



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CARTOGRÁFICA

ALEX GALDINO GOMES DA SILVA

**AJUSTE DE REDE GNSS COM O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS
UTILIZANDO SOFTWARE LIVRE**

RECIFE

2021

ALEX GALDINO GOMES DA SILVA

**AJUSTE DE REDE GNSS COM O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS
UTILIZANDO SOFTWARE LIVRE**

Trabalho de conclusão de curso apresentado a Universidade Federal de Pernambuco e ao Centro de Tecnologia e Geociências como requisito parcial para a obtenção do título de Grau de Bacharel em Engenharia Cartográfica e de Agrimensura.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Jaime Bezerra
Mendonça

RECIFE
2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do
SIB/UFPE

Silva, Alex Galdino Gomes da.

Ajuste de rede GNSS com o método dos mínimos quadrados
utilizando software livre / Alex Galdino Gomes da Silva. - Recife,
2021.

46 : il., tab.

Orientador(a): Francisco Jaime Bezerra Mendonça

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade
Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências,
Engenharia Cartográfica e de Agrimensura - Bacharelado, 2021.
Inclui referências, apêndices.

1. Rede GNSS. 2. Método dos mínimos quadrados. 3. Software
livre. I. Mendonça, Francisco Jaime Bezerra. (Orientação). II.
Título.

620 CDD (22.ed.)

ALEX GALDINO GOMES DA SILVA

**AJUSTE DE REDE GNSS COM O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS
UTILIZANDO SOFTWARE LIVRE**

Trabalho de conclusão de curso apresentado a Universidade Federal de Pernambuco e ao Centro de Tecnologia e Geociências como requisito parcial para a obtenção do título de Grau de Bacharel em Engenharia Cartográfica e de Agrimensura.

Aprovado em: 16 de setembro 2021

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr.Francisco Jaime Bezerra Mendonça

Orientador

Profa. Dra. Maria de Lourdes de Aquino Macedo Gonçal

Examinadora Interna

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela vida e por me conceder sabedoria durante toda minha trajetória até aqui. A minha Mãe, Maria do Carmo Araujo Galdino, que partiu pouco tempo antes de eu escrever este trabalho, na qual agradeço pela vida que me deu e que sou eternamente grato. Além disso, sou grato por todo ensinamento aprendido com ela e por todo seu esforço para que seu filho conseguisse se tornar um engenheiro. Espero que por onde ela estiver esteja feliz vendo o que parecia um sonho, tornando-se realidade. Te amo para sempre, Mãe. Agradeço, também, a minha companheira Maiara Souza que me apoiou e sempre esteve comigo nos dias mais difíceis desta trajetória.

RESUMO

O Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) do Curso de Graduação em Engenharia Cartográfica e de Agrimensura, da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), apresenta o ajuste de uma rede de coordenadas tridimensional, obtidas com a utilização de receptores de GNSS, considerando o método dos mínimos quadrados e utilizando software livre e aberto. A pesquisa ocupou marcos geodésicos da Rede de Referência Cadastral da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) com o objetivo de permitir a conferência dos resultados. O método permite o ajuste de rede com grandes dimensões e divulga a possibilidade de ajuste de rede GNSS sem a necessidade de pagar licença a programas privados. Acompanha, no anexo, o programa em linguagem do Scilab com o algoritmo de cálculo do projeto.

palavras-chave: *Rede GNSS; Método dos Mínimos Quadrados; programa livre; Scilab.*

ABSTRACT

The Final Course Paper (TCC) of the Graduate Course in Cartographic Engineering and Surveying at the Federal University of Pernambuco presents the Adjustment of a three-dimensional coordinate network, obtained with the use of GNSS receivers, considering the method of least squares and using free and open software. The research occupied geodetic landmarks of the Federal University of Pernambuco Cadastral Reference Network with the objective of allowing the conference of results. The method allows large network tuning and discloses the possibility of GNSS network tuning without the need to pay licence to private programs. Accompanies, in the annex, the program in Scilab language with the project's calculation algorithm included.

key-words: *GNSS coordinate network; The method of least squares; free software; Scilab.*

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Coordenadas Cartesianas Geocêntricas.....	13
Figura 2 –	Gráfico de região de aceitação do valor amostral do χ^2	17
Figura 3 –	Percentual da distribuição de Qui-Quadrado χ^2	17
Figura 4 –	Área de Estudo Localizando os Marcos Geodésicos na UFPE.....	21
Figura 5 –	Representação das Linhas de Bases no Software Topcon Tools.....	22
Figura 6 –	Tempo de ocupação das Linhas de Base no Software Topcon Tools.	22
Figura 7 –	Monografia do marco geodésico EPS-02.....	34
Figura 8 –	Monografia do marco geodésico EPS-03	35
Figura 9 –	Monografia do marco geodésico EPS-04.....	36
Figura 10–	Monografia do marco geodésico EPS-06.....	37
Figura 11–	Valores dos Percentis para a Distribuição de Qui-Quadrado χ^2	45

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Linhas de Base e de Precisão.....	24
Tabela 2 –	Coordenadas Geocêntricas dos Pontos de Controle	25
Tabela 3 –	Vetor das Observações.....	25
Tabela 4 –	Matriz das Covariâncias das Observações.....	26
Tabela 5 –	Matriz Design A.....	26
Tabela 6 –	Matriz dos Pesos P.....	27
Tabela 7 –	Matriz Variância-Covariância dos Parâmetros Ajustados.....	27
Tabela 8 –	Matriz Variância-Covariância das Observações Ajustadas....	28
Tabela 9 –	Coordenadas Geodésicas.....	29
Tabela 10 –	Desvio-Padrão dos Parâmetros Ajustados.....	29
Tabela 11 –	Observações Ajustadas.....	29
Tabela 12 –	Desvio-Padrão das Observações Ajustadas.....	30
Tabela 13 –	Resíduos das Observações.....	30
Tabela 14 –	Variância <i>A Posteriori</i>	31
Tabela 15 –	Qui-Quadrado.....	31
Tabela 16 –	Valores Obtidos no TCC.....	31
Tabela 17 –	Valores Oficiais	32
Tabela 18 –	Diferença Entre as Coordenadas	32

LISTA DE SIGLAS

MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
GNSS	Global Navigation Satellite System
RTK	Real Time Kinematic
MVC	Matriz Variância-covariância
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	OBJETIVO GERAL	12
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	12
2	REFERENCIAL TEÓRICO	13
2.1	Rede GNSS.....	13
2.1.1	Coordenadas de Rede GNSS.....	13
2.2	Ajustamento das Observações.....	14
2.3	Ajustamento de Rede GNSS.....	15
2.4	Método dos Mínimos Quadrados.....	19
2.5	Software livre.....	19
2.5.1	Scilab.....	20
2.5.2	Topcon Tools	20
2.5.3	PROGRID.....	21
3.	METODOLOGIA.....	21
3.1	PROCESSAMENTO DA REDE COM O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS.....	25
3.2	DADOS DE ENTRADA PARA O PROCESSAMENTO DA REDE COM O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADO.....	25
4.	RESULTADOS.....	27
4.1	CÁLCULOS FINAIS.....	29
5	DISCUSSÕES E CONCLUSÕES.....	32
6.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	34
7.	ANEXOS.....	35

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho foi desenvolvido a partir da necessidade em ajustar uma rede *GNSS* que contenha uma grande quantidade de linhas de base. Assim, faz-se pertinente abordar sobre esta temática após ter vivenciado em campo, em aulas de geodésia, na qual eram rastreados pontos em campo para em seguida fazer o processamento e o ajustamento dos mesmos. Desse modo, foi observado que existe uma necessidade dos estudantes e dos profissionais da área de Engenharia Cartográfica e Agrimensura em fazer o ajustamento de 6 (seis) ou mais pontos, em suas respectivas linhas de base, formados entre si, que não é suprida pelos *softwares* de forma gratuita, gerando uma dificuldade no momento de ajustar os pontos.

Assim sendo, é cabível se pensar em uma maneira de buscar tal solução para a problemática a fim de que profissionais e estudantes possam criar seus próprios algoritmos para resolver problemas específicos. Logo, essa monografia tem como objetivo encontrar uma solução para ajustar uma rede de pontos obtidos através de um levantamento *GNSS* utilizando o *software* livre *Scilab* para gerar um algoritmo capaz de realizar o ajustamento pelo método dos mínimos quadrados.

1.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo encontrar uma solução para ajustar uma rede de pontos obtidos através de um levantamento *GNSS* utilizando o *software* livre *Scilab* para gerar um algoritmo capaz de realizar o ajustamento pelo método dos mínimos quadrados.

1.2 Objetivos Específicos:

- Processar uma linha de base formada por dois pontos rastreados com receptores *GNSS*;
- Gerar uma rede com 5 (cinco) linhas de base;
- Elaborar um algoritmo no *software* *Scilab* que permita ajustar a rede utilizando o Método dos Mínimos Quadrados;

- Analisar os resultados.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Rede GNSS

Uma rede GNSS é um conjunto de pontos de coordenadas precisamente determinadas em um sistema de referência geodésico, instalados sobre esses pontos conhecidos, operam receptores de sinais de satélite de posicionamento com sistemas de comunicação de dados. Logo, a operação pode se dar por um período de tempo ou continuamente, sendo gerenciada por um centro operacional responsável por manter o sistema e divulgar os dados via rede.

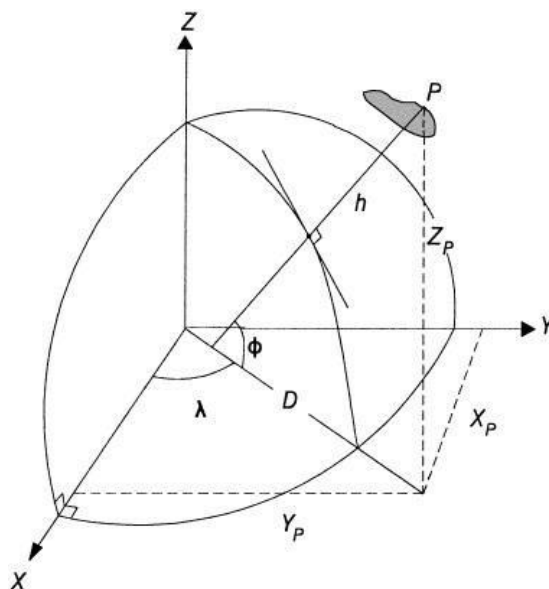
Além disso, existem as redes ativas que produzem dados para pós-processamento, ou seja, o usuário realiza a sua coleta de dados e depois obtém os dados da rede ativa e processa os seus em conjunto. Há ainda redes com capacidade para tempo real (RTK), isto é, numa determinada área de ação, menor que a anterior, o usuário com receptor integrado ao sistema de telemetria, recebe dados do sistema ativo e obtém um posicionamento em tempo real mais preciso do que aquele conseguido pelo método absoluto.

2.1.1 Coordenadas de Rede GNSS

As coordenadas fornecidas pelo sistema *GPS* são geocêntricas cartesianas tridimensionais, desse modo, o Sistema de Coordenadas Cartesiano Tridimensional é estabelecido sobre o elipsóide de revolução e constituído de três eixos perpendiculares. Ademais, a origem do sistema é a intersecção dos dois eixos da elipse. O eixo *X*, coincidente com o plano equatorial e positivo na direção da longitude 0° , e o eixo *Y*, também situado no plano equatorial, e positivo na direção da longitude 90° . O eixo *Z* é paralelo ao eixo de rotação da terra, mas é positivo na direção do norte. Se a origem do sistema está localizada no centro de massa da Terra, suas coordenadas são denominadas de geocêntricas e, em caso contrário, de topocêntricas.

Os sistemas tridimensionais geocêntricos passaram a ter grande importância após o surgimento do sistema GPS, ou seja, da Geodésia por Satélites. Assim, fórmulas transformam essas coordenadas cartesianas em coordenadas elipsoidais (latitude, longitude e altura elipsoidal) que, posteriormente, caso haja necessidade, em coordenadas planas, tais como a projeção Universal Transversa de Mercator (UTM), para uso em engenharia (MONICO, 2008). Ademais, um dos métodos que se aplica nesse trabalho permite transformar, também, coordenadas geodésicas tridimensionais em coordenadas topográficas. A Figura 1 ilustra os três sistemas de coordenadas associados a um ponto na superfície terrestre:

Figura 1 – Coordenadas Cartesianas Geocêntricas



Fonte: Dal'Forno et al (2006, p. 317)

2.2 Ajustamento das observações

De acordo com Gemaél, Machado e Wandresen (2015, p. 13), “as observações conduzidas pelo homem se caracterizam pela inevitável presença dos *erros de medição*”, isto é, os erros provocados por falha humana (erros grosseiros), imperfeição dos equipamentos ou influência das condições ambientais (erros sistemáticos e aleatórios respectivamente), faz-se necessária a multiplicação das observações para obtenção de uma medida de confiança, o qual se pode extrair um resultado único que represente a grandeza medida com

maior confiança. Isso se dá pelo ajustamento das observações, o qual também pode-se estimar a precisão da solução adotada (GEMAEL et al, 2015).

2.3 Ajustamento de Rede GNSS

Para o ajustamento de uma Rede GNSS, é preciso a conversão das coordenadas geocêntricas para topocêntricas, expressadas por:

$$X = (N + h) \cdot \cos \phi \cdot \cos \lambda \quad (2.1)$$

$$Y = (N + h) \cdot \cos \phi \cdot \sin \lambda \quad (2.2)$$

$$Z = [N \cdot (1 - e^2) + h] \cdot \sin \phi \quad (2.3)$$

Em que h é a altura geodésica do ponto, ϕ é a latitude geodésica do ponto, λ é a longitude geodésica do ponto, e é a excentricidade para a elipsóide, que pode ser calculada como:

$$e^2 = 2f - f^2 \quad (2.4)$$

ou

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad (2.5)$$

No qual f é o fator de achatamento do elipsóide, a e b são os semi-eixos maior e menor respectivamente do elipsóide; e N é o normal para o elipsóide em um ponto, que é calculado como:

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}} \quad (2.6)$$

Por conseguinte, o ajustamento de redes GNSS sempre envolve duas etapas: a primeira é o processamento dos dados de rastreo, em software especializado, para determinar as linhas de base observadas simultaneamente; e a segunda etapa é a geometrização da rede em que as linhas de base estão inseridas para estimar as coordenadas.

Desse modo, os dados de saída da primeira etapa, as componentes ΔX , ΔY e ΔZ associadas às respectivas matrizes de variância-covariância, são diretamente os dados de entrada para o segundo procedimento. Não obstante, o modelo matemático para o ajustamento de uma Rede GNSS é dado por:

$$\Delta X_{ij} = X_j - X_i \quad (2.7)$$

$$\Delta Y_{ij} = Y_j - Y_i \quad (2.8)$$

$$\Delta Z_{ij} = Z_j - Z_i \quad (2.9)$$

Percebe-se, então, que a matriz dos pesos considera a precisão de cada linha de base calculada. Logo, o *software* de pós-processamento *Topcom Tools* não fornece as covariâncias, mas sim os coeficientes de correlação de Pearson P_{AB} . Neste caso, calcula-se a covariância por:

$$\sigma_{AB} = P_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \quad (2.10)$$

Em que P é a matriz dos pesos $n \times n$ das observações, denotadas por:

$$P(Lb) = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_n^2} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Em relação à matriz ${}_m A_n$, que é a matriz design ou a matriz das derivadas parciais das observações em relação às incógnitas, pode ser denotada por:

$$A = \frac{\partial f}{\partial X_a} \Big|_{X_a = X_0} \quad (2.12)$$

Os parâmetros ajustados calcula-se por:

$$X = (A^T P A)^{-1} A^T P L_b \quad (2.13)$$

O vetor dos resíduos é calculado por:

$${}_m V_1 = {}_m A_n * {}_n X_{a_1} - {}_m L_{b_1} \quad (2.14)$$

Denotando, assim, o grau de liberdade $s = n - m$, que pode-se calcular a variância *a posteriori*:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{n-m} = \frac{V^T P V}{s} \quad (2.15)$$

No tocante à matriz de variância-covariância dos parâmetros ajustados e das observações ajustadas é dado, respectivamente, por:

$$\Sigma X_a = \hat{\sigma}_0^2 (A^T P A)^{-1} \quad (2.16)$$

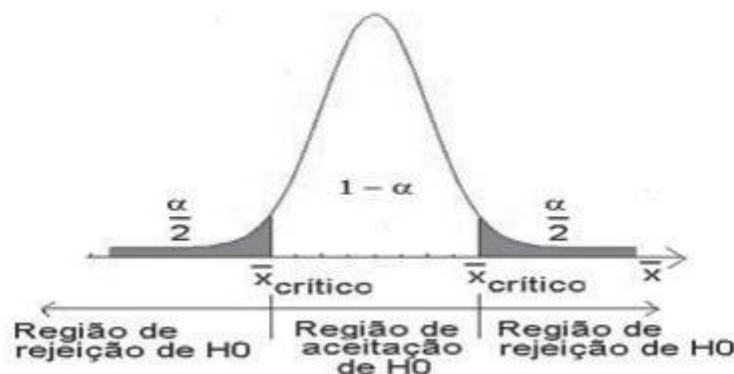
$$\Sigma L_a = A \Sigma X_a A^T \quad (2.17)$$

Conhecido os resíduos V e o grau de liberdade s do método de ajustamento, é possível calcular o valor amostral do qui-quadrado χ^2 relacionando a variância *a priori* σ_0^2 e a variância *a posteriori* $\hat{\sigma}_0^2$ (variância amostral):

$$\chi^2 = \frac{V^T P V}{\sigma_0^2} \quad (2.18)$$

No entanto, a hipótese básica será aceita se o valor amostral do qui-quadrado χ^2 estiver no intervalo $1-\alpha$, entre os valores tabelados de qui-quadrado χ^2 teórico de $\frac{\alpha}{2}$ e $1 - \frac{\alpha}{2}$, conforme Figura 2:

Figura 2: Gráfico de região de aceitação do valor amostral do χ^2



Fonte: Marcelo Menezes (2008).

Portanto, tem-se que:

$$\chi_{S, \frac{\alpha}{2}}^2 < \chi^2 < \chi_{S, 1 - \frac{\alpha}{2}}^2 \quad (2.19)$$

Além disso, é possível verificar o resultado calculado com o valor teórico do qui-quadrado χ^2 através da Figura 11 presente no **Anexo III**:

Contudo, caso o teste rejeite os resultados, deve-se proceder uma análise do ajustamento, podendo haver erro na *MVC* dos valores observados, dos resíduos estarem excessivamente grandes em decorrência de erros grosseiros ou sistemáticos, o modelo matemático não ser consistente com as observações, o sistema ser mal condicionado, etc. (GEMAEL, MACHADO e WANDRESEN, 2015).

2.4 Método dos Mínimos Quadrados

O método dos Mínimos Quadrados (MMQ) consiste em uma técnica matemática de otimização de um conjunto de valores de modo a minimizar a soma dos quadrados dos resíduos entre os valores observados e os valores estimados. Como resultado, tem sua origem no estudo dos valores máximos e valores mínimos de funções reais, na determinação dos pontos mínimos de uma função que representa o desvio estimado na busca pelo ajuste (ALMEIDA, 2015).

Habitualmente, é essencial haver um número maior de observações em relação ao número de incógnitas para a aplicação do MMQ (GEMAEL et al, 2015). Para esse trabalho, considera-se o MMQ na forma matricial, pois foram feitas em campo m observações e obtidos n incógnitas que serão os parâmetros, logo, deve-se perceber que as observações são funções dos parâmetros (incógnitas), sendo assim temos que $m > n$.

2.5 Software Livre

A partir dos anos 1997 houve uma maior perceptibilidade do público em relação aos softwares livres, havendo reportagens frequentes na mídia não especializada. Assim, a distribuição dos códigos fontes dos programas remonta aos primeiros sistemas comercializados na década de 60 e, desde essa época, ocorreu um crescente desenvolvimento de programas para serem distribuídos como *software* livre chegando ao seu auge em meados da década de 80 (HEXSEL, 2002).

Em resumo, de acordo com Hexsel (2002) *software* livre pode ser entendido como o *software* cujo autor o distribui e outorga à todos a liberdade de uso, cópia, alteração e redistribuição de sua obra. Além do código fonte, o autor também outorga

o direito dos usuários modificarem o código original e redistribuir versões alteradas. Além disso, segundo Bacic e Vasconcelos (2004), a concepção de software livre deve cumprir quatro conceitos:

- Liberdade de executar o programa para qualquer propósito;
- Liberdade de estudar o funcionamento do programa e adaptá-lo para suas necessidades, ou seja, ter o livre acesso ao código fonte;
- Liberdade de redistribuir cópias para maximizar o maior número de usuários;
- Liberdade para aperfeiçoar o programa e distribuí-los para que os demais usuários possam desfrutá-los sem gastos adicionais.

2.5.1 Scilab

No que concerne ao *Scilab*, se trata de um *software* livre de código aberto, elaborado no ano de 1989, na França, por dois grupos de pesquisadores: o Institute Recherche en Informatique et en Automatique (INRIA) e o École Nationale des Ponts et Chaussées (ENPC), tendo se tornado livre em 1994 e posteriormente disponibilizado de forma gratuita para *download*. A partir de 2003 está sendo continuado por um consórcio de empresas e instituições francesas denominada de Consórcio Scilab (Campbell et al, 2010), isto é, sua popularidade é crescente no meio acadêmico e científico pelo mundo graças a sua natureza livre e suas capacidades (Xia et al, 2008).

Por outro lado, esse *software* foi optado para a monografia devido a fácil intuição de sua *syntax*, pois trata-se de uma linguagem de alto nível, o que facilita ao usuário devido à baixa abstração na criação de programas simples, o *software* também possui diversas ferramentas para resoluções numéricas de diversos problemas matemáticos como, por exemplo, resoluções de sistemas lineares e não lineares.

2.5.2 Topcon Tools

Em relação ao *software Topcon Tools*, trata-se de uma ferramenta da empresa

Topcon de pós-processamento de dados, sendo um composto de módulos, tais como o processamento de dados de estação total e/ou RTK, de pós-processamento das observações GPS ou de combinação dos três módulos citados (TOPCON, 2004).

De certo é importante informar que o *software Topcon Tools*, mesmo sendo privado, ele permite no módulo *DEMO*, processar linhas de base com as respectivas precisões. Deve-se observar, também, que na informação sobre a precisão o software não apresenta diretamente as covariâncias, mas sim os coeficientes de correlação de Pearson P_{AB} . Neste caso, calcula-se a covariância multiplicando o coeficiente de correlação por os respectivos desvios seguindo a equação 2.10 visto anteriormente. É utilizado na área da geodésia para:

- Pós-processamento;
- Linha de base GPS;
- Processamento de observações GPS e/ou RTK;
- Ajuste de Redes;
- Visualização e edição de coordenadas e dados brutos;
- Importação de dados;
- Exportação de arquivos.

2.5.3 ProGriD

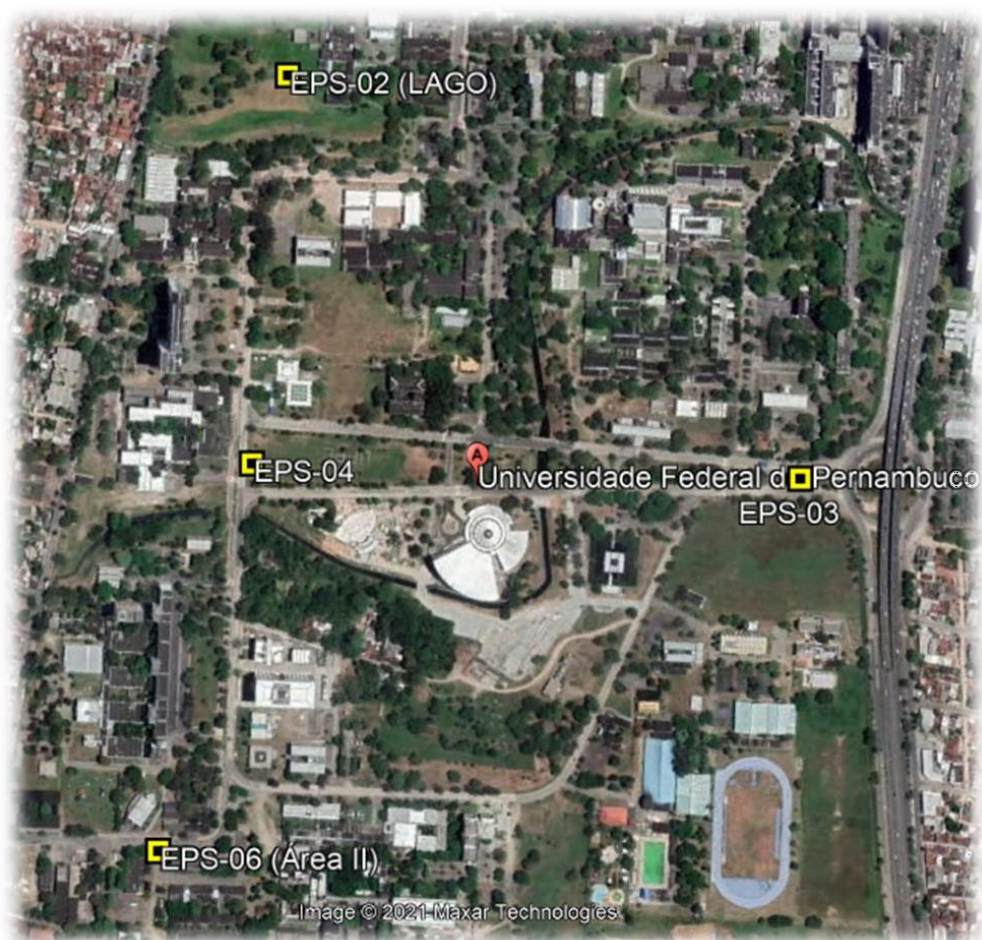
O *ProGriD* trata-se de uma aplicação *desktop* que roda no ambiente Microsoft Windows e que foi desenvolvido de modo a permitir a transformação de coordenadas entre os sistemas de referência oficiais em uso no Brasil: Córrego Alegre, SAD69 e SIRGAS2000. Ele é o resultado de um esforço de prover a comunidade de usuários de dados geoespaciais uma ferramenta que facilite na transição para o SIRGAS2000. Porém, deve ser ressaltado que para as transformações de coordenadas entre as opções “SAD69 Técnica Doppler ou GPS” e “SIRGAS2000” (vice-versa), o *ProGriD* utiliza os parâmetros constantes na Resolução do Presidente do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) nº 1, de 25/02/2005 (R.PR 01/05) e, consequentemente, produz os mesmos resultados obtidos pelo programa TCGEO (IBGE, 2010).

3. METODOLOGIA

Foi realizado um levantamento adotando como área de estudo parte da rede de

marcos localizados na Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) do *Campus* Recife, em que foram ocupados 4 (quatro) marcos geodésicos na Rede de Referência Cadastral da UFPE. Assim, na figura 4 estão representados os marcos EPS-02, EPS-03, EPS-04 e EPS-06.

Figura 4: Área de Estudo Localizando os Marcos Geodésicos na UFPE.

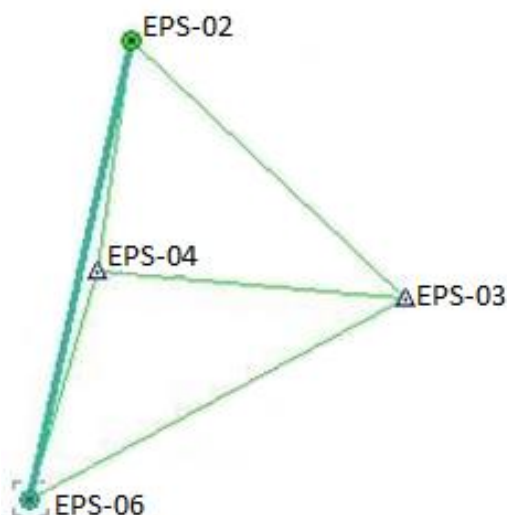


Fonte: Google Earth.

As monografias contendo todas as informações dos 4 (quatro) marcos da Rede de Referência Cadastral da UFPE, encontram-se no anexo I. No experimento considerou-se os marcos geodésicos EPS-03 e EPS-04 como pontos de controle e EPS-02 e EPS-06 como pontos na qual se planeja calcular as coordenadas, que são as incógnitas do experimento. Logo, os quatro marcos foram rastreados simultaneamente utilizando-se quatro equipamentos *Topcon Hiper+*, do laboratório de Geodésia do Departamento de Engenharia Cartográfica da UFPE.

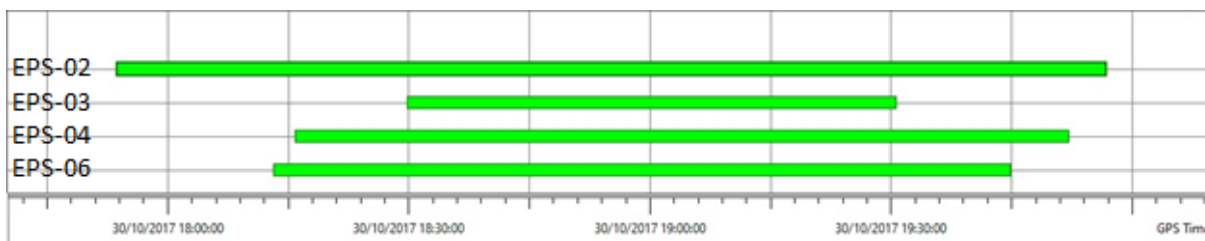
Na figura 5 apresenta, no *Topcon Tools*, a rede formada com as linhas de base da ocupação dos quatro marcos geodésicos e a figura 6 mostra o tempo de ocupação das linhas de base no *Topcon Tools*.

Figura 5: Representação das Linhas de Bases no Software Topcon Tools



Fonte: O Autor, 2021.

Figura 6: Tempo de ocupação das Linhas de Base no Software Topcon Tools



Fonte: O Autor, 2021.

Com base no que foi apresentado, a metodologia proposta separa o processamento dos dados em duas etapas: primeiramente, o processamento isolado de cada linha de base, formada por ocupação simultânea de dois pontos, em software especializado; em seguida, o ajuste com o método dos mínimos quadrados de toda a rede, com *software* livre. No entanto, vale esclarecer que o *software Topcon Tools* exige para sua utilização plena de uma licença, contudo possui um módulo *DEMO* aberto que permite processar até 5 (cinco) pontos *simultaneamente* e fornece *linhas de base tridimensionais* com as respectivas precisões. Ou seja, o objetivo de processar uma rede formada por pontos GNSS utilizando somente programas livres ou abertos não foi prejudicada.

Em relação ao processamento das linhas de base é necessário inicialmente entrar com os dados do rastreo das duas bases, em seguida entrar com o tipo da antena e sua respectiva altura, além de informar qual ponto deverá ser utilizado como ponto de controle, além de inserir as coordenadas do ponto de controle e informar qual o sistema de referência a ser utilizado. Depois de informado esses dados, se tem o processamento concluído afim de obtermos informações dos comprimentos tridimensional das linhas de base para posteriormente seleciona-las no comando *View* a opção *Map View*.

Portanto, o programa apresenta uma figura representativa com os pontos importados e suas respectivas linhas de base processadas, semelhante a Figura 5, que devemos selecionar com o botão direito do *mouse* o comando propriedades. Nessa aba encontra-se todas as informações necessárias para processar uma rede de observações GNSS: a informação da direção considerada, os valores das linhas de base tridimensionais e sua respectivas precisões. A Tabela 3.1 apresenta os resultados dos processamento das 5 (cinco) linhas bases: as linhas de base de coordenadas X, Y e Z em metros, com os respectivos desvios e os coeficientes de correlação.

Onde:

$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ - São as diferenças entre as coordenadas de cada linha de base;

$\sigma X, \sigma Y, \sigma Z$ - São seus respectivos desvio padrão;

P_{XY}, P_{XZ}, P_{YZ} - São seus coeficientes de correlação.

Tabela 3.1: Linhas de Base e de Precisão

Origem	Final	ΔX (m)	ΔY (m)	ΔZ (m)	σ_X (m)	σ_Y (m)	σ_Z (m)	P_{XY} (m)	P_{XZ} (m)	P_{YZ} (m)
EPS-04	EPS-02	97,145	22,847	474,394	0,003	0,002	0,001	-0,5515	-0,4785	0,0289
EPS-06	EPS-04	135,611	77,615	469,089	0,003	0,002	0,002	-0,4564	-0,5440	-0,0472
EPS-06	EPS-03	497,432	607,817	416,297	0,006	0,004	0,003	-0,3826	-0,5635	-0,1070
EPS-03	EPS-02	-264,681	-507,363	527,188	0,004	0,004	0,002	-0,5984	-0,4390	-0,0486
EPS-06	EPS-02	232,755	100,460	943,482	0,004	0,003	0,002	-0,4296	-0,5560	-0,0697

Fonte: O Autor, 2021.

3.1 Processamento da Rede com o método dos mínimos quadrados

O modelo para ajustar uma rede composta por linhas de base obtidas com rastreo está nas equações (2.7) a (2.9). Com base nas observações, as linhas de base tridimensional com as componentes nos três eixos que são apresentadas em função das coordenadas dos extremos. Na Tabela 3.1 observa-se que são cinco linhas de base com três equações cada, o que dá um total de quinze equações (15), como são seis incógnitas os graus de liberdade do sistema é igual a nove (9), sendo possível ajustar pelo método dos mínimos quadrados de acordo com as equações (2.11) à (2.13).

3.2 Dados de entrada para o processamento da Rede com o método dos mínimos quadrados

As observações são dos quinze componentes das cinco linhas de base tridimensionais da tabela 3.1 e a matriz de variância covariância dos três componentes de cada linha para possibilitar estimar o peso das linhas de base. Desse modo, os pontos fixos utilizados, os marcos EPS-03 e EPS-04 devem ter suas coordenadas transformadas para cartesianas geocêntricas. Na análise foi utilizado o *software* PROGRID do IBGE. Na tabela 3.2 estão as coordenadas dos pontos de controle no

formato adequado ao processamento e segue na tabela 3.3 as componentes da linha de base.

Tabela 3.2: Coordenadas Geocêntricas dos Pontos de Controle.

Marco Geodésico	X [m]	Y [m]	Z [m]
EPS-03	5176821,566	-3617772,168	-887486,729
EPS-04	5176459,728	-3618302,378	-887433,924

Fonte: O Autor, 2021.

O vetor das observações Lb é definido através do modelo matemático do ajustamento de Rede GNSS, expresso pelas equações (2.7) à (2.9). Seus valores estão expressos na Tabela 3.3:

Tabela 3.3: Vetor das Observações

Encaminhamento	Lb (m)
EPS-04 – EPS-02 (X)	5176556,873
EPS-04 – EPS-02 (Y)	-3618279,531
EPS-04 – EPS-02 (Z)	-886959,53
EPS-06 – EPS-04 (X)	-5176324,115
EPS-06 – EPS-04 (Y)	3618379,992
EPS-06 – EPS-04 (Z)	887903,013
EPS-06 – EPS-03 (X)	-5176324,133
EPS-06 – EPS-03 (Y)	3618379,986
EPS-06 – EPS-03 (Z)	887903,026
EPS-03 – EPS-02 (X)	5176556,885
EPS-03 – EPS-02 (Y)	-3618279,531
EPS-03 – EPS-02 (Z)	-886959,54
EPS-06 – EPS-02 (X)	232,747
EPS-06 – EPS-02 (Y)	100,466
EPS-06 – EPS-02 (Z)	943,483

Fonte: O Autor, 2021

Com isso, foi inserido os dados de entrada no *software* Scilab 6.1.0. Para o correto ajustamento, de modo que foi feito o cálculo das covariâncias das observações no programa utilizando a equação (2.10), cujos resultados estão expostos na Tabela 3.4:

Tabela 3.4: Matriz das Covariâncias das Observações

Origem	Final	$\sigma_0^2 XY$	$\sigma_0^2 XZ$	$\sigma_0^2 YZ$
EPS-04	EPS-02	-1,32e-05	-5,75e-06	2,35e-07
EPS-06	EPS-04	-9,64e-06	-1,39e-05	-1,17e-06
EPS-06	EPS-03	-3,68e-05	-4,05e-05	5,11e-06
EPS-03	EPS-06	-3,83e-05	-1,4e-05	1,55e-06
EPS-06	EPS-02	-2,08e-05	-1,77e-05	-1,65e-06

Fonte: O Autor, 2021

4. RESULTADOS

Os resultados obtidos através do cálculo computacional do ajustamento realizado no Scilab 6.1.0 serão apresentados para os dois valores dos desvios-padrão das observações. A matriz nAm é apresentada na Tabela 4.1:

Tabela 4.1: Matriz Design A.

1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	0	-1	0	0
0	0	0	0	-1	0
0	0	0	0	0	-1
0	0	0	-1	0	0
0	0	0	0	-1	0
0	0	0	0	0	-1
1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0

1	0	0	-1	0	0
0	1	0	0	-1	0
0	0	1	0	0	-1

Fonte: O Autor, 2021

A matriz dos pesos ${}_nP_n$ está mostrada na tabela 4.2 abaixo:

Tabela 4.2: Matriz dos Pesos P

2,3066e+05	1,8603e+05	3,2052e+05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0	-0	-0
1,8603e+05	4,0026e+05	2,438e+05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0	-0	-0
3,2052e+05	2,438e+05	1,4463e+06	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0	-0	-0
0	0	0	2,384e+05	1,5959e+05	2,1888e+05	0	0	0	0	0	0	0	-0	-0	-0
0	0	0	1,5959e+05	3,5817e+05	1,6487e+05	0	0	0	0	0	0	0	-0	-0	-0
0	0	0	2,1888e+05	1,6487e+05	4,5229e+05	0	0	0	0	0	0	0	-0	-0	-0
0	0	0	0	0	0	4,8135e+04	2,3636e+04	5,0843e+04	0	0	0	0	-0	-0	-0
0	0	0	0	0	0	2,3636e+04	7,4823e+04	1,5989e+04	0	0	0	0	-0	-0	-0
0	0	0	0	0	0	5,0843e+04	1,5989e+04	1,6609e+05	0	0	0	0	-0	-0	-0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,3196e+05	7,6366e+04	1,0832e+05	-0	-0	-0	-0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	7,6366e+04	1,0684e+05	5,661e+04	-0	-0	-0	-0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0832e+05	5,661e+04	3,3951e+05	-0	-0	-0	-0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,3266e+05	8,3696e+04	1,5539e+05	1,5539e+05
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8,3696e+04	1,6444e+05	1,0952e+05	1,0952e+05
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,5539e+05	1,0952e+05	4,3319e+05	4,3319e+05

Fonte: O Autor, 2021.

A matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados está apresentada na Tabela 4.3:

Tabela 4.3: Matriz Variância-Covariância dos Parâmetros Ajustados.

2,32125E-05	-9,31630E-06	-4,30698E-06	6,92825E-06	-2,50545E-06	-1,42345E-06
-9,31630E-06	1,31617E-05	3,03329E-08	-2,61186E-06	3,43455E-06	1,14106E-07
-4,30698E-06	3,03329E-08	3,68893E-06	-1,52876E-06	3,81748E-08	1,49384E-06
6,92825E-06	-2,61186E-06	-1,52876E-06	2,78978E-05	-8,16643E-06	-8,90089E-06
-2,50545E-06	3,43455E-06	3,81748E-08	-8,16643E-06	1,32382E-05	-3,51001E-07

Fonte: O Autor, 2021.

Utilizando o ProGrid, fez-se a transformação das coordenadas cartesianas geocêntricas em coordenadas geodésicas no sistema SIRGAS 2000, apresentadas na tabela 4.6:

Tabela 4.6: Coordenadas Geodésicas.

Marcos	ϕ	λ	h [m]
EPS-02	-8°2'50,2485"	-34°57'9,1954"	4,34202
EPS-06	-8°3'21,2643"	-34°57'16,2396"	4,59177

Fonte: O Autor, 2021.

Tabela 4.7: Desvio-Padrão dos Parâmetros Ajustados.

Coordenadas	σ_{Xa} (m)
EPS-02 (X)	0,00482
EPS-02 (Y)	0,00363
EPS-02 (Z)	0,00192
EPS-06 (X)	0,00528
EPS-06 (Y)	0,00364
EPS-06 (Z)	0,00302

Fonte: O Autor, 2021.

Tabela 4.8: Observações Ajustadas.

Observações	L_a (m)
EPS-04 – EPS-02 (X)	5176556,87429
EPS-04 – EPS-02 (Y)	-3618279,52962
EPS-04 – EPS-02 (Z)	-886959,53223
EPS-06 – EPS-04 (X)	-5176324,12125
EPS-06 – EPS-04 (Y)	3618379,99183
EPS-06 – EPS-04 (Z)	887903,01614
EPS-06 – EPS-03 (X)	-5176324,12125
EPS-06 – EPS-03 (Y)	3618379,99183
EPS-06 – EPS-03 (Z)	887903,01614
EPS-03 – EPS-02 (X)	5176556,87429
EPS-03 – EPS-02 (Y)	-3618279,52962
EPS-03 – EPS-02 (Z)	-886959,53223
EPS-06 – EPS-02 (X)	232,75304
EPS-06 – EPS-02 (Y)	100,46221
EPS-06 – EPS-02 (Z)	943,48391

Fonte: O Autor, 2021.

Tabela 4.9: Desvio-Padrão das Observações Ajustadas.

Observações	σ_{La} (m)
EPS-04 – EPS-02 (X)	0,00482
EPS-04 – EPS-02 (Y)	0,00363
EPS-04 – EPS-02 (Z)	0,00192
EPS-06 – EPS-04 (X)	0,00528
EPS-06 – EPS-04 (Y)	0,00364
EPS-06 – EPS-04 (Z)	0,00302
EPS-06 – EPS-03 (X)	0,00528
EPS-06 – EPS-03 (Y)	0,00364
EPS-06 – EPS-03 (Z)	0,00302
EPS-03 – EPS-02 (X)	0,00482
EPS-03 – EPS-02 (Y)	0,00363
EPS-03 – EPS-02 (Z)	0,00192
EPS-06 – EPS-02 (X)	0,00610
EPS-06 – EPS-02 (Y)	0,00442
EPS-06 – EPS-02 (Z)	0,00313

Fonte: O Autor, 2021.

Tabela 4.10: Resíduos das Observações

V (m)
0,00129
0,00138
-0,00223
-0,00625
-0,00017
0,00314
0,01175
0,00583
-0,00986
-0,01071
0,00138
0,00777
0,00604
-0,00379
0,00091

Fonte: O Autor, 2021.

Tabela 4.11: Variância A Posteriori

$\hat{\sigma}_0^2$ (m)
5,26798

Fonte: O Autor, 2021.

Tabela 4.12: Qui-Quadrado.

χ^2
47,41181

Fonte: O Autor.

Considerando o nível de significância $\alpha = 5\%$, com o grau de liberdade $s = 9$, observa-se na Figura 3 a região de aceitação do teste, onde o resultado obtido não está dentro dos limites.

$$2,70 < \chi^2 < 19,72 \quad (4.1)$$

5. DISCUSSÕES E CONCLUSÕES

Tendo como base a análise feita, os resultados confirmam que o ajuste da rede atende com precisão quando comparado às coordenadas ajustadas da Rede de referência Cadastral da UFPE. Com isso, na tabela 5.1 são os resultados em coordenadas Geodésicas dos marcos EPS-02 e EPS-06 que, quando comparados com os valores oficiais, que constam nas monografias na tabela 5. e apresentam os resultados na tabela 5.3 com as diferenças entre os dois procedimentos

Tabela 5.1: Valores Obtidos no TCC

Marcos	φ	Λ	h [m]
EPS-02	-8°2'50,2485"	-34°57'9,1954"	4,34202
EPS-06	-8°3'21,2643"	-34°57'16,2396"	4,59177

Fonte: O Autor, 2021.

Tabela 5.2: Valores Oficiais

Marcos	ϕ	Λ	h [m]
EPS-02	-8°2'50,24864''	-34°57'9,19544''	4,332
EPS-06	-8°3'21,26425''	-34°57'16,2398''	4,586

Fonte: O Autor, 2021.

Tabela 5.3: Diferença Entre as Coordenadas calculadas e as ajustadas.

Marcos	ϕ	Λ	h [m]
EPS-02	0,00014''	-0,00004	-0,100
EPS-06	0,00005''	-0.0002''	0,005

Fonte: O Autor, 2021.

O teste global com a distribuição do qui-quadrado exibidos em (4.1), apresenta a rejeição da hipótese básica. O valor amostral do mesmo excede o limite máximo, indicando a necessidade de uma análise do ajustamento. Uma possibilidade é que a precisão estimada no TopCon Tools esteja superestimada por não considerar erros sistemáticos nas observações GNSS.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo GNSS – Descrição, Fundamentos e Aplicações**. Fundação Editora UNESP, São Paulo. 2a edição, 2008.

SCILAB. **History**. Disponível em: < <https://www.scilab.org> > Acesso: 16 abr. 2021.

GEMAEL, C, MACHADO, A. M. L, WANDRESEN, R. **Introdução ao Ajustamento de Observações: aplicações geodésicas**. Editora UFPR. 2 ed. Curitiba-PR, 2015. 430p.

DAL'FORNO, G. L.; AGUIRRE, A. J.; HILLEBRAND, F. L.; GREGÓRIO, F. de V. **Transformações de Coordenadas Geodésicas em Coordenadas no Plano Topográfico local pelos métodos da norma NBR 14166/1998 e o de Rotações / Translações**. Santa Maria, RS. Programa de Pós-Graduação em Geomática. Universidade Federal de Santa Maria.

UFPE. **Laboratório de Topografia (LATOP)**. Departamento de Engenharia Cartográfica e de Agrimensura - CTG. Disponível em: <https://www.ufpe.br/latop/marcos-geodesicos> . Acesso em 16 abr. 2021.

TOPCON TOOLS. **Manual do Usuário**. Topcon Positioning Systems, 2014.

ProGrid. **Manual do Usuário**. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE. Brasil, 2010.

WOLF, P. R.; GHILANI, C. D. **Adjustment Computations (Statistics and Least Squares in Surveying and GIS)**. Prentice Hall, 1997.

REIS, Marcelo Menezes. Estatística aplicada à Administração. **Florianópolis: Departamento de Ciências da Administração/UFSC**, 2008.

ANEXOS

ANEXO I – MONOGRAFIAS DOS MARCOS GEODÉSICOS

Figura 7: Monografia do marco geodésico EPS-02.

MONOGRAFIA DE MARCO GEODÉSICO DA REDE DE REFERÊNCIA CADASTRAL DA UFPE		
Nome da Estação: EPS02		Obra / Ano: TCC - VILA FLOR / 2010
DADOS GERAIS	SISTEMA DE PROJEÇÃO-UTM	COORDENADAS
Município: Recife Localidade: Várzea a - Campus Recife da UFPE TCC (VILA FLOR, 2010)	Meridiano Central = 33° W Origem N (Equador) = 10000000 m Origem E (MC 33° W) = 500000 m K0 = 0.9996 DATUM H SIRGAS2000 DATUM V Imbituba/SC	* LAT. = 8°02' 50,24864"S * LONG. = 34°57' 09,19544"W * N = 9109960,583 m * E = 284814,681 m * H (GEOM) = 4,332 m
SISTEMA TOPOCÊNTRICO LOCAL		
* Origem: RECF Latitude: 8° 03'03,46970"S Longitude: 34° 57'05,45910"W Altitude: 4,217 m		Coordenadas Topocêntricas: * X: 149885,595 m * Y: 250406,169 m
Descrição: Cilindro de concreto, medindo 30 cm de diâmetro, altura de 1,20 m e base retangular de 0,95 m x 0,97 m x 0,19 m. Possui no seu topo base metálica com pino de centragem forçada com rosca universal. Chapa cravada estampada no pilar: UFPE- RRC- EPS02. Obs: * (MENDONÇA, GARNES et al., 2010)		
CROQUI	ITINERÁRIO	
 Fonte: VILA FLOR (2010)	Estação EPS02 está localizada ao lado da Nascente do Riacho Cavouco UFPE, por trás do Departamento de Engenharia Química - DEQ.	
	FOTO	
		
	 Data da foto: Maio de 2017	
Monografia elaborada em (Souza, 2017) - PIBIC - Propesq / UFPE		

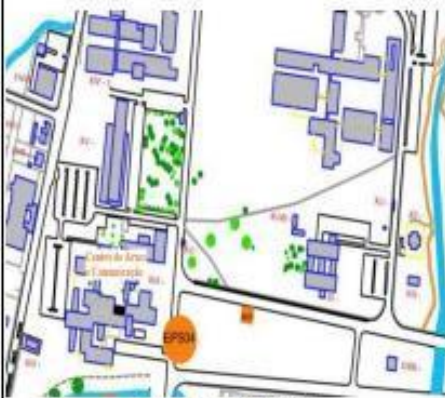
Fonte: LATOP (2017).

Figura 8: Monografia do marco geodésico EPS-03.

MONOGRAFIA DE MARCO GEODÉSICO DA REDE DE REFERÊNCIA CADASTRAL DA UFPE		
Nome da Estação: EPS03		Obra / Ano: TCC - VILA FLOR / 2010
DADOS GERAIS	SISTEMA DE PROJEÇÃO-UTM	COORDENADAS
Município: Recife Localidade: Várzea a – Campus Recife da UFPE TCC (VILA FLOR, 2010)	Meridiano Central = 33° W Origem N (Equador) = 10000000 m Origem E (MC 33° W) = 500000 m K0 = 0.9996 DATUM H SIRGAS2000 DATUM V Imbituba/SC	* LAT. = 8°03' 07,57601"S * LONG. = 34°56' 50,66166"W * N = 9109430,884 m * E = 285384,804 m * H (GEOM) = 5,200 m
SISTEMA TOPOCÊNTRICO LOCAL		
* Origem: RECF Latitude: 8° 03'03,46970"S Longitude: 34° 57'05,45910"W Altitude: 4,217 m		Coordenadas Topocêntricas: * X: 150453,087 m * Y: 249873,847 m
Descrição: Cilindro de concreto, medindo 30 cm de diâmetro, altura de 1,20 m e base retangular de 0,95 m x 1,10 m x 0,15 m. Possui no seu topo base metálica com pino de centragem forçada com rosca universal. Chapa cravada estampada no pilar: UFPE- RRC- EPS03. Obs: * (MENDONÇA, GARNÉS et al., 2010)		
CROQUI	ITINERÁRIO	
 Fonte: VILA FLOR (2010)	Estação EPS03 está localizada no canteiro central da entrada principal, a 35 m a leste do prédio da Coordenação de Segurança Patrimonial da Universidade Federal de Pernambuco.	
	FOTO	
	 Data da foto: Maio de 2017	
Monografia elaborada em (Souza, 2017) - PIBIC - Propesq / UFPE		

Fonte: LATOP (2017).

Figura 9: Monografia do marco geodésico EPS-04.

MONOGRAFIA DE MARCO GEODÉSICO DA REDE DE REFERÊNCIA CADASTRAL DA UFPE		
Nome da Estação: EPS04		Obra / Ano: TCC - VILA FLOR / 2010
DADOS GERAIS	SISTEMA DE PROJEÇÃO-UTM	COORDENADAS
Município: Recife Localidade: Várzea a – Campus Recife da UFPE TCC (VILA FLOR, 2010)	Meridiano Central = 33° W Origem N (Equador) = 10000000 m Origem E (MC 33° W) = 500000 m K0 = 0.9996 DATUM H SIRGAS2000 DATUM V Imituba/SC	* LAT. = 8°03' 05,84148"S * LONG. = 34°57' 11,62465"W * N = 9109481,118 m * E = 284742,576 m * H (GEOM) = 4,892 m
SISTEMA TOPOCÊNTRICO LOCAL		
* Origem: RECF		Coordenadas Topocêntricas:
Latitude: 8° 03'03,46970"S Longitude: 34° 57'05,45910"W Altitude: 4,217 m		* X: 149811,215 m * Y: 249927,136 m
Descrição: Cilindro de concreto, medindo 30 cm de diâmetro, altura de 1,17 m e base retangular de 0,97 m x 1,03 m x 0,16 m. Possui no seu topo base metálica com pino de centragem forçada com rosca universal. Chapa cravada estampada no pilar: UFPE- RRC- EPS04. Obs: * (MENDONÇA, GARNÉS et al., 2010)		
CROQUI	ITINERÁRIO	
 Fonte: VILA FLOR (2010)	Estação EPS04 está localizada no canteiro central, a 42 m a leste do prédio do Centro de Artes e Comunicação - CAC, no Campus da Universidade Federal de Pernambuco.	
	FOTO	
	  Data da foto: Maio de 2017	
Monografia elaborada em (Souza, 2017) - PIBIC - Propesq / UFPE		

Fonte: LATOP (2017).

Figura 10: Monografia do marco geodésico EPS-06.

MONOGRAFIA DE MARCO GEODÉSICO DA REDE DE REFERÊNCIA CADASTRAL DA UFPE		
Nome da Estação: EPS06		Obra / Ano: TCC - VILA FLOR / 2010
DADOS GERAIS	SISTEMA DE PROJEÇÃO-UTM	COORDENADAS
Município: Recife Localidade: Várzea a - Campus Recife da UFPE TCC (VILA FLOR, 2010)	Meridiano Central = 33° W Origem N (Equador) = 10000000 m Origem E (MC 33° W) = 500000 m K0 = 0.9996 DATUM H SIRGAS2000 DATUM V Imbituba/SC	* LAT. = 8°03' 21,26425"S * LONG. = 34°57' 16,23980"W * N = 9109006,560 m * E = 284603,506 m * H (GEOM) = 4,586 m
SISTEMA TOPOCÊNTRICO LOCAL		
* Origem: RECF Latitude: 8° 03'03,46970"S Longitude: 34° 57'05,45910"W Altitude: 4,217 m		Coordenadas Topocêntricas: * X: 149669,906 m * Y: 249453,330 m
Descrição: Cilindro de concreto, medindo 30 cm de diâmetro, altura de 1,17 m e base quadrangular de 1,13 m x 1,12 m x 0,13 m. Possui no seu topo base metálica com pino de centragem forçada com rosca universal. Chapa cravada estampada na base: UFPE- RRC - EPS06. Obs: * (MENDONÇA, GARNÉS et al., 2010)		
CROQUI	ITINERÁRIO	
 Fonte: VILA FLOR (2010)	Estação EPS06 está localizada no estacionamento, a 12 m a leste do prédio do almoxarifado e arquivo geral, a 23 m a noroeste do prédio da área II, no Campos Universitário da Universidade Federal de Pernambuco.	
	FOTO	
	  Data da foto: Maio de 2017	
Monografia elaborada em (Souza, 2017) - PIBIC - Propesq / UFPE		

Fonte: LATOP (2017).

ANEXO II – PROGRAMA DO AJUSTAMENTO DA REDE GNSS

```

1  clc
2  clear
3  format (17)
4
5  //-----%
6  //.....DADOS DE ENTRADA.....%
7  //-----%
8
9  //Coordenadas Geocêntricas fixas
10 EPS_03 = [5176821.566 //X
11 .....-3617772.168 //Y
12 .....-887486.729]; //Z
13
14 EPS_04 = [5176459.728
15 .....-3618302.378
16 .....-887433.924];
17
18 //Distância das linhas de base
19 //....ΔX.....ΔY.....ΔZ
20 Δ=[97.145...22.847...474.394...//EPS4_LAGO
21 ...135.613...77.614...469.089...//AREA2_EPS4
22 ...497.433...607.818...416.297...//AREA2_EPS3
23 ...-264.681...-507.363...527.189...//EPS3_LAGO
24 ...232.747...100.466...943.483]; //AREA2_LAGO
25
26 //Desvios-padrão SUPERESTIMADOS das linhas de base
27 //....σX.....σY.....σZ
28 σ = [0.003 0.002 0.001...//EPS4_LAGO
29 .....0.003 0.002 0.002...//AREA2_EPS4
30 .....0.006 0.004 0.003...//AREA2_EPS3
31 .....0.004 0.004 0.002...//EPS3_LAGO
32 .....0.004 0.003 0.002]; //AREA2_LAGO

```

```

43 /*Desvios-padrão-MANIPULADOS-das-linhas-de-base
44 //..... $\sigma_X$ ..... $\sigma_Y$ ..... $\sigma_Z$ 
45  $\sigma = [0.006 \cdot 0.004 \cdot 0.002 \dots //EPS4\_LAGO$ 
46 ..... $0.006 \cdot 0.004 \cdot 0.004 \dots //AREA2\_EPS4$ 
47 ..... $0.012 \cdot 0.008 \cdot 0.006 \dots //AREA2\_EPS3$ 
48 ..... $0.008 \cdot 0.008 \cdot 0.004 \dots //EPS3\_LAGO$ 
49 ..... $0.008 \cdot 0.006 \cdot 0.004]; \dots //AREA2\_LAGO*/$ 
50 .....
51 //Coeficiente-de-Correlação
52  $cor = [-0.5513 \cdot -0.4790 \cdot 0.0294 \dots //EPS4\_LAGO$ 
53 ..... $-0.4016 \cdot -0.5795 \cdot -0.0730 \dots //AREA2\_EPS4$ 
54 ..... $-0.3836 \cdot -0.5630 \cdot 0.1065 \dots //AREA2\_EPS3$ 
55 ..... $-0.5986 \cdot -0.4385 \cdot 0.0485 \dots //EPS3\_LAGO$ 
56 ..... $-0.4330 \cdot -0.5532 \cdot -0.0686]; \dots //AREA2\_LAGO$ 
57
58 //-----§
59 //.....MONTAGEM-DO-VETOR-Lb.....§
60 //-----§
61
62 //C-EPS4= $d \rightarrow C = d + EPS4$ 
63  $v\_EPS4\_LAGO = [\Delta(1,1) + EPS\_04(1)$ 
64 ..... $\Delta(1,2) + EPS\_04(2)$ 
65 ..... $\Delta(1,3) + EPS\_04(3)]; \dots$ 
66
67 //EPS4-D= $d \rightarrow -D = d - EPS4$ 
68  $v\_AREA2\_EPS4 = [\Delta(2,1) - EPS\_04(1)$ 
69 ..... $\Delta(2,2) - EPS\_04(2)$ 
70 ..... $\Delta(2,3) - EPS\_04(3)];$ 
71
72 //EPS3-D= $d \rightarrow -D = d - EPS3$ 
73  $v\_AREA2\_EPS3 = [\Delta(3,1) - EPS\_03(1)$ 
74 ..... $\Delta(3,2) - EPS\_03(2)$ 
75 ..... $\Delta(3,3) - EPS\_03(3)];$ 
76
77 //C-EPS3= $d \rightarrow C = d + EPS3$ 
78  $v\_EPS3\_LAGO = [\Delta(4,1) + EPS\_03(1)$ 
79 ..... $\Delta(4,2) + EPS\_03(2)$ 
80 ..... $\Delta(4,3) + EPS\_03(3)];$ 
81
82 //C-D= $d$ 
83  $v\_AREA2\_LAGO = [\Delta(5,1)$ 
84 ..... $\Delta(5,2)$ 
85 ..... $\Delta(5,3)];$ 
86

```

```

87 //-----%
88 //.....VETOR·Lb.....%
89 //-----%
90
91 Lb = [v_EPS4_LAGO
92 ..... v_AREA2_EPS4
93 ..... v_AREA2_EPS3
94 ..... v_EPS3_LAGO
95 ..... v_AREA2_LAGO];
96 disp('Vetor·das·Observações·Lb:', Lb)
97
98 //-----%
99 //.....MATRIZ·A.....%
100 //-----%
101
102 //MATRIZ·A(15·X·6),·derivando·as·observações·Lb·(15)·em·relação·às·incógnitas·(6),·que·são·as·3·coordenadas·XYZ
103   ·de·cada·um·dos·2·pontos·(Lago·e·Área·2·)
104 A = [1·0·0·0·0·0·
105 .....0·1·0·0·0·0·
106 .....0·0·1·0·0·0·
107 .....0·0·0·-1·0·0·
108 .....0·0·0·0·-1·
109 .....0·0·0·-1·0·0·
110 .....0·0·0·0·-1·0·
111 .....0·0·0·0·0·-1·
112 .....1·0·0·0·0·0·
113 .....0·1·0·0·0·0·
114 .....0·0·1·0·0·0·
115 .....1·0·0·-1·0·0·
116 .....0·1·0·0·-1·0·
117 .....0·0·1·0·0·-1·];
118
119 disp('Matriz·A', A)
120
121 //-----%
122 //.....MONTAGEM·DA·MATRIZ·VARIÂNCIA·COVARIÂNCIA.....%
123 //-----%
124
125 //Covariâncias
126 //CovAB·=·CorAB·*·σA·*·σB
127 COVxy_EPS4_LAGO = cor(1,1)*σ(1,1)*σ(1,2)
128 COVxz_EPS4_LAGO = cor(1,2)*σ(1,1)*σ(1,3)
129 COVyz_EPS4_LAGO = cor(1,3)*σ(1,2)*σ(1,3)

```

```

130
131 COVxy_AREA2_EPS4 = cor(2,1)*σ(2,1)*σ(2,2)
132 COVxz_AREA2_EPS4 = cor(2,2)*σ(2,1)*σ(2,3)
133 COVyz_AREA2_EPS4 = cor(2,3)*σ(2,2)*σ(2,3)
134
135 COVxy_AREA2_EPS3 = cor(3,1)*σ(3,1)*σ(3,2)
136 COVxz_AREA2_EPS3 = cor(3,2)*σ(3,1)*σ(3,3)
137 COVyz_AREA2_EPS3 = cor(3,3)*σ(3,2)*σ(3,3)
138
139 COVxy_EPS3_LAGO = cor(4,1)*σ(4,1)*σ(4,2)
140 COVxz_EPS3_LAGO = cor(4,2)*σ(4,1)*σ(4,3)
141 COVyz_EPS3_LAGO = cor(4,3)*σ(4,2)*σ(4,3)
142
143 COVxy_AREA2_LAGO = cor(5,1)*σ(5,1)*σ(5,2)
144 COVxz_AREA2_LAGO = cor(5,2)*σ(5,1)*σ(5,3)
145 COVyz_AREA2_LAGO = cor(5,3)*σ(5,2)*σ(5,3)
146
147 //Matriz-Variância-Covariância
148 Σ_EPS4_LAGO = [ σ(1,1)^2 COVxy_EPS4_LAGO COVxz_EPS4_LAGO
149 ..... COVxy_EPS4_LAGO σ(1,2)^2 COVyz_EPS4_LAGO
150 ..... COVxz_EPS4_LAGO COVyz_EPS4_LAGO σ(1,3)^2 ];
151
152 Σ_AREA2_EPS4 = [ σ(2,1)^2 COVxy_AREA2_EPS4 COVxz_AREA2_EPS4
153 ..... COVxy_AREA2_EPS4 σ(2,2)^2 COVyz_AREA2_EPS4
154 ..... COVxz_AREA2_EPS4 COVyz_AREA2_EPS4 σ(2,3)^2 ];
155
156 Σ_AREA2_EPS3 = [ σ(3,1)^2 COVxy_AREA2_EPS3 COVxz_AREA2_EPS3
157 ..... COVxy_AREA2_EPS3 σ(3,2)^2 COVyz_AREA2_EPS3
158 ..... COVxz_AREA2_EPS3 COVyz_AREA2_EPS3 σ(3,3)^2 ];
159
160 Σ_EPS3_LAGO = [ σ(4,1)^2 COVxy_EPS3_LAGO COVxz_EPS3_LAGO
161 ..... COVxy_EPS3_LAGO σ(4,2)^2 COVyz_EPS3_LAGO
162 ..... COVxz_EPS3_LAGO COVyz_EPS3_LAGO σ(4,3)^2 ];
163
164 Σ_AREA2_LAGO = [ σ(5,1)^2 COVxy_AREA2_LAGO COVxz_AREA2_LAGO
165 ..... COVxy_AREA2_LAGO σ(5,2)^2 COVyz_AREA2_LAGO
166 ..... COVxz_AREA2_LAGO COVyz_AREA2_LAGO σ(5,3)^2 ];
167
168 //-----%
169 //.....MATRIZ-DOS-PESOS:-O-INVERSO-DA-MVC.....%
170 //-----%
171
172 P = [Σ_EPS4_LAGO(1,1) Σ_EPS4_LAGO(2,1) Σ_EPS4_LAGO(3,1) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
173 ..... Σ_EPS4_LAGO(1,2) Σ_EPS4_LAGO(2,2) Σ_EPS4_LAGO(3,2) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
174 ..... Σ_EPS4_LAGO(1,3) Σ_EPS4_LAGO(2,3) Σ_EPS4_LAGO(3,3) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

```

```

175 .....0-0-0-0-Σ AREA2_EPS4(1,1)-Σ AREA2_EPS4(2,1) Σ AREA2_EPS4(3,1)-0-0-0-0-0-0-0-0-0-0
176 .....0-0-0-0-Σ AREA2_EPS4(1,2)-Σ AREA2_EPS4(2,2) Σ AREA2_EPS4(3,2)-0-0-0-0-0-0-0-0-0-0
177 .....0-0-0-0-Σ AREA2_EPS4(1,3)-Σ AREA2_EPS4(2,3) Σ AREA2_EPS4(3,3)-0-0-0-0-0-0-0-0-0-0
178 .....0-0-0-0-0-0-0-0-Σ AREA2_EPS3(1,1)-Σ AREA2_EPS3(2,1) Σ AREA2_EPS3(3,1)-0-0-0-0-0-0-0-0
179 .....0-0-0-0-0-0-0-0-Σ AREA2_EPS3(1,2)-Σ AREA2_EPS3(2,2) Σ AREA2_EPS3(3,2)-0-0-0-0-0-0-0-0
180 .....0-0-0-0-0-0-0-0-Σ AREA2_EPS3(1,3)-Σ AREA2_EPS3(2,3) Σ AREA2_EPS3(3,3)-0-0-0-0-0-0-0-0
181 .....0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-Σ EPS3_LAGO(1,1)-Σ EPS3_LAGO(2,1)-Σ EPS3_LAGO(3,1)-0-0-0-0
182 .....0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-Σ EPS3_LAGO(1,2)-Σ EPS3_LAGO(2,2)-Σ EPS3_LAGO(3,2)-0-0-0-0
183 .....0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-Σ EPS3_LAGO(1,3)-Σ EPS3_LAGO(2,3)-Σ EPS3_LAGO(3,3)-0-0-0-0
184 .....0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-Σ AREA2_LAGO(1,1) Σ AREA2_LAGO(2,1) Σ AREA2_LAGO(3,1)
185 .....0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-Σ AREA2_LAGO(1,2) Σ AREA2_LAGO(2,2) Σ AREA2_LAGO(3,2)
186 .....0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-Σ AREA2_LAGO(1,3) Σ AREA2_LAGO(2,3) Σ AREA2_LAGO(3,3)];
187
188 P=inv(P)
189 disp('Matriz-dos-Pesos:',P)
190
191 //-----%
192 //.....MATRIZ-Xa.....%
193 //-----%
194
195 Xa=inv(A'*P*A)*A'*P*Lb;
196
197 disp('Parâmetros-Ajustados-no-sistema-Geocêntrico',Xa)
198
199 //-----%
200 //.....VETOR-DOS-RESÍDUOS--V.....%
201 //-----%
202
203 V=(A*Xa)-Lb;
204 disp('Os-resíduos',V)
205
206 //-----%
207 //.....GRAU-DE-LIBERDADE.....%
208 //-----%
209
210 //GL=nº.de-observações--nº.de-incógnitas-(coordenadas-a-serem-ajustadas)
211 GL=size(Lb,"n")-size(A,"c")
212 disp('Grau-de-Liberdade',GL)
213
214 //-----%
215 //.....SIGMA-A-POSTERIORI=(V'*P*V)/GL.....%
216 //-----%
217 σ_post=(V'*P*V)/GL;
218 disp('Variância-a-posteriori:',σ_post)

```

```

219
220 //-----%
221 //.....OBSERVAÇÕES AJUSTADAS.....%
222 //-----%
223 La= Lb + V
224 disp('As observações ajustadas', La)
225
226 //-----%
227 //.....MVC DE Xa.....%
228 //-----%
229
230  $\Sigma_{Xa} = \sigma_{post} * inv(A' * P * A);$ 
231 disp('MVC  $\Sigma$  de Xa:',  $\Sigma_{Xa}$ )
232
233 //-----%
234 //.....DESVIO-PADRÃO DE Xa.....%
235 //-----%
236
237  $\sigma_{Xa} = \sqrt{diag(\Sigma_{Xa})}$ 
238 disp('Desvio- Padrão  $\sigma$  de Xa:',  $\sigma_{Xa}$ )
239
240 //-----%
241 //.....MVC DE La.....%
242 //-----%
243
244  $\Sigma_{La} = A * \Sigma_{Xa} * A';$ 
245 disp('MVC  $\Sigma$  de La:',  $\Sigma_{La}$ )
246
247 //-----%
248 //.....DESVIO-PADRÃO DE La.....%
249 //-----%
250
251  $\sigma_{La} = \sqrt{diag(\Sigma_{La})}$ 
252 disp('Desvio- Padrão  $\sigma$  de La:',  $\sigma_{La}$ )
253
254 //-----%
255 //.....QUI-QUADRADO.....%
256 //-----%
257
258 //Nível de significância:  $\alpha = 5\%$ 
259  $\alpha = 0.05$ 
260
261 //Região de aceitação do  $\chi^2$ 
262  $\alpha_1 = \alpha/2$ 
263  $\alpha_2 = 1-\alpha_1$ 

```

```

264 disp('A região de aceitação do  $\chi^2$ , para o grau de liberdade com 5% de significância, é:',  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ )
265
266 //Verificada a região de aceitação, olhar a tabela da distribuição do  $\chi^2$ 
267  $\chi^2_1$  = 2.70 //Valor tabelado em  $\alpha_1$ 
268  $\chi^2_2$  = 19.72 //Valor tabelado em  $\alpha_2$ 
269
270 //Qui-Quadrado
271  $\chi^2$  = V' * P * V
272
273 if ( $\chi^2$  >=  $\chi^2_1$ ) & ( $\chi^2$  <=  $\chi^2_2$ ) then
274 .... disp('Ajustamento PASSOU no Teste do Qui-Quadrado, cujo valor é:',  $\chi^2$ )
275 else
276 .... disp('Ajustamento NÃO PASSOU no Teste do Qui-Quadrado, cujo valor é:',  $\chi^2$ )
277 end
278
279 //-----%
280 //.....RESULTADO -- REAL.....%
281 //-----%
282
283 //Coordenadas Geocêntricas Transformadas em Geodésicas
284 LAGO_LatLong = [-08.02.50.2485
285 .....-34.57.09.1954];
286 LAGO_h = 4.34202
287 disp('Coordenadas Geodésicas Lago:', LAGO_LatLong, LAGO_h)
288
289 AREA2_LatLong = [-08.03.21.2643.
290 .....-34.57.16.2396];
291 AREA2_h = 4.59177
292 disp('Coordenadas Geodésicas Área 2:', AREA2_LatLong, AREA2_h)
293
294
295 /*-----%
296 //.....RESULTADO -- MANIPULADO.....%
297 //-----%
298
299 //Coordenadas Geocêntricas Transformadas em Geodésicas
300 LAGO_LatLong = [-08.02.50.2485
301 .....-34.57.09.1954];
302 LAGO_h = 4.34202
303 disp('Coordenadas Geodésicas Lago:', LAGO_LatLong, LAGO_h)
304
305 AREA2_LatLong = [-08.03.21.2643.
306 .....-34.57.16.2396];
307 AREA2_h = 4.59177
308 disp('Coordenadas Geodésicas Área 2:', AREA2_LatLong, AREA2_h)

```

ANEXO III – TABELA DE VALORES QUI-QUADRADO

Figura 11: Valores dos Percentis para a Distribuição de Qui-Quadrado χ^2

P	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,25	0,75	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995
v												
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,10	1,32	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	0,58	2,77	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	1,21	4,11	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	1,92	5,39	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	2,67	6,63	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	3,45	7,84	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	4,25	9,04	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	5,07	10,22	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	5,90	11,39	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	6,74	12,55	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	7,58	13,70	17,28	19,68	21,92	24,73	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	8,44	14,85	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	9,30	15,98	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	10,17	17,12	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	11,04	18,25	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	11,91	19,37	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	12,79	20,49	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	13,68	21,60	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	14,56	22,72	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	15,45	23,83	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00
21	8,03	8,90	10,28	11,59	13,24	16,34	24,93	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40
22	8,64	9,54	10,98	12,34	14,04	17,24	26,04	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80
23	9,26	10,20	11,69	13,09	14,85	18,14	27,14	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18
24	9,89	10,86	12,40	13,85	15,66	19,04	28,24	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56
25	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	19,94	29,34	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93
26	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	20,84	30,43	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29
27	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	21,75	31,53	36,74	40,11	43,19	46,96	49,65
28	12,46	13,56	15,31	16,93	18,94	22,66	32,62	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99
29	13,12	14,26	16,05	17,71	19,77	23,57	33,71	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34
30	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	24,48	34,80	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67
35	17,19	18,51	20,57	22,47	24,80	29,05	40,22	46,06	49,80	53,20	57,34	60,27
40	20,71	22,16	24,43	26,51	29,05	33,66	45,62	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77
45	24,31	25,90	28,37	30,61	33,35	38,29	50,98	57,51	61,66	65,41	69,96	73,17
50	27,99	29,71	32,36	34,76	37,69	42,94	56,33	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49
55	31,73	33,57	36,40	38,96	42,06	47,61	61,67	68,80	73,31	77,38	82,29	85,75
60	35,53	37,48	40,48	43,19	46,46	52,29	66,98	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95
65	39,38	41,44	44,60	47,45	50,88	56,99	72,28	79,97	84,82	89,18	94,42	98,10
70	43,28	45,44	48,76	51,74	55,33	61,70	77,58	85,53	90,53	95,02	100,43	104,21
75	47,21	49,48	52,94	56,05	59,79	66,42	82,86	91,06	96,22	100,84	106,39	110,29
80	51,17	53,54	57,15	60,39	64,28	71,14	88,13	96,58	101,88	106,63	112,33	116,32
85	55,17	57,63	61,39	64,75	68,78	75,88	93,39	102,08	107,52	112,39	118,24	122,32
90	59,20	61,75	65,65	69,13	73,29	80,62	98,65	107,57	113,15	118,14	124,12	128,30
95	63,25	65,90	69,92	73,52	77,82	85,38	103,90	113,04	118,75	123,86	129,97	134,25
100	67,33	70,06	74,22	77,93	82,36	90,13	109,14	118,50	124,34	129,56	135,81	140,17
110	75,55	78,46	82,87	86,79	91,47	99,67	119,61	129,39	135,48	140,92	147,41	151,95
120	83,85	86,92	91,57	95,70	100,62	109,22	130,05	140,23	146,57	152,21	158,95	163,65
130	92,22	95,45	100,33	104,66	109,81	118,79	140,48	151,05	157,61	163,45	170,42	175,28
140	100,65	104,03	109,14	113,66	119,03	128,38	150,89	161,83	168,61	174,65	181,84	186,85

Fonte: Gemael (1994)