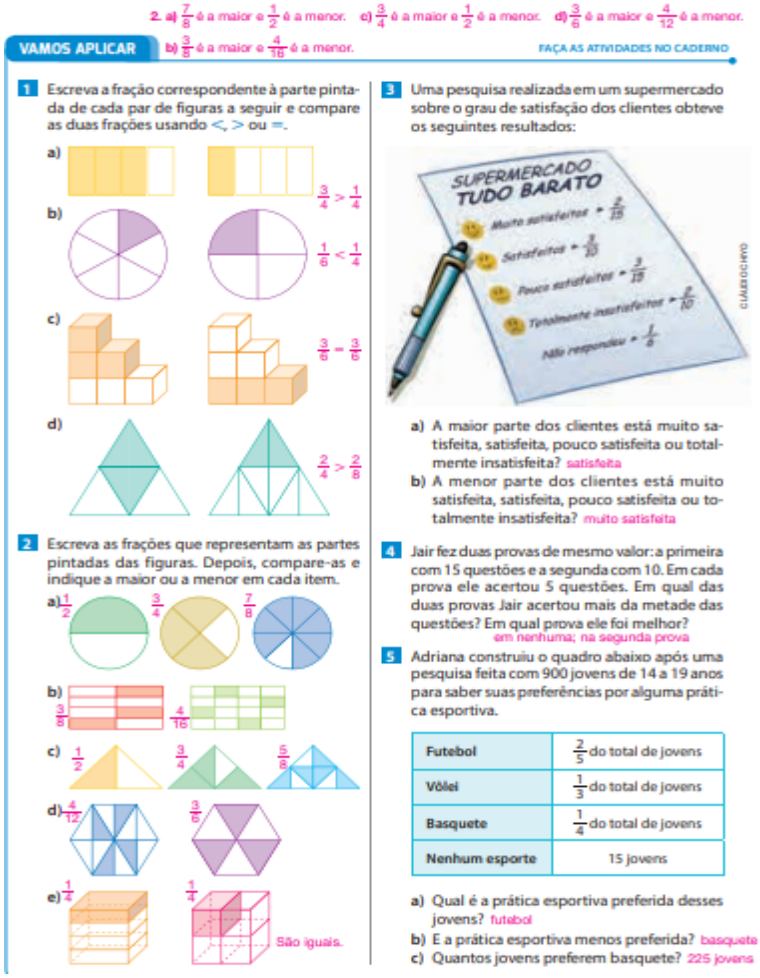
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 132).

Quadro 24 – Análises na atividade 1 (Subtipo de tarefa T_{22})

Tipo de Tarefa: Escrever a fração correspondente a parte pintada de cada par de figuras e comparar as frações encontradas utilizando os símbolos <, > ou =.
Técnica: Identificação do todo e das partes em frações por meio da análise de figuras, comparação de frações por meio da análise de figuras que representam o mesmo inteiro.
Tecnologia: Compreensão dos significados das frações (parte/todo). Comparação de frações.
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: escritural numérico fracionário e registros simbólicos.
Objetos não ostensivos: análises de representação figural, significado da relação parte/todo de uma fração e comparação de frações.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 23 – Atividade 2 (Subtipo de tarefa T_{23})



2. a) $\frac{7}{8}$ é a maior e $\frac{1}{2}$ é a menor. c) $\frac{3}{4}$ é a maior e $\frac{1}{2}$ é a menor. d) $\frac{3}{6}$ é a maior e $\frac{4}{12}$ é a menor.
b) $\frac{3}{8}$ é a maior e $\frac{4}{16}$ é a menor.

VAMOS APLICAR

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Escreva a fração correspondente à parte pintada de cada par de figuras a seguir e compare as duas frações usando $<$, $>$ ou $=$.

a) $\frac{3}{4} > \frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{6} < \frac{1}{4}$

c) $\frac{3}{6} = \frac{3}{6}$

d) $\frac{2}{4} > \frac{2}{8}$

2 Escreva as frações que representam as partes pintadas das figuras. Depois, compare-as e indique a maior ou a menor em cada item.

a) $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{8}$

b) $\frac{3}{8}$ $\frac{4}{16}$

c) $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{8}$

d) $\frac{4}{12}$ $\frac{3}{6}$

e) $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ São iguais.

3 Uma pesquisa realizada em um supermercado sobre o grau de satisfação dos clientes obteve os seguintes resultados:

a) A maior parte dos clientes está muito satisfeita, satisfeita, pouco satisfeita ou totalmente insatisfeita? satisfeita

b) A menor parte dos clientes está muito satisfeita, satisfeita, pouco satisfeita ou totalmente insatisfeita? muito satisfeita

4 Jair fez duas provas de mesmo valor: a primeira com 15 questões e a segunda com 10. Em cada prova ele acertou 5 questões. Em qual das duas provas Jair acertou mais da metade das questões? Em qual prova ele foi melhor?
em nenhuma; na segunda prova

5 Adriana construiu o quadro abaixo após uma pesquisa feita com 900 jovens de 14 a 19 anos para saber suas preferências por alguma prática esportiva.

Futebol	$\frac{2}{5}$ do total de jovens
Vôlei	$\frac{1}{3}$ do total de jovens
Basquete	$\frac{1}{4}$ do total de jovens
Nenhum esporte	15 jovens

a) Qual é a prática esportiva preferida desses jovens? futebol

b) E a prática esportiva menos preferida? basquete

c) Quantos jovens preferem basquete? 225 jovens

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 132).

Quadro 25 – Análises na atividade 2 (Subtipo de tarefa T_{23})

Tipo de Tarefa: Escrever a fração que representa a parte pintada das figuras e comparar as frações encontradas indicando a maior e a menor em cada alternativa.
Técnica: Identificação do todo e das partes em frações por meio da análise de figuras, comparação de frações por meio da análise de figuras que representam o mesmo inteiro.
Tecnologia: Compreensão dos significados das frações (parte/todo). Comparação de frações.
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: escritural numérico fracionário e discursivo.
Objetos não ostensivos: análises de representação figural, significado da relação parte/todo de uma fração e comparação de frações.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 24 – Atividade 3 (Subtipo de tarefa T_{24})

3 Uma pesquisa realizada em um supermercado sobre o grau de satisfação dos clientes obteve os seguintes resultados:

a) A maior parte dos clientes está muito satisfeita, satisfeita, pouco satisfeita ou totalmente insatisfeita? satisfeita

b) A menor parte dos clientes está muito satisfeita, satisfeita, pouco satisfeita ou totalmente insatisfeita? muito satisfeita

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 132).

Quadro 26 – Análises na atividade 3 (Subtipo de tarefa T_{24})

Tipo de Tarefa: Analisar os dados da pesquisa realizada e responder qual o grau de satisfação dos clientes.
Técnica: Utilizar técnicas de comparações de frações, exemplo, ordenando as frações, da menor para a maior ou transformando todas as frações em frações equivalentes.
Tecnologia: Comparação de frações.
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: escritural numérico fracionário e discursivo.
Objetos não ostensivos: comparação de frações.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 25 – Atividade 4 (Subtipo de tarefa T_{25})

4 Jair fez duas provas de mesmo valor: a primeira com 15 questões e a segunda com 10. Em cada prova ele acertou 5 questões. Em qual das duas provas Jair acertou mais da metade das questões? Em qual prova ele foi melhor?

em nenhuma; na segunda prova

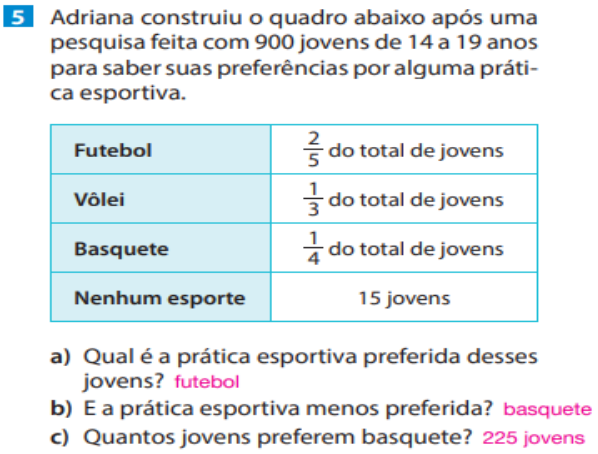
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 132).

Quadro 27 – Análises na atividade 4 (Subtipo de tarefa T_{25})

Tipo de Tarefa: Calcular em qual prova Jair acertou mais da metade das questões e responder em qual prova ele teve um melhor resultado. Técnica: Escrever as frações que representam os dados indicados e utilizar técnicas de comparações de frações. Tecnologia: Compreensão dos significados das frações (parte/todo) e comparação de frações. Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais). Objetos ostensivos: escritural numérico fracionário e discursivo. Objetos não ostensivos: significado da relação parte/todo de uma fração e comparação de frações.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 26 – Atividade 5 (Subtipo de tarefa T_{26})



5 Adriana construiu o quadro abaixo após uma pesquisa feita com 900 jovens de 14 a 19 anos para saber suas preferências por alguma prática esportiva.

Futebol	$\frac{2}{5}$ do total de jovens
Vôlei	$\frac{1}{3}$ do total de jovens
Basquete	$\frac{1}{4}$ do total de jovens
Nenhum esporte	15 jovens

a) Qual é a prática esportiva preferida desses jovens? futebol
b) E a prática esportiva menos preferida? basquete
c) Quantos jovens preferem basquete? 225 jovens

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 132).

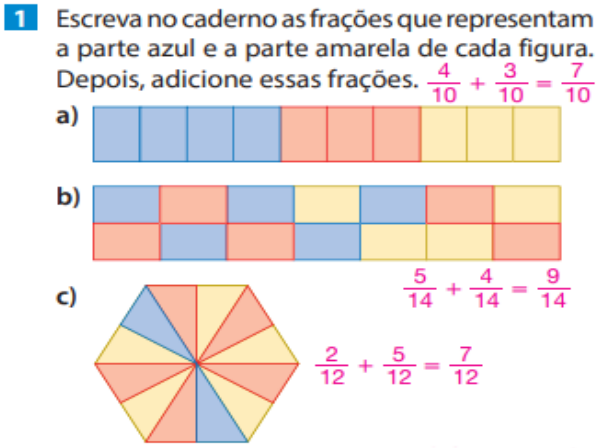
Quadro 28 – Análises na atividade 5 (Subtipo de tarefa T_{26})

Tipo de Tarefa: Verificar os dados constantes no quadro e responder qual a prática esportiva preferida, qual é a menos preferida e calcular quantos jovens preferem basquete. Técnica: Multiplicar um número natural por uma fração e obter como resultado um número natural. Tecnologia: Operações matemáticas com números racionais Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais). Objetos ostensivos: escrita em língua natural e escritural numérico racional. Objetos não ostensivos: cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Nos subtipos de tarefas T_{22}, T_{23}, T_{24}, T_{25} e T_{26} é trabalhado o conceito de frações equivalentes associado à ideia de partes de inteiros e resultado de divisão. As tarefas utilizam figuras e histórias que contextualizam o conteúdo e são trabalhadas na área do conhecimento números. Dentre os subtipos de tarefas também é estudado o conceito de comparação de frações com o auxílio de figuras.

Figura 27 – Atividade 1 (Subtipo de tarefa T_{27})



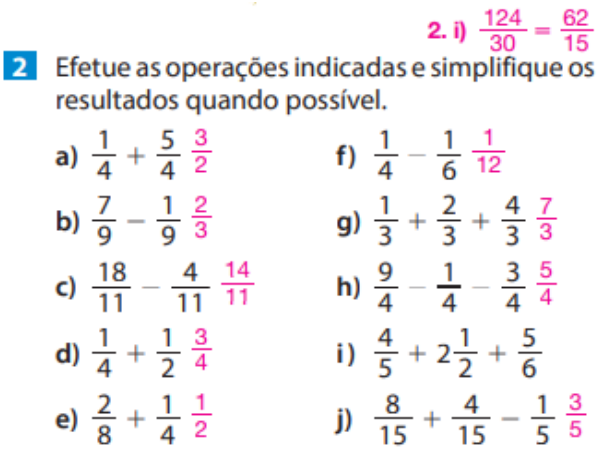
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 139).

Quadro 29 – Análises na atividade 1 (Subtipo de tarefa T_{27})

Tipo de Tarefa: Escrever as frações correspondentes nas cores indicadas em cada figura.
Técnica: Identificação do todo em uma fração, identificação das partes em uma fração, análises e leituras de representações figurais. Adição de numeradores e conservação dos denominadores em frações iguais.
Tecnologia: Análises de figuras que representam frações com denominadores iguais. Soma de frações com denominadores iguais.
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: escritural numérico fracionário e aritmética.
Objetos não ostensivos: análises de figuras, significado da relação parte/todo de uma fração e soma de frações com numeradores iguais.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 28 – Atividade 2 (Subtipo de tarefa T_{28})



2. i) $\frac{124}{30} = \frac{62}{15}$

2 Efetue as operações indicadas e simplifique os resultados quando possível.

a) $\frac{1}{4} + \frac{5}{4}$ $\frac{3}{2}$

b) $\frac{7}{9} - \frac{1}{9}$ $\frac{2}{3}$

c) $\frac{18}{11} - \frac{4}{11}$ $\frac{14}{11}$

d) $\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$

e) $\frac{2}{8} + \frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$

f) $\frac{1}{4} - \frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$

g) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{4}{3}$ $\frac{7}{3}$

h) $\frac{9}{4} - \frac{1}{4} - \frac{3}{4}$ $\frac{5}{4}$

i) $\frac{4}{5} + 2\frac{1}{2} + \frac{5}{6}$

j) $\frac{8}{15} + \frac{4}{15} - \frac{1}{5}$ $\frac{3}{5}$

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 139).

Quadro 30 – Análises na atividade 2 (Subtipo de tarefa T_{28})

Tipo de Tarefa: Efetuar em cada alternativa as operações com frações e realizar a simplificação quando possível.
Técnica: Adição de numeradores e conservação dos denominadores em frações iguais. Subtração de numeradores e conservação dos denominadores em frações iguais. Adição ou subtração de frações com denominadores diferentes, realizando o cálculo do mínimo múltiplo comum (MMC). Simplificações de frações quando possível.
Tecnologia: Adição e subtração de frações com denominadores iguais e com denominadores diferentes. Cálculo da fração irredutível quando possível.
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: escritural numérico fracionário e aritmética.
Objetos não ostensivos: adição e subtração de frações e cálculo da fração irredutível.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 29 – Atividade 3 (Subtipo de tarefa T_{29})

3 O ponteiro do marcador de combustível de um carro indicava $\frac{3}{4}$ de tanque. Após dirigir por certo tempo, o motorista notou que o ponteiro indicava $\frac{1}{4}$ de tanque. Quanto do tanque foi gasto nesse percurso? $\frac{1}{2}$ tanque

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 139).

Quadro 31 – Análises na atividade 3 (Subtipo de tarefa T_{29})

Tipo de Tarefa: Calcular o total gasto de gasolina pelo carro após a viagem realizada.
Técnica: Subtrair da fração que representa o total de gasolina que o tanque continha antes do carro ser utilizado a fração que representa o restante da gasolina após o uso do veículo. Cálculo da fração irredutível.
Tecnologia: Subtração de frações com denominadores iguais e cálculo da fração irredutível.
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: escritural numérico fracionário, língua natural e aritmética.
Objetos não ostensivos: subtração de frações e cálculo da fração irredutível.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 30 – Atividade 4 (Subtipo de tarefa T_{30})

4 Ontem Marta leu $\frac{5}{9}$ de um livro. Hoje ela leu mais $\frac{2}{5}$ desse livro. Que fração do livro Marta já leu? $\frac{43}{45}$

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 139).

Quadro 32 – Análises na atividade 4 (Subtipo de tarefa T_{30})

Tipo de Tarefa: Calcular a fração que representa a parte do livro que Marta já leu.
Técnica: Calcular frações equivalentes às frações iniciais e adição de frações com denominadores diferentes.
Tecnologia: Propriedades das frações equivalentes e adição de frações com denominadores diferentes.
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: aritmética e escritural numérico fracionário.
Objetos não ostensivos: frações equivalentes e adição de frações.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 31 – Atividade 5 (Subtipo de tarefa T_{31})

5 Adriana viajou para o litoral. Na primeira hora de viagem, ela percorreu $\frac{1}{3}$ do caminho e, na segunda, mais $\frac{2}{5}$. Que fração do trajeto Adriana percorreu nessas duas horas? $\frac{11}{15}$

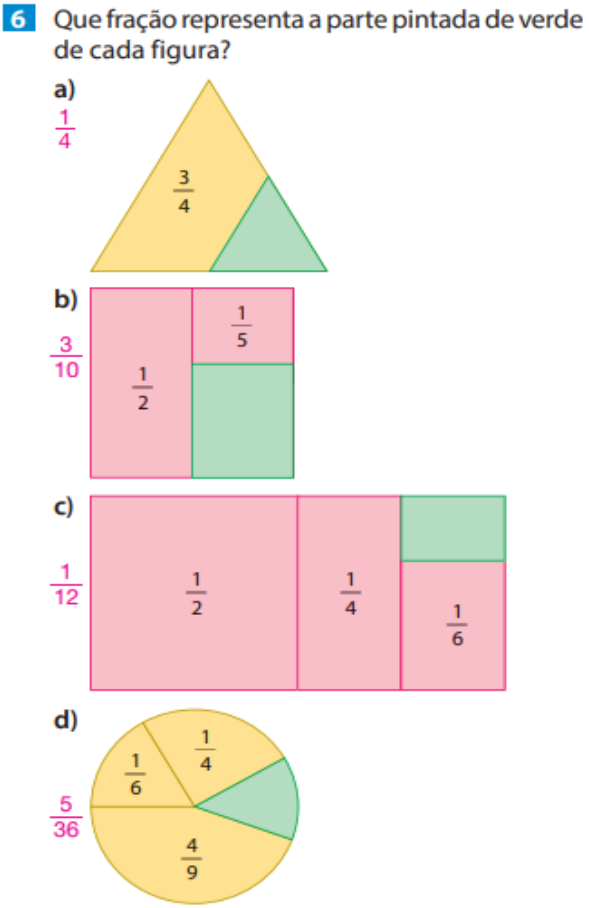
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 139).

Quadro 33 – Análises na atividade 5 (Subtipo de tarefa T_{31})

Tipo de Tarefa: Calcular a fração que representa o trajeto percorrido por Adriana nas duas horas.
Técnica: Calcular frações equivalentes às frações iniciais e adição de frações com denominadores diferentes.
Tecnologia: Propriedades das frações equivalentes e adição de frações com denominadores diferentes.
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: aritmética e escritural numérico fracionário.
Objetos não ostensivos: frações equivalentes e adição de frações.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 32 – Atividade 6 (Subtipo de tarefa T_{32})



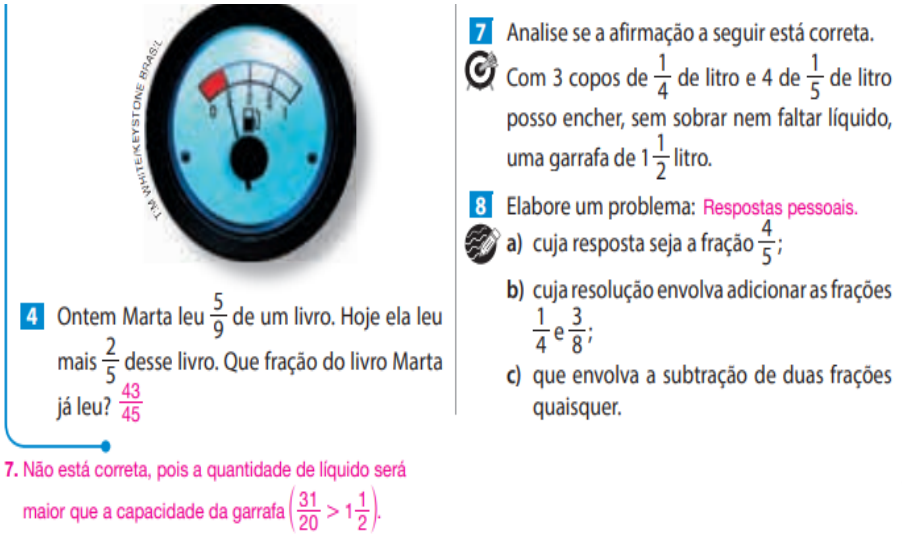
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 139).

Quadro 34 – Análises na atividade 6 (Subtipo de tarefa T_{32})

Tipo de Tarefa: Representar em cada caso a fração que corresponde a parte pintada de verde.
Técnica: Identificação do todo em uma fração, identificação das partes em uma fração, análises e leituras de representações figurais. Adicionar as frações que representam as partes em rosa e amarelo e subtrair o resultado do inteiro.
Tecnologia: Compreensão dos significados das frações (parte/todo) por meio de figuras e adição de frações com denominadores diferentes.
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: representações figurais, aritmética e escritural numérico fracionário.
Objetos não ostensivos: significado da relação parte/todo de uma fração e adição de frações.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 33 – Atividade 7 (Subtipo de tarefa T_{33})



4 Ontem Marta leu $\frac{5}{9}$ de um livro. Hoje ela leu mais $\frac{2}{5}$ desse livro. Que fração do livro Marta já leu? $\frac{43}{45}$

7 Analise se a afirmação a seguir está correta.
Com 3 copos de $\frac{1}{4}$ de litro e 4 de $\frac{1}{5}$ de litro posso encher, sem sobrar nem faltar líquido, uma garrafa de $1\frac{1}{2}$ litro.

8 Elabore um problema: Respostas pessoais.
a) cuja resposta seja a fração $\frac{4}{5}$;
b) cuja resolução envolva adicionar as frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{8}$;
c) que envolva a subtração de duas frações quaisquer.

7. Não está correta, pois a quantidade de líquido será maior que a capacidade da garrafa $\left(\frac{31}{20} > 1\frac{1}{2}\right)$.

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 139).

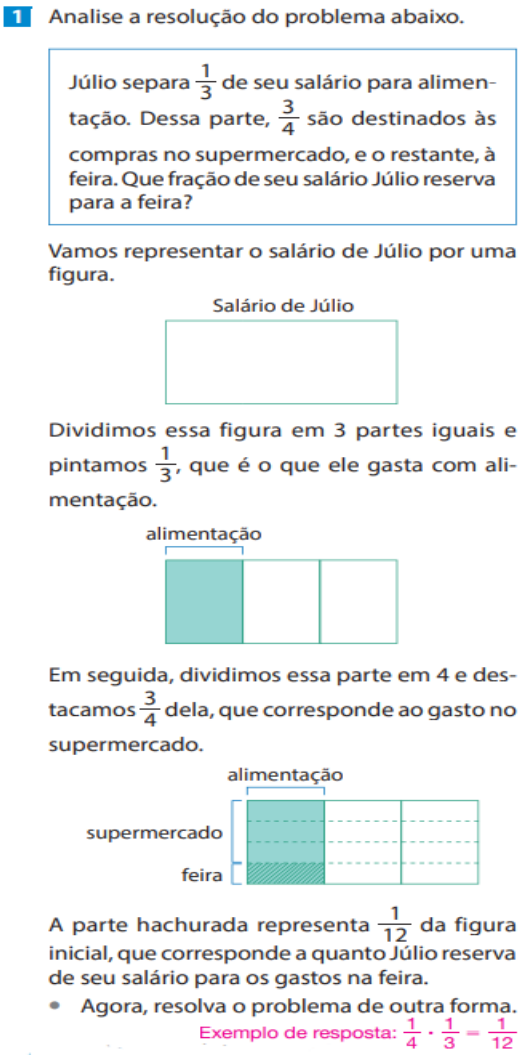
Quadro 35 – Análises na atividade 7 (Subtipo de tarefa T_{33})

Tipo de Tarefa: Analisar as informações dadas e realizar os cálculos necessários.
Técnica: Realizar a adição das frações dadas e verificar se o valor encontrado é igual a capacidade da garrafa.
Tecnologia: Adição de frações com denominadores diferentes.
Teoria: Área do conhecimento números (conjunto dos números racionais).
Objetos ostensivos: aritmética, discursivo e escritural numérico fracionário.
Objetos não ostensivos: adição de frações.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Os subtipos de tarefas T_{27}, T_{28}, T_{29}, T_{30} , T_{31}, T_{32} e T_{33} trabalham compreensão, comparação e ordenação das frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. Os subtipos de tarefas são estudados na área de conhecimento números. A adição e a subtração de números racionais na forma fracionária também são contempladas nos subtipos.

Figura 34 – Atividade 1 (Subtipo de tarefa T_{34})



1 Analise a resolução do problema abaixo.

Júlio separa $\frac{1}{3}$ de seu salário para alimentação. Dessa parte, $\frac{3}{4}$ são destinados às compras no supermercado, e o restante, à feira. Que fração de seu salário Júlio reserva para a feira?

Vamos representar o salário de Júlio por uma figura.

Dividimos essa figura em 3 partes iguais e pintamos $\frac{1}{3}$, que é o que ele gasta com alimentação.

Em seguida, dividimos essa parte em 4 e destacamos $\frac{3}{4}$ dela, que corresponde ao gasto no supermercado.

A parte hachurada representa $\frac{1}{12}$ da figura inicial, que corresponde a quanto Júlio reserva de seu salário para os gastos na feira.

- Agora, resolva o problema de outra forma.

Exemplo de resposta: $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

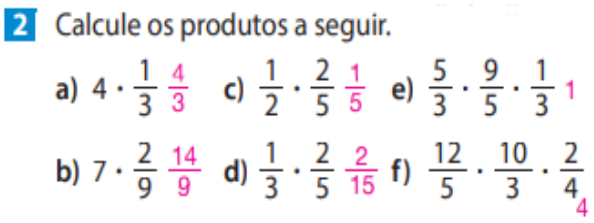
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 141).

Quadro 36 – Análises na atividade 1 (Subtipo de tarefa T_{34})

Tipo de Tarefa: Analisar a resolução do problema e resolvê-lo de outra forma.
Técnica: Representações fracionárias por meio de figuras, identificando o total de partes de um inteiro e multiplicar as frações que representam o valor gasto com alimentação por Júlio.
Tecnologia: Operações com frações.
Teoria: Área do conhecimento álgebra.
Objetos ostensivos: representações figurais, aritmética e escritural numérico fracionário.
Objetos não ostensivos: divisão de uma quantidade em partes desiguais e multiplicação com frações.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 35 – Atividade 2 (Subtipo de tarefa T_{35})


2 Calcule os produtos a seguir.

a) $4 \cdot \frac{1}{3}$ $\frac{4}{3}$ c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}$ $\frac{1}{5}$ e) $\frac{5}{3} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{1}{3}$ 1

b) $7 \cdot \frac{2}{9}$ $\frac{14}{9}$ d) $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}$ $\frac{2}{15}$ f) $\frac{12}{5} \cdot \frac{10}{3} \cdot \frac{2}{4}$ 4

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 141).

Quadro 37 – Análises na atividade 2 (Subtipo de tarefa T_{35})

Tipo de Tarefa: Calcular os produtos listados.
Técnica: Em algumas alternativas multiplicar um número natural por uma fração e em outras multiplicar frações.
Tecnologia: Operações com frações.
Teoria: Área do conhecimento álgebra.
Objetos ostensivos: aritmética e escritural numérico fracionário.
Objetos não ostensivos: multiplicação com frações.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 36 – Atividade 3 (Subtipo de tarefa T_{36})

3 Resolva os problemas a seguir.

MARCO CORTEZ

a) Em uma entrevista feita com alunos, verificou-se que $\frac{5}{8}$ são ouvintes da Rádio do Colégio. Desses alunos, apenas $\frac{4}{15}$ gostam de MPB. Qual é a fração de alunos que ouvem a Rádio do Colégio e gostam de MPB? $\frac{1}{6}$

b) Dos alunos de uma classe, $\frac{4}{6}$ praticam algum esporte. Destes, $\frac{4}{5}$ jogam basquete. Que fração de alunos dessa sala joga basquete? $\frac{8}{15}$

c) Cléber reservou $\frac{3}{4}$ da área de sua fazenda para plantação. Da área reservada, usou $\frac{1}{5}$ para plantar café, $\frac{1}{3}$ para produzir algodão e o restante para cultivar cana-de-açúcar. Que fração da área da fazenda representa o cultivo de cana-de-açúcar? $\frac{7}{20}$

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 141).

Quadro 38 – Análises na atividade 3 (Subtipo de tarefa T_{36})

Tipo de Tarefa: Resolver os problemas nas alternativas.
Técnica: Calcular a fração de fração por meio da multiplicação de frações.
Tecnologia: Operações com frações.
Teoria: Área do conhecimento álgebra.
Objetos ostensivos: aritmética, escritural numérico fracionário e utilização das propriedades de simplificação de frações.
Objetos não ostensivos: multiplicação com frações e cálculo da fração irredutível.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 37 – Atividade 4 (Subtipo de tarefa T_{37})

4 Em uma classe, $\frac{2}{3}$ dos alunos participam de atividades esportivas. Metade dos alunos restantes está no grupo de pesquisa, e os outros, no grupo de teatro. Sabendo que os alunos que fazem uma atividade não participam de outra, responda às questões.

a) Que fração do total de alunos representa a quantidade de alunos do grupo de pesquisa? $\frac{1}{6}$

b) Sabendo que o grupo de teatro é composto de 5 integrantes, quantos alunos há nessa classe? 30 alunos

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 141).

Quadro 39 – Análises na atividade 4 (Subtipo de tarefa T_{37})

Tipo de Tarefa: Responder às questões dadas.
Técnica: Calcular a fração de fração por meio da multiplicação de frações e multiplicar um número natural por uma fração.
Tecnologia: Operações com frações.
Teoria: Área do conhecimento álgebra.
Objetos ostensivos: aritmética, escritural numérico fracionário e linguagem natural.
Objetos não ostensivos: multiplicação com frações.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 38 – Atividade 5 (Subtipo de tarefa T_{38})

5 Juliana e Cristiane compraram juntas um bolo que custava 40 reais. Juliana contribuiu com 15 reais e Cristiane pagou o restante.

a) Quanto Cristiane pagou? 25 reais

b) Que fração do valor total do bolo cada uma das meninas pagou? Juliana: $\frac{3}{8}$; Cristiane: $\frac{5}{8}$

c) O bolo que elas compraram veio cortado em 8 fatias de mesmo tamanho. Cristiane propôs dividir o bolo igualmente entre as duas. Juliana não achou justo e propôs que cada uma ficasse com uma fração do bolo correspondente à fração que pagou do valor total. Juliana: 4 fatias; Cristiane: 4 fatias

- No caso da proposta de Cristiane, com quantas fatias de bolo cada uma ficaria?
- E no caso da divisão proposta por Juliana? Juliana: 3 fatias; Cristiane: 5 fatias

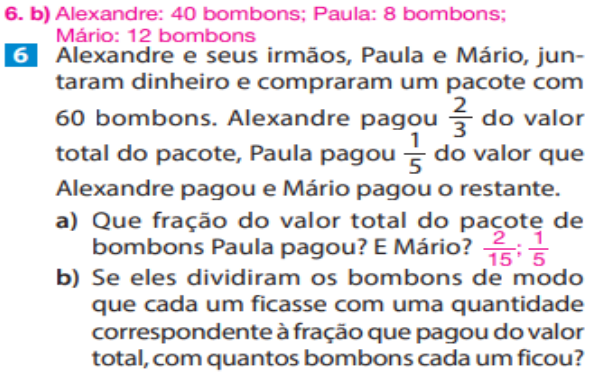
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 142).

Quadro 40 –Análises na atividade 5 (Subtipo de tarefa T_{38})

Tipo de Tarefa: Responder às alternativas representando com frações e calculando frações de uma quantidade. Técnica: Utilizar a subtração de números naturais e multiplicar um número natural por uma fração. Dividir um inteiro em partes iguais e utilizar a multiplicação de um número natural por uma fração para descobrir as frações equivalentes às quantias pagas por Juliana e Cristiane. Tecnologia: Operações com frações. Teoria: Área do conhecimento álgebra. Objetos ostensivos: aritmética, linguagem natural e escritural numérico racional. Objetos não ostensivos: multiplicação com frações e relação parte/todo de um inteiro.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 39 – Atividade 6 (Subtipo de tarefa T_{39})



6. b) Alexandre: 40 bombons; Paula: 8 bombons; Mário: 12 bombons

6 Alexandre e seus irmãos, Paula e Mário, juntaram dinheiro e compraram um pacote com 60 bombons. Alexandre pagou $\frac{2}{3}$ do valor total do pacote, Paula pagou $\frac{1}{5}$ do valor que Alexandre pagou e Mário pagou o restante.

a) Que fração do valor total do pacote de bombons Paula pagou? E Mário? $\frac{2}{15}$; $\frac{1}{5}$

b) Se eles dividiram os bombons de modo que cada um ficasse com uma quantidade correspondente à fração que pagou do valor total, com quantos bombons cada um ficou?

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 142).

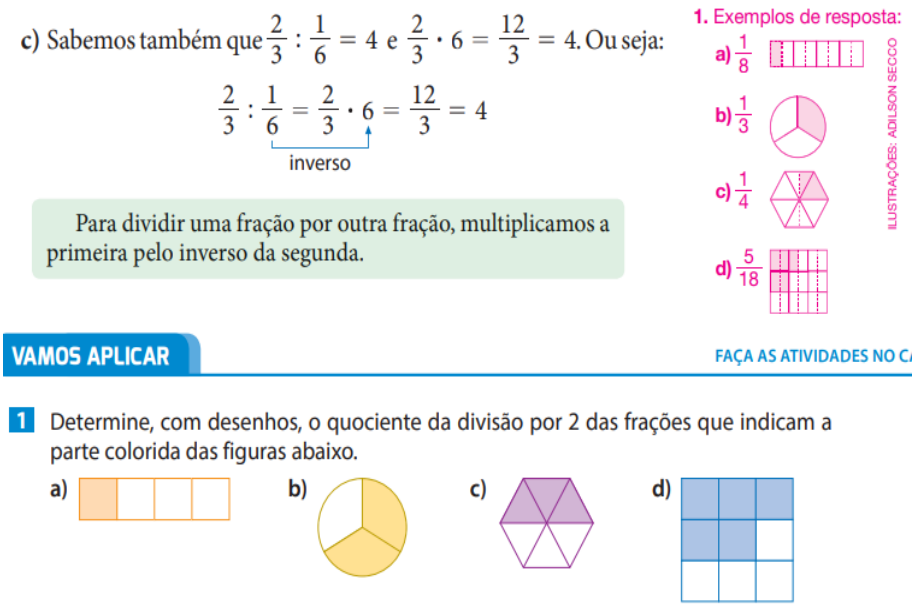
Quadro 41 – Análises na atividade 6 (Subtipo de tarefa T_{39})

Tipo de Tarefa: Representar a fração e representar a fração de uma quantidade. Técnica: Multiplicação com frações, multiplicar duas frações. Utilizar a multiplicação de um número natural por uma fração para descobrir as frações equivalentes às quantias pagas pelos irmãos. Tecnologia: Operações com frações. Teoria: Área do conhecimento álgebra. Objetos ostensivos: aritmética, linguagem natural e escritural numérico racional. Objetos não ostensivos: multiplicação com frações.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Nos subtipos de tarefas T_{34}, T_{35}, T_{36}, T_{37} , T_{38}, e T_{39} são trabalhados problemas que envolvem a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, trabalhando também as relações aditivas e multiplicativas e a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo. Os subtipos de tarefas são estudados na área de conhecimento álgebra e contemplam o estudo da multiplicação com frações.

Figura 40 – Atividade 1 (Subtipo de tarefa T_{40})


c) Sabemos também que $\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = 4$ e $\frac{2}{3} \cdot 6 = \frac{12}{3} = 4$. Ou seja:

$$\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \cdot 6 = \frac{12}{3} = 4$$

inverso

Para dividir uma fração por outra fração, multiplicamos a primeira pelo inverso da segunda.

1. Exemplos de resposta:
a) $\frac{1}{8}$
b) $\frac{1}{3}$
c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{5}{18}$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO

VAMOS APLICAR

FAÇA AS ATIVIDADES NO C

1 Determine, com desenhos, o quociente da divisão por 2 das frações que indicam a parte colorida das figuras abaixo.

a) b) c) d)

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 145).

Quadro 42 – Análises na atividade 1 (Subtipo de tarefa T_{40})

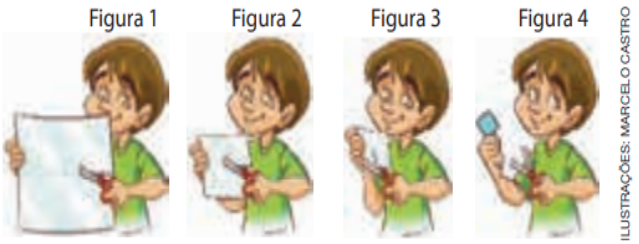
Tipo de Tarefa: Determinar o quociente da divisão por 2 das frações indicadas nas figuras abaixo.
Técnica: Escrever a fração que corresponde a cada alternativa, dividir cada fração por 2 e depois representar o resultado da divisão por meio de desenhos.
Tecnologia: Divisão de uma fração por um número natural.
Teoria: Área do conhecimento álgebra.
Objetos ostensivos: aritmética, escritural numérico fracionário e representações fracionárias em desenhos.
Objetos não ostensivos: dividir um inteiro em partes iguais.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 41 – Atividade 2 (Subtipo de tarefa T_{41})

2 Observe a situação ao lado e faça o que se pede.

Douglas dividiu uma folha de papel em pedaços de mesmo tamanho.



a) Que fração da folha representa um dos pedaços que Douglas obteve na primeira divisão? $\frac{1}{4}$

b) Que fração da folha inicial representa o pedaço pintado de azul? $\frac{1}{64}$

c) Escreva a sequência de frações que representam, em relação à folha inicial, as partes que Douglas obteve em cada divisão. $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{64}\right)$

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 145).

Quadro 43 – Análises na atividade 2 (Subtipo de tarefa T_{41})

Tipo de Tarefa: Observar as figuras e responder ao que se pede.
Técnica: Observar as divisões sucessivas que são realizadas no inteiro. Inicialmente, escrever a fração que corresponde a figura 1 e dividir as frações encontradas pelo número natural 4.
Tecnologia: Divisão de uma fração por um número natural.
Teoria: Área do conhecimento álgebra.
Objetos ostensivos: aritmética e escritural numérico fracionário.
Objetos não ostensivos: dividir um inteiro em partes iguais e análises de figuras.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 42 – Atividade 3 (Subtipo de tarefa T_{42})

3 Determine o inverso dos números abaixo.

a) $7\ \frac{1}{7}$ b) $\frac{2}{5}\ \frac{5}{2}$ c) $\frac{21}{6}\ \frac{6}{21}$ d) $12\ \frac{1}{12}$

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 146).

Quadro 44 – Análises na atividade 3 (Subtipo de tarefa T_{42})

Tipo de Tarefa: Determinar o inverso dos números abaixo. Técnica: Escrever os números inversos dos números relacionados nas alternativas. Utilizar o processo de inversão de uma fração, o qual é necessário inverter o numerador e o denominador, encontrando assim o inverso do número inicialmente dado. Tecnologia: Inverso de um número racional. Teoria: Área do conhecimento álgebra. Objeto ostensivo: escritural numérico fracionário. Objetos não ostensivos: números inversos.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 43 – Atividade 4 (Subtipo de tarefa T_{43})

4 Calcule o quociente das divisões abaixo.

a) $6 : \frac{36}{7}$ $\frac{7}{6}$

b) $27 : \frac{3}{4}$ 36

c) $\frac{3}{4} : 5$ $\frac{3}{20}$

d) $\frac{13}{9} : \frac{169}{3}$ $\frac{1}{39}$

e) $\frac{25}{4} : \frac{125}{8}$ $\frac{2}{5}$

f) $\frac{64}{49} : \frac{16}{7}$ $\frac{4}{7}$

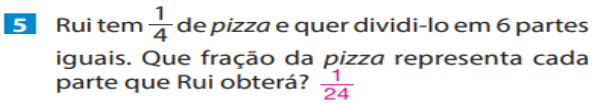
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 146).

Quadro 45 – Análises na atividade 4 (Subtipo de tarefa T_{43})

Tipo de Tarefa: Calcular o quociente das divisões relacionadas. Técnica: Efetuar o cálculo de divisões. Simplificar o resultado encontrado utilizando propriedades do cálculo das frações irredutíveis. Tecnologia: Divisão de uma fração por um número natural, divisão de um número natural por uma fração e divisão de uma fração por outra fração. Teoria: Área do conhecimento álgebra. Objetos ostensivos: aritmética, escritural numérico fracionário e simplificação de frações. Objetos não ostensivos: dividir um inteiro em partes iguais, verificar quantas vezes uma parte cabe em outra e cálculo da fração irredutível.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 44 – Atividade 5 (Subtipo de tarefa T_{44})



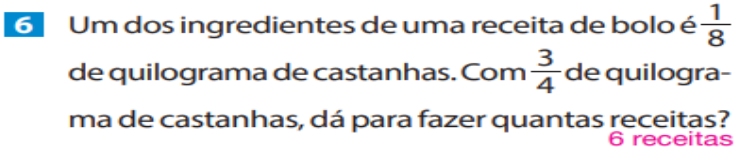
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 146).

Quadro 46 – Análises na atividade 5 (Subtipo de tarefa T_{44})

Tipo de Tarefa: Escrever a fração que representa o resultado da divisão realizada por Rui.
Técnica: Dividir a fração dada pelo inverso do número 6 e encontrar a fração que representará cada parte que Rui obterá.
Tecnologia: Divisão de uma fração por um número natural.
Teoria: Área do conhecimento álgebra.
Objetos ostensivos: aritmética e escritural numérico fracionário.
Objetos não ostensivos: números inversos e dividir um inteiro em partes iguais.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 45 – Atividade 6 (Subtipo de tarefa T_{45})



Fonte: Gay e Silva (2018, p. 146).

Quadro 47 – Análises na atividade 6 (Subtipo de tarefa T_{45})

Tipo de Tarefa: Calcular quantas receitas é possível fazer com a quantidade de castanhas indicada.
Técnica: Dividir uma fração por outra, calcular o número inverso de umas frações e depois multiplicar as frações. Simplificar o resultado encontrado utilizando propriedades do cálculo das frações irredutíveis.
Tecnologia: Divisão de uma fração por outra fração.
Teoria: Área do conhecimento álgebra.
Objetos ostensivos: aritmética, escritural numérico natural, simplificação de frações e língua natural.
Objetos não ostensivos: números inversos, verificar quantas vezes uma parte cabe em outra e cálculo da fração irredutível.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 46 – Atividade 7 (Subtipo de tarefa T_{46})

7 Na classe de Vanessa, $\frac{2}{3}$ dos alunos vão participar do campeonato de futebol da escola. Os alunos serão divididos em 4 equipes. Que fração dos alunos da classe representará cada equipe? $\frac{1}{6}$

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 146).

Quadro 48 – Análises na atividade 7 (Subtipo de tarefa T_{46})

Tipo de Tarefa: Calcular a fração dos alunos que representará cada equipe.
Técnica: Dividir uma fração por um número natural, calcular o número inverso de um número natural e depois multiplicar a fração pelo número inverso encontrado. Simplificar o resultado encontrado utilizando propriedades do cálculo das frações irredutíveis.
Tecnologia: Divisão de uma fração por um número natural.
Teoria: Área do conhecimento álgebra.
Objetos ostensivos: aritmética, escritural numérico fracionário e simplificação de fração.
Objetos não ostensivos: números inversos, dividir um inteiro em partes iguais e cálculo da fração irredutível.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 47 – Atividade 8 (Subtipo de tarefa T_{47})

8 Calcule as expressões numéricas a seguir e simplifique os resultados.

a) $\dfrac{\frac{2}{3}+\frac{1}{4}}{\frac{1}{5}-\frac{1}{8}}$ $\frac{110}{9}$ b) $\left[1-\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{5}\right)\right]:\frac{3}{40}$ $\frac{2}{3}$

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 146).

Quadro 49 – Análises na atividade 8 (Subtipo de tarefa T_{47})

Tipo de Tarefa: Calcular as expressões numéricas listadas. Técnica: Utilizar propriedades das operações matemáticas com frações para resolver as expressões listadas. Tecnologia: Cálculo de expressões numéricas com frações. Teoria: Área do conhecimento álgebra. Objetos ostensivos: aritmética, escritural numérico fracionário e simplificação de fração. Objetos não ostensivos: inverso de um número e cálculo de expressões numéricas.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 48 – Atividade 9 (Subtipo de tarefa T_{48})

9 Na página 69, você viu que uma igualdade não se altera quando realizamos a mesma operação com seus dois membros. Essa propriedade é válida sempre, mesmo que os termos sejam expressões com números não naturais. Usando essa propriedade, determine o valor de ■ em cada item.

a) $■ + \frac{1}{2} = 2\frac{3}{2}$ c) $■ : \frac{1}{7} = 2\frac{2}{7}$

b) $■ - \frac{1}{2} = \frac{2}{5}$ $\frac{9}{10}$ d) $\frac{3}{13} \cdot (1 + ■) = 5\frac{68}{3}$

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 146).

Quadro 50 – Análises na atividade 9 (Subtipo de tarefa T_{48})

Tipo de Tarefa: Determinar em cada alternativa o valor desconhecido que fará com que a igualdade seja verdadeira. Técnica: Utilizar propriedades das operações matemáticas com frações para resolver as expressões listadas. Tecnologia: Cálculo de expressões numéricas com frações. Teoria: Área do conhecimento álgebra. Objetos ostensivos: aritmética, escritural numérico fracionário e simplificação de fração. Objetos não ostensivos: cálculo de expressões numéricas, propriedade da igualdade e inverso de um número.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 49 – Atividade 10 (Subtipo de tarefa T_{49})

10 Hermes comprou 5 quilogramas de balas para distribuir entre algumas crianças. Ele deseja colocar as balas em caixas de $\frac{1}{4}$ de quilograma cada uma e cada criança receberá apenas 1 caixa.

a) Quantas crianças serão beneficiadas ? 20

b) Para presentear 40 crianças, que fração de quilograma Hermes deverá colocar em cada caixa? $\frac{1}{8}$

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 146).

Quadro 51 – Análises na atividade 10 (Subtipo de tarefa T_{49})

Tipo de Tarefa: Calcular o que se pede em cada alternativa.
Técnica: Na letra a dividir o número 5 pela fração ¼ e na letra b multiplicar a fração ¼ pelo seu dobro.
Tecnologia: Divisão de um número natural por uma fração e multiplicação de frações.
Teoria: Área do conhecimento álgebra.
Objetos ostensivos: aritmética e escritural numérico racional.
Objetos não ostensivos: divisão de um número natural por uma fração, inverso de um número e multiplicação de duas frações.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Nos subtipos de tarefas T_{40}, T_{41}, T_{42}, T_{43}, T_{44}, T_{45}, T_{46}, T_{47}, T_{48} e T_{49} são trabalhados problemas que envolvem a relação de igualdade matemática, e que essa relação não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os membros por um mesmo número. As atividades são estudadas na área de conhecimento álgebra e contemplam o estudo da divisão com frações.

Figura 50 – Atividade 1 (Subtipo de tarefa T_{50})

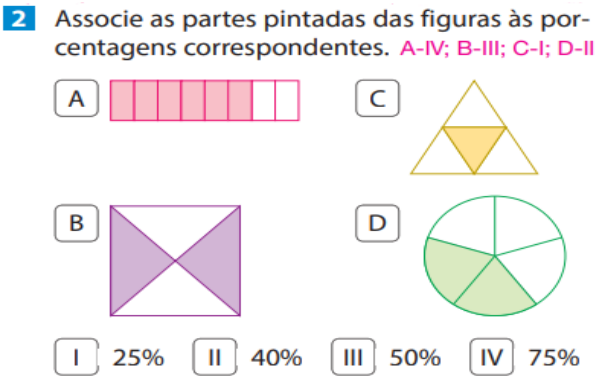
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 148).

Quadro 52 – Análises na atividade 1 (Subtipo de tarefa T_{50})

Tipo de Tarefa: Responder quem acertou mais questões da prova.
Técnica: Escrever na forma fracionária os valores que correspondem a quantidade de acerto de cada menina.
Tecnologia: Associar porcentagens a frações.
Teoria: Área do conhecimento números.
Objeto ostensivo: escritural numérico fracionário.
Objetos não ostensivos: porcentagens e proporção associadas à frações.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 51 – Atividade 2 (Subtipo de tarefa T_{51})



Fonte: Gay e Silva (2018, p. 148).

Quadro 53 – Análises na atividade 2 (Subtipo de tarefa T_{51})

Tipo de Tarefa: Associar as partes pintadas das figuras às porcentagens correspondentes. Técnica: Escrever na forma fracionária os valores que correspondem a quantidade da parte pintada em cada figura e efetuar o cálculo da porcentagem correspondente utilizando a multiplicação e a divisão. Tecnologia: Associar porcentagens às frações. Teoria: Área do conhecimento números. Objetos ostensivos: escritural numérico fracionário e aritmética. Objetos não ostensivos: análises figurais, porcentagens e proporção associadas à frações.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 52 – Atividade 5 (Subtipo de tarefa T_{52})

5 Resolva os problemas.

a) Após comprar 1.500 lâmpadas para revender, o dono de uma loja teve de trocar 26% delas, pois estavam com defeito. Quantas lâmpadas foram trocadas?

390 lâmpadas

b) Henrique pagou a uma financeira 15% de juro sobre o valor de seu carro, que é 15.000 reais. Quanto Henrique pagou à financeira?

2.250 reais

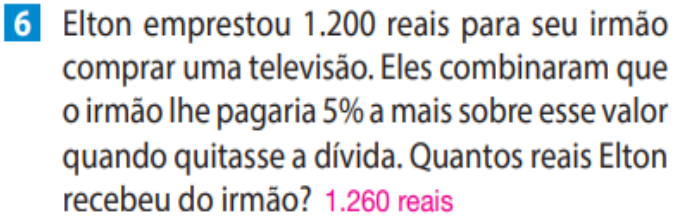
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 148).

Quadro 54 – Análises na atividade 5 (Subtipo de tarefa T_{52})

Tipo de Tarefa: Resolver os problemas listados. Técnica: Na alternativa a calcular 26% de 1500, na alternativa b calcular 15% de 15.000. Tecnologia: Reescrever porcentagens na forma fracionária e multiplicação de um número natural por uma fração. Teoria: Área do conhecimento números. Objetos ostensivos: escritural numérico fracionário e aritmética. Objetos não ostensivos: porcentagens e multiplicação de um número natural por uma fração.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 53 – Atividade 6 (Subtipo de tarefa T_{53})


6 Elton emprestou 1.200 reais para seu irmão comprar uma televisão. Eles combinaram que o irmão lhe pagaria 5% a mais sobre esse valor quando quitasse a dívida. Quantos reais Elton recebeu do irmão? 1.260 reais

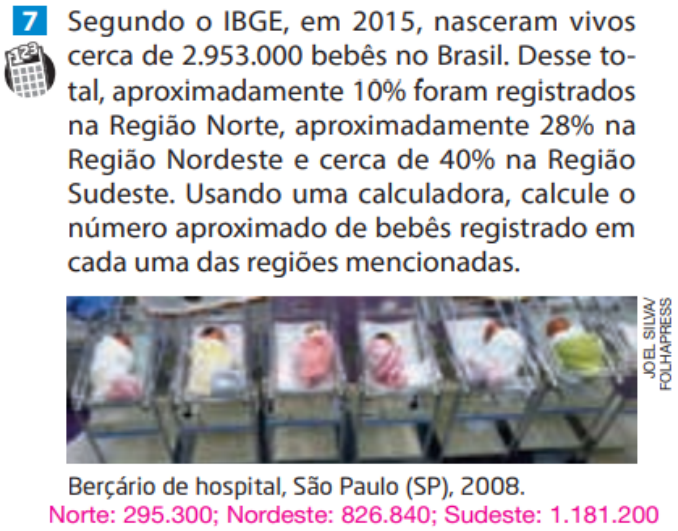
Fonte: Gay e Silva (2018, p. 148).

Quadro 55 – Análises na atividade 6 (Subtipo de tarefa T_{53})

Tipo de Tarefa: Calcular quantos reais Elton recebeu do seu irmão. Técnica: Calcular 5% de 1200 e adicionar o valor encontrado aos 1.200 reais emprestados. Tecnologia: Reescrever porcentagens na forma fracionária e multiplicação de um número natural por uma fração. Teoria: Área do conhecimento números. Objetos ostensivos: escritural numérico fracionário e aritmética. Objetos não ostensivos: porcentagens e multiplicação de um número natural por uma fração.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 54 – Atividade 7 (Subtipo de tarefa T_{54})



Fonte: Gay e Silva (2018, p. 148).

Quadro 56 – Análises na atividade 7 (Subtipo de tarefa T_{54})

Tipo de Tarefa: Utilizar uma calculadora para calcular o número aproximado de bebês registrado em cada região mencionada.
Técnica: Calcular o valor das porcentagens de cada região utilizando o total de bebês nascidos no Brasil.
Tecnologia: Utilizar a calculadora na resolução de porcentagens.
Teoria: Área do conhecimento números.
Objetos ostensivos: escritural numérico fracionário e aritmética.
Objetos não ostensivos: porcentagens e multiplicação de um número natural por uma fração.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Os subtipos de tarefas T_{50}, T_{51}, T_{52}, T_{53}, T_{54}, e T_{54} são problemas que envolvem porcentagem, utilizando-se do conceito de proporcionalidade. Os subtipos promovem o uso de calculadora e o trabalho do cálculo mental. As atividades são estudadas na área de conhecimento números e proporcionam o estudo do saber matemático.

Foram analisados 54 subtipos de tarefas nos capítulos pesquisados. Das atividades *vamos praticar* analisadas, foi possível perceber uma convergência entre o livro didático e os documentos educacionais aqui pesquisados. Das habilidades propostas na BNCC para o ensino de frações, nas atividades selecionadas, foi possível perceber a existência das habilidades: **EF06MA07**, **EF06MA09**, **EF06MA10**, **EF06MA13**, **EF06MA14** e

EF06MA15. As habilidades **EF06MA08** e **EF06MA30** não foram contempladas nas atividades aqui analisadas.

Das expectativas de aprendizagem propostas pelo PCN, foi possível perceber a existência das expectativas: Associar a representação simbólica de uma **fração** às ideias de parte de um todo, de divisão e compreender a ideia de razão; Identificar e determinar **frações** equivalentes; Resolver e elaborar problemas com números racionais nas formas **fracionária** ou decimal, envolvendo diferentes significados das operações; Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da adição e da subtração de **frações** com denominadores diferentes, por meio da equivalência de frações (por exemplo: situações em que na soma de $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4}$ e Compreender a relação entre porcentagens e suas representações decimais e **fracionárias**.

Nas atividades analisadas não foi possível perceber as expectativas de aprendizagem Associar **frações** maiores que a unidade com os respectivos números mistos e vice-versa e Comparar e ordenar números racionais positivos representados nas formas **fracionária**, decimal e percentual. No que se refere às habilidades e as expectativas de aprendizagens que não foi possível serem identificadas nos subtipos de tarefas analisadas, isso não significa que o livro didático em estudo não trabalhe tais conceitos. Assim, pesquisas futuras que contemplem todos os subtipos de tarefas dos capítulos aqui analisados poderiam abarcar tal questão.

7 CONSIDERAÇÕES

Este trabalho analisou como são caracterizadas as relações institucionais do saber frações no 6° ano do ensino fundamental no livro didático utilizado na rede municipal de ensino da cidade de São João - PE. Assim, buscou-se identificar a ecologia didática do saber no 6º ano do ensino fundamental nas instituições pesquisadas: livro didático, Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (2017) e Parâmetros Curriculares de Pernambuco (PCPE) (2012); foram caracterizadas as praxeologias do saber frações no livro didático pesquisado; também foram identificados os objetos ostensivos e não ostensivos que compõem as técnicas, as quais foram caracterizadas dentro das organizações praxeológicas encontradas no livro didático; e, por fim, discutiu-se as evoluções que ocorreram com o saber frações no livro pesquisado.

O trabalho se caracterizou por ser uma pesquisa qualitativa. Além da pesquisa bibliográfica, a pesquisa documental também caracterizou o estudo. Os resultados encontrados foram traduzidos sob o olhar da TAD. A produção deste trabalho de conclusão de curso dedicou-se a analisar instituições, as quais impactam diretamente na prática pedagógica em sala de aula. Assim, com as análises e as considerações aqui realizadas, buscamos acrescentar na prática pedagógica.

O olhar voltado a essas instituições justifica-se por estarem diretamente ligadas ao processo de formação e construção do saber. Analisar documentos educacionais e livros didáticos foi uma experiência importante enquanto graduanda e futura docente. Diante das experiências vividas nos trabalhos realizados com e sobre a TAD penso em alternativas de relações com o saber e construções que podem ser idealizadas nas relações professor-saber, aluno-saber, professor-aluno.

Na instituição BNCC e na instituição PCPE, foi possível perceber que o saber frações possui uma relação institucional com os documentos. Assim, observou-se que existe uma conformidade entre os documentos quando se fala sobre o estudo do saber. Nos documentos analisados foi possível caracterizar a ecologia didática do saber frações para o 6° ano, identificando o habitat e o nicho do saber.

Na instituição livro didático foram analisados 54 subtipos de tarefas. Assim, conclui-se que o livro didático utilizado no 6° ano no município faz uso de diferentes técnicas para responder às tarefas propostas. Foi possível descrever através da organização praxeológica proposta na TAD os subtipos de tarefas analisados, logo, identificou-se a

praxeologia pontual em cada subtipo de tarefa, praxeologia relacionada a um único tipo de tarefa (T) e denotada pelo quarteto [$T/\tau/\theta/\Theta$] e a evolução do saber que ocorre nos subtipos de tarefas propostos para serem aprendidos.

Diante das análises feitas nos subtipos de tarefas, foi possível perceber a evolução do saber nos capítulos objetos de estudos. Inicialmente, os subtipos trabalharam o conceito de frações, associando à ideia de representação de partes de um todo. É apresentado o conceito de frações equivalentes atrelado a associação de partes de inteiros e resultado de divisão, com exercícios que também permitiram a comparação entre frações. Seguindo, são apresentadas as primeiras operações com frações, a adição e a subtração, dentro de subtipos que trabalharam a compreensão, comparação e ordenação de frações. Em seguida, são expostas situações em que a manipulação da multiplicação e da divisão de frações pode ser vista. Por fim, são estudados conceitos de porcentagem e proporcionalidade.

Dadas as análises e resultados, foi demonstrado a convergência entre documentos educacionais e um livro didático utilizado por um município. Assim, nota-se a relevância do que propõem documentos da educação e do que pode ser efetivado em sala de aula através do livro didático. Estudos futuros podem contemplar as análises no livro didático por completo ou uma análise da coleção inteira do livro didático aqui pesquisado, aprofundando assim, a pesquisa.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. Teoria antropológica do Didático: metodologia de análise de materiais didáticos. **UNIÓN - Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, v. 11, n. 42, 2015, p. 9-34. Disponível em: http://www.revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/628. Acesso em: 25 jul. 2022.

BARBOSA, Edelweis Jose Tavares; LIMA, Anna Paula Avelar Brito. Praxeologias do Professor: análise comparativa do livro didático no ensino de equações polinomiais do primeiro grau. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 33, n. 65, p. 1357-1378, 2019. Acesso em: 2 ago. 2022.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular:** educação é a base. Brasília: Secretaria de Educação Básica, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 22 jul. 2022.

BITTAR, Marilena. A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos. **Zetetiké**, Campinas, v. 25, n. 3, 2017, p. 364-387. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8648640. Acesso em: 24 jul. 2022.

CHEVALLARD, Yves. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. **Publications mathématiques et informatique de Rennes**, n. S6, p. 160-163, 1991. Disponível em: http://www.numdam.org/article/PSMIR_1991___S6_160_0.pdf. Acesso em: 19 jul. 2022.

CHEVALLARD, Yves. **Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique**. In: Intervention au Séminaire de l'Associazione Mathesis. Texte paru dans les actes du séminaire pour l'année. Turin: 1994, p. 190-200. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=125. Acesso em: 29 ago. 2022.

CHEVALLARD, Yves. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique. **Actes de l'UE de la Rochelle**, p. 91-120, 1998. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=27. Acesso em: 19 jul. 2022.

CHEVALLARD, Yves. Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathematiques. 3es Journées d'étude franco-québécoises. **Université René-Descartes Paris**, 2003, p. 81-104. Dispónível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=62. Acesso em: 29 ago. 2022.

CHEVALLARD, Yves. La TAD face au professeur de mathématiques. **UMR ADEF**, Toulouse, 2009. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=162. Acesso em: 22 jul. 2022.

COELHO, Andressa Elvira Matias; DE FREITAS, José Luiz Magalhães. Análise de praxeologias sobre frações num livro didático do 5° ano do Ensino Fundamental. **Revista de**

Ensino, Educação e Ciências Humanas, v. 22, n. 5, p. 686-692, 2021. Disponível em: https://revistaensinoeeducacao.pgsskroton.com.br/article/view/8761. Acesso em: 25 jul. 2022.

FREITAS, Maxlei Vinícius Cândido de. BITTAR, Marilena. O ensino de volume dos sólidos geométricos em livros didáticos do ensino médio sob a ótica da TAD. *In*: I SIMPÓSIO LATINO-AMERICANO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA, 2016, Bonito. Disponível em: http://grupoddmat.pro.br/wp-content/uploads/2020/05/FREITAS-BITTAR.pdf. Acesso em: 2 ago. 2022.

GAY, Mara Regina Garcia; SILVA, Willian Raphael. **Araribá Mais**: Matemática. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2018.

KLUTH, Verilda Speridião; ALMOULOUD, Saddo Ag. A teoria antropológica do didático: primórdio de uma trajetória direcionado à prática de ensino de matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 20, n. 3, p. 1-25, 2018. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/39978. Acesso em: 19 jul. 2022.

LEÃO, Katy Wellen Meneses. ANÁLISE INSTITUCIONAL E PRAXEOLÓGICA DO OBJETO FRAÇÕES: ANÁLISE DA QUESTÃO CORRIDA DE REVEZAMENTO. In: **XIII ENEM-Encontro Nacional de Educação Matemática**. 2019. Disponível em: https://www.sbemmatogrosso.com.br/eventos/index.php/enem/2019/paper/viewPaper/2206. Acesso em: 16 ago. 2022.

LOPES, Roberto Nogueira de Sousa. **Praxeologia do professor: uma investigação do conceito de fração sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático**. 2020. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco. Disponível em: https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/38894. Acesso em: 24 jul. 2022.

MAZZI, Lucas Carato; AMARAL-SCHIO, Rúbia Barcelos. Uma trajetória histórica dos livros didáticos: um foco nas políticas públicas implementadas nos séculos XX e XXI. **INTERMATHS**, v. 2, n. 1, p. 88-105, 2021. Disponível em: https://periodicos2.uesb.br/index.php/intermaths/article/view/8077. Acesso em: 04 ago. 2022.

MINAYO, Maria Cecília de Souza; DESLANDES, Suely Ferreira; GOMES, Romeu. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis: Editora Vozes, 2009.

PERNAMBUCO. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco**: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. SEE-PE, 2012. Disponível em: http://www.educacao.pe.gov.br/portal/?pag=1&cat=36&art=1047. Acesso em: 18 ago. 2022.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do Trabalho científico**. São Paulo: Cortez Editora. 2007.