



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

HALISON DA SILVA SANTOS

**JOGOS DE REGRAS E A RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE
MATEMÁTICA**

Recife-PE
2022

HALISON DA SILVA SANTOS

**JOGOS DE REGRAS E A RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE
MATEMÁTICA**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática – CCEN da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Airton Temistoclenes Gonçalves de Castro

Coorientador: Prof. Me. Elias Vinícius Ferreira do Amaral

Recife-PE
2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Santos, Halison da Silva .

Jogos de regras e a resolução de problemas no ensino-aprendizagem de
matemática / Halison da Silva Santos. - Recife, 2022.
62 p : il.

Orientador(a): Airton Temistoclenes Gonçalves de Castro

Cooorientador(a): Elias Vinícius Ferreira do Amaral

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de
Pernambuco, Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Matemática -
Licenciatura, 2022.

1. Resolução de problemas. 2. Jogos de regras. 3. Ensino de matemática. 4.
Aprendizagem criativa. I. Castro, Airton Temistoclenes Gonçalves de.
(Orientação). II. Amaral, Elias Vinícius Ferreira do. (Cooorientação). III. Título.

510 CDD (22.ed.)

HALISON DA SILVA SANTOS

**JOGOS DE REGRAS E A RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE
MATEMÁTICA**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática – CCEN da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Airton Temistoclenes Gonçalves de Castro

Coorientador: Prof. Me. Elias Vinícius Ferreira do Amaral

Aprovado em: 27 de dezembro de 2022

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Airton Temistoclenes Gonçalves de Castro
Orientador
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Paula Moreira Baltar Bellamain
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^a. Alessandra da Silva Ferreira
Secretaria de Educação de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

Primeiramente quero agradecer a Cristo, meu tudo. Tudo é para a honra e glória do seu nome, pois dele, por Ele e para Ele são TODAS as coisas, e como “TODAS” saibamos que há completude, não há exceção. Ademais, também quero deixar meus agradecimentos às pessoas que Cristo colocou em minha vida, acredito que de maneira planejada, para que Ele se mostrasse ainda mais presente em toda minha trajetória de vida, inclusive na Universidade. Grato sou pela minha família, projeto do Senhor, que tanto me sustentou em toda a trajetória de vida, seja acadêmica, profissional ou emocional, minha mãe, Ana Paula, guerreira que sempre soube administrar seus trabalhos com o salão de beleza, afazeres domésticos, cuidados com os filhos e também com o neto Arthur, a qual sempre fez de tudo para me incentivar a continuar a caminhada rumo ao diploma e aos meus sonhos no geral. Lembro de cada uma de suas ações para que tudo isso aqui fosse possível. Meu pai, Orlando, guerreiro nunca deixou faltar nada para dentro de casa, nem comida nem educação nem amor. Meu pai é o primeiro graduado na família, o qual concluiu o curso de ensino superior já com filhos crescidos, mostrando sua garra e a importância de nunca desistir de seus sonhos. Ele sempre incentivou a mim e minhas irmãs para que buscássemos o acesso à Universidade, sonhando-nos. É, eu fui sonhado, graças a Deus, meus pais sempre acreditaram em mim, em minha aprovação, em meu futuro. Meu pai comprou computador novo, impressora, pagou curso de redação para mim e muito mais, fazendo tudo o que estava ao seu alcance para que eu conseguisse o acesso à UFPE. Quando consegui foi uma felicidade tremenda, também por o ver feliz com tudo aquilo. Falo isso agora com os olhos cheios de lágrimas ao lembrar de tudo, do início, do percurso, de tudo. Obrigado, papai e mainha, eu amo vocês. Amo muito vocês! Quero também agradecer às minhas irmãs, Maria Clara e Yolanda, que sempre me apoiaram em minhas escolhas, mostrando o que é ser família e me ajudando a chegar a meus objetivos, seja com palavras, com gestos e com amor. Eu tinha e tenho em mente que toda vitória é nossa, não apenas minha, pois somos família. Ainda há meus avós, Vovó Silva, Vovô João, Mãe Creuza e Vovô Cazuya, meus amores, os quais sempre demonstraram apoio e orgulho quanto as minhas escolhas. Eu os amo!

Continuando, desejo agradecer a meus amigos. Lembro do dia em que Eu, Renata, Pedro, Zé e Pablo passamos pelo SISU à universidade. Eu estava voltando para casa após ter ido comemorar com eles e, ao conversar com Renata externei o que sentia e sinto em relação a todos eles, falando da importância de todos eles para minha mudança enquanto aluno e pessoa, entendendo que o exemplo deles como ótimos estudantes fizeram com que eu melhorasse muito

quanto a postura de gente, que o fato de tentar imitá-los e querer ser tão inteligente quanto eles permitiram a mim me tornar uma pessoa melhor. Hoje eu dou conselhos aos mais jovens e explico a importância de ter ótimos amigos e ser influenciado por eles, pois meus amigos ajudaram a mudar minha trajetória, e hoje estou aqui finalizando minha graduação na Universidade Federal de Pernambuco. Muito obrigado a vocês por cada conselho, cada discussão, cada esperança, cada sonho, cada conquista. Graças a Deus vocês estiveram e estão em meu caminho. A Geovana, minha prima e amiga, agradeço por cada incentivo e companheirismo, por vibrar por minhas conquistas, quero dizer que tenho muito orgulho de você pelo que tem conquistado a cada dia e por estar feliz quando estou, por eu estar. Muito obrigado. Eu amo vocês.

A Ester, minha melhor amiga, a que sempre acreditou em mim, até mesmo quando eu duvidei que conseguiria, mas ela nunca desacreditou. Lembro de cada conversa nossa sobre os perrengues da vida universitária e relacionadas a emprego e concurso, cada vez que voltávamos de uma caminhada ou da academia e sentávamos na calçada ou ficávamos em pé na esquina ouvindo um ao outro, sentindo um ao outro ali para refletir sobre tudo, o que aliviava meu estresse e me ajudava a seguir a partir dali. Não é fácil encontrar bons amigos, e Deus me deu a melhor, a melhor pessoa, a melhor companheira, a melhor. Eu não tenho palavras para agradecer pelo fato de tê-la em minha vida. Brincamos dizendo que somos a versão masculina ou feminina um do outro. A frase “Tu é eu de cabelo grande, menina” já foi escutada por ela muitas vezes, e falo isso com um sentimento de orgulho enorme, porque tenho uma admiração absurda por você, Ester, por tudo que você é, por Cristo em sua vida. Eu te amo, coisinha, e sou muito grato a Deus por te ter em minha vida, para chamar de vida.

Também quero agradecer ao meu grande amigo Bruno por me ensinar desde a graduação a pensar de formas diferente, a me ensinar de maneira geral, onde eu aprendia muito mais conversando com ele do que nas salas de aula, ver a matemática de um jeito especial e sensacional como ele a enxerga, de ver a educação como objeto de mudança de vidas, de entender a leitura como uma necessidade. Bruno é o cara que mais ama ler e que mais lê que eu conheço. Bruno lê mais de 50 livros ao ano e inspira pessoas a ler sempre, sento um ato intrínseco à rotina. Um dos caras mais inteligentes que conheço e que tenho o prazer de tê-lo como amigo, como irmão. Obrigado por tanto, Dj Kbça. Que Deus o abençoe sempre. E como irmão, aproveito isso para falar de nossa vizinha Francisca, ex-diretora dos IFPE, guerreira em toda a sua trajetória, e que não está mais entre nós fisicamente, mas sim em nossos corações. Eu quero agradecer a vovó Francisca por tudo que ela representa na vida de Bruno e pelo carinho que ela teve por mim sempre que ele citava nossa amizade a ela. Ela que o incentivava

a estudar e que seu exemplo o fez ser o que é hoje, influenciou-me de maneira direta e indireta em toda a minha trajetória acadêmica. Muito obrigado por tanto, vovó.

Quero agradecer também a todos os meus professores que estiveram comigo em minha trajetória enquanto estudante, desde o ensino fundamental até os dias de hoje. Aos que foram da Escola Infantil Dedinho Mágico, Escola Municipal Ministro Marcos Freire, Escola Municipal Antônio Pereira de Albuquerque, Escola Municipal João Cavalcante Ferraz Filho, Escola Municipal Júlio Carneiro da Silva, EREM Presidente Costa e Silva, EREM Professor Barros Guimarães e Universidade Federal de Pernambuco muito obrigado por tanto. Em especial, quero citar alguns que foram meus professores do meu ensino médio, Teone, Tarcísio, Assis e Sérgio, o cara que me inspirou a ser professor de matemática ao vê-lo nos intervalos ensinando a matemática aos estudantes, apresentando o cálculo diferencial e integral e outros assuntos que nos fascinavam. Durante o ensino superior tive a oportunidade de estudar com professores incríveis que me ensinaram a pensar de uma forma diferente, mostrando que é possível e necessário ter esperança na educação e paciência com o processo de ensino-aprendizado, bem como a necessidade de ser um professor pesquisador. A professora Paula Baltar, da qual tenho aulas e a acompanho desde o segundo período com metodologia do ensino de matemática 1 até os dias atuais, com estágio supervisionado em matemática 4, ensinou-me bastante sobre o que é ser um professor, que é, entre outras coisas, dedicação, horas de estudos, sonhar e pesquisa, pois é uma profissão em que o profissional nunca para de estudar. Ela também foi minha professora do PIBID, a qual coordenou o projeto e nos ensinou que não se tratava apenas de iniciação à docência como observador, mas que a pesquisa era muito importante, a publicação, sonho por uma formação continuada, com mestrado, doutorado e assim por diante. Ao professor Paulo Câmara, que me mostrou a importância da atuação do professor na sala de aula, desde o início, ainda que como observador, pois sua formação dependia principalmente disso, da atuação.

Deixo meus sinceros agradecimentos aqui também ao meu amigo Elias Vinícius, o qual foi meu coorientador neste trabalho e dedicou muito de seu tempo para me ajudar, de modo que se aplicou muito a cada correção e reunião para mudanças e ajustes, o que permitiu que concluíssemos o trabalho. Vinícius, eu não tenho palavras para te agradecer por tanto que você me fez. Eu tenho muito orgulho de você e da sua dedicação a tudo o que faz. Que Deus o abençoe sempre, meu amigo!

Quero também agradecer ao professor Airton Temistocles, meu professor de Análise matemática L1A, com uma das melhores didáticas do DMAT, e orientador deste trabalho, o

Trabalho de Conclusão de Curso, o qual, ao ser solicitado por mim para orientar-me não mediu esforços em me direcionar para o que eu poderia fazer, no mesmo dia já citando a possibilidade de falar sobre jogos de regras e a resolução de problemas, disponibilizando materiais, contato e tempo para auxiliar-me. Muito obrigado por tanto, professor. Que Deus o abençoe sempre!

“Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter.”

(George Pólya)

RESUMO

É possível ver a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino que busca a autonomia do estudante em relação a sua aprendizagem, de modo que este é o centro do processo de ensino-aprendizagem, enquanto o professor é o mediador. Os jogos de regras permitem condições que podem gerar ideias aplicáveis em diferentes contextos, como na matemática, por exemplo, tornando possível a aprendizagem a partir do posicionamento ativo do educando ou a revisão de conteúdo a partir da resolução de problemas. Tal ferramenta faz com que o problema não seja visto como sinônimo de aversão, mas sim apresenta-se como algo interessante e desafiador, de modo a gerar a autonomia. Sendo assim, o trabalho teve como objetivo analisar as possibilidades do uso de Jogos de Regras para o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático e sua relação com o processo de resolução de problemas em um ambiente lúdico pontuado por regras ligados a conteúdo do 9º ano do ensino fundamental. Apresentando uma abordagem qualitativa, o trabalho também se apresenta com um caráter crítico descritivo. Essa pesquisa foi feita a partir de uma análise bibliográfica do livro “O Grande Livro de Jogos” Allué (1998), tomando como base teórica as quatro fases da resolução de um problema descrito por Pólya em 1978, apresentados da seguinte forma: *I- Compreensão do problema, II-Estabelecimento de estratégia para a resolução, III-Aplicação da estratégia e, por fim, IV- Retrospecto*. Os jogos analisados foram selecionados 1 (um) de cada categoria descrita pelo livro. foi possível compreender que os jogos de regras são uma possibilidade bastante interessante nesse processo de resolução de problemas, uma vez que desde sua compreensão sobre o que é o jogo, seus objetos e suas regras até a aplicação da estratégia de resolver a situação exposta na jogada e a análise do que foi feito, há uma ligação direta com a resolução de problemas matemáticos, levando o discente a entender o passo a passo até o êxito, sendo mais crítico e criativo e desenvolvendo habilidades importantes relacionadas à disciplina em questão e também em seu âmbito social. É importante haver pesquisas que analisem a crescente ou decrescente quantidade de materiais produzidas ano a ano sobre jogos e o ensino da matemática, bem como o interesse na busca por esses materiais, para que se analise essas tendências ano a ano.

PALAVRAS-CHAVE: resolução de problemas. jogos de regras. ensino de matemática. aprendizagem criativa

ABSTRACT

Problem Solving can be seen as a teaching methodology that seeks student autonomy in relation to their learning, so that this is the center of the teaching-learning process, while the teacher is the mediator. Rule games allow conditions that can generate ideas that can be applied in different contexts, such as mathematics, for example, making learning possible based on the student's active positioning or content review based on problem solving. Such a tool means that the problem is not seen as synonymous with aversion, but presents itself as something interesting and challenging, in order to generate autonomy. Therefore, the objective of this work was to analyze the possibilities of using Rule Games for the development of logical-mathematical thinking and its relationship with the problem-solving process in a playful environment punctuated by rules linked to the content of the 9th year of teaching. fundamental. Presenting a qualitative approach, the work also presents itself with a descriptive critical character. This research was carried out based on a bibliographical analysis of the book “O Grande Livro de Jogos” Allué (1998), taking as a theoretical basis the four phases of solving a problem described by Pólya in 1978, presented as follows: *I- Understanding of the problem, II- Establishment of strategy for the resolution, III-Application of the strategy and, finally, IV-Retrospect*. The analyzed games were selected 1 (one) from each category described by the book. it was possible to understand that rule games are a very interesting possibility in this problem solving process, since from its understanding of what the game is, its objects and its rules to the application of the strategy to solve the situation exposed in the play and the analysis of what was done, there is a direct connection with the resolution of mathematical problems, leading the student to understand the step by step to success, being more critical and creative and developing important skills related to the discipline in question and also in their social scope. It is important to have research that analyzes the increasing or decreasing amount of materials produced year after year about games and mathematics teaching, as well as the interest in the search for these materials, in order to analyze these trends year after year.

KEYWORDS: problem solving. rule games. math teaching. creative learning

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Torre de Hanói.....	23
Figura 2: A raposa e os gansos.....	25
Figura 3: Problema usado no Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.....	27
Figura 4: Ilustração da quantidade de casos relativos às escolhas do lanche referente ao problema da figura 3.....	28
Figura 5: Problema usado em livro didático como conteúdo para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.....	29
Figura 6: Ilustração da quantidade de casos relativos às escolhas dos caminhos para a resolução da questão apresentada na figura 5.....	29
Figura 7: Azulejos e funções.....	32
Figura 8: Jogo de Regra “A raposa e os gansos”	34
Figura 9: Jogo de Regra “Halma”.....	35
Figura 10: Ilustração de jogada no Jogo de Regra “Halma”.....	36
Figura 11: Problema utilizado no Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.....	42
Figura 12: Problema utilizado no Programa de Avaliação da Rede Pública de Educação Básica de Minas Gerais para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.....	42
Figura 13: Problema utilizado no exame Supletivo da Secretaria de Educação de Pernambuco para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.....	43
Figura 14: Jogo de Damas.....	45
Figura 15: Ilustração do Jogo de tênis de joelhos.....	46

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	12
1.1. Problemática.....	13
1.2. Objetivos.....	14
1.2.1 Objetivo Geral.....	14
1.2.2 Objetivos Específicos.....	14
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	15
2.1. O que é jogo?.....	15
2.1.1. Os tipos de jogos.....	17
2.2. A Resolução de Problemas no ensino da matemática.....	18
2.3. Jogos de regras e a resolução de problemas.....	21
2.3.1. Jogos de regras.....	21
2.3.2. Jogos de regras e sua Linguagem.....	22
2.3.3. Relação entre jogos de regras e a resolução de problemas.....	26
2.3.4. Jogos de Regras, resolução de problemas, a matemática e o cotidiano: uma abordagem na sala de aula	31
2.4. Apresentação e comentário de alguns jogos de regras.....	33
2.4.1. A raposa e os gansos.....	34
2.4.2. Halma.....	35
2.4.3. Lançamento de foguetes.....	36
3. METODOLOGIA DE PESQUISA.....	38
3.1. Procedimentos metodológicos	38
3.2. Teoria metodológica e Instrumentos de Análise.....	39
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	40
4.1. Problemas e suas soluções.....	40
4.2. A compreensão do conteúdo e a resolução dos problemas a partir do jogo de regras.	44
4.3. Plano de intervenção a partir das relações expostas.....	48
4.4. Possibilidades e limitações do uso de jogos na sala de aula.....	54
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	56
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	57

1 INTRODUÇÃO

Pólya (1978) diz que resolver problemas é como nadar, esqui ou até tocar piano, uma vez que se trata de uma habilidade prática, em que se pode aprender a partir de imitação e prática.

É possível enxergar a Resolução de problemas como uma metodologia de ensino que busca a autonomia do estudante em relação a sua aprendizagem, de modo que este é o centro do processo de ensino-aprendizagem, enquanto o professor é o mediador (PONTES, 2018). Isso faz com que o educando lide com o novo, fazendo com que busque resolver determinada situação, em que parte de uma condição de equilíbrio para o desequilíbrio e daí então buscar um novo equilíbrio, de modo que indaga sobre o tema em questão, formulando hipóteses, analisando e revisando o caminho seguido por ele (SILVA; BRANELLI, 2009).

Os estudos sobre a Resolução de Problemas no Brasil tiveram início nos anos 80, segundo Fiorentini (1994), mas passou a ser uma espécie de guia do processo de ensino apenas com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), em que dá a ênfase de que a metodologia não é dada apenas por uma mera aplicação de fórmulas.

Resolver um problema passa por um processo de assimilação, em que o indivíduo busca situações similares já resolvidas e aplica métodos semelhantes em questão, de modo que novos conceitos são gerados devido geração de confrontos internos de conhecimentos que geram o desequilíbrio e sua posterior busca pelo equilíbrio, de modo que usa o que Oliveira (2004) chama em seu trabalho intitulado “Jogos de Regras e Resolução de Problemas de linguagem”. A linguagem é uma modalidade de imagem mental, a qual julga todas as possibilidades pensadas antes de externar, traz Damásio (2000).

Há importantes estágios na resolução de um problema, como diz George Pólya (1978) em seu livro intitulado “A arte de Resolver Problemas”, as quais são importantes de serem respeitadas durante o contato com um problema, levando o educando a desenvolver seu cognitivo, como a linguagem, tanto interna quanto externa, como traz Vera Barros de Oliveira (2004), em seu texto sobre Jogos de Regras e Resolução de Problemas, permitindo a característica do pensar, as etapas descritas são: Compreender o problema; estabelecer um plano de resolução; executar o plano traçado e, por fim, fazer um retrospecto da resolução.

Os jogos de regras são combinações intelectuais ou sensório-motoras, onde indivíduos competem entre si, competições essas regulamentadas por regras, ou seja, acordos momentâneos ou códigos transmitidos de geração em geração (PIAGET, 1976).

O seu jogar é precedido pelo entendimento do que é, ou seja, conhecer seus objetos, regras e objetivos, para daí continuar, o que tem tudo a ver com a Resolução de Problemas, uma vez que, entre as melhores situações de aprendizagem estão as que nos ensinam a pensar de forma criativa e crítica num ambiente lúdico. No jogar aprendemos também a lidar com tensões e frustrações, tornando-nos mais fortes e mais adaptados para lidar com a vida (OLIVEIRA, 2004).

Corbalán (1998) apresentou as aproximações entre a resolução de problemas matemáticos e o Jogo de Regras, uma vez que ele percebeu a relação entre as fases da Resolução de Problemas descritas por George Pólya (1978) e o processo de busca de alcançar alguns objetivos no jogo. Desse modo, foram feitas as respectivas aproximações: Entendimento do jogo como um todo, com suas possibilidades e objetivos; criar estratégias e jogadas internamente, antes mesmo de jogar, buscando atingir o objetivo; colocar a estratégia planejada em jogo e observar se o objetivo foi alcançado, refletindo sobre o que foi feito.

Os jogos de regras permitem condições que podem gerar ideias aplicáveis em diferentes contextos, como na matemática, por exemplo, tornando possível a aprendizagem a partir do posicionamento ativo do educando ou a revisão de conteúdo a partir da resolução de problemas. Tal ferramenta faz com que o problema não seja visto como sinônimo de aversão, mas sim apresenta-se como algo interessante e desafiador, de modo a gerar a autonomia.

De maneira geral, o presente trabalho busca uma análise sobre a relação entre jogos de regras e a resolução de problemas, explorando suas implicações no ensino-aprendizagem da matemática. Procura-se fazer uma análise de materiais sobre o tema, de modo a entender a ligação entre os conceitos e apresentar alguns jogos de regras, suas possibilidades e habilidades desenvolvidas. Assim, para fundamentar o trabalho, serão abordados estudos sobre a resolução de problemas e a relação com o jogo de regras, por meio de materiais publicados na literatura atual.

1.1 Problemática

O uso dos jogos de regras pode desenvolver a criatividade e criticidade do aluno na resolução de problemas matemáticos, sendo assim, quais as possibilidades de se tornar uma ferramenta potencial no processo de ensino-aprendizagem da matemática?

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Analisar as possibilidades do uso de Jogos de Regras para o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático e sua relação com o processo de resolução de problemas em um ambiente lúdico pontuado por regras ligados a conteúdo do 9º ano do ensino fundamental.

1.2.2 Objetivos Específicos

- 1) Analisar as quatro fases descritas por George Pólya no planejamento e criação de jogos de regras para alunos do 9º ano do ensino fundamental;
- 2) Apresentar problemas matemáticos instigando a capacidade criativa e crítica para estudantes do 9º ano do ensino fundamental;
- 3) Elaborar um plano para a resolução de problemas com a criação de jogos de regras para alunos do 9º ano do ensino fundamental partindo da análise das quatro fases da resolução de problemas descrita por George Pólya;
- 4) Analisar os jogos de regras descritos na literatura que proporcionem a capacidade de resolução de problemas dos alunos do 9º ano do ensino fundamental partindo da análise das quatro fases da resolução de problemas descrita por George Pólya;
- 5) Apresentar um plano para a resolução de problemas relacionados a conteúdos para alunos do 9º ano do ensino fundamental integrado com diversas modalidades de jogos de regras;
- 6) Avaliar as possibilidades que podem ser alcançadas dos jogos de regras como objetivo de resolução de problemas matemáticos com alunos do 9º ano do ensino fundamental.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O ensino de matemática, ao longo dos anos, teve um foco muito grande na abordagem tradicional, em que o professor é o centro do processo de ensino aprendizagem, e o aluno apenas o observa e busca entender o que foi passado. Esses assuntos são trabalhados de maneira mecânica, sem que tenha por objetivo o desenvolvimento da criticidade e criatividade do estudante, apenas a passagem e aplicação de fórmulas estabelecidas. Historicamente, o ensino de matemática tem como prática, em relação a ensino e avaliação, a abordagem tradicional (MIZUKAMI, 1986). Muitas vezes, essas práticas de ensino tradicionais possuem relação com os índices de desistência e evasão dessa área do conhecimento (LIMA, 2008).

A partir disso, entende-se que é necessária a busca por metodologias que propiciem uma melhor aprendizagem ao estudante, que o estimulem na busca pelo conhecimento. Oliveira (2003) diz que é no ato de jogar que o indivíduo, ao agir de acordo com as regras, aprende a perseguir seus objetivos, de maneira a tirar o maior proveito a seu favor, uma vez que a ação mental conjugada à prática o leva à aprendizagem. Percebe-se, então, que por meio dessa aprendizagem significativa é possível lidar de uma melhor forma com problemas.

2.1. O que é jogo?

Ao se estudar sobre jogos e buscar definir do que se trata é surpreendente até entender que não se tem uma definição exata e aceita na em estudos do que é jogo, mas sim várias visões que tentam mostrar o que é. Contudo, ao trabalhar com jogos há a possibilidade de analisar ou cria-los. Para isso, é importante que pelo menos haja a ideia de quando está se afastando ou aproximando-se do conceito do que é um “jogo ideal”, para se basear.

Bem, segundo Xexéo (2013) fala, para ser ideal, um jogo deve ter suas características o mais próxima possível do xadrez, em que dois jogadores fazem suas próprias jogadas que são válidas, um jogador por vez, nos movimentos, à busca da vitória, ou seja, conseguir eliminar o rei adversário. A definição de jogo faz necessário que seja interativo, tenha objetivos a serem alcançados, que permita que um jogador ataque o outro de algum jeito e, além disso, haja competição, além de outras coisas, entre outras coisas (CRAWFORD, 2003).

É comum que todos reconheçam um jogo no dia a dia. A partir disso, é interessante lavar em consideração o que diz Juul (2009), que acredita que seja necessário que jogos possuam regras fixas, resultados variáveis, consequências possíveis de serem negociadas, conexão com resultado obtido e, além disso, haja esforço do jogador.

Levando em consideração a definição de jogo trazida por Xexéo (2013), jogos possuem características culturais e sociais, fazendo uso do mundo abstrato, mas que possuem efeitos no mundo real, em que jogadores buscam, possivelmente, objetivos conflitantes por meio de ações decididas, e possuem a incerteza no resultado final. Essas ações possuem o objetivo e a capacidade de atrapalhar o oponente, em que há regras em todo o processo, regulando-o e orientando os jogadores, o que gera, por consequência, recompensas mentais com a sensação de vitória, como forma de diversão ou entretenimento.

Diversas sociedades lidam sempre com os jogos, um fenômeno cultural, onde há o trabalho com o competitivo, organizado e o lúdico, levando ao desenvolvimento de muitas habilidades relacionadas a eles por meio da resolução das situações apresentadas. Segundo Nunes (1990, p.52) “o jogo será o ponto de partida para preparar o aluno para lidar com questões abstratas que exijam reflexão e inteligência além da elaboração de estratégias e de soluções para as situações problemas.”. Desse modo, pode-se entender o jogo também como artifício lúdico para o desenvolvimento da aprendizagem, da criticidade, da competência de reflexão ao lidar com um problema.

No dicionário de Português Contemporâneo da UNESP é possível perceber a relação intrínseca entre o jogo e ludicidade, como traz Borba (2012), de tal forma que o significado de lúdico depende do jogo, pois é adjetivo de jogo ou diversão ou é relativo a esses, como segue:

LÚDICO lú.di.co **Adj** de ou relativo a jogo ou diversão: As crianças adaptam os objetos a suas necessidades lúdicas.

LUDISMO lu.dis.mo **Sm** aquilo que tem caráter de jogo ou brincadeira: O museu se propõe transmitir com ludismo explicações sobre fenômenos científicos.

LUDO lu.do **Sm** 1 brinquedo, jogo, diversão 2 jogo de tabuleiro com que se usam dados, com dois a quatro participantes empenhados em cumprir com suas pedras em percurso completo.

Com isso, percebe-se a relação citada acima, de tal forma que o artifício jogo é muito importante para o processo de ensino aprendizagem, pois permite que haja um leque de objetivos que desperta interesse no estudo em foco. Contudo, é necessário que o docente e o discente busquem ter consciência plena quanto aos desafios e objetivos que permeiam a prática, para que não se tenha apenas “o jogo pelo jogo”, de modo que qualquer material que seja

considerado “passatempos” seja considerado jogo, artifício lúdico. Prado e Farias (2016) dizem que jogos são uma atividade complexa, não podendo ser considerado nem confundido jogo como passatempos, de modo que se deve haver o desejo de se aprimorar. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) trazem que o jogo é uma atividade na qual não há obrigações, mas representa um desafio, despertando interesse e prazer no jogador. Grandó (2004) diz que há uma grande quantidade de definições do que é jogo, além de haver também uma variedade de ideias a partir de análises filosóficas, históricas, pedagógicas, psicanalíticas e psicológicas ao procurar compreender o que é jogo na vida humana.

2.1.1. Os tipos de jogos

Alguns autores buscam classificar os diferentes tipos de jogos, organizando-os de acordo com suas características e objetivos. Grandó (1995), por exemplo, organiza-os em seis tipos (quebra-cabeça; jogos de azar; computacionais; pedagógicos; fixação de conceitos e de estratégia), levando em consideração seu lado didático-metodológico, bem como a função dos jogos no contexto social.

Para Grandó (1995), os I-Jogos de estratégias necessitam que o jogador tenha bem compreendidas as regras estabelecidas, para que possa criar estratégias para a resolução do problema exposto, uma vez que o sucesso nesse tipo de jogo está intrinsecamente relacionado ao método usado, não a algum tipo de sorte. São exemplos: Dominó, Uno, Xadrez, etc. Para Krulik e Rudnik (1983), os quais foram citados por Borin (1996), a principal meta dos jogos de estratégia é o desenvolvimento do raciocínio lógico, os quais têm por característica possuir estratégias vencedoras a serem descobertas pelos jogadores, por meio de hipóteses, onde a sorte não interfere neste tipo de jogo. II- Jogos de azar são aqueles que têm a probabilidade de vitória do jogador menor do que a probabilidade de uma eventual derrota, os quais não dependem de sorte, do azar ou habilidades do jogador, depende, no entanto, de uma realidade produzida por base em probabilidade matemática (ANDRADE, 2017). III-jogos computacionais estão relacionados ao universo digital. São, como traz Hornes et al. (2009), aplicações que envolvem a integração de várias mídias, tais como textos, animações, áudio e vídeo, por exemplo. Esses jogos são softwares de entretenimento, os quais possuem grande interatividade, podendo levar o jogador ao objetivo final por meio dos desafios (HORNES et al., 2009). IV-Jogos quebra-cabeça, os quais tem por objetivo determinar situações desconhecidas, juntando ideias e informações para se chegar no resultado final, tais como enigmas ou charadas. V-Jogos de

fixação de conceitos têm por objetivo trabalhar no pós-assunto, ou seja, levar ao aluno uma forma de lidar com situações relacionadas ao que foi estudado, permitindo-o internalizar e assimilar o conteúdo, substituindo a lista de exercício ao final da aula, esses também chamados de jogos de treinamento. De acordo com Krulik e Rudnik (1983), os quais foram citados por Borin (1996), esses jogos de treinamento devem ser empregados em situações de alunos que necessitam de um maior reforço em tópicos do conteúdo trabalhado, os quais são ideias que auxiliam na fixação de conceitos e técnicas. Por fim, há VI-Jogos pedagógicos, os quais são possíveis ferramentas para o meio educacional em temas de ensino aprendizagem, que engloba todos os demais tipos de jogos citados anteriormente designados por Grando (1995).

Para este trabalho o interesse está ligado aos jogos de regras, que são aqueles que possuem normas preestabelecidas a serem seguidas, em que seu exercício exige a etapa do entendimento e familiarização com o ambiente, objetos e objetivos, tomando como base a visão de Córbalan (1998) ao relacionarmos com a resolução de problema descrita por Pólya (1978).

2.2 A Resolução de Problemas no ensino da Matemática

“A abordagem mecânica ocorre com a incorporação de um conhecimento novo de forma arbitrária, ou seja, o aluno precisa aprender sem entender do que se trata ou compreender o significado do porquê.” (BRAATHEN, 2012, p. 65). Percebe-se que na educação como um todo há a necessidade de que os estudantes tenham métodos que permitam a eles a captação, por si mesmos, de novos conhecimentos, de modo que eles não tenham apenas a absorção de conhecimentos já prontos, permitindo que sejam capazes de enfrentar diversas situações em diferentes contextos.

Soares e Pinto (2001) dizem que a busca por desenvolver nos alunos a capacidade aprender a aprender é um dos aspectos principais que fazem com que haja mudanças e diferentes pesquisas educacionais. Diante disso, Soares e Pinto (2001) seguem dizendo que essa capacidade de aprender a aprender pode ser proporcionada por meio da metodologia da resolução de problemas. Busca-se tornar o processo de ensino aprendizagem como uma via em que o educando seja ativo, de modo que haja a busca pelo conhecimento de maneira significativa. Assim, é importante que seja ensinado ao aluno a resolver problemas e, além disso, incentivá-lo a propor tais soluções, com base em sua realidade. Por essa ótica, há o incentivo do hábito de problematização e a busca pelo resultado como forma de aprendizagem.

Pozo e Echeverría (1998) dizem que a resolução de problemas é uma metodologia que tem por objetivo expor ao estudante situações abertas que exijam deles uma postura ativa, onde o êxito nessas situações depende de sua atitude na busca por respostas próprias, ou seja, seu conhecimento. A metodologia busca promover nos alunos tanto o domínio de conhecimentos quanto a utilização do que o estudante já sabe, para que assim se possa dar respostas a situações variadas.

É importante que seja caracterizado o que é problema. De acordo com George Pólya (1978) diz que ter um problema significa buscar constantemente por alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível.

Para Onuchic (1999) e Onuchic e Allevato (2004), um problema é algo que não sabemos fazer, mas estamos interessados em fazer. Saviani (2000) traz uma abordagem filosófica sobre problema, o qual diz que um problema é uma questão cuja resposta desconhecemos e necessitamos conhecer. Uma situação é considerada problema quando é algo desconhecido e que exige respostas, de modo que haja a reflexão, onde não seja permitida a solução por meio do automatismo. É importante observar que em um problema a solução não se encontra disponível inicialmente, mas sim possui a possibilidade de ser construída.

Soares e Pinto (2001) dizem que ao falar-se da resolução de problemas enquanto metodologia de ensino, deve-se levar em consideração problemas que não são rotineiros pouco menos algorítmicos, ou seja, que avaliem as atitudes, procedimentos a forma como os estudantes administram o que conhecem. A matemática como um todo tem boa parte do seu surgimento a partir da resolução desse tipo de problemas específicos.

Dante (1988) cita que problemas que são resolvidos a partir da aplicação direta de algoritmos, ou seja, os rotineiros, não levam o aluno a ser desafiado nem instigam a curiosidade do aluno.

O matemático George Pólya (1978) foi um dos grandes incentivadores do ensino por meio da resolução de problemas, o qual possui o livro “A arte de resolver problemas”. A essência dessa metodologia tem sido conservada ao longo dos anos, que tem como o grande objetivo da matemática fazer com que o discente seja um resolvidor de problemas, ensinando-o. Para Descartes: “(...) Não nos tornaremos matemáticos, mesmo que decoremos todas as demonstrações, se o nosso espírito não for capaz, por si, de resolver qualquer espécie de problema”.

A partir disso, numa aula de matemática, um problema deve ser visto como ponto de partida para a aprendizagem da matemática, não sendo apenas uma aplicação do que foi

aprendido anteriormente. Nessa perspectiva, é possível pensar, por meio desta aplicação, uma aula na ordem um tanto que invertida, quando se comparado ao método tradicional de ensino, em que o professor pergunta, e o aluno busca a resposta, não o contrário, pois o docente é o mediador do processo. É importante entender que no processo de solucionar problemas é importante que haja a reflexão que estimule no estudante seu modo de pensar, seus conhecimentos e curiosidades, não apenas resolver os problemas em questão. Assim, o fato da aquisição do conhecimento, por meio da resolução de problemas, ser tida de maneira ativa e significativa é possível que os conceitos e princípios matemáticos fiquem mais compreensivos para os estudantes.

Dante (1988) diz que há sete objetivos na resolução de problemas, que são:

I- Fazer o aluno pensar produtivamente; II- Desenvolver o raciocínio do aluno; III- Preparar o aluno para enfrentar situações novas; IV- Permitir que os estudantes introduzam-se e se aprofundem em aplicações da matemática; V- Fazer com que as aulas de matemática tenham um caráter mais desafiador e interessante; VI- Equipar o aluno com meios que facilitam a análise e a resolução de situações em que o objetivo é determinar elementos desconhecidos; VII- Dar aos estudantes um bom letramento matemático.

O docente, nas aulas, sai do que Borba e Penteado (2001) chamam de zona de conforto, em que quase tudo é previsível e controlável nas aulas, para a zona de risco, na qual a incerteza e a imprevisibilidade estão presentes.

Os estudos relacionados à resolução de problemas no Brasil são desde a década de 1980. De acordo com Fiorentini (1994), iniciaram-se por volta do ano de 1980. Entretanto, foi no ano de 1998 que a metodologia de ensino esteve estabelecida como eixo no processo de ensino aprendizagem de matemática, onde esteve nos Parâmetros Curriculares Nacionais. Neles, problemas devem ser tidos como ferramentas que permitem construção do conhecimento, fazendo com que o desafio de resolver tais situações seja um ponto de partida em termos de entendimento do conteúdo e conceitos, não uma aplicação mecânica do que foi aprendido anteriormente.

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a resolução de problemas está associada à criação de situações problemas, de modo a buscar o desenvolvimento de habilidades importantes para letramento matemático do estudante, em que o processo de criar e solucionar situações problemas é tanto objeto quanto estratégia para o desenvolvimento do conhecimento no decorrer dos anos letivos (BRASIL, 2018).

2.3. Jogos de regras e a resolução de problemas

2.3.1. Jogos de regras

Há uma grande variedade de jogos de regras e esses têm uma enorme possibilidade de aplicações, o que permite que haja muitos desafios a partir deles, em que todos criam condições para a geração de aprendizagem durante a solução da situação proposta, e que seja resolvida de maneira criativa e crítica. O ambiente lúdico produzido pelo jogo proporciona uma das melhores condições de aprendizagem, uma vez que há uma junção entre a reflexão e a diversão, gerando condições para o desenvolvimento do conhecimento (OLIVEIRA, 2004). Não há o direcionamento, nessas situações, apenas para a aquisição de conteúdos, visto que é importante a condução para a assimilação de métodos e processos que conduzem o indivíduo para o fim desejado, tendo regras que permitem o direcionamento e o percurso (SILVA; BRENELLI, 2009).

Nisso, ao lidar com um jogo é preciso ter uma ideia clara do problema que se tem a resolver, o que exige uma busca pela consciência das regras e a finalidade dele, permitindo que se tenha a apropriação numa situação inicial, ou seja, o entendimento como um todo, a compreensão de suas características físicas, sua configuração espacial, e objetos que o compõem, bem como suas regras, para que se possa ter a operacionalização correta, levando em consideração o que disse Petty e Passos (2000). Contudo, de acordo com Oliveira (2004), caso esta compreensão inicial clara do problema não tenha sido realizada antes de jogar, através dos esquemas de ação lúdica, ela certamente irá entender melhor do que se trata e melhor calibrando suas jogadas, isso no desenvolvimento do jogo. Ou seja, mesmo que o jogo não tenha sido compreendido claramente, o entendimento vai sendo tido melhor no jogar.

Buscema (1998) diz que a partir do momento em que a criança procura apropriar-se das regras de um jogo, ela tem por fim a utilização dessas normas para atingir seus objetivos ao jogar, fazendo isso da maneira mais heurística possível. Isso mostra que é importante o agir para perceber as coisas e não há a possibilidade de percebê-las sem que haja essa ação. Piaget (1978) mostra que a ação do sujeito é o centro de todo o processo de busca pelo conhecimento. A partir disso é possível observar a importância de permitir que a criança descubra como as coisas funcionam, criando novas soluções, agindo por si mesma, não havendo, portanto, a centralização da figura docente no ensino aprendizagem em tantas aulas, e o estilo de aula é baseado na exposição, mas sim que haja a possibilidade de ela discutir com o professor o que

compreendeu desse processo e haja a sistematização do conhecimento.

Grando e Marco (2006) dizem que quando o estudante é apresentado a um problema numa partida de um jogo e sente que é necessário planejar um método para conseguir continuar suas jogadas, ele está lidando com o inesperado. Esse inesperado leva ao estudante uma mistura de sentimentos, como a ansiedade, o medo, a angústia, a incerteza, a hesitação e até mesmo a alegria. São situações que fazem com que ele se sinta desafiados à resolução do problema para conseguir vencer a partida.

Na situação de jogar, a alegria, o envolvimento causado pela situação e sua motivação fazem com que a tensão de vencer o desafio e de controlar a impulsividade se amenizem (OLIVEIRA, 2004). Ao jogar, a criança, ao perceber, após o entendimento pleno das regras do jogo, aprendendo a respeitá-las, entende que isso agiliza a sua forma de pensar durante a situação. Quando um movimento não pode ser realizado, logo ela passa a pensar em outros, de modo a fazer, o que Oliveira (2004) traz como triagem e repescagem de possíveis movimentações, e Anderson (2000) diz ser o articular e integrar o que se conhece com situações específicas que se depara, de modo que, no processo de reflexão, também desenvolve estratégias para a próxima jogada. Esse levantamento de várias possibilidades acaba por desenvolver a criticidade do jogador.

É de essencial importância o respeito às regras em um jogo, o que exige atenção do estudante, uma vez que, sem elas, ele, o jogo, não se desenvolve. Por outro lado, se não há o envolvimento e a vibração durante as partidas, ele fica sem seu espírito, sem sua graça, o que mostra que, como diz Oliveira (2004), jogos são como um facilitador da relação que há entre a realidade e fantasia, o que supõe a integração entre cognição e emoção.

Ao entender a necessidade de resolver uma situação problema em um jogo que contenha regras, o estudante se depara com a exigência mental de ser criativo diante do caso, o que o ensina a utilizar a linguagem para pensar com uma maior clareza. Caso não haja o uso do artifício mental, sua movimentação durante a jogada ficará prejudicada, uma vez que não haverá uma reflexão inicial sobre a prática da jogada. Em termos de organização, a linguagem é uma ferramenta essencial para qualquer pessoa.

2.3.2. Jogos de regras e Linguagem

Para Damásio (2000), a linguagem é uma modalidade de imagem mental. No ambiente

lúdico, ao lidar com o jogo, o estudante busca entender seu funcionamento, internalizando os objetos e regras que o compõe, construindo-o internamente por meio de uma representação mental, vendo-o como um todo que se modifica enquanto se desenvolve no processo, apropriando-se dos elementos e da dinâmica do jogo.

Enquanto o jogador está na fase de criar estratégias, ao lidar com o problema, ele começa a levantar hipóteses e a concluir o pensamento antes mesmo de realizar a jogada. Por exemplo, se um aluno estiver jogando o jogo Torre de Hanói, que tem como objeto dois ou mais discos de tamanhos diferentes, e três hastes, em que inicialmente é disposta uma torre formada pelos discos em ordem decrescente, de acordo com o diâmetro de cada um, de cima para baixo. O jogo tem como objetivo deslocar todos os discos da posição inicial e colocá-los em uma das outras hastes, mas obedecendo as regras, que são: 1º- Só pode mover um disco por vez e 2º- Nunca pode haver um disco de diâmetro maior sobre um de diâmetro menor. O jogo é encontrado no formato digital no site: <http://clubes.obmep.org.br/blog/torre-de-hanoi/>. O aluno pode pensar: “Desejo mudar tal disco para aquele outro pino. Para isso, ao mudar esse outro aqui, poderei posteriormente, por consequência, deslocar o que eu quero.”, o que retrata o pensar antes mesmo do agir, de modo a tentar resolver um problema primeiro mentalmente.

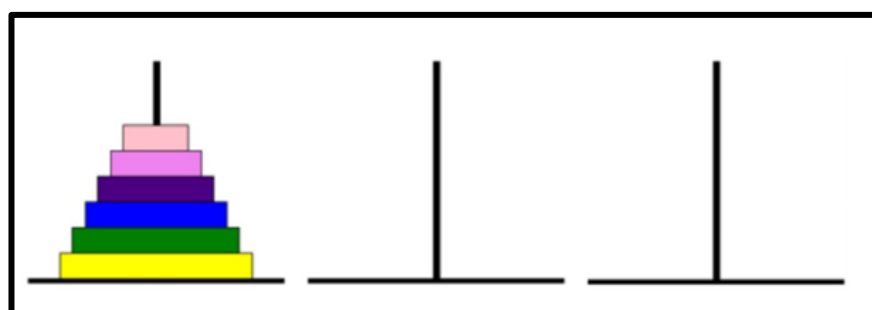


Figura 1: Torre de Hanói

Fonte: <http://clubes.obmep.org.br/blog/torre-de-hanoi/>. Acesso em 01/11/2022 às 15:08.

Nisso, caso haja jogadas malsucedidas, essas passam a ser evitadas, visto que foi prevista mentalmente, permitindo que seja substituída por alguma outra que, possivelmente, além de ser bem-sucedida, passa a abrir caminhos para outras também futuramente bem-sucedidas.

Com isso, o cérebro passa a registrar as jogadas que dão certo, de modo que há a formação de uma cadeia de jogadas bem-sucedidas na memória, as quais são tidas como

padrões que resultaram positivamente e podem ser reutilizadas e analisadas virtualmente em problemas reais, solucionando-os. A partir disso, o cérebro passa a fazer uma espécie de relação entre triagem e repescagem, em que o primeiro está relacionado à busca de eleger as estratégias que virtualmente são úteis, a partir do conhecimento armazenado na memória. O segundo lida como o fazer uma procura por jeitos de pensar e agir que deram certo em situações similares no passado, trazendo-os para o momento atual, por meio da memória.

O estudante fará, no processo de resolução do problema visto no jogo, a relação linguística entre as informações que já possui armazenadas na memória e os novos conhecimentos adquiridos. A relação permite que haja uma maior chance de a execução dar certo.

“No caso da Torre de Hanói, num primeiro contato, apreendo o material básico de que o jogo é composto: três hastes e diversos discos de tamanhos variados. Já nesta fase inicial não levo em conta atributos que não são importantes para a solução do problema, como a cor dos discos ou o material de que eles são feitos. Dessa forma, o cérebro já faz uma triagem, selecionando desde o começo o que é relevante para chegar à solução final” (OLIVEIRA, 2004, p.14).

O sujeito busca registrar e guardar em sua memória as informações colhidas no momento presente para se autorregular, de modo que vai formando uma espécie de banco de dados próprio, se assim podemos dizer (OLIVEIRA, 1998).

Para ilustrar o que foi dito sobre a linguagem, é possível trazer quais as possibilidades tidas ao participar de um jogo presente em “O grande Livro dos Jogos”, de Allué (1998, p. 46), que também será explicado neste trabalho posteriormente, no próximo capítulo, “A raposa e os Gansos”, que, rapidamente explicando-o, trata-se de um jogo de tabuleiro composto por 14 fichas, 1 da cor azul e as demais da cor amarela, representando, respectivamente, a raposa e os gansos, em que a raposa deve tentar comer todos os gansos, enquanto eles devem tentar cercar a raposa (ALLUÉ, 1998, p. 46). Os movimentos podem apenas ser feitos na horizontal e vertical, apenas para lugares vazios (ALLUÉ, 1998, p. 46). A raposa devora os gansos ao conseguir pular sobre eles e pousar no espaço adjacente vazio (ALLUÉ, 1998, p. 46).

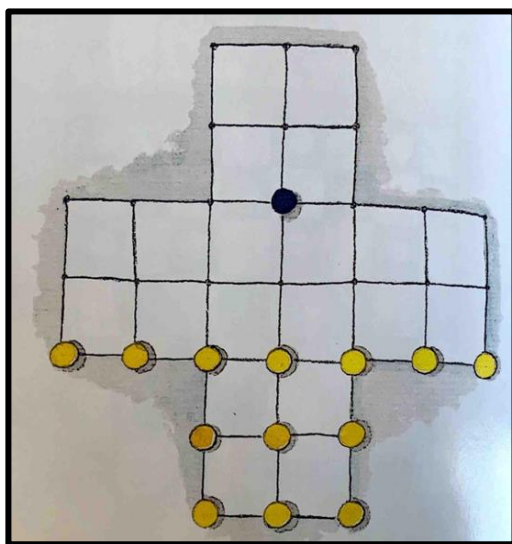


Figura 2: A raposa e os gansos

Fonte: ALLUÉ, Josep. **O Grande Livro dos Jogos:** Jogos de mesa. Belo Horizonte: Editora Leitura, 1998. 191 p. ISBN 85-7358-148-4.

Com isso, sabendo dos aspectos físicos do jogo, o estudante pode desenvolver suas estratégias, em que os gansos procuram ficar em segurança, onde buscam não deixar espaços livres após cada um deles, uma vez que a raposa poderia pousar sobre eles. Nesse processo, é utilizada a linguagem interna, o que permite que haja a articulação e o desenvolvimento do raciocínio (OLIVEIRA, 2004). Com isso, é possível que pense: “Colocar um ganso nesse espaço livre vai permitir que a raposa não consiga comer um dos meus gansos.”, o que é equivalente a dizer: “Se eu não colocar um ganso nesse espaço livre, então a raposa irá devorar um dos meus”, ou seja, o uso da conjunção condicional. A partir disso, é claro que o estudante passa a criar hipóteses e testá-las virtualmente por meio da linguagem citada acima.

Também é possível que o aluno busque colocar-se no lugar do adversário, tentando adivinhar sua jogada, ou seja, o que a raposa vai fazer, de modo que utiliza, na prática, ainda que sem querer, do conectivo “ou”, pensando: “A raposa pode ir para este ou aquele lugar”, o que o permite escolher, posteriormente, a melhor jogada, a partir desse processo de selecionar e excluir as que são malsucedidas mentalmente. Nisso, é notório que o aluno passa a entender, por meio dessa organização na maneira de pensar, que não pode fazer tudo ao mesmo tempo, o que traz para si grande crescimento também na matemática, ao resolver um determinado problema, mas também na vida real, em seu cotidiano (OLIVEIRA, 2004).

O comportamento inteligente e criativo na resolução de um problema, como em um jogo, em um exercício matemático ou no cotidiano, é possibilitado pela linguagem, pois ajuda na organização da ação mental que vai de desenvolvendo e organizando-a. Quando jogado em grupo, a linguagem interna associada à externa possibilita a integração dos dados, de modo a

transformá-los em informações, onde a retomada e utilização das regras só se realiza quando é representada internamente e vivenciada (OLIVEIRA, 2004).

Percebe-se, portanto, que a linguagem não é utilizada apenas inicialmente, na construção do jogo via representação mental, em que há a apropriação dos elementos e dinâmica do jogo, mas durante todo o processo de jogatina.

Em seu trabalho “Jogo de regras e a resolução de problemas”, Oliveira (2004), nas páginas 55 e 56, diz que a linguagem vai possibilitar, organizando o raciocínio e sendo por ele organizada:

- 1-Levantar hipóteses a respeito das próprias estratégias e sobre a do adversário;
- 2-Testar as hipóteses sem mesmo executá-las na prática, selecionando as melhores antes de agir;
- 3-Lidar mentalmente com a incerteza e a imprevisibilidade da jogada do outro, contando com sua probabilidade
- 4-Registrar internamente procedimentos bem ou mal sucedidos, podendo vir a reutilizá-los em situações análogas.

A partir disso, é possível ver a importância da linguagem. Desse modo, ela proporciona a possibilidade de discutir, avaliar, criticar e refletir internamente, afirmando-se como um instrumento de aprendizagem (OLIVEIRA, 2004).

2.3.3. Relação entre jogos de regras e a resolução de problemas

O jogo de regras e o desafio imposto por ele em um ambiente lúdico possui uma estrutura de resolução muito parecida com uma situação-problema cotidiana ou matemática, como seguem os exemplos, em que primeiro temos uma situação do dia a dia, como uma pessoa buscando resolver o problema de chegar ao aeroporto, exposto por Oliveira (2004) em seu livro “Jogos de regras e a resolução de problemas”. Já o segundo exemplo é composto por duas questões de análise combinatória, onde foram escolhidos problemas de contagem devido a exigência que é imposta pelo assunto relacionada a necessidade de uma boa compreensão e a um pensamento crítico e criativo ao resolver problemas. Morgado et al. (1991) diz que contar é fazer a enumeração de elementos de um determinado conjunto, objetivando a determinação de quantos elementos estão ali. Os problemas propostos são uma do Banco de questões do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) e a outra foi retirada do livro didático da Coleção “Teláris” (DANTE, 2020, p.286), livro didático do 9º ano

do ensino fundamental, de modo que a resolução de ambas fica muito mais fácil quando o indivíduo faz uma repescagem do procedimento usado na outra, o que ilustra o uso da linguagem interna na resolução, visto que há uma espécie de banco de dados, no qual são armazenados na memória os procedimentos que deram certos.

“Ilustrando através de um exemplo, se nosso problema é conseguir chegar ao aeroporto a tempo de pegar o avião, esse é o nosso objetivo. Podemos resolvê-lo de várias maneiras: ir até lá dirigindo nosso próprio carro, ir de táxi, ir de ônibus. Em qualquer uma das escolhas teremos sub objetivos a atingir; por exemplo, no caso de irmos com nosso carro, verificar se temos gasolina, se há lugar para estacioná-lo, etc., ou seja, teremos de visualizar como serão cumpridas as tarefas envolvidas no processo de atingir esses objetivos menores, que nos conduzirão ao principal, que é pegar nosso voo. A velocidade com que vou dirigir vai depender do estado do meu carro, da preservação de minha segurança e de evitar uma multa por correr demais. Por outro lado, imprevistos podem acontecer quando, por exemplo, ao ir de carro, deparamo-nos com um congestionamento na via principal e precisamos fazer um desvio” (OLIVEIRA, 2004, p. 29).

Quanto à resolução de problemas matemáticos, vejamos a figura 3 abaixo:

1. (SARESP 2008). Os sanduíches da Lanchonete Lanchebon são deliciosos. Seus clientes podem escolher entre 3 tipos de pão: forma, francês e pão italiano. Para o recheio há 4 opções: salame, queijo, presunto e mortadela. O total de opções de escolha de um sanduíche é:
- (A) 2
(B) 7
(C) 12
(D) 17

Figura 3: Problema usado no Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Fonte: Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo, 2008.

Para a resolução do problema mostrado na figura 3, é necessário ter bem claro o que se pede, para daí poderem ser traçadas as estratégias para a resolução. Bem, há três opções de pães e quatro opções de recheios, onde deve haver ambos os eventos de maneira simultânea: tanto a escolha do pão quanto a do recheio. Assim, é possível ver que se possa usar uma espécie da árvore de possibilidades, em que se deve levar em consideração caso a caso, desenvolvendo e resolvendo cada sub-objetivo, listando-as caso a caso e depois usar o princípio aditivo, em que se somam o total de casos listados, pois só é possível ser feita a escolha de uma das opções, de modo que se tem como essas sendo ao comprador uma ou outra ou outra, e assim por diante,

onde essa conjunção alternativa remete a ideia de soma na matemática.

Tomando como base o que foi dito, o indivíduo pode escolher como pão o de forma ou o francês ou o italiano, de modo que para o pão de forma há as possibilidades de se escolher salame ou queijo ou presunto ou mortadela como recheio; para o pão francês e o pão italiano também há as mesmas possibilidades, como segue a ilustração abaixo, tendo como total o resultado de 12 possibilidades de escolha.

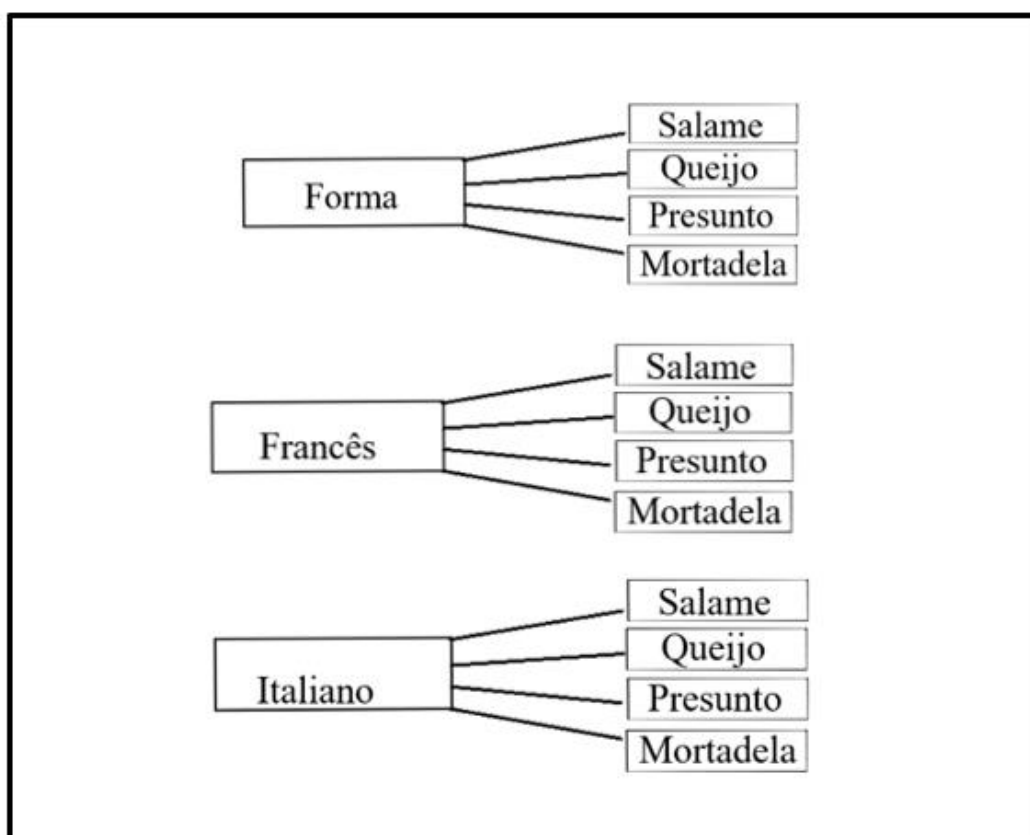


Figura 4: Ilustração da quantidade de casos relativos às escolhas do lanche referente ao problema da figura 3.

Fonte: Própria.

No entanto, nota-se que o pensamento usado acima na figura 4 é adequado apenas para quantidades pequenas de casos, uma vez que dá muito trabalho listar cada situação. Desse modo, como um outro método de resolução, é possível ver que se pode usar o método do Princípio Fundamental de Contagem (PFC), o princípio multiplicativo. Assim, sabendo que há a necessidade de escolher um pão dentre as três opções e um recheio dentre as quatro opções, isso se trata de eventos que ocorrerão simultaneamente, ou seja, um ‘e’ outro, então há um total de $3 \times 4 = 12$ possibilidades de combinações entre pão e recheio para escolha.

2- (DANTE, 2020, p.286). Uma pessoa tem 3 opções de meio de transporte para ir da cidade **A** à cidade **B** (trem, ônibus ou avião); 2 opções para ir da cidade **B** à cidade **C** (barco ou carro); e 2 opções para ir da cidade **C** à cidade **D** (de bicicleta ou a cavalo). De quantas maneiras diferentes essa pessoa pode sair da cidade **A** e chegar à cidade **D**, passando pelas cidades **B** e **C**, nessa ordem?

Figura 5: Problema usado em livro didático como conteúdo para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Fonte: (DANTE, 2020, p. 286).

O estudante, ao se deparar com esse problema, pode fazer uma espécie de repescagem das ideias e situações similares a essa, percebendo que, para determinar a quantidade de maneiras que uma pessoa tem para chegar da cidade **A** à **D**, passando por **B** e por **C**, levando em consideração a quantidade de cada caso, cidade a cidade, há mais de um evento a acontecer, de modo que são três, ir de **A** para **B**, de **B** para **C** e de **C** para **D**, onde deve-se cumprir cada um desses passos, basta usar o método do Princípio Fundamental de Contagem (PFC), o princípio multiplicativo, o que resulta em uma boa otimização de tempo e raciocínio na resolução, em que há 3 caminhos iniciais (**A** para **B**) ‘e’ 2 caminhos posteriores (**B** para **C**) ‘e’ 2 caminhos finais (**C** para **D**), isto é, $3 \times 2 \times 2 = 12$ possibilidades de trajetórias.

Desse modo, ao fazer a questão anterior a essa, percebe que o segundo método usado foi exatamente esse. Assim, devido a sua memorização do que foi feito, ou seja, por meio da linguagem, o armazenamento em uma espécie de banco de dados, é otimizado o processo de resolução, exigindo menos tempo de reflexão inicial, em vez de precisar listar caso a caso, demandando uma quantidade bem maior de tempo, como segue:

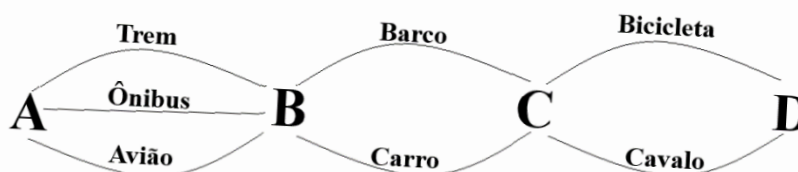


Figura 6: Ilustração da quantidade de casos relativos às escolhas dos caminhos para a resolução da questão apresentada na figura 5.

Fonte: Própria.

Silva e Brenelli (2009) dizem que os jogos de regras podem ser favoráveis para a aquisição de novos conhecimentos matemáticos ou a reconstrução, uma vez que a resolução de problemas permite que o estudante analise o que está exposto no enunciado e as variáveis, o que o gera, por meio dessa atividade desafiadora, conflitos cognitivos que acabam por proporcionar isso.

Para a aprendizagem em geral e para a Resolução de Problemas, os jogos de regras, com sua ludicidade e a possibilidade de aprender brincando, de modo que a tensão e o medo ao lidar com uma situação problema são amenizadas frente à descontração, podem ser vistos como situações privilegiadas.

“A apresentação dessas situações aos alunos a partir do lúdico permite propor vários desafios, de modo que há a criação de condições que permitem aprender a aprender de forma criativa e reflexiva na resolução de problemas. Um problema não tende mais a causar o afastamento, mas sim sendo algo estimulante, não implicando mais na aversão, de modo que conduz à autonomia” (OLIVEIRA, 2004).

É notório que no dia a dia das pessoas há muitos problemas a serem resolvidos, desde os maiores aos menores, a depender do referencial adotado em termos de dificuldade de resolução. Contudo, mesmo diante de tantas situações que exigem uma resolução, o maior dos problemas está em como lidamos com cada um deles. É importante que diante deles haja uma visualização por meio de uma perspectiva positiva e realista. As situações que são presentes em jogos de regras podem permitir o desenvolvimento de uma forma mais evoluída de pensamento, ajudando o indivíduo a lidar com a resolução de problemas postos em outros contextos além do jogo. Contextos esses tais como cotidiano e problemas matemáticos, o que vem a favorecer a aprendizagem.

Na resolução de um problema, seja ele em um jogo de regras ou um problema matemático, é importante que haja a articulação entre o que se conhece, de modo geral, com a situação mais específica, a qual se depara. Isto é, saber trabalhar e a pensar em qualquer contexto de forma inteligente, e não apenas em determinados contextos, como é o caso de avaliações escolares, segundo Anderson (2000).

Córbalan (1998) aproxima as fases da resolução de problemas descritas por Pólya e diz ser essencial a elaboração de hipóteses e sua posterior comprovação, por meio da solução do problema proposto. Diante disso, o jogo é um meio que torna isso muito fácil, uma vez que, após a aplicação do plano traçado pelo jogador, a vitória é a confirmação de que ele aplicou da maneira correta o melhor caminho a ser seguido, o que é uma motivação excelente. Ademais, como a aproximação dita acima, ele diz que a primeira fase, a de “compreender o problema”,

tem equivalência com o entendimento dos componentes do jogo: peças, tipos de movimentos e como chegar ao seu objetivo, ou seja, a adaptação plena com o jogo; por sua vez, a segunda etapa, de “traçar um plano para a resolução do problema”, está relacionada a busca por estratégias para conseguir chegar ao objetivo do jogo, de modo que isso necessita que haja a interiorização dos movimentos e da relação do jogo em questão com alguns outros parecidos; quanto a terceira fase, a de “executar o plano traçado”, essa tem sua aproximação com o colocar em prática as estratégias pensadas; por fim, a de “retrospecto” possui sua equivalência com o processo de reflexão sobre o que foi seguido.

É na resolução de problemas via jogo de regras que há situações em que exige o pensamento com clareza, objetividade e consciência. O estudante sente a necessidade lógica de organizar seu raciocínio, em que descobre o quanto a linguagem é um artifício importante para a organização de suas ideias, sendo indispensável.

Grando e Marco (2006) falam do valor da resolução de problemas e a sua ligação com a atividade de jogar um jogo, onde há uma atenção para mediação necessária do professor no processo, objetivando que não se tenha a concepção de “jogo pelo jogo”, uma vez que se deve ter objetivos por trás da jogatina. As autoras consideram que o próprio problema deve ser a fonte do processo de aprendizagem na resolução de um problema.

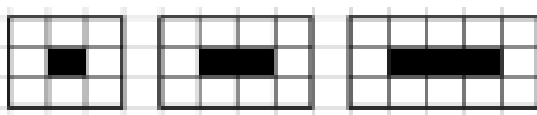
2.3.4. Jogos de Regras, Resolução de problemas, a matemática e o cotidiano: uma abordagem na sala de aula

Um problema matemático não possui solução disponível de início, havendo a necessidade de ser construída, como trazem os PCN (BRASIL, 1998). É uma situação que exige que se faça uma sequência de ações, objetivando a obtenção de um resultado.

Diante disso, observe o seguinte exercício, o qual é uma parte de um problema, ou seja, uma versão adaptada exposta e foi retirado do trabalho de José Divino Neves e Marilene Ribeiro Resende (2016), intitulado “O processo de ensino-aprendizagem do conceito de função: um estudo na perspectiva da teoria histórico-cultural”.

Azulejos e funções.

Um azulejista adota, como estratégia de decoração, assentar os azulejos pretos contornados por brancos, conforme os exemplos na figura a seguir.



Com base na figura, desenvolva as atividades a seguir:

b) Quantos azulejos brancos são necessários, se o número de azulejos pretos enfileirados for 20? E se fosse 25?

Figura 7: Azulejos e funções

Fonte: Neves, D. J; R, R. M. *O processo de ensino-aprendizagem do conceito de função: um estudo na perspectiva da teoria histórico-cultural*, 2014, (Atividade 3 - Adaptada).

Como foi visto acima no exemplo da Torre de Hanói e sua resolução, é importante e interessante observar tal processo com um exercício matemático. Há várias formas de resolver o problema. Como no jogo de regras, o primeiro passo é entender as normas, ou seja, a ideia da questão. A partir disso, é possível criar estratégias de resolução.

De início, a observação de que há um aumento gradual de cada cor e, conseqüentemente, da quantidade total faz com que o estudante perceba que há três funções afins ou três progressões aritméticas, uma para a cor preta ($1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$), uma para a cor branca ($8 \rightarrow 10 \rightarrow 12$), e uma para o total de azulejos ($9 \rightarrow 12 \rightarrow 15$), as quais têm respectivas razões 1, 2 e 3. Assim, pode-se criar estratégias de resoluções, uma vez que de 1 para 20 azulejos brancos há um padrão de aumento nos pretos, bem como de 1 para 25.

O processo feito acima foi o de entender o padrão de crescimento na quantidade de cada cor de azulejo e, conseqüentemente, do total, como ao compreender a regra de um jogo. Pode-se, então, determinar as possíveis resoluções, as quais podem ser variadas. Sabendo que são funções afins ou progressões aritméticas, aplicar os conceitos do assunto e analisar o índice do termo que corresponde aos azulejos pretos quando possuir 20 e 25. A partir disso, usar novamente o entendimento de funções afins ou progressão aritmética, agora com os azulejos brancos. Ainda, o estudante pode simplesmente desenhar figuras semelhantes à imagem, de modo a colocar a quantidade dita pela questão. Nisso, ele estará estabelecendo um plano para a resolução.

Para que haja essa formação de estratégias para solucionar o problema em questão, ele usará da linguagem interna, que fará uma triagem do melhor dos métodos, armazenando esse, para que futuramente possa aplicá-lo em situações semelhantes. No caso de estar em grupo, usará também a linguagem para a discussão e a chegada em uma opinião comum entre os membros da equipe. Com isso, há a aplicação do que pensou e, após, faz uma retrospectiva do que foi feito, de forma reflexiva.

Para o primeiro método de resolução citado, o estudante pode optar por usar das funções afins ou progressões aritméticas. Se escolhe usar de conhecimentos relacionados a progressões aritméticas, ao perceber que a razão da progressão aritmética dos azulejos pretos é 1, então temos que, sabendo que qualquer termo da sequência, a partir do segundo, é determinado pelo seu antecessor somado a uma razão, e que qualquer termo pode ser dado pela soma do primeiro termo e a quantidade de termos menos 1 multiplicado pela razão, ou seja, $a_n = a_1 + (n - 1) * R$, então pode ter: $20 = 1 + (n - 1) * 1$, o que implica dizer que $n=20$, ou seja, para isso, o índice do termo que representa a quantidade de 20 azulejos pretos é 20. Desse modo, é fácil encontrar a quantidade de azulejos brancos, pois $a_{20} = 8 + 19 * 2 = 46$. Analogamente é possível encontrar a quantidade para 25 azulejos pretos. Já para o segundo método, basta desenhar o que se diz na questão e contar os azulejos brancos.

O educando pode errar ao apenas somar $8 + 2 * 20$ e $8 + 2 * 25$, achando que só isso basta. Contudo, no processo de resolução do problema, há a etapa de fazer um retrospecto da resolução completa, como foi visto acima, o que o fará perceber que se pode usar $8 + (20 - 1) * 2 = 46$ e, para 25 azulejos pretos, ter $8 + (25 - 1) * 2 = 56$ azulejos brancos.

Com isso, percebe-se que o processo de resolução de um problema matemático é muito parecido com o de um jogo. É importante o desenvolvimento do gosto por resolver problemas na criança a partir do lúdico, ao passo que situações matemáticas desconhecidas passarão a ser ótimos desafios, não causando aversão no aluno.

2.4 Apresentação e comentário de alguns jogos de regras

O livro “Jogos de Regras e a Resolução de Problemas” (OLIVEIRA, 2004) tem diversos exemplos de jogos, como seguem alguns exemplos apresentados nele retirados do livro “O grande livro dos jogos” (ALLUÉ, 1998) e o jogo matemático “Lançando Foguetes”.

2.4.1. A raposa e os Gansos

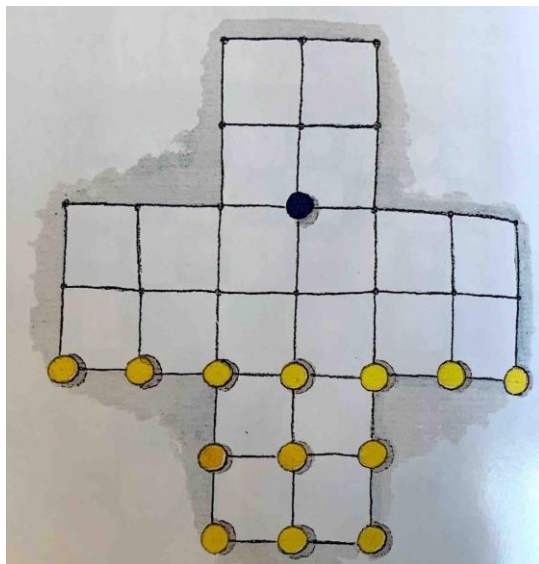


Figura 8: Jogo de Regra “A raposa e os gansos”

Fonte: ALLUÉ, Josep. **O Grande Livro dos Jogos:** Jogos de mesa. Belo Horizonte: Editora Leitura, 1998. 191 p. ISBN 85-7358-148-4.

O jogo existe desde o século XIV, apresentado por Allué (1998). O tempo aproximado das partidas é de 10 minutos, o qual pode ser jogado por 2 ou mais participantes, de modo a poder ser disputado em equipe, um grupo com os gansos, podendo haver 13 pessoas, uma para cada um deles, 1 pessoa para a raposa, por exemplo. É importante que os próprios jogadores produzam o jogo, pois a confecção os ajudará, desde o início, na internalização de suas regras e objetos. O jogo é formado por 13 fichas amarelas que representam os gansos e 1 ficha azul que representa a raposa (OLIVEIRA, 2004, p.45).

Cada participante joga uma vez e pode movimentar as fichas apenas na vertical ou horizontal em lugares vazios, não podendo haver movimentos na diagonal, de modo a respeitar as linhas do jogo (ALLUÉ, 1998, p46).

Os objetivos do jogo são a raposa comer todos os gansos, pulando sobre eles, um por um e podendo acumular saltos, pousando em um espaço vazio no tabuleiro, como no jogo Damas, ou os gansos conseguirem cercar a raposa, de modo a imobilizá-la (ALLUÉ, 1998, p46). É normal que, de início, haja o pensamento de um dos lados tem vantagens em relação ao outro, como, por exemplo, ao imaginar que o fato de haver a possibilidade de a raposa devorar os gansos, não sendo o oposto possível dá uma certa vantagem ao outro jogador. No

entanto, isso tudo é apenas impressão, uma vez que há o equilíbrio entre as partes (OLIVEIRA, 2004, p.45).

Com isso, os oponentes passam a planejar estratégias, onde os gansos, unidos, buscam proteger-se, ao mesmo tempo que tentam cercar a raposa, sabendo que a cada um perdido fica ainda mais difícil fazer o cerco. Enquanto isso, a raposa busca um vacilo dos gansos, de modo que algum esteja ao seu lado e sem nenhum outro adiante, de tal modo que possa pular sobre o primeiro, ocupando o espaço vazio e devorando-o. O jogo permite que a linguagem interna seja utilizada a todo momento, julgando seus movimentos previamente, em que há o levantamento de hipóteses pelo jogador, na busca pela melhor jogada (OLIVEIRA, 2004, p.46).

2.4.2. Halma

Jogo original da Suécia e popular por lá, segundo Allué (1998). O tempo aproximado das partidas é de 10 minutos, o qual pode ser jogado por 2 ou mais participantes, e o jogo é formado por 10 fichas azuis e 10 fichas vermelhas (ALLUÉ, 1998, p.47), em que cada time tem por objetivo colocar todas as suas peças no lugar das dos seus adversários, de modo que seus movimentos se assemelham aos do jogo Damas, o que exige dos jogadores uma visão espacial do tabuleiro (OLIVEIRA, 2004, p.71).

Cada jogador pode movimentar suas fichas na direção da extremidade oposta à sua, em que pode mover-se para a casa vazia à frente ou saltar sobre outra peça, chegando à casa posterior. É possível saltar tanto sobre suas peças quanto das de seu adversário (ALLUÉ, 1998, p.47).

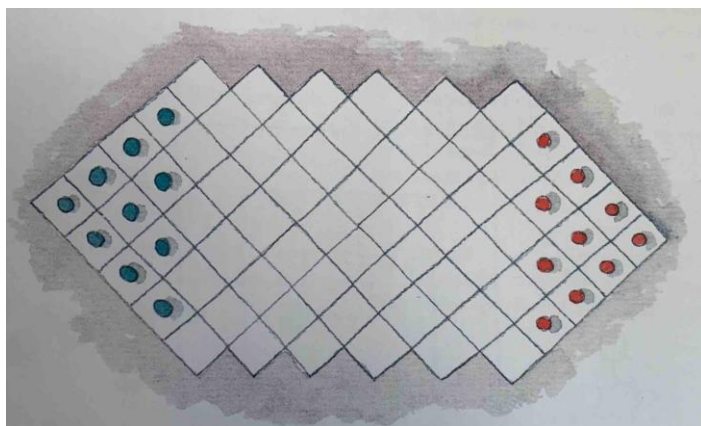


Figura 9: Jogo de Regra “Halma”

Fonte: ALLUÉ, Josep. **O Grande Livro dos Jogos:** Jogos de mesa. Belo Horizonte: Editora Leitura, 1998. 191 p. ISBN 85-7358-148-4.

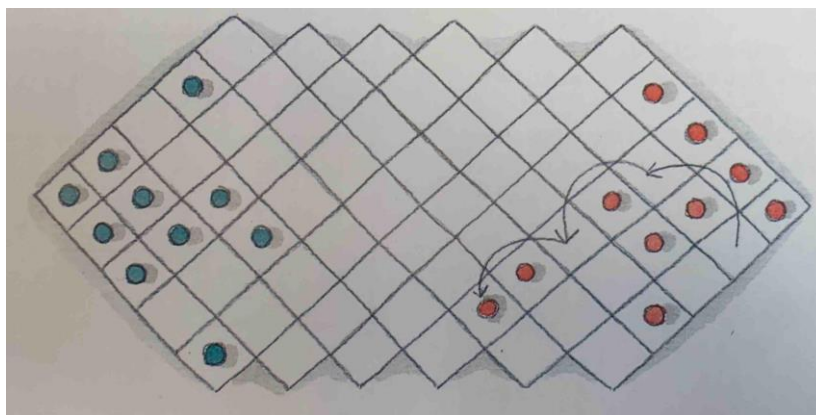


Figura 10: Ilustração de jogada no Jogo de Regra “Halma”

Fonte: ALLUÉ, Josep. **O Grande Livro dos Jogos:** Jogos de mesa. Belo Horizonte: Editora Leitura, 1998. 191 p. ISBN 85-7358-148-4.

Em ambos os jogos se percebe a necessidade de sua compreensão como um todo e a importância do uso da linguagem, em que cada movimento deve ser previamente testado internamente, até que venha a ser jogado. Tal sequência de fatos permite a resolução dos problemas propostos, em que o lúdico faz com que tais situações não gerem a aversão, mas sim ao apreço do desafio e, conseqüentemente, o desenvolvimento da habilidade de superar problemas, o que tem implicações diretas no dia a dia e na matemática, pois a resolução de outras situações passa por um processo de assimilação dos problemas que já foram resolvidos pelo indivíduo (OLIVEIRA, 2004, p.71).

2.4.3. Lançando foguetes

Esse é um jogo que desperta bastante interesse entre os alunos, o que é semelhante ao que é conhecido como Blackjack (ou, como é mais conhecido no Brasil, Vinte e Um), esse jogado com cartas de um baralho, em que o objetivo é alcançar o 21 ou chegar o mais próximo possível, a partir do momento em que o jogador recebe uma determinada quantidade de cartas, a depender de quanto apostou, como exemplo, 3 cartas a cada 2 unidades apostadas. Quem somar 21 ou o mais próximo disso, ganha, como traz Andrade (2017) em seu trabalho “Probabilidade Aplicada aos Jogos de Azar”, de modo que há o raciocínio lógico-matemático por trás de sua resolução, com a adição, comparação dos termos em questão.

Oliveira (1994) diz que o jogo está disposto em um CD-ROM, Mateworkshop, da Broderbund (1994), o qual há sua adaptação do digital para a sala de aula.

O jogo “Lançando Foguetes” é muito mais no pensar do que uma produção física, uma vez que sua composição se baseia em uma escolha de uma quantidade de foguetes, a qual pode

ser de, no máximo, 21, jogo esse que pode ser jogado por 2 ou mais adversários. Os oponentes vão optar por um número de foguetes entre 11 e 21 e a quantidade de foguetes que serão jogados por vez (OLIVEIRA, 2004, p. 80).

Imaginemos duas equipes, X e Y, as quais escolhem a quantidade total de foguetes sendo 14 e o número máximo jogado por vez sendo 3.

A equipe X lança 3 foguetes, podendo ter sido lançados 1, 2 ou 3.

A equipe Y lança também 3 foguetes

X lança mais 3, totalizando 9 foguetes lançados.

Diante disso, é necessária uma análise do próximo lançamento que será feito por Y. Se Y lançar 2 ou 3 foguetes dará a vitória para X, pois ela poderá, ao ser 3, lançar 2 foguetes e obter a vitória, pois $9+3=12$, e $12+2=14$. Por outro lado, se Y lançar 2 foguetes, X pode fazer o lançamento de 3, uma vez que $9+2=11$ e $11+3=14$, ambas as situações dando a vitória para a equipe X. No entanto, se Y lançar apenas 1, haverá a soma de $9+1=10$, o que faz com que qualquer jogada de A dê a vitória a B.

Percebe-se, assim, que, inicialmente pode haver uma certa afobação pelos valores a serem jogados, mas no decorrer do jogo há o aprendizado em relação a necessidade do controle antes da jogada, mostrando a importância da reflexão acerca da estratégia adotada, pois determinados lançamentos podem dar a vitória ao adversário.

3 METODOLOGIA DE PESQUISA

O presente trabalho apresenta uma abordagem qualitativa, com caráter crítico descritivo, focado nas análises sobre as possibilidades do uso de Jogos de Regras para o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático e suas relações com o processo de resolução de problemas em um ambiente lúdico pontuado por regras, em que essas situações estão ligadas a conteúdo do 9º ano do ensino fundamental.

3.1. Procedimentos da pesquisa

Essa pesquisa foi feita a partir de uma análise bibliográfica dos livros “Jogos de Resolução de Problemas” Oliveira (2004) e “O Grande Livro de Jogos” Allué (1998), tomando como base teórica as quatro fases da resolução de um problema descrito por Pólya em 1978, apresentados da seguinte forma: *I- Compreensão do problema, II-Estabelecimento de estratégia para a resolução, III-Aplicação da estratégia e, por fim, IV- Retrospecto*. Os jogos analisados foram selecionados 1 (um) de cada categoria descrita pelo livro.

Foram feitas leituras e análises de materiais relacionados a jogos e o ensino da matemática por meio da resolução de problemas, usando como base de dados o *Google acadêmico*, utilizando uma faixa de período entre 2019 até 2022, entre outros filtros, onde objetivou-se, a partir das leituras e estudos, entender as quatro fases da resolução de problemas traçadas por Pólya (1978) e, a partir delas, relacionar e produzir um plano de intervenção para o professor, para que, ao ler o que está proposto, se consiga utilizar do que Pólya (1978) e Córbalan (1998) dizem.

É importante ressaltar que há aspectos que não foram estudados e aprofundados durante a presente revisão de literatura, fazendo-se necessária a abordagem desses em pesquisas futuras, tais como a análise da quantidade de trabalhos que têm sido produzidos no decorrer dos anos sobre a temática jogos e o ensino da matemática, entendendo se há ou não um crescimento em termos quantitativos na área. Além disso, também não foram estudados e aprofundados aspectos relacionados a experiências vividas por professores e alunos sobre a resolução de problema e jogos de regras, fazendo-se necessário um estudo mais elaborado nesse quesito por parte do leitor e nas próximas pesquisas.

3.2. Teoria Metodológica e Instrumento de Análise

As quatro fases da resolução de um problema (PÓLYA, 1978) possuem etapas que estão interligadas diretamente aos objetivos específicos deste trabalho. Sendo assim, as quatro fases da resolução de um problema (PÓLYA, 1978) é o principal instrumento de análise da própria pesquisa, pois na metodologia em questão, o professor possui um papel muito importante em propor bons problemas, acompanhar e orientar os estudantes durante as resoluções, tendo-se como mediador, em que, além disso, coordena discussões sobre as resoluções.

Pólya (1978), em seu livro “A arte de resolver problemas”, traz as quatro fases da resolução de um problema (PÓLYA, 1978, p. 3-13), em que a primeira fase é a da compreensão do problema (PÓLYA, 1978, p. 3-4), pois não se pode pensar na resolução de uma situação sem que haja seu entendimento, para daí chegar na segunda fase, a de estabelecer um plano (PÓLYA, 1978, p. 4-8), etapa essa que Pólya (1978) diz ser o principal feito na resolução de um problema. Esse processo é dado internamente, após a interpretação do caso, de modo que a pessoa passa a pensar em várias possibilidades de resolução, fazendo uma triagem do que se sabe e pode ser usado, que já foi utilizado antes, e escolhendo o melhor caminho a ser seguido. Para a terceira fase, há a execução do plano (PÓLYA, 1978, p. 8-10), e, posteriormente, a quarta fase do processo de resolução de um problema, o retrospecto (PÓLYA, 1978, p. 10-13), onde é feita uma análise dos caminhos seguidos até chegar na resposta final, havendo uma reflexão sobre o que foi feito durante a resolução, se foi eficaz ou não.

Corbalán (1998) apresentou as relações entre a resolução de problemas matemáticos e o jogo de regras, uma vez que ele percebeu a relação entre as fases da Resolução de Problemas descritos por George Pólya (1978) e o processo de busca de alcançar alguns objetivos no jogo. Desse modo, foram feitas as respectivas aproximações por Córbalan (1998): Entendimento do jogo como um todo, com suas possibilidades e objetivos; criar estratégias e jogadas internamente, antes mesmo de jogar, buscando atingir o objetivo; colocar a estratégia planejada em jogo e observar se o objetivo foi alcançado, refletindo sobre o que foi feito.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Atualmente foi possível observar que há uma grande quantidade de materiais que fazem a relação entre jogos de regras e a resolução de problemas, permitindo que o professor tenha um maior campo de possibilidades de trabalho em sala de aula, chegando no abstrato da matemática a partir do lúdico dos jogos. A partir disso e do que foi trabalhado durante todo o material exposto, objetivou-se entender, a partir de alguns problemas e suas respectivas resoluções, a relação entre seu processo de ensino aprendido e a abordagem de jogos. Para isso, buscou-se lidar com cada problema e relacionando-a com um determinado jogo de “O Grande Livro de Jogos” Allué (1998), em cada uma das categorias exploradas no livro, para explicitar que, seguindo o que foi estudado, é possível se ter o que Córbalan (1998) relacionou entre a resolução de problemas e os jogos de regras. O professor de matemática pode explorar o ambiente lúdico, fazendo com que o estudante se habitue com a resolução de problemas, podendo lidar com qualquer situação adversa que exija dele criatividade e criticidade, o que tem implicação direta na aprendizagem de matemática por meio de situações problemas.

4.1. Problemas e suas resoluções

A análise combinatória é um dos núcleos da matemática discreta, a qual possui muitas aplicações em diferentes áreas, o que mostra ser um grande campo de investigações. De acordo com Roa e Navarro-Pelayo (2001), “os problemas combinatórios e as técnicas para sua resolução tiveram e têm profundas implicações no desenvolvimento de outras áreas da matemática como a probabilidade, a teoria dos números, a teoria dos autômatos e inteligência artificial, investigação operativa, geometria e topologia combinatória”. No entanto, quando se trata de ensino-aprendizagem do assunto na educação básica, é notório que há muitas dificuldades encontradas, o que faz necessária a busca por artifícios para melhorar esse aspecto.

O trabalho com a análise combinatória, especificamente com o Princípio Fundamental de Contagem, por meio da resolução de problemas, como visto nesse trabalho, é uma possibilidade pertinente, pois a autonomia dada ao estudante o permite buscar por si próprio o conhecimento, estando como agente no processo de ensino-aprendizagem, o que tem total relação com o que se entende do tema, pois a cada problema se tem um pensamento diferente associado, não sendo, portanto, possível sempre fazer a aplicação de fórmulas e esperar que tudo se resolva desse modo.

Nos PCN, BRASIL (2000), há a orientação de que a resolução de problema é uma importante estratégia de ensino, principalmente quando se fala de matemática, uma vez que se tem a característica de confrontar os estudantes, exigindo que eles usem tanto de artifícios compatíveis que já possuem quanto que criem estratégias de resolução, em que entendem a situação, estabelecem planos e relações, aplicam o que se pensou e também verifiquem as regularidades, de modo que se usa de próprios erros para se buscar alternativas, o que os ensinam a ter o hábito de pesquisar, organizar, validar soluções, bem como desenvolver em si a habilidade de raciocinar em situações, ter autoconfiança e amplia sua autonomia, argumentação e até mesmo comunicação.

Pesquisas como as de Batanero (1997) e Esteves (2001) mostram que o trabalho com a análise combinatória inicialmente sem o uso da sistematização, ou seja, sem fórmulas e suas simples aplicações, cultivando o uso da construção de diferentes agrupamentos, pode vir a facilitar a abordagem do tema em séries posteriores.

Pólya (1978), em seu livro “A arte de resolver problemas”, traz as quatro fases da resolução de um problema (PÓLYA, 1978, p. 3-13), em que a primeira é a fase de *compreender o problema* (PÓLYA, 1978, p. 3-4), pois não se pode pensar na resolução de uma situação sem que haja seu entendimento, para daí chegar na segunda fase, a de *estabelecer um plano* (PÓLYA, 1978, p. 4-8), etapa essa que Pólya (1978) diz ser o principal feito na resolução de um problema. Esse processo é dado internamente, após a interpretação do caso, de modo que a pessoa passa a pensar em várias possibilidades de resolução, fazendo uma triagem do que se sabe e pode ser usado, que já foi utilizado antes, e escolhendo o melhor caminho a ser seguido. Para a terceira fase, há a *execução do plano* (PÓLYA, 1978, p. 8-10), e, posteriormente, a quarta fase do processo de resolução de um problema, o *retrospecto* (PÓLYA, 1978, p. 10-13), onde é feita uma análise dos caminhos seguidos até chegar na resposta final, havendo uma reflexão sobre o que foi feito durante a resolução, se foi eficaz ou não.

Na metodologia de resolução de problemas, o professor possui um papel muito importante em propor bons problemas, acompanhar e orientar os estudantes durante as resoluções, tendo-se como mediador, em que, além disso, coordena discussões sobre as resoluções.

(SPAECE). Sr. Mário ganhou na loteria um carro novo. Na hora de receber o prêmio ficou sabendo que poderia fazer sua escolha entre 4 modelos diferentes: Gol, Fiesta, Pálio ou Corsa e também poderia escolher uma das 6 cores: azul, amarelo, verde, cinza, preto ou vermelho.

De quantas maneiras diferentes Sr. Mário poderá escolher o seu carro?

- A) 10
- B) 24
- C) 34
- D) 36
- E) 64

Figura 11: Problema utilizado no Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Fonte: Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará, 2010.

Seguindo o que disse Pólya, o estudante deve, inicialmente, *compreender o problema*, entendendo que há um total de quatro modelos diferente de carros e que cada um deles pode estar em qualquer das seis cores disponíveis, com Gol azul, amarelo, verde, cinza, preto ou vermelho, bem como qualquer outro modelo de automóvel. A partir disso, é possível *estabelecer um plano* para a resolução, compreendendo, a partir do conhecimento dos objetos em questão, pode-se listar o total de possibilidades e analisar caso a caso. Com isso, o aluno faz a *execução do plano*, determinando cada uma das possibilidades, e sabendo que se pode ter uma ou outra dessas expostas, uma vez que é possível ter apenas uma delas, mas que há um total de vinte e quatro possibilidades, pois para cada modelo de carro há 6 cores distintas disponíveis. Após isso há o *retrospecto* do que foi feito, onde o discente analisará sua estratégia seguida e visualizará se faz sentido o que foi encontrado após o feito.

(PROEB). Numa escola, foram adotados como uniforme: três camisetas com o logotipo da escola, nas cores branca, azul e cinza; dois tipos de calça comprida, jeans escuro e preta; e o tênis deve ser todo preto ou branco.

Considerando-se essas variações no uniforme, de quantas maneiras distintas um aluno pode estar uniformizado?

- A) 7
- B) 8
- C) 10
- D) 12
- E) 36

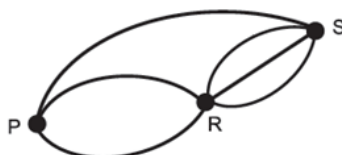
Figura 12: Problema utilizado no Programa de Avaliação da Rede Pública de Educação Básica de

Minas Gerais para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Fonte: Programa de Avaliação da Rede Pública de Educação Básica de Minas Gerais, 2019.

Seguindo o que foi feito no problema anterior, percebe-se que há a procura pela quantidade de maneiras do aluno estar uniformizado, em que se tem três possibilidades de camisetas, a depender da cor, as quais podem ser combinadas com qualquer uma das duas calças compridas e essa dupla (camiseta e calça) deve ser usada com qualquer dos tênis disponíveis. Entendendo o que está no enunciado, é possível ao estudante criar estratégias para a resolução da questão, onde se pode ter a listagem dos casos, como: Para a camisa azul há um total de dois modelos de calças compridas, jeans escuro ou preta. Se escolhida a jeans escuro há mais duas possibilidades de tênis, o preto ou o branco. Por outro lado, se escolher a preta, há as mesmas duas possibilidades de tênis, o preto ou o branco, mostrando que há um total de quatro possibilidades para cada uma das camisas escolhidas inicialmente. Ao se perceber isso, o estudante, no processo de aplicar o plano traçado para a resolução, entende que há doze casos possíveis de uniformes a serem usados.

(Supletivo 2010). Na figura, abaixo, estão representadas três cidades pelos pontos P, R, S e as seis rodovias existentes, que interligam essas cidades.



João partirá da cidade P em direção à cidade S.

Quantos trajetos diferentes João pode escolher para realizar essa viagem?

- A) 3.
- B) 6.
- C) 7.
- D) 9.
- E) 12.

Figura 13: Problema utilizado no exame Supletivo da Secretaria de Educação de Pernambuco para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Fonte: Exame Supletivo da Secretaria de Educação de Pernambuco, 2010.

É notório que a figura do exercício auxilia e muito na visualização e contagem dos caminhos a serem percorridos por João. O estudante percebe que ir de P para R tem um total de duas possibilidades, mas ir de R até S possui três possibilidades, ou seja, para cada um dos caminhos que ligam P a R tem-se três outros caminhos para se chegar a S, gerando um total de

seis possibilidades. No entanto, é possível ver que há um caminho direto de P para S, que é o sétimo possível. Assim, percebe-se que houve a compreensão do problema, o estabelecimento de um plano para a resolução, que foi contar caso a caso, a aplicação desse, que se fez contando-os e o retrospecto do que foi feito, vendo se são apenas sete ou não.

4.2. A compreensão do conteúdo e a resolução dos problemas a partir do jogo de regra

Corbalán (1998) faz uma aproximação entre o processo de jogar um jogo de regras e as fases da resolução de problemas que foram descritas por Pólya (1978), dizendo ser muito importante a formulação e a comprovação das hipóteses geradas pelos estudantes nesse processo, por meio da solução do problema proposto. Diante disso, o jogo é um meio que torna isso muito fácil, uma vez que, após a aplicação do plano traçado pelo jogador, a vitória é a confirmação de que ele aplicou da maneira correta o melhor caminho a ser seguido, sendo uma ótima forma de motivação. Ademais, como a aproximação dita acima, ele diz que a primeira fase, a de “compreender o problema”, tem relação com o entendimento dos componentes do jogo: peças, tipos de movimentos e como chegar ao seu objetivo, ou seja, a adaptação plena com o jogo; por sua vez, a segunda etapa, de “traçar um plano para a resolução do problema”, está relacionada a busca por estratégias para conseguir chegar ao objetivo do jogo, de modo que isso necessita que haja a interiorização dos movimentos e da relação do jogo em questão com alguns outros parecidos; quanto a terceira fase, a de “executar o plano traçado”, essa tem sua aproximação com o colocar em prática as estratégias pensadas; por fim, a de “retrospecto” possui sua equivalência com o processo de reflexão sobre o que foi seguido.

A partir do que disse Córbalan (1998), objetiva-se fazer a relação entre o processo de resolução de cada um dos respectivos problemas expostos acima com os seguintes jogos que se seguem, para que se observe o auxílio do uso de jogos para o desenvolvimento do pensamento matemático, mostrando que um planejamento de ensino pode ser baseado na resolução de problemas e no uso de jogos de regras, tornando o estudante mais crítico e criativo em todo o processo de ensino-aprendizagem.

Em “O Grande Livro dos Jogos”, o jogo “Damas” está posicionado seguindo a categoria de jogo de raciocínio, mais especificamente jogo de mesa, página 45, em que esse é formado por um tabuleiro estruturado por quadrados brancos e pretos, sendo necessárias 12 fichas de cada uma dessas duas cores, como segue na figura 14 abaixo:



Figura 14: Jogo de Damas.

Fonte: <https://www.pentagol.com.br/wp-content/uploads/2017/04/dama-trilha.jpg>. Acessado em: 06 de dezembro de 2022.

Deve-se colocar as fichas na posição inicial, tal como se vê na ilustração. Começando pelo jogador que ficará responsável pelas fichas pretas, cada um move uma de suas fichas de cada vez. Os movimentos das fichas são sempre para frente e na diagonal. Para realizar a captura da peça adversária, deve-se observar se o espaço após ela está livre e, a partir disso, saltar sobre ela, em que se pode acumular mais de um salto. Caso o possa-se capturar a ficha do oponente, mas o adversário não o faz, esse perde a peça numa espécie de “sopro”, pois é obrigatória a captura das peças. Ao chegar uma ficha na extremidade contrária do tabuleiro, essa se transforma em uma dama, o que dá a ela a característica de poder avançar ou retroceder mais de uma casa ao mesmo tempo. Essa também tem a obrigação de comer a peça ou poderá ser devorada a partir do “sopro”. O jogador que eliminar as fichas adversárias primeiro ganha o jogo.

Bem, entendendo o que é o jogo Damas é possível fazer a relação de sua jogatina com a resolução do problema da figura 11, usando do que disse Córban (1998), pois a compreensão do problema, sabendo que há quatro modelos de carros e seis disponibilidades de cores distintas é um pensamento parecido com o entendimento do jogo em si, sabendo a quantidade de peças, seus objetos no geral e suas regras, permitindo que um plano para a resolução seja traçado e, como feito na questão, em uma partida de Damas, o jogador consegue visualizar quais são as possibilidades de jogadas, como no caso em que se pode capturar mais de uma peça inimiga, mas para isso deve-se escolher entre essa jogada ou fazer um movimento menos arriscado, mas

capturar apenas uma das peças do oponente. Após essa fase, há a aplicação do que foi pensado, onde o jogador opta por capturar mais de uma das fichas do adversário, sabendo, após análises por meio da linguagem interna, que aquela seria, ainda que mais arriscada, a melhor das jogadas. Por fim, há o retrospecto do que foi feito e assim analisado se deu certo ou não, comprovando a hipótese seguida, o que é de extrema importância para o processo de ensino-aprendizagem do estudante. Por esse viés, é possível observar que o trabalho com o jogo permite que o estudante consiga administrar melhor seus pensamentos e ações na resolução de problemas, sendo um auxílio importante na compreensão de temas matemáticos.

Em “O Grande Livro dos Jogos”, o “Jogo de tênis de joelhos” está posicionado seguindo a categoria de jogos para ambientes fechados, mais especificamente jogos de rapidez e reflexos, página 80, em que esse é formado por uma corda, um balão e dois ou quatro jogadores. A partir disso, é necessário que se tome a corda e amarre suas extremidades de forma que essa fique paralela ao chão, 50 centímetros de altura. Os jogadores devem ficar ajoelhados. Enche-se o balão e inicia-se a partida, onde os jogadores devem dar um golpe no balão de seu lado para o lado oposto sem levantar-se do solo. Pode-se deixar que o balão encoste o chão uma vez antes de rebatê-lo. Se o balão, após receber um golpe, não ultrapassar o cordão ou o jogador levantar-se ou tocar mais de uma vez no balão, o oponente recebe a pontuação, de modo que o jogo acabará quando um deles atingir 15 pontos.

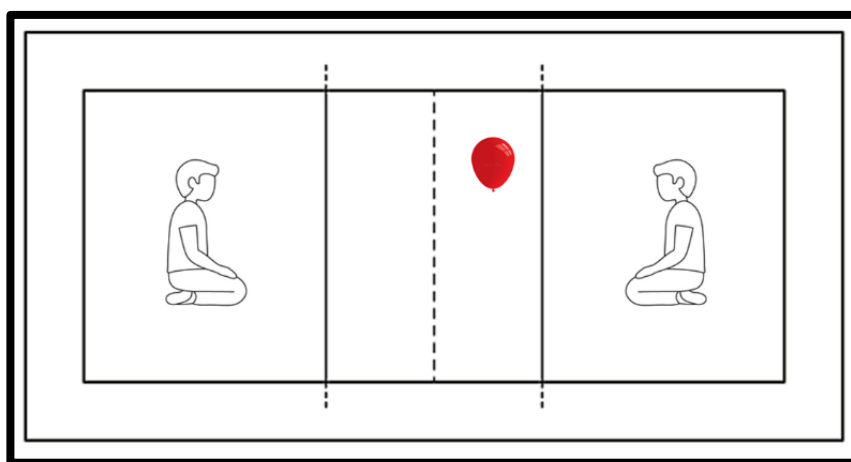


Figura 15: Ilustração do Jogo de tênis de joelhos.

Fonte: Própria.

Como feito no jogo e no problema anterior, é possível fazer a mesma relação entre o Problema da figura 12 e o *Jogo de tênis de joelhos*, onde o fato de estudante entender os objetos do jogo e quais suas regras, tais como a bexiga e a corda usada como rede e o fato de haver a necessidade de estar de joelhos e tocar na bola apenas uma vez faz com que haja a compreensão do que se deve ser feito tanto para conseguir pontuar positivamente quanto de não perder

pontos, o que possui relação direta com o ato de contar a quantidade de possibilidades que há para cada camisa e listá-las a partir do entendimento do que se pede no enunciado, gerando um maior aproveitamento no tempo de planejamento de resolução e aplicação dele. Ao aplicar uma determinada jogada pensada, como a de bater mais forte ou mais fraco no balão, a depender das condições apresentadas, tem-se a relação com a listagem das possibilidades na questão, uma vez que ela é feita após a decisão de que esse é o possível melhor método a ser seguido. Após aplicada a jogada, há a análise quase que imediata de que deu certo ou não, pois a jogada bem-sucedida fica evidente no jogo logo após sua execução, permitindo o retrospecto do estudante após a aplicação de todas as fases da resolução de problemas e a internalização do passo a passo em uma resolução, seja em um problema matemático ou em um jogo de regras.

Em “O Grande Livro dos Jogos”, o jogo “Polícia e ladrão” está posicionado seguindo a categoria de jogos para ambientes abertos, mais especificamente jogo de perseguição, página 145, em que esse é formado por oito ou mais jogadores, em que não há a necessidade de uso de material algum. Deve-se dividir os jogadores em duas equipes, onde uma delas será a polícia, enquanto a outra serão os ladrões. É necessária a determinação do local em que ficará a prisão, para daí se começar o jogo. A partir disso, a perseguição se inicia, em que a polícia busca prender os ladrões, de modo que ao pegá-los, deve conduzi-los à prisão. Nenhum ladrão pode fugir da cadeia, a menos que outro ladrão solto o toque, libertando-o. Assim que todos os ladrões são capturados, os papéis invertem-se e o jogo volta a se iniciar.

Seguindo as relações feitas entre os problemas e os jogos anteriores, o Problema da figura 13 trata da situação em que João precisa ir de uma cidade P a S, onde pode passar ou não pela cidade intermediária R, seguindo os caminhos possíveis. Sabendo como o estudante pode resolver a questão proposta, exposto acima, é possível perceber a relação com a resolução de problemas encontrados no jogo Polícia e Ladrão, onde há a resolução de situações pelos dois grupos de jogadores, a polícia e os ladrões. Inicialmente, é necessário que o estudante entenda os objetivos, objetos e regras do jogo, para que daí, ao de decidir o que será na partida, consiga traçar planos para seguir e resolver as situações. No caso da polícia, é importante que o grupo saiba administrar o território para capturar os ladrões e não os deixar escapar, o que faz necessário pensar em métodos de se espalhar a ponto de deixar alguém na guarda da prisão. Ao executar o plano, é possível saber logo se deram certo ou não as estratégias pensadas durante a linguagem interna de cada um e a externa, entre o grupo, por meio da análise dos objetivos alcançados, fazendo o retrospecto do que foi feito. Para o lado dos ladrões, também é necessário que se espalhem e se escondam dos policiais, mas sempre deixando alguma pessoa observando

a prisão, esperando algum vacilo do oponente para que seja solto o colega. A partir dessas visões, seguindo as quatro fases para a resolução de problemas expostas por Pólya (1978), é notória a relação que Córbalan (1998) faz entre o método e os jogos de regras, observando que é possível a condução do pensamento de resolução de situações problemas pelos alunos a partir da lógica usada nos jogos.

4.3. Plano de intervenção a partir das relações expostas

A partir do que foi apresentado, a apresentação dos problemas, suas resoluções e relações da aprendizagem a partir dos jogos, é possível que o professor tenha um plano de ensino seguindo a resolução dos problemas acima e o uso dos jogos, objetivando que o estudante consiga seguir cada etapa da resolução de problemas, o que o auxiliará na aquisição conhecimentos matemáticos. Do mesmo modo que o estudante deve seguir as quatro fases descritas por Pólya (1978) para resolver um problema, o planejamento deve ser baseado nas fases e, além disso, o professor, ao produzir a aula, deve segui-las, chegando na resolução do problema encontrado, que é fazer com que o estudante compreenda o que se passa.

PLANEJAMENTO DE ENSINO

HALISON DA SILVA SANTOS

INFORMAÇÕES SOBRE A CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA E DA(S) TURMA(S)

Escola:

Gestor:

Turma:

Professor das turmas:

Turno:

TEMA DA REGÊNCIA

Análise combinatória

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM E CONTEÚDO

-Lidar com qualquer tipo de problema e buscar ferramentas para resolvê-los.

-Respeitar todas as fases da resolução de um problema descritas por Pòlya (1978).

-Estudar o Princípio Fundamental de Contagem (PFC) gradualmente como um artifício para determinar mais facilmente problemas que exigem as possibilidades de escolha de algo.

-Ter o jogo de regras como artifício para a aprendizagem da matemática

ATIVIDADES A SEREM REALIZADAS, EXPLICITANDO OS ENUNCIADOS, O TEMPO PREVISTO, OS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E OS RECURSOS DIDÁTICOS.

-Trabalho com três jogos de regras a serem jogados em grupos pelos estudantes, Damas, Tênis de joelhos e Polícia e ladrão.

Inicialmente, ao serem apresentados os jogos, por meio de slides explicativos, objetiva-se que os alunos entendam suas regras, objetivos e objetos, para que compreendam o problema a ser resolvido em cada um deles. Após isso, espera-se que, com a condução do docente para que iniciem as partidas, haja o estabelecimento de um plano para a resolução, seja ele discutido internamente via linguagem ou externamente, em grupo, até que seja aplicado pelo aluno ou sua equipe e, posteriormente, se tenha o retrospecto, refletindo sobre o procedimento seguido. (1h)

Jogo Damas

Em “O Grande Livro dos Jogos”, o jogo “Damas” está posicionado seguindo a categoria de jogo de raciocínio, mais especificamente jogo mesa, página 45, em que esse é formado por um tabuleiro estruturado por quadrados brancos e pretos, sendo necessárias 12 fichas de cada uma dessas duas cores, como segue na imagem abaixo

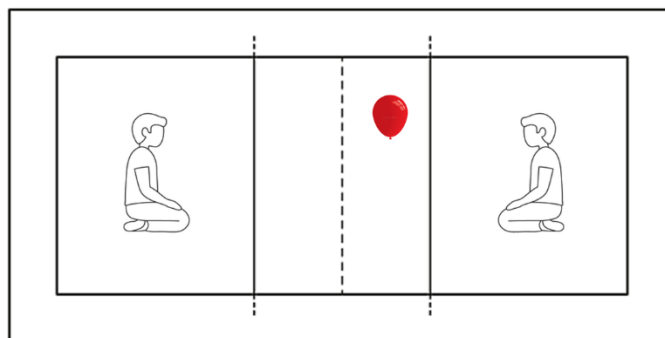


Deve-se colocar as filhas na posição inicial, tal como se vê na ilustração. Começando pelo jogador que ficará responsável pelas fichas pretas, cada um move uma de suas fichas de cada vez. Os movimentos das fichas são sempre para frente e na diagonal. Para realizar a captura da peça inimiga, deve-se observar se o espaço após ela está livre e, a partir disso, saltar sobre ela, onde se pode acumular mais de um salto. Caso o possa-se capturar a ficha do oponente, mas o adversário não o faz, esse perde a peça numa espécie de “sopro”, pois é obrigatória a captura das peças. Ao chegar uma ficha na extremidade contrária do tabuleiro, essa se transforma em uma dama, o que dá a ela a característica de poder avançar ou retroceder mais de uma casa ao mesmo tempo. Essa também tem a obrigação de comer a peça ou poderá se devorada a partir do sopro. O jogador que eliminar as fichas adversárias primeiro ganha o jogo.

Jogo de tênis de joelhos

Em “O Grande Livro dos Jogos”, o “Jogo de tênis de joelhos” está posicionado seguindo a categoria de jogos para ambientes fechados, mais especificamente jogos de rapidez e reflexos, página 80, em que esse é formado por uma corda, um balão e dois ou quatro jogadores. A partir disso, é necessário que se tome a corda e amarre suas extremidades de forma que essa fique paralela ao chão, 50 centímetros de altura. Os jogadores devem ficar ajoelhados. Enche-se o balão e inicia-se a partida, onde os jogadores devem dar um golpe no balão de seu lado para o lado oposto sem levantar-se do solo. Pode-se deixar que o balão encoste o chão uma vez antes de rebatê-

lo. Se o balão, após receber um golpe, não ultrapassar o cordão ou o jogador levantar-se ou tocar mais de uma vez no balão, o oponente recebe a pontuação, de modo que o jogo acabará quando um deles atingirem 15 pontos.



Jogo Polícia e ladrão

Em “O Grande Livro dos Jogos”, o jogo “Polícia e ladrão” está posicionado seguindo a categoria de jogos para ambientes abertos, mais especificamente jogo de perseguição, página 145, em que esse é formado por oito ou mais jogadores, em que não há a necessidade de uso de material algum. Deve-se dividir os jogadores em duas equipes, onde uma delas será a polícia, enquanto a outra serão os ladrões. É necessária a determinação do local em que ficará a prisão, para daí se começar o jogo. A partir disso, a perseguição se inicia, em que a polícia busca prender os ladrões, de modo que ao pegá-los, deve conduzi-los à prisão. Nenhum ladrão pode fugir da cadeia, a menos que outro ladrão solto o toque, libertando-o. Assim que todos os ladrões são capturados, os papéis invertem-se e o jogo volta a se iniciar.



-Apresentação de três problemas de análise combinatória para a resolução dos alunos e discussão posterior em sala, convidando-os para expor suas ideias no quadro.

Para isso serão expostos três problemas sobre o tema, um a um, para que o estudante os entenda passo a passo, seguindo o mesmo raciocínio interiorizado pelos jogos, e que possuem relação direta para a resolução de um problema de matemática. Com isso, será solicitada a resolução os problemas e a discussão em sala de aula. (1h)

1-

(SPAECE). Sr. Mário ganhou na loteria um carro novo. Na hora de receber o prêmio ficou sabendo que fazer sua escolha entre 4 modelos diferentes: Gol, Fiesta, Pálio ou Corsa e também poderia escolher um cores: azul, amarelo, verde, cinza, preto ou vermelho.

De quantas maneiras diferentes Sr. Mário poderá escolher o seu carro?

- A) 10
- B) 24
- C) 34
- D) 36
- E) 64

2-

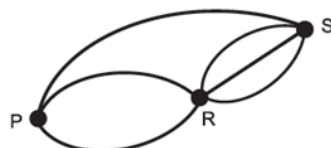
(PROEB). Numa escola, foram adotados como uniforme: três camisas com o logotipo da nas cores branca, azul e cinza; dois tipos de calça comprida, jeans escuro e preta; e o tênis de todo preto ou branco.

Considerando-se essas variações no uniforme, de quantas maneiras distintas um aluno pode uniformizado?

- A) 7
- B) 8
- C) 10
- D) 12
- E) 36

3-

(Supletivo 2010). Na figura, abaixo, estão representadas três cidades pelos pontos P e S e as seis rodovias existentes, que interligam essas cidades.



João partirá da cidade P em direção à cidade S.

Quantos trajetos diferentes João pode escolher para realizar essa viagem?

- A) 3.
- B) 6.
- C) 7.
- D) 9.
- E) 12.

INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO.

Haverá a aplicação de uma avaliação formativa, de tal modo que durante todo o processo de aulas, o estudante estará em situação de observação, onde serão levantadas perguntas sobre o que foi entendido dos enunciados, quais as possibilidades de caminhos a serem seguidos e como aplicá-los, tanto inicialmente durante a resolução de problemas quanto durante as explicações, sobre cada uma das temáticas e observadas as respostas de cada um, analisando-se a participação, dicção e o conhecimento em relação ao assunto apresentado.

Pozo e Echeverría (1998) dizem que a resolução de problemas tem como característica a apresentação de problemas abertos que solicita do aluno que tenham atitude ativa, esforçando-se para buscar respostas próprias, gerando seu próprio conhecimento. Tal metodologia mescla seus objetivos e resultados, fazendo com que o estudante tanto utilize procedimentos já consolidados por si quanto domine conhecimentos novos, fazendo com que chegue em respostas às questões.

Ademais, após todas as resoluções dos problemas expostos, haverá um questionário sobre o retrospecto a ser feito sobre todas as soluções. Nisso, tanto os estudantes devem fazer quanto o professor, pois essa fase tem total ligação com seu trabalho docente, onde o professor deve fazer uma avaliação sobre como foi a aprendizagem do aluno e se as estratégias seguidas por ele nas explicações e

trabalhos em sala de aula surtiram o efeito desejado, seguindo, assim, as ideias de Córbalan (1998) com a relação entre as quatro fases da resolução de problemas descritas por Pólya (1978)

Relacionar os passos seguidos na resolução dos problemas dos jogos e dos problemas nas questões.

4.4. Possibilidades e limitações do uso de jogos na sala de aula

De acordo com o que pensam Kishimoto (2007) e Huizinga (2007), percebe-se que os jogos são, para o aprendizado em geral, uma ferramenta importante, em que a aplicação de atividades lúdica nas salas de aulas é um método para se aumentar a motivação dos alunos, pois a ferramenta gera um modo didático e divertido para se aprender. A partir disso, é possível que se confronte a falta de interesse dos alunos da educação básica em relação ao ensino-aprendizagem da matemática. É durante a aplicação de uma atividade lúdica voltada para o ensino que se pode gerar um ambiente mais propício para o aprendizado. Ademais, a partir do que foi visto, percebe-se que o raciocínio lógico do estudante é estimulado durante todo o processo de resolução de um determinado problema em um jogo de regras.

O trabalho com jogos permite a criação de um ambiente lúdico que auxilia no processo de aprendizagem da matemática, uma vez que há melhores condições para o diálogo, o que se mostra diferente da sala de aula tradicional. No processo de se divertir ao estudar, é possível contatar o abstrato trazido pela disciplina, mas levando o estudante a enxergar o concreto quando nisso há o professor como mediador do processo. Pereira e Bianco (2019) dizem que “No caso das atividades lúdicas, o professor é o mediador do conhecimento, enquanto também é o “árbitro” que gerencia as regras do jogo”. Rodrigues (2001) diz que o jogo representa importante contribuição no processo de aprendizagem, como também estimula a vida social do jogador, uma vez que é uma atividade que responde às necessidades lúdicas, intelectuais e afetivas.

“As aulas de Ciências e Matemática que utilizam os jogos como estratégias de ensino tem se mostrado muito mais atraente para os alunos, pois os jogos são uma ferramenta fundamental no processo de ensino-aprendizagem, pois podem auxiliar o aluno na tomada de decisões, aprimoram a observação, a paciência e a curiosidade” (PEREIRA E BIANCO, 2019).

Ainda de acordo com Pereira e Bianco (2019), em um de seus trabalhos, onde foi feita uma pesquisa de campo, onde alguns dos alunos entrevistados após o trabalho com jogos como artifício para a aprendizagem de ciências e matemática, relataram que conceitos de difícil compreensão foram desenvolvidos, o que auxiliou no desenvolvimento de estratégias para resolver as situações-problemas encontrados nos jogos e também foi percebido que o processo auxiliou no aprendizado relacionado a tomada de decisões, tanto em escolher o método a ser usado na resolução das situações-problemas quanto na avaliação deles antes de aplicá-los.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo tratou da análise de materiais sobre os jogos de regras e a resolução de problemas. Procurou-se identificar a relação que há entre ambas as temáticas e sua aplicação no ensino da matemática, de modo a tornar a aprendizagem mais acessível através do lúdico.

Foi observado que a resolução de problema é um artifício muito importante para o ensino-aprendizagem da matemática, pois permite que o estudante saia de uma posição de inércia quanto a seu aprendizado e passe a ser o principal agente nele. Por isso, é importante o que a metodologia causa nos estudantes, fazendo com que o educando lide com o novo, fazendo com que busque resolver determinada situação, em que parte de uma condição de equilíbrio para o desequilíbrio e daí então buscar um novo equilíbrio, de modo que indaga sobre o tema em questão, formulando hipóteses, analisando e revisando o caminho seguido por ele (SILVA e BRANELLI, 2009).

Ainda, foi compreendido que os jogos de regras são uma possibilidade bastante interessante nesse processo de resolução de problemas, uma vez que desde sua compreensão sobre o que é o jogo, seus objetos e suas regras até a aplicação da estratégia de resolver a situação exposta na jogada e a análise do que foi feito, há uma ligação direta com a resolução de problemas matemáticos, levando o discente a entender o passo a passo até o êxito, sendo mais crítico e criativo e desenvolvendo habilidades importantes relacionadas à disciplina em questão e também em seu âmbito social. É importante haver pesquisas que analisem a crescente ou decrescente quantidade de materiais produzidas ano a ano sobre jogos e o ensino da matemática, bem como o interesse na busca por esses materiais, para que se analise essas tendências ano a ano e, posteriormente, haja um maior incentivo a busca de não se ter o que Braathen (2012) chama de abordagem mecânica, e sim um discente atuante em todo o processo. “A abordagem mecânica ocorre com a incorporação de um conhecimento novo de forma arbitrária, ou seja, o aluno precisa aprender sem entender do que se trata ou compreender o significado do porquê.” (BRAATHEN, 2012, p. 65).

Vimos que há uma riqueza muito grande ao se ensinar e se aprender por meio do divertido, do lúdico, pois essa possibilidade instiga o aluno a lidar com determinadas situações da vida real depois de ter enfrentado situações um tanto que embaraçosas quando se trata de tomadas de decisões desse ambiente do aprender brincando.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA, Paulo Nunes. Educação Lúdica: Técnica e Jogos Pedagógicos. SP: Loyola, 1990.
- ALMEIDA, A. L. ; FERREIRA, A. C. . Aprendendo análise combinatória através da resolução de problemas: um estudo com classes de 9 ano do ensino fundamental e 2 ano do ensino médio. In: **XII EBRAPEM Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática**, 2008, Rio Claro. Educação Matemática: possibilidades de interlocução, 2008.
- ALLUÉ, Josep. **O Grande Livro dos Jogos**: Jogos de mesa. Belo Horizonte: Editora Leitura, 1998. 191 p. ISBN 85-7358-148-4.
- Anderson, J (2000). The Rulefor Thought. Ln: Levy, B. e Shreiber, E. S. Secrets of the Mind. CD-Rom Montparnasse Multimedia, Ubi Soft Hypermind.
- ANDRADE, Rafael. A Probabilidade Aplicada aos Jogos de Azar: Blackjack. **PROFMAT**, Universidade Federal da Paraíba, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT, 2017.
- BATANERO; C. Razonamiento combinatorio en alumnos de secundaria. Educación Matemática, 8(1), 26-39. 1997.
- BORIN, J. Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática. São Paulo: IME – USP, 1996. 110 p.
- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. PCN+ ensino médio: orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, [s.d.]. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em: 27 nov. 2022.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio. Brasília: **MEC**, p. 364, 1999.
- Borba, M. C.; Penteado, M. G. **Informática e educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2001.
- BORBA, F. S. Dicionário UNESP do Português Contemporâneo. Curitiba: Piá, 2012.
- Buscema, M. (1998). Self-Reflexive Networks. Substance Use e Misuse, vol. 33(2) jan/1998, p.409-438.
- Braathén, C. P. **Aprendizagem mecânica e aprendizagem significativa no processo de ensino-aprendizagem de química**. Revista Eixo, V.1, n.1, p. 74-86, 2012
- Corbalán, F. **Juegos Matemáticos para Secundaria Y Bachillerato**. Madrid: Editorial Síntesis, 1998. 2771 p.
- Crawford, C., 2003. *Chris Crawford on Game Design*, New Riders Games.

Damásio, A. O erro de Descartes: emoção, razão e cérebro humano. São Paulo: Companhia das Letras. 1994.

Damásio, A. O mistério da consciência. São Paulo: Companhia das Letras. 2000.

Dante, Luiz Roberto. **Criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática**. Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Tese de Livre Docência, 1988.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris**: 9º ano: ensino fundamental, anos finais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2020. 312 p.

ECHEVERRÍA, M. D. P. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J. I. (org.). A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 44-65.

ESTEVES, Inês. Investigando os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos – 8ª série do ensino fundamental. 2001. 203 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

ECHEVERRÍA, M. D. P. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J. I. (org.). A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: **ArtMed**, p. 44-65, 1998.

FIORENTINI, D. Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação. 1994. 414f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1994.

GRANDO, R.C.; O conhecimento Matemático e o uso de jogos na sala de aula. Campinas: FE/UNICAMP. Tese de Doutorado, 2000. 183 p.

GRANDO, R.C.; O jogo e a matemática no contexto da sala de aula. São Paulo: Paulos, 2004. 115 p.

Grando, R. C.; Marco, F. F. O Movimento da Resolução de Problemas em Situações com Jogo na Produção do Conhecimento Matemático. In: Mendes, J.R; Grando, R. C. (Org.) **Múltiplos Olhares: Matemática e Produção de conhecimento**. 2006. P. 95-118.

HORNES, Andréia; GRACHINSKI, Leonardo; SILVA, Sani; KOSCIANSKI, André. OS JOGOS COMPUTACIONAIS NO ENSINO DE FÍSICA. **Encontro Nacional em Pesquisa em Educação em Ciências**, Florianópolis, 9 nov. 2009.

Juul, J., *A Casual Revolution: Reinventing Video Games and Their Players*, The MIT Press. 2009.

KISHIMOTO, T. M. *O jogo, brinquedo, brincadeira e a educação*. São Paulo: Editora Cortez, 2007.

LIMA, K.S.; Compreendendo as concepções de avaliação de professores de física através da teoria dos construtos pessoais. 163f. 2008. Dissertação (Ensino das Ciências). Departamento de

Educação, Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2008.

M. J. C. E; BRENELLI, R. P. **As relações entre o jogo de regras e a resolução de problemas matemáticos.** Revista de Educação (Itatiba), v. 12, o. 105-116, 2009.

Mathworkshop: CD-Rom. Broderbund Software. Novato, Califórnia, 1994.

MIZUKAMI, M.G.N.; Ensino: as abordagens do processo. São Paulo: EPU, 1986.

MORGADO, A. C. et al. **Análise Combinatória e Probabilidade.** Rio de Janeiro: IMPA/VITAE, 2001

Neves, D. J; R, R. M. **O processo de ensino-aprendizagem do conceito de função: um estudo na perspectiva da teoria histórico-cultural.** Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.18, n2, pp. 599-625 2016

PEREIRA, M. D. ; BIANCO, L. C. M. S. . Os jogos no ensino de ciências e matemática: suas possibilidades de aplicações e suas limitações. **SCIENTIA VITAE**, v. 7, p. 37-41, 2019.

"O Lúdico e o Papel do Jogo na Aprendizagem Infantil" em *Só Pedagogia*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2022. Consultado em 27/09/2022 às 06:43. Disponível na Internet em http://www.pedagogia.com.br/artigos/o_ludico/index.php?pagina=1

Oliveira, V. B. (2003). A compreensão de sistemas simbólicos. In: Oliveira, V. B. e Bossa, N. A. (Orgs.) Avaliação psicopedagógica da criança de sete a onze anos. 11. Ed. Petrópolis: Vozes, p. 15-46.

Oliveira, V. B. (1998). O símbolo e o brinquedo. 2. Ed. Petrópolis: Vozes.

Oliveira, V. B. **Jogos de Regras e a Resolução de Problemas.** 1. Ed. Petrópolis – RJ: Editora Vozes, 2004. V. 1. 92p

Onuchic, L.de la R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDOS, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática.** São Paulo: Editora UNIVESP, 1999.

Onuchic, L.de la R. A resolução de problemas e o trabalho de ensino-aprendizagem na construção dos números e das operações definidas sobre eles. **Anais do VII Encontro Nacional de Educação Matemática.** Universidade Federal de Pernambuco: Recife, 2004.

Onuchic, L.de la R.; Allevato, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; Borba, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento.** São Paulo: Cortez, 2004.

Piaget, J. (1973). Biologia e conhecimento. Petrópolis: Vozes [Coleção Psicologia da Inteligência. Trad. F. M. Guimarães].

PIAGET, J. **Psicologia e Pedagogia.** Trad. Dirceu Accioly Lindoso e Rosa Maria Ribeiro da Silva. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1976.

Piaget, J. (1978). A formação do símbolo na criança: imitação, jogo e sonho, imagem e representação. 3. Ed. Rio de Janeiro: Zahar [trad. A. Cabral].

PINTO, N. B. E; SOARES, M. T. C. **Metodologia da Resolução de Problemas** Disponível em <<http://www.ufrj.br/emanped/>>. Acesso em 27/09/2022

POLYA, G. **Arte de Resolver Problemas. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1978.**

PONTES, E.A.S. . Modelo de ensino e aprendizagem de matemática baseado em resolução de problemas através de uma situação problema. **Revista Sítio Novo**, v. 2, p. 44-56, 2018.

Prado, L. P. e Faria, M. L. Guia para Novatos: O que é jogo?. **SULDESIGN CIENTÍFICO**, 2016

ROA, Rafael e NAVARRO-PELAYO, Virginia. Razonamiento Combinatorio e Implicaciones para la Enseñanza de la Probabilidad. **Jornadas europeas de estadística**, Ilhas Baleares, 10 e 11 de outubro de 2001.

RODRIGUES, M. O desenvolvimento do pré-escolar e o jogo. Ed Vozes, Petrópolis – Rio de Janeiro, 2001.

ROMANATTO, M. C; **Resolução de problemas nas aulas de matemática**. Revista Eletrônica de Educação (São Carlos), v. 6, p. 299-331, 2012.

Saviani, D. **Educação: do senso comum à consciência filosófica**. Capinas/SP: Autores Associados, 2000.

SÃO PAULO. Secretaria de Educação. 8º ano Ensino Fundamental: Matemática. **Aprender Sempre**, [s. l.], 2020.

SOARES, M. T. C., PINTO, N. B. Metodologia da resolução de problemas. In: 24ª Reunião ANPED, 2001, Caxambu. Disponível em: <http://www.anped.org.br/reunioes/24/tp1.htm#gt19> . Acesso em 01/11/2022.

SILVA, M. J. C. E; BRENELLI, R. P. **As relações entre o jogo de regras e a resolução de problemas matemáticos**. Revista de Educação (Itatiba), v. 12, o. 105-116, 2009.

<http://clubes.obmep.org.br/blog/torre-de-hanoi/>. Acesso em 01/11/2022 às 15:08

<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>. Acesso em 03/11/2022 20:05

<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em 03/11/2022 às 20:04

https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2016/2016_PV_impresso_D2_C D7.pdf. Acesso em 02/11/2022 às 10:00

https://acervo.fuvest.br/fuvest/2010/fuv2010_1fase_prova_V.pdf. Acesso em 02/11/2022 às 10:10

Xexéo, Geraldo. **O que são jogos: Introdução ao objeto de pesquisa do LUDS**. Filiação: Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE UFRJ) - Programa de Engenharia de Sistemas e Computação (PESC), 2013.