



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

ERMESON HENRIQUE SILVA DOS REIS

ENSAIOS SOBRE INCERTEZA E MACROECONOMIA

Recife

2023

ERMESON HENRIQUE SILVA DOS REIS

ENSAIOS SOBRE INCERTEZA E MACROECONOMIA

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Economia da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito final para a obtenção do título de doutor em Economia

Área de Concentração: Teoria Econômica Subárea: Macroeconomia e Finanças

Orientador (a): Prof. Dr. Marcelo Eduardo Alves da Silva

Recife

2023

Catálogo na Fonte
Bibliotecária Ângela de Fátima Correia Simões, CRB4-773

R375e Reis, Ermeson Henrique Silva dos
Ensaio sobre incerteza e macroeconomia / Ermeson Henrique Silva dos
Reis. - 2023.
93 folhas: il. 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Eduardo Alves da Silva.
Tese (Doutorado em Economia) – Universidade Federal de Pernambuco,
CCSA, 2023.
Inclui referências e apêndices.

1. Economia . 2. Incerteza (Economia). 3. Método dos momentos
(Estatística). I. Silva, Marcelo Eduardo Alves da (Orientador). II. Título.

336 CDD (22. ed.) UFPE (CSA 2023 – 031)

ERMESON HENRIQUE SILVA DOS REIS

ENSAIOS SOBRE INCERTEZA E MACROECONOMIA

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Economia da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito final para a obtenção do título de doutor em Economia

Aprovada em 29/03/2023

BANCA EXAMINADORA

Prof^o. Dr. Marcelo Eduardo Alves da Silva (Orientador)

Universidade Federal de Pernambuco

Prof^o. Dr. Rafael da Silva Vasconcelos (Examinador Interno)

Universidade Federal de Pernambuco

Prof^o. Dr. Paulo Henrique Pereira de Meneses Vaz (Examinador Interno)

Universidade Federal de Pernambuco

Prof^o. Dr. Marcelo Savino Portugal (Examinador Externo)

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof^a. Dra. Andreza Aparecida Palma (Examinadora Externo)

Universidade Federal de São Carlos

A minha Mãe, que sempre acreditou e apoiou os meus passos.

Ao meu Pai, por respeitar as minhas escolhas.

À Juraci (*in memoriam*), pelos primeiros cadernos.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer aos meus pais Ivonete Reis e Orlando Reis, que sempre me incentivaram, acreditaram e apoiaram as minhas escolhas. Essa obra jamais estaria concluída sem todas as lutas que os mesmos enfrentam todos os dias. Vocês sempre serão meus maiores exemplos e a minha maior fonte de inspiração.

Gostaria de agradecer à Taine Novais Melo pela dedicação, carinho, afeto, que proporcionaram os melhores momentos vividos até aqui. Todos esses sentimentos foram essências para a construção deste trabalho.

Gostaria de agradecer em especial ao meu orientador Prof. Dr. Marcelo Eduardo Alves da Silva, pela paciência, incentivo e dedicação que teve comigo durante todos esses cinco anos, suas orientações foram fundamentais para o desenvolvimento do trabalho.

Agradeço à banca de qualificação e tese (Andreza Palma, Marcelo Portugal, Rafael Vasconcelos e Paulo Vaz) pela disponibilidade e sugestões que foram fundamentais para a finalização deste trabalho.

A todos os colegas do programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal de Pernambuco, em especial, Júlio Victor, Caio César, Maria Eliúde, Vinícius Phillipe, e todos os demais no qual não me recordei neste momento, todavia foram fundamentais para a conclusão do meu doutorado. Por fim, aos meus amigos de infância: Anselmo de Melo, Alael Clemente, Anderson lima e Pedro Silva por todos os momentos vividos.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES pelo auxílio financeiro.

RESUMO

A tese está dividida em dois ensaios, no qual busca-se entender o impacto da incerteza em uma economia emergente. Neste sentido, o primeiro ensaio tem por objetivo demonstrar como a incerteza na taxa de juros internacional afeta as economias emergentes. Definindo a incerteza com um choque na volatilidade, constatou-se que a incerteza da taxa de juros internacional desencadeia uma queda na produção, no consumo, no investimento e nas horas trabalhadas, enquanto o aumento da inflação leva a uma desvalorização da taxa de câmbio e uma melhora na balança comercial. O segundo ensaio tem por objetivo identificar os efeitos da incerteza em um economia com agentes heterogêneos. Construímos um modelo TANK (Two-Agent New Keynesian) para uma economia pequena e aberta, e postulamos um processo de volatilidade estocástica na política fiscal e monetária. Percebeu-se que dado um choque de incerteza, a dinâmica no mercado de trabalho é essencial para diferenciar as respostas em ambos os tipos de agentes na economia. De um lado, a restrição de crédito impede que as famílias suavizem o consumo, de outro as empresas diminuem as taxas de investimento. Como resultado, isso se traduz em uma queda dos salários, levando as famílias ricardianas a reduzirem sua oferta de trabalho mais do que as famílias *hand-to-mouth*. Em geral, verificou-se uma retração do consumo, do produto e do investimento. No mais, percebeu-se que dado um choque de incerteza o câmbio deprecia e a balança comercial reagem de forma positiva, impactando o produto agregado.

Palavras Chave: Incerteza, Economias Emergentes, Filtro de Partículas, Método dos Momentos Simulados.

Código JEL: C32, E32, F41.

ABSTRACT

The thesis is divided into two essays, in which we seek to understand the impact of uncertainty in an emerging economy. In this sense, the first essay aims to demonstrate how uncertainty in the international interest rate affects emerging economies. Defining uncertainty with a volatility shock, it was found that international interest rate uncertainty triggers a fall in production, consumption, investment and hours worked, while an increase in inflation leads to a devaluation of the exchange rate and an improvement in the trade balance. The second essay aims to identify the effects of uncertainty in an economy with heterogeneous agents. We build a TANK (Two-Agent New Keynesian) model for a small and open economy, and postulate a process of stochastic volatility in fiscal and monetary policy. It was noticed that given a shock of uncertainty, the dynamics in the labor market is essential to differentiate the responses in both types of agents in the economy. On the one hand, the credit restriction prevents families from smoothing consumption, on the other hand, firms reduce investment rates. As a result, this triggers a fall in wages, leading Ricardian households to reduce their labor supply more than *hand-to-mouth* households. In general, there was a decline in consumption, output and investment. Moreover, it was noticed that given a shock of uncertainty, the exchange rate depreciates and the trade balance react positively, impacting the aggregate product.

Palavras Chave: Uncertainty, Emerging Economies, Particle Filter, Method of Simulated Moments.

Code JEL: C32, E32, F41.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Histórico dos Choques de Volatilidade Suavizados em Porcentagem	26
Figura 2 – Choque de Incerteza da Taxa de Juros Externa	31
Figura 3 – Choque de Incerteza da Taxa de Juros Interna	33
Figura 4 – Choque de Incerteza da Taxa de Juros Externa com Ajuste na Regra de Taylor .	34
Figura 5 – Choque de Incerteza da Taxa de Juros Externa com Regra de Taylor Modificada	36
Figura 6 – Histórico dos Choques de Volatilidade Suavizados do Prêmio de Risco	37
Figura 7 – Choque de Incerteza na Taxa de Juros Externa e no Prêmio de Risco	38
Figura 8 – Choque de Incerteza na Política Monetária	58
Figura 9 – Choque de Incerteza na Política Monetária para diferentes frações de famílias HtM	59
Figura 10 – Choque de Incerteza na Política Fiscal	60
Figura 11 – Choque de Incerteza na Política Fiscal Com Regra de Taylor Modificada	62
Figura 12 – Choque de Incerteza na Política Monetária Com Regra de Taylor Modificada . .	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Distribuições a <i>Priori</i> e a <i>Posteriori</i> dos Processos Estocásticos	27
Tabela 2 – Parâmetros Fixados Antes da Estimação	29
Tabela 3 – Parâmetros Estimados pelo modelo SMM	29
Tabela 4 – Momentos Simulados e Empíricos	30
Tabela 5 – Parâmetros estimados da Volatilidade do Prêmio de Risco	38
Tabela 6 – Distribuições a <i>Priori</i> e a <i>Posteriori</i> dos Processos Estocásticos no Modelo TANK	54
Tabela 7 – Parâmetros Calibrados e Fixados Antes da Estimação no Modelo TANK	55
Tabela 8 – Parâmetros Estimados pelo modelo SMM no Modelo TANK	55
Tabela 9 – Momentos Simulados e Empíricos do Modelo TANK	56

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	CHOQUES DE INCERTEZA E CICLOS ECONÔMICOS EM ECONOMIAS EMERGENTES	14
2.1	INTRODUÇÃO	14
2.2	REVISÃO DA LITERATURA	16
2.3	MODELO	18
2.3.1	Famílias	18
2.3.2	Firmas	19
2.3.2.1	<i>Determinação dos Preços</i>	20
2.3.3	Política Fiscal e Monetária	21
2.3.4	Mercados de Capitais Internacionais	21
2.3.5	Equilíbrio	22
2.3.6	Equilíbrio Competitivo	23
2.4	ESTIMAÇÃO DA INCERTEZA	23
2.4.1	Metodologia da Estimação	24
2.4.2	Resultados da Estimação	25
2.4.3	Ajustando o Modelo aos Dados	28
2.5	RESULTADOS	30
2.6	CONCLUSÃO	39
3	INCERTEZA E AGENTES HETEROGÊNEOS: UMA ANÁLISE A PARTIR DE MODELO TANK DE ECONOMIA ABERTA	40
3.1	INTRODUÇÃO	40
3.2	REVISÃO DA LITERATURA	42
3.3	MODELO	45
3.3.1	Famílias	46
3.3.1.1	<i>Famílias Hand-to-Mouth</i>	46
3.3.1.2	<i>Família Ricardiana</i>	46
3.3.2	Firmas	48
3.3.2.1	<i>Firma de Bens Finais</i>	48

3.3.2.2	<i>Firmas Intermediárias</i>	48
3.3.3	Política Fiscal e Monetária	49
3.3.4	Equilíbrio	51
3.3.4.1	<i>Equilíbrio Externo</i>	52
3.3.5	Equilíbrio Competitivo	53
3.4	METODOLOGIA	53
3.5	RESULTADOS	56
3.6	CONCLUSÃO	64
	REFERÊNCIAS	78

1 INTRODUÇÃO

Durante as últimas décadas, uma literatura importante destacou o papel da incerteza nos ciclos econômicos. Do lado empírico, trabalhos como o de Baker, Bloom e Davis (2016) exploram a ideia de que incerteza macroeconômica parece ser anticíclica: momentos de alta incerteza são correlacionados com momentos de baixa atividade econômica (note que, neste momento, essa afirmação não implica uma relação causal).

Do ponto de vista teórico, os trabalhos como o de Bloom (2009) Fernández-Villaverde et al. (2011), Fernández-Villaverde et al. (2015) e Justiniano e Primiceri (2008) apresentam modelos em que os “choques de incerteza”, podem afetar de forma significativa uma parcela das flutuações agregadas. Esses trabalhos vão além e afirmam a existência de causalidade: choques de incerteza conduzem parte do ciclo dos negócios.

No entanto, uma das dificuldades sobre o tema encontra-se na forma mais adequada de modelar a incerteza nos modelos teóricos. Uma estratégia é considerar que os choques que induzem flutuações agregadas possuem volatilidade variável no tempo. Uma vez que, uma mudança na variância implica em uma mudança na dispersão da distribuição futura do choque, podemos chamar essas mudanças de “choques de incerteza” (ou choques de segundo momento) em comparação com choques mais tradicionais no nível (tal como: de produtividade, preferências, taxas de impostos, etc.).

Essa estratégia detém base empírica, pois quase todas as séries temporais macroeconômicas exibem volatilidade variável no tempo, ou seja, o desvio padrão não é estacionário, na verdade ele muda ao longo do tempo (Engle (2008)). Os primeiros trabalhos que utilizam essa metodologia são: Fernández-Villaverde et al. (2011), Fernández-Villaverde et al. (2015)). Esses artigos propõem um processo de volatilidade estocástica para as variáveis como: taxas de juros, prêmios de risco ou nos gastos governamentais.

Mas afinal, como choques de incerteza são definidos? De forma direta, imagine que temos a volatilidade, σ_t , de alguma variável aleatória de interesse x_t ; como taxa de juros, produtividade, prêmio de risco etc., que evolui da seguinte forma: $x_t = \rho x_{t-1} + e^{\sigma_t} \epsilon_t$ em que $\epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, 1)$. Por simplificação, assumamos que x_t segue um $AR(1)$. Por outro lado, assumamos que a evolução de σ_t é definida a partir da seguinte forma: $\sigma_t = (1 - \rho_\sigma)\bar{\sigma} + \rho_\sigma \sigma_{t-1} + \eta u_t$ em que o $AR(1)$ é escrito em $\log s$ para garantir que $\sigma_t > 0$, além disso $u_t \sim \mathcal{N}(0, 1)$

Neste sentido, u_t representa um “choque de incerteza” em contraste com o “choque no nível”

(ϵ_t). Essa nítida separação entre choque de incerteza e choque no nível da variável, permite um isolamento mais fácil desses efeitos, no qual, por simplificação, esses choques não são correlacionados. Muitos pesquisadores são atraídos por esta modelagem por causa de sua simplicidade. Por exemplo, com uma especificação AR(1), temos apenas que lidar com três novos parâmetros: ρ_σ , η , e $\bar{\sigma}$, que são respectivamente: a persistência de σ_t , o desvio padrão das inovações para volatilidade e a média não condicionada da volatilidade.

A partir desta estrutura metodológica, a literatura tem explorado bastante os efeitos da incerteza na economia, no entanto a maioria dos estudos existentes concentra-se em economias desenvolvidas em detrimento das economias emergentes (EEs). Embora, em EEs, em que os mercados financeiros são menos desenvolvidos do que as economias avançadas, o mecanismo de transmissão de choques de incerteza pode ser mais forte.

Nesse contexto, a tese será dividida em dois ensaios, no qual busca-se entender o impacto da incerteza em uma economia emergente. O primeiro ensaio tem por objetivo demonstrar como a incerteza na taxa de juros internacional afeta economias emergentes. Definindo a incerteza com um choque na volatilidade, constatou-se que a incerteza da taxa de juros internacional provoca uma queda na produção, no consumo, no investimento e nas horas trabalhadas, enquanto o aumento da inflação leva a uma desvalorização da taxa de câmbio e uma melhora na balança comercial.

Já o segundo ensaio tem por objetivo identificar os efeitos da incerteza em uma economia com agentes heterogêneos. Construímos um modelo TANK (*Two-Agent New Keynesian*) para uma economia pequena e aberta, e postulamos um processo de volatilidade estocástica na política fiscal e monetária. Percebeu-se que dado um choque de incerteza, a dinâmica no mercado de trabalho é essencial para diferenciar as respostas em ambos os tipos de agentes na economia. De um lado, a restrição de crédito impede que as famílias suavizem o consumo, de outro as empresas diminuem as taxas de investimento. Como resultado, isso se traduz em uma queda dos salários, levando as famílias ricardianas a reduzirem sua oferta de trabalho mais do que as famílias *hand-to-mouth*. Em geral, verificou-se uma retração do consumo, do produto e do investimento. No mais, percebeu-se que dado um choque de incerteza o câmbio deprecia e a balança comercial reagem de forma positiva, impactando o produto agregado.

2 CHOQUES DE INCERTEZA E CICLOS ECONÔMICOS EM ECONOMIAS EMERGENTES

2.1 INTRODUÇÃO

A incerteza compreendida como uma mudança inesperada na volatilidade pode ter consequências negativas para a economia real. Argumentos teóricos e empíricos que tanto o investimento quanto o consumo das famílias devem ser afetados negativamente são relativamente aceitos (e.g. Bloom (2009), Bachmann, Elstner e Sims (2013), Husted, Rogers e Sun (2020), dentre outros). No entanto, a literatura não tem explorado o efeito da incerteza nas taxas de juros internacionais sobre as economias emergentes (EEs).

Em um mundo economicamente integrado, tanto nos mercados de bens e serviços quanto nos mercados financeiros, a incerteza oriunda em economias estrangeiras pode ter consequências importantes em EEs. Quando os sistemas econômicos possuem fragilidades, mesmo choques modestos, podem ter fortes efeitos negativos sobre a economia. Este é o caso de EEs, que por possuírem sistemas frágeis, podem ter dificuldades em amortecer os efeitos das perturbações econômicas e, às vezes, são até responsáveis por propagá-las e, como resultado, podem apresentar altos níveis de incerteza.

A grande recessão é bom exemplo da relação entre fragilidade das economias emergentes e a incerteza. Originada no mercado imobiliário dos EUA, a crise rapidamente se espalhou internacionalmente, levando a um grave declínio global na atividade real das EEs. O aumento acentuado da incerteza econômica levou os agentes econômicos a postergar tanto o consumo quanto o investimento, intensificando ainda mais a queda da atividade real. A crise iniciada com a pandemia de Covid-19 é um outro exemplo de como a incerteza gerada sobre o processo de condução das políticas econômicas afeta a economia dessas países.

Neste sentido, este artigo busca entender como a incerteza na taxa de juros internacional impacta uma economia de pequeno porte. Com este objetivo, o trabalho utilizou um modelo DSGE (*Dynamic stochastic general equilibrium*) de uma economia pequena e aberta, baseado em Galí e Monacelli (2005), no qual existe uma economia de pequeno porte, onde a produção de mercadorias está sujeita à concorrência imperfeita e a rigidez de preços. A incerteza é modelada como um choque na volatilidade da taxa de juros real externa. Para a solução do modelo, utilizou-se um método de

solução em terceira ordem, em que os parâmetros foram estimados em duas etapas: primeiramente os processos estocásticos exógenos foram estimados usando um filtro de partículas, em seguida os parâmetros restantes foram estimados utilizando o Método dos Momentos Simulados (SMM).

Os resultados revelam que um choque de incerteza na taxa de juros internacional tem um efeito recessivo sobre o produto doméstico, o consumo e o investimento. Os resultados revelam ainda uma elevação na inflação doméstica e uma desvalorização cambial. Em resposta a este cenário, o Banco Central eleva os juros domésticos.

As famílias vivem em um ambiente caracterizado pelo desvio padrão médio de taxas de juros reais (que é conhecido). Na ocorrência do choque, a variabilidade da taxa de juros externa aumenta, enquanto o nível da taxa de juros permanece constante. Em resposta a este cenário, os agentes ajustam seu consumo, trabalho, investimento, e decisões de poupança para fazer frente ao novo patamar de risco da taxa de juros internacional. Pequenas economias abertas dependem do acesso ao mercado financeiro internacional para suavizar o consumo e para se proteger em relação a possíveis choques externos. O aumento da volatilidade da taxa de juros externa torna a dívida mais arriscada à medida que a economia fica exposta a flutuações potencialmente rápidas na taxa de juros externa. Com o intuito de reduzir a exposição a esse risco, os agentes reduzem a dívida cortando consumo e investimento. Por sua vez, um investimento menor reduz a produção e, por meio de uma queda na produtividade marginal do trabalho, as horas trabalhadas.

Primeiramente, este artigo está vinculado à literatura que estuda as causas dos ciclos dos negócios em economias emergentes, (Neumeyer e Perri (2005), Uribe e Yue (2006)). Em segundo lugar, também está relacionado à literatura que trata de choques de incerteza como uma fonte dos ciclos econômicos (Fernández-Villaverde et al. (2011), Born e Pfeifer (2014), Fernández-Villaverde et al. (2015), Basu e Bundick (2017)). E por fim, também está vinculado à literatura que explica os efeitos da transmissão de choques externos em economias emergentes (Canova (2005), Maćkowiak (2007)).

Em particular, este artigo está relacionado ao artigo de Fernández-Villaverde et al. (2011), no entanto o mesmo se difere em alguns pontos. Primeiramente, o efeito do choque de incerteza externa foi estabelecido a partir de um modelo novo keynesiano. Além disso, em Fernández-Villaverde et al. (2011), a volatilidade da taxa de juros internacional, que afeta as economias de pequeno porte, é determinada a partir de um choque exógeno na própria taxa de juros interna. Neste artigo, o indivíduo possui dois ativos na sua carteira de portfólio, que dependem tanto da taxa de juros

nacional, quanto da taxa de juros internacional. Assim, levando em consideração a rigidez de preço, os efeitos na economia são determinados diretamente pela mudança no portfólio do consumidor.

Além desta introdução, o artigo apresenta outras cinco seções. A seção 2.2 apresenta uma revisão da Literatura, enquanto a seção 3.3 apresenta o modelo DSGE. A seção 3.4 apresenta a metodologia da estimação e os resultados das estimações dos parâmetros. A seção 3.5 apresenta a análise dos choques de incerteza na economia e a seção 3.6 expõe algumas conclusões.

2.2 REVISÃO DA LITERATURA

As evidências empíricas apontam que choques de incerteza são fortemente correlacionados em períodos recessivos (Bloom (2009), Jurado, Ludvigson e Ng (2015), Ozturk e Sheng (2018)) e impactam negativamente o investimento e o consumo corrente. Isso ocorre uma vez que a incerteza faz com que as empresas reduzam temporariamente seus investimentos e contratações.. No médio prazo, o aumento da volatilidade induz a uma queda no produto, no emprego e na produtividade. Segundo Bachmann, Elstner e Sims (2013) existe uma interação entre a incerteza e o baixo crescimento econômico ou até mesmo recessões, o que provoca pausa nas contratações e no investimento. As firmas esperam e veem (*wait and see*) para analisar como o futuro se revelará.

Apesar da extensa pesquisa se concentrar principalmente nas experiências das economias avançadas. Existem algumas pesquisas que demonstram o feito da incerteza nas economias emergentes. Por exemplo, Mueller, Tahbaz-Salehi e Vedolin (2017) mostram que quanto maior for a incerteza política, os agentes exigem um maior prêmio de risco, isso faz com que a incerteza sobre a política monetária aumente ainda mais, quando o Federal Reserve adota uma política de flexibilização monetária.

Comparado com economias desenvolvidas, Carrière-Swallow e Céspedes (2013) e Chatterjee (2017) argumentam que os países emergentes experimentam quedas mais profundas e prolongadas em resposta à incerteza global, devido à restrição de crédito em mercados financeiros mais restritos. Já Miescu (2019) mostra que choques de incerteza doméstica são consideráveis, particularmente para países menos ricos e mais abertos ao comércio internacional. Vicondoa (2019), por sua vez, mostram que as economias emergentes reagem assim que receberem a notícia sobre a evolução futura da taxa de juros americana, mesmo antes das mudanças nas taxas. Além disso, mudanças inesperadas na taxa de juros também causam uma contração semelhante nas economias emergentes.

Já Bhattarai, Chatterjee e Park (2020), mostram que EEs de diferentes regiões respondem de maneiras diferentes, onde o efeito de transmissão depende fortemente da orientação da política monetária. Empiricamente, os efeitos de choques de incerteza que se originam nos EUA têm apresentado efeitos significativos a outros países como: Europa (Colombo (2013)), Reino Unido (Mumtaz e Theodoridis (2015)), China (Huang et al. (2018)), Hong Kong (Luk et al. (2020)) e na maioria dos casos, eles até dominam os efeitos dos choques de incerteza local.

Em relação ao campo teórico, os trabalhos têm apresentado uma compreensão significativa de como a incerteza afeta a atividade econômica por meio de perdas de investimentos, gerando um efeito de histerese na atividade econômica (Hartman (1976), Leland (1978), Abel (1983), Bernanke (1983)). Em particular, Fernández-Villaverde et al. (2011) estudam como as mudanças na volatilidade da taxa de juros real, no qual as economias emergentes tomam empréstimos, impactam as variáveis reais da economia. Eles mostram que um aumento na volatilidade da taxa de juros real desencadeia uma queda na produção, no consumo, no investimento nas horas trabalhadas e uma mudança notável na conta corrente.

No âmbito do impacto da política monetária, Leduc, Liu et al. (2013) estudam os efeitos macroeconômicos dos choques de incerteza em um modelo com fricções na demanda por mão-de-obra e nos preços. Os autores mostram que os choques de incerteza agem como choques recessivos de demanda, uma vez que aumentam o desemprego e reduzem a inflação. Por outro lado, Born e Pfeifer (2014) mostram, que o efeito da “incerteza pura” na política monetária não desempenha um papel importante nas flutuações do ciclo de negócios. No modelo estimado, os efeitos da incerteza são **(i)** muito pequenos e **(ii)** não suficientemente amplificados.

O seguinte artigo contribui com a literatura ao analisar os efeitos da incerteza externa sobre a dinâmica dos ciclos dos negócios de uma Economia emergente. Em particular, investiga os efeitos de choques de incerteza na taxa de juros internacional através de um modelo DSGE de uma economia pequena e aberta. No modelo, a incerteza externa pode ser transmitida por dois canais distintos interagindo entre si. O primeiro canal é o da poupança precaucionária. Dado um aumento da incerteza na taxa de juros externa os agentes suavizam o consumo usando valores mobiliários da economia de grande porte, afetando os fluxos de capital de curto prazo. Em segundo lugar, dado a rigidez de preços no setor da produção, um aumento na incerteza gera uma elevação de preço para as empresas. Assim, as empresas ajustam seus preços contribuindo para uma queda na produção.

2.3 MODELO

Nesta seção, será apresentado um modelo Novo Keynesiano para uma pequena economia aberta, nos moldes de Gali e Monacelli (2005), com a introdução de capital físico. Na estrutura do modelo existe: **(i)** uma família representativa com um *continuum* de membros, cada um consumindo a mesma quantidade e trabalhando o mesmo número de horas; **(ii)** um *continuum* de firmas intermediárias produzindo bens intermediários diferenciados, usando serviços de trabalho e capital agregados; **(iii)** uma empresa final agregando bens intermediários em um bem final. O governo entra no modelo como uma autoridade fiscal que financia seus gastos com tributação e transferências e uma autoridade monetária, que define a taxa de juros nominal de acordo com uma regra de taxa de juros.

2.3.1 Famílias

As famílias maximizam a seguinte função de bem-estar:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{1}{1-\sigma} \left(c_t - \kappa_l \frac{n_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right)^{1-\sigma} \quad (2.1)$$

onde σ , φ , κ_l e β são os parâmetros de aversão ao risco, desutilidade do trabalho, preferência pelo trabalho e fator de desconto. n_t é a oferta de mão de obra e c_t é um índice de consumo composto definido da seguinte maneira:

$$c_t = \left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} c_{h,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} c_{f,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}} \quad (2.2)$$

sendo $\alpha \in [0, 1]$ o parâmetro que pode ser interpretado como uma medida de abertura comercial, $\eta \geq 0$ mede a substituíbilidade entre bens nacionais e estrangeiros do ponto de vista do consumidor doméstico, além disso $c_{h,t}$ e $c_{f,t}$ denotam o consumo agregado de bens domésticos e de bens estrangeiros, respectivamente.

A maximização da utilidade da família representativa deve atender à seguinte restrição orçamentária e à seguinte evolução do capital:

$$c_t + i_t + b_t^h + s_t b_t^f = \frac{r_{t-1} b_{t-1}^h}{\pi_t} + \frac{s_t r_{t-1}^f b_{t-1}^f}{\pi_t^f} + w_t n_t + r_t^k k_{t-1} + \Gamma_t - t_t - \frac{\kappa_d}{2} s_t (b_t^f - \bar{b})^2 \quad (2.3)$$

$$k_t = (1-\delta)k_{t-1} + \left[1 - \kappa_i \left(\frac{i_t}{i_{t-1} - 1} \right)^2 \right] i_t \quad (2.4)$$

onde os parâmetros κ_d e κ_i governam o custo de ajuste quadrático e o custo de ajustamento do capital. Por outro lado, b_t^h é a quantidade de títulos domésticos de um período denominado em moeda nacional, pagando uma taxa de juros nominal de r_t , b_t^f é a quantidade de títulos estrangeiros de um período denominado em moeda estrangeira, pagando uma taxa de juros nominal de r_t^f . Já w_t , k_t , i_t , s_t e Γ_t são respectivamente o salário, o capital, o investimento, a taxa de câmbio real e o lucro. No mais, r_t^k , t_t , π_t e π_f são o retorno do capital, um imposto *lump sum* a inflação total e a inflação apenas dos produtos estrangeiros. As famílias domésticas pagam um custo de ajuste quadrático quando mudam sua posição financeira com o resto do mundo.¹

2.3.2 Firms

Há um *continuum* de empresas indexadas por i produzindo um insumo doméstico diferenciado usando a seguinte função Cobb-Douglas:

$$y_{h,t} = a_t k_{t-1}(i)^\gamma n_t(i)^{1-\gamma} \quad (2.5)$$

em que γ é a parcela do capital na produção, $y_{h,t} = \left[\int_0^1 y_t(i)^{1-\frac{1}{\epsilon}} di \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$ representa um índice para produção agregada, onde o parâmetro ϵ estabelece a elasticidade de substituição entre bens produzidos em qualquer país. Já a_t denota a Produtividade Total dos Fatores (PTF), a qual segue um processo dado por:

$$\log(a_t) = \rho^a \log(a_{t-1}) + e^{\sigma_t^a} \epsilon_t \quad (2.6)$$

onde ρ^a é um parâmetro que governa a persistência, σ_t^a denota o processo da volatilidade para a produtividade (será descrita mais abaixo) e $\epsilon_t \sim IIN(0, 1)$.

Firmas enfrentam um custo de ajustamento quadrático $ac_t(i)$ em termos nominais tal como em Rotemberg (1982), sempre que ajustam os preços em relação ao *benchmark* $\bar{\pi}$:

$$ac_t(i) = \frac{\kappa_p}{2} \left(\frac{p_{h,t}(i)}{p_{h,t-1}(i)} - \bar{\pi} \right)^2 p_{h,t} y_{h,t} \quad (2.7)$$

em que $p_{h,t}$ representa o índice de preços dos produtos produzidos internamente. Desta forma, resolvendo o problema de minimização de custo da firma e assumindo um equilíbrio simétrico para todas as empresas, o salário real e o retorno real do capital são representados da seguinte maneira:

¹ Esta suposição garante a existência de um determinado estado estacionário e uma solução estacionária.

$$w_t = (1 - \gamma)mc_t \left(\frac{y_{h,t}}{n_t} \right) \quad (2.8)$$

$$r_t = \gamma mc_t \left(\frac{y_{h,t}}{k_{t-1}} \right) \quad (2.9)$$

por outro lado, sendo p_t o índice de preços agregados (mc_t) o custo marginal (nominal) comum entre empresas dado por:

$$mc_t = \frac{1}{p_t a_t} \left(\frac{r_t^k}{\gamma} \right)^\gamma \left(\frac{w_t}{1 - \gamma} \right)^{1-\gamma} \quad (2.10)$$

2.3.2.1 Determinação dos Preços

A economia é formada por um *continuum* de empresas. Além disso, o processo de determinação de preços está sujeito ao custo de ajustamento como em Rotemberg (1982). Assim, as firmas têm a possibilidade de redefinir o preço no tempo t e enfrentar o mesmo problema de decisão no próximo período. Sendo λ_t utilidade marginal do consumidor, o problema das firmas é portanto:

$$\max_{\{p_{h,t}(i), n_t(i), k_{t-1}(i), y_{h,t}(i)\}_{t=0}^{\infty}} E_0 \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda_t}{\lambda_0} \left[\frac{p_{h,t}}{p_t} y_{h,t}(i) - w_t n_t(i) - r_t^k k_{t-1}(i) - \frac{ac_t(i)}{p_t} \right] \right\} \quad (2.11)$$

sujeito à:

$$y_{h,t}(i) = \left(\frac{p_{h,t}(i)}{p_{h,t}} \right)^e y_{h,t} \quad (2.12)$$

$$y_{h,t}(i) = a_t k_{t-1}(i)^\gamma n_t(i)^{1-\gamma} \quad (2.13)$$

onde a equação (2.12) denota a demanda pelo bem intermediário i produzido domesticamente e (2.13) denota a tecnologia de produção do bem intermediário i . Em um equilíbrio simétrico e sabendo que $\pi_{h,t} = (\pi_{h,t}/\pi_{h,t-1})\pi_t$, as empresas escolhem o mesmo preço, os mesmos insumos e o mesmo produto resultando em:

$$\pi_{h,t}(\pi_{h,t} - \bar{\pi}) = \beta E_t \left[\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} (\pi_{h,t+1} - \bar{\pi}) \frac{p_{h,t+1} y_{h,t+1}}{p_{h,t} y_{h,t}} \right] + \frac{e}{\kappa_p} \left[\frac{mc_t}{p_{h,t}} - \frac{e-1}{e} \right] \quad (2.14)$$

em que sendo θ o parâmetro de Calvo, κ_p é definido por: $\kappa_p = (e-1)\theta/(1-\theta)(1-\beta\theta)$.

2.3.3 Política Fiscal e Monetária

O governo financia a despesa pública g_t aumentando os impostos e/ou emitindo títulos b_t^h , por convenção que valores negativos denotam a dívida do governo. A restrição orçamentária do governo é determinada por:

$$g_t + \frac{r_{t-1}}{\pi_t} b_{t-1}^h = t_t + b_t^h \quad (2.15)$$

em que, os gastos seguem um processo AR(1) da seguinte maneira:

$$\log(g_t) = (1 - \rho^g) \log(\bar{g}) + \rho^g \log(g_{t-1}) + e^{\sigma_t^g} \epsilon_t^g \quad (2.16)$$

onde σ_t^g denota a volatilidade dos gastos do governo, o qual será descrito mais adiante, $\epsilon_t^g \sim IIN(0, 1)$ e ρ^g governa a persistência do choque nos gastos do governo. Por outro lado, o banco central define a taxa nominal de juros de acordo com uma regra de Taylor.

$$\frac{r_t}{\bar{r}} = \left(\frac{r_{t-1}}{\bar{r}} \right)^{\phi_r} \left[\left(\frac{\pi_t}{\bar{\pi}} \right)^{\phi_\pi} \left(\frac{y_{h,t}}{\bar{y}_h} \right)^{\phi_y} \right]^{1-\phi_r} \exp(v_t) \quad (2.17)$$

onde os parâmetros ϕ_r , ϕ_π , ϕ_y governam a resposta da taxa de juros nominal em relação à taxa de juros passada, aos desvios da inflação da meta e ao produto doméstico. Por fim, v_t é um choque de política monetária que segue um processo exógeno definido por:

$$\log(v_t) = \rho^v \log(v_{t-1}) + e^{\sigma_t^v} \epsilon_t^v \quad (2.18)$$

onde σ_t^v é o processo da volatilidade da política monetária doméstica, o qual será descrito a seguir, $\epsilon_t^v \sim IIN(0, 1)$ e ρ^v determina a persistência do choque.

2.3.4 Mercados de Capitais Internacionais

A relação entre as taxas de juros doméstica e internacional é determinada da seguinte maneira:

$$r_t^r = \left(\frac{1}{[1 - \kappa_d(d_t^f - \bar{d})]} \right) r_t^* (s_{t+1}/s_t) \quad (2.19)$$

em que (r_t^r) , (r_t^*) são as taxas de juros interna e externa em termos reais, além disso d_t^f representa a dívida externa ($d_t^f = -b_t^f$). Note que, quanto maior for a diferença da dívida externa em relação ao seu nível de estado estacionário, maior será a taxa de juros específica do país no mercado internacional.

Por se tratar de uma pequena economia aberta, a taxa de juros internacional (r_t^*) é tomada como exógena pela economia pequena. Por simplicidade, r_t^* segue um processo AR(1) de acordo com:

$$r_t^* = (1 - \rho^{r^*})\bar{r}^* + \rho^{r^*} r_{t-1}^* + e^{\sigma_t^{r^*}} \epsilon_t^{r^*} \quad (2.20)$$

onde r^* é o valor da taxa de juros internacional no estado estacionário, ρ^{r^*} governa a persistência do processo para a taxa de juros internacional, $\sigma_t^{r^*}$ é a volatilidade variante no tempo da taxa de juros internacional, a qual será descrita mais abaixo, e $\epsilon_t^{r^*} \sim IIN(0, 1)$. Perceba que a equação (2.19) fornece uma forma intuitiva de representar a conexão entre as taxas de juros doméstica e internacional.

2.3.5 Equilíbrio

A condição de equilíbrio do mercado para o bem doméstico é a seguinte:

$$y_{h,t} = c_{h,t} + i_{h,t} + g_t + x_t + \frac{\kappa_p}{2} (\pi_{h,t} - \bar{\pi})^2 y_{h,t} \quad (2.21)$$

Além disso, o total de títulos das famílias é definida por:

$$b_t = b_t^h + b_t^f \quad (2.22)$$

A demanda externa pelo bem doméstico x_t e a demanda interna pelo bem estrangeiro m_t são definidas de acordo com as seguintes equações:

$$x_t = \alpha \left(\frac{p_{h,t}}{e_t p_{f,t}} \right)^{-\eta} y_t^* \quad (2.23)$$

$$m_t = \alpha \left(\frac{p_{f,t}}{p_t} \right)^{-\eta} (c_t + i_t) \quad (2.24)$$

Assim, as exportações são definidas como uma parcela do produto externo (y_t^*), ponderada pelos preços internos e externos e pelo grau de abertura da economia. Por outro lado, as importações são definidas como uma parcela do consumo agregado doméstico (c_t), ponderada pelos preços internos e externos e pelo grau de abertura da economia.

O produto externo é exógeno e definido a partir de um processo AR(1) da seguinte forma:

$$\log(y_t^*) = \rho^{y^*} \log(y_{t-1}^*) + e^{\sigma_t^{y^*}} \epsilon_t^{y^*} \quad (2.25)$$

onde $\sigma_t^{y^*}$ denota a volatilidade do produto externo, o qual será descrito mais adiante, $\epsilon_t^{y^*} \sim IIN(0, 1)$ e ρ^{y^*} governa a persistência do choque no produto externo.

Por fim, definindo a balança comercial (nx_t) como a diferença entre exportações e as importações ($nx_t = x_t - m_t$) e utilizando a restrição orçamentária, assim como o equilíbrio para o mercado de bens domésticos, a balança comercial pode ser escrita através da relação de dívida interna e externa da seguinte forma:

$$nx_t = s_t b_t^f - s_t r_{t-1}^* b_{t-1}^f + s_t \frac{\kappa_d}{2} (b_t^f - \bar{b})^2 \quad (2.26)$$

2.3.6 Equilíbrio Competitivo

Definição: Dado os choques estocásticos $\{e_t^a, e_t^m, e_t^r, e_t^g, e_t^{y^*}, \xi_t^a, \xi_t^m, \xi_t^r, \xi_t^g, \xi_t^{y^*}\}$ e as variáveis exógenas $\{a_t, m_t, r_t^*, y_t^*, g_t, \sigma_t^a, \sigma_t^v, \sigma_t^{r^*}, \sigma_t^g, \sigma_t^{y^*}\}$, o equilíbrio competitivo é uma sequência de alocações $\{c_t, n_t, b_t^h, b_t^f, k_t\}_{t=0}^\infty$ das famílias, das firmas $\{y_t, n_t, k_t\}_{t=0}^\infty$ e preços $\{\lambda_t, q_t, e_t, p_t, w_t, r_t, r_t^k\}_{t=0}^\infty$ tais que:

(i) dado os preços $\{\lambda_t, q_t, s_t, p_t, w_t, r_t, r_t^k\}_{t=0}^\infty$, a sequência $\{c_t, i_t, n_t, b_t^h, b_t^f, k_t\}_{t=0}^\infty$ seja a solução do problema do consumidor;

(ii) dado os preços $\{p_t, w_t, r_t^k\}_{t=0}^\infty$, a sequência $\{y_t, n_t, k_t\}_{t=0}^\infty$ resolve o problema da firma;

(iii) As condições do mercado de bens, do capital, do trabalho, da dívida total, da balança comercial sejam respeitadas.

2.4 ESTIMAÇÃO DA INCERTEZA

Um dos principais obstáculos da macroeconomia atual é o entendimento a respeito da incerteza. No sentido geral, entende-se que períodos de maior volatilidade estão associados a maior incerteza, tal como em Bloom (2009) que constatou que choques na volatilidade do mercado de ações estão associados a choques sobre a economia real. No entanto, existe muita contradição sobre a escala e os canais de tais choques. A principal dificuldade sobre o tema está no fato da incerteza não ser observável, logo existe uma dificuldade de defini-la de forma correta.

A ampliação do entendimento da incerteza foi aprofundada por meio da análise quantitativa. De um lado, Bloom (2009) introduz o conceito de incerteza como um processo estocástico, de outro Fernández-Villaverde e Rubio-Ramírez (2007) inauguram o uso de filtros de partículas para

a estimação de modelos não lineares. A combinação do entendimento da volatilidade estocástica como medida de incerteza, com o avanço metodológico quanto ao uso de filtro de partículas para estimação de modelos não lineares possibilitou o avanço dos estudos sobre incerteza.

Assim, a volatilidade estocástica tornou-se um componente importante para os modelos de equilíbrio geral. Esses modelos, em geral, mostram que a volatilidade estocástica, manifestada em diferentes fontes de choques exógenos, pode ser uma das formas de explicar as flutuações nos agregados macroeconômicos consistentes com a intuição e os dados.

Assim, esta seção apresenta evidências empíricas sobre a importância da volatilidade das variáveis no tempo. Buscando demonstrar que os dados tendem a rejeitar a homocedasticidade histórica das variáveis, em que volatilidade estocástica é capaz de capturar as características dos dados.

2.4.1 Metodologia da Estimação

O procedimento da estimação dos parâmetros do modelo é dividido em duas etapas. A primeira consiste em obter os parâmetros que governam os processos estocásticos exógenos. Estes são estimados usando um método de Monte Carlo Sequencial. Posteriormente, esses parâmetros são introduzidos no modelo e em seguida, os parâmetros restantes do modelo são estimados com o Método dos Momentos Simulados.

O modelo inclui 5 processos exógenos com *time-varying volatility*. Esses processos são estimados utilizando dados trimestrais da taxa básica de juros externa (aqui utilizamos a Federal Funds Rate), da taxa básica Selic, do PIB real dos Estados Unidos, dos gastos governamentais e da produtividade. Aplicamos o filtro HP aos logaritmos de todas as séries para obter a parte cíclica das séries. Para a estimação foi utilizado dados trimestrais no período 1996 a 2019 (Para mais detalhamento ver o Apêndice A).

Os desvios padrão σ_t^j seguem um processo de volatilidade estocástica $AR(1)$ conforme Fernández-Villaverde et al. (2011):

$$\sigma_t^j = (1 - \rho^{\sigma^j})\bar{\sigma}_j + \rho^{\sigma^j}\sigma_{t-1}^j + \eta_j\xi_t^j \quad (2.27)$$

onde $\bar{\sigma}_j$ é a média incondicional de σ_t^j , $j \in \{v, r^*, y^*, a, g\}$. O choque para a volatilidade ξ_t^j é considerado independente. Devido à não linearidade embutida na configuração da volatilidade estocástica dos choques, não se pode simplesmente empregar o filtro de Kalman como no caso dos choques normalmente distribuídos. Para este caso, Fernández-Villaverde e Rubio-Ramírez (2007) propõem o

uso do filtro de partículas *Sequential Importance Resampling* (SIR), uma aplicação especial da classe mais geral dos métodos *Sequential Monte Carlo* (SMC), para avaliar a distribuição de probabilidade posterior dos parâmetros. Após a obtenção da distribuição de probabilidade posterior dos parâmetros, o algoritmo *Tailored Randomized Block Metropolis-Hastings* (TaRB-MH) (Chib e Ramamurthy (2010)) é usado para maximizar a posterior.

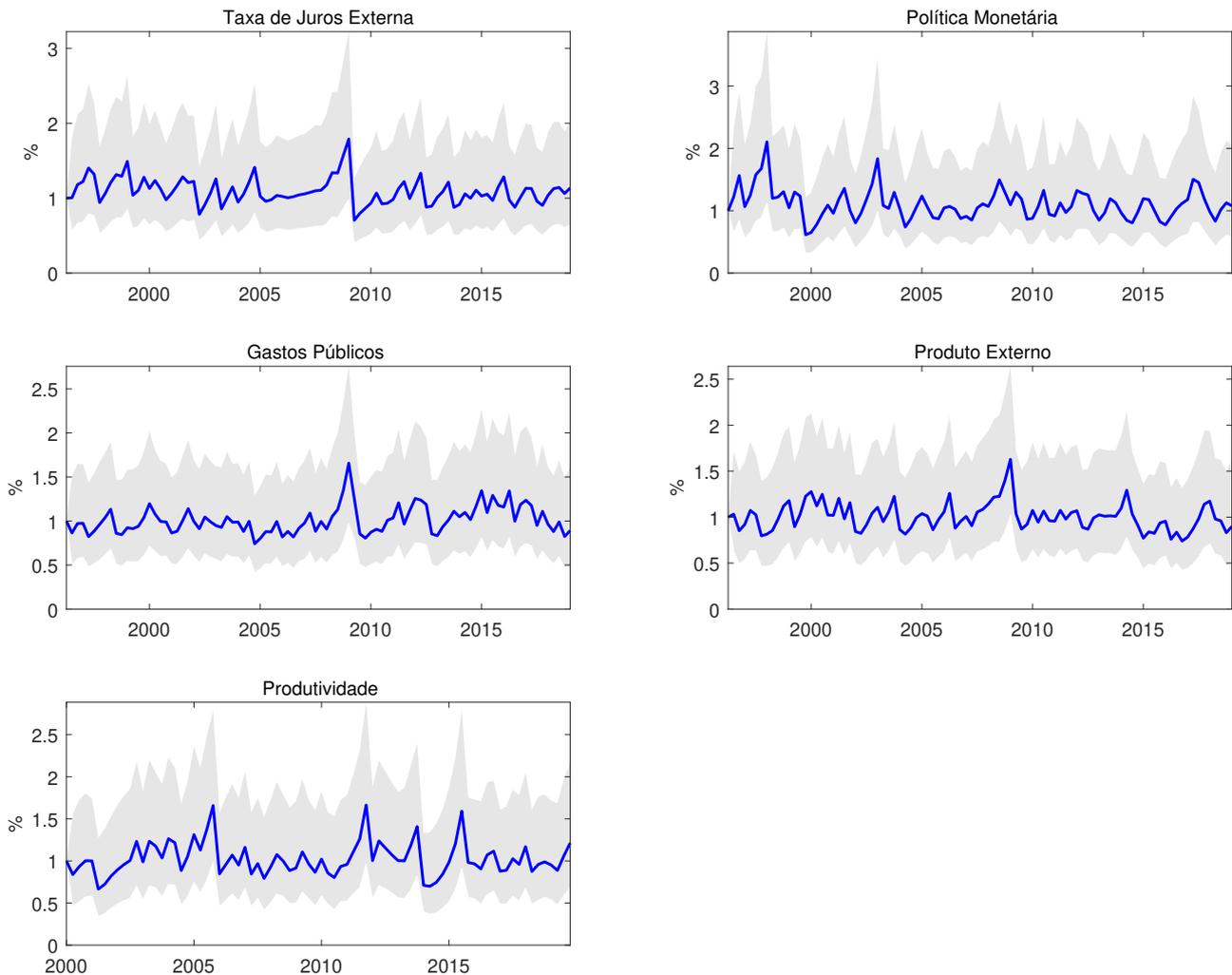
2.4.2 Resultados da Estimação

Os choques na volatilidade estocástica das séries são apresentados na Figura 1. Primeiramente, os resultados demonstraram que ao longo de todo o período os choques de volatilidade estocástica apresentam resultados estatisticamente significantes. Em geral, a mediana do choque está em torno de 1%.

Além disso, percebe-se que a volatilidade da política monetária entre os anos de 1996 e 2000 teria se movido entre 0.8 e 2.1 pontos percentuais, em que obteve seu máximo amostral no segundo trimestre de 1998. Por conseguinte, apesar de ter tido o menor valor histórico no início de 2000 volta a crescer até 2003, dado a instabilidade política gerada a partir da mudança no mandato presidencial. Por outro lado, a taxa de juros externa apresenta uma tendência de estabilidade entre 1996 até 2005 em torno de 1.2 pontos percentuais. Após 2005, a volatilidade começa a apresentar um tendência de crescimento atingindo seu máximo amostral em 2008, que marcado pelo agravamento da crise financeira, afetou o desempenho do comércio internacional das economias emergentes. A volatilidade dos gastos públicos e do produto externo segue a mesma tendencia. Por fim, a volatilidade da produtividade apresenta seu máximo amostral no primeiro semestre no de 2012, que após uma leve tendência de queda apresentou uma trajetória de crescimento entre 2014 e 2016, como resultado do conjunto de políticas da Nova Matriz Econômica, que agravou a crise de sustentabilidade da dívida pública doméstica e reduziu a produtividade da economia brasileira.

Percebendo que a economia brasileira apresenta choques de volatilidade em algumas variáveis e utilizando a estrutura metodológica de Fernández-Villaverde et al. (2011), os parâmetros estimados são apresentados na Tabela 1. As distribuições *a priori* dos parâmetros foram definidas conforme Born e Pfeifer (2014). Para ρ^{σ_j} e ρ^j , optou-se pela distribuição Beta com média 0.9 e um desvio padrão de 0.1. Isso reflete a visão de que há uma leve persistência nas variáveis, por outro lado, o desvio padrão incorpora a relativa falta de conhecimento em relação à volatilidade do choque.

Figura 1 – Histórico dos Choques de Volatilidade Suavizados em Porcentagem



Fonte: A linha Azul representa a mediana, a área sombreada representa o intervalo de confiança de 95%

Para o η_j foi escolhido uma distribuição Gama (para garantir que o parâmetro seja positivo), onde esse parâmetro controla o grau de volatilidade estocástica (aproximadamente de $\exp(0.5) = 1.6487$). Por fim, para os parâmetros σ_j optou-se pela distribuição uniforme. Com isso, deixamos os dados decidirem qual o valor do parâmetro mais apropriado.

Realizamos um sorteio, após uma busca por condições iniciais apropriadas, com 20.000 lances. No mais, todos os parâmetros são estimados com bastante precisão, sendo que os choques apresentam alto grau de persistência tanto em nível quanto na volatilidade.

Os resultados da estimativa são apresentados na Tabela 1. Em geral, todos os parâmetros são estimados com bastante precisão, conforme evidenciado pelos percentis. Todos os choques, com exceção do choque do produto externo, apresentam uma persistência em seus níveis menor do

que nas suas volatilidades. Além disso, os processos estimados mostram evidências moderadas de incerteza variável no tempo, com η_j variando entre 0.37 e 0.51.

Tabela 1 – Distribuições a *Priori* e a *Posteriori* dos Processos Estocásticos

Parâmetro	Priori			Posteriori		
	Distribuição	Média	Desvio Padrão	Média	5%	95%
Federal Funds Rate						
ρ^{r^*}	Beta	0.90	0.10	0.933	0.915	0.951
$\rho^{\sigma_r^*}$	Beta	0.90	0.10	0.973	0.965	0.991
$\bar{\sigma}_{r^*}$	Uniforme	-7.00	5.33	-4.502	-4.937	-4.067
η_{r^*}	Gama	0.50	0.10	0.407	0.339	0.475
Taxa de Juros Selic						
ρ^v	Beta	0.90	0.10	0.813	0.718	0.921
ρ^{σ_v}	Beta	0.90	0.10	0.915	0.850	0.975
$\bar{\sigma}_v$	Uniforme	-7.00	5.33	-3.173	-3.546	-3.008
η_v	Gama	0.50	0.10	0.451	0.354	0.558
Gastos públicos						
ρ^g	Beta	0.90	0.10	0.822	0.753	0.891
ρ^{σ_g}	Beta	0.90	0.10	0.833	0.761	0.905
$\bar{\sigma}_g$	Uniforme	-7.00	5.33	-5.046	-5.338	-4.754
η_g	Gama	0.50	0.10	0.376	0.312	0.440
Produtividade						
ρ^a	Beta	0.90	0.10	0.734	0.637	0.831
ρ^{σ_a}	Beta	0.90	0.10	0.771	0.674	0.868
$\bar{\sigma}_a$	Uniforme	-7.00	5.33	-4.216	-4.528	-3.906
η_a	Gama	0.50	0.10	0.506	0.414	0.615
Produto Externo						
ρ^{y^*}	Beta	0.90	0.10	0.936	0.882	0.99
$\rho^{\sigma_{y^*}}$	Beta	0.90	0.10	0.788	0.692	0.889
$\bar{\sigma}_{y^*}$	Uniforme	-7.00	5.33	-5.473	-5.719	-5,227
η_{y^*}	Gama	0.50	0.10	0.374	0.307	0.441

Nota: ρ denota o(s) coeficiente(s) de autocorrelação das equações, $\bar{\sigma}_{i^*}$ é a volatilidade de estado estacionário, η denota o desvio padrão dos choques de volatilidade. A distribuição uniforme é definida com o seguinte limite: ($\bar{\sigma}_j \sim U(-11, -3)$).

2.4.3 Ajustando o Modelo aos Dados

Para estimar os demais parâmetros do modelo, foi utilizado o Método Simulado de Momentos, conforme proposto em Ruge-Murcia (2012). Em linhas gerais, tal metodologia busca minimizar a distância ponderada entre os momentos empíricos e os momentos resultantes de dados artificiais simulados do modelo. Duffie e Singleton (1993) mostram que em condições gerais o estimador SMM é consistente e assintoticamente normal.

Ruge-Murcia (2012) mostra que a estimativa SMM também é realizada usando o método de Monte-Carlo em pequenas amostras. Os resultados de Monte-Carlo mostram que o SMM fornece estimativas de parâmetros precisas, mesmo quando as séries simuladas são relativamente curtas. No entanto, os erros padrão assintóticos tendem a superestimar a verdadeira variabilidade das estimativas e, conseqüentemente, a inferência estatística é conservadora. O custo computacional do SMM aumenta conforme o comprimento da série simulada usada para calcular os momentos implícitos pelo modelo, mas, no geral, o procedimento é computacionalmente eficiente.

Assim, buscamos estimar um parte dos parâmetros que em alguma medida caracterizam uma economia de pequeno porte. Para estimação dos parâmetros foram utilizados dados do produto interno bruto real, das despesas de consumo pessoal, do investimento interno privado bruto, das horas de trabalho na indústria, do capital utilizado na indústria, da média trimestral do IPCA, da taxa de juros e da balança comercial no período 1996 a 2019. (Ver apêndice A).

No entanto, alguns parâmetros no qual a literatura tem explorado com a alguma consistência foram fixados antes da estimação (Tabela 2). A taxa de depreciação do capital (δ) em 0.025 e o parâmetro que governa a aversão ao risco (σ) em 2 tal como em Born e Pfeifer (2014), já o parâmetro de ajuste da posição financeira foi fixado em 0.005, conforme Schmitt-Grohé e Uribe (2003). Conforme Adrian et al. (2021) a inflação (π) é fixado em 1.01 e a inflação externa (π^f) em 1.005 no estado estacionário. Além disso, o gasto do governo (g) no estado estacionário é 0.3955. Os demais parâmetros foram calibrados de acordo com Gali e Monacelli (2005) e o Fernández-Villaverde et al. (2015), da seguinte forma: a elasticidade de substituição intertemporal do país estrangeiro $\eta = 1.5$; a elasticidade da substituição entre os bens $\epsilon = 6$.

O restante dos parâmetros foi estimado pelo método SMM e os resultados são apresentados na tabela 3. Em linhas gerais, os resultados da estimação dos parâmetros se comportaram conforme a literatura. Por outro lado, afim de verificar do ajuste do modelo aos dados a Tabela 4 apresenta

Tabela 2 – Parâmetros Fixados Antes da Estimação

Parâmetro	Descrição	Valor	Definição / motivação
σ	Aversão ao Risco	2	Born e Pfeifer (2014)
η	Substituição Intratemporal Entre os Países	1.5	Gali e Monacelli (2005)
κ_l	Preferência Pelo Trabalho	1.025	Calibrado
κ_d	Parâmetro de ajuste da posição financeira	0.005	Schmitt-Grohé e Uribe (2003)
δ	Depreciação do Capital	0.025	Born e Pfeifer (2014)
ϵ	Substituição Intratemporal Entre Bens	6	Gali e Monacelli (2005)
\bar{g}	Gasto do Governo	0.396	Adrian et al. (2021)
π^f	Inflação Externa no estado estacionário	1.005	Adrian et al. (2021)
$\bar{\pi}$	Inflação no estado estacionário	1.01	Adrian et al. (2021)

Nota: Os parâmetros fixados antes da estimativa são referenciados com sua fonte correspondente. O parâmetro de preferência do trabalho κ_l é marcado como “Calibrado”, porque normalizamos o estado estacionário de horas trabalhadas para 1/3 usando κ_d .

Tabela 3 – Parâmetros Estimados pelo modelo SMM

Parâmetro	Descrição	Valor	Intervalo
β	Fator de Desconto	0.987	[0.978, 0.998]
φ	Desutilidade do Trabalho	0.973	[0.954, 0.994]
γ	Participação do Capital do Produto	0.365	[0.309, 0.438]
θ	Parâmetro de Calvo	0.711	[0.601, 0.748]
α	Grau de Abertura	0.429	[0.401, 0.454]
κ_I	Ajuste do Investimento	2.462	[1.908, 3.015]
ϕ_π	Resposta da Taxa de Juros a Inflação	1.649	[1.399, 1.899]
ϕ_r	Inercia da Taxa de Juros	0.815	[0.735, 0.895]
ϕ_y	Resposta da Taxa de Juros ao Produto	0.042	[0.031, 0.052]

Nota: Os valores apresentado entre colchetes refere-se ao intervalo de confiança do parâmetro.

a comparação do desvio padrão, da autocorrelação e da correlação de todas as variáveis com o produto, totalizando 24 momentos. Com algumas exceções, o modelo tem um ajuste razoável em relação a todos os momentos. Em particular, a correlação entre a balança comercial e o produto apresenta divergência do modelo com os dados. Em economias emergentes, a balança comercial pode apresentar uma característica contracíclica, que por vezes, não é capturada pelos modelos teóricos.

Tabela 4 – Momentos Simulados e Empíricos

	$\sigma(x_t)$		$\rho(x_t, y_t)$		$\rho(x_t, x_{t-1})$	
	Modelo	Dados	Modelo	Dados	Modelo	Dados
y_t	0.264	0.190	1.00	1.00	0.840	0.923
c_t	0.331	0.218	0.876	0.989	0.832	0.870
i_t	0.474	0.225	0.694	0.911	0.931	0.959
π_t	0.745	0.444	-0.274	-0.147	0.983	0.975
k_t	0.224	0.151	0.902	0.972	0.638	0.764
l_t	0.062	0.096	0.841	0.758	0.863	0.878
r_t	0.493	0.592	-0.675	-0.764	0.953	0.962
nx_t	2.258	2.767	0.302	-0.025	0.857	0.865

Nota: As séries temporais x_t são produto (y_t), consumo (c_t), investimento (i_t), inflação (π_t), horas trabalhadas (l_t), capital (k_t), taxa de juros (r_t) e balança comercial (nx_t). As colunas mostram o desvio padrão $\sigma(x_t)$, a correlação das variáveis com o produto $\rho(x_t, y_t)$, autocorrelação das variáveis $\rho(x_t, x_{t-1})$.

2.5 RESULTADOS

O modelo foi resolvido por meio de técnicas de perturbação de terceira ordem, uma vez que, como argumentado por Fernández-Villaverde et al. (2011), choques de segundo momento, como é o caso dos choques de incerteza, são apropriadamente simulados por meio de aproximações de terceira ordem em relação aos níveis de estado estacionário, isso implica necessariamente que a solução do modelo é não linear.

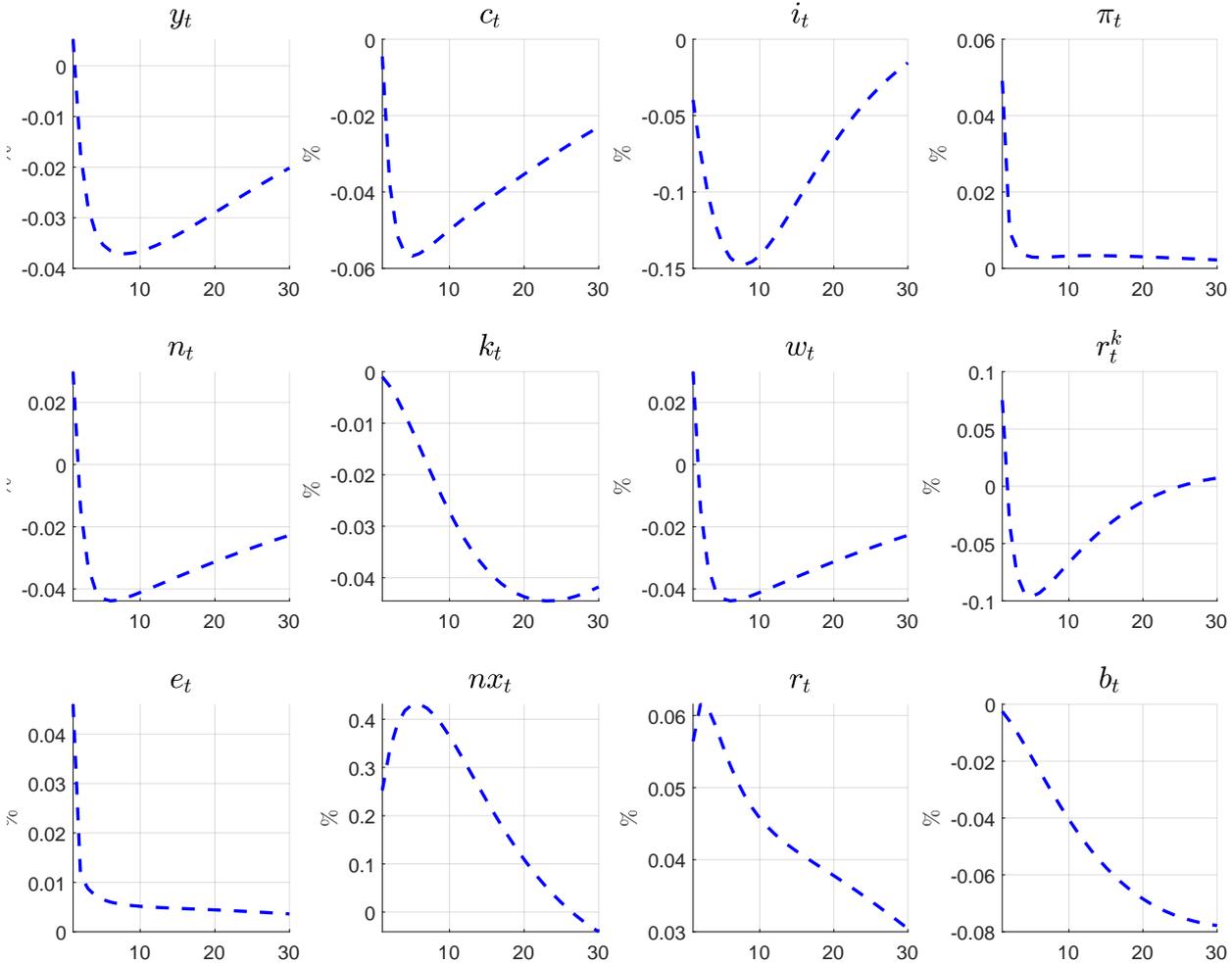
No entanto, Fernández-Villaverde, Rubio-Ramírez e Schorfheide (2016) expõem que as perturbações de ordem superior, apesar de intuitivas, são suscetíveis a gerar trajetórias explosivas, mesmo quando a aproximação linear correspondente é estável. Essas trajetórias explosivas emergem pela indução de pontos fixos adicionais, criados pelos termos de ordem superior no sistema.

Alguns artigos como Kim et al. (2008) e Lan e Meyer-Gohde (2013) apresentam uma estratégia alternativa para eliminar essas soluções instáveis: as aproximações aparadas (*pruning approximations*). Em linha geral, a ideia consiste em eliminar nas recursões os termos de ordem superior à ordem da solução. Para a solução do modelo será utilizado o método de Andreasen, Fernández-Villaverde e Rubio-Ramírez (2018), que generalizam os resultados de Kim et al. (2008) ao demonstrar como aplicar aproximações aparadas para qualquer ordem arbitrária.

Assim, a figura 2 apresenta as Funções de Resposta à Impulso Generalizadas - GIRFs relativas às dinâmicas das variáveis após um choque no segundo momento da taxa de juros externa, enquanto

não há alteração no nível do choque exógeno.² A resolução do modelo busca identificar os efeitos da incerteza na economia. O modelo se comporta conforme um aumento exógeno na taxa de juros externa de forma tradicional, onde os efeitos para a economia são contracionistas.

Figura 2 – Choque de Incerteza da Taxa de Juros Externa



Fonte: GIRFs para um choque de volatilidade de dois desvios padrão. Na primeira linha os gráficos apresentam a reação do Produto (y_t), Consumo (c_t), Investimento (i_t) e a Inflação (π_t). Segunda linha, Horas Trabalhadas, Capital, Salário e Retorno do Capital (n_t , k_t , w_t , r_t^k). Na terceira, Câmbio Nominal, Balança Comercial, Taxa de Juros e os títulos (e_t , nx_t , r_t , b_t). GIRFs são medidos em desvios percentuais do estado estacionário estocástico e a periodicidade é trimestral.

Dado o aumento da incerteza da taxa de juros externa, observa-se, uma contração do produto,

² O uso de técnicas de perturbação de ordem superior para resolver o modelo implica que a solução do modelo não é mais linear. Desse modo, as Funções de Resposta à Impulso - IRFs dependerão da sequência de choques futuros e do ponto no espaço de estado em que as IRFs são iniciadas, ou seja, a história passada dos choques. Para contornar este problema, Koop, Pesaran e Potter (1996) sugeriram o conceito de Funções de Resposta à Impulso Generalizadas - GIRFs que permitem considerar IRFs "representativas" na média ergódica. Usamos a solução de forma fechada de Andreasen, Fernández-Villaverde e Rubio-Ramírez (2018) para calcular as GIRFs para uma aproximação de terceira ordem.

consumo, investimento, capital e horas trabalhadas, enquanto a inflação e a taxa de juros nominal aumentam, além disso a taxa de câmbio desvaloriza. Por fim, saldo da balança comercial, tem uma resposta inicialmente positiva devido à desvalorização cambial. Porém, na sequência, tal saldo atinge um patamar inferior ao equilíbrio inicial.

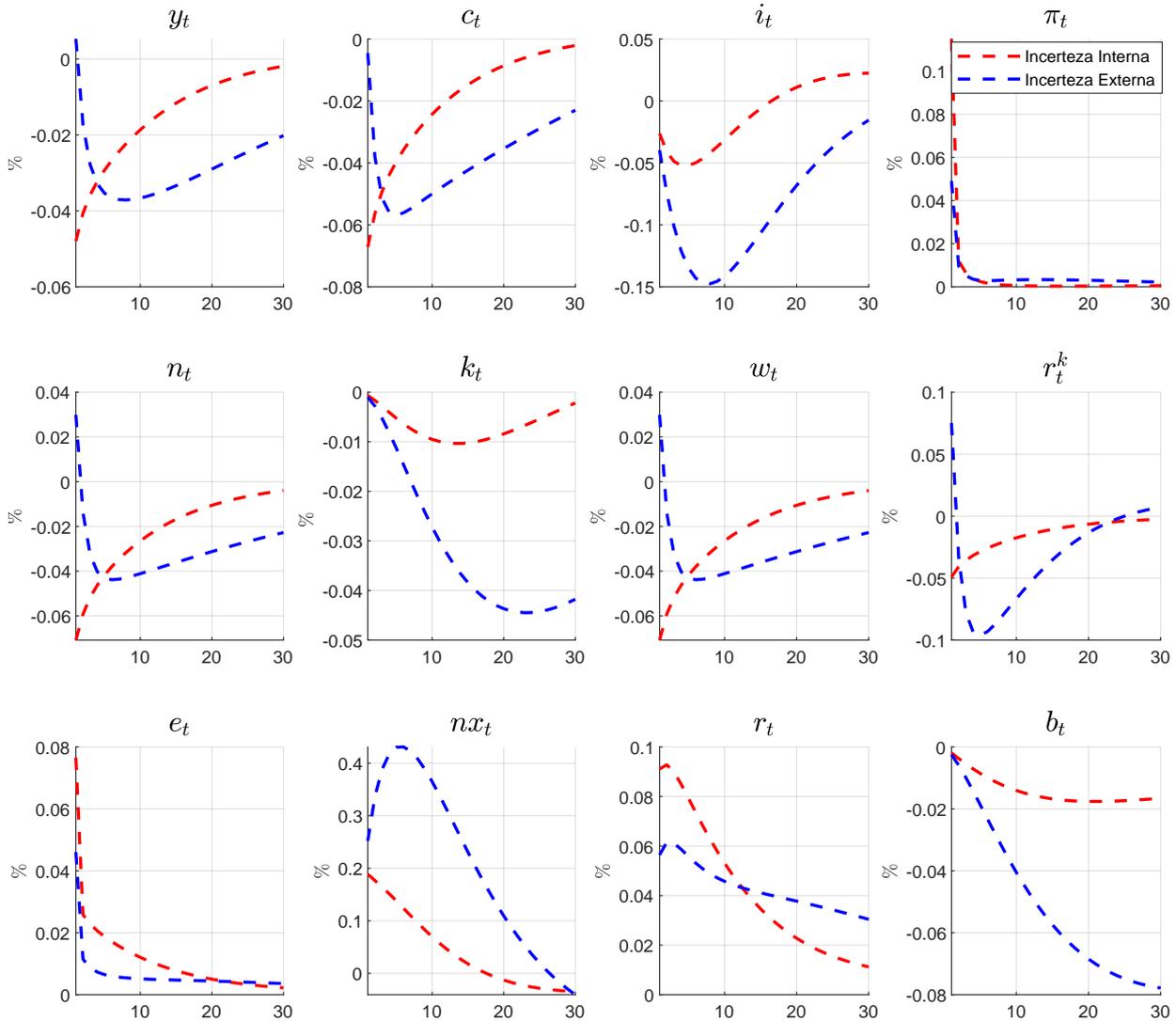
As famílias investem menos devido à maior volatilidade na taxa de juros, no qual gera uma redução na demanda por capital das empresas, por estarem produzindo menos. O declínio no consumo induzido pela poupança por precaução ilustra o desejo das famílias por suavização, com menos investimento e mais poupança. Assim como mostra Born e Pfeifer (2014), as empresas tentam suavizar os ajustes de preços ao longo do tempo. Se a incerteza aumenta hoje, mantendo constantes os choques de nível, isso sinaliza uma alta incerteza também no futuro, devido ao processo da volatilidade ser persistente. Como o preço ótimo esperado aumentou devido à incerteza, a empresa se antecipa e já aumenta os preços acima dos custos marginais. Esse aumento nos *markups* levará a atividade econômica a se contrair. Por fim, a autoridade monetária aumenta a taxa de juros nominal dado o aumento da inflação.

As respostas das variáveis do modelo exibem dinâmica qualitativa comparável com os resultados encontrados por Vicondoa (2019). Em particular, as respostas do produto, do investimento, tal como depreciação da taxa de câmbio e o aumento da inflação. Além do mais, os resultados compactuam com Aoki, Benigno e Kiyotaki (2016), onde choque na taxa de juros gera efeitos recessivos consistentes, uma vez que as economias emergentes são vulneráveis ao ciclo financeiro global, no qual a transmissão do choque de incerteza vem especificamente da taxa de câmbio, já que o aumento da inflação associada à depreciação da taxa de câmbio requer que o banco central eleve a taxa de juros nominal deprimindo ainda mais a economia.

A Figura 3 compara as respostas das variáveis de um aumento da incerteza na taxa de juros externa (como na figura 2) e na taxa de juros doméstica. Os resultados indicam que um aumento da incerteza da política monetária doméstica tem efeitos iniciais mais acentuados sobre o produto, consumo e o emprego do que um aumento na incerteza externa. Por outro lado, os efeitos tanto o investimento quanto o estoque de capital físico respondem mais acentuadamente a uma elevação na incerteza externa. Por fim, note que a inflação e por consequência o câmbio é impactada de forma mais consistente. Husted, Rogers e Sun (2020) em um artigo empírico, corroboram com os resultados apresentados, mostrando que existe um efeito consistente sobre o produto e o investimento.

Políticas Monetárias Alternativas A seguir foi proposto algumas mudanças na forma de con-

Figura 3 – Choque de Incerteza da Taxa de Juros Interna



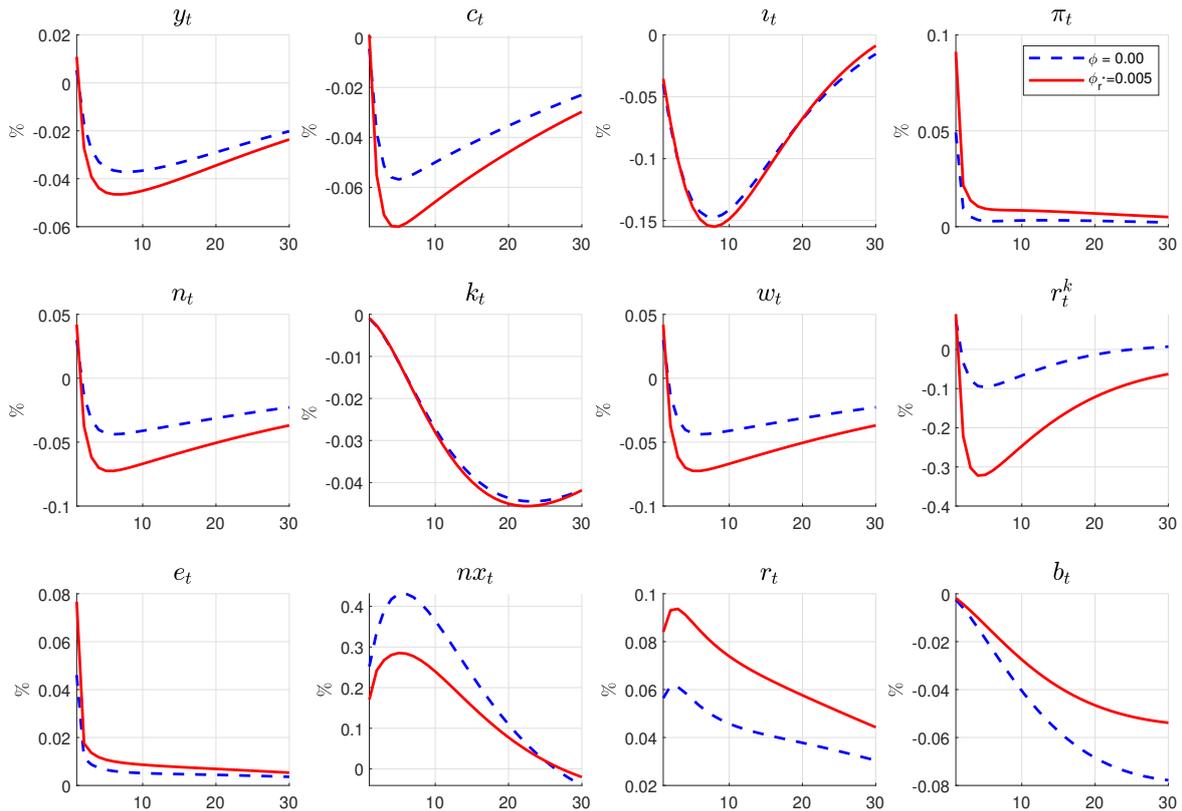
Fonte: GIRFs para um choque de volatilidade de dois desvios padrão. Na primeira linha os gráficos apresentam a reação do Produto (y_t), Consumo (c_t), Investimento (i_t) e a Inflação (π_t). Segunda linha, Horas Trabalhadas, Capital, Salário e Retorno do Capital (n_t , k_t , w_t , r_t^k). Na terceira, Câmbio Nominal, Balança Comercial, Taxa de Juros e os títulos (e_t , nx_t , r_t , b_t). GIRFs são medidos em desvios percentuais do estado estacionário estocástico e a periodicidade é trimestral.

dução de política monetária. Inicialmente, apresentamos uma regra de política monetária, no qual o banco central leve em consideração o comportamento da volatilidade da taxa de juros externa, baseado na proposta de Fernández-Villaverde et al. (2015). Neste sentido, a regra de política monetária fica definida como:

$$\frac{r_t}{\bar{r}} = \left(\frac{r_{t-1}}{\bar{r}} \right)^{\phi_r} \left[\left(\frac{\pi_t}{\bar{\pi}} \right)^{\phi_\pi} \left(\frac{y_{h,t}}{\bar{y}_h} \right)^{\phi_y} \left(\frac{\sigma_t^{r^*}}{\bar{\sigma}^{r^*}} \right)^{\phi_{r^*}} \right]^{1-\phi_r} \exp(m_t) \quad (2.28)$$

onde ϕ_{r^*} governam a resposta da taxa de juros a volatilidade da taxa externa. Essa regra foi calibrada com $\phi_{r^*} = 0.005$, tal como em Fernández-Villaverde et al. (2015), permitindo que a autoridade monetária aumente as taxas de juros nominais à medida que a incerteza aumenta para evitar os efeitos sobre markups e a inflação. Ao mesmo tempo, este é um valor pequeno, não modificando os efeitos gerais dos resultados iniciais apresentados na figura 2.

Figura 4 – Choque de Incerteza da Taxa de Juros Externa com Ajuste na Regra de Taylor



Fonte: GIRFs para um choque de volatilidade de dois desvios padrão. Na primeira linha os gráficos apresentam a reação do Produto (y_t), Consumo (c_t), Investimento (i_t) e a Inflação (π_t). Segunda linha, Horas Trabalhadas, Capital, Salário e Retorno do Capital (n_t , k_t , w_t , r_t^k). Na terceira, Câmbio Nominal, Balança Comercial, Taxa de Juros e os títulos (e_t , nx_t , r_t , b_t). GIRFs são medidos em desvios percentuais do estado estacionário estocástico e a periodicidade é trimestral.

Na figura 4 percebe-se, um declínio na produção, consumo, investimento, horas trabalhadas e os salários são maiores do que na economia de base. A intuição é simples. Após um choque de volatilidade da taxa de juros externa, a autoridade monetária aumenta a taxa de juros nominal mais do que faria de outra forma, esse aumento deprime ainda mais a demanda agregada, levando a uma redução maior do consumo e do produto.

Por outro lado, as economias emergentes são mais vulneráveis a fluxos inflacionários vindo do

exterior. De acordo com o boletim de inflação feito pelo Banco Central em 2021, a inflação importada (como desvio da meta) apresentou a principal contribuição para o desvio da inflação em relação à meta (contribuição de 4.38 p.p.), sendo uma parte devido aos preços da commodities e outra parte devido as variações cambiais. Neste sentido, é possível imaginar que a regra de política monetária leve em consideração as variações do câmbio para determinação da taxa de juros.

Com isso, postulamos uma regra de taxa de juros em que o banco central também reage às mudanças na taxa de câmbio, em que a regra fica determinada da seguinte maneira:

$$\frac{r_t}{\bar{r}} = \left(\frac{r_{t-1}}{\bar{r}} \right)^{\phi_r} \left[\left(\frac{\pi_t}{\bar{\pi}} \right)^{\phi_\pi} \left(\frac{y_{h,t}}{\bar{y}_h} \right)^{\phi_y} \left(\frac{\Delta e_t}{\bar{e}_t} \right)^{\phi_{r^*}} \right]^{1-\phi_r} \exp(m_t) \quad (2.29)$$

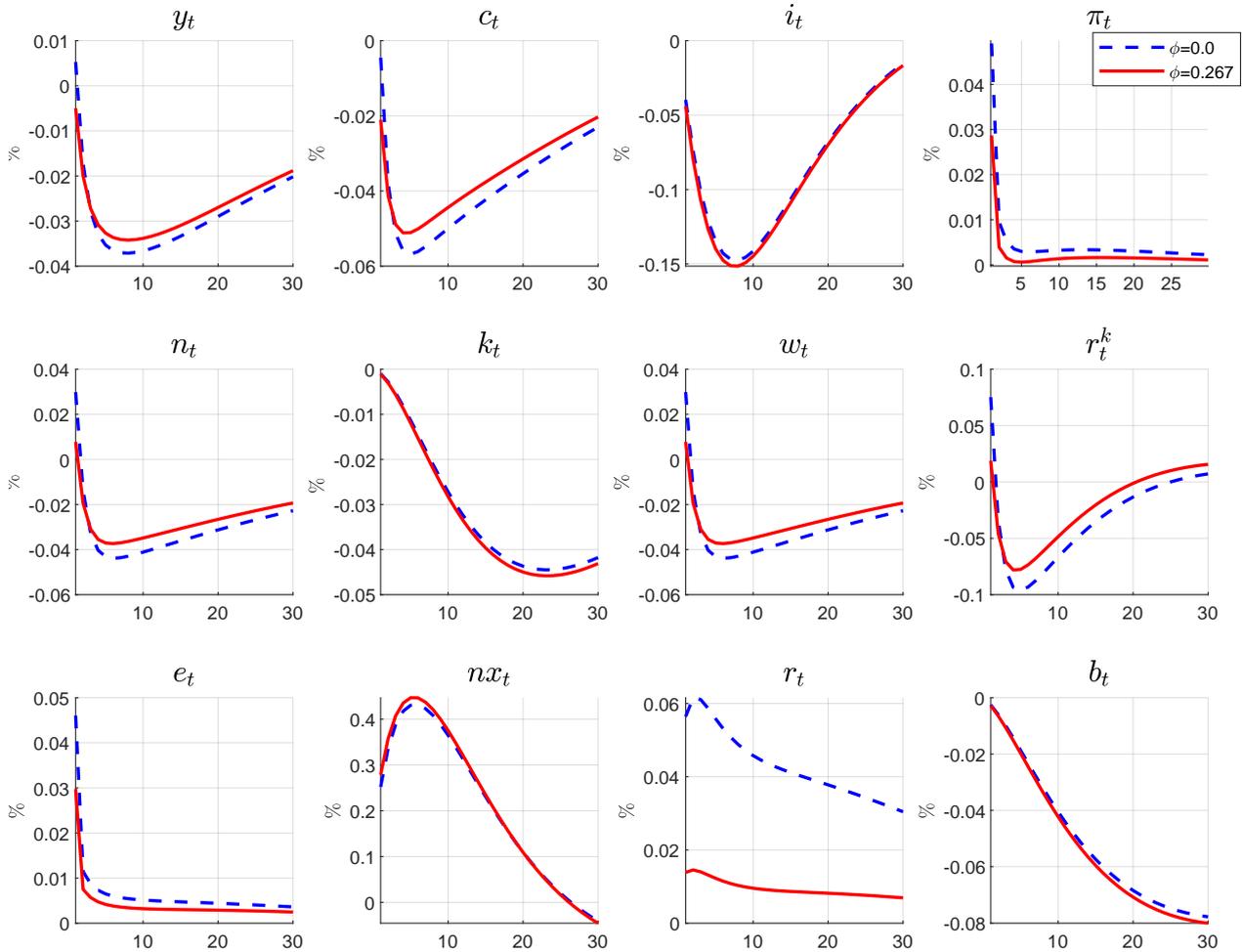
onde o parâmetro ϕ_e governam a resposta da taxa de juros nominal em relação à taxa de juros passada, aos desvios da inflação da meta, ao produto doméstico e à taxa de câmbio.

Calibrando o modelo com $\phi = 0.267$, conforme Linardi et al. (2016), os resultados também não apresentam mudanças significativas (Figura 5). No entanto, o efeito da incerteza é atenuado a medida que o banco central leva em consideração a taxa de câmbio na sua atuação. Tanto a inflação quanto a taxa de câmbio têm um menor impacto inicial, como resultado a resposta do consumo é menor, fazendo com que a queda do produto também seja atenuada. Esse efeito é transmitido para os preços dos insumos e para as horas trabalhadas.

Born, Müller e Pfeifer (2020) mostram que em um cenário em que o país sofre um choque de incerteza, mas tem a possibilidade de manter uma taxa de câmbio totalmente flexível com regime de metas de inflação, os efeitos do choque acabam sendo duas vezes maiores em relação a uma política de taxa de câmbio fixa. A taxa de câmbio fixa pode ajudar a estabilizar as pequenas economias abertas, uma vez que ancora as expectativas de longo prazo do nível de preços e amortece o motivo de precificação preventivo das empresas, reduzindo o aumento dos *markups* após choques de incerteza.

Por fim, no modelo apresenta a possibilidade de existir choques no prêmio de risco. No entanto, a Figura 6 apresenta o histórico do choque da volatilidade do prêmio de risco do Brasil. Para a estimação foi utilizado a série *equity risk premium* estimada pela Fundação Getúlio Vargas (FGV). O resultado demonstra que ao longo de todo o período os choques de volatilidade estocástica do prêmio de risco apresenta resultados estatisticamente significantes. No mais, é possível perceber que o choque de volatilidade do prêmio de risco detém uma correlação significativa em relação a volatilidade da taxa de juros externa e da taxa de juros interna, tendo dois picos amostrais: um no

Figura 5 – Choque de Incerteza da Taxa de Juros Externa com Regra de Taylor Modificada



Fonte: GIRFs para um choque de volatilidade de dois desvios padrão. Na primeira linha os gráficos apresentam a reação do Produto (y_t), Consumo (c_t), Investimento (i_t) e a Inflação (π_t). Segunda linha, Horas Trabalhadas, Capital, Salário e Retorno do Capital (n_t , k_t , w_t , r_t^k). Na terceira, Câmbio Nominal, Balança Comercial, Taxa de Juros e os títulos (e_t , nx_t , r_t , b_t). GIRFs são medidos em desvios percentuais do estado estacionário estocástico e a periodicidade é trimestral.

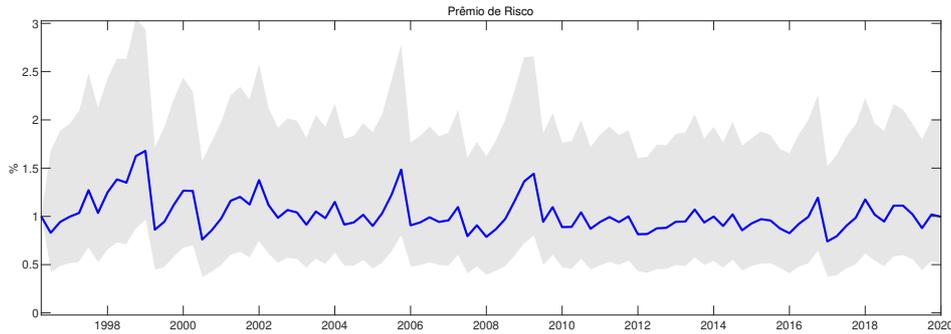
período de 1998 a 2000, momento de grande volatilidade na taxa de juros interna e outro no período de 2008 a 2010 período da crise financeira que afetou a volatilidade da taxa de juros externa.

Entendendo que a paridade da taxa de juros pode ser uma limitação importante e que um choque no prêmio de risco pode apresentar efeitos consistentes, determinamos a possibilidade de um prêmio de risco u_t na equação 2.19:

$$r_t^r = \left(\frac{1}{[1 - \kappa_d(d_t^f - \bar{d})]} \right) r_t^*(s_{t+1}/s_t) + u_t \quad (2.30)$$

em que u_t representaria um choque de prêmio de risco que segue um processo exógeno definido por:

Figura 6 – Histórico dos Choques de Volatilidade Suavizados do Prêmio de Risco



Fonte: A linha Azul representa a mediana, a área sombreada representa o intervalo de confiança de 95%.

$$\log(u_t) = \rho^u \log(u_{t-1}) + e^{\sigma_t^u} \epsilon_t^u \quad (2.31)$$

onde ρ^u determina a persistência do choque e $\epsilon_t^u \sim IIN(0, 1)$. Já o σ_t^u representa a volatilidade do prêmio de risco, descrito a seguir:

$$\sigma_t^u = (1 - \rho^{\sigma_u}) \bar{\sigma}_u + \rho^{\sigma_u} \sigma_{t-1}^u + \eta_u \xi_t^u \quad (2.32)$$

em que $\bar{\sigma}_u$ e a média incondicional da volatilidade do prêmio de risco, ρ^{σ_u} persistência do choque da volatilidade e η_u controla o grau de volatilidade estocástica do prêmio de risco.

No mais, Ismailov e Rossi (2018) e Ramirez-Rondán e Terrones (2019) argumentam que, em geral, a paridade descoberta da taxa de juros é mais provável de se manter em ambientes de baixa incerteza, em relação aos de alta incerteza, uma vez que os ganhos de oportunidade de arbitragem se tornam mais incertos em um ambiente altamente imprevisível, obscurecendo assim a relação entre taxas de câmbio e diferenciais de taxas de juros.

Sendo assim, os resultados da estimativa são apresentados na Tabela 5. As priores dos parâmetros são idênticos aos da Tabela 1. Em geral, todos os parâmetros são estimados detêm alguma precisão. Além disso, comparando com os resultados da Tabela 1, os parâmetros da equação de volatilidade do prêmio de risco detêm menores valores comparados com os da equação da volatilidade da taxa de juros externa.

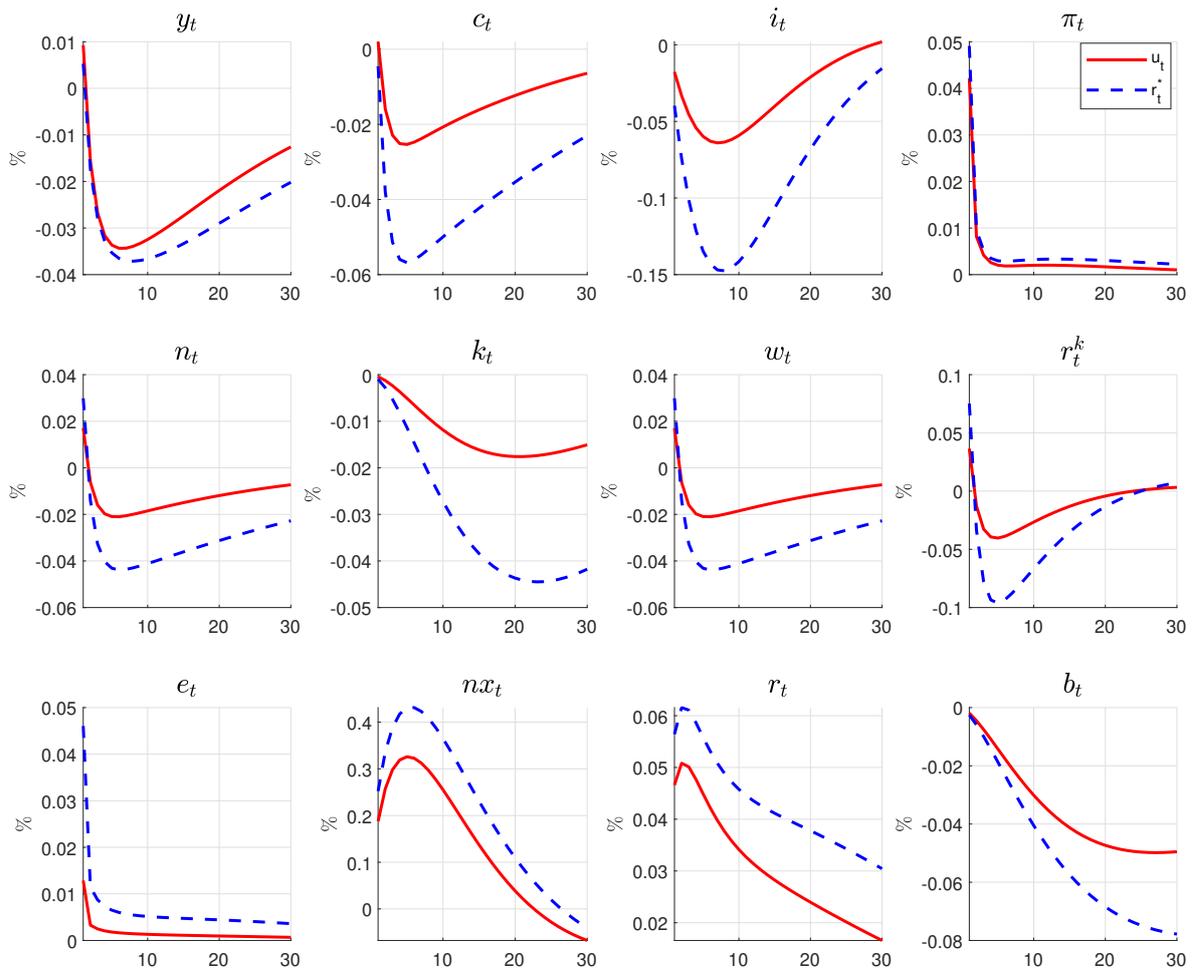
Neste sentido, Figura 7 compara as respostas de um aumento da incerteza na taxa de juros externa (como na figura 2) e um aumento no prêmio de risco. Em geral, os resultados apontam que o efeito da incerteza no prêmio de risco é bastante similar com o da taxa de juros externa, embora

Tabela 5 – Parâmetros estimados da Volatilidade do Prêmio de Risco

ρ^u	ρ^{σ_u}	$\bar{\sigma}_u$	η_u
0.743	0.798	-4.540	0.391
[0.674, 0.812]	[0.717, 0.879]	[-4.78, -4.30]	[0.323, 0.459]

Nota: Os valores apresentado entre colchetes refere-se ao intervalo de confiança do parâmetro de 90%.

Figura 7 – Choque de Incerteza na Taxa de Juros Externa e no Prêmio de Risco



Fonte: GIRFs para um choque de volatilidade de dois desvios padrão. Na primeira linha os gráficos apresentam a reação do Produto (y_t), Consumo (c_t), Investimento (i_t) e a Inflação (π_t). Segunda linha, Horas Trabalhadas, Capital, Salário e Retorno do Capital (n_t , k_t , w_t , r_t^k). Na terceira, Câmbio Nominal, Balança Comercial, Taxa de Juros e os títulos (e_t , nx_t , r_t , b_t). GIRFs são medidos em desvios percentuais do estado estacionário estocástico e a periodicidade é trimestral.

os efeitos iniciais sejam menores sobre o produto, consumo e o emprego. Por outro lado, os efeitos sobre a inflação doméstica são semelhantes.

2.6 CONCLUSÃO

Tendo por base que o tema da incerteza é extremamente retratado na literatura acadêmica, tanto teórica quanto empírica, buscamos determinar o impacto da incerteza externa sobre uma economia de pequeno porte. Neste sentido, o artigo apresentou um modelo macroeconômico, no qual a taxa de juros sofre interferência de uma fonte de incerteza externa. Dado um aumento da incerteza na taxa de juros externa as famílias investem menos devido à maior volatilidade na taxa de juros, no qual gera uma redução na demanda por capital das empresas, por estarem produzindo menos. O declínio no consumo induzido pela poupança por precaução ilustra o desejo das famílias por suavização, com menos investimento e mais poupança. Por outro lado, dado a rigidez de preços no setor da produção, um aumento na incerteza gera uma elevação de preço para as empresas. Assim, as empresas ajustam seus preços contribuindo para uma queda na produção.

3 INCERTEZA E AGENTES HETEROGÊNEOS: UMA ANÁLISE A PARTIR DE MODELO TANK DE ECONOMIA ABERTA

3.1 INTRODUÇÃO

A percepção de que a incerteza induz as famílias a reduzir seu consumo e as empresas seus investimentos é intuitiva e consistente com muitos modelos teóricos e resultados empíricos, como também na operação de políticas econômicas, especialmente durante os períodos de crise. Entretanto, a decomposição dos canais, levando em consideração a existência de consumidores sem acesso ao crédito, é algo ainda pouco explorado pela literatura.

Sabe-se que a incerteza impacta o consumo futuro por induzir comportamentos preventivos, a partir de uma menor exposição a investimentos financeiros (por exemplo, Gollier e Pratt (1996), Carroll e Samwick (1998), Bertola, Guiso e Pistaferri (2005)). No entanto, esse impacto depende do grau de exposição dos agentes aos mercados financeiros. Agentes, que possuem uma carteira mais diversificada, podem atenuar os efeitos da incerteza buscando ativos com mais liquidez, por outro lado, agentes que possuem algum nível de restrição ao crédito não conseguem atenuar esse efeito, ficando mais vulneráveis.

A proporção de pessoas sem acesso ao crédito é consideráveis em muitas economias. Kaplan, Violante e Weidner (2014) destacam que uma grande fração dos indivíduos nos EUA possuem alguma restrição ao crédito, com pouco ativo líquido em sua carteira. No mais, Kuhn, Schularick e Steins (2017) mostram que a metade inferior da distribuição de renda possui alto grau de endividamento e alguns ativos ilíquidos com pouco espaço para despesas inesperadas. A falta de possibilidade de se assegurar, por uma parcela considerável da população, pode ser um canal importante em que a incerteza se propaga pela economia.

Essa proporção de agentes sem acesso ao crédito tende a aumentar em economias emergentes por possuírem uma estrutura com uma maior desigualdade de renda, o que pode representar uma fração maior de *hand to mounth* (*HtM*) na economia. No Brasil, de acordo com a Pesquisa de Orçamentos Familiares (POF) 2017-2018, 72.4% da população brasileira possui alguma dificuldade para arcar com as despesas mensais. Além disso, 14.1% estão em uma situação mais complicada, alegando ter muita dificuldade para pagar as contas básicas.

No entanto, os modelos teóricos apresentam uma estrutura em que as famílias são todas iguais,

sendo representadas por um único agente representativo com total acesso ao mercado financeiro. Isso implica que parte do choque de incerteza tanto de política fiscal quanto monetária podem ser amortecido devido à possibilidade de utilizar ativos para contrabalancear os efeitos recessivos causados em momentos de maior incerteza. Por outro lado, Economias emergentes são conhecidas por sua instabilidade política, o que as tornam mais sujeitas a choques de volatilidade da política monetária e fiscal.

Por conseguinte, esse artigo tem por objetivo identificar como a incerteza da política monetária e fiscal afeta as famílias com restrição ao crédito, em um contexto de um pequena economia aberta. Para esse fim, foi utilizado um modelo TANK (*Two-Agent New Keynesian*) com preços conforme Rotemberg (1982). Com essa estrutura é possível mostrar as respostas negligenciadas no caso totalmente agregado, tal como em Fernández-Villaverde et al. (2011). Por exemplo, um modelo TANK é possível determinar canais indiretos de transmissão de incerteza no mercado de trabalho. Como também demonstrar que a fração de agentes *hand-to-mouth* (HtM) pode ser um fator-chave para determinar o efeito de propagação na economia real.

Assim, percebeu-se que a dinâmica no mercado de trabalho é essencial para diferenciar as respostas em ambos os tipos de agentes na economia. De um lado, a restrição de crédito impede que as famílias suavizem o consumo, de outro a empresas diminuem as taxas de investimento depois de enfrentar a incerteza sobre a taxa de juros futura. Como resultado, isso se traduz em uma queda dos salários, levando as famílias ricardianas a reduzirem sua oferta de trabalho mais do que as famílias HtM. A dinâmica do mercado de trabalho condicionada a heterogeneidade das respostas de consumo são um elemento importante para explicar a queda das variáveis agregadas.

Em geral, o trabalho busca introduzir uma discussão sobre a relevância da heterogeneidade dos agentes na análise das transmissões da incerteza na política monetária e fiscal, sabendo que o modelo TANK pode apresentar os resultados agregados tal como nos modelos HANK (*Heterogeneous Agents New Keynesian*), conforme argumentado por Debortoli, Galí et al. (2017). Nesse sentido, introduzir uma análise em um *framework* com dois agentes, pode desempenhar um papel significativo na análise da transmissão desses choques.

Diferente de Bayer et al. (2019), esse trabalho não busca determinar a reação da distribuição de riqueza frente a choques de incerteza, mas busca entender como os agentes com baixa capacidade de obtenção de crédito reage a choques de volatilidade estocástica da política monetária e fiscal, por entender que a restrição de crédito pode ser um canal importante, embora pouco explorado.

Uma vez que, Kaplan, Violante e Weidner (2014) mostraram que os agentes HtM representam 20 por cento da renda total dos EUA, embora três quartos dessas famílias sejam consideradas ricas, que possuem quantidades consideráveis de ativos ilíquidos. Além disso, os autores revelam que as trajetórias de desigualdade de renda e riqueza se desviaram substancialmente, no qual, tal diferença é explicada pela composição das carteiras das famílias ao longo da distribuição da riqueza.

Além desta introdução, o artigo apresenta outras cinco seções. A seção 3.2 apresenta uma revisão da literatura. Já seção 3.3 apresenta o modelo DSGE. A seção 3.4 apresenta a metodologia da estimação e os resultados das estimações dos parâmetros. Por sua vez, a seção 3.5 apresenta a análise dos choques de incerteza na economia e a seção 3.6 expõe algumas conclusões.

3.2 REVISÃO DA LITERATURA

Nos modelos DSGE (dynamic stochastic general equilibrium) tradicionais, as famílias são todas iguais, sendo representadas por um único agente representativo. Isso significa dizer, que as famílias são atingidas por diferentes choques idiossincráticos, mas, sob o pressuposto de mercados completos, elas são capazes de segurar umas as outras e consumir a mesma quantidade do bem final. No entanto, a partir dos artigos seminais de Aiyagari (1994) e Krusell e Smith (1998), o pressuposto de mercados completos é relaxado, fazendo com que as famílias sejam heterogêneas em riqueza e consumo.

Várias interpretações importantes podem ser retiradas dessa literatura, por exemplo, considerar a heterogeneidade ajudou a entender melhor a transmissão da política monetária, incluindo a contribuição relativa dos efeitos diretos e indiretos (Kaplan, Moll e Violante (2018) ou seus efeitos redistributivos em diferentes grupos de renda como em Auclert, Rognlie e Straub (2018). Além disso, ajudou a entender como a transmissão da política monetária e seus efeitos agregados pode variar significativamente, dependendo da política fiscal vigente, uma vez que a implementação da política monetária afeta a distribuição da renda e riqueza entre os agentes com diferentes propensões marginais a consumir Challe et al. (2017).

No entanto, a solução para o equilíbrio no modelo HANK requer o uso de técnicas computacionais não triviais, dada a necessidade de acompanhar a distribuição da riqueza e as dificuldades decorrentes da presença de restrições de empréstimos. A dependência de técnicas numéricas para a análise desses modelos, geralmente, apresenta um desafio quando se trata de entender melhor todos os mecanismos subjacentes do modelo.

A partir do artigo seminal de Bilbiie (2008), outra vertente da literatura desenvolveu modelos *new keynesian* com dois agentes (rotulados como TANK, por Debortoli, Galí et al. (2017)). Nestes modelos, existem dois tipos de famílias, onde essas diferem no acesso aos mercados financeiros. De um lado, existe uma família representativa que pode investir em títulos (como em um modelo padrão); de outro lado, existe uma família que não tem acesso aos mercados financeiros e consome apenas sua renda disponível¹. Isso faz com que os modelos TANK sejam muito mais fáceis de resolver do que os modelos HANK, porque existem apenas dois agentes diferentes, ao contrário de um *continuum* de diferentes agentes.

Neste sentido, Debortoli, Galí et al. (2017) apresentam um modelo TANK a fim de demonstrar como respostas dos modelos HANK diferem dos modelos RANK (*Representative Agent New Keynesian*) em relação aos choques agregados. Os resultados demonstram que a heterogeneidade amplia ou amortece as flutuações agregadas, dependendo fundamentalmente da suposição de como lucros são distribuídos entre as famílias, embora as direções dos impactos sejam as mesmas.

Sob outra perspectiva, a análise do impacto da incerteza econômica é outra corrente em que o artigo está relacionado. Estudos empíricos que buscam identificar os efeitos agregados da incerteza usando diferentes *proxies* e esquemas de identificação produziram uma variedade de resultados. De um lado, alguns trabalhos relatam o grande impacto da incerteza na produtividade sobre as variáveis agregadas como PIB e emprego, no qual um choque de um desvio padrão na incerteza, geralmente, leva a uma queda de 1% a 2% no PIB (Alexopoulos, Cohen et al. (2009), Bloom (2009), Bloom et al. (2018)).

Em relação ao campo teórico, os trabalhos têm exposto uma compreensão significativa de como a incerteza afeta a atividade econômica por meio de uma queda gradativa do investimento, gerando retração econômica (Hartman (1976), Bernanke (1983)). Mais precisamente, no artigo seminal de Fernández-Villaverde et al. (2011) as mudanças na volatilidade da taxa de juros real desencadeia uma queda na produção, no consumo, no investimento e uma mudança notável na balança comercial. Por outro lado, Born e Pfeifer (2014), ao analisar os efeitos da incerteza, argumenta que o efeito de diversas fontes de incerteza é relativamente baixo. Além disso, vale destacar também o trabalho de Basu e Bundick (2017), que, ao invés de considerar choques de incerteza na regra de política fiscal, considera a incerteza do lado da demanda, demonstrando que a incerteza causa quedas significativas na produção, consumo, investimento e horas trabalhadas e um aumento da balança comercial.

¹ Essa família é normalmente rotulada como *hand to mouth* (HtM) ou *rule-of-thumb* ou até mesmo *non-ricardian*.

No entanto, Fasani e Rossi (2018) mostram que a resposta da inflação a choques de incerteza é muito dependente da especificação da regra de Taylor. A saber, eles argumentam que essa resposta se torna positiva quando um grau empiricamente plausível de suavização da taxa de juros é considerado. Por outro lado, Born e Pfeifer (2014) argumentam que os efeitos contracionistas da incerteza sobre a atividade econômica podem ser ambíguos, pois existem diferentes efeitos atuando em direções opostas. Por exemplo, um aumento na incerteza pode diminuir o investimento, mas, ao mesmo tempo, os agentes econômicos podem querer se segurar trabalhando mais para construir um estoque de capital, o que *ceteris paribus* leva a um aumento no investimento.

Em relação aos estudos que relacionam a incerteza com heterogeneidade, pode-se citar o artigo de Oh e Picco (2019). O artigo mostra como o risco de desemprego não segurável é crucial para determinar qualitativa e quantitativamente as respostas para os choques de incerteza. No modelo com agentes heterogêneos com fricções, os choques de incerteza induzem à poupança por precaução das famílias e das empresas, desencadeando uma queda na demanda agregada. Esse comportamento de precaução aumenta o risco de desemprego das famílias imperfeitamente seguradas, o que fortalece a poupança de precaução.

Bayer et al. (2019) é outro artigo com esse foco. Neste artigo, as famílias enfrentam uma incerteza de renda que varia substancialmente ao longo do ciclo de negócio. Em que os autores verificaram que um aumento da incerteza deprime a demanda agregada à medida que as famílias respondem acumulando ativos líquidos por motivos de precaução, reduzindo assim o investimento físico e o consumo.

Já Stona e Portugal (2020) demonstram os canais de transmissão da incerteza da política fiscal, construindo um modelo TANK com choques de volatilidade estocástica. Como resultado, os movimentos do mercado de trabalho são essenciais para diferenciar as respostas em ambos os tipos de agentes na economia. Além disso, o modelo também é capaz de reproduzir evidências empíricas de que os agentes de HtM reduzem menos a oferta de trabalho do que os indivíduos ricardianos, mas enfrentam uma queda maior no nível de consumo. Esses resultados aumentam em um cenário em que a maioria das famílias tem restrição ao crédito.

Nosso artigo difere desses em alguns pontos. Enquanto Bayer et al. (2019) estuda volatilidade da renda de cada família, nosso foco é na propagação da incerteza agregada. Além disso, ao resolver a dinâmica agregada, Bayer et al. (2019) usam uma perturbação de primeira ordem, em vez disso, resolvemos o modelo na terceira ordem. Por outro lado, nosso artigo foca no canal da incerteza na

política monetária e fiscal em uma economia aberta, diferente do artigo Oh e Picco (2019) e do Stona e Portugal (2020). Com isso, o trabalho pode acrescentar outros elementos para a discussão, dentre elas, o impacto do choque de incerteza sobre o câmbio e a balança comercial, que pode ter um maior ou menor impacto dependendo da abertura comercial. Em geral, pequenas economias abertas apresentam varias fontes de instabilidade, que podem ser captadas pelo trabalho.

Assim, esse artigo busca contribuir com a literatura apresentando uma economia no qual a heterogeneidade das famílias adiciona um canal indireto de precaução em uma economia aberta, que tem implicações na propagação de choques de incerteza de política fiscal e monetária. Este canal funciona como segue. Um aumento na incerteza leva a uma queda na demanda agregada, no qual induz as empresas a diminuírem a demanda por mão de obra. A existência das família HtM fortalece o efeito sobre a retração econômica, dado a incapacidade de suavizar consumo dessas famílias. Quando o ciclo de *feedback* entre economia preventiva e a incerteza política amplifica suficientemente, os efeitos negativos sobre a produção, consumo, e a taxa de desemprego passam a ser perceptíveis, estando quantitativamente em linha com a evidência empírica.(Gollier e Pratt (1996), Alexopoulos, Cohen et al. (2009), Bertola, Guiso e Pistaferri (2005), Bloom (2009), Bloom et al. (2018)).

Assim, para a solução do modelo utilizou-se um método de solução em terceira ordem onde os parâmetros foram estimados em duas etapas: primeiramente os processos estocásticos exógenos foram estimados usando um filtro de partículas, em seguida os parâmetros restantes foram estimados utilizando o Método dos Momentos Simulados (SMM).

3.3 MODELO

O modelo pertence à família dos modelos de pequena economia aberta novos keynesianos, conforme descrito em Corsetti, Dedola e Leduc (2010), adicionando famílias *hand-to-mouth* conforme Iyer (2016). No lado da demanda, existe uma fração λ de famílias *hand-to-mouth* que são excluídas dos mercados financeiros e possui uma proporção marginal a poupar (PMP) unitária, consumindo toda a sua renda corrente, enquanto o resto (ricardianos) podem suavizar o consumo de forma intertemporal, por meio de dois títulos que dependem da taxa de juros nacional e internacional.

As famílias consomem tanto bens produzidos internamente quanto importados, cuja demanda relativa depende da taxa de câmbio real (assim como a demanda de exportação também), o que afeta

a evolução da balança comercial e a posição externa da economia. O lado da oferta da economia consiste em um *continuum* de firmas intermediárias produzindo bens diferenciados e uma empresa final agregando esses bens intermediários usando mão de obra e capital. O governo entra no modelo com uma autoridade fiscal, que financia seus gastos com tributação e emissão de títulos, e uma autoridade monetária, que define a taxa de juros nominal de acordo com uma regra de taxa de juros.

3.3.1 Famílias

3.3.1.1 Famílias Hand-to-Mouth

Há uma massa $0 < \lambda < 1$ de famílias HtM, indexadas por hm que são excluídas do setor financeiro não podendo suavizar o consumo. Assim, consomem toda a sua renda em cada período. Essas famílias resolvem o seguinte problema:

$$\max_{c_t^{hm}, l_t^{hm}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{1}{1-\sigma} \left(c_t^{hm} - \kappa_l \frac{(l_t^{hm})^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right)^{1-\sigma} \quad (3.1)$$

$$c_t^{hm} = (1-\tau)w_t l_t^{hm} + t_t^{hm} \quad (3.2)$$

onde c_t^{hm} , w_t , l_t^{hm} e t_t^{hm} são respectivamente: o consumo da família HtM, o salário nominal, as horas trabalhadas por uma família HtM e as transferências do governo. Já σ , φ e κ_l são os parâmetros de aversão ao risco, desutilidade do trabalho e preferência pelo trabalho. A solução para este problema produz a condição de oferta de trabalho das famílias HtM:

$$\kappa_l (l_t^{hm})^\varphi = (1-\tau)w_t \quad (3.3)$$

3.3.1.2 Família Ricardiana

Por outro lado, existe uma massa $1-\lambda$ de famílias ricardianas, indexadas por “ r ”, que são capazes de suavizar o consumo poupando e tomando empréstimos nos mercados financeiros internacionais. Essas famílias buscam resolver o seguinte problema:

$$\max_{c_t^r, l_t^r} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{1}{1-\sigma} \left(c_t^r - \kappa_l \frac{(l_t^r)^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right)^{1-\sigma} \quad (3.4)$$

em que l_t^r é a oferta de mão de obra da família ricardiana e c_t^r é o consumo da família ricardiana. A maximização da utilidade da família ricardiana deve atender à seguinte restrição orçamentária e à seguinte evolução do capital:

$$c_t^r + i_t^r + b_t^r + s_t b_{f,t}^r = r_t^k k_t^r + \frac{r_{t-1} b_{t-1}^r}{\pi_t} + \frac{s_t r_{t-1}^f b_{f,t-1}^r}{\pi_{f,t}} + (1-\tau) w_t l_t^r + t_t^r + \Gamma_t^r - \frac{\kappa_d}{2} s_t p_{f,t} \left(\frac{b_{f,t}^r}{p_t^f} - \bar{b} \right)^2 \quad (3.5)$$

$$k_t^r = (1-\delta) k_{t-1}^r + \left[1 - \frac{\kappa_i}{2} \left(\frac{i_t^r}{i_{t-1}^r} - 1 \right)^2 \right] i_t^r \quad (3.6)$$

onde b_t^r é a quantidade de títulos domésticos de um período denominado em moeda nacional, pagando uma taxa de juros nominal de r_t , $b_{f,t}^r$ é a quantidade de títulos estrangeiros de um período denominado em moeda estrangeira, pagando uma taxa de juros nominal de r_t^f . Além disso, π_t é a inflação geral, $\pi_{f,t}$ é a inflação dos bens externo e $p_{f,t}$ é o índice de preço do bem externo. Já $w_t, r_t^k, k_t^r, i_t^r, s_t, t_t^r, \Gamma_t^r$ são respectivamente o salário, o retorno do capital, o capital da família ricardiana, o investimento da família ricardiana, a taxa de câmbio real, os tributos pagos pela família ricardiana e o lucro da família ricardiana. Todas as variáveis são expressas em unidades de moeda nacional. Além disso, κ_i e κ_d são o parâmetro de ajuste do capital e o custo de ajuste quadrático da dívida e τ é a proporção de imposto sobre o trabalho. As famílias domésticas pagam um custo de ajuste quadrático quando mudam sua posição financeira com o resto do mundo.

Além disso, ambas as famílias consomem um composto de bens produzidos domesticamente $c_{h,t}^i$ e bens produzidos no exterior (importados) $c_{f,t}^i$.

$$c_t^r = \left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} c_{h,t}^r \frac{\eta-1}{\eta} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} c_{f,t}^r \frac{\eta-1}{\eta} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}} \quad (3.7)$$

$$c_t^{hm} = \left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} c_{h,t}^{hm} \frac{\eta-1}{\eta} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} c_{f,t}^{hm} \frac{\eta-1}{\eta} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}} \quad (3.8)$$

sendo $\alpha \in [0, 1]$ o parâmetro que pode ser interpretado como uma medida de abertura comercial e $\eta \geq 0$ mede a substituíbilidade entre bens nacionais e estrangeiros do ponto de vista do consumidor doméstico.

3.3.2 Firms

3.3.2.1 Firma de Bens Finais

Do lado da oferta, existe uma firma que produz um bem final usando o seguinte agregador CES (Constant elasticity of substitution) para produzir $y_{h,t}$:

$$y_{h,t} = \left[\int_0^1 y(i)^{\frac{e-1}{e}} di \right]^{\frac{e}{e-1}} \quad (3.9)$$

sendo e a elasticidade da substituição e $y_{h,t}(i)$ é um insumo intermediário produzido pela empresa intermediária i , cujo preço é $p_{h,t}(i)$. Em que a função de demanda das empresas de bens finais é a seguinte:

$$y_{h,t}(i) = y_{h,t} \left(\frac{p_{h,t}(i)}{p_{h,t}} \right)^{-e} \quad (3.10)$$

3.3.2.2 Firms Intermediárias

Existe um *continuum* de firmas intermediárias em competição monopolista, cada uma produzindo uma variedade i domesticamente, usando uma função com custos de escala constante:

$$y_{h,t}(i) = a_t k_{t-1}(i)^\gamma l_t(i)^{1-\gamma} \quad (3.11)$$

em que γ determina a parcela do capital na produção, l_t a quantidade agregada da demanda por trabalho e a_t é produtividade total dos fatores, seguindo o seguinte processo autorregressivo:

$$\log(a_t) = \rho^a \log(a_{t-1}) + e^{\sigma_t^a} \epsilon_t^a \quad (3.12)$$

onde σ_t^a denota a volatilidade da produtividade, o qual será descrito mais adiante, $\epsilon_t^a \sim IIN(0, 1)$ e ρ^a governa a persistência do choque na produtividade. As empresas operam em competição monopolística, portanto, elas fixam o preço sujeito à demanda da empresa do bem final. Por outro lado, as empresas pagam os custos de ajuste quadrático ac_t em termos nominais conforme Rotemberg (1982), sempre que ajustam os preços domésticos ($p_{h,t}$) em relação à meta de inflação $\bar{\pi}$, conforme:

$$ac_t(i) = \left(\frac{p_{h,t}}{p_{h,t-1}} - \bar{\pi} \right)^2 p_{h,t} y_{h,t} \quad (3.13)$$

Com isso, o problema da firma é dividido em duas partes: o problema de minimização de custos e o problema da determinação de preço. Desta forma, resolvendo o problema de minimização de custos e assumindo um equilíbrio simétrico para todas as empresas, o salário real e o retorno do capital são apresentados da seguinte maneira:

$$w_t = (1 - \gamma)mc_t \frac{y_{h,t}}{l_t} \quad (3.14)$$

$$r_t^k = \gamma mc_t \frac{y_{h,t}}{k_{t-1}} \quad (3.15)$$

onde o custo marginal mc_t é o mesmo entre as empresas:

$$mc_t = \left(\frac{r_t^k}{\gamma} \right)^\gamma \left(\frac{w_t}{1 - \gamma} \right)^{1-\gamma} \quad (3.16)$$

Por outro lado, sabendo que o processo de determinação de preços está sujeito ao custo de ajustamento como em Rotemberg (1982) e sendo μ_t utilidade marginal do consumidor, cada produtor intermediário escolhe o preço doméstico $\{p_{h,t}\}_{t=0}^\infty$ para maximizar o seguinte lucro descontado:

$$\max_{\{p_{h,t}(i), l_t(i), k_t(i), y_t(i)\}_{t=0}^\infty} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{\mu_t}{\mu_0} \left[\frac{p_{h,t}(i)}{p_t} y_{h,t}(i) - w_t l_t(i) - r_t^k k_{t-1}(i) - \frac{ac_t(i)}{p_t} \right] \right\} \quad (3.17)$$

sujeito à:

$$\begin{cases} y_{h,t}(i) = y_{h,t} \left(\frac{p_{h,t}(i)}{p_{h,t}} \right)^{-\epsilon} \\ y_{h,t}(i) = a_t k_{t-1}(i)^\gamma l_t(i)^{1-\gamma} \end{cases} \quad (3.18)$$

A condição de ótimo é definida por:

$$\pi_{h,t}(\pi_{h,t} - \bar{\pi}) = \beta E_t \left[\frac{\mu_{t+1}}{\mu_t} \pi_{h,t+1} (\pi_{h,t+1} - \bar{\pi}) \frac{p_{h,t+1} y_{h,t+1}}{p_{h,t} y_{h,t}} \right] + \frac{\epsilon}{\kappa_p} \left(\frac{mc_t}{\pi_{h,t}} - \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \right) \quad (3.19)$$

em que $\pi_{h,t}$ é a inflação doméstica $\pi_{h,t} = \left(\frac{p_{h,t}}{p_{h,t-1}} \right) \pi_t$ e o lucro de equilíbrio é definido por:

$$\Gamma_t = p_{h,t} y_{h,t} - w_t l_t - r_t^k k_t - \frac{\kappa_p}{2} (\pi_{h,t} - \bar{\pi})^2 p_{h,t} y_{h,t} \quad (3.20)$$

3.3.3 Política Fiscal e Monetária

O governo financia os gastos públicos g_t aumentando os impostos e/ou emitindo títulos b_t^h , por convenção que valores negativos denotam dívida do governo, a partir da seguinte regra:

$$g_t + t_t + \frac{r_{t-1}}{\pi_t} b_{t-1}^h = \tau w_t l_t + b_t^h \quad (3.21)$$

em que, os gastos seguem um processo AR(1) da seguinte forma:

$$\log(g_t) = (1 - \rho^g)\log(\bar{g}) + \rho^g \log(g_{t-1}) + e^{\sigma_t^g} \epsilon_t^g \quad (3.22)$$

onde σ_t^g denota a volatilidade variante no tempo dos gastos do governo, o qual será descrito mais adiante, $\epsilon_t^g \sim IIN(0, 1)$ e ρ^g governa a persistência do choque nos gastos do governo. Por outro lado, a transferência governamental é definida por:

$$t_t = (1 - \lambda)t_t^r + \lambda t_t^{hm} \quad (3.23)$$

em que as transferências dos agentes ricardiano e não ricardianos são definidas de acordo com as seguintes regras:

$$t_t^r - \bar{t}_t^r = \phi_b(d_{t-1}^h - \bar{d}^h) + \phi_g(g_{t-1} - \bar{g}) \quad (3.24)$$

$$t_t^{hm} - \bar{t}_t^{hm} = \phi_b(d_{t-1}^h - \bar{d}^h) + \phi_g(g_{t-1} - \bar{g}) \quad (3.25)$$

sendo que ϕ_d e ϕ_g representam os parâmetros do desvio da dívida (d_t^h) e do desvio dos gastos do governo. A forma de atuação da autoridade monetária é baseado em uma regra de Taylor, onde a taxa nominal reage aos desvios da inflação da meta, $\bar{\pi}$ e ao hiato do produto. Além disso, a regra possui um componente de suavização da taxa de juros.

$$\frac{r_t}{\bar{r}} = \left(\frac{r_{t-1}}{\bar{r}}\right)^{\phi_r} \left[\left(\frac{\pi_t}{\bar{\pi}}\right)^{\phi_\pi} \left(\frac{y_{h,t}}{\bar{y}_h}\right)^{\phi_y}\right]^{1-\phi_r} \exp(v_t) \quad (3.26)$$

onde os parâmetros ϕ_r , ϕ_π , ϕ_y , governam a resposta da taxa de juros nominal em relação à taxa de juros passada, aos desvios da inflação da meta, ao hiato do produto doméstico. Por fim, v_t é um choque de política monetária que segue um processo exógeno definido por:

$$\log(v_t) = \rho^m v(m_{t-1}) + e^{\sigma_t^m} \epsilon_t^m \quad (3.27)$$

onde σ_t^m é o processo da volatilidade para a política monetária doméstica, $\epsilon_t^m \sim IIN(0, 1)$ e ρ^m determina a persistência do choque. Para fechar o modelo pode-se descrever, a condição de arbitragem pela igualdade entre as taxas de juros interna (r_t) e externa (r_t^*), em termos reais, mais a taxa de depreciação esperada.

$$r_t^r = \left(\frac{1}{[1 - \kappa_d(d_t^f - \bar{d})]}\right) r_t^*(s_{t+1}/s_t) \quad (3.28)$$

em que d_t^f representa a dívida externa ($d_t^f = -b_t^f$). Note que, quanto maior for a diferença da dívida externa em relação ao seu nível de estado estacionário, maior será a taxa de juros específica do país no mercado internacional.

Por se tratar de uma pequena economia aberta, a taxa de juros internacional (r_t^*) é tomada como exógena pela economia pequena. Por simplicidade, r_t^* segue um processo AR(1) de acordo com:

$$r_t^* = (1 - \rho^{r^*})\bar{r}^* + \rho^{r^*} r_{t-1}^* + e^{\sigma_t^{r^*}} \epsilon_t^{r^*} \quad (3.29)$$

onde r^* é o valor da taxa de juros internacional no estado estacionário, ρ^{r^*} governa a persistência do processo para a taxa de juros internacional, $\sigma_t^{r^*}$ é a volatilidade variante no tempo da taxa de juros internacional, a qual será descrita mais abaixo, e $\epsilon_t^{r^*} \sim IIN(0, 1)$. Perceba que a equação (3.28) fornece uma forma intuitiva de representar a conexão entre as taxas de juros doméstica e internacional.

3.3.4 Equilíbrio

Os índices de consumo agregados são as somas ponderadas do consumo doméstico ricardiano e HtM:

$$c_t = (1 - \lambda)c_t^r + \lambda c_t^{hm} \quad (3.30)$$

em que:

$$c_{h,t} = (1 - \lambda)c_{h,t}^r + \lambda c_{h,t}^{hm} \quad (3.31)$$

$$c_{f,t} = (1 - \lambda)c_{f,t}^r + \lambda c_{f,t}^{hm} \quad (3.32)$$

O mercado de trabalho é definido por:

$$l_t = (1 - \lambda)l_t^r + \lambda l_t^{hm} \quad (3.33)$$

O capital e o investimento agregados são definidos por:

$$k_t = (1 - \lambda)k_t^r \quad (3.34)$$

$$i_t = (1 - \lambda)i_t^r \quad (3.35)$$

Os títulos domésticos e externos agregados (em termos reais) são definidos por:

$$b_t^h = (1 - \lambda) \frac{b_t^r}{p_t} \quad (3.36)$$

$$b_t^f = (1 - \lambda) \frac{b_{f,t}^r}{p_t} \quad (3.37)$$

O total de títulos é definido por:

$$b_t = b_t^h + b_t^f \quad (3.38)$$

O lucro agregado é definido por:

$$\Gamma_t = (1 - \lambda) \Gamma_t^r \quad (3.39)$$

Por fim, o equilíbrio no mercado de bens é :

$$y_t = c_t + i_t + g_t + nx_t + \frac{\kappa_p}{2} (\pi_{h,t} - \bar{\pi})^2 y_t \quad (3.40)$$

3.3.4.1 Equilíbrio Externo

A demanda externa pelo bem doméstico x_t e a demanda interna pelo bem estrangeiro m_t são definidas de acordo com:

$$x_t = \alpha \left(\frac{p_{h,t}}{e_t p_{f,t}} \right)^{-\eta} y_t^* \quad (3.41)$$

$$m_t = \alpha \left(\frac{p_{f,t}}{p_t} \right)^{-\eta} (c_t + i_t) \quad (3.42)$$

Assim, as exportações são definidas como uma parcela do produto externo (y_t^*), ponderada pelos preços internos e externos e pelo grau de abertura da economia. Por outro lado, as importações são definidas como uma parcela do consumo agregado (c_t) e do investimento (i_t), ponderada pelos preços internos e externos e pelo grau de abertura da economia.

O produto externo y_t^* é exógeno definido da seguinte forma:

$$\log(y_t^*) = \rho^{y^*} \log(y_{t-1}^*) + e^{\sigma_t^{y^*}} \epsilon_t^{y^*} \quad (3.43)$$

onde $\sigma_t^{y^*}$ denota a volatilidade do produto externo, o qual será descrito mais adiante, $\epsilon_t^{y^*} \sim IIN(0, 1)$ e ρ^{y^*} governa a persistência do choque no produto externo.

Por fim, definindo a balança comercial (nx_t) como a diferença entre exportações e as importações ($nx_t = x_t - m_t$) e utilizando a restrição orçamentária, assim como o equilíbrio para o mercado de bens domésticos, a balança comercial pode ser escrita como uma relação da dívida externa:

$$nx_t = s_t d_t^f - s_t r_{t-1}^f d_{t-1}^f + (1 - \lambda) s_t \frac{\kappa_d}{2} (b_{f,t}^r - \bar{b})^2 \quad (3.44)$$

3.3.5 Equilíbrio Competitivo

Definição: Dado os choques estocásticos $\{\epsilon_t^a, \epsilon_t^m, \epsilon_t^{r^*}, \epsilon_t^g, \epsilon_t^{y^*}, \xi_t^a, \xi_t^m, \xi_t^{r^*}, \xi_t^g, \xi_t^{y^*}\}$ e as variáveis exógenas $\{a_t, m_t, r_t^*, y_t^*, g_t, \sigma_t^a, \sigma_t^v, \sigma_t^{r^*}, \sigma_t^g, \sigma_t^{y^*}\}$, o equilíbrio competitivo é uma sequência de alocações $\{c_t^r, c_t^{hm}, l_t^r, l_t^{hm}, b_t^r, b_{f,t}^r, k_t^r\}_{t=0}^\infty$ das famílias, das firmas $\{y_t, l_t, k_t\}_{t=0}^\infty$ e preços $\{\mu_t, q_t, e_t, p_t, w_t, r_t, r_t^k\}_{t=0}^\infty$ tais que:

(i) Dado os preços $\{\mu_t, q_t, e_t, p_t, w_t, r_t, r_t^k\}_{t=0}^\infty$, a sequência $\{c_t^r, l_t, b_t^h, b_t^f, l_t^r\}_{t=0}^\infty$ seja a solução do problema da família ricardiana;

(ii) Dado os preços $\{q_t, p_t, w_t\}_{t=0}^\infty$, a sequência $\{c_t^{hm}, l_t^{hm}\}_{t=0}^\infty$ seja a solução do problema da família HtM;

(iii) Dado os preços $\{p_t, w_t, r_t^k\}_{t=0}^\infty$, a sequência $\{y_t, l_t, k_t\}_{t=0}^\infty$ resolve o problema da firma;

(iv) As condições do mercado de bens, do capital, do trabalho, da balança comercial sejam respeitadas.

A seguir descrevemos a metodologia utilizada para a obtenção dos parâmetros.

3.4 METODOLOGIA

O procedimento da estimação dos parâmetros do modelo é dividido em duas etapas. A primeira consiste em obter os parâmetros que governam os processos estocásticos exógenos. Estes são estimados usando um método de Monte Carlo Sequencial. Posteriormente, esses parâmetros são introduzidos no modelo e em seguida, os parâmetros restantes do modelo são estimados com o Método dos Momentos Simulados.

O modelo inclui 5 processos exógenos com *time-varying volatility*. Esses processos são estimados utilizando dados trimestrais da taxa básica de juros externa (aqui utilizamos a Federal Funds Rate), da taxa básica Selic, do PIB real dos Estados Unidos, dos gastos governamentais (1996T1 a 2019T1)

e da produtividade. Nós aplicamos o filtro HP aos logaritmos de todas as séries para obter a parte cíclica das séries.

Os desvios padrão σ_t^j seguem um processo de volatilidade estocástica $AR(1)$ conforme Fernández-Villaverde et al. (2011):

$$\sigma_t^j = (1 - \rho^{\sigma^j})\bar{\sigma}^j + \rho^{\sigma^j}\sigma_{t-1}^j + \eta_j\xi_t^j \quad (3.45)$$

onde $\bar{\sigma}_i$ é a média incondicional de σ_t^j , $j \in \{m, r^*, y^*, a, g\}$. O choque para a volatilidade ξ_t^j é considerado independente. A equação 3.45 é estimada por meio do filtro de partículas *Sequential Importance Resampling* (SIR), para avaliar a distribuição de probabilidade posterior dos parâmetros. Após a obtenção da distribuição de probabilidade posterior dos parâmetros, o algoritmo *Tailored Randomized Block Metropolis-Hastings* (TaRB-MH) (Chib e Ramamurthy (2010)) é usado para maximizar a posterior. A Tabela 6 apresenta, de forma resumida, os resultados da tabela 1.

Tabela 6 – Distribuições a *Priori* e a *Posteriori* dos Processos Estocásticos no Modelo TANK

	Política monetária	Política Fiscal
ρ	0.813 [0.718, 0.921]	0.822 [0.753, 0.891]
ρ^σ	0.915 [0.850, 0.975]	0.833 [0.761, 0.905]
$\bar{\sigma}$	-3.173 [-3.546, -3.00]	-5.046 [-5.338, -4.754]
η	0.451 [0.354, 0.558]	0.376 [0.312, 0.440]

Nota: Os valores apresentado entre colchetes refere-se ao intervalo de confiança do parâmetro.

O modelo tem outros 20 parâmetros a serem definidos, em que alguns parâmetros são fixados antes da estimativa, ou porque os momentos dos dados podem não ser informativos ou porque a literatura tem uma estimativa adequada para esses parâmetros. Conforme a Tabela 7, normalizamos o estado estacionário das horas trabalhadas em 1/3 usando κ_D .

A taxa de depreciação do capital (δ) em 0.025 e o parâmetro que governa a aversão ao risco (σ) em 2 tal como em Born e Pfeifer (2014). O parâmetro do custo de ajuste da posição financeira (κ_d) foi fixado em 0.005, conforme Schmitt-Grohé e Uribe (2003). Em particular, a fração dos agentes HtM (λ) foi fixado em 0.4, conforme Kaplan, Violante e Weidner (2014). Já o parâmetro que governa a resposta dos tributos à dívida e aos gastos (ϕ_d, ϕ_g) foram fixados em 0.3 e 0.12, respectivamente, conforme Galí, López-Salido e Vallés (2007). Conforme Adrian et al. (2021) a inflação (π) é fixado

Tabela 7 – Parâmetros Calibrados e Fixados Antes da Estimação no Modelo TANK

Parâmetro	Descrição	Valor	Definição / motivação
Preferências			
σ	Aversão ao Risco	2	Born e Pfeifer (2014)
η	Substituição Intratemporal Entre os Países	1.5	Gali e Monacelli (2005)
κ_l	Preferência Pelo Trabalho	1.025	Calibrado
κ_d	Parâmetro de ajuste da posição financeira	0.005	Schmitt-Grohé e Uribe (2003)
λ	Fração de Agentes <i>Hand-to-Mouth</i>	0.40	Kaplan, Violante e Weidner (2014)
τ	imposto sobre o trabalho	0.25	Kaplan, Moll e Violante (2018)
δ	Depreciação do Capital	0.025	Born e Pfeifer (2014)
Tecnologia			
ϵ	Substituição Intratemporal Entre Bens	6	Gali e Monacelli (2005)
Política Fiscal			
\bar{g}	Gasto do Governo	0.396	Adrian et al. (2021)
ϕ_d	Resposta dos tributos à dívida	0.3	Galí, López-Salido e Vallés (2007)
ϕ_g	Resposta dos tributos aos gastos	0.12	Galí, López-Salido e Vallés (2007)
Política Monetária			
π^f	Inflação Externa no estado estacionário	1.005	Adrian et al. (2021)
$\bar{\pi}$	Inflação no estado estacionário	1.01	Adrian et al. (2021)

Nota: Os parâmetros fixados antes da estimativa são referenciados com sua fonte correspondente. O parâmetro de preferência do trabalho κ_d é marcado como “Calibrado”, porque normalizamos o estado estacionário de horas trabalhadas para 1/3 usando κ_d .

Tabela 8 – Parâmetros Estimados pelo modelo SMM no Modelo TANK

Parâmetro	Descrição	Valor	Intervalo
β	Fator de Desconto	0.987	[0.978, 0.998]
φ	Desutilidade do Trabalho	0.973	[0.954, 0.994]
γ	Participação do Capital do Produto	0.364	[0.307, 0.436]
θ	Parâmetro de Calvo	0.712	[0.604, 0.749]
α	Grau de Abertura	0.423	[0.389, 0.435]
κ_I	Ajuste do Investimento	2.472	[2.012, 3.032]
ϕ_π	Resposta da Taxa de Juros a Inflação	1.642	[1.384, 1.865]
ϕ_r	Inercia da Taxa de Juros	0.845	[0.762, 0.905]
ϕ_y	Resposta da Taxa de Juros ao Produto	0.044	[0.036, 0.057]

Nota: Os valores apresentados entre colchetes refere-se ao intervalo de confiança do parâmetro.

em 1.01 e a inflação externa (π^f) em 1.005 no estado estacionário. Além disso, o gasto do governo (g) no estado estacionário é 0.3955. Os demais parâmetros foram calibrados de acordo com Gali e Monacelli (2005) da seguinte forma: a elasticidade de substituição intertemporal do país estrangeiro $\eta = 1.5$; a elasticidade da substituição entre os bens $\epsilon = 6$.

Para estimar os demais parâmetros do modelo, foi utilizado o Método Simulado de Momentos,

conforme proposto em Ruge-Murcia (2012). Em linhas gerais, tal metodologia busca minimizar a distância ponderada entre os momentos empíricos e os momentos resultantes de dados artificiais simulados utilizando o modelo. Os dados da economia brasileira foram retirados do IPEADATA com a periodicidade trimestral no período 1996 a 2019. As séries são: o produto interno bruto real, despesas de consumo pessoal, investimento interno privado bruto, horas de trabalho na indústria, capital utilizado na indústria e a média trimestral do IPCA, taxa de juros e a balança comercial (Ver apêndice A). Observe que, em linhas gerais, os resultados da estimação dos parâmetros se comportaram conforme a literatura (Tabela 8).

Tabela 9 – Momentos Simulados e Empíricos do Modelo TANK

	$\sigma(x_t)$		$\rho(x_t, y_t)$		$\rho(x_t, x_{t-1})$	
	Modelo	Dados	Modelo	Dados	Modelo	Dados
y_t	0.614	0.190	1.00	1.00	0.831	0.923
c_t	0.531	0.218	0.832	0.989	0.864	0.870
i_t	0.344	0.225	0.642	0.911	0.923	0.959
π_t	0.545	0.444	-0.236	-0.147	0.962	0.975
k_t	0.324	0.151	0.892	0.972	0.683	0.764
l_t	0.092	0.096	0.832	0.758	0.866	0.878
r_t	0.433	0.592	-0.682	-0.764	0.963	0.962
nx_t	2.158	2.767	0.202	-0.025	0.837	0.865

Nota: As séries temporais x_t são produto (y_t), consumo (c_t), investimento (i_t), inflação (π_t), horas trabalhadas (l_t), capital (k_t), taxa de juros (r_t) e balança comercial (nx_t). As colunas mostram o desvio padrão $\sigma(x_t)$, a correlação das variáveis com o produto $\rho(x_t, y_t)$, autocorrelação das variáveis $\rho(x_t, x_{t-1})$.

Por fim, a Tabela 9 apresenta o ajuste do modelo para momentos selecionados. Comparamos o desvio padrão, autocorrelação com uma defasagem e correlação de todas as variáveis com o produto, totalizando 24 momentos. Com algumas exceções, o modelo tem um ajuste razoável tanto em relação ao desvio padrão quanto a autocorrelação.

3.5 RESULTADOS

A não linearidade do nosso modelo dificulta o cálculo das GIRF em comparação com os modelos lineares. Partindo da média ergódica na ausência de choques, calculamos as GIRFs como a diferença percentual das respectivas variáveis entre o sistema com choque e sem choque. Para garantir um comportamento não explosivo das simulações, utilizamos o algoritmo de Andreasen, Fernández-

Villaverde e Rubio-Ramírez (2018).

No modelo o efeito da incerteza é determinado por um choque da volatilidade variável, mantendo as variáveis em nível constante. Isto significa, por exemplo, um choque de incerteza na política monetária (figura 8), é representado por um choque de 2 desvios padrão na volatilidade da respectiva variável (ξ_t^m), no entanto a variável em nível (v_t) permanece constante.

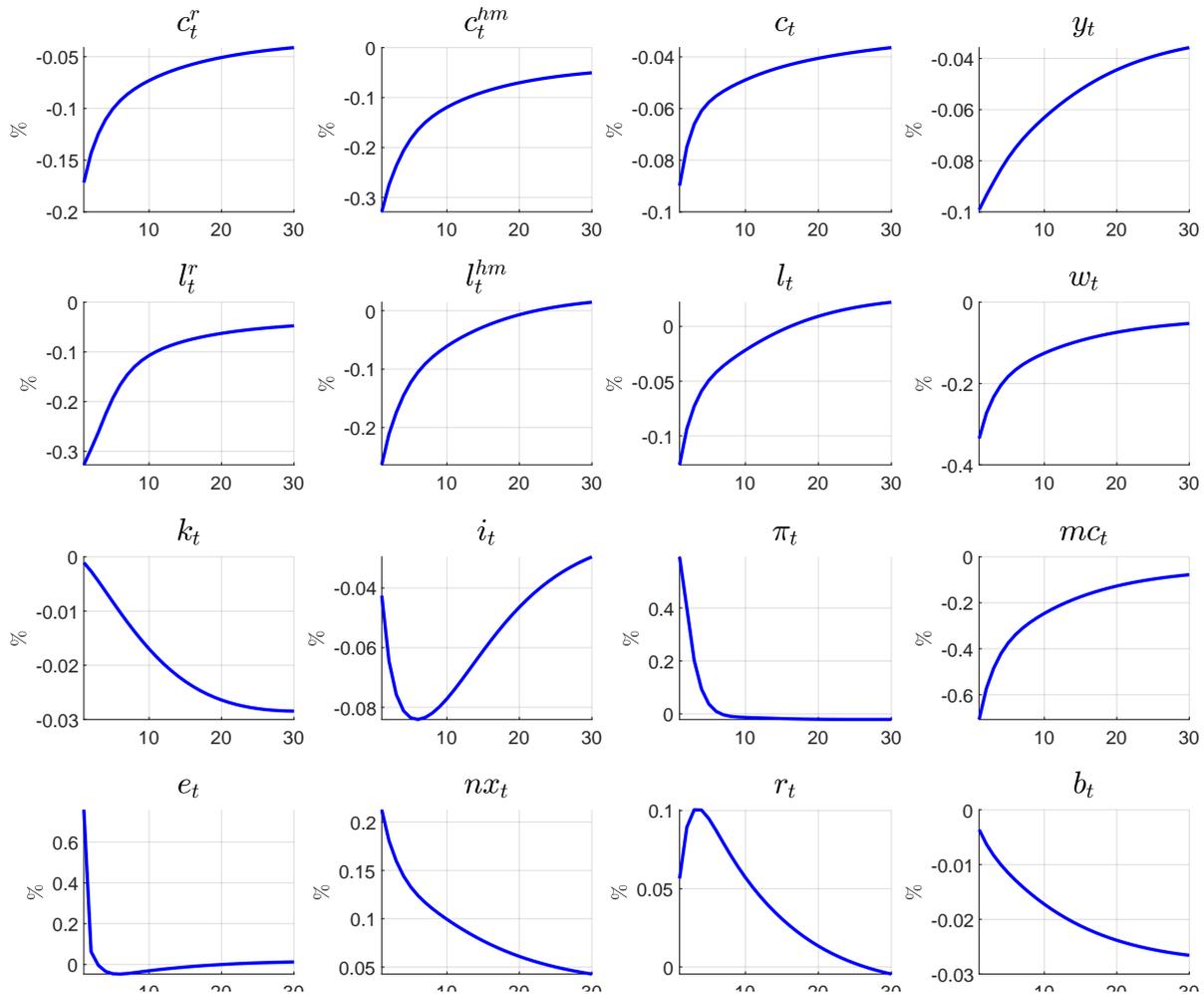
Neste sentido, o modelo estimado permite investigar os impactos da incerteza na política monetária e fiscal sobre a dinâmica da economia, observando efeitos heterogêneos entre os agentes com e sem acesso ao crédito. Assim, enfocamos os diferentes efeitos da incerteza sobre os agentes *HtM* e ricardiano, bem como as consequências agregadas desses choques em um contexto de economia aberta.

A Figura 8 apresenta os GIRFs para um choque positivo de dois desvios-padrão na volatilidade da política monetária. Como resposta, a família detentora de títulos investe menos por causa do aumento da probabilidade de uma alta taxa de juros que afeta o retorno do capital, por outro lado o custo marginal inferior (markups mais altos) implica que as empresas produzirão menos e exigirão menos capital. Além disso, a taxa de câmbio desvaloriza levando a uma resposta inicialmente positiva da balança comercial.

A queda dos custos marginais está relacionada à reação da autoridade monetária ao choque de incerteza, aumentando a taxa de juros. Essa reação imediata dos custos marginais, diminui a demanda de trabalho pelas empresas e as horas trabalhadas por ambos os agentes. No entanto, o agente ricardiano pode diminuir sua oferta de trabalho sem perder tanto consumo quanto o agente *HtM*. Por outro lado, como a única fonte de renda da família *HtM* é o trabalho, esta teria que diminuir o consumo mais drasticamente se ela reduzisse a oferta de trabalho na mesma proporção das famílias detentoras de ativos.

Conforme determinado por Debortoli, Galí et al. (2017), a contração da produção e dos investimentos apresenta uma queda um pouco superior aos resultados do primeiro capítulo com agente representativo. A amplificação do choque advém do fato da contração do consumo maior da família que não possuem ativos. A restrição de crédito impede que as famílias suavizem o consumo. Por outro lado, como as empresas diminuem as taxas de investimento depois de enfrentar a incerteza sobre a taxa de juros futura. Isso se traduz em uma queda dos salários, levando as famílias ricardianas a reduzirem sua oferta de trabalho mais do que as famílias *HtM*. A dinâmica do mercado de trabalho condicionada à heterogeneidade das respostas de consumo é o elemento principal que

Figura 8 – Choque de Incerteza na Política Monetária



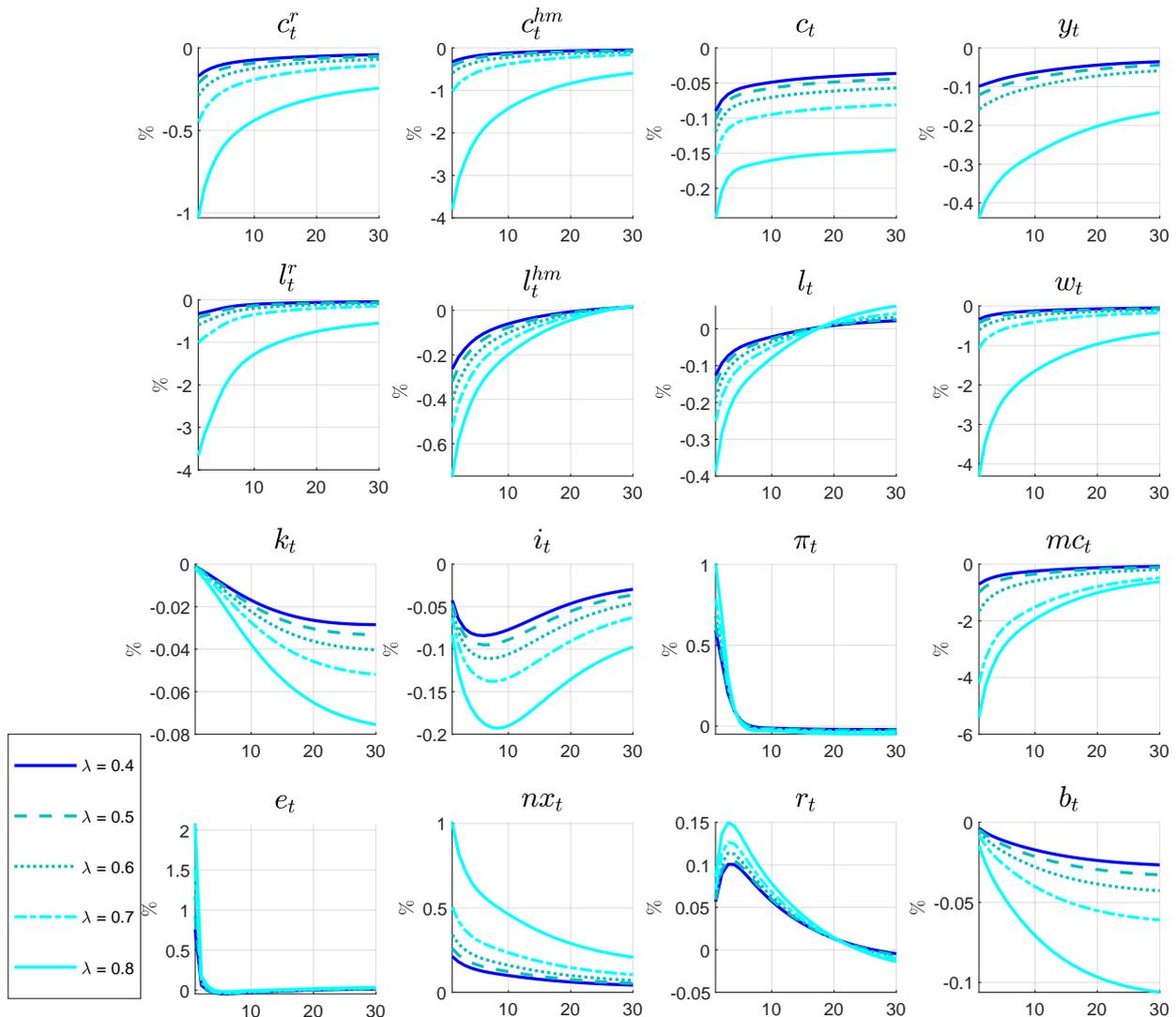
Fonte: GIRFs para um choque de volatilidade de dois desvios padrão. Na primeira linha os gráficos apresentam o consumo da família ricardiana (c_t^r), o consumo da família HtM (c_t^{hm}), o consumo agregado (c_t), produto (y_t). Segunda linha, horas trabalhadas da família ricardiana e da *hand to mouth* (l_t^r , l_t^{hm}), seguido pelas horas trabalhadas agregada (l_t) e pelo salário (w_t). A terceira linha, capital, investimento, inflação e o custo marginal (k_t , i_t , π_t , mc_t). Na quarta linha, câmbio nominal, balança comercial, taxa de juros e títulos (e_t , nx_t , r_t , b_t). GIRFs são medidas em desvios percentuais do estado estacionário estocástico e a periodicidade é trimestral.

explica a queda das variáveis agregadas.

Os resultados apresentados na figura 8 pressupõe que a proporção de famílias *HtM* é fixo representando 40% do consumo agregado, no entanto Kaplan, Violante e Weidner (2014) destacam que as estimativas da fração de agentes *HtM* na literatura são altamente suscetíveis à própria definição do indivíduo em situação de não acesso a crédito. Como essa definição pode mudar e como temos pouca informação sobre essa estimativa para economias pequenas, a figura 9 apresenta o efeito de um choque de incerteza na política monetária para diferentes proporção de agentes *HtM*. Com essa análise é possível perceber como uma maior proporção de famílias *HtM* contribui para a

amplificação do efeito da incerteza política.

Figura 9 – Choque de Incerteza na Política Monetária para diferentes frações de famílias HtM

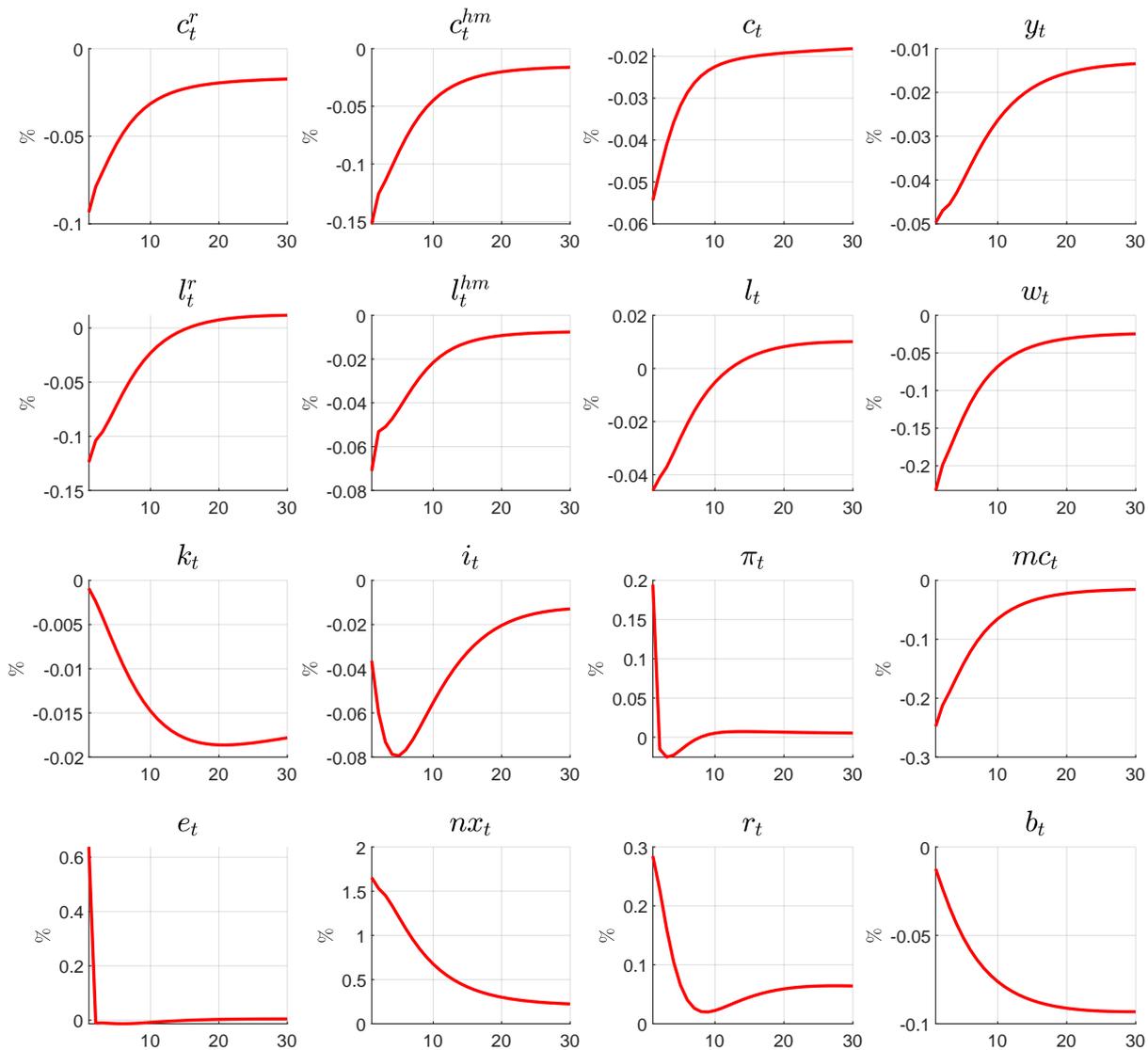


Fonte: GIRFs para um choque de volatilidade de dois desvios padrão. Na primeira linha os gráficos apresentam o consumo da família ricardiana (c_t^r), o consumo da família HtM (c_t^{hm}), o consumo agregado (c_t), produto (y_t). Segunda linha, horas trabalhadas da família ricardiana e da *hand to mouth* (l_t^r , l_t^{hm}), seguido pelas horas trabalhadas agregada (l_t) e pelo salário (w_t). A terceira linha, capital, investimento, inflação e o custo marginal (k_t , i_t , π_t , mc_t). Na quarta linha, câmbio nominal, balança comercial, taxa de juros e títulos (e_t , nx_t , r_t , b_t). GIRFs são medidas em desvios percentuais do estado estacionário estocástico e a periodicidade é trimestral.

Neste sentido, variando o λ entre 0.4 a 0.8, foi possível perceber que o choque de incerteza na política monetária é amplificado à medida que a fração de agentes *HtM* na economia é maior. Em geral, variáveis agregadas importantes, como o produto e o investimento, sofrem um impacto consistente. Análise semelhante pode ser feita para o consumo agregado, que é principalmente liderado por agentes *HtM*, que consomem menos enquanto trabalham menos horas. A mudança

no mercado de trabalho também é visível, diante de um choque de incerteza da política monetária, quanto maior a proporção de famílias sem acesso a crédito maior é a queda dos salários, uma vez que a pressão dos agentes ricardianos sobre o salário é menor. Como consequência, a retração da demanda por trabalho da família ricardiana é maior.

Figura 10 – Choque de Incerteza na Política Fiscal



Fonte: GIRFs para um choque de volatilidade de dois desvios padrão. Na primeira linha os gráficos apresentam o consumo da família ricardiana (c_t^r), o consumo da família HtM (c_t^{hm}), o consumo agregado (c_t), produto (y_t). Segunda linha, horas trabalhadas da família ricardiana e da *hand to mouth* (l_t^r , l_t^{hm}), seguido pelas horas trabalhadas agregada (l_t) e pelo salário (w_t). A terceira linha, capital, investimento, inflação e o custo marginal (k_t , i_t , π_t , mc_t). Na quarta linha, câmbio nominal, balança comercial, taxa de juros e títulos (e_t , nx_t , r_t , b_t). GIRFs são medidas em desvios percentuais do estado estacionário estocástico e a periodicidade é trimestral.

O efeito da incerteza na política monetária assemelha-se aos resultados encontrados por Oh

e Picco (2019) para um aumento da incerteza em um modelo HANK. Embora, não seja possível verificar os efeitos relacionados à distribuição da riqueza e da renda, os resultados agregados apresentados no trabalho estão alinhados com os resultados da literatura. Isso reforça a afirmativa de Debortoli, Galí et al. (2017) de que um modelo TANK pode ser visto como um *framework* capaz de contabilizar resultados agregados de modelos HANK.

Por conseguinte, a figura 10 apresenta as GIRFs relativas ao aumento de dois desvios-padrão na incerteza da política fiscal. Observa-se uma contração moderada, embora prolongada no produto, consumo, investimento, horas trabalhadas e salários nominais, enquanto a inflação e a taxa de juros nominal aumentam. É importante salientar que a contração na economia ocorre na ausência de um aumento contemporâneo nos gastos do governo, uma vez que o choque de incerteza pressupõe que a variável em nível permanece constante ($\Delta g_t = 0$).

Perceba que o declínio na produção é, em parte, explicado por uma queda no investimento. Uma vez que, as famílias investem menos devido à maior probabilidade de uma alta taxa de imposto sobre a renda do capital e porque *markup* mais alto implicam que as empresas produzirão menos e exigirão menos capital. Por outro lado, a dinâmica do consumo segue, tal como o choque de política monetária. A família ricardiana reduz o consumo em uma proporção menor do que as famílias *HtM* devido a dinâmica do mercado de trabalho. No mais, a desvalorização cambial faz com que a condição dabalança comercial seja favorável.

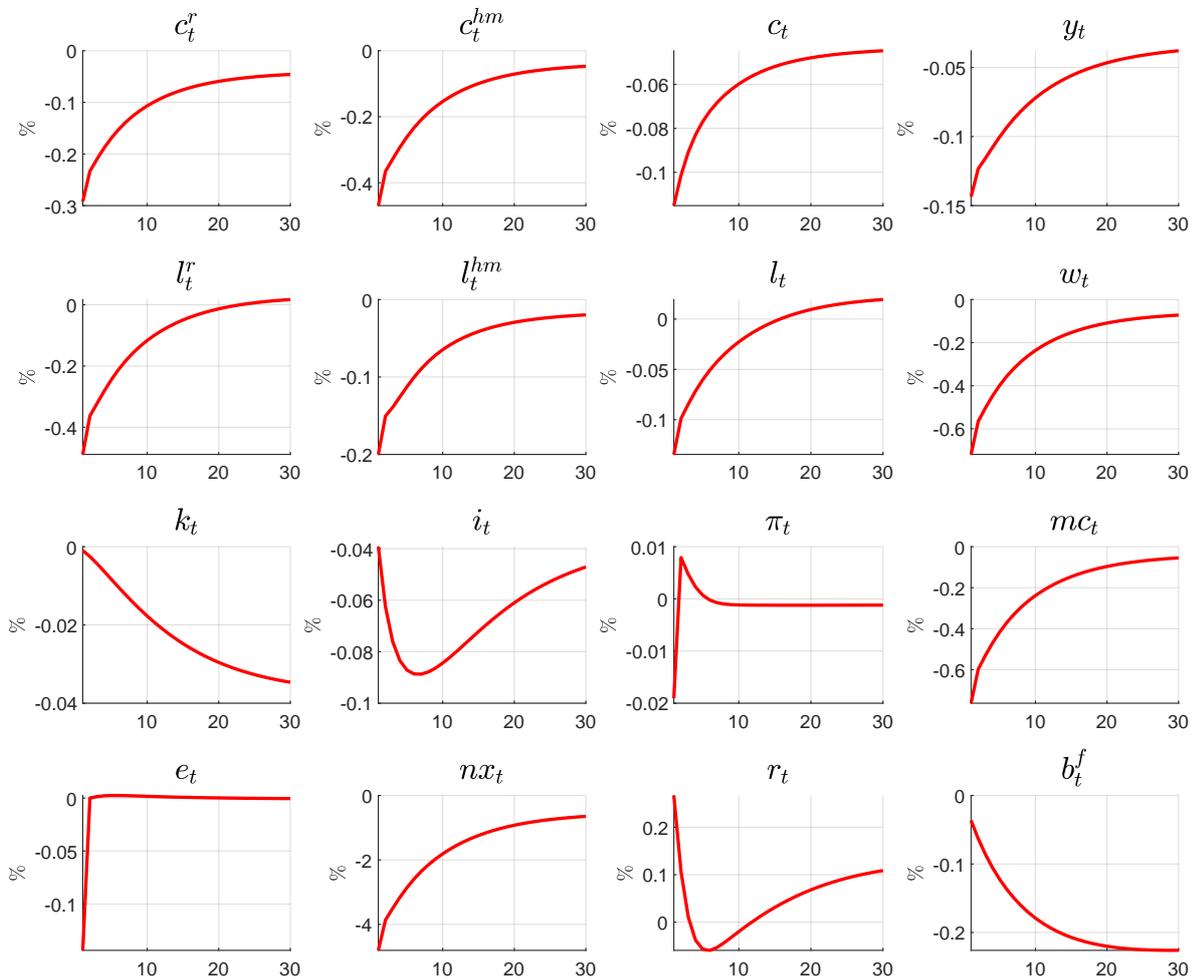
Políticas Monetárias Alternativas - O modelo base não consegue replicar as características empíricas constadas por Fernández-Villaverde et al. (2015) a saber, a diminuição da inflação para um choque na incerteza na política fiscal. No entanto, uma pequena modificação da regra de Taylor pode fazer com que o modelo esteja em conformidade as evidências empíricas. Em particular, pode-se considerar uma autoridade monetária que reage a choques de volatilidade fiscal e, em vez de seguir a equação 3.26, fixa a taxa de juros nominal de acordo com:

$$\frac{r_t}{\bar{r}} = \left(\frac{r_{t-1}}{\bar{r}} \right)^{\phi_r} \left[\left(\frac{\pi_t}{\bar{\pi}} \right)^{\phi_\pi} \left(\frac{y_{h,t}}{\bar{y}_h} \right)^{\phi_y} \left(\frac{e^{\sigma_t^g}}{e^{\bar{\sigma}^g}} \right)^{\phi_g} \right]^{1-\phi_r} \exp(m_t) \quad (3.46)$$

A equação 3.46 é baseada na percepção de que os bancos centrais entendem, tanto antes como depois da recente crise financeira, que a incerteza na política fiscal impacta a condução da política monetária. Por exemplo, a ata do Comitê de Política Monetária (Copom) de 1º e 2 de fevereiro de 2022 destaca que a volatilidade da política fiscal segue mantendo elevado o risco de desancoragem das expectativas de inflação, e, portanto, podendo implicar uma maior probabilidade de trajetórias

para inflação acima do projetado de acordo com o cenário de referência.

Figura 11 – Choque de Incerteza na Política Fiscal Com Regra de Taylor Modificada



Fonte: GIRFs para um choque de volatilidade de dois desvios padrão. Na primeira linha os gráficos apresentam o consumo da família ricardiana (c_t^r), o consumo da família HtM (c_t^{hm}), o consumo agregado (c_t), produto (y_t). Segunda linha, horas trabalhadas da família ricardiana e da *hand to mouth* (l_t^r , l_t^{hm}), seguido pelas horas trabalhadas agregada (l_t) e pelo salário (w_t). A terceira linha, capital, investimento, inflação e o custo marginal (k_t , i_t , π_t , mc_t). Na quarta linha, câmbio nominal, balança comercial, taxa de juros e títulos (e_t , nx_t , r_t , b_t^f). GIRFs são medidas em desvios percentuais do estado estacionário estocástico e a periodicidade é trimestral.

Essa regra foi calibrada com $\phi_g = 0.005$, tal como em Fernández-Villaverde et al. (2015), permitindo que a autoridade monetária aumente as taxas de juros nominais à medida que a incerteza aumenta para evitar os efeitos sobre markups e a inflação. Ao mesmo tempo, este é um valor pequeno, praticamente sem efeitos nos resultados apresentados na figura 11.

Percebe-se um declínio na produção, consumo, investimento, horas trabalhadas e os salários são maiores do que na economia de base. A intuição é simples. Após um choque de volatilidade fiscal, a autoridade monetária aumenta a taxa de juros nominal mais do que faria de outra forma. Esse

aumento deprime ainda mais a demanda agregada e o custo marginal. O menor custo marginal se traduz em uma queda na inflação. A taxa de juros nominal mais alta e a inflação mais baixa significa uma taxa de juros real mais alta e, com ela, uma maior contração do produto.

Por outro lado, economias emergentes são vulneráveis a choques externos, fazendo com que os bancos centrais intervenham na economia em períodos de volatilidade na taxa de câmbio, uma vez que intervém na inflação de forma direta. No relatório de inflação de março de 2021 o Banco Central argumenta que volatilidade da taxa de câmbio contribui para maior incerteza macroeconômica, prejudicando a formação de expectativas dos agentes econômicos em relação ao futuro da economia e a condução apropriada de políticas públicas.

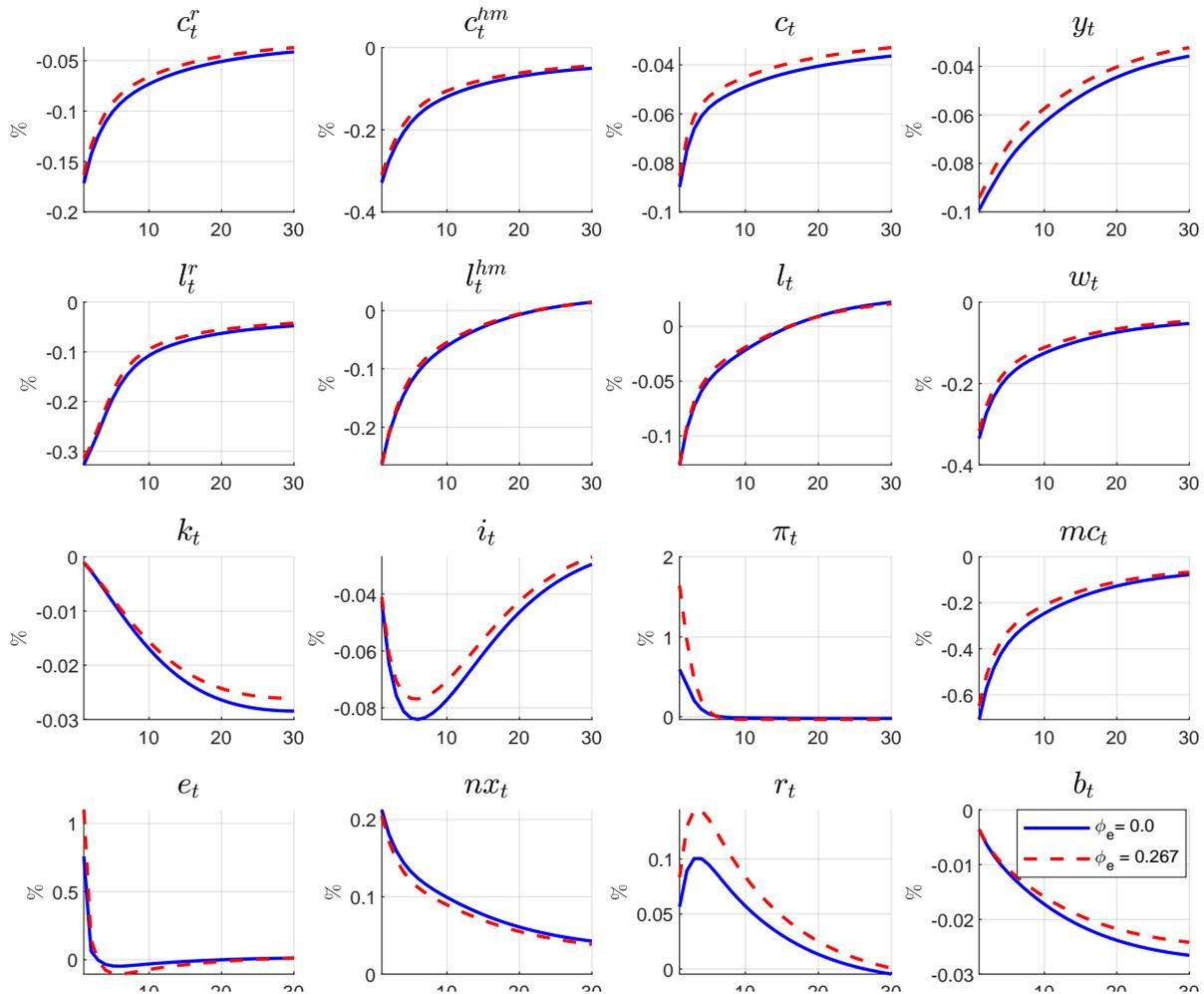
Neste sentido, é possível imaginar que a regra de política monetária leve em consideração as variações do câmbio para determinação da taxa de juros. Com isso, postulamos uma regra de taxa de juros em que o banco central também reage às mudanças na taxa de câmbio, em que a regra fica determinada da seguinte maneira:

$$\frac{r_t}{\bar{r}} = \left(\frac{r_{t-1}}{\bar{r}} \right)^{\phi_r} \left[\left(\frac{\pi_t}{\bar{\pi}} \right)^{\phi_\pi} \left(\frac{y_{h,t}}{\bar{y}_h} \right)^{\phi_y} \left(\frac{e_t}{\bar{e}} \right)^{\phi_e} \right]^{1-\phi_r} \exp(m_t) \quad (3.47)$$

onde o parâmetro ϕ_e governam a resposta da taxa de juros nominal em relação à taxa de juros passada, aos desvios da inflação da meta, ao produto doméstico e à taxa de câmbio. Calibramos o modelo com $\phi_e = 0.267$, conforme Linardi et al. (2016), os resultados também não apresentam mudanças significativas.

Assim, na figura 12 percebe-se que os resultados não apresentam divergência na direção dos choques. Embora, o efeito seja menor quando o Banco Central leva em consideração a taxa de câmbio na sua atuação. Por outro lado, a inflação tende a ser maior quando o banco central opta por tentar conter as flutuações da taxa de câmbio. Em geral, uma certa estabilidade da taxa de câmbio pode ajudar na ancoragem das expectativas de longo prazo.

Figura 12 – Choque de Incerteza na Política Monetária Com Regra de Taylor Modificada



Fonte: GIRFs para um choque de volatilidade de dois desvios padrão. Na primeira linha os gráficos apresentam o consumo da família ricardiana (c_t^r), o consumo da família HtM (c_t^{hm}), o consumo agregado (c_t), produto (y_t). Segunda linha, horas trabalhadas da família ricardiana e da *hand to mouth* (l_t^r , l_t^{hm}), seguido pelas horas trabalhadas agregada (l_t) e pelo salário (w_t). A terceira linha, capital, investimento, inflação e o custo marginal (k_t , i_t , π_t , mc_t). Na quarta linha, câmbio nominal, balança comercial, taxa de juros e títulos (e_t , nx_t , r_t , b_t). GIRFs são medidas em desvios percentuais do estado estacionário estocástico e a periodicidade é trimestral.

3.6 CONCLUSÃO

Neste artigo, buscou-se examinar os efeitos potenciais de um aumento da incerteza sobre a política da política monetária e fiscal sobre a atividade econômica detectando os impactos distintos sobre os agentes com e sem acesso ao crédito. Através de um modelo TANK, percebeu-se que a dinâmica no mercado de trabalho é essencial para diferenciar as respostas em ambos os tipos de agentes na economia. De um lado, a restrição de crédito impede que as famílias suavizem o consumo, de outro as empresas diminuem as taxas de investimento depois de enfrentar a incerteza sobre a

taxa de juros futura. Como resultado, isso se traduz em uma queda dos salários, levando as famílias ricardianas a reduzirem sua oferta de trabalho mais do que as famílias HtM. A dinâmica do mercado de trabalho condicionada à heterogeneidade das respostas de consumo é o elemento importante para explicar a queda das variáveis agregadas.

Assim, o modelo também é capaz de reproduzir evidências empíricas de que os agentes de HtM reduzem menos a oferta de trabalho do que os indivíduos com poupança, mas enfrentam uma queda maior no nível de consumo. No mais, em um contexto de economia aberta, verificou-se que sobre um choque de incerteza o câmbio e a balança comercial reagem de forma significativa impactando o produto agregado.

A Apêndice

A.1 Dados Utilizados na Pesquisa

Os dados foram retirados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), do Federal Reserve Economic (FED) e do Banco Central do Brasil (BACEN) a frequência é trimestral no período de 1996 a 2019.

A.2 Dados Para a Estimação dos Parâmetros dos Processos Exógenos

(i) Taxa real do Federal Reserve: é a taxa de juros efetiva descontada pelo Índice de preços ao consumidor: total de todos os itens para os Estados Unidos;

(ii) Taxa Selic: Taxa de juros equivalente à taxa referencial do Sistema Especial de Liquidação e de Custódia (Selic), média trimestral;

(iii) Gastos Governamentais: Despesa correspondem ao resultado fiscal do Governo Central. A série foi deflacionada pelo Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) e dessazonalizada pelo método Census X-12.

(iv) Produtividade: índice de produtividade do trabalho trimestral, Produto por horas trabalhadas - Sem efeito sazonal, índice determinado pelo CNI.

(v) Produto Externo: O produto interno bruto real dos Estados Unidos em bilhões de dólares ajustado pela inflação, taxa anual ajustada sazonalmente.

(vi) Prêmio de Risco: série estimada pela FGV em que o prêmio por risco de mercado é, fundamentalmente, a diferença entre o retorno esperado da carteira de mercado e a taxa de juros do ativo livre de risco. Média trimestral.

A.3 Dados para a Estimação SMM

(i) Produto Interno Bruto Real: índices trimestralmente para o Produto Interno Bruto preços de mercado (1995=100) conforme a metodologia do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

(ii) Despesas com Consumo Pessoal: representa as despesas de consumo das famílias mais o consumo realizado por transferências sociais em espécie das unidades das administrações públicas ou das instituições sem fins lucrativos a serviço das famílias.

(iii) Investimento: é determinado pela formação bruta de capital, ou investimento, resulta da soma algébrica da formação bruta de capital fixo e da variação de estoques.

(iv) Horas de Trabalho na Indústria: A variável horas trabalhadas na produção trata-se do total de horas trabalhadas pelo pessoal empregado na produção, na unidade local pesquisada. Índice 2006 = 100, com ajuste sazonal, (Fonte: Confederação Nacional da Indústria, código IPEADATA: 33209). Média trimestral.

(v) Capital: O Estoque Líquido de Capital Fixo (ELCF) é estimado por meio do acúmulo dos fluxos de Formação Bruta de Capital Fixo (FBCF) deflacionados e descontada a depreciação. A depreciação dos equipamentos de capital fixo é calculada mediante a aplicação de uma taxa de depreciação e de um tempo de vida útil para cada produto usado para FBCF.

(vi) Índice de preços ao consumidor: no qual mede a inflação de um conjunto de produtos e serviços comercializados no varejo, eferentes ao consumo pessoal das famílias, índice 2015 = 100, não ajustado sazonalmente.

(vii) Balança Comercial: contabiliza as transações de itens que são resultado de atividades produtivas, tangíveis, e sobre os quais direitos de propriedade podem ser estabelecidos e transferidos através de transações. Valor do saldo trimestral em milhões de dólares.

(viii) Taxa Selic: Taxa de juros equivalente à taxa referencial do Sistema Especial de Liquidação e de Custódia (Selic), média trimestral.

B Equações de Equilíbrio

A seguir descreveremos as equações de equilíbrio dos modelos utilizados neste trabalho, o modelo geral do primeiro capítulo será descrito a seguir. posteriormente descreveremos o modelo utilizado TANK do segundo capítulo.

B.1 - Equações do Modelo 1

Utilidade Marginal de Consumo:

$$\lambda_t = \left(c_t - \kappa_l \frac{n_t^{1+\omega}}{1+\omega} \right)^{-\sigma} \quad (\text{B.1})$$

Equação de Euler para Títulos e Capital:

$$\lambda_t = \beta E_t \left(\lambda_{t+1} \frac{r_t}{\pi_{t+1}} \right) \quad (\text{B.2})$$

$$\lambda_t [1 + \kappa_D (b_t^f - \bar{b})] = \beta E_t \left(\lambda_{t+1} \frac{r_t^f}{\pi_{t+1}} \frac{s_{t+1}}{s_t} \right) \quad (\text{B.3})$$

$$1 = \beta E_t \left(\frac{\lambda_{t+1} [r_t^k + (1 - \delta)q_{t+1}]}{\lambda_t q_t} \right) \quad (\text{B.4})$$

$$1 = q_t \left[1 - \frac{\kappa_i}{2} \left(\frac{i_t}{i_{t-1}} - 1 \right)^2 - \kappa_i \left(\frac{i_t}{i_{t-1}} \right) \left(\frac{i_t}{i_{t-1}} - 1 \right) \right] + \kappa_i \beta E_t \left\{ \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} q_{t+1} \left(\frac{i_{t+1}}{i_t} \right)^2 \left(\frac{i_{t+1}}{i_t} - 1 \right) \right\} \quad (\text{B.5})$$

Oferta de Trabalho:

$$\kappa_l n_t^\varphi = w_t \quad (\text{B.6})$$

Lei do Movimento do capital:

$$k_t = (1 - \delta)k_{t-1} + \left[1 - \kappa_i \left(\frac{i_t}{i_{t-1}} - 1 \right)^2 \right] i_t \quad (\text{B.7})$$

Função de Produção:

$$y_{h,t} = a_t k_{t-1}^\gamma n_t^{1-\gamma} \quad (\text{B.8})$$

Demanda por Trabalho:

$$w_t = (1 - \gamma) m c_t \left(\frac{y_{h,t}}{n_t} \right) \quad (\text{B.9})$$

Demanda por Capital:

$$r_t = \gamma m c_t \left(\frac{y_{h,t}}{k_{t-1}} \right) \quad (\text{B.10})$$

Curva de Phillips:

$$\pi_{h,t} (\pi_{h,t} - \bar{\pi}) = \beta E_t \left[\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} (\pi_{h,t+1} - \bar{\pi}) \frac{p_{h,t+1} y_{h,t+1}}{p_{h,t} y_{h,t}} \right] + \frac{e}{\kappa_p} \left[\frac{m c_t}{p_{h,t}} - \frac{e - 1}{e} \right] \quad (\text{B.11})$$

Inflação Doméstica:

$$\pi_{h,t} = \frac{\pi_{h,t}}{\pi_{h,t-1}} \pi_t; \quad (\text{B.12})$$

Regra de Taylor:

$$\frac{r_t}{\bar{r}} = \left(\frac{r_{t-1}}{\bar{r}} \right)^{\phi_r} \left[\left(\frac{\pi_t}{\bar{\pi}} \right)^{\phi_\pi} \left(\frac{y_{h,t}}{\bar{y}_h} \right)^{\phi_y} \right]^{1-\phi_r} \exp(\mu_t) \quad (\text{B.13})$$

Relação entre as Taxa de Juros

$$r_t^r [1 + \kappa_d (b^f - \bar{b})] = r_t^* (s_{t+1}/s_t) \quad (\text{B.14})$$

Restrição Orçamentária do Governo

$$g_t + \frac{r_{t-1}}{\pi_t} b_{t-1}^h = t_t + b_t^h \quad (\text{B.15})$$

Produto Doméstico

$$y_{h,t} = c_{h,t} + i_{h,t} + g_t + x_t + \frac{\kappa_p}{2} (\pi_{h,t} - \bar{\pi})^2 y_{h,t} \quad (\text{B.16})$$

Produto Agregado

$$y_t = c_t + i_t + g_t + nx_t + \frac{\kappa_p}{2} (\pi_{h,t} - \bar{\pi})^2 y_t \quad (\text{B.17})$$

Exportação

$$x_t = \alpha \left(\frac{p_{h,t}}{e_t p_{f,t}} \right)^{-\eta} y_t^* \quad (\text{B.18})$$

Importação

$$m_t = \alpha \left(\frac{p_{f,t}}{p_t} \right)^{-\eta} (c_t + i_t) \quad (\text{B.19})$$

Balança Comercial

$$nx_t = s_t b_t^f - s_t r_{t-1}^* b_{t-1}^f + s_t \frac{\kappa_d}{2} (b_t^f - \bar{b})^2 \quad (\text{B.20})$$

Total de Títulos

$$b_t = b_t^h + b_t^f \quad (\text{B.21})$$

Lei de Preços Domésticos

$$1 = (1 - \alpha) p_{h,t}^{(1-\eta)} + \alpha s_t^{(1-\eta)} \quad (\text{B.22})$$

Produtividade Total dos Fatores

$$\log(a_t) = \rho^a \log(a_{t-1}) + e^{\sigma_a^a} \epsilon_t \quad (\text{B.23})$$

Choque de política Monetária

$$\log(v_t) = \rho^v \log(v_{t-1}) + e^{\sigma_v^v} \epsilon_t \quad (\text{B.24})$$

Gastos do Governo

$$\log(g_t) = (1 - \rho^g) \log(\bar{g}) + \rho^g \log(g_{t-1}) + e^{\sigma_g^g} \epsilon_t \quad (\text{B.25})$$

Taxa de Juros Real Externa

$$r_t^* = (1 - \rho^{r^*})\bar{r}_t^* + \rho^{r^*} r_{t-1}^* + e^{\sigma_t^{r^*}} \epsilon_t \quad (\text{B.26})$$

Produto Externo

$$\log(y_t^*) = \rho^{y^*} \log(y_{t-1}) + e^{\sigma_t^{y^*}} \epsilon_t \quad (\text{B.27})$$

Volatilidade da Produtividade

$$\sigma_t^a = (1 - \rho^{\sigma^a})\bar{\sigma}_a + \rho^{\sigma^a} \sigma_{t-1}^a + \eta_a \xi_t^a \quad (\text{B.28})$$

Volatilidade da Política Monetária

$$\sigma_t^v = (1 - \rho^{\sigma^v})\bar{\sigma}_v + \rho^{\sigma^v} \sigma_{t-1}^v + \eta_v \xi_t^v \quad (\text{B.29})$$

Volatilidade dos Gastos do Governo

$$\sigma_t^g = (1 - \rho^{\sigma^g})\bar{\sigma}_g + \rho^{\sigma^g} \sigma_{t-1}^g + \eta_g \xi_t^g \quad (\text{B.30})$$

Volatilidade da Taxa de Juros Externa

$$\sigma_t^{r^*} = (1 - \rho^{\sigma^{r^*}})\bar{\sigma}_{r^*} + \rho^{\sigma^{r^*}} \sigma_{t-1}^{r^*} + \eta_{r^*} \xi_t^{r^*} \quad (\text{B.31})$$

Volatilidade do Produto Externo

$$\sigma_t^{y^*} = (1 - \rho^{\sigma^{y^*}})\bar{\sigma}_{y^*} + \rho^{\sigma^{y^*}} \sigma_{t-1}^{y^*} + \eta_{y^*} \xi_t^{y^*} \quad (\text{B.32})$$

B.2 - Equações do Modelo 2

Consumo da Família HtM

$$c_t^{hm} = (1 - \tau)w_t l_t^{hm} + t_t^{hm} \quad (\text{B.33})$$

Oferta de Trabalho da Família HtM

$$\kappa_l (l_t^{hm})^\varphi = (1 - \tau)w_t \quad (\text{B.34})$$

Utilidade Marginal de Consumo:

$$\lambda_t = \left(c_t^r - \kappa_l \frac{l_t^{r1+\omega}}{1+\omega} \right)^{-\sigma} \quad (\text{B.35})$$

Equação de Euler para Títulos e Capital:

$$\lambda_t = \beta E_t \left(\lambda_{t+1} \frac{r_t}{\pi_{t+1}} \right) \quad (\text{B.36})$$

$$\lambda_t [1 + \kappa_d (b_t^f - \bar{b})] = \beta E_t \left(\lambda_{t+1} \frac{r_t^f s_{t+1}}{\pi_{t+1}^f s_t} \right) \quad (\text{B.37})$$

$$1 = \beta E_t \left(\frac{\lambda_{t+1} [r_t^k + (1 - \delta)q_{t+1}]}{\lambda_t q_t} \right) \quad (\text{B.38})$$

$$1 = q_t \left[1 - \frac{\kappa_i}{2} \left(\frac{i_t^r}{i_{t-1}^r} - 1 \right)^2 - \kappa_i \left(\frac{i_t^r}{i_{t-1}^r} \right) \left(\frac{i_t^r}{i_{t-1}^r} - 1 \right) \right] + \kappa_i \beta E_t \left\{ \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} q_{t+1} \left(\frac{i_{t+1}^r}{i_t^r} \right)^2 \left(\frac{i_{t+1}^r}{i_t^r} - 1 \right) \right\} \quad (\text{B.39})$$

Oferta de Trabalho da Família Ricardiana

$$\kappa_l (l_t^r)^\varphi = (1 - \tau) w_t \quad (\text{B.40})$$

Lei de movimento de Capital da Família Ricardiana

$$k_t^r = (1 - \delta) k_{t-1}^r + \left[1 - \kappa_i \left(\frac{i_t^r}{i_{t-1}^r} - 1 \right)^2 \right] i_t \quad (\text{B.41})$$

Função de Produção

$$y_{h,t} = a_t k_{t-1}^\gamma l_t^{1-\gamma} \quad (\text{B.42})$$

Demanda por Trabalho

$$w_t = (1 - \gamma) m c_t \left(\frac{y_{h,t}}{l_t} \right) \quad (\text{B.43})$$

Demanda por Capital

$$r_t = \gamma m c_t \left(\frac{y_{h,t}}{k_{t-1}} \right) \quad (\text{B.44})$$

Curva de Phillips

$$\pi_{h,t}(\pi_{h,t} - \bar{\pi}) = \beta E_t \left[\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} (\pi_{h,t+1} - \bar{\pi}) \frac{p_{h,t+1} y_{h,t+1}}{p_{h,t} y_{h,t}} \right] + \frac{e}{\kappa_p} \left[\frac{mc_t}{p_{h,t}} - \frac{e-1}{e} \right] \quad (\text{B.45})$$

Inflação Doméstica

$$\pi_{h,t} = \frac{\pi_{h,t}}{\pi_{h,t-1}} \pi_t; \quad (\text{B.46})$$

Política Monetária

$$\frac{r_t}{\bar{r}} = \left(\frac{r_{t-1}}{\bar{r}} \right)^{\phi_r} \left[\left(\frac{\pi_t}{\bar{\pi}} \right)^{\phi_\pi} \left(\frac{y_{h,t}}{\bar{y}_h} \right)^{\phi_y} \right]^{1-\phi_r} \exp(\mu_t) \quad (\text{B.47})$$

Relação entre as Taxa de Juros

$$r_t^r [1 + \kappa_d (b^f - \bar{b})] = r_t^* (s_{t+1}/s_t) \quad (\text{B.48})$$

Restrição Orçamentária do Governo

$$g_t + t_t + \frac{r_{t-1}}{\pi_t} b_{t-1}^h = \tau w_t l_t + b_t^h \quad (\text{B.49})$$

Transferências Governamentais

$$t_t = (1 - \lambda) t_t^r + \lambda t_t^{hm} \quad (\text{B.50})$$

Transferências das Famílias Ricardianas

$$t_t^r - \bar{t}_t^r = \phi_b (d_{t-1}^h - \bar{d}^h) + \phi_g (g_{t-1} - \bar{g}) \quad (\text{B.51})$$

Transferências das Famílias *HtM*

$$t_t^{hm} - \bar{t}_t^{hm} = \phi_b (d_{t-1}^h - \bar{d}^h) + \phi_g (g_{t-1} - \bar{g}) \quad (\text{B.52})$$

Produto Doméstico

$$y_{h,t} = c_{h,t} + i_{h,t} + g_t + x_t + \frac{\kappa_p}{2} (\pi_{h,t} - \bar{\pi})^2 y_{h,t} \quad (\text{B.53})$$

Produto Agregado

$$y_t = c_t + i_t + g_t + nx_t + \frac{\kappa_p}{2} (\pi_{h,t} - \bar{\pi})^2 y_t \quad (\text{B.54})$$

Exportações

$$x_t = \alpha \left(\frac{p_{h,t}}{e_t p_{f,t}} \right)^{-\eta} y_t^* \quad (\text{B.55})$$

Importações

$$m_t = \alpha \left(\frac{p_{f,t}}{p_t} \right)^{-\eta} (c_t + i_t) \quad (\text{B.56})$$

Balança Comercial

$$n x_t = s_t d_t^f - s_t r_{t-1}^f d_{t-1}^f + (1 - \lambda) s_t \frac{\kappa_d}{2} (b_{f,t}^r - \bar{b})^2 \quad (\text{B.57})$$

Total de Títulos

$$b_t = b_t^h + b_t^f \quad (\text{B.58})$$

Consumo Agregado

$$c_t = (1 - \lambda) c_t^r + \lambda c_t^{hm} \quad (\text{B.59})$$

Trabalho Agregado

$$l_t = (1 - \lambda) l_t^r + \lambda l_t^{hm} \quad (\text{B.60})$$

Lei dos Preços Domésticos

$$1 = (1 - \alpha) p_{h,t}^{(1-\eta)} + \alpha s_t^{(1-\eta)} \quad (\text{B.61})$$

Produtividade Total dos Fatores

$$\log(a_t) = \rho^a \log(a_{t-1}) + e^{\sigma_t^a} \epsilon_t \quad (\text{B.62})$$

Choque na Política Monetária

$$\log(v_t) = \rho^v \log(v_{t-1}) + e^{\sigma_t^v} \epsilon_t \quad (\text{B.63})$$

Gastos do governo

$$\log(g_t) = (1 - \rho^g) \log(\bar{g}) + \rho^g \log(g_{t-1}) + e^{\sigma_t^g} \epsilon_t \quad (\text{B.64})$$

Taxa de juros Real Externa

$$r_t^* = (1 - \rho^r) \bar{r}_t^* + \rho^r r_{t-1}^* + e^{\sigma_t^r} \epsilon_t \quad (\text{B.65})$$

Produto externo

$$\log(y_t^*) = \rho^{y^*} \log(y_{t-1}) + e^{\sigma_t^{y^*}} \epsilon_t \quad (\text{B.66})$$

Volatilidade da Produtividade

$$\sigma_t^a = (1 - \rho^{\sigma^a}) \bar{\sigma}_a + \rho^{\sigma^a} \sigma_{t-1}^a + \eta_a \xi_t^a \quad (\text{B.67})$$

Volatilidade da política monetária

$$\sigma_t^v = (1 - \rho^{\sigma^v}) \bar{\sigma}_v + \rho^{\sigma^v} \sigma_{t-1}^v + \eta_v \xi_t^v \quad (\text{B.68})$$

Volatilidade dos gastos do governo

$$\sigma_t^g = (1 - \rho^{\sigma^g}) \bar{\sigma}_g + \rho^{\sigma^g} \sigma_{t-1}^g + \eta_g \xi_t^g \quad (\text{B.69})$$

Volatilidade da taxa de juros externa

$$\sigma_t^{r^*} = (1 - \rho^{\sigma^{r^*}}) \bar{\sigma}_{r^*} + \rho^{\sigma^{r^*}} \sigma_{t-1}^{r^*} + \eta_{r^*} \xi_t^{r^*} \quad (\text{B.70})$$

Volatilidade do produto externo

$$\sigma_t^{y^*} = (1 - \rho^{\sigma^{y^*}}) \bar{\sigma}_{y^*} + \rho^{\sigma^{y^*}} \sigma_{t-1}^{y^*} + \eta_{y^*} \xi_t^{y^*} \quad (\text{B.71})$$

C Apêndice C - Modelo Econométrico

C.1 Filtro de Partículas

A exposição é feita de acordo com Born e Pfeifer (2014), seja x_t um processo $AR(1)$ genérico:

$$x_t = \rho x_{t-1} + e^{\sigma_t} u_t, \quad u_t \sim N(0, 1) \quad (\text{C.1})$$

onde σ_t segue um processo de volatilidade estocástica

$$\sigma_t = (1 - \rho^\sigma) \bar{\sigma} + \rho^\sigma \sigma_{t-1} + \eta \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim N(0, 1) \quad (\text{C.2})$$

onde $\bar{\sigma}$ é a média incondicional de σ_t . O choque na volatilidade ϵ_t é considerado independente de u_t . Portanto, um filtro é necessário para obter a chamada densidade $p(\sigma_t|x_t; \Theta)$. Devido à não linearidade embutida na configuração da volatilidade estocástica dos choques, empregamos o filtro de partículas *Sequential Importance Resampling* (SIR), uma aplicação especial da classe mais geral de métodos de Monte Carlo Sequencial, para avaliar a probabilidade. Dado as equações C.1 e C.2 e algum valor inicial x_0 , a probabilidade x^T pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} p(x^T; \Theta) &= \prod_{t=1}^T p(x_t|x_{t-1}; \Theta) = \int p(x_1|x_0, \sigma_0; \Theta) d\sigma_0 \prod_{t=2}^T \int p(x_t|x_{t-1}, \sigma_t; \Theta) p(\sigma_t|x_{t-1}; \Theta) d\sigma_t \\ &= \int \frac{1}{e^{\sigma_0} \sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{-1}{2} \left(\frac{x_1 - \rho x_0}{e^{\sigma_0}}\right)^2\right] \times \prod_{t=2}^T \exp\left[\frac{-1}{2} \left(\frac{x_t - \rho x_{t-1}}{e^{\sigma_t}}\right)^2\right] p(\sigma_t|x^{t-1}; \Theta) d\sigma_t \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

onde x_t é um vetor ($t \times 1$) que agrupa as observações em x até o tempo t , Θ agrupa os parâmetros. Embora não tenhamos uma expressão analítica para $p(\sigma_t|x^{t-1}; \Theta)$, $t = 1, \dots, T$ e, portanto, não podemos calculá-lo diretamente, podemos empregar o filtro de partículas para estimar a probabilidade construindo de forma iterativa $p(\sigma_t|x^{t-1}; \Theta)$.

A ideia subjacente do filtro de partículas é usar uma aproximação da densidade $p(\sigma_t|x^t; \Theta)$ como uma distribuição simulada gerada a partir de dados empíricos. Esta distribuição pode ser formada a partir de pontos de massa, ou partículas

$$p(\sigma_t|x^t; \Theta) \simeq \sum_{i=0}^N w_t^i \delta_t(\sigma_t), \quad \sum_{i=0}^N w_t^i = 1 \quad w_t^i \geq 0 \quad (\text{C.4})$$

onde δ é a função delta de Dirac e w_t^i é o peso atribuído à respectiva partícula σ_t^i . Podemos então usar uma abordagem de *Sequential Importance Resampling* (SIR) para atualizar as partículas do tempo t para $t + 1$ e obter a nova distribuição em $t + 1$.

O SIR é um procedimento de duas etapas que permite extrair iterativamente $p(\sigma_t|x^{t-1}; \Theta)$. Começando $p(\sigma_0|x^0; \Theta) = p(\sigma_0; \Theta)$, a etapa de previsão usa a lei do movimento para os estados $f(\sigma_{t+1}|\sigma_t)$, equação (C.2), para obter a densidade condicional $p(\sigma_1|x^0; \Theta) = p(\epsilon_1)p(\sigma_0|x^0; \Theta)$. Assim,

dado N extração de $\{\sigma_{t|t}^i\}_{i=1}^N$ para $p(\sigma_t|x^t; \Theta)$ e de choques exógenos $\epsilon_t^i \sim N(0, 1)$ podemos usar a equação para calcular $\{\sigma_{t+1|t}^i\}_{i=1}^N$

Em seguida, a etapa de filtragem usa um processo de reamostragem para atualizar a probabilidade condicional de $p(\sigma_t|x^{t-1}; \Theta)$ para $p(\sigma_t|x^t; \Theta)$. A ideia crucial é que se $\{\sigma_{t|t-1}^i\}_{i=1}^N$ é uma extração de $p(\sigma_t|x^{t-1}; \Theta)$ e $\{\sigma_t^i\}_{i=1}^N$ é uma aproximação de $\{\sigma_{t-1}^i\}_{i=1}^N$ usando o probabilidades de reamostragem

$$w_t^i = \frac{p(x_t|x^{t-1}, \sigma_{t|t-1}^i; \Theta)}{\sum_{i=1}^N p(x_t|x^{t-1}, \sigma_{t|t-1}^i; \Theta)} \quad (\text{C.5})$$

onde $\{\sigma_{t|t}^i\}_{i=1}^N = \{\sigma_t^i\}_{i=1}^N$ é uma extração de $p(\sigma_t|x^t; \Theta)$. Após T iterações, obtemos uma estimativa de nossa probabilidade como:

$$\begin{aligned} p(x^T; \Theta) &\simeq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{e^{\sigma_{0|0}^i} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x_1 - \rho x_0}{e^{\sigma_{0|0}^i}} \right)^2 \right] \\ &\times \prod_{t=2}^T \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{e^{\sigma_{t|t-1}^i} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x_t - \rho x_{t-1}}{e^{\sigma_{t|t-1}^i}} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Para os parâmetros autorregressivos das equações de nível $AR(2)$, ρ_1^i e ρ_2^i , impõe-se um priori uniforme para cada uma das raízes autorregressivas correspondentes sobre a região de estabilidade $(1, +1)$. A distribuição posterior é calculada a partir de uma Cadeia Monte Carlo Markov de 20000 sorteios usando 10.000 partículas, onde os primeiros 5.500 sorteios foram descartados como sorteios *burn-in*.

C.2 Solução do Modelo

Seja s_t o vetor $n_s \times 1$ das variáveis de estado em desvios do estado estacionário, incluindo os choques exógenos e o parâmetro de perturbação Λ , e seja s_t^i a sua i -ésima entrada. A *policy function* para uma variável de modelo arbitrária \hat{X}_t tem então a seguinte forma

$$\hat{X}_t = \sum_{i=1}^{n_s} \epsilon_i^X s_t^i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_s} \sum_{j=1}^{n_s} \epsilon_{i,j}^X s_t^i s_t^j + \sum_{i=1}^{n_s} \sum_{j=1}^{n_s} \sum_{l=1}^{n_s} \epsilon_{i,j,l}^X s_t^i s_t^j s_t^l \quad (\text{C.7})$$

onde os ξ s são escalares que dependem dos parâmetros do modelo, além disso as variáveis são denotadas a partir dos desvios percentuais do estado estacionário. A equação C.7 mostra o motivo pelo qual as aproximações de ordem inferior não seriam suficientes para nosso propósito. Como é bem conhecido, uma aproximação de primeira ordem define a equivalência de certeza. Isso implica, $\xi_v^X = 0$, onde v denota a posição do choque de volatilidade no vetor de estado s . Ou seja, até a primeira ordem, os choques de incerteza não entram na *policy function*. Os choques de volatilidade só entram na *policy function* com coeficientes diferentes de zero em seu termo de interação com o respectivo choque de nível. Algebricamente, apenas o produto cruzado de $\hat{\sigma}^i \times \hat{v}^i$ é diferente de 0. Em contraste, todos os outros termos cruzados com os choques de incerteza são zero, ou seja, $\xi_{v,j \neq u}^X = 0$, onde v e u denotam as posições da volatilidade e seu choque de nível correspondente no vetor de estado s , respectivamente. Assim, somente uma aproximação de terceira ordem introduzem os choques de volatilidade na *policy function*.

REFERÊNCIAS

- ABEL, A. B. Optimal investment under uncertainty. *The American Economic Review*, v. 73, n. 1, p. 228, 1983.
- ADRIAN, M. T.; ERCEG, C. J.; KOLASA, M.; LINDÉ, J.; ZABCZYK, P. *A Quantitative Microfounded Model for the Integrated Policy Framework*. [S.l.]: International Monetary Fund, 2021.
- AIYAGARI, S. R. Uninsured idiosyncratic risk and aggregate saving. *The Quarterly Journal of Economics*, MIT Press, v. 109, n. 3, p. 659–684, 1994.
- ALEXOPOULOS, M.; COHEN, J. et al. Uncertain times, uncertain measures. *University of Toronto Department of Economics Working Paper*, v. 352, n. 7, p. 8, 2009.
- ANDREASEN, M. M.; FERNÁNDEZ-VILLAVERDE, J.; RUBIO-RAMÍREZ, J. F. The pruned state-space system for non-linear dsge models: Theory and empirical applications. *The Review of Economic Studies*, Oxford University Press, v. 85, n. 1, p. 1–49, 2018.
- AOKI, K.; BENIGNO, G.; KIYOTAKI, N. Monetary and financial policies in emerging markets. Princeton.edu, 2016. Disponível em: <https://www.princeton.edu/~kiyotaki/papers/ABKBankModel10-16-2018_GB.pdf>.
- AUCLERT, A.; ROGNLIE, M.; STRAUB, L. The intertemporal keynesian cross. *NBER Working Paper No. 25020*, September 2018.
- BACHMANN, R.; ELSTNER, S.; SIMS, E. R. Uncertainty and economic activity: Evidence from business survey data. *American Economic Journal: Macroeconomics*, v. 5, n. 2, p. 217–49, 2013.
- BAKER, S. R.; BLOOM, N.; DAVIS, S. J. Measuring economic policy uncertainty. *The quarterly journal of economics*, Oxford University Press, v. 131, n. 4, p. 1593–1636, 2016.
- BASU E BUNDICK, B. S. Uncertainty shocks in a model of effective demand. *Econometrica*, Wiley Online Library, v. 85, n. 3, p. 937–958, 2017.
- BAYER, C.; LÜTTICKE, R.; PHAM-DAO, L.; TJADEN, V. Precautionary savings, illiquid assets, and the aggregate consequences of shocks to household income risk. *Econometrica*, Wiley Online Library, v. 87, n. 1, p. 255–290, 2019.
- BERNANKE, B. S. Irreversibility, uncertainty, and cyclical investment. *The Quarterly Journal of Economics*, MIT Press, v. 98, n. 1, p. 85–106, 1983.
- BERTOLA, G.; GUIISO, L.; PISTAFERRI, L. Uncertainty and consumer durables adjustment. *The Review of Economic Studies*, Wiley-Blackwell, v. 72, n. 4, p. 973–1007, 2005.
- BHATTARAI, S.; CHATTERJEE, A.; PARK, W. Y. Global spillover effects of us uncertainty. *Journal of Monetary Economics*, v. 114, p. 71–89, 2020. ISSN 0304-3932. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304393218301569>>.
- BILBIIE, F. O. Limited asset markets participation, monetary policy and (inverted) aggregate demand logic. *Journal of economic theory*, Elsevier, v. 140, n. 1, p. 162–196, 2008.

- BLOOM, N. The impact of uncertainty shocks. *Econometrica*, v. 77, n. 3, p. 623–685, 2009.
- BLOOM, N.; FLOETOTTO, M.; JAIMOVICH, N.; SAPORTA-EKSTEN, I.; TERRY, S. J. Really uncertain business cycles. *Econometrica*, Wiley Online Library, v. 86, n. 3, p. 1031–1065, 2018.
- BORN, B.; MÜLLER, G. J.; PFEIFER, J. Uncertainty shocks in currency unions. CEPR Discussion Paper No. DP15579, 2020.
- BORN E PFEIFER, J. B. Policy risk and the business cycle. *Journal of Monetary Economics*, Elsevier, v. 68, p. 68–85, 2014.
- CANOVA, F. The transmission of us shocks to latin america. *Journal of Applied econometrics*, Wiley Online Library, v. 20, n. 2, p. 229–251, 2005.
- CARRIÈRE-SWALLOW, Y.; CÉSPEDES, L. F. The impact of uncertainty shocks in emerging economies. *Journal of International Economics*, Elsevier, v. 90, n. 2, p. 316–325, 2013.
- CARROLL, C. D.; SAMWICK, A. A. How important is precautionary saving? *Review of Economics and statistics*, MIT Press 238 Main St., Suite 500, Cambridge, MA 02142-1046, USA journals . . . , v. 80, n. 3, p. 410–419, 1998.
- CHALLE, E. et al. Uninsured unemployment risk and optimal monetary policy. *American Economic Journal: Macroeconomics*, 2017.
- CHATTERJEE, P. Uncertainty shocks, financial frictions and business cycle asymmetries across countries. 2017.
- CHIB, S.; RAMAMURTHY, S. Tailored randomized block mcmc methods with application to dsge models. *Journal of Econometrics*, v. 155, n. 1, p. 19–38, 2010. ISSN 0304-4076. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304407609001900>>.
- COLOMBO, V. Economic policy uncertainty in the us: Does it matter for the euro area? *Economics Letters*, v. 121, n. 1, p. 39–42, 2013. ISSN 0165-1765. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0165176513003066>>.
- CORSETTI, G.; DEDOLA, L.; LEDUC, S. Optimal monetary policy in open economies. In: *Handbook of monetary economics*. [S.l.]: Elsevier, 2010. v. 3, p. 861–933.
- DEBORTOLI, D.; GALÍ, J. et al. Monetary policy with heterogeneous agents: Insights from tank models. *Manuscript, September*, 2017.
- DUFFIE, D.; SINGLETON, K. J. Simulated moments estimation of markov models of asset prices. *NBER Working Paper No. t0087*, July 1993. Disponível em: <<https://www.nber.org/papers/t0087>>.
- ENGLE, R. F., 1982, autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of uk inflation. *Econometrica*, v. 50, p. 1–50, 2008.
- FASANI, S.; ROSSI, L. Are uncertainty shocks aggregate demand shocks? *Economics Letters*, Elsevier, v. 167, p. 142–146, 2018.

- FERNÁNDEZ-VILLAVERDE, J.; GUERRÓN-QUINTANA, P.; KUESTER, K.; RUBIO-RAMÍREZ, J. Fiscal volatility shocks and economic activity. *American Economic Review*, v. 105, n. 11, p. 3352–84, 2015.
- FERNÁNDEZ-VILLAVERDE, J.; GUERRÓN-QUINTANA, P.; RUBIO-RAMÍREZ, J. F.; URIBE, M. Risk matters: The real effects of volatility shocks. *American Economic Review*, v. 101, n. 6, p. 2530–61, 2011.
- FERNÁNDEZ-VILLAVERDE, J.; RUBIO-RAMÍREZ, J. F. Estimating macroeconomic models: A likelihood approach. *The Review of Economic Studies*, Wiley-Blackwell, v. 74, n. 4, p. 1059–1087, 2007.
- FERNÁNDEZ-VILLAVERDE, J.; RUBIO-RAMÍREZ, J.; SCHORFHEIDE, F. Chapter 9 - solution and estimation methods for dsge models. In: TAYLOR, J. B.; UHLIG, H. (Ed.). Elsevier, 2016, (Handbook of Macroeconomics, v. 2). p. 527–724. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1574004816000070>>.
- FERNÁNDEZ-VILLAVERDE, J.; RUBIO-RAMÍREZ, J. F. Estimating Macroeconomic Models: A Likelihood Approach. *The Review of Economic Studies*, v. 74, n. 4, p. 1059–1087, 10 2007. ISSN 0034-6527. Disponível em: <<https://doi.org/10.1111/j.1467-937X.2007.00437.x>>.
- GALÍ, J.; LÓPEZ-SALIDO, J. D.; VALLÉS, J. Understanding the effects of government spending on consumption. *Journal of the european economic association*, Oxford University Press, v. 5, n. 1, p. 227–270, 2007.
- GALI, J.; MONACELLI, T. Monetary policy and exchange rate volatility in a small open economy. *The Review of Economic Studies*, Wiley-Blackwell, v. 72, n. 3, p. 707–734, 2005.
- GOLLIER, C.; PRATT, J. W. Risk vulnerability and the tempering effect of background risk. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, JSTOR, p. 1109–1123, 1996.
- HARTMAN, R. Factor demand with output price uncertainty. *The American Economic Review*, JSTOR, v. 66, n. 4, p. 675–681, 1976.
- HUANG, Z.; TONG, C.; QIU, H.; SHEN, Y. The spillover of macroeconomic uncertainty between the us and china. *Economics Letters*, Elsevier, v. 171, p. 123–127, 2018.
- HUSTED, L.; ROGERS, J.; SUN, B. Monetary policy uncertainty. *Journal of Monetary Economics*, Elsevier, v. 115, p. 20–36, 2020.
- ISMAILOV, A.; ROSSI, B. Uncertainty and deviations from uncovered interest rate parity. *Journal of International Money and Finance*, Elsevier, v. 88, p. 242–259, 2018.
- IYER, T. Optimal monetary policy in an open emerging market economy. FRB of Chicago Working Paper No. WP-2016-6, 2016.
- JURADO, K.; LUDVIGSON, S. C.; NG, S. Measuring uncertainty. *American Economic Review*, v. 105, n. 3, p. 1177–1216, 2015.
- JUSTINIANO, A.; PRIMICERI, G. E. The time-varying volatility of macroeconomic fluctuations. *American Economic Review*, American Economic Association, v. 98, n. 3, p. 604–641, 2008.

- KAPLAN, G.; MOLL, B.; VIOLANTE, G. L. Monetary policy according to hank. *American Economic Review*, v. 108, n. 3, p. 697–743, 2018.
- KAPLAN, G.; VIOLANTE, G. L.; WEIDNER, J. *The wealthy hand-to-mouth*. [S.l.], 2014.
- KIM, J.; KIM, S.; SCHAUMBURG, E.; SIMS, C. A. Calculating and using second-order accurate solutions of discrete time dynamic equilibrium models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Elsevier, v. 32, n. 11, p. 3397–3414, 2008.
- KOOP, G.; PESARAN, M.; POTTER, S. M. Impulse response analysis in nonlinear multivariate models. *Journal of Econometrics*, v. 74, n. 1, p. 119–147, 1996. ISSN 0304-4076. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0304407695017534>>.
- KRUSELL, P.; SMITH, A. A. Income and wealth heterogeneity in the macroeconomy. *Journal of Political Economy*, The University of Chicago Press, v. 106, n. 5, p. 867–896, 1998.
- KUHN, M.; SCHULARICK, M.; STEINS, U. I. Income and wealth inequality in america. *Journal of Political Economy*, 2017.
- LAN, H.; MEYER-GOHDE, A. Solving dsge models with a nonlinear moving average. *Journal of Economic Dynamics and Control*, v. 37, n. 12, p. 2643–2667, 2013. ISSN 0165-1889. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0165188913001462>>.
- LEDUC, S.; LIU, Z. et al. Uncertainty and the slow labor market recovery. *FRBSF Economic Letter*, Federal Reserve Bank of San Francisco, v. 21, p. 22, 2013.
- LELAND, H. E. Saving and uncertainty: The precautionary demand for saving. In: *Uncertainty in Economics*. [S.l.]: Elsevier, 1978. p. 127–139.
- LINARDI, F. de M. et al. Assessing the fit of a small open-economy dsge model for the brazilian economy. *Central Bank of Brazil Working Paper*, v. 424, 2016.
- LUK, P.; CHENG, M.; NG, P.; WONG, K. Economic policy uncertainty spillovers in small open economies: The case of hong kong. *Pacific Economic Review*, v. 25, n. 1, p. 21–46, 2020. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/1468-0106.12283>>.
- MAĆKOWIAK, B. External shocks, us monetary policy and macroeconomic fluctuations in emerging markets. *Journal of monetary economics*, Elsevier, v. 54, n. 8, p. 2512–2520, 2007.
- MIESCU, M. Uncertainty shocks in emerging economies: a global to local approach for identification. Lancaster University, Department of Economics, 2019.
- MUELLER, P.; TAHBAZ-SALEHI, A.; VEDOLIN, A. Exchange rates and monetary policy uncertainty. *The Journal of Finance*, Wiley Online Library, v. 72, n. 3, p. 1213–1252, 2017.
- MUMTAZ, H.; THEODORIDIS, K. The international transmission of volatility shocks: An empirical analysis. *Journal of the European Economic Association*, Oxford University Press, v. 13, n. 3, p. 512–533, 2015.
- NEUMEYER, P. A.; PERRI, F. Business cycles in emerging economies: the role of interest rates. *Journal of monetary Economics*, Elsevier, v. 52, n. 2, p. 345–380, 2005.

-
- OH, J.; PICCO, A. R. Macro uncertainty and unemployment risk. European University Institute, 2019.
- OZTURK, E. O.; SHENG, X. S. Measuring global and country-specific uncertainty. *Journal of international money and finance*, Elsevier, v. 88, p. 276–295, 2018.
- RAMIREZ-RONDÁN, N.; TERRONES, M. E. Uncovered interest rate parity and economic uncertainty. 2019.
- ROTEMBERG, J. J. Sticky prices in the united states. *Journal of Political Economy*, The University of Chicago Press, v. 90, n. 6, p. 1187–1211, 1982.
- RUGE-MURCIA, F. Estimating nonlinear dsge models by the simulated method of moments: With an application to business cycles. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Elsevier, v. 36, n. 6, p. 914–938, 2012.
- SCHMITT-GROHÉ, S.; URIBE, M. Closing small open economy models. *Journal of international Economics*, Elsevier, v. 61, n. 1, p. 163–185, 2003.
- STONA, F.; PORTUGAL, M. S. A tank model of fiscal policy uncertainty. 2020.
- URIBE, M.; YUE, V. Z. Country spreads and emerging countries: Who drives whom? *Journal of international Economics*, Elsevier, v. 69, n. 1, p. 6–36, 2006.
- VICONDOA, A. Monetary news in the united states and business cycles in emerging economies. *Journal of International Economics*, Elsevier, v. 117, p. 79–90, 2019.

A Apêndice

A.1 Dados Utilizados na Pesquisa

Os dados foram retirados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), do Federal Reserve Economic (FED) e do Banco Central do Brasil (BACEN) a frequência é trimestral no período de 1996 a 2019.

A.2 Dados Para a Estimação dos Parâmetros dos Processos Exógenos

(i) Taxa real do Federal Reserve: é a taxa de juros efetiva descontada pelo Índice de preços ao consumidor: total de todos os itens para os Estados Unidos;

(ii) Taxa Selic: Taxa de juros equivalente à taxa referencial do Sistema Especial de Liquidação e de Custódia (Selic), média trimestral;

(iii) Gastos Governamentais: Despesa correspondem ao resultado fiscal do Governo Central. A série foi deflacionada pelo Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) e dessazonalizada pelo método Census X-12.

(iv) Produtividade: índice de produtividade do trabalho trimestral, Produto por horas trabalhadas - Sem efeito sazonal, índice determinado pelo CNI.

(v) Produto Externo: O produto interno bruto real dos Estados Unidos em bilhões de dólares ajustado pela inflação, taxa anual ajustada sazonalmente.

(vi) Prêmio de Risco: série estimada pela FGV em que o prêmio por risco de mercado é, fundamentalmente, a diferença entre o retorno esperado da carteira de mercado e a taxa de juros do ativo livre de risco. Média trimestral.

A.3 Dados para a Estimação SMM

(i) Produto Interno Bruto Real: índices trimestralmente para o Produto Interno Bruto preços de mercado (1995=100) conforme a metodologia do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

(ii) Despesas com Consumo Pessoal: representa as despesas de consumo das famílias mais o consumo realizado por transferências sociais em espécie das unidades das administrações públicas ou das instituições sem fins lucrativos a serviço das famílias.

(iii) Investimento: é determinado pela formação bruta de capital, ou investimento, resulta da soma algébrica da formação bruta de capital fixo e da variação de estoques.

(iv) Horas de Trabalho na Indústria: A variável horas trabalhadas na produção trata-se do total de horas trabalhadas pelo pessoal empregado na produção, na unidade local pesquisada. Índice 2006 = 100, com ajuste sazonal, (Fonte: Confederação Nacional da Indústria, código IPEADATA: 33209). Média trimestral.

(v) Capital: O Estoque Líquido de Capital Fixo (ELCF) é estimado por meio do acúmulo dos fluxos de Formação Bruta de Capital Fixo (FBCF) deflacionados e descontada a depreciação. A depreciação dos equipamentos de capital fixo é calculada mediante a aplicação de uma taxa de depreciação e de um tempo de vida útil para cada produto usado para FBCF.

(vi) Índice de preços ao consumidor: no qual mede a inflação de um conjunto de produtos e serviços comercializados no varejo, eferentes ao consumo pessoal das famílias, índice 2015 = 100, não ajustado sazonalmente.

(vii) Balança Comercial: contabiliza as transações de itens que são resultado de atividades produtivas, tangíveis, e sobre os quais direitos de propriedade podem ser estabelecidos e transferidos através de transações. Valor do saldo trimestral em milhões de dólares.

(viii) Taxa Selic: Taxa de juros equivalente à taxa referencial do Sistema Especial de Liquidação e de Custódia (Selic), média trimestral.

B Equações de Equilíbrio

A seguir descreveremos as equações de equilíbrio dos modelos utilizados neste trabalho, o modelo geral do primeiro capítulo será descrito a seguir. posteriormente descreveremos o modelo utilizado TANK do segundo capítulo.

B.1 - Equações do Modelo 1

Utilidade Marginal de Consumo:

$$\lambda_t = \left(c_t - \kappa_l \frac{n_t^{1+\omega}}{1+\omega} \right)^{-\sigma} \quad (\text{B.1})$$

Equação de Euler para Títulos e Capital:

$$\lambda_t = \beta E_t \left(\lambda_{t+1} \frac{r_t}{\pi_{t+1}} \right) \quad (\text{B.2})$$

$$\lambda_t [1 + \kappa_D (b_t^f - \bar{b})] = \beta E_t \left(\lambda_{t+1} \frac{r_t^f}{\pi_{t+1}} \frac{s_{t+1}}{s_t} \right) \quad (\text{B.3})$$

$$1 = \beta E_t \left(\frac{\lambda_{t+1} [r_t^k + (1 - \delta)q_{t+1}]}{\lambda_t q_t} \right) \quad (\text{B.4})$$

$$1 = q_t \left[1 - \frac{\kappa_i}{2} \left(\frac{i_t}{i_{t-1}} - 1 \right)^2 - \kappa_i \left(\frac{i_t}{i_{t-1}} \right) \left(\frac{i_t}{i_{t-1}} - 1 \right) \right] \\ + \kappa_i \beta E_t \left\{ \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} q_{t+1} \left(\frac{i_{t+1}}{i_t} \right)^2 \left(\frac{i_{t+1}}{i_t} - 1 \right) \right\} \quad (\text{B.5})$$

Oferta de Trabalho:

$$\kappa_l n_t^\varphi = w_t \quad (\text{B.6})$$

Lei do Movimento do capital:

$$k_t = (1 - \delta)k_{t-1} + \left[1 - \kappa_i \left(\frac{i_t}{i_{t-1}} - 1 \right)^2 \right] i_t \quad (\text{B.7})$$

Função de Produção:

$$y_{h,t} = a_t k_{t-1}^\gamma n_t^{1-\gamma} \quad (\text{B.8})$$

Demanda por Trabalho:

$$w_t = (1 - \gamma) m c_t \left(\frac{y_{h,t}}{n_t} \right) \quad (\text{B.9})$$

Demanda por Capital:

$$r_t = \gamma m c_t \left(\frac{y_{h,t}}{k_{t-1}} \right) \quad (\text{B.10})$$

Curva de Phillips:

$$\pi_{h,t} (\pi_{h,t} - \bar{\pi}) = \beta E_t \left[\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} (\pi_{h,t+1} - \bar{\pi}) \frac{p_{h,t+1} y_{h,t+1}}{p_{h,t} y_{h,t}} \right] + \frac{e}{\kappa_p} \left[\frac{m c_t}{p_{h,t}} - \frac{e - 1}{e} \right] \quad (\text{B.11})$$

Inflação Doméstica:

$$\pi_{h,t} = \frac{\pi_{h,t}}{\pi_{h,t-1}} \pi_t; \quad (\text{B.12})$$

Regra de Taylor:

$$\frac{r_t}{\bar{r}} = \left(\frac{r_{t-1}}{\bar{r}} \right)^{\phi_r} \left[\left(\frac{\pi_t}{\bar{\pi}} \right)^{\phi_\pi} \left(\frac{y_{h,t}}{\bar{y}_h} \right)^{\phi_y} \right]^{1-\phi_r} \exp(\mu_t) \quad (\text{B.13})$$

Relação entre as Taxa de Juros

$$r_t^r [1 + \kappa_d (b^f - \bar{b})] = r_t^* (s_{t+1}/s_t) \quad (\text{B.14})$$

Restrição Orçamentária do Governo

$$g_t + \frac{r_{t-1}}{\pi_t} b_{t-1}^h = t_t + b_t^h \quad (\text{B.15})$$

Produto Doméstico

$$y_{h,t} = c_{h,t} + i_{h,t} + g_t + x_t + \frac{\kappa_p}{2} (\pi_{h,t} - \bar{\pi})^2 y_{h,t} \quad (\text{B.16})$$

Produto Agregado

$$y_t = c_t + i_t + g_t + n x_t + \frac{\kappa_p}{2} (\pi_{h,t} - \bar{\pi})^2 y_t \quad (\text{B.17})$$

Exportação

$$x_t = \alpha \left(\frac{p_{h,t}}{e_t p_{f,t}} \right)^{-\eta} y_t^* \quad (\text{B.18})$$

Importação

$$m_t = \alpha \left(\frac{p_{f,t}}{p_t} \right)^{-\eta} (c_t + i_t) \quad (\text{B.19})$$

Balança Comercial

$$n x_t = s_t b_t^f - s_t r_{t-1}^* b_{t-1}^f + s_t \frac{\kappa_d}{2} (b_t^f - \bar{b})^2 \quad (\text{B.20})$$

Total de Títulos

$$b_t = b_t^h + b_t^f \quad (\text{B.21})$$

Lei de Preços Domésticos

$$1 = (1 - \alpha) p_{h,t}^{(1-\eta)} + \alpha s_t^{(1-\eta)} \quad (\text{B.22})$$

Produtividade Total dos Fatores

$$\log(a_t) = \rho^a \log(a_{t-1}) + e^{\sigma_a^a} \epsilon_t \quad (\text{B.23})$$

Choque de política Monetária

$$\log(v_t) = \rho^v \log(v_{t-1}) + e^{\sigma_v^v} \epsilon_t \quad (\text{B.24})$$

Gastos do Governo

$$\log(g_t) = (1 - \rho^g) \log(\bar{g}) + \rho^g \log(g_{t-1}) + e^{\sigma_g^g} \epsilon_t \quad (\text{B.25})$$

Taxa de Juros Real Externa

$$r_t^* = (1 - \rho^{r^*})\bar{r}_t^* + \rho^{r^*} r_{t-1}^* + e^{\sigma_t^{r^*}} \epsilon_t \quad (\text{B.26})$$

Produto Externo

$$\log(y_t^*) = \rho^{y^*} \log(y_{t-1}) + e^{\sigma_t^{y^*}} \epsilon_t \quad (\text{B.27})$$

Volatilidade da Produtividade

$$\sigma_t^a = (1 - \rho^{\sigma^a})\bar{\sigma}_a + \rho^{\sigma^a} \sigma_{t-1}^a + \eta_a \xi_t^a \quad (\text{B.28})$$

Volatilidade da Política Monetária

$$\sigma_t^v = (1 - \rho^{\sigma^v})\bar{\sigma}_v + \rho^{\sigma^v} \sigma_{t-1}^v + \eta_v \xi_t^v \quad (\text{B.29})$$

Volatilidade dos Gastos do Governo

$$\sigma_t^g = (1 - \rho^{\sigma^g})\bar{\sigma}_g + \rho^{\sigma^g} \sigma_{t-1}^g + \eta_g \xi_t^g \quad (\text{B.30})$$

Volatilidade da Taxa de Juros Externa

$$\sigma_t^{r^*} = (1 - \rho^{\sigma^{r^*}})\bar{\sigma}_{r^*} + \rho^{\sigma^{r^*}} \sigma_{t-1}^{r^*} + \eta_{r^*} \xi_t^{r^*} \quad (\text{B.31})$$

Volatilidade do Produto Externo

$$\sigma_t^{y^*} = (1 - \rho^{\sigma^{y^*}})\bar{\sigma}_{y^*} + \rho^{\sigma^{y^*}} \sigma_{t-1}^{y^*} + \eta_{y^*} \xi_t^{y^*} \quad (\text{B.32})$$

B.2 - Equações do Modelo 2

Consumo da Família HtM

$$c_t^{hm} = (1 - \tau)w_t l_t^{hm} + t_t^{hm} \quad (\text{B.33})$$

Oferta de Trabalho da Família HtM

$$\kappa_l (l_t^{hm})^\varphi = (1 - \tau)w_t \quad (\text{B.34})$$

Utilidade Marginal de Consumo:

$$\lambda_t = \left(c_t^r - \kappa_l \frac{l_t^{r1+\omega}}{1+\omega} \right)^{-\sigma} \quad (\text{B.35})$$

Equação de Euler para Títulos e Capital:

$$\lambda_t = \beta E_t \left(\lambda_{t+1} \frac{r_t}{\pi_{t+1}} \right) \quad (\text{B.36})$$

$$\lambda_t [1 + \kappa_d (b_t^f - \bar{b})] = \beta E_t \left(\lambda_{t+1} \frac{r_t^f}{\pi_{t+1}^f} \frac{s_{t+1}}{s_t} \right) \quad (\text{B.37})$$

$$1 = \beta E_t \left(\frac{\lambda_{t+1} [r_t^k + (1 - \delta)q_{t+1}]}{\lambda_t} \frac{1}{q_t} \right) \quad (\text{B.38})$$

$$1 = q_t \left[1 - \frac{\kappa_i}{2} \left(\frac{i_t^r}{i_{t-1}^r} - 1 \right)^2 - \kappa_i \left(\frac{i_t^r}{i_{t-1}^r} \right) \left(\frac{i_t^r}{i_{t-1}^r} - 1 \right) \right] + \kappa_i \beta E_t \left\{ \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} q_{t+1} \left(\frac{i_{t+1}^r}{i_t^r} \right)^2 \left(\frac{i_{t+1}^r}{i_t^r} - 1 \right) \right\} \quad (\text{B.39})$$

Oferta de Trabalho da Família Ricardiana

$$\kappa_l (l_t^r)^\varphi = (1 - \tau) w_t \quad (\text{B.40})$$

Lei de movimento de Capital da Família Ricardiana

$$k_t^r = (1 - \delta) k_{t-1}^r + \left[1 - \kappa_i \left(\frac{i_t^r}{i_{t-1}^r} - 1 \right)^2 \right] i_t \quad (\text{B.41})$$

Função de Produção

$$y_{h,t} = a_t k_{t-1}^\gamma l_t^{1-\gamma} \quad (\text{B.42})$$

Demanda por Trabalho

$$w_t = (1 - \gamma) m c_t \left(\frac{y_{h,t}}{l_t} \right) \quad (\text{B.43})$$

Demanda por Capital

$$r_t = \gamma m c_t \left(\frac{y_{h,t}}{k_{t-1}} \right) \quad (\text{B.44})$$

Curva de Phillips

$$\pi_{h,t}(\pi_{h,t} - \bar{\pi}) = \beta E_t \left[\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} (\pi_{h,t+1} - \bar{\pi}) \frac{p_{h,t+1} y_{h,t+1}}{p_{h,t} y_{h,t}} \right] + \frac{e}{\kappa_p} \left[\frac{mc_t}{p_{h,t}} - \frac{e-1}{e} \right] \quad (\text{B.45})$$

Inflação Doméstica

$$\pi_{h,t} = \frac{\pi_{h,t}}{\pi_{h,t-1}} \pi_t; \quad (\text{B.46})$$

Política Monetária

$$\frac{r_t}{\bar{r}} = \left(\frac{r_{t-1}}{\bar{r}} \right)^{\phi_r} \left[\left(\frac{\pi_t}{\bar{\pi}} \right)^{\phi_\pi} \left(\frac{y_{h,t}}{\bar{y}_h} \right)^{\phi_y} \right]^{1-\phi_r} \exp(\mu_t) \quad (\text{B.47})$$

Relação entre as Taxa de Juros

$$r_t^r [1 + \kappa_d (b^f - \bar{b})] = r_t^* (s_{t+1}/s_t) \quad (\text{B.48})$$

Restrição Orçamentária do Governo

$$g_t + t_t + \frac{r_{t-1}}{\pi_t} b_{t-1}^h = \tau w_t l_t + b_t^h \quad (\text{B.49})$$

Transferências Governamentais

$$t_t = (1 - \lambda) t_t^r + \lambda t_t^{hm} \quad (\text{B.50})$$

Transferências das Famílias Ricardianas

$$t_t^r - \bar{t}_t^r = \phi_b (d_{t-1}^h - \bar{d}^h) + \phi_g (g_{t-1} - \bar{g}) \quad (\text{B.51})$$

Transferências das Famílias *HtM*

$$t_t^{hm} - \bar{t}_t^{hm} = \phi_b (d_{t-1}^h - \bar{d}^h) + \phi_g (g_{t-1} - \bar{g}) \quad (\text{B.52})$$

Produto Doméstico

$$y_{h,t} = c_{h,t} + i_{h,t} + g_t + x_t + \frac{\kappa_p}{2} (\pi_{h,t} - \bar{\pi})^2 y_{h,t} \quad (\text{B.53})$$

Produto Agregado

$$y_t = c_t + i_t + g_t + nx_t + \frac{\kappa_p}{2} (\pi_{h,t} - \bar{\pi})^2 y_t \quad (\text{B.54})$$

Exportações

$$x_t = \alpha \left(\frac{p_{h,t}}{e_t p_{f,t}} \right)^{-\eta} y_t^* \quad (\text{B.55})$$

Importações

$$m_t = \alpha \left(\frac{p_{f,t}}{p_t} \right)^{-\eta} (c_t + i_t) \quad (\text{B.56})$$

Balança Comercial

$$n x_t = s_t d_t^f - s_t r_{t-1}^f d_{t-1}^f + (1 - \lambda) s_t \frac{\kappa_d}{2} (b_{f,t}^r - \bar{b})^2 \quad (\text{B.57})$$

Total de Títulos

$$b_t = b_t^h + b_t^f \quad (\text{B.58})$$

Consumo Agregado

$$c_t = (1 - \lambda) c_t^r + \lambda c_t^{hm} \quad (\text{B.59})$$

Trabalho Agregado

$$l_t = (1 - \lambda) l_t^r + \lambda l_t^{hm} \quad (\text{B.60})$$

Lei dos Preços Domésticos

$$1 = (1 - \alpha) p_{h,t}^{(1-\eta)} + \alpha s_t^{(1-\eta)} \quad (\text{B.61})$$

Produtividade Total dos Fatores

$$\log(a_t) = \rho^a \log(a_{t-1}) + e^{\sigma_t^a} \epsilon_t \quad (\text{B.62})$$

Choque na Política Monetária

$$\log(v_t) = \rho^v \log(v_{t-1}) + e^{\sigma_t^v} \epsilon_t \quad (\text{B.63})$$

Gastos do governo

$$\log(g_t) = (1 - \rho^g) \log(\bar{g}) + \rho^g \log(g_{t-1}) + e^{\sigma_t^g} \epsilon_t \quad (\text{B.64})$$

Taxa de juros Real Externa

$$r_t^* = (1 - \rho^r) \bar{r}_t^* + \rho^r r_{t-1}^* + e^{\sigma_t^r} \epsilon_t \quad (\text{B.65})$$

Produto externo

$$\log(y_t^*) = \rho^{y^*} \log(y_{t-1}) + e^{\sigma_t^{y^*}} \epsilon_t \quad (\text{B.66})$$

Volatilidade da Produtividade

$$\sigma_t^a = (1 - \rho^{\sigma^a}) \bar{\sigma}_a + \rho^{\sigma^a} \sigma_{t-1}^a + \eta_a \xi_t^a \quad (\text{B.67})$$

Volatilidade da política monetária

$$\sigma_t^v = (1 - \rho^{\sigma^v}) \bar{\sigma}_v + \rho^{\sigma^v} \sigma_{t-1}^v + \eta_v \xi_t^v \quad (\text{B.68})$$

Volatilidade dos gastos do governo

$$\sigma_t^g = (1 - \rho^{\sigma^g}) \bar{\sigma}_g + \rho^{\sigma^g} \sigma_{t-1}^g + \eta_g \xi_t^g \quad (\text{B.69})$$

Volatilidade da taxa de juros externa

$$\sigma_t^{r^*} = (1 - \rho^{\sigma^{r^*}}) \bar{\sigma}_{r^*} + \rho^{\sigma^{r^*}} \sigma_{t-1}^{r^*} + \eta_{r^*} \xi_t^{r^*} \quad (\text{B.70})$$

Volatilidade do produto externo

$$\sigma_t^{y^*} = (1 - \rho^{\sigma^{y^*}}) \bar{\sigma}_{y^*} + \rho^{\sigma^{y^*}} \sigma_{t-1}^{y^*} + \eta_{y^*} \xi_t^{y^*} \quad (\text{B.71})$$

C Apêndice C - Modelo Econométrico

C.1 Filtro de Partículas

A exposição é feita de acordo com Born e Pfeifer (2014), seja x_t um processo $AR(1)$ genérico:

$$x_t = \rho x_{t-1} + e^{\sigma_t} u_t, \quad u_t \sim N(0, 1) \quad (\text{C.1})$$

onde σ_t segue um processo de volatilidade estocástica

$$\sigma_t = (1 - \rho^\sigma) \bar{\sigma} + \rho^\sigma \sigma_{t-1} + \eta \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim N(0, 1) \quad (\text{C.2})$$

onde $\bar{\sigma}$ é a média incondicional de σ_t . O choque na volatilidade ϵ_t é considerado independente de u_t . Portanto, um filtro é necessário para obter a chamada densidade $p(\sigma_t|x_t; \Theta)$. Devido à não linearidade embutida na configuração da volatilidade estocástica dos choques, empregamos o filtro de partículas *Sequential Importance Resampling* (SIR), uma aplicação especial da classe mais geral de métodos de Monte Carlo Sequencial, para avaliar a probabilidade. Dado as equações C.1 e C.2 e algum valor inicial x_0 , a probabilidade x^T pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} p(x^T; \Theta) &= \prod_{t=1}^T p(x_t|x_{t-1}; \Theta) = \int p(x_1|x_0, \sigma_0; \Theta) d\sigma_0 \prod_{t=2}^T \int p(x_t|x_{t-1}, \sigma_t; \Theta) p(\sigma_t|x_{t-1}; \Theta) d\sigma_t \\ &= \int \frac{1}{e^{\sigma_0} \sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{-1}{2} \left(\frac{x_1 - \rho x_0}{e^{\sigma_0}}\right)^2\right] \times \prod_{t=2}^T \exp\left[\frac{-1}{2} \left(\frac{x_t - \rho x_{t-1}}{e^{\sigma_t}}\right)^2\right] p(\sigma_t|x^{t-1}; \Theta) d\sigma_t \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

onde x_t é um vetor ($t \times 1$) que agrupa as observações em x até o tempo t , Θ agrupa os parâmetros. Embora não tenhamos uma expressão analítica para $p(\sigma_t|x^{t-1}; \Theta)$, $t = 1, \dots, T$ e, portanto, não podemos calculá-lo diretamente, podemos empregar o filtro de partículas para estimar a probabilidade construindo de forma iterativa $p(\sigma_t|x^{t-1}; \Theta)$.

A ideia subjacente do filtro de partículas é usar uma aproximação da densidade $p(\sigma_t|x^t; \Theta)$ como uma distribuição simulada gerada a partir de dados empíricos. Esta distribuição pode ser formada a partir de pontos de massa, ou partículas

$$p(\sigma_t|x^t; \Theta) \simeq \sum_{i=0}^N w_t^i \delta_t(\sigma_t), \quad \sum_{i=0}^N w_t^i = 1 \quad w_t^i \geq 0 \quad (\text{C.4})$$

onde δ é a função delta de Dirac e w_t^i é o peso atribuído à respectiva partícula σ_t^i . Podemos então usar uma abordagem de *Sequential Importance Resampling* (SIR) para atualizar as partículas do tempo t para $t + 1$ e obter a nova distribuição em $t + 1$.

O SIR é um procedimento de duas etapas que permite extrair iterativamente $p(\sigma_t|x^{t-1}; \Theta)$. Começando $p(\sigma_0|x^0; \Theta) = p(\sigma_0; \Theta)$, a etapa de previsão usa a lei do movimento para os estados $f(\sigma_{t+1}|\sigma_t)$, equação (C.2), para obter a densidade condicional $p(\sigma_1|x^0; \Theta) = p(\epsilon_1)p(\sigma_0|x^0; \Theta)$. Assim,

dado N extração de $\{\sigma_{t|t}^i\}_{i=1}^N$ para $p(\sigma_t|x^t; \Theta)$ e de choques exógenos $\epsilon_t^i \sim N(0, 1)$ podemos usar a equação para calcular $\{\sigma_{t+1|t}^i\}_{i=1}^N$

Em seguida, a etapa de filtragem usa um processo de reamostragem para atualizar a probabilidade condicional de $p(\sigma_t|x^{t-1}; \Theta)$ para $p(\sigma_t|x^t; \Theta)$. A ideia crucial é que se $\{\sigma_{t|t-1}^i\}_{i=1}^N$ é uma extração de $p(\sigma_t|x^{t-1}; \Theta)$ e $\{\sigma_t^i\}_{i=1}^N$ é uma aproximação de $\{\sigma_{t-1}^i\}_{i=1}^N$ usando o probabilidades de reamostragem

$$w_t^i = \frac{p(x_t|x^{t-1}, \sigma_{t|t-1}^i; \Theta)}{\sum_{i=1}^N p(x_t|x^{t-1}, \sigma_{t|t-1}^i; \Theta)} \quad (\text{C.5})$$

onde $\{\sigma_{t|t}^i\}_{i=1}^N = \{\sigma_t^i\}_{i=1}^N$ é uma extração de $p(\sigma_t|x^t; \Theta)$. Após T iterações, obtemos uma estimativa de nossa probabilidade como:

$$\begin{aligned} p(x^T; \Theta) &\simeq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{e^{\sigma_{0|0}^i} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x_1 - \rho x_0}{e^{\sigma_{0|0}^i}} \right)^2 \right] \\ &\times \prod_{t=2}^T \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{e^{\sigma_{t|t-1}^i} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x_t - \rho x_{t-1}}{e^{\sigma_{t|t-1}^i}} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Para os parâmetros autorregressivos das equações de nível $AR(2)$, ρ_1^i e ρ_2^i , impõe-se um priori uniforme para cada uma das raízes autorregressivas correspondentes sobre a região de estabilidade $(1, +1)$. A distribuição posterior é calculada a partir de uma Cadeia Monte Carlo Markov de 20000 sorteios usando 10.000 partículas, onde os primeiros 5.500 sorteios foram descartados como sorteios *burn-in*.

C.2 Solução do Modelo

Seja s_t o vetor $n_s \times 1$ das variáveis de estado em desvios do estado estacionário, incluindo os choques exógenos e o parâmetro de perturbação Λ , e seja s_t^i a sua i -ésima entrada. A *policy function* para uma variável de modelo arbitrária \hat{X}_t tem então a seguinte forma

$$\hat{X}_t = \sum_{i=1}^{n_s} \epsilon_i^X s_t^i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_s} \sum_{j=1}^{n_s} \epsilon_{i,j}^X s_t^i s_t^j + \sum_{i=1}^{n_s} \sum_{j=1}^{n_s} \sum_{l=1}^{n_s} \epsilon_{i,j,l}^X s_t^i s_t^j s_t^l \quad (\text{C.7})$$

onde os ξ s são escalares que dependem dos parâmetros do modelo, além disso as variáveis são denotadas a partir dos desvios percentuais do estado estacionário. A equação C.7 mostra o motivo pelo qual as aproximações de ordem inferior não seriam suficientes para nosso propósito. Como é bem conhecido, uma aproximação de primeira ordem define a equivalência de certeza. Isso implica, $\xi_v^X = 0$, onde v denota a posição do choque de volatilidade no vetor de estado s . Ou seja, até a primeira ordem, os choques de incerteza não entram na *policy function*. Os choques de volatilidade só entram na *policy function* com coeficientes diferentes de zero em seu termo de interação com o respectivo choque de nível. Algebricamente, apenas o produto cruzado de $\hat{\sigma}^i \times \hat{v}^i$ é diferente de 0. Em contraste, todos os outros termos cruzados com os choques de incerteza são zero, ou seja, $\xi_{v,j \neq u}^X = 0$, onde v e u denotam as posições da volatilidade e seu choque de nível correspondente no vetor de estado s , respectivamente. Assim, somente uma aproximação de terceira ordem introduzem os choques de volatilidade na *policy function*.