



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE  
NÚCLEO DE TECNOLOGIA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

YARA CRISTINA TAVARES

**ANÁLISE DE SISTEMAS DE CONTRAVENTAMENTO OBTIDOS ATRAVÉS  
DA OTIMIZAÇÃO TOPOLOGICA**

Caruaru  
2022

YARA CRISTINA TAVARES

**ANÁLISE DE SISTEMAS DE CONTRAVENTAMENTO OBTIDOS ATRAVÉS  
DA OTIMIZAÇÃO TOPOLOGICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Engenharia Civil do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de artigo científico, como requisito parcial para obtenção do grau de bacharel em Engenharia Civil.

**Área de concentração:** Estruturas

**Orientador:** Prof. Dr. Gustavo Bono

Caruaru

2022

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar à minha família e a meu namorado Gustavo Rotta, que me apoiaram nessa longa etapa da minha vida, por acreditarem e investirem no meu sonho.

Ao professor Dr. Gustavo Bono, por me guiar na construção desse trabalho, pela contribuição e incentivo na minha carreira acadêmica e principalmente por toda atenção e paciência dedicados a mim.

Ao professor Me. Paulo Ulisses a quem tenho imensa gratidão pela dedicação e paciência nas explicações. A Letônio José e Rayanne Expedita a suas contribuições ao Laboratório de Engenharia Computacional (LECOM), essenciais para construção deste trabalho.

Aos amigos que fiz na universidade e são hoje pra mim a extensão da minha família, pelo apoio e parceria que contei durante todos os anos.

Ao meu filho felino Gregório Bernardo que foi minha companhia e minha alegria em momentos de dificuldade ao longo dessa jornada.

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BESO	<i>Bidirectional Evolutionary Structural Optimization</i>
LECOM	Laboratório de Engenharia Computacional
MGCG	<i>Multigrid conjugate gradient method</i> ou método dos gradientes conjugados multigrid
OT	Otimização Topológica
PCG	<i>Preconjugated conditioned gradient method</i> ou método dos gradientes conjugados pré-condicionados
SIMP	<i>Solid Isotropic Material with Penalization</i>
STL	<i>Standard Triangle Language</i>
TPU	<i>Tokyo Polytechnic University</i> ou Universidade Politécnica de Tóquio

## LISTA DE SÍMBOLOS

$C_L$	Camada Limite Atmosférica
$C$	Função objetivo
$ER$	Taxa evolutiva
$F$	Força dos vetores
$K$	Matriz de rigidez global
$N$	Número de elementos
$RR_i$	Taxa de rejeição
$U$	Vetor de deslocamento
$U_g$	Velocidade Gradiente
$V_e$	Volume de um elemento $e$
$V_0$	Volume de domínio de projeto
$x_e$	Densidade de um elemento $e$
$\alpha_i^e$	Sensibilidade do elemento $e$
$\sigma_e^{vm}$	Tensão de von Misses de um elemento
$\sigma_{max}^{vm}$	Tensão de von Misses da estrutura inteira
$\alpha_i^e$	Sensibilidade do elemento $e$

## Análise de sistemas de contraventamento obtidos através da otimização topológica

### Analysis of bracing systems obtained through topology optimization

Yara Cristina Tavares<sup>1</sup>

---

#### RESUMO

O crescimento vertical das cidades vem acontecendo de maneira acelerada, tornando as estruturas de contraventamento cada vez mais relevantes. Dado o cenário atual da engenharia de extrema competitividade, os engenheiros e construtores necessitam que seus projetos cumpram os requisitos de desempenho e segurança com um custo menor que os concorrentes, buscando projetos mais racionalizados e uma maior eficiência da estrutura. Tendo em vista a evolução das ferramentas de simulação numérica e a evolução da capacidade computacional, atualmente pode-se determinar uma estrutura otimizada através da otimização topológica (OT), que determina a distribuição ótima de material considerando condições de contorno com intuito de minimizar a energia de deformação na estrutura. No presente trabalho, emprega-se o método de OT, BESO (*Bi-directional Evolutionary Structural Optimization*), para estudar sistemas de contraventamentos em edifícios altos. As cargas de vento que atuam na edificação foram obtidas através de dados de ensaios experimentais em túnel de vento, com ângulos de incidência 0°; 45°; 90°. No estudo paramétrico, consideram-se edificações com diferentes relações de B:D:H (largura:profundidade:altura) e controle geométrico tais como simetria e repetição de padrões ao longo da estrutura. Os resultados obtidos com o método BESO, utilizando uma viga submetida ao esforço de torção, mostraram uma flexibilidade expressivamente menor em comparação aos resultados de outros autores. Enquanto que no estudo paramétrico, a flexibilidade encontrada na estrutura para incidência do vento a 90° foram menores em relação a flexibilidade da estrutura para os ângulos 0° e 45°. Por fim, o programa convergiu em uma solução ótima para todos os parâmetros inseridos no estudo dos diferentes casos.

Palavras-chave: otimização topológica; método BESO; sistema de contraventamento.

---

<sup>1</sup>Graduanda em Engenharia Civil pela Universidade Federal de Pernambuco. E-mail:yara.tavares@ufpe.br

---

## ABSTRACT

The vertical growth of cities happens in an accelerated way, making bracing structures increasingly relevant. Given the current scenario of extremely competitive engineering, engineers and builders need their projects to meet performance and safety requirements at a lower cost than competitors, seeking more streamlined projects and greater efficiency of the structure. In the view of numerical simulation tools and computational capacity evolution, an optimized structure can be determined through topology optimization (OT), which defines the material optimal distribution considering the boundary conditions to minimize the objective function, considering the effects of wind. In the present work, the OT method, BESO (Bi-directional Evolutionary Structural Optimization), is used to study bracing systems in high buildings. The wind loads applied in the building were obtained through experimental tests, with angles of incidence of  $0^\circ$ ;  $45^\circ$ ;  $90^\circ$ . The parametric study considers buildings with different B:D:H ratios (breadth:depth:height) and geometric control such as symmetry and repetition of broad structural patterns. The results obtained with the BESO method, using a beam subjected to torsional stress, showed significantly less compliance compared to the results of the authors. While in the parametric study, the compliance found in the structure for the wind was lower at  $90^\circ$  in relation to the flexibility of the structure for the angles close to  $0^\circ$  and  $45^\circ$ . Finally, the program converged to optimal solutions for all parameters entered in the study of the different cases.

Keywords: topology optimization; method BESO; bracing system.

---

**DATA DE APROVAÇÃO:** 08 de novembro de 2022

---

## 1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas as cidades vêm passando por transformações. Resch *et al.* (2016) demonstra como nos grandes centros urbanos onde se concentra a maior população e atividade econômica, fica evidente a quantidade de edifícios cada vez mais altos, construídos devido ao aumento da demanda por moradia ou por imóveis de uso comercial.

O crescimento vertical das cidades é uma realidade, torna-se necessário avaliar a influência dessas edificações frente aos efeitos do vento, uma vez que os edifícios adjacentes existentes podem diminuir ou aumentar as cargas de vento, dependendo das características geométricas, estruturais, topológicas do terreno e do vento.

Para um profissional obter vantagem no mercado, é necessário que seus projetos cumpram os requisitos de desempenho e segurança com um custo menor que os concorrentes, os edifícios devem estar em conformidade com a norma de desempenho habitacional brasileira (ABNT NBR 15575). No cenário atual da engenharia, de extrema competitividade buscam-se projetos mais racionalizados e uma maior eficiência da estrutura.

Aldwaik e Adeli (2014) indicam que a otimização pode resultar em economia dos custos na faixa de 5 a 15%, o que pode ser significante na construção de arranha-céus e construções super altas. No caso de estruturas, o custo mais baixo está associado principalmente ao menor peso da mesma, proporcionado por um menor consumo de material.

Os métodos de OT têm como principal objetivo determinar a distribuição de material da forma mais eficiente possível. Esses métodos aplicam-se em diversas áreas como aeroespacial (ZHU; ZHANG; XIA, 2016), automotiva (YANG e CHAHANDE, 1995), arquitetura (BEGHINI *et al.* 2014) e medicina (WANG *et al.*, 2016), podendo melhorar significativamente, o custo e qualidade do projeto.

Huang e Xie (2010) ressaltam que em muitas soluções obtidas através dos métodos de otimização os projetos seriam difíceis de interpretar e com elevado custo de fabricação, pois o resultado muitas vezes originaria uma geometria complexa. As geometrias otimizadas, na maioria das vezes, precisam de uma etapa de pós-processamento para eliminar as descontinuidades “bordas dentadas” devido à discretização do método dos elementos finitos, tornando a construção possível através de impressoras 3D e construção automatizada.

Desde que foram publicados os primeiros trabalhos em otimização topológica, por exemplo, Martin P. Bendsøe e Noboru Kikuchi no ano de 1988, o método evolui constantemente através das pesquisas desenvolvidas e se ramifica em várias metodologias segundo o tipo de abordagem, função objetivo e tipo de restrições. O mais difundido é o método SIMP (*Solid*

*Isotropic Material with Penalization)* e baseia-se na existência de material intermediário (BENDSØE e SIGMUND, 2003).

Já no método BESO (*Bi-Directional Evolutionary Structural Optimization*) proposto por Huang e Xie (2010), emprega-se uma abordagem do tipo discreta, ou seja, consiste em eliminar os elementos menos solicitados na estrutura, podendo ser reestabelecidos caso ocorra a necessidade no decorrer do processo de otimização. Neste método não há elementos com densidades intermediárias, pois assumem-se valores binários para a densidade: 1 para sólida e 0 para região vazia na estrutura final.

Nesse contexto pretende-se definir através do método BESO, configurações alternativas de sistemas de contraventamento para edifícios com diferentes relações geométricas (base e altura).

## 1.1 Objetivos

### 1.1.1 Objetivo Geral

Neste trabalho, é utilizado o método de OT BESO para obter estruturas tridimensionais, sujeitas à restrição de volume com o objetivo de minimizar a flexibilidade, considerando as forças de vento nas fachadas da edificação.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Como objetivos específicos deste trabalho podem-se destacar:

- Empregar o método de otimização topológica BESO para otimizar estruturas que iram suportar os efeitos do vento, levando em consideração repetições de padrões ao longo da estrutura e levando em consideração a simetria;
- Realizar um estudo paramétrico utilizando a base de dados da TPU (*Tokyo Polytechnic University*) para analisar e simular os efeitos relacionados ao vento, com incidência a  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$  em prédios altos de diferentes proporções B:D:H (largura:profundidade:altura).

---

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nos tópicos subsequentes apresentam os conceitos principais sobre cargas de vento, estrutura de contraventamento e otimização topológica para fundamentar a explicação do

método BESO e do programa computacional utilizado. Posteriormente, mostra-se a validação do código utilizado e os exemplos do estudo paramétrico.

## 2.1 Sistema de contraventamento

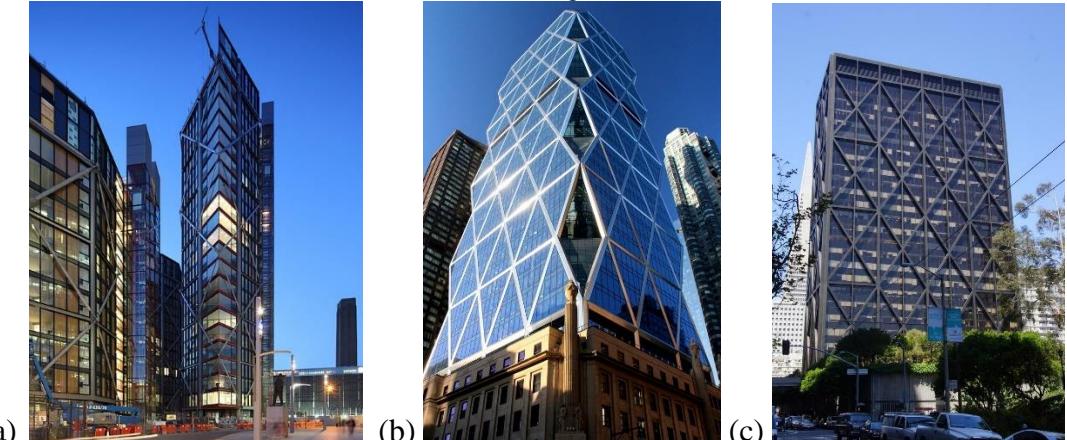
Estrutura que tem como finalidade reduzir ou impedir deslocamentos horizontais, utilizados principalmente para fornecer estabilidade às estruturas que sofrem ação do vento. Segundo Franca (2003) o termo “estrutura contraventada” é aplicado para se referir aquelas estruturas que utilizam sistemas treliçados como técnica primeira de contraventamento, para garantir a estabilidade lateral da edificação.

O projeto de um sistema de contraventamento depende da necessidade de utilização desse edifício, mas as formas mais usuais são triangulares já que a inserção de barras diagonais implica em eliminação dos momentos de ligações entre vigas e colunas, logo o esforço devido a carga lateral é absorvido primeiramente pelas barras diagonais e não mais pelas vigas. Assim, todos os elementos que formam este treliçamento praticamente ficam sujeitos apenas a esforços axiais, o que torna esse sistema estrutural particularmente eficiente.

Outra forma de contraventamento utilizada para prédios altos são contraventamentos de larga escala, que permitem a amarração de mais do que um andar, obtendo dessa forma uma estrutura mais homogênea.

Na Figura 1, apresentam-se aplicações em construções existentes que combinaram aspectos arquitetônicos com o sistema estrutural.

**Figura 1** – Sistemas de contraventamento em edificações (a) Neo Bankside London; (b) The Hearst Tower; (c) Alcoa Building



Fonte: (a) BANK, D. (2012), (b) PALSSON, O. (2013), (c) JANBERG, N (2022).

Os sistemas de contraventamento além de cumprir sua função estrutural de suportar os efeitos do vento, contribui para aspectos estéticos da edificação.

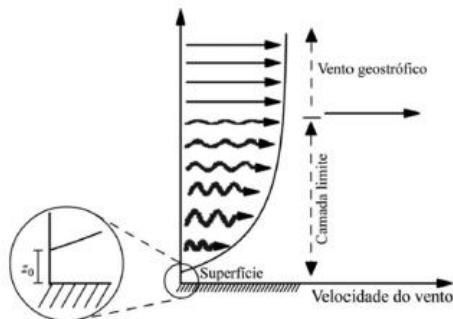
## 2.2 Cargas de Vento

O escoamento do vento é relativamente suave a partir de uma determinada altitude. Nesta altura denominada altura gradiente, a velocidade de vento é proporcional ao gradiente de pressão atmosférica local. Segundo Pasqual (2011) a altura gradiente varia conforme diferentes autores desde 300 até mais de 2000 metros sobre o nível do solo.

No entanto, próximo ao solo, o livre escoamento do ar sofre os efeitos das forças de atrito que surgem da interação entre a massa de ar em movimento e a rugosidade do terreno. Segundo Trein (2005), esta interação leva ao surgimento de uma Camada Limite Atmosférica turbulenta, na qual as características do escoamento são significativamente alteradas.

Na Figura 2, o comprimento da rugosidade  $z_0$  é a altura onde a velocidade é nula, acima dele encontra-se a camada limite e acima dessa camada, o vento geostrófico que não sofre influência do atrito na superfície.

**Figura 2** – Representação da camada limite e do perfil vertical da velocidade do vento



Fonte: Picolo *et al.* (2014)

São diversas as maneiras de determinar a influência do vento em uma estrutura. No Brasil, além da norma NBR 6123/1988 existem outras maneiras de realizar a previsão das cargas, entre elas, o ensaio em túneis de vento.

A norma brasileira apresenta uma metodologia prática para o cálculo das forças devidas à ação estática e dinâmica do vento em edificações. A norma possibilita que as cargas de vento sejam calculadas como uma carga estática equivalente, uma vez que a ação do vento em estruturas é um fenômeno instável, que apresenta rajadas aleatórias de curta duração, o que dificulta sua determinação de forma precisa. O procedimento para a determinação das forças

estáticas devidas ao vento em edificações de formas e dimensões padrões apresentados na norma, pode ser visto em mais detalhes em Pereira (2018).

Para edifícios altos, tendo em vista a importância das cargas de vento para conforto e segurança, os ensaios em túnel de vento representam uma maneira precisa de estudar o comportamento dos edifícios (IRWIN *et al.*, 2013). No entanto, possuem a desvantagem de ter alto custo e maior tempo para obtenção dos resultados no início da fase de projeto da edificação.

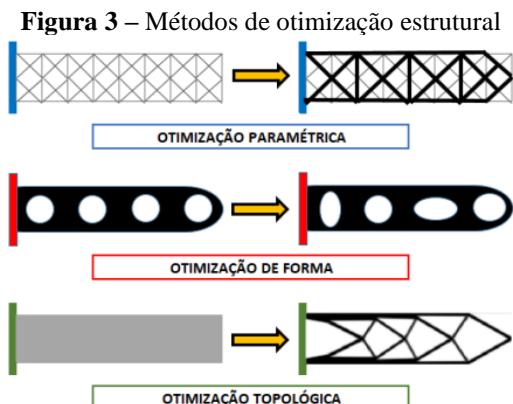
Durante a fase de projeto, uma maneira alternativa pode ser obtida através de dados previamente armazenados de ensaios de túnel de vento para geometrias padronizadas, visando estimar a resposta estrutural da edificação.

### 2.3 Otimização topológica

A otimização pode ser classificada como paramétrica, de forma e topológica (BENDSØE e SIGMUND, 2003). Na Figura 3 mostra-se esquematicamente os três tipos de otimização estrutural.

A otimização paramétrica possui como característica um modelo fixo, em que não há uma variação da forma ou topologia da estrutura, podendo ser modificadas variáveis de projeto atreladas às dimensões dos elementos estruturais como diâmetro, altura e espessura da estrutura.

A otimização da forma visa variar a geometria sem alterar a topologia, consistindo em encontrar a solução ótima dentro de um determinado domínio. Ou seja, as conexões mantêm-se iguais ao da estrutura inicial.



Fonte: Pereira (2018)

Finalmente, na otimização topológica busca-se pelo layout ou topologia que satisfaça determinados conjuntos de restrições em projetos estruturais, tendo como propósito minimizar

ou maximizar a função objetivo. O propósito de um problema de otimização topológica é buscar os extremos de uma função objetivo dentro de uma região de projeto denominada região viável ou factível.

## 2.4 Método de otimização topológica BESO

O método BESO foi desenvolvido a partir da metodologia ESO (*Evolutionary Structural Optimization*) proposta por Xie e Steven (1992), sendo que este último está baseado no simples conceito de remover material ineficiente da estrutura, utilizando como indicador de ineficiência, os baixos valores de tensão (ou deformação).

Na análise dos elementos a tensão de von Misses do elemento  $\sigma_e^{vm}$  é comparada com a tensão de von Misses da estrutura inteira  $\sigma_{max}^{vm}$ . São removidos da estrutura aqueles elementos que sejam menores que a taxa de rejeição  $RR_i$ . Quando a primeira iteração é computada,  $RR_i$  é iniciada com um valor bem pequeno.

$$\frac{\sigma_e^{vm}}{\sigma_{max}^{vm}} < RR_i \quad (1)$$

Os elementos são removidos até que o estágio estacionário seja alcançado, em que a restrição não possa mais ser satisfeita. Neste momento, uma taxa evolutiva,  $ER$ , é adicionada a taxa de rejeição.

$$RR_{i+1} = RR_i + ER \quad (2)$$

Com o aumento da taxa de rejeição, a iteração continua a acontecer até que um novo estado estacionário seja alcançado. O algoritmo, no entanto, é incapaz de recuperar o material, uma vez que foi excluído da estrutura na tentativa de reduzir seu peso (ou volume), tendo como resultado uma versão com menos estrutura de material, mas podendo não ser de design ótimo.

O método BESO desenvolvido por Huang e Xie (2007) é sistematicamente discutido em seu livro (HUANG e XIE, 2010) e surgiu do interesse de controlar a adição e remoção dos elementos na malha. A definição do problema de otimização pode ser descrita como mostra na Equação 3.

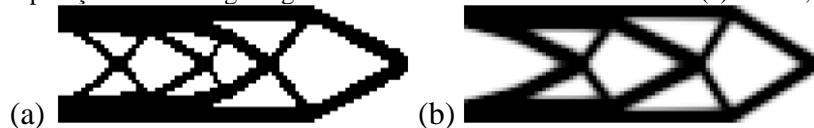
$$\begin{aligned} & \text{minimizar: } C = \frac{1}{2} \mathbf{F}^t \mathbf{U} \\ & \text{sujeito a: } V_0 - \sum_{e=1}^N V_e x_e = 0 \quad x_e = 0 \text{ ou } 1 \quad \mathbf{KU} = \mathbf{F} \end{aligned} \quad (3)$$

onde,  $C$  é a função objetivo e flexibilidade média da estrutura,  $\mathbf{U}$  é o vetor de deslocamento global e  $\mathbf{F}$  o vetor de forças nodais,  $\mathbf{K}$  é a matriz de rigidez global,  $N$  é o número de elementos

usados para discretizar o domínio de projeto,  $V_e$  é o volume do  $e$ -ésimo elemento enquanto que  $V_0$  é o volume do domínio do projeto.

Para o método BESO, a variável  $x_e$  admite apenas os valores binários 0 ou 1, não havendo o problema das densidades intermediárias que existe para métodos *density-based*, como o SIMP, como pode-se observar na Figura 4. Na interpretação dos resultados do método SIMP, o elemento  $x_e$  poderá assumir um valor intermediário entre sólido ou vazio.

**Figura 4** - Comparação de uma viga engastada otimizada utilizando o método (a) BESO; (b) SIMP



Fonte: Autor (2022)

Embora o método BESO não apresente densidades intermediárias, ainda são encontrados possíveis problemas numéricos relacionados ao design ótimo da estrutura final (PETERSSON e SIGMUND, 1998). Um dos principais problemas numéricos é a presença do tabuleiro de xadrez (*checkerboard*) como ilustra-se na Figura 5. Rozvany (2009) afirma que o erro é resultado da extrapolação artificial da rigidez em elementos de quatro nós com contato apenas em seus vértices ou arestas.

**Figura 5** – Instabilidade de tabuleiro



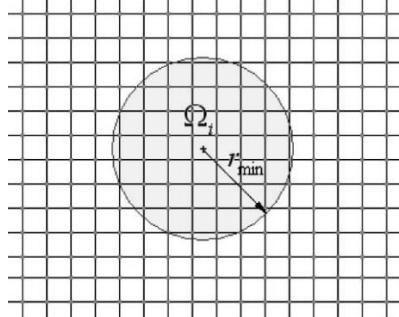
Fonte: Pereira (2018)

Para contornar as dificuldades numéricas associadas a problemas de otimização podem ser feitas técnicas de filtragem aplicadas à sensibilidade ou a densidade dos elementos. Segundo Bourdin (2001), os filtros são métodos heurísticos para solucionar problemas de instabilidade numérica, são usados para garantir a convergência da solução.

O raio mínimo ( $r_{min}$ ) no esquema de filtro identifica os nós que influenciam a sensibilidade do elemento vizinho. Pode-se ter essa visualização desenhando um círculo de raio  $r_{min}$  localizado no centróide de um elemento, gerando assim o subdomínio circular. Normalmente o valor do raio mínimo deve ser grande o suficiente para que cubra mais de um elemento como

mostra Figura 6. Os nós localizados no interior do subdomínio contribuem para o cálculo do número de sensibilidade aprimorado do elemento.

**Figura 6** – Raio mínimo e subdomínio circular do filtro



Fonte: Huang e Xie (2010)

Cada elemento da estrutura estará submetido a sensibilidade dada pela equação (4). A alteração da flexibilidade média, assim como a remoção de um elemento é definida pela sua deformação elementar, que é descrita pela equação a seguir:

$$\alpha_i^e = \Delta C_i = \frac{1}{2} \mathbf{U}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{U}_i \quad (4)$$

$\mathbf{U}_i$  é o vetor de deslocamento nodal do  $i$ -ésimo elemento,  $\mathbf{K}_i$  é a matriz de rigidez elementar e  $\mathbf{u}_i^T$  são vetores de carga e deslocamentos aplicados e  $\Delta C_i$  o número de sensibilidade elementar.

Na Figura 7, são exibidas estruturas otimizadas de uma viga em balanço com uma carga unitária aplicada na sua extremidade considerando três diferentes discretizações da malha de elementos finitos.

**Figura 7** – Dependência de malha (a) 1200 elementos; (b) 2700 elementos; (c) 7500 elementos.



Fonte: Autor (2022)

A estrutura resultante se torna mais detalhada à medida que a malha aumenta e percebe-se que há alteração na forma da estrutura e quantidade de barras. Esta dependência da discretização para a topologia final, refere-se à instabilidade numérica conhecida como dependência de malha.

O filtro de sensibilidades é empregado no controle geométrico para prevenir instabilidades numéricas como tabuleiro de xadrez, mínimos locais e dependência de malha.

### 3 METODOLOGIA

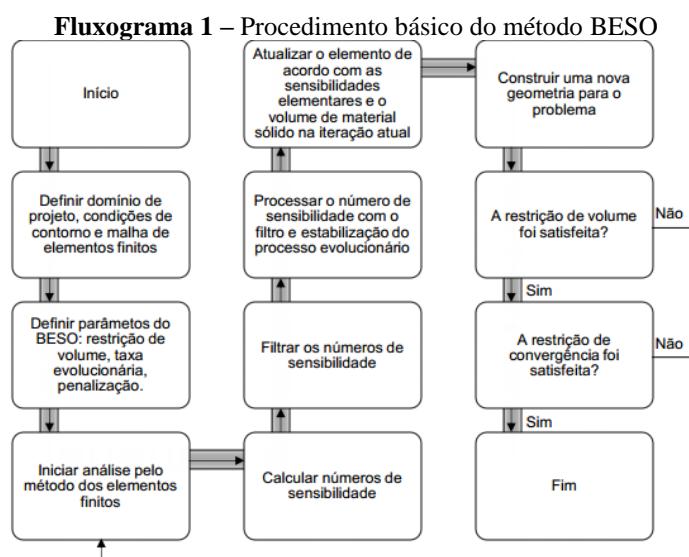
No presente trabalho adota-se o código de otimização topológica tridimensional desenvolvido por Silva (2022) e baseado na metodologia BESO. No código podem-se aplicar condições de simetria e repetições de padrões geométricos. Resolve-se o problema de otimização considerando uma abordagem tridimensional para a otimização topológica, utilizando os dados de vento disponibilizados pela TPU (*Tokyo Polytechnic University*), após tratados e importados para o código computacional.

O banco de dados (*Aerodynamic Database*) da TPU apresenta os valores médios dos coeficientes de pressão nas quatro faces (superfícies de parede) do modelo de edificação, além de dados de séries temporais de coeficientes de pressão, obtidos com base nos parâmetros largura/comprimento/altura. Essa base de dados é empregada para calcular as cargas médias devido ao efeito do vento nas superfícies das fachadas das edificações.

#### 3.1 Programa computacional *topBESOMgcg*

O programa *topBESOMgcg* desenvolvido por Silva (2022), resolve o método de otimização topológica BESO para problemas de elasticidade tridimensional, utilizando o método dos elementos finitos (MEF), com elementos tridimensionais hexaédricos de oito nós. No programa empregou-se o método *multigrid* geométrico como pré-condicionador dos gradientes conjugados para resolução do sistema de equações lineares.

No Fluxograma 1 apresenta-se o fluxograma do processo de otimização do método BESO.

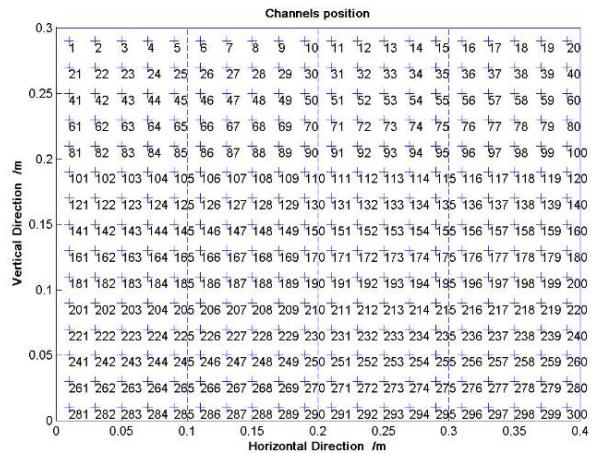


Fonte: Silva (2022)

Para determinação das forças nas faces da edificação foram empregados os dados de pressão do vento que são disponibilizados no banco de dados TPU e para isso foi adaptada uma rotina desenvolvida por Silva (2021).

O coeficiente de pressão atuando nas faces da edificação, por exemplo, para um prédio alto de proporção 1:1:5, é determinado através de 300 pontos distribuídos, entre faces frontal, direita, posterior e esquerda, como mostra a Figura 8.

**Figura 8 – Distribuição dos pontos de pressão**

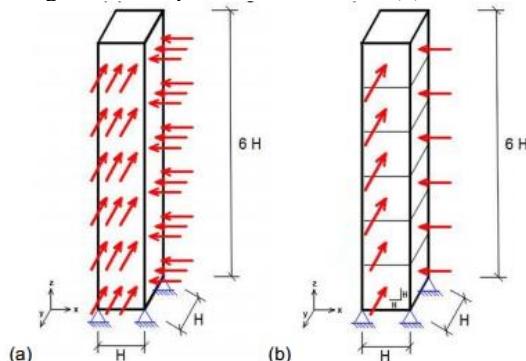


Prédio alto com proporção 1:1:5. Fonte: *Tokyo Polytechnic University* (2022)

No método BESO, os elementos conectados aos nós carregados não podem ser removidos da estrutura otimizada, tornando inviável o carregamento como ilustrado anteriormente. Logo, optou-se por integrar as pressões na área de célula unitária e calcular uma carga pontual aplicada em um nó da célula.

Como mostra na Figura 9, em um prédio de proporção 1:1:6 as pressões estão distribuídas em 6 forças aplicadas aproximadamente centralizadas em cada região da face.

**Figura 9 – (a) Prédio com carregamento de pressão distribuído; (b) modelo de cargas adotado pelo autor.**



Fonte: Silva (2022)

Para obter a força aplicada, primeiramente os dados para cada ponto são separados de acordo com a sua localização na face. Posteriormente, para cada face serão aplicadas forças em quantidade proporcional à sua altura.

Com o intuito de reduzir o custo computacional, no código computacional *topBESOMgcfg* consideram-se condições de simetria no domínio, logo as estruturas finais são espelhadas simetricamente.

Atualmente, a manufatura aditiva destaca-se como uma das mais importantes e promissoras evoluções no método produtivo. Portanto, os dados da estrutura otimizada através do método de OT são traduzidos para uma representação de malha facetada composta por um conjunto de triângulos e salvos em um arquivo STL (*STereoLithography* ou *Standard Triangle/Tessellation Language*). A impressora 3D recebe os dados digitais e cria um objeto ao efetuar a deposição de uma sucessão de camadas finas de material (plásticos, metais ou materiais compostos), formando um modelo físico a partir de uma pilha de seções transversais.

### 3.2 Parâmetros utilizados

Em todos os exemplos alguns parâmetros considerados são valores fixos, como o módulo de Young para material sólido,  $E_0 = 1$ , para material vazio  $E_{min} = 10^{-9}$  e coeficiente de Poisson do material  $n_i = 0,30$ . Como parâmetro para resolução do problema: fator de penalização  $p = 4$ ; fração de volume  $f_v = 10\%$  e raio do filtro de sensibilidades  $r_{min} = 2$ . Na base de dados TPU os dados considerados são:  $C_L = 1/400$ ;  $\alpha = 0,30$ ;  $I_H = 0,49$ .

As três malhas empregadas estão descritas na Tabela 1, em que B é a largura, D a profundidade e H a altura da edificação. Para edificações com altura de 0,5 m serão utilizadas 5 repetições ao longo da estrutura, enquanto que edificações com 0,3 m de altura utilizarão 3 repetições.

**Tabela 1** – Apresentação das malhas utilizadas  
**B = 0,1; D = 0,1**      **B = 0,2; D = 0,1**      **B = 0,3; D = 0,1**

<b>H = 0,5</b>	32x32x160 $N_{elem} = 163.840$	32x64x160 $N_{elem} = 327.680$	32x96x160 $N_{elem} = 491.520$
<b>H = 0,3</b>	32x32x96 $N_{elem} = 98.304$	32x64x96 $N_{elem} = 196.608$	32x96x96 $N_{elem} = 294.912$

Fonte: Autor (2022)

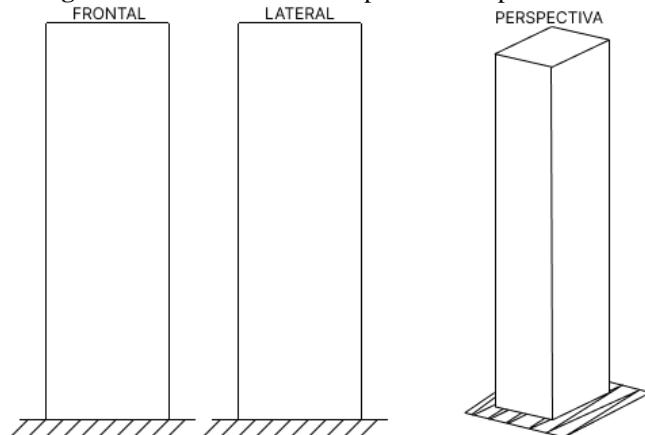
Os coeficientes de pressão médios extraídos da base de dados TPU podem ser compilados em um diagrama como mostra na Figura 11, onde são exibidos os resultados para uma estrutura

com proporção 3:1:5, quando submetido a um ângulo de incidência do vento de (a)  $\theta = 0^\circ$ , (b)  $\theta = 45^\circ$  e (c)  $\theta = 90^\circ$ .

Para cada edificação citada anteriormente na Tabela 1, existe uma distribuição de pressões correspondente de acordo com o ângulo de incidência do vento. Na Figura 10, mostra-se esquematicamente o modelo no qual serão exibidos os resultados, ilustrado a sequência com suas respectivas vistas.

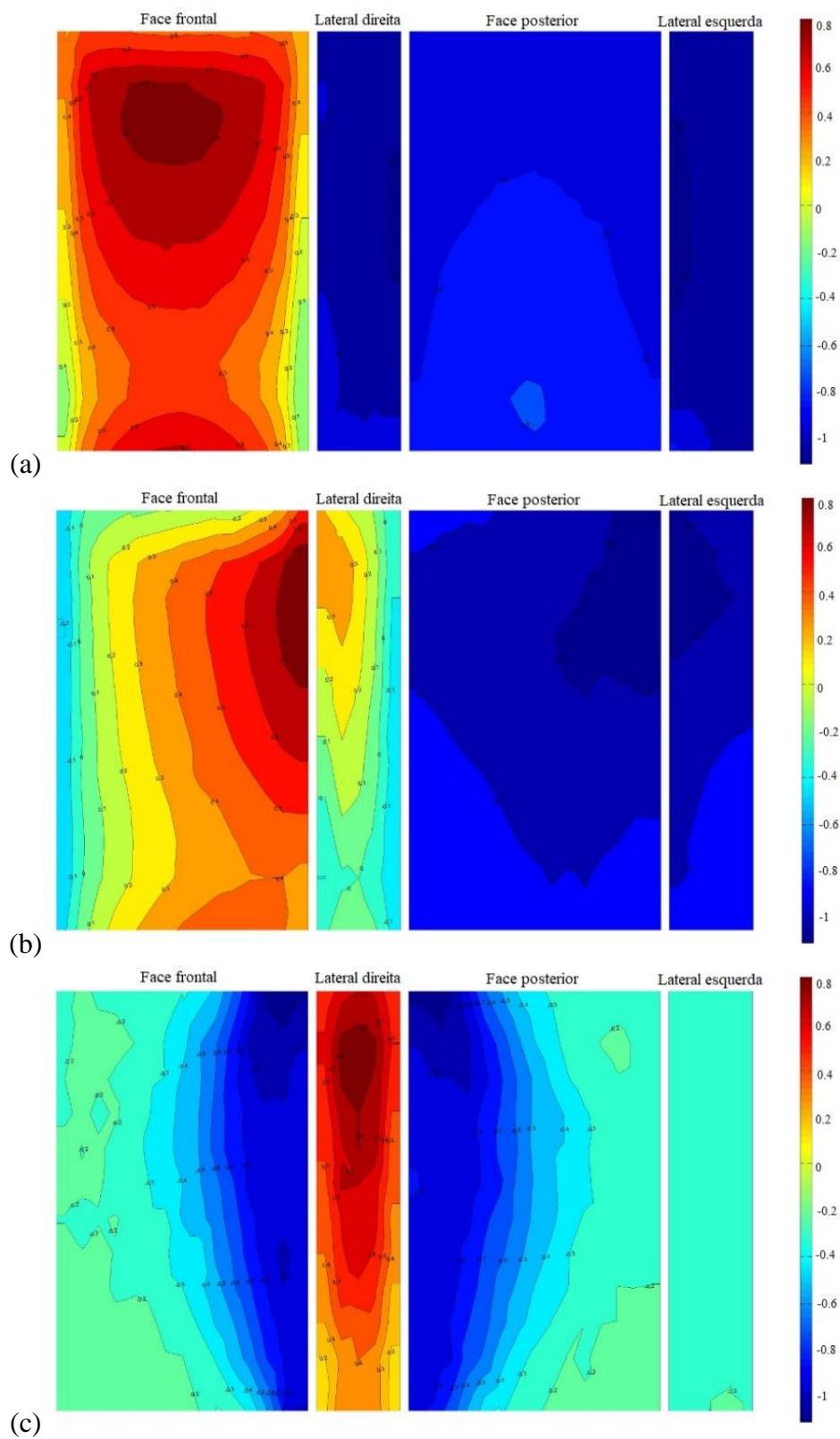
Na Figura 11, apresentam-se as distribuições de pressões extraídas da base de dados do TPU para os três ângulos de incidência analisados. Percebe-se que para o ângulo  $0^\circ$  o diagrama possui simetria, as faces laterais direita e esquerda são aproximadamente simétricas, assim como a face frontal e posterior do centro às extremidades. O mesmo fenômeno acontece para o ângulo de  $90^\circ$  que possui simetria nos resultados da face frontal e posterior. Assim como as faces laterais possuem simetria de centro às extremidades. Já para a pressão aplicada com um ângulo de  $45^\circ$ , percebe-se que existe um padrão no qual não há simetria na distribuição dos coeficientes de pressão nas faces da edificação.

**Figura 10** – Modelo utilizado para análise paramétrica



Fonte: Autor (2022)

**Figura 11** – Coeficientes médios de pressão do vento dimensão 3:1:5 e ângulo (a)  $\theta = 0^\circ$ ; (b)  $\theta = 45^\circ$ ; (c)  $\theta = 90^\circ$



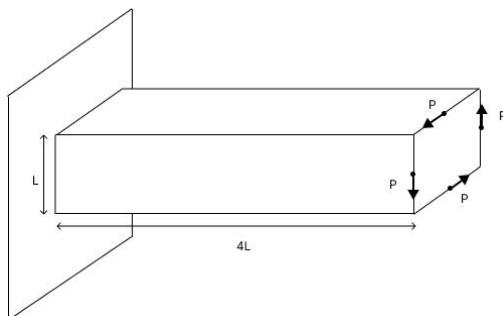
Fonte: *Tokyo Polytechnic University* (2022)

---

## 4 VALIDAÇÃO

Para verificação do código utilizado, emprega-se o problema da viga 3D prismática submetida a um esforço de torção. O problema consiste em uma viga com seção transversal quadrada de aresta  $L$  e comprimento total  $4L$ , como ilustrado na Figura 12. Os parâmetros utilizados nas simulações foram fração de volume,  $f_v = 12\%$  e fator de penalização,  $p = 3$ .

**Figura 12** – Modelagem do problema de torção



Fonte: Autor (2022)

Os resultados obtidos com o programa comparam-se dois dos principais códigos de OT baseados no método SIMP e implementados em MATLAB: Amir, Aege e Lazarov (2014) que resolvem o problema adotando um esquema de multigrid geométrico; e Liu e Tovar (2014) que implementam uma expansão do código de Andreassen *et al.* (2011) para problemas de elasticidade tridimensional com o emprego do método dos gradientes conjugados para resolver problemas com malhas refinadas.

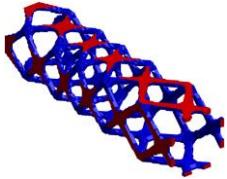
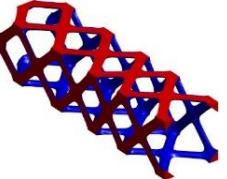
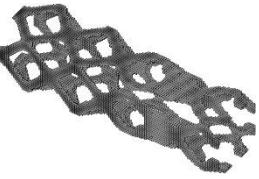
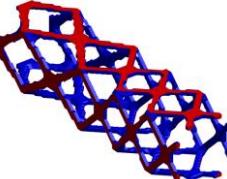
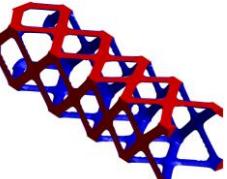
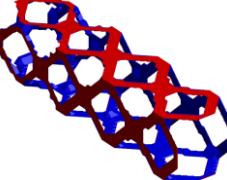
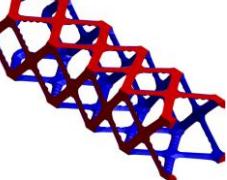
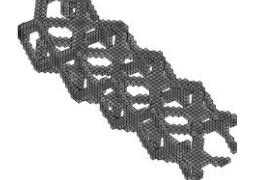
Amir e Sigmund (2011) verificaram que o emprego do método dos gradientes conjugados pré-condicionados ou simplesmente PCG (*Preconditioned Conjugate Gradient*) mostrou-se eficiente na redução do esforço computacional para problemas 3D. Enquanto que, o método dos gradientes conjugados com multigrid ou MGCG (*Multigrid Conjugate Gradient*) mostra uma boa convergência e facilidade de resolver os problemas em computação paralela.

Para o estudo de independência de malha, consideram-se três níveis de refinamento das malhas:  $64 \times 16 \times 16$ ,  $80 \times 20 \times 20$  e  $128 \times 32 \times 32$  e uma fração de volume de 12%. As soluções obtidas podem ser conferidas no Quadro 1. Além da geometria final, também se mostra o valor da função objetivo (flexibilidade média,  $C$  em N.m).

Percebe-se que existem algumas variações nas topologias finais para os três níveis de refinamento das malhas. A estrutura final obtida a partir do *topBESOMgcg* é similar aos

resultados obtidos com o programa SIMP (MGCG), enquanto os resultados obtidos com o programa SIMP (PCG) diferem com relação a espessura e quantidade de barras.

**Quadro 1** – Comparação dos resultados para diferentes resoluções de malhas

Resolução da malha	Silva (2022) BESO (MGCG)	Amir et al. (2014) SIMP (PCG)	Liu e Tovar (2014) SIMP (MGCG)
128x32x32	 C=8.8e+01	 C=16.6e+01	 C=27.5e+01
80x20x20	 C=14.0e+01	 C=26.7e+01	 C=40.9e+01
64x16x16	 C=15.4e+01	 C=35.2e+01	 C=49.5e+01

Fonte: Autor (2022)

A quantidade de repetições ao longo da estrutura é respeitada pelos métodos em suas topologias finais. No entanto, para o programa SIMP (PCG) o material situado na base está localizado na intersecção entre a face frontal e lateral, enquanto que os outros programas finalizam suas topologias com material situado na aresta.

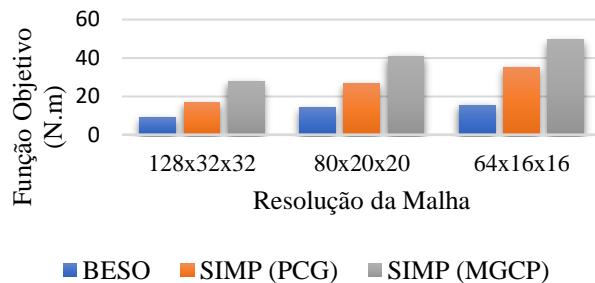
Quanto menor a malha, ou seja, mais grosso é o refinamento, maior a flexibilidade da estrutura. Para todos os métodos apresentados, o valor da função objetivo aumenta, como pode ser visto no Gráfico 1.

Em comparação com os outros métodos, o BESO mostra-se em todas as malhas o de menor valor na função objetivo. Com relação ao SIMP (PCG), apresentou cerca de 56% de redução, enquanto que em relação ao SIMP (MGCG) apresentou cerca de 69% de redução.

Os presentes resultados mostram que a metodologia BESO supera o problema de independência de malha com o filtro de sensibilidade. O baixo valor de flexibilidade média

ocorre devido à ausência de densidades intermediárias apresentadas em metodologias baseadas no método SIMP.

**Gráfico 1** – Comparativo da função objetivo de cada método em função da variação da malha



Fonte: Autor (2022)

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção, apresentam-se os principais resultados do trabalho e a discussão acerca deles. O estudo paramétrico considera seis variações nas relações B:D:H e os ângulos de incidência do escoamento igual a  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$ .

As estruturas de contraventamento que suportam a pressão do vento nos modelos de edifícios são obtidas através de um código computacional implementado em MATLAB por Silva (2022) e baseado na metodologia BESO.

No Quadro 2, apresentam-se os resultados da otimização das estruturas de contraventamento quando submetidas ao vento com incidência de  $\theta = 0^\circ$ .

Nos resultados apresentados no Quadro 2, percebe-se que as estruturas finais são similares em todos os casos, apresentando barras em diagonais cruzadas em diferentes tamanhos. De fato, na visualização frontal existe apenas uma topologia de apoio para as estruturas laterais que irão receber o momento causado pela pressão do vento na face frontal. Em geral, por conta da disposição das forças nas faces da edificação, as laterais são simétricas, fazendo com que as forças resultantes sejam uma combinação das cargas resultantes nas faces frontais e posteriores.

A medida que o tamanho da face aumenta, sua estrutura otimizada apresenta maior quantidade de material em relação a face de menor dimensão. Observa-se que a maior parte do material se concentra na intersecção das duas faces, ou seja, nas arestas.

**Quadro 2 – Estruturas de contraventamento otimizadas para  $\theta = 0^\circ$** 

	1:1	2:1	3:1
H = 0,5 m			
C (N.m)	7,9e+03	92,2e+03	313,8e+03
H = 0,3 m			
C (N.m)	1,5e+03	17,2e+03	64,1e+03

Fonte: Autor (2022)

No Quadro 3, apresentam-se os resultados da otimização das estruturas de contraventamento quando submetidas à pressão de vento originada por ângulo de incidência de  $\theta = 45^\circ$ .

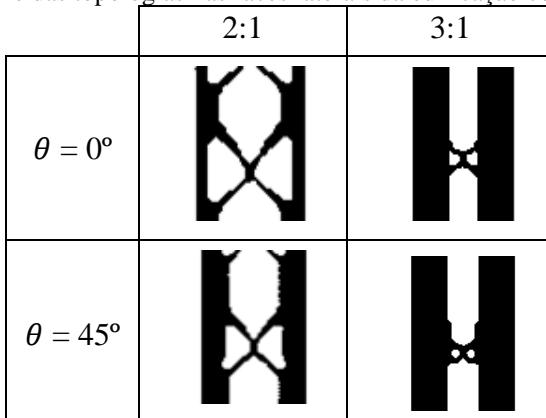
**Quadro 3 - Estruturas de contraventamento otimizadas para  $\theta = 45^\circ$** 

	1:1	2:1	3:1
H = 0,5 m			
C (N.m)	3,6e+03	44,1e+03	175,8e+03
H = 0,3 m			
C (N.m)	0,8e+03	9,2e+03	49,0e+03

Fonte: Autor (2022)

Observa-se que as estruturas obtidas para o caso da incidência do vento igual a  $0^\circ$  e  $45^\circ$  são semelhantes para as bases com proporção igual a 2:1 e 3:1. No entanto, algumas diferenças podem ser observadas com maiores detalhes no Quadro 4. Percebe-se que existe variação no tamanho e espessura das barras verticais e diagonais, visto que a média das pressões aplicadas em cada face são diferentes.

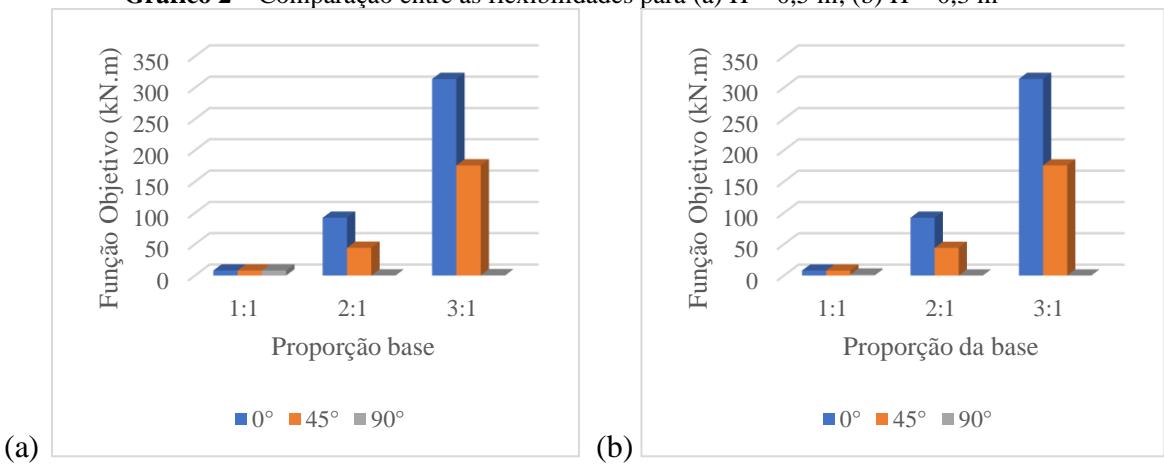
**Quadro 4** – Detalhe das topologias nas faces laterais da edificação com altura  $H = 0,5$  m



Fonte: Autor (2022)

No Gráfico 2, mostram-se os valores da função objetivo (flexibilidade) em função da base da edificação e do ângulo de incidência do escoamento.

**Gráfico 2** – Comparação entre as flexibilidades para (a)  $H = 0,5$  m; (b)  $H = 0,3$  m



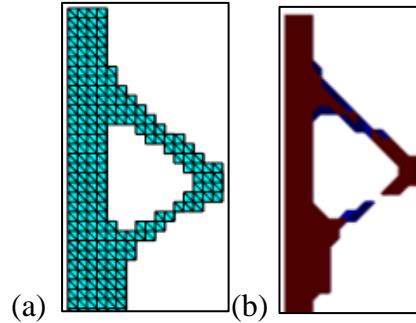
Fonte: Autor (2022)

Observa-se que a função objetivo cresce a medida em que aumenta as suas dimensões da base. Esse comportamento é previsível pois o aumento da área da fachada implica em maior valor das cargas devido ao vento.

A estrutura resultante de base com relação 1:1 e altura  $H = 0,3$  m apresentou convergência. No entanto, na sua topologia há ausência de material central em algumas das barras. Entretanto,

pode-se observar na Figura 14 que sua ausência é originada no processo de suavização. Sendo assim, em uma visualização não refinada, pode-se concluir que existe presença de material.

**Figura 13** – Detalhe para estrutura (a) sem pós-processamento; (b) suavizada.



Fonte: Autor (2022)

No Quadro 5, mostram-se os resultados da otimização das estruturas de contraventamento para o caso de incidência do vento com ângulo de  $\theta = 90^\circ$ .

**Quadro 5** – Estruturas de contraventamento otimizadas para  $\theta = 90^\circ$

	1:2	1:3
$H = 0,5\text{ m}$		
$C (\text{N.m})$	86,8	320,6
$H = 0,3\text{ m}$		
$C (\text{N.m})$	15,9	89,64

Fonte: Autor (2022)

A estrutura com proporção  $B = 0,10$  e  $D = 0,10$  possui base simétrica. Então a distribuição dos coeficientes de pressão obtidos no ensaio de túnel de vento nas faces da edificação são simétricos entre os ângulos  $0^\circ$ - $45^\circ$  e  $45^\circ$ - $90^\circ$  e, consequentemente, simétrico também para  $\theta = 0^\circ$  e  $\theta = 90^\circ$ . Logo, os resultados são similares para uma estrutura com essas dimensões.

A distribuição de material nas topologias das estruturas está mais preenchida em comparação com os outros casos. Zegard e Paulino (2014) mostraram que as estruturas otimizadas possuem mais material sólido nas regiões que coincidem com as trajetórias das tensões principais. Os valores da função objetivo para o caso de incidência igual a  $90^\circ$ , foram os menores calculados.

---

## 4 CONCLUSÕES

O presente trabalho teve como principal objetivo a otimização tridimensional de edifícios altos utilizando o método de otimização topológica (OT) BESO, considerando os efeitos do vento.

Analisou-se o problema de minimização de flexibilidade, levando em consideração a simetria e a repetição do padrão construtivo com restrição de volume, considerando  $f_v = 10\%$ .

O código implementado em ambiente MATLAB, *topBESOMgchg*, utiliza o método multigrid geométrico como pré-condicionador dos gradientes conjugados para resolução do sistema de equações lineares. As cargas do vento sobre a edificação foram importadas de ensaios de túnel de vento disponibilizados na base de dados da TPU (*Tokyo Polytechnic University*).

Para a validação do programa de OT foi utilizada uma viga prismática submetida a um esforço de torção e os resultados obtidos foram comparados com outros autores. Observou-se convergência nos resultados obtidos e verificou-se que a função objetivo do código BESO, mostrou-se menor quando comparada aos resultados conseguidos com o método SIMP, visto que não apresenta densidades intermediárias.

Para o estudo paramétrico foram considerados prédios altos com dimensões de base 1:1, 1:2 e 1:3 com as alturas de 3 e 5, enquanto que os ângulos de incidência do vento foram de  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$ . Todos os casos convergiram para uma solução.

As topologias obtidas nas faces do modelo de edificação para os ângulos de incidência do vento igual a  $0^\circ$  e  $90^\circ$  são completamente diferentes. Enquanto, para os casos de  $0^\circ$  e  $45^\circ$ , as topologias são semelhantes e os valores da função objetivo são da mesma ordem de grandeza. Os menores valores de flexibilidade foram encontrados para os casos de  $90^\circ$ .

Com este estudo mostrar-se a importância da otimização topológica na análise de problemas estruturais. Foi possível obter estruturas de edificações altas que suportam os efeitos das cargas do vento para diferentes ângulos de incidência. Pode-se perceber que as topologias obtidas são semelhantes às estruturas “contraventadas” mais populares, que utilizam de barras diagonais cruzadas.

---

## REFERÊNCIAS

- ALDWAIK, M., ADELI, H. Advances in optimization of highrise building structures. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 50, p. 899-919, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15575**: edificações habitacionais: desempenho parte 1. Rio de Janeiro, 2013.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123**: forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.
- BANK, D. **Neo Bankside London**. 2012. 1 fotografia. Disponível em: <https://www.flickr.com/photos/david-bank/6953445791/in/photostream/>. Acesso em: 03 de novembro de 2022.
- BENDSØE, M.P., SIGMUND, O. **Topology Optimization: Theory, Methods and Application**. Springer, Berlim, 2003.
- BENDSØE, M.P., KIKUCHI, N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 71, p. 197-224, 1998.
- BEGHINI, L.L., BEGHINI, A., KATZ, N., BAKER, W.F., PAULINO, G.H. Connecting architecture and engineering through structural topology optimization. **Biomaterials**, v. 59, p. 716-726, 2014.
- BOURDIN, B. Filters in topology optimization. International journal for numerical methods in engineering. **International Journal for numerical methods in engineering**, v. 50, n.9, p. 2143-2158, 2001.
- FRANCA, M.P.A. **Estudo da eficiência dos contraventamentos treliçados em edifícios com estrutura de aço**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2003.
- HUANG, X., XIE, Y.M. **Evolutionary topology optimization of continuum structures: methods and applications**. West Sussex: John Wiley & Sons, 2010.
- HUANG, X., XIE, Y.M. Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 43, p. 1039-1049, 2007.
- IRWIN, P., DENOON, R., SCOTT, D. **Wind tunnel testing of high-rise buildings**: an output of the CTBUH wind engineering working group. Chicago: Routledge, 2013.
- JANBERG, N. **Alcoa Building**. 2015. 1 fotografia. 4000 x 6000. Disponível em: <https://structurae.net/en/media/236219-alcoa-building>. Acesso em: 03 de novembro de 2022.
- RESCH, E., BOHNE, R.A., KVAMSDAL, T., LOHNE, J. Impact of urban density and Building height on energy use in cities. **Energy Procedia**, v.96, p. 800-814, 2016.

SIGMUND, O., PETERSSON, J. Numerical instability in topology optimization: a survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 16, p. 493-524, 1998.

SILVA, L.J. **Otimização topológica de edifícios considerando a influência das cargas de vento**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2021.

SILVA, P.U. **Emprego de Otimização Topológica e DFC no Projeto de Sistemas de Contraventamento em Ambientes Urbanos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2022.

TREIN, C.A. **Modelagem dinâmica equivalente de edifícios altos submetidos à ação do vento**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

PALSSON, O. **The Hearst Tower in Manhattan, New York**. 2013. 1 fotografia. Disponível em: <https://www.flickr.com/photos/opalsson/10688499115>. Acesso em: 03 de novembro de 2022.

PASQUAL, T.C.S. **Um estudo sobre a ação do vento nas estruturas de membrana**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

PEREIRA, R. E. L. **Otimização topológica de sistemas de contraventamento em Edificações considerando os efeitos do vento**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2018.

PICOLO, A.P., BÜHLER, A.J., RAMPINELLI, G.A. Uma abordagem sobre a energia eólica como alternativa de ensino de tópicos de física clássica. **Revista Brasileira de Física**, v. 36, n. 4, 2014.

TOKYO POLYTECHNIC UNIVSERSITY. **TPU Aerodynamic Database**. Disponível em: <http://wind.arch.t-kougei.ac.jp/system/eng/contents/code/tpu>. Acesso em: 30 de julho de 2022.

WANG, X., XU, S., ZHOU, S., XU, W., LEARY, M., CHOONG, P., QIAN, M., BRANDT, M., XIE, Y.M. Topological design and additive manufacturing of porous metals for bone scaffolds and orthopaedic implants: a review. **Biomaterials**, v. 83, p. 127-141, 2016.

YANG, R.J., CHAHANDE, A.I. Automotive applications of topology optimization. **Structural Optimization**, v.9, p 245-249, 1995.

ZEGARD, T., PAULINO, G.H. GRAND – Ground structure based topology optimization for arbitrary 2D domains using MATLAB. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v.50, n.5, p. 861-882, 2014.

ZHU, J.H., ZHANG, W.H., XIA, L. Topology optimization in aircraft and aerospace structures design. **Archives of Computational Methods in Engineering**, v.23, p. 595-622, 2016.

YARA CRISTINA TAVARES

**ANÁLISE DE SISTEMAS DE CONTRAVENTAMENTO OBTIDOS ATRAVÉS DA  
OTIMIZAÇÃO TOPOLOGICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Engenharia Civil do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de artigo científico, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil. Defesa realizada por videoconferência.

**Área de concentração:** Estruturas

Aprovado em 08 de novembro de 2022.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Gustavo Bono (Orientador)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof. Me. Paulo Ulisses da Silva (Avaliador)  
Universidade Federal do Cariri

---

Prof.ª Dr.ª Giuliana Furtado Franca (Avaliador)  
Universidade Federal de Pernambuco