



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CARTOGRÁFICA
CURSO DE ENGENHARIA CARTOGRÁFICA E DE AGRIMENSURA

MAURÍCIO JOSÉ DA SILVA

REDES POLIGONAIS 3D: Controle de dados geodésicos/topográficos, ajustamentos e aplicações

Recife
2023

MAURÍCIO JOSÉ DA SILVA

REDES POLIGONAIS 3D: Controle de dados geodésicos/topográficos, ajustamentos e aplicações

TCC apresentado ao Curso de Engenharia Cartográfica e de Agrimensura, da Universidade Federal de Pernambuco, do Centro de Tecnologia e Geociências, como requisito para a obtenção do título de Engenheiro Cartógrafo e Agrimensor.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Techn. Andréa de Seixas.

Recife

2023

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Silva, Mauricio José da.

Redes poligonais 3D: Controle de dados geodésicos/topográficos,
ajustamentos e aplicações / Mauricio José da Silva. - Recife, 2023.
139 f.: : il., tab.

Orientador(a): Andréa Seixas

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de
Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, Engenharia Cartográfica e
de Agrimensura - Bacharelado, 2023.

Inclui referências, apêndices, anexos.

1. Estrutura Geodésica. 2. Poligonização 3D. 3. Ajustamento das Observações.
4. Poligonal Enquadrada. 5. Redes Poligonais. I. Seixas, Andréa . (Orientação).
II. Título.

550 CDD (22.ed.)

MAURÍCIO JOSÉ DA SILVA



Documento assinado digitalmente

MAURICIO JOSE DA SILVA

Data: 02/05/2023 23:18:41-0300

Verifique em <https://validar.it.gov.br>

REDES POLIGONAIS 3D: Controle de dados geodésicos/topográficos, ajustamentos e Aplicações.

TCC apresentado ao Curso de Engenharia Cartográfica e de Agrimensura, da Universidade Federal de Pernambuco, do Centro de Tecnologia e Geociências, como requisito para a obtenção do título de Engenheiro Cartógrafo e Agrimensor.
Orientadora: Prof.^a Dr.^a. Techn. Andréa de Seixas.

Aprovado em: 28/04/2023.

BANCA EXAMINADORA

Prof.^a Dr.^a. Andréa de Seixas (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof.^a Dr.^a. Maria De Lourdes de Aquino Macedo Gonçalves (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Francisco Jaime Bezerra Mendonça (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico este trabalho, a minha amada mãe,
Maria das Dôres dos Santos Silva.

AGRADECIMENTOS

À minha mãe, pela mulher guerreira e dedicada aos seus princípios, que foram e são de grande contribuição para o meu crescimento como ser humano, minha fonte de inspiração.

Aos meus irmãos, que são vários, mas em especial Rafaela Maria da Silva e Marcio Jose dos Santos que contribuíram para minha caminhada.

Ao meu amado namorado José Jaqson Gomes, por toda a sua paciência, sabedoria, compreensão, dedicação por esta junto comigo nessa caminhada, praticamente desse o início da minha graduação.

Aos colegas e amigos de curso, Mayara Costa, Paulo Henrique, Juarez Antônio, Gilberto, João Igor pelas disciplinas que pagamos juntos, pelo comprometimento de cada um, e pela parceria.

À professora Andrea de Seixas, por ter aceitado ser minha orientadora neste TCC, pela dedicação e apoio durante todo o processo na elaboração da monografia, serei eternamente grato.

Aos professores Maria De Lourdes de Aquino Macedo Gonçalves e Francisco Jaime Bezerra Mendonça, por fazerem parte da banca examinadora, pelos seus apontamentos à esta monografia.

Ao projeto de extensão, Projeto Regularização Fundiária de Assentamentos Habitacionais na Região Metropolitana do Recife – Igarassu, sob a coordenação do Professor Silvio Jacks dos Anjos Garnés com participação também da Professora Maria de Lurdes. Foi um prazer enorme em participar desse projeto.

Aos Laboratórios de Geodésia (LAGEO) e Topografia (LATOP) pela concessão dos equipamentos e acessórios.

RESUMO

As redes poligonais 3D, são estruturas geodésicas formadas por vértices de controles planimétricos e altimétricos que contribuem diretamente para o desenvolvimento estrutural do espaço físico de um município e/ou de uma área de estudo específica. Tal espaço físico compreende todas as estruturas que compõem um município, para a elaboração de projetos de estradas, rodovias, pontes, planejamento de áreas industriais, comércios em geral, moradias, dentre outros. Especificamente, uma área de estudo que pode ser tomada como referência para a aplicação prática e real, por exemplo, no campus da universidade, que por sua vez compreende a área de estudo deste TCC, o Campus Recife da Universidade Federal de Pernambuco. Diante do que foi descrito, a proposta deste TCC é apresentar uma metodologia para o desenvolvimento de poligonais 3D com base no controle de dados geodésicos/topográficos, ampliar, implantar, densificar vértices de controles que vão favorecer a estrutura geodésica do campus. Para tanto, um dos fatores fundamentais que irão dar qualidade a esses dados geodésico/topográficos, é o processamento dos dados planimétricos para o ajustamento MMQ (Método dos Mínimos Quadrado) com o modelo planimétrico e a validação dos dados observados e dos resultados pelos Testes Qui-quadrado e Tau. Para isso, foram elaboradas rotinas a partir do software Scilab 6.1.1 e de forma comparativa usando o AstGeoTop – Módulo computacional 2019, Topograph 98 SE. O modelo matemático empregado para o ajustamento das observações, foi o Paramétrico por meio do MMQ - Método dos Mínimos Quadrado, fazendo uso para Rede de poligonização 3D, no momento, para uma poligonal enquadrada, onde foram realizadas observações de distâncias inclinadas, direções horizontais e zenitais com o aparelho eletrônico de medição Estação Total e para os dados do GNSS foram coletadas as observações pelo método de posicionamento Relativo Estático. Estas foram transformadas para o Sistema Cartesiano Geocêntrico (SCG) e Sistema Geodésico Local (SGL). A poligonal enquadrada, consiste basicamente em partir de dois vértices de coordenadas conhecidas e chegar em outros dois vértices de coordenadas conhecidas, distribuindo ao longo do percurso outros vértices de referências, vértices, que serão obtidos e ajustados pelos métodos acima citados. Foi realizado o nivelamento trigonométrico para o transporte de altitude durante o procedimento de poligonização. Para este projeto de TCC, serão adicionados dados de uma poligonal preexistente que foram apresentados e discutidos na disciplina Projeto de Estradas. E foram simuladas outras poligonais, através dos softwares Quantum GIS (QGIS 3.16) e AutoCAD Civil 3D Estudante (versão 2022), onde foram colhidos os respectivos dados como distâncias horizontais, ângulos horizontais.

Palavras-chave: Estrutura geodésica. Poligonação 3D. Ajustamento das Observações. Poligonal enquadrada. Redes Poligonais.

ABSTRACT

The 3D polygonal networks are geodesic structures formed by planimetric and altimetric control points that directly contribute to the structural development of the physical space of a municipality and/or a specific study area. Such physical space includes all the structures that make up a municipality, for the elaboration of projects for roads, highways, bridges, planning of industrial areas, businesses in general, housing, among others. Specifically, an area of study that can be taken as a reference for practical and real application, for example, on the university campus, which in turn comprises the area of study of this TCC, the Campus Recife of the Federal University of Pernambuco. In view of what has been described, the purpose of this TCC is to present a methodology for the development of 3D traverses based on the control of geodetic/topographic data, expanding, deploying, densifying control points that will favor the geodesic structure of the campus. Therefore, one of the fundamental factors that will give quality to these geodetic/topographic data is the processing of planimetric data for the MMQ adjustment (Least Squares Method) with the planimetric model and the validation of the observed data and the results by Chi Tests. -square and Tau. For this, routines were elaborated from the Scilab 6.1.1 software and in a comparative way using AstGeoTop - Computational Module 2019, Topograph 98 SE. The mathematical model used to adjust the observations was the Parametric one using the MMQ - Least Square Method, using a 3D polygon network, at the moment, for a framed polygon, where observations of inclined distances, horizontal angles and zenith with the electronic measuring device Total Station and for the GNSS data the observations were collected by the Relative Static positioning method. These were transformed to the Geocentric Cartesian System (SCG) and Local Geodetic System (SGL). The framed traverse basically consists of starting from two points with known coordinates and arriving at two other points with known coordinates, distributing other reference points, vertices, along the route, which will be obtained and adjusted by the aforementioned methods. Trigonometric leveling was performed for altitude transport during the polygonization procedure. For this TCC project, data from a pre-existing polygon will be added that were presented and discussed in the Road Design course. Other traverses were simulated using Quantum GIS software (QGIS 3.16) and AutoCAD Civil 3D Student (version 2022), where the respective data were collected, such as horizontal distances and horizontal angles.

Keywords: Geodesic structure. 3D Polygon. Adjustment of Observations. Polygonal framed.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Triangulação em forma de rede	20
Figura 2 - Elementos do Sistema Topográfico Local.....	21
Figura 3 - Exemplicação de uma rede geodésica em Trilateração.	23
Figura 4 - Método de Triangulateração.....	24
Figura 5 - Componentes do vetor calculado da linha de base (línea base).....	28
Figura 6 - Posicionamento Relativo Estático	28
Figura 7 - Aplicação do método RTK em locação de obra.	29
Figura 8 - Poligonal aberta (apoiada/enquadrada).....	32
Figura 9 - Exemplo prático de cálculo para uma poligonal enquadrada.	33
Figura 10 - Elementos geométricos de um nivelamento trigonométrico.	38
Figura 11 - Sistema Coordenadas Topocêntricas	41
Figura 12 - Sistema Coordenadas Geocêntricas	42
Figura 13 - Relações geométricas entre os Sistema Geocêntrico e Topocêntrico.....	44
Figura 14 - Relações trigonométricas para a transformação entre sistemas.....	47
Figura 15 - Região de Aceitação da Distribuição do Qui-Quadrado.....	54
Figura 16 - Mapa de localização do Campus Recife, UFPE.	57
Figura 17- Fluxograma das atividades desenvolvidas para o TCC.	59
Figura 18 – Configuração geométrica da rede cadastral dos marcos geodésicos, no campus Joaquim Amazonas da UFPE, Recife-PE.....	60
Figura 19 - Poligonal enquadrada, do EPS02 ao EPS07	62
Figura 20 - Circuito 1, poligonal a ser levantada.	65
Figura 21 - Circuito 2, poligonal a ser levantada	66
Figura 22 - Circuito 3, poligonal a ser levantada	67
Figura 23 - Circuito 4, poligonal a ser levantada	68
Figura 24 - Circuito 5, poligonal a ser levantada	69
Figura 25 - Circuitos das poligonais enquadrada, compreendendo todo o Campus Recife	72
Figura 26 – Distribuição dos vertices intermediários a Poligonal – a) ponto P1, b) ponto P2.	74
Figura 27 – Distribuição dos vertices intermediários a Poligonal – a) ponto P3, b) ponto P4.	75
Figura 28 - Distribuição dos vertices intermediários a Poligonal – a) ponto P5, b) ponto P6 .	76
Figura 29 – Distribuição dos Pilares que compõe as bases Multipilar	77
Figura 30 – Materialização e medição das observações no segundo trecho	78

Figura 31 – Visualização das duas poligonais no AutoCad, em Magenta a primeira poligonal e em Azul a segunda poligonal.....	79
Figura 32 – Equipamentos em rastreio, a) vértice MAU1, b) vértice EPS06.....	81
Figura 33 - Equipamentos em rastreio, a) ponto MAU2, b) ponto EPS05.....	82
Figura 34 – Pós-processamento dos vértices rastreados no Topcon Tools 8.2.3	83
Figura 35 - Coordenadas ajustadas dos vertices CAC, CFCH e CA.....	85
Figura 36 - Resultado do ajustamento realizado no Topcon Tools	86
Figura 37 – Observações levantadas em campo, Trecho 1.....	87
Figura 38 - Observações levantadas em campo, Trecho 2	87
Figura 39 - Resultado de transformação de Coordenadas Geodésica para Cartesiana 3D.....	88

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Altitudes ajustadas dos pinos de superfícies semiesféricas.....	40
Tabela 2 - Dados de Campo	63
Tabela 3 - Dados do nivelamento trigonométrico	63
Tabela 4 - Coordenadas dos Marcos Geodésicos, no SGL.....	64
Tabela 5 - Coordenadas do Vértice LCREC2-LG.....	64
Tabela 6 - Coordenadas ajustadas do reajustamento.	84
Tabela 7 - Comparativo entre os ajustamentos.....	85
Tabela 8 - Transformação de Coordenadas Cartesianas Geocêntricas em Topocêntricas	88
Tabela 9 - Ajustamento da Poligonal EPS04-EPS07 até MAU2-EPS05	89
Tabela 10 - Variações das coordenadas dos pilares base multipilar, da poligonal EPS04- EPS07 até MAU2-EPS05.	89
Tabela 11 - Resultado do Ajustamento da Poligonal MAU1-EPS06 até MAU2-EPS05.....	90
Tabela 12 - Comparativo das Coordenadas entre o Trecho Geral e Trecho 2.....	90
Tabela 13 - Valores de Variâncias a Posteriori e a Priori no Trecho Geral e Trecho 2.	91
Tabela 14 - Desvio padrão das coordenadas ajustadas no Trecho Geral e Trecho 2.	93
Tabela 15 - Valores do Tau, calculado e tabelado, trecho geral.....	94
Tabela 16 - Valores do Tau, calculado e tabelado, trecho 2.....	95
Tabela 17 - Valores dos desníveis, poligonal EPS04-EPS07 até MAU1-EPS06.....	95
Tabela 18 - Valores das altitudes, poligonal EPS04-EPS07 até MAU1-EPS06.	96
Tabela 19 - Valores dos desníveis da poligonal MAU1-EPS06 até MAU2-EPS05.	96
Tabela 20 - Valores das altitudes da poligonal MAU1-EPS06 até MAU2-EPS05.....	97

LISTA DE ABREVIACOES

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
GNSS	Global Navigate Satellite System
GPS	Global Positioning System
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
INCRA	Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
NBR	Norma Brasileira de Regulamentação
PPK	Post-Processed Kinematic
RTK	Real Time Kinematic
SGL	Sistema Geodésico Local
SGG	Sistema Geodésico Geocêntrico
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
2	JUSTIFICATIVAS	18
3	OBJETIVOS	18
3.1.	OBJETIVO GERAL	19
3.2.	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	19
4	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
4.1.	REDES GEODÉSICAS	19
4.1.1.	TRIANGULAÇÃO	20
4.1.2.	TRILATERAÇÃO	20
4.1.3.	TRIANGULATERAÇÃO	23
4.2.	REDES POLIGONAIS 3D	24
4.3.	REDES TRIDIMENSIONAIS COM GNSS	25
4.3.1.	MÉTODO DE POSICIONAMENTO POR SATÉLITE RELATIVO ESTÁTICO	26
4.3.2.	MÉTODO DE POSICIONAMENTO POR SATÉLITE RELATIVO CINEMÁTICO - RTK	29
4.4.	REDES PLANIMÉTRICAS	30
4.4.1.	POLIGONAÇÃO COM CENTRAGEM FORÇADA	30
4.4.2.	POLIGONAL ENQUADRADA	31
4.4.2.1.	CÁLCULO DE ERRO DE FECHAMENTO ANGULAR, PARA UM EXEMPLO PRÁTICO	32
4.4.2.2.	CALCULAR O AZIMUTE AzPQ E AzRS , EM FUNÇÃO DAS COORDENADAS JÁ CONHECIDAS	33
4.4.2.3.	CALCULAR AS DIREÇÕES HORIZONTAIS HORÁRIOS AI	34
4.4.2.4.	CALCULAR O AZIMUTE DE VANTE. OBEDECENDO A FÓRMULA, REFERENTE A FIGURA 8.	34
4.4.2.5.	REPETIR O PASSO DO ITEM 4.4.2.4, ATÉ ALCANÇAR O PENÚLTIMO PONTO DA POLIGONAL, NESTE CASO SERÁ O AzRS	34
4.4.2.6.	APÓS ENCONTRAR O ERRO, TEM-SE QUE VERIFICAR SE O MESMO ESTÁ DENTRO DA TOLERÂNCIA	34
4.4.2.7.	ERRO DE FECHAMENTO LINEAR	35
4.4.2.8.	CÁLCULO DAS PROJEÇÕES	36
4.4.2.9.	CÁLCULO DAS COMPENSAÇÕES DAS PROJEÇÕES	36

4.4.2.10. CÁLCULO DAS COORDENADAS TOTAIS COMPENSADAS	37
4.5. REDES ALTIMÉTRICAS	37
4.5.1. NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO.....	37
4.6. SISTEMA DE COORDENADAS	40
4.6.1. TRANSFORMAÇÕES DE COORDENADAS GEOCÊNTRICAS EM TOPOCÊNTRICAS	43
4.6.2. TRANSFORMAÇÃO ORTOGONAL OU DE SEMELHANÇA - TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT 2D	46
4.7. AJUSTAMENTO DAS OBSERVAÇÕES E ANÁLISE DE QUALIDADE	49
4.7.1. MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS	50
4.7.2. MODELO PARAMÉTRICO	50
4.7.2.1. EQUAÇÕES DE OBSERVAÇÕES	50
4.7.2.2. EQUAÇÕES NORMAIS	51
4.7.2.3. MATRIZ VARIÂNCIA - COVARIÂNCIA (MVC).....	52
4.7.2.4. ANÁLISE DE QUALIDADE	53
4.7.2.4.1 TESTE DO QUI-QUADRADO.....	53
4.7.2.4.2 TESTE TAU.....	54
4.8. APLICAÇÕES DE REDES POLIGONAIS	55
5 METODOLOGIA DE PESQUISA	56
5.1. ÁREA DE ESTUDO	56
5.2. RECURSOS TECNOLÓGICOS.....	58
5.3. MÉTODOS	58
5.3.1. ANÁLISE DOS DADOS EXISTENTES.....	61
5.3.2. DADOS SIMULADOS	64
5.3.3. DADOS LEVANTADOS	72
5.3.3.1. DADOS LEVANTADOS POR POLIGONAÇÃO	73
5.3.3.2. DADOS LEVANTADOS POR RECEPTORES GNSS	80
6 RESULTADOS E DISCUSSÕES	84
6.1. RESULTADOS DE DADOS PREEXISTENTES	84
6.2. RESULTADOS DE DADOS LEVANTADOS	85
6.2.1. RESULTADOS DE DADOS DO GNSS	85
6.2.2. RESULTADOS DE DADOS DA POLIGONAÇÃO	86
6.2.3. RESULTADOS DE DADOS DA ALTIMETRIA	95

7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	97
7.1. CONCLUSÕES.....	97
7.2. RECOMENDAÇÕES.....	98
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	100
ANEXO A – TABELA DE BECAUDAL	102
APÊNDICE 1 - SCRIPT DESENVOLVIDO PARA O AJUSTAMENTO DAS OBSERVAÇÕES, PARA OS DADOS PRÉ-EXISTENTES, PELO MMQ, NO MODELO PARAMÉTRICO.	102
APÊNDICE 2 - SCRIPT DESENVOLVIDO PARA A TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS CARTESIANAS PLANAS EM COORDENADAS TOPOCÊNTRICAS.	109
APÊNDICE 3 - SCRIPT DESENVOLVIDO PARA O AJUSTAMENTO DA POLIGONAL DO TRECHO GERAL.	110
APÊNDICE 4 - SCRIPT DESENVOLVIDO PARA O AJUSTAMENTO DA POLIGONAL DO TRECHO 2.....	126
APÊNDICE 6 – PLANILHA DE CAMPO, POLIGONAL EPS07-EPS06	137
APÊNDICE 7 – PLANILHA DE CAMPO, POLIGONAL EPS06-EPS05	137
APÊNDICE 8 – PLANILHA DE CAMPO, POLIGONAL EPS06-EPS05 CONTINUAÇÃO.	139

1 INTRODUÇÃO

As redes poligonais 3D são estruturas geodésicas, que compreendem uma metodologia de obtenção e densificação de vértices de referência com coordenadas, envolvendo vértices planimétricos, altimétricos e planialtimétricos, que contribuem diretamente para qualquer segmento da engenharia, seja locação em geral de obras civis, implantação de redes de esgotamento sanitário, onde a altimetria tem um papel muito importante, levantamentos planialtimétricos cadastrais, traçados de novas e/ou duplicação de rodovias e ferrovias, dentre outros. A implementação e/ou expansão desses vértices de referências definem as redes geodésicas e topográficas de uma determinada área, podendo ser executadas através de métodos de posicionamento por satélites, como por exemplo, o Posicionamento Relativo Estático e por Topografia Clássica por métodos de poligonação, os dois acima mencionados serão utilizados neste Trabalho de Conclusão de Curso (TCC).

A poligonação é um dos métodos mais empregados para a determinação de coordenadas de vértices em Topografia, principalmente para a definição de vértices de apoio planialtimétricos. Uma poligonal consiste em uma série de linhas consecutivas onde são conhecidos os comprimentos e direções, obtidos através de medições em campo, a poligonal poderá ser fechada, aberta ou enquadrada (Veiga, Zanetti, Faggion, 2012).

Segundo (Monico,2008), posicionar um objeto nada mais é do que lhe atribuir coordenadas. Embora atualmente esta seja uma tarefa que pode ser realizada com relativa simplicidade, utilizando-se, por exemplo, satélites artificiais apropriados para esse fim, determinar a posição foi um dos primeiros problemas científicos que o ser humano procurou solucionar.

Esta trabalho propõe discutir como se dá o controle dos dados gerados, pelas observações feitas em campo, sejam eles geodésicos e/ou topográficos, numa determinada área de estudo, que por sua vez, para esse trabalho de conclusão de curso, compreende o Campus Recife da UFPE (Universidade Federal de Pernambuco), que já possui uma rede geodésica de referência que serve à diversos projetos de pesquisas desenvolvidos no campus, como exemplos de execução e aplicação para a infraestrutura de um município. As observações realizadas em campo seguirão as normas técnicas vigentes, como a NBR 13133 (ABNT, 2021), RPR nº22 (IBGE,1983) e NBR 14166 (ABNT,1998), (IBGE, 2008), (IBGE, 2017).

De acordo, com o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), as especificações e Normas Gerais, destinam-se a regularizar a execução dos Levantamentos Geodésicos em território brasileiro, estabelecendo tolerâncias e critérios, segundo os quais deverão ser conduzidos de maneira a serem aceitos como contribuição para o Sistema Geodésico Brasileiro.

O estabelecimento do sistema geodésico se desenvolve a partir do conjunto de atividades que objetivam a definição das coordenadas (parâmetros) dos vértices integrantes do sistema. Denomina-se “Levantamentos Geodésicos” ao conjunto de atividades voltadas para as medições e observações de grandezas físicas e geométricas que conduzem à obtenção dos parâmetros, RPR nº 22 (IBGE,1983).

Seguindo tais normas e especificações, para a execução do levantamento Topográfico e Geodésico, para garantir o controle da qualidade dos dados levantados, será realizado o ajustamento das observações pelo método MMQ (Método do Mínimos Quadrados) que é bastante utilizado para tal finalidade, fazendo uso de softwares livres para a automatização do processo.

No meio acadêmico muitas foram as pesquisas e trabalhos realizados envolvendo temas semelhantes deste TCC, usando metodologias semelhantes e/ou iguais a este tcc dependendo da finalidade da pesquisa, porém sempre com o foco na qualidade do ajustamento das observações. Trabalhos anteriores Santana Neto (2018); Freitas Glauco (2019); Seixas et al. (2014); Seixas et al. (2016) dentre outros, mostram também que a área de estudo não fica limitada apenas ao campus universitário, ou seja, levam a teoria à prática, no campo de atuação de um futuro engenheiro (a) cartógrafo (a), tornando-se importante para o graduando essa experiência.

Este trabalho de conclusão de curso, permitirá contribuir com a densificação de estruturas geodésicas do campus UFPE Recife, assim também para o próprio município. Artigos e trabalhos acadêmicos como Santana Neto (2018); Albuquerque Weyller (2014); Mendonça et al. (2010) dentre outros, sempre apontam para uma melhor qualidade dos dados observados, que as redes geodésicas de referência sejam ampliadas, densificadas com vértices em distribuídos contemplando ao máximo possível toda a área de estudo.

2 JUSTIFICATIVAS

Justifica-se este trabalho, pela necessidade de ampliar a rede geodésica de referência no campus Recife da UFPE, reaplicando metodologias de levantamentos topográficos e geodésicos, baseados em normas técnicas, em outros trabalhos realizados no campus, bem como em projetos realizados fora da universidade.

3 OBJETIVOS

3.1. Objetivo Geral

O objetivo geral deste TCC será de apresentar uma metodologia para o desenvolvimento de redes poligonais 3D com base no controle de dados geodésicos/topográficos, envolvendo o ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados.

3.2. Objetivos Específicos

- Implantar novos vértices de referência à rede de estruturas geodésicas do campus Recife pré-existente, contemplando os marcos geodésicos da RRCM da UFPE, vértices esses que poderão servir às atividades das disciplinas do curso, como Instrumentos de medição, Topografia 1 e 2, Geodésia 1, 2 e 3, Ajustamento das observações, Fotogrametria, Projeto de Estradas e Projeto de Levantamento Topográfico, dentre outras;
- Aplicar a metodologia de levantamento topográfico/geodésico utilizando centragem forçada com estação total e receptores GNSS;
- Executar o ajustamento das observações pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ);
- Analisar o controle de dados geodésicos/topográficos utilizando as técnicas de medição com estação total e receptores GNSS.

4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo serão abordados os métodos de levantamentos geodésicos/topográficos com a finalidade de desenvolver uma metodologia para a densificação de uma rede geodésica já existente, com temas a serem discutidos redes geodésicas; triangulação; trilateração; triangulateração, rede poligonais 3D, redes tridimensionais com GNSS, rede planimétrica, rede altimétrica, nivelamento trigonométrico, sistema de coordenadas geocêntricas e topocêntricas, ajustamento das observações e análise de qualidade, métodos dos mínimos quadrados pelo modelo paramétrico, e aplicações de redes poligonais.

4.1. REDES GEODÉSICAS

Os marcos geodésicos são implantados mediante algumas especificações pelo órgão regulador do país, no caso aqui do Brasil, tem-se o IBGE, contendo informações precisas de latitudes, longitudes, altitudes, as coordenadas planas, dentre outras informações. O conjunto de

vários marcos geodésicos forma uma rede geodésica/estrutura geodésica, estando integrada ao Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), que possibilita a representação, em mapa, de qualquer elemento da superfície terrestre.

De acordo com Torge (2001), rede geodésica é um conjunto de vértices materializados, que fornecem as referências planimétricas, altimétricas para a determinação de campos de posicionamento e gravidade em todas as escalas, tais redes podem apresentar alcance global, regional e local.

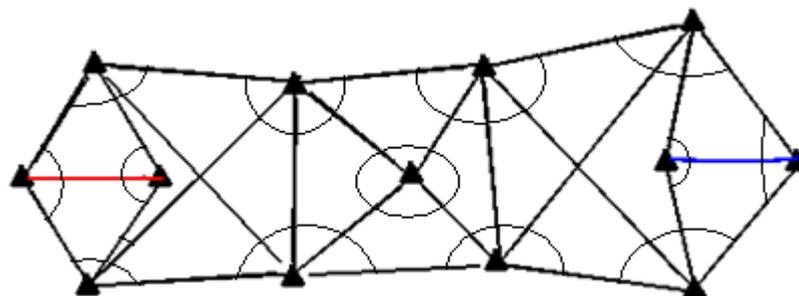
4.1.1. Triangulação

A triangulação consiste num método de observação de direções a partir de um alinhamento de coordenadas com a distância entre os vértices deste alinhamento conhecida. Esta base, ou seja, a distância tomada entre dois vértices fixados, é usada para determinar a escala da rede, pois a partir dela são realizadas as demais observações.

Nesse método são calculados as direções angulares e medida no mínimo uma distância, chamada de “base”, que da escala a rede. A triangulação em forma de rede é a mais comum (Figura 1), com as duas bases nas extremidades da mesma em vermelho e azul, exemplo retirado de Mendonça et al. (2010). Atualmente as distâncias podem ser medidas com alta precisão com os medidores eletrônicos embutidos nas estações totais e a base tradicional pode ser substituída pela medição direta de alguns lados.

O cálculo simples emprega os conceitos da lei dos senos e irradiação para definição dos demais lados e azimutes. Uma vez que não são observadas distâncias, pelo menos não todas, o método não se limita ao alcance dos distanciômetros; por outro lado, é necessário intervisibilidade entre as estações, normalmente em cotas elevadas.

Figura 1 - Triangulação em forma de rede



Fonte: Mendonça et al. (2010).

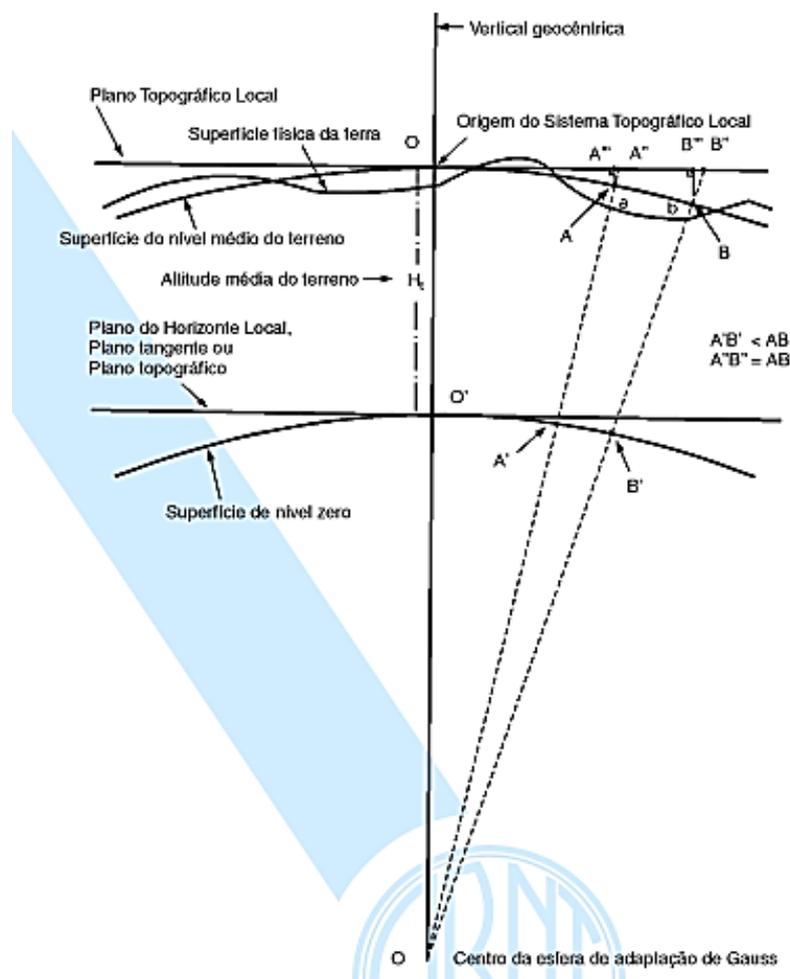
4.1.2. Trilateração

De acordo com T34-400, manual técnico de 1976, trilateração é processo de estabelecimento de controle geodésico horizontal através da determinação do comprimento de lados de triângulos.

A trilateração é um processo similar à triangulação, envolve também a formação de figuras geométricas que se reduzem a triângulos, mas em vez dos ângulos são medidas as distâncias (Neves, R., 2008).

Medem-se distâncias inclinadas e estas são reduzidas no plano. Existe o plano de projeção local localizado na superfície do terreno onde as observações são realizadas e existe o plano de projeção ao nível médio do mar. A figura 2, ilustra as projeções em relação as superfícies indicadas.

Figura 2 - Elementos do Sistema Topográfico Local.



Fonte: NBR14166 (1988).

Onde,

OA''' é a projeção ortogonal de OA sobre o Plano Topográfico Local;

OB''' é a projeção ortogonal de OB sobre o Plano Topográfico Local;

$A''A''$ é o erro devido à desconsideração da curvatura terrestre de OA;

$B''B''$ é o erro devido à desconsideração da curvatura terrestre de OB;

OA'' é a representação do arco OA sobre o Plano Topográfico Local;

OB'' é a representação do arco OB sobre o Plano Topográfico Local;

AB é a projeção gnomônica ou central de uma distância (ab) medida no terreno, sobre a superfície do nível médio do terreno, correspondendo à distância horizontal entre "a" e "b";

$A'B'$ é a projeção gnomônica ou central de AB sobre a superfície da esfera de adaptação de Gauss (superfície de nível zero);

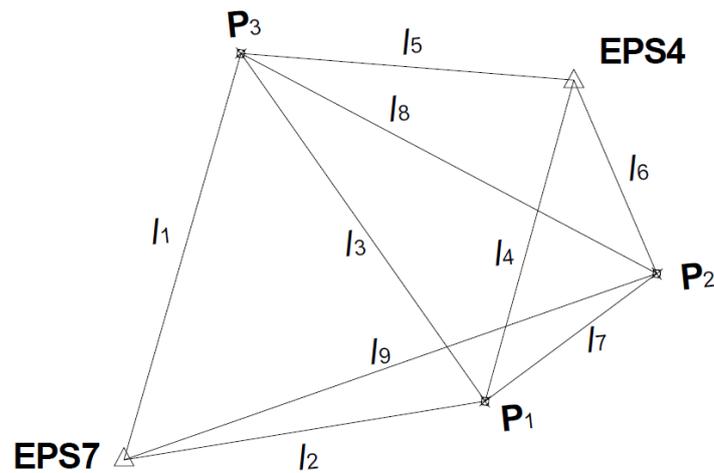
$A'B''$ é a projeção (representação) em verdadeira grandeza de AB sobre o Plano Topográfico Local.

O método apresenta uma grande vantagem, na medição, pois é de rápida execução, necessitando apenas das leituras de distâncias e obtendo resultados aceitáveis, isso se dá pelo fato dos distanciômetros, mais modernos e avançados das estações totais. Com o advento da evolução dos equipamentos topográficos é possível realizar leituras na escala com longas distâncias acima de 800 metros, claro que levando em considerações diversos fatores, temperatura local, pressão atmosférica, intervisibilidades entre as estações e dentre outros fatores.

É necessário para a resolução de uma rede de trilateração, três ou mais vértices de uma poligonal, podendo com isso, ser ou pertencer ao limite de uma propriedade ou de uma determinada área que vai ser estudada ou analisada, sendo que para efetuar os devidos cálculos é preciso utilizar todas as distâncias internas e ao longo do polígono escolhido, formando com isso diversos triângulos internos como demonstrado na Figura 3, (FREITAS GLAUCO, 2019).

A figura 3, retirada de Mendonça et al. (2010), que é a mesma também citada em Freitas Glauco (2019) exemplifica a configuração do método de trilateração em rede. O objetivo do artigo de Mendonça et al. (2010) foi de obter as coordenadas dos vértices P1, P2 e P3 e para tanto, foram realizadas as observações das distâncias horizontais (2D), já reduzidas no equipamento, 11 a 19, com uma estação total e para o seu ajustamento utilizou-se do método MMQ. Com um auxílio da plataforma CAD, foi possível traçar as distâncias que foram medidas em campo.

Figura 3 - Exemplicação de uma rede geodésica em Trilateração.



Fonte: Mendonça et al. (2010).

Utilizou-se o modelo matemático, eq.1, para a obtenção das distâncias horizontais entre dois pontos, de coordenadas conhecidas, sendo esse o modelo para o ajustamento das observações pelo modelo paramétrico do MMQ.

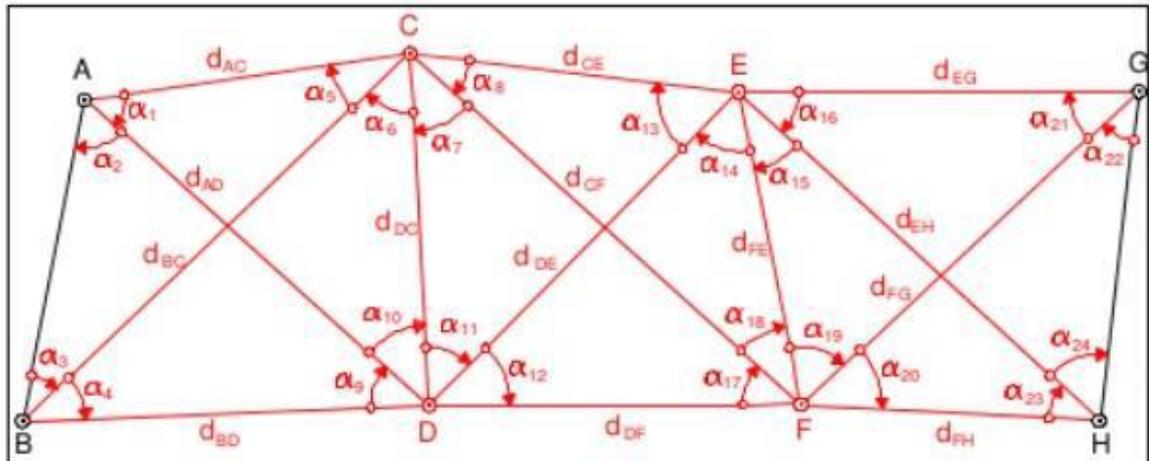
$$l_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (1)$$

4.1.3. Triangulação

De acordo com o Manual Técnico de Posicionamento do INCRA, INCRA (2013), na Triangulação são observados ângulos e distâncias entre os vértices intervisíveis de uma rede de triângulos. Em função da praticidade em se medir distâncias e ângulos com estações totais, aliada à possibilidade de processamento automatizado de um grande volume de dados, a triangulação, quando comparada com a trilateração e triangulação, se destaca por possibilitar uma melhor precisão e melhor análise estatística das observações e das coordenadas, tendo em vista o elevado número de observações redundantes.

Com a capacidade de medir facilmente distâncias e ângulos no campo, redes combinadas (Triangulação) como são mostradas na Figura 4. Estão sendo feitas cada vez mais populares. Em uma rede combinada, muitos ou todos os ângulos são medidos e distâncias. Esses levantamentos fornecem a maior força geométrica, e as mais altas precisões de coordenadas para técnicas tradicionais de levantamento (WOLF E GHILANI, 2016).

Figura 4 - Método de Triangulação.



Fonte: Dmitri Maquengo (2019).

Em Wolf e Ghilani (1996), o procedimento de ajuste das coordenadas planimétricas desconhecidas consiste em observar um número mínimo de ângulos para a solução dos triângulos e então estimar valores iniciais para as coordenadas desconhecidas, o ajuste pode ser realizado através do modelo paramétrico do MMQ em um processo iterativo até o alcance de um critério de convergência pré-estabelecido.

4.2. REDES POLIGONAIS 3D

Em Silva e Segantine (2015) as medições concomitantes de ângulos e distâncias facilitam enormemente o uso de métodos de poligonização para a implantação de vértices de apoio topográfico. O procedimento de campo consiste em partir de vértices da rede geodésica oficial ou determinados por medições com tecnologia GNSS e lançar os novos vértices por intermédio do estabelecimento de uma poligonal geometricamente bem definida.

Espartel, (*apud* SANTANA NETO, 2018, p.22) diz que, a poligonização é um dos métodos mais empregados para a determinação de coordenadas de vértices em Topografia, principalmente para a definição de vértices de apoio planimétrico. Uma poligonal consiste em uma série de linhas consecutivas, onde são conhecidos os comprimentos e direções, por intermédio de medições em campo. O levantamento de uma poligonal é realizado através do método de caminhamento, percorrendo-se o contorno de um polígono irregular materializado por uma série de pontos, medindo-se todas as direções horizontais e as distâncias. A partir destes dados e das coordenadas de partida, é possível obter o valor das coordenadas de todos os vértices que a compõe.

As redes poligonais 3D, consistem na determinação de vértices topográficos de controles com coordenadas, do tipo (X, Y, Z), vértices esses geometricamente definidos que permitam a intervisibilidade entre eles durante o caminhar realizado em campo e que podem ser obtidos por algum método de poligonização previsto em normas técnicas vigentes como a NBR 13133 (ABNT,1994). Quando se fala de rede poligonais 3D, trata-se da planimetria e altimetria que serão obtidas e ajustadas individualmente e compiladas para essas redes.

A poligonal é obtida através de medições em campo e, por sua vez consiste no conjunto de linhas consecutivas cujo comprimento e direção (ângulos entre os alinhamentos) são conhecidos (VEIGA et al., 2012).

O levantamento de uma poligonal é realizado através do método de caminhar, percorrendo-se um polígono irregular materializado por uma série de pontos, medindo-se todos os ângulos, lados e uma orientação inicial. A partir destes dados e das coordenadas do vértice de partida, é possível calcular as coordenadas de todos os vértices a serem implantados (VEIGA, 2012).

4.3. REDES TRIDIMENSIONAIS COM GNSS

Segundo Torge (2001), as estruturas geodésicas podem ser de naturezas unidimensional, bidimensional ou tridimensional. As estruturas tridimensionais são formadas por redes geodésicas planialtimétricas e gravimétricas. Redes Globais configuram o Sistema de Referência definido através da convenção internacional. As redes nacionais oferecem subsídios para o levantamento territorial nacional ou continental. E por fim, as redes locais são implantadas principalmente para projetos voltados à engenharia, investigações geofísicas e para a determinação de procedimentos geodinâmicos espacialmente limitados.

Em Monaco (2008), no que concerne ao posicionamento utilizando o GNSS, independentemente do estado do objeto, ele pode ser realizado pelos métodos absoluto e relativo. No posicionamento relativo, método este utilizado nesta monografia, a posição de um ponto é determinada com relação à de outro(s), cujas coordenadas são conhecidas. As coordenadas do(s) ponto(s) conhecido(s) devem estar referenciadas ao WGS 84, ou em um sistema compatível com esse (SIRGAS2000, ITRF2000, ITRF 2005, IGS 05).

Atualmente se faz uso do sistema de referência atrelada ao SGB – Sistema Geodésico Brasileiro, o SIRGAS2000.

O objetivo das redes tridimensionais GNSS, assim como das redes de poligonal 3D, é determinar coordenadas retangular-planas e altimétricas por meio de técnicas/procedimentos de

medição e materialização dos pontos. Esses procedimentos estão divididos em: absoluto estático e cinemático; relativo estático e cinemático (RTK). Neste trabalho, será abordado o método relativo estático, que consiste na obtenção das bases iniciais e finais da poligonal enquadrada, o método RTK não será utilizado neste trabalho.

Na disciplina de Projeto de Estrada, foi apresentado o artigo, Infraestrutura Geodésica/Topográfica para Levantamento e Locação De Obras: Método Da Poligonação Com Centragem Forçada e Método GNSS/RTK das autoras Andréa de Seixas, Marcella Fernandes de Oliveira Melo, Sabrina de Oliveira Gomes e Vanessa Nunes de Lima, apresentado no VII SIMGEO 2018, nele consta um dos trechos/circuitos pré-existent, EPS02 – EPS07, fazendo uso da mesma abordagem deste trabalho de conclusão.

4.3.1. Método de posicionamento por satélite relativo estático

Para realizar o posicionamento relativo o usuário deve dispor de dois ou mais receptores, ou utilizar dados de estações pertencentes a um Sistema de Controle Ativos (SCA), no Brasil tem-se a RBMC – Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo e outras. Neste tipo de posicionamento, dois ou mais receptores rastreiam, simultaneamente, os satélites visíveis por um período que pode variar de dezenas de minutos (20 minutos no mínimo) até algumas horas (MONICO,2008).

De acordo com Especificações e Normas para Levantamentos Geodésicos Associados ao Sistema Geodésico Brasileiro IBGE (2017), o processo de diferenciação entre as observações simultâneas permite reduzir os erros inerentes as observações, uma vez que quanto menor for a distância entre os receptores (linha de base), mais similares serão os erros, permitindo determinação de coordenadas com precisão centimétrica.

Na tabela 1, existe a relação entre a linha base e o tempo mínimo de rastreamento que deve se ter no método de posicionamento relativo.

Tabela 1 - Relação Linha Base e tempo de rastreio

Linha de Base	Tempo de observação	Equipamento Utilizado	Precisão
00 – 05 Km	05 – 10 min	L1 ou L1/L2	5 - 10 mm + 1 ppm
05 – 10 Km	10 – 15 min	L1 ou L1/L2	5 - 10 mm + 1 ppm
10 – 20 Km	10 – 30 min	L1 ou L1/L2	5 - 10 mm + 1 ppm
20 – 50 Km	02 – 03 h	L1/L2	5 mm + 1 ppm
50 – 100 Km	Mínimo: 03 h	L1/L2	5 mm + 1 ppm
> 100 Km	Mínimo: 04 h	L1/L2	5 mm + 1 ppm

Fonte: IBGE (2017)

O posicionamento relativo ou diferencial é a diferença das observáveis entre estações. Numa linha de base, as coordenadas de uma das estações são conhecidas e a partir desta se estabelece as coordenadas da outra estação. As diferenças das observáveis das estações proporcionam a redução dos erros contidos nas observáveis originais e esta é uma vantagem do posicionamento relativo. As observáveis secundárias são chamadas respectivamente de: simples, dupla ou tripla diferença das observáveis (MONICO, 2008).

Em Collischonn (2013), o método de posicionamento relativo estático é muito adotado em posicionamento geodésico, e implica em linhas de base com tempos de ocupação acima de 20 minutos. As linhas-base são processadas, podendo ser em softwares comerciais, de forma individual ou levando em conta a correlação entre as várias linhas-base simultâneas de cada sessão. Após, é feito o ajustamento envolvendo todos os resultados de cada linha-base.

As posições GPS mais precisas são atualmente obtidas usando as técnicas posicionamento relativo. O objetivo do posicionamento relativo é obter as coordenadas de um ponto em relação a outro ponto. Isso pode ser expresso matematicamente como, nas eq. (2), (2.1), (2.2) (WOLF E GHILANI, 2012).

$$X_B = X_A + \Delta X \quad (2)$$

$$Y_B = Y_A + \Delta Y \quad (3)$$

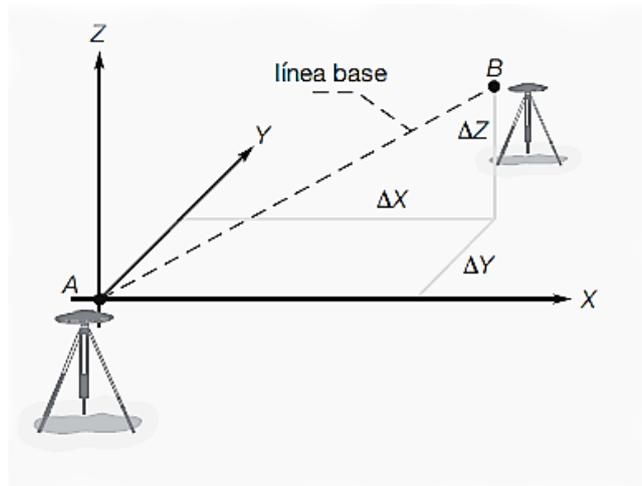
$$Z_B = Z_A + \Delta Z \quad (4)$$

Onde,

(X_A , Y_A , Z_A) são as coordenadas geocêntricas da estação base A;

(X_B , Y_B , Z_B) são as coordenadas geocêntricas da estação desconhecida B; (ΔX , ΔY , ΔZ) são os componentes computados do vetor de linha de base. São componentes computados do vetor da linha-base (línea base).

Figura 5 - Componentes do vetor calculado da linha de base (línea base)

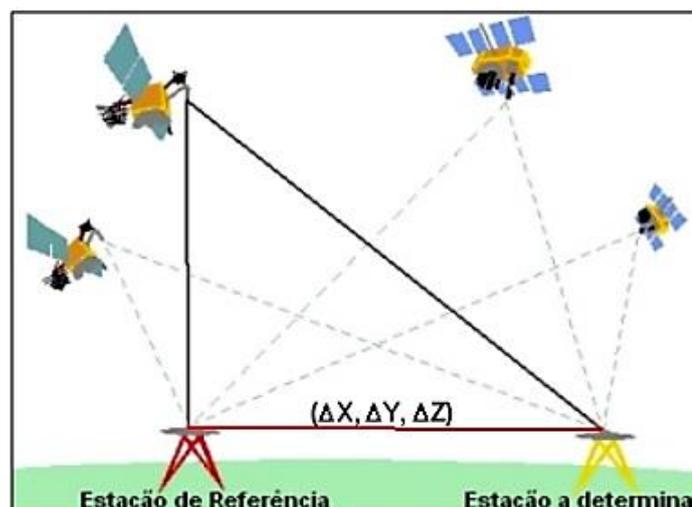


Fonte: Wolf e Ghilani (2012)

De acordo com Wolf e Ghilani (2012), os procedimentos de levantamento estático produzem a máxima precisão e eles são comumente usados em levantamentos de controle geodésico. Neste procedimento, dois (ou mais) receptores são usados. O processo começa com um receptor (chamado receptor Base) localizado em uma estação de controle existente, enquanto os receptores restantes (chamados de receptores Rover) ocupam estações com coordenadas desconhecidas.

De acordo como o Relatório de Levantamentos Relativo Estático, IBGE (2008) no posicionamento relativo estático, tanto o receptor da estação referência, quanto o da estação com coordenadas a determinar, permanecem estacionários durante todo o levantamento. A duração do levantamento varia de 20 minutos até várias horas.

Figura 6 - Posicionamento Relativo Estático



Fonte: IBGE (2008).

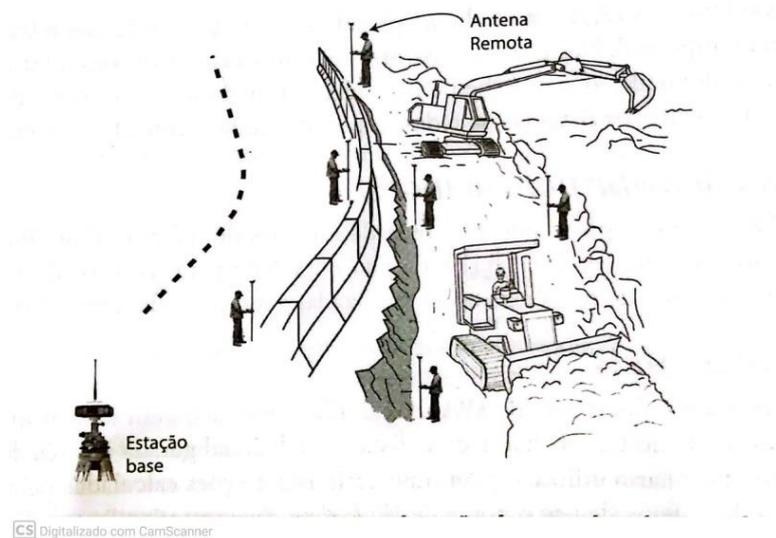
4.3.2. Método de posicionamento por satélite relativo cinemático - RTK

De acordo com Silva e Segantine (2015), no modo tempo real, RTK, o receptor da base estabelece uma comunicação com a antena remota (Rover) e transmite a ela as correções diferenciais produzidas a partir da fase da portadora e do código. O receptor remoto explora, em tempo real, as correções recebidas e as combina com as suas observações para determinar, em tempo real de até 20Hz, as suas próprias coordenadas com uma precisão horizontal da ordem de 1 a 2 cm.

Devido a sua facilidade e uso, rapidez e precisão, a técnica de levantamento RTK tornou-se a técnica mais usada nos levantamentos topográficos (SILVA e SEGANTINE, 2015).

A sua aplicação envolve diversos seguimentos, levantamentos de detalhe, para cadastro rural e urbano, locação de obras de um modo geral, automatização da agricultura e construção civil, dentre outros. A figura 7 ilustra a aplicação do método RTK em locação de Obra.

Figura 7 - Aplicação do método RTK em locação de obra.



Fonte: Silva e Segantine (2015).

O Real Time Kinematic (RTK) ou posicionamento cinemático em tempo real, alia a tecnologia de navegação por satélite a um rádio modem a fim de obter medidas com correções instantâneas da fase da onda portadora e da pseudodistância coletadas na estação base e correções de medidas, que são enviadas para a estação móvel via link de comunicação. Esta técnica exige a disponibilidade de, pelo menos, uma estação de referência com as coordenadas conhecidas, dotada de um receptor GPS e um rádio modem transmissor. A estação gera e transmite as

correções diferenciais para as estações móveis, que usam os dados para determinar precisamente suas coordenadas. A capacidade de realização dos levantamentos e as precisões disponibilizadas dependem da densidade da rede de estações de referência (UFSC, 2020).

Na disciplina de Projeto de Estrada, dentre tantos artigos abordados, destaca-se o da revista Tecnologia e Ambiente - Implantação de Marcos Geodésicos para Projetos de Construção e Restauração de Rodovias, 2012 Gabriela Francisco de Souza e Leonard Niero da Silveira, onde usou-se o método de posicionamento relativo cinemático no modo RTK, no artigo descreve de forma bem interessante como se procede a implantação dos marcos geodésicos conforme com as normas do IBGE.

Neste trabalho de TCC, não foi utilizado esse tipo de posicionamento, tendo em vista que o Posicionamento Relativo Estático, atende a expectativa da Poligonal desenvolvida em campo.

4.4. REDES PLANIMÉTRICAS

Segundo o IBGE (2019), redes planimétricas são o “conjunto de estações geodésicas denominadas estações SAT, estações doppler, estações poligonais e vértices de triangulação, que materializam as componentes planimétricas e planialtimétricas do Sistema Geodésico Brasileiro – SGB”.

A rede planimétrica corresponde aos conjuntos de vértices materializados em campo com a obtenção das coordenadas planas e/ou plana-retangular X e Y obtidas por meio de algum método de poligonação, apresentado nos itens 4.4.1 ao 4.4.2.10, onde são extraídos dados como distâncias horizontais e ângulos horizontais.

4.4.1. Poligonação com centragem forçada

Uma poligonal possui uma série de alinhamentos consecutivos, cujas extensões e direções são medidas em campo. Este método é bastante utilizado para a criação de “arcabouço” de apoio nos levantamentos topográficos. A partir dos vértices da poligonal é possível determinar detalhes da área desejada (ERBA et al., 2005).

O método da centragem forçada garante a estabilidade da posição, mesmo que os instrumentos sejam trocados. O tripé, a base e o instrumento de medição formam o conjunto para realizar o procedimento de centragem forçada. Após a calagem do instrumento de medição, este pode ser retirado e substituído pelo prisma (KAHMEN; FAIG, 1998).

No artigo de Araújo, Seixas, Pereira, Silva e Farah (2012), é descrito os materiais necessários para a execução desse método de centragem forçada quando se tratar de um triângulo, para a realização da centragem forçada em campo a composição mínima de equipamentos e acessórios são a seguinte: três tripés, um instrumento de medição, dois prismas, duas bases nivelantes e dois adaptadores base-prisma. Isto permite, por exemplo, que um triângulo, caso deste experimento, seja materializado com três tripés de uma vez só. Sem precisar fazer um planejamento para verificar os deslocamentos dos materiais ao longo de uma poligonal, caso mais comum, quando o número de vértices é maior do que três.

4.4.2. Poligonal enquadrada

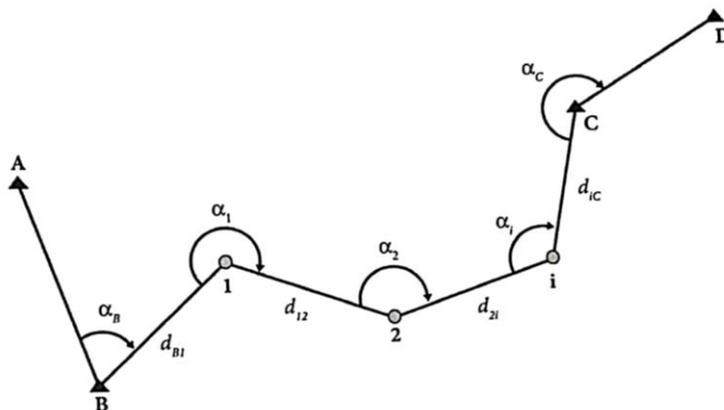
Segundo Wolf e Ghilani (2013), poligonais do tipo enquadrada partem de uma base inicial de vértices com coordenadas conhecidas, sendo finalizada em outra base de vértices com coordenadas conhecidas, cujas acurácias posicionais devem ser iguais ou maiores as dos vértices da base inicial.

O procedimento de campo consiste em partir de vértices da rede geodésica oficial ou determinados por medições com tecnologia GNSS e lançar os novos vértices por intermédio do estabelecimento de uma poligonal geometricamente bem definida. Estabelecer uma poligonal significa realizar caminhamento sobre o terreno, realizando um transporte de coordenadas (SILVA e SEGANTINE, 2015).

Ainda em Silva e Segantine (2015), classificam em dois os tipos de poligonais: poligonal fechada e poligonal aberta. O foco desse tcc, será a poligonal aberta ou enquadrada, em que se denomina uma poligonal geometricamente aberta quando ela parte de um ponto conhecido e chega em outro ponto distinto. Poligonal fechada e a enquadrada são passíveis de correções linear e angular. E a poligonal aberta não permite correções, é considerada um levantamento expedito, para reconhecimento do terreno.

Se a poligonal partir de dois vértices de coordenadas conhecidas (base topográfica) e fechar sobre outra base topográfica do mesmo tipo, dar-se nome de Poligonal Enquadrada.

Figura 8 - Poligonal aberta (apoiada/enquadrada)



Fonte: Silva e Segantine (2015)

Na figura 8 tem-se a base inicial AB, os vértices 1, 2 e i, com coordenadas desconhecidas e a base final CD.

4.4.2.1. Cálculo de erro de fechamento angular, para um exemplo prático

Figura 9 - Exemplo prático de cálculo para uma poligonal enquadrada.

Estação	Ponto visado	Direções horizontais medidas	Distância [m]
Q	P	0°00'00"	---
	1	75°23'34"	110,426
1	Q	0°00'00"	---
	2	202°04'36"	72,375
2	1	0°00'00"	---
	3	56°51'15"	186,615
3	2	0°00'00"	---
	4	283°31'32"	125,153
4	3	0°00'00"	---
	5	242°57'31"	78,235
5	4	0°00'00"	---
	6	185°05'12"	130,679
6	5	0°00'00"	---
	R	94°11'35"	110,854
R	6	0°00'00"	---
	S	266°13'20"	---

Fonte: Silva e Segantine (2015).

A sequência para o cálculo deve obedecer:

- 4.4.2.2. Calcular o azimute Az_{PQ} e Az_{RS} , em função das coordenadas já conhecidas.**

$$Az_{calc} = \arctg \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (5)$$

onde, $\Delta x = x_j - x_i$ e $\Delta y = y_j - y_i$

Analisando também, o quadrante, na tabela 2.

Tabela 2 - Relações entre o quadrante e o azimute

Quadrante	Δx	Δy	Az
I	+	+	= Az
II	+	-	= Az + 180°
III	-	-	= Az + 180°
IV	-	+	= Az + 360°

Fonte: Autor (2023).

4.4.2.3. Calcular as direções horizontais horários α_i

$$\alpha_Q = L_{vante} - L_{ré} = (Az_{Q-1} - Az_{QP}) \quad (6)$$

4.4.2.4. Calcular o azimute de vante. Obedecendo a fórmula, referente a figura 8.

$$Az_{1-2} = Az_{Q-1} + \alpha_1 \pm 180^\circ \quad (7)$$

Somar 180° se $(Az_{Q-1} + \alpha_1)$ for menor do que 180°

Subtrair 180° se $(Az_{Q-1} + \alpha_1)$ for maior do que 180°

4.4.2.5. Repetir o passo do item 4.4.2.4, até alcançar o penúltimo ponto da poligonal, neste caso será o Az_{RS}

Assim o erro de fechamento angular será, a diferença entre o azimute de chegada medido e o azimute calculado.

$$e_\alpha = Az_{RS(\text{Medido})} - Az_{RS(\text{Calc})} \quad (8)$$

4.4.2.6. Após encontrar o erro, tem-se que verificar se o mesmo está dentro da tolerância

$$Te_\alpha = ks\sqrt{n} \quad (9)$$

Onde,

s = precisão de cada ângulo

n = quantidade de ângulos observados

k = fator de multiplicação adotado em função das condições de trabalho

De acordo com a NBR 13.133/1994, indica que as tolerâncias para o erro de fechamento angular são em função da classe e do tipo da poligonal levantada.

Após encontrar cada um dos azimutes e o erro angular, e este erro angular estiver dentro da tolerância, ou seja, o erro angular deve ser menor que a tolerância. Deve-se fazer a compensação dos ângulos dos azimutes, bastando apenas dividir o erro angular pela quantidade de ângulos observados e distribuir igualmente esse erro.

4.4.2.7. Erro de fechamento linear

Baseia-se na suposição de que as somas dos valores das projeções nos eixos (X, Y) devem ser iguais às distâncias entre os vértices extremos da poligonal.

$$\Sigma \Delta x_{ij} = d_x \quad (10)$$

$$\Sigma \Delta y_{ij} = d_y \quad (11)$$

Onde,

$\Sigma \Delta x_{ij}$ somatório das direções em X

$\Sigma \Delta y_{ij}$ somatório das direções em Y

d_x distância na projeção X

d_y distância na projeção Y

Porém as equações 10 e 11, não são satisfeitas, por haver erros nas medições das distâncias em campo, logo ocorrerá o erro linear nas componentes X e Y, demonstrados nas eq. 12 e 13.

$$e_{lx} = \Sigma \Delta x_{ij} - d_x \quad (12)$$

$$e_{ly} = \Sigma \Delta y_{ij} - d_y \quad (13)$$

Onde,

e_{lx} erro de fechamento linear da direção X

e_{ly} erro de fechamento linear da direção Y

Chegando-se ao erro linear, pela equação 14.

$$e_l = \sqrt{e_{lx}^2 + e_{ly}^2} \quad (14)$$

4.4.2.8. Cálculo das projeções

Após os cálculos dos azimutes corrigidos, deve-se proceder com os cálculos das projeções, fazendo uso das eq. 15 e 16.

$$\Delta x_{ij} = d_{ij} * \text{sen}Az_{ij} \quad (15)$$

$$\Delta y_{ij} = d_{ij} * \text{cos}Az_{ij} \quad (16)$$

Onde,

Δx_{ij} projeção na direção X, do vértice estacionado para o vértice visado

Δy_{ij} projeção na direção Y, do vértice estacionado para o vértice visado

d_{ij} distância do alinhamento do vértice estacionado para o vértice visado

Az_{ij} azimute de alinhamento do vértice estacionado para o vértice visado

4.4.2.9. Cálculo das compensações das projeções

Usando as equações 17 e 18, calcula-se as compensações de cada projeção em função do erro linear nas componentes X e Y.

$$C_{lx} = \frac{e_{lx}}{m} \quad (17)$$

$$C_{ly} = \frac{e_{ly}}{m} \quad (18)$$

Onde,

C_{lx} correções lineares da distância d_{ij} na direção X

C_{ly} correções lineares da distância d_{ij} na direção Y

m perímetro da poligonal

Depois, calcula-se as projeções compensadas, equação 19 e 20.

$$\Delta x_{ij(comp)} = \Delta x_{ij} + C_{lx} \quad (19)$$

$$\Delta y_{ij(comp)} = \Delta y_{ij} + C_{ly} \quad (20)$$

4.4.2.10. Cálculo das coordenadas totais compensadas

$$X_{ij+1} = X_{ij} + \Delta x_{ij(comp)} \quad (21)$$

$$Y_{ij+1} = Y_{ij} + \Delta y_{ij(comp)} \quad (22)$$

No livro, Topografia para Engenharia – Teoria e Prática de Geomática, de Silva e Segantine (2015), recomenda-se fazer uma leitura, onde terá com mais detalhes desse exemplo prático e de tantos outros.

4.5. REDES ALTIMÉTRICAS

Quando as distâncias verticais são referidas à superfície média dos mares, tomam o nome de altitudes; recebem o nome de cotas quando se referem a uma superfície de nível fictícia, situada acima ou abaixo das superfícies dos mares (ESPARTEL, 1987).

De acordo com a NBR 13133 (ABNT, 1994), levantamento topográfico altimétrico objetiva, exclusivamente, a determinação das alturas relativas a uma superfície de referência, dos vértices de apoio e/ou dos vértices de detalhes, pressupondo-se o conhecimento de suas posições planimétricas, visando à representação altimétrica da superfície levantada.

A NBR 13133 (ABNT, 1994), classifica os vértices de apoio altimétrico como sendo de apoio geodésico altimétrico e de apoio topográfico altimétrico. De acordo com esta norma:

Apoio geodésico altimétrico: conjunto de Referências de Nível, materializadas no terreno, que proporciona o controle altimétrico dos levantamentos geodésicos e o seu referenciamento ao Datum (origem) altimétrico do país.

Apoio topográfico altimétrico: conjunto de pontos, materializados no terreno, com suas distâncias verticais denominadas de cotas quando associadas a uma Superfície de Nível Arbitrária (SNA) e de altitude ortométrica quando associada ao Nível Médio do Mar (NMM), estes vértices servem de suporte altimétrico ao levantamento topográfico. Tais vértices são hierarquizados pelo seu erro médio quilométrico da sua determinação, classificando-os como de ordem superior e de ordem inferior.

4.5.1. Nivelamento Trigonométrico

É o nivelamento que realiza a medição da diferença de nível entre vértices do terreno, indiretamente, a partir da determinação do ângulo vertical da direção que os une e da distância

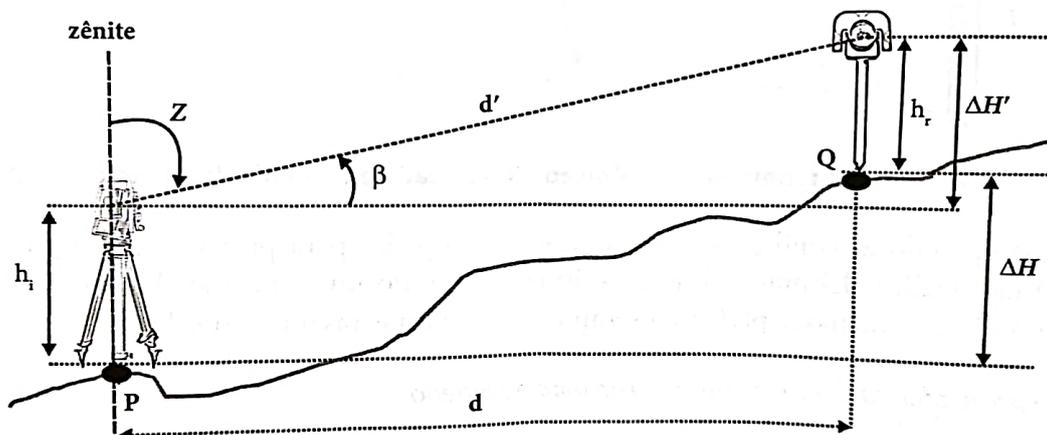
entre estes, fundamentando-se na relação trigonométrica entre o ângulo e a distância medidos, levando em consideração a altura do centro do limbo vertical do teodolito ao terreno e a altura sobre o terreno do sinal visado, é como define a NBR 13133 (ABNT, 1994).

As diferenças de altitudes podem ser determinadas usando diferentes métodos, dependendo do instrumento utilizado, do uso do nivelamento e da precisão necessária: Nivelamento Geométrico, Nivelamento Taqueométrico e o Nivelamento Trigonométrico. Para esse TCC, será realizado o nivelamento trigonométrico.

A técnica baseia-se na resolução do triângulo retângulo cuja base, distância horizontal e o ângulo zenital Z sejam conhecidos a fim de se determinar o cateto oposto, ou seja, a diferença de nível entre os vértices no solo. A precisão é menor quando comparado ao nivelamento geométrico, no entanto, tem um rendimento maior devido ao alcance das medidas (KAHAMEN e FAIG, 1988).

De acordo com Silva e Segantine (2015), o nome nivelamento trigonométrico ao método de determinação da diferença de altitudes entre vértices a partir da medição inclinada ou horizontal e de ângulo vertical de altura ou zenital entre eles, conforme indicado na figura 10.

Figura 10 - Elementos geométricos de um nivelamento trigonométrico.



Fonte: Silva e Segantine (2015).

Fazendo uso das equações 23, 24 e 25, para distâncias curtas

$$\Delta H = \Delta H' + (h_i - h_r) \quad (23)$$

$$\Delta H' = d' * \text{sen}\beta = d' * \cos z \quad (24)$$

$$H_Q = H_P + \Delta H' + (h_i - h_r) + [6,837 * 10^{-8} * (d' * \cos\beta)^2] \quad (25)$$

Onde,

H_p = altitude do ponto (P)

HQ = altitude do ponto (Q)

$\Delta H'$ = distância vertical

ΔH = diferença de altitude

d' = distância inclinada

β = ângulo vertical de altura medido com instrumento

z = ângulo vertical zenital medido com instrumento

h_i = altura do instrumento

h_r = altura do refletor

Quando se considera distâncias longas, é preciso levar em consideração o efeito de refração e curvatura da Terra, na equação acima a parte que considera tal efeito é $6,837 * 10^{-8} * (d * \cos\beta)^2$ como mostra a equação 25. Onde para se chegar a essa expressão deve-se usar as equações 26 e 27:

$$\delta R_0 = \frac{d_p^2}{2R_0} \quad (26)$$

$$\delta k = k \frac{d_p^2}{2R_0} \quad (27)$$

Subtraindo 26 por 27, chegando à equação 28.

$$\delta R_0 - \delta k = (1 - k) * \frac{(d' * \cos\beta)^2}{2R_0} \quad (28)$$

Considerando, $k = 0,13$ e $R_0 = 6.362.000,00$ (é o raio médio local em São Carlos – SP, para o exemplo prático acima).

Assim,

$$\delta R_0 - \delta k = 6,837 * 10^{-8} * (d' * \cos\beta)^2 \quad (29)$$

Os Marcos Geodésicos da Rede de Referência Cadastral (EPS01, EPS02, EPS03, EPS04, EPS05, EPS06 e EPS07), em suas bases são encontradas as referências de níveis por meio de pinos de superfícies semiesféricas denominados de RNEPS01, RNEPS02, RNEPS03, RNEPS04, RNEPS05, RNEPS06 e RNEPS07. Na tabela 3, encontra-se as devidas altitudes conhecidas dos pinos e com seus respectivos desvios padrão.

Estas altitudes foram determinadas com o método de nivelamento geométrico de alta precisão, para este TCC estas foram empregadas para o transporte de altitude pelo método de nivelamento trigonométrico.

Tabela 1 - Altitudes ajustadas dos pinos de superficies semiesféricas

Referência de Nivel	H ^a (m)	σ (m)
RNEPS04	9.13486	±0.00011
RNEPS07	8.82672	±0.00013
CTG02	9.77063	±0.00014
CTG01	9.73604	±0.00014
RNEPS06	8,80247	±0,00014
RN-D	9.08722	±0.00012
RN04	8,07099	± 0,00012
RN05	8.77286	±0.00009
RN3641-B	8.90486	±0.00006
RNEPS05	7.30624	±0.00013
RNEPS03	9.42082	±0.00011
RN06	8.36112	±0.00013
RNEPS01	6.97044	±0.00013
RN07	8.87315	±0.00011
RNEPS02	8,53679	±0,00014
RN10	9.05125	±0.00014
RN3640-X	9,78485	±0,00015

Fonte: Seixas e Vasconcelos W. (2017).

4.6. SISTEMA DE COORDENADAS

De acordo com Silva e Segantine (2015), determinar a posição de um ponto, em Geomática, significa calcular as suas coordenadas. E calcular as coordenadas de um ponto significa estabelecer a sua posição em relação a um sistema de coordenadas e a uma superfície de referência previamente escolhidos, estabelecidos de maneira a garantir que todos os vértices tenham uma posição unívoca e atemporal.

O uso do sistema de coordenadas possui diversas vantagens para a Geomática, duas delas se destacam: a primeira, facilita e permite a padronização de métodos de cálculos dos vértices definidos, e a segunda o uso de um sistema de coordenadas permite a unificação de vários sistemas individuais em um único sistema geral (SILVA e SEGANTINE, 2015).

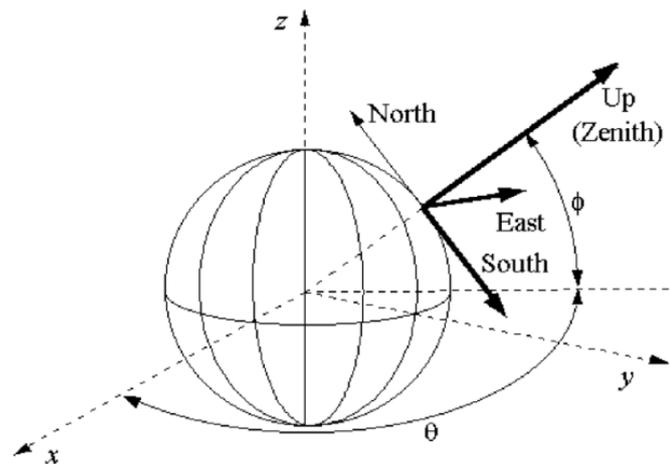
Segundo Nadal (2006) e Dal’Forno et al. (2010) os sistemas de coordenadas mais comumente utilizados para fins de Topografia e Geodésia, são os Polares (ou geodésicos),

Retangulares / Cartesianos (ou tridimensionais) e Plano-Retangulares (ou Plano Topográfico Local).

Referindo-se a origem do sistema de coordenadas, poderão ser:

Topocêntricas: Estão localizados na superfície física da terra, a origem dos eixos está localizada no ponto de origem (vértice) escolhido, na figura 11, East = Este = x; North = Norte = y; Zenith = z, que compõe o sistema local.

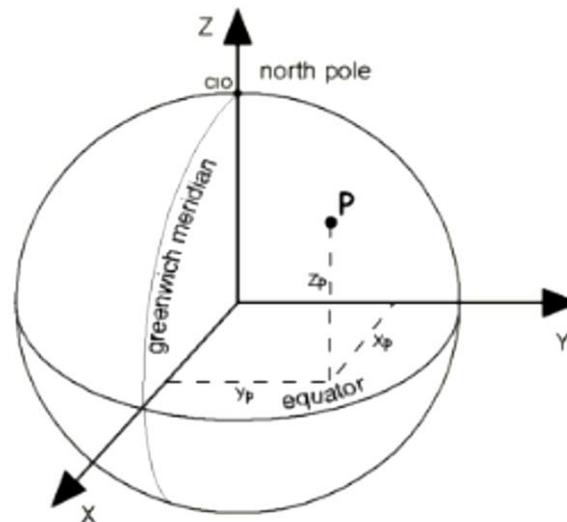
Figura 11 - Sistema Coordenadas Topocêntricas



Fonte: https://www.researchgate.net/publication/266007994_Automatic_tracking_system_for_weather_satellite_image_reception

Geocêntrico: Sua origem está no centro de massa da terra. No sistema geocêntrico, o eixo de rotação é paralelo ao eixo de rotação da Terra, e é essa origem que está localizada no centro de massa da Terra. Na figura 12, se tem as componentes (X_p , Y_p , Z_p) da coordenada do ponto P, tendo como origem o centro de massa da Terra.

Figura 12 - Sistema Coordenadas Geocêntricas



Fonte: Instituto Superior Técnico, Lisboa.

<https://docplayer.com.br/20297189-Metodos-de-aquisicao-da-informacao-metodos-directos-metodos-indirectos.html>

Atrelado ao que já foi descrito no item 4.6, é preciso que a posição das coordenadas esteja ligada a um Sistema Geodésico de Referência, adotado como oficial, para o qual seja possível a transformação e/ou conversão entre sistemas geodésicos e entre as coordenadas, o que pode ser entendido como a relação das coordenadas de um ponto da superfície terrestre em dois sistemas de coordenadas diferentes.

A nível nacional, tem-se como sistema geodésico de referência no SGB – Sistema Geodésico Brasileiro, o SIRGAS2000 (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas). De acordo com o documento nº1/2005 do IBGE – Instituto Brasileiro de Geodesia e Estatística, o sistema se baseia nos seguintes elementos geodésicos:

- Sistema Geodésico de Referência: Sistema Terrestre Internacional – ITRS;
- Figura geométrica para a Terra: Elipsóide do Sistema Geodésico de Referência de 1980 – GRS80 ($a = 6.378.137$ m e $f = 1/298,257222101$);
- Datum vertical: Imbituba (Litoral do estado de Santa Catarina);
- Origem do sistema: Centro de massa da Terra;
- Orientação: Polos e meridianos de referência consistentes em $\pm 0,005''$ com as direções definidas pelo BIH (Bureau International de l'Heure), em 1984,0;
- Época de Referência das coordenadas: 2000,4;

- Materialização: por intermédio de todas as estações que compõem a Rede Geodésica Brasileira, implantadas a partir das estações de referência que compõem o sistema SIRGAS2000.

Será adotado nesse TCC, os sistemas: Sistema Geocêntrico e Topocêntrico.

4.6.1. Transformações de coordenadas Geocêntricas em Topocêntricas

As transformações de coordenadas é uma metodologia que possibilita a transformação da posição de um determinado objeto, entre dois sistemas de coordenadas distintos, conhecendo em um dos sistemas, e apresentá-los em outro sistema (SILVA e SEGANTINE, 2015).

De acordo com Silva e Segantine (2015), um sistema de coordenadas geocêntrico é aquele em que a origem do sistema é o centro da Terra, os eixos (X, Y) pertencem ao plano do equador e o eixo (Z) coincide com o eixo médio de rotação da Terra. O sistema de coordenadas Topocêntrico é definido como sendo um sistema de coordenadas espaciais, situado na superfície da Terra.

Antes disso, é preciso que seja realizado a transformação de Coordenadas Geodésicas (Geocêntricas - SCG) para as Coordenadas Cartesianas (SCC), para isso faz-se necessário o uso das equações 30, 31 e 32:

$$X = (N + h) * \cos\varphi_g * \cos\lambda_g \quad (30)$$

$$Y = (N + h) * \cos\varphi_g * \sen\lambda_g \quad (31)$$

$$Z = [N(1 - e^2) + h] * \sen\varphi_g \quad (32)$$

Onde,

X, Y, Z = as coordenadas cartesianas

N = raio da primeira vertical, dado pela equação 33.

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 * \sen^2\varphi_g}} \quad (33)$$

h = altura elipsoidal

λ_g φ_g = longitude e latitude geodésicas

e^2 = primeira excentricidade, dado pela equação 34.

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 2f - f^2 \quad (34)$$

Onde,

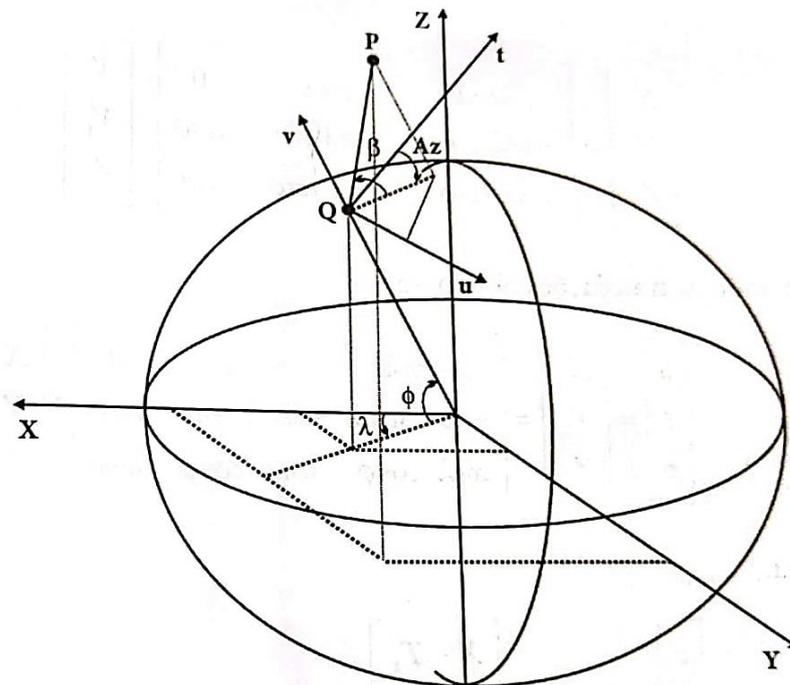
a é o semieixo maior do elipsoide de revolução

b é o semieixo menor do elipsoide de revolução

f achatamento do elipsoide.

A figura 13, ilustra as relações geométricas entre os sistemas Geocêntrico e Topocêntrico.

Figura 13 - Relações geométricas entre os Sistema Geocêntrico e Topocêntrico



Fonte: Silva e Segantine (2015).

Assim, o eixo (Z') denominado como v coincide com a Normal do lugar, o eixo (Y') denominado como t coincide com a direção do meridiano do lugar e o eixo (X') denominado de u perpendicular ao eixo (Y').

Para que ocorra a transformação entre os sistemas, é preciso seguir algumas etapas.

Etapa 1: Transladar o sistema (X, Y, Z) com os valores (T_X, T_Y, T_Z), fazendo com que sua origem coincida com a origem do sistema (u, t, v). surgindo assim um novo sistema de coordenadas, cujas coordenadas são (X_1, Y_1, Z_1).

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix} \quad (35)$$

Etapa 2: para tornar os dois sistemas de coordenadas paralelos, é preciso girar o sistema (X_1, Y_1, Z_1) com um ângulo (k) igual a $(\lambda + 90^\circ)$ em torno do eixo (Z_1) para tornar o eixo X_1 perpendicular ao plano do meridiano e coincidente com a rotação (X). Fazendo uso da matriz de rotação R_K , chegasse a um novo sistema de coordenadas (X_2, Y_2, Z_2) .

$$\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\text{sen}\lambda & \text{cos}\lambda & 0 \\ -\text{cos}\lambda & -\text{sen}\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} \quad (36)$$

Etapa 3: realiza-se uma nova rotação do sistema (X_2, Y_2, Z_2) , com um ângulo (ω) igual a $(90^\circ - \varphi)$, em torno do eixo X_2 , para tornar o eixo Z_2 coincidindo com o eixo (Z). Obtendo mais uma vez um outro sistema de coordenadas.

$$\begin{bmatrix} X_3 \\ Y_3 \\ Z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{sen}\varphi & \text{cos}\varphi \\ 0 & -\text{cos}\varphi & \text{sen}\varphi \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} \quad (37)$$

Combinando as duas rotações, têm-se:

$$\begin{bmatrix} X_3 \\ Y_3 \\ Z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\text{sen}\lambda & \text{cos}\lambda & 0 \\ -\text{cos}\lambda \text{sen}\varphi & -\text{sen}\lambda \text{sen}\varphi & \text{cos}\varphi \\ \text{cos}\lambda \text{cos}\varphi & \text{sen}\lambda \text{cos}\varphi & \text{sen}\varphi \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} \quad (38)$$

Finalmente considerando as translações, obtém-se,

$$\begin{bmatrix} u \\ t \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_3 \\ Y_3 \\ Z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\text{sen}\lambda & \text{cos}\lambda & 0 \\ -\text{cos}\lambda \text{sen}\varphi & -\text{sen}\lambda \text{sen}\varphi & \text{cos}\varphi \\ \text{cos}\lambda \text{cos}\varphi & \text{sen}\lambda \text{cos}\varphi & \text{sen}\varphi \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} X - T_X \\ Y - T_Y \\ Z - T_Z \end{bmatrix} \quad (39)$$

Ou seja, a forma geral,

$$\begin{bmatrix} u \\ t \\ v \end{bmatrix} = R(\lambda, \varphi) * \begin{bmatrix} X - T_X \\ Y - T_Y \\ Z - T_Z \end{bmatrix} \quad (40)$$

Também é possível, realizar a transformação do Sistema Topocêntrico para o Geocêntrico, ou seja, o processo inverso.

De acordo com o sistema de equação (35) e sabendo-se que a matriz R é ortogonal, equação 41, tem-se.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix} = R^T(\lambda, \varphi) * \begin{bmatrix} u \\ t \\ v \end{bmatrix} \quad (41)$$

A forma final da transformação é dada pela equação 42,

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\text{sen}\lambda & -\text{cos}\lambda \text{ sen}\varphi & \text{cos}\lambda \text{ cos}\varphi \\ \text{cos}\lambda & -\text{sen}\lambda \text{ sen}\varphi & \text{sen}\lambda \text{ cos}\varphi \\ 0 & \text{cos}\varphi & \text{sen}\varphi \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} u \\ t \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix} \quad (42)$$

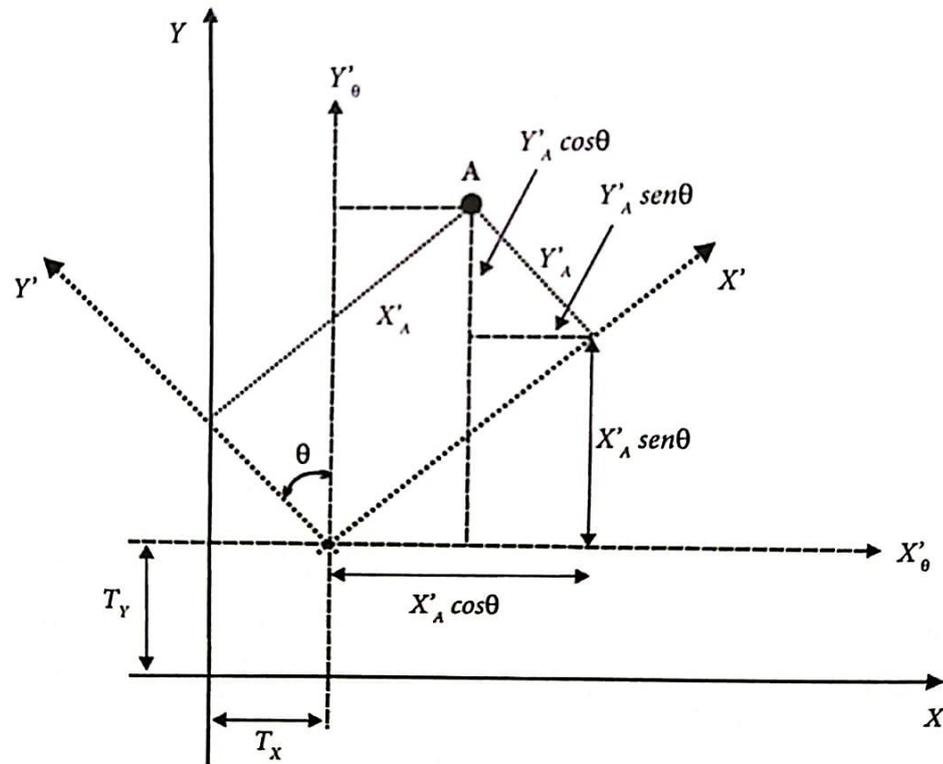
4.6.2. Transformação Ortogonal ou de Semelhança - Transformação de Helmert 2D

Dentre vários métodos de transformações de coordenadas planas, uma que é bastante usada é a de Helmert.

De acordo com Silva e Segantine (2015), existem três etapas de transformação a serem consideradas, para a transformação entre dois sistemas de coordenadas, conforme a figura 14:

- 1 – Rotação dos eixos (X', Y') para torná-los paralelos aos eixos (X, Y);
- 2 – Alteração da escala para adequar as dimensões do sistema (X', Y') ao sistema (X, Y);
- 3 – Translação da origem do sistema (X', Y') para coincidir com o sistema (X, Y).

Figura 14 - Relações trigonométricas para a transformação entre sistemas.



Fonte: Silva e Segantine (2015).

Para que ocorra a rotação é necessário girar o sistema (X', Y') com um ângulo de rotação (θ) . Obtendo assim, um novo sistema de coordenadas $(X'\theta, Y'\theta)$. Conforme a seguir:

$$X'_{\theta A} = X'_A * \cos\theta - Y'_A * \sen\theta \quad (43)$$

$$Y'_{\theta A} = X'_A * \sen\theta + Y'_A * \cos\theta \quad (44)$$

Podendo ainda ser expresso na forma matricial.

$$X'_{\theta} = R * X' \quad (45)$$

Sendo que,

$$X'_{\theta} = \begin{pmatrix} x'_{\theta} \\ y'_{\theta} \end{pmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sen\theta \\ \sen\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad X' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \quad (46)$$

O fator de escala é dado por:

$$X'_k = k * R * X' \quad (47)$$

É necessário também transladar a origem do sistema (X', Y') para coincidir com a origem do sistema (X, Y). Aplicam-se assim as translações (Tx, Ty) ao sistema de coordenadas (X'_k, Y'_k) para obter, finalmente, as coordenadas de (X', Y') no sistema (X, Y). Matricialmente pode ser representada por:

$$X = (k * R * X') + T \quad (48)$$

Sendo,

$$T = \begin{bmatrix} Tx \\ Ty \end{bmatrix}$$

Chegando finalmente,

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = k * \begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ \text{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Tx \\ Ty \end{bmatrix} \quad (49)$$

Para que a transformação ocorra adequadamente, é preciso que se tenha pelo menos dois vértices homólogos entre os dois sistemas de coordenadas.

Em Silva e Segantine, os parâmetros θ , k , Tx e Ty podem ser calculados a partir da solução de sistema das equações abaixo.

$$X = k * (X' * \cos\theta - Y' * \text{sen}\theta) + T_X \quad (50)$$

$$Y = k * (X' * \text{sen}\theta + Y' * \cos\theta) + T_Y \quad (51)$$

Considerando,

$$a = k * \cos\theta$$

$$b = k * \text{sen}\theta$$

$$c = T_X = \text{translação em } X$$

$$d = T_Y = \text{translação em } Y$$

Tem-se,

$$X = aX' - bY' + c \quad (52)$$

$$Y = bX' + aY' + d \quad (53)$$

A sequência de cálculo consiste em determinar primeiramente as diferenças de coordenadas nos dois sistemas, como é demonstrado abaixo:

$$\Delta X = x_2 - x_1 ; \Delta Y = y_2 - y_1 ; \Delta X' = x'_2 - x'_1 \text{ e } \Delta Y' = y'_2 - y'_1$$

Por meio destas diferenças são obtidos os elementos a, b, c, d e os parâmetros k e θ , de acordo com as equações, 54, 55, 56, 57, 58 e 59.

$$a = \frac{\Delta X * \Delta X' + \Delta Y * \Delta Y'}{\Delta X'^2 + \Delta Y'^2} \quad (54)$$

$$b = \frac{\Delta X' * \Delta Y - \Delta Y' * \Delta X}{\Delta X'^2 + \Delta Y'^2} \quad (55)$$

$$c = x_1 - ax'_1 + by'_1 \quad (56)$$

$$d = y_1 - bx'_1 - ay'_1 \quad (57)$$

$$k = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (58)$$

$$\theta = \arctg \frac{b}{a} \quad (59)$$

4.7. AJUSTAMENTO DAS OBSERVAÇÕES E ANÁLISE DE QUALIDADE

O método de variação de coordenadas é uma aplicação do método paramétrico ao ajustamento da triangulação, trilateração, poligonação ou combinação de tais processos de levantamento permitindo obter as coordenadas finais dos vértices mediante as correções (dx_j e dy_i) que são adicionadas as coordenadas provisórias, calculadas com os valores observados (GEMAEL, 1994, p. 213).

Segundo Gemael (2014), Machado e Wandresen (2015), as observações realizadas pelo homem são caracterizadas pela presença inevitável de erros de medidas. Estes erros são ocasionados não somente por falhas humanas, mas também por imperfeições dos equipamentos utilizados, bem como alterações nas condições do ambiente, onde a mensuração está sendo realizada. Por isso se mostra necessário a existência de pluralidade de observações, ou seja,

redundâncias, a fim de que se possa estimar um valor mais seguro. De forma resumida, pode-se dizer que o ajustamento tem por finalidade estimar resultados, mediante aplicação de modelos funcionais e estocásticos adequados ao Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) e ao valor de precisão das observações.

4.7.1. Método dos Mínimos Quadrados

O MMQ, é largamente utilizado na academia em (GARNÉS 1998, 2005), (DAL'FORNO, 2010), (SILVA, 2003), (SEIXAS et al., 2014), (GHILANI e WOLF, 2013), (MENDONÇA et al., 2010) dentre outros, para o ajustamento das observações feita em campo.

Neste TCC, as observações das poligonais consistem basicamente em ângulos e distâncias, as quais são empregadas para a obtenção de coordenadas. Para o ajuste das observações foi empregado o método dos mínimos quadrados, aplicando-se o conceito de variação de coordenadas (modelo paramétrico).

4.7.2. Modelo Paramétrico

Segundo GEMAEL (1994), o processo pode ser dividido em duas fases, problema direto e inverso:

Problema direto: as coordenadas provisórias, ou iniciais, são determinadas empregando-se transporte de coordenadas utilizando as medidas observadas.

Problema inverso: a partir das coordenadas provisórias são calculados os ângulos e distâncias entre todos os vértices.

Para o ajustamento, neste TCC, foi necessário calcular as distâncias e ângulos, das coordenadas iniciais e por meio das observações em campo dos demais vértices foi realizado o transporte de coordenadas, para que se chegasse as coordenadas finais dos vértices pretendidos.

Quando os valores observados podem ser expressos como uma função de parâmetros ajustados, ou seja, quando se pode formular um modelo matemático do tipo $La = F(Xa)$, diz-se que o ajustamento é realizado por meio do modelo paramétrico. A aplicação deste método exige a formulação de equações de observações ou modelo funcional. Estas equações correspondem à relação matemática entre as observações e os parâmetros (GEMAEL, MACHADO e WANDRESEN 2015).

4.7.2.1. Equações de Observações

$$L_a = L_b + V \quad (60)$$

$$Xa = X0 + X \quad (61)$$

Onde,

Observações ajustadas

L_b - vetor ($nx1$) de observações;

V - vetor ($nx1$) de resíduos;

L_a - vetor ($nx1$) dos valores observados ajustados.

Parâmetros ajustados

$X0$ - vetor ($nx1$) dos valores aproximados dos parâmetros;

X - vetor ($nx1$) de correções;

Xa - vetor dos parâmetros ajustados.

4.7.2.2. Equações Normais

$$X = -(A^T P A)^{-1} (A^T P L) \quad \text{ou} \quad (62)$$

$$X = -N^{-1} U \quad (63)$$

Seja $L_a = F(Xa)$ um modelo funcional que relaciona observações ajustadas com parâmetros ajustados. Ao substituir-se o primeiro termo pela Equação 60 e linearizando o segundo pela formulação de TAYLOR, tem-se a equação 64.

$$L_b + V = F(X_0) + \frac{\partial F}{\partial X_a} \Big|_{x_a=x_0} X \quad (64)$$

Em que $F(X_0)$ pode ser substituída por um vetor $L_0 = F(X_0)$ de parâmetros aproximados. Sendo A a matriz das derivadas parciais dada pela equação 65:

$$A = \frac{\partial F}{\partial X_a} \Big|_{x_0} \quad (65)$$

Reescrevendo a equação 60, têm-se as Equações 66 e 67.

$$L_b + V = L_0 + AX \quad (66)$$

$$V = AX + L_0 - L_b \quad (67)$$

Combinando as Equações 66 e 67 tem-se a Equação 68:

$$L = L_0 - L_b \quad (68)$$

Obtém-se assim, o modelo linearizado do método paramétrico Equação 69.

$$V = AX + L \quad (69)$$

Para minimizar a forma quadrática $V^T PV$, obtêm-se um sistema de equações normais de u equações dadas pelas Equações 70, 71 e 72.

$$X = -N^{-1}U \quad (70)$$

$$N = A^T PA \quad (71)$$

$$U = A^T PL \quad (72)$$

4.7.2.3. Matriz Variância - Covariância (MVC)

No ajustamento de dados advindos de levantamentos geodésicos/topográficos a precisão posicional dos vértices é adquirida através da Matriz Variância - Covariância – MVC dos parâmetros ajustados ΣXa , enquanto a precisão adquirida com o ajuste dos valores observados ajustados é dada pela MVC dos valores observados ajustados ΣLa , conforme equações 73 e 74.

$$\Sigma_{Xa} = \Sigma_X = \hat{\sigma}_0^2 N^{-1} \quad (73)$$

$$\Sigma_{La} = A * \Sigma_{Xa} * A^T \quad (74)$$

Onde,

σ_0^2 : Variância da unidade de peso a priori.

De acordo com SANTANA NETO (2018), uma importante etapa do ajustamento é a de estimar a precisão das medidas efetuadas para que se possa compor a matriz de variância

covariância (MVC) dos valores observados ΣLb , que juntamente com a variância da unidade de peso, denominada de sigma a *priori* (σ_0^2), determinam a matriz dos pesos, equação 75.

$$P = \sigma_0^2 \Sigma_{Lb}^{-1} \quad (75)$$

Ao fim do ajustamento pode-se estimar outro valor de peso unitário denominado de sigma a posteriori ($\hat{\sigma}_0^2$), que relaciona o número de observações superabundantes, ou grau de liberdade (S), dada pelo número de equações (n) subtraído do número de incógnitas do sistema (u), ou seja $S = n - u$, como pode ser visto na equação 76.

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{S} \quad (76)$$

4.7.2.4. Análise de Qualidade

A qualidade dos dados sejam eles topográficos e/ou geodésicos, iram depender de uma série de fatores e do uso para eles.

Para analisar a qualidade dos dados observados mediante o ajustamento das observações, tem-se o teste do Qui-quadrado, teste de *Tau*, *Data Snooping* dentre outros indicadores, neste TCC foram usados o teste do Qui-quadrado e o de *Tau*.

4.7.2.4.1 Teste do Qui-quadrado

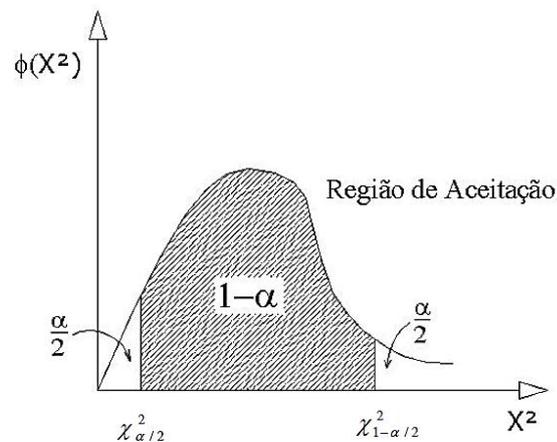
O teste χ^2 da forma quadrática do erro de fechamento permite levar em conta os Erros acidentais e por isso é adequado para as poligonais que se apoiam nas redes de controle (TESKEY e MACLEOD, 1988) como uma maneira segura de avaliá-la, dado um nível de significância (α).

Ao se comparar os valores de σ_0^2 e $\hat{\sigma}_0^2$ pode ser um indicador da qualidade do ajustamento. Em primeiro lugar, quando houver diferença entre estes valores aplica-se um teste de hipótese baseado na distribuição Qui-quadrada (χ^2) passa constatar se a discrepância é significativa a um certo nível de significância, o que por sua vez indica a existência de problemas no ajustamento. Para detecção de problemas no ajustamento aplica-se um teste de hipótese baseado nos valores dos sigmas, denominados de hipótese básica (H_0) e hipótese alternativa (H_1) (GEMAEL,2015).

$$\begin{cases} H_0: \sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2 \\ H_1: \sigma_0^2 \neq \hat{\sigma}_0^2 \end{cases} \quad (77)$$

Para que o ajustamento seja aceito no teste de hipótese deve-se determinar os valores dos percentis máximo " $X_{1-\alpha/2}^2$ " e mínimo " $X_{\alpha/2}^2$ ". Esses valores podem ser obtidos de tabelas estatísticas ou calculados por meio de integração numérica entrando com o grau de liberdade "GI" e o nível de significância " α " do teste.

Figura 15 - Região de Aceitação da Distribuição do Qui-Quadrado



Fonte: Mendonça *et al.* (2010).

Para a não rejeição da hipótese nula H_0 , a estatística do teste " χ^2 " deve estar na região de aceitação, ou seja, entre os percentis mostrado na figura 15.

$$X_{\alpha/2}^2 < \chi^2 < X_{1-\alpha/2}^2$$

4.7.2.4.2 Teste Tau

O teste de validação global nos permite avaliar o conjunto de resíduos gerados pelas observações. Porém é provado por meio da álgebra linear que dos n elementos do vetor dos resíduos apenas $n - m$ são linearmente independentes o que implica na validação do teste mesmo havendo a presença de erros grosseiros nas observações DURAN (2012).

De acordo com R. P. Gonçalves, A. S. Silva, G. S. Marotta, R. J. O. Andrade e L. C. Assis (2007), deve-se então verificar se há a presença desses erros grosseiros através de um novo teste

estatístico, o teste Tau. Através deste teste, deve-se calcular um Tau para cada observação e estes devem ser comparados a um valor Tau tabelado, onde o calculado deve ser menor que o tabelado para que as especificações para o teste sejam atendidas. De acordo com a equação (59), pode-se calcular o valor de Tau.

$$\tau_i = \frac{v_i}{\sigma_i} \quad (78)$$

Onde v_i é o valor do resíduo para a observação i e σ_i é o desvio-padrão do resíduo para a observação i .

Em Monico (2008) a diferença fundamental entre o método de Pope (teste de *Tau*) e o de Baarda reside no fato de considerar ou não o conhecimento do fator Variância *a priori* (σ_0^2). No método de Baarda assume-se que esse fator é conhecido, diferentemente do método de Pope, Teste Tau, baseado no Resíduo Padronizado, dado pela equação 78.

Ainda em Monico (2008), a expressão acima é governada pela distribuição de *Tau* (τ) com $(m - n)$ graus de liberdade (Gl). Tem-se, portando.

$$\tau_i = \frac{v_i}{\sigma_i} \approx \tau_{(Gl)} \quad (79)$$

A tabela de distribuição *Tau* não é facilmente encontrada nos livros de estatísticas, como é a da distribuição t de *Student*. É, portanto, conveniente apresentar a expressão que converte a variável τ_i para τ , e vice-versa.

$$\tau_{(Gl)} = \frac{\sqrt{q} * \tau_i}{\sqrt{q-1+\tau_{(i)}^2}} \quad (80)$$

Para que seja aceita a condição H_0 é preciso que:

$$\tau_i < \tau_{(Gl)} \quad (81)$$

4.8. APLICAÇÕES DE REDES POLIGONAIS

De acordo com Silva e Segantine (2015), lista uma serie de aplicações quanto a redes poligonais:

Determinação de coordenadas planimétricas;

Determinação de diferença de nível;
Levantamentos de detalhe;
Levantamento cadastral;
Levantamentos de perfil dos terrenos;
Levantamento subsolo;
Levantamento as built
Mensuração técnico-industrial.

5 METODOLOGIA DE PESQUISA

Neste item, e subsequente ao mesmo, será discutido a metodologia tomada para a realização deste trabalho, em campo, na tomada de decisão quanto a escolha da área de estudo, os equipamentos utilizados, o uso de softwares/programas para o ajustamento das observações, as observações previamente simuladas e com resultados preexistentes e dados levantados da área de estudo.

A distribuição, prévia, dos vértices topográficos/geodésicos que se seguiram ao longo da poligonal enquadrada, para a densificação da rede geodésica do campus será discutida como foram obtidos os dados simulados e os dados levantados.

5.1. Área de Estudo

A área de estudo, já foi palco de diversos outros trabalhos de conclusão de curso e até mesmo de artigos como (MENDONÇA et al., 2010), Vila Flor (2010), Melo W. (2014), Silva M. (2017), Araujo, Seixas, Pereira, Silva e Farah (2012), Seixas et al. (2014), Carneiro (2012) dentre outros, onde são abordadas metodologias de implantação de redes geodésicas e como ajusta-las pelos métodos do mínimos quadrados – MMQ, segundo as normas técnicas estabelecidas na NBR 13133 (ABNT, 1994), NBR 14166 (ABNT,1998), seguindo todas as especificações e precisões.

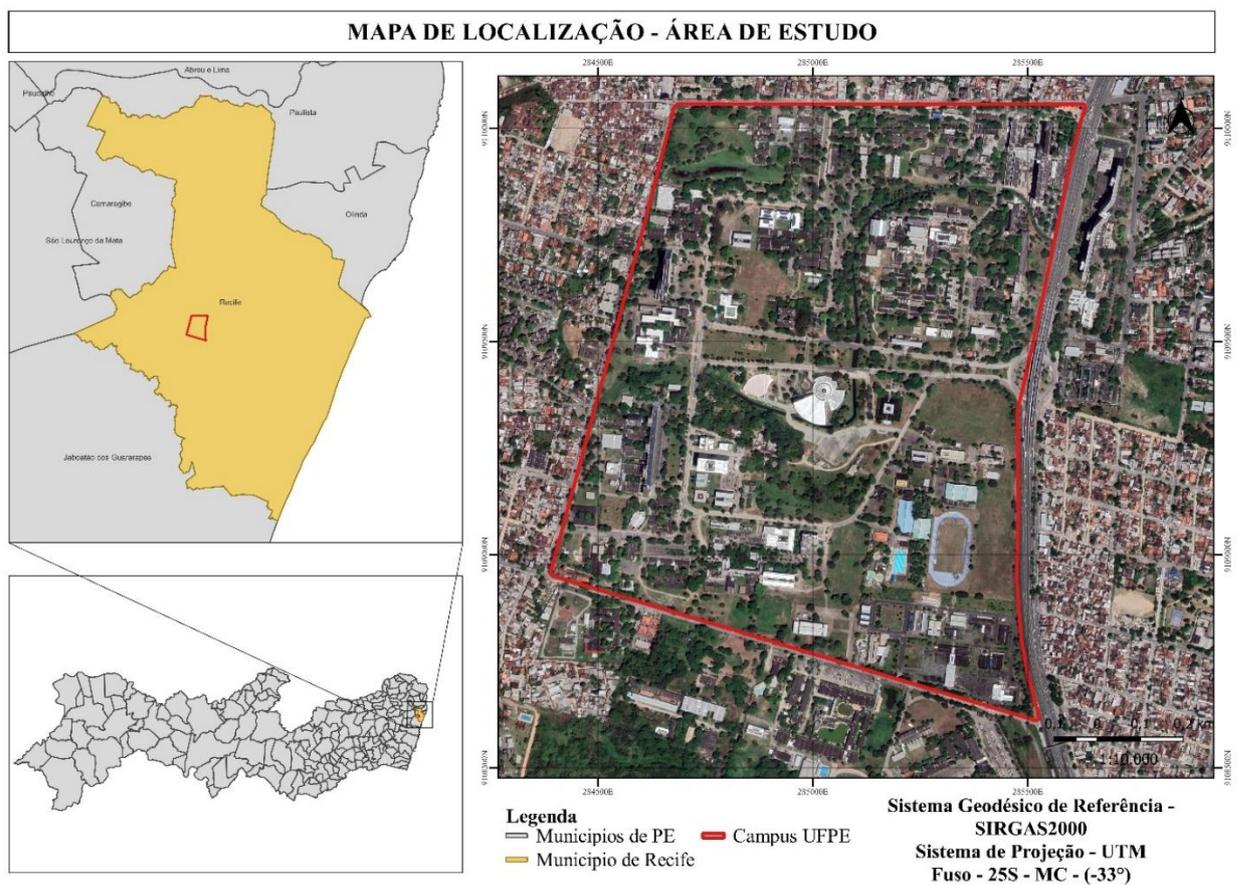
A área estudada, compreende o Campus Recife da Universidade Federal de Pernambuco. Nesta área havia sido implantada em 2008, uma rede de vértices geodésicos no padrão da RIBaC/RBMC durante o projeto financiado pelo CNPq “Determinação de Limites de Imóveis para Fins Legais” coordenado pela Profa. Andrea Carneiro - UFPE. O ajustamento preliminar do rastreamento GPS foi realizado por Vila Flor (2008) e (MENDONÇA et al., 2010).

O Campus Recife da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) atualmente está contemplado com: nove (9) RRNN do IBGE (IBGE, 2016); uma Rede de Referência Cadastral (RRC) - (EPS01, EPS02, EPS03, EPS04, EPS05, EPS06 e EPS07) ver figura 18, (VILA FLOR, 2010; MENDONÇA et al., 2010), na qual foram implantadas nesta, catorze (14) pinos nos pilares e bases dos sete (7) marcos geodésicos da Rede de Referência Cadastral da UFPE; e cinco (5) pinos auxiliares no entorno do Campus Recife. Além destes, têm-se dois (2) pinos nas estruturas de dois pilares do prédio do Centro de Tecnologia e Geociências (CTG) e quatro (4) pinos para a base de verificação e calibração de níveis de luneta (SEIXAS & SEIXAS, 2015). Estes últimos compõem a Rede Geodésica Altimétrica Local do Campus Recife da UFPE (SILVA e SEIXAS, 2017).

O objetivo deste TCC, é contribuir pra densificação de vértices topográficos/geodésicos atrelados a RRC e avaliar a qualidade dos mesmos através do método de poligonação, formando Redes Poligonais.

A Figura 16 localiza o campus Recife da UFPE, que foi definido neste TCC como área de estudo.

Figura 16 - Mapa de localização do Campus Recife, UFPE.



Fonte: Autor (2023). Elaborado no Quantum Gis.

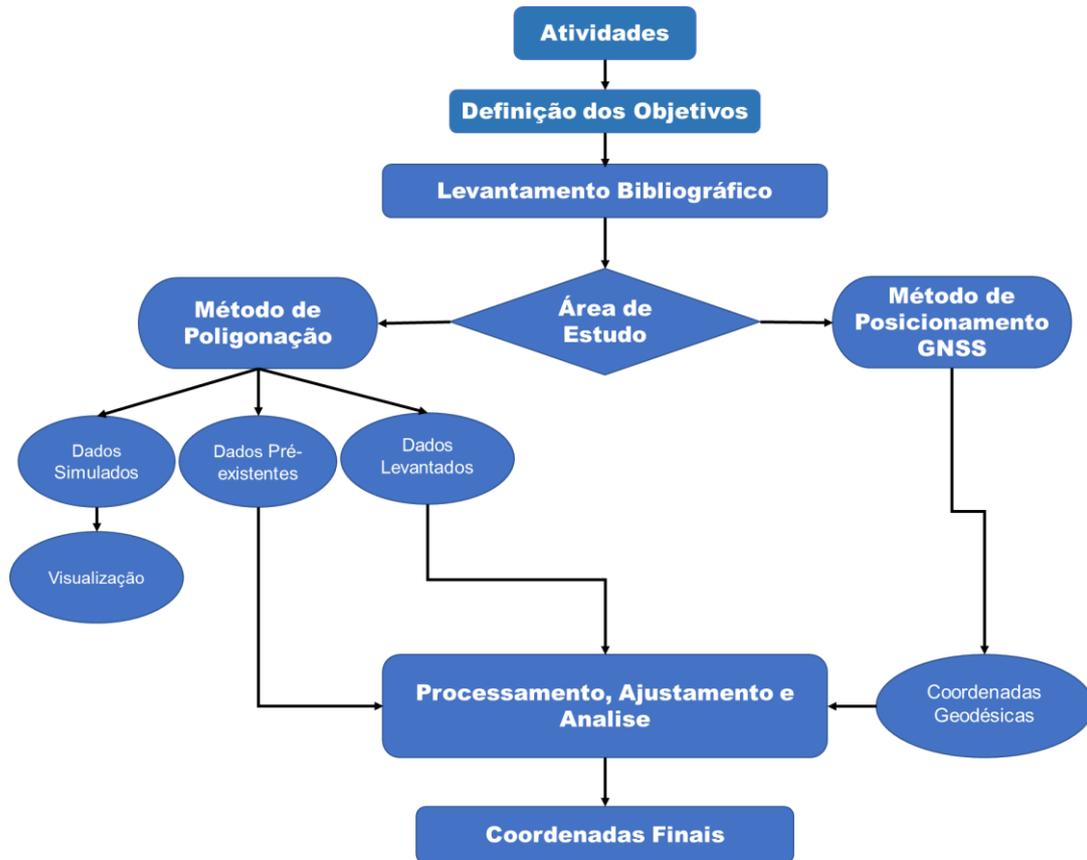
5.2. Recursos Tecnológicos

- AutoCAD Civil 3D 2022, versão estudantil;
 - Scilab versão 6.1.1;
 - Quantum GIS 3.16;
 - Excel 2020;
 - Software AstGeoTop 2018 (GARNÉS, 2019).
 - Topcon Tools 8.2;
 - Estação Total; NRX – NORTH, precisão angular de 2”, faz medição sem prisma de até 300m, podendo medir com adesivo refletivos 2.300 m e com somente um prisma 2.600 metros.
 - Equipamento de GNSS; **Hiper Lite+**, permite posicionamento GPS + GLONASS dupla frequência em 20 canais, com precisão horizontal nominal de 3 mm + 1 ppm (estático, estático-rápido) ou 10 mm + 1,5 ppm (cinemático ou RTK) e precisão vertical nominal de 5 mm + 1,4 ppm (estático, estático-rápido) ou 20 mm + 1,5 ppm (cinemático ou RTK). O rádio UHF interno apresenta espectro de extensão de 915 MHz ou 2,4 GHZ.
- Hiper V** - Receptor GNSS com 226 canais para rastreamento das constelações GPS e GLONASS nas portadoras L1/L2/ L2C e SBAS. Precisão horizontal de 3mm + 0.1 ppm e vertical de 3.5mm + 0.4 ppm para levantamento estático e rápido estático.
- Precisão RTK horizontal de 10mm + 1ppm e vertical de 15mm + 1ppm
- Datageosis;
 - Topograph 98 SE;
 - Bentley Topograph;

5.3. Métodos

Com base no fluxograma, ilustrado na Figura 17, são apresentadas as etapas com o passo-a-passo desenvolvido nesse TCC.

Figura 17- Fluxograma das atividades desenvolvidas para o TCC.

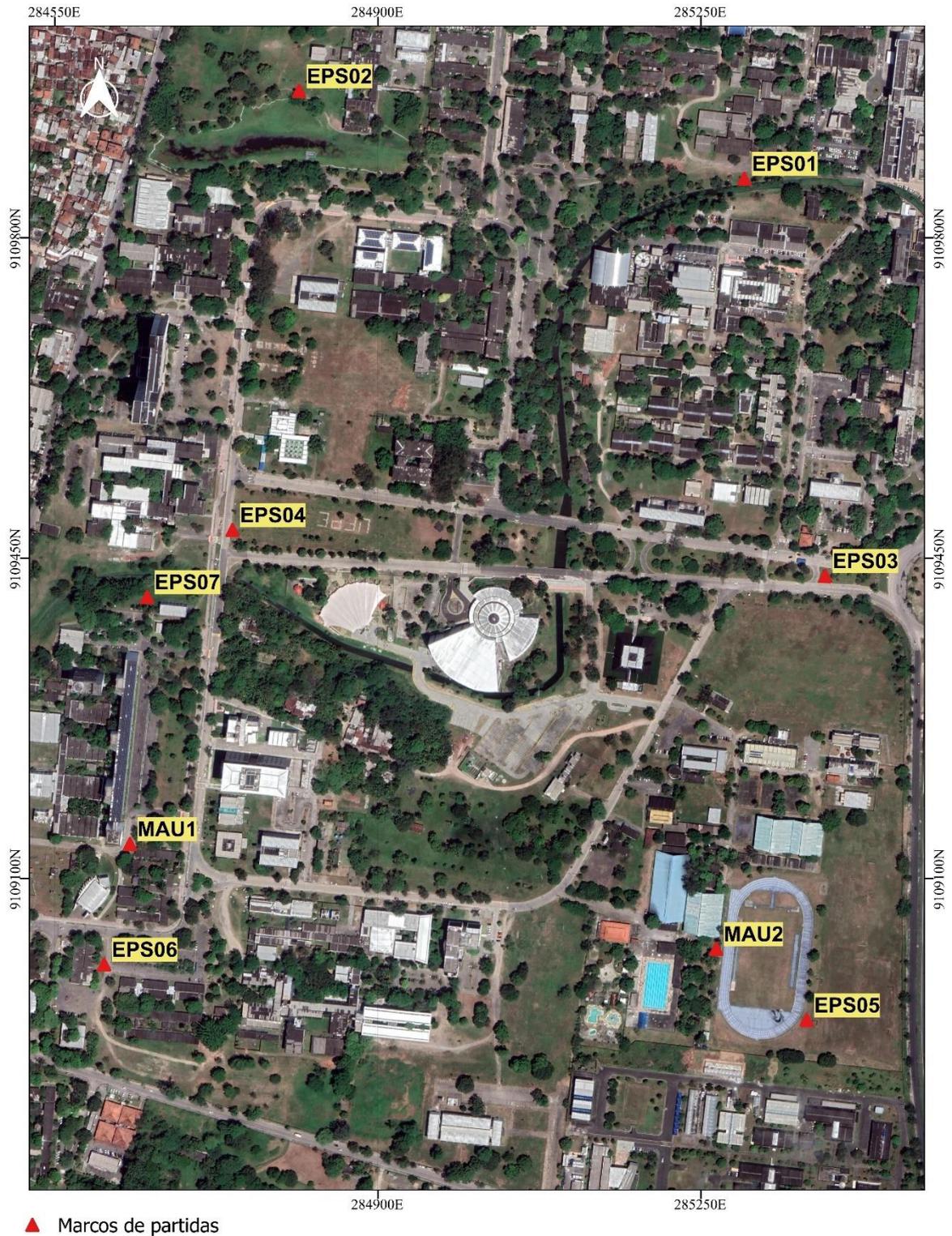


Fonte: Autor

Inicialmente foram definidos os objetivos do trabalho, em seguida foi feito o levantamento bibliográfico. A área de estudo escolhida foi o campus Recife da UFPE tendo como base os vértices (EPS01, EPS02, EPS03, EPS04, EPS05, EPS06 e EPS07) da rede de referência cadastral do campus determinados em (VILA FLOR, 2010) e (MENDONÇA et al., 2010). Na Figura 18 segue a distribuição/materialização dos vértices da rede do campus Recife.

Figura 18 – Configuração geométrica da rede cadastral dos marcos geodésicos, no campus Joaquim Amazonas da UFPE, Recife-PE.

Configuração da Rede de Referência Cadastral, com os vértices MAU1 e MAU2



Fonte: Autor, a imagem referente ao Google Earth – 2021.

Fez-se uso de estação total para o transporte de coordenadas, pelo método de poligonização com poligonal enquadrada com centragem forçada, e para nivelamento trigonométrico, acerca de realizar o transporte de RNs. Para a obtenção de coordenadas geodésicas usou-se do levantamento GNSS obtendo as suas coordenadas geodésicas latitude, longitude e altitude elipsoidal pelo método de posicionamento relativo estático, para a obtenção das coordenadas dos vértices MAU1 (compreendendo a Poligonal de EPS04-EPS07 até MAU1-EPS06) e MAU2 (compreendendo a Poligonal MAU1-EPS06 até MAU2-EPS05) das poligonais Enquadradas, levantadas em campo para este trabalho. Os vértices MAU1 e MAU2 foram implantados neste TCC para o fechamento de bases dos dois trechos das poligonais enquadradas.

Inicialmente, para este TCC, foram analisados dados de poligonais enquadradas existentes, dados esses apresentados na disciplina de Projeto de Estradas 2021.2. Além disso foram elaborados circuitos com dados simulados, para futura implantação de vértices de referências. Esses dados serviram de estudos para o planejamento de Poligonais implantadas. Depois, foi realizado o planejamento para a obtenção de novas observações de trechos ao longo da RRC do campus.

Os dados pré-existentz dizem respeito ao trecho da poligonal EPS02 até o EPS04-EPS07, conforme o item 5.3.1.

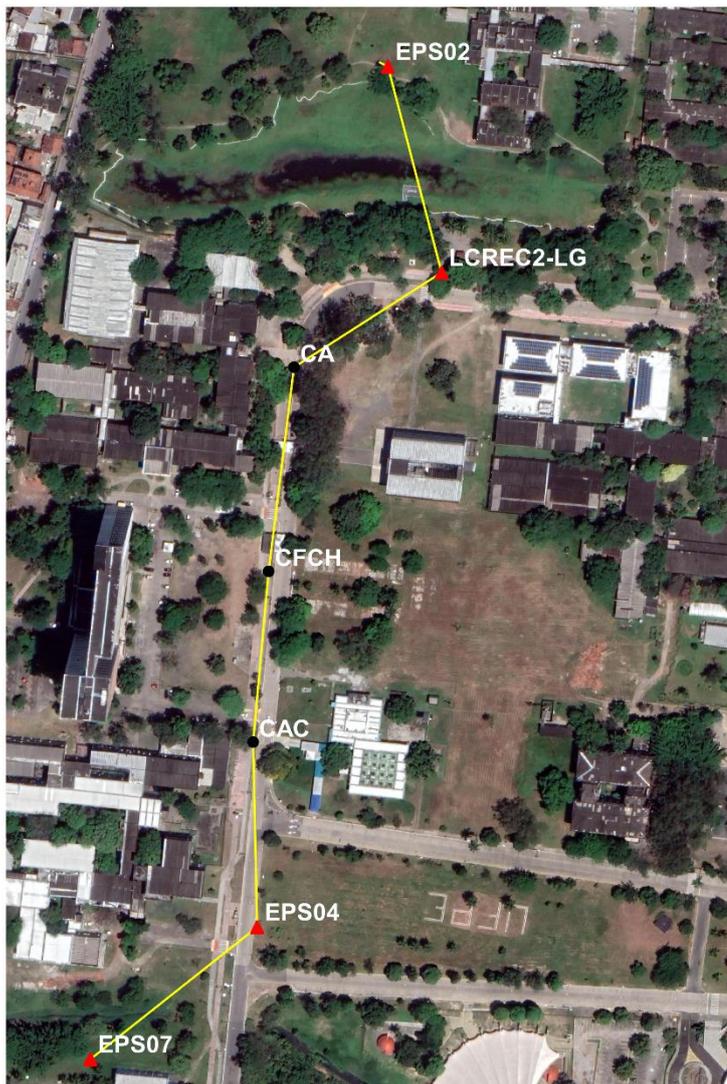
Os dados levantados foram adquiridos entre os trechos das poligonais EPS07-EPS04 até MAU1-EPS06 e MAU1-EPS06 até MAU2-EPS05.

Os dados levantados foram processados e ajustados pelo método dos mínimos quadrados com o modelo paramétrico e finalizando-se com as análises dos resultados.

5.3.1. Análise dos dados existentes

Os dados existentes, correspondem a um circuito entre o EPS02 e os EPS04-EPS07, como é mostrado na Figura 19. Os dados utilizados, neste TCC, foram levantados durante a disciplina de Levantamentos e Locação de Obras em 2017.2 e foram reproduzidos na disciplina remota de Projeto de Estradas 2021.1. Na Figura 19, é demonstrada a poligonal enquadrada e o percurso com a distribuição de vértices CA, CFCH e CAC a serem determinadas as suas coordenadas ajustadas.

Figura 19 - Poligonal enquadrada, do EPS02 ao EPS07



Fonte: Autor, imagem de fundo retirado do Google Earth, 2021.

Foram realizadas as observações, de acordo com os tipos de levantamentos: Levantamento da poligonal por GNSS pelos métodos de posicionamento relativo estático e por meio do posicionamento relativo cinemático RTK e por Levantamento topográfico pelo Método da Poligonação com Centragem Forçada por meio de uma poligonal enquadrada e foi realizado um nivelamento trigonométrico (GOMES, LIMA, MELO e SEIXAS, 2018).

Os sistemas de coordenadas utilizados foram SGL SIRGAS2000 para as coordenadas Topocêntricas locais e UTM SIRGAS2000 para as coordenadas geocêntricas na projeção TM – Transverso de Mercator. Na tabela 3, são apresentadas as observações feitas em campo já reduzidas, na tabela 5 encontra-se os dados do nivelamento trigonométrico e na tabela 6 tem as coordenadas dos marcos geodésicos da rede do Campus Recife.

Tabela 2 - Dados de Campo

Estação	PV		Ângulo Poligonal				Distâncias m
			(°)	(')	(")	Decimais	
LCREC2-LG	Ré	EPS02	251	26	8,5	251,4356944	97,0898
	Vante	CA					
CA	Ré	LCREC2-LG	129	56	9,5	129,9359722	114,523
	Vante	CFCH					
CFCH	Ré	CA	178	8	59,25	178,1497917	95,4232
	Vante	CAC					
CAC	Ré	CFCH	173	26	21,5	173,4393056	103,0811
	Vante	EPS04					
EPS04	Ré	CAC	233	1	6,25	233,0184028	117,9727
	Vante	EPS07					

Fonte: Adaptado (GOMES, LIMA, MELO e SEIXAS, 2018) pelo Autor.

Foram levantados em campo, por meio do nivelamento trigonométrico, os dados referentes a altimetria, ângulos zenitais (Z), distâncias inclinadas (Di) e as alturas do instrumento (Ai) e do prisma (Ap), tanto dos marcos geodésicos como dos vértices a serem determinadas as coordenadas planialtimétricas. Na tabela 4 os ângulos zenitais foram obtidos em graus sexagesimais (graus, minutos e segundos), porém para facilitar os cálculos foram reduzidos a graus decimais (gg).

Tabela 3 - Dados do nivelamento trigonométrico

Estação	Dados		Ângulo Zenital	Distancias Inclinadas m	Alturas				
	Ré	Vante	gg		Ai	Ap			
REC	EPS02		90,465902777777800	118,57025	1,418	0,233			
	EPS02								
	RN-EPS02			118,36275		1,529			
	RN-EPS02			90,250833333333300		97,09075	1,402		
	CA								
CA									
CA	REC		89,728819444444500	97,094	1,399	1,441			
	REC		89,789722222222200	114,52375		1,542			
	CFCH								
CFCH	CFCH								
CFCH	CA		90,251180555555500	114,5235	1,534	1,412			
	CA								
	CAC			90,148819444444500		95,4235	1,614		
	CAC								
CAC	CFCH		89,831041666666700	95,423	1,612	1,55			
	CFCH		90,103958333333300	103,08125		0,266			
	EPS04								
	EPS04								
	RN-EPS04						90,029930555555600	103,02475	1,54
RN-EPS04									
EPS04	CAC		89,878194444444400	103,08075	0,216	1,628			
	CAC		90,134097222222200	117,973		0,23			
	EPS07								
	EPS07								
	RN-EPS07						90,083888888888900	118,049	1,53
	RN-EPS07								

Fonte: Adaptado (GOMES, LIMA, MELO e SEIXAS, 2018) pelo Autor.

Na tabela 5, são apresentadas as coordenadas dos marcos geodésicos que compõe a rede de referência cadastral do campus.

Tabela 4 - Coordenadas dos Marcos Geodésicos, no SGL

ID marco	Coordenadas Topocêntricas		Desvio	Padrão
	X(m)	Y(m)	desvX	desvX
EPS02	149885,595	250406,169	0,001	0,001
EPS04	149811,215	249927,136	0,001	0,001
EPS07	149718,398	249854,310	0,002	0,001

Fonte: Mendonça et al. 2010 e Vila Flor 2010.

Também, são conhecidas as coordenadas do vértice LCREC2-LG (Tabela 6).

Tabela 5 - Coordenadas do Vértice LCREC2-LG

ID marco	Coordenadas Topocêntricas	
	X(m)	Y(m)
LCREC2-LG	149914,449	250291,174

Fonte: Disciplina de Levantamentos geodésicos 2017.1.

5.3.2. Dados simulados

Foram elaborados circuitos, com o intuito de simular poligonais enquadradas para análises e estudo de possíveis levantamentos a serem realizados, num total de 5 circuitos, por meio do software de processamento de imagens o Quantum GIS – QGIS 3.16, e com o auxílio do software CAD, AutoCad Civil 3D foram extraídos os dados métricos no plano como ângulos horizontais, distâncias horizontais e coordenadas plano-retangulares, essas no sistema geodésico de referência SIRGAS2000. Para poligonal enquadrada entre EPS foi necessário implantar os vértices de denominação REC, por exemplo no circuito 1 implantar o REC03, assim o conceito de poligonal enquadrada seria empregado, sair de dois vértices de coordenadas conhecidas (EPS04-EPS07) e chegar em outros dois de coordenadas conhecidas (EPS06 – REC03) e a implantação seria por meio do posicionamento por satélite pelo método relativo estático, GNSS. No caso deste TCC, foi denominado os vértices de MAU, dois vértices precisamente, MAU1 e MAU2.

Dos dados já existentes, no caso dos marcos geodésicos que compõem a RRC, foram extraídos das monografias disponibilizadas no site do Departamento de Engenharia Cartográfica

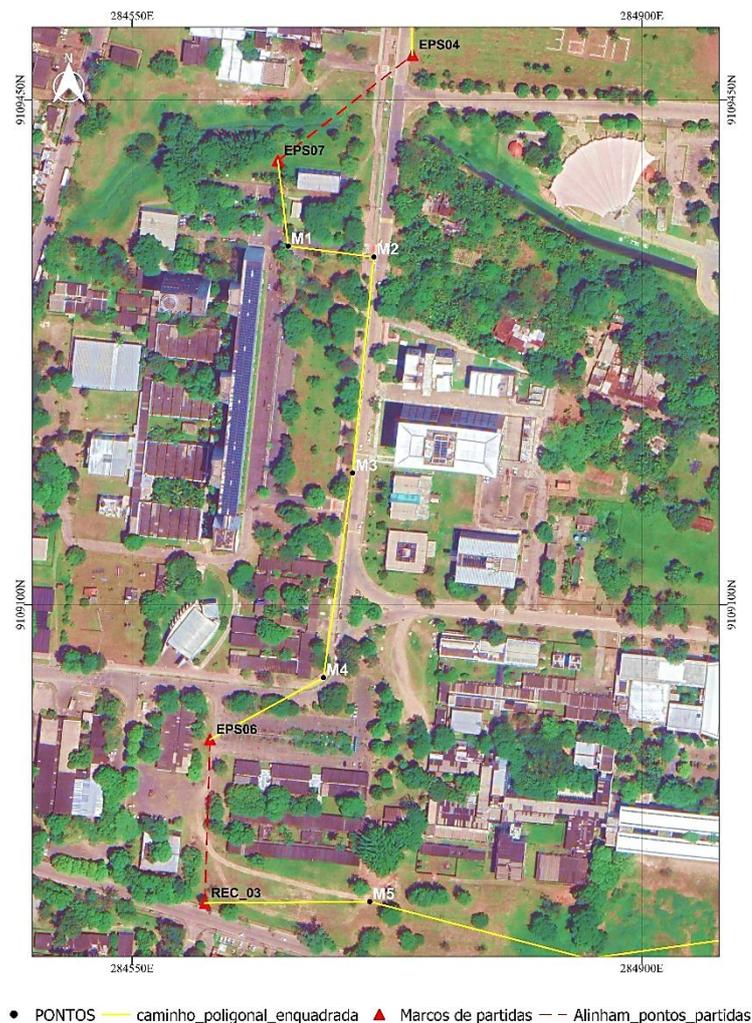
– Decart, suas coordenadas geocêntricas planas no Sistema de Referência Geodésico SIRGAS2000, na projeção UTM, também nessas monografias existem as coordenadas Topocêntricas.

Nas figuras seguintes 20, 21, 22, 23 e 24, segue a disposição dos circuitos que compreendem todo o campus, formando uma poligonal “fechada” em função das poligonais enquadradas.

Na figura 20, tem-se o circuito 1, compreendendo o EPS04-EPS07, passando pelos vértices a serem implantados (M1, M2, M3 e M4), chegando até o EPS06 REC-03.

Figura 20 - Circuito 1, poligonal a ser levantada.

Circuitos de Poligonais idealizados para futura Implantação

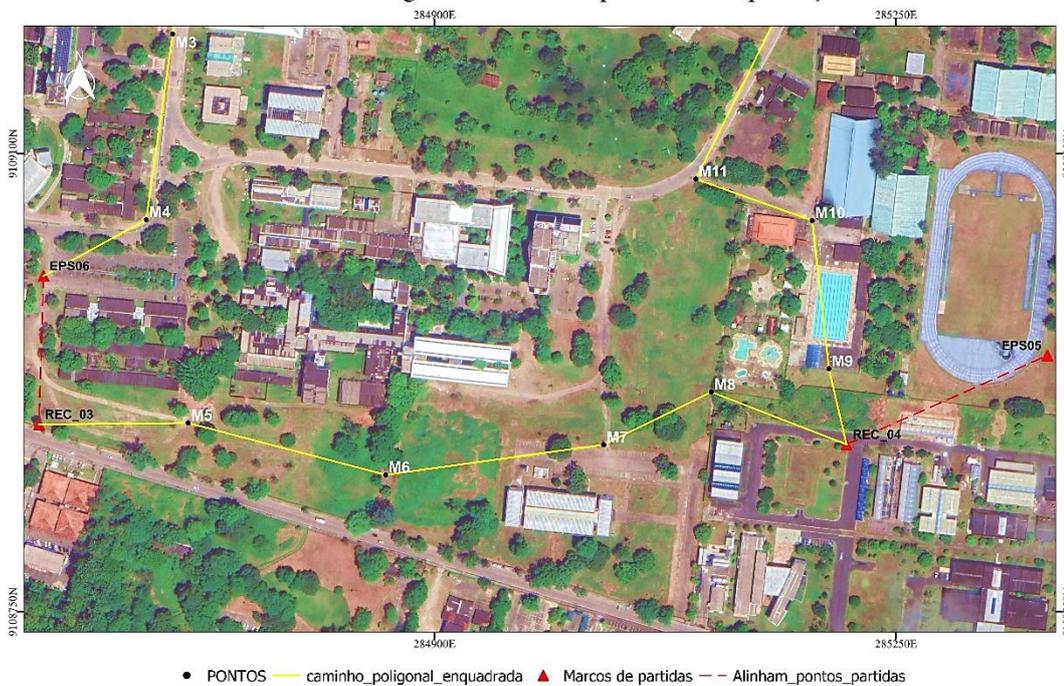


Fonte: Autor (2023).

Na Figura 21, tem-se o circuito 2, compreendendo o REC-03-EPS06, passando pelos vértices a serem implantados (M5, M6, M7 e M8), chegando até o REC-04-EPS05.

Figura 21 - Circuito 2, poligonal a ser levantada

Circuitos de Poligonais idealizados para futura Implantação



Fonte: Autor (2023).

Na Figura 22, tem-se o circuito 3, compreendendo o REC-04-EPS05, passando pelos vértices a serem implantados (M9, M10, M11 e M12), chegando até o REC-05-EPS03.

Figura 22 - Circuito 3, poligonal a ser levantada

Circuitos de Poligonais idealizados para futura Implantação

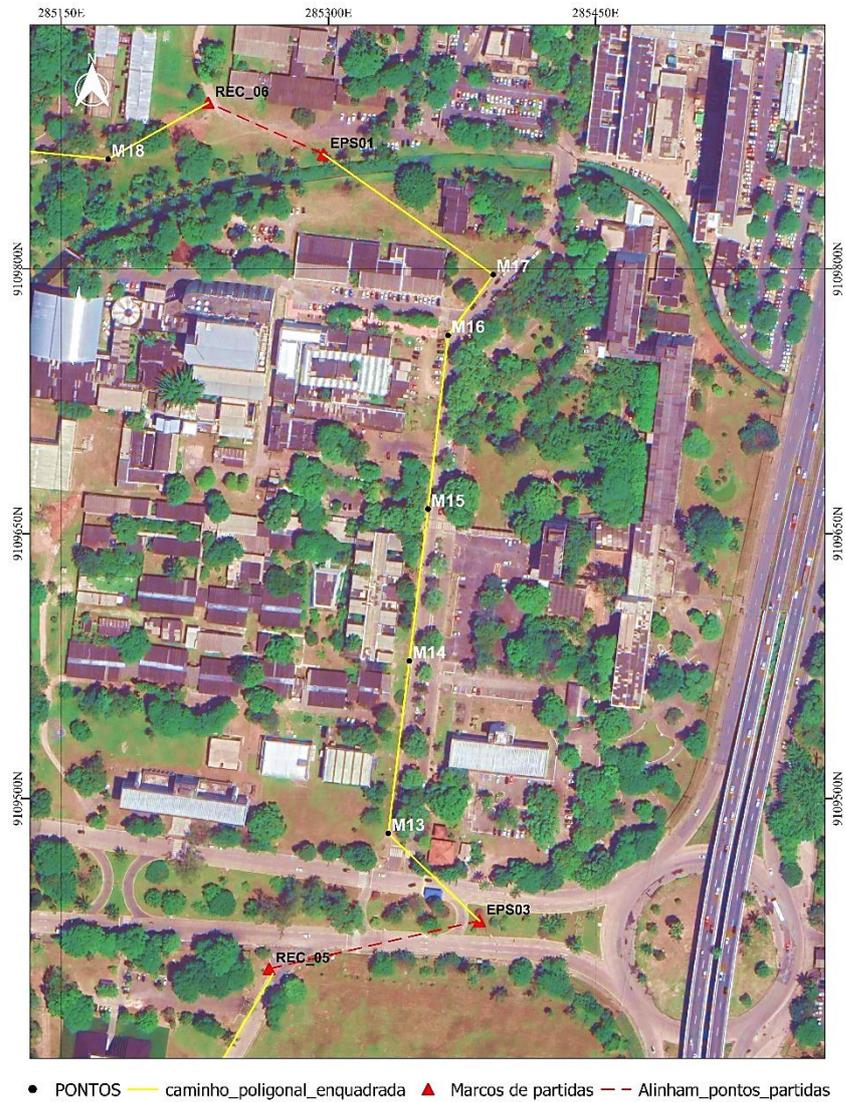


Fonte: Autor (2023).

Na Figura 23, tem-se o circuito 4, compreendendo o REC-05-EPS03, passando pelos vértices a serem implantados (M13, M14, M15, M16 e M17), chegando até o EPS01-REC-6.

Figura 23 - Circuito 4, poligonal a ser levantada

Circuitos de Poligonais idealizados para futura Implantação

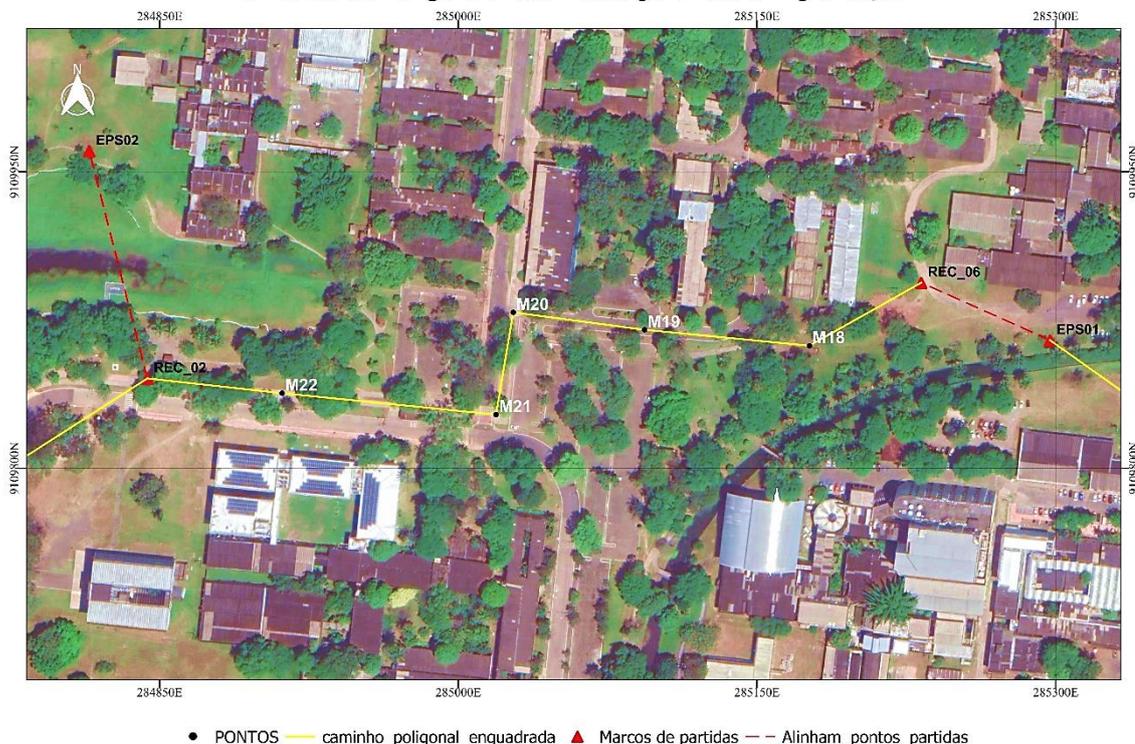


Fonte: Autor (2023).

Na Figura 24, tem-se o circuito 5, compreendendo o REC-06-EPS01, passando pelos vértices a serem implantados (M18, M19, M20, M21 e M22), chegando até o EPS02-REC-02.

Figura 24 - Circuito 5, poligonal a ser levantada

Circuitos de Poligonais idealizados para futura Implantação



Fonte: Autor (2023).

E para finalizar a poligonal “fechada” em função da RRC, tem-se o trecho 6, podemos assim chamar que já foi descrito no item 5.3.1, para a Poligonal preexistente. Assim também, como são apresentadas as tabelas que compõe os dados métricos, extraídos do software CAD, Auto Cad 3D Civil, para cada um dos circuitos.

Estação	Visadas		Distancias H (m)	Ângulos Horizontais		
	Ré	Vante		gg	mm	ss
EPS07	EPS04		117,998			
		M1	59,616	121	34	56,17
M1	EPS07		59,616			
		M2	59,371	104	7	47,75
M2	M1		59,371			
		M3	150,451	268	15	8,60
M3	M2		150,451			
		M4	143,211	182	27	53,80
M4	M3		143,211			
		EPS06	88,972	233	4	51,14
EPS06	M4		88,972			
		REC_03	113,465	120	40	3,03

Fonte: Autor (2023).

Estação	Visadas		Distancias H (m)	Ângulos Horizontais		
	Ré	Vante		gg	mm	ss
REC_3	EPS06		113,465			
		M5	113,2372	87	40	2,6
M5	REC_03		113,2372			
		M6	154,9731	195	20	4,11
M6	M5		154,9731			
		M7	166,8579	157	17	16,51
M7	M6		166,8579			
		M8	91,0476	161	43	19,06
M8	M7		91,0476			
		REC_04	109,9657	227	30	51,7
REC_04	M8		109,9657			
		EPS05	166,2033	134	40	52,38

Fonte: Autor (2023).

Estação	Visadas		Distancias H (m)	Ângulos Horizontais		
	Ré	Vante		gg	mm	ss
REC_4	EPS05		166,8033			
		P1	59,2317	79	1	15,94
M9	REC_4		59,2317			
		M10	113,8825	173	18	45,43
M10	M9		113,8825			
		M11	93,8091	243	50	1,19
M11	M10		93,8091			
		M12	188,825	83	36	40,16
M12	M11		188,825			
		REC_05	174,1919	176	12	29,75
REC_05	M12		174,1919			
		EPS03	119,8322	134	30	45,59

Fonte: Autor (2023).

Estação	Visadas		Distancias H (m)	Ângulos Horizontais		
	Ré	Vante		gg	mm	ss
EPS03	REC_05		119,8322			
		M13	71,1266	301	31	26,3
M13	EPS03		71,1266			
		M14	98,4208	127	4	12,48
M14	M13		98,4208			
		M15	86,5839	179	54	49,11
M15	M14		86,5839			
		M16	98,9948	179	33	42
M16	M15		98,9948			
		M17	42,6641	150	9	16,66
M17	M16		42,6641			
		EPS01	117,2582	270	49	34,4
EPS01	M17		117,2582			
		REC_6	68,7842	190	34	46,5

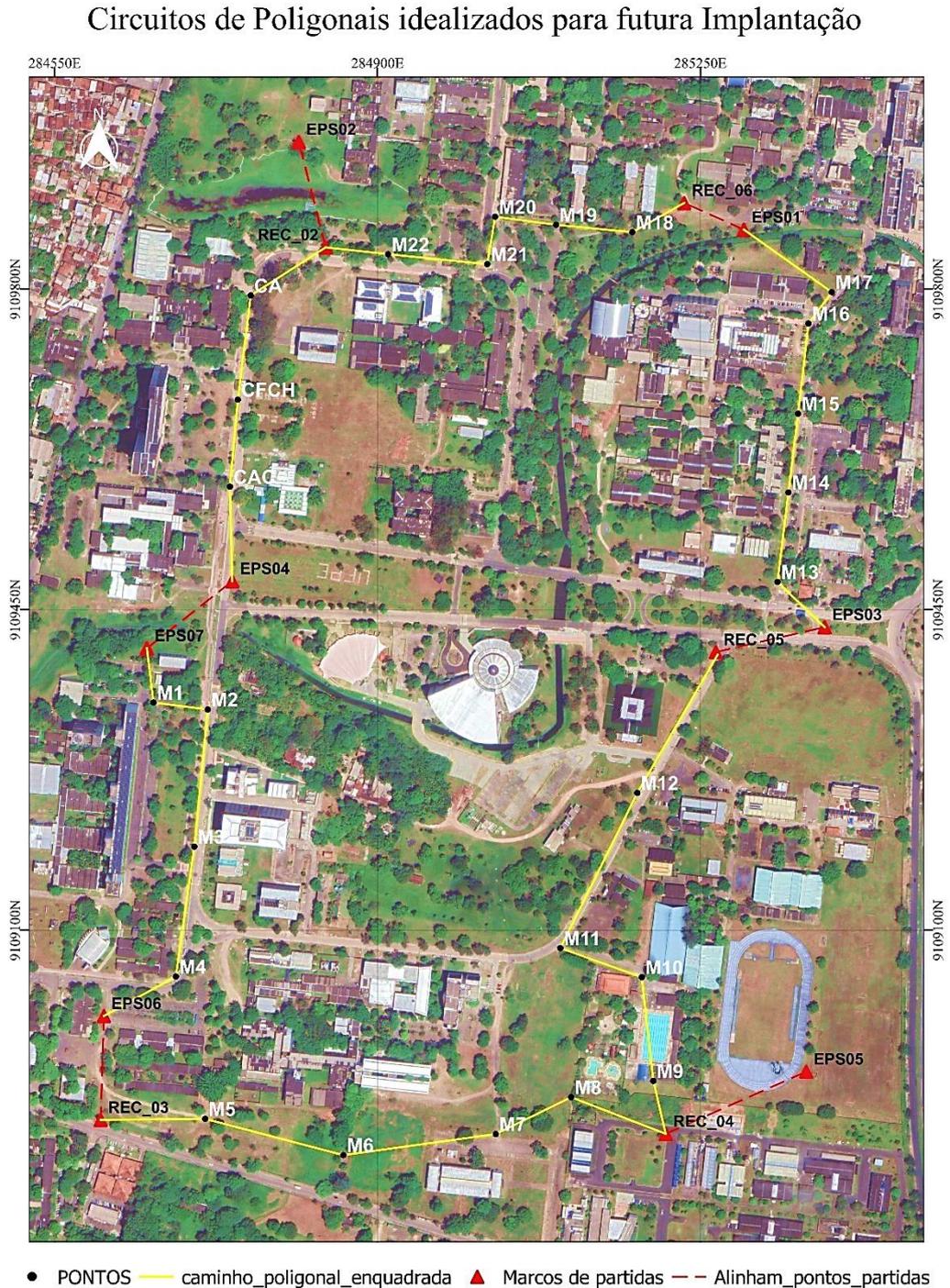
Fonte: Autor (2023).

Estação	Visadas		Distancias H (m)	Ângulos Horizontais		
	Ré	Vante		gg	mm	ss
REC_06	EPS01		68,7842			
		M18	66,5981	233	33	39,7
M18	REC_06		66,5981			
		M19	83,1583	145	51	47,07
M19	M18		83,1583			
		M20	66,5843	177	57	23,98
M20	M19		66,5843			
		M21	52,4743	268	6	55,7
M21	M20		52,4743			
		M22	107,9826	93	43	16,79
M22	M21		107,9826			
		REC_2	67,8427	179	14	33,96
REC_2	M22		67,8427			
		EPS02	118,5883	110	53	29,15

Fonte: Autor (2023).

Lembrando que, os dados simulados, só serviram de estudo para analisar qual melhor percurso a se fazer ao longo de uma poligonal. Fazendo uso de uma estratégia simples e funcional antes de ir para campo. A ferramenta, Google Earth Pro, tem cumprido bem esse serviço. Os seus ajustamentos não foram realizados, tendo em vista que seus dados foram coletados diretamente da plataforma CAD, sem estar presente no local.

Figura 25 - Circuitos das poligonais enquadrada, compreendendo todo o Campus Recife



Fonte: Autor, imagem do Google Earth, 2021.

5.3.3. Dados Levantados

Toda e qualquer atividade de campo deve passar por um planejamento. Planejar é imprescindível para que erros não sejam cometidos, ou minimizados ao máximo.

Tal planejamento passa basicamente por definir o método de obtenção das observações, materializar os vértices de referências da poligonal, Estação Total – poligonação centragem forçada, uso do GNSS pelo método de posicionamento Relativo Estático, os equipamentos e materiais (tripé, bases nivelantes, trena etc.), os softwares utilizados para o pós – processamento, a depender da precisão do produto final, esses acima foram utilizados nesse trabalho de TCC. Os dados levantados em campo foram as distâncias inclinadas – D_i , (depois reduzidas a distâncias horizontais), ângulos horizontais, ângulos zenitais, todas as medições seguiram uma mesma metodologia leituras diretas e leituras indiretas (PD e PI) com duas repetições cada.

5.3.3.1. Dados Levantados por Poligonação

O método de poligonação, já descrito nos itens 4.4.1 e 4.4.2, foi realizado o método de poligonação com centragem forçada, com estação total para obtenção das observações. Antes do levantamento de campo, foi necessário fazer o reconhecimento e materialização dos vértices.

No dia 10 fevereiro de 2023, foram materializados os vértices de apoio à poligonal que segue do EPS06 ao EPS05, assim como os vértices de bases MAU1 e MAU2, que formaram as bases topográficas com os marcos geodésicos EPS06 e EPS05 respectivamente, para configurar o método de uma Poligonal Enquadrada, ou seja, dois vértices de coordenadas conhecidas no início da Poligonal e outros dois vértices conhecidos no final da Poligonal.

O Trecho 1 só materializou o MAU1, porque os demais vértices compõem a base multipilar. A distribuição dos pilares da base multipilar é demonstrada na figura 26, 27 e 28.

A Figura 26, demonstra a distribuição dos vértices intermediários (P1, P2, P3, P4, P5 e P6) do segundo trecho. Na figura, tem-se a materialização dos vértices P1 e P2.

Figura 26 – Distribuição dos vértices intermediários a Poligonal – a) ponto P1, b) ponto P2



Fonte: Autor (2023).

Nas figuras 27, é demonstrado, ainda o segundo trecho, os vértices a) ponto P3 e b) ponto P4.

Figura 27 – Distribuição dos vértices intermediários a Poligonal – a) ponto P3, b) ponto P4



Fonte: Autor (2023).

Na figura 28, é demonstrado, ainda o segundo trecho, os vértices a) ponto P5 e b) ponto P6.

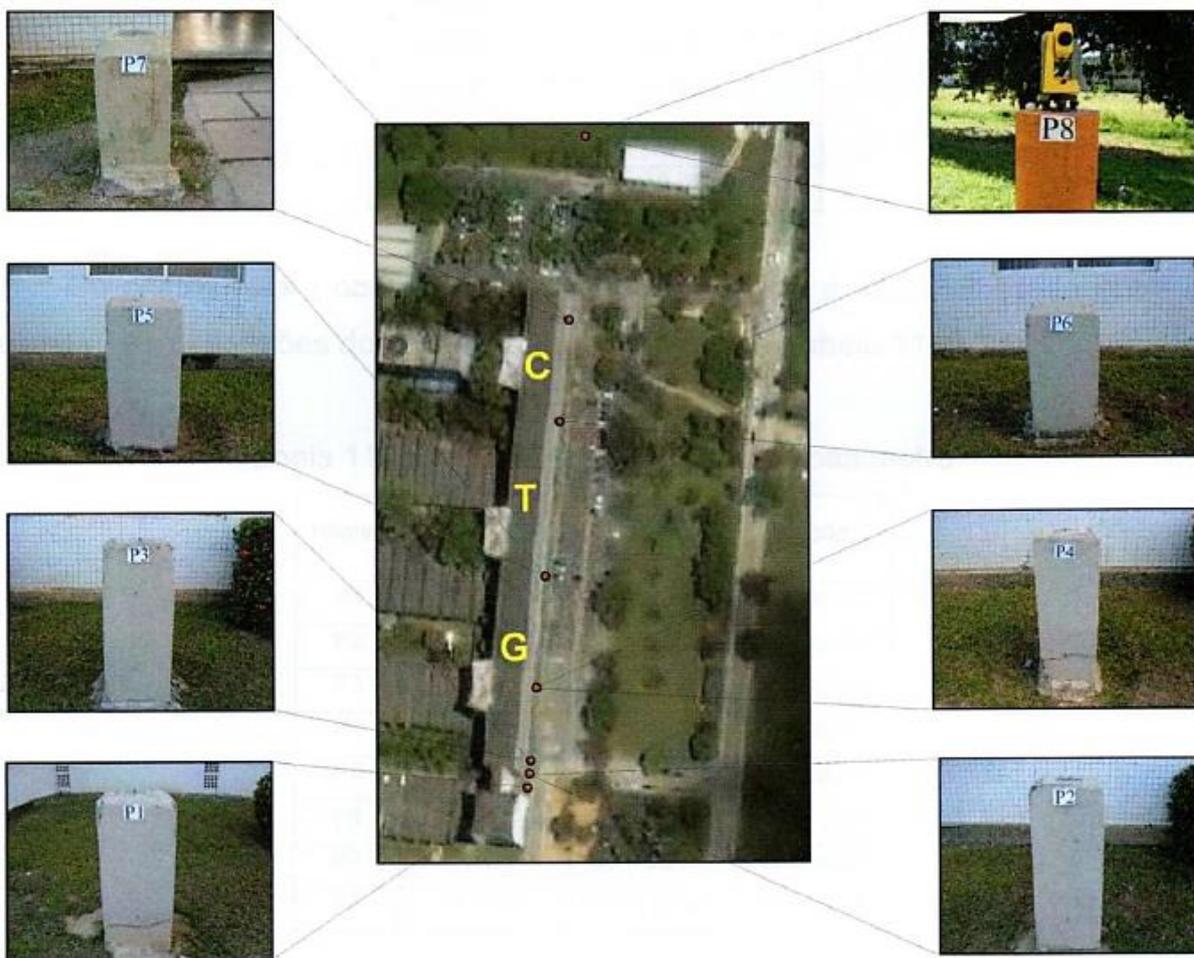
Figura 28 - Distribuição dos vertices intermediários a Poligonal – a) ponto P5, b) ponto P6



Fonte: Autor (2023).

No dia 13 de fevereiro, foi realizado o levantamento dos trechos. Nesse dia foram realizados dois trechos, duas poligonais previstas para esse trabalho, o primeiro trecho compreende o EPS07 ao EPS06 passando pelos pilares da base multipilar, (Pilar 7, Pilar 5 e Pilar 1), para calibração de Medidores Eletrônicos de Distâncias – MED, que ficam localizados ao lado do prédio do CTG, como mostra a figura abaixo, figura 29. Durante a disciplina Topografia 2 2022.2.

Figura 29 – Distribuição dos Pilares que compõe as bases Multipilar



Fonte: Barbosa; Garnés & Silva (2010) et al.

O segundo trecho, compreende o EPS06 ao EPS05, ao longo desse trecho, foram implantados os novos vértices de apoio P1 ao P6 materializados com um pino de aço e devidamente identificados, como mostra as figuras 30 -a), b), c), d), e) e f), mostrando alguns dos vértices materializados.

Figura 30 – Materialização e medição das observações no segundo trecho

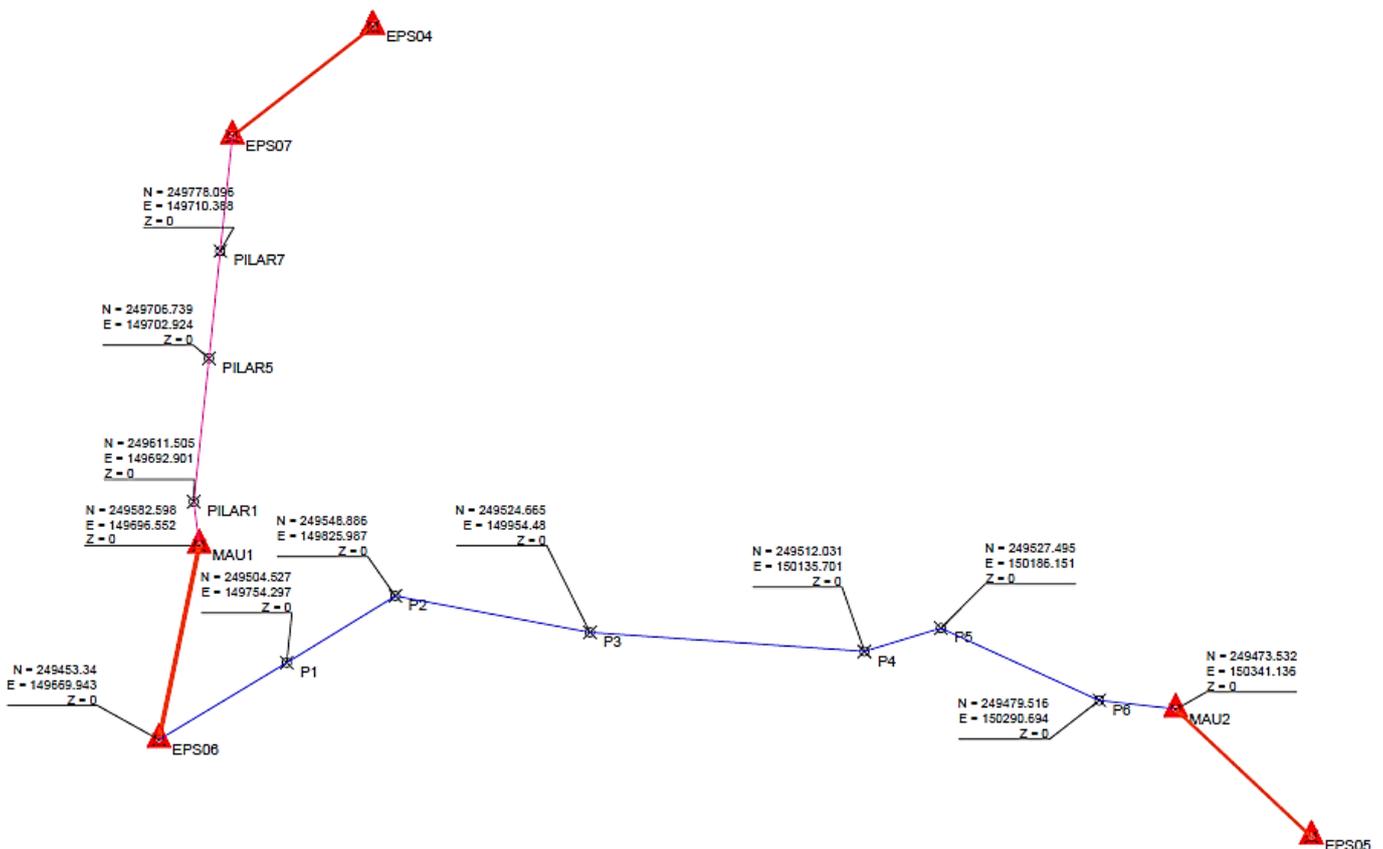


Fonte: Autor (2023).

Depois de levantado os dados, segue a etapa da compilação deles, os dados anotados em planilha de campo foram transferidos para a planilha eletrônica, excel, onde é preciso fazer um tratamento dos dados, obter suas devidas médias, tendo em vista que foram realizadas duas medições em PD e PI para cada observação.

Após o tratamento dos dados, segue agora com o Ajustamento das observações, que foi definido fazendo uso do MMQ aplicado numa rotina de programação do software Scilab. Também foram usados os softwares Scilab, do Astgeotop, ProGrid, Topograph, AutoCAD Civil 3D, cada qual foi utilizado com um objetivo específico, como por exemplo o AutoCAD adicionando as distâncias e direções horizontais já compilados, foi possível extrair as suas “coordenadas” no sistema topocêntrico, conforme a figura 31, que serão utilizadas na rotina da programação desenvolvida, para que depois seja feita o ajustamento delas.

Figura 31 – Visualização das duas poligonais no AutoCad, em Magenta a primeira poligonal e em Azul a segunda poligonal.



Fonte: Autor (2023).

A figura 31, além de mostrar os dois trechos de poligonais também indica as coordenadas aproximadas dos vértices levantados. Coordenadas essas no sistema topocêntrico.

Em virtude da perda de dados brutos de GNSS na base MAU1 e EPS06, na seção 5.3.3.2 será descrito com maiores detalhes, houve a necessidade de encontrar as coordenadas do ponto MAU1, tomando como uma única poligonal enquadrada do EPS07-EPS04 até o MAU2-EPS05, onde o MAU1 e o EPS06 funcionariam como vértices de coordenadas “desconhecidas”, através do código da rotina, foi uma solução tomada para não ter que voltar a campo e realizar um novo rastreamento GNSS.

5.3.3.2. Dados Levantados por Receptores GNSS

O posicionamento por satélite, já é uma realidade bastante consolidada, cada vez mais essencial na obtenção de coordenadas geodésicas/planas e representação gráfica da área de estudo, com uma excelente precisão posicional de acordo com sua linha de base e pelo tipo de método aplicado.

Para este trabalho foi inicialmente planejado o uso do método de posicionamento relativo estático, que já foi discutido nos itens anteriores, foram instalados os receptores nos vértices EPS06, MAU1, MAU2 e EPS05 com os equipamentos da Topcon, Hiper Lite e Hiper V, respectivamente, mantendo todos ocupados e com uma média de 30 minutos sendo rastreados ao mesmo tempo.

Na tabela 1 (item 4.3.1), é demonstrado o tempo mínimo de rastreamento do levantamento, como as linhas de bases dos vértices a serem coletados com a estação da RBMC, no caso a PERC, estão dentro do intervalo de 0 – 5Km com tempo mínimo de rastreamento é de 5-10 minutos.

Na Figura 32, tem-se os receptores nos vértices MAU1 e EPS06.

Figura 32 – Equipamentos em rastreo, a) vértice MAU1, b) vértice EPS06



Fonte: Autor (2023).

Na Figura 33, tem-se os receptores nos vértices MAU2 e EPS05.

Figura 33 - Equipamentos em rastreo, a) ponto MAU2, b) ponto EPS05



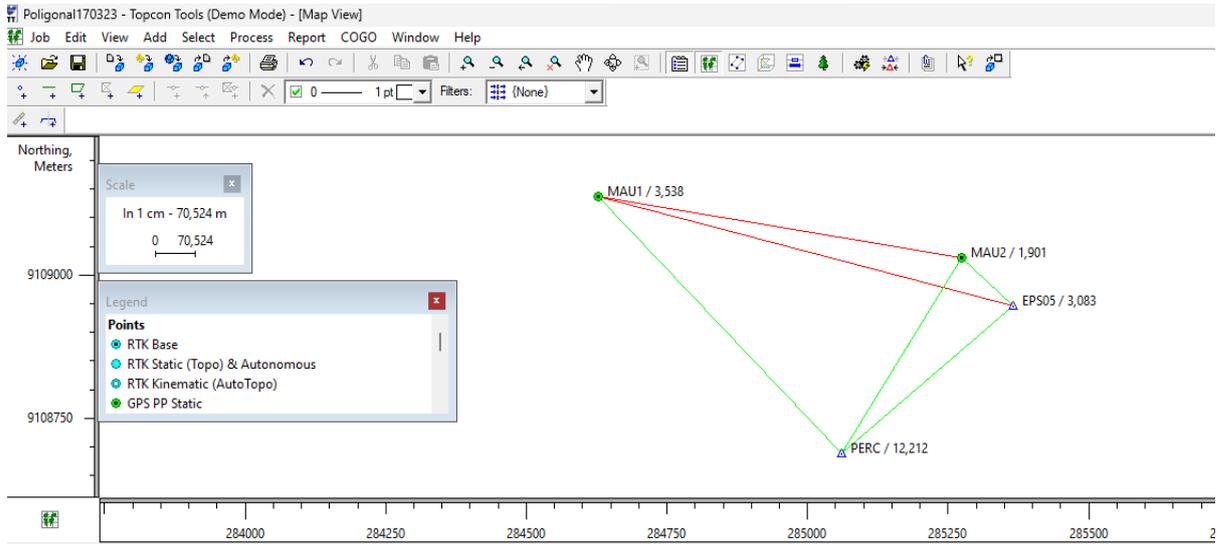
Fonte: Autor (2023).

Ao descarregar os dados dos receptores dos vértices EPS06 e MAU1 eles apresentaram falhas nos seus arquivos brutos e assim não puderam ser utilizados. Apesar disso o vértice EPS06 já tem as coordenadas devidamente ajustadas obtidas em (VILA FLOR,2010) e (MENDONÇA et al. 2010).

Para a obtenção das coordenadas do MAU1, elas foram obtidas pelas junções das poligonais (EPS04-EPS07 até MUA2-EPS05) conforme os resultados apresentados no item 6.2.2.

A Figura 34 mostra algo de errado no vetor PERC – MAU1, EPS05-MAU1 e MAU2-MAU1, demonstrado algo de errado com o ponto MAU1, linhas de bases sinalizadas em cor vermelha.

Figura 34 – Pós-processamento dos vértices rastreados no Topcon Tools 8.2.3



Fonte: Topcon Tools 8.2.3.

Ao realizar o ajustamento dos pontos, o software apontou as discrepâncias nos desvios padrões das componentes Latitude, Longitude e Altitude Elipsoidal, do ponto MAU1, ver figura 36 no item 6.2.1, não permitindo a utilização dele. Já em relação ao ponto EPS06 não mudaria muito fazer uso dos dados rastreados, caso estivessem em condições boas, tendo em vista que as suas coordenadas já são conhecidas.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste trabalho de conclusão do curso, foram realizados a aquisição dos dados simulados dos circuitos que foram elaborados no Campus Recife da Universidade Federal de Pernambuco, onde foram extraídos os dados de distâncias horizontais e ângulos horizontais. Também foram analisados dados preexistentes, um reprocessamento que foi executado no circuito EPS02 ao EPS04 e EPS07.

O ajustamento se deu por meio do programa Scilab, rotinas foram desenvolvidas para o ajustamento das observações pelo Método dos Mínimos Quadrados – MMQ, pelo modelo paramétrico. Utilizou-se também a planilha eletrônica excel para os cálculos da poligonal enquadada, para uma comparação entre os softwares utilizados.

Além disso, os dados levantados em campo referentes aos trechos: EPS07-EPS04 até o MAU1-EPS06 (passando pelos pilares da Base Multipilar de MED, ao lado do prédio do CTG) e o trecho partindo do MAU1-EPS06 até o MAU2-EPS05, (onde ao longo desse trecho foram materializados novos vértices), foram processados e ajustados também utilizando-se do Método dos Mínimos Quadrados, modelo paramétrico e realizado uma análise de qualidade do ajustamento por meio do Teste do Qui-quadrado e Teste de Tau, para que assim seja feita a validação dos dados levantados em campo.

6.1. Resultados de dados preexistentes

O reajustamento das observações, realizado pelo método dos mínimos quadrados, modelo paramétrico, resultou nas coordenadas e precisões, como mostra a tabela 13. Pelo método da poligonação.

Tabela 6 - Coordenadas ajustadas do reajustamento.

ID	Coordenadas Finais		Desvio Padrão	
	x (m)	y (m)	$\pm\sigma_x$ (m)	$\pm\sigma_y$ (m)
CA	149832.707	250238.788	0.001	0.001
CFCH	149818.196	250125.190	0.001	0.002
CAC	149809.173	250030.196	0.001	0.002

Fonte: Autor (2023).

Fazendo um comparativo com a tabela 9, na figura 35 deste TCC, do artigo elaborado pela disciplina Levantamento Topográfico 2017.1, onde se encontra as coordenadas

topocêntricas obtidas também pelo ajustamento, MMQ - modelo paramétrico, no **apêndice 1** se encontra a rotina desenvolvida no Scilab.

Figura 35 - Coordenadas ajustadas dos vértices CAC, CFCH e CA

Tabela 9 – Coordenadas determinadas.

Vértices	Coordenadas	
	X(m)	Y(m)
CAC	149809,165	250030,196
CFCH	149818,183	250125,191
CA	149832,703	250238,788

Fonte: GOMES, MELO, LIMA e SEIXAS, 2018 et al.

As diferenças são mostradas na tabela 13.

Tabela 7 - Comparativo entre os ajustamentos.

Discrepâncias do comparativo

Vértices	dx (m)	dy (m)
CA	-0,004	0,000
CFCH	-0,013	0,001
CAC	-0,008	0,000

Fonte: Autor (2023).

As discrepâncias revelam que ocorreu erros na:

- Matriz dos pesos
- Precisoões utilizadas;
- Coordenadas estimadas, dentre outros;

Não ocorreram diferenças maiores que (2 cm), a máxima foi na componente X do ponto CFCH com um valor de (-1,30 cm) e para a componente Y do mesmo ponto, o valor foi de (0,1 cm). E nas demais componentes os valores foram menores que 0,8 cm. De um modo geral, os valores reajustados ficaram próximos aos determinados durante a disciplina Levantamento Topográfico 2017.1, o que demonstra que o reajustamento está coerente.

6.2. Resultados de dados levantados

Os resultados seguem nos itens abaixo, após o seu processamento e ajustamento.

6.2.1. Resultados de dados do GNSS

A Figura 35, mostra os resultados do processamento e ajustamento dos vértices rastreados, e para tal processamento foi considerado duas bases, o vértice EPS05 e a base da RBMC, PERC, para obter as coordenadas do MAU1 e MAU2.

Os desvios padrões do vértice MAU2, ficaram dentro do esperado para método de posicionamento por satélite, no caso relativo estático, de acordo com o tempo mínimo de rastreo e linha de base. Então o ajustamento do vértice MAU2 está confiável, ao contrário disso não se pode dizer o mesmo do vértice MAU1, devido ao motivo já relatado. Porém uma solução foi dada, para a obtenção das coordenadas do MAU1, discutidas no item 6.2.2.

Figura 36 - Resultado do ajustamento realizado no Topcon Tools

<i>Name</i>	<i>Latitude</i>	<i>Longitude</i>	<i>Alt.Elip (m)</i>	<i>Std Dev n (m)</i>	<i>Std Dev e (m)</i>	<i>Std Dev u (m)</i>
<i>EPS05</i>	8°03'23,36085"S	34°56'51,38975"W	3,083	0,001	0,001	0,000
<i>MAU1</i>	8°03'17,04387"S	34°57'15,39434"W	3,538	<i>0,316</i>	<i>0,187</i>	<i>0,173</i>
<i>MAU2</i>	8°03'20,60651"S	34°56'54,31784"W	1,901	0,003	0,003	0,013
<i>PERC</i>	8°03'31,68320"S	34°57'01,38487"W	12,212	0,001	0,001	0,002

Fonte: Topcon Tools.

6.2.2. Resultados de dados da Poligonação

Os dados levantados em campo são apresentados na figura 37, referente ao **trecho 1**, a figura 38 referentes ao **trecho 2** formando o **trecho geral**.

Para os ajustamentos e análises, foi considerado o Trecho Geral e o Trecho 2. O primeiro trecho possibilita fazer um comparativo dos vértices Pilar 7, Pilar 5 e Pilar 1, que compõe a base multipilar, pois já se conhecem as suas coordenadas.

Já o trecho 2, possibilita um comparativo entre o trecho geral com o trecho 2, em relação aos novos vértices implantados.

Figura 37 – Observações levantadas em campo, Trecho 1

EST	P.V.		Ângulo Horizontal			Âng. H. Dec.	Âng. Horizontal			Ângulo Zertical		Âng. Zen. Dec.	Distância Inclinada			Alturas			
	RÉ	VANTE	PD	PI	PD		mm	ss	PD	PI	PD		PI	Média	hi	hp	Δh		
EPS07	EPS04		0	0	179	59	38						117,940	117,945					
	EPS04		359	59	59	179	59	36	0,01000000000	0	0	36,000	89	52	17	270	9	37	
	EPS04		359	59	59	179	59	36					89,85550926	117,943	117,945	117,9433		0,219	0,29143
	RN-EPS04		359	53	43	179	53	25					89	52	16	270	9	37	
	RN-EPS04		359	53	43	179	53	25	359,67847222222	359	40	42,500	89	48	58	270	#	58	
	RN-EPS04		359	53	43	179	53	26					89,80004630	117,720	117,721	117,7213		0,213	1,510
PILAR7	PILAR7		134	7	12	314	6	57	134,11784722222	134	7	4,250	89	52	29	270	9	22	
	PILAR7		134	7	11	314	6	57					89,85916667	76,632	76,634	76,6333		0,219	0,18236
	EPS07		0	0	0	179	59	44	0,00222222222	0	0	8,000	90	9	45	269	#	57	
	EPS07		0	0	1	179	59	43					90,14833333	76,644	76,632	76,6378		0,219	-0,1984
	RN-ESP07		0	6	27	180	6	18	0,10638888889	0	6	23,000	90	5	36	269	#	14	
	RN-ESP07		0	6	27	180	6	20					90,07805556	76,409	76,411	76,4100		0,219	-1,3951
PILAR5	PILAR5		179	58	24	359	58	16	179,97229166667	179	58	20,250	89	56	32	270	5	29	
	PILAR5		179	58	25	359	58	16					89,92562500	71,746	71,744	71,7463		0,219	0,0931
	PILAR7		0	0	0	179	59	44	0,00215277778	0	0	7,750	90	4	28	269	#	25	
	PILAR7		0	0	1	179	59	44					90,05875000	71,747	71,747	71,7453		0,215	-0,0776
	PILAR1		180	2	13	0	2	5	180,03597222222	180	2	9,500	90	1	53	270	0	17	
	PILAR1		180	2	14	0	2	6					90,01319444	95,764	95,757	95,7605		0,239	-0,0461
PILAR1	PILAR5		0	0	0	179	59	53	0,00104166667	0	0	3,750	90	1	24	270	0	14	
	PILAR5		0	0	0	179	59	53					90,00965278	95,762	95,760	95,7615		0,239	0,0109
	MAU1		166	47	48	346	47	38	166,79548611111	166	47	43,750	89	28	58	270	#	53	
	MAU1		166	47	50	346	47	39					89,46736111	29,138	29,137	29,1368		1,468	-0,9581
	PILAR1		0	0	0	179	59	38	0,00305555556	0	0	11,000	90	33	38	269	#	14	
	PILAR1		0	0	0	179	59	38					90,54500000	29,138	29,133	29,1365		0,239	0,9519
MAU1	EPS06		198	49	49	18	49	39	198,82888888889	198	49	44,000	90	33	39	269	#	15	
	EPS06		198	49	48	18	49	40					90,27097222	131,972	131,957	131,9678		1,468	0,6259
	RN-EPS06		198	42	46	18	42	38	198,71666666667	198	42	42,000	90	17	12	269	#	41	
	RN-EPS06		198	42	46	18	42	38					90,22416667	131,970	131,972	131,9678		0,218	0,6259
	RN-EPS06		198	42	46	18	42	38					90,22416667	131,933	131,937	131,9418		1,510	-0,5582
	RN-EPS06		198	42	46	18	42	38					90,22416667	131,938	131,959	131,959		1,510	-0,5582

Fonte: Autor (2023).

Figura 38 - Observações levantadas em campo, Trecho 2

EST	P.V.		Âng. H. Dec.	Ângulo Hor.			Âng. Zen. Dec.	Distância Inclinada			Dis H.	Alturas	
	RÉ	VANTE		gg	mm	ss		PD	PI	Média		hi	hp
EPS06	MAU1		0,00229166667	0	0	8,25	89,727430556	131,975	131,972	131,9740	131,9725		1,464
								131,974	131,975			0,219	
	P1		47,11826388889	47	7	5,75	89,775138889	98,701	98,700	98,7000	98,6992		1,328
P1	EPS06		0,00111111111	0	0	4,00	89,986736111	98,657	98,681	98,6690	98,6690		0,2190
								98,657	98,681				
	RN-EPS06		0,08888888889	0	5	20,00	89,915000000	98,478	98,489	98,4853	98,4851	1,331	1,460
P2								98,482	98,492				
	P2		179,50152777778	179	30	5,50	90,140277778	84,305	84,305	84,3048	84,3045		1,428
								84,306	84,303				
P3	P1		0,00312500000	0	0	11,25	89,869027778	84,305	84,305	84,3045	84,3043		1,328
								84,303	84,305			1,424	
	P3		222,42319444444	222	25	23,50	90,112361111	130,756	130,756	130,7558	130,7555		1,500
P4								130,756	130,755				
	P2		0,00187500000	0	0	6,75	89,885972222	130,75	130,758	130,7558	130,7555		1,423
								130,756	130,759			1,499	
P5	P4		173,31312500000	173	18	47,25	90,091736111	181,661	181,662	181,6613	181,6610		1,420
								181,661	181,661				
	P3		0,00361111111	0	0	13,00	89,916875000	181,658	181,656	181,6583	181,6581		1,498
P6								181,659	181,66			1,407	
	P5		158,97048611111	158	58	13,75	89,841458333	52,769	52,766	52,7675	52,7673		1,514
								52,769	52,766				
P5	P4		0,00034722222	0	0	1,25	90,171388889	52,769	52,769	52,7695	52,7693		1,408
								52,770	52,770			1,516	
	P6		221,69354166667	221	41	36,75	90,101111111	115,030	115,026	115,0268	115,0266		1,629
P6								115,027	115,024				
	P5		0,00125000000	0	0	4,50	89,903333333	115,026	115,026	115,0268	115,0266		1,626
								115,026	115,029			1,514	
MAU2	MAU2		161,87319444444	161	52	23,50	90,557083333	50,815	50,819	50,8170	50,8146		1,420
								50,815	50,819				
	P6		0,00055555556	0	0	2,00	89,216111111	50,818	50,82	50,8180	50,8132		1,624
MAU2								50,817	50,817				
	EPS05		216,79861111111	216	47	55,00	90,059791667	123,283	123,28	123,2760	123,2759	1,419	0,232
	RN-EPS05		216,87305555556	216	52	23,00	89,640000000	123,283	123,258	123,0085	123,0061		1,75

Fonte: Autor (2023).

Foi realizado o ajustamento do vértice MAU2 pelo software Topcon Tools.

Foram calculadas as coordenadas Topocêntricas do vértice MAU2, com base nas coordenadas geodésicas (latitude, longitude, altitude elipsoidal), por meio da transformação de Coordenadas Geodésicas para Cartesianas Planas (obtidas pelo aplicativo ProGrid, do IBGE), mostrado na figura 39, e em seguida foi realizada a transformação de coordenadas Cartesianas Planas para Topocêntricas, como descrito no item 4.6. 1..

Figura 39 - Resultado de transformação de Coordenadas Geodésica para Cartesianas 3D.

```
! De      SIRGAS2000 >> Latitude/Longitude/Altitude
! Para    SIRGAS2000 >> X/ Y/ Z
!
! Observação: A incerteza da altura geométrica é constante e igual a 0,4 metros.
! ID - Latitude D M S - dlat - Longitude D M S - dlong - X - Y - Alt - Comentários
!-----
MAU2|-8|03|20,6065|0,00000|-34|56|54,3178|0,00000|5176708,789|-3617829,930|-887882,630
```

Fonte: ProGrid, versão 1.1. – 2005.

Para a transformação de coordenadas Cartesianas 3D em topocêntricas, fez-se uso de uma rotina em Scilab, ver **apêndice 2**. Na tabela 14, tem-se o resultado da transformação. Fazendo a correlação u será equivalente a Este/X, t equivalente ao Norte/Y e v equivalente a h/Z, ver figura 13 item 4.6.1 mostrando a relação entre o Sistema Geocêntrico e Topocêntrico.

Tabela 8 - Transformação de Coordenadas Cartesianas Geocêntricas em Topocêntricas

Coordenadas Finais			
ID	u (m)	t (m)	v(m)
MAU2	150341.1337	249473.5363	1.8694

Fonte: Autor (2023).

Sendo que a coordenada de MAU2 aera utilizada para o ajustamento da poligonal EPS04-EPS07 até MAU2-EPS05 (**Trecho Geral**).

MAU1, através de um ajustamento pelo MMQ, modelo paramétrico, para obter a sua coordenada, no Sistema Topocêntrico, para tanto foi desenvolvido uma rotina no Scilab durante a disciplina de Tópicos Especiais de Ajustamento 2022.1, ver **apêndice 3**.

Na tabela 15 tem-se o resultado do ajustamento, correspondendo os dois trechos que foram realizadas as observações, uma poligonal do EPS04-EPS07 até MAU2-EPS05 (**Trecho Geral**).

Tabela 9 - Ajustamento da Poligonal EPS04-EPS07 até MAU2-EPS05

Ajustamento de Poligonal Enquadrada, pelo MMQ - Modelo Paramétrico

ID	Coordenadas Finais		Desvio Padrão	
	x (m)	y (m)	$\pm\sigma_x$ (m)	$\pm\sigma_y$ (m)
Pilar7	149710.3883	249778.0958	0.0017	0.0060
Pilar5	149702.9240	249706.7393	0.0020	0.0068
Pilar1	149692.9017	249611.5053	0.0013	0.0078
MAU1	149696.5399	249582.5968	0.0026	0.0081
EPS06	149669.8782	249453.3480	0.0116	0.0087
P1	149754.2704	249504.5149	0.0082	0.0095
P2	149825.9751	249548.8503	0.0075	0.0100
P3	149954.4576	249524.5874	0.0070	0.0095
P4	150135.6725	249511.8939	0.0061	0.0068
P5	150186.1273	249527.3412	0.0058	0.0059
P6	150290.6527	249479.3280	0.0047	0.0023

Fonte: Autor (2023).

Resultando na tabela 15 as coordenadas com seus desvios padrões, dos vértices pretendidos ao longo da poligonal EPS04-EPS07 até MAU2-EPS05 (**Trecho Geral**).

Percebendo-se que, um primeiro comparativo em relação ao vértice EPS06 sua coordenada oficial, (MENDONÇA, GARNÉS et al., 2010) é $x = 149669,906$ e $y = 249453,330$, obtendo uma diferença em relação as calculadas pela rotina no Scilab, $\Delta x = 0,0278$ m e $\Delta y = -0,018$ m. Na tabela 16, tem-se as variações das componentes x e y dos vértices que já se tem coordenadas oficiais, podendo ser feita uma comparação das mesmas, no caso dos pilares 7, 5 e 1 que compõe a Base Multipilar.

Tabela 10 - Variações das coordenadas dos pilares base multipilar, da poligonal EPS04-EPS07 até MAU2-EPS05.

Vértices	Monografia – Decart		MMQ - Modelo Paramétrico - Scilab		Variações	
	x(m)	y(m)	x(m)	y(m)	Δx m	Δy m
Pilar7	149710,3800	249778,0747	149710.3883	249778.0958	-0,00830	-0,0211
Pilar5	149702,9123	249706,7255	149702.9240	249706.7393	-0,01170	-0,0138
Pilar1	149692,8901	249611,4971	149692.9017	249611.5053	-0,01160	-0,0082
EPS06	149669,9060	249453,3300	149669,8782	249453,3480	0,02780	-0,0180

Fonte: Autor (2023).

Considerando a coordenada do vértice MAU1, apresentada na tabela 16, refez-se um novo ajustamento, agora para a poligonal MAU1-EPS06 até MAU2-EPS05 (**Trecho 2**).

A tabela 17, mostra o resultado do ajustamento do trecho 2, realizado pela rotina do Scilab, ver **apêndice 4**, com seus respectivos desvios padrão.

Tabela 11 - Resultado do Ajustamento da Poligonal MAU1-EPS06 até MAU2-EPS05.

Ajustamento de Poligonal Enquadrada, MMQ - Modelo Paramétrico				
Coordenadas Finais			Desvio Padrão	
ID	x (m)	y (m)	$\pm\sigma_x$ (m)	$\pm\sigma_y$ (m)
P1	149754.2855	249504.5093	0.0103	0.0084
P2	149825.9816	249548.8497	0.0114	0.0111
P3	149954.4616	249524.5923	0.0103	0.0130
P4	150135.6766	249511.8977	0.0097	0.0095
P5	150186.1291	249527.3437	0.0083	0.0082
P6	150290.6529	249479.3288	0.0061	0.0031

Fonte: Autor (2023).

A tabela 17, possibilita fazer um comparativo com a tabela 15, em relação aos novos vértices que compreende o trecho 2, mostrado na tabela 18.

Tabela 12 - Comparativo das Coordenadas entre o Trecho Geral e Trecho 2.

Vértices	Trecho Geral		Trecho 2		Variação	
	x (m)	y (m)	x (m)	y (m)	Δx (m)	Δy (m)
P1	149754,2704	249504,5149	149754,2855	249504,5093	-0,0151	0,0056
P2	149825,9751	249548,8503	149825,9816	249548,8497	-0,0065	0,0006
P3	149954,4576	249524,5874	149954,4616	249524,5923	-0,0040	-0,0049
P4	150135,6725	249511,8939	150135,6766	249511,8977	-0,0041	-0,0038
P5	150186,1273	249527,3412	150186,1291	249527,3437	-0,0018	-0,0025
P6	150290,6527	249479,3280	150290,6529	249479,3288	-0,0002	-0,0008

Fonte: Autor (2023).

Fazendo uma análise quanto a essas variações encontradas na tabela 19, percebe-se que, no vértice P1 na sua componente x possui uma discrepância de 1,51 cm e na sua componente y um valor menor que 1,0 cm (0,56 cm). Um outro destaque para o vértice P2 sua componente x apresenta um valor de 0,65 cm abaixo de 1 cm, assim como os valores dos demais vértices, P3, P4, P5 e P6 apresentam valores abaixo de 1,0 cm, demonstrando a eficiência do programa, da qualidade dos dados levantados em campo e por consequência dos equipamentos empregados.

Após os ajustamentos necessários que foram realizados, da forma descrita nos itens anteriores, um ajustamento geral (englobando as duas Poligonais Enquadradas, Trecho Geral, EPS07 ao EPS05), um outro ajustamento (englobando uma das poligonais, Trecho 2, do EPS06

ao EPS05), é preciso validar a qualidade do mesmo por meio do **Teste do Qui-quadrado** e do **Teste de Tau**, já mencionado nos itens 4.7.2.4.1 e 4.7.2.4.2.

Para avaliar se o ajustamento possui uma boa qualidade, pelo Teste do Qui-quadrado, é necessário calcular a variância *a posteriori*, tanto para o trecho geral como para o trecho 2, isso também irá servir para o teste de *Tau*. Na tabela 19, se encontra os valores da variância *a posteriori*, assim como sua variância a priori, e o valores do Qui-quadrado.

Tabela 13 - Valores de Variâncias a Posteriori e a Priori no Trecho Geral e Trecho 2.

Trechos/Poligonal	$\hat{\sigma}_0^2$ (<i>a posteriori</i>)	σ_0^2 (<i>a priori</i>)	X^2 (<i>Qui – quadrado</i>)
Trecho Geral	1,848384645	1	5,545153934
Trecho 2	3,066838246	1	9,200514738

Fonte: Autor (2023).

O valor da variância a priori foi definido com um valor unitário que é largamente utilizado no meio acadêmico e profissional, e para o cálculo da variância *a posteriori* usou-se a equação (63).

$$\hat{\sigma}_0^2 = (V' * P * V) / Gl \quad (63)$$

O seu cálculo leva em consideração, o vetor V dos resíduos, a matriz dos Pesos P e o grau de liberdade *Gl*.

Analisando o **trecho geral**, para um nível de significância de $\alpha = 5\% = 0,05$ e um grau de liberdade $Gl = (n - m) = (25 - 22) = 3$ deve-se verificar, se o valor do X^2 se encontra dentro do intervalo indicado abaixo.

$$X_{\alpha/2}^2 < \chi^2 < X_{1-\alpha/2}^2$$

Onde,

$$X_{\alpha/2}^2 = \frac{0,05}{2} = 0,025$$

$$X_{1-\alpha/2}^2 = 1 - \frac{0,05}{2} = 0,975$$

$$\chi^2 = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} * (Gl) = \frac{1,8483846452}{1} * (25 - 22) = 5,545153934$$

Verificando a tabela de Bicaudal – Distribuição Qui-quadrado, **ver apêndice 5**, em relação aos valores acima calculado e em função do grau de liberdade, é possível determinar o intervalo de aceitação para o Qui-quadrado.

Logo, tem o resultado

$$0,216 < 5,545153934 < 9,348$$

Ou seja, o valor do Qui-quadrado, se encontra dentro do intervalo tabelado.

Em relação ao **trecho 2**, para um nível de significância de $\alpha = 5\% = 0,05$ e um grau de liberdade $Gl = (n - m) = (15 - 12) = 3$.

Chegando com um qui-quadrado de 9,200514738, mantendo-se também, dentro do intervalo tabelado.

$$\chi^2 = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} * (Gl) = \frac{1,5998773,066838246726}{1} * (15 - 12) = 9,200514738$$

O intervalo, se encontra abaixo.

$$0,216 < 9,200514738 < 9,348$$

Como o valor determinado do qui-quadrado, para as duas poligonais ajustadas, se encontram dentro do intervalo tabelado, então a hipótese nula é aceita, ao nível de significância de 5%, conseqüentemente os ajustamentos estão confiáveis. O teste do qui-quadrado quando é bem-sucedido significa dizer que os resíduos seguem uma distribuição normal.

A tabela 20, exemplifica, o quão bem-sucedido foi o teste do qui-quadrado, quando se analisa o desvio padrão dos parâmetros ajustados, coordenadas ajustadas, mostrando uma distribuição normalizada dos seus valores, não existe nenhum desvio padrão com alguma discrepância que condenaria a qualidade do ajustamento.

Tabela 14 - Desvio padrão das coordenadas ajustadas no Trecho Geral e Trecho 2.

Coordenadas	Trecho Geral	Trecho 2
	Desv P.	Desv P.
Xpilar7	0,00168	-
Ypilar7	0,00597	-
Xpilar5	0,00200	-
Ypilar5	0,00682	-
Xpilar1	0,00126	-
Ypilar1	0,00778	-
Xmau1	0,00262	-
Ymau1	0,00815	-
Xeps06	0,01164	-
Yeps06	0,00868	-
Xp1	0,00816	0,01026
Yp1	0,00952	0,00840
Xp2	0,00753	0,01143
Yp2	0,01002	0,01112
Xp3	0,00695	0,01034
Yp3	0,00948	0,01297
Xp4	0,00613	0,00967
Yp4	0,00681	0,00951
Xp5	0,00579	0,00826
Yp5	0,00594	0,00823
Xp6	0,00467	0,00609
Yp6	0,00234	0,00310

Fonte: Autor (2023).

Para analisar a qualidade do ajustamento das poligonais pelo teste do qui-quadrado, é possível fazer uma análise da qualidade pelo Teste *Tau*. Como descrito no item **4.7.2.4.2**.

A tabela 21, **trecho geral**, mostra o cálculo do valor de *Tau*, calculado e tabelado, para cada observação, onde as 13 primeiras observações referem-se aos ângulos medidos e as 12 restantes referentes as distâncias obtidas em campo.

Tabela 15 - Valores do Tau, calculado e tabelado, trecho geral

Observação	τ_i - Tau calculado	$\tau_{(GL)}$ Tau tabelado
Angulo1	0,03173	0,03885
Angulo2	0,02256	0,02763
Angulo3	0,04704	0,05758
Angulo4	0,10669	0,13029
Angulo5	0,09418	0,1151
Angulo6	0,98087	0,98712
Angulo7	0,61353	0,68934
Angulo8	0,17786	0,21613
Angulo9	0,09048	0,11059
Angulo10	0,05006	0,06127
Angulo11	0,21713	0,26285
Angulo12	0,12408	0,15139
Angulo13	0,35642	0,42329
Distância1	0,25423	0,30645
Distância2	0,13854	0,16886
Distância3	0,15557	0,18939
Distância4	0,11428	0,13951
Distância5	0,0105	0,01286
Distância6	0,87465	0,91106
Distância7	0,15622	0,19017
Distância8	0,52021	0,59795
Distância9	0,50404	0,58149
Distância10	0,29626	0,35513
Distância11	0,37881	0,44814
Distância12	0,60773	0,68385

Fonte: Autor (2023).

A tabela 22, revela que a condição:

$$\tau_i < \tau_{(GL)}$$

É verdadeira e logo existe uma probabilidade de 95% de realmente não haver erros grosseiros nas observações de acordo com o teste Tau. E pela tabela percebe-se que não há nenhum valor que se destaca em relação aos demais.

Isso é observado, na tabela 22, para o trecho 2, onde os valores do Tau calculado são menores que os valores tabelados, como sugere a expressão acima.

Tabela 16 - Valores do Tau, calculado e tabelado, trecho 2.

Observação	τ_i - Tau calculado	$\tau_{(Gl)}$ Tau tabelado
Angulo1	0,33303	0,39702
Angulo2	0,54420	0,64876
Angulo3	0,78018	0,83665
Angulo4	0,51960	0,59734
Angulo5	0,18209	0,22118
Angulo6	0,28146	0,33808
Angulo7	0,03973	0,04864
Angulo8	0,00719	0,00881
Distancia1	0,99010	0,99337
Distancia2	0,58041	0,65762
Distancia3	0,65800	0,73067
Distancia4	0,35862	0,42575
Distancia5	0,48786	0,56484
Distancia6	0,34137	0,40642
Distancia7	0,42327	0,49663

Fonte: Autor (2023).

6.2.3. Resultados de dados da Altimetria

Os resultados da altimetria, foram gerados a partir do uso das equações 14 e 14.1, obtendo assim os desníveis na correlação estação e o ponto visado. Após encontrar os desníveis, basta apenas somar ou subtrair do ponto de altitude conhecida para o ponto que se pretende encontrar a altimetria. As referências de níveis de partidas foram os RNNs dos marcos geodésicos conforme mostra a tabela 3. Os desníveis obtidos na poligonal, se encontra na tabela 23

Tabela 17 - Valores dos desniveis, poligonal EPS04-EPS07 até MAU1-EPS06.

Referência de Nível		Desnível - ΔH
De	Para	(m)
EPS07	EPS04	0,258746
EPS07	RN-EPS04	-0,919178
EPS07	PILAR 7	0,182365
PILAR 7	PILAR 5	0,093133
PILAR 5	PILAR 1	-0,031892
PILAR 1	MAU1	-0,958140
MAU1	EPS06	0,625880
MAU1	RN-EPS06	-0,558214

Fonte: Autor (2023).

Já na tabela 24, se encontra as Altitudes Ortométrica obtidas pela equação 14.

Tabela 18 - Valores das altitudes, poligonal EPS04-EPS07 até MAU1-EPS06.

Vértices - RN	Altitudes (m)
EPS04	10,3128
EPS07	10,0541
PILAR 7	10,2364
PILAR 5	10,3296
PILAR 1	10,2977
MAU1	9,3395
EPS06	9,9654
RN-EPS06	8,7813

Fonte: Autor (2023).

Um detalhe a se observar, a RNN de partida foi o RN-EPS07 altitude já conhecida, chegando nesse primeiro trecho numa outra altitude conhecida a do RN-EPS06 que pela tabela 3 possui um valor de **RN-EPS06 = 8,8025**.

De forma comparativa, tendo uma variação de **2,12 cm**.

De forma análoga, foi executado o nivelamento trigonométrico para o trecho 2, como mostra a tabela 25, correspondente aos desníveis.

Tabela 19 - Valores dos desníveis da poligonal MAU1-EPS06 até MAU2-EPS05.

Referência de Nível		Desnível - ΔH (m)
De	Para	
EPS06	P1	-1,1523
P1	RN-EPS06	-0,0329
P1	P2	-0,3034
P2	P3	-0,3324
P3	P4	-0,2119
P4	P5	0,0520
P5	P6	-0,3160
P6	MAU2	-0,2881
MAU2	RN-EPS05	-0,1362
MAU2	EPS05	1,0594

Fonte: Autor (2023).

Também fazendo uso das equações 14 e 14.1, foram obtidas as altitudes ortométricas, como mostra a tabela 26.

Tabela 20 - Valores das altitudes da poligonal MAU1-EPS06 até MAU2-EPS05.

Vértices - RN	Altitudes (m)
EPS06	9,9877
P1	8,8354
P2	8,5320
P3	8,1995
P4	7,9877
P5	8,0397
P6	7,7237
MAU2	7,4356
EPS05	8,4950
RN-EPS05	7,2994

Fonte: Autor (2023).

Um detalhe a se observar, o RNN de partida foi o RN-EPS06 de altitude já conhecida, chegando nesse segundo trecho numa outra altitude conhecida a do RN-EPS05 que pela tabela 3 possui um valor de **RN-EPS05 = 7,30624**.

De forma comparativa, tendo uma variação de **0,684 cm**, uma variação bem menor em relação ao trecho anterior, apesar desse trecho 2 ter apresentado um erro em uma de suas observações, a medição em PI estava muito fora na normalidade a mesma foi eliminada e novamente foi realizado os cálculos com a equação 14 e os resultados mostraram-se que o nivelamento trigonomérico foi bem executado.

7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste tópico são explanadas as conclusões e recomendações perante o tema proposto e os ajustamentos efetuados para esse tcc.

7.1. CONCLUSÕES

Analisando os conjuntos de dados obtidos em campo e o seu ajustamento, os resultados dos processamentos mostram que para cada método de levantamento utilizado foram satisfatórios.

O procedimento inicial foi de reconhecer a área de estudo e determinar a distribuição/materialização dos novos vértices que densificam a RRC do campus. Duas poligonais foram materializadas em campo com base na RRC, a primeira compreendendo o trecho EPS04-EPS07 passando pelos pilares da base multipilar até MAU1-EPS06, o vértice

MAU1 implantado para poder compor a base final do trecho de poligonal implantada. A segunda, partindo do MAU01-EPS06 passando pelos novos vértices P1, P2, P3, P4, P5 e P6 até o MAU2-EPS05, o vértice MAU2 também implantado para compor a base final do trecho de poligonal implantada.

Foram utilizados dois métodos de levantamentos para obter as coordenadas ajustadas dos vértices das poligonais implantadas no campus.

O primeiro, o uso de posicionamento por satélites GNSS, com método relativo estático para obter as coordenadas geodésicas dos vértices MAU1 e MAU2 que formam pares de coordenadas com os marcos geodésicos EPS06 e EPS05 respectivamente, configurando Poligonais Enquadradas.

O segundo, foi o uso de Poligonação pela Centragem Forçada realizada para as duas poligonais propostas.

Depois de compilados os dados das observações, tanto GNSS e da Poligonação, foi preciso realizar os ajustamentos dessas observações usando o MMQ, modelo paramétrico, obtendo bons resultados. Para o **trecho geral** o comparativo entre os pilares da base multipilar (Pilar 7, Pilar 5 e Pilar 1) e pilares da RRC (EPS06) teve a sua maior discrepância na componente x, do vértice EPS06, com um valor de **2,78 cm** e menor discrepância na componente x, do vértice Pilar 7, com um valor de **0,83 cm**. Com respeito a componente y, teve sua maior discrepância **2,11 cm** para o vértice Pilar 7 e menor discrepância com o valor de **0,8 cm** para o vértice Pilar 1.

E para expressar a qualidade do ajustamento foi realizado os testes Qui-quadrado e Tau, que também comprovam, dentro dos intervalos estabelecidos, um nível de significância de 5%, a sua eficiência.

7.2. RECOMENDAÇÕES

Após o rastreamento dos vértices MAU1, EPS06, MAU2 e EPS05, os dados brutos GNSS dos vértices MAU1 e EPS06 apresentaram falhas e não foi possível realizar o processamento e ajustamento desses vértices afim de se obter suas coordenadas geodésicas, a solução para tal foi realizar um ajustamento da junção das duas poligonais, já descrito nos itens anteriores, obtendo suas coordenadas Topocêntricas, recomenda-se um novo levantamento dos vértices MAU1 e EPS06.

Três recomendações, são sugeridas, em relação a materialização dos novos vértices, MAU1, P6 e MAU2.

- O vértice MAU1, foi implantado sobre uma “falsa calçada”, ele pode receber algum reparo e este ponto pode ser danificado/arrancado. É preciso fazer um novo rastreamento deste ponto, por meio de receptores GNSS.

- O vértice P6, também foi implantado sobre um piso, aparentemente, temporário. Então ficar atento a perda deste ponto;

- O vértice MAU2, foi implantado com uma barra de ferro, no início de uma rampa de acessibilidades para cadeirantes, pode correr o risco de ser danificado, caso haja algum reparo neste local.

- Recomenda-se também a realização da materialização e medição dos vértices dos circuitos simulados entre os trechos EPS05 até o EPS03, EPS03 até EPS01 e EPS01 até o EPS02.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABNT. NBR 13133 - **Normas Técnicas para a Execução de Levantamentos Topográficos**. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro. 1994.
- BRASIL. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento, **Manual Técnico para Georreferenciamento de imóveis rurais**. 2º ed. Brasília. 2022.
- FILHO, C. A. ZOCOLOTTI. **Utilização de técnicas de poligonização de precisão para o Monitoramento de vértices localizados em galerias de Inspeção: estudo de caso da U.H. de Salto Caxias**. Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre, pelo Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, da Universidade Federal do Paraná. Curitiba – PR, 2005.
- GAMA, L. F.; SEIXAS, A.; SOUZA, A. M. B. **Implantação e análise de estruturas geodésicas planimétricas obtidas por GPS e estação total: aplicações em levantamentos cadastrais urbanos**. Revista Brasileira de Cartografia, Rio de Janeiro, v. 64, p. 227-247, 2012.
- GARNÉS, S., SEIXAS, A., PEREIRA, T. **Análise do alinhamento da base de calibração Multipilar do LAMEP/UFPE com proposição de modelo de correção**. V Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, Recife – PE, 2014.
- GEMAEL, C. **Introdução ao Ajustamento de Observações: Aplicações Geodésicas**. Curitiba: Editora UFPR, 1994.
- MELO, W. D. A. **Aplicação do MMQ em uma poligonal no plano topográfico: métodos paramétricos e correlatos com a detecção de erros grosseiros**. Trabalho de Conclusão de Curso–Departamento de Engenharia Cartográfica da Universidade Federal de Pernambuco, Recife – PE, 2014.
- MENDONÇA, F. J. B. et al. **Análise do ajustamento por mínimos quadrados de uma trilateração topográfica com injunções nos planos UTM e topocêntrico**. III Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologia da Geoinformação, Recife - PE, jul. 2010.
- MONICO, JOÃO FRANCISCO GALERA. **Posicionamento pelo GNSS: Descrição, Fundamentos e Aplicações**. 2ª. ed. São Paulo: Editora Unesp, 2008.
- NARCISO, Dimitri Maquengo José. **Monitorização topográfica dos taludes da via de cintura Externa da guarda, (viceg) junto à rotunda do g**. Relatório Projeto – Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico da Guarda, Portugal, 2019.
- R. P. GONÇALVES; A. S. SILVA; G. S. MAROTTA; R. J. O. ANDRADE; L. C. ASSIS et al., **Identificação de erros grosseiros utilizando o teste Qui-quadrado e teste Tau**. II Simpósio Brasileiro de Geomática, V Colóquio de Ciências Geodésicas, Presidente Prudente – SP, 2007.
- SANTANA NETO, P. **Metodologia para a densificação e análise de estruturas Geodésicas planialtimétricas**. Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, do Centro de Tecnologia

e Geociências – Departamento de Engenharia Cartográfica da Universidade Federal de Pernambuco, Recife – PE, 2018.

SANTANA NETO, P. **Densificação de estruturas geodésicas e transporte de coordenadas definidas por métodos planialtimétricos de medição.** Trabalho de Conclusão de Curso – Departamento de Engenharia Cartográfica da Universidade Federal de Pernambuco, Recife – PE, 2016.

SEIXAS, A. et al. **O estabelecimento de padrões de referência altimétrica utilizando o nivelamento geométrico para a definição de alvos altos e inacessíveis.** Boletim de Ciências Geodésicas, Curitiba, v. 20, n. 2, p. 388-410, junho 2014.

SILVA, GLEICE PEREIRA DA, SEIXAS, A. **Abordagem Geodésica/topográfica para a definição do sistema de referência para a locação de edificações prediais.** V Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, Recife – PE, 2014.

SILVA, IRINEU DA, SEGANTINE, P. C. L.. **Topografia para Engenharia: Teoria e Prática de Geomática.** 1ª. ed. Rio de Janeiro: Editora Elsevier, 2015.

SOUZA, ANGELA M. B. **Análise e comparação de estruturas geodésicas tridimensionais definidas por métodos Planialtimétricos de medição.** Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, do Centro de Tecnologia e Geociências – Departamento de Engenharia Cartográfica da Universidade Federal de Pernambuco, Recife – PE, 2012.

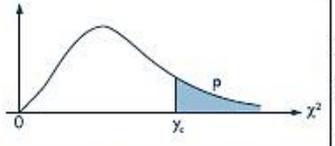
T. R. F. Silva, C. R. do Nascimento, SEIXAS, A. **Levantamento topográfico planialtimétrico da igreja nossa senhora do rosário, bairro da várzea, Recife – Pernambuco e seu entorno.** VI Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, Recife – PE, 2016.

WOLF, PAULO R., GHILANI, CHARLES D.. **Topografia.** 14ª ed. Editora Alfaomega Grupo Editor, S. A. de C. V., México, 2016.

ANEXO A – TABELA DE BECAUDAL

Tabela retirada do livro Estatística Básica dos autores Wilton de O. Bussab e Pedro A. Morettin, 6 ed., editora Saraiva.

Tabela IV – Distribuição Qui-quadrado
 $Y \sim \chi^2(v)$
 Corpo da tabela dá os valores χ_c tais que $P(Y > \chi_c) = p$.
 Para valores $v > 30$, use a aproximação normal dada no texto.



p =	Graus de liberdade v																	
	99%	98%	97,5%	95%	90%	80%	70%	50%	30%	20%	10%	5%	4%	2,5%	2%	1%	0,2%	0,1%
1	0,016	0,083	0,001	0,004	0,016	0,064	0,148	0,455	1,074	1,642	2,706	3,841	4,218	5,024	5,412	6,635	9,550	10,827
2	0,020	0,040	0,051	0,103	0,211	0,446	0,713	1,386	2,408	3,219	4,605	5,991	6,438	7,378	7,824	9,210	12,429	13,815
3	0,115	0,185	0,216	0,352	0,584	1,005	1,424	2,366	3,665	4,642	6,251	7,815	8,311	9,348	9,837	11,345	14,796	16,266
4	0,297	0,429	0,484	0,711	1,064	1,449	2,195	3,357	4,878	5,989	7,779	9,488	10,026	11,143	11,668	13,277	16,924	18,467
5	0,554	0,752	0,831	1,145	1,610	2,343	3,000	4,351	6,064	7,289	9,236	11,070	11,644	12,832	13,388	15,086	18,907	20,515
6	0,872	1,134	1,237	1,635	2,204	3,070	3,628	5,348	7,231	8,558	10,645	12,592	13,198	14,449	15,033	16,812	20,791	22,457
7	1,239	1,564	1,690	2,167	2,833	3,822	4,471	6,346	8,383	9,903	12,017	14,067	14,703	16,013	16,622	18,475	22,601	24,322
8	1,646	2,032	2,180	2,733	3,490	4,594	5,527	7,344	9,524	11,030	13,362	15,507	16,171	17,534	18,168	20,090	24,352	26,125
9	2,088	2,532	2,700	3,325	4,168	5,380	6,393	8,343	10,656	12,242	14,684	16,919	17,608	19,023	19,679	21,666	26,056	27,877
10	2,558	3,059	3,247	3,940	4,865	6,179	7,267	9,342	11,781	13,442	15,987	18,307	19,021	20,483	21,161	23,209	27,722	29,588
11	3,053	3,609	3,816	4,575	5,578	6,989	8,148	10,341	12,899	14,631	17,275	19,675	20,412	21,920	22,618	24,725	29,354	31,264
12	3,571	4,178	4,404	5,226	6,304	7,807	9,034	11,340	14,011	15,812	18,549	21,026	21,785	23,337	24,054	26,217	30,957	32,909
13	4,107	4,765	5,009	5,892	7,042	8,634	9,926	12,340	15,119	16,995	19,812	22,362	23,142	24,736	25,472	27,688	32,535	34,528
14	4,660	5,368	5,629	6,571	7,790	9,467	10,821	13,339	16,222	18,151	21,064	23,685	24,485	26,119	26,873	29,141	34,091	36,123
15	5,229	5,985	6,262	7,261	8,547	10,307	11,721	14,339	17,322	19,311	22,307	24,996	25,816	27,488	28,259	30,578	35,628	37,697
16	5,812	6,614	6,908	7,962	9,312	11,152	12,624	15,338	18,418	20,465	23,542	26,296	27,136	28,845	29,633	32,000	37,146	39,252
17	6,408	7,255	7,564	8,672	10,085	12,002	13,531	16,338	19,511	21,615	24,769	27,587	28,445	30,191	30,995	33,409	38,648	40,790
18	7,015	7,906	8,231	9,390	10,865	12,857	14,440	17,338	20,601	22,760	25,989	28,869	29,745	31,526	32,346	34,805	40,136	42,312
19	7,633	8,567	8,906	10,117	11,651	13,716	15,352	18,338	21,689	23,900	27,204	30,144	31,037	32,852	33,687	36,191	41,610	43,820
20	8,260	9,237	9,591	10,851	12,443	14,578	16,266	19,337	22,775	25,038	28,412	31,410	32,321	34,170	35,020	37,566	43,072	45,315
21	8,897	9,915	10,283	11,591	13,240	15,445	17,182	20,337	23,858	26,171	29,415	32,671	33,597	35,479	36,343	38,932	44,522	46,797
22	9,542	10,600	10,982	12,338	14,041	16,314	18,101	21,337	24,939	27,301	30,813	33,924	34,867	36,781	37,659	40,289	45,962	48,268
23	10,196	11,293	11,688	13,091	14,848	17,187	19,021	22,337	26,018	28,429	32,007	35,172	36,131	38,076	38,968	41,638	47,391	49,728
24	10,856	11,992	12,401	13,848	15,659	18,062	19,943	23,337	27,096	29,553	33,196	36,415	37,389	39,364	40,270	42,980	48,812	51,179
25	11,524	12,697	13,120	14,611	16,473	18,940	20,867	24,337	28,172	30,675	34,382	37,652	38,642	40,646	41,566	44,314	50,223	52,620
26	12,198	13,409	13,844	15,379	17,292	19,820	21,792	25,336	29,246	31,795	35,563	38,885	39,889	41,923	42,856	45,642	51,627	54,052
27	12,879	14,125	14,573	16,151	18,114	20,703	22,719	26,336	30,319	32,912	36,741	40,113	41,132	43,194	44,140	46,963	53,022	55,476
28	13,565	14,847	15,308	16,928	18,939	21,588	23,647	27,336	31,319	34,027	37,916	41,337	42,370	44,461	45,419	48,278	54,411	56,893
29	14,258	15,574	16,047	17,708	19,768	22,475	24,577	28,336	32,461	35,139	39,087	42,557	43,604	45,722	46,693	49,588	55,792	58,302
30	14,953	16,306	16,791	18,493	20,599	23,364	25,508	29,336	33,530	36,250	40,256	43,773	44,834	46,979	47,962	50,892	57,167	59,703
p =	99%	98%	97,5%	95%	90%	80%	70%	50%	30%	20%	10%	5%	4%	2,5%	2%	1%	0,2%	0,1%

APÊNDICE 1 - SCRIPT DESENVOLVIDO PARA O AJUSTAMENTO DAS OBSERVAÇÕES, PARA OS DADOS PRÉ-EXISTENTES, PELO MMQ, NO MODELO PARAMÉTRICO.

```
clear
clc
format(12)
```

```
printf("\nUniversidade Federal de Pernambuco")
printf("\nDisciplina: Trabalho de Conclusão de Curso - TCC2");
printf("\nDocente - Orientadora: Profa Dra Andrea de Seixas");
printf("\nDocente - Examinadora interna: Profa Dra Maria de Lourdes");
printf("\nDocente - Examinador interno: Prof Dr Francisco Jaime Bezerra Mendonça");
printf("\nDiscente: Maurício José da Silva\n");
```

```

function [Az]=azimute(Xi, Yi, Xj, Yj)
delX=Xj-Xi;
delY=Yj-Yi;
if (delX==0) & (delY==0)
    disp('ERRO, POIS AS COORDENADAS DOS VÉRTICES SÃO IGUAIS!')
end
if (delX==0) & (delY>0)
    Az=0;
end
if (delX==0) & (delY<0)
    Az=180;
end
if (delX>0) & (delY==0)
    Az=90;
end
if (delX<0) & (delY==0)
    Az=270;
end
if (delX>0) & (delY>0)
    Az=atan(abs((delX)/(delY)));
    Az=Az*180/%pi;
elseif (delX>0) & (delY<0)
    Az=%pi-(atan(abs((delX)/(delY))));
    Az=Az*180/%pi;
elseif (delX<0) & (delY<0)
    Az=%pi+(atan(abs((delX)/(delY))));
    Az=Az*180/%pi;
elseif (delX<0) & (delY>0)
    Az=2*%pi-(atan(abs((delX)/(delY))));
    Az=Az*180/%pi;
end
endfunction

// função para calcular a derivada angular
function [dix, diy, djx, djy, dkx, dky]=DANG(Xi, Yi, Xj, Yj, Xk, Yk)
Sij=sqrt((Xj-Xi)^2 + (Yj-Yi)^2); //calculo da distancia em RÉ
Sik=sqrt((Xk-Xi)^2 + (Yk-Yi)^2); //Calculo da distancia em VANTE
djx=((Yi-Yj)/Sij^2);
dij=((Xj-Xi)/Sij^2);
dix=((Yi-Yk)/Sik^2) - ((Yi-Yj)/Sij^2);
diy=((Xk-Xi)/Sik^2) - ((Xj-Xi)/Sij^2);
dkx=((Yk-Yi)/Sik^2);
dky=((Xi-Xk)/Sik^2);
endfunction

//dados fornecidos
//Coordenadas fixas
REC= [149914.449;250291.174] //REC
EPS04=[149811.215;249927.136] //EPS04

```

```

EPS07=[149718.3980;249854.310] //EPS07
EPS02=[149885.595;250406.169] //EPS02
//Valores iniciais aproximados das observações
x0 =[149832.0;250238.0;
      149818.0;250125.0;
      149809.0;250030.0;]

//Distâncias horizontais das observações
Dist1=97.0898; //REC_CA
Dist2=114.522; //CA_CFCH
Dist3=95.4229; //CFCH_CAC
Dist4=103.0808; //CAC_EPS04

//Desvio padrão das Distâncias
Pd1=0.002;
Pd2=0.002;
Pd3=0.002;
Pd4=0.002;

//Ângulos da Poligonal, já corrigidos
Ang1 = [251 25 53.964]; //EPS02<REC>CA
Ang2 = [129 56 2.464]; //REC<CA>CFCH
Ang3 = [178 08 49.714]; //CA<CFCH>CAC
Ang4 = [173 26 16.714]; //CA<CAC>EPS04
Ang5 = [233 00 58.964]; //CAC<EPS04>EPS07

//ângulos convertidos em décimo de segundos
Ang1 = Ang1(1)+(Ang1(2)/60)+(Ang1(3)/3600);
Ang2 = Ang2(1)+(Ang2(2)/60)+(Ang2(3)/3600);
Ang3 = Ang3(1)+(Ang3(2)/60)+(Ang3(3)/3600);
Ang4 = Ang4(1)+(Ang4(2)/60)+(Ang4(3)/3600);
Ang5 = Ang5(1)+(Ang5(2)/60)+(Ang5(3)/3600);

//Desvio padrão dos ângulos (em segundos)
PAng1=2;
PAng2=2;
PAng3=2;
PAng4=2;
PAng5=2;

//Vetor LB
LB = [Ang1;Ang2;Ang3;Ang4;Ang5;Dist1;Dist2;Dist3;Dist4];

//programação para a Interação
x(1)=10;
x(2)=10;
x(3)=10;
x(4)=10;
x(5)=10;

```

```

x(6)=10;
int=1;

//ângulos aproximados
while ((abs(x(1))) > 0.001 | (abs(x(2))) > 0.001 | (abs(x(3))) > 0.001 | (abs(x(4))) > 0.001
| (abs(x(5))) > 0.001 | (abs(x(6)))>0.001)
//calculos dos angulos aproximados, medianes as coordenadas aproximadas;
//EPS02<REC>CA - Estação REC2, ré em EPS02 e vante em CA;
[AzRECEPS02]=azimute(REC(1),REC(2),EPS02(1),EPS02(2));
[AzRECCA]= azimute(REC(1),REC(2),x0(1),x0(2));
L0(1) = AzRECCA - (AzRECEPS02);
    if L0(1) < 0
        L0(1) = (360 + L0(1));
    end

//REC<CA>CFCH - Estação CA, ré em REC e vante em CFCH;
[AzCAREC]=azimute(x0(1),x0(2),REC(1),REC(2));
[AzCACFCH]=azimute(x0(1),x0(2),x0(3),x0(4));
L0(2) = AzCACFCH - AzCAREC;
    if L0(2) < 0
        L0(2) = (360 + L0(2));
    end

//CA<CFCH>CAC - Estação CFCH, ré em CA e vante em CAC;
[AzCFCHCA]=azimute(x0(3),x0(4),x0(1),x0(2));
[AzCFCHCAC]=azimute(x0(3),x0(4),x0(5),x0(6));
L0(3) = AzCFCHCAC - AzCFCHCA;
    if L0(3) < 0
        L0(3) = (360 + L0(3));
    end

//CFCH<CAC>EPS04 - Estação CAC, ré em CFCH e vante em EPS04;
[AzCACCFCH]=azimute(x0(5),x0(6),x0(3),x0(4));
[AzCACEPS04]=azimute(x0(5),x0(6),EPS04(1),EPS04(2));
L0(4) = AzCACEPS04 - AzCACCFCH;
    if L0(4) < 0
        L0(4) = (360 + L0(4));
    end

//CAC<EPS04>EPS07 - Estação EPS04, ré em CAC e vante em EPS07;
[AzEPS04CAC]=azimute(EPS04(1),EPS04(2),x0(5),x0(6));
[AzEPS04EPS07]=azimute(EPS04(1),EPS04(2),EPS07(1),EPS07(2));
L0(5) = AzEPS04EPS07 - (AzEPS04CAC);
    if L0(5) < 0
        L0(5) = (360 + L0(5));
    end

//Tambem é feito o calculo das distâncias aproximadas, para assim compor a matriz A.
//valores estimados das distâncias

```

```

L0(6) = sqrt((REC(1) - x0(1))^2 + (REC(2) - x0(2))^2);
L0(7) = sqrt((x0(1) - x0(3))^2 + (x0(2) - x0(4))^2);
L0(8) = sqrt((x0(3) - x0(5))^2 + (x0(6) - x0(4))^2);
L0(9) = sqrt((x0(5) - EPS04(1))^2 + (x0(6) - EPS04(2))^2);

//O Vetor L corresponde a diferenca entre L = L0 - BB
L=L0-LB
printf('\nValor do vetor Lb\n')
disp(LB);
printf('\nValor do vetor L0\n ')
disp(L0);
printf('\nValor do vetor L\n')
disp(L);

//TRANSOFRMAÇÃO EM SEGUNDOS
for i= 1:5
    L(i)=L(i)*3600
end
printf("\nVetor L (segundos):\n")
disp(L);
//Matriz A, derivada
//matriz Ang:

[dix,diy,djx,djy,Ang(1,1),Ang(1,2)]=DANG(REC(1),REC(2),EPS02(1),EPS02(2),x0(1),x0(2)
);
[Ang(2,1),Ang(2,2),djx,djy,Ang(2,3),Ang(2,4)]=DANG(x0(1),x0(2),REC(1),REC(2),x0(3),x0(4)
(4));
[Ang(3,3),Ang(3,4),Ang(3,1),Ang(3,2),Ang(3,5),Ang(3,6)]=DANG(x0(3),x0(4),x0(1),x0(2),
x0(5),x0(6));
[Ang(4,5),Ang(4,6),Ang(4,3),Ang(4,4),dkx,dky]=DANG(x0(5),x0(6),x0(3),x0(4),EPS04(1),
EPS04(2));
[dix,diy,Ang(5,5),Ang(5,6),dkx,dky]=DANG(EPS04(1),EPS04(2),x0(5),x0(6),EPS07(1),EPS
07(2));
printf("\nMatriz A parte agular em rad:\n")
disp(Ang);

Ro = 206264.8036;
//distâncias matriz Ang
Ang(6,1)=[(x0(1)-REC(1))/L0(6)];
Ang(6,2)=[(x0(2)-REC(2))/L0(6)];
Ang(7,1)=-[(x0(3)-x0(1))/L0(7)];
Ang(7,2)=-[(x0(4)-x0(2))/L0(7)];
Ang(7,3)=[(x0(3)-x0(1))/L0(7)];
Ang(7,4)=[(x0(4)-x0(2))/L0(7)];
Ang(8,3)=-[(x0(5)-x0(3))/L0(8)];
Ang(8,4)=-[(x0(6)-x0(4))/L0(8)];
Ang(8,5)=[(x0(5)-x0(3))/L0(8)];
Ang(8,6)=[(x0(6)-x0(4))/L0(8)];
Ang(9,5)=-[(EPS04(1)-x0(5))/L0(9)];

```

```
Ang(9,6)=-((EPS04(2)-x0(6))/L0(9));
```

```
A=[(Ang(1,1)*Ro) (Ang(1,2)*Ro) 0 0 0 0
    (Ang(2,1)*Ro) (Ang(2,2)*Ro) (Ang(2,3)*Ro) (Ang(2,4)*Ro) 0 0
    (Ang(3,1)*Ro) (Ang(3,2)*Ro) (Ang(3,3)*Ro) (Ang(3,4)*Ro) (Ang(3,5)*Ro) (Ang(3,6)*Ro)
    0 0 (Ang(4,3)*Ro) (Ang(4,4)*Ro) (Ang(4,5)*Ro) (Ang(4,6)*Ro)
    0 0 0 0 (Ang(5,5)*Ro) (Ang(5,6)*Ro)
    Ang(6,1) Ang(6,2) 0 0 0 0
    Ang(7,1) Ang(7,2) Ang(7,3) Ang(7,4) 0 0
    0 0 Ang(8,3) Ang(8,4) Ang(8,5) Ang(8,6)
    0 0 0 0 Ang(9,5) Ang(9,6)];
printf("\nMatriz A Parte angular em segundos e as distâncias em metros\n");
disp(A);
```

```
//Pesos
```

```
Peso=[1/(PAng1^2);1/(PAng2^2);1/(PAng3^2);1/(PAng4^2);1/(PAng5^2);
      1/(Pd1^2);1/(Pd2^2);1/(Pd3^2);1/(Pd4^2)];
Pdiag= diag(Peso);
printf("\nMatriz dos Pesos (P):\n");
disp(Pdiag);
```

```
//Correção
```

```
x = -(inv(A'*Pdiag*A)*(A'*Pdiag*L));
//printf("\nValor de X:\n");
//disp(x);
//ajust dos parâmetros
xa = x0 + x;
x0 = xa;
int = int + 1;
if int >= 10
    disp('Não convergiu com menos de 10 iterações')
    break
end
```

```
disp(int,'número de iterações')
end
printf("\nCOORDENADAS CORRIGIDAS:\n",xa);
disp(xa);
printf("\nMATRIZ DAS CORRECOES:\n",x);
disp(x);
```

```
GrauLiberdade=3//Vai ser  $G = n - m$ , onde  $n$  é o numero de observações e  $m$  é o numero de incognitas
```

```
printf("Grau de Liberdade:");
disp(GrauLiberdade);
```

```
//valor dos resíduos
```

```
V= A * x +L;
printf("\nvalor dos resíduos:\n");
```

```

disp(V);
//Variância a posteriori
vap=(V'*Pdiag*V)/GrauLiberdade;
printf("\nvariância a posteriori:\n");
disp(vap);
//Matriz variância covariância parâmetro ajustados
MVCXa=vap*(inv(A'*Pdiag*A));
printf("\nMatriz variância covariância dos Parâmetros Ajustados:\n");
disp (MVCXa);
//Desvio padrão da Matriz variância covariância parâmetros ajustados
DesvMVCXa=(sqrt(diag(MVCXa)));
printf("\nDesvio padrão da Matriz variância covariância dos Parâmetros ajustados\n")
disp(DesvMVCXa);
//Matriz Variância Covariância observações ajustadas
MVCLbA=(A*MVCXa*A');
printf("\nMatriz Variância-Covariância das Observações: \n")
disp(MVCLbA);
//Desvio padrão da Matriz Variância-Covariância observações ajustadas
DesvMVCLbA=(sqrt(diag(MVCLbA)));
printf("\nDesvio Padrão da Matriz Variância-Covariância das Observações:\n ")
disp(DesvMVCLbA);

//Qui-Quadrado
//QuiQua=V'*Pdiag*V;
QuiQua = (vap/1)*3;
if (0.22< QuiQua) & (QuiQua <9.35) then
disp('TESTE QUI QUADRADO: PASSOU')
else
disp('TESTE QUI QUADRADO: NAO PASSOU')
end

printf("\nValor Qui-Quadrado:\n ")
disp(QuiQua);

XCA = xa(1,1);
YCA = xa(2,1);
XCFCH = xa(3,1);
YCFCH = xa(4,1);
XCAC = xa(5,1);
YCAC = xa(6,1);

σx1 = DesvMVCXa(1,1);
σy1 = DesvMVCXa(2,1);
σx2 = DesvMVCXa(3,1);
σy2 = DesvMVCXa(4,1);
σx3 = DesvMVCXa(5,1);
σy3 = DesvMVCXa(6,1);

printf("\n>>>>>>>Ajustamento de Poligonal Enquadrada<<<<<<<\n");

```

```

printf("      >>>>>>>Método Paramétrico<<<<<<<\n");
printf("\n      Coordenadas Finais");
printf("\nID          x          y          ±σx          ±σy");
printf("\n CA          | %.3f | %.3f | %.3f | %.3f ",XCA,YCA,σx1,σy1);
printf("\n CFCH        | %.3f | %.3f | %.3f | %.3f ",XCFCH,YCFCH,σx2,σy2);
printf("\n CAC          | %.3f | %.3f | %.3f | %.3f ",XCAC,YCAC,σx3,σy3);

```

APÊNDICE 2 - SCRIPT DESENVOLVIDO PARA A TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS CARTESIANAS PLANAS EM COORDENADAS TOPOCÊNTRICAS.

```

clc
clear
format(12)
printf("\nUniversidade Federal de Pernambuco")
printf("\nDisciplina TCC 2");
printf("\nProfa Dra Andrea de Seixas");
printf("\nDiscente: Maurício José da Silva\n");
printf("\nCONVERSÃO DE COORDENADAS CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS PARA
LOCAIS\n ");

//DADOS DE ENTRADA
//Coordenadas Cartesianas Geocentricas
MAU2 = [5176708.789;-3617829.930;-887882.630]
lat2 = [8 03 20.60651];
long2 = [34 56 54.31784];
alt2 = 1.905//Altitude Geometrica/Elpsoidal
//Conversão de Graus para Graus Decimais
lat2 = -(lat2(1)+(lat2(2)/60)+(lat2(3)/3600));
long2 = -(long2(1)+(long2(2)/60)+(long2(3)/3600));
//Origem do Sistema de Coordenadas Cartesianas Geocentrica
RECF = [5176575.699;-3618153.108;-887361.684];
Olat = [8 03 03.4697];
Olong = [34 57 05.4591];
Oalti = 4.217//Altitude da Origem, Altitude Elpsoidal
//Conversão de Graus para Graus Decimais
Olat = -(Olat(1)+(Olat(2)/60)+(Olat(3)/3600));
Olong = -(Olong (1)+(Olong (2)/60)+(Olong (3)/3600));

//Projeção UTM Datum H SIRGAS2000
OriN = 10000000.0;
OriE = 500000.0;
a = 6378137
f = 1/298.257222101;
b = a *(1-(1/298.257222101));
//Primeira Excentricidade Quadratica
e2 = (a2 - b2)/a2;

```

```

//Grande Normal
N = a / (sqrt(1-(e2*sin(lat2*%pi/180)2)));
X = (N + alt2)*cos(lat2*(%pi/180))*cos(long2*(%pi/180));
Y = (N + alt2)*cos(lat2*(%pi/180))*sin(long2*(%pi/180));
Z = (N*(1-e2)+alt2)*sin(lat2*(%pi/180));

//Calcular as Coordenadas Cartesianas Locais
//De acordo com o Manual Técnico de Posicionamento 1 ed - 2013, INCRA
//9.1 CONVERSÃO DE COORDENADAS CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS PARA LOCAIS
//MATRIZES
senOlat = sin(Olat*(%pi/180));
coseOlat = cos(Olat*(%pi/180));
senOlong = sin(Olong*(%pi/180));
coseOlong = cos(Olong*(%pi/180));

M1 = [1 0 0;
      0 senOlat coseOlat;
      0 -coseOlat senOlat];

M2 = [-senOlong coseOlong 0;
      -coseOlong -senOlong 0;
      0 0 1];
//Vetor da variação das coordenadas Cartesianas
DeltX = MAU2(1)- RECF(1);
DeltY = MAU2(2)- RECF(2);
DeltZ = MAU2(3)- RECF(3);

Delt = [DeltX;
      DeltY;
      DeltZ];

CoordC = (M1 * M2) * Delt;
disp(CoordC);

eMAU2 = 150000.00 + CoordC(1);
nMAU2 = 250000.00 + CoordC(2);
printf("\n   Coordenadas Finais");
printf("\nID      e      n      ");
printf("\n MAU2   |   %.4f   |   %.4f   ",eMAU2,nMAU2);

```

APÊNDICE 3 - SCRIPT DESENVOLVIDO PARA O AJUSTAMENTO DA POLIGONAL DO TRECHO GERAL.

```

clc
clear
format(12)
printf("\nUniversidade Federal de Pernambuco")

```

```
printf("\nDisciplina TCC");
printf("\nOrientadora: Profa Dra Andrea de Seixas");
printf("\nBanca: Profa Dra Maria de Lourdes de Aquino Macedo Gonçalves");
printf("\nBanca: Prof Dr Francisco Jaime Bezerra Mendonça");
printf("\nDiscente: Maurício José da Silva\n\n");
```

```
function [Az]=azimute(Xi, Yi, Xj, Yj)
delX=Xj-Xi;
delY=Yj-Yi;
if (delX==0) & (delY==0)
    disp('ERRO, POIS AS COORDENADAS DOS VÉRTICES SÃO IGUAIS!')
end
if (delX==0) & (delY>0)
    Az=0;
end
if (delX==0) & (delY<0)
    Az=180;
end
if (delX>0) & (delY==0)
    Az=90;
end
if (delX<0) & (delY==0)
    Az=270;
end
if (delX>0) & (delY>0)
    Az=atan(abs((delX)/(delY)));
    Az=Az*180/%pi;
elseif (delX>0) & (delY<0)
    Az=%pi-(atan(abs((delX)/(delY))));
    Az=Az*180/%pi;
elseif (delX<0) & (delY<0)
    Az=%pi+(atan(abs((delX)/(delY))));
    Az=Az*180/%pi;
elseif (delX<0) & (delY>0)
    Az=2*%pi-(atan(abs((delX)/(delY))));
    Az=Az*180/%pi;
end
endfunction
```

// função para calcular a derivada angular

```
function [dix, diy, djx, djy, dkx, dky]=DANG(Xi, Yi, Xj, Yj, Xk, Yk)
Sij=sqrt((Xj-Xi)^2 + (Yj-Yi)^2); //calculo da distancia em RÉ
Sik=sqrt((Xk-Xi)^2 + (Yk-Yi)^2); //Calculo da distancia em VANTE
djx=((Yi-Yj)/Sij^2);
dij=((Xj-Xi)/Sij^2);
dix=((Yi-Yk)/Sik^2) - ((Yi-Yj)/Sij^2);
diy=((Xk-Xi)/Sik^2) - ((Xj-Xi)/Sij^2);
dkx=((Yk-Yi)/Sik^2);
dky=((Xi-Xk)/Sik^2);
endfunction
```

//Dados de Entradas

printf("\nDados de Entrada\n");

//Coordenadas fixas

EPS04=[149811.215;249927.136;] *//EPS04*

EPS07=[149718.3980;249854.310;] *//EPS07*

MAU2=[150341.1337;249473.5363;] *//MAU2*

EPS05=[150430.788;249388.919;] *//EPS05*

printf("\nID x(m) y(m)");

printf("\nEPS04 %.4f %.4f ",EPS04(1),EPS04(2));

printf("\nEPS07 %.4f %.4f ",EPS07(1),EPS07(2));

printf("\nMAU2 %.4f %.4f ",MAU2(1),MAU2(2));

printf("\nEPS05 %.4f %.4f\n ",EPS05(1),EPS05(2));

//Valores estimados para os Vértices Pilar7, Pilar5 e Pilar1, MAU1, EPS06, P1, P2, P3, P4, P5 e P6.

x1 = 149710.388;

y1 = 249778.096;

x2 = 149702.924;

y2 = 249706.739;

x3 = 149692.901;

y3 = 249611.505;

x4 = 149696.552;*//MAU1*

y4 = 249582.598;*//MAU1*

x5 = 149669.943;*//149669.906*

y5 = 249453.3402;*//249453.330*

x6 = 149754.297;

y6 = 249504.5270;

x7 = 149825.987;

y7 = 249548.886;

x8 = 149954.480;

y8 = 249524.665;

x9 = 150135.701;

y9 = 249512.031;

x10 = 150186.151;

y10 = 249527.495;

x11 = 150290.694;

y11 = 249479.516;

//Distâncias

Dist1=76.6355; *//EPS07_Pilar7*

Dist2=71.7463; *//Pilar7_Pilar5*

Dist3=95.7605; *//Pilar5_Pilar1*

Dist4=29.1368; *//Pilar1_MAU1*

Dist5=131.9701; *//MAU1_EPS06=131.9678*

Dist6=98.6992; *//EPS06_P1*

Dist7=84.3045; *//P1_P2*

Dist8=130.7555; *//P2_P3*

Dist9=181.6610; *//P3_P4*

Dist10=52.7673; *//P4_P5*

Dist11=115.0266; //P5_P6
 Dist12=50.8146; //P6_MAU2

//Distâncias ate os RN-EPSs

DistRNE4 = 117.7213;
 DistRNE7 = 76.410;
 DistRNE6 = 131.9418;
 DistRNE5 = 123.0061;

//Ângulos

Ang1 = [134 7 4.25]; //EPS04<EPS07>Pilar7
 Ang2 = [179 58 20.25]; //EPS07<Pilar7>Pilar5
 Ang3 = [180 02 9.5]; //Pilar7<Pilar5>Pilar1
 Ang4 = [166 47 43.75]; //Pilar5<Pilar1>MAU1
 Ang5 = [198 49 44]; //Pilar1<MAU1>EPS06
 Ang6 = [47 7 5.75]; //MAU1<EPS06>P1
 Ang7 = [179 30 5.50]; //EPS06<P1>P2
 Ang8 = [222 25 23.50]; //P1<P2>P3
 Ang9 = [173 18 47.25]; //P2<P3>P4
 Ang10 = [158 58 13.75]; //P3<P4>P5
 Ang11 = [221 41 36.75]; //P4<P5>P6
 Ang12 = [161 52 23.50]; //P5<P6>MAU2
 Ang13 = [216 47 55.00]; //P6<MAU2>EPS05

//Ângulos ate os RN-EPSs

AngRN4 = [359 53 34];
 AngRN7 = [0 6 22];
 AngRN6 = [198 42 42];
 AngRN5 = [216 52 23.00];

//ângulos convertidos em décimo de segundos

Ang1 = Ang1(1)+(Ang1(2)/60)+(Ang1(3)/3600);
 Ang2 = Ang2(1)+(Ang2(2)/60)+(Ang2(3)/3600);
 Ang3 = Ang3(1)+(Ang3(2)/60)+(Ang3(3)/3600);
 Ang4 = Ang4(1)+(Ang4(2)/60)+(Ang4(3)/3600);
 Ang5 = Ang5(1)+(Ang5(2)/60)+(Ang5(3)/3600);
 Ang6 = Ang6(1)+(Ang6(2)/60)+(Ang6(3)/3600);
 Ang7 = Ang7(1)+(Ang7(2)/60)+(Ang7(3)/3600);
 Ang8 = Ang8(1)+(Ang8(2)/60)+(Ang8(3)/3600);
 Ang9 = Ang9(1)+(Ang9(2)/60)+(Ang9(3)/3600);
 Ang10 = Ang10(1)+(Ang10(2)/60)+(Ang10(3)/3600);
 Ang11 = Ang11(1)+(Ang11(2)/60)+(Ang11(3)/3600);
 Ang12 = Ang12(1)+(Ang12(2)/60)+(Ang12(3)/3600);
 Ang13 = Ang13(1)+(Ang13(2)/60)+(Ang13(3)/3600);

//Angulos em decimais ate os EPs

AngRN4 = AngRN4(1)+(AngRN4(2)/60)+(AngRN4(3)/3600);
 AngRN7 = AngRN7(1)+(AngRN7(2)/60)+(AngRN7(3)/3600);
 AngRN6 = AngRN6(1)+(AngRN6(2)/60)+(AngRN6(3)/3600);
 AngRN5 = AngRN5(1)+(AngRN5(2)/60)+(AngRN5(3)/3600);

//Azimutes dos RNs

```
AzE7RNE4 = [51 46 27];
AzE7RNE4 = AzE7RNE4(1)+(AzE7RNE4(2)/60)+(AzE7RNE4(3)/3600);
AzP7RNE7 = [6 6 20];
AzP7RNE7 = AzP7RNE7(1)+(AzP7RNE7(2)/60)+(AzP7RNE7(3)/3600);
AzM1RNE6 = [191 30 52];
AzM1RNE6 = AzM1RNE6(1)+(AzM1RNE6(2)/60)+(AzM1RNE6(3)/3600);
```

//Desvio dos ângulos (em segundos)

```
PAng1=7.258;
PAng2=4.265;
PAng3=4.031;
PAng4=5.309;
PAng5=4.528;
PAng6=6.991;
PAng7=8.5;
PAng8=8.3815;
PAng9=6.2600;
PAng10=4.3229;
PAng11=6.2600;
PAng12=6.5765;
PAng13=10.5119;
```

//Vetor LB

```
LB=[Ang1;Ang2;Ang3;Ang4;Ang5;Ang6;Ang7;Ang8;Ang9;Ang10;Ang11;Ang12;Ang13;Dist
1;Dist2;Dist3;Dist4;Dist5;Dist6;Dist7;Dist8;Dist9;Dist10;Dist11;Dist12];
```

//Desvio padrão das Distâncias

```
Pd1=0.00409+5*LB(14)/1000000;
Pd2=0.00211+5*LB(15)/1000000;
Pd3=0.00229+5*LB(16)/1000000;
Pd4=0.00180+5*LB(17)/1000000;
Pd5=0.000655+5*LB(18)/1000000;
Pd6=0.0065+5*LB(19)/1000000;
Pd7=0.001+5*LB(20)/1000000;
Pd8=0.0025+5*LB(21)/1000000;
Pd9=0.0022+5*LB(22)/1000000;
Pd10=0.0019+5*LB(23)/1000000;
Pd11=0.0018+5*LB(24)/1000000;
Pd12=0.0034+5*LB(25)/1000000;
```

//programação

```
x(1)=10;
x(2)=10;
x(3)=10;
x(4)=10;
```

```
while((abs(x(1)))>0.001|(abs(x(2)))>0.001|(abs(x(3)))>0.001|(abs(x(4)))>0.001);
```

```

it=1
it=it+1;

//ângulos aproximados
//EPS04<EPS07>PILAR7
[AzEPS07EPS04]=azimute(EPS07(1),EPS07(2),EPS04(1),EPS04(2));
[AzEPS07PL7]= azimute(EPS07(1),EPS07(2),x1,y1);
L0(1) = AzEPS07PL7 - AzEPS07EPS04;
if L0(1) < 0
    L0(1) = (360 + L0(1));
end

//EPS07<PILAR7>PILAR5
[AzPL7EPS07]=azimute(x1,y1,EPS07(1),EPS07(2));
[AzPL7PL5]=azimute(x1,y1,x2,y2);
L0(2) = AzPL7PL5 - AzPL7EPS07;
if L0(2) < 0
    L0(2) = (360 + L0(2));
end

//PILAR7<PILAR5>PILAR1
[AzPL5PL7]=azimute(x2,y2,x1,y1);
[AzPL5PL1]=azimute(x2,y2,x3,y3);
L0(3) = AzPL5PL1 - AzPL5PL7;
if L0(3) < 0
    L0(3) = (360 + L0(3));
end

//PILAR5<PILAR1>MAU1
[AzPL1PL5]=azimute(x3,y3,x2,y2);
[AzPL1MAU1]=azimute(x3,y3,x4,y4);
L0(4) = AzPL1MAU1 - AzPL1PL5
if L0(4) < 0
    L0(4) = (360 + L0(4));
end

//PILAR1<MAU1>EPS06
[AzMAU1PL1]=azimute(x4,y4,x3,y3);
[AzMAU1EPS06]=azimute(x4,y4,x5,y5);
L0(5) = AzMAU1EPS06 - AzMAU1PL1 ;
if L0(5) < 0
    L0(5) = (360 + L0(5));
end

//MAU1<EPS06>P1
[AzEPS06MAU1]=azimute(x5,y5,x4,y4);
[AzEPS06P1]=azimute(x5,y5,x6,y6);
L0(6) = AzEPS06P1 - AzEPS06MAU1 ;
if L0(6) < 0
    L0(6) = (360 + L0(6));
end

```

end

//EPS06<P1>P2

[AzP1EPS06]=azimute(x6,y6,x5,y5);

[AzP1P2]=azimute(x6,y6,x7,y7);

L0(7) = AzP1P2 - AzP1EPS06 ;

if L0(7) < 0

 L0(7) = (360 + L0(7));

end

//P1<P2>P3

[AzP2P1]=azimute(x7,y7,x6,y6);

[AzP2P3]=azimute(x7,y7,x8,y8);

L0(8) = AzP2P3 - AzP2P1;

if L0(8) < 0

 L0(8) = (360 + L0(8));

end

//P2<P3>P4

[AzP3P2]=azimute(x8,y8,x7,y7);

[AzP3P4]=azimute(x8,y8,x9,y9);

L0(9) = AzP3P4 - AzP3P2;

if L0(9) < 0

 L0(9) = (360 + L0(9));

end

//P3<P4>P5

[AzP4P3]=azimute(x9,y9,x8,y8);

[AzP4P5]=azimute(x9,y9,x10,y10);

L0(10) = AzP4P5 - AzP4P3;

if L0(10) < 0

 L0(10) = (360 + L0(10));

end

//P4<P5>P6

[AzP5P4]=azimute(x10,y10,x9,y9);

[AzP5P6]=azimute(x10,y10,x11,y11);

L0(11) = AzP5P6 - AzP5P4;

if L0(11) < 0

 L0(11) = (360 + L0(11));

end

//P5<P6>MAU2

[AzP6P5]=azimute(x11,y11,x10,y10);

[AzP6MAU2]=azimute(x11,y11,MAU2(1),MAU2(2));

L0(12) = AzP6MAU2 - AzP6P5;

if L0(12) < 0

 L0(12) = (360 + L0(12));

end

```
//P6<MAU2>EPS05
```

```
[AzMAU2P6]=azimute(MAU2(1),MAU2(2),x11,y11);
[AzP6MAU2]=azimute(MAU2(1),MAU2(2),EPS05(1),EPS05(2));
L0(13) = AzP6MAU2 - AzMAU2P6;
    if L0(13) < 0
        L0(13) = (360 + L0(13));
    end
```

```
//valores estimados das distâncias
```

```
L0(14) = sqrt((EPS07(1) - x1)^2 + (EPS07(2) - y1)^2);
L0(15) = sqrt((x1 - x2)^2 + (y1 - y2)^2);
L0(16) = sqrt((x2 - x3)^2 + (y2 - y3)^2);
L0(17) = sqrt((x3 - x4)^2 + (y3 - y4)^2);
L0(18) = sqrt((x4 - x5)^2 + (y4 - y5)^2);
L0(19) = sqrt((x5 - x6)^2 + (y5 - y6)^2);
L0(20) = sqrt((x6 - x7)^2 + (y6 - y7)^2);
L0(21) = sqrt((x7 - x8)^2 + (y7 - y8)^2);
L0(22) = sqrt((x8 - x9)^2 + (y8 - y9)^2);
L0(23) = sqrt((x9 - x10)^2 + (y9 - y10)^2);
L0(24) = sqrt((x10 - x11)^2 + (y10 - y11)^2);
L0(25) = sqrt((x11 - MAU2(1))^2 + (y11 - MAU2(2))^2);
```

```
L=L0-LB
```

```
printf("\nValor do vetor Lb, Observações realizadas em Campo\n')
disp(LB);
printf("\nValor do vetor L0, Observações estimadas\n ')
disp(L0);
printf("\nValor do vetor L, a diferença entre L = L0 - LB\n')
disp(L);
```

```
//Transformação em Segundos
```

```
    for i= 1:13
        L(i)=L(i)*3600
    end
printf("\nVetor L (segundos):\n")
disp(L);
```

```
//Matriz A, derivadas parciais dos Ângulos
```

```
[dix,diy,djx,djy,Ang(1,1),Ang(1,2)]=DANG(EPS07(1),EPS07(2),EPS04(1),EPS04(2),x1,y1);
[Ang(2,1),Ang(2,2),dix,djy,Ang(2,3),Ang(2,4)]=DANG(x1,y1,EPS07(1),EPS07(2),x2,y2);
[Ang(3,3),Ang(3,4),Ang(3,1),Ang(3,2),Ang(3,5),Ang(3,6)]=DANG(x2,y2,x1,y1,x3,y3);
[Ang(4,5),Ang(4,6),Ang(4,3),Ang(4,4),dkx,dky]=DANG(x3,y3,x2,y2,x4,y4);
[Ang(5,7),Ang(5,8),Ang(5,5),Ang(5,6),Ang(5,9),Ang(5,10)]=DANG(x4,y4,x3,y3,x5,y5);
[Ang(6,9),Ang(6,10),Ang(6,7),Ang(6,8),Ang(6,11),Ang(6,12)]=DANG(x5,y5,x4,y4,x6,y6);
[Ang(7,11),Ang(7,12),Ang(7,9),Ang(7,10),Ang(7,13),Ang(7,14)]=DANG(x6,y6,x5,y5,x7,y7);
[Ang(8,13),Ang(8,14),Ang(8,11),Ang(8,12),Ang(8,15),Ang(8,16)]=DANG(x7,y7,x6,y6,x8,y8);
[Ang(9,15),Ang(9,16),Ang(9,13),Ang(9,14),Ang(9,17),Ang(9,18)]=DANG(x8,y8,x7,y7,x9,y9);
[Ang(10,17),Ang(10,18),Ang(10,15),Ang(10,16),Ang(10,19),Ang(10,20)]=DANG(x9,y9,x8,y8,x10,y10);
```

```
[Ang(11,19),Ang(11,20),Ang(11,17),Ang(11,18),Ang(11,21),Ang(11,22)]=DANG(x10,y10,x9,
y9,x11,y11);
[Ang(12,21),Ang(12,22),Ang(12,19),Ang(12,20),dkx,dky]=DANG(x11,y11,x10,y10,MAU2(1)
,MAU2(2));
[dix,diy,Ang(13,21),Ang(13,22),dkx,dky]=DANG(MAU2(1),MAU2(2),x11,y11,EPS05(1),EP
S05(2));
```

```
printf("\nMatriz A parte agular em rad:\n");
disp(Ang);
```

//Matriz A, derivadas parciais das Distâncias

```
Ang(14,1)=((x1-EPS07(1))/L0(14));
Ang(14,2)=((y1-EPS07(2))/L0(14));
Ang(15,1)=-((x2-x1)/L0(15));
Ang(15,2)=-((y2-y1)/L0(15));
Ang(15,3)=((x2-x1)/L0(15));
Ang(15,4)=((y2-y1)/L0(15));
Ang(16,3)=-((x3-x2)/L0(16));
Ang(16,4)=-((y3-y2)/L0(16));
Ang(16,5)=((x3-x2)/L0(16));
Ang(16,6)=((y3-y2)/L0(16));
Ang(17,5)=-((x4-x3)/L0(17));
Ang(17,6)=-((y4-y3)/L0(17));
Ang(17,7)=((x4-x3)/L0(17));
Ang(17,8)=((y4-y3)/L0(17));
Ang(18,7)=-((x5-x4)/L0(18));
Ang(18,8)=-((y5-y4)/L0(18));
Ang(18,9)=((x5-x4)/L0(18));
Ang(18,10)=((y5-y4)/L0(18));
Ang(19,9)=-((x6-x5)/L0(19));
Ang(19,10)=-((y6-y5)/L0(19));
Ang(19,11)=((x6-x5)/L0(19));
Ang(19,12)=((y6-y5)/L0(19));
Ang(20,11)=-((x7-x6)/L0(20));
Ang(20,12)=-((y7-y6)/L0(20));
Ang(20,13)=((x7-x6)/L0(20));
Ang(20,14)=((y7-y6)/L0(20));
Ang(21,13)=-((x8-x7)/L0(21));
Ang(21,14)=-((y8-y7)/L0(21));
Ang(21,15)=((x8-x7)/L0(21));
Ang(21,16)=((y8-y7)/L0(21));
Ang(22,15)=-((x9-x8)/L0(22));
Ang(22,16)=-((y9-y8)/L0(22));
Ang(22,17)=((x9-x8)/L0(22));
Ang(22,18)=((y9-y8)/L0(22));
Ang(23,17)=-((x10-x9)/L0(23));
Ang(23,18)=-((y10-y9)/L0(23));
Ang(23,19)=((x10-x9)/L0(23));
Ang(23,20)=((y10-y9)/L0(23));
Ang(24,19)=-((x11-x10)/L0(24));
```



```
printf("\nNúmero de iterações\n");
disp(it);
end
```

GrauLiberdade=3//Vai ser $G = n - m$, onde n é o numero de observações e m é o numero de incognitas

```
printf("Grau de Liberdade:");
disp(GrauLiberdade);
```

//Vetor dos Resíduos, Resíduos das observações

```
V=(A*x)+L;
printf("\nvalor dos resíduos:\n");
disp(V);
```

//Variância a Posteriori

```
vap=(V*Pdiag*V)/GrauLiberdade;
printf("\nvariância a posteriori:\n");
disp(vap);
```

//Variança a priori

```
vp=1;
```

//Matriz Variância-Covariância - MVCXa dos Parâmetros Ajustados

```
MVCXa=vap*(inv(A'*Pdiag*A));
printf("\nMatriz Variância - Covariância dos Parametros Ajustados:\n");
disp (MVCXa);
```

//Desvio padrão da Matriz Variância Covariância dos Parâmetros

```
DesvMVCXa=(sqrt(diag(MVCXa)));
printf("\nDesvio padrão da Matriz Variância Covariância dos Parametros:\n");
disp(DesvMVCXa);
```

//Matriz Variância-Covariância - MVCLba das Observações Ajustadas

```
MVCLbA=(A*MVCXa*A');
printf("\nMatriz Variância-Covariância das Observações : \n")
disp(MVCLbA);
```

//Desvio padrão da Matriz Variância-Covariância das Observações

```
DesvMVCLbA =(sqrt(diag(MVCLbA)));
printf("\nDesvio Padrão da Matriz Variância-Covariância das Observações:\n ")
disp(DesvMVCLbA);
```

//Teste de qualidade do Ajustamento

//Qui-Quadrado

```
printf("\nAjustamento de Poligonal Enquadrada, Analise da Qualidade\n");
QuiQua =(vap/vp)*GrauLiberdade;
printf("\nValor Qui-Quadrado:\n ")
disp(QuiQua);
```

```
if (0.22<QuiQua) & (QuiQua<9.35) then
disp("TESTE QUI QUADRADO: PASSOU ")
else
```

```
disp('TESTE QUI QUADRADO: NAO PASSOU')
end
```

//Teste de TAU, avaliação pelas Observações.

//Teste de TAU, deve ser realizado para cada residuo de cada observação com os seus desvios Padrao

```
tau1 = (V(1)/(DesvMVCLbA(1)));
t1=(sqrt(3)*tau1)/(sqrt(3-1+tau1^2))//TAU tabelado
if tau1 < t1 then
    tau1 = tau1
end
tau2 = -1*(V(2)/(DesvMVCLbA(2)));
t2=(sqrt(3)*tau2)/(sqrt(3-1+tau1^2))//TAU tabelado
if tau2 < t1 then
    tau2 = tau2
end
tau3 = -1*(V(3)/(DesvMVCLbA(3)));
t3=(sqrt(3)*tau3)/(sqrt(3-1+tau3^2))//TAU tabelado
if tau3 < t3 then
    tau3 = tau3
end
tau4 = -1*( V(4)/(DesvMVCLbA(4)));
t4=(sqrt(3)*tau4)/(sqrt(3-1+tau4^2))//TAU tabelado
if tau4 < t4 then
    tau4 = tau4
end
tau5 = -1*(V(5)/(DesvMVCLbA(5)));
t5=(sqrt(3)*tau5)/(sqrt(3-1+tau5^2))//TAU tabelado
if tau5 < t5 then
    tau5 = tau5
end
tau6 = -1*(V(6)/(DesvMVCLbA(6)));
t6=(sqrt(3)*tau6)/(sqrt(3-1+tau6^2))//TAU tabelado
if tau6 < t6 then
    tau6 = tau6
end
tau7 = -1*(V(7)/(DesvMVCLbA(7)));
t7=(sqrt(3)*tau7)/(sqrt(3-1+tau7^2))//TAU tabelado
if tau7 < t7 then
    tau7 = tau7
end
tau8 = -1*(V(8)/(DesvMVCLbA(8)));
t8=(sqrt(3)*tau8)/(sqrt(3-1+tau8^2))//TAU tabelado
if tau8 < t8 then
    tau8 = tau8
end
tau9 = -1*(V(9)/(DesvMVCLbA(9)));
t9=(sqrt(3)*tau9)/(sqrt(3-1+tau9^2))//TAU tabelado
if tau9 < t9 then
    tau9 = tau9
```

```

end
tau10 = V(10)/(DesvMVCLbA(10));
t10=(sqrt(3)*tau10)/(sqrt(3-1+tau10^2))/TAU tabelado
if tau10 < t10 then
    tau10 = tau10
end
tau11 = V(11)/(DesvMVCLbA(11));
t11=(sqrt(3)*tau11)/(sqrt(3-1+tau11^2))/TAU tabelado
if tau11 < t11 then
    tau11 = tau11
end
tau12 = V(12)/(DesvMVCLbA(12));
t12=(sqrt(3)*tau12)/(sqrt(3-1+tau12^2))/TAU tabelado
if tau12 < t12 then
    tau12 = tau12
end
tau13 = V(13)/(DesvMVCLbA(13));
t13=(sqrt(3)*tau13)/(sqrt(3-1+tau13^2))/TAU tabelado
if tau13 < t13 then
    tau13 = tau13
end
tau14 = -1*(V(14)/(DesvMVCLbA(14)));
t14=(sqrt(3)*tau14)/(sqrt(3-1+tau14^2))/TAU tabelado
if tau14 < t14 then
    tau14 = tau14
end
tau15 = -1*(V(15)/(DesvMVCLbA(15)));
t15=(sqrt(3)*tau15)/(sqrt(3-1+tau15^2))/TAU tabelado
if tau15 < t15 then
    tau15 = tau15
end
tau16 = -1*( V(16)/(DesvMVCLbA(16)));
t16=(sqrt(3)*tau16)/(sqrt(3-1+tau16^2))/TAU tabelado
if tau16 < t16 then
    tau16 = tau16
end
tau17 = -1*(V(17)/(DesvMVCLbA(17)));
t17=(sqrt(3)*tau17)/(sqrt(3-1+tau17^2))/TAU tabelado
if tau17 < t17 then
    tau17 = tau17
end
tau18 = -1*( V(18)/(DesvMVCLbA(18)));
t18=(sqrt(3)*tau18)/(sqrt(3-1+tau18^2))/TAU tabelado
if tau18 < t18 then
    tau18 = tau18
end
tau19 = -1*(V(19)/(DesvMVCLbA(19)));
t19=(sqrt(3)*tau19)/(sqrt(3-1+tau19^2))/TAU tabelado
if tau19 < t19 then
    tau19 = tau19

```

```

end
tau20 = -1*( V(20)/(DesvMVCLbA(20)));
t20=(sqrt(3)*tau20)/(sqrt(3-1+tau20^2))/TAU tabelado
if tau20 < t20 then
    tau20 = tau20
end
tau21 = -1*(V(21)/(DesvMVCLbA(21)));
t21=(sqrt(3)*tau21)/(sqrt(3-1+tau21^2))/TAU tabelado
if tau21 < t21 then
    tau21 = tau21
end
tau22 = -1*(V(22)/(DesvMVCLbA(22)));
t22=(sqrt(3)*tau22)/(sqrt(3-1+tau22^2))/TAU tabelado
if tau22 < t22 then
    tau22 = tau22
end
tau23 = -1*(V(23)/(DesvMVCLbA(23)));
t23=(sqrt(3)*tau23)/(sqrt(3-1+tau23^2))/TAU tabelado
if tau23 < t23 then
    tau23 = tau23
end
tau24 = -1*(V(24)/(DesvMVCLbA(24)));
t24=(sqrt(3)*tau24)/(sqrt(3-1+tau24^2))/TAU tabelado
if tau24 < t24 then
    tau24 = tau24
end
tau25 = -1*(V(25)/(DesvMVCLbA(25)));
t25=(sqrt(3)*tau25)/(sqrt(3-1+tau25^2))/TAU tabelado
if tau25 < t25 then
    tau25 = tau25
end

printf("\nTeste de TAU\n");
printf("\nObservação      Tau calculado      Tau tabelado");
printf("\nAngulo1          |   %.5f          |   %.5f ",tau1,t1);
printf("\nAngulo2          |   %.5f          |   %.5f ",tau2,t2);
printf("\nAngulo3          |   %.5f          |   %.5f ",tau3,t3);
printf("\nAngulo4          |   %.5f          |   %.5f ",tau4,t4);
printf("\nAngulo5          |   %.5f          |   %.5f ",tau5,t5);
printf("\nAngulo6          |   %.5f          |   %.5f ",tau6,t6);
printf("\nAngulo7          |   %.5f          |   %.5f ",tau7,t7);
printf("\nAngulo8          |   %.5f          |   %.5f ",tau8,t8);
printf("\nAngulo9          |   %.5f          |   %.5f ",tau9,t9);
printf("\nAngulo10         |   %.5f          |   %.5f ",tau10,t10);
printf("\nAngulo11         |   %.5f          |   %.5f ",tau11,t11);
printf("\nAngulo12         |   %.5f          |   %.5f ",tau12,t12);
printf("\nAngulo13         |   %.5f          |   %.5f ",tau13,t13);
printf("\nDistância1       |   %.5f          |   %.5f ",tau14,t14);
printf("\nDistância2       |   %.5f          |   %.5f ",tau15,t15);
printf("\nDistância3       |   %.5f          |   %.5f ",tau16,t16);

```

```

printf("\nDistância4      |   %.5f      |   %.5f ",tau17,t17);
printf("\nDistância5      |   %.5f      |   %.5f ",tau18,t18);
printf("\nDistância6      |   %.5f      |   %.5f ",tau19,t19);
printf("\nDistância7      |   %.5f      |   %.5f ",tau20,t20);
printf("\nDistância8      |   %.5f      |   %.5f ",tau21,t21);
printf("\nDistância9      |   %.5f      |   %.5f ",tau22,t22);
printf("\nDistância10     |   %.5f      |   %.5f ",tau23,t23);
printf("\nDistância11     |   %.5f      |   %.5f ",tau24,t24);
printf("\nDistância12     |   %.5f      |   %.5f \n",tau25,t25);

```

//RESUMO

//COORDENADAS AJUSTADAS

//DESVIOS PADRÕES DAS COORDENADAS AJUSTADAS - (Parametros Ajustados)

```

σx1 = DesvMVCXa(1,1);
σy1 = DesvMVCXa(2,1);
σx2 = DesvMVCXa(3,1);
σy2 = DesvMVCXa(4,1);
σx3 = DesvMVCXa(5,1);
σy3 = DesvMVCXa(6,1);
σx4 = DesvMVCXa(7,1);
σy4 = DesvMVCXa(8,1);
σx5 = DesvMVCXa(9,1);
σy5 = DesvMVCXa(10,1);
σx6 = DesvMVCXa(11,1);
σy6 = DesvMVCXa(12,1);
σx7 = DesvMVCXa(13,1);
σy7 = DesvMVCXa(14,1);
σx8 = DesvMVCXa(15,1);
σy8 = DesvMVCXa(16,1);
σx9 = DesvMVCXa(17,1);
σy9 = DesvMVCXa(18,1);
σx10 = DesvMVCXa(19,1);
σy10 = DesvMVCXa(20,1);
σx11 = DesvMVCXa(21,1);
σy11 = DesvMVCXa(22,1);

```

```

printf("\nAjustamento de Poligonal Enquadrada, pelo MMQ");

```

```

printf("\nModelo Paramétrico\n");

```

```

printf("\n          -Coordenadas Finais-");

```

```

printf("\nID          x (m)          y (m)          ±σx (m)      ±σy (m)");

```

```

printf("\n Pilar7      |   %.4f      |   %.4f      |   %.4f      |   %.4f ",x1,y1,σx1,σy1);

```

```

printf("\n Pilar5      |   %.4f      |   %.4f      |   %.4f      |   %.4f ",x2,y2,σx2,σy2);

```

```

printf("\n Pilar1      |   %.4f      |   %.4f      |   %.4f      |   %.4f ",x3,y3,σx3,σy3);

```

```

printf("\n MAU1       |   %.4f      |   %.4f      |   %.4f      |   %.4f ",x4,y4,σx4,σy4);

```

```

printf("\n EPS06      |   %.4f      |   %.4f      |   %.4f      |   %.4f ",x5,y5,σx5,σy5);

```

```

printf("\n P1         |   %.4f      |   %.4f      |   %.4f      |   %.4f ",x6,y6,σx6,σy6);

```

```

printf("\n P2         |   %.4f      |   %.4f      |   %.4f      |   %.4f ",x7,y7,σx7,σy7);

```

```

printf("\n P3         |   %.4f      |   %.4f      |   %.4f      |   %.4f ",x8,y8,σx8,σy8);

```

```

printf("\n P4         |   %.4f      |   %.4f      |   %.4f      |   %.4f ",x9,y9,σx9,σy9);

```

```

printf("\n P5         |   %.4f      |   %.4f      |   %.4f      |   %.4f ",x10,y10,σx10,σy10);

```

```
printf("\n P6          | %.4f | %.4f | %.4f | %.4f \n",x11,y11,σx11,σy11);
```

APÊNDICE 4 - SCRIPT DESENVOLVIDO PARA O AJUSTAMENTO DA POLIGONAL DO TRECHO 2.

```
clc
clear
format(12)
printf("\nUniversidade Federal de Pernambuco")
printf("\nDisciplina TCC");
printf("\nOrientadora: Profa Dra Andrea de Seixas");
printf("\nBanca: Profa Dra Maria de Lourdes de Aquino Macedo Gonçalves");
printf("\nBanca: Prof Dr Francisco Jaime Bezerra Mendonça");
printf("\nDiscente: Maurício José da Silva\n\n");

function [Az]=azimute(Xi, Yi, Xj, Yj)
delX=Xj-Xi;
delY=Yj-Yi;
if (delX==0) & (delY==0)
    disp('ERRO, POIS AS COORDENADAS DOS VÉRTICES SÃO IGUAIS!')
end
if (delX==0) & (delY>0)
    Az=0;
end
if (delX==0) & (delY<0)
    Az=180;
end
if (delX>0) & (delY==0)
    Az=90;
end
if (delX<0) & (delY==0)
    Az=270;
end
if (delX>0) & (delY>0)
    Az=atan(abs((delX)/(delY)));
    Az=Az*180/%pi;
elseif (delX>0) & (delY<0)
    Az=%pi-(atan(abs((delX)/(delY))));
    Az=Az*180/%pi;
elseif (delX<0) & (delY<0)
    Az=%pi+(atan(abs((delX)/(delY))));
    Az=Az*180/%pi;
elseif (delX<0) & (delY>0)
    Az=2*%pi-(atan(abs((delX)/(delY))));
    Az=Az*180/%pi;
end
endfunction
```

```

// função para calcular a derivada angular
function [dix, diy, dxj, dyj, dkx, dky]=DANG(Xi, Yi, Xj, Yj, Xk, Yk)
Sij=sqrt((Xj-Xi)^2 + (Yj-Yi)^2); //calculo da distancia em RÉ
Sik=sqrt((Xk-Xi)^2 + (Yk-Yi)^2); //Calculo da distancia em VANTE
dxj=((Yi-Yj)/Sij^2);
dyj=((Xj-Xi)/Sij^2);
dix=((Yi-Yk)/Sik^2) - ((Yi-Yj)/Sij^2);
diy=((Xk-Xi)/Sik^2) - ((Xj-Xi)/Sij^2);
dkx=((Yk-Yi)/Sik^2);
dky=((Xi-Xk)/Sik^2);
endfunction

//Dados de Entradas
printf("\nDados de Entrada\n");
//Coordenadas fixas
MAU1=[149696.5399;249582.5968;] //MAU1
EPS06=[149669.906;249453.330;] //EPS06
MAU2=[150341.1337;249473.5363;] //EPS04
EPS05=[150430.788;249388.919;] //EPS07
printf("\nID          x(m)          y(m)");
printf("\nMAU1          %.4f          %.4f ",MAU1(1),MAU1(2));
printf("\nEPS06          %.4f          %.4f ",EPS06(1),EPS06(2));
printf("\nMAU2          %.4f          %.4f ",MAU2(1),MAU2(2));
printf("\nEPS05          %.4f          %.4f\n ",EPS05(1),EPS05(2));
//Valores estimados para os VérticesPilar7, Pilar5 e Pilar1
x0=[149754.297;
    249504.5270;
    149825.987;
    249548.886;
    149954.480;
    249524.665;
    150135.701;
    249512.031;
    150186.151;
    249527.495;
    150290.694;
    249479.516;];

//Distâncias
Dist1=98.6992; //EPS06_P1
Dist2=84.3045; //P1_P2
Dist3=130.7555; //P2_P3
Dist4=181.6610; //P3_P4
Dist5=52.7673; //P4_P5
Dist6=115.0266; //P5_P6
Dist7=50.8146; //P6_MAU2

//Pilar1_EPS06
//Distâncias ate os RN-EPSs
DistRNE4 = 117.7213;

```

DistRNE7 = 76.410;
DistRNE6 = 131.9418;

//Ângulos

Ang1 = [47 7 5.75]; //EPS04<EPS07>Pilar7
Ang2 = [179 30 5.50]; //EPS07<Pilar7>Pilar5
Ang3 = [222 25 23.5]; //Pilar7<Pilar5>Pilar1
Ang4 = [173 18 47.25]; //Pilar5<Pilar1>MAU1
Ang5 = [158 58 13.75]; //Pilar1<MAU1>EPS06
Ang6 = [221 41 36.75]; //Pilar1<MAU1>EPS06
Ang7 = [161 52 23.50]; //Pilar1<MAU1>EPS06
Ang8 = [216 47 55.0]; //Pilar1<MAU1>EPS06

//Ângulos ate os RN-EPSs

AngRN4 = [359 53 34];
AngRN7 = [0 6 22];
AngRN6 = [198 42 41];

//ângulos convertidos em décimo de segundos

Ang1 = Ang1(1)+(Ang1(2)/60)+(Ang1(3)/3600);
Ang2 = Ang2(1)+(Ang2(2)/60)+(Ang2(3)/3600);
Ang3 = Ang3(1)+(Ang3(2)/60)+(Ang3(3)/3600);
Ang4 = Ang4(1)+(Ang4(2)/60)+(Ang4(3)/3600);
Ang5 = Ang5(1)+(Ang5(2)/60)+(Ang5(3)/3600);
Ang6 = Ang6(1)+(Ang6(2)/60)+(Ang6(3)/3600);
Ang7 = Ang7(1)+(Ang7(2)/60)+(Ang7(3)/3600);
Ang8 = Ang8(1)+(Ang8(2)/60)+(Ang8(3)/3600);

//Angulos em decimais ate os EPs

AngRN4 = AngRN4(1)+(AngRN4(2)/60)+(AngRN4(3)/3600);
AngRN7 = AngRN7(1)+(AngRN7(2)/60)+(AngRN7(3)/3600);
AngRN6 = AngRN6(1)+(AngRN6(2)/60)+(AngRN6(3)/3600);

//Azimutes dos RNs

AzE7RNE4 = [51 46 27];
AzE7RNE4 = AzE7RNE4(1)+(AzE7RNE4(2)/60)+(AzE7RNE4(3)/3600);
AzP7RNE7 = [6 6 20];
AzP7RNE7 = AzP7RNE7(1)+(AzP7RNE7(2)/60)+(AzP7RNE7(3)/3600);
AzM1RNE6 = [191 30 52];
AzM1RNE6 = AzM1RNE6(1)+(AzM1RNE6(2)/60)+(AzM1RNE6(3)/3600);

//Desvio dos ângulos (em segundos)

PAng1=9.7564;
PAng2=9.550;
PAng3=9.851;
PAng4=9.760;
PAng5=5.5229;
PAng6=6.9600;
PAng7=6.5765;
PAng8=10.5119;

//Vetor LB

LB=[Ang1;Ang2;Ang3;Ang4;Ang5;Ang6;Ang7;Ang8;Dist1;Dist2;Dist3;Dist4;Dist5;Dist6;Dist7];

//Desvio padrão das Distâncias

Pd1=0.00758+5*LB(9)/1000000;
 Pd2=0.00489+5*LB(10)/1000000;
 Pd3=0.0048+5*LB(11)/1000000;
 Pd4=0.0022+5*LB(12)/1000000;
 Pd5=0.0039+5*LB(13)/1000000;
 Pd6=0.0028+5*LB(14)/1000000;
 Pd7=0.0034+5*LB(15)/1000000;

//programação

x(1)=10;
 x(2)=10;
 x(3)=10;
 x(4)=10;
 x(5)=10;
 x(6)=10;

while((abs(x(1)))>0.001|(abs(x(2)))>0.001|(abs(x(3)))>0.001|(abs(x(4)))>0.001|(abs(x(5)))>0.001|(abs(x(6)))>0.001);
 it=1
 it=it+1;

//Ângulos aproximados

//MAU1<EPS06>P1

[AzEPS06MAU1]=azimute(EPS06(1),EPS06(2),MAU1(1),MAU1(2));*//RÉ*

[AzEPS06P1]= azimute(EPS06(1),EPS06(2),x0(1),x0(2));*//VANTE*

L0(1) = AzEPS06P1 - AzEPS06MAU1;

if L0(1) < 0

 L0(1) = (360 + L0(1));

end

//EPS06<P1>P2

[AzP1EPS06]=azimute(x0(1),x0(2),EPS06(1),EPS06(2));

[AzP1P2]=azimute(x0(1),x0(2),x0(3),x0(4));

L0(2) = AzP1P2 - AzP1EPS06;

if L0(2) < 0

 L0(2) = (360 + L0(2));

end

//P1<P2>P3

[AzP2P1]=azimute(x0(3),x0(4),x0(1),x0(2));

[AzP2P3]=azimute(x0(3),x0(4),x0(5),x0(6));

L0(3) = AzP2P3 - AzP2P1;

if L0(3) < 0

```

    L0(3) = (360 + L0(3));
end

//P2<P3>P4
[AzP3P2]=azimute(x0(5),x0(6),x0(3),x0(4));
[AzP3P4]=azimute(x0(5),x0(6),x0(7),x0(8));
L0(4) = AzP3P4 - AzP3P2
    if L0(4) < 0
        L0(4) = (360 + L0(4));
    end

//P3<P4>P5
[AzP4P3]=azimute(x0(7),x0(8),x0(5),x0(6));
[AzP4P5]=azimute(x0(7),x0(8),x0(9),x0(10));
L0(5) = AzP4P5 - AzP4P3 ;
    if L0(5) < 0
        L0(5) = (360 + L0(5));
    end

//P4<P5>P6
[AzP5P4]=azimute(x0(9),x0(10),x0(7),x0(8));
[AzP5P6]=azimute(x0(9),x0(10),x0(11),x0(12));
L0(6) = AzP5P6 - AzP5P4 ;
    if L0(6) < 0
        L0(6) = (360 + L0(6));
    end

//P5<P6>MAU2
[AzP6P5]=azimute(x0(11),x0(12),x0(9),x0(10));
[AzP6MAU2]=azimute(x0(11),x0(12),MAU2(1),MAU2(2));
L0(7) = AzP6MAU2 - AzP6P5 ;
    if L0(7) < 0
        L0(7) = (360 + L0(7));
    end

//P6<MAU2>EPS05
[AzMAU2P6]=azimute(MAU2(1),MAU2(2),x0(11),x0(12));
[AzMAU2EPS05]=azimute(MAU2(1),MAU2(2),EPS05(1),EPS05(2));
L0(8) = AzMAU2EPS05 - AzMAU2P6 ;
    if L0(8) < 0
        L0(8) = (360 + L0(8));
    end

//valores estimados das distâncias
L0(9) = sqrt((EPS06(1) - x0(1))^2 + (EPS06(2) - x0(2))^2);
L0(10) = sqrt((x0(1) - x0(3))^2 + (x0(2) - x0(4))^2);
L0(11) = sqrt((x0(3) - x0(5))^2 + (x0(4) - x0(6))^2);
L0(12) = sqrt((x0(5) - x0(7))^2 + (x0(6) - x0(8))^2);
L0(13) = sqrt((x0(7) - x0(9))^2 + (x0(8) - x0(10))^2);
L0(14) = sqrt((x0(9) - x0(11))^2 + (x0(10) - x0(12))^2);

```

```
L0(15) = sqrt((x0(11) - MAU2(1))^2 + (x0(12) - MAU2(2))^2);
```

```
L=L0-LB
```

```
printf("\nValor do vetor Lb, Observações realizadas em Campo\n')
```

```
disp(LB);
```

```
printf("\nValor do vetor L0, Observações estimadas\n')
```

```
disp(L0);
```

```
printf("\nValor do vetor L, a diferença entre L = L0 - LB\n')
```

```
disp(L);
```

```
//Transformação em Segundos
```

```
for i= 1:8
```

```
    L(i)=L(i)*3600
```

```
end
```

```
printf("\nVetor L (segundos):\n")
```

```
disp(L);
```

```
//Matriz A, derivadas parciais dos Ângulos
```

```
[dix,diy,djx,djy,Ang(1,1),Ang(1,2)]=DANG(EPS06(1),EPS06(2),MAU1(1),MAU1(2),x0(1),x0(2));
```

```
[Ang(2,1),Ang(2,2),djx,djy,Ang(2,3),Ang(2,4)]=DANG(x0(1),x0(2),EPS06(1),EPS06(2),x0(3),x0(4));
```

```
[Ang(3,3),Ang(3,4),Ang(3,1),Ang(3,2),Ang(3,5),Ang(3,6)]=DANG(x0(3),x0(4),x0(1),x0(2),x0(5),x0(6));
```

```
[Ang(4,5),Ang(4,6),Ang(4,3),Ang(4,4),Ang(4,7),Ang(4,8)]=DANG(x0(5),x0(6),x0(3),x0(4),x0(7),x0(8));
```

```
[Ang(5,7),Ang(5,8),Ang(5,5),Ang(5,6),Ang(5,9),Ang(5,10)]=DANG(x0(7),x0(8),x0(5),x0(6),x0(9),x0(10));
```

```
[Ang(6,9),Ang(6,10),Ang(6,7),Ang(6,8),Ang(6,11),Ang(6,12)]=DANG(x0(9),x0(10),x0(7),x0(8),x0(11),x0(12));
```

```
[Ang(7,11),Ang(7,12),Ang(7,9),Ang(7,10),dkx,dky]=DANG(x0(11),x0(12),x0(9),x0(10),MAU2(1),MAU2(2));
```

```
[dix,diy,Ang(8,11),Ang(8,12),dkx,dky]=DANG(MAU2(1),MAU2(2),x0(11),x0(12),EPS05(1),EPS05(2));
```

```
printf("\nMatriz A parte agular em rad:\n");
```

```
disp(Ang);
```

```
//Matriz A, derivadas parciais das Distâncias
```

```
Ang(9,1)=((x0(1)-EPS06(1))/L0(9));
```

```
Ang(9,2)=((x0(2)-EPS06(2))/L0(9));
```

```
Ang(10,1)=-((x0(3)-x0(1))/L0(10));
```

```
Ang(10,2)=-((x0(4)-x0(2))/L0(10));
```

```
Ang(10,3)=((x0(3)-x0(1))/L0(10));
```

```
Ang(10,4)=((x0(4)-x0(2))/L0(10));
```

```
Ang(11,3)=-((x0(5)-x0(3))/L0(11));
```

```
Ang(11,4)=-((x0(6)-x0(4))/L0(11));
```

```
Ang(11,5)=((x0(5)-x0(3))/L0(11));
```

```
Ang(11,6)=((x0(6)-x0(4))/L0(11));
```

```

Ang(12,5)=-((x0(7)-x0(5))/L0(12));
Ang(12,6)=-((x0(8)-x0(6))/L0(12));
Ang(12,7)= ((x0(7)-x0(5))/L0(12));
Ang(12,8)= ((x0(8)-x0(6))/L0(12));
Ang(13,7)=-((x0(9)-x0(7))/L0(13));
Ang(13,8)=-((x0(10)-x0(8))/L0(13));
Ang(13,9)= ((x0(9)-x0(7))/L0(13));
Ang(13,10)=((x0(10)-x0(8))/L0(13));
Ang(14,9)=-((x0(11)-x0(9))/L0(14));
Ang(14,10)=-((x0(12)-x0(10))/L0(14));
Ang(14,11)= ((x0(11)-x0(9))/L0(14));
Ang(14,12)= ((x0(12)-x0(10))/L0(14));
Ang(15,11)=-((MAU2(1)-x0(11))/L0(15));
Ang(15,12)=-((MAU2(2)-x0(12))/L0(15));

```

//Matriz A, completa, com os valores das Derivadas dos Ângulos e Distâncias.

```

A=[(Ang(1,1)*206264.8036) (Ang(1,2)*206264.8036) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
  (Ang(2,1)*206264.8036) (Ang(2,2)*206264.8036) (Ang(2,3)*206264.8036)
  (Ang(2,4)*206264.8036) 0 0 0 0 0 0 0 0
  (Ang(3,1)*206264.8036) (Ang(3,2)*206264.8036) (Ang(3,3)*206264.8036)
  (Ang(3,4)*206264.8036) (Ang(3,5)*206264.8036) (Ang(3,6)*206264.8036) 0 0 0 0 0 0
  0 0 (Ang(4,3)*206264.8036) (Ang(4,4)*206264.8036) (Ang(4,5)*206264.8036)
  (Ang(4,6)*206264.8036) (Ang(4,7)*206264.8036) (Ang(4,8)*206264.8036) 0 0 0 0
  0 0 0 0 (Ang(5,5)*206264.8036) (Ang(5,6)*206264.8036) (Ang(5,7)*206264.8036)
  (Ang(5,8)*206264.8036) (Ang(5,9)*206264.8036) (Ang(5,10)*206264.8036) 0 0
  0 0 0 0 0 0 (Ang(6,7)*206264.8036) (Ang(6,8)*206264.8036) (Ang(6,9)*206264.8036)
  (Ang(6,10)*206264.8036) (Ang(6,11)*206264.8036) (Ang(6,12)*206264.8036)
  0 0 0 0 0 0 0 0 (Ang(7,9)*206264.8036) (Ang(7,10)*206264.8036)
  (Ang(7,11)*206264.8036) (Ang(7,12)*206264.8036)
  0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 (Ang(8,11)*206264.8036) (Ang(8,12)*206264.8036)
  Ang(9,1) Ang(9,2) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
  Ang(10,1) Ang(10,2) Ang(10,3) Ang(10,4) 0 0 0 0 0 0 0 0
  0 0 Ang(11,3) Ang(11,4) Ang(11,5) Ang(11,6) 0 0 0 0 0 0
  0 0 0 0 Ang(12,5) Ang(12,6) Ang(12,7) Ang(12,8) 0 0 0 0
  0 0 0 0 0 0 Ang(13,7) Ang(13,8) Ang(13,9) Ang(13,10) 0 0
  0 0 0 0 0 0 0 0 Ang(14,9) Ang(14,10) Ang(14,11) Ang(14,12)
  0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 Ang(15,11) Ang(15,12)];
printf("\nMatriz A Parte angular em segundos e as distâncias em metros\n");
disp(A);

```

//Matriz dos Pesos, ângulos e Distâncias.

```

Peso=[1/(PAng1^2);1/(PAng2^2);1/(PAng3^2);1/(PAng4^2);1/(PAng5^2);1/(PAng6^2);1/(PAng7^2);1/(PAng8^2);
  1/(Pd1^2);1/(Pd2^2);1/(Pd3^2);1/(Pd4^2);1/(Pd5^2);1/(Pd6^2);1/(Pd7^2)];
Pdiag= diag(Peso);
printf("\nMatriz dos Pesos (P):\n")
disp(Pdiag);

```

//Vetor das Correções dos Parâmetros

```

x = -(inv(A'*Pdiag*A)*(A'*Pdiag*L));
printf("\nValor de X:\n")
disp(x);

//Ajustamento dos Parâmetros - Coordenadas Ajustadas
xa = x0 + x;
printf("\nValor de Xa:")
disp(xa);
x0 = xa;

//Interações, o loop para promover as interações
it = it + 1;
if it >= 10
disp('Não convergiu com menos de 10 iterações')
break
end
printf("\nNúmero de iterações\n");
disp(it);
end

GrauLiberdade=3//Vai ser  $G = n - m$ , onde  $n$  é o numero de observações e  $m$  é o numero de
incognitas
printf("Grau de Liberdade:");
disp(GrauLiberdade);

//Vetor dos Resíduos, Resíduos das observações
V=(A*x)+L;
printf("\nvalor dos resíduos:\n");
disp(V);
//Variância a posteriori
vap=(V'*Pdiag*V)/GrauLiberdade;
printf("\nvariância a posteriori:\n");
disp(vap);

//Matriz Variância-Covariância - MVCXa dos Parâmetros Ajustados
MVCXa=vap*(inv(A'*Pdiag*A));
printf("\nMatriz variância covariância dos Parametros:\n");
disp(MVCXa);

//Desvio padrão da Matriz Variância Covariância dos Parâmetros
DesvMVCXa=(sqrt(diag(MVCXa)));
printf("\nDesvio padrão da Matriz variância covariância dos Parametros\n")
disp(DesvMVCXa);

//Matriz Variância-Covariância - MVCLba das Observações Ajustadas
MVCLbA=(A*MVCXa*A');
printf("\nMatriz Variância-Covariância das Observações: \n")
disp(MVCLbA);

//Desvio padrão da Matriz Variância-Covariância das Observações

```

```

DesvMVCLbA=(sqrt(diag(MVCLbA)));
printf("\nDesvio Padrão da Matriz Variância-Covariância das Observações:\n ")
disp(DesvMVCLbA);

//Teste de qualidade do Ajustamento
//Qui-Quadrado
QuiQua=V'*Pdiag*V;
printf("\nValor Qui-Quadrado:\n ")
disp(QuiQua);

if (0.22<QuiQua) & (QuiQua<9.35) then
disp('TESTE QUI QUADRADO: PASSOU ')
else
disp('TESTE QUI QUADRADO: NAO PASSOU')
end

//Teste de TAU, avaliação pelas Observações.
//Teste de TAU, deve ser realizado para cada residuo de cada observação com os seus desvios
Padrao
tau1 = V(1)/(DesvMVCLbA(1));
t1=(sqrt(3)*tau1)/(sqrt(3-1+tau1^2))//TAU tabelado
if tau1 < t1 then
tau1 = tau1
end
tau2 = V(2)/(DesvMVCLbA(2));
t2=(sqrt(3)*tau2)/(sqrt(3-1+tau1^2))//TAU tabelado
if tau2 < t1 then
tau2 = tau2
end
tau3 = V(3)/(DesvMVCLbA(3));
t3=(sqrt(3)*tau3)/(sqrt(3-1+tau3^2))//TAU tabelado
if tau3 < t3 then
tau3 = tau3
end
tau4 = V(4)/(DesvMVCLbA(4));
t4=(sqrt(3)*tau4)/(sqrt(3-1+tau4^2))//TAU tabelado
if tau4 < t4 then
tau4 = tau4
end
tau5 = V(5)/(DesvMVCLbA(5));
t5=(sqrt(3)*tau5)/(sqrt(3-1+tau5^2))//TAU tabelado
if tau5 < t5 then
tau5 = tau5
end
tau6 = V(6)/(DesvMVCLbA(6));
t6=(sqrt(3)*tau6)/(sqrt(3-1+tau6^2))//TAU tabelado
if tau6 < t6 then
tau6 = tau6
end
tau7 = V(7)/(DesvMVCLbA(7));

```

```

t7=(sqrt(3)*tau7)/(sqrt(3-1+tau7^2))/TAU tabelado
if tau7 < t7 then
    tau7 = tau7
end
tau8 = -1*(V(8)/(DesvMVCLbA(8)));
t8=(sqrt(3)*tau8)/(sqrt(3-1+tau8^2))/TAU tabelado
if tau8 < t8 then
    tau8 = tau8
end
tau9 = -1*(V(9)/(DesvMVCLbA(9)));
t9=(sqrt(3)*tau9)/(sqrt(3-1+tau9^2))/TAU tabelado
if tau9 < t9 then
    tau9 = tau9
end
tau10 = -1*( V(10)/(DesvMVCLbA(10)));
t10=(sqrt(3)*tau10)/(sqrt(3-1+tau10^2))/TAU tabelado
if tau10 < t10 then
    tau10 = tau10
end
tau11 = -1*(V(11)/(DesvMVCLbA(11)));
t11=(sqrt(3)*tau11)/(sqrt(3-1+tau11^2))/TAU tabelado
if tau11 < t11 then
    tau11 = tau11
end
tau12 = -1*( V(12)/(DesvMVCLbA(12)));
t12=(sqrt(3)*tau12)/(sqrt(3-1+tau12^2))/TAU tabelado
if tau12 < t12 then
    tau12 = tau12
end
tau13 = -1*(V(13)/(DesvMVCLbA(13)));
t13=(sqrt(3)*tau13)/(sqrt(3-1+tau13^2))/TAU tabelado
if tau13 < t13 then
    tau13 = tau13
end
tau14 = -1*(V(14)/(DesvMVCLbA(14)));
t14=(sqrt(3)*tau14)/(sqrt(3-1+tau14^2))/TAU tabelado
if tau14 < t14 then
    tau14 = tau14
end
tau15 = -1*(V(15)/(DesvMVCLbA(15)));
t15=(sqrt(3)*tau15)/(sqrt(3-1+tau15^2))/TAU tabelado
if tau15 < t15 then
    tau15 = tau15
end

printf("\nTeste de TAU\n");
printf("\nObservação      Valor do Tau      tabelado");
printf("\nAngulo1          |   %.5f          |   %.5f ",tau1,t1);
printf("\nAngulo2          |   %.5f          |   %.5f ",tau2,t2);
printf("\nAngulo3          |   %.5f          |   %.5f ",tau3,t3);

```

```

printf("\nAngulo4      |   %.5f      |   %.5f ",tau4,t4);
printf("\nAngulo5      |   %.5f      |   %.5f ",tau5,t5);
printf("\nAngulo6      |   %.5f      |   %.5f ",tau6,t6);
printf("\nAngulo7      |   %.5f      |   %.5f ",tau7,t7);
printf("\nAngulo8      |   %.5f      |   %.5f ",tau8,t8);
printf("\nDistancia1    |   %.5f      |   %.5f ",tau9,t9);
printf("\nDistancia2    |   %.5f      |   %.5f ",tau10,t10);
printf("\nDistancia3    |   %.5f      |   %.5f ",tau11,t11);
printf("\nDistancia4    |   %.5f      |   %.5f ",tau12,t12);
printf("\nDistancia5    |   %.5f      |   %.5f ",tau13,t13);
printf("\nDistância6    |   %.5f      |   %.5f ",tau14,t14);
printf("\nDistância7    |   %.5f      |   %.5f\n ",tau15,t15);

```

//RESUMO

//COORDENADAS AJUSTADAS

```

XP1=xa(1,1);
YP1=xa(2,1);
XP2=xa(3,1);
YP2=xa(4,1);
XP3=xa(5,1);
YP3=xa(6,1);
XP4=xa(7,1);
YP4=xa(8,1);
XP5=xa(9,1);
YP5=xa(10,1);
XP6=xa(11,1);
YP6=xa(12,1);

```

//DESVIOS PADRÕES DAS COORDENADAS AJUSTADAS - (Parametros Ajustados)

```

dx1 = DesvMVCXa(1,1);
dy1 = DesvMVCXa(2,1);
dx2 = DesvMVCXa(3,1);
dy2 = DesvMVCXa(4,1);
dx3 = DesvMVCXa(5,1);
dy3 = DesvMVCXa(6,1);
dx4 = DesvMVCXa(7,1);
dy4 = DesvMVCXa(8,1);
dx5 = DesvMVCXa(9,1);
dy5 = DesvMVCXa(10,1);
dx6 = DesvMVCXa(11,1);
dy6 = DesvMVCXa(12,1);

```

```

printf("\nAjustamento de Poligonal Enquadrada\n");

```

```

printf("Método Paramétrico");

```

```

printf("\n          Coordenadas Finais          Desvio Padrão");

```

```

printf("\nID          x (m)          y (m)          ±σx (m)  ±σy (m)");

```

```

printf("\n P1      |   %.4f   |   %.4f   |   %.4f   |   %.4f ",XP1,YP1,dx1,dy1);

```

```

printf("\n P2      |   %.4f   |   %.4f   |   %.4f   |   %.4f ",XP2,YP2,dx2,dy2);

```

```

printf("\n P3      |   %.4f   |   %.4f   |   %.4f   |   %.4f ",XP3,YP3,dx3,dy3);

```

```

printf("\n P4      |   %.4f   |   %.4f   |   %.4f   |   %.4f ",XP4,YP4,dx4,dy4);

```




UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
 DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CARTOGRAFICA
 LATOP - LABORATORIO DE TOPOGRAFIA

PROFESSOR: _____

CURSO: _____

INTERSEÇÃO A VANTE

Disciplina: _____

LOCAL: _____

EQUIPAMENTO: _____

DATA: ___/___/___

PATRIMONIO: _____

EST.	P.V.	Angulo Horizontal		Angulo Zenital		Distância Inclinada		OBSERVAÇÃO
		PD	PI	PD	PI	PD	PI	
EP506	M-AQ1	00° 00' 00"	179° 59' 45"	89° 44' 33"	270° 17' 16"	131,975	131,972	hp = 1,424 vante
"	"	359° 59' 59"	179° 59' 44"	89° 44' 34"	270° 17' 16"	131,974	131,975	hp = 0,210 vante
P1	P1	47° 07' 15"	227° 06' 56"	90° 08' 33"	269° 59' 21"	98,701	98,700	hp = vante
P1	EP506	47° 07' 16"	227° 06' 56"	90° 08' 32"	269° 59' 22"	98,701	98,698	hp = vante
		00° 00' 00"	179° 59' 51"	90° 00' 17"	270° 01' 53"	98,657	98,681	hp = 1,321 vante
		00° 00' 00"	179° 59' 52"	90° 00' 16"	270° 01' 51"	98,657	98,685	
	RI-EP506	359° 59' 59"	179° 59' 44"	89° 55' 59"	270° 06' 02"	98,428	98,429	
		359° 59' 48"	179° 59' 37"	89° 55' 46"	270° 06' 01"	98,422	98,422	
P2	P2	179° 30' 14"	359° 29' 57"	90° 09' 26"	269° 52' 37"	84,305	84,305	vante hp =
		179° 30' 14"	359° 29' 57"	90° 09' 24"	269° 52' 37"	84,306	84,304	
P2	P1	359° 59' 59"	179° 59' 38"	89° 53' 09"	270° 08' 52"	84,305	84,305	vc h = 1,424 hp = 1,322
		00° 00' 00"	179° 59' 38"	89° 53' 08"	270° 08' 51"	84,303	84,305	
	P3	227° 25' 31"	47° 25' 12"	90° 07' 39"	269° 54' 11"	130,756	130,755	vante hp =
		227° 25' 32"	47° 25' 19"	90° 07' 40"	269° 54' 11"	130,757	130,757	
P3	P2	359° 59' 59"	179° 59' 47"	89° 53' 59"	269° 07' 41"	130,757	130,757	hp = 1,409 hp = 1,403 vante
		00° 00' 00"	179° 59' 47"	89° 54' 01"	270° 07' 41"	130,756	130,759	
	P4	173° 18' 53"	353° 18' 41"	90° 06' 28"	269° 55' 28"	181,661	181,661	hp = vante
		173° 18' 54"	353° 18' 41"	90° 06' 28"	269° 55' 27"	181,661	181,661	
P4	P3	00° 00' 00"	179° 59' 49"	89° 56' 04"	270° 06' 02"	181,659	181,659	hi = 1,407 hp = 1,407 vante
		359° 59' 49"	179° 59' 40"	89° 56' 04"	270° 06' 02"	181,660	181,660	
	P5	158° 58' 17"	228° 58' 10"	89° 51' 25"	270° 10' 28"	52,769	52,766	hp = vante
		158° 58' 19"	228° 58' 09"	89° 51' 27"	270° 10' 27"	52,769	52,766	
P5	P4	00° 00' 00"	179° 59' 57"	90° 11' 21"	269° 50' 49"	52,769	52,769	hp = 1,516 vante
		00° 00' 00"	179° 59' 57"	90° 11' 22"	269° 50' 46"	52,770	52,770	
	DC	221° 41' 43"	41° 41' 30"	90° 07' 09"	269° 54' 55"	115,030	115,026	
		221° 41' 43"	41° 41' 31"	90° 07' 04"	269° 54' 56"	115,037	115,024	

