UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

GEOVANE SERCUNDES DA SILVA JUNIOR

OTIMIZAÇÃO DE PÓRTICOS PLANOS DE CONCRETO ARMADO UTILIZANDO ALGORITMO GENÉTICO

Caruaru
2022

GEOVANE SERCUNDES DA SILVA JUNIOR

OTIMIZAÇÃO DE PÓRTICOS PLANOS DE CONCRETO ARMADO UTILIZANDO ALGORITMO GENÉTICO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Engenharia Civil e Ambiental.

Área de concentração: Estruturas e Materiais.

Orientadora: Profa. Dra. Giuliana Furtado Franca Bono.

Caruaru

2022

Catalogação na fonte:
Bibliotecária – Nasaré Oliveira - CRB/4 - 2309

S586o Silva Junior, Geovane Sercundes da.
Otimização de pórticos planos de concreto armado utilizando algoritmo genético. / Geovane Sercundes da Silva Junior. – 2022.
136 f.; il.: 30 cm.

Orientadora: Giuliana Furtado Franca Bono.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Programa de Pós- Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, 2022.
Inclui Referências.

1. Algoritmos genéticos. 2. Concreto armado. 3. Otimização estrutural. 4. Pórticos. I. Bono, Giuliana Furtado Franca (Orientadora). II. Título.

CDD 620 (23. ed.) UFPE (CAA 2022-058)

GEOVANE SERCUNDES DA SILVA JUNIOR

OTIMIZAÇÃO DE PÓRTICOS PLANOS DE CONCRETO ARMADO UTILIZANDO ALGORITMO GENÉTICO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Engenharia Civil e Ambiental.

Área de concentração: Estruturas e Materiais.

Aprovada em: 06/10/2022

BANCA EXAMINADORA

_____

Profa. Dra. Giuliana Furtado Franca Bono (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

_____

Prof. Dr. Gustavo Bono (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

_____

Prof. Dr. Charlei Marcelo Paliga (Examinador Externo)

Universidade Federal de Pelotas

Dedico este trabalho a minha mãe Maria do Socorro de Matos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a **Deus**, pela dádiva da vida e por me permitir realizar tantos sonhos nesta existência. Obrigado por me permitir errar, aprender e crescer.

A minha orientadora **Giuliana F. F. Bono** pelos ensinamentos, dedicação, atenção e direcionamento na elaboração desta pesquisa.

A minha mãe, **Maria do Socorro de Matos**, por todo amor, apoio e incentivo transmitidos. Aos meus irmãos, **João Allef de Matos** e **Fagner Sebastião de Matos**, por todas as conversas e planos para o futuro.

A minha namorada, **Amanda Siqueira Ramos** e meus sogros **Rômulo Siqueira França** e **Núbia Nascimento Ramos** por toda ajuda, apoio e incentivo.

Aos professores **Thomas Fernandes da Silva** e **Jessyca Priscylla de Almeida Nunes** por verem potencial em mim e serem os responsáveis por me apresentar a carreira acadêmica. Tenho os dois como exemplos a serem seguidos.

Aos professores membros da banca examinadora desta dissertação, por todas as contribuições efetuadas na qualificação e defesa.

A Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco - **FACEPE** pelo apoio financeiro que possibilitou dedicação total a realização desta pesquisa.

À Universidade Federal de Pernambuco - **UFPE** em especial ao Centro Acadêmico do Agreste, por ter me concedido a oportunidade de cursar e concluir a pós-graduação em Engenharia Civil e Ambiental e a todos que direta ou indiretamente contribuíram para elaboração dessa dissertação.

RESUMO

Diante da preocupação de desenvolver o setor da construção civil de forma sustentável e econômica, existe a necessidade de buscar alternativas estruturais que permitam a redução do consumo de concreto, madeira e aço. A otimização pode ser utilizada como ferramenta de auxílio ao projetista nas tomadas de decisões, desde a definição do pré-dimensionamento dos elementos estruturais até a etapa final de dimensionamento. Nesse contexto, este trabalho teve como objetivo principal desenvolver e implementar um programa computacional no ambiente MATLAB para realizar o dimensionamento ótimo de pórticos planos de concreto armado, atendendo aos critérios impostos na NBR 6118 (ABNT, 2014), por meio de Algoritmos Genéticos (AG) cuja função objetivo é o custo total dos materiais da estrutura (concreto, fôrmas e aço). Foram desenvolvidos algoritmos capazes de otimizar pilares e vigas tanto de forma isolada como integradas a um pórtico plano composto por um vão e vários níveis (pavimentos). A implementação foi feita utilizando o toolbox de Algoritmos Genéticos (AG) do MATLAB, considerando como variáveis de projeto as dimensões das seções transversais (base e altura) dos pilares e vigas, e a resistência característica à compressão do concreto (fck) dos elementos estruturais. Foram utilizadas variáveis discretas para as dimensões das seções transversais e para o fck, com variação de 5MPa em um intervalo de valores de 20 a 50 MPa. Realizou-se um estudo paramétrico, para analisar o comportamento das variáveis de projeto e custo dos materiais dos elementos estruturais otimizados em diferentes situações de projeto. Para analisar a influência das variáveis de projeto consideradas no processo de otimização, foi feito um estudo estatístico através do método Design of Experiments (DOE). Com base na análise dos dados, pode-se concluir que as ferramentas de otimização permitem a obtenção de soluções mais econômicas. O método dos Algoritmos Genéticos apresentou um bom desempenho na otimização e pode-se destacar a facilidade de implementação, a flexibilidade em tratar problemas com diversas restrições, funcionando como uma ferramenta que auxilia o engenheiro em suas tomadas de decisões. Esta pesquisa resultou em um programa funcional que permite o dimensionamento tradicional e/ou dimensionamento ótimo de vigas, pilares e pórticos planos, podendo ser utilizado para contribuir na tomada de decisões em projetos estruturais, assim como servir de base para outros estudos acadêmicos. Contribuiu para o avanço na área de otimização estrutural, determinando o comportamento das variáveis de projeto. Concluiu-se que o fck exerce uma grande influência no custo total dos pilares, assim como a altura das vigas exerce no custo total das vigas. Também se observou que as fôrmas e o material aço apresentam os maiores índices de custo nos elementos estruturais, sendo vigas o tipo de elemento estrutural que apresentou o maior custo nos pórticos planos otimizados.

Palavras-chave: algoritmos genéticos; concreto armado; otimização estrutural; pórticos planos.

ABSTRACT

Faced with the concern to develop the civil construction sector in a sustainable and economical way, there is a need to seek structural alternatives that allow the reduction of the consumption of concrete, wood and steel. Optimization can be used as a tool to help the designer in decision making, from the definition of the pre-dimensioning of the structural elements to the final stage of dimensioning. In this context, the main objective of this work was to develop and implement a computational program in the MATLAB environment to perform the optimal design of flat reinforced concrete frames, meeting the criteria imposed by NBR 6118 (ABNT, 2014), through Genetic Algorithms (GA) whose objective function is the total cost of the structure's materials (concrete, formwork and steel). Algorithms were developed capable of optimizing columns and beams both in isolation and integrated into a flat frame composed of a span and several levels (floors). The implementation was carried out using MATLAB's Genetic Algorithms (GA) toolbox, considering as design variables the dimensions of the cross-sections (base and height) of the columns and beams, and the characteristic compressive strength of concrete (fck) of the structural elements. Discrete variables were used for the dimensions of the cross sections and for the fck, with a variation of 5MPa in a range of values from 20 to 50 MPa. A parametric study was carried out to analyze the behavior of design variables and material cost of optimized structural elements in different design situations. To analyze the influence of the design variables considered in the optimization process, a statistical study was carried out using the Design of Experiments (DOE) method. Based on the data analysis, it can be concluded that the optimization tools allow obtaining more economical solutions. The Genetic Algorithms method presented a good performance in the optimization and it can be highlighted the ease of implementation, the flexibility in dealing with problems with different restrictions, functioning as a tool that helps the engineer in his decision making. This research resulted in a functional program that allows the traditional design and/or optimal design of beams, columns and flat frames, which can be used to help decision-making in real structural projects, as well as serving as a basis for other studies. Contributed to the advancement in the area of structural optimization, determining the behavior of the design variables and concluding that the fck exerts a great influence on the total cost of the columns, as well as the height of the beams on the total cost of the beams. It was also concluded that the shapes and steels present the highest cost indexes in the structural elements, the beams being the element with the highest cost in optimized flat frames.

Keywords: genetic algorithms; plane frames; reinforced concrete; structural optimization.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Graus de Liberdade em Pórticos 28
Figura 2 - Etapas para implementação do método dos deslocamentos. 29
Figura 3 - Diagrama Tensão-Deformação do Concreto 30
Figura 4 - Diagrama Tensão-Deformação do Aço 31
Figura 5 - Domínios de estado-limite último de uma seção transversal 33
Figura 6 - Diagrama de tensões simplificadas para vigas com armadura simples 34
Figura 7 - Diagrama de tensões simplificadas para vigas com armadura dupla 35
Figura 8 - Arranjo estrutural e situação de projeto de pilar intermediário. 42
Figura 9 - Momento de primeira ordem Ma e Mb 42
Figura 10 - Arranjo do pilar de extremidade na estrutura real, planta e situação de projeto ... 43
Figura 11 - Arranjo do pilar de canto na estrutura real, em planta e situação de projeto 43
Figura 12 - valores de $l0$ e l. 46
Figura 13 - Imperfeições locais em pilares 49
Figura 14 - Situações estaticamente equivalentes 52
Figura 15 - Diagrama de equivalência entre esforços atuantes e resistentes 53
Figura 16 - Diagrama do caso 1 55
Figura 17 - Diagrama do caso 2 56
Figura 18 - Diagrama do caso 3 57
Figura 19 - Diagrama do caso 4 58
Figura 20 - Diagrama de transição entre os domínios 2 e 3 59
Figura 21 - Diagrama de transição entre os domínios 3 e 4 60
Figura 22 - Espaçamentos e diâmetros das barras longitudinais 62
Figura 23 - Proteção contra flambagem de barras 64
Figura 24 - Tipos de otimização estrutural 66
Figura 25 - Método de Gradiente vs Algoritmos Genéticos 70
Figura 26 - Fluxograma de um algoritmo genético 70
Figura 27 - Esquema estrutural do Pórtico Plano 78
Figura 28 - Comando para executar a otimização dos pilares 84
Figura 29 - Modelo estrutural de viga biapoiada 86

Figura 30 - Modelo estrutural de viga considerada neste trabalho 86
Figura 31 - Áreas de aço consideradas para o cálculo do custo 88
Figura 32 - Comando para executar a otimização das vigas 92
Figura 33 - Pórticos utilizados para validação do programa de analise estrutural 94
Figura 34 - Viga otimizada por Bezerra (2017) e Correia (2020) 101
Figura 35 - Configuração estrutural de viga engastada nas duas extremidades 113
Figura 36 - Viga com comprimento efetivo de 4,5 m e carga variável 114
Figura 37 - Viga com carregamento de 30 kN/m e comprimento efetivo variável 116
Figura 38 - Viga com carregamento de 30 kN/m e comprimento efetivo de 5 m 117
Figura 39 - Pórtico de 4 níveis..... 120
Figura 40 - Pórtico com altura e carga fixa e comprimento variável 122
Figura 41 - Pórtico com comprimento de vão e altura efetiva iguais 124
Figura 42 - Pórtico utilizado para o DOE 126

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Custo total dos pilares em cada trabalho analisado.....100
Gráfico 2 - Custo dos pilares otimizados por Sias (2014), e por esse trabalho (Modos I e II).....104
Gráfico 3 - Área de concreto dos pilares otimizados por Sias (2014), e por esse trabalho (Modos II e III).....105
Gráfico 4 - Área de aço dos pilares otimizados por Sias (2014), e por esse trabalho (Modos II e III).....105
Gráfico 5 - Área das fôrmas dos pilares otimizados por Sias (2014), e por esse trabalho (Modo II e Modo III).....106
Gráfico 6 - Custo unitário dos materiais que compõe os pilares P8 a P17.....108
Gráfico 7 - Porcentagem do custo dos materiais que compõe os pilares P18 a P26.....109
Gráfico 8 - Custo dos materiais em função do fck do pilar P12.....110
Gráfico 9 - Custo dos materiais em função do fck do pilar P19.....111
Gráfico 10 - Efeitos das variáveis do pilar.....112
Gráfico 11 - Porcentagem do custo dos materiais - viga de vão fixo e carga variável.....115
Gráfico 12 - Custo dos aços em diferentes locais - viga de vão fixo e carga variável.....115
Gráfico 13 - Efeitos das variáveis das vigas.....119
Gráfico 14 - Percentual de custo dos materiais em cada nível.....122
Gráfico 15 - Custos dos pórticos com comprimento de vão e altura efetiva iguais.....125
Gráfico 16 - Gráfico de Pareto dos efeitos das variáveis dos pórticos.....128

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Problemas de flexo-compressão normal, soluções armaduras simétricas. 54
Quadro 2 - Resumo de projetos fatoriais fracionados úteis..... 73
Quadro 3 - Valores dos níveis baixos e altos 74
Quadro 4 - Dimensionamento dos pilares P1 a P3 96
Quadro 5 - Dimensionamento dos pilares P4 e P5 97
Quadro 6 - Níveis baixos e altos para o DOE do pilar..... 112
Quadro 7 - Efeitos das variáveis do pilar 112
Quadro 8 - Níveis baixos e altos para o DOE da viga 118
Quadro 9 - Efeitos das variáveis das vigas..... 119
Quadro 10 - Resultados ótimos do pórtico de 4 níveis 121
Quadro 11 - Custo dos insumos do pórtico de 4 níveis 122
Quadro 12 - Resultados dos pórticos com altura e carga fixa e comprimento variável..... 123
Quadro 13 - Custo dos pórticos com altura e carga fixa e comprimento variável 123
Quadro 14 - Resultados dos pórticos com comprimento de vão e altura efetiva iguais. 124
Quadro 15 - Custo dos pórticos com comprimento de vão e altura efetiva iguais 125
Quadro 16 - Níveis baixos e altos para o DOE de pórticos..... 126

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Matriz de planejamento para $2IV4-1$ 74
Tabela 2 - Valores para os níveis baixo e alto 75
Tabela 3 - Custos unitários do concreto, aço e fôrmas. 80
Tabela 4 - Pórtico plano modelo A 95
Tabela 5 - Pórtico plano modelo B 95
Tabela 6 - Custos unitários e limitações de Sias e Alves (2014) 98
Tabela 7 - Pilares Otimizados por Sias (2014) e Nascimento(2017) vs Autor(2022) 99
Tabela 8 - Custos unitários de Bezerra (2017) e Correia (2020) 101
Tabela 9 - Viga otimizada por Bezerra (2019) e Correia (2020) *vs* Autor (2022) 101
Tabela 10 - Otimização de pilares por diferentes autores. 103
Tabela 11 - Otimização dos pilares P8 a P17 107
Tabela 12 - Otimização dos pilares P18 a P26. 108
Tabela 13 - Índice de esbeltez dos pilares P18 a P26 109
Tabela 14 - Dimensionamento do pilar P12 com diferentes valores para o fck 110
Tabela 15 - Dimensionamento do pilar P19 com diferentes valores para o fck 111
Tabela 16 - Experimentos do DOE do pilar 112
Tabela 17 - Resultados da viga com comprimento efetivo de 4,5 m e carga variável 114
Tabela 18 - Resultados da viga com carregamento de 30 kN/m e comprimento variável 116
Tabela 19 - Resultados da viga com carregamento de 30 kN/m e comprimento de 5 m 117
Tabela 20 - Experimentos do DOE de viga 118
Tabela 21 - Resultado dos experimentos dos pórticos 127
Tabela 22 - Efeitos das variáveis avaliadas para os pórticos 127

LISTA DE SÍMBOLOS

A_s - Área de aço

A_{sb} - A soma das áreas de aço das barras utilizadas em projeto

A_c - Área de concreto

$As_{Estr.}$ - Área de aço dos estribos

A_{smin} - A área de aço mínima

A_{St} - Áreas de aço de projeto utilizadas nos estribos

C_{Av} - Custo do aço utilizado na viga

C_{Cv} - Custo do concreto utilizado na viga

C_{Fv} - Custo da fôrma utilizada na viga

C_{pilar} - Custo total do pilar

N_b - Número de barras

N_e - Número de estribos

A_{SA} - Áreas de aço de projeto utilizadas nas armaduras longitudinais dos apoios

A_{SPEst} - Áreas de aço de projeto utilizadas nas armaduras longitudinais dos porta estribos

A_{SVao} - Áreas de aço de projeto utilizadas nas armaduras longitudinais dos vãos da viga

A_{c_p} - Área de concreto do pilar

A_{c_v} - Área de concreto da viga

$A_{s,max}$ - Área de aço máxima para pilares

$A_{s,min}$ - Área de aço mínima para pilares

As_{apoio} - Área de aço localizada nos apoios da viga

As_{long} - Área de aço para combater os momentos fletores positivos na viga

Asw_{min} - Área de armadura da seção transversal

B_p - Dimensão da base da seção transversal do pilar

B_v - Dimensão da base da seção transversal da viga

C_{AAp} - Custo do aço em função do diâmetro utilizado nas armaduras longitudinais dos apoios

C_{APEs} - Custo do aço em função do diâmetro utilizado nas armaduras longitudinais dos porta estribos

C_{AVao} - Custo do aço em função do diâmetro utilizado nas armaduras longitudinais nos vãos da viga

C_{AVaoV} - Custo dos aços das armaduras longitudinais no vão da viga

C_{AapV} - Custo dos aços das armaduras longitudinais localizadas nos apoios

C_{AestV} - Custo dos aços dos estribos da viga

C_{At} - Custo do aço em função do diâmetro utilizado nos estribos

Cca50 - Custo unitário da barra de aço CA-50 em função do seu diâmetro

Cca60 - Custo unitário da barra de aço CA-60 em função do seu diâmetro

$Ccon_v$ - Custo do concreto em função do fck (R$/m³)

C_{Oe} - Comprimento dos estribos

C_{Oes} - Comprimento do estribo suplementar

C_{Fv} - Custo das fôrmas da viga

C_{ff} - Contraflecha aplicada

C_{fi} - Contraflecha limite

E_{ci} - Módulo de deformação inicial do concreto

E_{cs} - Módulo de deformação secante do concreto

E_{si} - Módulo de elasticidade do aço, para a barra considerada

H_p - Dimensão da altura da seção transversal do pilar

H_v - Dimensão da altura da seção transversal da viga

L_{BA} - Comprimento total as armaduras longitudinais nos apoios

L_{BPEs} - Comprimento total das armaduras longitudinais de porta estribos

L_{BVao} - Comprimento total das armaduras longitudinais nos vãos da viga

L_{est} - Comprimento total dos estribos

L_v - Comprimento do vão da viga

$M_{1d,min}$ - Momento mínimo de 1ª ordem

M_{1d} - Momento fletor de ligação viga-pila

M_{2d} - Momento fletor de 2ª ordem

M_d - Momento fletor solicitante de cálculo

M_{dlim} - Máximo momento que a seção consegue resistir para a situação de armadura simples

$N_{PorEstr}$ - Número de barras de aço de projeto utilizadas nas armaduras longitudinais dos porta estribos

N_{apoio} - Número de barras de aço de projeto utilizadas nas armaduras longitudinais dos apoios

N_{apoio} - Número de barras de aço localizada nos apoios da viga

N_d - Esforço axial de cálculo

N_k - Esforço axial característico

N_{long} - Número de barras de aço de projeto utilizadas nas armaduras longitudinais dos vãos da viga

$S_{máx}$ - Espaçamento máximo dos estribos

V_{Rd3} - Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração da diagonal;

V_{Sd} - Esforço cortante

V_c - Parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça

V_{sw} - Parcela resistida pela armadura transversal, conforme o modelo de cálculo

W_0 - Módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto em relação à fibra mais tracionada

a_L - Espaçamento mínimo das armaduras longitudinais

a_i - Flecha imediata

$a_{máx}$ - Espaçamento máximo entre eixos das barras ou feixe das barras;

a_t - Flecha total

d' - Distância da borda comprimida até o centro da armadura comprimida

$d_{máx}$ - Diâmetro máximo do agregado graúdo

$e_1/\ h$ - Excentricidade relativa a 1ª ordem

e_{1x} - Excentricidade inicial na direção x

e_{1y} - Excentricidade inicial na direção y

e_2 - Excentricidade de 2ª ordem

l_0 - Distância entre as faces internas dos elementos estruturais, que vinculam o pilar

l_e - Comprimento equivalente do pilar

n_1 - Coeficiente de conformação superficial

$s_{máx}$ - Espaçamento transversal máximo entre os estribos

s_t - Espaçamento longitudinal máximo entre os estribos

x_{23} - Profundidade da linha neutra para o limite entre domínio 2 e domínio 3

x_{34} - Profundidade da linha neutra para o limite entre domínio 3 e domínio 4

x_{lim} - Profundidade limite da linha neutra para flexo-compressão

α_c - Parâmetro da tensão constante do diagrama de tensões do concreto

γ_f - Coeficiente de majoração da força normal

γ_n - Coeficiente adicional para pilares de dimensão menor que 19 cm

ε_c - Deformação específica do concreto

ε_{c2} - Deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico

ε_{cu} - Deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura

ε_{yd} - Deformação de escoamento do aço

ρ_{ri} - Taxa de armadura em relação à área de envolvimento da barra

σ_c - Tensão de compressão no concreto

σ_s' - Tensão na armadura de compressão

σ_{si} - Tensão de tração no centro da armadura, calculada no estádio II

ϕ_t - Área do diâmetro da armadura do estribo

ρ - Massa especifica do aço

e - Excentricidade inicial

l - Distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado

s - Espaçamento entre os estribos

x - Profundidade da linha neutra do pilar

λ - Parâmetro da profundidade do diagrama retangular de tensões resistentes do concreto

ρ - Massa específica do aço

λ - Índice de esbeltez

λ_1 - Valor-limite do índice de esbeltez

$\emptyset_{PorEstr}$ - Diâmetro de barras de aço de projeto utilizadas nas armaduras longitudinais dos porta estribos

$\emptyset_{apoio}$ - Diâmetro de barras de aço de projeto utilizadas nas armaduras longitudinais dos apoios

$\emptyset_i$ - Diâmetro da barra considerada

$\emptyset_l$ - Diâmetro da armadura longitudinal

$\emptyset_{long}$ - Diâmetro de barras de aço de projeto utilizadas nas armaduras longitudinais dos vãos da viga

$\emptyset_t$ - Diâmetro do estribo do pilar

$\frac{1}{r}$ - Expressão aproximada para a curvatura.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 19

1.1 Justificativa e Motivação 21

1.2 Objetivos 21

1.2.1 Objetivo Geral 21

1.2.2 Objetivos Específicos 22

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 23

2.1 Estado da Arte 23

2.2 Análise Estrutural 28

2.3 Materiais 29

2.3.1 Concreto 29

2.3.2 Aço 31

2.4 Hipóteses básicas para dimensionamento de elementos lineares 32

2.5 Dimensionamento de Vigas 33

2.5.1 Dimensionamento ao esforço cortante 36

2.5.2 Estados-limites de serviço 38

2.5.3 Detalhamento 40

2.6 Pilares 41

2.6.1 Não linearidade 44

2.6.2 Excentricidades e momentos fletores de 1ª e 2ª ordem 45

2.6.3 Comprimento equivalente e esbeltez 46

2.6.4 Força normal de cálculo 48

2.6.5 Momentos fletores mínimos 48

2.6.6 Momentos fletores totais de cálculo 49

2.6.7 Dimensionamento de Pilares 50

2.6.8 Relações de equivalência entre esforços atuantes e resistentes 52

2.6.9 Dimensionamento de seções retangulares à flexocompressão normal 53

2.6.10 Detalhamento 60

2.7 Otimização estrutural 64

2.7.1 Algoritmos genéticos 67

2.8 Planejamento de Experimentos (DOE) 71

2.8.1 Exemplo de aplicação 74

3 METODOLOGIA 76

3.1 Programa para análise de estruturas reticuladas 77

3.2 Implementações de pilares 78

3.2.1 Formulação do problema de otimização dos pilares 79

3.2.2 Implementação do programa de otimização dos pilares no MATLAB 84

3.3 Implementações de vigas 85

3.3.1 Formulação do problema de otimização das vigas 87

3.3.2 Implementação do programa de otimização das vigas no MATLAB 92

4 VALIDAÇÃO DOS PROGRAMAS 94

4.1 Validação do programa para cálculo dos esforços 94

4.2 Validação do dimensionamento de pilares 96

4.3 Validação do programa de otimização dos pilares. 98

4.4 Validação do programa de otimização das vigas 100

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES 102

5.1 Otimização de pilares 102

5.1.1 Otimização dos pilares P8 a P26 106

5.1.2 Comportamento da área de aço e custo dos materiais em função do fck 109

5.1.3 Planejamento de experimentos (DOE) para pilares 111

5.2 Otimização de vigas 113

5.2.1 Análise de vigas com L fixo, submetidas a diferentes carregamentos 114

5.2.2 Análise de vigas com carregamento fixo e L variável 116

5.2.3 Análise de vigas com carregamento e L fixo e diferentes valores para o fck 117

5.2.4 Planejamento de experimentos (DOE) para vigas 118

5.3 Otimização de pórticos 119

5.3.1 Pórtico com quatro níveis 120

5.3.2 Pórtico com altura e carga fixa e comprimento variável 122

5.3.3 Pórtico com comprimento e altura variável e carga fixa 124

5.3.4 DOE para o pórtico 126

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS 129

6.1 Sugestões para trabalhos futuros 131

REFERÊNCIAS 132

1 INTRODUÇÃO

As elevadas emissões gasosas do processo de produção do cimento têm chamado a atenção do setor produtivo, uma vez que a indústria cimenteira sozinha é responsável por cerca de 5 a 7% das emissões globais de CO2 (FELIX e POSSAN, 2018). Como é crescente o consumo mundial de concreto, e consequentemente de cimento, muito se discute sobre alternativas para minimizar as emissões associadas ao concreto, segundo material mais consumido no mundo.

Existe uma crescente preocupação com o meio ambiente, seja pela conscientização espontânea ou pela legislação vigente, demonstrando uma evolução no tratamento das questões relacionadas ao impacto ambiental. Levar essa cultura a todas as empresas produtoras de materiais de construção de grande e pequena escala, bem como os projetistas, pode contribuir muito para minimizar o impacto ambiental gerado pelas estruturas de concreto armado (SANTORO e KRIPKA, 2020).

Hájek et al. (2011) concluíram em seu estudo que o uso de estruturas de concreto otimizadas tem um potencial para aumentar a qualidade da construção e reduzir seu impacto ambiental. Logo, toda melhoria nos projetos de concreto, metodologias de avaliação e tecnologias de construção, gestão da operação e uso do concreto, contribui muito para o objetivo geral do desenvolvimento sustentável.

> Observou-se uma crescente aplicação de técnicas de otimização à engenharia civil, principalmente nas últimas décadas (Dede et al., 2019), relacionadas a diferentes estruturas como pontes (Bolideh et al., 2019), edifícios (Boscardin et al., 2019) e muros de contenção de terra (Molina *et al.* 2017). Nos últimos anos, diversos estudos com o objetivo de reduzir o impacto ambiental das estruturas de concreto armado têm sido realizados. Entre os estudos que empregam técnicas de otimização, os de Payá-Zaforteza et al. (2009), Yeo e Gabbai (2011), Yepes et al. (2012), Park et al. (2013), Medeiros e Kripka (2014), Kim et al. (2016) podem ser destacados. Como esperado, os resultados diferem, dependendo do país e dos parâmetros considerados. No entanto, todos os autores são unânimes em destacar a importância do emprego de técnicas de otimização para alcançar estruturas efetivamente sustentáveis (SANTORO e KRIPKA, 2020, P. 111-112).

Santoro e Kripka (2017) observaram que dentre diversos estudos já realizados uma pequena parcela refere-se ao dimensionamento das estruturas, constatando que as principais linhas de estudo são em sua maioria (aproximadamente 50%) distribuídas na fase de produção do concreto, levando em consideração sua resistência e as adições de cimento, 31% na fase de projeto e os 19% restantes no amplo ciclo de vida, incluindo também a carbonatação do concreto durante sua vida útil.

A evolução da Engenharia de Estruturas está intimamente ligada à evolução tecnológica. Desde os primeiros modelos estruturais simplificados até atualmente, na elaboração de modelos mais complexos, se torna imprescindível a utilização de ferramentas computacionais para agilizar e obter resultados mais precisos, ocasionando projetos econômicos e sustentáveis (REGINATO e KRIPKA, 2018).

O método tradicional do dimensionamento de estruturas trata-se de um ciclo iterativo, onde o projetista insere as dimensões geométricas dos elementos e então é realizado todo o cálculo estrutural para determinar a quantidade e diâmetro de aço necessário, e verificar os critérios de segurança estabelecidos pelas normas regulamentadoras. Caso esses critérios não sejam atendidos, fica a cargo do engenheiro estabelecer novas dimensões e todo o processo é feito novamente até todos os requisitos serem atendidos.

O método iterativo com necessidade de intervenção humana não resulta necessariamente na combinação das dimensões mais econômicas dentre todas as possíveis. Sendo assim, vêm sendo realizado esforços para criar ferramentas para auxiliar ou mesmo automatizar as tomadas de decisões. Aliar o dimensionamento das estruturas com técnicas de otimização mostra-se bastante promissor para suprir esta necessidade.

A otimização se trata do estudo de problemas em que se busca minimizar ou maximizar uma função que rege o problema, chamada de função objetivo. Normalmente, em um processo de otimização estrutural, esta função representa o custo total do elemento analisado, considerando o valor do concreto, aço e fôrmas.

Uma das técnicas de otimização bastante robusta e eficiente ao que se propõe é a técnica dos Algoritmos Genéticos (AG), que foi apresentada pela primeira vez em 1975 pelo pesquisador John Holland, da Universidade de Michigan. Holland desenvolveu a técnica se baseando na teoria da evolução das espécies proposta por Charles Darwin. Sua aplicação não se limita apenas a área de engenharia estrutural, mas pode ser utilizada na economia, medicina, biologia, outras engenharias, etc.

Algumas dificuldades para esta implementação estão na complexidade de integrar as técnicas de otimização, com análise e dimensionamento estrutural, pois requer mais conhecimento das técnicas de otimização além de exigir um maior custo computacional. No entanto, esforços nesse sentido estão sendo realizados, e continuamente pesquisas e estudos investigam aspectos da otimização estrutural.

1.1 Justificativa e Motivação

Mesmo com o procedimento tradicional bem estabelecido no mercado, é importante que os métodos de dimensionamento estejam evoluindo, para que o engenheiro estrutural consiga projetar de forma mais eficiente e econômica possível.

Apesar da praticidade do método convencional para projetar estruturas de concreto armado, torna-se importante a busca por outros métodos para projetar estruturas de maneira mais otimizada. As ferramentas de otimização permitem minimizar os custos dos materiais empregados, bem como, tratar o problema estrutural de forma probabilística e não determinística, resultando em uma combinação de fatores (dimensões dos elementos estruturais e propriedades dos materiais) que acarretem o menor custo da estrutura projetada.

Com o desenvolvimento da engenharia da computação, é provável que em um futuro próximo, a maioria dos softwares comerciais de projeto estrutural passem a incorporar técnicas de otimização. De fato, avanços nesse sentido já estão sendo feitos. Segundo Silva (2019), o software de estruturas da AltoQi, o Eberick, é capaz de efetuar algumas etapas de otimização, buscando projetar vigas mais econômicas a partir dos dados da viga convencional. Assim, é pertinente que se investigue tais temas, devido suas potencialidades e atualidade.

Esta pesquisa representa uma continuidade dos estudos do Laboratório de Engenharia Computacional (LECOM) do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco. No LECOM, foram realizados estudos sobre otimização de vigas (BEZERRA, 2017; MONTEIRO, 2019; CORREIA, 2020), pilares (NASCIMENTO, 2017), lajes de concreto armado (NUNES, 2018), e sobre otimização topológica (PEREIRA, 2018; SALVADOR, 2018; SILVA, 2021; SILVA, 2022). A proposta deste trabalho, além da otimização, é também realizar a análise do comportamento do custo dos elementos estruturais e das variáveis de projeto. Desta forma, esta pesquisa trará avanços aos temas estudados, e poderá servir de base para futuros trabalhos, como o dimensionamento otimizado de pórticos espaciais, considerando lajes, vigas e pilares.

1.2 Objetivos

Nesta seção estão descritos o objetivo geral e os objetivos específicos deste trabalho.

1.2.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem como objetivo desenvolver e implementar um programa computacional para o dimensionamento ótimo de pórticos planos de concreto armado,

composto por um vão e vários níveis, atendendo as restrições normativas impostas pela NBR 6118 (ABNT, 2014).

1.2.2 Objetivos Específicos

- Determinar a combinação das dimensões da seção transversal e fck dos pilares e vigas que compõe um pórtico plano, minimizando os custos do concreto, fôrma e aço, relacionados aos elementos estruturais e atendendo as restrições impostas na NBR 6118 (ABNT, 2014).
- Realizar um estudo paramétrico para analisar o comportamento das variáveis de projeto e custo dos materiais (concreto, aço e fôrmas) de pilares, vigas e pórticos planos, otimizados em diferentes situações de projeto.
- Analisar o comportamento do índice de esbeltez em pilares otimizados.
- Identificar a influência dos parâmetros geométricos e fck na elaboração de projetos de pilares, vigas e pórticos planos, utilizando o método estatístico de Planejamento de Experimentos (DOE - Design of Experiments).
- Avaliar a tendência de porcentagem do custo de cada material (concreto, fôrma e aço), sobre o custo total dos elementos estruturais.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A seguir são apresentados alguns fundamentos teóricos relacionados ao tema deste estudo. No item 2.1 é apresentado o estado da arte com estudos relacionados à temática deste trabalho: otimização, vigas, pilares e pórticos de concreto armado. No item 2.2, apresenta-se o método utilizado para análise estrutural. No item 2.3 são apresentadas as propriedades dos materiais concreto e aço. No item 2.4 são introduzidas as hipóteses básicas para dimensionamento de elementos lineares segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014). No item 2.5 são apresentadas as formulações para dimensionamento de viga. No item 2.6 é apresentada a formulação para dimensionamento de pilares. No item 2.7 são apresentados os conceitos relacionados à técnica de otimização estrutural e no item 2.8 são apresentados os conceitos de Planejamento de Experimentos (DOE).

2.1 Estado da Arte

Os constantes desenvolvimentos relacionados às técnicas de otimização possibilitaram um avanço nas pesquisas em otimização estrutural, que passaram a explorar mais as aplicações práticas da otimização no projeto de estruturas com diversos materiais.

Heyman (1951) foi um dos pioneiros a aplicar técnicas de otimização na engenharia civil, onde utilizou programação linear para minimizar o consumo de material no projeto de vigas e pórticos no regime plástico, tratando de três classes ligeiramente diferentes de problemas: projeto de colapso sob cargas fixas, projeto de colapso sob cargas variáveis e projeto de redução sob cargas variáveis.

Segundo Vanderplaats (1999), a otimização estrutural moderna começou a se destacar, quando Schmit (1960), pela primeira vez realizou uma análise de elementos finitos combinada com métodos de otimização numérica não linear para criar o que ele chamou de “Síntese Estrutural” e empregou a programação não linear para minimizar o peso total de projetos estruturais.

Hoeffler et al. (1973) deram início ao uso de técnicas de otimização baseada em algoritmos evolutivos na engenharia estrutural através do trabalho pioneiro que empregou estratégias evolutivas para otimizar treliças.

Kanagasundaram e Karihaloo (1991) otimizaram vigas e pilares de concreto armado com o objetivo de minimizar os custos do concreto, armadura e fôrmas. As variáveis de projeto foram as dimensões da seção transversal, taxa de armadura e resistência à compressão do concreto. Utilizou-se programação linear sequencial e convexa. Os autores concluíram que

tratando a resistência à compressão do concreto como uma variável de projeto, os projetos que resultam em um custo mínimo usam seções menores e concreto com maior resistência.

Argolo (2000) otimizou seções de concreto armado submetidas à flexo-compressão reta, utilizando algoritmos genéticos. Discutiu-se a potencialidade dos algoritmos genéticos (GA) na obtenção de soluções ótimas e vantagens desta técnica sobre os programas matemáticos. Argolo (2000) também realizou a comparação da estrutura otimizada com outras técnicas de otimização apresentadas na literatura, resultando em uma economia de custo entre 7~30% em comparação com o dimensionamento convencional e outras técnicas de otimização.

Segundo Kicinger et al. (2005 apud Nunes, 2018), os principais trabalhos publicados até 2004 sobre a aplicação de computação evolutiva na engenharia civil, observa-se que aproximadamente 80% dos trabalhos adotou a técnica de Algoritmos Genéticos como ferramenta para otimizar o problema analisado, o que demonstra o grande potencial da ferramenta. Deve-se ressaltar que a grande maioria dos trabalhos estudaram elementos de estruturas metálicas. Porém, nos últimos anos, trabalhos envolvendo otimização de concreto armado vêm ganhando um interesse considerável.

Govindaraj e Ramasamy (2005) utilizaram algoritmos genéticos para otimizar vigas contínuas de concreto armado com base nas especificações do padrão indiano. As variáveis de projeto foram a largura e a altura da seção transversal de cada trecho da viga contínua, tendo como função objetivo a minimização do custo total da viga. As restrições impostas ao problema estão relacionadas à segurança, manutenção, ductilidade e aspectos construtivos. Os autores buscaram uma solução que fosse viável do ponto de vista construtivo, utilizando um banco de dados com seções geométricas pré-definidas. Assim, no processo de otimização, para cada solução viável foi gerado um detalhamento das armaduras, resultando em uma solução ótima possível de ser construída.

Rosa Filho (2015) apresentou um procedimento numérico para otimizar pórticos planos de concreto armado via Algoritmos Genéticos (AG), tendo como função objetivo o custo total da estrutura. O autor considerou apenas o Estado limite último e não considerou armadura dupla. Neste trabalho foram explorados dois métodos diferentes, o primeiro utilizou-se um processo iterativo, para testar todas as possíveis áreas de seções transversais de vigas e pilares pré-estabelecidas e armazenadas em um banco de dados. Em seguida, a técnica de Algoritmos Genéticos foi utilizada para estabelecer as melhores combinações entre seções transversais das vigas e seções transversais dos pilares. Os resultados obtidos pelo AG foram comparados com o método interativo, onde foi possível identificar que a técnica do algoritmo genético é mais eficiente pois encontrou uma composição com menor custo em menor tempo.

Nascimento (2017) fez o dimensionamento otimizado de seções retangulares de pilares de concreto armado com base nas diretrizes da norma NBR 6118 (ABNT, 2014) objetivando a redução do custo final. Utilizou-se Algoritmos genéticos para estudar um pilar de um edifício residencial de cinco pavimentos, tendo sido realizadas duas etapas de estudo, onde uma as variáveis de projeto foram a altura da seção transversal do pilar, área de aço e linha neutra da seção, e na outra etapa também utilizou a base da seção transversal do pilar como variável de projeto. Através da técnica DOE (Design of Experiments) no estudo da influência das variáveis de projeto, foi possível identificar que a variável de projeto altura da seção transversal tem a maior influência no custo dos pilares, seguido da base da seção transversal.

Nunes (2018) desenvolveu um programa computacional para o dimensionamento otimizado de lajes nervuradas, para atender a máxima funcionalidade e segurança com o custo mínimo, atendendo as diretrizes da NBR 6118 (ABNT, 2014). O código foi implementado no ambiente MATLAB, utilizando a toolbox de Algoritmos Genéticos. O código foi validado através da comparação com os resultados de lajes nervuradas existentes na literatura e com um exemplo executado no CYPECAD. A autora também realizou um estudo estatístico através do método Design of Experiments (DOE), para analisar a influência das variáveis de projeto na otimização. Os resultados apresentaram uma economia no custo total de aproximadamente 30~37,5% se comparadas a mesma laje na literatura ou dimensionadas no CYPECAD. Também foi possível determinar que a variável espaçamento entre eixos das nervuras da direção y, é a mais significante no custo total.

Monteiro (2019) implementou um código para o dimensionamento otimizado de vigas em pórticos planos de concreto armado seguindo as descrições da NBR 6118 (ABNT, 2014). A otimização foi através da toolbox de Algoritmos Genéticos presente no *software* MATLAB, suas variáveis de projeto foram as dimensões de base, altura e a resistência característica à compressão do concreto (fck) da viga, com a função objetivo sendo o custo total. Obteve-se uma composição de viga que apresentou uma redução de custo, e determinou que o custo relativo às fôrmas é o mais significativo.

Arza (2020) implementou um código para otimizar pórticos planos em concreto armado por meio de Algoritmos Genéticos, considerando o custo total da estrutura como função objetivo. O autor considerou o Estado limite último e Estado limite de Serviço. O programa foi desenvolvido em linguagem *Object Pascal* por meio do ambiente Delphi. A análise estrutural foi realizada pelo Método dos Deslocamentos. O dimensionamento das armaduras dos pilares e vigas foi através da busca em um banco de dados com dimensões das barras pré-definidas. Para obtenção dos resultados foram utilizados os métodos de Busca Total e Algoritmos

Genéticos dentro do banco de dados, com intuito de encontrar o pórtico com menor custo. O Algoritmo Genético forneceu resultados precisos com tempo de processamento significativamente menor que o Busca Total.

Correia (2020) otimizou vigas de concreto armado em diferentes situações de projeto, variando o vão, o carregamento, a relação entre as cargas e a resistência do concreto, e determinou os seus respectivos índices de confiabilidade. Foram encontradas as dimensões e armaduras da seção transversal das vigas que minimizam os custos, atendendo aos critérios da NBR 6118 (ABNT, 2014), utilizando os AG. Em seguida, foram determinados os índices de confiabilidade das vigas, em relação ao estado-limite último de flexão, utilizando o algoritmo iHLRF. Através do estudo paramétrico corroborado por meio de uma análise de variância (ANOVA) dos resultados, foi possível identificar diversas tendências das vigas otimizadas. Foi observado que existe uma relação bem definida entre a altura ótima, o vão, o carregamento e a relação entre as cargas, e que a relação altura ótima por vão apresenta valores próximos de 10%. Os índices de confiabilidade das vigas otimizadas, de modo geral, foram maiores que o valor mínimo de 3,8, recomendado por códigos normativos, nas situações de projeto com baixa carga variável.

Carvalho et al. (2020) desenvolveram algoritmos computacionais no *software* MATLAB para resolver problemas de otimização de estruturas de concreto armado, como vigas e maciços de concreto (barragens de concreto), baseado em incertezas. Foi implementado o método da Simulação de Monte Carlo para o cálculo da probabilidade de falha e acoplou-se o algoritmo desenvolvido para análise de confiabilidade com um método de otimização metaheurístico, o Particle Swarm Optimization (PSO) obtido através de rotinas já desenvolvidas e disponíveis na própria toolbox do MATLAB. Com os algoritmos desenvolvidos foram obtidos resultados otimizados tanto para viga como para barragem, atendendo aos critérios de segurança. Os resultados alcançados demonstraram que a utilização dos métodos de Monte Carlo e Particle swarm optimization (PSO), é uma excelente alternativa de otimização, contribuindo na obtenção de medidas que garantem a estabilidade da estrutura e redução de custos.

Solorzano e Plevris (2021) utilizaram Redes Neurais Artificiais (RNA) para o dimensionamento ótimo de elementos estruturais de sapatas isoladas de concreto armado sob carregamento axial. Primeiro, um Algoritmo Genético foi empregado para a geração do conjunto de dados de treinamento para a RNA, que inclui projetos de sapatas otimizadas em função de custo de material. Em seguida, a RNA foi treinada e finalmente solicitada a produzir

novos projetos ótimos para novos conjuntos de parâmetros de entrada. Testes paramétricos foram realizados para determinar o tamanho necessário do conjunto de dados e a arquitetura de rede mais adequada. Os resultados mostram que a precisão da previsão é muito boa, principalmente quando são usados conjuntos de dados maiores. Mostra-se que treinar uma RNA para projetar elementos estruturais é uma opção viável que fornece soluções aceitáveis, exigindo custo computacional extremamente baixo. Além disso, destaca-se que bons resultados podem ser obtidos usando uma arquitetura de RNA simples e um conjunto de dados de treinamento relativamente pequeno.

Huppes (2021) otimizou estruturas de edificações em concreto armado, considerando o custo econômico e ambiental por meio da integração dos softwares MATLAB e Robot, a fim de obter alternativas otimizadas de projeto, com o menor tempo possível de execução do dimensionamento estrutural. Com essa finalidade, uma formulação para vigas e pilares em concreto armado foi implementada, em associação com o método dos algoritmos genéticos. Para os exemplos analisados, constatou-se que os resultados obtidos foram coerentes com aqueles encontrados na literatura. Observou-se ainda que a metodologia proposta conduz a uma significativa redução nos custos e impactos gerados. Em relação às dimensões das vigas biapoiadas, a maioria ficou com dimensões inferiores a 60 cm, isso pode ser explicado pelo fato de que a armadura de pele tende a aumentar os custos das mesmas. Ao analisar a representatividade dos materiais, constate-se que para o custo econômico o aço e as fôrmas possuem maior contribuição no custo total. Em contrapartida para as emissões de CO_2, o concreto e o aço apresentam maior contribuição. Para os pórticos planos de múltiplos vãos e um pavimento, o menor custo foi obtido para vãos espaçados igualmente em 2,86 metros. Quanto a representatividade dos materiais as fôrmas apresentaram maior contribuição no custo total do pórtico.

Brito e Miguel (2022) utilizaram um algoritmo do grupo de algoritmos metaheurísticos denominado Whale Optimization Algorithm (WOA), que apresenta uma fácil implementação computacional para otimizar uma estrutura de pórtico adaptada de um edifício real de concreto armado, submetida à ação dinâmica do vento sinótico gerado artificialmente. A função objetivo foi reduzir o volume de concreto da estrutura. Para isso, as dimensões das seções transversais foram utilizadas como variáveis de projeto, e o deslocamento máximo no topo imposto pela norma ASCE/SEI 7-10 como restrição lateral, bem como o deslocamento máximo entre andares. Além desta otimização estrutural, também foi proposto o uso e otimização de Tuned Mass Dampers (TMD), em diferentes quantidades, posições e parâmetros, melhorando a

resposta dinâmica do edifício de concreto armado. Os resultados mostram que para esta situação foi possível reduzir o volume de concreto da estrutura em aproximadamente 24%, respeitando o limite máximo de deslocamento no topo exigido pela norma.

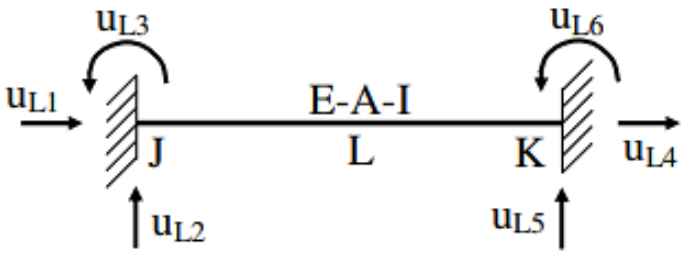
2.2 Análise Estrutural

Para a obtenção dos esforços e deformações dos pórticos foi utilizado o método dos deslocamentos, que também é chamado de Método da rigidez, e por se tratar de uma análise matricial é bastante apropriado para implementação computacional.

Segundo Soriano (2005), neste método determina-se um sistema de equações de equilíbrio, em que a matriz dos coeficientes é chamada de matriz de rigidez e o vetor dos termos independentes, vetor de forças nodais. As incógnitas são: os ângulos de rotação e os deslocamentos lineares sofridos pelos nós das diversas barras que compõem o pórtico.

A resolução da estrutura é determinada pelo cálculo dos deslocamentos sofridos pelos nós das barras do pórtico plano e, a partir desses valores, obtêm-se os diagramas de esforços solicitantes. No pórtico plano cada nó possui três graus de liberdade, possibilitando a existência de três deslocamentos em eixos diferentes como é representado na Figura 1.

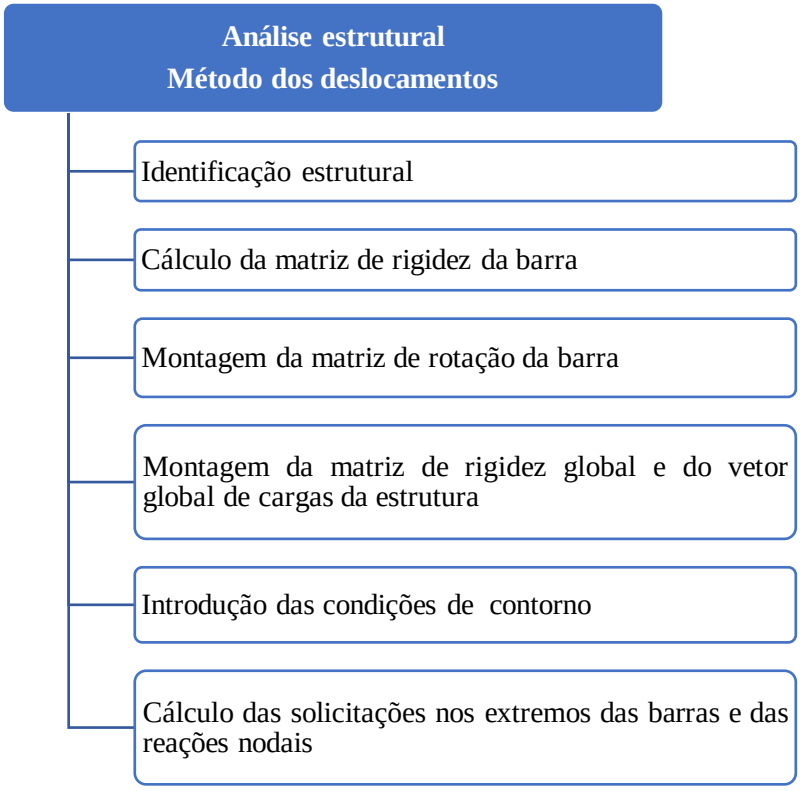
Figura 1 - Graus de Liberdade em Pórticos



Fonte: Autor (2022).

A implementação do método dos deslocamentos pode ser dividida em seis etapas como mostra a Figura 2.

Figura 2 – Etapas para implementação do método dos deslocamentos.



Fonte: Autor (2022).

Para um melhor entendimento sobre o método é recomendável os livros: **Análise de Estruturas** - Formulação Matricial e Implementação Computacional, Soriano H. L, 2005 e **Matrix structural analysis**, MCGUIRE, W., et al. 1982.

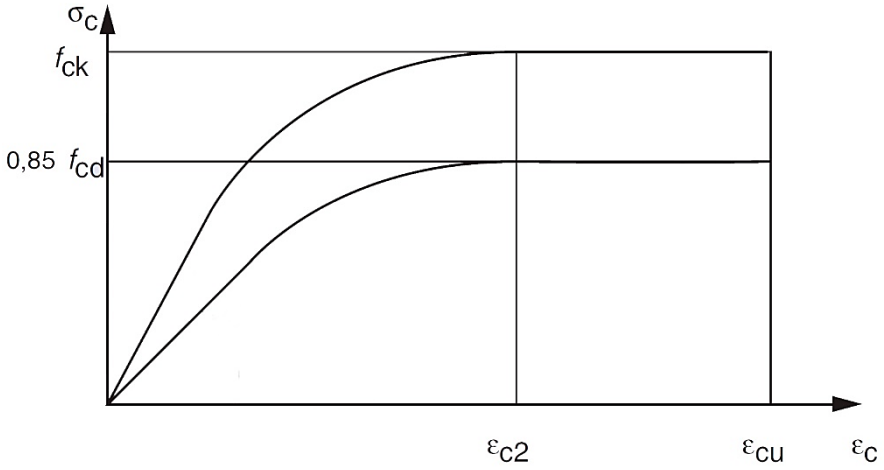
2.3 Materiais

Nesta seção estão descritas algumas propriedades dos materiais que compõem o concreto armado. O item 2.3.1 aborda os conceitos do concreto e o item 2.3.2 do aço.

2.3.1 Concreto

Segundo a NBR 8953 (ABNT, 2015), para o concreto ser considerado como estrutural deve possuir resistência característica à compressão (fck) maior ou igual a 20MPa. As classes de resistência de concreto estruturais são divididas em dois grupos. O grupo 1 para as classes C20 a C50, isto é, os concretos que resistem de 20 a 50 MPa, enquanto os concretos que resistem a esforços entre 50 MPa e 90 MPa fazem parte do grupo 2. Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) para análise do grupo 1 no estado limite último pode ser empregado o diagrama tensão-deformação representado na Figura 3.

Figura 3 - Diagrama Tensão-Deformação do Concreto



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014).

Nesse diagrama, as relações tensão-deformação do concreto são estabelecidas pelas Equações (2.1) e (2.2):

$$\sigma_c = 0{,}85\, f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^n\right] se\ \varepsilon_c < \varepsilon_0 \qquad (2.1)$$

$$\sigma_c = f_{cd} \quad se\ \varepsilon_{c2} < \varepsilon_c < \varepsilon_{cu} \qquad (2.2)$$

onde, σ_c = tensão de compressão no concreto;

ε_c = deformação específica do concreto;

ε_{c2} = deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico;

ε_{cu} = deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura

n = 2;

ε_{c2}= 2‰ e ε_{cu}=3,5‰ (para fck entre C20 a C50).

No item 8.2.8 da NBR 6118 (ABNT, 2014) apresentam-se as expressões para a determinação aproximada do módulo de deformação inicial (E_{ci}) e do módulo de deformação secante (E_{cs}) do concreto, conforme as Equações (2.3) e (2.4):

$$E_{ci} = \alpha_E\, 5600 \sqrt{f_{ck}} \text{ (Para fck entre C20 a C50)} \qquad (2.3)$$

$$E_{cs} = \alpha_i\, E_{ci} \qquad (2.4)$$

α_E assume valores diferentes em função do agregado graúdo sendo:

α_E = 1,2 para basalto e diabásio;

α_E = 1 para granito e gnaisse;

α_E = 0,9 para calcário;

α_E = 0,7 para arenito;

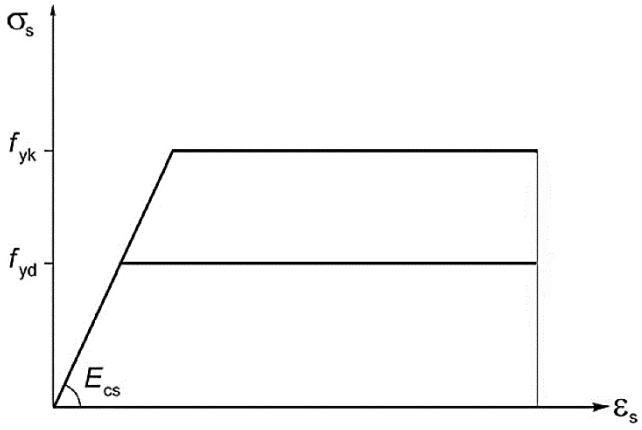
onde α_i = 0,8+0,2 fck/80 ≤ 1,0

E_{ci} e f_{ck} são dados em MPa.

2.3.2 Aço

Segundo o item 8.3.5 da NBR 6118 (ABNT, 2014), o módulo de elasticidade (Es) do aço utilizado em armaduras pode ser admitido igual a 210 GPa na falta de ensaios ou valores fornecidos pelo fabricante. O diagrama do comportamento tensão-deformação do aço para intervalos de temperatura entre -20 °C e 150 °C, podendo ser aplicado para tração e compressão, conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014), é apresentado na Figura 4.

Figura 4 - Diagrama Tensão-Deformação do Aço



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014).

A relação tensão-deformação do aço pode ser descrita através da Equação (2.5).

$$\sigma_s = E_s * \varepsilon_s \qquad (2.5)$$

onde: σ_s = tensão do aço;

ε_s = deformação específica do aço;

E_s = módulo de elasticidade do aço;

- $\sigma_s = f_{yd}$ quando $\varepsilon_{yd} < \varepsilon_s \leq 10‰$, na região tracionada;
- $\sigma_s = f_{ycd}$ quando $\varepsilon_{yd} < \varepsilon_s \leq 3{,}5‰$, na região comprimida.

f_{yd} = tensão de escoamento de cálculo.

2.4 Hipóteses básicas para dimensionamento de elementos lineares

Segundo Campos Filho (2014), uma seção submetida a um momento fletor tem uma solicitação dita de flexão. A solicitação de flexão pode ser classificada como simples ou composta, onde uma flexão é caracterizada como simples quando a única solicitação normal atuante é o momento fletor, e uma flexão é chamada composta quando atuam simultaneamente em uma seção um momento fletor e uma força normal (de tração ou de compressão).

Campos Filho (2014) diz que a solicitação de flexão, seja simples ou composta, pode ser classificada, ainda, como normal ou oblíqua. Uma flexão é chamada normal quando o plano de flexão contém um eixo de simetria da seção. Uma flexão é dita oblíqua sempre que a direção da linha neutra não pode ser determinada a priori.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) descreve algumas hipóteses básicas para o dimensionamento de elementos de concreto armado, entre elas:

a) as seções transversais continuam planas após iniciar a deformação e segue até o estado limite último (ELU);

b) em peças submetidas à flexão simples ou à flexão composta, o ELU é atingido quando o esmagamento do concreto comprimido atinge deformações na ordem de 0,35% (para concretos do grupo I) e em peças submetidas à compressão uniforme ou à compressão não uniforme na ordem de 0,2%;

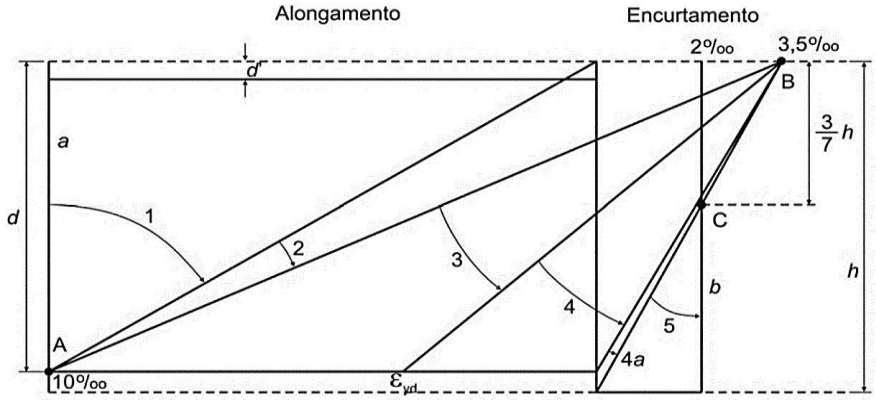
c) no ELU as tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, são desprezadas;

d) em peças submetidas à tração ou à flexão com quantidades pequenas de armadura, o alongamento das armaduras para prevenir as deformações excessivas deve ser igual a 1%;

e) para garantir a ductilidade, em vigas, a linha neutra deverá respeitar o limite de $x/d \leq 0,45$ para concretos do grupo I.

f) A verificação no ELU deve ocorrer, de acordo com o elemento estudado, dentro de um dos domínios apresentados na Figura 5.

Figura 5 - Domínios de estado-limite último de uma seção transversal



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014).

A ruptura convencional por deformação plástica excessiva ocorre entre a *reta a* e o domínio 2. A Ruptura convencional por encurtamento limite do concreto ocorre entre o domínio 3 e a reta b, onde:

- reta a = tração uniforme;
- domínio 1 = tração não uniforme, sem compressão;
- domínio 2 = flexão simples (seção subarmada) ou composta sem ruptura à compressão do concreto, isto é, $\varepsilon_c < 3{,}5‰$, e com o máximo alongamento permitido ($\varepsilon_s = 10‰$);
- domínio 3: flexão simples (seção normalmente armada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço ($\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$);
- domínio 4: flexão simples (seção superarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento ($\varepsilon_s < \varepsilon_{yd}$);
- domínio 4a: flexão composta com armaduras comprimidas;
- domínio 5: compressão não uniforme;
- reta b: compressão uniforme.

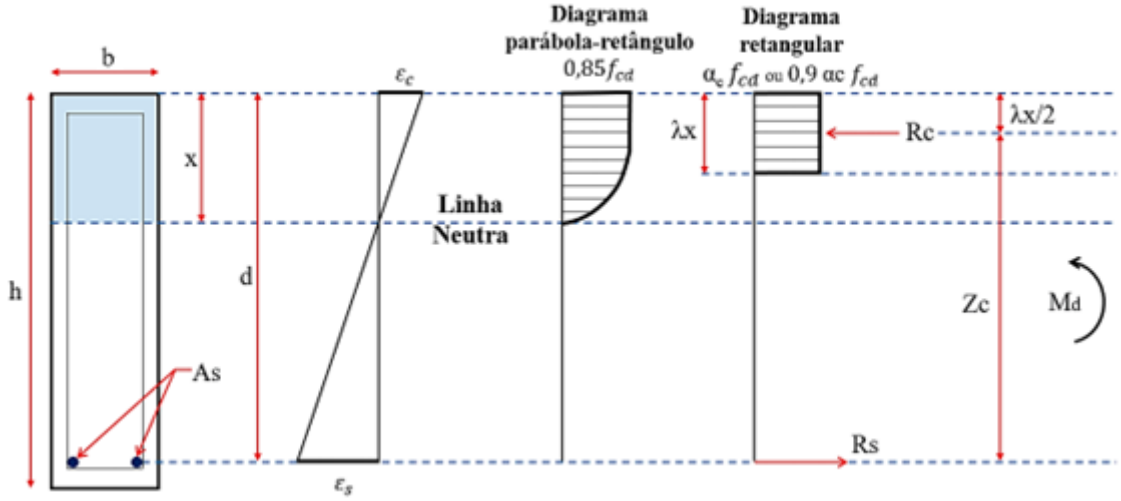
2.5 Dimensionamento de Vigas

A flexão simples é definida como a flexão sem a presença de força normal. Quando a flexão ocorre com a atuação de força normal tem-se a flexão composta. Solicitação normal é aquela cujo esforço solicitante produz tensões normais (perpendiculares) às seções transversais do elemento estrutural. Os esforços que podem provocar tensões normais são: momento fletor (M) ou força normal (N).

O dimensionamento à flexão simples é feito no estado-limite último de ruptura, impondo que na seção transversal mais solicitada da viga sejam alcançadas as deformações limites dos materiais. Seu dimensionamento consiste basicamente em calcular as áreas de aço na seção

transversal, necessárias para resistir ao esforço de flexão. Uma seção transversal de viga com armadura simples é esquematizada na Figura 6.

Figura 6 - Diagrama de tensões simplificadas para vigas com armadura simples



Fonte: Adaptado de Carvalho e Figueiredo Filho (2014).

A NBR 6118 (ABNT, 2014) permite a simplificação do diagrama parábola-retângulo para o diagrama retangular como esquematizado na Figura 6.

onde, $\lambda = 0{,}8$, para concretos do grupo 1;

$\alpha_c = 0{,}85$, para concretos do grupo 1;

$\lambda = 0{,}8 - (fck - 50)/400$, para concretos do grupo 2;

$\alpha_c = 0{,}85 * [1{,}0 - (fck - 50)/200]$, para concretos do grupo 2;

$Z_c = d - \lambda * \frac{x}{2}$;

$R_s = f_{yd}$

Para esta seção é possível calcular a área de armadura longitudinal tracionada, considerando as equações de equilíbrio estático das forças e dos momentos fletores. O dimensionamento da armadura é feito considerando o ELU, adotando as hipóteses para os esforços resistentes, abordadas no item 2.4 deste trabalho. A linha neutra (x) e a área de armadura longitudinal da seção (A_s) são dadas pelas Equações (2.6) e (2.7) respectivamente.

$$x = \frac{d}{\lambda}\left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2M_d}{\alpha_c f_{cd} b d^2}\right)}\right] \qquad (2.6)$$

$$A_s = \frac{\alpha_c f_{cd} \lambda x \mathrm{b}}{f_{yd}} \qquad (2.7)$$

onde, d = altura útil da seção;

λ = parâmetro da profundidade do diagrama retangular de tensões resistentes do concreto;

M_d = momento fletor solicitante de cálculo;

α_c = parâmetro da tensão constante do diagrama de tensões do concreto;

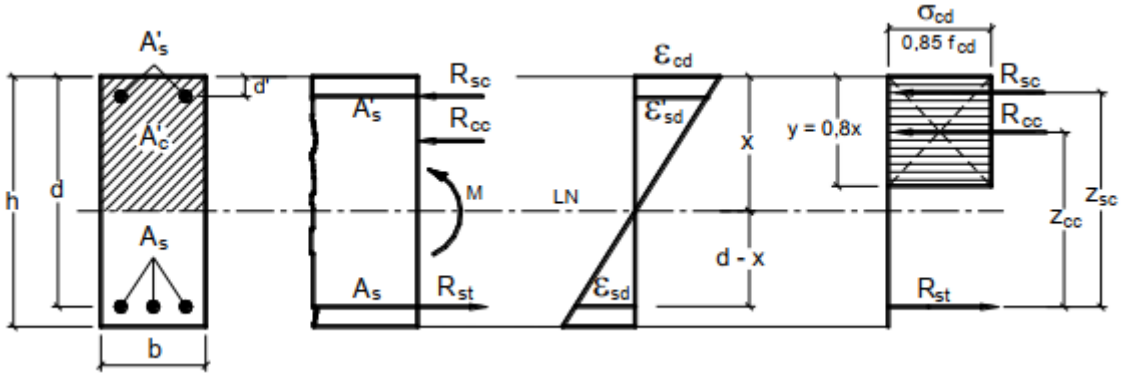
f_{cd} = resistência de cálculo do concreto comprimido;

b = largura da seção;

f_{yd} = tensão de escoamento de cálculo do aço.

Deve-se verificar que a viga trabalhe dentro dos domínios 2 e 3, e respeite-se o limite (x/d) ≤ 0,45, para fck ≤ 50 MPa, garantindo a ductilidade dos elementos estruturais. Caso essa restrição não seja atendida, será utilizada armadura dupla (compressão e tração), fixando-se o valor da linha neutra em x= 0,45d. A Figura 7 apresenta o equilíbrio da seção transversal na existência de armadura dupla.

Figura 7 - Diagrama de tensões simplificadas para vigas com armadura dupla



Fonte: Bastos (2020)

Para o dimensionamento com seção transversal em armadura dupla, é necessário calcular áreas de armadura longitudinal comprimida (A'_s) e tracionada (A_s), podendo ser obtidas através das Equações (2.8) e (2.9).

$$A'_s = \frac{M_d - M_{dlim}}{\sigma'_s(d - d')} \qquad (2.8)$$

$$A_s = \frac{\sigma'_s A'_s + \alpha_c f_{cd} \lambda x_{lim} b}{f_{yd}} \qquad (2.9)$$

onde σ'_s = tensão na armadura de compressão;

M_{dlim} = máximo momento que a seção consegue resistir para a situação de armadura simples;

d' = distância da borda comprimida até o centro da armadura comprimida;

x_{lim} = posição da linha neutra limite (0,45 d para concretos do grupo I).

As áreas de aço calculadas em ambas seções devem ter valores mínimos e máximos conforme define no item 17.3.5.2.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), onde, a armadura mínima de tração deve ser determinada pelo dimensionamento da seção para um momento fletor mínimo (Equação (2.10)), e deve ser respeitada a taxa mínima absoluta de 0,15%.

$$M_{d,min} = 0{,}8 W_0 f_{ctk,sup} \qquad (2.10)$$

onde, W_0 = módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto em relação à fibra mais tracionada;

$f_{ctk,sup}$ = resistência característica superior do concreto à tração.

No item 17.3.5.2.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014) é especificado que a soma das armaduras de tração e compressão ($A'_s + A_s$) não pode ser maior que 4% da área de concreto (A_c) da seção.

2.5.1 Dimensionamento ao esforço cortante

As vigas de concreto armado com carregamentos verticais, além da flexão, também estão sujeitas aos esforços cortantes. De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), todos os elementos estruturais lineares submetidos a esforços cortantes devem possuir armadura transversal. O cisalhamento pode sofrer influência da forma da seção, da disposição das armaduras, da condição do carregamento, entre outros fatores.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) permite que a armadura transversal seja calculada por dois modelos diferentes:

- Modelo de cálculo I (item 17.4.2.2): admite que as diagonais de compressão tenham inclinação de θ = 45° em relação ao eixo longitudinal da viga, levando em consideração a treliça clássica de Ritter-Mörch;
- Modelo de cálculo II (item 17.4.2.3): admite que as diagonais de compressão tenham inclinação variando livremente entre θ = 30° e θ = 45°, levando em consideração a treliça clássica de Ritter-Mörch.

Neste trabalho, optou-se pelo uso do modelo de cálculo I, cujo procedimento de cálculo será demonstrado a seguir:

- Determinação do cortante mínimo (Modelo de cálculo I)

$$Vsd_{min} = 0{,}0137\ b\ d^3 \sqrt{{f_{ck}}^2} \qquad (2.11)$$

onde, b = largura da seção transversal;

d = altura útil;

f_{ck} = resistência característica à compressão do concreto.

- Determinação da armadura transversal mínima

Se o cortante de cálculo for menor que o valor obtido na Equação (2.11), a área de armadura da seção transversal, para estribos de 90°, a ser usada na viga será a seguinte:

$$\frac{Asw_{min}}{s} \geq 0{,}20\ \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b \qquad (2.12)$$

onde, Asw_{min}= área de armadura da seção transversal;

s = espaçamento entre os estribos;

f_{ctm} = resistência à tração média do concreto;

f_{yk} = tensão de escoamento característica do aço.

- Verificação da diagonal comprimida do concreto

Nessa verificação, o cortante de cálculo (V_{Sd}) deve ser menor ou igual ao cortante resistente à ruina da diagonal comprimida (V_{Rd2}), então:

$$V_{Rd2} = 0{,}27\ \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) b\ d\ f_{cd} \qquad (2.13)$$

onde, f_{ck} = resistência característica à compressão do concreto;

f_{cd} = resistência de cálculo à compressão do concreto.

Em resumo, conforme o item 17.4.2.1, a verificação do esforço cortante em uma determinada seção transversal é feita através das Equações (2.14) e (2.15):

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} \qquad (2.14)$$

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \qquad (2.15)$$

onde, V_{Sd} = força cortante solicitante de cálculo na seção;

V_{Rd2} = força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto, conforme os modelos indicados nos itens 17.4.2.2 ou 17.4.2.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

V_{Rd3} = força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração da diagonal;

V_c = parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça;

V_{sw} = parcela resistida pela armadura transversal, conforme o modelo de cálculo adotado.

- Determinação da armadura transversal

Após verificados os itens acima, calcula-se a amadura transversal. Para estribos à 90° é dada por:

$$\frac{Asw_{90}}{s} = \frac{V_{sw}}{39{,}2d} \qquad (2.16)$$

- Determinação do espaçamento máximo horizontal

O espaçamento horizontal (s) é calculado pela seguinte fórmula:

$$\frac{2\phi_t}{A_{sw}} \qquad (2.17)$$

onde, ϕ_t = área do diâmetro da armadura do estribo.

Conforme o item 18.3.3.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), o espaçamento mínimo não pode ser menor que o diâmetro do vibrador mais um centímetro, e o espaçamento horizontal máximo deve respeitar as seguintes condições:

- Se $V_{Sd} \leq 0{,}67V_{Rd2}$, então $S_{máx}$ deve ser o menor valor entre $0{,}6d$ e $30cm$;
- Se $V_{Sd} > 0{,}67V_{Rd2}$, então $S_{máx}$ deve ser o menor valor entre $0{,}3d$ e $20cm$.

2.5.2 Estados-limites de serviço

Em um projeto de estruturas de concreto armado é necessário garantir que a estrutura apresente um comportamento adequado durante seu uso, de maneira a evitar situações que possam comprometer o bom desempenho em serviço. Estas situações indesejáveis são os estados-limites de serviço (ELS), que são “aqueles relacionados ao conforto do usuário e à durabilidade, aparência e boa utilização das estruturas, seja em relação aos usuários, seja em relação às máquinas e aos equipamentos suportados pelas estruturas” (item 10.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014)).

O estado-limite de deformação é referente a situação onde os deslocamentos atingem os valores limites estabelecidos no item 13.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014). Na avaliação desse estado-limite, é necessário considerar a combinação de ações em serviço (item 11 da NBR 6118 (ABNT, 2014)), a rigidez efetiva da seção (levando em consideração a armadura), a existência de fissuras no concreto e também a deformação diferida no tempo.

No cálculo da flecha imediata em vigas de concreto armado pode ser utilizada uma rigidez equivalente (item 17.3.2.1.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) que representa um valor intermediário ao valor no estádio I e no estádio II (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014). A flecha diferida no tempo para vigas é calculada de forma simplificada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator a_f, conforme o item 17.3.2.1.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014)). Assim, a flecha total (a_t) das vigas de concreto armado, para a verificação do estado-limite de deformação excessiva, é dada por:

$$a_t = a_i(1 + a_f) \qquad (2.18)$$

onde, a_i = flecha imediata, calculada considerando a rigidez equivalente do item 17.3.2.1.1.

Essa flecha total da viga deve ser comparada com o limite em estudo encontrado na tabela 13.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

A fissuração excessiva pode comprometer a durabilidade das estruturas de concreto, possibilitando a degradação das armaduras. A verificação do estado-limite de fissuração pode ser feita através de uma estimativa da abertura das fissuras, que deve respeitar os valores máximos definidos no item 13.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014). O valor característico da abertura de fissuras (w_k), calculado para cada elemento ou grupo de elementos das armaduras, é o menor valor entre:

$$w_k = \frac{\emptyset_i}{12{,}5\, n_1} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \frac{3\sigma_{si}}{f_{ctm}} \qquad (2.19)$$

$$w_k = \frac{\emptyset_i}{12{,}5\, n_1} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45\right) \qquad (2.20)$$

onde, $\emptyset_i$ é o diâmetro da barra considerada; n_1 é o coeficiente de conformação superficial (dado no item 19.3.2.1 para armadura passiva); σ_{si} é a tensão de tração no centro da armadura, calculada no estádio II; E_{si} é o módulo de elasticidade do aço, para a barra considerada; f_{ctm} é a resistência média a tração do concreto (item 8.2.5); e ρ_{ri} é a taxa de armadura em relação à área de envolvimento da barra, determinada conforme o item 17.3.3.2 da norma.

2.5.3 Detalhamento

O projeto de vigas de concreto armado deve atender não só as verificações dos estados-limites último e de serviço, mas também os critérios construtivos. Após o cálculo das armaduras longitudinais e transversais, é necessário detalhar as armaduras nas vigas de forma que seja possível sua execução. Os critérios de detalhamento de vigas encontram-se no item 18 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

É possível admitir diversas configurações de número, diâmetro e espaçamento das barras, para que atendam a área de aço calculada, porém, deve-se respeitar alguns limites máximos e mínimos. O item 18.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014) fornece diretrizes a serem seguidas para o detalhamento de vigas de concreto armado, entre elas:

- As armaduras longitudinais devem atender aos valores máximos e mínimos, conforme estabelecido no item 17.3.5 da NBR 6118 (ABNT, 2014);
- No detalhamento das armaduras longitudinais, o espaçamento horizontal (a_h) entre as faces das barras longitudinais deve ser igual ou superior ao maior dos valores:

  -20 mm;

  - Diâmetro da barra;

  - 1,2 vez a dimensão máxima característica do agregado graúdo;
- Na direção vertical (a_v), o espaçamento entre as faces das armaduras longitudinais deve ser igual ou superior ao maior dos valores:

  - 20 mm,

  - Diâmetro da barra

  - 0,5 vez a dimensão máxima característica do agregado graúdo;
- Além dos espaçamentos estabelecidos, a_h e a_v, devem considerar o espaçamento para possibilitar a introdução do vibrador;
- Para facilitar o processo construtivo e adição do estribo, deve existir no mínimo duas barras longitudinais nos cantos superiores e inferiores das vigas;
- O dimensionamento das armaduras é feito para a seção transversal dos apoios e para a seção transversal do centro da viga. Ambas seções possuem maiores solicitações;
- Foi utilizada a ancoragem da armadura de tração nos apoios para reduzir o consumo de aço, uma vez que não é necessário utilizar o mesmo conjunto de barras de aço para suportar o momento fletor máximo nos apoios em todo o comprimento da viga, conforme os critérios do item 18.3.2.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

Para resistir ao esforço cortante em vigas de concreto armado são adicionadas armaduras transversais em forma de estribos verticais. O detalhamento dos estribos deve seguir os critérios do item 18.3.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014). Tais critérios são:

- O diâmetro das barras dos estribos deve ser no mínimo de 5 mm, e não pode ultrapassar 1/10 da largura da seção transversal da viga;
- O espaçamento entre os estribos (no sentido longitudinal da viga) deve permitir a introdução do vibrador, de modo a garantir um adensamento adequado. Esse espaçamento, assim como o espaçamento transversal entre ramos sucessivos, não pode ultrapassar os valores definidos no item 18.3.3.2;
- Os estribos também devem ser ancorados, o que geralmente é feito com ganchos, conforme as especificações do item 9.4.2.5 da norma.

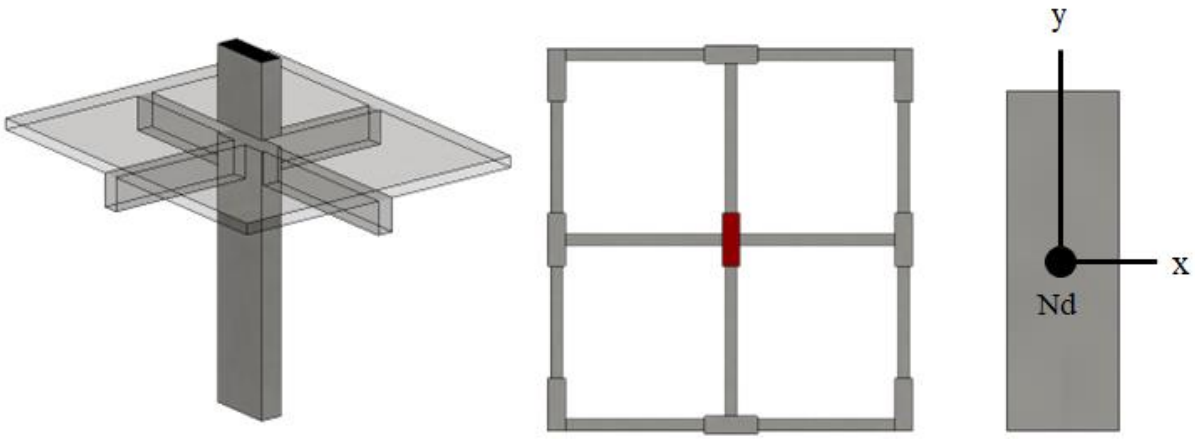
2.6 Pilares

Segundo o item 14.4.1.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), os pilares são elementos lineares de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes. Os pilares de concreto armado, cujas seções estão submetidas à momento fletor e esforço normal, se determina armaduras longitudinais para resistir simultaneamente às ações destas duas solicitações normais.

Os pilares podem apresentar esforços diferentes de acordo com a sua localização em planta. Logo o posicionamento do pilar pode ser classificado em: pilares intermediários, pilares de extremidades e pilares de canto.

Classifica-se como pilar intermediário (Figura 8) o pilar que está posicionado no centro das vigas, que neste se apoiam, existindo a continuidade das vigas nas duas direções. Considera-se a compressão simples (ou centrada) na situação de projeto, pois como as lajes e vigas são contínuas sobre o pilar, pode-se admitir que os momentos fletores transmitidos ao pilar sejam pequenos e desprezíveis. Não existem, portanto, os momentos fletores MA (Momento no topo do pilar) e MB (Momento na base do pilar) de 1ª ordem nas extremidades do pilar (Figura 9).

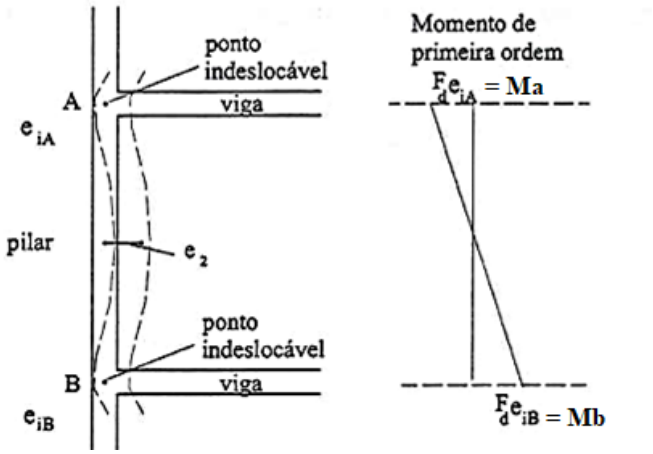
Figura 8 - Arranjo estrutural e situação de projeto de pilar intermediário.



a) Estrutura real b) Planta baixa c) Situação de projeto.

Fonte: Autor (2022), adaptado de Carvalho e Pinheiro (2009).

Figura 9 - Momento de primeira ordem Ma e Mb

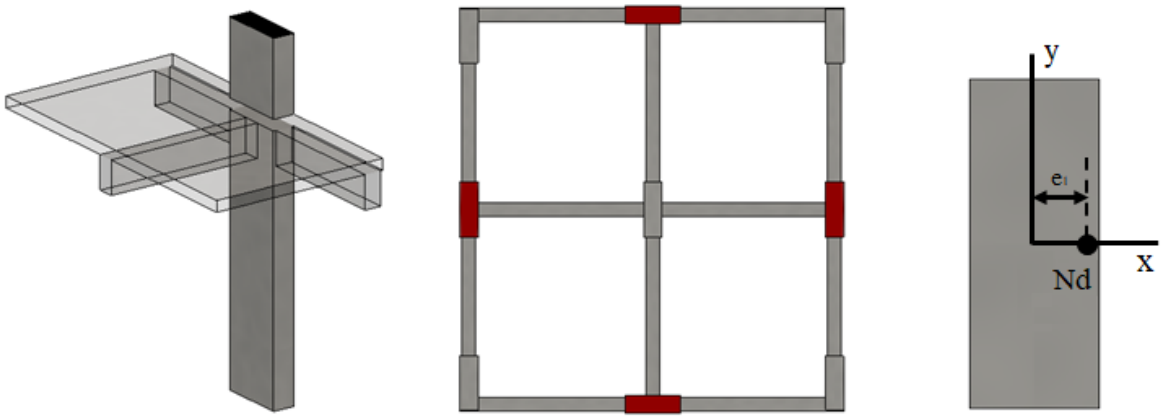


Fonte: Carvalho e Pinheiro (2009).

Um pilar para classificar-se como um pilar de extremidade deve encontrar-se posicionado nas bordas das edificações, quando não houver continuidade da viga sobre o pilar em uma de suas direções. Neste caso o pilar é um apoio extremo para uma viga, ou seja, uma viga que não tem continuidade sobre o mesmo, como mostrado na Figura 10.

Na situação de projeto ocorre a Flexão Composta Normal (FCN), decorrente da não continuidade da viga. Existem, portanto, os momentos fletores MA e MB de 1ª ordem em uma direção do pilar. O pilar de extremidade não ocorre necessariamente na borda da edificação, isto é, pode ocorrer na zona interior da edificação, desde que uma viga não apresente continuidade sobre ele. Nas seções de topo e base do pilar podem ocorrer excentricidades e_1 de 1ª ordem, na direção principal x ou y.

Figura 10 - Arranjo do pilar de extremidade na estrutura real, em planta e situação de projeto



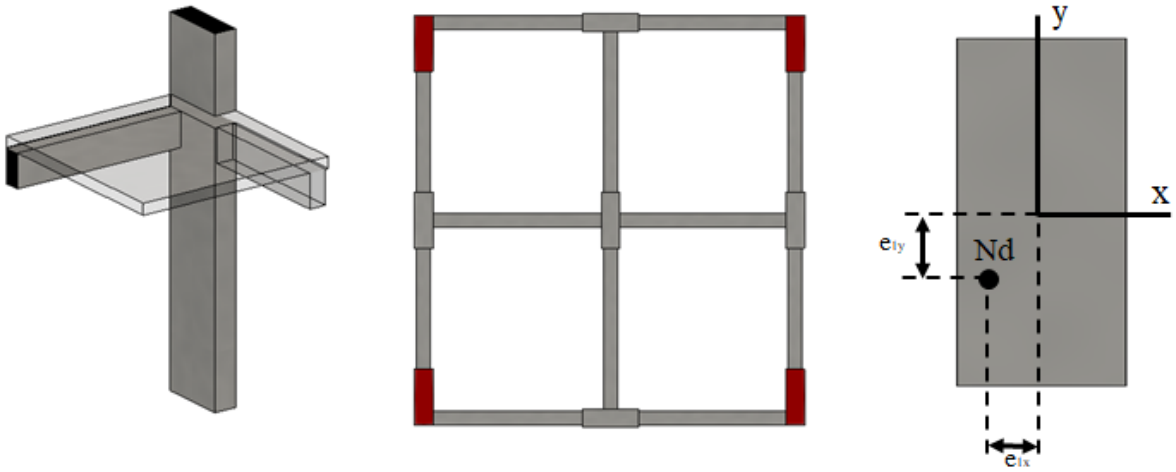
a) Estrutura real b) Planta baixa c) Situação de projeto.

Fonte: Autor (2022), adaptado de Carvalho e Pinheiro (2009).

Para um pilar ser classificado como um pilar de canto, este deve encontrar-se posicionado justamente no canto do edifício, como mostrado na Figura 11. Na situação de projeto ocorre a Flexão Composta Oblíqua (FCO), decorrente da não continuidade de duas vigas no pilar, ou seja, o pilar é um apoio extremo para duas vigas.

Existem, portanto, os momentos fletores MA e MB de 1ª ordem, nas duas direções principais do pilar, e consequentemente ocorrem as excentricidades de 1ª ordem e_{1x} e e_{1y}, simultaneamente.

Figura 11 - Arranjo do pilar de canto na estrutura real, em planta e situação de projeto



a) Estrutura real b) Planta baixa c) Situação de projeto.

Fonte: Autor (2022), adaptado de Carvalho e Pinheiro (2009).

2.6.1 Não linearidade

O termo linearidade ou não linearidade está ligado ao fato de existir, ou não, proporção entre duas variáveis. Pode ser aplicado tanto às estruturas como aos elementos estruturais e aos materiais. Quando não há proporcionalidade define-se como não linearidade, como por exemplo, a relação existente entre uma força (ação que causa um efeito) e o deslocamento (o efeito), ou também a relação tensão versus deformação na análise de materiais.

No dimensionamento de pilares ocorrem duas não linearidades que devem ser consideradas, sendo ocasionadas ao material concreto armado, sendo conhecida como não linearidade física e a outra relativa à geometria do pilar (não linearidade geométrica). As não linearidades podem ser consideradas de maneira aproximada ou rigorosa, conforme os diferentes processos estabelecidos na NBR 6118 (ABNT, 2014).

A linearidade física refere-se ao material. Consiste em existir uma proporcionalidade entre a tensão e a deformação de um material, sendo válida a lei de Hooke. Caso contrário o material é considerado não linear.

A partir de ensaios experimentais, verifica-se que o concreto simples apresenta comportamento elastoplástico em ensaios de compressão simples, com um trecho inicial linear até aproximadamente 30% da resistência à compressão uniaxial do concreto. O concreto armado apresenta comportamento não linear devido aos efeitos da fissuração. Quando sob uma força de compressão, o pilar apresenta deslocamentos laterais, que são diretamente afetados pela rigidez dos materiais (concreto e aço), devendo ser estimada por meio de processos que considerem a não linearidade física dos materiais.

A não linearidade geométrica ocorre quando não existe proporcionalidade na relação entre uma força aplicada em uma estrutura (ou elemento) e o deslocamento provocado. Como consequência das não linearidades geométricas, surgem momentos fletores adicionais (denominados de 2ª ordem) que devem ser considerados na análise do pilar em condição deformada.

O item 15.4.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) define que nas barras da estrutura, como um lance de pilar, os respectivos eixos não se mantêm retilíneos, surgindo os efeitos locais de 2ª ordem que afetam principalmente os esforços solicitantes ao longo das barras. Portanto, os pilares têm um comportamento geometricamente não linear, ou seja, a análise do equilíbrio deve ser feita na condição deformada, conforme a teoria de 2ª ordem, levando-se em consideração os efeitos dos deslocamentos nos esforços solicitantes.

2.6.2 Excentricidades e momentos fletores de 1ª e 2ª ordem

Em estruturas de nós não deslocáveis e com ações verticais, como os pilares de extremidade e de canto, por estarem monoliticamente ligados a extremidade de uma viga, estão submetidos a um momento fletor inicial, que pode ser representado por uma excentricidade inicial e de força de compressão atuante. A excentricidade inicial ocorre em pilares de qualquer esbeltez e nas direções x ou y ou em ambas (e_{1x}, e_{1y}) de acordo com a situação. As excentricidades são obtidas pela Equação (2.21) (CARVALHO; PINHEIRO, 2009).

$$e = \frac{M_{1d}}{N_d} \qquad (2.21)$$

onde, e = excentricidade inicial;

M_{1d} = momento fletor de ligação viga-pilar;

N_d = carga axial de cálculo.

Excentricidade acidental ocorre devido à incerteza do ponto de aplicação da força axial proveniente dos erros de execução, como: fôrmas defeituosas, mau escoramento, falhas de concretagem, entre outros. Essas imperfeições podem ser divididas em dois grupos: imperfeições globais e imperfeições locais. Segundo a norma NBR 6118 (ABNT, 2014), item 11.3.3.4.3, as excentricidades acidentais podem ser equilibradas, desde que considere os momentos fletores mínimos gerados, conforme apresentado no item 2.6.5 deste trabalho.

Excentricidades de 2ª ordem, segundo o item 15.7.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014), surgem quando a estrutura está submetida aos esforços solicitantes. Tais solicitações provocam as deformações nos pilares e o surgimento de momentos de segunda ordem.

Nos métodos do pilar-padrão com curvatura aproximada (item 15.8.3.3.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014)), os efeitos locais de 2ª ordem são avaliados por meio da excentricidade máxima de 2ª ordem (e_2), que origina o momento fletor de 2ª ordem (M_2), como mostrados na Equação (2.22) e Equação (2.23).

$$e_2 = \frac{l_e^2}{10}\left(\frac{1}{r}\right) \qquad (2.22)$$

$$M_{2d} = N_d\, e_2 \qquad (2.23)$$

onde, e_2 = excentricidade de 2ª ordem;

l_e = comprimento equivalente do pilar;

$\frac{1}{r}$ = expressão aproximada para a curvatura;

M_{2d} = momento fletor de 2ª ordem;

N_d = esforço normal de cálculo.

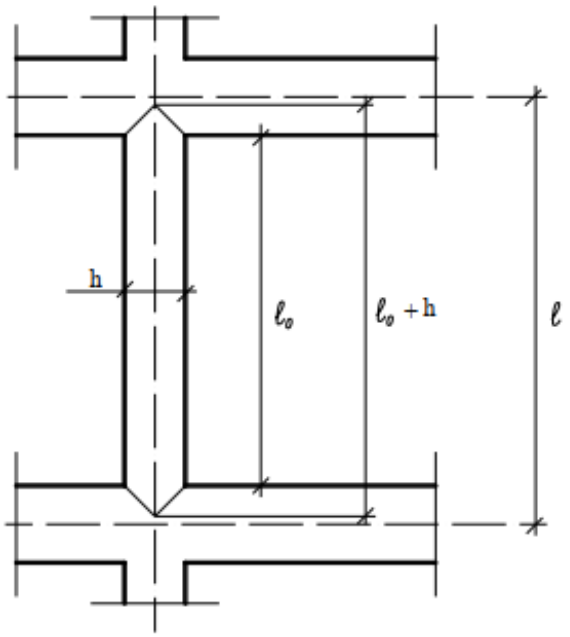
Segundo o item 15.8.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), os esforços locais de 2ª ordem em elementos isolados podem ser desprezados quando o índice de esbeltez for menor que o valor-limite (λ_1). O índice de esbeltez e o valor de λ_1 dependem de diversos fatores conforme apresentado no item 2.6.3 deste trabalho.

Excentricidade devida à fluência, conforme o item 15.8.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014), deve obrigatoriamente ser realizada em pilares com índice de esbeltez maior que 90 e pode ser efetuada de maneira aproximada, considerando a excentricidade adicional (e_{cc}).

2.6.3 Comprimento equivalente e esbeltez

Segundo o item 15.6 da NBR 6118 (ABNT, 2014), o comprimento equivalente (ℓ_e) (Figura 12) do pilar, suposto vinculado em ambas as extremidades, deve ser o menor dos valores mostrados na (Equação (2.24):

Figura 12 – valores de l_0 e l.



Fonte: Bastos (2020)

$$le \leq \begin{cases} l_0 + h \\ l \end{cases} \qquad (2.24)$$

onde, l_0= distância entre as faces internas dos elementos estruturais, que vinculam o pilar;

h = altura da seção transversal do pilar, medida no plano da estrutura em estudo;

l = distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado.

Segundo o item 15.8.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), o índice de esbeltez é a razão entre o comprimento equivalente e o raio de giração nas direções a serem consideradas, sendo que para a seção retangular bi-apoiado o índice de esbeltez pode ser calculado por:

$$\lambda = \frac{3{,}46\, l_e}{h} \qquad (2.25)$$

onde, l_e = comprimento equivalente;

h = dimensão do pilar na direção considerada.

Em função do índice de esbeltez máximo, os pilares podem ser classificados como:

- Curto: se $\lambda \leq 35$;
- Médio: se $35 < \lambda \leq 90$;
- Medianamente esbelto: se $90 < \lambda \leq 140$;
- Esbelto: se $140 < \lambda \leq 200$.

Os pilares curtos e médios representam a maioria dos pilares das edificações, enquanto os mediamente esbeltos e esbeltos são utilizados com frequência relativamente menor. A NBR 6118 (ABNT, 2014) não permite pilares com esbeltez superior a 200, salvo em elementos comprimidos com força normal inferior a $0.1\, f_{cd}\, Ac$, onde Ac é a área de concreto e f_{cd} conforme o item 12.3.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014) é a resistência de cálculo do concreto e pode ser calculado por:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \qquad (2.26)$$

Desde que a verificação do fck seja realizada em data igual ou superior a 28 dias. Segundo a tabela 12.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), o valor de γ_c para verificação no estado-limite último (ELU) pode assumir o valor de 1,4 para combinações de ações normais.

No item 15.8.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), menciona-se que os esforços locais de 2ª ordem em elementos isolados podem ser desprezados quando o índice de esbeltez for menor que o valor-limite (λ_1). O valor de λ_1 pode ser calculado por:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12{,}5\,\frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \qquad (2.27)$$

onde, e_1 / h = excentricidade relativa a 1ª ordem;

α_b = deve ser obtido conforme estabelecido no item 15.8.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

2.6.4 Força normal de cálculo

Os pilares são responsáveis por oferecerem apoio as vigas ou as lajes (lajes lisas), logo as forças axiais submetidas aos pilares vêm das reações de apoio destes elementos. A NBR 6118 (ABNT, 2014) apresenta valores limites relacionados à geometria do pilar, sendo a altura mínima (h_{min}) igual a 19 cm, porém, em casos especiais permite utilizar valores entre 14 e 19 cm, desde que as ações consideradas no dimensionamento sejam multiplicadas pelo coeficiente adicional (γ_n) como indica no item 13.2.3 desta norma. A norma também prescreve que esta força também deve ser majorada pelo coeficiente (γ_f) estabelecido na tabela 11.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014). A força normal de cálculo pode ser calculada por:

$$N_d = \gamma_n \ \gamma_f \ N_k \qquad (2.28)$$

onde, N_d = Esforço axial de cálculo;

N_k = Esforço axial característico;

γ_f = Coeficiente de majoração da força normal (Tabela 11.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014));

γ_n = Coeficiente adicional para pilares de dimensão menor que 19 cm (Tabela 13.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014)).

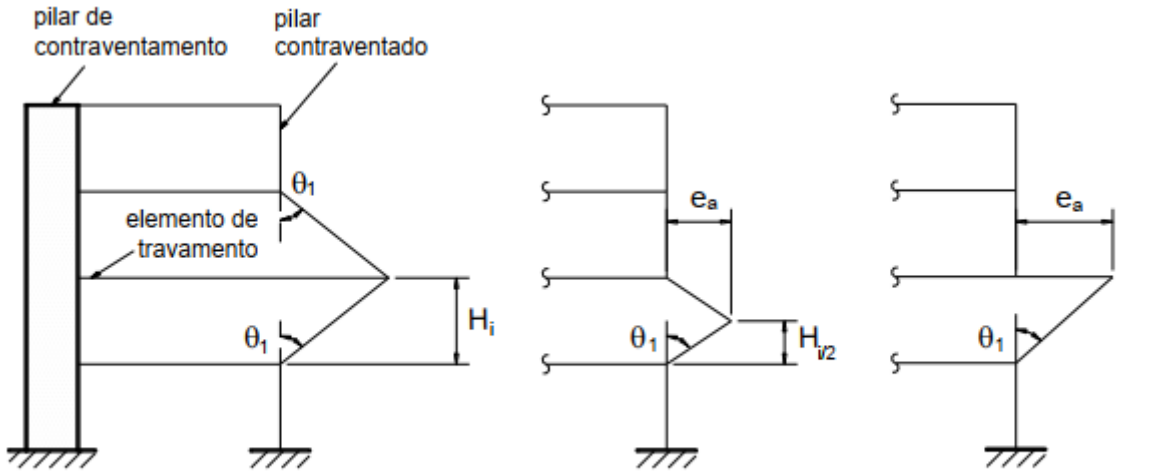
2.6.5 Momentos fletores mínimos

Segundo o item 11.3.3.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014):

> "na verificação do estado limite último (ELU) das estruturas reticuladas, devem ser consideradas as imperfeições geométricas do eixo dos elementos estruturais [...]. Essas imperfeições podem ser divididas em dois grupos: imperfeições globais e imperfeições locais".

Nas imperfeições globais considera-se um desaprumo dos elementos verticais. Enquanto nas imperfeições locais, essas relacionam-se com a falta de retilineidade e/ou desaprumo do eixo do pilar, como indicado na Figura 13. Conforme o item 11.3.3.4.3 da norma, os efeitos das imperfeições locais são atendidos se for considerado um momento mínimo, apresentado na Equação (2.29).

Figura 13 - Imperfeições locais em pilares



a) Elementos de travamento (tracionado ou comprimido) *b) Falta de retilineidade no pilar;* *c) Desaprumo do pilar.*

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014).

$$M_{1d,min} = N_d\,(1{,}5 + 0{,}03h) \qquad (2.29)$$

onde, $M_{1d,min}$= Momento mínimo de 1ª ordem.

2.6.6 Momentos fletores totais de cálculo

Como foi apresentado no item 2.6.3 deste trabalho, caso a esbeltez do pilar (λ) seja maior do que a esbeltez limite (λ_1), torna-se necessário considerar o cálculo dos momentos fletores gerados pelos efeitos de 2ª ordem. Este método é utilizado para o cálculo de esforços solicitantes em pilares com índice de esbeltez λ<90, ou seja, pilares classificados como médios.

Conforme apresentado no item 15.8.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014), o cálculo dos efeitos de 2ª ordem para determinação dos momentos fletores finais pode ser definido pelo método geral ou através dos métodos aproximados. A NBR 6118 (ABNT, 2014) apresenta diferentes métodos aproximados, como:

- Método do Pilar Padrão com Curvatura Aproximada (item 15.8.3.3.2 NBR 6118 (ABNT, 2014));
- Método do Pilar Padrão com Rigidez Aproximada (item 15.8.3.3.3 NBR 6118 (ABNT, 2014));
- Método do Pilar Padrão com seções retangulares submetidas à flexo-compressão oblíqua (item 15.8.3.3.5 NBR 6118 (ABNT, 2014)).

Neste trabalho, por simplicidade de aplicação e implementação, foi adotado o Método do Pilar Padrão com Rigidez Aproximada para a determinação dos momentos fletores finais de cálculo, que pode ser obtido através da Equação (2.30) a (2.34):

$$a\,M_{Sd,tot}^2 + b\,M_{Sd,tot} + c = 0 \qquad (2.30)$$

onde:

$$a = 5h \qquad (2.31)$$

$$b = h^2 N_d - \frac{N_d\,l_e^2}{320} - 5h\,\alpha_b M_{1d,A} \qquad (2.32)$$

$$c = -N_d\,h^2\,\alpha_b\,M_{1d,A} \qquad (2.33)$$

Logo, $M_{sd,tot}$ pode ser calculado por:

$$M_{Sd,tot} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad (2.34)$$

2.6.7 Dimensionamento de Pilares

Os pilares submetidos à flexão composta normal sofrem ação combinada da força normal e momento fletor, onde sua determinação da capacidade de carga pode ser dada através da envoltória de força normal resistente versus momento fletor resistente. A envoltória de esforços resistentes pode ser determinada através dos domínios de deformações 2 a 5, pois o domínio 1 é reservado para pilares que se comportam como tirantes, onde atuam esforços normais de tração.

As relações de compatibilidade de deformações são decorrentes da hipótese que as seções permanecem planas até a ruptura e dos domínios de deformação do estado limite último estabelecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2014). Através destas relações, conhecida a posição da linha neutra, podem-se determinar os valores das deformações em qualquer fibra da seção transversal. A posição da linha neutra é definida pelo valor da coordenada ***x*** (distância da fibra de maior encurtamento ou menor alongamento da seção até a linha neutra). As relações de compatibilidade de deformações para os diferentes domínios de deformação estão apresentadas a seguir (CAMPOS FILHO, 2014):

- Domínio 2 ($0 < x < x_{23}$)

$$\varepsilon_1 = 10‰ \qquad (2.35)$$

$$\frac{10‰}{d-x} = \frac{\varepsilon_2}{x-d'} = \frac{\varepsilon_c}{x} \quad (2.36)$$

$$\varepsilon_2 = 10‰ \frac{x-d'}{d-x} \quad (2.37)$$

$$\varepsilon_c = 10‰ \frac{x}{d-x} \quad (2.38)$$

$$x_{23} = \frac{\varepsilon_{cu}}{10‰ + \varepsilon_{cu}} d \quad (2.39)$$

- Domínio 3 ($x_{23} < x < x_{lim}$) e Domínio 4 ($x_{lim} < x < d$)

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x} = \frac{\varepsilon_1}{d-x} = \frac{\varepsilon_2}{x-d'} \quad (2.40)$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{cu} \frac{d-x}{x} \quad (2.41)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{cu} \frac{x-d'}{x} \quad (2.42)$$

$$x_{lim} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd} + \varepsilon_{cu}} d \quad (2.43)$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (2.44)$$

- Domínio 4a ($d < x < h$)

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x} = \frac{\varepsilon_1}{x-d} = \frac{\varepsilon_2}{x-d'} \quad (2.45)$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{cu} \frac{x-d}{x} \quad (2.46)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{cu} \frac{x-d'}{x} \quad (2.47)$$

- Domínio 5 ($x > h$)

$$\frac{\varepsilon_{c2}}{x - \left(\frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}}\right) h} = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_1}{x-d} = \frac{\varepsilon_2}{x-d'} \quad (2.48)$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{c2} \frac{x}{x - \left(\frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}}\right) h} \quad (2.49)$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{c2} \frac{x-d}{x - \left(\frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}}\right) h} \quad (2.50)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{c2}\,\frac{x - d'}{x - \left(\frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}}\right) h} \qquad (2.51)$$

onde, x = profundidade da linha neutra do pilar;

x_{23} = profundidade da linha neutra para o limite entre domínio 2 e domínio 3;

x_{34} = profundidade da linha neutra para o limite entre domínio 3 e domínio 4;

x_{lim} = profundidade limite da linha neutra para flexo-compressão;

ε_{cu}= deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura;

ε_{c2}= deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico;

ε_{yd} = deformação de escoamento do aço;

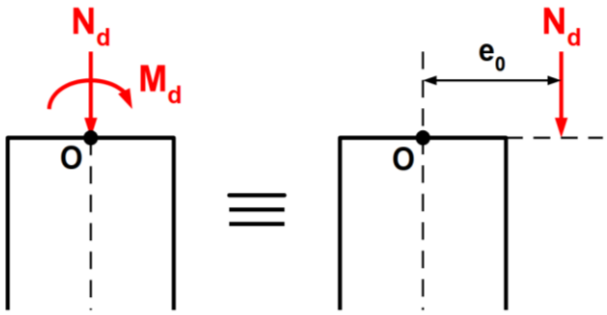
d = altura útil da seção transversal do pilar;

h = altura da seção transversal do pilar.

2.6.8 Relações de equivalência entre esforços atuantes e resistentes

Segundo Campos Filho (2014), é necessário estabelecer as relações de equivalência entre esforços atuantes e resistentes para o dimensionamento das seções de concreto armado à flexão composta normal. Nesta seção estão descritas estas relações, porém, é importante destacar que será mais adequado trabalhar com a força normal e excentricidade (N, e_0) do que com a força normal e o momento fletor (N, M). Na Figura 14 ilustram-se as duas situações de solicitação e como são estaticamente equivalentes.

Figura 14 - Situações estaticamente equivalentes



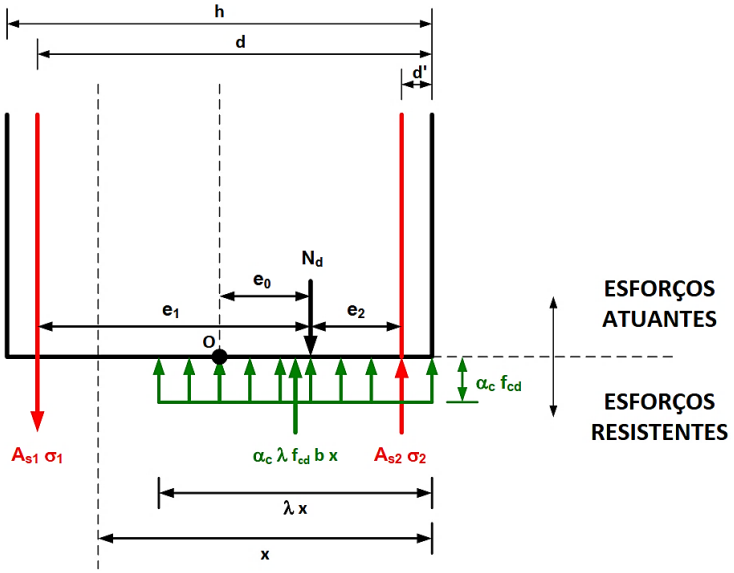
Fonte: Campos Filho (2014)

A excentricidade e_0 do esforço normal de cálculo pode ser determinada através da expressão:

$$e_0 = \frac{M_d}{N_d} = \frac{M}{N} \qquad (2.52)$$

Na Figura 15, apresenta-se o diagrama para a determinação das relações de equivalência entre esforços atuantes e resistentes.

Figura 15 - Diagrama de equivalência entre esforços atuantes e resistentes



Fonte: Campos Filho (2014)

A partir do diagrama apresentado na Figura 15, pode-se escrever:

$$N_d = \alpha_c \, \lambda \, f_{cd} \, b \, x + A_{s2} \, \sigma_2 - A_{s1} \, \sigma_1 \qquad (2.53)$$

$$N_d \, e_1 = \alpha_c \, \lambda \, f_{cd} \, b \, x \, (d - 0{,}5 \, \lambda \, x) + A_{s2} \, \sigma_2 \, (d - d') \qquad (2.54)$$

onde,

$$e_1 = \frac{d - d'}{2} + e_0 \qquad (2.55)$$

$$e_2 = \frac{d - d'}{2} - e_0 \qquad (2.56)$$

Campos Filho (2014) destaca que nas Equações (2.53) e (2.54) aparecem cinco valores que não podem ser determinados diretamente dos dados do problema de dimensionamento. As incógnitas do problema seriam: A_{s1}, A_{s2}, x, σ_1, σ_2, onde os valores de σ_1 e σ_2 são dependentes do valor de ***x***, portanto, não são incógnitas adicionais. Assim, formando um sistema composto por duas equações e três incógnitas.

Este tipo de problema apresenta solução indeterminada e tem, portanto, infinitas soluções possíveis, sendo necessário recorrer a outras considerações adicionais que possibilitem a resolução do dimensionamento, como mostrado no item 2.6.9 deste trabalho.

2.6.9 Dimensionamento de seções retangulares à flexocompressão normal

Segundo Campos Filho (2014), para escolher uma solução particular, dentre as infinitas possíveis, para o problema de dimensionamento de seções retangulares de concreto armado à flexo-compressão normal, deve-se arbitrar uma relação adicional entre as incógnitas.

Serão apresentadas duas soluções particulares: solução de armaduras assimétricas e a solução das armaduras simétricas.

- **Armaduras assimétricas**

Para estabelecer o que vai ser arbitrado, no dimensionamento que considera armaduras assimétricas, o problema de flexo-compressão é dividido em três situações:

a) Flexo-compressão com grande excentricidade ($A_{s1} \neq 0$ e tracionada – domínios 2 ou 3), abrange todos os casos em que só é possível equilibrar os esforços solicitantes, utilizando armadura simples (de tração) ou dupla (de tração e de compressão).

b) Flexo-compressão com pequena excentricidade ($A_{s1} = 0$ – domínios 4, 4a ou 5), corresponde a todos os casos em que é possível equilibrar os esforços solicitantes, utilizando unicamente uma armadura de compressão.

c) Compressão composta (A_{s1} e A_{s2} comprimidas – domínio 5), engloba todos os casos em que são necessárias duas armaduras de compressão.

- **Armaduras simétricas**

Campos Filho (2014) diz que a solução com armaduras simétricas proporciona a vantagem de evitar a inversão das armaduras na obra e em geral se trata de uma solução mais econômica, se fixa: $A_{s1}=A_{s2}=A_s$. A dificuldade de se encontrar a solução deste problema é que σ_1 e σ_2 aparecem nas equações e seus valores dependem de x. Por esta razão, não é possível resolver explicitamente o sistema e se tem que recorrer a um processo iterativo, como mostrado ainda neste item 2.6.9.

Para efeitos de equacionamento, divide-se o problema de flexo-compressão normal, solução de armaduras simétricas, em quatro casos apresentados no Quadro 1.

Quadro 1 - Problemas de flexo-compressão normal, soluções armaduras simétricas.

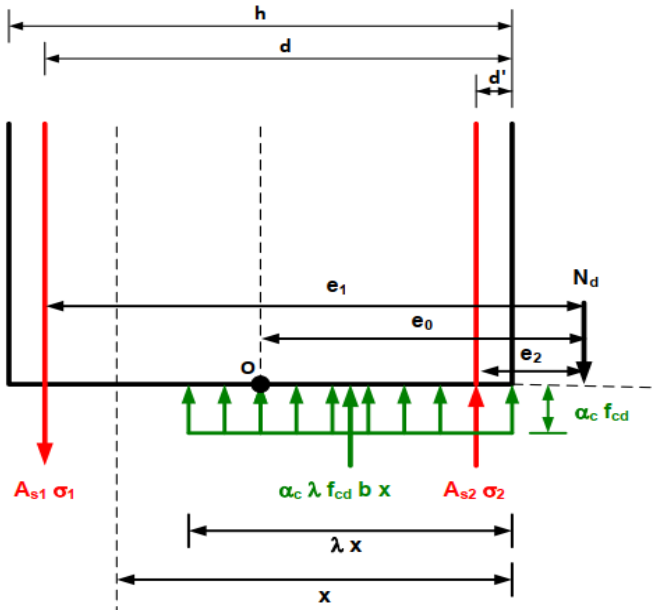
caso 1	$e_0 > (d-d')/2$	$0 \leq x \leq d$	Esforço normal atuando fora das duas armaduras
caso 2	$e_0 < (d-d')/2$	$0 \leq x \leq d$	A_{s1} – Tracionada A_{s2} - Comprimida
caso 3		$d \leq x \leq h/\lambda$	A_{s1}, A_{s2} – Comprimidas. Parte da seção submetida a tensão $\alpha_c f_{cd}$
caso 4		$x \geq h/\lambda$	A_{s1}, A_{s2} – Comprimidas. Toda a seção submetida a tensão $\alpha_c f_{cd}$

Fonte: Campos Filho (2014).

O equacionamento da solução é particular para cada caso, conformes apresentados a seguir:

a) Caso 1 - O esforço normal atua fora das duas armaduras, como ilustrado na Figura 16.

Figura 16 - Diagrama do caso 1



Fonte: Campos Filho (2014).

Nas Equações (2.57) a (2.59), apresenta-se o equacionamento da solução para o caso 1.

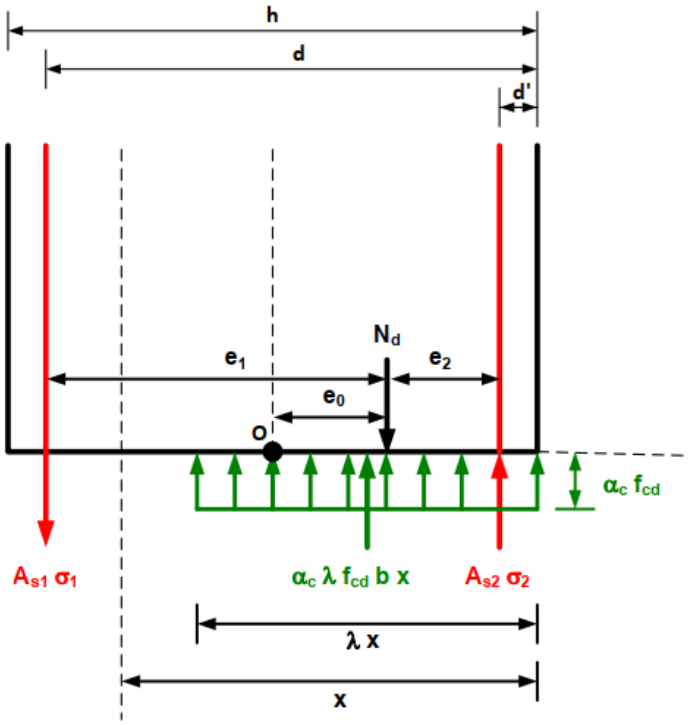
$$N_d = \alpha_c \, \lambda \, f_{cd} \, b \, x + A_s \, (\sigma_2 - \sigma_1) \qquad (2.57)$$

$$N_d \, e_1 = \alpha_c \, \lambda \, f_{cd} \, b \, x \, (d - 0{,}5 \, \lambda \, x) + A_{s2} \, \sigma_2 \, (d - d') \qquad (2.58)$$

$$N_d \, |\, e_2| \, = -\alpha_c \;\; \lambda \;\; f_{cd} \, b \, x \, (0{,}5 \, \lambda \, x - d') + A_{s1} \, \sigma_1 (d - d') \qquad (2.59)$$

b) Caso 2 - A_{s1} está sendo tracionada e A_{s2} sendo comprimida, como ilustrado na Figura 17.

Figura 17 - Diagrama do caso 2



Fonte: Campos Filho (2014).

Nas Equações (2.60) à (2.62), apresenta-se o equacionamento da solução para o caso 2.

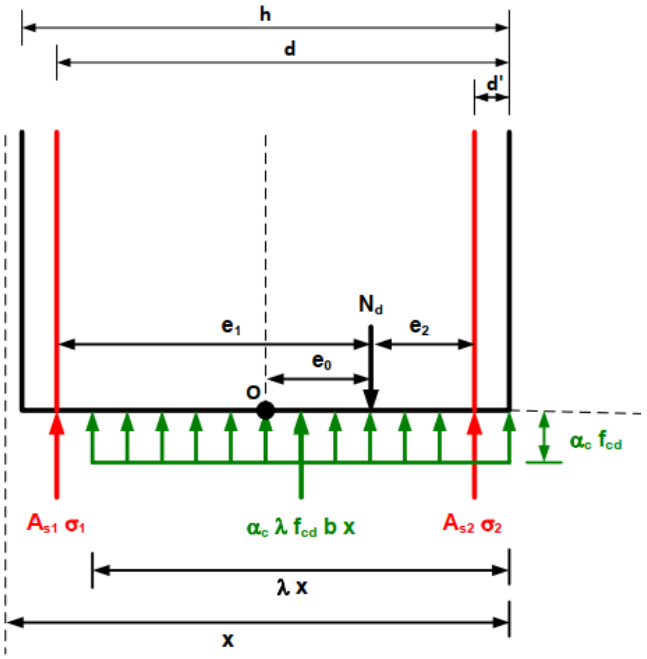
$$N_d = \alpha_c \, \lambda \, f_{cd} \, b \, x + A_s \, (\sigma_2 - \sigma_1) \qquad (2.60)$$

$$N_d \, e_1 = \alpha_c \, \lambda \, f_{cd} \, b \, x \, (d - 0{,}5 \, \lambda \, x) + A_{s2} \, \sigma_2 \, (d - d') \qquad (2.61)$$

$$N_d \, e_2 = \alpha_c \;\; \lambda \;\; f_{cd} \;\; b \, x \, (0{,}5 \, \lambda \, x - d') - A_{s1} \, \sigma_1 (d - d') \qquad (2.62)$$

c) Caso 3 - A_{s1} e A_{s2} estão sendo comprimidas, porém parte da seção está submetida à tensão (α_c f_{cd}), como ilustrado na Figura 18.

Figura 18 - Diagrama do caso 3



Fonte: Campos Filho (2014).

Nas Equações (2.63) à (2.65), apresenta-se o equacionamento da solução para o caso 3.

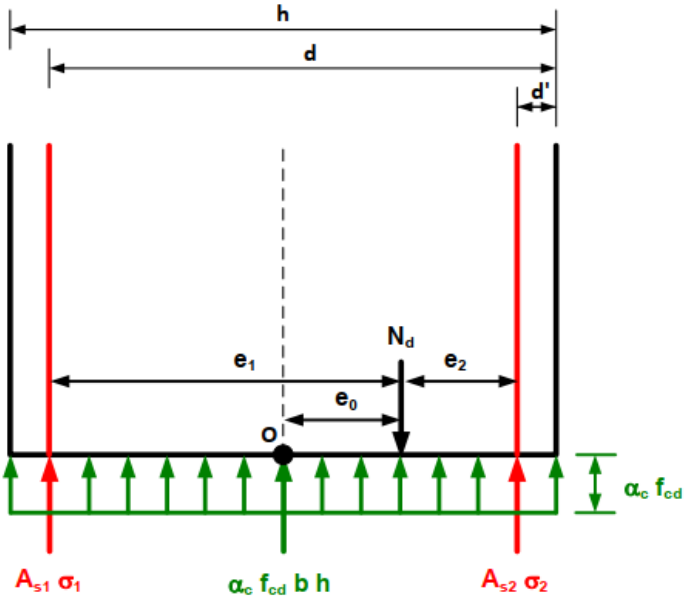
$$N_d = \alpha_c \, \lambda \, f_{cd} \, b \, x + A_s \, (\sigma_2 - \sigma_1) \qquad (2.63)$$

$$N_d \, e_1 = \alpha_c \, \lambda \, f_{cd} \, b \, x \, (d - 0{,}5 \, \lambda \, x) + A_{s2} \, \sigma_2 \, (d - d') \qquad (2.64)$$

$$N_d \, e_2 = \alpha_c \;\; \lambda \;\; f_{cd} \;\; b \, x \, (0{,}5 \, \lambda \, x - d') + A_{s1} \, \sigma_1 (d - d') \qquad (2.65)$$

d) Caso 4 - A_{s1} e A_{s2} estão sendo comprimidas, e toda a seção transversal está submetida a tensão (α_c f_{cd}), como ilustrado na Figura 19.

Figura 19 - Diagrama do caso 4



Fonte: Campos Filho (2014)

Nas Equações (2.66) à (2.68), apresenta-se o equacionamento da solução para o caso 4.

$$N_d = \alpha_c\, f_{cd}\, b\, h + A_s\, (\sigma_2 + \sigma_1) \qquad (2.66)$$

$$N_d\, e_1 = \alpha_c\, f_{cd}\, b\, h\, (d - 0{,}5\, h) + A_{s2}\, \sigma_2\, (d - d') \qquad (2.67)$$

$$N_d\, e_2 = \alpha_c\ \ f_{cd}\ \ b\, h\, (0{,}5\, h - d') + A_{s1}\, \sigma_1 (d - d') \qquad (2.68)$$

O processo iterativo para a solução dos casos 1, 2 e 3 são semelhantes. Inicialmente, arbitra-se x (x_{arb}), para calcular o e_1 e e_2; em seguida calcula-se σ_1 e σ_2, para possibilitar o cálculo do A_{s1} e A_{s2}; por fim, calcula-se um novo valor de x (xcalc), usando como *As* a armadura que tiver menor variação em relação à iteração anterior. Deve-se calcular duas vezes o valor de x e utilizar aquele que variar menos em relação ao valor arbitrado. A convergência do processo ocorre quando $A_{s1} = A_{s2}$ e $x_{arb} = x_{calc}$ (as duas condições são verificadas simultaneamente).

O processo iterativo para a solução do caso 4 é diferente, seguindo as etapas a seguir:

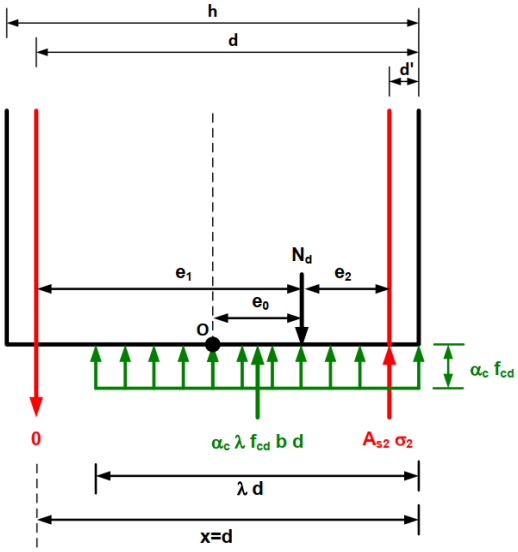
a) Arbitra-se A_{s1};
b) Calcula-se σ_1;
c) Calcula-se e_1, utilizando a relação tensão-deformação do aço;
d) Calcula-se x, utilizando uma relação de compatibilidade de deformações do domínio 5;
e) Calcula-se e_2, utilizando outra relação de compatibilidade de deformações do domínio 5;
f) Calcula-se σ_2, utilizando a relação tensão-deformação do aço;
g) Calcula-se A_{s2}. A convergência do processo ocorre quando $A_{s1} = A_{s2}$.

O caso 1 corresponde às situações onde o esforço normal está atuando fora das duas armaduras. Por equilíbrio, a armadura A_{s1} obrigatoriamente tem que estar tracionada (x<d). O caso 1 é identificado para um valor de $e_0 > (d-d')/2$ ou $e_2<0$. Nos casos 2, 3 e 4, o esforço normal está atuando entre as duas armaduras, ou seja, nestes casos, tem-se $e_0 < (d-d')/2$. É necessário utilizar uma relação adicional para identificar qual é exatamente a situação de dimensionamento.

Esta relação adicional pode ser calculada através da dos domínios. Na

Figura 20, apresenta-se o diagrama de transição do domínio 2 para o 3, seguido das equações de equilíbrio.

Figura 20 - Diagrama de transição entre os domínios 2 e 3



Fonte: Campos Filho (2014).

$$x = d \qquad (2.69)$$

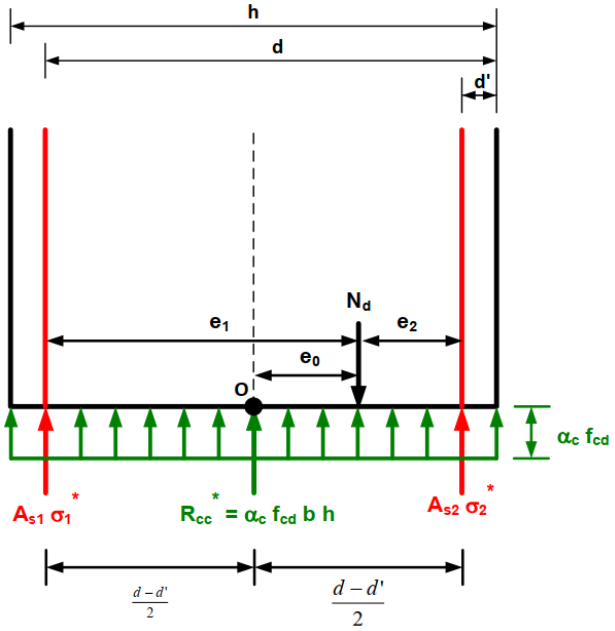
$$\sigma_1 = 0 \qquad (2.70)$$

$$N_d\, e_2^{2,3} = \alpha_c\, \lambda\, f_{cd}\, b\, d\ \ (0{,}5\, \lambda\, d - d') \qquad (2.71)$$

$$e_2^{2,3} = \frac{\alpha_c\, \lambda\, f_{cd}\, b\, d\, (0{,}5\, \lambda\, d - d')}{N_d} \qquad (2.72)$$

Na Figura 21, apresenta-se o diagrama de transição do domínio 2 para o domínio 3, seguido das equações de equilíbrio.

Figura 21 - Diagrama de transição entre os domínios 3 e 4



Fonte: Campos Filho (2014).

$$x = \frac{h}{\lambda} \qquad (2.73)$$

$$N_d = R_{cc}^{*} + A_s\,(\sigma_2 + \sigma_1) \qquad (2.74)$$

$$N_d\, e_0^{3,4} = A_s\,(\sigma_2 - \sigma_1)\,\frac{d - d'}{2} \qquad (2.75)$$

$$e_2^{3,4} = \left(\frac{d - d'}{2}\right) - e_0^{3,4} = \left(\frac{d - d'}{2}\right) * \left[1 + \left(\frac{R_{cc}^{*}}{N_d} - 1\right)\left(\frac{\sigma_2^{*} - \sigma_1^{*}}{\sigma_2^{*} + \sigma_1^{*}}\right)\right] \qquad (2.76)$$

2.6.10 Detalhamento

- Dimensões mínimas.

O item 13.2.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014) define a dimensão mínima da seção transversal, este mesmo item da norma também estabelece a área de seção transversal mínima, como está descrito a seguir:

> A seção transversal de pilares e pilares-paredes maciços, qualquer que seja a sua forma, não pode apresentar dimensão menor que 19 cm. Em casos especiais, permite-se a consideração de dimensões entre 19 cm e 14 cm, desde que multipliquem os esforços solicitantes de cálculo a serem considerados no dimensionamento por um coeficiente adicional (γ_n) [...] em qualquer caso, não se permite pilar com seção transversal de área inferior a 360 cm². (NBR 6118, ABNT 2014).

Ainda de acordo com o item 13.2.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014), o valor da altura da seção transversal do pilar não deverá ultrapassar cinco vezes o valor da sua base, para que desta forma o pilar não seja analisado como pilar parede.

- Disposição das armaduras longitudinais dos pilares

O item 18.4.2.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) define que os diâmetros das armaduras longitudinais dos pilares não podem ser inferiores a 10 mm nem superiores a 1/8 da menor dimensão da seção transversal do pilar, conforme apresentado na Equação (2.77).

$$10\ mm\ \leq\ \emptyset_l\ \leq \frac{b}{8} \qquad (2.77)$$

onde, $\emptyset_l$ = diâmetro da armadura longitudinal;

b = menor dimensão da seção transversal do pilar.

O item 17.3.5.3.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece que a área de aço mínima da armadura longitudinal, considerando as regiões de emendas deve ser:

$$A_{s,min} = \ 0{,}15\ \frac{N_d}{f_{yd}} \geq 0{,}004\ A_c \qquad (2.78)$$

Para valores máximos, no item 17.3.5.3.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece-se que a área total das armaduras longitudinais, considerando as regiões de emendas, deve ser:

$$A_{s,max} = \ 0{,}08\ A_c \qquad (2.79)$$

onde, $A_{s,min}$ = Área de aço mínima para pilares;

$A_{s,max}$ = Área de aço máxima para pilares;

N_d = Força axial de cálculo;

f_{yd} = Tensão de escoamento de cálculo do aço;

A_c= Área de concreto.

Nos itens 18.4.2.2 e 18.4.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014), se estabelece o espaçamento mínimo das armaduras longitudinais, sendo igual ou superior ao maior dos valores a seguir:

$$a_L \geq \begin{cases} 20\ mm \\ \emptyset_l \\ 1{,}2\ d_{máx} \end{cases} \qquad (2.80)$$

Para valores de espaçamento máximo entre eixos das barras, ou ainda de centros de feixes de barras, no item 18.4.2.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), se estabelece que deve ser menor ou igual aos seguintes valores:

$$a_{máx} \leq \begin{cases} 2b \\ 400\ mm \end{cases} \qquad (2.81)$$

onde, a_L = espaçamento mínimo das armaduras longitudinais;

$\emptyset_l$= diâmetro da armadura longitudinal;

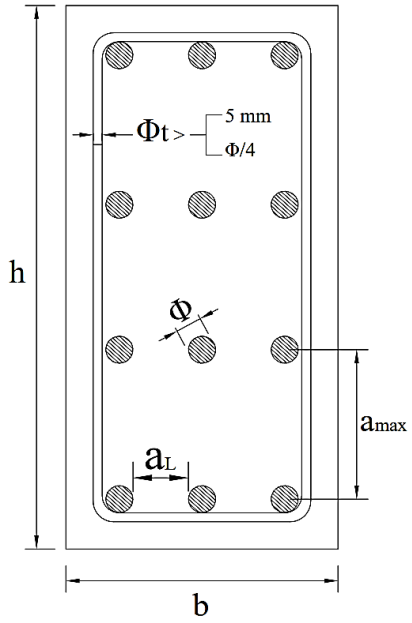
$d_{máx}$ = diâmetro máximo do agregado graúdo;

$a_{máx}$ = espaçamento máximo entre eixos das barras ou feixe das barras;

b = menor dimensão da seção transversal do pilar.

Na Figura 22 mostram-se detalhadamente os espaçamentos entre as barras (a_L), o diâmetro dos estribos ($\emptyset_t$) e o diâmetro das barras ($\emptyset$).

Figura 22 - Espaçamentos e diâmetros das barras longitudinais



Fonte: Autor (2022), adaptado de Nascimento (2017).

- Disposição das armaduras transversais dos pilares

No item 18.4.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014), menciona-se que os estribos devem ser colocados ao longo da altura total do pilar, incluindo a região de cruzamento das lajes e vigas. Como também, o diâmetro dos estribos em pilares deve ser o maior valor entre 5 mm e 1/4 do diâmetro da barra isolada ou do diâmetro equivalente do feixe que constitui a armadura

longitudinal. Dessa forma, o estribo será maior ou igual aos valores descritos na seguinte expressão:

$$\emptyset_t \geq \begin{cases} 5\ mm \\ \dfrac{\emptyset_l}{4} \end{cases} \quad (2.82)$$

onde, $\emptyset_t$ = diâmetro do estribo do pilar;

$\emptyset_l$= diâmetro da armadura longitudinal do pilar.

No item 18.4.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014), menciona-se que o espaçamento longitudinal entre os estribos, medido na direção do eixo do pilar, deve ser igual ou inferior ao menor valor expresso a seguir:

$$s_t \leq \begin{cases} 20\ cm \\ b \\ 12\emptyset_l\ para\ CA\ 50 \\ 24\emptyset_l\ para\ CA\ 25 \end{cases} \quad (2.83)$$

onde, s_t = espaçamento longitudinal máximo entre os estribos

b = menor dimensão do pilar

$\emptyset_l$= diâmetro da armadura longitudinal do pilar

Também é permitido que o valor do estribo seja menor que um quarto do valor do diâmetro da armadura longitudinal, desde que as armaduras sejam do mesmo tipo de aço e que o espaçamento atenda a limitação a seguir:

$$s_{máx} = 90.000\ \frac{{\emptyset_t}^2}{\emptyset_l}\frac{1}{f_{yk}} \quad (2.84)$$

onde, $s_{máx}$ = espaçamento transversal máximo entre os estribos;

b = menor dimensão da seção transversal do pilar;

$\emptyset_l$= diâmetro da armadura longitudinal do pilar;

$\emptyset_t$= diâmetro do estribo do pilar;

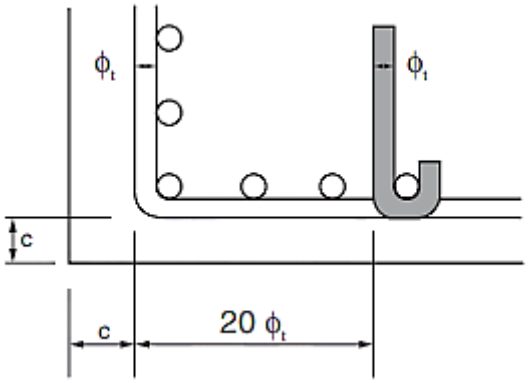
f_{yk} = resistência característica do aço.

No item 18.2.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014), prescreve-se a necessidade dos estribos suplementares de envolver as armaduras longitudinais:

> Quando houver mais de duas barras no trecho de comprimento $20Ø_t$ ou barras fora dele, deve haver estribos suplementares. Se o estribo suplementar for constituído por uma barra reta, terminada em ganchos (90º a 180º), ele deve atravessar a seção do pilar e os seus ganchos devem envolver a barra longitudinal. (NBR 6118, ABNT, 2014).

Mostra-se na Figura 23, um esquema de como se deve ser considerado os estribos suplementares.

Figura 23 - Proteção contra flambagem de barras



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)

No item 18.2.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014), considera-se que as barras longitudinais posicionadas nos cantos ou no máximo a uma distância igual ou menor $20Ø_t$, estão protegidas contra a flambagem.

2.7 Otimização estrutural

Em termos matemáticos, a otimização é definida como a busca por uma combinação de variáveis que minimizam ou maximizam uma função, atendendo a funções de restrição dessas variáveis. Segundo Haftka e Gürdal (1991), a otimização está interessada em identificar o melhor resultado de uma determinada operação, satisfazendo determinadas restrições. A estrutura básica de um problema a ser otimizado é composto por uma função objetivo que contém uma ou mais variáveis de projeto, e pode, ou não, estar sujeito a restrições de igualdade e/ou desigualdade, limitando o espaço de busca.

Para um entendimento inicial sobre otimização, deve-se compreender os principais componentes presentes em um problema a ser minimizado ou maximizado.

- Função objetivo: é a função principal composta por uma ou mais variáveis de projeto que se quer otimizar. Em problemas de engenharia pode representar o volume de um determinado material, ou a somatória dos custos de um elemento.
- Variáveis de projeto: são as variáveis que sofrem alterações durante o processo de otimização, para satisfazer a função objetivo. Um exemplo são as dimensões da seção transversal do elemento que se deseja otimizar.
- Restrições de projeto: as restrições são funções que limitam as variáveis de projeto, descrevendo as situações não desejáveis. Na engenharia, as restrições normalmente são os valores limites impostos pelas normas regulamentadoras ou inviabilidade de execução.
- Espaço de busca: é a região que compreende todas as soluções possíveis e viáveis do problema, tendo seus limites impostos pelas restrições de igualdade e desigualdade.
- Ponto Ótimo: É o ponto formado pelas variáveis de projeto que extremizam a função objetivo e satisfazem as restrições.
- Valor Ótimo: É o valor da função objetivo no ponto ótimo.

Matematicamente, um problema de otimização pode ser definido como:

$$\text{Seja } f: \mathbb{R},\ g: \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^q,\ h: \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^p$$

Minimizar / Maximizar: $f(x) = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$

Sujeito à:

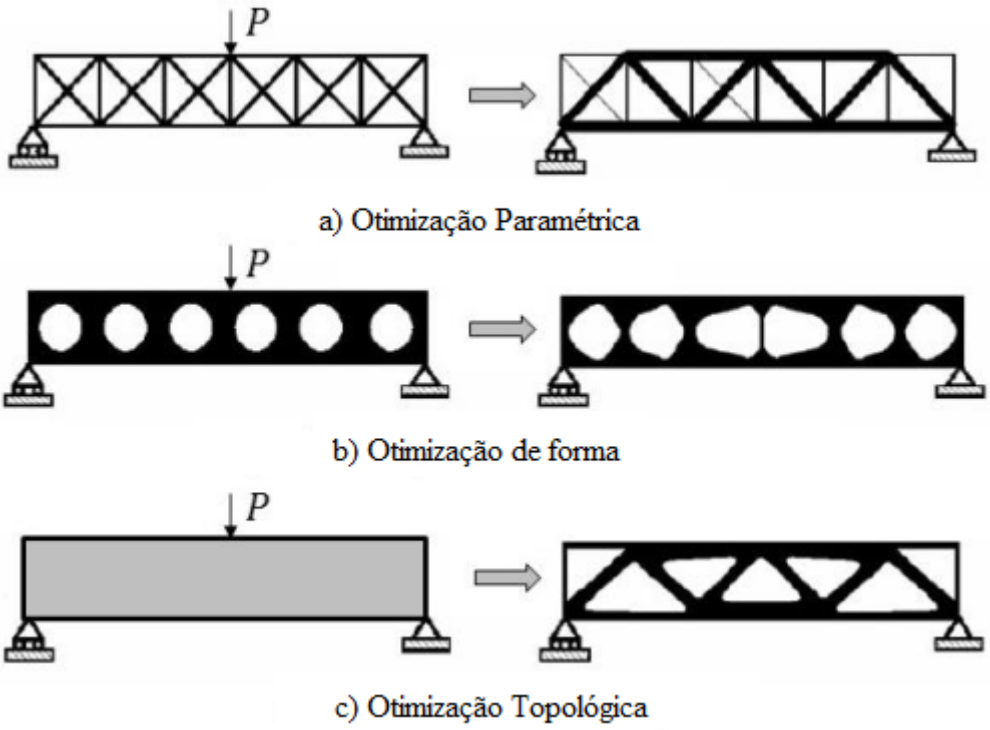
$$h_k(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = 0,\ k \in \{1, \ldots, p\}$$

$$g_j(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) \leq 0,\ j \in \{1, \ldots, q\}$$

A função objetivo $f(\boldsymbol{x})$ e as restrições $h_k(\boldsymbol{x})$ e $g_j(\boldsymbol{x})$ são funções das variáveis de projeto $\mathbf{x} = \{x_1, \ldots, x_n\}^T$, e podem ser lineares ou não-lineares. Devem ser funções dependentes de **x**, explicitamente ou implicitamente. A otimização pode ter mais de um critério, ou seja, mais de uma função objetivo, denominada de otimização multiobjetivo. Problemas de otimização comumente são restritos, porém, podem existir problemas irrestritos, onde não há restrições.

A otimização estrutural consiste em definir o melhor projeto em algum senso predefinido, de maneira que este não deixe de cumprir as exigências de concepção, garantindo a integridade da estrutura. Classifica-se em três tipos: otimização paramétrica, otimização de configuração e otimização topológica. A Figura 24 ilustra esta classificação.

Figura 24 - Tipos de otimização estrutural



Fonte: Adaptado de Bendsøe e Sigmund (2002)

a) Otimização Paramétrica: é um método que consiste na otimização de parâmetros do elemento analisado, mantendo as condições de carregamento e restrições mecânicas fixas. Visa determinar as características geométricas ótimas da estrutura: área da seção transversal de barras de treliça (Figura 24(a)), momento de inércia de vigas, espessura de placas ou cascas, etc.
b) Otimização de forma: neste caso, conforme destacado em Bendsøe e Sigmund (2002), a otimização pode mudar a distribuição do material dentro do domínio, porém sem modificar suas propriedades de topologia, tais como o número de cavidades. Tem como objetivo determinar a forma ótima do contorno externo e/ou interno (furo) de uma estrutura. Trata-se de uma abordagem mais genérica que a otimização paramétrica.
c) Otimização topológica: introduz um domínio inicial e tem como objetivo encontrar a melhor distribuição de material dentro deste domínio de projeto. O objetivo é retirar o material de maneira iterativa e sistemática. A distribuição ótima está relacionada com um objetivo, que pode ser, por exemplo, a minimização do volume final da estrutura, a maximização da rigidez, visando economia de material. Cada ponto do domínio será trabalhado para determinar se deverá haver material ou se irá permanecer vazio, sendo tratado como um problema do tipo binário (0 – 1).

Segundo Souza (2008), existem diversos métodos para a solução de problemas de otimização. Os métodos podem ser classificados em dois grupos: determinísticos e heurísticos. Os métodos determinísticos são baseados no cálculo de derivadas ou em aproximações destas, necessitando de informações do vetor gradiente, seja procurando o ponto onde ele se anula ou usando a direção para a qual apontam. Os métodos heurísticos utilizam apenas as informações da função a ser otimizada, que pode ser de difícil representação, não-linear, descontínua, não diferenciável, multimodal (possui muitos pontos de mínimo ou de máximo). Estes métodos buscam a solução ótima através de regras de probabilidade operando de maneira "randômica orientada". São exemplos de técnicas de otimização:

- Métodos determinísticos: Gradiente, Newton, DFP e BFGS.
- Métodos heurísticos: Algoritmos Genéticos desenvolvido por John Holland publicado a primeira vez em 1975; Colônias de Formigas por Marco Dorigo em 1992; Enxames de Partículas por Kennedy, J. e Eberhart, R. em 1995, fazem parte de um grupo chamado de algoritmos evolutivos, onde compreendem um conjunto de métodos que apresentam como características mecanismos evolutivos que tem como referência aqueles encontrados na natureza e que possibilitam a auto-organização e o comportamento adaptativo (BITTENCOURT, 1996 apud MARTINO, 2015).

2.7.1 Algoritmos genéticos

O Algoritmo Genético foi criado por John Holland na década de 1960 e publicado pela primeira vez em 1975. Seu objetivo inicial era estudar apenas o fenômeno de adaptação que ocorre na natureza, utilizando como referência a Teoria da Evolução das espécies descrita por Charles Darwin (MITCHELL, 1998).

Através da publicação do livro "*Adaptation in Natural and Artificial Systems"*, John Holland em 1975 apresentou sua formulação de algoritmos genéticos, que serviu de quadro teórico para a fundamentação dos algoritmos evolutivos, tornando possível simular o modo da adaptação natural que ocorre na natureza através da implementação computacional.

Segundo Martino (2015), a estratégia evolutiva teve como principal objetivo resolver problemas de otimização de parâmetros, enquanto que a programação evolutiva foi originalmente proposta como forma de produzir inteligência artificial capaz de gerar a evolução nas máquinas de estado finito. Essas definições correspondem aos métodos nas suas formações originais, mas atualmente eles são generalizados e classificados apenas como algoritmos

evolutivos, devido à possibilidade de diferentes combinações dos seus componentes, que são estruturados para atender a objetivos específicos.

Os Algoritmos Genéticos são procedimentos de busca baseados nos mecanismos da genética e da seleção natural. Torna-se necessário fazer uma analogia entre as terminologias usadas na biologia e no método dos Algoritmos Genéticos aplicados ao problema de otimização.

- Indivíduo: é um portador do código genético, ou seja, um membro da população, pode ser representado de acordo com alguns modelos descritos por Eiben e Smith (2007): binário, inteiro, real e permutação. A representação binária é a mais simples, onde um indivíduo consiste em uma simples *string* binária de dígitos.;
- Cromossomo: Formam as características genéticas básicas do indivíduo, trata-se de uma cadeia de caracteres que armazenam e representam informação relativa às variáveis do problema (LINDEN, 2012);
- Gene: É a unidade básica do cromossomo. Cada cromossomo tem um determinado número de genes que descrevem uma certa variável do problema. A combinação entre os genes dos indivíduos que sobrevivem pode produzir um novo indivíduo muito melhor adaptado às características de seu meio ambiente ao combinar características positivas de cada um dos reprodutores (LINDEN, 2012);
- População: Conjunto de indivíduos que evoluem durante o processo de otimização pela aplicação dos operadores do algoritmo;
- Função de avaliação (*fitness*), é responsável por representar os requisitos necessários a que uma população deve se adaptar a fim de avançar para a geração seguinte, é uma medida que avalia a capacidade e potencialidade dos indivíduos da população durante o processo evolutivo (EIBEN e SMITH, 2007). Em um problema de minimização, o indivíduo que tenha o menor valor da função objetivo terá maior aptidão;
- Seleção: A operação de seleção implica em como deverá ser feita a escolha de indivíduos que formarão descendentes para a próxima geração. O objetivo da seleção de um AG é destacar indivíduos mais aptos na população para que possam gerar descendentes ainda melhores. Eiben e Smith (2007) citam diversas maneiras de realizar a seleção de indivíduos de um AG, como: o método da roleta, a seleção baseada no valor absoluto de *fitness*, a seleção por torneio e a seleção por ranking;
- Operações genéticas: Após a seleção de indivíduos, dois operadores genéticos (cruzamento e mutação) são utilizados para gerar uma nova população (próxima geração

do AG). Esses operadores genéticos têm como finalidade refinar e espalhar a busca, respectivamente, trazendo também mais variabilidade genética;

- Cruzamento: O operador de cruzamento utiliza a combinação entre dois indivíduos (aqui definidos como pais) para gerar indivíduos descendentes (definidos como filhos) (DRÉO, J. et al., 2006);
- Mutação: O operador de mutação ocorre alterando aleatoriamente algumas características genéticas de certos indivíduos que foram selecionados por um critério probabilístico. Diversos tipos de mutação são descritos por Soni e Kumar (2014), como: a mutação de inserção, de inversão e uniforme;
- Função penalidade: expressão matemática que traduz as penalizações do indivíduo, quando esta viola as restrições do problema.
- Geração: iteração completa do AG que gera uma nova população;

A combinação de boas soluções e a aplicação de mutações não necessariamente resultará em indivíduos melhores, por isso é fundamental que os operadores de seleção, que simulam a seleção natural, sejam muito bem definidos, selecionando os melhores indivíduos de uma geração, mantendo a eficiência dos algoritmos.

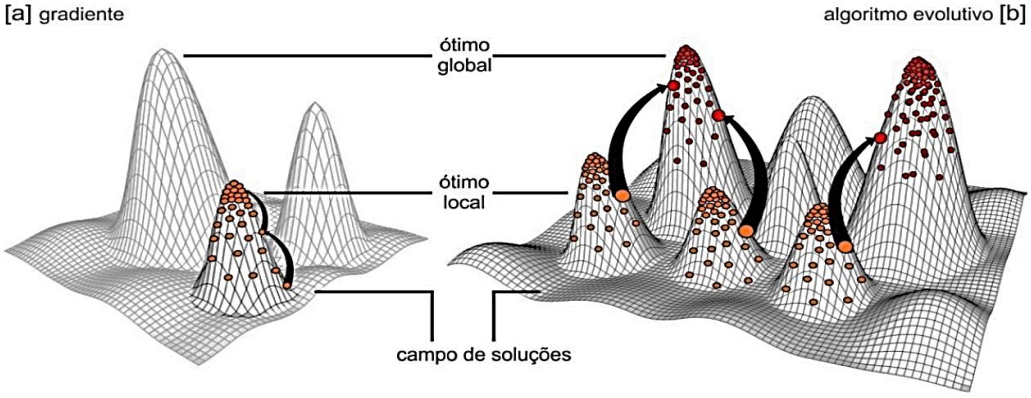
Segundo Eiben e Smith (2007), existem duas principais formas para o término da execução de um algoritmo genético. A primeira é em relação às características dos indivíduos que compõem a solução do problema e a segunda acontece quando não se sabe identificar um padrão ótimo dos indivíduos. Em geral, o processo é interrompido quando:

- Atinge a solução do problema;
- Número máximo de gerações é alcançado;
- Tempo limite é excedido;
- A população não muda o suficiente para alcançar o número máximo de gerações;
- Quando, após uma sequência de gerações consecutivas não ocorrem mudanças na população que contém a solução.

Uma vantagem dos AG em comparação com outros métodos é que apresenta facilidade em sair de ótimos locais, e encontrar o ótimo global do problema, como é representado na Figura 25, devido aos seus mecanismos de seleção de indivíduos.

O ótimo local trata-se de um ponto no espaço de busca que apresenta um bom resultado, porém, o ótimo global é o ponto que apresenta a melhor solução de todo o espaço de busca.

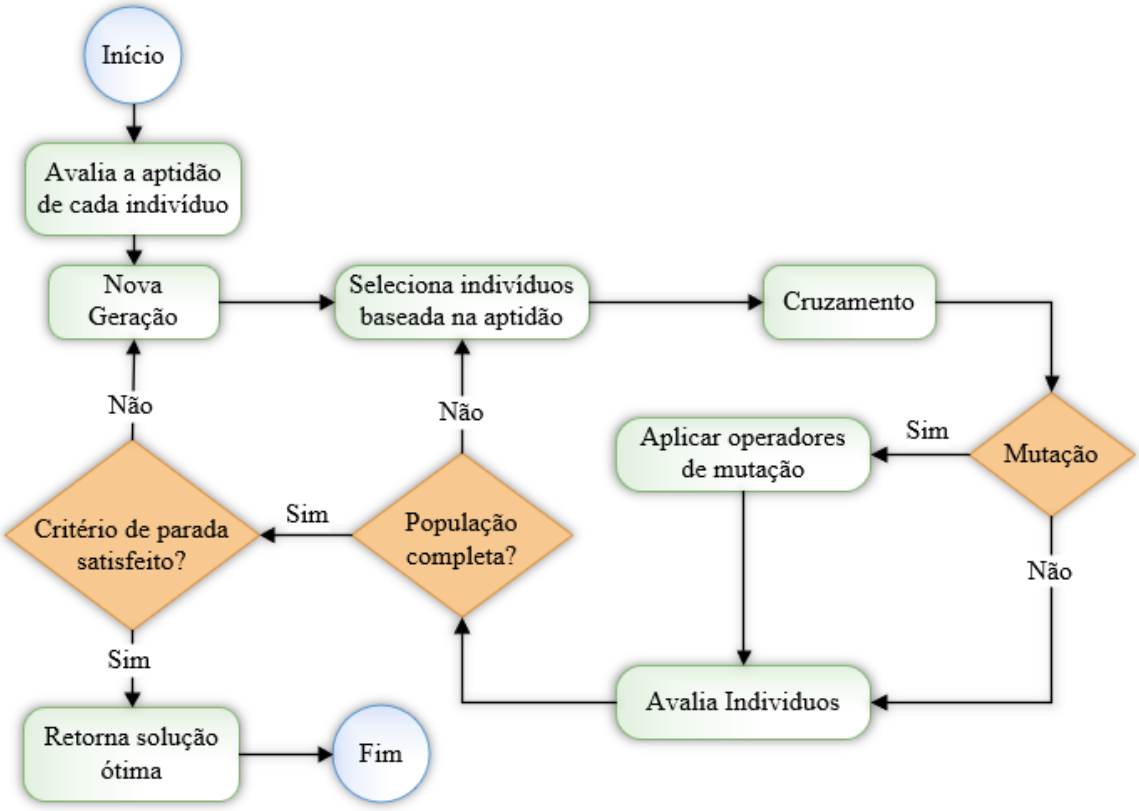
Figura 25 - Método de Gradiente vs Algoritmos Genéticos



Fonte: Martino (2015)

Analisando a Figura 25, pode-se observar que no método do gradiente após encontrar um ótimo local, não foram realizados testes para explorar as outras opções no campo de soluções, resultando em valor ótimo local. Enquanto o AG explora todo o espaço de busca de forma mais eficiente, possuindo chances maiores de encontrar o ótimo global. Na Figura 26 é apresentado o funcionamento do algoritmo genético.

Figura 26 - Fluxograma de um algoritmo genético



Fonte: Autor (2022).

Para um entendimento mais completo do método, é indicado o livro "*Algoritmos Genéticos, teoria e implementação*" do autor Ricardo Linden (2012).

2.8 Planejamento de Experimentos (DOE)

Em um estudo de otimização estrutural podem ser utilizadas diversas variáveis de projeto, porém, algumas variáveis apresentam grau de significância no resultado final maior que outras. O *Design of Experiments* (DOE) ou Planejamento de Experimentos, é uma técnica estatística capaz de avaliar o grau de significância destas variáveis.

Segundo Telford (2007), o DOE consiste em uma técnica estatística desenvolvida por Ronald A. Fisher entre 1920 e 1930 para experimentos relacionados à agricultura em Londres. Embora o método de desenho experimental tenha sido utilizado pela primeira vez em um contexto agrícola, o método foi aplicado com sucesso nas forças armadas e em indústria desde a década de 1940. Desde então, o planejamento de experimentos é considerado um método avançado para melhoria de qualidade, sendo adotado em programas de aperfeiçoamento das empresas Toyota e Motorola.

Segundo Calado e Montgomery (2003), o planejamento experimental é uma técnica que atualmente vem sendo usada em grande escala. Através dele, pesquisadores podem determinar as variáveis que exercem maior influência no desempenho de um determinado processo, tendo como resultado:

- Redução da variação do processo e melhor concordância entre os valores nominais obtidos e os valores pretendidos;
- Redução do tempo do processo;
- Redução do custo operacional;
- Melhoria no rendimento do processo.

Algumas aplicações típicas do planejamento de experimentos são:

- Avaliação e comparação de configurações básicas de projeto;
- Avaliação de diferentes materiais;
- Seleção de parâmetros de projeto;
- Determinação de parâmetros de projeto que melhorem o desempenho de produtos.

Existem diferentes métodos para realização de um DOE, dentre estes, tem-se o projeto fatorial completo e o projeto fatorial fracionado.

O número de experimentos no DOE por projeto fatorial completo pode ser calculado pela Equação (2.85).

$$N = 2^k \quad (2.85)$$

onde, N = número de experimentos;

K = número de fatores (variáveis de projeto).

Logo, aumentando-se o número de fatores, o número de experimentos é bastante elevado. Para evitar isso, adota-se o projeto fatorial fracionado, no qual todos os fatores são testados de maneira balanceada, reduzindo a quantidade de experimentos.

O projeto fatorial fracionado pode ser de 1/2, 1/4, 1/8, 1/16. Dessa maneira, a quantidade de experimentos passa a ser determinada pela Equação (2.86).

$$N = 2^{(k-q)} \quad (2.86)$$

onde, q = valor referente à fração a ser utilizada (1/2, 1/4, 1/8, 1/16).

Tomando como exemplo um estudo de otimização que possui seis variáveis de projeto, caso seja adotado o fatorial completo seria necessário $2^6 = 64$ experimentos. No entanto, esse número de experimentos pode ser reduzido se aplicar o projeto fatorial fracionado de 1/8, por exemplo. Assim seriam necessários $2^{(6-3)} = 8$ experimentos, ou seja, 1/8 de 64.

Telford (2007) diz que a escolha da fração também indica o grau resolução do experimento, que descreve até que ponto os efeitos em um experimento fatorial fracionado são confundidos com outros efeitos. Os graus de resolução mais comuns são III, IV e V, dos quais é sempre aconselhável usar o maior grau possível. Estes três graus de resolução são definidos como:

III – Os efeitos principais são linearmente combinados com efeitos de interação de 2ª ordem;

IV – Os efeitos principais são linearmente combinados com efeitos de interação de 3ª ordem e os efeitos de interação de 2ª ordem são combinados entre si;

V – Os efeitos principais de interação não são linearmente combinados entre si, com exceção de interações de ordem superior.

No Quadro 2, apresenta-se um resumo da quantidade de experimentos necessários em função da quantidade de variáreis e a fração usada, assim como, o grau de resolução do experimento, para problemas de dois níveis.

Quadro 2 - Resumo de projetos fatoriais fracionados úteis

Nº de Variáveis (k)	Especificação do Design	Nº de Experimentos (n)
3	2_{III}^{3-1}	4
4	2_{IV}^{4-1}	8
5	2_{V}^{5-1}	16
5	2_{III}^{5-2}	8
6	2_{VI}^{6-1}	32
6	2_{VI}^{6-2}	16
6	2_{III}^{6-3}	8
7	2_{VII}^{7-1}	64
7	2_{IV}^{7-2}	32
7	2_{IV}^{7-3}	16
7	2_{III}^{7-4}	8
8	2_{VIII}^{8-1}	128
8	2_{V}^{8-2}	64
8	2_{IV}^{8-3}	32
8	2_{IV}^{8-4}	16

Fonte: BOX, G. E. P. et al. (2005).

Após definir o modo de gerar os experimentos, é necessário discutir as métricas comumente usadas para analisá-los. As mais comuns são as estimativas de efeitos principais e de efeitos de interação. Em alguns casos, pode-se complementar com a análise de variância.

A estimativa de efeito principal é a análise da influência que cada variável assume individualmente na função objetivo. Esses efeitos podem ser determinados através da Equação (2.87).

$$\frac{\sum resp\ (+k)}{exp/_2} - \frac{\sum resp\ (-k)}{exp/_2} \qquad (2.87)$$

onde, $\sum resp\ (+k)$ = somatório das respostas para a variável k de nível alto;

$\sum resp\ (-k)$ = somatório das respostas para a variável k de nível baixo;

$exp/2$ = número de experimentos dividido por 2.

Essa formulação deve ser aplicada para cada variável, retornando a estimativa dos efeitos principais para o problema. É importante também considerar a estimativa de efeito de

interação de segunda ordem, uma vez que esses efeitos representam a influência das variáveis combinadas entre si.

2.8.1 Exemplo de aplicação

O exemplo demonstrado neste item foi obtido do trabalho de Nascimento (2017), que usou o DOE para determinar a influência das variáveis no dimensionamento de um pilar de concreto armado. As variáveis analisadas foram: base (A), altura (B), área de aço (C) e profundidade da linha neutra (D). Os valores das variáveis foram obtidos em seu programa de otimização de pilares, resultando em 29,66 cm, 38,29 cm, 4,74 cm², 29,14 cm respectivamente. Essa combinação de valores originou um pilar com custo de 302,56 R$/m.

Para iniciar a análise do DOE é necessário definir os níveis baixos (-) e os níveis altos (+) das variáveis, neste caso foi retirado 10% e adicionado 10% dos valores para estes níveis, resultando no Quadro 3.

Quadro 3 - Valores dos níveis baixos e altos

Variável:	A		B		C		D	
Nível:	+	-	+	-	+	-	+	-
Valor:	32,626	26,694	42,119	34,461	5,214	4,266	32,054	26,226

Fonte: Autor (2022), adaptado de Nascimento (2017).

Próximo passo é determinar o número de experimentos a ser realizados, neste caso por possuir quatro variáveis, o autor optou por um experimento fatorial fracionado de especificação IV, com fração de 1/2, logo, utilizando a Equação (2.86) resulta em $2^{(4-1)} = 8$ experimentos.

Para esse número de experimentos e quatro variáveis deve ser utilizada a matriz de planejamento apresentada na Tabela 1.

Tabela 1 - Matriz de planejamento para 2_{IV}^{4-1}

Experimento	**A**	**B**	**C**	**D**
1	-	-	-	-
2	+	-	-	+
3	-	+	-	+
4	+	+	-	-
5	-	-	+	+
6	+	-	+	-
7	-	+	+	-
8	+	+	+	+

Fonte: http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pri/section3/pri3347.htm

Os sinais (+) e (-) que compõem a matriz se referem as variáveis de alto e baixo níveis, respectivamente. Cada linha corresponde a um experimento e a resposta deve ser preenchida com o valor gerado pela função objetivo quando as variáveis assumem os valores indicados

nestas linhas. Adicionando os valores obtidos por Nascimento (2017) na matriz de planejamento, resulta na Tabela 2.

Tabela 2 - Valores para os níveis baixo e alto

Nº Experimento.	A	B	C	D	Valor
1	26,694	34,461	4,266	26,226	269,22
2	32,626	34,461	4,266	32,054	294,41
3	26,694	42,119	4,266	32,054	300,01
4	32,626	42,119	4,266	26,226	326,52
5	26,694	34,461	5,214	32,054	279,24
6	32,626	34,461	5,214	26,226	304,42
7	26,694	42,119	5,214	26,226	310,01
8	32,626	42,119	5,214	32,054	336,51

Fonte: Autor (2022), adaptado de Nascimento (2017).

A estimativa de efeito principal para cada variável pode ser calculada utilizando a Equação (2.87), resultando em:

$$A = \left(\frac{294{,}41 + 326{,}52 + 304{,}42 + 336{,}51}{8/2}\right) - \left(\frac{269{,}22 + 300{,}01 + 279{,}24 + 310{,}01}{8/2}\right) = 25{,}8 \quad (2.88)$$

$$B = \left(\frac{300{,}01 + 326{,}52 + 310{,}01 + 336{,}51}{8/2}\right) - \left(\frac{269{,}22 + 294{,}41 + 279{,}24 + 304{,}42}{8/2}\right) = 31{,}4 \quad (2.89)$$

$$C = \left(\frac{279{,}24 + 304{,}42 + 310{,}01 + 336{,}51}{8/2}\right) - \left(\frac{269{,}22 + 294{,}41 + 300{,}01 + 326{,}52}{8/2}\right) = 10{,}0 \quad (2.90)$$

$$D = \left(\frac{294{,}41 + 300{,}01 + 279{,}24 + 336{,}51}{8/2}\right) - \left(\frac{269{,}22 + 326{,}52 + 304{,}42 + 310{,}01}{8/2}\right) = 0 \quad (2.91)$$

Analisando os resultados pode-se observar, que a variável de projeto mais influente no custo do pilar é a variável B que representa a altura da seção transversal do pilar, seguida respectivamente da base (A), área de aço (C) e linha neutra (D). Observou-se que para a análise dos efeitos isolados, a linha neutra não teve influência no custo final deste pilar, tendo seu valor aproximado de 0.

Os efeitos combinados podem ser calculados de maneira análoga, determinando uma nova matriz de planejamento, substituindo as variáveis isoladas por combinações possíveis de variáveis.

3 METODOLOGIA

A proposta geral deste trabalho foi desenvolver um programa capaz de otimizar pórticos planos de concreto armado, composto por um vão e N níveis, onde N ∈ N^* e com carregamento linearmente distribuído sobre as vigas e em seguida avaliar os resultados obtidos, onde através de ferramentas estatísticas poderá ser determinado quais as variáveis de projeto têm maior influência no custo total da estrutura.

O código implementado neste trabalho foi uma continuação direta de trabalhos anteriores desenvolvidos no Laboratório de Engenharia Computacional (LECOM), do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco. Para a análise matricial e obtenção dos esforços em pórticos planos foi utilizado como base um código desenvolvido por Sabino (2010) e validado através do programa Gráfico-Interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas - Ftool, versão 4.0 (MARTHA, 2018), para o dimensionamento ótimo de vigas foram utilizados como base os códigos desenvolvidos por Bezerra (2017), e por fim foi implementado pelo autor deste trabalho o código responsável pelo dimensionamento ótimo de pilares de concreto armado e a integração de todos os códigos citados.

O dimensionamento de pilares pode ser realizado através de ábacos ou equações de equilíbrio da seção transversal. Objetivando um cálculo mais preciso e adequado para implementação computacional, foi utilizado este último método, sendo considerados concretos que pertencem a classe de resistência do grupo I. O aço da classe CA-50 foi considerado para as armaduras longitudinais de flexão e o aço CA- 60 para as armaduras transversais. Para o dimensionamento dos pilares considerou-se o cálculo de armaduras simétricas por proporcionar a vantagem de evitar a inversão das armaduras na obra e em geral se trata de uma solução mais econômica, e índice de esbeltez até 90 que abrange a grande maioria dos pilares mais utilizados.

A validação do dimensionamento e otimização dos pilares e vigas foram realizadas através de exemplos presentes na literatura. Após obter os resultados ótimos dos elementos foi feita a análise do DOE com auxílio do programa MiniTab 19, um programa de computador voltado para fins estatísticos. O programa Minitab 19 foi criado com o objetivo de facilitar o processo de tomada de decisões pautadas em análises e estudos estatísticos complexos. Foi utilizado nesse trabalho a versão DEMO 19, disponível no site https://www.minitab.com/en-us/support/downloads/.

Para facilitar a elaboração do programa, as implementações foram divididas em etapas, onde a primeira etapa consistiu na obtenção dos esforços dos elementos que compõe a estrutura analisada, a segunda etapa foi o desenvolvimento do programa voltado ao dimensionamento

ótimo de pilares de concreto armado, em seguida realizados os ajustes necessários do código de dimensionamento ótimo de vigas e então a conexão entre os programas.

Os esforços solicitantes foram calculados através de um código computacional desenvolvido por Sabino (2010), e adaptado para exportar os dados obtidos em um arquivo com formato ".txt". A partir da extração dos esforços atuantes no pórtico, é executado o programa desenvolvido pelo autor deste trabalho, onde foi realizado o dimensionamento ótimo dos elementos estruturais (vigas e pilares).

3.1 Programa para análise de estruturas reticuladas

Para a obtenção dos esforços foi utilizado uma ferramenta computacional desenvolvida por Sabino (2010), sendo que esta ferramenta foi implementada para realizar análises de estruturas reticuladas bidimensionais, sendo desenvolvida na linguagem de programação MATLAB e permite a obtenção das reações de apoio, dos deslocamentos para cada nó e dos esforços nas barras componentes de treliças e pórticos planos através da formulação matricial do método dos deslocamentos, por este ser um método geral de análise estrutural.

As incógnitas são os deslocamentos dos nós da estrutura. Escrevendo-se equações que traduzem as condições de equilíbrio segundo cada uma das direções dos deslocamentos nodais, obtém-se um sistema de equações, cuja solução fornece os deslocamentos procurados, o que facilita a modelagem e a escolha do sistema principal da estrutura.

O modelo computacional foi dividido em três etapas: pré-processador, processador e pós-processador. Inicialmente foi desenvolvido o processador do modelo e, para a inserção das características estruturais e saída dos resultados obtidos, foram utilizados pré e pós-processadores simplificados (arquivos de entrada e de saída de dados em formato ".txt").

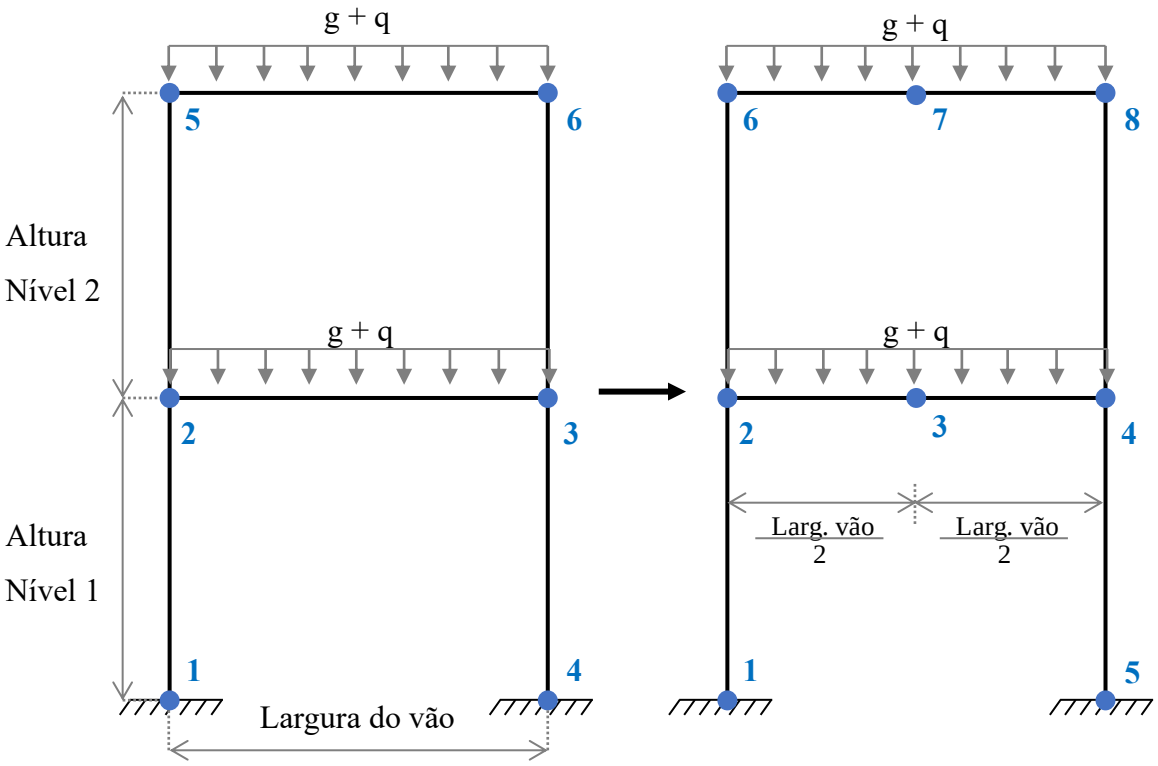
Os dados de entrada levam em consideração as coordenadas dos nós, nós restringidos e tipo de restrição, se existe deslocamento prescrito nos apoios, materiais das barras e seus respectivos módulos de elasticidade, propriedades das seções transversais das barras, como área e momento de inércia, forças pontuais ou linearmente distribuídas e momentos externos pontuais.

Ao finalizar a etapa de processamento é gerado um arquivo em formato ".txt" que contém os resultados da análise: reações de apoio, deslocamentos, forças normais, cortantes e momentos fletores em cada nó.

O método dos deslocamentos analisa os esforços apenas nos nós da estrutura, logo, de forma geral não seria possível determinar o momento máximo nas vigas. Porém, o programa

foi adaptado para inserir um novo nó localizado no centro do vão de cada nível, pois neste nó apresenta o momento fletor máximo das vigas. Essa modificação está esquematizada na Figura 27.

Figura 27 - Esquema estrutural do Pórtico Plano



Fonte: Autor (2022)

O autor deste trabalho realizou modificações na etapa de pós processamento, para que fosse realizado a distinção dos esforços dos pilares e das vigas, uma vez que o código original considerava apenas barras e nós. Os esforços solicitantes necessários para o dimensionamento e otimização de cada elemento são salvos em um vetor próprio e enviados para os programas responsáveis por otimizar pilares, vigas ou o pórtico completo, de acordo com o objetivo do usuário.

3.2 Implementações de pilares

A implementação dos pilares foi dividida em quatro etapas. Primeiramente foi escrito o código para dimensionamento dos pilares, nesta etapa foram realizadas as implementações de pilares intermediários e de extremidade para que fosse feito uma validação mais abrangente do código. A validação foi a segunda etapa a ser cumprida, seguida da implementação do

algoritmo genético para otimizar os pilares e por fim realizada a validação dos resultados otimizados.

3.2.1 Formulação do problema de otimização dos pilares

Neste trabalho foi utilizado como método de dimensionamento a rigidez K aproximada apresentada no item 15.8.3.3.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014) e as equações de equilíbrio para obtenção das áreas de aço nos pilares. Foram adotadas três variáveis de projeto para os pilares, sendo elas as dimensões altura e base da seção transversal do pilar e a resistência característica do concreto à compressão, chamados respectivamente de x_1, x_2 e x_3. As variáveis de projeto são apresentadas da seguinte maneira:

$$x_1 = \mathrm{H_P} \quad (3.1)$$

$$x_2 = \mathrm{B_P} \quad (3.2)$$

$$x_3 = f_{ck_p} \quad (3.3)$$

A função objetivo é a minimização dos custos dos pilares (Equação (3.4)), considerando os custos do concreto (C_{Cp}), aço (C_{Ap}) e fôrmas (C_{Fp});

$$\mathrm{C_{pilar}} = \mathrm{C_{Cp}} + \mathrm{C_{Fp}} + \mathrm{C_{Ap}} \quad (3.4)$$

No custo do concreto (Equação (3.5)), B_p é a dimensão da base da seção transversal do pilar, H_p a dimensão da altura da seção transversal do pilar, L_p o comprimento efetivo do pilar e C_{Cp} é o custo unitário do concreto R$/m³. No custo das fôrmas (Equação (3.6)), C_{Fp} é o custo unitário da fôrma em R$/m². No custo do aço (Equação (3.7)), são considerados os custos das armaduras longitudinais, estribos e estribos suplementares, onde $C_{\emptyset L}$, $C_{\emptyset E}$ e $C_{\emptyset S}$ são os custos unitários das barras longitudinais, estribos e estribos suplementares, respectivamente em R$/kg.

$$\mathrm{C_{Cp}} = \mathrm{B_P\ H_P\ L_p\ C_{Cp}} \quad (3.5)$$

$$\mathrm{C_{Fp}} = 2(\mathrm{B_P\ H_P})\ \mathrm{L_p\ C_F} \quad (3.6)$$

$$\mathrm{C_{Ap}} = (\mathrm{N_b\ A_{sb}\ L\ \rho\ Cca50}) + (\mathrm{N_e\ A_{Se}\ C_{Oe}\ \rho\ Cca60}) + (\mathrm{N_e\ A_{Se}\ C_{Oes}\ \rho\ Cca60}) \quad (3.7)$$

onde, N_b= Número de barras;

A_{sb}= área de aço da armadura longitudinal;

ρ = massa especifica do aço (7850 kg/m³, item 8.3.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014));

$\mathrm{Cca50}$ = custo unitário da barra de aço CA-50 em função do seu diâmetro (R$/kg);

N_e = número de estribos;

A_{Se} = área de aço dos estribos;

C_{Oe} = comprimento dos estribos;

C_{Oes} = comprimento do estribo suplementar;

$Cca60$ = custo unitário da barra de aço CA-60 em função do seu diâmetro (R$/kg).

Os custos unitários do concreto, aço e fôrmas foram extraídos do Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil (SINAPI) no estado de Pernambuco, referentes a outubro de 2021. Na Tabela 3 estão listados os custos do concreto para os tipos C20 a C50, os custos das barras de aço para diâmetros comerciais de 6,3 mm a 25 mm e o custo das fôrmas. Esses custos unitários consideram, além do material, custos associados a mão de obra em sua composição.

Tabela 3 - Custos unitários do concreto, aço e fôrmas.

Concreto		
Fonte	Tipo	Custo (R$/m³)
94964 - SINAPI PE 10/2021	C20	379,33
94965 - SINAPI PE 10/2021	C25	390,90
94966 - SINAPI PE 10/2021	C30	403,25
(Regressão linear entre C20, C25, C30, C40)	C35	433,10
94967 - SINAPI PE 10/2021	C40	458,57
(Regressão linear entre C20, C25, C30, C40)	C45	473,23
(Regressão linear entre C20, C25, C30, C40)	C50	493,30
Aço CA - 50		
Fonte	Diâmetro (mm)	Custo (R$/kg)
92760 - SINAPI PE 10/2021	6,3	18,01
92761 - SINAPI PE 10/2021	8,0	17,46
92762 - SINAPI PE 10/2021	10,0	15,9
92763 - SINAPI PE 10/2021	12,5	13,55
92764 - SINAPI PE 10/2021	16,0	13,13
92765 - SINAPI PE 10/2021	20,0	14,99
92766 - SINAPI PE 10/2021	25,0	14,77
Aço CA - 60		
Fonte	Diâmetro (mm)	Custo (R$/kg)
92791 - SINAPI PE 10/2021	5,0	14,23
Fôrmas (Considerando a reutilização)		
Fonte	Uso	Custo (R$/m²)
92439 - SINAPI PE 10/2021	Pilares	43,54
92448 - SINAPI PE 10/2021	Vigas	132,92

Fonte: SINAPI (2021)

As restrições do problema de otimização dos pilares são critérios relativos aos estados limites último e de serviço, detalhamento e também limitações para as variáveis de projeto, de acordo com as especificações da NBR 6118 (ABNT, 2014). Essas restrições são apresentadas a seguir:

- Foi adicionado a restrição de base não ser maior que a altura (Equação (3.8)), para que ao dimensionar pilares com mais de um nível, não existisse uma rotação no sentido do pilar. A menor dimensão da seção transversal de pilares em casos especiais permite-se a consideração de dimensões entre 19 cm e 14 cm (Equação (3.9) e (3.10)), desde que se multipliquem os esforços solicitantes de cálculo a serem considerados por um coeficiente adicional γn, conforme o item 13.2.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014). Em qualquer caso não se permite pilar com seção transversal de área inferior a 360 cm² (Equação (3.11)). A NBR 6118 (ABNT, 2014) não prescreve limite máximo de dimensão, porém, conforme o item 18.5, a maior dimensão da seção transversal não deve exceder em cinco vezes a menor dimensão (Equação (3.12)), caso contrário deve ser tratado como pilar parede. Para os valores de base e altura foram considerados apenas números inteiros.

$$x_2 \leq x_1 \qquad (3.8)$$

$$14\ \text{cm} \leq x_1 \leq 160\ \text{cm} \qquad (3.9)$$

$$14\ \text{cm} \leq x_2 \leq 160\ \text{cm} \qquad (3.10)$$

$$360\ \text{cm}^2 \leq (x_1\ x_2) \qquad (3.11)$$

$$x_2 \leq (5\ x_1) \qquad (3.12)$$

- A soma das áreas de aço das barras utilizadas em projeto (A_{sB}) devem atender aos valores máximo e mínimo da norma. A_{sB} deve ser maior ou igual a área de aço mínima (A_{sMin}), definida no item 17.3.5.3.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), conforme a Equação (3.13). De acordo com o item 17.3.5.3.2, a A_{sB} não deve ter valor maior que 8% da área de concreto (A_c), considerando a sobreposição de armadura existente em regiões de emenda. Logo a área de aço máxima ($A_{sMáx}$) foi definida como 4% da área de concreto (Equação (3.14)). Foi adicionado uma restrição para certificar que a A_{sB} seja maior ou igual a área de aço calculada (A_s) - (Equação (3.15)).

$$A_{sMin} \leq A_{sB} \qquad (3.13)$$

$$A_{sB} \leq 4\%\ A_c \qquad (3.14)$$

$$A_s \leq A_{sB} \qquad (3.15)$$

- Para o diâmetro das barras longitudinais $Ø_{BL}$ foram utilizados os valores comerciais 10, 12.5, 16, 20 e 25, uma vez que não podem ser valores inferiores a 10 mm (Equação (

3.16)), nem superior a 1/8 da menor dimensão da seção transversal (Equação (3.17)), conforme o item 18.4.2.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014). Foram definidas quatro barras como sendo o número mínimo de barras (Equação (3.18)). De acordo com o item 18.4.2.2, em seções poligonais deve existir pelo menos uma barra em cada vértice. Não foram considerados limites máximos de quantidade de barras.

$$10 \leq \emptyset_{BL} \quad (3.16)$$

$$\emptyset_{BL} \leq x_2/8 \quad (3.17)$$

$$4 \leq N_{BL} \quad (3.18)$$

- O espaçamento livre entre as faces das barras longitudinais tanto na vertical (E_{SBV}) como horizontal (E_{SBH}), está definido de acordo com o item 18.4.2.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), onde o espaçamento mínimo vertical (E_{SMinV}) e o espaçamento mínimo horizontal (E_{SMinH}) devem ser iguais ou superiores ao maior dos valores: 20 mm, $\emptyset_{BL}$, Ø do feixe ou da luva ou 1,2 vez a dimensão máxima característica do agregado graúdo (19mm) (Equação (3.19) e (3.20)). O espaçamento máximo entre eixos das barras verticais (E_{SmaxV}) e horizontais (E_{SmaxH}) devem ser menores ou iguais a duas vezes a menor dimensão da seção, sem exceder 400 mm (Equação (3.21) e (3.22)).

$$E_{SBV} \leq E_{SmaxV} \quad (3.19)$$

$$E_{SBH} \leq E_{SmaxH} \quad (3.20)$$

$$E_{SMinV} \leq E_{SBV} \quad (3.21)$$

$$E_{SMinH} \leq E_{SBH} \quad (3.22)$$

- O diâmetro dos estribos ($\emptyset_S$) em pilares não pode ser inferior a 5 mm e nem a 1/4 do Ø (Equação (3.23), de acordo com o item 18.4.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014). O espaçamento entre os estribos (S), de acordo com o mesmo item deve ser igual ou inferior ao menor dos seguintes valores: 200 mm, menor dimensão da seção transversal ou 12 Ø para CA-50 (Equação (3.24)).

$$\emptyset_{minS} \leq \emptyset_S \quad (3.23)$$

$$S \leq S_t \quad (3.24)$$

- Os índices de esbeltez λ_x e λ_y nas direções x e y devem respeitar os valores limites λ_1 (Equação (3.25) e (3.26)) estabelecidos no item 15.8.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

$$35 \leq \lambda_x \leq 90 \quad (3.25)$$

$$35 \leq \lambda_y \leq 90 \quad (3.26)$$

O fck do concreto pode ser qualquer valor que esteja dentro do grupo I da classe de resistência de concretos estruturais, conforme o item 4.2 da NBR 8953 (ABNT, 2015), (Equação (3.27)).

$$f_{ck_p} = \{20,25,30,35,40,45,50\} \text{ MPa} \quad (3.27)$$

Assim, o problema de otimização é encontrar os valores de B_p, H_p da seção transversal e do f_{ck_p} para minimizar os custos do pilar (Equação (3.28)), atendendo as restrições impostas (Equações (3.29) a (3.48)). O problema de otimização dos pilares pode ser escrito como:

Encontrar o vetor **x** = $\{B_p, H_p, f_{ck_p}\}^T$, para minimizar o custo:

$$C_{pilar} = C_{Cp} + C_{Fp} + C_{Ap} \quad (3.28)$$

Sujeito as restrições (c):

$$x_2 \leq x_1 \quad (3.29)$$

$$14 \text{ cm} \leq x_1 \leq 160 \text{ cm} \quad (3.30)$$

$$14 \text{ cm} \leq x_2 \leq 160 \text{ cm} \quad (3.31)$$

$$360 \text{ cm}^2 \leq (x_1\ x_2) \quad (3.32)$$

$$x_2 \leq (5\ x_1) \quad (3.33)$$

$$A_{s,min} \leq A_{sB} \quad (3.34)$$

$$A_{sB} \leq 4\%\ A_c \quad (3.35)$$

$$A_s \leq x_2 \quad (3.36)$$

$$10 \leq \emptyset_{BL} \quad (3.37)$$

$$\emptyset_{BL} \leq x_2/8 \quad (3.38)$$

$$4 \leq N_{BL} \quad (3.39)$$

$$E_{SBV} \leq E_{SmaxV} \quad (3.40)$$

$$E_{SBH} \leq E_{SmaxH} \quad (3.41)$$

$$E_{SMinV} \leq E_{SBV} \quad (3.42)$$

$$E_{SMinH} \leq E_{SBH} \quad (3.43)$$

$$\emptyset_{minS} \leq \emptyset_S \quad (3.44)$$

$$S \leq S_t \quad (3.45)$$

$$35 \leq \lambda_x \leq 90 \quad (3.46)$$

$$35 \leq \lambda_y \leq 90 \quad (3.47)$$

$$f_{ck_p} = \{20,25,30,35,40,45,50\} \text{ MPa} \quad (3.48)$$

3.2.2 Implementação do programa de otimização dos pilares no MATLAB

O programa foi implementado no software MATLAB (v. 2020a) que possui diversos caixas de ferramentas (*toolboxes*) voltadas para otimização. Foi empregada a função "@ga" para utilização da ferramenta de algoritmos genéticos com o objetivo de otimizar os custos dos pilares, vigas e pórticos planos de concreto armado.

O solver do AG no MATLAB tem como padrão o modelo de Algoritmo Genético Lagrangeano Aumentado (ALGA). Esse algoritmo permite executar a otimização de problemas não lineares com restrições lineares e não-lineares, limites inferior e superior, criando subproblemas que analisam as restrições lineares, não-lineares e limites separadamente através da combinação da função objetivo e das funções de restrições não-lineares, usando os parâmetros de penalidade (CONN et al., 1997). Dessa forma, ao encontrar uma resposta, dentro da população, que não atende às restrições, ela não é totalmente descartada e sim aplicada uma penalidade para que esse dado possa ser analisado junto às outras respostas.

O código foi desenvolvido para ser executado quando acionado a função "Arq_03_Executar_Otimiz_pilares" seguido do número total de pilares a ser otimizado (NT), número do pilar que será otimizado (ID), esforço normal característico (Nk), esforço cortante característico (Vsk), momento fletor característico na base do pilar (Mk_base), momento fletor característico no topo do pilar (Mk_topo) e comprimento efetivo do pilar (Comp), como é mostrado na Figura 28.

Figura 28 - Comando para executar a otimização dos pilares

```
>> Arq_03_Executar_Otimiz_pilares(NT,[ID Nk Vsk Mk_base Mk_topo Comp])
```

Fonte: Autor (2022)

Deste modo pode ser feita a otimização de pilares de forma isolada ou com os esforços obtidos através do código de análise de estruturas reticuladas, desenvolvido por Sabino (2010) e adaptado pelo autor deste trabalho para exportar os dados necessários de forma organizada para execução.

No MathWorks (2021), existem várias opções de configurações que podem ser alteradas para melhor adaptar ao tipo de problema. Uma lista completa com todas as opções está

disponível para consulta na documentação oficial do MATLAB. O tamanho da população é uma dessas opções que podem ser alteradas. Por padrão é adotado o valor de 50 desde que o problema possua até cinco variáveis de projeto, caso contrário é utilizado o valor de 200. Foram realizados testes para detectar qual tamanho de população oferecia uma ótima precisão com o menor custo computacional possível, sendo identificado o valor 100 nestes testes realizados.

Um dos critérios de parada é o número máximo de gerações, este também foi alterado, uma vez que por padrão é adotado 100 vezes o número de variáveis de projeto. Esse valor padrão apresentou um tempo elevado de processamento, sem existir de fato uma melhora da função objetivo. Então, o valor foi limitado a 100.

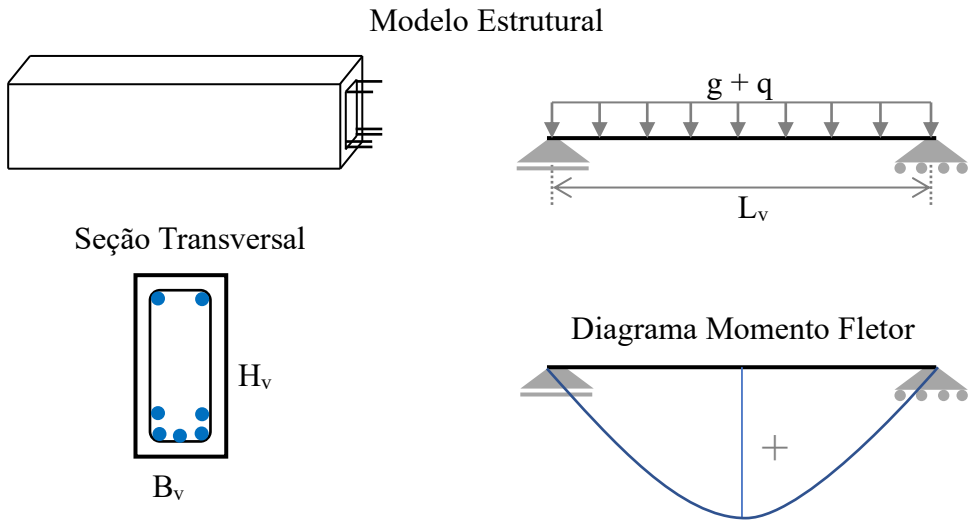
Ao finalizar a execução é gerado um arquivo em formato "*.txt*" com as principais informações de cálculo dos pilares, como: o número do pilar, valor de base e altura ótimo, resistência característica do concreto à compressão ótimo fck, áreas de aço calculada e de projeto, quantidade de barras longitudinais e seus diâmetros, número de estribos e seus diâmetros, número de estribos suplementares, caso seja aplicado, índice de esbeltez em X e em Y, e os custos do concreto, armaduras longitudinais, estribos, estribos suplementares, fôrmas e custo total.

3.3 Implementações de vigas

Para otimização de vigas de concreto armado foi utilizado como base o programa desenvolvido por Bezerra (2017), onde foi modificado o modelo estrutural de viga típica biapoiada (Figura 29) para uma viga em situação de pórtico (Figura 30). A adaptação entre os modelos estruturais das vigas é necessária para ajustar-se melhor à situação de projeto deste trabalho, uma vez que os pilares ocasionam um momento fletor negativo nas vigas.

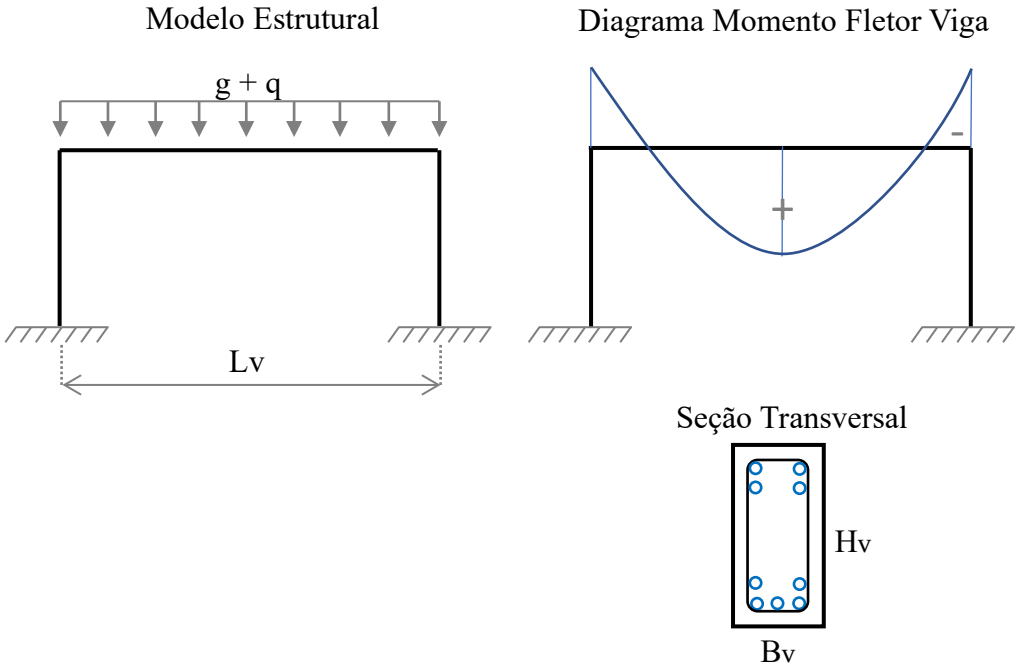
As vigas dos pórticos estarão sujeitas a um carregamento uniformemente distribuído formado pela ação característica permanente g e ação característica variável q, e com vão L_v. A seção transversal da viga é retangular de largura b_v e altura h_v. Para obter resultados em diferentes situações de projeto, serão variadas as dimensões do pórtico plano (altura e largura do vão), do carregamento total ($g + q$) e número de níveis do pórtico.

Figura 29 - Modelo estrutural de viga biapoiada



Fonte: Autor (2022)

Figura 30 - Modelo estrutural de viga considerada neste trabalho



Fonte: Autor (2022).

3.3.1 Formulação do problema de otimização das vigas

Na otimização das vigas, foram consideradas como variáveis de projeto as dimensões da seção transversal altura útil (x_1), a base (x_2) e a resistência característica à compressão do concreto (x_3). As variáveis de projeto são apresentadas da seguinte maneira:

$$x_1 = H_v - d'' \quad (3.49)$$

$$x_2 = B_v \quad (3.50)$$

$$x_3 = f_{ck_v} \quad (3.51)$$

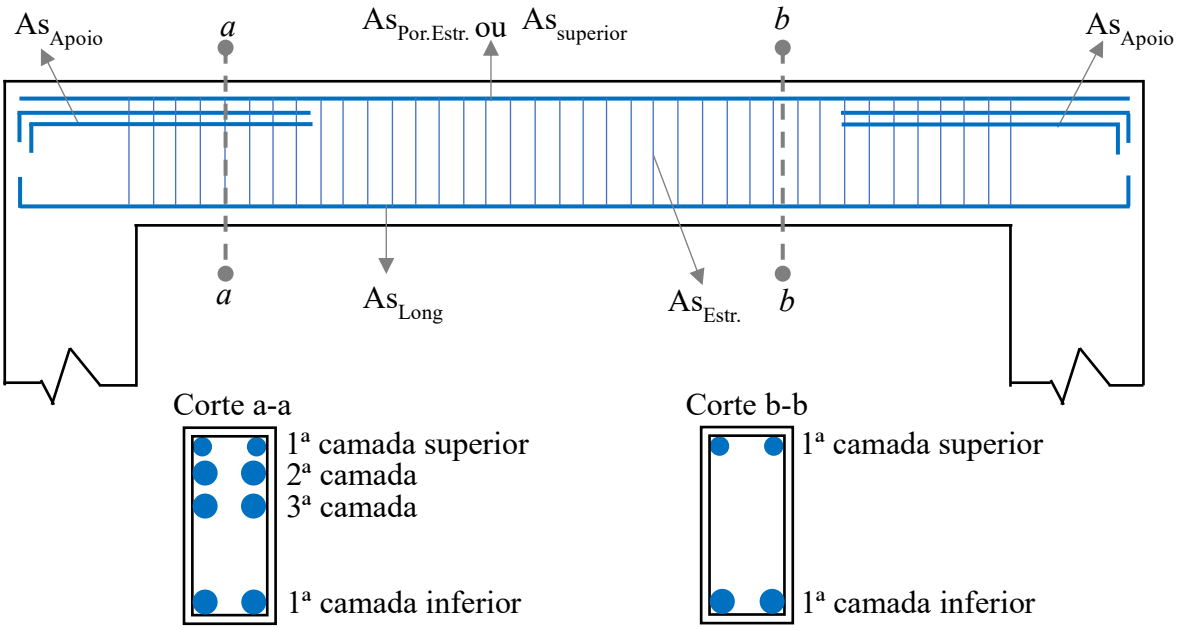
onde, d''= distância entre o centro da armadura tracionada e a fibra mais tracionada do concreto.

A função objetivo será a minimização dos custos, composta por três parcelas, das quais a primeira se refere ao custo do volume de concreto, a segunda ao custo do aço e por último, o custo com relação as áreas das fôrmas. A parcela de custo de aço leva em consideração o aço da armadura longitudinal relacionada ao momento fletor positivo ($As_{Long.}$), aço da armadura longitudinal necessária para combater os esforços nos apoios (As_{apoio}), armadura necessária para o porta estribos ($As_{Por.Estr.}$), e armadura para os estribos (As_{Estr})

Para reduzir o custo do aço, levou-se em consideração que as vigas no modelo estrutural analisado possuem momento fletor negativo apenas nos apoios, não sendo necessário estender o mesmo diâmetro e número de barras de um apoio até a outra extremidade da viga. Assim foi calculado de forma isolada a área de aço necessária nos apoios e adotado o diâmetro comercial de 6.3 mm para as barras de porta estribo na primeira camada superior. Assim as armaduras longitudinais necessárias para combater os esforços nos apoios serão adicionadas nas camadas seguintes, com comprimento calculado conforme o item 2.5.3 deste trabalho. Na Figura 31, mostra-se a configuração em que as barras foram organizadas.

O ponto teórico de tensão nula foi calculado utilizando os valores conhecidos nas extremidades e no centro da viga (obtidos na etapa de análise estrutural), aplicando a fórmula de interpolação de Lagrange, igualando a função a zero, e assim obtendo as posições onde o momento fletor da viga é igual a zero.

Figura 31 - Áreas de aço consideradas para o cálculo do custo



Fonte: Autor (2022)

A função objetivo pode ser descrita pela Equação (3.52), considerando os custos do concreto (C_{Cv}), Aço (C_{Av}) e fôrmas (C_{Fv}):

$$C_{viga} = C_{Cv} + C_{Fv} + C_{Av} \quad (3.52)$$

onde,

$$C_{CV} = (B_v\, H_v\, L_v\, Ccon_v) \quad (3.53)$$

$$C_F = (B_v + 2H_v) L_v C_{fv} \quad (3.54)$$

$$C_{Av} = C_{AestV} + C_{AapV} + C_{AVaoV} + C_{APEstV} \quad (3.55)$$

$$C_{AestV} = L_{est}\, \rho\, A_{St}\, C_{At} \quad (3.56)$$

$$C_{AapV} = 2\,(A_{SA}\, L_{BA}\ \rho\, C_{AAp}) \quad (3.57)$$

$$C_{AVaoV} = A_{SVao}\, L_{BVao}\ \rho\, C_{AVao} \quad (3.58)$$

$$C_{APEstV} = A_{SPEst}\, L_{BPEs}\ \rho\, C_{APEs} \quad (3.59)$$

- $Ccon_v$ = Custo do concreto em função do fck (R$/m³);
- ρ = Massa específica do aço (7850 kg/m³, item 8.3.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014));
- L_v = Comprimento do vão da viga;
- C_{Fv} = Custo das fôrmas da viga;
- C_{AestV} = Custo dos aços dos estribos da viga;
- C_{AapV} = Custo dos aços das armaduras longitudinais localizadas nos apoios;

- C_{AVaoV} = Custo dos aços das armaduras longitudinais no vão da viga;
- C_{APEstV} = Custo dos aços das armaduras longitudinais de porta estribos;
- $L_{est}, L_{BA}, L_{BVao}, L_{BPEs}$ = Comprimento total dos estribos, das armaduras longitudinais nos apoios, das armaduras longitudinais nos vãos da viga e das armaduras longitudinais de porta estribos, respectivamente;
- C_{At}, C_{AAp}, C_{AVao}, C_{APEs} = Custo do aço em função do diâmetro utilizado para os estribos, armaduras longitudinais dos apoios, armadura longitudinais nos vãos da viga e armaduras longitudinais relacionadas aos porta estribos, respectivamente;
- $A_{St}, A_{SA}, A_{SVao}, A_{SPEst}$= Áreas de aço de projeto utilizadas para os estribos, armaduras longitudinais dos apoios, armadura longitudinal dos vãos da viga e armaduras longitudinais dos porta estribos, respectivamente.

Os custos unitários do concreto, aço e fôrmas foram extraídos do Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil (SINAPI) no estado de Pernambuco, referentes a outubro de 2021. Na Tabela 3 deste trabalho estão listados os custos do concreto para os tipos C20 a C50, os custos das barras de armaduras para diâmetros comerciais de 6,3 mm a 25 mm e o custo das fôrmas. Esses custos unitários consideram, além do material, custos associados a mão de obra em sua composição.

As restrições do problema de otimização da viga são critérios relativos aos estados limites último e de serviço, detalhamento e também limitações para as variáveis de projeto, de acordo com as especificações da NBR 6118 (ABNT, 2014). Essas restrições são apresentadas a seguir:

- A largura da seção transversal (B_v) deve ser maior ou igual a 12 cm, conforme o item 13.2.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), e menor ou igual a 25 cm (Equação (3.60)). Para a altura (H_v), foi adotado um intervalo de valores entre 25 cm e 60 cm (limite imposto pela NBR 6118 (ABNT, 2014) no item 17.3.5.2.3, para que não seja necessária armadura de pele) - (Equação (3.61)). Para as variáveis B_v e H_v foram considerados apenas números inteiros:

$$12 \text{ cm} \leq B_v \leq 25 \text{ cm} \quad (3.60)$$

$$25 \text{ cm} \leq H_v \leq 60 \text{ cm} \quad (3.61)$$

- As armaduras tracionadas devem ter área de aço maiores ou iguais a área mínima da armadura longitudinal especificada no item 17.3.5.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$\{As_{long}\,,\, As_{apoio}\} \geq As_{min} \quad (3.62)$$

- Para o número de barras das armaduras tracionadas (N_{long}, N_{apoio}) foi definido um intervalo entre 2 e 20 barras (Equação (3.63)), podendo atribuir os diâmetros comerciais ($\emptyset_{long}$, $\emptyset_{apoio}$) de 6,3, 8, 10, 12,5, 16, 20 ou 25 mm (Equação (3.64)). O número de barras dos porta estribos ($N_{PorEstr}$) foi fixado com 2 barras e diâmetro ($\emptyset_{PorEstr}$) de 6,3 mm (Equação (3.65) e (3.66)):

$$2 \leq (N_{long}, N_{apoio}) \leq 20 \quad (3.63)$$

$$(\emptyset_{long}, \emptyset_{apoio}) = \{6{,}3,\ 8,\ 10,\ 12{,}5,\ 16,\ 20,\ 25\}\ \text{mm} \quad (3.64)$$

$$N_{PorEstr} = 2 \quad (3.65)$$

$$\emptyset_{PorEstr} = 6.3\ \text{mm} \quad (3.66)$$

De acordo com o item 14.4.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), para que a viga seja considerada um elemento linear, o seu comprimento longitudinal (vão) deve ser maior ou igual a três vezes a maior dimensão da seção transversal. Assim, tem-se que $3H_v$ deve ser menor ou igual a L_v:

$$3\,H_v \leq L_v \quad (3.67)$$

- De acordo com o item 17.2.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014), é necessário garantir boas condições de ductilidade nas vigas, respeitando os limites da posição da linha neutra apresentados no item 14.6.4.3. A relação da linha neutra por altura útil da seção (x/d), para concretos com resistência característica do concreto à compressão menor ou igual a 50 MPa, deve respeitar o limite:

$$x/d \leq 0{,}45 \quad (3.68)$$

- A soma de As_{long} , As_{apoio} e $As_{Por.Estr}$, de acordo com o item 17.3.5.2.4, não deve ter valor maior que 4% da área de concreto da seção da viga (A_{c_v}):

$$(As_{long} + As_{apoio} + As_{Por.Estr}) \leq 0{,}04\,A_{c_v} \quad (3.69)$$

- O esforço cortante ao qual a viga está sujeita deve ser inferior ao cortante resistente em relação à compressão – item 17.4.2.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad (3.70)$$

- O esforço cortante ao qual a viga está sujeita deve ser inferior ao cortante resistente em relação à tração – item 17.4.2.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} \quad (3.71)$$

- O espaçamento entre os estribos deve ser maior ou igual ao espaçamento mínimo obtido no item 17.4.1.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$S \geq S_{min} \quad (3.72)$$

- O espaçamento máximo entre os estribos deve respeitar as diretrizes do item 18.3.3.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$S \leq S_{max} \quad (3.73)$$

- A contraflecha aplicada (C_{ff}) deve ser menor ou igual ao limite imposto (C_{fi}) pela tabela 13.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$C_{ff} \leq C_{fi} \quad (3.74)$$

- A resistência característica do concreto à compressão fck foi considerada dentro do grupo I da classe de resistência de concretos estruturais, conforme o item 4.2 da NBR 8953 (ABNT, 2015):

$$f_{ck_v} = \{20,25,30,35,40,45,50\} \text{ MPa} \quad (3.75)$$

Assim, o problema de otimização das vigas é encontrar o vetor B_v, H_v da seção transversal e o f_{ck_v}, para minimizar os custos da viga (Equação (3.76)), atendendo as restrições impostas (Equação (3.77) a (3.92). O problema de otimização pode ser escrito como:

Encontrar o vetor $x = \{B_v, H_v, f_{ck_v}\}^T$, para minimizar o custo:

$$C_{viga} = C_{Cv} + C_{Fv} + C_{Av} \quad (3.76)$$

Sujeito às restrições:

$$12 \text{ cm} \leq B_v \leq 25 \text{ cm} \quad (3.77)$$

$$25 \text{ cm} \leq H_v \leq 60 \text{ cm} \quad (3.78)$$

$$\{As_{long}, As_{apoio}\} \geq As_{min} \quad (3.79)$$

$$2 \leq N_{long}, N_{apoio} \leq 20 \quad (3.80)$$

$$\emptyset_{long}, \emptyset_{apoio} = \{6{,}3,\ 8,\ 10,\ 12{,}5,\ 16,\ 20,\ 25\}\ \text{mm} \quad (3.81)$$

$$N_{PorEstr} = 2 \quad (3.82)$$

$$\emptyset_{PorEstr} = 6{,}3\ \text{mm} \quad (3.83)$$

$$3H_v \leq L_v \quad (3.84)$$

$$x/d \leq 0{,}45 \quad (3.85)$$

$$(As_{long} + As_{apoio} + As_{Por.Estr}) \leq 0{,}04A_{Cv} \quad (3.86)$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad (3.87)$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} \quad (3.88)$$

$$S \geq S_{min} \quad (3.89)$$

$$S \leq S_{max} \quad (3.90)$$

$$C_{ff} \leq C_{fi} \quad (3.91)$$

$$f_{ck_v} = \{20,25,30,35,40,45,50\}\ \text{MPa} \quad (3.92)$$

3.3.2 Implementação do programa de otimização das vigas no MATLAB

O código foi desenvolvido para ser executado quando acionado a função "V_Arq_03_Ex_Otm", seguido do número total de vigas a ser otimizado (NTV), número da viga que será otimizada (IDV), esforço normal característico (NorV), esforço cortante característico no apoio direito (VskD), esforço cortante característico no apoio esquerdo (VskE), momento característico no apoio direito (MomD), momento característico no apoio esquerdo (MomE), momento característico máximo no meio do vão (MomM), comprimento efetivo da viga (L_v), valores característicos das ações variáveis (g) e ações permanentes (q), como é mostrado na Figura 32.

Figura 32 - Comando para executar a otimização das vigas

```
>> V_Arq_03_Ex_Otm(NTV,[IDV NorV VskD VskE MomD MomE MomM Lv], g q)
```

Fonte: Autor (2022)

Deste modo, pode ser feita a otimização das vigas de forma isolada ou com os esforços obtidos através do código de análise de estruturas reticuladas desenvolvido por Sabino (2010) e adaptado pelo autor deste trabalho para exportar os dados necessários de forma organizada para execução.

O tamanho da população foi atribuído igual a 500, e o número máximo de gerações igual a 250. Ao finalizar a execução é gerado um arquivo em formato "*.txt*" com as principais informações de cálculo das vigas como: o número da viga, valores ótimos da base, altura, e

resistência característica do concreto à compressão fck, informações das armaduras (longitudinais nos vãos, nos apoios e porta estribos), área de aço calculada e de projeto, quantidade de barras e respectivos diâmetros, comprimento das barras (comprimento efetivo, ganchos e transpasse, caso necessário), diâmetros, quantidades e comprimentos unitários dos estribos, e os custos (concreto, aço, fôrmas e custo total).

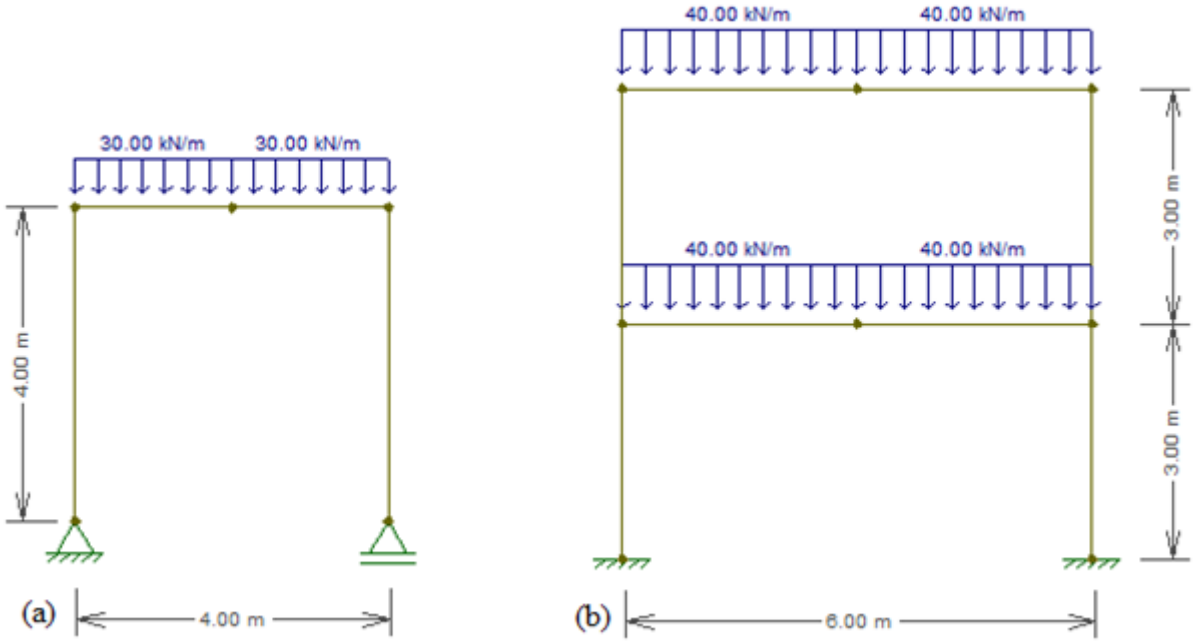
4 VALIDAÇÃO DOS PROGRAMAS

Neste capitulo serão apresentadas as validações dos programas desenvolvidos para este trabalho. No item 4.1 é apresentado a validação do programa utilizado para cálculo dos esforços, seguida do item 4.2, referente a validação do dimensionamento de pilares. No item 4.3, apresenta-se a validação do programa de otimização de pilares e, por fim, no item 4.4 apresenta-se a validação do programa de vigas.

4.1 Validação do programa para cálculo dos esforços

A validação dos resultados obtidos pelo programa foi feita comparativamente com os exemplos de estruturas reticuladas simulados no software Ftool. Para isso, foram escolhidos dois exemplos de pórticos. Os exemplos estruturais em questão são apresentados na Figura 33.

Figura 33 - Pórticos utilizados para validação do programa de analise estrutural



Fonte: Autor (2022), esquemas estruturais gerados no Ftool.
(a) Pórtico com apoios de primeiro e segundo gênero e 1 nível; (b) Pórtico com apoios engastados e dois níveis.

Os resultados obtidos pelo programa desenvolvido por Sabino (2010) e adaptado pelo autor deste trabalho foram comparados com os obtidos pela modelagem no software Ftool e dispostos nas Tabela 4 e Tabela 5.

Tabela 4 - Pórtico plano modelo A

Reações de apoio						
	Ftool			Modelo utilizado neste trabalho		
Nó	Rx (kN)	Ry (kN)	Mz (kN.m)	Rx (kN)	Ry (kN)	Mz (kN.m)
1	0,0	60,0	0,0	0,00	60,00	0,00
5	0,0	60,0	0,0	0,00	60,00	0,00
Esforços nas barras						
	Ftool			Modelo Utilizado neste trabalho		
Barra / Nó	Esforço Normal (kN)	Esforço Cortante (kN)	Momento Fletor (kN.m)	Esforço Normal (kN)	Esforço Cortante (kN)	Momento Fletor (kN.m)
1 / 1	-60,0	0,0	0,0	-60,00	0,00	0,00
1 / 2	-60,0	0,0	0,0	-60,00	0,00	0,00
2 / 2	0,0	60,0	0,0	0,00	60,00	0,00
2 / 3	0,0	0,0	60,0	0,00	0,00	60,00
3 / 3	0,0	0,0	60,0	0,00	0,00	60,00
3 / 4	0,0	-60,0	0,0	0,00	-60,00	0,00
4 / 4	-60,0	0,0	0,0	-60,00	0,00	0,00
4 / 5	-60,0	0,0	0,0	-60,00	0,00	0,00

Fonte: Autor (2022)

Tabela 5 - Pórtico plano modelo B

Reações de apoio						
	Ftool			Modelo utilizado neste trabalho		
Nó	Rx (kN)	Ry (kN)	Mz (kN.m)	Rx (kN)	Ry (kN)	Mz (kN.m)
1	18,0	240,0	18,2	18,03	240,00	18,23
5	-18,0	240,0	-18,2	-18,03	240,00	-18,23
Esforços nas barras						
	Ftool			Modelo Utilizado neste trabalho		
Barra / Nó	Esforço Normal (kN)	Esforço Cortante (kN)	Momento Fletor (kN.m)	Esforço Normal (kN)	Esforço Cortante (kN)	Momento Fletor (kN.m)
1 / 1	-240,0	-18,0	18,2	-240,00	-18,03	18,23
1 / 2	-240,0	-18,0	-35,9	-240,00	-18,03	-35,86
2 / 2	40,2	120,0	-111,2	40,15	120,00	-111,19
2 / 3	40,2	0,0	68,8	40,15	0,00	68,81
3 / 3	40,2	0,0	68,8	40,15	0,00	68,81
3 / 4	40,2	-120,0	-111,2	40,15	-120,00	-111,19
4 / 4	-240,0	18,0	35,9	-240,00	18,03	35,86
4 / 5	-240,0	18,0	-18,2	-240,00	18,03	-18,23
5 / 2	-120,0	-58,2	75,3	-120,00	-58,18	75,32
5 / 6	-120,0	-58,2	99,2	-120,00	-58,18	99,23
6 / 6	-58,2	120,0	-99,2	-58,18	120,00	-99,23
6 / 7	-58,2	0,0	80,8	-58,18	0,00	80,77
7 / 7	-58,2	0,0	80,8	-58,18	0,00	80,77
7 / 8	-58,2	-120,0	-99,2	-58,18	-120,00	-99,23
8 / 4	-120,0	58,2	-75,3	-120,00	58,18	-75,32
8 / 8	-120,0	58,2	99,2	-120,00	58,18	99,23

Fonte: Autor (2022)

Ao analisar os dados obtidos pelo Ftool e comparar com os resultados do programa utilizado neste trabalho, pode se concluir que os resultados são satisfatórios e confiáveis, uma vez que a diferença entre os valores foi de no máximo de 0,16%, diferença essa justificada pelo número de casas decimais adotadas em ambos os programas.

4.2 Validação do dimensionamento de pilares

A validação do dimensionamento de pilares foi realizada através da comparação com resultados existentes na literatura, como Bastos (2020) e Campos Filho (2014). Os pilares P1 a P3 são pilares intermediários, enquanto que os pilares P4 e P5 são pilares de extremidade. A princípio foram criados dois programas com métodos diferentes para o cálculo do momento fletor total. Para o primeiro programa, considerou-se a utilização do momento fletor mínimo através do método da curvatura aproximada, e o segundo programa considerou o método da rigidez K aproximada. Para determinação da área de aço em ambos os programas foram utilizadas as equações de equilíbrio, apresentadas no item 2.6 deste trabalho. O Quadro 4 a seguir mostra os resultados do dimensionamento apresentado na literatura pelos autores citados e os resultados dos mesmos pilares dimensionados através do método tradicional (não otimizado), utilizando o programa implementado.

Quadro 4 - Dimensionamento dos pilares P1 a P3

Exemplo 1: Bastos (Cap. 15.1.1), Pág. 78	
Dados do P1	
B=	50 cm
H=	20 cm
d'=	4 cm
Lex=Ley=	280 cm
Max=Mbx=	0 kN m
May=Mby=	0 kN m
N=	1000kN
fck=	30 MPa
fyk=	500 MPa
Resultados	
Método	**As (cm²)**
Curvatura aproximada. (Mdmin)	10,84
Rigidez K Aproximada.	6,40
Programa Desenvolvido. (Curvatura)	9,51
Programa Desenvolvido. (Rigidez K)	5,41

Exemplo 2: Bastos (Cap. 15.1.2), Pág. 85	
Dados do P2	
B=	50 cm
H=	20 cm
d'=	4 cm
Lex=Ley=	480 cm
Max=Mbx=	0 kN m
May=Mby=	0 kN m
N=	1000 kN
fck=	30 MPa
fyk=	500 MPa
Resultados	
Método	**As (cm²)**
Curvatura aproximada. (Mdmin)	31,03
Rigidez K Aproximada.	27,09
Programa Desenvolvido. (Curvatura)	30,64
Programa Desenvolvido. (Rigidez K)	27,36

Exemplo 1: Campos Filho (Cap. 6), Pág. 21	
Dados do P3	
B=	30 cm
H=	40 cm
d'=	5 cm
Lex=Ley=	260 cm
Max=Mbx=	0 kN m
May=Mby=	0 kN m
N=	1500 kN
fck=	25 MPa
fyk=	500 MPa
Resultados	
Método	**As (cm²)**
Equações de Equilíbrio.	16,42
Programa Desenvolvido.	16,434

Fonte: Autor (2022)

Analisando as áreas de aço obtidas por Bastos (2020), constata-se que o uso de diferentes métodos para obtenção do momento fletor de cálculo tem influência sobre o resultado final, onde o método da curvatura aproximada, utilizando momento mínimo, apresentou uma taxa de área de aço superior aos outros métodos.

As taxas de armadura, obtidas por Bastos (2020) foram através do uso de ábacos, justificando a pequena diferença entre o valor da literatura e o valor obtido através do programa implementado. O dimensionamento de Campos Filho (2014) foi realizado através de equações de equilíbrio, e se comparada a taxa de área de aço da literatura e do programa existe uma diferença de menos de 0,1%.

O Quadro 5 mostra os resultados dos dimensionamentos dos pilares de extremidade P4 e P5.

Quadro 5 - Dimensionamento dos pilares P4 e P5

Exemplo 1: Bastos (Cap. 15.2.1), Pág. 96			**Exemplo 2: Bastos (Cap. 15.2.2), Pág. 102**	
Dados do P4			**Dados do P5**	
B=	20 cm		B=	20 cm
H=	70 cm		H=	70 cm
d'=	4 cm		d'=	4 cm
Lex=Ley=	280 cm		Lex=Ley=	460 cm
Max=	21,70 kN m		Max=	70 kN m
Mbx=	-21,70 kN m		Mbx=	35 kN m
May=Mby=	0 kN m		May=Mby=	0 kN m
N=	1110 kN		N=	1110 kN
fck=	25 MPa		*fck*=	25 MPa
fyk=	500 MPa		*fyk*=	500 MPa
Resultados			**Resultados**	
Método	**As (cm²)**		**Método**	**As (cm²)**
Rigidez K Aproximada.	5,75		Rigidez K Aproximada.	27,59
Programa Desenvolvido. (Rigidez K)	5,60		Programa Desenvolvido. (Rigidez K)	25,05

Fonte: Autor (2022)

O programa, desenvolvido para os pilares de extremidade, utilizou apenas o método da rigidez K aproximada para obtenção dos momentos fletores devido à facilidade de implementação e rápida resolução das equações. Analisando o Quadro 5, observa-se que a taxa de aço do P4 tem uma diferença de -2,6%, enquanto o P5 apresenta -9,2%, sendo que essa diferença pode ser justificada pelo método do cálculo da área de aço necessária, uma vez que o autor Bastos (2020) utiliza ábacos em seu dimensionamento.

4.3 Validação do programa de otimização dos pilares.

Após a implementação e validação do dimensionamento de pilares, foi realizada a implementação do código para otimização dos pilares. Neste item será apresentado a validação do programa de otimização. Vale ressaltar que dificilmente são encontradas pesquisas com formulações e considerações idênticas. Portanto, no processo de validação, não se pode esperar que os resultados de duas implementações distintas sejam iguais, mas que apresentem uma proximidade ou coerência.

Sias e Alves (2014) otimizaram nove casos de pilares submetidos à esforço de flexocompressão reta, onde cada situação considera diferentes combinações de cargas concentradas e momentos fletores. Os mesmos pilares foram otimizados por Nascimento (2017). Para validação foram utilizados os trabalhos dos autores citados, onde as forças normais atuantes variam de 2000 kN a 10000 kN e os momentos fletores atuantes variam de 2000 kN.cm a 10000 kN.cm. Para melhorar a precisão da validação foram adotados os mesmos valores de custo e limitações de seção geométrica e fck utilizados pelos autores, como mostra a Tabela 6.

Tabela 6 - Custos unitários e limitações de Sias e Alves (2014)

Característica	Valor
fck (MPa)	20
fyk (MPa)	500
Custo do concreto (R$/m)	228,39
Custo das fôrmas (R$/m²)	31,58
Custo do aço CA – 50 (R$/kg)	2,73
Dimensão máxima de base (cm)	40
Dimensão máxima de altura (cm)	160

Fonte: Sias e Alves (2014)

Para otimizar os pilares foram realizadas modificações nos custos unitários, as limitações máximas das dimensões da seção geométrica e retirar o fck como variável de projeto, uma vez que os autores atribuíram um valor fixo. Também foi adotado a área de aço calculada como área de aço de projeto. Os resultados de Sias e Alves (2014), Nascimento (2017) e deste trabalho estão apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 – Otimização de pilares por Sias e Alves (2014), e Nascimento (2017) vs Autor (2022)

Pilar	Nk e Mk (kN e kN.cm)	Modelo	B (cm)	H (cm)	As (cm²)	Custo (R$/m)	Diferença A. Con.	Diferença A. Aço	Diferença A. For.	Diferença R$/m
P1	2000	Sias e Alves (2014)	39,07	38,97	6,98	99,02	-	-	-	-
		Nascimento (2017)	32,50	44,98	7,52	98,45	-3,99%	7,74%	-0,72%	-0,58%
		Neste Trabalho	38	39	7,41	98,36	-2,66%	6,16%	-1,33%	-0,67%
P2	3000	Sias e Alves (2014)	39,03	60,38	9,63	137,27	-	-	-	-
		Nascimento (2017)	35,27	61,45	11,50	135,26	-8,03%	19,42%	-2,71%	-1,46%
		Neste Trabalho	40	56	10,40	134,08	-4,95%	8,00%	-3,43%	-2,32%
P3	4000	Sias e Alves (2014)	39,79	78,97	12,79	174,20	-	-	-	-
		Nascimento (2017)	40,00	74,29	12,27	166,36	-5,43%	-4,07%	-3,76%	-4,50%
		Neste Trabalho	40	75	13,80	170,73	-4,53%	7,90%	-3,17%	-1,99%
P4	5000	Sias e Alves (2014)	38,18	100,68	15,37	208,44	-	-	-	-
		Nascimento (2017)	40,00	92,66	14,82	200,22	-3,58%	-3,58%	-4,46%	-3,94%
		Neste Trabalho	39	95	18,33	208,54	-3,62%	19,26%	-3,50%	0,05%
P5	6000	Sias e Alves (2014)	38,62	116,10	25,66	255,11	-	-	-	-
		Nascimento (2017)	40,00	110,66	17,70	234,20	-1,28%	-31,02%	-2,62%	-8,20%
		Neste Trabalho	40	112	20,80	242,89	-0,08%	-18,94%	-1,76%	-4,79%
P6	7000	Sias e Alves (2014)	39,94	135,39	25,08	287,99	-	-	-	-
		Nascimento (2017)	40,00	128,88	20,62	268,60	-4,67%	-17,78%	-3,68%	-6,73%
		Neste Trabalho	40	131	24,15	279,43	-3,10%	-3,71%	-2,47%	-2,97%
P7	8000	Sias e Alves (2014)	39,66	156,49	26,81	323,10	-	-	-	-
		Nascimento (2017)	40,00	146,90	23,50	302,61	-5,32%	-12,35%	-4,72%	-6,34%
		Neste Trabalho	40	149	28,12	315,75	-3,97%	4,89%	-3,65%	-2,27%

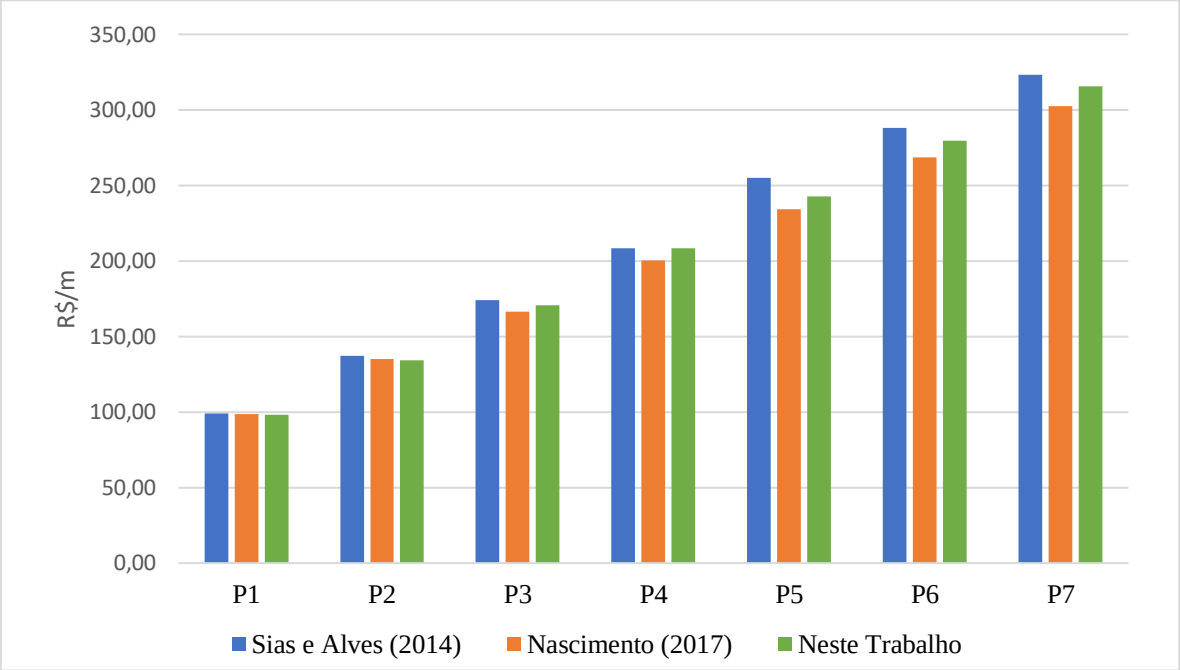
Fonte: Autor (2022)

Apesar de serem três implementações diferentes e o código desenvolvido utilizar números inteiros para as dimensões da seção transversal, os resultados obtidos neste trabalho foram bem próximos se comparado com os de Sias e Alves (2014) e Nascimento (2017). Porém, para o carregamento de 9000 e 10000 kN e momento de 9000 e 10000 kN.cm, o programa desenvolvido não encontrou uma convergência de área de aço dentro das limitações de fck e seção geométrica impostas.

Para o pilar P1 existiu uma redução na área de concreto e nas áreas de fôrmas e um aumento na área de aço, resultando em uma economia de 0,67% se comparada com Sias e Alves (2014). Os pilares P2, P3, P4 e P7 apresentaram comportamento semelhante, sendo a diferença de -2,32%, -1,99%, 0,05% e -2,27% respectivamente.

Para os pilares P5 e P6 houve uma redução de área de concreto, áreas de fôrmas e área de aço, resultando em uma economia de 4,79% e 2,97% respectivamente se comparado com os de Sias e Alves (2014). O Gráfico 1 mostra os resultados correlacionando os pilares e custo total em cada trabalho avaliado.

Gráfico 1 – Custo total dos pilares em cada trabalho analisado.



Fonte: Autor (2022).

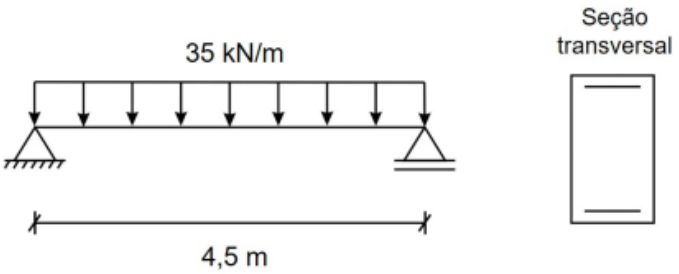
4.4 Validação do programa de otimização das vigas

Devido à falta de trabalhos que tenham adotado otimização em vigas em situação de pórtico ou biengastadas como modelo estrutural, para validação da otimização de vigas foram adotados os trabalhos de Bezerra (2017) e Correia (2020) onde ambos otimizaram uma viga biapoiada de concreto armado, com vão de 4,5 m e sujeita a um carregamento uniformemente distribuído de 35 kN/m (Figura 34). O fck, o cobrimento e o diâmetro dos estribos considerados na viga foram de 40 MPa, 3 cm e 5 mm, respectivamente. Foi considerado também aço CA-50 e diâmetro do vibrador igual a 30 mm.

Na otimização foram consideradas como variáveis de projeto a altura útil, áreas de aço tracionado e comprimido e número de estribos. A função objetivo é o custo da viga, considerando os custos do concreto, do aço e das fôrmas, com os custos unitários da Tabela 8.

As restrições do problema são relativas aos critérios da NBR 6118 (ABNT, 2014): resistência e equilíbrio, estado-limite de deformação excessiva, detalhamento e limites laterais. Na otimização foram consideradas apenas as áreas de aço, não levando em consideração os diâmetros comerciais para as armaduras.

Figura 34 - Viga otimizada por Bezerra (2017) e Correia (2020)



Fonte: Correia (2020)

Tabela 8 - Custos unitários de Bezerra (2017) e Correia (2020)

Custos unitários	Valor
Custo do concreto (R$/m³)	343,35
Custo do aço (R$/kg)	13,64
Custo das fôrmas (R$/m²)	150,79

Fonte: Bezerra (2017) e Correia (2020).

Os parâmetros da viga foram inseridos na implementação deste trabalho, modificando apenas os custos unitários e a consideração da contraflecha adotada por Bezerra (2017). Os resultados se encontram na Tabela 9.

Como observado, existe uma grande semelhança entre as vigas otimizadas pelos autores e as vigas deste trabalho. As seções obtidas apresentaram uma pequena diferença entre o de Bezerra (2017) e o deste trabalho, sendo apenas de 1 cm na altura, valor idêntico ao encontrado também por Correia (2020). A área de aço comprimida não foi considerada por Bezerra (2017), porém por correia (2020) foi de 0,39 cm², valor idêntico ao determinado por este trabalho. A área de aço tracionada apresentou uma diferença de -1,01% e - 0,41%, em relação a Bezerra (2017) e Correia (2020) respectivamente, enquanto o custo total teve uma diferença de 1,16% e -0,14%.

Tabela 9 - Viga otimizada por Bezerra (2019) e Correia (2020) *versus* Autor (2022)

	Bezerra (2019)	**Correia (2020)**	**Este trabalho**
Base (cm):	15,00	15,00	15,00
Altura (cm):	40,00	41,00	41,00
As Comprimida (cm²):	-	0,39	0,39
As Tracionada (cm²):	9,88	9,82	9,78
Nº Estribos:	50,00	50,00	50,00
Custo Total (R$):	1320,11	1337,30	1335,7

Fonte: Autor (2022).

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capitulo serão apresentados os resultados referentes às análises realizadas neste trabalho. Sendo o item 5.1 sobre a otimização de pilares, item 5.2 referente à otimização de vigas e o item 5.3 sobre otimização de pórticos planos.

5.1 Otimização de pilares

Inicialmente, foi realizado um estudo sobre a influência das limitações nas dimensões da seção geométrica e na resistência característica do concreto à compressão. Para isto foram utilizados os resultados de Sias e Alves (2014), e Nascimento (2017) como apresentado no item 3.2.3 (Validação do programa de otimização dos pilares deste trabalho), onde existiu a limitação do fck igual a 20 MPa, dimensão máxima de base de 40 cm e dimensão máxima de altura de 160 cm. Os pilares com esforços de 2000 a 8000 kN de carga e 2000 a 8000 kN.cm de momento fletor foram otimizados de três maneiras diferentes pelo autor deste trabalho, sendo:

- Modo I = fck igual a 20 MPa, dimensão máxima de base igual a 40 cm e dimensão máxima de altura igual a 160 cm;
- Modo II = fck igual a 20 MPa, limitação máxima de base e altura igual a 160 cm;
- Modo III = fck podendo variar entre 20, 25, 30, 35 40, 45 e 50 MPa, limitação máxima de base e altura igual a 160 cm.

Para os três modos foram utilizados a função objetivo, custo dos materiais e demais restrições conforme os autores Sias e Alves (2014) e Nascimento (2017). Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 10.

Tabela 10 – Otimização de pilares por diferentes autores.

Pilar	Modelo	B (cm)	H (cm)	fck (MPa)	As (cm²)	Custo (R$/m)	Diferença A.con	Diferença A.aço	Diferença A.For	Diferença R$/m
P1	Sias e Alves (2014)	39,07	38,97	20	6,98	99,02	-	-	-	-
	Nascimento (2017)	32,50	44,98	20	7,52	98,45	-3,99%	7,74%	-0,72%	-0,58%
	Modo I	38	39	20	7,41	98,36	-2,66%	6,16%	-1,33%	-0,67%
	Modo II	38	39	20	7,41	98,36	-2,66%	6,16%	-1,33%	-0,67%
	Modo III	23	27	50	7,38	-	-59,21%	5,73%	-35,93%	-
P2	Sias e Alves (2014)	39,03	60,38	20	9,63	137,27	-	-	-	-
	Nascimento (2017)	35,27	61,45	20	11,50	135,26	-8,03%	19,42%	-2,71%	-1,46%
	Modo I	40	56	20	10,40	134,08	-4,95%	8,00%	-3,43%	-2,32%
	Modo II	37	57	20	11,00	134,98	-10,51%	14,23%	-5,44%	-1,67%
	Modo III	29	32	50	10,35	-	-60,62%	7,48%	-38,64%	-
P3	Sias e Alves (2014)	39,79	78,97	20	12,79	174,20	-	-	-	-
	Nascimento (2017)	40,00	74,29	20	12,27	166,36	-5,43%	-4,07%	-3,76%	-4,50%
	Modo I	40	75	20	13,80	170,73	-4,53%	7,90%	-3,17%	-1,99%
	Modo II	42	72	20	13,80	170,64	-3,76%	7,90%	-4,01%	-2,04%
	Modo III	32	38	50	13,80	-	-61,30%	7,90%	-41,06%	-
P4	Sias e Alves (2014)	38,18	100,68	20	15,37	208,44	-	-	-	-
	Nascimento (2017)	40,00	92,66	20	14,82	200,22	-3,58%	-3,58%	-4,46%	-3,94%
	Modo I	39	95	20	18,33	208,54	-3,62%	19,26%	-3,50%	0,05%
	Modo II	50	76	20	17,25	203,34	-1,14%	12,23%	-9,26%	-2,45%
	Modo III	36	42	50	17,25	-	-60,67%	12,23%	-43,83%	-
P5	Sias e Alves (2014)	38,62	116,10	20	25,66	255,11	-	-	-	-
	Nascimento (2017)	40,00	110,66	20	17,70	234,20	-1,28%	-31,02%	-2,62%	-8,20%
	Modo I	40	112	20	20,80	242,89	-0,08%	-18,94%	-1,76%	-4,79%
	Modo II	50	92	20	20,70	239,11	2,59%	-19,33%	-8,22%	-6,27%
	Modo III	37	49	50	20,70	-	-59,57%	-19,33%	-44,42%	-
P6	Sias e Alves (2014)	39,94	135,39	20	25,08	287,99	-	-	-	-
	Nascimento (2017)	40,00	128,88	20	20,62	268,60	-4,67%	-17,78%	-3,68%	-6,73%
	Modo I	40	131	20	24,15	279,43	-3,10%	-3,71%	-2,47%	-2,97%
	Modo II	48	111	20	24,15	273,87	-1,47%	-3,71%	-9,31%	-4,90%
	Modo III	41	51	50	24,15	-	-61,33%	-3,71%	-47,53%	-
P7	Sias e Alves (2014)	39,66	156,49	20	26,81	323,10	-	-	-	-
	Nascimento (2017)	40,00	146,90	20	23,50	302,61	-5,32%	-12,35%	-4,72%	-6,34%
	Modo I	40	149	20	28,12	315,75	-3,97%	4,89%	-3,65%	-2,27%
	Modo II	72	87	20	27,60	302,64	0,93%	2,95%	-18,94%	-6,33%
	Modo III	48	49	50	28,54	-	-62,10%	6,45%	-50,55%	-

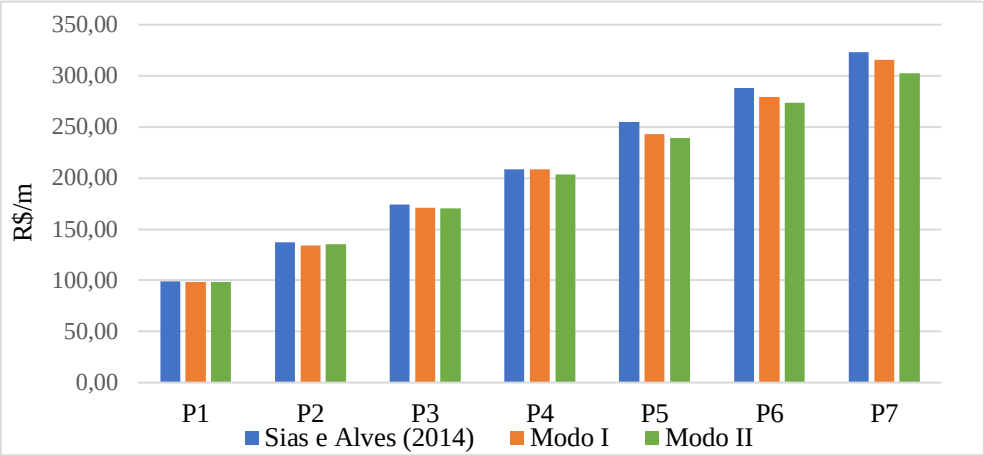
Fonte: Autor (2022).

O *modo I* serviu como validação da otimização, uma vez que não houve mudanças nas limitações em relação aos outros autores, resultando em valores bem próximos. Analisando os resultados, observa-se que o *modo II* de forma geral apresentou uma maior redução no custo total do pilar se comparado com os outros autores e com o *modo I*, porém o maior destaque vai para as dimensões geométricas, tendendo a reduzir a razão entre altura e base, resultando em um pilar mais robusto.

Esse novo arranjo de altura e base também permite uma redução no custo da fôrma, pois, mesmo existindo em alguns casos um aumento do volume do concreto, ocasiona uma

redução na área das fôrmas devido a redução do perímetro. Como é o caso do pilar 7, onde antes com dimensões 39,66 cm x 156,49 cm passou para 72 cm x 87 cm, tendo um aumento de 0,93% do volume de concreto, aumento de 2,95% da área de aço e uma redução de 18,94% da área de fôrmas, resultando em uma economia de 6,33%. O Gráfico 2 mostra o custo total de cada pilar otimizado por Sias e Alves (2014), e pelo autor desse trabalho (*modo I* e *modo II*).

Gráfico 2 - Custo dos pilares otimizados por Sias (2014), e por esse trabalho (Modos I e II)



Fonte: Autor (2022).

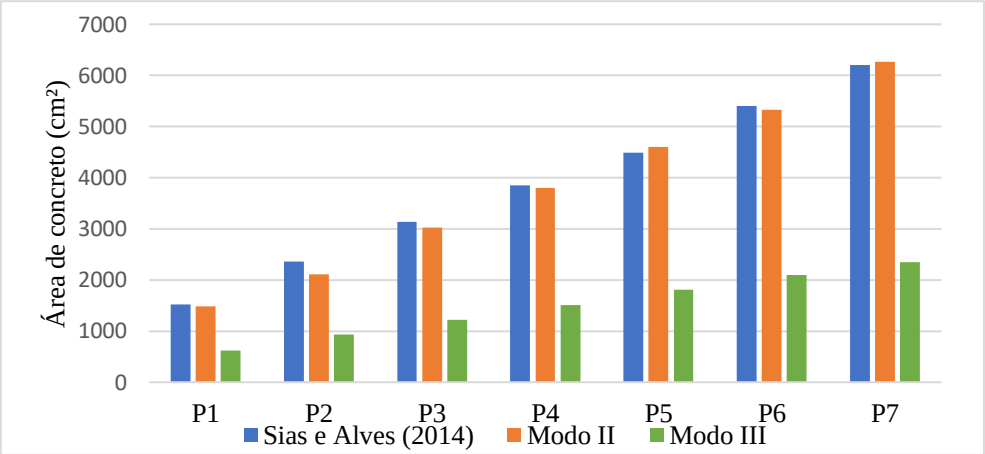
Analisando os resultados da Tabela 10 e o Gráfico 2, fica evidente que as limitações referentes as dimensões da seção geométrica do pilar podem influenciar no custo final, principalmente em pilares com carregamentos elevados. Desta forma, as análises deste trabalho irão considerar valores máximos de base e altura igual a 160 cm, atendendo assim a uma área máxima de seção transversal de 25600 cm². Apesar da influência dessas limitações, elas são necessárias para reduzir o custo computacional da otimização.

O modo II foi considerado para verificar a influência das limitações das dimensões da seção geométrica e do fck sobre o resultado final da otimização. Porém, no trabalho de Sias e Alves (2014) foi utilizado apenas concreto de 20 MPa, não sendo possível fazer uma comparação do custo total por falta de dados dos valores do concreto com os demais fck. Logo, a análise foi baseada nas dimensões da seção geométrica e taxa de armadura. Para fins de otimização, foi utilizado o custo do fck estabelecido na Tabela 3 deste trabalho.

Levando em consideração o fck como variável de projeto, o algoritmo genético determinou que sobre as condições determinadas e esforços solicitantes, o fck ótimo seria de 50 MPa para todos os pilares analisados, uma vez que permite uma grande redução no uso de concreto necessário para resistir aos esforços de compressão. Ao comparar os resultados do *modo III* com os resultados de Sias e Alves (2014), pode-se perceber uma redução bem

significativa da área da seção transversal dos pilares, chegando à ordem de 60%, sendo que essa diferença fica evidente ao analisar o Gráfico 3.

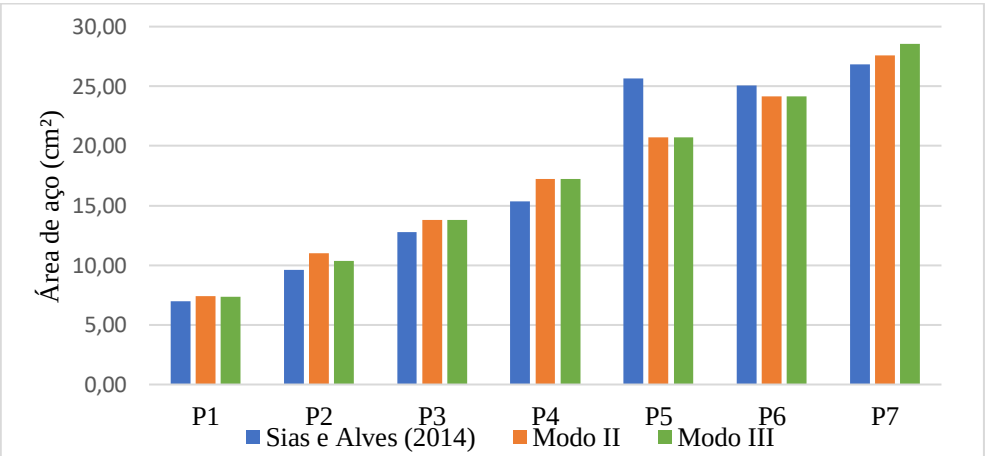
Gráfico 3 - Área da seção transversal dos pilares otimizados por Sias e Alves (2014), e pelo autor desse trabalho (Modo II e Modo III)



Fonte: Autor (2022).

Em relação a taxa de área de aço, os pilares P1, P2, P3, P4 e P7 resultaram em um aumento médio de 7,95% se comparado o *modo III* com o trabalho de Sias e Alves (2014). Os pilares P5 e P6 apresentaram uma redução de taxa de área de aço de -19,33% e -3,71%, respectivamente, como indica o Gráfico 4.

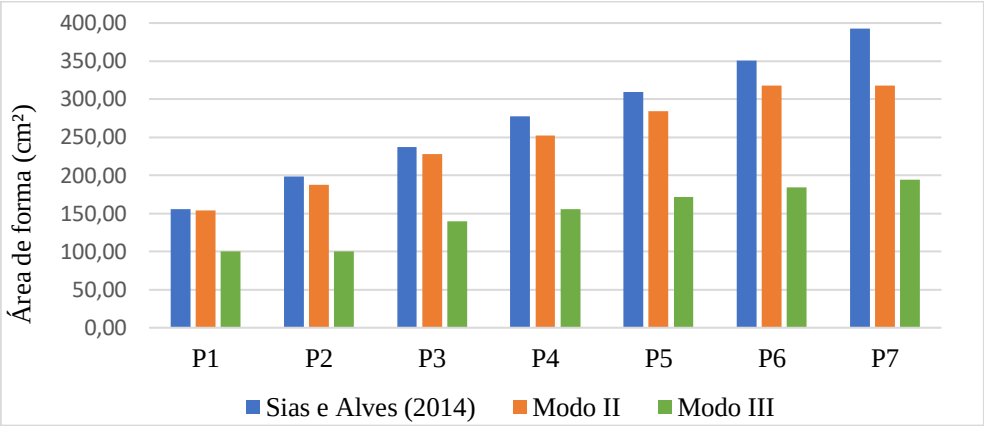
Gráfico 4 - Área do aço dos pilares otimizados por Sias e Alves (2014), e pelo autor desse trabalho (Modo II e Modo III)



Fonte: Autor (2022).

Devido ao reajuste e a redução da seção transversal proporcionada por limites maiores nos valores de base e altura, e também pelo fck como variável de projeto, o custo de fôrmas também é reduzido em média 43,14% se comparado o *modo III* com o trabalho de Sias e Alves (2014). O Gráfico 5 mostra a valor da área de fôrma de cada pilar otimizado por Sias e Alves (2014), *modo II* e *modo III*.

Gráfico 5 - Área das fôrmas dos pilares otimizados por Sias e Alves (2014), e pelo autor desse trabalho (Modo II e Modo III)



Fonte: Autor (2022).

5.1.1 Otimização dos pilares P8 a P26

Levando em consideração as vantagens de manter o fck como variável de projeto e valores maiores nas limitações da seção transversal, foi realizado a otimização de 19 pilares com variáveis de projeto, função objetivo, restrições e custos unitários, conforme o item 3.2 deste trabalho. Para as otimizações foram utilizados pilares com 300 cm de comprimento efetivo e classe de agressividade II, que conforme a Tabela 7.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) apenas é permitido o uso de fck maior ou igual a 25MPa.

Inicialmente, foi avaliado esforço normal e momento fletor de 100 kN a 1000 kN e 100 kN.cm a 1000 kN.cm com variação de 100 em 100. Posteriormente, foi avaliado pilares com 2000 a 10000 kN e kN.cm, com variação de 1000 em 1000. O intuito dessas otimizações é estabelecer um padrão de comportamento das variáveis em pilares com solicitações baixas e altas.

Os resultados são apresentadas nas Tabela 11 e Tabela 12, onde apresenta o número do pilar (Pilar), os esforços normais e momento fletor (Nk e Mk) em kN e kN.cm, respectivamente, os valores da seção geométrica, altura (H) e de base (B) em cm, o fck em MPa, quantidade e diâmetro das barras longitudinais em mm (Nº. Ø L.), quantidade dos estribos (Nº. Est.) e o custos do concreto (C.Conc), fôrma (C.Form), aço (C. Aço), estribo (C. Est.) e custo total (C. Total) em R$.

Tabela 11 - Otimização dos pilares P8 a P17

Pilar	Nk e Mk	H	B	fck	Nº. Ø L.	Nº. Est.	C.Conc	C.Form	C. Aço	C. Est.	C. Total
P8	100	20	18	25	4 Ø10	25	42,22	99,27	117,64	37,29	296,41
P9	200	23	16	25	4 Ø10	25	43,16	101,88	117,64	38,38	301,06
P10	300	23	16	40	4 Ø10	25	50,63	101,88	117,64	38,38	308,53
P11	400	23	16	50	4 Ø10	25	54,46	101,88	117,64	38,38	312,36
P12	500	20	20	40	4 Ø10	25	55,03	104,50	117,6	39,5	316,6
P13	600	22	20	45	4 Ø10	25	62,47	109,72	117,64	41,67	331,50
P14	700	21	21	50	4 Ø12,5	20	65,26	109,72	156,64	33,34	364,96
P15	800	23	21	50	4 Ø12,5	20	71,48	114,95	156,64	35,09	378,16
P16	900	24	22	50	4 Ø12,5	20	78,14	120,17	156,64	36,85	391,80
P17	1000	24	24	50	4 Ø12,5	20	85,24	125,40	156,64	38,60	405,88

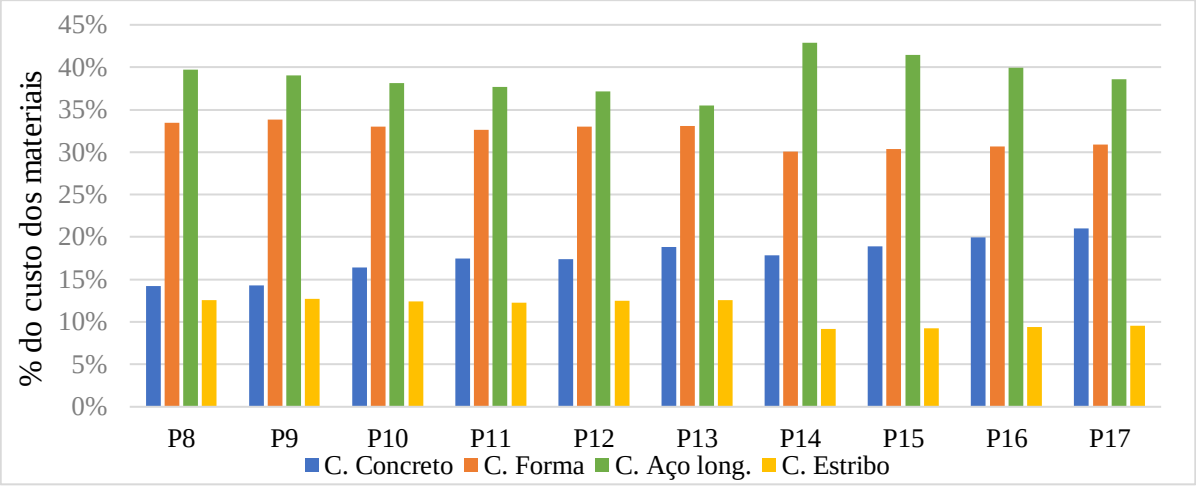
Fonte: Autor (2022).

Analisando os resultados dos pilares P8 a P17 pode-se perceber que as dimensões da seção transversal tendem a ser a menor possível, sendo mais econômico dar prioridade ao aumento do fck e a taxa de área de aço à medida que o esforço é elevado. Para o pilar P1 foi adotado a área de concreto mínima de 360 cm², sendo que após elevar 100 kN e 100 kN.cm ocorreu um aumento para 368 cm², mantendo o fck igual. Essas mesmas dimensões foram mantidas nos pilares P10 e P11, sendo necessário um aumento do fck para combater os esforços solicitantes. Os pilares P12 e P13 apresentaram dimensões maiores e fck acima de 40 MPa. Foi determinado o fck de 50 MPa para os pilares com solicitações acima de 700 kN e 700 kN.cm. Também ocorreu o aumento do diâmetro das barras de aço. É importante ressaltar que os pilares ótimos apresentaram fck abaixo de 30 MPa apenas para carregamentos até 200kN e 200 kN.cm.

Para estes esforços, os pilares ótimos apresentaram razão entre altura e base da seção transversal entre 1 e 1,44 e valor de fck alto. Logo, pode-se concluir que pilares ótimos (dentro dos esforços avaliados) possuem valores de altura e base bem próximos, pois este reajuste proporciona uma maior rigidez ao elemento estrutural, e aliado a uma alta resistência à compressão do concreto permite a redução da seção transversal do pilar. O número de barras de aço e seus diâmetros foram determinados como o mínimo permitido pela NBR 6118 (ABNT, 2014) até o P13. Sendo necessário o uso de um diâmetro comercial maior para os P14 a P17.

Analisando os custos individuais dos materiais que compõem os pilares, nota-se que o material responsável pela maior parcela do custo é a armadura longitudinal, seguido das fôrmas, concreto e os estribos. A armadura longitudinal, em média representa 39,01% do custo total dos pilares ótimos, enquanto as fôrmas, concreto e estribos representam 32,11%, 17,64% e 11,24%, respectivamente. Para estes pilares não foram necessários o uso de estribos suplementares. A distribuição de custo fica mais evidente no Gráfico 6.

Gráfico 6 - Custo unitário dos materiais que compõe os pilares P8 a P17



Fonte: Autor (2022).

Para os pilares P18 a P26 foi determinado pelo programa de otimização o fck de 50 MPa, permitindo uma baixa diferença das dimensões de altura e base. Sendo a razão entre 1,1 e 1,6 para os pilares P18 a P22. A partir dos esforços 6000 kN e 6000 kN.cm foi necessário aumentar a altura do pilar para elevar a rigidez e acomodar as barras de aço necessárias para combater os esforços, também foi necessário o uso de estribos suplementares (Nº. Est. S), como mostra-se na Tabela 12.

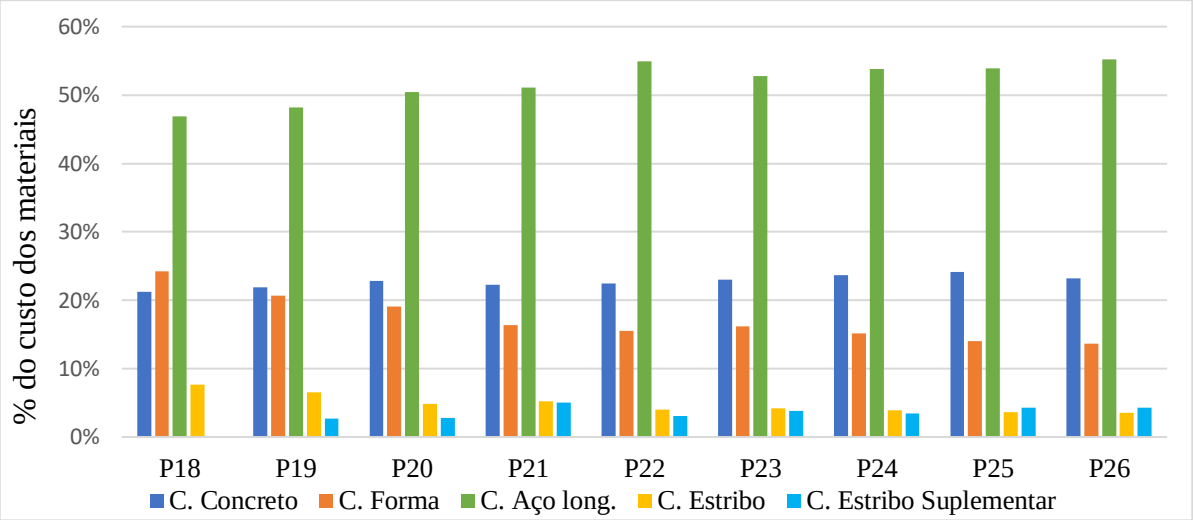
Tabela 12 - Otimização dos pilares P18 a P26.

Pilar	Nk e Mk	H	B	Nº. Ø L.	Nº. Est.	Nº. Est. S	C.Conc	C.Form	C. Aço	C. Est	C. Est.S	C. Total
P18	2000	32	30	8 Ø12,5	20	0	142,07	161,97	313,28	50,89	0,00	668,20
P19	3000	45	32	12 Ø12,5	20	2	213,11	201,15	469,92	64,05	26,10	974,32
P20	4000	56	34	10 Ø16	16	3	281,77	235,12	621,71	60,36	34,53	1233,50
P21	5000	50	46	20 Ø12,5	20	4	340,38	250,79	783,20	80,72	76,77	1531,80
P22	6000	67	41	16 Ø16	16	4	406,53	282,14	994,73	72,99	55,87	1812,30
P23	7000	97	34	18 Ø16	16	7	488,07	342,22	1119,10	89,14	80,57	2119,10
P24	8000	95	39	20 Ø16	16	6	548,30	350,06	1243,40	91,24	79,59	2312,60
P25	9000	90	46	22 Ø16	16	7	612,68	355,29	1367,80	92,65	110,05	2538,40
P26	10000	112	41	26 Ø16	16	9	679,57	399,70	1616,40	104,58	125,70	2926,00

Fonte: Autor (2022).

Ao analisar os custos individuais dos materiais que compõem estes pilares, nota-se que o comportamento é semelhante aos pilares de baixas solicitações (P8 a P17), uma vez que a armadura longitudinal também é responsável pela maior parcela do custo total dos pilares. Porém para os pilares P19 ao P26, o concreto passa a ser o segundo material com maior parcela de custo, seguido das fôrmas, estribos e estribos suplementares. A armadura longitudinal em média representou 51,92% do custo total, o concreto 22,75%, fôrmas 17,20% e, estribos e estribos suplementares 4,86% e 3,27% respectivamente. A distribuição de custo fica mais evidente no Gráfico 7.

Gráfico 7 - Porcentagem do custo dos materiais que compõe os pilares P18 a P26



Fonte: Autor (2022).

Avaliando o índice de esbeltez dos pilares P18 a P26, vale ressaltar que todos os pilares apresentaram valor menor que 35, conforme mostra a Tabela 13. Esse resultado implica que pilares ótimos solicitados pelos carregamentos avaliados possuem índice de esbeltez menor que a esbeltez limite, logo evita o aumento do momento fletor devido aos esforços de 2ª ordem, como explicado no item 2.6.3 deste trabalho.

Tabela 13 - Índice de esbeltez dos pilares P18 a P26

Pilar	Esbeltez X	Esbeltez Y
P18	34,60	32,44
P19	32,44	23,07
P20	30,53	18,54
P21	22,57	20,76
P22	25,32	15,49
P23	30,53	10,70
P24	26,62	10,93
P25	22,57	11,53
P26	25,32	9,27

Fonte: Autor (2022).

5.1.2 Comportamento da área de aço e custo dos materiais em função do fck

Devido à influência que o fck exerceu nos resultados dos pilares otimizados foi feita uma análise do comportamento da área de aço e do custo dos materiais que compõe os pilares. Para isso foi feito o dimensionamento dos pilares P12 e P19 com valores de fck diferentes e mantendo suas dimensões determinadas pelo programa de otimização. A Tabela 14 e Tabela 15 apresentam os resultados do P12 e P19 respectivamente.

Tabela 14 - Dimensionamento do pilar P12 com diferentes valores para o fck

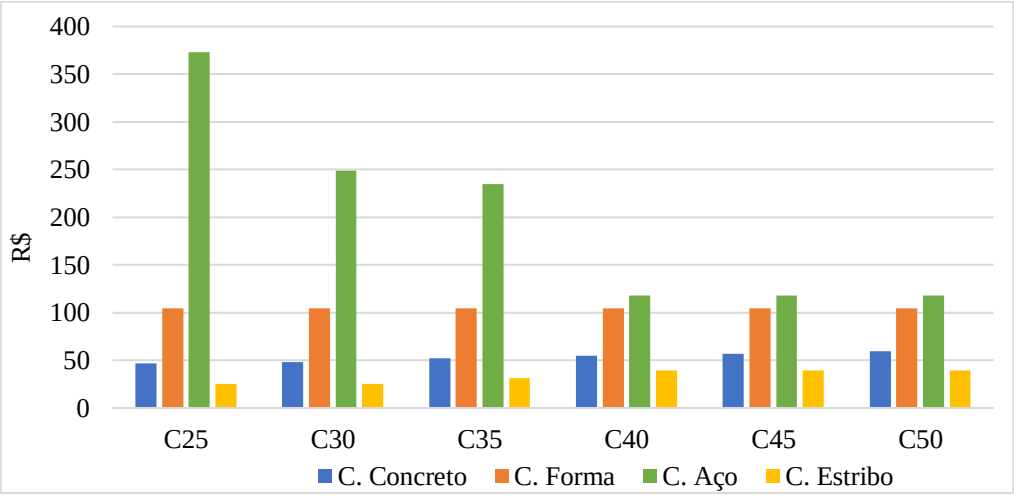
H (cm)	B (cm)	fck (MPa)	Ascal (cm²)	Nº. Barras	Ø L. (mm)	C.Conc (R$)	C.Form (R$)	C. Aço (R$)	C. Est (R$)	C. Total (R$)
20	20	25	11	6	16	46,91	104,5	373	25,267	549,70
20	20	30	7,8	4	16	48,39	104,5	248,7	25,267	426,84
20	20	35	5	6	12,5	51,97	104,5	235	31,584	423,01
20	20	40	3,1	4	10	55,03	104,5	117,6	39,48	316,64
20	20	45	3,1	4	10	56,79	104,5	117,6	39,48	318,40
20	20	50	3,1	4	10	59,2	104,5	117,6	39,48	320,81

Fonte: Autor (2022).

Os resultados dos dimensionamentos mostram que para o P12 o aumento do fck reduz consideravelmente a taxa de área de aço necessária no pilar até atingir 40 MPa onde necessita apenas da área de aço mínima estabelecida pela NBR 6118 (ABNT, 2014). Logo a utilização do C45 e C50, torna-se desnecessária pois apenas aumenta o custo do concreto devido ao seu custo unitário.

Para o fck de 25 MPa, o custo do aço representa 72,13% do custo total do pilar, enquanto com C40 o mesmo material representa 37,15%, existindo uma melhor distribuição de custo entre os materiais. Observando o Gráfico 8, fica evidente a importância do aumento do fck na redução do custo da área de aço (material com maior parcela no custo total dos pilares). O uso do C40 reduziu cerca de 68,5% do custo se comparado com C25, refletindo uma economia de 42,40% no custo total do pilar.

Gráfico 8 - Custo dos materiais em função do fck do pilar P12.



Fonte: Autor (2022).

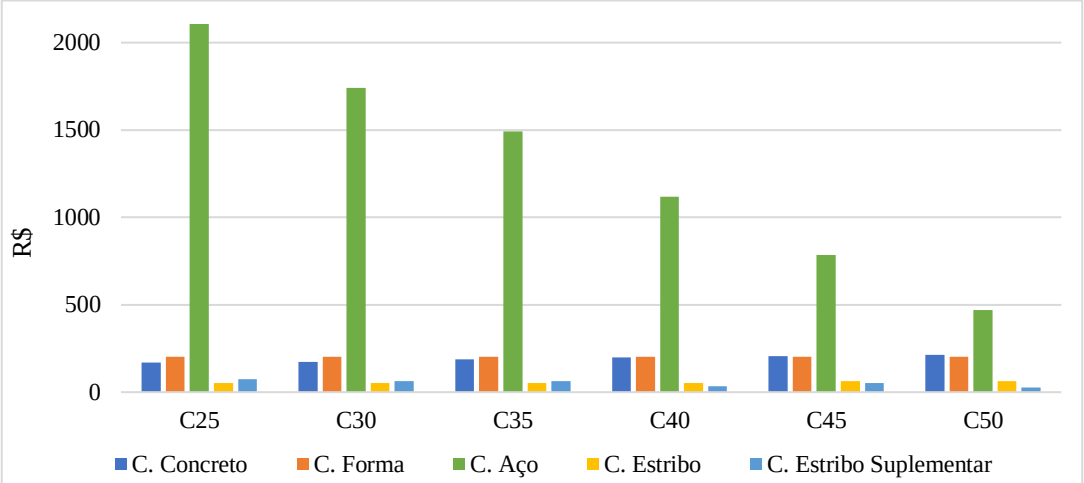
O comportamento das variáveis de taxa de área de aço e de custos para o pilar P19 foi semelhante ao ocorrido no P12. O fck ótimo foi de 50 MPa, proporcionando uma redução de 69,64% no custo total do pilar se comparado com o C25. A principal mudança também ocorreu no custo do aço que para o C25 representou 85,12% do custo total do pilar, enquanto para o C50 apresentou 48,23%, conforme a Tabela 15 e o Gráfico 9.

Tabela 15 - Dimensionamento do pilar P19 com diferentes valores para o fck

H (cm)	B (cm)	fck (MPa)	Ascal (cm²)	Nº. Barras	Ø L. (mm)	C.Conc (R$)	C.Form (R$)	C. Aço (R$)	C. Est (R$)	C. Est. S (R$)	C. Total (R$)
45	32	25	66,1	34	16	168,87	201,2	2113,8	51,2	76	2611
45	32	30	55,6	28	16	174,2	201,2	1740,8	51,2	65	2232
45	32	35	45,1	24	16	187,1	201,2	1492,1	51,2	65	1996
45	32	40	34,6	18	16	198,1	201,2	1119,1	51,2	32	1602
45	32	45	24,3	20	12,5	204,44	201,2	783,2	64	52	1305
45	32	50	14	12	12,5	213,11	201,2	469,92	64	26	974

Fonte: Autor (2022).

Gráfico 9 - Custo dos materiais em função do fck do pilar P19.



Fonte: Autor (2022).

Vale ressaltar que os percentuais dos custos de cada material em relação ao custo total das estruturas podem variar em função do tipo de material utilizado e do seu custo unitário.

5.1.3 Planejamento de experimentos (DOE) para pilares

O planejamento de experimentos (DOE) foi utilizado para identificar quais variáveis de projeto exercem maior influência no custo total dos pilares. Para isso foi utilizado o pilar P17 que corresponde aos valores ótimos de base e altura igual a 24 cm e fck igual 50 MPa. Essa combinação resultou em um custo total (função objetivo) de R$ 405,88. As variáveis de projeto avaliadas foram a base (A), altura (B) e fck (C). Por possuir três variáveis foi utilizado um projeto fatorial completo, sendo necessário oito experimentos.

Para os níveis altos e baixos foram adicionados e retirados 10% dos valores ótimos de base e altura, enquanto para o fck foram utilizadas duas classes de resistência a menos que o ótimo e 50 MPa por ser o valor máximo de fck considerado neste trabalho. Os níveis estão apresentados no Quadro 6, e o resultado dos experimentos na Tabela 16.

Quadro 6 - Níveis baixos e altos para o DOE do pilar

Variável:	A		B		C	
Nível:	+	-	+	-	+	-
Valor:	26,4	21,6	26,4	21,6	50	40

Fonte: Autor (2022).

Tabela 16 - Experimentos do DOE do pilar

Nº Exp.	A	B	C	F.O
1	21,6	21,6	40	603,03
2	26,4	21,6	40	477,4
3	21,6	26,4	40	477,4
4	26,4	26,4	40	511,59
5	21,6	21,6	50	372,93
6	26,4	21,6	50	375,67
7	21,6	26,4	50	375,67
8	26,4	26,4	50	412,23

Fonte: Autor (2022).

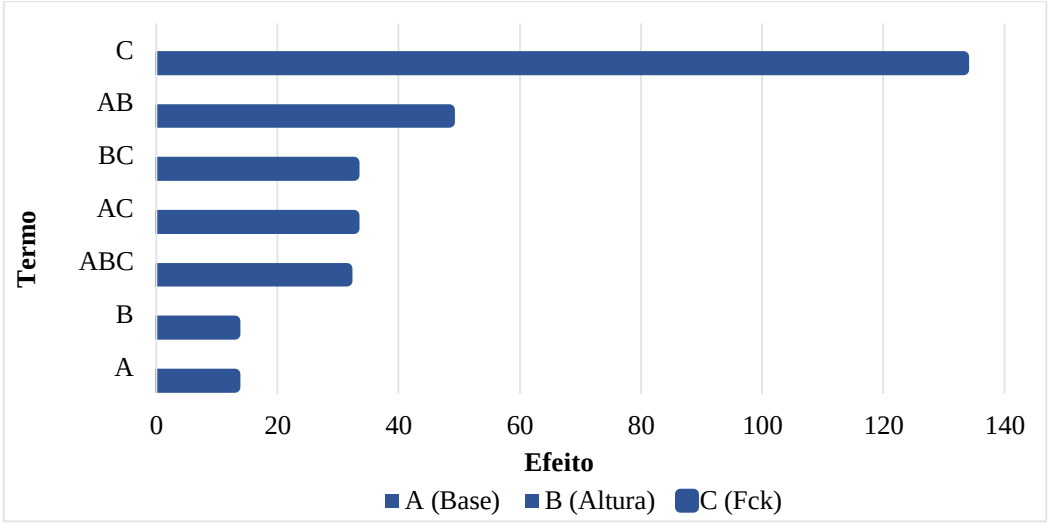
Aplicando os conceitos estabelecidos no item 2.8 deste trabalho, foi realizado o cálculo para estabelecer os efeitos principais e combinados das variáveis de projeto, resultando nos valores contidos no Quadro 7 e Gráfico 10.

Quadro 7 - Efeitos das variáveis do pilar

Variável	Efeito
C	133,23
AB	48,41
BC	32,69
AC	32,68
ABC	31,5
A	13,035
B	13,035

Fonte: Autor (2022).

Gráfico 10 - Efeitos das variáveis do pilar



Fonte: Autor (2022).

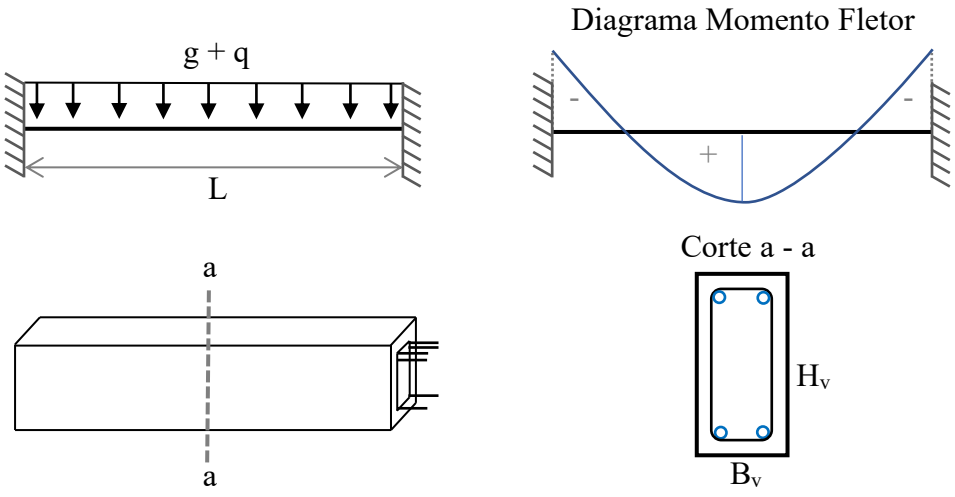
Analisando os resultados, pode-se concluir que para o pilar avaliado utilizando a base, altura e fck como variável de projeto, a variável C que representa o fck tem maior efeito no custo total, seguido da combinação AB (base e altura), sendo que as variáveis com menor efeito foram os valores individuais de base e altura. Os resultados do DOE está de acordo com os resultados obtidos nas otimizações dos pilares anteriores.

O pilar analisado pelo DOE apresentou as dimensões geométricas iguais da seção transversal. Desta forma, tem o mesmo valor de significância, porém em pilares retangulares é esperado que a altura da seção do pilar tenha a segunda maior influência no custo total de pilares, considerando que a altura da seção do pilar está no sentido da viga.

5.2 Otimização de vigas

Foi analisado o comportamento das variáveis de projeto e custo dos materiais que compõem as vigas de maneira semelhante ao realizado com os pilares no item 5.1 deste trabalho. Para isso, foram utilizadas as variáveis de projetos, restrições e função objetivo estabelecidos no item 3.3 deste trabalho. Porém, foram utilizadas vigas de concreto armado engastadas nas duas extremidades (Figura 35), pois o comportamento estrutural dessa configuração se assemelha com o comportamento das vigas em situações de pórticos, conforme apresentado no item 5.3. Para a otimização das vigas foi utilizado a classe de agressividade de grau II, que conforme a Tabela 7.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) apenas é permitido o uso de fck maior ou igual a 25MPa.

Figura 35 - Configuração estrutural de viga engastada nas duas extremidades

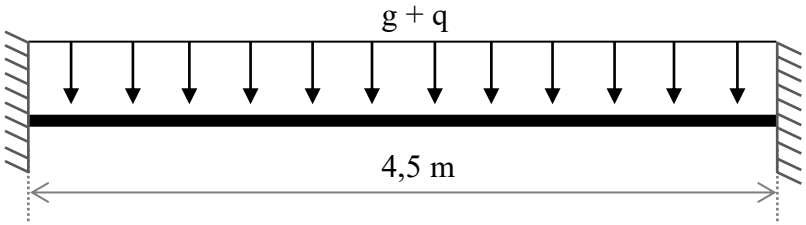


Fonte: Autor (2022).

5.2.1 Análise de vigas com L fixo, submetidas a diferentes carregamentos

Foi avaliado uma viga com comprimento efetivo (L) de 4,5 m, variando a soma das cargas permanentes (*p*) e variáveis (*g*) em valores 10, 20, 30, 40 e 50 kN/m. Na Figura 36, mostra-se o esquema estrutural da viga. Na Tabela 17, apresenta-se uma sintese dos resultados obtidos pelo programa de otimização.

Figura 36 - Viga com comprimento efetivo de 4,5 m e carga variável



Fonte: Autor (2022).

Tabela 17 - Resultados ótimos da viga com comprimento efetivo de 4,5 m e carga variável.

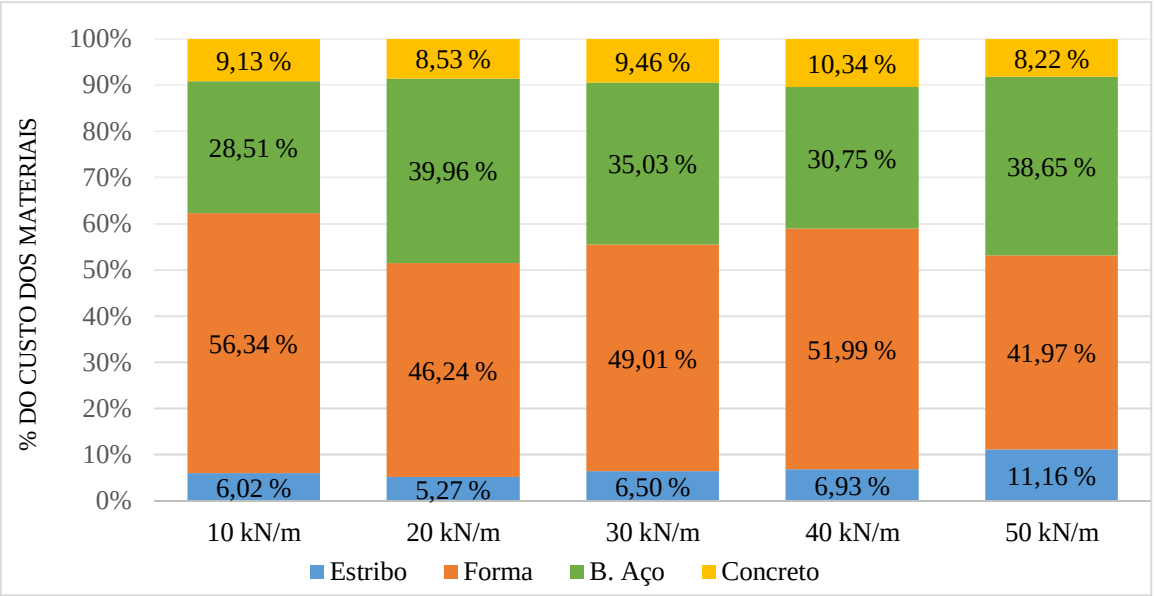
Carga (kN/m)	**B** (cm)	**H** (cm)	**fck** (MPa)	**Barras** (1ª C inf.)	**Barras** (1ª C sup)	**Barras** (apoio)	**Custo Estribo** (R$)	**Custo Fôrmas** (R$)	**Custo B. Aço** (R$)	**Custo Conc.** (R$)	**Custo Total** (R$)
10	12	29	35	4 Ø 6,3	2 Ø 6,3	1 Ø 16,0	44,74	418,70	211,88	67,82	743,14
20	12	29	50	2 Ø 12,5	2 Ø 6,3	4 Ø 12,5	47,73	418,70	361,79	77,25	905,47
30	12	39	50	2 Ø 12,5	2 Ø 6,3	4 Ø 12,5	71,42	538,33	384,84	103,89	1098,47
40	12	50	50	2 Ø 12,5	2 Ø 6,3	4 Ø 12,5	89,27	669,92	396,26	133,19	1288,63
50	12	44	50	3 Ø 12,5	2 Ø 6,3	6 Ø 12,5	159,06	598,14	550,77	117,21	1425,18

Fonte: Autor (2022).

Os resultados da otimização mostram que foi determinado concreto da classe C35 apenas para a viga com carregamento de 10 kN/m. Enquanto para os outros casos apresentou-se C50. Em relação as dimensões geométricas, apenas a altura de seção transversal sofreu alteração com o aumento do carregamento, uma vez que o valor de base permaneceu o mínimo estabelecido pela NBR 6118 (ABNT, 2014). Esse fato ocorre devido ao aumento da rigidez e momento de inércia proporcionada pelo aumento da altura, e desta forma mantendo um baixo consumo de concreto e de fôrmas.

Analisando a distribuição de custos dos materiais, conclui-se que para as vigas com 10, 20, 30 e 40 kN/m, o custo das fôrmas representa maior parte no custo total das vigas, seguido das barras de aço (adicionada nos apoios, porta estribo e primeira camada inferior), concreto e estribos. Apenas na viga com carregamento de 50 kN/m, o custo dos estribos representou um custo maior que o concreto, conforme mostra o Gráfico 11.

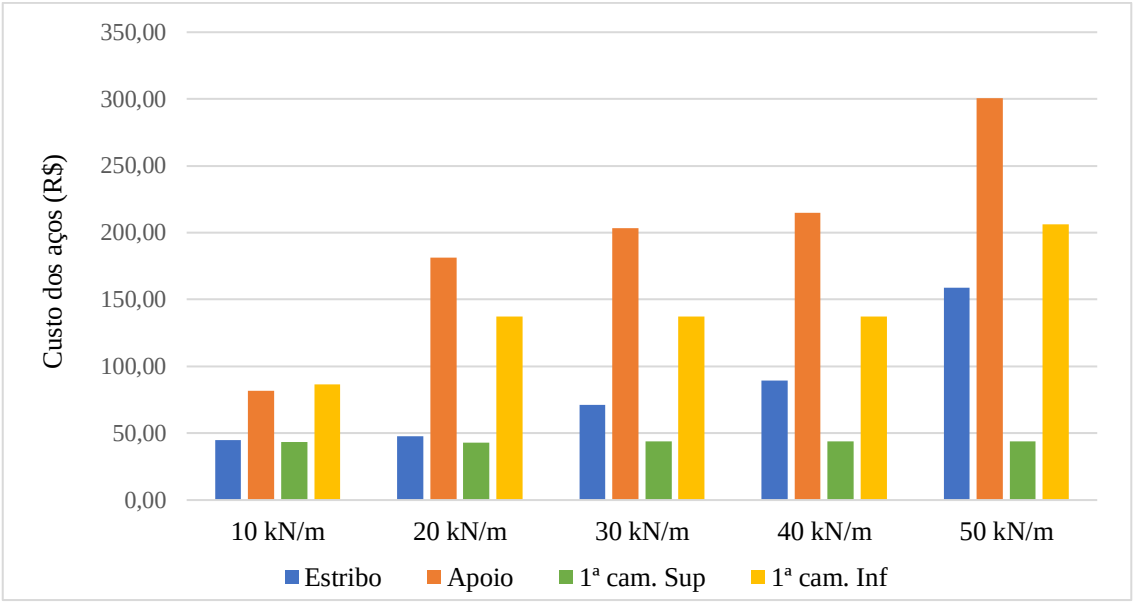
Gráfico 11 - Porcentagem do custo dos materiais - viga de vão fixo e carga variável



Fonte: Autor (2022).

Analisando o custo relacionado ao aço (Gráfico 12), os apoios dos casos avaliados (exceto carregamento de 10 kN/m) possuem uma parcela de custo maior devido à quantidade de barras e diâmetros necessários para combater os esforços solicitantes nestes pontos. Vale ressaltar a importância de realizar o escalonamento do momento fletor nessa área, uma vez que não é preciso as barras utilizadas nos apoios irem de uma extremidade a outra como explicado no item 3.3 deste trabalho.

Gráfico 12 - Custo dos aços utilizados em diferentes locais - viga de vão fixo e carga variável

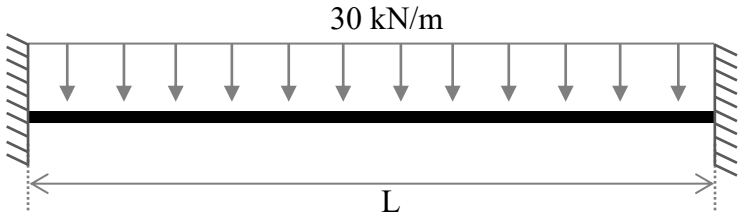


Fonte: Autor (2022).

5.2.2 Análise de vigas com carregamento fixo e L variável

Os resultados ótimos de uma viga com carregamento linearmente distribuído fixo em 30 kN/m, com comprimento efetivo (L) variando entre 300, 400, 500, 600 e 700 cm (Figura 37) mostram um comportamento das variáveis de projeto e de custo semelhante as vigas otimizadas anteriormente.

Figura 37 – Viga com carregamento de 30 kN/m e comprimento efetivo variável



Fonte: Autor (2022).

Na Tabela 18 mostram-se os resultados obtidos após a otimização das vigas propostas, podendo observar que os valores ótimos dos fck das vigas foram iguais a 50 MPa e à medida que o comprimento aumenta é necessário também aumentar a altura da seção transversal, com exceção das vigas com 500 e 600 cm que permaneceram com as mesmas dimensões da seção. Porém, houve uma compensação no aumento do consumo do aço. Vale ressaltar que as dimensões das alturas ótimas ficaram entre 8% e 10% dos seus respectivos comprimentos efetivos.

Todas as vigas apresentaram o maior índice de custo para as fôrmas em relação ao custo total, com média de 49,21%, seguido das barras de aço com 34,84%, concreto e estribos com 9,57% e 6,39% respectivamente.

Tabela 18 – Resultados ótimos - Viga com carregamento de 30 kN/m e comprimento efetivo variável

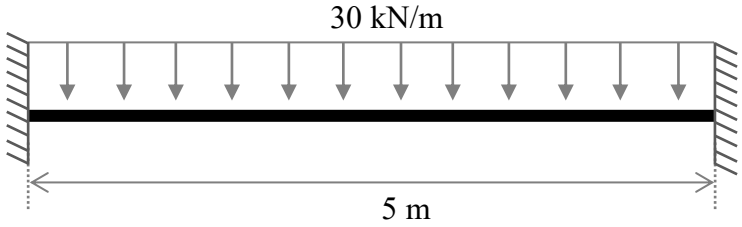
L (cm)	**B (cm)**	**H (cm)**	**fck (MPa)**	**Barras (1ª C inf.)**	**Barras (1ª C sup)**	**Barras (apoio)**	**Custo Estribo (R$)**	**Custo Fôrmas (R$)**	**Custo B. Aço (R$)**	**Custo Conc. (R$)**	**Custo Total (R$)**
300	12	31	50	2Ø10,00	2Ø6,30	5Ø8,00	30,01	295,08	192,12	55,05	572,26
400	12	32	50	2Ø12,50	2Ø6,30	4Ø12,50	64,92	404,08	348,38	75,77	893,15
500	12	47	50	2Ø12,50	2Ø6,30	4Ø12,50	75,28	704,48	421,61	139,11	1340,47
600	12	47	50	3Ø12,50	2Ø6,30	6Ø12,50	136,86	845,37	689,51	166,93	1838,67
700	12	60	50	3Ø12,50	2Ø6,30	6Ø12,50	153,97	1228,18	790,86	248,62	2421,63

Fonte: Autor (2022).

5.2.3 Análise de vigas com carregamento e L fixo e diferentes valores para o fck

Levando em consideração que a grande maioria das vigas otimizadas apresentaram o fck de 50 MPa, foi feito um estudo para identificar o comportamento de uma mesma viga com diferentes valores de fck para que fosse avaliado o quão importante é uma alta resistência do concreto nas vigas. Para esta análise foi utilizada uma viga com cinco metros de comprimento efetivo solicitado por um carregamento linear de 30 kN/m como indica a Figura 38.

Figura 38 - Viga com carregamento de 30 kN/m e comprimento efetivo de 5 m



Fonte: Autor (2022).

Para a otimização foram utilizados valores de fck de 25 a 50 MPa, utilizando como variáveis de projeto a base e altura da seção transversal da viga. Os resultados são mostrados na Tabela 19.

Tabela 19 - Resultados ótimos - Viga com carregamento de 30 kN/m e comprimento efetivo de 5 m

fck (MPa)	B (cm)	H (cm)	Barras (1ª C. inf.)	Barras (1ª C. sup)	Barras (apoio)	Custo Estribo (R$)	Custo Fôrmas (R$)	Custo B. Aço (R$)	Custo Conc. (R$)	Custo Total (R$)
25	13	48	2Ø12,50	2Ø6,30	4Ø12,50	106,60	724,41	452,73	121,96	1405,70
30	12	48	2Ø12,50	2Ø6,30	4Ø12,50	104,62	717,77	442,44	116,14	1380,97
35	12	48	2Ø12,50	2Ø6,30	4Ø12,50	97,65	717,77	437,47	124,73	1377,61
40	12	47	2Ø12,50	2Ø6,30	4Ø12,50	86,68	704,48	430,97	129,32	1351,45
45	12	47	2Ø12,50	2Ø6,30	4Ø12,50	82,12	704,48	425,40	133,45	1345,44
50	12	47	2Ø12,50	2Ø6,30	4Ø12,50	75,28	704,48	421,61	139,11	1340,47

Fonte: Autor (2022).

Avaliando as vigas com fck extremos de 25 e 50 MPa, observa-se que houve uma pequena redução de 60 cm² na área da seção transversal, contribuindo para uma economia no custo das fôrmas. Porém, adotar resistências mais altas neste caso também eleva o custo total do concreto devido ao seu custo unitário. O aumento da classe do concreto não exerceu influência significante na determinação do número de barras de aço utilizadas tanto nos apoios, como no vão da viga.

Pode-se concluir que a maior economia que o alto valor de fck proporciona nas vigas é no custo dos estribos e no comprimento das barras, principalmente devido à redução do

comprimento de ancoragem. Vale ressaltar que mesmo nos extremos de 25 e 50 MPa, a redução de custo total foi na ordem de 4,64%. Essa economia pode não ser suficiente para justificar o uso de concretos com alto valor de fck em vigas, principalmente se levar em consideração fatores externos como produção e manuseio destes tipos de concretos.

Como já mencionado anteriormente, vale ressaltar que os percentuais dos custos de cada material em relação ao custo total das estruturas podem variar em função do tipo de material utilizado e do seu custo unitário.

5.2.4 Planejamento de experimentos (DOE) para vigas

O planejamento de experimentos (DOE) foi utilizado para identificar quais variáveis de projeto exercem maior influência no custo total das vigas. Para isso foi utilizado uma viga de 7m de comprimento efetivo solicitada por um carregamento linearmente distribuído de 50 kN/m. Sua configuração da seção transversal corresponde a base igual a 15 cm e altura igual a 60 cm, com fck de 50 MPa. Essa combinação resultou em um custo total (função objetivo) de R$ 3723,00. As variáveis de projeto avaliadas foram a base (A), altura (B) e fck (C). Por possuir três variáveis de projeto, foi utilizado um projeto fatorial completo, sendo necessário oito experimentos.

Para os níveis altos e baixos foram adicionados e retirados 10% dos valores ótimos de base e altura, enquanto para o fck foram utilizadas duas classes de resistência a menos que o ótimo e 50 MPa por ser o valor máximo de fck considerado neste trabalho. Os níveis estão apresentados no Quadro 8, e o resultado dos experimentos na Tabela 20.

Quadro 8 - Níveis baixos e altos para o DOE da viga

Variável:	A		B		C	
Nível:	+	-	+	-	+	-
Valor:	16,5	13,5	66	54	50	40

Fonte: Autor (2022).

Tabela 20 - Experimentos do DOE de viga

Nº Exp.	**A**	**B**	**C**	**F.O**
1	13,5	51,3	40	4040,2
2	16,5	51,3	40	4184,9
3	13,5	66,0	40	3939,8
4	16,5	66,0	40	3981,6
5	13,5	51,3	50	4018,3
6	16,5	51,3	50	4169,4
7	13,5	66,0	50	3937,8
8	16,5	66,0	50	3872,1

Fonte: Autor (2022).

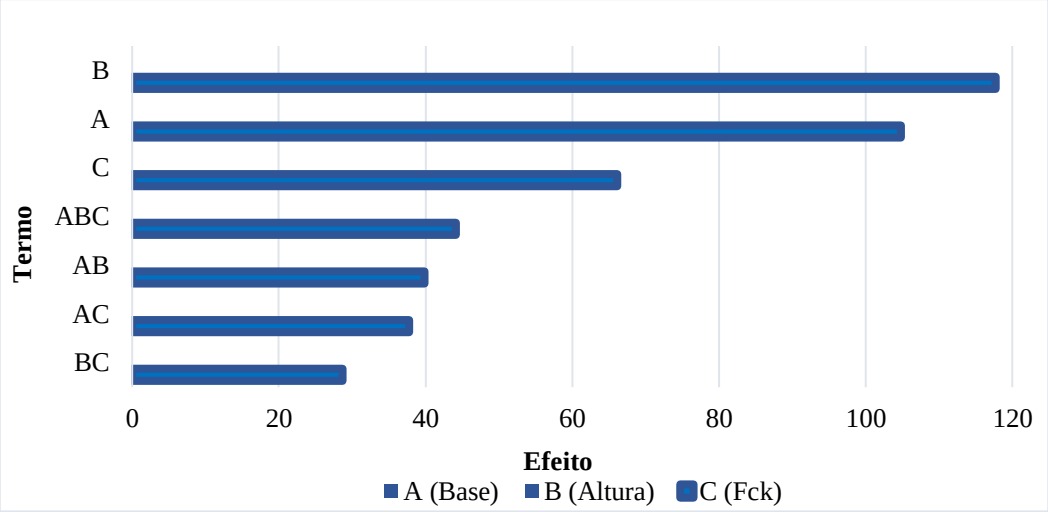
Aplicando os conceitos estabelecidos no item 2.8 deste trabalho, foi realizado o cálculo para estabelecer os efeitos principais e combinados das variáveis de projeto, resultando nos valores contidos no Quadro 9 e Gráfico 13.

Quadro 9 - Efeitos das variáveis das vigas

Variável	Efeito
B	117,76
A	104,8
C	66,13
ABC	44,17
AB	39,9
AC	37,77
BC	28,73

Fonte: Autor (2022).

Gráfico 13 - Efeitos das variáveis das vigas



Fonte: Autor (2022).

O resultado do DOE mostra que a variável com maior efeito no custo total da viga é a altura da seção transversal, seguido da base e da combinação entre base, altura e o fck. Apesar das vigas otimizadas apresentarem concreto de 50 MPa, ocorreu o contrário dos pilares. Na viga, a resistência do concreto apresentou a menor influência das três variáveis individuais analisadas pelos motivos ressaltados no item 5.2.3 deste trabalho.

5.3 Otimização de pórticos

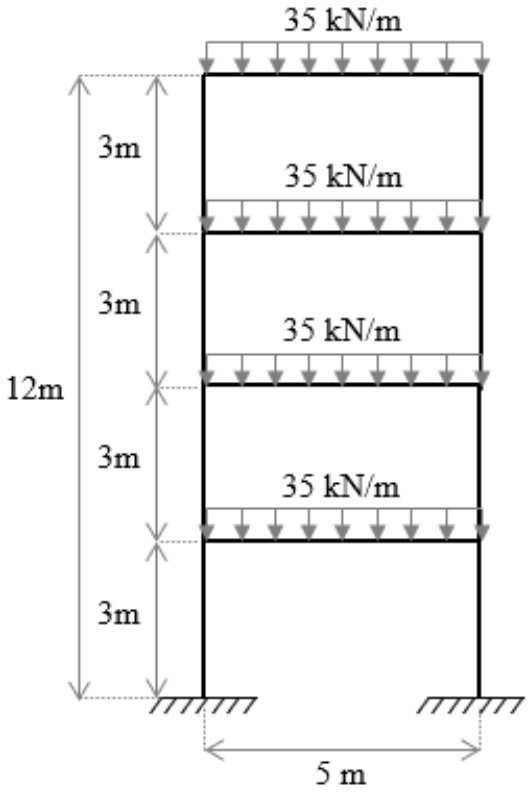
A otimização dos pórticos leva em consideração os conceitos estabelecidos nos itens 3.2 e 3.3 deste trabalho. Logo as variáveis de projeto adotadas foram base, altura e fck dos pilares e das vigas com suas respectivas limitações geométricas e restrições impostas nos mesmos itens.

Foi realizado a otimização de pórticos em diferentes situações de projeto com o intuito de avaliar o comportamento das variáveis de projeto dos pilares e das vigas e também avaliar qual elemento estrutural representa maior índice no custo total, assim, como os materiais que os compõe. Após as análises dos pórticos foi realizado o planejamento de experimentos (DOE) para identificar qual variável de projeto tem maior influência no dimensionamento ótimo do pórtico. Pata a otimização dos pórticos foi utilizado classe de agressividade de grau I, que conforme a Tabela 7.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) é permitido o uso de fck maior ou igual a 20 MPa.

5.3.1 Pórtico com quatro níveis

Inicialmente, foi otimizado um pórtico composto por quatro níveis com comprimento do vão de 5m e altura de 3m por nível, totalizando 12 m de altura. As vigas estão solicitadas por um carregamento linear de 35 kN/m, conforme Figura 39.

Figura 39 - Pórtico de 4 níveis.



Fonte: Autor (2022).

Os resultados mostram que não houve variação nas dimensões da seção transversal dos pilares para os níveis 1 a 3, sendo atribuído os valores de 19 cm de base e 19 cm de altura,

compondo 361 cm² de área de concreto. Valor esse bem próximo do mínimo estabelecido pela NBR 6118 (ABNT, 2014), ressaltando que pilares com razão entre altura e base próximos a 1 são mais econômicos. Apenas no nível 4 ocorreu uma pequena mudança na seção transversal, sendo a altura de 20 cm e base 18 cm, compondo 360 cm² de área de concreto. Foram determinadas quatro barras com diâmetro de 10 mm para os pilares em todos os níveis, e a resistência à compressão do concreto igual a 25 MPa.

O valor de base da viga foi de 14 cm para os níveis 1 a 3 e 13 cm para último nível. Já a altura da seção transversal foi de 47 cm para os níveis 1 e 2 e 41 cm e 42 cm para os níveis 3 e 4 respectivamente. As alturas das seções das vigas ficaram entre 8,2 e 9,4% do seu comprimento efetivo. A resistência à compressão do concreto de todas as vigas foi de 50 MPa. Os dados de otimização e barras de aço determinadas estão apresentados no Quadro 10.

Quadro 10 - Resultados ótimos do pórtico de 4 níveis

Elemento	Dados	Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4
Pilar	H:	19	19	19	20
	B:	19	19	19	18
	fck:	25	25	25	25
	Aço Long.:	4 Ø 10	4 Ø 10	4 Ø 10	4 Ø 10
Viga	H:	47	47	41	42
	B:	14	14	14	13
	fck:	50	50	50	50
	Aço Apoios:	3 Ø 12,5	3 Ø 12,5	2 Ø 16	4 Ø 12,5
	Aço Porta Est.:	2 Ø 6,3	2 Ø 6,3	2 Ø 6,3	2 Ø 6,3
	Aço. Long.:	4 Ø 12,5	4 Ø 12,5	5 Ø 12,5	4 Ø 12,5

Fonte: Autor (2022).

Pode-se observar que ocorreu um aumento na taxa de aço necessária para a viga do último nível, pois a não-continuidade do pilar ocasiona um maior momento fletor nos apoios.

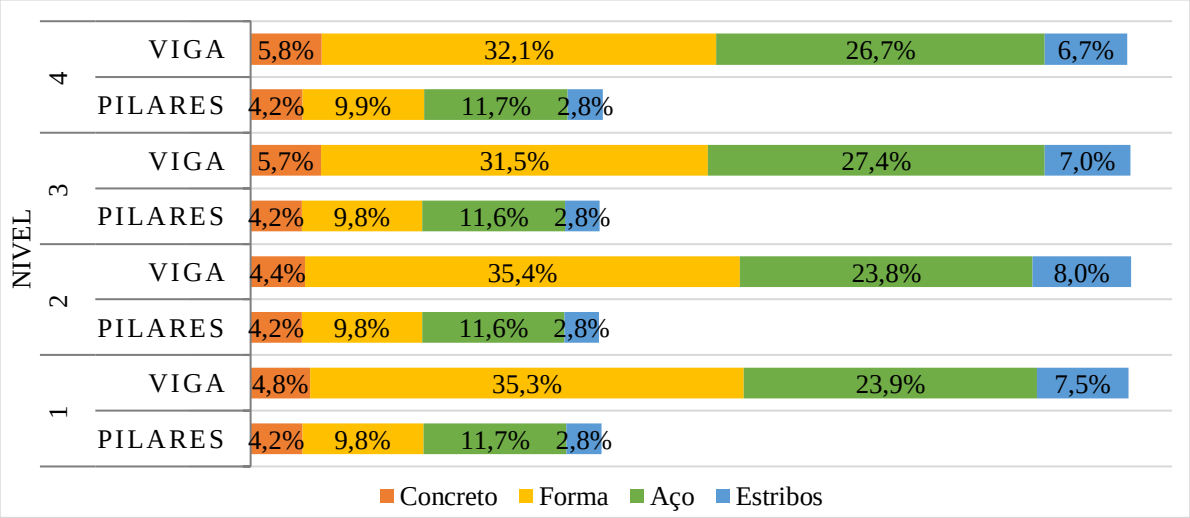
Avaliando os custos que envolvem o pórtico, percebe-se que existe uma pequena diferença de 0,58% entre o custo dos níveis, variando entre R$ 2004,39 e R$ 2016,09. Em média as vigas representam 71,5% do custo total, enquanto os pilares representam 28,5%. Avaliando o custo dos insumos dos elementos estruturais, a fôrma das vigas tem participação em média de 33,56%, sendo o insumo com maior valor nos pórticos, seguido do custo das barras de aço das vigas com 25,46%. O menor custo ficou entre o volume de concreto e estribo dos pilares, com 4,19% e 2,82% respectivamente, conforme indicado no Quadro 11 e no Gráfico 14.

Quadro 11 - Custo dos insumos do pórtico de 4 níveis

Nível	Elemento	Concreto (R$)	Fôrmas (R$)	B. Aço (R$)	Estribo (R$)	Total Elemento (R$)	Total Nível (R$)
Nível 1	Pilares	84,67	198,54	235,28	57,03	575,52	2016,00
	Viga	97,65	711,12	481,02	150,70	1440,49	
Nível 2	Pilares	84,67	198,54	235,28	57,03	578,19	2029,39
	Viga	90,01	717,77	483,80	162,30	1453,88	
Nível 3	Pilares	84,67	198,54	235,28	57,03	575,52	2026,09
	Viga	115,81	638,02	555,17	141,58	1450,57	
Nível 4	Pilares	84,43	198,54	235,28	57,03	572,78	2006,89
	Viga	115,81	731,06	536,47	134,67	1518,00	

Fonte: Autor (2022).

Gráfico 14 - Percentual de custo dos materiais em cada nível

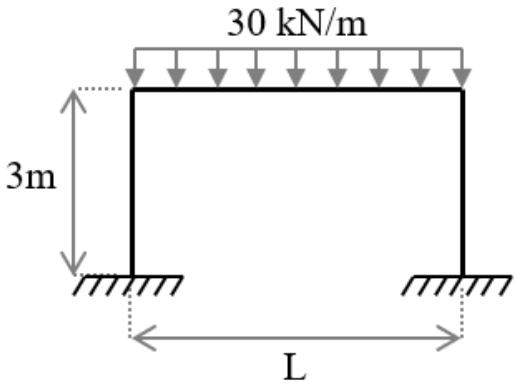


Fonte: Autor (2022).

5.3.2 Pórtico com altura e carga fixa e comprimento variável

O segundo pórtico otimizado teve como comprimento de vão variando entre 3, 4, 5, 6 e 7 m, mantendo a altura de 3 m e submetido a um carregamento linear de 30 kN/m conforme mostra a Figura 40.

Figura 40 - Pórtico com altura e carga fixa e comprimento variável



Fonte: Autor (2022).

Em relação aos pilares, os resultados da otimização mostram que não houve variação no número e diâmetro das barras de aço (4 barras de 10 mm). assim, como nas seções transversais, em nenhuma das situações. Sendo atribuído 18 cm de base e 20 cm de altura, resultando na área de concreto de 360 cm². O fck para os pórticos de 3 a 5m resultou em 20 MPa, enquanto as estruturas de 6 e 7m ficaram com 25 MPa.

As vigas apresentaram altura da seção em torno de 10% e 7,4% do comprimento do vão à medida que o mesmo aumenta. Em relação à dimensão da base, não houve grande variação, sendo apenas de 1 cm entre o pórtico de 3m e os demais. A resistência à compressão do concreto das vigas ficou entre 45 e 50 MPa. O motivo da classe de concreto ser alta nesses casos foi melhor explicado no item 5.2.3 deste trabalho. As combinações das barras de aço estão dispostas no Quadro 12.

Quadro 12 - Resultados ótimos dos pórticos com altura e carga fixa e comprimento variável

Elemento	Dados	3m	4m	5m	6m	7m
Pilar	H:	20	20	20	20	20
	B:	18	18	18	18	18
	fck:	20	20	20	25	25
	Aço Long.:	4 Ø 10	4 Ø 10	4 Ø 10	4 Ø 10	4 Ø 10
Viga	H:	30	30	38	51	52
	B:	12	13	13	13	13
	fck:	45	50	50	50	50
	Aço Apoios:	5 Ø 8	5 Ø 12,5	4 Ø 12,5	4 Ø 12,5	5 Ø 12,5
	Aço Porta Est.:	2 Ø 6,3	2 Ø 6,3	2 Ø 6,3	2 Ø 6,3	2 Ø 6,3
	Aço. Long.:	2 Ø 10	3 Ø 12,5	4 Ø 12,5	4 Ø 12,5	6 Ø 12,5

Fonte: Autor (2022).

Os custos que envolvem os pórticos mostram que o aumento do comprimento do vão eleva, consideravelmente, o custo total dos mesmos, onde de um pórtico para o outro tem um aumento em média de 27,58%. No custo total, devido à viga representar maior percentual no valor, torna-se mais econômico dois pórticos de 3m do que um pórtico de 6m, conforme mostra o Quadro 13.

Quadro 13 - Custo dos insumos dos pórticos com altura e carga fixa e comprimento variável

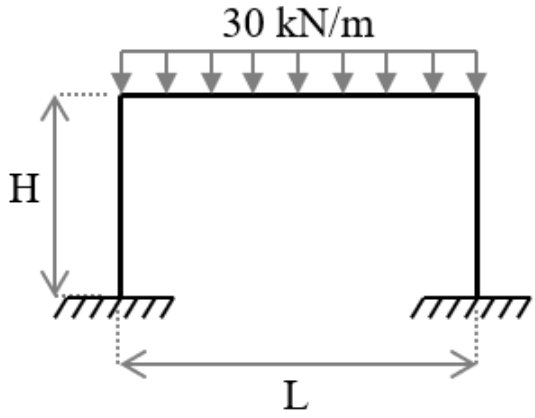
Altura (m)	Elemento	Concreto (R$)	Fôrmas (R$)	B. Aço (R$)	Estribo (R$)	Total Elemento (R$)	Custo Total (R$)
3	Pilares	81,94	198,54	235,28	57,03	572,78	**1134,62**
	Viga	51,11	287,11	191,38	32,24	561,84	
4	Pilares	81,94	198,54	235,28	57,03	572,78	**1500,31**
	Viga	76,96	388,13	392,96	69,49	927,53	
5	Pilares	81,94	198,54	235,28	57,03	572,78	**1912,86**
	Viga	121,85	591,49	530,23	96,51	1340,08	
6	Pilares	84,43	198,54	235,28	57,03	575,28	**2421,09**
	Viga	196,23	917,15	624,91	107,52	1845,81	
7	Pilares	84,43	198,54	235,28	57,03	575,28	**3002,25**
	Viga	233,43	1209,60	926,82	178,10	2426,97	

Fonte: Autor (2022).

5.3.3 Pórtico com comprimento e altura variável e carga fixa

Em seguida, utilizaram-se pórticos com comprimento de vão (L) e altura efetiva (H) iguais, variando entre 3, 4, 5 e 6 m, submetidos a um carregamento linear de 30kN/m sobre a viga, como indicado na Figura 41.

Figura 41 - Pórtico com comprimento de vão e altura efetiva iguais



Fonte: Autor (2022).

As dimensões da seção transversal dos pilares tiveram um aumento significativo. Para o pórtico de 3 x 3m foi obtido uma área de 360 cm², enquanto os demais com H e L de valor 4, 5 e 6m foi determinado 796 cm², 400 cm² e 576 cm², respectivamente. O pórtico 4 x 4m apresentou área de concreto maior que os outros pórticos analisados, assim como a taxa de área de aço necessária também foi maior.

As alturas da seção transversal das vigas ficaram entre 7,8 e 10% dos seus respectivos comprimentos de vãos, e o diâmetro de 12,5mm mostra-se mais economicamente viável por estar presente na maioria das vigas otimizadas, conforme indica o Quadro 14.

Quadro 14 - Resultados ótimos dos pórticos com comprimento de vão e altura efetiva iguais.

Elemento	Dados	3 x 3	4 x 4	5 x 5	6 x 6
Pilar	H:	20	33	20	24
	B:	18	24	20	24
	fck:	20	20	25	25
	Aço Long.:	4 Ø 10	4 Ø 12,5	4 Ø 10	4 Ø 10
Viga	H:	30	36	41	47
	B:	12	13	13	13
	fck:	45	50	50	50
	Aço Apoios:	5 Ø 8	3 Ø 12,5	4 Ø 12,5	5 Ø 12,5
	Aço Porta Est.:	2 Ø 6,3	2 Ø 6,3	2 Ø 6,3	2 Ø 6,3
	Aço. Long.:	2 Ø 10	2 Ø 12,5	3 Ø 12,5	2 Ø 12,5

Fonte: Autor (2022).

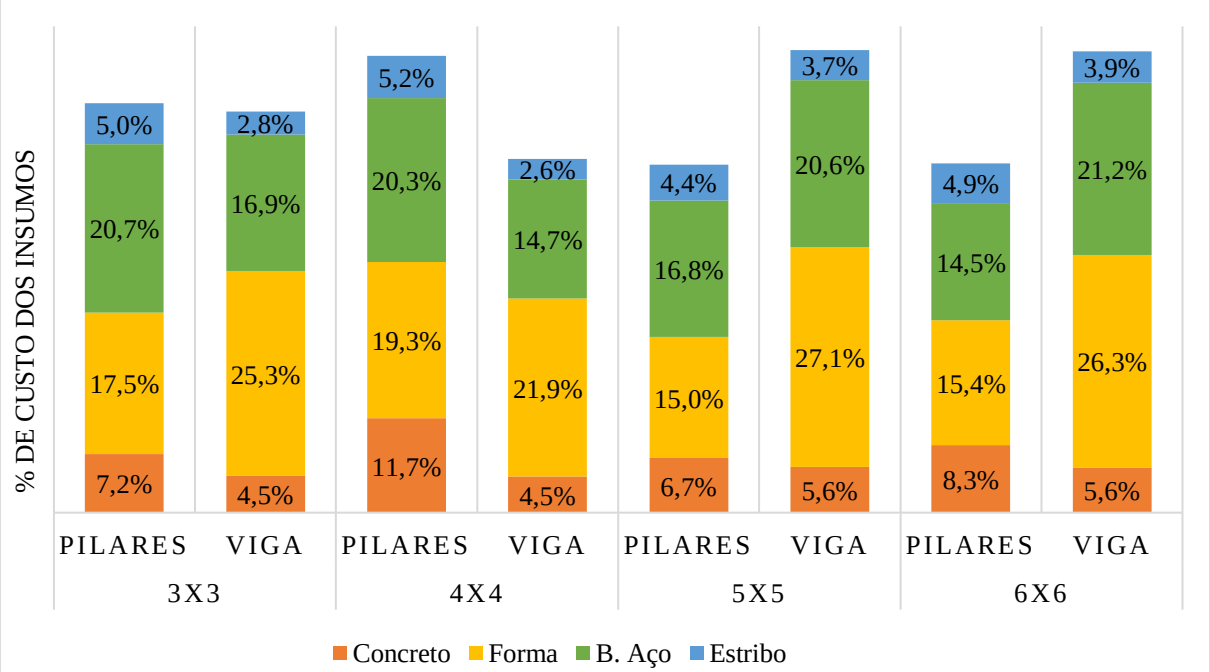
Em relação ao custo dos materiais que compõe os pórticos com comprimento e altura iguais, pode-se concluir que as vigas representam em média 51,8% do custo total e os pilares 48,2%. Sendo as fôrmas e as barras de aço das vigas, os materiais com maior índice de custo em função do custo total. O Quadro 15 e o Gráfico 15 mostram os custos dos materiais dos pórticos analisados.

Quadro 15 - Custo dos insumos dos pórticos com comprimento de vão e altura efetiva iguais

H x L (m)	Elemento	Concreto (R$)	Fôrmas (R$)	B. Aço (R$)	Estribo (R$)	Total Elemento (R$)	Custo total (R$)
3x3	Pilares	81,94	198,54	235,28	57,03	572,79	**1134,62**
	Viga	51,11	287,11	191,38	32,24	561,84	
4x4	Pilares	240,34	397,08	417,70	106,60	1161,72	**2062,40**
	Viga	92,35	451,93	302,98	53,43	900,69	
5x5	Pilares	156,36	348,32	392,12	103,17	999,97	**2328,04**
	Viga	131,46	631,37	478,65	86,59	1328,07	
6x6	Pilares	270,20	501,58	470,54	157,92	1400,24	**3250,71**
	Viga	180,84	853,35	690,73	125,55	1850,47	

Fonte: Autor (2022).

Gráfico 15 - Índice dos custos dos pórticos com comprimento de vão e altura efetiva iguais



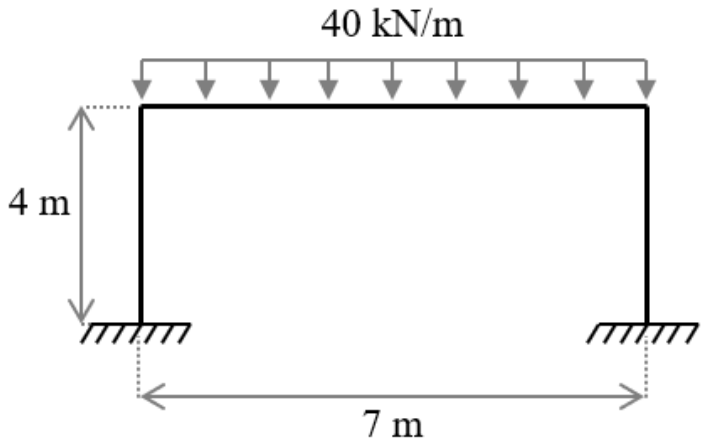
Fonte: Autor (2022).

Novamente, vale ressaltar que os percentuais dos custos de cada material em relação ao custo total das estruturas podem variar em função do tipo de material utilizado e do seu custo unitário.

5.3.4 DOE para o pórtico

O planejamento de experimentos (DOE) foi utilizado para identificar quais variáveis de projeto exercem maior influência na função objetivo dos pórticos. Para isso, foi utilizado um pórtico de 7 m de comprimento de vão, altura efetiva de 4 m e submetido a um carregamento linearmente distribuído de 40 kN/m sob a viga. Sua configuração ótima corresponde a pilares com base igual a 24 cm, altura de 33 cm, com fck de 25 MPa e a viga composta por base de 15cm, altura de 56cm e fck de 45 MPa. Essa combinação resultou em um custo total de R$ 4578,00.

Figura 42 - Pórtico utilizado para o DOE



Fonte: Autor (2022).

As variáveis de projeto avaliadas foram a base do pilar (A), altura do pilar (B), fck do pilar (C), base da viga (D), altura da viga (E) e por fim o fck da viga (F). Por possuir 6 variáveis foi utilizado um projeto fatorial fracionado com especificação 2_{VI}^{6-2}, sendo necessário 16 experimentos.

Para os níveis altos e baixos foram adicionados e retirados 10% dos valores ótimos de base e altura. Enquanto para o fck foi utilizado uma classe de resistência a menos e uma a mais que o valor ótimo. Os níveis estão apresentados no Quadro 16, e o resultado dos experimentos na Tabela 21.

Quadro 16 - Níveis baixos e altos para o DOE de pórticos

Variável:	A		B		C		D		E		F	
Nível:	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-
Valor:	26,4	21,6	36,3	29,7	30	20	16,5	13,5	61,6	50,4	50	40

Fonte: Autor (2022).

Tabela 21 - Resultado dos experimentos dos pórticos

Nº Exp.	A	B	C	D	E	F	F.O
1	21,6	29,7	20	13,5	50,4	40	4120,24
2	21,6	36,3	20	13,5	61,6	40	4086,88
3	26,4	29,7	20	13,5	61,6	50	4044,32
4	26,4	36,3	20	13,5	50,4	50	4402,02
5	21,6	29,7	30	13,5	61,6	50	3966,00
6	21,6	36,3	30	13,5	50,4	50	4239,48
7	26,4	29,7	30	13,5	50,4	40	4225,84
8	26,4	36,3	30	13,5	61,6	40	4282,74
9	21,6	29,7	20	16,5	50,4	50	4195,14
10	21,6	36,3	20	16,5	61,6	50	4124,18
11	26,4	29,7	20	16,5	61,6	40	4141,52
12	26,4	36,3	20	16,5	50,4	40	4477,52
13	21,6	29,7	30	16,5	61,6	40	4063,2
14	21,6	36,3	30	16,5	50,4	40	4314,98
15	26,4	29,7	30	16,5	50,4	50	4300,74
16	36,3	26,4	30	16,5	61,6	50	4320,04

Fonte: Autor (2022).

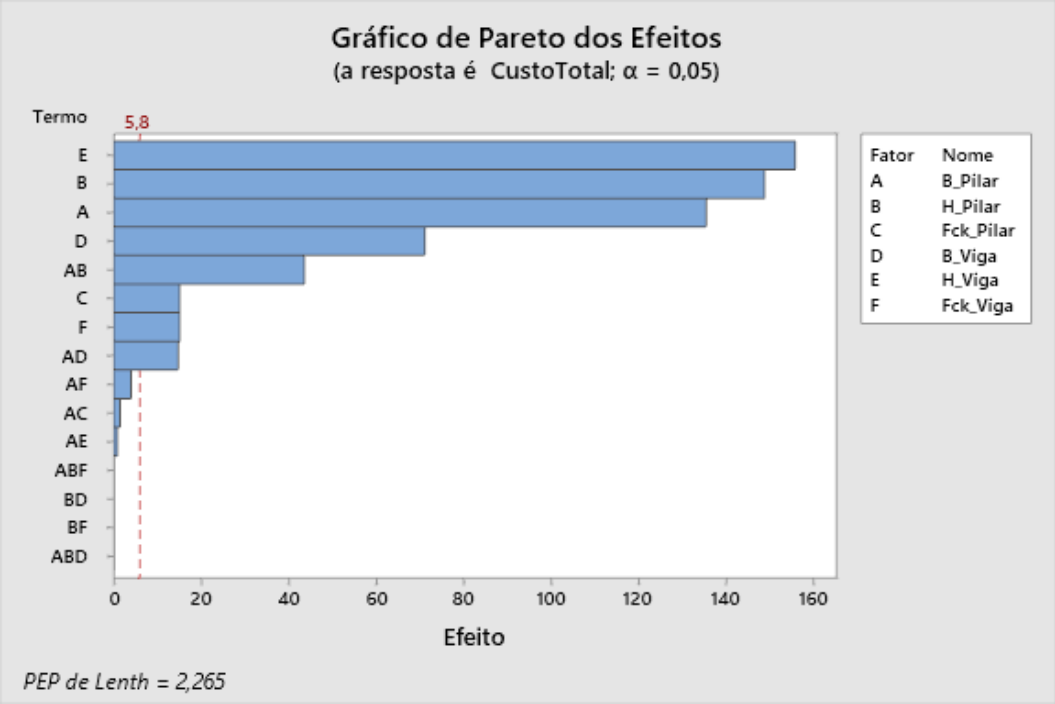
Devido ao número de variáveis de projeto para o DOE do pórtico foi utilizado o auxílio do software Minitab V.19 demo, resultando nos efeitos mostrados na Tabela 22 e no Gráfico 16.

Tabela 22 - Efeitos das variáveis avaliadas para os pórticos

Variável	Efeito
E	155,9
B	148,9
A	135,6
D	71,2
AB	43,6
C	15,2
F	15,1
AD	14,8
AF	4,0
AC	1,5
AE	0,8
ABF	0,0
BD	0,0
BF	0,0
ABD	0,0

Fonte: Autor (2022).

Gráfico 16 - Gráfico de Pareto dos efeitos das variáveis dos pórticos



Fonte: Autor (2022).

De acordo com os resultados obtidos, conclui-se que a variável E (altura da viga) apresenta o maior efeito na função objetivo de um pórtico, seguido da base e altura da seção transversal dos pilares e base da viga. O fck da viga e dos pilares junto com a combinação da base do pilar e base da viga apresentam efeitos bem próximos. As combinações de variáveis que apresentam os menores efeitos são a base do pilar com o fck da viga, base do pilar com fck do pilar e base do pilar com altura da viga.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo principal realizar o dimensionamento otimizado de pilares, vigas e pórticos planos compostos por um vão. Todas as estruturas avaliadas são de concreto armado e atendem às prescrições da norma NBR 6118 (ABNT, 2014), objetivando a redução do custo final das estruturas e analisar o comportamento das variáveis que envolvem o dimensionamento ótimo e os insumos que compõe os elementos estruturais. Para a otimização estrutural foi avaliada o método dos Algoritmos Genético, presente no ambiente MATLAB.

O fck dos pilares mostrou ser uma variável que tem muita influência sobre o resultado ótimo dos pilares. Logo, as variáveis de projeto foram base e altura da seção transversal e o fck do pilar. Através dos resultados, observa-se que a maioria dos pilares ótimos apresentam seção transversal com a razão da altura pela base entre os valores 1 a 2 e fck de alta resistência. Para pilares submetidos a esforços normais e momentos fletores entre 100 a 1000 kN e kN.cm, as armaduras longitudinais representam o maior índice de custo, seguido das fôrmas, concreto e estribos. Enquanto para pilares com esforços normais e momentos fletores entre 2000 a 10000 kN e kN.cm, o concreto tem um índice de custo maior que as fôrmas.

A tendência da otimização foi preservar a taxa de armadura baixa e aumentar o uso do concreto e o fck. Estas conclusões são reforçadas pelo DOE dos pilares que mostram que o fck tem maior efeito no custo total, seguido da combinação da base e altura. As variáveis com menor efeito foram os valores individuais de base e altura. Em relação aos custos dos pilares, as barras de armaduras longitudinais são os insumos que apresentam maior índice se comparado com o custo total, representando em média 45,12% nos pilares analisados, seguido das fôrmas (25,05%), concreto (20,06%) e estribos (9,77%).

O programa de pilares apresentou um alto custo computacional se comparado com o programa de vigas, o principal motivo foi o método iterativo de cálculo da área de aço, uma vez que cada indivíduo, possuindo um conjunto dos valores de base, altura e fck, passam por um loop de convergência entre a área de aço atribuída e área de aço calculada. O tempo médio para otimização de um pilar foi de 337 segundos, utilizando um computador com processador AMD Ryzen™ 5 3400G e 16gb de memória RAM.

Os resultados ótimos das vigas engastadas em ambas extremidades mostram que a altura da seção transversal é uma variável fundamental, ficando em média entre 7% e 11% do comprimento dos vãos efetivos das vigas. A maioria das vigas analisadas apresentaram dimensão da base entre 12 cm (mínima estabelecida pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e 14 cm, com fck igual a 50 MPa. Porém, o alto valor apresentado para o fck é ocasionado devido a

redução do comprimento das barras, proporcionando uma leve redução no custo total das vigas. Essa economia pode não ser suficiente para justificar o uso de concretos com alto valor de fck, principalmente se levar em consideração fatores externos como transporte e manuseio destes tipos de concretos. O diâmetro das barras de armadura tracionadas para as vigas foi na grande maioria de 12,5 mm.

Em relação aos custos das vigas, as fôrmas são os insumos que apresentam maior índice se comparado com o custo total, representando em média 50,27% nas vigas analisadas, seguido do aço com 33,63%, concreto (9,34%) e estribos (6,76%). O planejamento de experimentos para vigas engastadas em ambas extremidades, mostrou que a variável com maior efeito no custo total da viga é a altura da seção transversal seguido da base e da combinação entre base, altura e o fck.

O programa das vigas apresentou custo computacional relativamente baixo se comparado ao de pilares, devido não existir métodos iterativos nos processos de dimensionamento e cálculo da área de aço. O tempo médio para otimização de uma viga foi de 37 segundos, utilizando um computador com processador AMD Ryzen™ 5 3400G e 16gb de memória RAM.

Para a otimização dos pórticos foram utilizadas seis variáveis de projeto, sendo elas a base, altura e fck dos pilares e, base, altura e fck das vigas. Os resultados ótimos de um pórtico composto por um vão e quatro níveis submetidos a um carregamento linear de 35 kN/m mostraram que o custo de cada nível tem uma diferença em média de 1,61%.

As vigas são responsáveis pelo maior índice de custo se comparado com o custo total da estrutura, representando em média 72%, enquanto os pilares representam em média 28%. As fôrmas das vigas têm participação em média de 36,39%, sendo o insumo com maior valor nos pórticos, seguido do custo das barras de aço das vigas com 24,38%. O menor custo ficou entre o volume de concreto e estribo dos pilares com 4,01% e 2,70%, respectivamente. Esta mesma conclusão ocorreu em pórticos com alturas efetivas de 3m e comprimento de vão variando entre 3m a 7m, submetidas a um carregamento linear de 30kN/m.

De acordo com os resultados obtidos no experimento de projetos (DOE) para os pórticos, a altura da viga apresenta o maior efeito na função objetivo de um pórtico, seguido da base, altura da seção transversal dos pilares e base da viga. O fck da viga e dos pilares junto com a combinação da base do pilar e base da viga apresentam efeitos bem próximos.

Esta pesquisa resultou em um programa funcional que permite não só o dimensionamento tradicional, mas também o dimensionamento ótimo de vigas, pilares e

pórticos planos, podendo ser utilizado para ajudar na tomada de decisões em projetos estruturais reais, assim como servir de base para outros estudos como indicado no item 6.1 deste trabalho. Também contribuiu para o avanço na área de otimização estrutural, determinando o comportamento das variáveis de projeto e quais exercem maior influência em relação ao custo total dos pilares, vigas e dos pórticos planos, apresentando as porcentagens dos custos dos insumos em função do custo total das estruturas otimizadas, e ressaltando a importância de novos estudos direcionados ao desenvolvimento de alternativas para economia, não apenas dos materiais concreto e aço, mas principalmente em fôrmas.

Levando em consideração os resultados obtidos neste trabalho, fica evidente a importância de pesquisas para incentivar o desenvolvimento de programas de otimização em projetos de estruturas de concreto armado.

6.1 Sugestões para trabalhos futuros

- Otimizar de pórticos de concreto armado com mais de um vão, considerando pilares de extremidade e intermediário;
- Considerar limitações das seções geométricas dos elementos estruturais referentes à arquitetura;
- Otimizar pórticos espaciais de concreto armado, considerando lajes, pilares e vigas;
- Otimizar pórticos de concreto armado, utilizando outros métodos de otimização;
- Avaliação da confiabilidade de pórticos otimizados de concreto armado;
- Avaliar a eficácia da otimização em pórticos planos de concreto armado como estratégia para redução do CO_2.
- Otimizar pórticos planos considerando carga de vento.
- Comparar pórticos otimizados de concreto armado com pórticos otimizados de estrutura metálica.

REFERÊNCIAS

ARGOLO, W. P. **Otimização de seções de concreto armado submetidas à flexo-compressão reta utilizando algoritmos genéticos.** 2000. 141f. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Civil) –COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2000

ARZA, J., H., H., V. **"Otimização por algoritmo genético de pórtico plano de concreto armado quanto ao ELU e ao ELS"**. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade estadual de Campinas, Campinas, 2020.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT – **Projetos de Estruturas de Concreto – Procedimento.** NBR 6118. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, ABNT. NBR 8953: Concreto para fins estruturais – Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência. Rio de Janeiro, 2015.

BASTOS, P. S. S. **Flexão composta e pilares de concreto armado,** 179p. Engenharia Civil – Universidade Estadual Paulista – Campus Bauru/SP. 2020.

BENDSOE, M. P.; SIGMUND, O. **Topology optimization: Theory, methods and applications.** Berlin: Springer, 2002. 370 p.

BEZERRA, L. A. **Emprego de Algoritmos Genéticos para Otimização de Vigas de Concreto Armado.** Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal de Pernambuco - UFPE-CAA, Caruaru-PE, 2017.

BITTENCOURT, G. **Inteligência Artificial**: ferramentas e teorias. Campinas: Instituto da Computação, UNICAMP, 1996

BOLIDEH, A., ARAB, H.G. and Ghasemi, M.R. (2019), **"A fast and robust procedure for optimal detail design of continuous RC beams"**, Comput. Concrete, 24(4), 313-332. https://doi.org/10.12989/cac.2019.24.4.313.

BOSCARDIN, J.T., YEPES, V. and KRIPKA, M. (2019), **"Optimization of reinforced concrete building frames with automated grouping of columns**", Autom. Constr., 104, 331-340. http:/doi.org/10.1016/j.autcon.2019.04.024.

BOX, G. E. P., HUNTER, J. S., *e* HUNTER, W. G., **Statistics *for* Experimenters**, *2nd ed.* New York, John Wiley & Sons, 2005.

BRITO, J. W. S. and MIGUEL, J. F. F. **Optimization of a reinforced concrete structure subjected to dynamic wind action**. Frattura ed Integrità Strutturale. Cassino. vol. 16, no. 59 (Jan. 2022), p. 326-343 DOI: 10.3221/IGF-ESIS.59.22

CALADO, V. MONTGOMERY, D. C. **Experimentos usando o Statistica**. Rio de Janeiro: e-papers, 2003.

CAMPOS FILHO, A. **Dimensionamento de seções retangulares de concreto armado à flexão composta normal.** Notas de aula da disciplina de concreto armado II, 36p. Engenharia Civil – Universidade Federal do Rio Grande do Sul – 2014.

CARVALHO, J. V. A. et al. **Otimização de estruturas de concreto armado baseada em confiabilidade usando o MATLAB.** Congresso Brasileiro do Concreto – IBRACON, ANAIS DO 62º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 2020.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. 4ª ed, São Carlos: EdUFScar, 2014.

CONN, A. R., GOULD, N. I. M. TOINT, P. L. **A Globally Convergent Augmented Lagrangian Barrier Algorithm for Optimization with General Inequality Constraints and Simple Bounds.** Mathematics of Computation, v.66, n.217, p.261–288. 1997.

CORREIA, R. S. **Avaliação da Confiabilidade de Vigas Otimizadas de Concreto Armado.** 2020. 133 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – PPGECAM, Centro Acadêmico do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2020.

DEDE, T., KRIPKA, M., TOGAN, V., YEPES, V. and Rao, R.V. (2019**), "Usage of optimization techniques in civil engineering during the last two decades",** Curr. Trend. Civil Struct. Eng., 2(1), 1-17. http:/doi.org/10.33552/CTCSE.2019.02.000529.

DORIGO, M. **Optimization, learning and natural algorithms**. Ph. D. Thesis, Politecnico di Milano, 1992.

DRÉO, Johann et al. **Metaheuristics for hard optimization: methods and case studies**. Springer Science & Business Media, 2006.

EIBEN, A. E.; SMITH, J. E. **Introduction to Evolutionary Computing.** Springer, Berlin, Heidelberg, 2007.

FELIX E. F. e POSSAN E. (2018), **"Balanço das emissões e da captura de CO2 em estruturas de concreto: simulação em função do consumo e tipo de cimento"** Revista IBRACON de estruturas e materiais, Volume 11, Number 7 (February 2018) p. 135 – 162. http://dx.doi.org/10.1590/S1983-41952018000100008**.**

GOVINDARAJ, V.; RAMASAMY, J. V. Optimum detailed design of reinforced concrete continuous beams using genetic algorithms. **Computers & structures**, v. 84, n. 1-2, p. 34-48, 2005.

HAFTKA, R.T., E Z. GURDAL. Elements of Structural Optimization (Solid Mechanics and its applications). Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, v.11, p. 504, 1991

HÁJEK, P., FIALA, C. and KYNCLOVÁ, M. (2011), **"Life cycle assessments of concrete structures-a step towards e environmental savings"**, Struct. Concrete, 12(1), 13-22. https://doi.org/10.1002/suco.201000026.

HEYMAN, J. Plastic **Design of Beam and Frames for Minimum Material Consumption**. Q. Appl. Math, v. 8, p. 373-381, 1951

HOEFFLER, A., LEYSNER, U., WEIDERMANN, J. **Optimization of the layout of trusses combining strategies based on Mitchel's theorem and on biological principles of evolution. In**: Proceedings of the 2nd. Symposium on Structural Optimization, Milan, 1973.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems**. The University of Michigan Press, Ann Arbor, MI, 1975.

HUPPES, F. A. H. **Otimização estrutural de edificações em concreto armado com o emprego dos softwares MATLAB e Robot**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental). Universidade de Passo Fundo, 2021.

KANAGASUNDARAM, S.; KARIHALOO, B. L. Minimum-cost reinforced concrete beams and columns. **Computers & structures**, v. 41, n. 3, p. 509-518, 1991.

KENNEDY, J. EBERHART, R. **Particle swarm optimization. In:** Proceedings of ICNN'95-international conference on neural networks. IEEE, 1995. p. 1942-1948.

KICINGER, R.; ARCISZEWSKI, T.; DE JONG, K. **Evolutionary computation and structural design:** A survey of the state-of-the-art. Computers & Structures, v. 83, p. 1943-1978, 2005.

KIM, T.H., TAE, S.H., SUK, S.J., FORD, G. and YANG, K.H. (2016), **"An optimization system for concrete life cycle cost and related CO2 emissions"**, Sustain. J., 8(4), 1-19. https://doi.org/10.3390/su8040361.

LINDEN, R. **Algoritmos Genéticos teoria e implementação**. Rio de Janeiro, RJ, Brasil: Ciência Moderna, 3ª Edição, 2012.

MARTHA, L. F. **FTOOL - Um Programa Gráfico-Interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas**: Versão 4.0 para Windows. Tecgraf, PUC-Rio. Rio de Janeiro, 2018.

MARTINO, J. A. **Algoritmos evolutivos como método para desenvolvimento de projetos de arquitetura**. 2018. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, 2015.

MCGUIRE, W., GALLAGHER, R. H., SAUNDERS, H. **Matrix structural analysis**. 1982.

MEDEIROS, G.F. and KRIPKA, M. (2014**), "Optimization of reinforced concrete columns according to different environmental iMPact assessment parameters",** Eng. Struct., 59, 185-194. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.10.045.

MITCHELL, M. **An introduction to genetic algorithms**. MIT press, 1998.

MOLINA. M. F., et al. (2017), **"Optimization of buttressed earth-retaining walls using hybrid harmony search algorithms"**, Eng. Struct., 134, 205-216 https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.12.042.

MONTEIRO, J. M. A. **Dimensionamento Otimizado de Vigas em Pórticos Planos de Concreto Armado Utilizando Algoritmos Genéticos**. 2019. 106 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – PPGECAM, Centro Acadêmico do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2019.

NASCIMENTO, K. M. B. **Dimensionamento otimizado de pilares de concreto armado utilizando Algoritmos Genéticos**. 2017. 98 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – PPGECAM, Centro Acadêmico do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2017.

NUNES, J. P. A. **Otimização de lajes nervuradas de concreto armado, utilizando Algoritmo Genético**. 2018. 131 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – PPGECAM, Centro Acadêmico do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2018.

PARK, H.S., KWON, B., SHIN, Y., KIM, Y., HONG, T. and CHOI, S.W. (2013), **"Cost and CO2 emission optimization of steel reinforced concrete columns in high-rise buildings"**, J. Energ., 6(11), 5609- 5624. https://doi.org/10.3390/en6115609.

PAYÁ-ZAFORTEZA, I., YEPES, V., HOSPITALER, A and GONZÁLEZ-VIDOSA, F. (2009), **"CO2-optimization of reinforced concrete frames by simulated annealing"**, Eng. Struct., 31(7), 1501-1508. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.02.034.

PEREIRA, R. E. L. **Otimização topológica de sistema de contraventamento em edificações, considerando os efeitos do vento**. 2018. 141 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – PPGECAM, Centro Acadêmico do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2018.

REGINATO, L. H. e KRIPKA, M. **Dimensionamento otimizado da estrutura de um edifício em concreto armado**: validação através de software comercial. Revista de engenharia e tecnologia, v. 10, n. 2, p. áginas 144-159, 2018.

ROSA FILHO, W. T. **Otimização de Pórticos Plano de Concreto Armado Utilizando Algoritmo Genético e Processo Iterativo**. Dissertação de Mestrado - Campinas: UNICAMP, 2015

SABINO, R. B. G, **Programa educacional para a análise de estruturas reticuladas.** XVIII Conic e II Coniti, Pernambuco, 2010.

SALVADOR, S. M. B. **Estudo do efeito dos parâmetros algorítmicos nos critérios de resolução OC, SAO e MMA em problemas tridimensionais com o método de otimização SIMP**. 2018. 93 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – PPGECAM, Centro Acadêmico do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2018.

SANTORO, J. F. and KRIPKA M. (2020), "**inimizing environmental iMPact from optimized sizing of reinforced concrete elements",** Computers and Concrete, Vol. 25, No. 2 111-118. https://doi.org/10.12989/cac.2020.25.2.111.

SANTORO, JF e KRIPKA, M. (2017), **"Estudos sobre avaliação de impacto do concreto armado em diferentes fases do ciclo de vida"**, Int.J. Estrutura. Vidro Adv. Mater. Res., 1(2), 32-40. https://doi.org/10.3844/sgamrsp.2017.32.40.

SCHMIT, L. A. **Structural design by systematic Synthesis**. Proceedings 2nd ASCE Conference on Electronic Computation, pp. 105-132. 1960.

SIAS, F. M. e ALVES, É. C. **Dimensionamento ótimo de pilares de concreto armado**. REEC-Revista Eletrônica de Engenharia Civil, v. 9, n. 3, 2014.

SILVA, C. E. **Estudo da otimização de vigas de concreto armado com o uso do software eberick**. Intertem@ s ArqEng, v. 2, n. 2, 2019.

SILVA, L. J. **"Otimização topológica de edifícios considerando a influência das cargas de vento"**. 2021. 172 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – PPGECAM, Centro Acadêmico do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2021.

SILVA, P. U. **"Emprego de otimização topológica e dfc no projeto de sistemas de contraventamento em ambientes urbanos"**. 2022. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – PPGECAM, Centro Acadêmico do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2022.

SINAPI – **SISTEMA NACIONAL DE PESQUISA DE CUSTOS E ÍNDICES DA CONSTRUÇÃO CIVIL**. Caixa Econômica Federal, outubro, 2021.

SOLORZANO, G. and PLEVRIS, V. **Design of Reinforced Concrete Isolated Footings under Axial Loading with Artificial Neural Networks**. In: 14th ECCOMAS Thematic Conference on Evolutionary and Deterministic Methods for Design, Optimization and Control (EUROGEN 2021). 2021. p. 118-131.

SONI, N. e KUMAR, T. **Study of various mutation operators in genetic algorithms**. volume 5. 2014. pp. 4519–4521

SORIANO, H. L. **Análise de estruturas – formulação matricial e implementação computacional**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2005. 360 p. ISBN 85-7393-452-2.

SOUZA, R.C.T.**, Heurísticas bioinspiradas de otimização combinatória",** Revista Científica de Administração., v. 10, n. 1000, jan/jun. 2008.

TELFORD, J. K. **A brief introduction to Design of Experiments.** Johns Hopkins Apl Technical Digest**.** v. 27, n.3, p. 224-232. 2007.

VANDERPLAATS, G. (1999). *Numerical Optimization Techiniques for Engineering Design (*3a ed.). Colorado Springs: McGraw-Hill Ryerson.

YEO, D. and GABBAI R.D. (2011), **"Sustainable design of reinforced concrete structures through embodied energy optimization",** Energy Build., 43(8), 2028-2033. https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2011.04.014.

YEPES, V., GONZÁLES-VIDOZA, F., ALACARÁ, J. and VILLALBA, P. (2012), **"CO2-optimization design of reinforced concrete retaining walls based on a VNS-threshold acceptance strategy"**, J. Comput. Civil Eng., 26(3), 378-386. https://doi.org/:10.1061/(ASCE)CP.1943-5487.0000140.