



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO MATEMÁTICA-LICENCIATURA

JOYCE RAFAELE OLIVEIRA DE LIMA

**ACTION LEARNING E A CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO
PROBABILÍSTICO COM ALUNOS DO 1º ANO E 6º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL: fazer matemática com sentido**

Caruaru
2022

JOYCE RAFAELE OLIVEIRA DE LIMA

**ACTION LEARNING E A CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO
PROBABILÍSTICO COM ALUNOS DO 1º ANO E 6º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL: fazer matemática com sentido**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciada em Matemática.

Área de concentração: Ensino (Matemática)

Orientador(a): Prof^o. Dra. Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos

Caruaru
2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Oliveira de Lima, Joyce Rafaela.

ACTION LEARNING E A CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO
PROBABILÍSTICO COM ALUNOS DO 1º ANO E 6º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL: fazer matemática com sentido / Joyce Rafaela Oliveira de
Lima. - Caruaru, 2022.

43 : il., tab.

Orientador(a): Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de
Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Matemática - Licenciatura,
2022.

1. Action Learning. 2. Pensamento Probabilístico. 3. Educação Matemática.
4. Ensino Fundamental. I. Foratto Lixandrão Santos, Jaqueline Aparecida .
(Orientação). II. Título.

510 CDD (22.ed.)

JOYCE RAFAELE OLIVEIRA DE LIMA

**ACTION LEARNING E A CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO
PROBABILÍSTICO COM ALUNOS DO 1º ANO E 6º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL: fazer matemática com sentido**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciada em Matemática.

Aprovada em: 26/10/2022.

BANCA EXAMINADORA

Prof^o. Dra. Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^o. Me. Luan Danilo Silva dos Santos (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^a. Dr^a. Cristiane Arimatéa Rocha (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico esse trabalho à minha família - meu esposo, nossos futuros filhos, meus pais e minhas irmãs - e a todas as pessoas que eu amo. Pessoas estas que contribuíram e me oportunizaram seguir o caminho da educação e da ciência. Dedico este trabalho às mulheres que vieram antes de mim e me oportunizaram o direito a educação, às políticas públicas que permitiram o ingresso de jovens do interior, como eu, à Universidade Pública, e acima de tudo à educação e a ciência que transformou a minha vida e faz de mim o que sou hoje, uma mulher jovem que pretende mudar o mundo com a educação e permitir à outras mulheres, crianças e jovens o direito de sonhar com um mundo melhor.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, porque Ele nos diz em 1 Tessalonicenses 5:18: “Em tudo dai graças; porque esta é a vontade de Deus em Cristo Jesus para convosco”. E “tudo posso naquele que me fortalece” Filipenses 4:13.

A minha orientadora Prof. Dra. Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos pelo direcionamento dado a mim neste trabalho, especialmente pela forma gentil e eficaz de pontuar cada melhoria, pela paciência e compreensão constantes dedicadas a mim em momentos de dúvida em toda a trajetória deste trabalho.

Agradeço ao meu esposo, Júnior Ramos, por ser um porto seguro durante toda a minha jornada acadêmica, fazendo com que eu não desistisse em muitos momentos, contribuindo para que eu chegasse até aqui. Ao nosso filho pet, Mike Jordan, que sempre trouxe amor e companheirismo nos dias difíceis.

Agradeço a minha família, meus pai, mãe e irmãs, por terem insistido sempre na educação como algo primordial em minha vida. É graças a vocês que eu sou tudo que sou hoje, devo tudo aos seus esforços!

Agradeço aos meus amigos do grupinho: Davi, Maryanna, Mikaelly, Lhays, Fernanda e Evely (em especial), que muito me ajudaram durante toda a graduação a não desistir e conseguir conciliar a vida acadêmica com as demandas externas do trabalho. Foi um grande privilégio conhecer e ter vocês como amigos na UFPE.

Agradeço aos meus professores e professoras da graduação, principalmente aos mais marcantes como: Luan Santos, Renata Villa Nova, Jaqueline Lixandrão, Kátia Cunha, Anna Luíza, Simone Queiroz, Mirthis Yamillit, Carolina Miranda, entre outros que somaram bastante positivamente a minha experiência docente. A vocês, o meu muito obrigada!

Aos pais e aos estudantes participantes deste trabalho, que de forma bastante solícita se prontificaram a contribuir com esta pesquisa. A vocês, meu muito obrigada pela confiança!

Ao meu trabalho, CNA Bezerras e Gravatá, por ser sempre tão compreensível e contribuir inúmeras vezes para que a educação e a ciência viesse a ser prioridade. Em especial, a minha boss incrível, Leidiane Alves, que sempre que necessário, me possibilitava ausência no trabalho para me dedicar a academia.

São muitas as pessoas que se tornaram essenciais em toda minha jornada acadêmica e para esse trabalho. Externo aqui, o meu agradecimento a todas elas pelo apoio e pela confiança.

“O ser humano é aquilo que a educação faz dele.” *Immanuel Kant*

RESUMO

Este presente trabalho surgiu do interesse em pesquisar como a *action learning* nas aulas de matemática pode contribuir para a formação do pensamento probabilístico. Desse modo, buscou analisar a importância e os benefícios da exposição de estudantes dos níveis elementares da educação a conceitos probabilísticos, fazendo-se objeto de estudo os estudantes do 1º ano e do 6º ano do ensino fundamental, por serem os primeiros anos referentes aos anos iniciais e finais da educação básica. Para tanto, foram abordadas as metodologias de *action learning* ou ação que norteiam a aprendizagem dos estudantes, de forma singular, a construir o seu próprio conhecimento e pensamento matemático, por intermédio de uma educadora-mediadora, cuja atuação consiste em guiar os estudantes a autonomia na aprendizagem e a serem autores do seu próprio processo de aprendizagem. De forma geral, esta pesquisa oportunizou a experiência de desenvolver um pensamento probabilístico por meio do jogo “corrida de cavalos”, no qual, busca-se compreender as chances que cada cavalo tinha de ganhar, por meio de análises e mediações fundamentais para que os estudantes tivessem argumentos reais em escolher as melhores apostas possíveis que os levariam a ganhar o jogo, onde *action learning* pode contribuir para a formação do pensamento probabilístico.

Palavras-chave: Action-Learning; Pensamento Probabilístico; Educação Matemática; Ensino Fundamental;

ABSTRACT

This present paper appeared over the interest in researching about how action learning in a mathematics' class can contribute to the development of a probabilistic thinking. Regarding this, it pursued to analyse the importance and benefits of exposing students from elementary levels of education to probabilistic concepts, which encompasses the object of study from the students of 1° and 6° grade of elementary school, being them the first levels regarding the initial and final grades of elementary school. For this purpose, the methodology of action learning also known as actions that guide students to learning was approached, in a singular way, to build their own learning and mathematical thinking, through an educator-mediator, whose acting consists of guiding students to autonomy in learning and being autonomers of their own learning process. In a general way, this research allowed an experience to develop a probabilistic thinking through the game "horse race", in which, it was sought to comprehend the chances that each horse had to win the game, through fundamental analysis and mediation, so that students could have real arguments in picking the best bets possible that would lead to winning the game, in which action learning could contribute to the formation of probabilistic thinking.

Key-words: Action-Learning; Probabilistic Thinking; Mathematics Education; Elementary school;

LISTA DE FIGURAS E TABELAS

Figura 1 –	Tabuleiro do jogo	24
Tabela 1 –	A soma dos dados	29
Figura 2 –	Análise da Partida (1° ano)	30
Figura 3 –	Percepção da Movimentação dos Cavalos	32
Figura 4 –	Análise da Partida (6° ano)	35

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	OBJETIVOS	13
2.1	GERAL.....	13
2.2	ESPECÍFICOS.....	13
3	PROBABILIDADE E ACTION LEARNIG NA EDUCAÇÃO BÁSICA: estudos e documento orientador	14
3.1	PROBABILIDADE: PESQUISAS E DOCUMENTO ORIENTADOR.....	14
3.2	DOCUMENTO NORTEADOR.....	17
3.3	ACTION LEARNING NA PRÁTICA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	19
4	METODOLOGIA DA PESQUISA	22
4.1	O JOGO CORRIDA DE CAVALOS.....	23
5	ANÁLISE DE DADOS	25
5.1	ESTUDANTES DO 1º ANO DO FUNDAMENTAL.....	25
5.2	ESTUDANTES DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	31
5.3	CONSIDERAÇÕES SOBRE O DESENVOLVIMENTO DO JOGO E A ACTION LEARNING.....	35
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	38
	REFERÊNCIAS	40

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, é importante que os (as) estudantes tenham experiências cognitivas e práticas por meio de uma educação matemática contínua para atenderem as demandas do século XXI. A gênese desta declaração pode ser rastreada até os escritos de John Dewey (1916, p. 307), que enfatizou a importância de atividades educacionais que incluem “o desenvolvimento da capacidade artística de qualquer espécie de especial habilidade científica, de cidadania efetiva, bem como ocupações profissionais e empresariais”.

O principal argumento deste presente trabalho é que no contexto da educação matemática, a *Action Learning*¹ (AL) é um processo de desenvolver essas experiências ao ensinar a matéria. Para este fim, este conceito conduzido pela prática, detalhando as abordagens utilizadas pelos autores para criar *insights* para os praticantes do ensino da disciplina, oferece um levantamento de meios selecionados para AL em toda a educação matemática formal contínua. Este conceito promove a ideia de que a aprendizagem através da ação e a importância da AL não só no âmbito dos anos iniciais da escolarização, mas para todas as demais fases.

Deste modo, os estudantes podem experimentar com alegria a educação matemática formal por toda vida escolar ou até mais, e podem ser motivados em todos os lugares através do expansivo currículo a ser explorado. AL na educação combinada a tópicos matemáticos pode trazer elementos para a compreensão do mundo real. Naturalmente, a integração de AL em instâncias de diferentes níveis do ensino fundamental é de suma importância, e isso é reforçado neste trabalho.

Entre os novos desenvolvimentos e tendências em educação matemática no ensino fundamental, está a probabilidade. Atualmente, é necessário trabalhar com conceitos probabilísticos porque somos levados a fazer previsões e tomar decisões sob condições e situações incertas, tendo que avaliar ao mesmo tempo uma grande quantidade de informações.

Pesquisadores de muitos países, tais como nos Estados Unidos, Canadá, Chipre, Grécia, Inglaterra, ressaltam que a probabilidade é um ramo muito importante da educação matemática, pois oferece oportunidades para os alunos(as) se envolverem em atividades de aprendizagem interessantes e propositais; e é facilmente entendido por alunos que estão em diferentes idades e têm capacidades diferentes. Skoumpourdi (2004) em sua pesquisa sobre a teoria do ensino da probabilidade como uma nova tendência na Educação Primária Grega, afirma que onde quer que tenha sido ensinada, os resultados são positivos e aprimoram o pensamento matemático.

¹ Action learning é apropriadamente nomeado dado que duas de suas principais atividades são a ação (action) e aprendizado (learning).

Gal (2005); Franklin, Kader, Mewborn, Moreno, Peck, Perry e Schearer (2005) e Jones (2005) afirmam que as razões para incluir a probabilidade nas escolas são relacionadas com a utilidade da probabilidade para a vida diária, seu papel instrumental em outras disciplinas, a necessidade de um conhecimento estocástico em muitas profissões e sua importância para a tomada de decisões. Os estudantes encontrarão a aleatoriedade não apenas na aula de matemática, mas também nas áreas biológicas, econômicas, atividades meteorológicas, políticas e sociais (jogos e esportes).

Pesquisas foram desenvolvidas para o estabelecimento da compreensão do conteúdo de probabilidade das crianças em idade escolar nos anos 70 e 80 do século passado. Esses trabalhos de pesquisa, que serão mencionados em detalhes no decorrer deste texto, foram os principais pontos de partida desta pesquisa. Deve-se enfatizar que a compreensão do desenvolvimento do pensamento probabilístico no decorrer do processo educacional, é, de fato, bastante atual, pois continua sendo aprofundado nos dias de hoje, sendo contemplado pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio, ou seja, no decorrer da Educação Básica.

Esta pesquisa justifica-se pelo interesse em buscar compreender novas formas de ensino que agreguem sentimento de participação e autonomia durante o processo de aprendizagem, trazendo para o meio acadêmico contribuições teóricas e práticas. Temos como hipótese de que é importante que os alunos, desde os anos iniciais da Educação Básica, tenham autonomia na construção do pensamento probabilístico, fato este que é endossado pela BNCC.

Embora a atuação dos docentes do Ensino da matemática seja efetivada a partir dos anos finais do Ensino Fundamental, entende-se ser essencial para a sua formação a compreensão de conceitos matemáticos durante todas as etapas do Ensino Básico.

2 OBJETIVOS

2.1 GERAL

Analisar as contribuições de uma prática relacionada à *Action Learning* para o desenvolvimento do pensamento probabilístico com alunos do 1° e do 6° ano do Ensino Fundamental.

2.2 ESPECÍFICOS

- Analisar práticas relacionadas à *action learning* a serem desenvolvidas no ensino da matemática nos anos iniciais da educação básica;
- Compreender as competências relacionadas à probabilidade a serem desenvolvidas por estudantes do 1° e 6° ano do Ensino Fundamental;
- Identificar evidências de que o jogo “corrida de cavalos” está em conformidade com a prática da *Action Learning*.

3 PROBABILIDADE E ACTION LEARNIG NA EDUCAÇÃO BÁSICA: estudos e documento orientador

Neste trecho apresentamos os estudos e documentos usados na construção e compreensão desta pesquisa. A exposição dos conceitos explanados são: o pensamento probabilístico e práticas matemáticas que englobam *Action Learning*.

3.1 PROBABILIDADE: PESQUISAS E DOCUMENTO ORIENTADOR

Devido a ênfase da probabilidade no currículo escolar, houve um aumento considerável nas pesquisas sobre o pensamento probabilístico do aluno. A tendência atual, até para os níveis da escola primária, é voltado ao ensino de probabilidade com base em dados, onde se espera que os alunos realizem experimentos ou simulações, formulem perguntas ou previsões, colem e analisem dados desses experimentos, proponham e justifiquem conclusões e previsões baseadas em dados.

Santos (2010) compactua do mesmo ideal da inserção da probabilidade já nos anos iniciais, por tal conteúdo reverberar no cotidiano das pessoas de forma natural e nítida, como: interpretar informações no dia a dia, tomar decisões dentre outras ações que já contemplam a realidade de crianças em muitas de suas atividades diárias.

Em conformidade com Borovnick e Peard (1996 *apud* CIRINO, 2007) a inserção da probabilidade já nos anos iniciais resultam em dois reais benefícios na educação matemática: A primeira delas partiria dos pensamentos resultantes de um pensar probabilístico por meio do estudo da relação entre valores estimados e valores exatos e assim, perceber as inviabilidades de gerir alguns resultados. O segundo benefício se daria na transposição da probabilidade em sala de aula para a vida real, visto que, como já mencionado neste trabalho, é notoriamente evidenciada no cotidiano das pessoas.

Ainda sim, as noções de probabilidade não ocorrem de maneira natural e intuitiva, como alguns outros conceitos matemáticos. Em conformidade com Sáenz (1999), os conceitos de probabilidade são consequências de inúmeras reflexões e consideráveis contraposições com a realidade.

De acordo com Fischbein (1984), a razão para introduzir probabilidade é: lidar com situações incertas, predizer, decidir entre diferentes probabilidades (implementação crítica), resolução de problemas (tomada de ação deliberada) e desenvolvimento da capacidade de raciocínio diferente de algo determinístico.

O exposto indica que o estudo de probabilidade apresenta diversas vantagens, que as crianças aprendem ao aceitarem o fato de que podem ser encontradas situações em que não são possíveis serem previstas. Neste caso, o que deve ser feito é interpretar criticamente todas as possibilidades e escolher aquela que considera mais provável de acontecer. Desta forma, as crianças reúnem experiências para situações da vida real, nas quais se faz necessário decidir sobre a melhor opção de muitos em uma situação cotidiana.

Ao mesmo tempo, as crianças precisam aceitar o fato de que alguns eventos são impossíveis de acontecer. Isso é necessário para agir deliberadamente e resolver o problema, por meio do qual o aluno deve fazer uso de seu modo de pensar, diferente daquele aplicado na aprendizagem de outras disciplinas matemáticas.

Gelman e Glickman (2000) pesquisaram a importância da demonstração e experiência concreta com o ensino dos conteúdos de probabilidade e observou que as crianças entendiam melhor os conceitos mais difíceis se eles participassem ativamente nas demonstrações correspondentes. Já Mills (2007) investigou como as atitudes positivas de professores perante os conteúdos de estatística e probabilidade tem impacto direto na relação e desempenho dos alunos no conteúdo. Assim, o autor endossa que seja oferecida aos docentes a possibilidade de uma formação continuada específica ao ensino de probabilidade, para tentar disponibilizar as melhores ferramentas possíveis que facilitem a entrega do conteúdo, pois entende-se que ele pode ser um assunto desafiador de ser repassado.

Gurbuz (2010) lidou com probabilidade ensinando e aprendendo. Ele estavam tentando estabelecer a eficácia da abordagem de ensino com base na participação ativa dos estudantes, por meio da qual os alunos(as) estavam fazendo numerosos experimentos relativos à probabilidade, e foram discutir suas descobertas entre si no acompanhamento. Foi observado que a instrução baseada em atividades é significativa na compreensão dos conceitos de probabilidade em comparação com a instrução tradicional porque a instrução baseada em atividades dá aos alunos oportunidades de fazer experimentos, ver os seus resultados derivados e discutir o processo.

Andrew (2009) destaca a importância de experiências concretas, pois considera que os alunos entendem melhor o conteúdo de probabilidade se eles realizarem experimentos relacionados à probabilidade com antecedência.

Assim, é importante que os alunos ganhem experiência também praticando, tentando assim determinar o evento mais provável. Conceitos em probabilidade podem ser melhor compreendidos se os alunos forem expostos pela primeira vez à probabilidade via experimento.

O desenvolvimento de experimentos probabilísticos encoraja os alunos a desenvolverem compreensões de probabilidade baseada em eventos reais, em oposição a meramente computando respostas com base em fórmulas.

Além dos referidos pesquisadores, muitas instituições, como a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco) e o Centro Educacional Eurípedes Barsanulfo (Ceeb), reconheceram o importante papel que o conhecimento da probabilidade desempenha na sociedade e sugerem incluí-la no currículo da escola primária. A probabilidade foi introduzida para a série de lições acadêmicas no mundo ocidental como parte das mudanças da “nova matemática” na década de 1960, mas apenas no final dos anos 1970 a importância educacional da probabilidade na escola primária e secundária tornou-se aparente. Isso se deve ao fato de que até então, o alicerce das introduções de conteúdos em geral era baseado mais em razões práticas e acadêmicas, ao invés de alguma crença educacional que tem a ver com sua importância como uma parte constitutiva do processo de educação geral.

Embora o reconhecimento deste conteúdo da matemática já tenha sido reconhecido há mais de 60 anos, ainda encontramos certa resistência e falta de formação docente adequada para ensinar probabilidade, como também para implementar a probabilidade no currículo. Com base nos estudos expostos, constata-se que a introdução da probabilidade em toda etapa da educação básica é necessária.

Desso modo, a conceituada organização profissional de professores de matemática dos Estados Unidos, a National Council of Teachers of Mathematics ou Conselho Nacional dos Professores de Matemática – (NCTM², 2000) ressalta a importância da introdução de probabilidade desde os anos iniciais, em consonância com o nosso atual documento normativo de ensino, a BNCC.

Segundo Bruner (1960, p. 53-54),

Se a compreensão de número, medida e probabilidade é considerada crucial na busca da ciência, então a instrução nestes assuntos deve começar como intelectualmente honesta e o mais cedo possível de forma consistente com as formas de pensamento da criança. Deixe que os tópicos sejam desenvolvidos e (re)desenvolvidos em graus posteriores.

O referido autor, esclarece que:

² Sigla em inglês.

Se alguém respeita os modos de pensar da criança em crescimento, se é cortês o suficiente para traduzir o material em suas formas lógicas e desafiador o suficiente para tentá-lo a avançar, então é possível apresentá-lo em tenra idade para as idéias e estilos que mais tarde na vida fazem um homem educado. (BRUNER, 1960, p. 52)

Essa lógica deve encorajar o ensino de conceitos de probabilidade começando nos níveis elementares. Além disso, o estudo da probabilidade permite que os alunos compreendam experiências envolvendo o acaso.

De acordo com Conselho Nacional dos Professores de Matemática (NCTM, 1989), o desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes por meio do estudo da probabilidade é essencial na vida cotidiana, pois representa a matemática da vida real.

Para Moore (1990, p. 98):

A probabilidade é o ramo da matemática que descreve a aleatoriedade. O conflito entre a teoria das probabilidades e a visão de mundo dos alunos deve-se ao pelo menos em parte ao contato limitado dos alunos com a aleatoriedade. Devemos, portanto, preparar o caminho para o estudo do acaso, fornecendo experiência com comportamento no início do currículo de matemática.

De acordo com o proposto, nos foi despertado o interesse em pesquisar os conceitos de probabilidade que surgem através do jogo corrida e cavalos, em uma perspectiva de aprendizagem com ação – AL, uma vez que, Shaughnessy (1992) defende a ideia de que o ensino de forma significativa, em que as situações apresentadas aos alunos sejam de seu interesse. O exposto encontra-se em conformidade com Lopes (2008), ao sugerir que o processo de ensino e aprendizagem de probabilidade deva ser baseado em investigações e resoluções de problemas.

Dentre os conceitos que o jogo nos proporciona, estão: analisar quantas e quais são as possibilidades de somas, registrar e analisar a frequência de somas do jogo; verificar quais somas são mais ou menos prováveis etc. Outro fator relevante para o uso do jogo “Corrida de Cavalos” no desenvolvimento do pensamento probabilístico é que permite que tais conceitos sejam desenvolvidos de forma articulada, como é sugerido por Santos (2015).

3.2 DOCUMENTO NORTEADOR

O ensino de probabilidade é de extrema importância na formação matemática e sua notoriedade pode ser observada entre os objetos de estudo matemáticos em pauta desde os anos

iniciais da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017). No documento também são apresentadas habilidades cognitivas a serem desenvolvidas por intermédio desta área de conhecimento.

A partir do 1º ano do Ensino Fundamental a BNCC já aborda na unidade temática de probabilidade e estatística, os seguintes objetos de conhecimento: noção de acaso, leitura de tabelas e de gráficos de colunas simples, coleta e organização de informações e registros pessoais para comunicação de informações coletadas. Dentre as habilidades a serem desenvolvidas no 1º ano do fundamental, entendemos que a AL pode no desenvolvimento de habilidades, como a (EF01MA20) “classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano” e a (EF01MA21) que aborda a leitura de dados expressos em tabelas e em gráficos de colunas simples.

Conforme a BNCC (BRASIL, 2017):

No que concerne ao estudo de noções de probabilidade, a finalidade, no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, é promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos. Para isso, o início da proposta de trabalho com probabilidade está centrado no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de modo que os alunos compreendam que há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis. É muito comum que pessoas julguem impossíveis eventos que nunca viram acontecer. Nessa fase, é importante que os alunos verbalizem, em eventos que envolvem o acaso, os resultados que poderiam ter acontecido em oposição ao que realmente aconteceu, iniciando a construção do espaço amostral.

No tocante aos objetos de conhecimento na unidade temática da probabilidade e estatística às habilidades indicadas pela BNCC no 6º ano do Ensino Fundamental, observa-se de forma mais aprofundada o estudo deste campo da matemática, tais como: cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável, cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista), leitura e interpretação de tabelas e gráficos (de colunas ou barras simples ou múltiplas) referentes a variáveis categóricas e variáveis numéricas, coleta de dados, organização e registro, construção de diferentes tipos de gráficos para representá-los e interpretar informações de diferentes tipos de informações: gráficos e fluxogramas.

De acordo com o referido documento,

No Ensino Fundamental – Anos Finais, o estudo deve ser ampliado e aprofundado, por meio de atividades nas quais os alunos façam experimentos aleatórios e simulações para confrontar os resultados obtidos com a probabilidade teórica – probabilidade frequentista. (BRASIL, 2017)

Para esta pesquisa, especificamente com os estudantes do 6º ano, serão consideradas as habilidades: (EF06MA30), (EF06MA33) e (EF06MA34) que abordam, respectivamente, a calcular a probabilidade de um evento aleatório e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos, coletar dados de pesquisa, representar e interpretar informações, em tabelas, identificando as relações entre os objetos representados.

3.3 ACTION LEARNING NA PRÁTICA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Muitas pessoas são pragmáticas a fazer o que funciona. Quando algo não funciona, somos obrigados a fazer perguntas sobre como fazê-lo funcionar. A partir da década de 1940, Reginald Revans, um cientista e inovador educacional britânico, mais conhecido como o pioneiro da metodologia *action learning*, começou a desenvolver um método de resolução de problemas caracterizado por agir e reagir sobre os resultados, como forma educacional pedagógica para o desenvolvimento de negócios e solução de problemas.

Desde então, AL passou a descrever uma variedade de formas que pode assumir e diversos contextos em que se pode ser observada. *Action learning* na educação matemática pode ser definida como aprender através do trabalho do aluno em um problema real seguido de reflexão sobre este trabalho. Na maioria dos casos, este trabalho é mediado por um “outro mais experiente”, o professor(a).

Antes de nos preocuparmos com as responsabilidades do dia a dia ligadas à idade adulta, podemos considerar livremente a prática de AL em uma forma de jogo. Nosso gosto por jogos e por aprender estratégias vencedoras são transportados para a vida adulta, tanto como meio de entretenimento, como uma ferramenta para instruir a próxima geração de crianças.

A motivação para a aprendizagem através de AL na educação matemática muda gradualmente de apenas “vencer jogos” para sucesso em empreendimentos do mundo real. A chave para o êxito é a capacidade de resolver problemas. Beswick (1965), em suas pesquisas descobriu que a curiosidade pode ser caracterizada em termos de entusiasmo sobre observações peculiares e fenômenos inesperados. Além disso, Vidler (1977, p. 18) afirma que “o que as crianças terão curiosidade depende em grande parte da natureza e do mundo sobre eles e suas experiências anteriores”.

Alunos em todos os níveis educacionais buscam concretude, são naturalmente curiosos sobre o mundo real e desfrutam dos benefícios da AL, especialmente quando a usam repetidamente na educação matemática.

Wertheimer (1959, pp. 273-274), um dos fundadores da psicologia da Gestalt, argumentou que, para muitas crianças, “faz uma grande diferença se há ou não alguma justificativa real em problematizar tudo”. Esse autor apresentou um exemplo de uma menina de 9 anos que não teve sucesso nos estudos na escola. Em particular, ela foi incapaz de resolver problemas simples que exigiam o uso de aritmética básica. No entanto, quando dado um problema que surgiu de uma situação concreta com a qual ela estava familiarizada e a solução da qual “era exigida para a situação, ela não encontrou nenhuma dificuldade incomum, frequentemente mostrando excelente raciocínio.” Em outras palavras, a melhor estratégia para desenvolver o interesse dos alunos em um assunto é focar o ensino em tópicos que estão dentro do seu alcance de atração.

Fanelli (1977) afirma que a reflexão é tão importante quanto a ação. Ser capaz de refletir sobre a ação realizada constitui o que chamamos de controle interno quando os indivíduos se consideram responsáveis por seu próprio comportamento, algo que é diferente do controle externo que é resultado ao ver outras pessoas ou circunstâncias e sendo essas a principal motivação para um comportamento individual. Três questões básicas geralmente dão início ao processo de AL na abordagem de um problema real. Primeiramente perguntamos: o que deveria estar acontecendo? Em segundo, o que está nos impedindo de fazê-lo? E último, o que podemos fazer?

Conforme Abramovich, Burns, Campbell e Grinshpan (2016), na educação matemática, AL como estratégia de ensino, tem sido adotada como uma pedagogia orientada para a auto resolução de problemas reais, seguida de reflexão. Aprender é o objetivo principal, embora a resolução de problemas é real e importante. A aprendizagem é facilitada quebrando mentalidades bem estabelecidas, apresentando assim um cenário um tanto desconhecido para o problema.

Em suma, AL é um processo de solução de problemas que dá tanto importância ao indivíduo e a aprendizagem em grupo como a resolução do problema. Este processo não apenas ajuda as pessoas aprenderem a resolver problemas, mas aumenta a eficácia de suas interações interpessoais. A AL depende do engajamento dos participantes em momentos dialógicos, cujos participantes se envolvem de forma igualitária, agindo e passando tempo juntos refletindo sobre o que aprenderam e como aprenderam. É a reflexão sobre aprendizagem que acompanha a ação

que tende a se concentrar no processo de mudança dos participantes.

Action learning é um processo, e não uma eventualidade. Ser parte de um processo implica que o movimento ou avanço é feito. Se a aprendizagem é um processo, a AL é um processo que inclui a aprendizagem, razão pela qual os estudantes, por meio de uma prática que inclua AL, podem experimentar fases de aprendizagem, que progressivamente se desenvolvem de uma forma natural. Essas fases de aprendizado devem ser descritíveis e pelo menos provisoriamente marcada em um período linear de tempo, embora cada parte dos períodos possam variar em durabilidade de aluno para aluno.

Mezirow (1991, p. 12) define a aprendizagem como "o processo de usar uma interpretação prévia para interpretar uma nova ou uma interpretação ressignificada através da experiência de um outro indivíduo para orientar uma ação futura". Porque a aprendizagem é, por essa definição de uma educação ampla, um processo que implica movimento ou mudança através de fases, assume-se que fases de aprendizagem existem para os indivíduos durante suas experiências com AL. Portanto, a questão substancial nesta pesquisa não é se existem fases em AL, mas sim, se as fases de aprendizagem, que são especialmente características do processo de AL e não apenas da dinâmica de pequenos grupos em geral, podem ser identificadas e rotuladas a partir das próprias perspectivas de interação dos participantes.

Nos anos iniciais e finais do ensino fundamental, a AL pode motivar conceitos matemáticos por meio de atividades práticas projetadas, apoiadas por materiais. Tais atividades devem integrar ideias matemáticas junto a ferramentas físicas presentes no cotidiano dos estudantes, como os jogos. O jogo no contexto da aprendizagem de matemática apoiada por ferramentas sugere o "pensar fora da caixa", algo que com a intervenção de um professor, como um "outro mais conhecedor", suscita a aprendizagem com sentido.

Para este trabalho, a AL foi aplicada por meio do jogo corrida de cavalos, onde os alunos usaram um tabuleiro real e observaram toda a movimentação e posição dos cavalos para expor/desenvolver, junto às intervenções da professora-pesquisadora³, noções probabilísticas.

³ Utilizamos o termo professora-pesquisadora, pois na pesquisa, a autora deste trabalho desempenha a dupla função.

4 METODOLOGIA DA PESQUISA

Este estudo possui abordagem qualitativa, que de acordo com Gerhardt e Silveira (2009), os pesquisadores que utilizam esse tipo de abordagem buscam explicar o porquê das coisas, explicitando o que convém a ser feito, mas não quantificam os valores e as trocas simbólicas, nem se submetem às provas de fato, porque os dados analisados são não métricos, ou seja, dados que qualificam características, propriedades, atributos ou categorias que descrevem o sujeito ou objeto.

Esta pesquisa possui caráter exploratório, que de acordo com Prodanov e Freitas (2013), visa proporcionar um contato mais próximo com o problema, ou seja, busca uma maior familiaridade com a situação que se deseja pesquisar, tornando ele explícito ou gerando hipóteses sobre ele.

Essa perspectiva de pesquisa ajuda a interpretar os resultados da análise e pode revelar padrões inesperados. Segundo Oliveira (2011, p. 02) “a observação é uma etapa fundamental no fazer pedagógico. O professor/observador é aquele que planeja sua intervenção com o intuito de contribuir para a construção do conhecimento do aluno [...]”.

A partir disto, é possível visualizar algumas necessidades dos estudantes, tanto de forma coletiva, como individual. Todo o processo de *brainstorming*⁴ dos estudantes na aprendizagem precisa ser observada e escutada através de um olhar investigador com a finalidade de estimulá-los a criar suas hipóteses e conhecimentos.

Esta pesquisa foi desenvolvida com 6 estudantes do Ensino Fundamental do município de Bezerros-PE. Sendo 2 do primeiro ano e 4 do sexto ano. Foi realizada em duas tardes, em uma das salas da instituição de ensino que estudam.

Os estudantes não foram identificados por questões éticas. Para as crianças do 1º ano, foram atribuídos códigos para cada uma, de acordo com a inicial do nome. Para os fins dessa pesquisa contamos com as estudantes codificados por A1 e S1. Consequentemente, o mesmo código foi atribuído aos estudantes do 6º ano, cuja identificação ficou conhecida como: A6, L6, N6 e T6.

A *Action-learning* acoplada à percepção probabilística com estudantes do 1º e 6º ano do Ensino Fundamental, objeto de estudo dessa pesquisa, foi desenvolvida obtida por intermédio do jogo corrida de cavalos, que possibilitou o ambiente de ‘*learning through action*’ ou aprender através da ação do brincar e observar os dados conforme o jogo é desenvolvido.

⁴ Uma forma de gerar novas ideias através da discussão entre pessoas, onde são feitas sugestões e as melhores são acatadas.

Para que as crianças tivessem a oportunidade de se familiarizar com o jogo, ele foi realizado em 2 rodadas. Como tínhamos confeccionado dois tabuleiros e só tínhamos duas voluntárias do 1º ano, as estudantes usaram um tabuleiro para a primeira rodada, que foi mantido como objeto de observação para a próxima partida. Já, com os estudantes do 6º ano, como tivemos 4 voluntários, assim usamos os dois tabuleiros, tanto na 1º como na 2º rodada.

A primeira rodada foi jogada sem intervenções diretas da professora, seguida de uma socialização sobre a partida através de diálogos, perguntas mediadoras e observações. Logo após, os estudantes foram convidados a jogar uma nova partida com a chance de fazer novas apostas, caso o quisessem.

4.1 O JOGO CORRIDA DE CAVALOS

Sua aplicabilidade se deu da seguinte maneira:

- As crianças tinham 3 fichas para apostar nos cavalos, enumerados de 1 a 13; as apostas poderiam ser postas em um único cavalo ou em cavalos distintos, conforme suas preferências.
- O avançar dos cavalos na corrida ocorre através da soma gerada por dois dados de seis faces distintos, não viciados.
- Ganha o cavalo que alcançar a linha de chegada primeiro.

Figura 1 - Tabuleiro do jogo.



Fonte: Dados da pesquisa.

O intuito da primeira rodada é observar, conforme o jogo está sendo jogado, o nível de

percepção dos participantes quanto ao resultado da soma dos dados, agregados as interações durante o jogo. Assim, ao término da primeira rodada levamos em considerações os seguintes critérios/ questionamentos:

1. Compreensão das crianças sobre as representações de dados, ou seja, como as crianças do 1º ano e do 6º ano do fundamental escolhem, interpretam, projetam, transformam e usam representações de dados do jogo de cavalos no contexto de action-learning. Quando e como as escolhas das crianças são feitas? Quais são as considerações das crianças em fazer essas escolhas?

2. Usando representações. Como as crianças usam representações para ver padrões e apoiar, refinar, refutar ou criticar afirmações e/ou conclusões baseadas nos dados?

3. A contribuição das interações das crianças para a compreensão da representação dos dados. As interações, sejam interações em pares, interações em grupo, e interações aluno professor podem ser usadas para caracterizar processos de entendimento e aprendizado?

Depois de ter discutido e interpretado os resultados de forma coletiva, às crianças foram convidadas a jogar a segunda rodada. Dessa vez, sem nenhuma intervenção por parte da professora. A segunda partida tem como objetivo observar a percepção, ou não, dos participantes em relação a noções probabilísticas.

5 ANÁLISE DE DADOS

Nas análises dos resultados observamos de formas separadas as interações feitas pelos participantes do 1º ano e do 6º ano do fundamental. Buscamos identificar se houveram possíveis percepções probabilísticas obtidas por meio de AL com o intuito de alcançar os objetivos desse estudo.

A fim de facilitar as análises e compreensão dessa pesquisa, a dividimos em 3 categorias: a primeira com os relatos e imagens da experiência com estudantes do 1º ano com o jogo corrida de cavalos, a segunda com os relatos da experiência dos estudantes do 6º ano com o jogo corrida de cavalos, e por fim, na terceira categoria, refletimos como as experiências vivenciadas pelos estudantes do 1º e 6º ano do Ensino Fundamental podem haver contribuído para a construção de um pensamento probabilístico por meio de AL.

5.1 ESTUDANTES DO 1º ANO DO FUNDAMENTAL

Segundo o relato dos estudantes, para a escolha dos números na primeira rodada, eles fizeram escolhas hipotéticas e/ou por preferência pelo número. S1 escolheu para ser sua aposta o 1, 6 e 13. Escolheu o número 6 porque era a sua idade, e os números 1 e 13 porque eram o menor e o maior possíveis dentre os disponíveis. A1, optou pelos números 1, 2 e 9. Os primeiros também de forma hipotética e o 9, em particular, por ser o dia do aniversário da mãe.

Conforme Grando (2000), os estudantes se utilizam das primeiras jogadas para se sentirem confortáveis e familiarizados com o jogo. Por isso, nas jogadas iniciais se fazem de extrema importância a mediação pedagógica por meio de intervenção verbal e/ou ações que norteiem os estudantes com afinco, e assim, possam jogar com competência e consciência de jogo.

Após a décima quarta jogada na primeira rodada, A1 externalizou um comentário importante de suas percepções:

A1: Aqueles dali não vão sair do canto(apontando para o 1 e o 13).

Prof(a): Humm... por que não saem?

A1: Porque não dá. Porque não tá com o mesmo número.

A fala da aluna A1 indica que ela percebe que não há possibilidades de soma com dois

dados que tenham o número 1 e 13.

Após 23 jogadas, o cavalo 6 chegou ao final do tabuleiro e assim, foi o vencedor. Neste momento, nos voltamos para a discussão:

Prof(a): O 6 ganhou! O 9 também andou mais, mas o 6 chegou primeiro!

Prof(a): Arrasou S1, foi uma ótima aposta!

Prof(a): E aí? O que é que vocês acharam? O que é que vocês estão vendo? Quais são os cavalos que menos andam?

A1: Han... esse e esse (apontando para o 13 e 1).

S1: O 13, o 1, o 2, o 3, o 4 e o 12.

Prof(a): Olha, o 1 e o 13 nem saíram, né? (apontando)

S1: Foi!

Prof(a): E por que vocês acham que não saíram?

A1: Porque eles não tinham o mesmo número.

Prof(a): Vocês tavam jogando com dois dados, né? Têm como a gente tirar só o número 1?

A1: Não!

Prof(a): Não? Por que não?

A1: Porque a gente tá com dois dados

Prof(a): E aí? O que é que acontece? Por que que não vai cair o número 1?

A1: Por que a gente tá jogando com dois dados!

Prof(a): E o que é que acontece se eu tirar 1 e 1?

A1: Vai ficar 2!

Prof(a): Aí não tem como dar 1?

A1: É!

Prof(a): E o número 13, por que vocês acham que o número 13 não saiu?

S1: Por que não dava!

Prof(a): Não dava o que?

S1: Porque o 6 e mais 6 é 12.

Prof(a): Humm... E aí tem como dar o número 13?

S1: Não!

Prof(a): Eita, e tu apostou no 1 e no 13, tá vendo? Se não fosse o cavalo 6...

Se não fosse o cavalo 6 tu não ia ter andado nunca.

E o teu A1? Qual era o teu cavalo que nunca ia andar?

A1: o 1!

Prof(a): O 1 podia andar?

A1 e S1: Não!

Prof: E o 2?

A1: podia!

Prof(a): Mas qual era a chance dele andar? Era muito ou pouquinho?

A1: Pouquinho?

Prof(a): Pouquinho, por quê?

A1 e S1 pausaram para *brainstorm*⁵ o porquê do cavalo 2 andar pouco. Depois de um tempo, o diálogo continuou.

Prof(a): Tinha que tirar o que?

A1 e S1: 1 e 1!

Prof(a): Aí só tem uma chance né de sair 1 e 1?

A1: É!

Prof(a): E o número 9? Quantas chances tem de sair o número 9?

Vamos ver? O número 9 andou bastante.

Prof(a) chama atenção para os cavalos que mais andaram na partida: o 5, 6, 7, 8, 9 e 10.

Prof(a): Por que vocês acham que o 6 andou bastante o 9 também andou bastante?

Para ajudar as crianças do 1º ano a visualizar as somas foi apresentada tabela 1. Com isso, elas observaram todos os resultados possíveis através da soma resultante da combinação dos dados. A aluna A1 logo notou o padrão nos resultados pois viu que eles sempre começavam com a soma do 1º termo da coluna anterior +1.

⁵ Discutir algo no intuito de produzir novas ideias

Tabela 1 – A soma dos dados

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Fonte: Dados da pesquisa.

O diálogo continuou:

Prof(a): Por que será que o cavalo 2 e o 12 só andou uma vez?

Al e S1: Só apareceu uma vez e o 12 também.

Prof(a): Ai fica mais fácil ou mais difícil de ele andar?

S1: Mais difícil!

Foram-se feitas a reflexão de quantas vezes cada número aparece. Ao perceber que o número 7 pode aparecer 6 vezes, a professora perguntou:

Prof(a): E aí, o número 7 é uma boa aposta? Qual é o melhor o 7 ou o 6?

Al e S1: 7!

Prof(a): Mas porque será que o 6 ganhou? O 6 também é uma boa aposta mesmo não sendo tão bom quanto o 7? O que é que vocês acham?

Al e S1: É bom, sim!

Prof(a): E o número 8 aparece quantas vezes?

Al e S1: 5!

Prof(a): Tem muitas chances de aparecer? Você acham que é um número bom? Vocês apostariam no número 8 agora?

Al e S1: sim!

Prof(a): E o número 9 aparece quantas vezes?

Al e S1: 4!

Prof(a): Ele é uma boa aposta?

S1: Muito não!

Prof(a): Qual seria a melhor aposta, o número 6 ou o número 9?

S1: o 6!

Prof(a): Por quê?

S1: O número 6 cinco vezes e o número 9 quatro vezes;

A1: Por isso que S1 ganhou com o número 6 e não com o número 9.

Na segunda rodada houve uma discussão e análise da jogada anterior. ...

Prof(a): Quais números dos cavalos vocês vão apostar dessa vez?

S1: 4, 5 e 6

A1: 10, 7 e 5

Prof(a): Por que vocês escolheram esses números?

Prof(a): Por que você escolheu o número 4, S1?

Prof(a): A1, por que você escolheu o número 10?

Prof(a): Vamos olhar ali para a corrida que a gente jogou. O cavalo 10 ficou onde?

A1: aqui (apontando)

Figura 2 - análise da partida (1º ano)



Fonte: Dados da pesquisa

Prof(a): Quais foram os cavalos que mais andaram?

S1: o 5, o 8 o 7

A1: o 9 e o 10 também andou um bucadinho.

Prof(a): Olhando para ali vocês podem ver porque eles andaram mais do que os outros.

As alunas comparam a tabela com a posição dos cavalos ao tabuleiro.

Prof(a): E aí S1, você acha que o número 4 é uma boa aposta?

S1: Mais ou menos.

Prof(a): Vai querer continuar com o 4 ou vai trocar?

S1: Vou trocar pelo 7!

Prof(a): E você A1? Vai continuar com os mesmos números?

A1: Vou trocar o 10 pelo 6!

Prof(a): Vocês apostaram nos mesmos cavalos!!

Depois de 15 jogadas o cavalo 10 ganhou a corrida.

S1: Não foi uma boa ideia tirar o 10, A1. Você teria ganhado!

Prof(a): Tudo bem, ainda podemos considerar, pois o 10 ainda está anotadinho ali. Mas por que que a gente pensou no 7? Olhem para a partida. O número 7 e o 9 estavam muito bem! Mas e o número 10? Ele é uma boa aposta?

A1: Ele aparece três vezes.

S1: Mais ou menos

Prof(a): Por quê? Ele é uma aposta melhor que o 13?

S1 e A1: É!

Prof(a): E é melhor que o 12?

S1 e A1: É!

Prof(a): Então ele pode ser considerado uma boa aposta se comparado com alguns outros, não pode?

A1 e S1: Pode!

Prof(a): E quando a gente joga os dados, ele será sempre a mesma coisa ou será aleatório? Eu posso prever o que vai acontecer ou eu não sei?

A1 e S1: Eu não sei!

Prof(a): Por isso que o 10 pode ser uma boa aposta ainda.

A1: Porque as chances dele aparecer é ainda maior do que a de outros.

S1: O 7 teve boas colocações nas duas partidas pq tem mais chances mas não ganhou

Prof(a): E por que ele não ganhou? Por que o dado é o que?

A1 e S1: aleatório.

Ambas jogaram mais uma vez e o cavalo 7 ganhou a aposta!

5.2 ESTUDANTES DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Para este grupo, contamos com a presença de 4 estudantes, os quais chamamos de A6, L6, N6 e T6. As duplas a jogaram simultaneamente sendo que na primeira rodada tivemos L6 contra T6 e A6 contra N6.

As respectivas escolhas dos números dos cavalos foram, respectivamente: L6 (2, 4, 5); T6 (1, 9, 13); A6 (4, 8, 12) e N6 (6, 7, 8). Assim como no grupo do 1º ano, os estudantes escolheram os números de forma hipotética, seja por gosto, por data de aniversário, ou simplesmente, considerar seu número da sorte.

Ao começar a jogar, já na segunda jogada, A6 fez uma observação:

A6: Como é que o 13 anda?

Prof(a): Será que vai dar 13?

A6: Não, porque aqui é dois dados de seis lados.

Prof(a): Então esse cavalo vai sair do lugar? Ele é uma boa aposta?

A6: Não, é a mesma coisa com o 1.

No decorrer do jogo, ao observar o andar dos cavalos, N6 falou:

N6: Eu não me arrependo não da minha aposta.

Figura 3 - Percepção da movimentação dos cavalos



Fonte: Dados da pesquisa.

O pensamento de N6 é endossado por Vygotsky (2001) ao afirmar que é por meio da

mediação do outro e dos signos que o conhecimento se constrói, assim como a evolução do pensamento verbal nas crianças é um fator determinante para a formação de conceitos que podem ser desenvolvidos tanto espontaneamente na vida cotidiana como no contexto escolar.

Prof(a): E as suas apostas T6? Foram boas apostas?

T6: Não sabia que eram 2 dados.

Na partida entre L6 e T6, o cavalo ganhador foi o 10.

Na partida entre A6 e N6, o cavalo ganhador foi o 6

Prof(a): Vocês acham que vocês fizeram boas apostas?

N6: Eu acho que sim!

Prof(a): Eu vi aqui que vocês apostaram no número 2 e no número 12. Quais são as chances de sair o número 12 e o número 2 no dado?

L6: Muito, muito baixa

Prof(a): Por quê? Qual é o resultado que eu tenho que tirar para ter o número 2?

A6 e N6: 1 e 1

T6: E 6 e 6 para o 12.

Prof(a): Eu só tenho essas únicas possibilidades. Então, temos uma chance para conseguir o número 2 e o número 12. É muito ou pouco?

Todos: Pouco!

Prof(a): E o número 10? Quantas chances temos de tirar o número 10?

L6: 5 e 5.

Prof(a): Só 5 e 5?

N6: 6 e 4.

Prof(a): Algum mais?

L6: Não tem um outro!

A6: O contrário!

T6: é, 4 e 6!

A6: São só esses mesmo, com o dado né.

Prof(a): E aí? O 10 é uma boa aposta?

A6: Humm... sim

N6: Não!

L6: É mais ou menos.

A6: Isso.

Prof(a): O 6, que foi o outro número que ganhou, vocês acham que ele é uma boa aposta?

N6: 3 e 3

A6: 4 e 2

T6: 2 e 4

L6: 1 e 5

A6: 5 e 1

L6: Acabou

Prof(a): Então, qual é a melhor aposta o 6 ou 10?

A6 e T6: o 6!

Prof(a): E quais desses números de 1 a 13 vocês acham que é a melhor aposta?

A6: O 8?

Prof(a): Vamos ver quantas vezes ele pode aparecer.

L6: 4 e 4

A6: 2 e 6, 6 e 2, 5 e 3, 3 e 5

Prof(a): Têm mais algum?

L6: Não!

T6: Então o 6 e o 8 tem as mesmas chances!

N6: E o 7?

A6: 1 e 6, 6 e 1, 5 e 2, 2 e 5, 3 e 4, 4 e 3

N6: E só

Prof(a): E aí, o 7 tem quantas chances?

L6: 6!!

N6: Nossa, minhas apostas foram ótimas!

Prof(a): Por isso que os cavalos que mais estavam andando aqui, se vocês perceberem, estava o 7, o 8 e o 6 bem coladinhos. Eles geralmente tem mais chances.

T6: Já o das pontas não vão andar quase nada porque tem chances menores.

Figura 4 - análise da partida (6° ano)



Fonte: Dados da pesquisa.

Prof(a): Depois da nossa reflexão, agora nós vamos trocar de dupla e jogar mais uma vez. Vocês vão fazer novas apostas!

N6: Mas eu quero continuar com os mesmos números.

Prof(a): Tudo bem, você pode fazer a mesma aposta, se quiser!

L6: Eu quero o 9, o 8 e o 7

T6: eu quero o 6, 7 e 8

A6: 6, 7 e 8

As novas duplas foram A6 contra L6 e N6 contra T6.

Na partida de A6 e L6 o cavalo 7 ganhou em disparada.

Na partida de N6 e T6, cavalo 7 e 9 estavam empatados, mas o 9 ganhou a partida.

Foi possível observar que o processo de significação, suscitado pelo desenvolvimento do jogo, se fundamenta nas ponderações de Vygotsky (2001), que atribui à linguagem papel fundamental no desenvolvimento da pessoa, ao considerar que esta possibilita o desenvolvimento de duas funções básicas: o intercâmbio social e o desenvolvimento do pensamento generalizante.

Dessa forma, pode-se considerar que esta experiência de cunho pedagógico foi significativa para o desenvolvimento probabilístico dos estudantes do 6° ano, visto a mediação e a interação que fizeram parte das ações desenvolvidas neste contexto. Segundo tais pressupostos, a professora-pesquisadora e os estudantes se constituíram como sujeitos em interação que participam e se desenvolvem junto a pesquisa. Dessa forma, a mediação da professora-pesquisadora e as ações dos estudantes propiciam significações para ambos.

Segundo Santos e Santos (2016, p. 04):

O movimento de significação não é unívoco nem imediato. É (re)configurado, estabelecido e convencionalizado na relação entre as pessoas. A possibilidade e a necessidade de construção de sentidos levam o sujeito a problematizar as condições e as dimensões da produção e da construção de conhecimentos nas relações de sentidos.

5.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE O DESENVOLVIMENTO DO JOGO E A ACTION LEARNING

Observamos no desenvolvimento e discussões durante o jogo “corrida de cavalos” favoreceu a construção e verificação de hipóteses sobre probabilidade. A partir das hipóteses elaboradas pelos estudantes, independente da série/faixa etária dos estudantes, foi possível observar que as intervenções verbais se fizeram sempre presente, tanto pelos estudantes como pela professora, todas resultantes a partir do andamento do jogo.

Seja a principio ou ao longo das jogadas, todos os participantes chegaram a conclusão de que não era possível obter os resultados 1 e 13, como externado por A1: “*aqueles dali não vão sair do canto*” e por A6 “*Como é que vai dar 13?*” ou “*aqui é dois dados de 6 lados*”. Essa resposta indica a dedução de que $6+6$ seria 12. Sendo assim, impossível obter o número 13, o que também foi notado por S1 ao dizer que: “*o 6 e mais 6 é 12*”.

Uma outra observação feita na primeira rodada dos dois grupos, ou seja, sem que houvesse uma reflexão mais aprofundada do porquê de alguns cavalos andarem mais que outros, foi justamente perceber que os cavalos das “pontas” 1, 2, 3, 11, 12 e 13 andavam pouco ou não andavam, sempre havendo uma movimentação maior entre os cavalos de 4 a 10. O que levou N6 a dizer durante a sua partida que não se arrependia da sua aposta, pois havia apostado nos cavalos 6, 7 e 8 e todos estavam com uma boa vantagem no jogo, conforme ilustra a (figura 3).

Durante os questionamentos (intervenção pedagógica) sobre a partida, observamos indícios da construção de um pensamento probabilístico, muitos deles resultante das mediações.

Segundo Macedo, Petty e Passos (1997, p. 23):

[...] a discussão desencadeada a partir de uma situação de jogo, mediada por um profissional, vai além da experiência e possibilita a transposição das aquisições para outros contextos. Isto significa considerar que as atitudes adquiridas no contexto de jogo tendem a tornar-se propriedade do aluno, podendo ser generalizadas para outros âmbitos, em especial, para as situações de sala de aula.

Por meio das intervenções, ambos os grupos recorreram para as possibilidades de somas dos dados atrelados as chances que cada número podia ou não aparecer. Os estudantes do 1º ano requisitaram mais *prompts*⁶ do que os estudantes do 6º ano, que já estão mais familiarizados com o processo de somar e facilmente perceber as combinações possíveis. Enquanto que os estudantes do 1º ano, sempre buscavam o auxílio do quadro de possibilidades (tabela I) com os resultados das somas para verificar as chances de cada número.

Uma percepção observada apenas pelo grupo do 6º ano, surgiu sobre o número 10 ser ou não uma boa aposta. Ao ser questionados sobre quais eram as possibilidades de obter o número 10 no jogo, logo disseram: 5 e 5 e 6 e 4. Um dos estudantes chegou até a mencionar que não havia um outro, no entanto, outro estudante se deu conta de que havia uma outra possibilidade e disse: “o contrário”, ou seja, o 4 e 6. A partir de então, os estudantes passaram a perceber que embora fossem os mesmos números, a ordem dos números gera outra possibilidade e conseqüentemente, chances. Isso ficou evidente no decorrer da discussão, pois sempre consideravam os mesmos números e suas parcelas invertidas como novas possibilidades.

Uma linha de raciocínio observada com os estudantes do 6º ano, foi o fato de que após analisar as chances que o número 6 (ganhador da primeira partida) tinha de aparecer no dado, saber qual seria a melhor aposta dentre os números dispostos no tabuleiro. A primeira hipótese foi o número 8, que após averiguarem, perceberam que este também teriam as mesmas 5 chances que o número 6. Com isso, quiseram saber das chances do número que estava entre o 6 e 8, o 7. Logo descobriram que o número 7 tinha 6 chances de aparecer, sendo ele, o número com as maiores chances.

A análise das possíveis chances através da soma dos dados nas discussões contribuiu em ambos os grupos para formular estimativas sobre a probabilidade dos cavalos ganharem. A evidência mais forte disso, foi o fato de todos os estudantes mudarem as suas apostas para jogar uma outra vez, levando agora em consideração os números que mais tinham chances de sair. A maioria escolheu números entre 5 e 9, e quase todos escolheram os números 6, 7 e 8, com a justificativa deles terem as maiores chances de vencer. N6 foi a única que não mudou sua aposta, pois desde o início havia escolhido os números 6, 7 e 8, porém de uma forma aleatória. A evidência do pensamento probabilístico de N6 foi a sua justificativa para se manter apostando nos mesmos cavalos, pois agora N6 sabia que tinha as melhores chances.

⁶ Fazer alguém decidir dizer ou fazer algo

O fato dos estudantes ao jogarem, poderem mover os cavalos de lugar, observar suas movimentações e as discussões sobre as jogadas é um indicativo de que a *AL* pode contribuir com o desenvolvimento do pensamento probabilístico dos estudantes. As produções e linhas de pensamento apresentadas pelos estudantes foram pautadas em algo vivenciado por eles, no aprender brincando. Pode-se observar que a exposição de determinadas ideias probabilísticas, que se apresentam, em um primeiro momento carregadas de verdades e sentidos pessoais; foi se alterando com a intervenção da professora e de colegas.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tendo como objetivo geral analisar as contribuições de uma prática relacionada à *action learning* para o desenvolvimento do pensamento probabilístico com alunos do 1º e do 6º ano do Ensino Fundamental, utilizamos como recurso o jogo corrida de cavalos. Tal recurso proporcionou um contexto dinâmico, descontraído e divertido. O jogo possibilitou aos estudantes levantar hipóteses, observar parâmetros, argumentar e contestar os resultados, analisando cada resultado possível.

Em consonância com o indicado no referencial teórico, foi proporcionado aos estudantes uma situação lúdica semelhante a realidade, seguida de reflexão sobre a vivência proposta, seguido da mediação da professora-pesquisadora, sendo ela “o olhar de fora mais experiente” para conduzir os estudantes a refletirem mais a fundo e aguçar suas ideias e hipóteses.

O processo de intervenção pedagógica realizado pela professora-pesquisadora foi de fundamental importância para a sistematização dos conceitos probabilísticos trabalhados no jogo. Nos inúmeros questionamentos realizados durante a intervenção verbal, pode-se notar a explanação naturalmente de conceitos probabilísticos.

Na busca de soluções e melhores jogadas, a análise de possibilidades, o levantamento de hipóteses e justificativas obtidas na intervenção, os estudantes realizaram as antecipações e/ou previsões necessárias para obter melhores chances no jogo, e assim, construir suas estratégias individualmente para jogar uma segunda vez.

Verificamos no desenvolvimento da pesquisa, que o processo de *AL* permeando pelo jogo “Corrida de Cavalos”, se mostra importante para a aprendizagem da matemática de forma geral e, no caso deste estudo em específico, para o desenvolvimento do pensamento probabilístico. Este fato está em conformidade com o pensamento de Moura (1994, p. 24):

Para nós, a importância do jogo está nas possibilidades de aproximar a criança do conhecimento científico, vivendo ‘virtualmente’ situações de solução de problemas que os aproxima daquelas que o homem ‘realmente’ enfrenta ou enfrentou.

O jogo “Corrida de cavalos” contribuiu para reflexões sobre a probabilidade, tanto para os estudantes do 1º ano, como do 6º ano. Ambos os públicos, se envolveram em um processo de aprendizagem de probabilidade de forma significativa. Portanto, entendemos que a *AL* aliado a jogos pedagógicos se mostra como um recurso significativo para o desenvolvimento de conceitos matemáticos em diferentes anos de ensino.

Pode-se concluir que os resultados da nossa pesquisa vem de encontro aos dos pesquisadores Fischbein e Gazit (1984) e Davies (1965), que destacam que crianças em níveis elementares são capazes de resolver atividades probabilísticas. Além do mais, estes resultados também encontram-se em concordância com o pesquisador HodnikCadez e Skrbe (2011), que endossa que estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental são capazes de reconhecer diferentes eventualidades e categorizá-las.

Por fim, os resultados indicam que as habilidades EF01MA20 e EF01MA21 foram apresentadas pelos estudantes do 1º ano, uma vez que apresentaram argumentos entre os eventos possíveis e impossíveis, assim como identificar por meio da tabela, quais os cavalos (somas) tinham maiores e menores chances de vitória. De semelhante modo, as habilidades EF06MA30, EF06MA33 e EF06MA34 puderam ser observadas nas respostas dos estudantes do 6º ano, pois estes perceberam o elementos da aleatoriedade e os correlacionaram para calcular as diferentes somas sucessivas dos dados. Tais estudantes também foram capazes de interpretar a representação que a posição dos cavalos informava no tabuleiro. Em suma, por meio da mesma proposta de ensino, os estudantes do 1º e 6º ano desenvolveram as habilidades expostas na BNCC para o seu respectivo ano de ensino.

Entende-se que este trabalho pode ser utilizado por professores da educação básica, em aulas de Matemática. Bem como, motivação para outros. Neste, foram apresentadas evidências de que *Action Learning* pode ser trabalhada em diferentes estudos no campo da matemática. Este estudo também pode vir a ser desenvolvido em outros anos da educação básica, a fim de ampliar o campo de estudos da probabilidade e de outros conteúdos da Matemática.

REFERÊNCIAS

ABRAMOVICH, S.; BURNS, J.; CAMPBELL, S.; GRINSHPAN, A. Z. “**STEM education: action learning in primary, secondary, and post-secondary mathematics,**” IMVI Open Mathematical Education Notes, vol. 6, pp. 65–106, 2016. Disponível em:

<http://shell.cas.usf.edu/math/mug/STEMEducation.pdf>. Acesso em: 05 out. 2022.

ANDREW, L. Experimental probability in elementary school. **Teaching Statistics**, 31, n.2, 34-36, 2009. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1467-9639.2009.00362.x> Acesso em: 05 out. 2022.

BESWICK, D. G. **Theory and measurement of human curiosity.** (Doctoral dissertation, Harvard University), 1965.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria do Ensino Básico. **Base Nacional Comum Curricular.** Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEB, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf . Acesso em: 05 out. 2022.

CIRINO, M. M. 2007. **A intermediação da noção de probabilidade na construção de conceitos relacionados à cinética química no ensino médio.** Dissertação (Mestrado). Bauru, SP: Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências de Bauru. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/dvH65hZT4SgjzJBB7CxZhSv/abstract/?lang=pt> Acesso em: 05 out. 2022.

DAVIES, C. M. Development of the probability concept in children. **Child Development**, 36, n.3, 779-788, 1965. Disponível em: <http://www.sciepub.com/reference/107474> . Acesso em: 19 out. 2022.

DEWEY J. **Democracy and Education**, Free Press, New York, NY, USA, 1916. Disponível em: <https://s3.amazonaws.com/arena-attachments/190319/2a5836b93124f200790476e08ecc4232.pdf> Acesso em: 05 out. 2022.

ELLERTON, N. F. “Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: development of an active learning framework,” **Educational Studies in Mathematics**, vol. 83, no. 1, pp. 87–101, 2013. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-012-9449-z> Acesso em: 05 out. 2022.

FANELLI, G. C. “**Locus of control,**” in **Motivation in Education**, S. Ball, Ed., pp. 45–66, Academic Press, New York, NY, USA, 1997.

FISCHBEIN, E.,; GAZIT, A. Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? **Educational Studies in Mathematics**, 1, n.1, 1-24, 1984. Disponível em: https://www.academia.edu/37324020/Does_the_Teaching_of_Probability_Improve_Probabilistic_Intuitions_An_Exploratory_Research . Acesso em: 19 out. 2022.

FISCHBEIN, E. L'insegnamento della probabilità nella scuola elementare. In Prodi, G. (Ed.), **Processi cognitivi e apprendimento della matematica nella scuola elementare** (str. 35-49). Brescia: Editrice La Scuola, 1984. Disponível em: https://amslaurea.unibo.it/7051/1/bolognesi_alice_tesi.pdf . Acesso em: 10 out. 2022.

FRANKLIN, C.; KADER, G.; MEWBORN, D.S.; MORENO, J.; PECK, R.; PERRY, M.; SCHEA@ER, R. **A Curriculum Framework for K-12 Statistics Education**. GAISE Report. American Statistical Association, 2005. Disponível em: <http://it.stlawu.edu/~rlock/gaise/GAISEPreK-12.htm>. Acesso em: 10 out. 2022.

GAL, I. **Towards "probability literacy" for all citizens: building blocks and instructional dilemmas**. 2005. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/227065116_Towards_Probability_Literacy_for_all_Citizens_Building_Blocks_and_Instructional_Dilemmas . Acesso em: 10 out. 2022.

GERHARDT, T.E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre. Editora da UFRGS. 1ª edição. 2009. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf> . Acesso em: 10 out. 2022.

GRANDO, Regina Célia. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 2000. Disponível em: http://matpraticas.pbworks.com/w/file/124818583/tese_grando%281%29.pdf . Acesso em: 10 out. 2022.

GELMAN, A; GLICKMAN M. E. Some class participation demonstrations for introductory probability and statistics. **Journal of Educational and Behavioral Statistics**, 25, n.1, 84–100, 2000. Disponível em: <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.122.5461&rep=rep1&type=pdf> . Acesso em: 10 out. 2022.

GURBUZ, E. An investigation of fifth grade students' conceptual development of probability through activity-based instruction: A quasi experimental study. **Educational Sciences: Theory & Practice**, 10, n.2, 1053-1069, 2010. Disponível em <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ889200.pdf> . Acesso em: 10 out. 2022.

HODNIKCADEZ, T., ; SKRBE, M. Understanding the Concepts in Probability of Pre-School and Early School Children. **Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education**, 7, n.4, 263-279, 2011. Disponível em <https://www.ejmste.com/download/understanding-the-concepts-inprobability-of-pre-school-and-earlyschoo-children-4218.pdf> . Acesso em: 19 out. 2022.

JONES, G. **Exploring Probability in Schools: Challenges for Teaching and Learning**. Springer, New York, pp. 39-63, 2005. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Digital_Library/ICMEs/Bulletin_Jones.pdf . Acesso em: 10 out. 2022.

LOPES, C. Reflexões teórico-metodológicas para a Educação estatística. In: LOPES, C; CURI, Edda (Orgs.). **Pesquisas em Educação Matemática: um encontro entre a teoria e a prática**. São Carlos, SP: Pedro e Pontes Editores, 2008. p. 67-86. Disponível em:

<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/31494> . Acesso em: 21 out. 2022.

MACEDO, L., PETTY, A. L. S., PASSOS, N. C. 4. **Cores, Senha e Dominó**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 167p., 1997. Disponível em: <https://repositorio.usp.br/item/001035012> . Acesso em: 10 out. 2022.

MILLS, J. D. Teacher perceptions and attitudes about teaching statistics in P-12 education. **Educational Research Quarterly**, 30, n.4, 16–34, 2007. Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=EJ773124> . Acesso em: 10 out. 2022.

MOURA, M. A Séria Busca no Jogo: do lúdico na Matemática. **A Educação Matemática em Revista**. SBEM – Nacional, ano 2, n.3., 1994. Disponível em: https://redib.org/Record/oai_articulo1591590-a-s%C3%A9ria-busca-jogo-do-l%C3%ADico-na-matem%C3%A1tica . Acesso em: 10 out. 2022.

OLIVEIRA, M. A. A observação e a intervenção na construção dos saberes e no processo de aquisição da escrita. X Congresso Nacional de Educação – EDUCERE. I seminário internacional de representação sociais, subjetividade e educação – SIRSSE. Pontifícia Universidade Católica do Paraná • Curitiba, 7 a 10 de novembro de 2011. Disponível em: <http://docplayer.com.br/78129688-A-observacao-e-a-intervencao-na-construcao-dos-saberes-e-no-processo-de-aquisicao-da-escrita.html>. Acesso em: 26 jul. 2022.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico: Métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. Novo Hamburgo: Feevale, 2013. Disponível em: <https://www.feevale.br/institucional/editora-feevale/metodologia-do-trabalho-cientifico---2-edicao> . Acesso em: 10 out. 2022.

ROBSON, C. **Real World Research**. Oxford: Blackwell, 1995, 510p. 1993. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/144078339403000311> . Acesso em: 10 out. 2022.

SÁENZ, C. C. **Materiales para la enseñanza de la teoría de probabilidades: propuesta de un modelo didáctico**. Madrid: Universidad Autónoma de Madrid. 1999. Disponível em: <https://libros.uam.es/uam/catalog/book/62> . Acesso em: 10 out. 2022.

SANTOS, J. A. F. L. **O movimento do pensamento probabilístico mediado pelo processo de comunicação com alunos do 7º ano do ensino fundamental**. Universidade São Francisco. Dissertação. Itatiba. 2010. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/328835966.pdf> . Acesso em: 10 out. 2022.

SANTOS, J; SANTOS, E. UM JOGO E A LINGUAGEM: possibilidades para a produção de conceitos sobre combinatória, estatística e probabilidade com alunos do 4º ano do ensino fundamental. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana** - vol. 7 - número 1 – 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/3889/pdf> . Acesso em: 21 out. 2022.

SHAUGHNESSY, M. Research in probability and statistics: reflections and directions. In: GROUWS, Douglas (Ed.). **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. USA: NCTM, 1992. p. 465-494.

- SKOUMPOURDI, C. **The Teaching of Probability Theory as a New Trend in Greek Primary Education, Proceedings of ICME 10** (10th International Congress on Mathematical Education), Denmark, 2004. Disponível em: https://www.academia.edu/18560397/Skoumpourdi_C_2004_The_Teaching_of_Probability_Theory_as_a_New_Trend_in_Greek_Primary_Education_Proceedings_of_ICME_10_10th_International_Congress_on_Mathematical_Education_Denmark . Acesso em: 10 out. 2022.
- THIOLLENT, M. **Metodologia da Pesquisa-ação**. 17^a. ed. São Paulo: Cortez, 132p., 2009. Disponível em: <https://marcosfabionuva.files.wordpress.com/2018/08/7-metodologia-da-pesquisa-ac3a7c3a30.pdf> . Acesso em: 10 out. 2022.
- TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação & Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, set./dez, 2005. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ep/a/3DkbXnqBQyq5bV4TCL9NSH/?format=pdf&lang=pt> . Acesso em: 10 out. 2022.
- VAN DOOREN, W.; DE BOCK, D.; DEPAEPE, F.; JANSSENS D.; VERSCHAFFEL, L. The illusion of linearity: expanding the evidence towards probabilistic reasoning. **Educational Studies in Mathematics**, 53, n.2, 113-138, 2003. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1023/A:1025516816886> . Acesso em: 10 out. 2022.
- VIDLER, D. C. “Curiosity,” in **Motivation in Education**, S. Ball, Ed., pp. 17–43, Academic Press, New York, NY, USA, 1977.
- WEISZ, T. **O Diálogo entre o ensino e a aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2006. Disponível em: https://midiasstoragesec.blob.core.windows.net/001/2017/06/texto_livro_-o-dilogo-entre-o-ensino-e-a-aprendizagem_telma-weisz.pdf . Acesso em: 10 out. 2022.
- WERTHEIMER, M. **Productive thinking**, Harper & Brothers, New York, NY, USA, 1959. Disponível em: https://openlibrary.org/works/OL4502633W/Productive_thinking . Acesso em: 10 out. 2022.
- VYGOTSKY, L. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/2477794/mod_resource/content/1/A%20construcao%20do%20pensamento%20e%20da%20linguagem.pdf . Acesso em: 19 out. 2022.