



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

JOSÉ FERREIRA DA SILVA NETO

**Dinâmica e padrões emergentes de vórtices e skyrmions em heteroestruturas
supercondutor-magneto quiral**

Recife

2022

JOSÉ FERREIRA DA SILVA NETO

**Dinâmica e padrões emergentes de vórtices e skyrmions em heteroestruturas
supercondutor-magneto quiral**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Física.

Área de Concentração: Física da Matéria Condensada e de Materiais

Orientador (a): Prof. Dr. Clécio Clemente de Souza Silva

Recife

2022

Catálogo na fonte
Bibliotecária Monick Raquel Silvestre da S. Portes, CRB4-1217

S586d Silva Neto, José Ferreira da
Dinâmica e padrões emergentes de vórtices e skyrmions em
heteroestruturas supercondutor-magneto quiral / José Ferreira da Silva Neto. –
2022.
113 f.: il., fig.

Orientador: Clécio Clemente de Souza Silva.
Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CCEN, Física,
Recife, 2022

Inclui referências e anexo.

1. Física da matéria condensada e de Materias. 2. Vórtices. 3. Dinâmica
molecular. I. Silva, Clécio Clemente de Souza (orientador). II. Título.

530.41 CDD (23. ed.) UFPE - CCEN 2022-169

JOSÉ FERREIRA DA SILVA NETO

**DINÂMICA E PADRÕES EMERGENTES DE VÓRTICES E SKYRMIONS EM
HETEROESTRUTURAS SUPERCONDUTOR-MAGNETO QUIRAL**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Física.

Aprovada em: 28/09/2022.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Clécio Clemente de Souza Silva
Orientador
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Leonardo Ribeiro Eulálio Cabral
Examinador Interno
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Renê Rodrigues Montenegro Filho
Examinador Interno
Universidade Federal de Pernambuco

Profa. Fanny Béron
Examinadora Externa
Universidade Estadual de Campinas

Prof. Mauro Melchiades Doria
Examinador Externo
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Dedicado a minha esposa e companheira Soraia e a nossa filha Saori.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Clécio Clemente, por acreditar em mim, por todas as discussões que tivemos que me fizeram crescer tanto profissionalmente como pessoalmente, e principalmente pela sua amizade ao longo desses cinco anos.

Aos meus pais Josias e Lígia, sou o que sou graças a eles.

Aos meus sete irmãos, Hilson, Aurora, Socorro, Rebeca, Raquel, Lucas e Alberto, por fazerem parte da minha vida.

A minha companheira Soraia e toda sua família, seus pais, Idilberg e Rosangela, suas irmãs, Suely, Sara e Samya, pelo carinho e encorajamento.

A minha filha Saori, que passou a ser a prioridade máxima em minha vida.

Aos meus amigos de infância “Os Karradas”, que sempre me apoiaram, em especial ao meu amigo Arlindo Neto que, devido a uma fatalidade, nos deixou.

Aos meus amigos e colegas do laboratório de dinâmica de vórtices, Raí, Fillipe, Emerson, Matheus, Rubens e Daniel, por todas as discussões e cooperação mútua que nos fizeram crescer academicamente.

Ao professor Leonardo Cabral, que teve um papel de coorientador, sempre com sugestões importantes.

Aos demais amigos do departamento de física, Lucas, Jorge, Alyson, José Valdo, Tawan, que sempre tiveram presentes nesse período de doutorado, espero sempre cultivar nossas amizades.

Às agências de fomento CNPq, CAPES, FACEPE.

RESUMO

Vórtices em supercondutores (vórtice de Abrikosov) vêm sendo estudados desde a década de 50 mostrando ter um potencial enorme em aplicações tecnológicas. Por outro lado, skyrmions magnéticos passaram a serem estudados mais recentemente, tendo sido detectados pela primeira vez em 2009, mostrando também um grande potencial de aplicações, em especial na tecnologia de informação e dispositivos de memória. Nos últimos anos surgiu um crescente interesse em estudar heteroestruturas formadas por supercondutores e materiais magnéticos, podendo hospedar vórtices e skyrmions, respectivamente. Nesta tese, abordamos teoricamente a interação skyrmion-vórtice, para o caso de filmes finos, através de simulações numéricas e argumentos analíticos. Estudamos o efeito do campo magnético produzido pelo vórtice no skyrmion para um filme supercondutor de espessura arbitrária. E calculamos a dependência da energia de interação skyrmion-vórtice com a temperatura, estimando o seu valor no limite de altas temperaturas. Quando a interação é atrativa, o skyrmion pode se acoplar ao vórtice, formando um par skyrmion-vórtice. Mostramos algumas propriedades dinâmicas deste par. Depois passamos a investigar as configurações de equilíbrio da interação de muitos skyrmions e muitos vórtices em uma bicamada supercondutora-ferromagnética quiral. Quando o acoplamento skyrmion-vórtice é fraco, ambos vórtices e skyrmions formam redes, quase triangulares, homogêneas. Porém, quando aumentamos a energia de interação skyrmion-vórtice, independentemente dela ser atrativa ou repulsiva, o padrão homogêneo dá lugar a padrões metaestáveis diversos: aglomerados, listras, bolhas, listras intercaladas, e estruturas compostas de aglomerados e bolhas. Abordamos as transições entre as fases analiticamente, através de uma análise baseada em teoria de campo médio, e por simulações de dinâmica molecular, o que nos permitiu construir diagramas de fases detalhados mostrando a região no espaço de parâmetros onde cada fase deve aparecer. Também demonstramos que, pela escolha adequada dos parâmetros, pode-se alternar termicamente entre as fases homogênea e modulada em densidade.

Palavras-chaves: skyrmions magnéticos; vórtices em supercondutores; heteroestrutura; padrões emergentes; simulação micromagnética; dinâmica molecular.

ABSTRACT

Vortices in superconductors have been studied since the 1950s, showing enormous potential in technological applications. On the other hand, magnetic skyrmions started to be studied more recently, having been detected for the first time in 2009, also showing a great potential for applications, especially in information technology and memory devices. In recent years there has been a growing interest in studying heterostructures formed by superconductors and magnetic materials, which can host vortices and skyrmions, respectively. In this thesis, we theoretically investigate the skyrmion-vortex interaction, in the case of thin films, through numerical simulations and analytical arguments. We study the effect of the magnetic field produced by the vortex on the skyrmion, for a superconducting film of arbitrary thickness and we calculate the dependence of the skyrmion-vortex interaction energy on temperature, estimating its value at the high temperature limit. When the interaction is attractive, the skyrmion can couple to the vortex, forming a skyrmion-vortex pair. We show some dynamic properties of this pair. We then proceeded to investigate the equilibrium configurations of the interaction of many skyrmions and many vortices in a superconducting-chiral ferromagnetic bilayer. When the skyrmion-vortex coupling is weak, both vortices and skyrmions form homogeneous, almost triangular lattices. However, when we increase the energy of the skyrmion-vortex interaction, irrespective of whether it is attractive or repulsive, the homogeneous pattern gives place to diverse metastable patterns: clusters, stripes, bubbles, intercalated stripes, and composite bubbles-cluster structures. We approach the transitions between phases analytically, through an analysis based on mean field theory, and by molecular dynamics simulations, which allowed us to build detailed phase diagrams showing the regions in the parameter space where each phase should appear. We also demonstrate that, by appropriate choice of parameters, one can thermally tune between the homogeneous and density-modulated phases.

Keywords: magnetic skyrmions; vortices in superconductors; heterostructures; emergence of patterns; micromagnetic simulations; molecular dynamics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Réplica de um ponteiro sul, sua colher e prato foram feitos no século XX, mas o próprio aparelho é visto como precursor da bússola.	18
Figura 2 – Algumas das figuras mais influentes da história do eletromagnetismo. . . .	20
Figura 3 – Esboço de um gráfico mostrando como a resistividade elétrica ρ varia com temperatura, para um supercondutor como o mercúrio, $\rho = 0$ quando $T < T_c$, para um condutor normal, como a platina, ρ adquire um valor constante em $T = 0$	22
Figura 4 – Diagrama do efeito Meissner. As linhas de campo magnético são excluídas do interior de um supercondutor quando este se encontra abaixo da temperatura crítica.	23
Figura 5 – Algumas das figuras mais influentes da história da supercondutividade. . . .	24
Figura 6 – (a) Diagrama de fase magnético do MnSi obtido através de experimentos de espalhamento de nêutrons: os skyrmions aparecem na chamada <i>A-phase</i> . (b) Ilustração de uma rede de skyrmions. (c) Textura de spin obtida por microscopia eletrônica de transmissão de Lorentz, as cores indicam a componente da magnetização no plano, com as orientações dos spins indicada por setas brancas.	27
Figura 7 – (a) Corrente I circulando em volta de uma área infinitesimal definida pelo elemento dS . (b) Área finita circundada pela corrente superficial I , o momento magnético μ associado a corrente I pode ser considerado somando os momentos magnéticos das correntes infinitesimais.	28
Figura 8 – (a) Precessão livre do momento magnético μ na presença de um campo magnético B . (b) Precessão amortecida, o momento magnético espirala em torno do campo efetivo até se alinhar a ele.	30
Figura 9 – Tabela periódica. Íons do grupo de transição do ferro e de terras-rara têm camadas eletrônicas incompletas.	33
Figura 10 – Os momentos magnéticos são representados pelos momentos reduzidos m_i e m_j nos sítios vizinhos i e j separados pelo vetor r_{ij} . O ângulo entre os momentos é ϕ_{ij} . Os momentos reduzidos m_i e m_j são unitários por definição.	38

- Figura 11 – (a) Esquema de um DMI gerado por troca indireta pelo triângulo composto por dois spins atômicos e um átomo com um forte acoplamento spin-órbita (spin-orbit coupling - SOC). (b) Esboço de um DMI na interface entre um metal ferromagnético (filme fino) em cinza e um metal com um forte SOC (geralmente um metal pesado) em azul. O vetor DMI D_{12} é perpendicular ao plano ao triângulo composto por dois spins locais e um átomo com um grande SOC. 39
- Figura 12 – (a) Diagrama de fase magnética em materiais que podem hospedar skyrmions. (b) Fase cônica com seu vetor de onda orientado ao longo do campo magnético. (c) Fase helicoidal de spin aparece em campo magnético baixo. (d) Rede de skyrmions na região de campo de temperatura moderada. . . . 41
- Figura 13 – (a) Skyrmion do tipo Bloch: os spins giram nos planos tangenciais - isto é, perpendiculares às direções radiais - quando se move do núcleo para a borda. (b) Skyrmion do tipo-Néel: os spins giram nos planos radiais do núcleo para a borda. 42
- Figura 14 – Representação topológica de texturas magnéticas envolvendo cada giro individual em uma esfera unitária. (a) Estado ferromagnético; (b) Vórtice magnético; (c) Skyrmion magnético. A carga topológica Q dá quantidade de vezes que os spins giram em torno da esfera unitária. 43
- Figura 15 – (a) Ilustração do sistema de coordenadas utilizado na Eq. (2.49). (b) Estrutura do skyrmions para diferentes vorticidades N e helicidade γ . Quando $N = 1$, $\gamma = 0$ ou π fornece o skyrmion do tipo-Néel, enquanto $\gamma = \pm\pi/2$ o do tipo-Bloch. No caso $N = -1$ aparece o que é conhecido como anti-skyrmion. 44
- Figura 16 – Representação de um skyrmion do tipo-Néel. O gráfico em azul mostra o perfil da componente z da magnetização, m_z . O raio do skyrmion R_{sk} é definido como a distância do spin no centro do skyrmion ($\theta = \pi$, onde θ é o ângulo polar da magnetização (2.53)) até onde a magnetização é nula ($\theta = \pi/2$). Já o comprimento de relaxação ξ é a distância de quando a magnetização é nula até os primeiros spins do estado ferromagnético que envolvem o skyrmion ($\theta = 0$). 45

- Figura 17 – (a) Ilustração do efeito Hall do skyrmion. (b) Imagens obtidas por microscopia do efeito magneto-óptico Kerr demonstrando o acumulo de skyrmions ($Q = +1$) e anti-skyrmions ($Q = -1$) na borda da do dispositivo. (c) Movimento de um skyrmion após a aplicação de vários pulsos de corrente. A trajetória do skyrmion é ilustrada no painel inferior. 46
- Figura 18 – Alguns exemplos de vórtices. (a) Vórtice criado pela passagem de uma asa de avião, revelado por fumaça colorida. (b) Furacão Isabel em 2003 visto da Estação Espacial Internacional. (c) Vórtices formados pelo leite quando derramado em uma xícara de café. 49
- Figura 19 – (a) Rua de vórtices de Kármán causada pelo vento que flui ao redor das Ilhas Juan Fernández na costa chilena, vista do espaço. (b) Outra visão do efeito de rua de Kármán, dessa vez vista do solo, enquanto o ar flui rapidamente do oceano Pacífico para o leste sobre as montanhas do deserto de Mojave. 50
- Figura 20 – Gráfico que ilustra o comportamento de um supercondutor do tipo-I (linha azul) e de um supercondutor do tipo-II (linha vermelha). No supercondutor do tipo-I o campo B dentro do supercondutor passa a zero abruptamente quando $H = H_c$ (efeito Meissner). Já no tipo-II o campo continua penetrando lentamente no supercondutor a partir de $H_{c1} \leq H_c \leq H_{c2}$ (fase mista), até ser completamente expulso do interior da amostra quando $H_c \leq H_{c1}$ (Meissner). 56
- Figura 21 – (a) Representação da rede triangular de Abrikosov. (b) Imagem de uma rede vórtice obtida por observação via microscópio de tunelamento de varredura. 57
- Figura 22 – Representação de um vórtice de Abrikosov. O gráfico em azul mostra o comportamento espacial do parâmetro de ordem e o vermelho o comportamento do campo magnético $b(r)$ nas proximidades do núcleo, note que o raio do núcleo do vórtice é da ordem de ξ e o seu campo magnético decai com λ 58
- Figura 23 – Linhas de campo magnéticas de um vórtice em um filme supercondutor ($z < 0$) e no espaço vazio ($z > 0$), para $\kappa = 20$. As linhas tracejadas são as linhas do campo magnético radial de uma carga magnética de tamanho $2\Phi_0$ posicionada no eixo do vórtice em uma profundidade $-z_0 = \lambda$ (lado esquerdo) e $-z_0 = 1.27\lambda$ (lado direito). O plot inferior é um zoom do superior. 62

- Figura 24 – Linhas de campo magnético para um vórtice em filmes supercondutores de espessuras $d/\lambda = 0.5, 1, 2, 4$. e $\kappa = 20$ (dentro do limite da teoria de London). O filme ocupa o espaço $-d \leq z \leq 0$ 63
- Figura 25 – Detalhe esquemático do sistema considerado, um filme ferromagnético de espessura d_M sob uma filme supercondutor de espessura d_S , porém entre eles há um filme isolante de espessura d_I , de modo que a interação entre o vórtice (representado por círculos pretos) no supercondutor e os spins da textura magnética (setas coloridas, onde cada cor indica diferentes direções) fique restrita apenas aos campos magnéticos gerados por eles (as curvas verdes representam as linhas de campo magnético gerado pelo vórtice). O filme de metal pesado (HM), é necessário para prover a quebra de simetria de inversão no ferromagneto e assim seja possível obter o estado de skyrmions. 67
- Figura 26 – Efeito do campo magnético do vórtice supercondutor no perfil da magnetização do estado do filme ferromagnético, em função da distância ao núcleo do vórtice. (a) Para diferentes valores do comprimento de penetração do supercondutor λ , com os valores fixados $d_I = 10$ nm e $D = 0.8D_c$. (b) Para diferentes valores de d_I , fixando $\lambda = 50$ nm e $D = 0.8D_c$. (c) Para diferentes valores de D , fixando $\lambda = 50$ nm e $d_I = 10$ nm. (d) Gráfico de contorno de m_z nas proximidade do núcleo do vórtice (centrado em $(x, y) = (0, 0)$), para $\lambda = 50$ nm, $d_I = 10$ nm e $D = 0.8D_c$. As linhas tracejadas em (a) e (b) são plots da Eq. (4.7). 69
- Figura 27 – Raio do skyrmion em função de D/D_c . As linhas tracejadas mostram o tamanho do skyrmion na ausência de um campo magnético externo. As inserções mostram a componente z da magnetização para $\lambda = 50$ nm, onde os círculos tracejadas representam $r = r_\theta^{\max}$, isto é, a área onde o núcleo de vórtice tem maior influência no estado ferromagnético. 71

Figura 28 – (a) e (b) Mostra o perfil das componentes radial e ao longo de z do campo magnético do vórtice para diferentes espessuras do filme supercondutor de comprimento de penetração, calculado no plano do filme FM dentro do híbrido SC-FM considerado. (c) Energia de interação skyrmion-vórtice calculada em simulações micromagnéticas, para $d_S = 5, 10$ e 20 nm. Aqui as curvas de energia são ajustadas pela Eq. (4.10). (d) Força de interação calculada pela derivada das curvas de ajuste em (c), onde as linhas tracejadas denotam a componente puramente Zeeman da força de interação. Em todos os cálculos foi feito $\lambda = 50$ nm, $z = d_I = 10$ nm e $D = 0.8D_c$ 73

Figura 29 – Limite de alta temperatura da energia de acoplamento skyrmion-vórtice, ϵ_{vs} , como função de d_I para diferentes valores do raio do skyrmion R_{sk} , d_S , e d_M . Os símbolos são calculados numericamente usando as equações 4.12, 4.14, 4.15a (a), e 4.15b (b), e as linhas correspondem à estimativa analítica (Eq. 4.21). Usamos $\xi_s = R_{sk}$ e $M_S = 1.0$ MA/m, $\lambda = 150$ nm e $T = 0.95T_c$. 76

Figura 30 – Visão oblíqua da heteroestrutura considerada na Fig. 25. Quando o vórtice está ligado ao skyrmion devido a interação atrativa entre eles, o skyrmion tende a se movimentar junto com o vórtice que sente uma força de Lorentz induzida pela presença de uma corrente elétrica no material supercondutor. Porém, quando o skyrmion entra em movimento, ele experimenta uma força de Magnus, que pode alterar a direção do movimento do par skyrmion-vórtice. 77

Figura 31 – Trajetórias do skyrmion e vórtice, obtidas por simulações de dinâmica molecular (os parâmetros utilizados estão descrito no texto). (a) Mostra as trajetórias do skyrmion em volta de um vórtice que se encontra preso na posição $(0, 0)$, para $\alpha = 0.01$ (linha amarela) e para $\alpha = 0.1$ (linha azul), nos dois casos a posição inicial do skyrmion é dada por $(\lambda, 0)$. (b), (c) e (d) Mostram as trajetórias do skyrmion (linha amarela) e do vórtice (linha preta) para o caso em que $\eta = 5D$ e $F_L = 5F_{sv}^{max}$, $F_L = 3F_{sv}^{max}$ e $F_L = F_{sv}^{max}$ respectivamente. (e), (f) e (g) São para $\eta = 3D$ e $F_L = 5F_{sv}^{max}$, $F_L = 3F_{sv}^{max}$ e $F_L = F_{sv}^{max}$ respectivamente. Para esses casos as linhas cheias são para $\alpha = 0.01$ e as tracejadas para $\alpha = 0.1$ 78

- Figura 32 – Desenho da geometria do sistema e ilustração de possíveis distribuições de skyrmions (anéis) e vórtices (pontos) em duas situações: (a) acoplamento fraco entre as camadas supercondutora e magnética quiral, onde vórtices e skyrmions formam redes triangulares quase independentes; (b) acoplamento forte (repulsivo), onde o sistema se auto-organiza em uma fase modulada. 82
- Figura 33 – Comprimento de onda crítico ℓ_* em função do comprimento de relaxação do skyrmion, ξ_s , para diferentes comprimentos de Pearl, Λ , e $\lambda_{vs} = 100$ nm. Inserção: parâmetro crítico da equação. 5.9 como função de ξ_s 85
- Figura 34 – Diagrama de fases (a) do sistema composto skyrmion-vórtice para $n_{v0} = 3.55\lambda_{vs}^{-2}$, $n_{s0} = 3.77\lambda_{vs}^{-2}$ e $\xi_s = 0.5\lambda_{vs}$, apresentando a fase homogênea (H) e seis microfases distintas: bolhas (B), listras (S), aglomerados (C), aglomerados de vórtices dentro de bolhas de skyrmions (SkB), listras intercaladas (IS) e bolhas de vórtices preenchidas por aglomerados de skyrmions (VB). A linha tracejada é o limite de estabilidade teórica da fase homogênea calculada a partir das equações. (5.9) e (5.13). Inserção: diagrama de fases ampliado para melhor identificação das fases B e S. (b)-(h) Configurações representativas de vórtices (pontos azuis) e skyrmions (anéis vermelhos) para cada fase conforme indicado em (a). 87
- Figura 35 – Gráficos de densidade do fator de estrutura $S(\mathbf{k})$ para skyrmions (a)-(d) e vórtices (e)-(h) em quatro pontos do diagrama de fase da figura 2: (a, e) $\epsilon_{vv} = 0.15\epsilon_{ss}$ e $\epsilon_{vs} = 0.456\epsilon_{ss}$ (fase H); (b, f) $\epsilon_{vv} = 0.15$ e $\epsilon_{vs} = 0.457\epsilon_{ss}$ (fase SkB); (c, g) $\epsilon_{vv} = 1.100\epsilon_{ss}$ e $\epsilon_{vs} = 1.348\epsilon_{ss}$ (fase IS); (d, h) $\epsilon_{vv} = 1.100$ e $\epsilon_{vs} = 1.349\epsilon_{ss}$ (fase VB). Os círculos pontilhados são guias para os olhos. Seus raios indicam constantes de rede recíprocas selecionadas $k_1 = \frac{4\pi}{\sqrt{3}a_v}$ (preto), onde a_v é a constante de rede teórica de uma rede de vórtices perfeita, $k_2 = \frac{4\pi}{\sqrt{3}\ell}$ (verde) e $k_3 = \frac{2\pi}{\ell}$ (vermelho), onde ℓ é a periodicidade principal do fase de mesoescala. k_x e k_y estão em unidades de k_1 89

- Figura 36 – (a) e (e) Diagrama de fases do sistema composto skyrmion-vórtice no plano definido pelo acoplamento skyrmion-vórtice ϵ_{vs} e concentração de skyrmions relacionada ao número de vórtices, N_s/N_v , para $\epsilon_{vs} > 0$ (a) e $\epsilon_{vs} < 0$ (b). Os parâmetros fixos são: $\xi_s = 0.5\lambda_{vs}$, $\epsilon_{vv} = 0.25\epsilon_{ss}$, $N_v = 512$ e $L = 12\lambda_{vs}$. (b)-(d) Configurações representativas de todas as fases não homogêneas identificadas são mostradas em (b)-(d), para acoplamento s-v repulsivo e (f)-(h), para acoplamento s-v atrativo. Os rótulos das fases e o esquema de cores são os mesmos da Fig. 34. 90
- Figura 37 – Configurações obtidas por recozimento simulado para $N_v = 2048$ e $N_s = 2176$ em uma caixa de simulação de tamanho $L = 24\lambda_{vs}$ nos pontos do diagrama de fases indicado na Fig. 34-(a). Os parâmetros são os mesmos das Figs. 34 (b)-(d) e (f)-(h), exceto pelo tamanho da caixa de simulação. 91
- Figura 38 – Comprimento de onda das fases de listras e aglomerados simuladas para diferentes ξ_s . Aqui, $L = 24\lambda_{vs}$, $N_v = N_s = 2048$, $\epsilon_{vs} = \epsilon_{ss}$ e ϵ_{vv} é escolhido de forma a ficar próximo da linha de instabilidade. A linha tracejada corresponde ao comprimento de onda crítico, $2\pi/k_*$, calculado a partir de Eq. (5.13). Inserção: função de correlação radial vórtice-vórtice $g_{vv}(r)$ das configurações representativas das fases H, B, S e C. 92
- Figura 39 – (a) Dependência temporal da energia por unidade de área de um sistema skyrmion-vórtice ($N_v = 2048$, $N_s = 2176$ e $L = 24\lambda_{vs}$) durante o relaxamento de um estado homogêneo (b) para estados metaestáveis de separação de fase (c-f). Os parâmetros foram escolhidos para que a configuração de equilíbrio do sistema esteja na fase de listras intercalada (g). Os valores de energia dos estados finais ($t = 800t_0$) são indicados na região ampliada (inserção) do painel (a) e comparados com a energia da configuração de equilíbrio (recozida) (linha horizontal tracejada). 94
- Figura 40 – Dependência de temperatura de $\gamma^2 = \epsilon_{vs}^2/\epsilon_{vv}\epsilon_{ss}$ calculada para uma trica-mada supercondutor-isolante-ferromagneto considerando três valores diferentes de d_l . Também é mostrada a linha de instabilidade $\gamma_*^2(T)$ (linha tracejada). Quando $\gamma > \gamma_*$ a fase homogênea decai para uma micro-fase. As inserções são configurações skyrmion-vórtice para $d_l = 10$ nm em $T_1 = 0.80T_c$ e $T_2 = 0.925T_c$ 96

- Figura 41 – (a) Amplitude relativa da modulação da textura de fluxo magnético induzida pela configuração de vórtice da Fig. 34-(g) calculada na superfície do filme supercondutor assumindo diferentes valores da espessura do filme d_S variando de 2 a 40 nm. (b)-(h) Gráficos de contorno dos perfis de campo magnético [em unidades de $\phi_0/(2\pi\lambda^2)$] induzidos pelas configurações de vórtice mostradas nas Figs. 34 (b)-(g) (aqui representado pelos pontos pretos) a uma altura de 15 nm da superfície do filme supercondutor. Aqui assumimos $d_S = 20$ nm. 97
- Figura 42 – Gráficos de contorno da magnetização fora do plano (m_z) de um filme magnético quiral submetido a campos magnéticos uniformes (linha superior) e não uniformes (linhas intermediária e inferior). As simulações micromagnéticas foram realizadas em uma caixa quadrada de tamanho lateral $L = 1.44$ μm com condições de contorno periódicas usando o pacote MuMax3 (VANS-TEENKISTE et al., 2014). O período de modulação de campo escolhido foi $\ell = 360$ nm. Os parâmetros magnéticos são: magnetização de saturação $M_s = 1.0$ MA/m, rigidez de troca $A = 10.45$ pJ/m, DMI $D = 3$ mJ/m² e anisotropia efetiva $K_{eff} = 0.09$ MJ/m³. 99
- Figura 43 – Carga topológica total do filme magnético da Fig. 42 em função da amplitude relativa das modulações espaciais do campo magnético externo. Em nossas simulações de dinâmica molecular, os valores típicos de $\Delta B/B$ são menores que 0.1. 100

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	BREVE VISÃO DO MAGNETISMO	18
1.2	BREVE VISÃO DA SUPERCONDUTIVIDADE	21
1.3	ESTRUTURA DA TESE	25
2	SKYRMIONS EM MATERIAIS MAGNÉTICOS QUIRAIS	27
2.1	CONCEITOS PRELIMINARES	28
2.1.1	Momento magnético e momento angular	28
2.1.2	Precessão e equação LLG	29
2.1.3	Magneton de Bohr	31
2.1.4	Magnetização e os campos magnéticos	31
2.1.5	Paramagnetismo	32
2.2	INTERAÇÕES MAGNÉTICAS	35
2.2.1	Interação dipolar magnética	35
2.2.2	Interação de troca	36
2.2.3	Interação de Dzyaloshinsky-Moriya	38
2.2.4	Anisotropia Magnetocristalina	40
2.3	SKYRMIONS MAGNÉTICOS	40
2.3.1	Propriedades topológicas	42
2.3.2	Estrutura e forma de um skyrmion	43
2.3.3	Efeito Hall do skyrmion	45
2.3.4	Equação de Thiele	46
2.3.5	Interação entre skyrmions	47
3	VÓRTICES EM SUPERCONDUTORES	49
3.1	FENOMENOLOGIA DO ESTADO SUPERCONDUTOR	50
3.1.1	Teoria de London	51
3.1.2	Teoria de Ginzburg-Landau	51
3.2	TEORIA DE VÓRTICES	54
3.2.1	Quantização do fluxóide	54
3.2.2	Supercondutividade tipo-I e tipo-II	55
3.2.3	Vórtice no limite $\kappa \gg 1$	57

3.2.4	Interação entre vórtices	60
3.2.5	Vórtice em filmes supercondutores	60
3.2.6	Vórtice em movimento, equação de Bardeen-Stephen	64
4	INTERAÇÃO ENTRE UM VÓRTICE E UM SKYRMION	66
4.1	MODELO MICROMAGNÉTICO	67
4.2	PROPRIEDADES ESTÁTICAS DO SISTEMA HÍBRIDO	68
4.2.1	Efeito do campo do vórtice no estado ferromagnético uniforme . . .	68
4.2.2	Efeito do campo do vórtice no tamanho do skyrmion	70
4.3	INTERAÇÃO SKYRMION-VÓRTICE PARA UM FILME SUPERCONDU- TOR DE ESPESSURA ARBITRÁRIA	72
4.3.1	Energia de acoplamento skyrmion-vórtice e sua dependência com a temperatura	73
4.3.2	Estimativa de ϵ_{vs} no limite $T \rightarrow T_c$	74
4.4	DINÂMICA DE UM PAR SKYRMION-VÓRTICE NA PRESENÇA DE UMA CORRENTE SUPERCONDUTORA	76
5	MUITOS SKYRMIONS E MUITOS VÓRTICES	80
5.1	MODELO	81
5.2	ANÁLISE DE ESTABILIDADE DA FASE HOMOGÊNEA	83
5.3	SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	85
5.3.1	Dependência com as escalas de energia	86
5.3.2	Dependência com as densidades	88
5.3.3	Configurações de equilíbrio para caixa de simulação maior	89
5.3.4	Dependência com as escalas de comprimento	91
5.3.5	Dinâmica de relaxamento e estados metaestáveis	93
5.4	ACESSIBILIDADE EXPERIMENTAL	94
5.5	VALIDADE E LIMITAÇÕES DO MODELO DE PARTÍCULA PONTUAL . .	97
6	CONCLUSÃO	101
	REFERÊNCIAS	103
	ANEXO A – ARTIGOS PUBLICADOS	112

1 INTRODUÇÃO

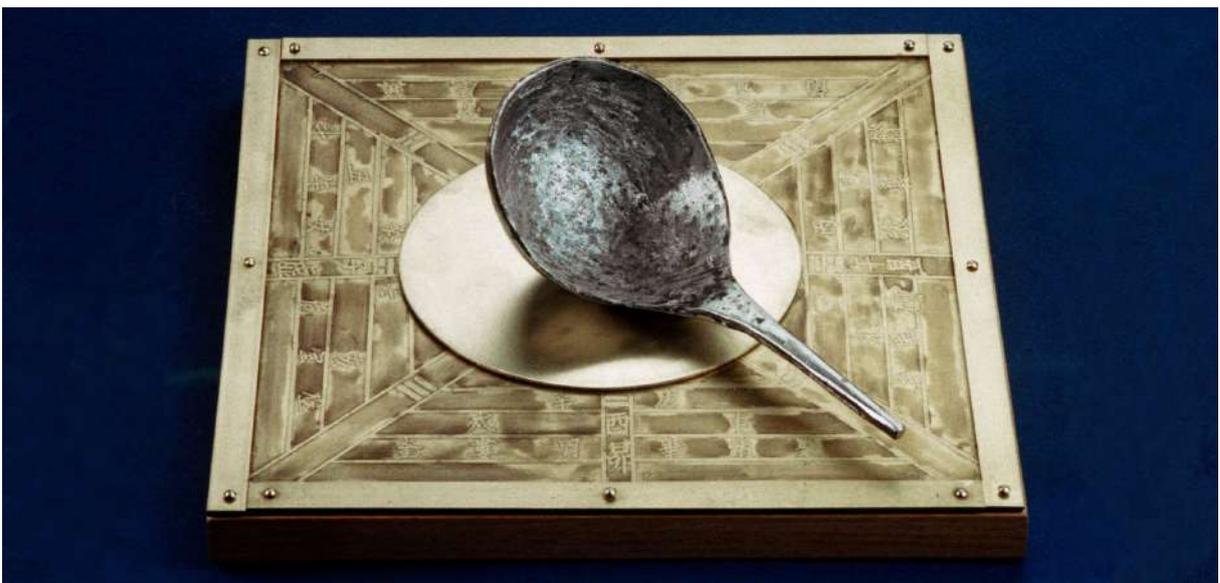
Iniciaremos esta tese apresentando uma breve visão do magnetismo e da supercondutividade, focando nos aspectos históricos de como esses fenômenos foram descobertos e da evolução do entendimento sobre eles. Após, apresentaremos a estrutura de como a tese está organizada.

1.1 BREVE VISÃO DO MAGNETISMO

A história do magnetismo se confunde com a história da própria ciência. Já na Grécia antiga se conheciam as propriedades de um minério de ferro a *magnetita* (Fe_3O_4) encontrada na região da Magnésia (de onde deriva o seu nome), este minério é um ímã permanente, que atrai pequenos fragmentos de ferro.

O precursor da bússola, conhecido como *ponteiro sul*, foi mencionado pela primeira vez em Lun Heng, um livro de ensaios sobre ciências, mitos e literatura escrito durante a dinastia Han da China em torno de 60 d.C. (KINGDON, 2019), esse dispositivo era composto por uma espécie de colher feita de magnetita em cima de uma prato de bronze que era marcado de tal maneira que o cabo da colher sempre apontava para o sul.

Figura 1 – Réplica de um ponteiro sul, sua colher e prato foram feitos no século XX, mas o próprio aparelho é visto como precursor da bússola.



Fonte: Foto de Stan Sherer (KINGDON, 2019).

No século XI, as pessoas haviam notado que as agulhas esfregadas com magnetite pas-

savam a se alinhar com o norte-sul e passaram a suspender essas agulhas em recipientes com água, desenvolvendo então as primeiras bússolas. Quando os marinheiros adotaram essas bússolas rudimentares, ajudaram a transformar a China em uma potência marítima mundial.

Em 1600, William Gilbert (1544-1603) publicou um importante tratado sobre o magnetismo intitulado *De Magnete* (GILBERT, 1893), no qual observa, pela primeira vez, que a própria Terra atua como um grande ímã. O magnetismo terrestre é atribuído atualmente a correntes de convecção no ferro liquefeito do núcleo externo terrestre, movido pela rotação da Terra.

Foi na Dinamarca em 1820 que Hans-Christian Oersted (1777-1851) acabou descobrindo a verdadeira conexão entre eletricidade e magnetismo por acidente. Ele demonstrou que um fio condutor submetido a uma corrente elétrica produzia um campo circular capaz de desviar a agulha de uma bússola (OERSTED, 1820). Dentro de semanas, André-Marie Ampère (1775-1836) e Dominique-François Arago (1786-1853), em Paris, enrolaram um fio condutor em uma bobina e mostraram que a bobina, quando submetida a uma corrente elétrica, era equivalente a um ímã (AMPÈRE, 1820; ARAGO, 1820). A revolução eletromagnética foi lançada.

A notável sequência de eventos que se seguiu mudou o mundo para sempre. A intuição de Michael Faraday (1791-1867) de que as forças elétricas e magnéticas poderiam ser concebidas em termos de campos abrangentes foi fundamental. Ele descobriu a indução eletromagnética (1831) (CHATTERJEE, 2002) e demonstrou o princípio do motor elétrico com um ímã de aço, um fio de transporte de corrente e um prato de mercúrio. A descoberta de uma conexão entre magnetismo e luz seguiu-se com o efeito magneto-óptico de Faraday (1845) (SCHATZ; MCCAFFERY, 1969).

Todo esse trabalho experimental inspirou a formulação de James Clerk Maxwell (1831-1879) de uma teoria unificada da eletricidade, magnetismo e luz em 1864 (MAXWELL, 1864), que é resumida nas quatro equações famosas que leva seu nome:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (1.1a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (1.1b)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1.1c)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (1.1d)$$

Estas equações relacionam os campos elétricos e magnéticos, \mathbf{E} e \mathbf{B} num ponto do espaço livre com as distribuições de carga elétrica e densidades de corrente, ρ e \mathbf{j} do espaço circundante. Uma consequência espetacular das equações de Maxwell é a existência de uma

Figura 2 – Algumas das figuras mais influentes da história do eletromagnetismo.



Gilbert William
(1544-1603)



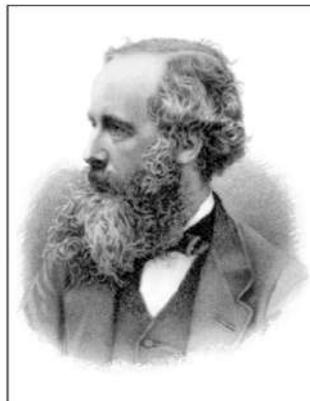
Hans-Christian Oersted
(1777-1851)



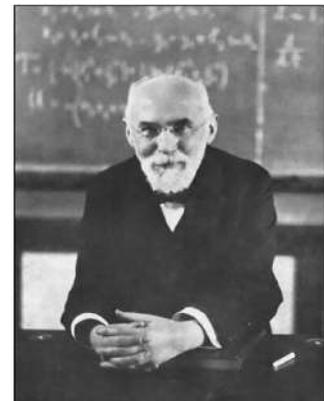
André-Marie Ampère
(1775-1836)



Dominique-François Arago
(1786-1853)



James Clerk Maxwell
(1831-1879)



Hendrik Lorentz
(1853-1928)

Fonte: Adaptada da Ref. (WIKIMEDIA, 2004).

solução que representa campos elétricos e magnéticos oscilatórios acoplados se propagando a velocidade da luz. Essas ondas eletromagnéticas estendem-se por todo o espectro, com comprimento de onda λ e frequência f , relacionados por $c = \lambda f$. As constantes elétricas e magnéticas $\epsilon_0 \approx 8,854 \times 10^{-12} \text{ C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}$ e $\mu_0 \approx 4\pi \times 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$ (respectivamente permissividade e permeabilidade do vácuo), estão relacionados por

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 2,998 \times 10^8 \text{ m/s.} \quad (1.2)$$

As equações de Maxwell são assimétricas nos campos \mathbf{E} e \mathbf{B} porque nunca foi identificada nenhuma contraparte magnética de carga elétrica na natureza. A ideia de Gilbert de polos magnéticos Norte (N) e Sul (S), de alguma forma análogos às cargas elétricas positivas e negativas de Coulomb, não tem qualquer realidade física, embora os polos continuem a ser uma conveniência conceitual e simplifiquem certos cálculos. A abordagem de Ampère, considerando as correntes elétricas como a fonte dos campos magnéticos, tem uma base física mais sólida. Paul Dirac (1902-1984), propôs uma teoria eletromagnética simétrica, que previa

a existência de monopolos magnéticos, partículas com “cargas magnéticas”, que seriam polos N ou S isolados. Porém os esforços experimentais têm falhado em encontrar tais partículas. É, portanto, um fato experimental no estudo do magnetismo que não existem monopolos magnéticos.

Uma equação adicional, devido a Hendrik Lorentz (1853-1928), dá a força sobre uma partícula com carga q em movimento com velocidade v , que está sujeita a campos elétricos e magnéticos (LORENTZ, 1892):

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (1.3)$$

As unidades de \mathbf{E} são volts por metro (ou newtons por coulomb), e as unidades de \mathbf{B} newtons por ampere por metro (ou tesla) no SI. As equações de Maxwell junto com a força de Lorentz encerram o eletromagnetismo clássico.

1.2 BREVE VISÃO DA SUPERCONDUTIVIDADE

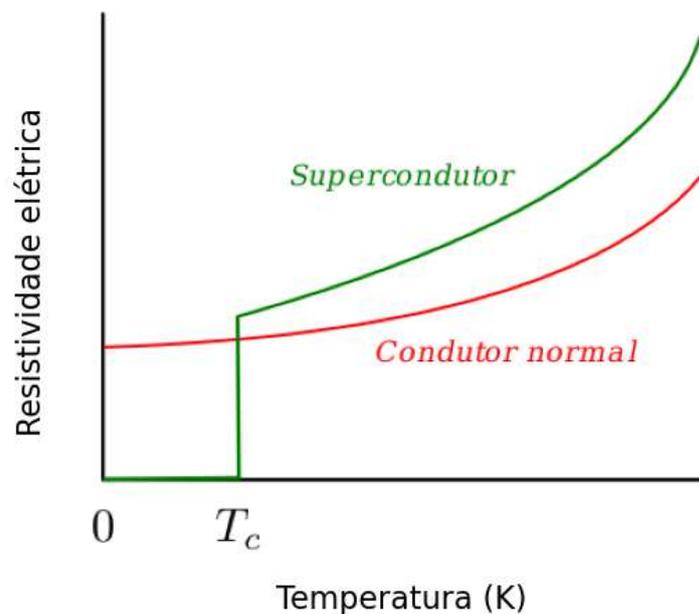
A história da supercondutividade aparentemente começa no início do século XIX com os esforços de Michael Faraday para liquefazer os gases. Faraday foi empregado por Sir Humphry Davy (1778-1829), um conhecido químico inglês que atacava a proposta do também inglês John Dalton (1766-1844), das proporções múltiplas justificando a teoria atomística da matéria (FARINAS, 2018).

Faraday, após ter liquefeito um gás (uma das primeiras vezes em que isto foi conseguido), estabeleceu uma meta de liquefazer todos os gases conhecidos. Isto iniciou uma corrida onde vários nomes conhecidos da história da ciência tiveram participação, e que levou, em 1908, o holandês Heike Kamerlingh Onnes (1853-1926) a liquefazer o hélio, obtendo temperaturas abaixo de 1 K (ONNES, 1908).

Sabia-se que, ao esfriar um metal, sua resistência elétrica diminuía. Onnes, utilizando hélio líquido, passou a estudar alguns metais em baixa temperatura. Ele encontrou para a platina, que sua resistência tornava-se constante, ao invés de tender a se anular. Porém essa resistência residual podia ser provocada por impurezas, o que levou Onnes a realizar experiências com o mercúrio, dado que este metal podia ser purificado através de processos de destilação. Em 1911, o grupo de Onnes fez uma descoberta fenomenal (ONNES, 1911). Abaixo da temperatura de 4,2 K, a resistência elétrica do mercúrio simplesmente desaparece. Este novo fenômeno, condutividade perfeita, foi chamado por Onnes de supercondutividade. A temperatura que

separa o estado supercondutor do regime de condução normal (que passaremos a chamar de estado normal), é chamada de temperatura crítica T_c (veja a Fig. 3). Ele também observou que a supercondutividade era destruída quando a amostra era submetida a um campo magnético acima de um valor crítico H_c .

Figura 3 – Esboço de um gráfico mostrando como a resistividade elétrica ρ varia com temperatura, para um supercondutor como o mercúrio, $\rho = 0$ quando $T < T_c$, para um condutor normal, como a platina, ρ adquire um valor constante em $T = 0$.

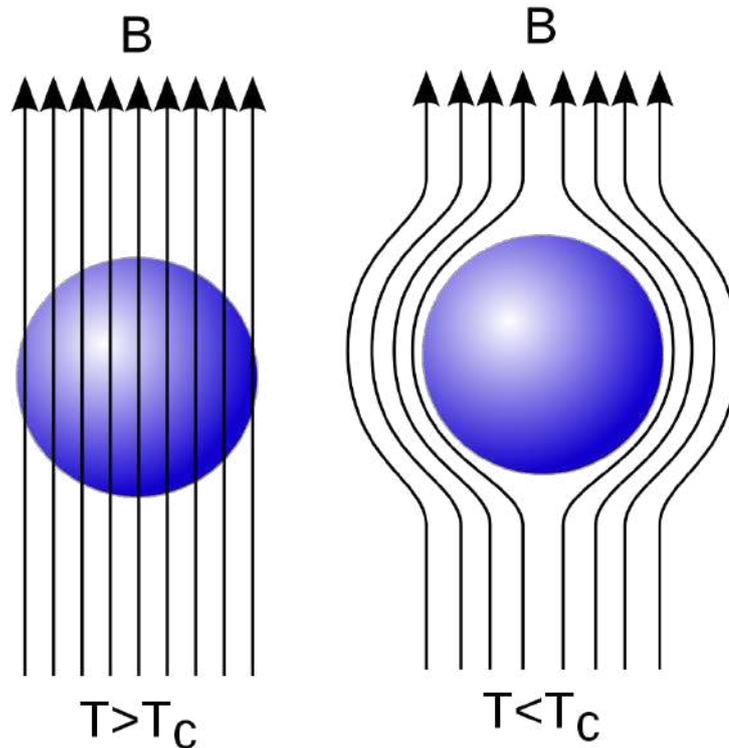


Fonte: O autor (2022).

Com a descoberta de Onnes, começaram a aparecer as primeiras teorias para explicar a supercondutividade. Uma das previsões dessas teorias dizia que se o condutor tivesse um campo magnético no seu interior B_0 no instante em que se tornasse supercondutor, ou seja no instante em que ele perdesse sua resistência, esse campo não se alteraria em seu interior, ficaria "congelado". Na presença de um campo magnético externo (menor que H_c), aparecerão correntes superficiais, que pela lei de Lenz, irão impedir que o campo no interior se altere. Essa previsão era suposta verdadeira até que em 1933 Fritz Walther Meissner (1882-1974) e Robert Ochsenfeld (1901-1993) mostraram que isso não se verificava. Eles descobriram que, para um supercondutor puro, a distribuição do campo magnético correspondia sempre a campo nulo no seu interior $B = 0$ ao invés de $B = B_0$, independentemente das condições iniciais. Em outras palavras, o supercondutor inicia a sua própria corrente e exatamente na quantidade correta para colocar o campo para fora, expulsando todo o campo magnético no seu interior,

caracterizando assim um diamagnetismo perfeito (MEISSNER; OCHSENFELD, 1933). Este efeito, assim como a condutividade perfeita, fazem da supercondutividade um fenômeno único.

Figura 4 – Diagrama do efeito Meissner. As linhas de campo magnético são excluídas do interior de um supercondutor quando este se encontra abaixo da temperatura crítica.



Fonte: Adaptada da Ref.(WIKIMEDIA, 2004).

Uma teoria microscópica da supercondutividade só apareceu em 1957, devido a John Bardeen (1908-1991), Leon Cooper (1930) e John Robert Schrieffer (1931-2019), chamada teoria BCS (BARDEEN; COOPER; SCHRIEFFER, 1957) em homenagem aos seus criadores. A teoria estabelece que os elétrons se atraem formando pares ligados, chamados pares de Cooper. Essa atração acontece devido à interação dos elétrons com as vibrações da rede cristalina. Um único elétron é uma férmion, que obedece o princípio de exclusão de Pauli. Porém um par de Cooper age como um bóson. Partículas desse tipo têm a tendência de permanecerem no mesmo estado, e é isso que explica a ausência da resistência elétrica em um supercondutor. A teoria BCS também explica o efeito Meissner, mostrando que um campo magnético externo não penetra no material, a não ser numa camada fina a partir de sua superfície. A escala de comprimento associada com a espessura desta camada é dada pelo comprimento de penetração de London λ . Este resultado já havia sido previsto através de um modelo fenomenológico

Figura 5 – Algumas das figuras mais influentes da história da supercondutividade.



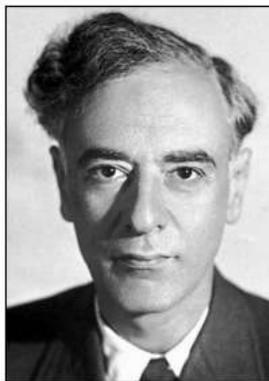
Kamerlingh Onnes
(1853-1926)



Walther Meissner
(1882-1974)



Fritz London
(1900-1954)



Lev Landau
(1908-1968)



John Bardeen
(1908-1991)



Leon Cooper
(1930)

Fonte: Adaptada de (WIKIMEDIA, 2004) e (NOBEL, 1972).

proposto em 1935 (LONDON; LONDON, 1935) pelos irmãos Fritz London (1900-1954) e Heinz London (1907-1970).

Uma outra teoria da supercondutividade muito importante se deve a Vitaly Ginzburg (1916-2009) e Lev Landau (1908-1968) (GINZBURG; LANDAU, 1950). Esta teoria se concentra inteiramente no comportamento supercondutivo dos elétrons ao invés das excitações, e foi proposta em 1950, 7 anos antes da teoria BCS. Quando foi proposta, a teoria de Ginzburg-Landau (GL) pareceu mais fenomenológica, e não foi dada a devida importância, especialmente na literatura ocidental. Mas de qualquer forma em 1959, Lev Gor'kov (1929-2016) (GOR'KOV, 1959) foi capaz de mostrar que a teoria de Ginzburg-Landau era, de fato, um caso limite da teoria BCS.

Além de descrever as propriedades dos supercondutores do tipo I, a teoria de GL previa a existência de supercondutores do tipo II, que é um estado misto, onde o estado normal e o supercondutor coexistem na presença de um campo magnético $H \sim H_c$. Os supercondutores do tipo II têm dois campos magnéticos críticos. O menor, quando é atingido por baixo,

inicia um processo de penetração de linhas de campo no material pela formação de vórtices que se constituem essencialmente de filetes com núcleo normal circundado por correntes supercondutoras, com fluxo magnético quantizado.

1.3 ESTRUTURA DA TESE

Depois de apresentar uma introdução geral dos fundamentos e da física de vórtices em supercondutores e skyrmions magnéticos (capítulos 2 e 3). Exploraremos como essas duas nanoestruturas interagem entre si em uma heteroestrutura composta por filmes finos supercondutor-magneto quiral, primeiro abordando a interação de um único vórtice como um único skyrmion (capítulo 4). Posteriormente, estudando o comportamento de vários skyrmions interagindo com vários vórtices, nos concentrando na procura de microfases de equilíbrio (capítulo 5). Os capítulos estão organizados da seguinte maneira:

- No **Capítulo 2**, introduzimos os conceitos básicos do estudo moderno do magnetismo e das interações magnéticas, passando então, a explorar as propriedades que definem um skyrmion. Após, discutimos a dinâmica de um skyrmion e como modelar a interação entre skyrmions.
- No **Capítulo 3**, revisamos alguns fundamentos da supercondutividade em um contexto fenomenológico. Mostramos que os vórtices aparecem em supercondutores do tipo-II. Estudamos a interação entre vórtices, focando em filmes supercondutores. Posteriormente, abordamos o movimento de um vórtice.
- No **Capítulo 4**, estudamos a interação entre um único vórtice e um único skyrmion em uma heteroestrutura supercondutor-magneto quiral, utilizando para isso argumentos teóricos, simulação micromagnética e simulação de dinâmica molecular. Verificamos a formação do par skyrmion-vórtice e, então, passamos a estudar a dinâmica deste par.
- No **Capítulo 5**, abordamos as configurações de equilíbrio da matéria composta por muitos skyrmions e muitos vórtices. Demostramos que tal sistema pode exibir fases emergentes moduladas por densidade. Usando uma análise baseada em teoria de campo médio, derivamos expressões analíticas para a linha onde a separação de fases ocorre. Para apoiar ainda mais essa previsão e fornecer uma análise aprofundada das fases

skyrmion-vórtice, minimizamos a energia livre total por meio de simulações de dinâmica molecular, o que nos permitiu construir ricos diagramas de fases.

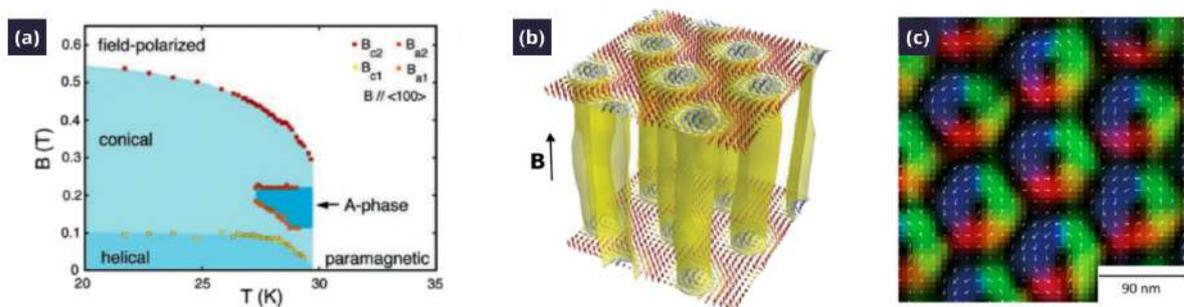
- No **Capítulo 6**, resumimos os resultados desta tese e apresentamos perspectivas futuras.

2 SKYRMIONS EM MATERIAIS MAGNÉTICOS QUIRAIS

O conceito de skyrmion foi originalmente proposto pelo britânico Tony Skyrme (1922-1987) para descrever a estabilidade de hadrons em física de partículas há mais de meio século (SKYRME, 1958). Uma forma particular de skyrmions são os chamados skyrmions magnéticos, pequenas configurações na textura de spin metaestáveis, topologicamente protegidas em materiais magnéticos quirais, do tamanho de nanômetros, que se formam em turbilhões, semelhantes aos vórtices. Os skyrmions têm potencial aplicação como bits de dados em futuros dispositivos de armazenamento de dados de alta densidade (PARKIN; HAYASHI; THOMAS, 2008; FERT; CROS; SAMPAIO, 2013; KISELEV et al., 2011; NAGAOSA; TOKURA, 2013), tendo sido detectados pela primeira vez em 2009 (MÜHLBAUER et al., 2009).

Os skyrmions podem ser observados por meio de várias técnicas experimentais, como espalhamento de nêutrons (MÜHLBAUER et al., 2009), microscopia de tunelamento de varredura spin-polarizada (ROMMING et al., 2013), microscopia eletrônica de transmissão Lorentz (YU et al., 2010), microscopia de força magnética. A Fig. 6 (a) mostra um diagrama de fases magnéticas do MnSi como função do campo magnético aplicado e da temperatura, obtido através de experimentos de espalhamento de nêutrons. Note que a região conhecida como *A-phase* é onde há o aparecimento de skyrmions. Na Fig. 6 (b) é ilustrado uma rede triangular de skyrmions, uma vez que os skyrmions interagem entre si de maneira repulsiva (veremos mais detalhes adiante). E a Fig. 6 (c) mostra a textura de spin obtida por microscopia eletrônica de transmissão Lorentz.

Figura 6 – (a) Diagrama de fase magnético do MnSi obtido através de experimentos de espalhamento de nêutrons: os skyrmions aparecem na chamada *A-phase*. (b) Ilustração de uma rede de skyrmions. (c) Textura de spin obtida por microscopia eletrônica de transmissão de Lorentz, as cores indicam a componente da magnetização no plano, com as orientações dos spins indicada por setas brancas.



Fonte: Adaptada das Refs. (MÜHLBAUER et al., 2009; MILDE et al., 2013; YU et al., 2010).

2.1 CONCEITOS PRELIMINARES

2.1.1 Momento magnético e momento angular

O objeto fundamental no magnetismo é o momento magnético. Se há uma corrente I circulando em torno de um elemento de área orientado $d\mathbf{S}$ (veja Fig. 7 (a)), o elemento de momento magnético é dado por

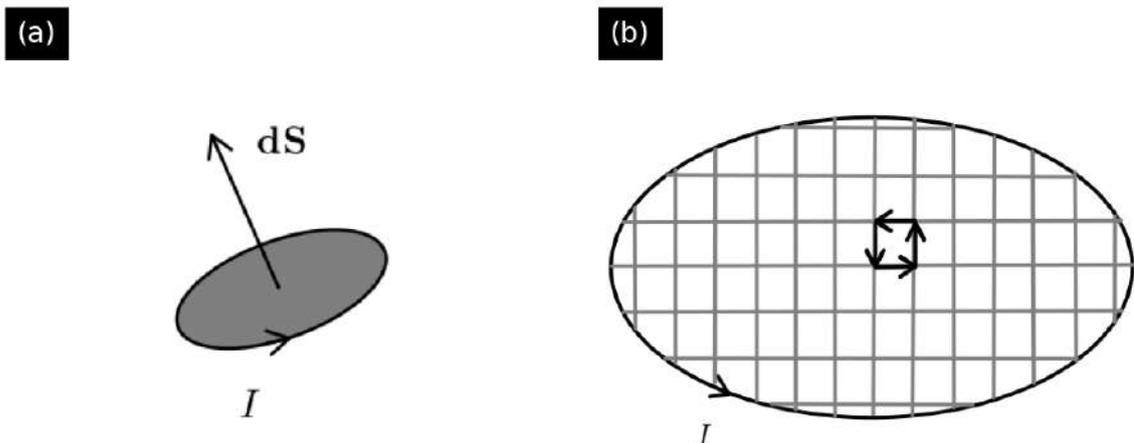
$$d\boldsymbol{\mu} = I d\mathbf{S}, \quad (2.1)$$

μ tem como unidade (no SI) Am^2 .

$d\boldsymbol{\mu}$ aponta na direção perpendicular ao plano definido pela área dS . Para uma área finita, podemos calcular o momento magnético $\boldsymbol{\mu}$ somando os elementos de momentos magnéticos para cada circuito infinitesimal [veja Fig. 7 (b)]. Porém as correntes para um elemento de circuito infinitesimal interno, se cancelam. Dessa maneira só precisamos levar em conta a corrente superficial que confina a área finita. Assim,

$$\boldsymbol{\mu} = \int d\boldsymbol{\mu} = I \int d\mathbf{S}. \quad (2.2)$$

Figura 7 – (a) Corrente I circulando em volta de uma área infinitesimal definida pelo elemento dS . (b) Área finita circundada pela corrente superficial I , o momento magnético $\boldsymbol{\mu}$ associado a corrente I pode ser considerado somando os momentos magnéticos das correntes infinitesimais.



Fonte: O autor (2022).

Uma corrente circundante ocorre devido ao movimento de uma ou mais cargas elétricas. Todas as cargas que consideraremos estão associadas a partículas que têm massa. Portanto, há também o movimento orbital da massa. Assim, o momento magnético está sempre relacionado ao momento angular.

Nos átomos, o momento magnético $\boldsymbol{\mu}$ associado a um elétron em órbita fica na mesma direção que o momento angular \boldsymbol{L} desse elétron e é proporcional a ele. Assim, escrevemos

$$\boldsymbol{\mu} = \gamma \boldsymbol{L} \quad (2.3)$$

onde γ é uma constante chamada razão giromagnética.

2.1.2 Precessão e equação LLG

Na presença de um campo magnético \boldsymbol{B} , a energia do momento magnético $\boldsymbol{\mu}$ é dada por

$$E = -\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{B} = -\mu B \cos \theta, \quad (2.4)$$

de tal maneira que a energia é minimizada quando o momento magnético se alinha ao longo do campo magnético (paralelos) e maximizada quando os dois estão em direção opostas (antiparalelos). Há também um torque \boldsymbol{G} no momento magnético dado por

$$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{\mu} \times \boldsymbol{B}, \quad (2.5)$$

que, se o momento magnético não estivesse associado a nenhum momento angular, tenderia a virar o momento magnético em direção ao campo magnético. Derivando a Eq. (2.3) com relação ao tempo e lembrando que $\boldsymbol{G} = d\boldsymbol{L}/dt$, temos

$$\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = \gamma \boldsymbol{\mu} \times \boldsymbol{B}. \quad (2.6)$$

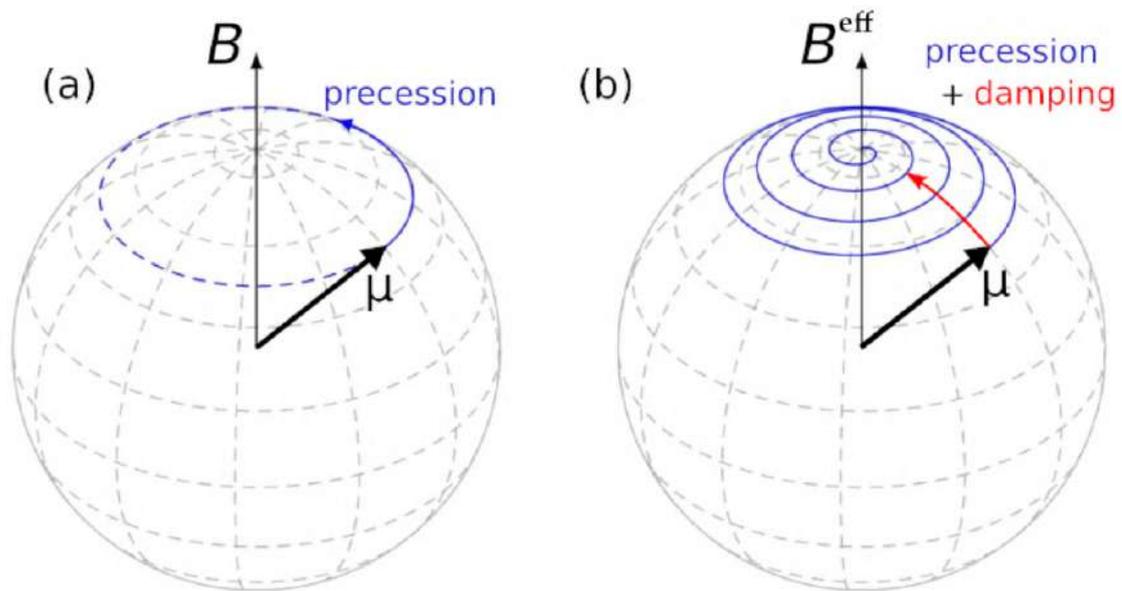
Isso significa que a variação em $\boldsymbol{\mu}$ é perpendicular a $\boldsymbol{\mu}$ e \boldsymbol{B} . Em vez de alinhar $\boldsymbol{\mu}$ e \boldsymbol{B} , o campo magnético faz com que $\boldsymbol{\mu}$ precessione em torno de \boldsymbol{B} , veja a Fig. 8 (a). A frequência de precessão é conhecida como frequência de Larmor, dada por

$$\omega_L = \gamma B. \quad (2.7)$$

Observe que a razão giromagnética é a constante de proporcionalidade que conecta ambos, momento magnético e momento angular (Eq. (2.3)), e a frequência de precessão com o campo magnético (Eq. (2.7)).

A precessão livre é, entretanto, uma situação idealizada na qual não há como o sistema dissipar energia e o momento angular permanece constante. Na presença de dissipação de energia, a amplitude de precessão decai com o tempo, e o momento magnético espirala em

Figura 8 – (a) Precessão livre do momento magnético μ na presença de um campo magnético B . (b) Precessão amortecida, o momento magnético espirala em torno do campo efetivo até se alinhar a ele.



Fonte: Adaptada da Ref. (ABERT, 2013).

torno do campo até atingir a posição de equilíbrio (paralela ao campo) em um tempo de relaxação característico, conforme ilustrado na Fig. 8 (b).

A perda de energia pode ser incluída na Eq. (2.6) pela introdução de um termo de amortecimento. Uma das formas mais utilizadas é aquela introduzida por T. L. Gilbert, na chamada equação de Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) (GILBERT, 1955).

$$\frac{d\mu}{dt} = -\frac{\gamma}{1 + \alpha^2} \left[\mu \times B^{eff} + \alpha \mu \times (\mu \times B^{eff}) \right], \quad (2.8)$$

onde α é uma constante adimensional, chamada fator de amortecimento de Gilbert e B^{eff} é o campo efetivo agindo sobre o momento magnético.

Em um material real, os momentos magnéticos atômicos estão sujeitos a interações coletivas muito complexas, em vez de um simples campo uniforme externo. No entanto, a Eq. (2.8) pode ser generalizada em termos do campo efetivo B^{eff} atuando no momento magnético, que pode ser expresso como $B^{eff} = \partial\mathcal{H}/\partial\mu$, onde \mathcal{H} é o hamiltoniano que acomoda todas as interações magnéticas do sistema de spin considerado. Mais detalhes serão vistos posteriormente.

2.1.3 Magneton de Bohr

Considere o elétron (carga $-e$ e massa m_e) do átomo de hidrogênio, que em uma visão clássica faz uma órbita circular ao redor do núcleo. A corrente I ao redor do átomo é $I = -e/\tau$ onde $\tau = 2\pi r/\nu$ é o período da órbita, $\nu = |\mathbf{v}|$ é o módulo da velocidade e r é o raio da órbita circular. A magnitude do momento angular do elétron, $m_e\nu r$, deve ser igual, no estado fundamental, a \hbar , assim o momento magnético do elétron é

$$\mu = \pi r^2 I = -\frac{e\hbar}{2m_e} \equiv -\mu_B \quad (2.9)$$

o que define o magneton de Bohr,

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}. \quad (2.10)$$

μ_B é uma unidade conveniente para descrever o tamanho dos momentos magnéticos e tem, no SI, o valor de $9,274 \times 10^{-24} \text{ Am}^2$.

2.1.4 Magnetização e os campos magnéticos

Um material magnético consiste de um grande número de átomos com momentos magnéticos. A magnetização \mathbf{M} é definida como o momento magnético por unidade de volume. Normalmente, essa quantidade vetorial é considerada na “aproximação contínua”, ou seja, em uma escala de comprimento grande o suficiente para que não se veja a granulação devida aos momentos magnéticos atômicos individuais. Portanto, \mathbf{M} pode ser considerado um campo vetorial suave, contínuo em todos os lugares, exceto nas bordas do material magnético.

No vácuo não há magnetização. O campo magnético pode ser descrito pelos campos \mathbf{B} e \mathbf{H} que estão relacionados linearmente por

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}. \quad (2.11)$$

Os dois campos magnéticos \mathbf{B} e \mathbf{H} são apenas versões escalonadas um do outro, o primeiro medido em Tesla (abreviado para T) e o último medido em Am^{-1} .

Em um material magnético a relação entre \mathbf{B} e \mathbf{H} é mais complicada e os dois campos vetoriais podem ser muito diferentes em magnitude e direção. A relação vetorial geral é

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}). \quad (2.12)$$

Nos chamados materiais lineares, a magnetização tem uma relação linear com o campo magnético \mathbf{H} , $\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$, onde χ é uma quantidade adimensional chamada susceptibilidade

magnética. Neste caso especial, temos

$$\mathbf{B} = \mu(1 + \chi)\mathbf{H} = \mu_0\mu_r\mathbf{H}, \quad (2.13)$$

onde $\mu_r \equiv 1 + \chi$ é a permeabilidade relativa do material.

Como vimos, em uma região de espaço livre (vácuo) com um campo magnético aplicado, \mathbf{B}_v e \mathbf{H}_v estão conectados por $\mathbf{B}_v = \mu_0\mathbf{H}_v$. Agora insira um material magnético nessa região do espaço livre. O campo interno dentro do material, dado por \mathbf{B}_s e \mathbf{H}_s pode ser muito diferente de \mathbf{B}_v e \mathbf{H}_v respectivamente. Isto é verdade, exceto no caso especial da amostra ter formato de um elipsoidal. Se o campo magnético é aplicado ao longo de um dos eixos principais do elipsoide, então dentro de toda a amostra

$$\mathbf{H}_s = \mathbf{H}_v - N\mathbf{M}, \quad (2.14)$$

onde N é o fator de desmagnetização apropriado. O “termo de correção” $\mathbf{H}_d = -N\mathbf{M}$ é chamado de campo de desmagnetização. Para o caso onde $\chi \ll 1$, temos que $M \ll H$, e assim o efeito de desmagnetização pode ser desprezado. Isto acontece para os materiais diamagnéticos e paramagnéticos. Em ferromagnetos, o efeito de desmagnetização sempre é significativo.

2.1.5 Paramagnetismo

Considere uma amostra que tenha átomos ou moléculas com momentos magnéticos permanentes μ_i . Na ausência de um campo magnético externo, os momentos estão orientados de maneira aleatória, de tal maneira que a magnetização resultante seja zero. Essas substâncias são chamadas de paramagnéticas.

Na presença de um campo magnético externo, os momentos magnéticos tendem a se alinhar paralelamente com o campo. Assim o magnetismo induzido reforça o campo magnético. O paramagnetismo é, em geral, um tanto fraco, posto que as forças de alinhamento são relativamente pequenas quando comparadas com as forças dos movimentos térmicos que tendem a desfazer a ordem. Assim, o paramagnetismo é usualmente sensível a temperatura. Dessa maneira, quanto mais baixa a temperatura, mais forte o efeito. Por outro lado, o diamagnetismo é menos sensível a temperatura (uma vez que os momentos magnéticos nesses materiais não são permanentes).

Na maioria dos materiais, haverá momento magnético líquido apenas se houver átomos presentes cuja camada interna de elétrons estiver incompleta. Tais átomos são encontrados na

parte dos “elementos de transição” da tabela periódica - por exemplo, cromo, manganês, ferro, níquel, cobalto, paládio e platina. Além disso, todos os elementos terras-rara têm camadas internas incompletas e momentos magnéticos permanentes (veja a Fig. 9). Ainda, antes do desenvolvimento da mecânica quântica, Friedrich Hermann Hund (1896-1997), de maneira empírica, introduziu algumas regras para determinar o estado fundamental de um átomo em particular, assim determinando o seu momento angular total.

Figura 9 – Tabela periódica. Íons do grupo de transição do ferro e de terras-rara têm camadas eletrônicas incompletas.

Tabela Periódica

Grupo de transição do Ferro íons magnéticos

Terras-rara

■ Não metais
 ■ Metais alcalinos
 ■ Semimetais
 ■ Outros metais
 ■ Lantanídeos
■ Gases nobres
■ Metais alcalino-terrosos
■ Halogênios
■ Metais de transição
■ Actinídeos

Fonte: Adaptada da Ref. (WIKIMEDIA, 2004).

O momento angular total de um átomo é dado por.

$$J = L + S, \quad (2.15)$$

onde L é o momento angular orbital, já referenciado anteriormente na Eq. (2.3) e depende do estado eletrônico ocupado pelo elétron. S é um momento angular intrínseco que todas partículas elementares têm (podendo ser zero para algumas). No caso do elétron, a componente do momento angular do spin é $m_s \hbar$, onde $m_s = \pm 1/2$, ou seja, a componente do momento angular na direção de um eixo particular é $\hbar/2$ ou $-\hbar/2$ (spin para cima ou para baixo) e a magnitude do momento angular do spin para um elétron é $\sqrt{3}\hbar/2$.

A energia do spin do elétron em um campo magnético \mathbf{B} é dada por,

$$E = g\mu_B m_s B. \quad (2.16)$$

onde g é uma constante conhecida como *fator de Landè* ou apenas *fator-g*, dado por

$$g = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}, \quad (2.17)$$

onde os números quântico j , l e s estão relacionados aos autovalores dos momentos angulares total \mathbf{J} , orbital \mathbf{L} e de spin \mathbf{S} respectivamente. Para o elétron o fator-g é aproximadamente 2, assim $E \approx \pm\mu_B B$.

Para um certo átomo, o número quântico j pode assumir um valor qualquer inteiro ou semi-inteiro. Quando $j = \infty$, por exemplo, ignoramos o fato de que os momentos magnéticos podem apontar apenas ao longo de certas direções devido à quantização, ou seja, equivale ao tratamento clássico.

A função de partição para o caso geral é dada por

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{\{m_j\}} \exp\left(\frac{g\mu_B}{\hbar kT} \mathbf{J} \cdot \mathbf{B}\right) \\ &= \sum_{m_j=-j}^j \exp\left(\frac{g\mu_B B}{kT} m_j\right), \end{aligned} \quad (2.18)$$

onde foi usado que

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{B} = m_j \hbar B \quad m_j = -j, -j+1, \dots, j. \quad (2.19)$$

Escrevendo $x = g\mu_B B/kT$, temos

$$\langle m_j \rangle = \frac{\sum_{m_j=-j}^j m_j \exp(m_j x)}{\sum_{m_j=-j}^j \exp(m_j x)} = \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial x}. \quad (2.20)$$

Uma vez que $M = nkT(1/Z)\partial Z/\partial B$, onde $n = N/V$, obtemos

$$M = ng_j \mu_B \langle m_j \rangle \quad (2.21)$$

A função de partição Z nada mais é do que a soma dos $2j+1$ termos de uma progressão geométrica, o que nos leva a

$$Z = \frac{\sinh\left[(2j+1)\frac{x}{2}\right]}{\sinh\left[\frac{x}{2}\right]}. \quad (2.22)$$

Agora, escrevendo $y = xj = g\mu_B j B/kT$, encontramos

$$M = M_S B_j(y), \quad (2.23)$$

onde a magnetização de saturação M_S , a magnetização máxima que pode ser obtida quando todos os momentos magnéticos estão alinhados, é dada por

$$M_S = ng\mu_B j \quad (2.24)$$

e $B_j(y)$ é a função de Brillouin dada por

$$B_j(y) = \frac{2j+1}{2j} \coth\left(\frac{2j+1}{2j}y\right) - \frac{1}{2j} \coth\frac{y}{2j}. \quad (2.25)$$

No limite $g\mu_B B/kT \ll 1$, a magnetização terá uma dependência linear com B ,

$$M = j(j+1) \frac{ng^2\mu_B^2}{3kT} B, \quad (2.26)$$

e a suscetibilidade magnética

$$\chi = \frac{j(j+1)ng^2\mu_B^2}{3kT}. \quad (2.27)$$

Como podemos notar, χ varia com o inverso da temperatura. Esse resultado é conhecido como *lei de Curie*.

2.2 INTERAÇÕES MAGNÉTICAS

Nesta seção, consideramos os diferentes tipos de interação magnética que são importantes para permitir que os momentos magnéticos se comuniquem e potencialmente produzam uma ordem de longo alcance, dando origem a fenômenos importantes, como ferromagnetismo e texturas de spin topológicas, como os skyrmions.

2.2.1 Interação dipolar magnética

A primeira interação a desempenhar um papel importante é a interação entre os dipolos magnéticos. Dois dipolos magnéticos $\boldsymbol{\mu}_1$ e $\boldsymbol{\mu}_2$ separados por uma distância r têm energia igual a

$$E = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \left[\boldsymbol{\mu}_1 \cdot \boldsymbol{\mu}_2 - \frac{3}{r^2} (\boldsymbol{\mu}_1 \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\mu}_2 \cdot \mathbf{r}) \right] \quad (2.28)$$

que, portanto, depende de sua separação e seu grau de alinhamento mútuo. A fim de estimar a magnitude deste efeito, consideremos $\mu_1 = \mu_2 \approx 1\mu_B$ separados por $r \approx 1 \text{ \AA}$. A energia de interação dipolar será da ordem de $\mu_B^2/4\pi r^3 \sim 10^{-23} \text{ J}$ que é equivalente a cerca de 1 K em temperatura ($kT \approx 10^{-23}$). Como o ordenamento de muitos materiais acontecem em

temperaturas muito mais altas (alguns em torno de 1000 K), a interação dipolar magnética deve ser muito fraca para explicar o ordenamento da maioria dos materiais magnéticos. No entanto, pode ser importante nas propriedades desses materiais que ordenam a temperaturas de miliKelvin.

2.2.2 Interação de troca

A interação de troca estão no centro do fenômeno da ordem magnética de longo alcance. Tal interação reflete a repulsão de Coulomb de dois elétrons próximos, geralmente em átomos vizinhos, agindo em conjunto com o princípio de Pauli, que proíbe os dois elétrons de entrarem no mesmo estado quântico (COEY, 2010). Considere um simples modelo com dois elétrons, um localizado na posição \mathbf{r}_1 e o outro em \mathbf{r}_2 . O primeiro elétron se encontra o estado quântico $\psi_a(\mathbf{r}_1)$ e o segundo no estado $\psi_b(\mathbf{r}_2)$. A função de onda conjunta, Ψ , a princípio, poderia ser escrita como $\psi_a(\mathbf{r}_1)\psi_b(\mathbf{r}_2)$. Porém este produto não obedece a simetria de troca, pois $\Psi(1, 2) = -\Psi(2, 1)$, uma vez que os elétrons são férmions e por isso obedecem ao princípio de exclusão de Pauli. Portanto, os únicos estados possíveis são estados de produtos simetrizados (ou antissimetrizados) que se comportem adequadamente sob a operação de troca de partículas.

Para elétrons, a função de onda global deve ser antissimétrica, de modo que a parte de spin da função de onda deve ser um estado singleto antissimétrico ($S = 0$),

$$\chi_S = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\uparrow_1, \downarrow_2\rangle - |\downarrow_1, \uparrow_2\rangle], \quad (2.29)$$

no caso de um estado espacial simétrico; ou um estado tripleto simétrico ($S = 1$),

$$\chi_T = |\uparrow_1, \uparrow_2\rangle; \quad \frac{1}{\sqrt{2}} [|\uparrow_1, \downarrow_2\rangle + |\downarrow_1, \uparrow_2\rangle]; \quad |\downarrow_1, \downarrow_2\rangle, \quad (2.30)$$

no caso de um estado espacial antissimétrico. Assim podemos escrever a função de onda para o caso singleto Ψ_S e o caso tripleto Ψ_T como

$$\begin{aligned} \Psi_S &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(\mathbf{r}_1)\psi_b(\mathbf{r}_2) + \psi_a(\mathbf{r}_2)\psi_b(\mathbf{r}_1)] \chi_S \\ \Psi_T &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(\mathbf{r}_1)\psi_b(\mathbf{r}_2) - \psi_a(\mathbf{r}_2)\psi_b(\mathbf{r}_1)] \chi_T. \end{aligned} \quad (2.31)$$

As energias dos dois possíveis estados são

$$\begin{aligned} E_S &= \int \Psi_S^* \hat{H} \Psi_S d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \\ E_T &= \int \Psi_T^* \hat{H} \Psi_T d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \end{aligned} \quad (2.32)$$

e a diferença entre as duas energias é dada por

$$E_S - E_T = 2 \int \psi_a^*(\mathbf{r}_1) \psi_b^*(\mathbf{r}_2) \hat{\mathcal{H}} \psi_a(\mathbf{r}_1) \psi_b(\mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \quad (2.33)$$

A diferença entre os estados singleto e tripleto pode ser parametrizada usando $\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2$. Para um singleto $\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 = -3/4$ enquanto que para um tripleto $\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 = 1/4$. Assim, o Hamiltoniano pode ser escrito na forma

$$\hat{\mathcal{H}} = \frac{1}{4} (E_S + 3E_T) - (E_S - E_T) \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2. \quad (2.34)$$

O primeiro termo é constante, e assim, pode ser absorvido. Já o segundo, que é mais interessante, depende do spin. Definimos a constante de troca J como

$$J \equiv \frac{E_S - E_T}{2} = \int \psi_a^*(\mathbf{r}_1) \psi_b^*(\mathbf{r}_2) \hat{\mathcal{H}} \psi_a(\mathbf{r}_1) \psi_b(\mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \quad (2.35)$$

e assim o Hamiltoniano pode ser escrito como

$$\hat{\mathcal{H}} = -2J \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2. \quad (2.36)$$

Se $J > 0$, o estado tripleto é favorável de tal maneira que os spins tendem a ficarem paralelos. Se $J < 0$, o singleto passa a ser favorável e os spins tendem a ficarem antiparalelos. A generalização da Eq. (2.36) para um sistema de muitos corpos é dada pelo modelo de Heisenberg, que consiste em aplicar Eq. (2.36) entre os spins vizinhos, assim

$$\hat{\mathcal{H}} = - \sum_{i,j} J_{ij} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j, \quad (2.37)$$

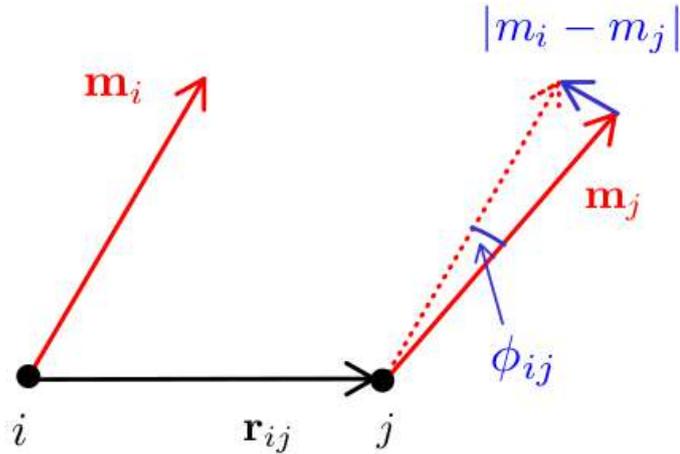
onde J_{ij} é a constante de troca entre o i -ésimo e j -ésimo spins. O fator 2 foi omitido pois a soma inclui cada par de spins duas vezes. Normalmente, a contribuição da energia da interação de troca é algumas ordens de grandeza maior do que a da interação dipolar e, portanto, pode estabilizar ordem magnética de longo alcance em temperaturas muito mais altas.

A fim de expressarmos a Eq. (2.37) na aproximação contínua, assumimos que $J_{ij} = J$, se i e j são vizinhos mais próximos e zero caso contrário. Além disso, consideraremos spins clássicos, e que o ângulo entre os spins mais próximos ϕ_{ij} é muito pequeno, isto é, $\phi_{ij} \ll 1$ (que é o caso de um sistema ferromagnético). Dessa maneira, a energia do sistema fica

$$E = -JS^2 \sum_{\langle ij \rangle} \cos \phi_{ij} = \text{const.} + \frac{JS^2}{2} \sum_{\langle ij \rangle} \phi_{ij}^2, \quad (2.38)$$

onde foi usado que $\cos \phi_{ij} \approx 1 - \phi_{ij}^2/2$ e a notação $\langle ij \rangle$ significa apenas vizinhos mais próximos. Ignorando o termo constante que se refere apenas à energia do estado totalmente

Figura 10 – Os momentos magnéticos são representados pelos momentos reduzidos \mathbf{m}_i e \mathbf{m}_j nos sítios vizinhos i e j separados pelo vetor \mathbf{r}_{ij} . O ângulo entre os momentos é ϕ_{ij} . Os momentos reduzidos \mathbf{m}_i e \mathbf{m}_j são unitários por definição.



Fonte: Adaptada da Ref. (BLUNDELL, 2001).

alinhado, definimos o momento reduzido por $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_S$, que é um vetor unitário que nos dá a direção do spin do sítio localizado no ponto r_{ij} . Usando a notação da Fig. 10 podemos escrever

$$|\phi_{ij}| \approx |\mathbf{m}_i - \mathbf{m}_j| \approx |(\mathbf{r}_{ij} \cdot \nabla)\mathbf{m}|, \quad (2.39)$$

e a energia pode ser escrita como

$$E = JS^2 \sum_{\langle ij \rangle} [(\mathbf{r}_{ij} \cdot \nabla)\mathbf{m}]^2. \quad (2.40)$$

No limite contínuo temos

$$E = A \int_V [(\nabla m_x)^2 + (\nabla m_y)^2 + (\nabla m_z)^2] d^3r, \quad (2.41)$$

onde $A = 2JS^2z/a$ é chamado de coeficiente de rigidez de troca, com a sendo a distância vizinha mais próxima (parâmetro de rede) e z o número de sítios da célula unitária. A unidade de A no sistema internacional de medidas (SI) é J/m.

2.2.3 Interação de Dzyaloshinsky-Moriya

Materiais magnéticos quirais apresentam quebra de simetria de inversão (espacial), que por sua vez leva a uma interação conhecida como interação de Dzyaloshinsky-Moriya (DMI - Dzyaloshinsky-Moriya interaction) que pode ser escrita como

$$E_{DMI} = -\mathbf{D}_{ij} \cdot (\mathbf{S}_i \times \mathbf{S}_j) \quad (2.42)$$

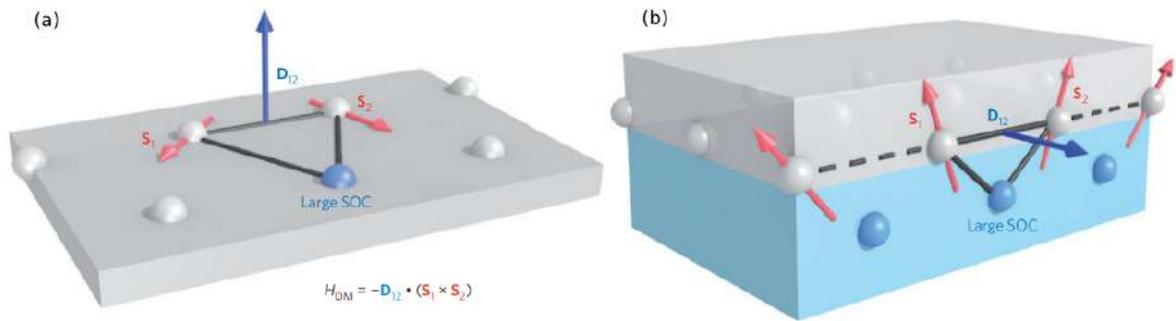
entre os spins vizinhos \mathbf{S}_i e \mathbf{S}_j . O vetor \mathbf{D}_{ij} é ditado pela simetria do cristal. Sob uma operação de inversão onde o ponto médio de dois sítios, S_i e S_j são trocados, a energia consequentemente inverte o sinal, o que demonstra a quebra de simetria de inversão.

No limite contínuo, $\mathbf{S}_j \approx \mathbf{S}_i + (\mathbf{r}_{ij} \cdot \nabla) \mathbf{S}_i$ [veja (2.39)] que substituído em (2.42), favorece

$$E_{DMI} = -\mathbf{D}_{ij} \cdot \mathbf{S}_i \times (\mathbf{r}_{ij} \cdot \nabla) \mathbf{S}_i. \quad (2.43)$$

A energia da DMI é minimizada se dois spins estão no plano normal a \mathbf{D}_{ij} e são perpendiculares entre si, em contraste com a interação de troca, que favorece configurações de spins paralelas (ou antiparalelas). Como resultado dessa competição, os spins vizinhos fazem um ângulo finito (diferente de zero, 90° e 180°) em relação um ao outro (veja a Fig. 11).

Figura 11 – (a) Esquema de um DMI gerado por troca indireta pelo triângulo composto por dois spins atômicos e um átomo com um forte acoplamento spin-órbita (spin-orbit coupling - SOC). (b) Esboço de um DMI na interface entre um metal ferromagnético (filme fino) em cinza e um metal com um forte SOC (geralmente um metal pesado) em azul. O vetor DMI \mathbf{D}_{12} é perpendicular ao plano ao triângulo composto por dois spins locais e um átomo com um grande SOC.



Fonte: Adaptada da Ref. (FERT; CROS; SAMPAIO, 2013).

A interação de DMI pode ser aproximadamente ligada à interação spin-orbita (SOC) que, em primeira aproximação, deve escalar com Z^4 (onde Z é o número atômico). Observe, no entanto, que a SOC nos metais de transição é muito menor do que a relação Z^4 e depende do detalhamento das estruturas de banda. No entanto, uma grande DMI é normalmente encontrada em materiais com elementos pesados, onde a resistência ao SOC é aumentada (JIANG et al., 2017). No caso de filmes finos magnéticos com uma DMI induzida interfacialmente (que é o caso de interesse desta tese), a contribuição da DMI para o hamiltoniano pode ser expressa no limite contínuo como

$$\hat{H} = - \int_V D \left[m_x \frac{\partial m_z}{\partial x} - m_z \frac{\partial m_x}{\partial x} + m_y \frac{\partial m_z}{\partial y} - m_z \frac{\partial m_y}{\partial y} \right] d^3r, \quad (2.44)$$

onde D representa a força da interação de Dzyaloshinsky-Moriya e tem unidade (no SI) de J/m^2 .

2.2.4 Anisotropia Magnetocristalina

Cristais possuem os chamados eixos magnéticos fácil e difícil. Ao longo de certas direções cristalográficas é fácil magnetizar o cristal, ao longo de outras é mais difícil. No limite do contínuo, a contribuição de energia de uma anisotropia uniaxial, com um eixo fácil $\hat{\mathbf{u}}$, pode ser expressa como

$$E = - \int_V K(\mathbf{m} \cdot \hat{\mathbf{u}})^2 d^3r, \quad (2.45)$$

onde K é a constante de anisotropia, e tem como unidade, no SI, J/m^3 .

A energia de anisotropia surge da interação spin-órbita e da supressão parcial do momento angular. As energias de anisotropia estão geralmente na faixa $10^2 - 10^7 \text{ Jm}^{-3}$. Isso corresponde a uma energia por átomo na faixa $10^{-8} - 10^{-3} \text{ eV}$. A energia de anisotropia é maior em redes (de íons magnéticos) de baixa simetria e menor em redes de alta simetria (BLUNDELL, 2001).

Um termo de energia adicional é devido à desmagnetização da energia associada à forma da amostra e é chamado de anisotropia de forma. Em filmes finos, uma anisotropia de forma $(1/2\mu_0 M^2) \cos \theta$ (onde θ é o ângulo entre a normal ao filme e \mathbf{M}) leva a uma economia energética para manter a magnetização no plano do filme.

2.3 SKYRMIONS MAGNÉTICOS

Uma ferromagneto pode ter uma magnetização espontânea mesmo na ausência de um campo magnético externo. Todos os momentos magnéticos são alinhados em uma única direção (pelo menos dentro de um certo domínio). Este efeito geralmente acontece devido a interação de troca. Para um ferromagneto em um campo magnético externo \mathbf{B} , a Hamiltoniana apropriada é

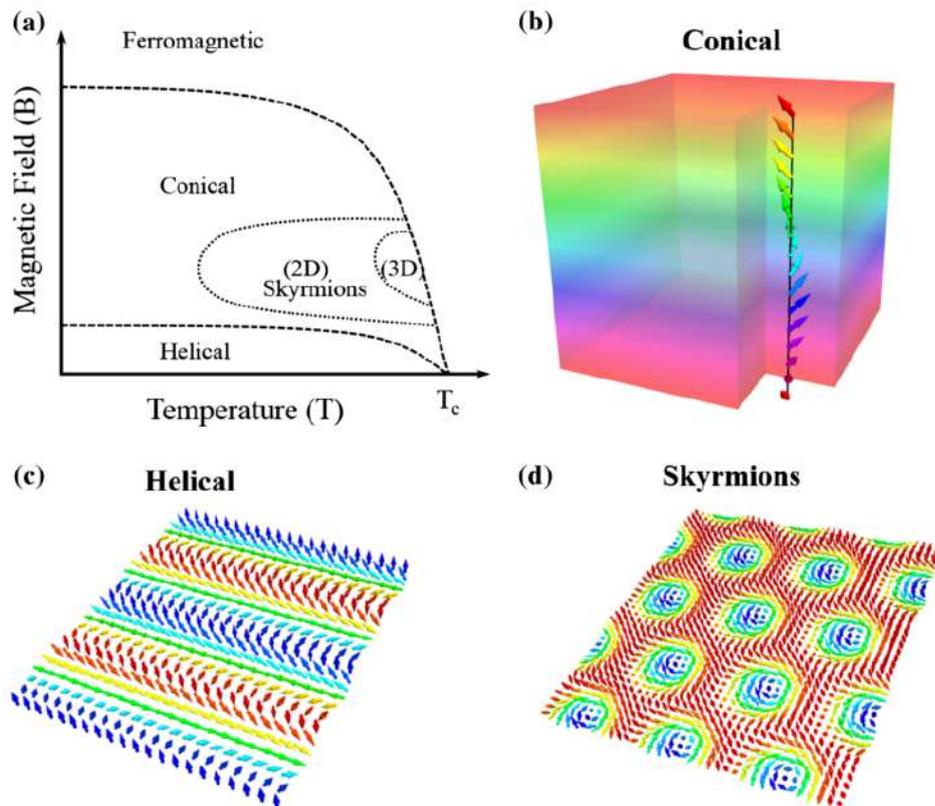
$$\hat{\mathcal{H}} = - \sum_{ij} J_{ij} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j + g\mu_B \sum_j \mathbf{S}_j \cdot \mathbf{B}, \quad (2.46)$$

onde as constantes de troca para vizinhos mais próximos deve ser positiva para garantir o alinhamento ferromagnético (quando ela é negativa o alinhamento é antiferromagnético). O primeiro termo do lado direito é a energia de troca de Heisenberg (2.37) e o segundo é a energia Zeeman.

Quando a amostra magnética também apresenta a interação de Dzyaloshinsky-Moriya o hamiltoniano torna-se

$$\hat{\mathcal{H}} = - \sum_{ij} (J_{ij} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j + D_{ij} \mathbf{S}_i \times \mathbf{S}_j) + g\mu_B \sum_j \mathbf{S}_j \cdot \mathbf{B}. \quad (2.47)$$

Figura 12 – (a) Diagrama de fase magnética em materiais que podem hospedar skyrmions. (b) Fase cônica com seu vetor de onda orientado ao longo do campo magnético. (c) Fase helicoidal de spin aparece em campo magnético baixo. (d) Rede de skyrmions na região de campo de temperatura moderada.

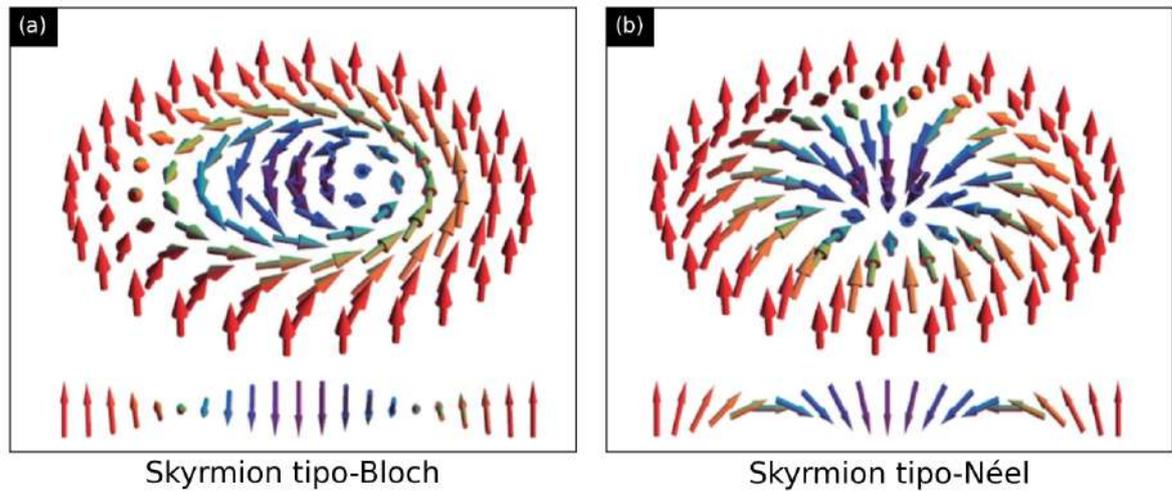


Fonte: Adaptado da Ref. (WANG et al., 2019).

É nessa circunstância que há o aparecimento de texturas de spins localizadas e estáveis tais como as fases helicoidal, cônica e skyrmions do tipo-Bloch em magnetos tridimensionais (bulk magnets), e também espirais de spins, paredes de domínio magnético quiral e skyrmions do tipo-Néel em multicamadas magnéticas (WANG et al., 2019), como mostra a Fig. 12.

Redes estendidas de skyrmions magnéticos foram observadas pela primeira vez nos sistemas tridimensionais tipo-B20, como o MnSi 6 (b), mas também estão presentes em filmes finos de magnetos quirais, onde o DMI é criado na interface entre o filme fino magnético e um metal pesado 11 (b). O sentido em que a magnetização gira difere nesses dois casos. Os chamados skyrmions do tipo-Néel aparecem em filmes finos magnéticos em que o DMI é interfacial, enquanto que os skyrmions do tipo-Bloch acontecem em materiais magnéticos volumétricos 13.

Figura 13 – (a) Skyrmion do tipo Bloch: os spins giram nos planos tangenciais - isto é, perpendiculares às direções radiais - quando se move do núcleo para a borda. (b) Skyrmion do tipo-Néel: os spins giram nos planos radiais do núcleo para a borda.



Fonte: Adaptado da Ref. (KÉZSMÁRKI et al., 2015).

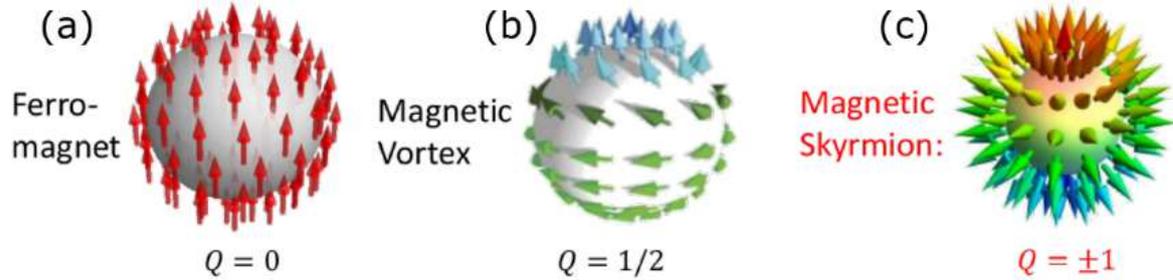
2.3.1 Propriedades topológicas

Uma classe topológica descreve a equivalência entre dois mapas sob deformações suaves (JIANG et al., 2017). No contexto de texturas de spins, esses mapas são distribuições espaciais dos momentos magnéticos. Cada classe topológica é caracterizada por um número inteiro Q chamado de carga topológica ou número de skyrmion, que é o número de vezes que os spins rodam em torno de uma esfera unitária (BRAUN, 2012), como mostrado na Fig. 14. A carga topológica é definida como

$$Q = \frac{1}{4} \int \mathbf{m} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y} \right) dx dy. \quad (2.48)$$

Os skyrmions, que tem $Q = \pm 1$, são topologicamente protegidos, o que significa que eles não podem ser deformados, por exemplo, para o estado ferromagnético $Q = 0$, sob transformações contínuas. Essa proteção topológica aumenta a estabilidade dos skyrmions magnéticos de tal maneira que eles são capazes de se mover por todo o material magnético sem perder a forma, semelhante aos vórtices em supercondutores.

Figura 14 – Representação topológica de texturas magnéticas envolvendo cada giro individual em uma esfera unitária. (a) Estado ferromagnético; (b) Vórtice magnético; (c) Skyrmion magnético. A carga topológica Q dá quantidade de vezes que os spins giram em torno da esfera unitária.



Fonte: Adaptada da Ref. (WIKIMEDIA, 2004).

2.3.2 Estrutura e forma de um skyrmion

O skyrmion (tanto o do tipo-Néel como o do tipo-Bloch) também pode ser caracterizado assumindo a simetria rotacional da magnetização unitária ao redor do seu núcleo. Assim,

$$\mathbf{m}(\rho, \phi) = \sin \theta'(\rho) \cos \phi'(\phi) \hat{x} + \sin \theta' \sin \phi'(\phi) \hat{y} + \cos \theta'(\rho) \hat{z}, \quad (2.49)$$

onde $\theta'(\rho)$ e $\phi'(\phi)$ dão a direção da magnetização na posição $\boldsymbol{\rho} = \sin \theta (\cos \phi \hat{x} + \sin \phi \hat{y}) + \cos \theta \hat{z}$, como mostra a Fig. 15 (a). O centro do skyrmion coincide com a origem do sistema de coordenadas ($\rho = 0$). Note que, devido a simetria, ϕ' e θ' não dependem de ρ e ϕ respectivamente. Substituindo Eq. (2.49) em Eq. (2.48), obtemos

$$Q = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty d\rho \int_0^{2\pi} d\phi \frac{d\theta'}{d\rho} \frac{d\phi'}{d\phi} \sin \theta'(\rho) = \frac{1}{4\pi} [\cos \theta'(\rho)]_{\rho=0}^{\rho=\infty} [\phi'(\phi)]_{\phi=0}^{\phi=2\pi}. \quad (2.50)$$

Assumindo que os spins apontem para cima em $\rho = \infty$ e para baixo em $\rho = 0$, temos que $[\cos \theta'(\rho)]_{\rho=0}^{\rho=\infty} = 2$. Podemos então, classificar a estrutura de um skyrmion definindo os parâmetros: *vorticidade* e *helicidade*. O primeiro é representado por um inteiro N , que diz o número de vezes e em que sentido ϕ' gira um círculo completo de $\phi = 0$ à 2π , definido como,

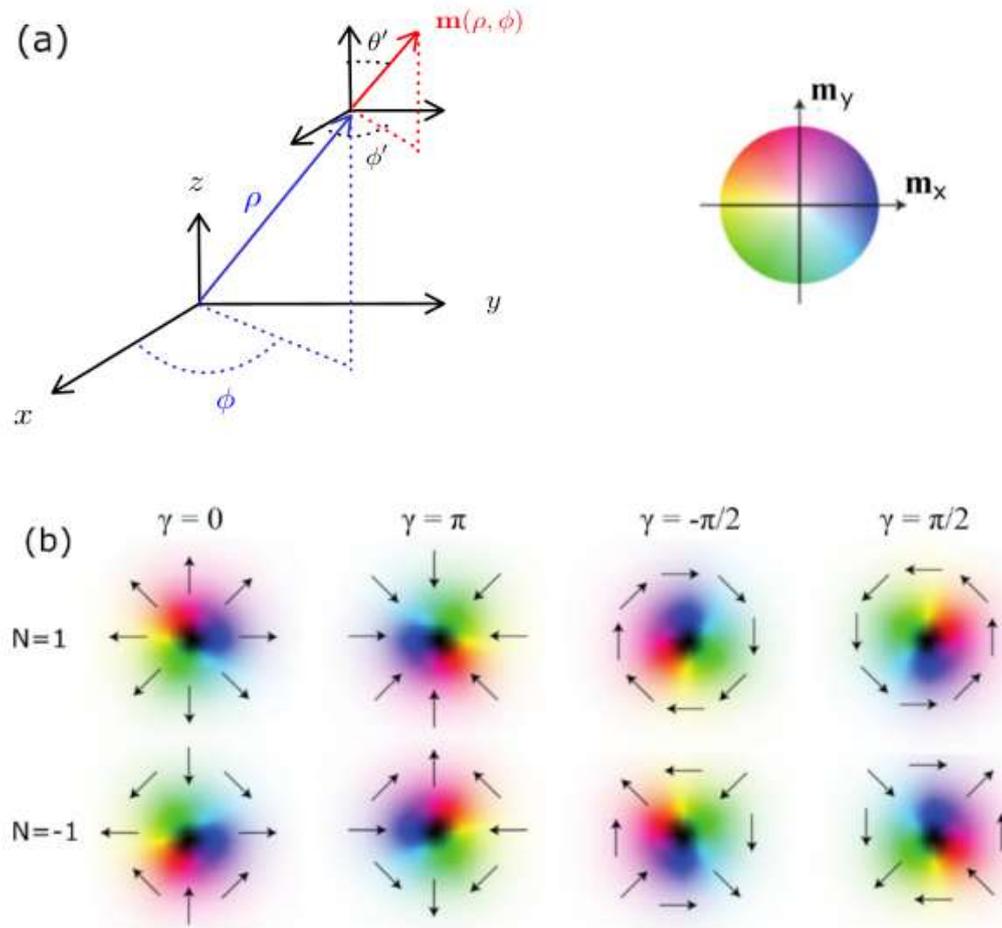
$$N = \frac{[\phi']_{\phi=0}^{\phi=2\pi}}{2\pi}. \quad (2.51)$$

de modo que a carga topológica torne-se $Q = N$. O segundo, a helicidade do skyrmion, representada pela fase γ , que define ϕ' em $\phi = 0$, da seguinte maneira,

$$\phi'(\phi) = N\phi + \gamma. \quad (2.52)$$

A Fig. 15 (b) mostra as estruturas de skyrmions obtidas para diferentes valores de N e γ .

Figura 15 – (a) Ilustração do sistema de coordenadas utilizado na Eq. (2.49). (b) Estrutura do skyrmions para diferentes vorticidades N e helicidade γ . Quando $N = 1$, $\gamma = 0$ ou π fornece o skyrmion do tipo-Néel, enquanto $\gamma = \pm\pi/2$ o do tipo-Bloch. No caso $N = -1$ aparece o que é conhecido como anti-skyrmion.



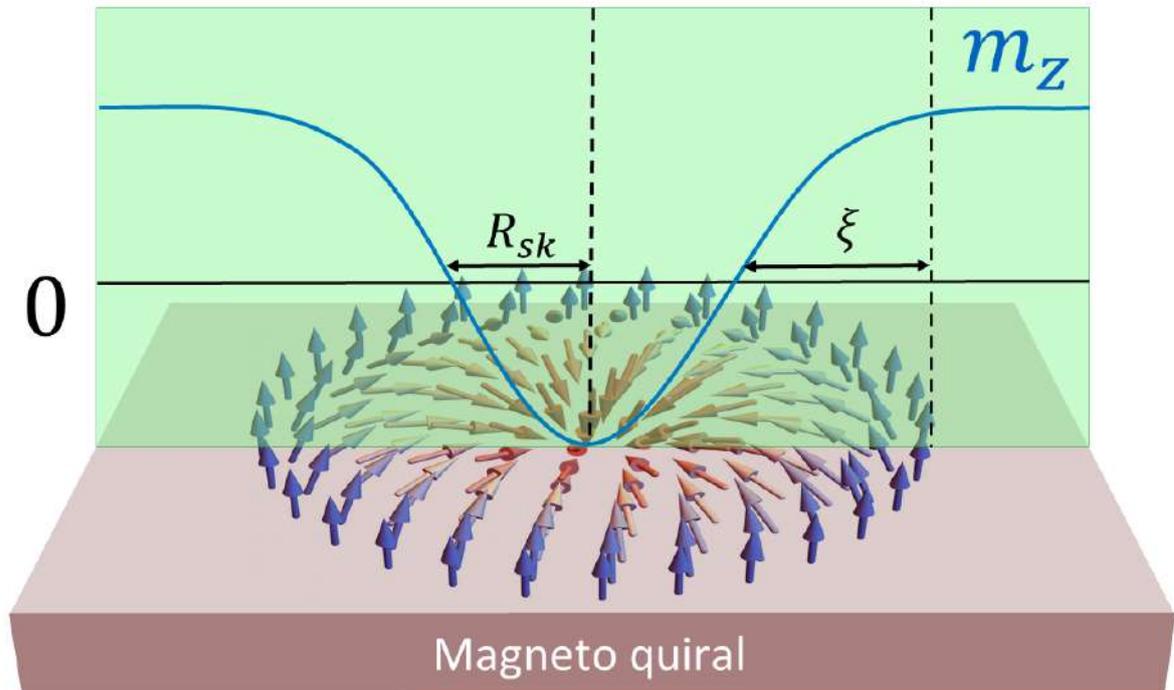
Fonte: Adaptada da Ref. (NAGAOSA; TOKURA, 2013).

Uma expressão analítica para descrever o perfil de um skyrmion do tipo-Néel (que é o tipo de skyrmion que será considerados nos próximos capítulos) em filmes finos que corrobora com dados experimentais e teóricos foi proposta por (ROMMING et al., 2015) e é dada por

$$\theta(\rho, c, w) = \begin{cases} \pi - \arcsin \left[\tanh \left(\frac{\rho-c}{w/2} \right) \right] - \arcsin \left[\tanh \left(\frac{\rho+c}{w/2} \right) \right] & \text{se } B_z > 0 \\ -\arcsin \left[\tanh \left(\frac{\rho-c}{w/2} \right) \right] - \arcsin \left[\tanh \left(\frac{\rho+c}{w/2} \right) \right] & \text{se } B_z < 0, \end{cases}$$

onde θ define o ângulo polar da magnetização na posição ρ , c assemelha-se ao raio do skyrmion R_{sk} (distância do spin no centro do skyrmion, onde $\theta = \pi$, até $\theta = \pi/2$, onde a magnetização é nula) e $w/2$ ao comprimento característico de relaxação ξ (que é a distância de quando a magnetização é nula até os primeiros spins do estado ferromagnético que envolvem o skyrmion, onde $\theta = 0$), veja a Fig. 16.

Figura 16 – Representação de um skyrmion do tipo-Néel. O gráfico em azul mostra o perfil da componente z da magnetização, m_z . O raio do skyrmion R_{sk} é definido como a distância do spin no centro do skyrmion ($\theta = \pi$, onde θ é o ângulo polar da magnetização (2.53)) até onde a magnetização é nula ($\theta = \pi/2$). Já o comprimento de relaxação ξ é a distância de quando a magnetização é nula até os primeiros spins do estado ferromagnético que envolvem o skyrmion ($\theta = 0$).



Fonte: Fonte: Adaptada de uma imagem produzida por Clécio Clemente.

2.3.3 Efeito Hall do skyrmion

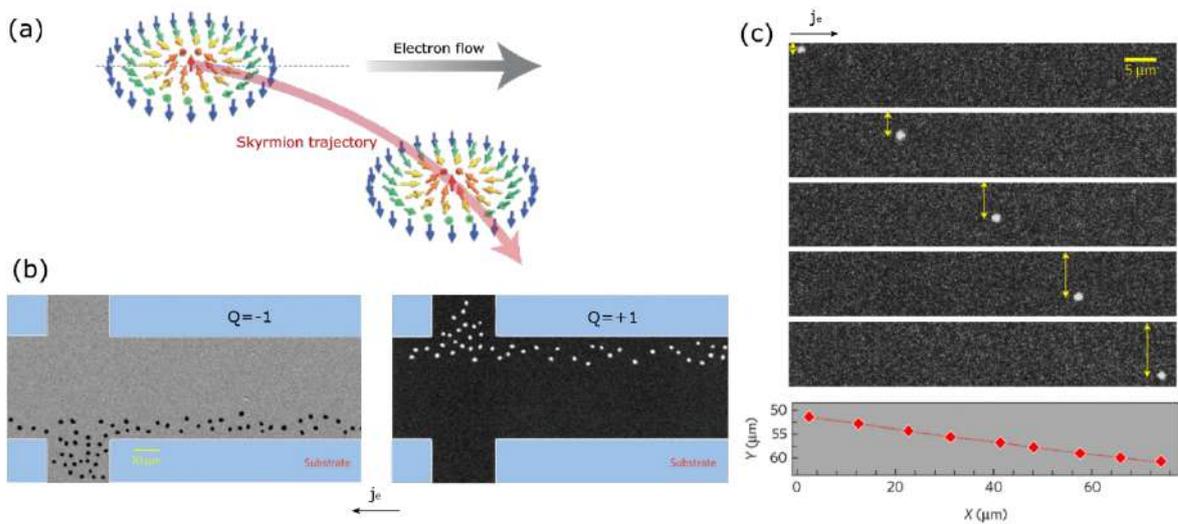
O conhecido efeito Hall em condutores, descoberto por Herbert Hall em 1879 (HALL, 1879), descreve a deflexão transversal e, eventualmente, acumulação de partículas carregadas na presença de um campo magnético perpendicular, como resultado da força de Lorentz, criando assim uma diferença de tensão ao longo de uma direção perpendicular a \mathbf{j} e a \mathbf{B} . Além do efeito Hall ordinário, existem outros fenômenos relacionados, incluindo efeito Hall anômalo (NAGAOSA et al., 2010), efeito Hall quântico (KLITZING; DORDA; PEPPER, 1980), efeito Hall de spin (HIRSCH, 1999) e efeito Hall quântico anômalo (CHANG et al., 2013). Curiosamente, ocorre um efeito semelhante para os skyrmions magnéticos, onde sua carga topológica, em vez de uma carga elétrica, faz com que eles viajem com trajetórias curvas. Quando uma corrente elétrica polarizada de spin é aplicada no material magnético, ele aciona o skyrmion por meio do mecanismo de transferência de torque de spin (BERGER, 1996; SLONCZEWSKI, 1996; RALPH; STILES, 2008). Os elétrons são desviados pela força de Lorentz devido ao campo

magnético emergente do skyrmion, enquanto o skyrmion experimenta uma trajetória curva, onde a velocidade do skyrmion tem um componente perpendicular ao fluxo de elétrons. A Fig. 17 (a) ilustra o efeito Hall em um skyrmion. Na Fig. 17 (b) são mostradas observações experimentais onde, após uma corrente de spin-polarizada ser aplicada no filme fino magnético contendo skyrmions, os mesmos acabam se acumulando na borda da amostra. E a Fig. 17 (c) mostra a trajetória de um skyrmion isolado após a aplicação de vários pulsos de corrente. Note que a trajetória é caracterizada pelo ângulo Hall com respeito à direção do fluxo de elétrons, dado por

$$\theta_{sk} = \arctan\left(\frac{\dot{y}}{\dot{x}}\right), \quad (2.53)$$

onde $\dot{\mathbf{r}} = \dot{x}\hat{x} + \dot{y}\hat{y}$ é a velocidade do skyrmion.

Figura 17 – (a) Ilustração do efeito Hall do skyrmion. (b) Imagens obtidas por microscopia do efeito magneto-óptico Kerr demonstrando o acúmulo de skyrmions ($Q = +1$) e anti-skyrmions ($Q = -1$) na borda da do dispositivo. (c) Movimento de um skyrmion após a aplicação de vários pulsos de corrente. A trajetória do skyrmion é ilustrada no painel inferior.



Fonte: Adaptada das Refs. (CHEN, 2017; JIANG et al., 2016).

2.3.4 Equação de Thiele

Assumindo um skyrmion de Néel como uma quasipartícula pontual rígida (ou seja, sem sofrer distorção de sua forma durante o movimento), podemos estudar a dinâmica do centro de massa do skyrmion para o caso de uma corrente de spin-polarizada aplicada no plano do filme fino, utilizando a equação de Thiele dada por (THIELE, 1973)

$$\mathbf{G} \times (\boldsymbol{\nu} - \dot{\mathbf{r}}) + \mathcal{D}(\beta\boldsymbol{\nu} - \alpha\dot{\mathbf{r}}) - \nabla V(\mathbf{r}) = 0, \quad (2.54)$$

onde $\mathbf{G} = \mathcal{G}\hat{z} = 4\pi Q(dM_S/\gamma)\hat{z}$ é o vetor giromagnético, com d sendo a espessura da camada magnética e $\gamma = 1.7595 \times 10^{11} \text{ AmN}^{-1}\text{s}^{-1}$ a razão giromagnética da Eq. (2.8); $\dot{\mathbf{r}} = \dot{x}\hat{x} + \dot{y}\hat{y}$ a velocidade do skyrmion; $\boldsymbol{\nu} = \nu_x\hat{x} + \nu_y\hat{y}$ a velocidade dos elétrons de condução associado a corrente de spin-polarizada; β é o fator não-adiabático, que fornece o acoplamento entre os spins e a corrente polarizada de spin; α é o fator de amortecimento de Gilbert (Eq. (2.8)); V é o potencial decorrente de forças externas; e $\mathcal{D} = \begin{pmatrix} \mathcal{D}_{xx} & \mathcal{D}_{xy} \\ \mathcal{D}_{yx} & \mathcal{D}_{yy} \end{pmatrix}$ é o tensor dissipativo, no

qual $\mathcal{D} = \mathcal{D}_{xx} = \mathcal{D}_{yy} = (dM_S/\gamma) \int \partial_x \mathbf{m} \cdot \partial_y \mathbf{m} dx dy$, e $\mathcal{D}_{xy} = \mathcal{D}_{yx} = 0$. O primeiro termo da Eq. (2.54) é conhecido como termo de *força Magnus* devido à semelhança com a força gerada quando um corpo giratório percorre um fluido viscoso, que atua perpendicularmente à velocidade do corpo. É esse termo que explica o efeito Hall do skyrmion.

No caso em que a corrente de spin-polarizada é aplicada ao longo da direção x , isto é, $\nu_y = 0$, a equação (2.54) pode ser separada nas componentes,

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{1}{\sigma_{\alpha\alpha}^2} [\sigma_{\alpha\beta}^2 \nu_x + \mathcal{D}\mathcal{G}(\beta - \alpha)\nu_y + \alpha\mathcal{D}F_x + \mathcal{G}F_y], \\ \dot{y} &= \frac{1}{\alpha\mathcal{D}} [\mathcal{G}(\nu_x - \dot{x}) + \beta\mathcal{D}\nu_y + F_y], \end{aligned} \quad (2.55)$$

onde $\sigma_{ab} = \sqrt{\mathcal{G}^2 + ab\mathcal{D}^2}$, $F_x = -\partial V/\partial x$ e $F_y = -\partial V/\partial y$.

2.3.5 Interação entre skyrmions

A interação skyrmion-skyrmion ainda não é completamente entendida, Diferentemente da interação vórtice-vórtice, não há uma expressão analítica para a interação entre dois skyrmions. Porém, sabe-se que dois skyrmions se repelem através de uma interação de curto alcance. No trabalho de Lin *et al.* (LIN *et al.*, 2013), a interação skyrmion-skyrmion foi modelada por uma força repulsiva da forma

$$\mathbf{F}_i^{ss} \sim \sum_{j \neq i}^N K_1(r_{ij}/\xi) \hat{\mathbf{r}}_{ij}, \quad (2.56)$$

onde K_1 é a função de Bessel modificada de segundo tipo, ξ é o comprimento de relaxação que modela o tamanho finito fixo do skyrmion, $r_{ij} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ é a distância entre o skyrmion i e o skyrmion j , e $\hat{\mathbf{r}}_{ij} = (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)/r_{ij}$. Esse modelo tem vantagens e desvantagens. Ele negligencia efeitos inerciais, mudanças na forma do skyrmion e possíveis termos de interação de muitos corpos. Por outro lado, ele permite uma grande eficiência computacional comparado a simulações micromagnéticas (em que a dinâmica dos graus de liberdade de spin são calculados

diretamente na presença de diferentes termos de interação, incluindo energia de troca, DMI, anisotropia e campos magnéticos), permitindo que milhares de skyrmions sejam simulados por longos períodos de tempo. Em muitos casos, o modelo baseado em partículas captura com sucesso as características gerais robustas do sistema (REICHHARDT; REICHHARDT; MILOSEVIC, 2021).

Podemos adicionar uma escala de energia ϵ_{ss} . Dessa maneira o potencial torna-se (LIN et al., 2013; FOSTER et al., 2018; BREARTON; LAAN; HESJEDAL, 2020; CAPIC; GARANIN; CHUDNOVSKY, 2020),

$$V_{ss}(r) = \epsilon_{ss}K_0(r/\xi). \quad (2.57)$$

Note que $K_1(x) = -dK_0/dx$ (veja, Eq. (2.56)). O valor de ϵ_{ss} geralmente é obtido com auxílio de simulações micromagnéticas, sendo estimado recentemente, para sistemas multicamadas, como $\epsilon_{ss} \sim 60Ad(R_{sk}/\chi_s)^4$ (CAPIC; GARANIN; CHUDNOVSKY, 2020), onde A é o coeficiente de rigidez de troca, d a espessura do filme magnético e R_{sk} o raio do skyrmion.

3 VÓRTICES EM SUPERCONDUTORES

Na dinâmica dos fluidos, um vórtice é uma região em um fluido em que o fluxo gira em torno de um eixo, que pode ser reto ou curvo. Os vórtices se formam em fluidos agitados e podem ser observados em anéis de fumaça, redemoinhos na esteira de um barco e os ventos que cercam um ciclone tropical, tornado ou redemoinho de poeira.

Figura 18 – Alguns exemplos de vórtices. (a) Vórtice criado pela passagem de uma asa de avião, revelado por fumaça colorida. (b) Furacão Isabel em 2003 visto da Estação Espacial Internacional. (c) Vórtices formados pelo leite quando derramado em uma xícara de café.

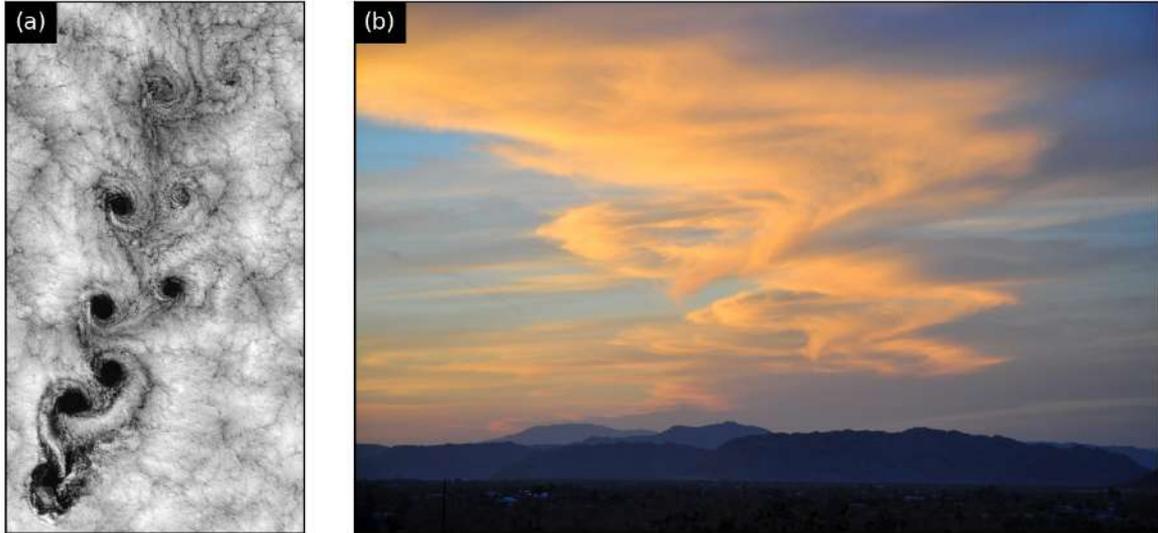


Fonte: Adaptado de (WIKIMEDIA, 2004).

Theodore von Kármán (1881-1963), considerado o pai da aerodinâmica, demonstrou que um fluido passando por um obstáculo cilíndrico pode estabilizar um arranjo periódico de vórtices cujos sentidos de rotação se alternam. Esse fenômeno é conhecido como “rua de vórtices de Kármán” 19. A formação de vórtices em obstáculos é de fundamental importância, por exemplo, na diminuição de efeitos de turbulência em aviões e planadores.

Ao contrário dos fluidos clássicos, como os descritos acima, um fluido quântico escoar sem qualquer viscosidade, fenômeno conhecido como superfluidez. Um supercondutor, como discutido no capítulo 1, é visto como um fluido de pares de Cooper. Em supercondutores do tipo II há o aparecimento de vórtices. A teoria dos vórtices em supercondutores foi grandemente desenvolvida por Abrikosov (ABRIKOSOV, 1957). No núcleo destes vórtices, a densidade superfluida n_S colapsa, criando uma circulação de corrente que, por sua vez, gera um fluxo magnético. O estado de menor energia corresponde a um único quantum de fluxo por vórtice, dado por $\Phi_0 = h/2e$, onde h é a constante fundamental de Planck. Os supercondutores do tipo II constituem a grande maioria dos materiais supercondutores conhecidos e têm um grande potencial de aplicações devido aos altos campos e correntes que podem suportar.

Figura 19 – (a) Rua de vórtices de Kármán causada pelo vento que flui ao redor das Ilhas Juan Fernández na costa chilena, vista do espaço. (b) Outra visão do efeito de rua de Kármán, dessa vez vista do solo, enquanto o ar flui rapidamente do oceano Pacífico para o leste sobre as montanhas do deserto de Mojave.



Fonte: Adaptado de (WIKIMEDIA, 2004).

3.1 FENOMENOLOGIA DO ESTADO SUPERCONDUTOR

O estado supercondutor é descrito por um parâmetro de ordem. A pseudo-função de onda escalar complexa é dada por

$$\psi(\mathbf{r}) = \sqrt{n_S(\mathbf{r})} e^{i\phi(\mathbf{r})}, \quad (3.1)$$

sendo $n_S(\mathbf{r}) = |\psi(\mathbf{r})|^2$ a densidade superfluida (número de pares de Cooper por unidade de volume) e $\phi(\mathbf{r})$ a fase do parâmetro de ordem.

A densidade de corrente superfluida (supercorrente) $\mathbf{j}_S(\mathbf{r})$ está relacionada à ψ da seguinte maneira (em unidades gaussianas - CGS) (TINKHAM, 2004; CARNEIRO, 1996)

$$\mathbf{j}_S(\mathbf{r}) = -\frac{ie^*\hbar}{2m^*} [\psi^*(\mathbf{r}) \nabla \psi(\mathbf{r}) - \psi(\mathbf{r}) \nabla \psi^*(\mathbf{r})] - \frac{e^{*2}}{m^*c} \psi^*(\mathbf{r}) \mathbf{A}(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) \quad (3.2a)$$

$$= e^* n_S(\mathbf{r}) \mathbf{v}_S(\mathbf{r}) \quad (3.2b)$$

com

$$\mathbf{v}_S(\mathbf{r}) = \frac{1}{m^*} \left[\hbar \nabla \phi(\mathbf{r}) - \frac{e^2}{c} \mathbf{A} \right], \quad (3.2c)$$

onde $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ é o potencial vetor; $e^* = 2e$, é a carga associado ao par de elétrons, e é a carga do elétron; m^* é um parâmetro de massa. \mathbf{v}_S é a velocidade de escoamento do superfluido. O

potencial vetor está relacionado com o campo magnético produzido pelas supercorrentes por

$$\mathbf{h}(\mathbf{r}) = \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}) \quad (3.3)$$

e $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ está relacionado com as supercorrentes pela lei de Ampère

$$\nabla \times \mathbf{h}(\mathbf{r}) = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_S(\mathbf{r}) \quad (3.4)$$

O potencial vetor é escolhido de modo que $\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}) = 0$ (escolha de calibre de London).

3.1.1 Teoria de London

A teoria de London parte da hipótese da amplitude do parâmetro de ordem ser constante, isto é,

$$\psi(\mathbf{r}) = \sqrt{n_S} e^{i\phi(\mathbf{r})}, \quad (3.5)$$

onde $n_S(\mathbf{r}) = n_S$. No caso em que a fase ϕ também é constante, as equações (3.2b), (3.2c) e (3.4) podem ser reduzidas a uma única equação para \mathbf{v}_S ou para \mathbf{h} ,

$$\left(\nabla^2 - \lambda^{-2} \right) \begin{Bmatrix} \mathbf{v}_S \\ \mathbf{h} \end{Bmatrix} = 0 \quad (3.6)$$

onde $\lambda^{-2} = \frac{4\pi n_S e^{*2}}{m^* c^2}$. λ é chamado comprimento de penetração de London. Na teoria de London a energia do sistema é a soma da energia do cinética de escoamento do superfluido carregado com a energia magnética do campo gerado por esse escoamento, isto é,

$$E = \frac{1}{2} m^* n_S \int v_S^2 d^3r + \frac{1}{8\pi} \int h^2 d^3r. \quad (3.7)$$

As soluções das equações (3.6) para várias simetrias com um campo magnético externo aplicado consiste em um decaimento exponencial do campo local \mathbf{h} a partir da superfície em direção ao interior da amostra supercondutora. Portanto o campo magnético penetra apenas uma distância da ordem do comprimento característico λ que, para um metal como chumbo, é da ordem de 305 Å. Essa blindagem é o chamado efeito Meissner.

3.1.2 Teoria de Ginzburg-Landau

A teoria de London não permite estudar situações em que a amplitude do parâmetro de ordem varia no espaço. Essas podem ser estudadas no contexto da Teoria de Ginzburg-Landau

(G-L), que é uma adaptação da teoria geral de transições de fase contínuas de Landau. O ponto de partida da teoria G-L é a energia livre, vista como um funcional do parâmetro de ordem $F[\psi]$. G-L propuseram a fórmula

$$F_{GL} = F_n + \int d^3r \left[\alpha(T) |\psi|^2 + \frac{\beta(T)}{2} |\psi|^4 + \frac{1}{2m^*} \left| \left(\frac{\hbar}{i} \nabla - \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right) \psi \right|^2 + \frac{\hbar^2}{8\pi} \right] \quad (3.8)$$

onde F_n é a energia livre do estado normal, $\alpha(T)$ e $\beta(T)$ são constantes. Essa forma de F se justifica quando ψ é pequeno, o que é válido somente próximo da temperatura de transição supercondutor-normal T_c e se $\psi(\mathbf{r})$ variar lentamente no espaço. No entanto, é conveniente pensar nessa forma de F como um modelo simples para estudar as variações espaciais de $\psi(\mathbf{r})$.

Na presença de um campo magnético externo, \mathbf{H} , a energia livre apropriada é a energia livre de Gibbs

$$G = F_{GL} - \frac{\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}}{4\pi} V, \quad (3.9)$$

sendo V o volume do supercondutor e \mathbf{B} a indução magnética, definida por

$$\mathbf{B} = \frac{1}{V} \int d^3r \mathbf{h}(\mathbf{r}). \quad (3.10)$$

A interpretação física de F_{GL} é a seguinte: os termos em $|\psi|^2$ e $|\psi|^4$ representam a energia de condensação do estado supercondutor, isto é, a energia de formação do estado supercondutor. O termo com as derivadas de ψ pode ser escrito como

$$\frac{1}{2m^*} \left| \left(\frac{\hbar}{i} \nabla - \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right) \psi \right|^2 = \frac{1}{2} m^* n_S(\mathbf{r}) \mathbf{v}_S^2 + \frac{\hbar^2}{2m^*} \left| \nabla \sqrt{n_S(\mathbf{r})} \right|^2. \quad (3.11)$$

Dessa maneira, podemos ver que a energia livre de G-L difere da energia de London (3.7), pelo termo em $\nabla \sqrt{n_S(\mathbf{r})}$ na equação (3.11) e pela soma da energia do estado normal (F_n) com a energia de condensação (termos em $|\psi|^2$ e $|\psi|^4$), que são constantes (pois F_n , $\alpha(T)$ e $\beta(T)$ são constantes). Assim a (3.8) se reduz a energia de London, a menos dessas constantes, quando $n_S(\mathbf{r})$ é uniforme.

Na teoria de G-L o estado de equilíbrio termodinâmico corresponde ao mínimo de G , Eq. (3.9), com relação a ψ e \mathbf{A} , o que resulta nas seguintes equações

$$\frac{\delta G}{\delta \psi} = 0 \Rightarrow \alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi + \frac{1}{2m^*} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla - \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right)^2 \psi = 0, \quad (3.12a)$$

$$\frac{\delta G}{\delta \mathbf{A}} = 0 \Rightarrow \nabla \times \mathbf{h} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_S, \quad (3.12b)$$

com

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_S &= \frac{e^*}{2m^*} \left[\psi^* \left(\frac{\hbar}{i} \nabla - \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right) \psi + \psi \left(\frac{\hbar}{i} \nabla - \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right) \psi^* \right] \\ &= e^* n_S(\mathbf{r}) \mathbf{v}_S. \end{aligned} \quad (3.12c)$$

Para $\mathbf{H} = 0$ o mínimo de G corresponde a $|\psi|$ uniforme. Nesse caso

$$G = F_{GL} = F_n + \left(\alpha(T)|\psi|^2 + \frac{\beta}{2}|\psi|^4 \right) V \quad (3.13)$$

Note que β não pode ser negativo, pois se fosse a energia não teria um mínimo global (a não ser para ψ infinito, onde a expansão deixa de ser válida). Próximo do ponto crítico podemos supor as seguintes expansões

$$\alpha(T) = \left(\frac{d\alpha}{dT} \right)_{T_c} \frac{T - T_c}{T_c} \quad \text{e} \quad \beta(T) = \beta, \quad (3.14)$$

sendo T_c a temperatura de transição de G-L. Como β é uma constante positiva, duas situações são possíveis: se $\alpha > 0$, há um único mínimo possível para $\psi = 0$, ou seja, a amostra está no estado normal; se $\alpha < 0$, existe um mínimo com $|\psi| = |\psi_0|$, dado por

$$|\psi_0| = \sqrt{-\frac{\alpha(T)}{\beta}}. \quad (3.15)$$

O valor de F_{GL} no mínimo é

$$F_{GL}(|\psi| = |\psi_0|) = F_n - \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{\beta} V \quad (3.16)$$

Portanto, $-\frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{\beta}$ é a energia de condensação por unidade de volume.

Se $\mathbf{H} \neq 0$ a energia de livre de Gibbs G é dada pela Eq. (3.16), se o campo não penetra no interior do supercondutor, isto é, no estado Meissner, para o qual $\mathbf{h} = \mathbf{B} = 0$. Essa energia deve ser comparada à do estado normal, para qual $\mathbf{h} = \mathbf{H} = \mathbf{B}$, $G_n = F_n - \frac{H^2}{8\pi} V$. Portanto, o estado normal tem menor energia se $H > H_c$, onde

$$\frac{H_c^2}{8\pi} = \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{\beta} \Rightarrow H_c = \sqrt{\frac{4\pi\alpha^2}{\beta}}. \quad (3.17)$$

Fazendo $\mathbf{A} = 0$ na Eq. (3.12a), podemos identificar a escala de variação espacial de ψ . Nesse caso a Eq. (3.12a) se reduz à equação de Schrödinger não linear

$$\alpha\psi + \beta|\psi|^2\psi + \frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2\psi = 0. \quad (3.18)$$

Podemos escrever essa equação em termos da função adimensional f , definida por $\psi = |\psi_0|f$, como

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*|\alpha|} \nabla^2 f + f - |f|^2 f = 0. \quad (3.19)$$

Essa equação mostra que a escala de comprimento na qual uma variação apreciável de f pode ocorrer é dada por

$$\xi^2(T) = \frac{\hbar^2}{2m^*|\alpha(T)|} \simeq \frac{\xi^2(0)}{1-t}, \quad (3.20)$$

onde $t = \frac{T}{T_c}$ é a temperatura reduzida. Quando T se aproxima de T_c , $\xi(T)$ diverge como $\xi(T) \rightarrow |T - T_c|^{-1/2}$.

Outro comprimento característico de interesse é o comprimento de penetração de London λ já mencionado na sessão 3.1.1. Ele fornece a escala espacial de variação do campo magnético ou do potencial vetor. Considerando campos magnéticos fracos e baixas temperaturas, de modo que $|\psi|^2$ é praticamente seu valor na ausência de campos, $|\psi_\infty|^2$, a Eq. (3.12c) se reduz a

$$\mathbf{j}_s = \frac{|\psi|^2 e^{*2}}{m^* c} \mathbf{A}. \quad (3.21)$$

Tomando o rotacional em ambos os lados (3.21), obtemos o equivalente à equação de London (3.6), onde o comprimento de penetração será dado por

$$\lambda^2(T) = \frac{m^* c^2}{4\pi |\psi|^2 e^{*2}} = \frac{m^* c^2 \beta}{4\pi e^{*2} |\alpha|} \simeq \frac{\lambda^2(0)}{1-t}. \quad (3.22)$$

$\lambda(0)$ é o comprimento de penetração de London em $T = 0$.

Define-se um parâmetro adimensional, chamado de parâmetro de GL, que relaciona esses dois comprimentos característicos,

$$\kappa = \frac{\lambda(T)}{\xi(T)}. \quad (3.23)$$

Como $\lambda(T)$ e $\xi(T)$ têm essencialmente a mesma dependência com a temperatura, κ é uma constante em T .

Utilizando as expressões para λ , (3.22), e ξ , (3.20) podemos expressar o campo crítico termodinâmico em termos destes comprimentos característicos,

$$H_c(T) = \frac{\Phi_0}{2\sqrt{2}\xi(T)\lambda(T)} \quad (3.24)$$

onde

$$\Phi_0 = \frac{hc}{|e^*|} = \frac{hc}{2|e|} \quad (3.25)$$

é o quantum de fluxo magnético.

3.2 TEORIA DE VÓRTICES

3.2.1 Quantização do fluxóide

Integrando a Eq. (3.2c) em uma curva fechada Γ , temos

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{v}_S \cdot d\mathbf{l} = \frac{\hbar}{m^*} \oint_{\Gamma} \nabla\phi \cdot d\mathbf{l} - \frac{e^*}{m^* c} \oint_{\Gamma} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}. \quad (3.26)$$

Como $\psi(\mathbf{r})$ é suposto unívoco, $\phi(\mathbf{r})$ deve variar, num circuito fechado, de múltiplos inteiros de 2π , ou seja,

$$\oint_{\Gamma} \nabla \phi \cdot d\mathbf{l} = 2\pi p, \quad p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.27)$$

Identificando $\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \Phi$, sendo Φ o fluxo magnético através da superfície limitada pela curva Γ , temos

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{v}_S \cdot d\mathbf{l} = \frac{2\pi\hbar}{m^*} p - \frac{e^*}{m^*c} \Phi,$$

ou

$$\Phi' = \Phi + \frac{m^*c}{e^*} \oint_{\Gamma} \mathbf{v}_S \cdot d\mathbf{l} = \frac{2\pi\hbar c}{e^*} p. \quad (3.28)$$

Portanto o fluxóide Φ' é quantizado em unidades de $\frac{2\pi\hbar c}{e^*}$. A quantidade $\Phi_0 = \frac{2\pi\hbar c}{|e^*|} = \frac{hc}{2|e|} \simeq 2,07 \times 10^{-7} \text{ Gcm}^2$ é o quantum de fluxo magnético que já tinha sido mencionado em (3.25). Note que, em um sistema supercondutor infinito $\oint_{\Gamma} \mathbf{v}_S \cdot d\mathbf{l}$ vai a zero, quando é escolhido um Γ que engloba os quanta de fluxo, mas está suficientemente longe das bordas, de forma que $j_S = 0$ em Γ .

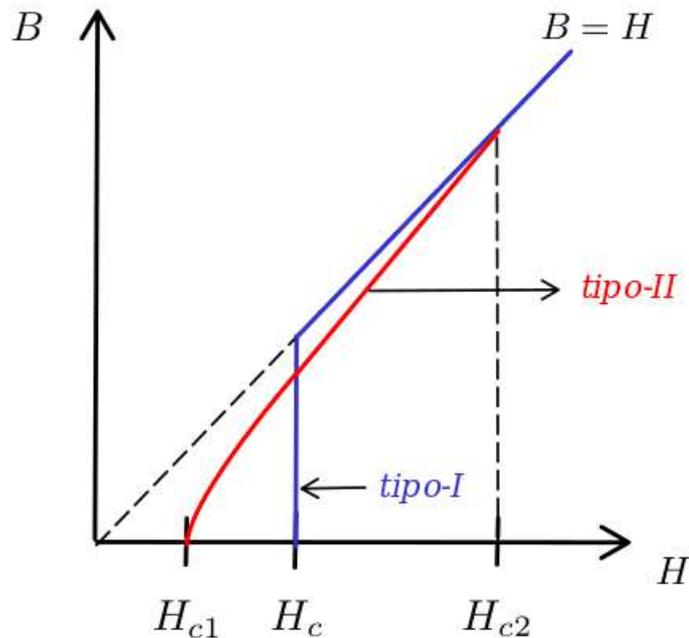
3.2.2 Supercondutividade tipo-I e tipo-II

Nas discussões futuras será tratado apenas o caso onde $\lambda \gg \xi$, no qual o supercondutor é do tipo-II. No supercondutor tipo-I o campo magnético externo destrói a supercondutividade abruptamente, em uma transição de 1^o ordem (descontínua), em $H = H_c$. Já no supercondutor tipo-II o campo penetra lentamente a partir do campo crítico inferior H_{c1} e a supercondutividade desaparece continuamente no campo crítico superior H_{c2} . Para $H_{c1} \leq H \leq H_{c2}$ o supercondutor tipo-II se encontra na chamada fase mista, como mostra a Fig. 20.

Até 1957 a única forma de supercondutividade conhecida era a do tipo-I, quando Alexei Abrikosov (ABRIKOSOV, 1957) investigou o comportamento de supercondutores com comprimento de coerência ξ menores que o comprimento de penetração λ na presença de campo magnético. Ele encontrou uma solução periódica para o parâmetro de ordem supercondutor que consiste em uma rede triangular de regiões tubulares bem definidas (veja a Fig. 21), paralelas ao campo aplicado, onde $|\psi|^2$ ia a zero.

Para o caso onde $\xi < \lambda$, a penetração do fluxo magnético abaixo de H_c é energeticamente favorável, uma vez que a energia superficial das paredes de domínio, dada grosseiramente por $\epsilon_S = \delta H_c^2(T)/2$, onde $\delta = (\xi - \lambda)$ é a espessura da parede de domínio, torna-se negativa.

Figura 20 – Gráfico que ilustra o comportamento de um supercondutor do tipo-I (linha azul) e de um supercondutor do tipo-II (linha vermelha). No supercondutor do tipo-I o campo B dentro do supercondutor passa a zero abruptamente quando $H = H_c$ (efeito Meissner). Já no tipo-II o campo continua penetrando lentamente no supercondutor a partir de $H_{c1} \leq H_c \leq H_{c2}$ (fase mista), até ser completamente expulso do interior da amostra quando $H_c \leq H_{c1}$ (Meissner).



Fonte: O autor (2022).

De acordo com Abrikosov, este fluxo seria quebrado no maior número de partes possível a fim de minimizar a energia. O estado fundamental seria aquele em que cada parte teria exatamente um quantum de fluxo magnético, sendo portanto indivisível. Assim, ao longo das linhas de fluxo, a supercondutividade será quebrada localmente e, conseqüentemente, surgirão correntes circundantes de blindagem, também chamados de vórtices, em torno dessas regiões, a fim de isolar as áreas afetadas e preservar a supercondutividade no resto do material.

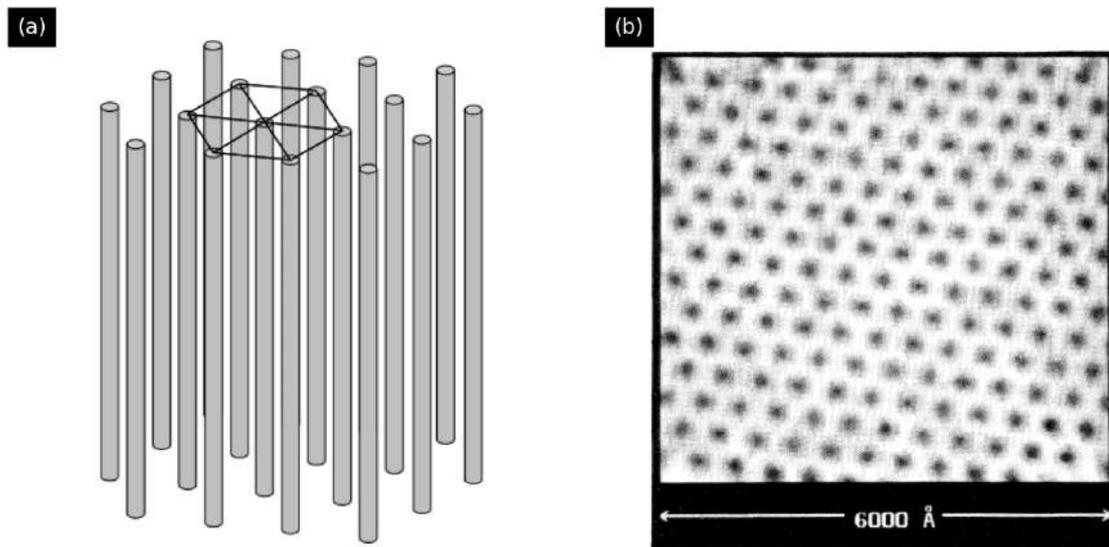
Passemos a falar mais sobre os campos críticos H_{c1} e H_{c2} . O campo crítico inferior H_{c1} está relacionado ao custo energético para se ter um único vórtice no interior da amostra. Em outras palavras, é o campo que permite a nucleação do primeiro vórtice. Neste campo, para um vórtice fora e dentro da amostra, a energia livre de Gibbs (3.9) assume o mesmo valor, i.e, $G_S = F_S$ na ausência de vórtices. Assim, obtemos

$$F_S = G_S + \epsilon_v L - \frac{H_{c1} \Phi_0 L}{4\pi} \quad (3.29)$$

Logo,

$$H_{c1} = \frac{4\pi\epsilon_v}{\Phi_0}, \quad (3.30)$$

Figura 21 – (a) Representação da rede triangular de Abrikosov. (b) Imagem de uma rede vórtice obtida por observação via microscópio de tunelamento de varredura.



Fonte: Adaptada das Refs. (SOUZA, 2003; HESS et al., 1989).

onde ϵ_v é a energia da linha de vórtice por unidade de comprimento.

Já o campo crítico superior, H_{c2} , pode ser obtido resolvendo a primeira equação de GL (3.12a) para um supercondutor infinito na presença de um campo uniforme. Este problema é idêntico à resolução da equação de Schrödinger para uma partícula de carga $2e$ sob a ação de um campo uniforme \mathbf{H} . Obtém-se o valor máximo permitido à H , que é H_{c2} , da expressão para os autovalores de energia, que é dado por (TINKHAM, 2004)

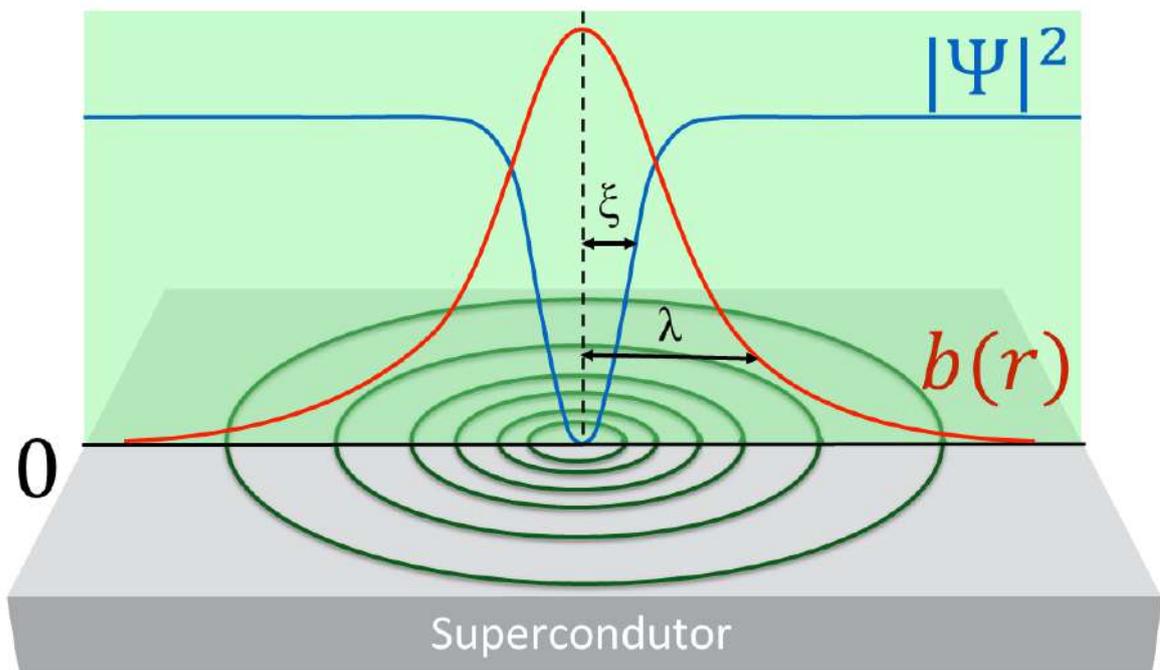
$$H_{c2} = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi(T)^2} = \frac{4\pi\lambda^2 H_c(T)^2}{\Phi_0} = \sqrt{2}\kappa H_c(T). \quad (3.31)$$

Vemos então que se $\kappa < 1/\sqrt{2}$, $H_{c2} > H_c$ e então o material supercondutor é do tipo-II, por outro lado, se $\kappa > 1/\sqrt{2}$ o material é do tipo-I.

3.2.3 Vórtice no limite $\kappa \gg 1$

Como já mencionado anteriormente, essa é nossa situação de interesse, porque grande parte dos supercondutores do tipo-II convencionais e virtualmente todos os supercondutores de alta temperatura crítica possuem $\lambda \gg \xi$. Note que o raio do núcleo do vórtice será da ordem do comprimento de coerência. Uma vez que ξ está relacionado com a variação que pode ocorrer com f (definido em (3.19)), no limite de ξ muito pequeno podemos tratar f como uma constante. Além disso o campo magnético do vórtice deve cair com λ (ver a Fig. 22).

Figura 22 – Representação de um vórtice de Abrikosov. O gráfico em azul mostra o comportamento espacial do parâmetro de ordem e o vermelho o comportamento do campo magnético $b(r)$ nas proximidades do núcleo, note que o raio do núcleo do vórtice é da ordem de ξ e o seu campo magnético decai com λ .



Fonte: Adaptada de uma imagem produzida por Clécio Clemente.

Com o raio $\sim \xi$ e f constante $\simeq 1$ as equações de London podem ser aplicadas. Assim, fora do núcleo temos

$$\frac{\pi\lambda^2}{c}\nabla \times \mathbf{j}_S + \mathbf{h} = 0. \quad (3.32)$$

Se essa relação ocorresse em todos os lugares, o fluxo para qualquer caminho seria zero. Corrigimos isso inserindo um termo para levar em conta a presença do núcleo, modelando o vórtice atrás de uma função delta de Dirac. Em princípio, esse vórtice pode ter mais de quantum de fluxo, por exemplo p quanta de fluxo. Assim a equação acima torna-se

$$\frac{\pi\lambda^2}{c}\nabla \times \mathbf{j}_S + \mathbf{h} = \hat{z}p\Phi_0\delta(\mathbf{r}) \quad (3.33)$$

onde \hat{z} é o vetor unitário que aponta ao longo do eixo vórtice. Essa equação pode ser obtida diretamente do rotacional da Eq. (3.12c), dentro de nossas aproximações. Combinando Eq. (3.33) com a equação de Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{h} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} \quad (3.34)$$

Obtemos

$$\lambda^2\nabla \times (\nabla \times \mathbf{h}) + \mathbf{h} = \hat{z}p\Phi_0\delta(\mathbf{r}) \quad (3.35)$$

Uma vez que $\nabla \cdot \mathbf{h} = 0$, podemos escrever a seguinte equação

$$\nabla^2 \mathbf{h} - \frac{\mathbf{h}}{\lambda^2} = -\frac{p\Phi_0}{\lambda^2} \hat{\mathbf{z}} \delta(\mathbf{r}) \quad (3.36)$$

Esta equação tem solução exata quando $\mathbf{h}(\mathbf{r}) = h(r)\hat{\mathbf{z}}$, veja por favor (SOUZA, 2003) para detalhes, que é dada por

$$h(r) = \frac{p\Phi_0}{2\pi\lambda^2} K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) \quad (3.37)$$

onde K_0 é a função modificada de Bessel do segundo tipo de ordem zero. Esta função decai com $e^{-r/\lambda}$ em longas distâncias ($r \gg \lambda$) e diverge logaritmicamente com $\ln(\lambda/r)$ quando $r \rightarrow 0$. Essa divergência acontece porque desprezamos o raio do núcleo. A uma distância da ordem de ξ , $|\psi|^2$ cai a zero. Ao introduzir um cutoff em $r \sim \xi$ elimina-se tal divergência. Essa abordagem no qual nos baseamos a fim de encontrar a Eq. (3.37), onde fizemos $r \gg \xi$ e $\lambda \gg \xi$, é chamada de limite de London. A Eq. (3.37) possui os seguintes limites:

$$h(r) \rightarrow \frac{p\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \left(\frac{\pi\lambda}{2r}\right) e^{-r/\lambda}, \quad r \rightarrow \infty \quad (3.38a)$$

$$h(r) \approx \frac{p\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \left[\ln\left(\frac{\lambda}{r+0,12}\right) \right], \quad \xi \ll r \ll \lambda. \quad (3.38b)$$

Dentro do limite de London, a energia de linha do vórtice, ϵ_v , é dada apenas pelas contribuições da energia cinética das correntes e a energia do campo magnético gerado pelo vórtice. Integrando estas energias, excluindo a área correspondente ao núcleo do vórtice, temos

$$\epsilon_v = \frac{1}{8\pi} \int_{r>\xi} (h^2 + \lambda^2 |\nabla \times \mathbf{h}|^2) dr \quad (3.39)$$

Utilizando a seguinte identidade $\nabla \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \mathbf{b} \cdot \nabla \times \mathbf{a} - \mathbf{a} \cdot \nabla \times \mathbf{b}$, e fazendo $\mathbf{a} = \nabla \times \mathbf{b}$, a Eq. (3.39) pode ser reescrita por

$$\begin{aligned} \epsilon_v &= \frac{1}{8\pi} \int_{r>\xi} (h + \lambda^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{h}) \cdot \mathbf{h} dr + \frac{\lambda^2}{8\pi} \oint [\mathbf{h} \times (\nabla \times \mathbf{h})] \cdot d\mathbf{l} \\ &= \frac{1}{8\pi} \int_{r>\xi} |\mathbf{h}| p\Phi_0 \delta(\mathbf{r}) dr + \frac{\lambda^2}{8\pi} \oint [\mathbf{h} \times (\nabla \times \mathbf{h})] \cdot d\mathbf{l}, \end{aligned} \quad (3.40)$$

onde foi usada a Eq. (3.35). A primeira integral é nula, uma vez que o núcleo é excluído. A segunda é tomada sobre dois caminhos circulares, um de raio infinito e o outro de raio igual ξ , ambos centrados no núcleo do vórtice. Assim, Eq. (3.40) fica

$$\epsilon_v = \frac{\lambda^2}{8\pi} \left[\left(h \frac{dh}{dr} 2\pi r \right)_{r=\xi} - \left(h \frac{dh}{dr} 2\pi r \right)_{r=\infty} \right]. \quad (3.41)$$

Como $h(r \rightarrow \infty) = 0$, o segundo termo é nulo. No caso onde $r \ll \lambda$, pode-se usar a Eq. (3.38b), devido $dh/dr = p\Phi_0/2\pi\lambda^2 r$ e

$$\epsilon_v \approx \frac{\epsilon}{2} p^2 \ln \kappa = \left(\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda} \right)^2 p^2 \ln \kappa, \quad (3.42)$$

onde definimos uma outra escala de energia ϵ . Note que ϵ_v é proporcional a p^2 . Dessa maneira, a existência de um vórtice com mais de um quantum de fluxo é energeticamente desfavorável em relação a termos dois ou mais vórtices com um quantum de fluxo cada.

3.2.4 Interação entre vórtices

Considere dois vórtices orientados na direção \hat{z} , um localizado na posição \mathbf{r}_1 e o outro em \mathbf{r}_2 . Eles irão interagir um com o outro através da distribuição de corrente gerada por cada um. Assim o vórtice 1 (2) sentirá uma força de Lorentz por unidade de comprimento \mathbf{f}_{12} (\mathbf{f}_{21}) devido a corrente do vórtice 2 (1), \mathbf{j}_2 (\mathbf{j}_1), dada por

$$\mathbf{f}_{12} = \mathbf{j}_2(r_{12}) \times \frac{\Phi_0}{c} \hat{z} \quad (3.43)$$

onde $r_{12} = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$ é a distância entre os vórtices. Usando a equação de Maxwell $\nabla \times \mathbf{h} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}$ e a equação (3.37), temos

$$\mathbf{f}_{12} = -\frac{\Phi_0^2 c}{8\pi^2 \lambda^2} \frac{\partial K_0(r_{12}/\lambda)}{\partial r_{12}} = \frac{\Phi_0^2 c}{8\pi^2 \lambda^3} K_1\left(\frac{r_{12}}{\lambda}\right), \quad (3.44)$$

onde K_1 é a função modificada de Bessel de ordem 1. Da Eq. (3.44) podemos identificar a energia de interação como sendo

$$E_{vv}(r_{12}) = \frac{\Phi_0}{4\pi} h(r_{12}) = \frac{\Phi_0^2 c}{8\pi^2 \lambda^2} K_0\left(\frac{r_{12}}{\lambda}\right). \quad (3.45)$$

Outra maneira de calcular E_{vv} é integrando as energias cinéticas e magnéticas, para o cálculo da energia de linha. Porém, dessa vez, a integração de linha deve excluir os núcleos correspondente aos vórtices 1 e 2. O resultado é a energia total do sistema, dada por (TINKHAM, 2004)

$$E = 2\epsilon_v + E_{vv}(r_{12}). \quad (3.46)$$

3.2.5 Vórtice em filmes supercondutores

Primeiro vamos considerar filmes finos tal que $d \ll \lambda$, onde d é a espessura do filme. Nesse caso, os campos e a corrente são praticamente constantes ao longo da espessura do filme e

os vórtices podem ser vistos como objetos pontuais. Seu campo magnético irá se distribuir tridimensionalmente fora do filme. Por conveniência, rescrevemos a Eq. (3.35) em termos do potencial vetor e da corrente, já que esses estão confinados no plano do filme, como

$$\nabla \times \left(\lambda^2 \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_S + \mathbf{A} \right) = \frac{\Phi_0}{2\pi r} \hat{\boldsymbol{\theta}}, \quad (3.47)$$

onde usamos que $\nabla \times (\hat{\boldsymbol{\theta}}/r) = 2\pi\delta(\mathbf{r})\hat{\mathbf{z}}$. Definindo $\mathbf{S} = \lambda^2(4\pi/c)\mathbf{j}_S + \mathbf{A}$, tomando a média na espessura do filme, identificando $\mathbf{J} = \int dz \mathbf{j}_S = \mathbf{j}_S d$ como a corrente laminar e $\Lambda = \lambda^2/d$ (comprimento de penetração efetivo), temos

$$\mathbf{J} = \frac{c}{4\pi} \frac{1}{\Lambda} (\mathbf{S} - \mathbf{A}). \quad (3.48)$$

Lembrando que $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = -\nabla^2 \mathbf{A} = (4\pi/c)\mathbf{j}_S$, onde foi usado o calibre de London, e assumindo que a corrente só flui no plano $z = 0$, isto é, $\delta(z)\mathbf{J}$, da Eq.(3.48), obtemos a seguinte equação para o potencial vetor

$$-\nabla^2 \mathbf{A} + \frac{\delta(z)}{\Lambda} \mathbf{A} = \frac{\delta(z)}{\Lambda} \mathbf{S}. \quad (3.49)$$

A Eq. (3.49) pode ser resolvida pelo método de transformadas de Fourier (GENNES, 2018). A solução no espaço de Fourier é dada por

$$\mathbf{J}_q = \frac{1}{\Lambda} \mathbf{S}_q \frac{2\Lambda q}{1 + 2\Lambda q} \quad (3.50)$$

onde \mathbf{S}_q é a transformada de Fourier de \mathbf{S} . Esta famosa solução foi obtida por Judea Pearl (PEARL, 1964) para vórtices em duas dimensões.

A energia de interação entre dois vórtices Pearl é determinada pela força de Lorentz $\mathbf{F}(r) = (\Phi_0/c)\mathbf{J}(r) \times \hat{\mathbf{z}}$. Uma vez que $\mathbf{F}_q = -iqE_{vv}(\mathbf{q})$, onde \mathbf{F}_q e $E_{vv}(\mathbf{q})$ são a força de Lorentz e a energia de interação no espaço de Fourier respectivamente, da Eq. (3.50) obtemos

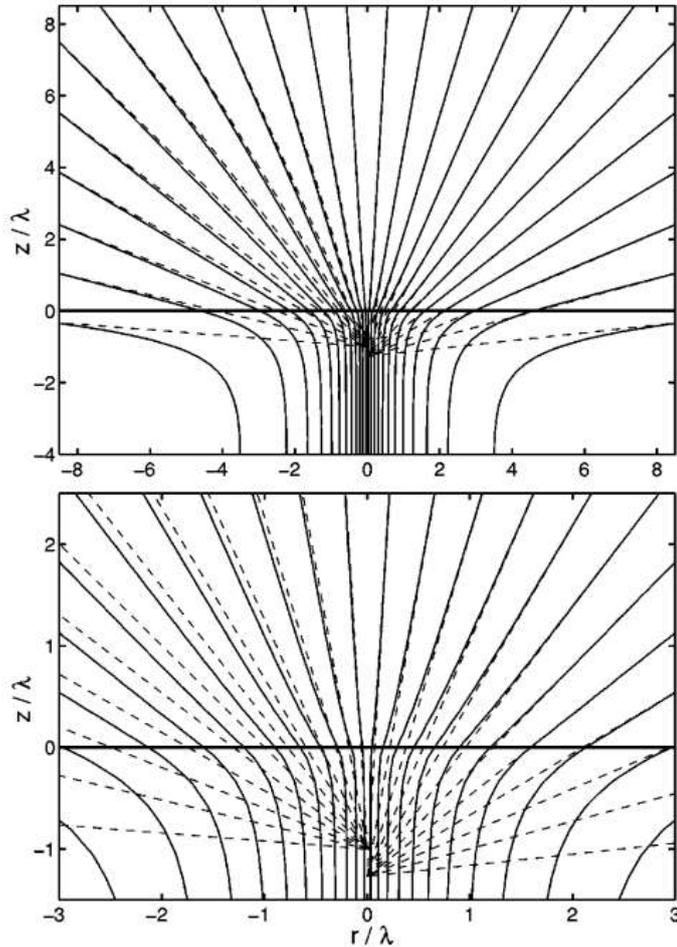
$$E_{vv}(q) = \frac{\Phi_0^2}{\Lambda} \frac{1}{q^2 + q(2\Lambda)^{-1}}. \quad (3.51)$$

Para pequenas distâncias, $r \ll \Lambda$ ou $q \gg \Lambda^{-1}$, temos que $E_{vv}(q) = \Phi_0^2/q^2\Lambda$. Finalmente, retornando ao espaço original, temos

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(r) &= \frac{c}{4\pi} \frac{\mathbf{S}(r)}{\Lambda} = \hat{\boldsymbol{\theta}} \frac{\Phi_0 c}{8\pi^2 \Lambda r}, \\ E_{vv}(r) &= \frac{\Phi_0^2 c}{8\pi^2 \Lambda} \ln \left(\frac{r}{\Lambda} \right) \quad \text{para } r \ll \Lambda. \end{aligned} \quad (3.52)$$

Para uma vórtice centrado no eixo z em $x = y = 0$ em um semi-espaço supercondutor $z < 0$ (ou um filme muito grosso) (veja a Fig. 23 superior), a solução para o campo \mathbf{b} é dada (no SI) por (CARNEIRO; BRANDT, 2000)

Figura 23 – Linhas de campo magnéticas de um vórtice em um filme supercondutor ($z < 0$) e no espaço vazio ($z > 0$), para $\kappa = 20$. As linhas tracejadas são as linhas de campo magnético radial de uma carga magnética de tamanho $2\Phi_0$ posicionada no eixo do vórtice em uma profundidade $-z_0 = \lambda$ (lado esquerdo) e $-z_0 = 1.27\lambda$ (lado direito). O plot inferior é um zoom do superior.



Fonte: Retirada da Ref. (CARNEIRO; BRANDT, 2000).

$$b_r(r, z) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \int_0^\infty dk \frac{kJ_1(kr)}{k^2 + \lambda^{-2}} g(k, z), \quad (3.53a)$$

$$b_z(r, z) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \int_0^\infty dk \frac{kJ_0(kr)}{k^2 + \lambda^{-2}} f(k, z), \quad (3.53b)$$

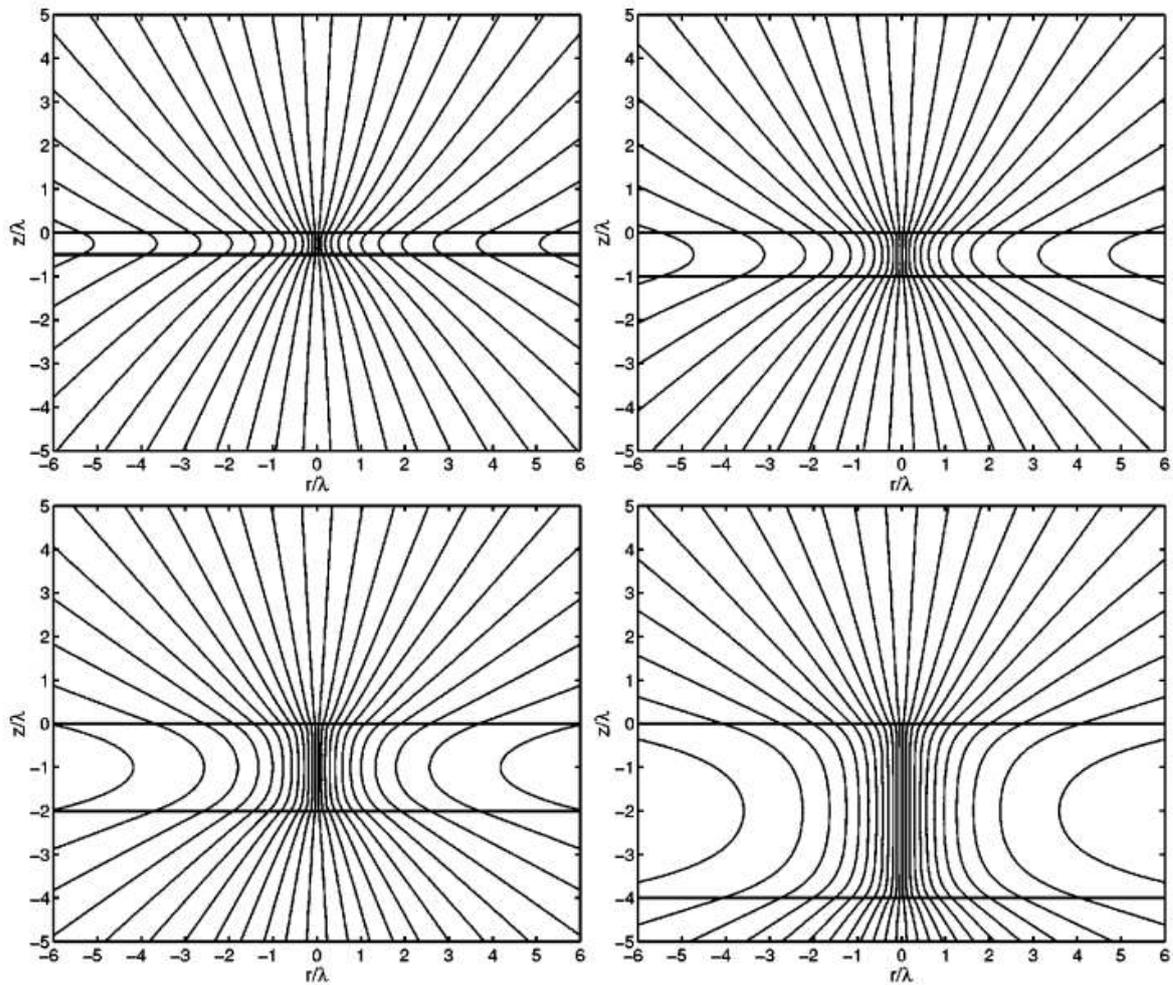
onde $J_\nu(x)$ é a ν -ésima ordem da função de Bessel do primeiro tipo e $g(k, z) = -\partial f(k, z)/\partial z$ com

$$\begin{aligned} f(k, z) &= \frac{\tau}{k + \tau} e^{-kz}, & \text{para } z > 0, \\ f(k, z) &= 1 - \frac{k}{k + \tau} e^{\tau z}, & \text{para } z \leq 0 \end{aligned} \quad (3.54)$$

onde $\tau = \sqrt{k^2 + \lambda^{-2}}$. Aqui, $z = 0$ representa a superfície do supercondutor e $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ é a distância radial ao centro do núcleo do vórtice.

Esse resultado pode ser aproximado, próximo à superfície do supercondutor, pelo campo

Figura 24 – Linhas de campo magnético para um vórtice em filmes supercondutores de espessuras $d/\lambda = 0.5, 1, 2, 4$, e $\kappa = 20$ (dentro do limite da teoria de London). O filme ocupa o espaço $-d \leq z \leq 0$.



Fonte: Retirada da Ref. (CARNEIRO; BRANDT, 2000).

de um monopolo magnético de carga $2\Phi_0$, localizado em uma distância $d_m = 1.27\lambda$ abaixo da superfície do supercondutor (veja a Fig. 23 inferior), dado por

$$b_r(r, z > 0) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \frac{r}{R^3}, \quad (3.55a)$$

$$b_z(r, z > 0) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \frac{z + d_m}{R^3}. \quad (3.55b)$$

As expressões (3.53) também se aplicam ao vórtice em um filme fino de espessura finita d (que é a geometria de interesse desta tese), preenchendo o espaço $-d < z < 0$ (veja Fig. 24), mas agora temos

$$f(k, z) = \begin{cases} c_1 e^{-kz}, & z > 0 \\ 1 + c_2 e^{\tau z} + c_3 e^{-\tau z}, & -d \leq z \leq 0 \\ c_1 e^{k(z+d)}, & z < -d, \end{cases} \quad (3.56)$$

com

$$\begin{aligned}
c_1(k) &= \left[(k + \tau)e^{\tau d} + (k - \tau)e^{-\tau d} - 2k \right] \frac{\tau}{c_4}, \\
c_2(k) &= \left[k - \tau - (k + \tau)e^{\tau d} \right] \frac{k}{c_4}, \\
c_3(k) &= \left[-k - \tau + (k - \tau)e^{-\tau d} \right] \frac{k}{c_4}, \\
c_4(k) &= (k + \tau)^2 e^{\tau d} - (k - \tau)^2 e^{-\tau d}.
\end{aligned} \tag{3.57}$$

3.2.6 Vórtice em movimento, equação de Bardeen-Stephen

Como dito em 3.2.4, na interação entre dois vórtices, a corrente gerada por um deles provoca uma força no outro (e vice-versa). Essa força de Lorentz pode, em princípio, ser provida por qualquer fonte de corrente. Dessa maneira, a Eq. (3.43) pode ser generalizada para qualquer densidade de corrente \mathbf{j}_S ,

$$\mathbf{f}_L = \frac{\Phi_0}{c} \mathbf{j}_S \times \hat{\mathbf{z}}. \tag{3.58}$$

Durante o movimento de um vórtice, em supercondutor homogêneo, aparece uma força viscosa oposta ao seu movimento. Tal força aparece devido ao espalhamento dos elétrons normais dentro do núcleo do vórtice, algo semelhante ao que ocorre com o espalhamento em um metal normal. Grosso modo, o núcleo do vórtice, assim como elétrons em um metal, desloca-se tendo uma velocidade terminal (movimento superamortecido) determinada pelo coeficiente de viscosidade η , isto é, $\mathbf{f}_L = \eta \mathbf{v}$. Assim, a equação de movimento para um vórtice na presença de uma corrente \mathbf{j}_S é dada por

$$\eta \mathbf{v} = \frac{\Phi_0}{c} \mathbf{j}_S \times \hat{\mathbf{z}}. \tag{3.59}$$

Note que, um vórtice de fluxo Φ_0 deslocando-se com velocidade \mathbf{v} induz um campo elétrico $\mathbf{E} = \mathbf{B} \times \mathbf{v}/c = (\Phi_0/A)\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{v}/c$, onde A é a área total da amostra no plano normal ao vórtice. Dessa maneira a (3.59) pode ser vista como uma espécie de lei de Ohm,

$$\mathbf{E} = \rho_{ff} \mathbf{j}_S, \quad \rho_{ff} \equiv \frac{E}{j} = \frac{\Phi_0^2}{A\eta c^2} = \frac{B\Phi_0}{\eta c^2}. \tag{3.60}$$

ρ_{ff} é chamada de resistividade de *flux flow* (termo relacionado ao movimento contínuo do fluxo magnético).

Esta abordagem para descrever o flux flow, que despreza impurezas (supercondutor homogêneo), considerando que a dissipação decorre de um processo puramente resistivo, foi

proposta por Bardeen e Stephen (BARDEEN; STEPHEN, 1965). Eles encontraram que

$$\rho_{ff} = \rho_n \frac{B}{H_{c2}}, \quad (3.61)$$

onde ρ_n é a resistividade no estado normal.

A teoria de Bardeen-Stephen deve ser válida quando temos o livre caminho médio dos elétrons no núcleo do vórtice $l \ll \xi$. Esse regime é chamado de limite sujo de um supercondutor.

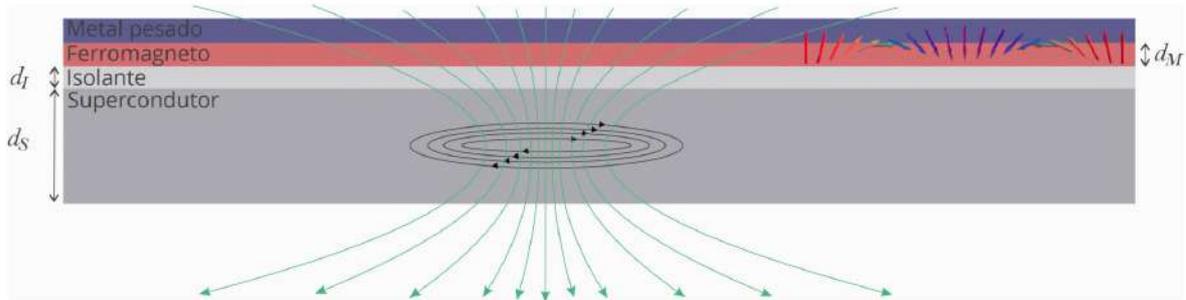
A maior parte das amostras supercondutores estão neste limite.

4 INTERAÇÃO ENTRE UM VÓRTICE E UM SKYRMION

Heteroestruturas frequentemente apresentam fenômenos não triviais possibilitados pela competição ou hibridização das propriedades físicas de suas partes. Particularmente, a heteroestrutura supercondutora-ferromagnética (SC-FM) tem recebido muita atenção nos últimos anos (BLAMIRE; ROBINSON, 2014; BERGERET; VOLKOV; EFETOV, 2005; ESCHRIG, 2015; BUZDIN, 2005), seja para suas possíveis aplicações em spintrônica (LINDER; ROBINSON, 2015) e dispositivos Josephson (HALÁSZ et al., 2009; KALENKOV; ZAIKIN; PETRASHOV, 2011; YOKOYAMA; LINDER, 2015; ALIDOUST; HALTERMAN, 2015) ou para a rica física emergente em tais sistemas (ZORRO; SARAIVA; SILVA, 2014; PERSHOGUBA; NAKOSAI; BALATSKY, 2016; BJÖRNSON; BLACK-SCHAFFER, 2014; HELSETH, 2002; VADIMOV; SAPOZHNIKOV; MEL'NIKOV, 2018). Nestes sistemas um skyrmion interage com um vórtice em sua proximidade através de seus campos magnéticos e/ou via acoplamento spin-órbita entre o filme supercondutor e a camada magnética quiral. No caso de interação atrativa, eles eventualmente formam um par ligado com propriedades dinâmicas facilmente ajustadas (HALS; SCHECTER; RUDNER, 2016; DAHIR; VOLKOV; EREMIN, 2019; BAUMARD et al., 2019; MENEZES et al., 2019; ANDRIYAKHINA; BURMISTROV, 2021). Em particular, para acoplamento spin-órbita forte o suficiente, um par skyrmion-vórtice pode hospedar estados ligados de Majorana localizados, o que torna a hibridização dessa heteroestrutura uma plataforma promissora para futuras aplicações em computação quântica topológica (YANG et al., 2016; REX; GORNYI; MIRLIN, 2019; PETROVIĆ et al., 2021; MASCOT et al., 2021).

Aqui, neste capítulo, estudamos a interação entre um vórtice e um skyrmion, que pode ser tanto atrativa como repulsiva. A Figura 25 ilustra o sistema considerado, um filme ferromagnético ultrafino de espessura d_M com anisotropia magnética perpendicular, acoplado a uma camada de metal pesado com um forte acoplamento spin-órbita, a fim de prover a quebra de simetria de inversão, fazendo com que a interação de Dzyaloshinskii-Moriya (DMI) apareça na camada ferromagnética e assim seja possível obter o estado de skyrmions, colocado em cima de um filme supercondutor de espessura d_S , ambos separados por uma camada isolante de espessura d_I , assim o campo magnético do vórtice supercondutor é calculado no plano $z = d_I$, onde uma camada isolante garante que a interação entre os filmes SC e FM seja restrita apenas aos campos magnéticos de cada um. Usaremos a aproximação de London e simulações de dinâmica molecular para descrever o comportamento do vórtice na camada supercondutora.

Figura 25 – Detalhe esquemático do sistema considerado, um filme ferromagnético de espessura d_M sob uma filme supercondutor de espessura d_S , porém entre eles há um filme isolante de espessura d_I , de modo que a interação entre o vórtice (representado por círculos pretos) no supercondutor e os spins da textura magnética (setas coloridas, onde cada cor indica diferentes direções) fique restrita apenas aos campos magnéticos gerados por eles (as curvas verdes representam as linhas de campo magnético gerado pelo vórtice). O filme de metal pesado (HM), é necessário para prover a quebra de simetria de inversão no ferromagneto e assim seja possível obter o estado de skyrmions.



Fonte: O autor (2022).

O campo magnético do vórtices, calculado numericamente, é usado em simulações micromagnéticas para entender as respostas estática e dinâmica da camada magnética e do skyrmion nela presente. Para estudar a dinâmicas do par skyrmion-vórtice, acoplamos a equação de Bardeen-Stephen com a equação de Thiele, usando uma abordagem de dinâmica molecular.

4.1 MODELO MICROMAGNÉTICO

Para as simulações micromagnéticas da camada ferromagnética quiral, consideramos a densidade de energia-livre local relacionada com a magnetização $\mathbf{M}(x, y) = M_S \mathbf{m}(x, y)$, onde M_S é a magnetização de saturação e $|\mathbf{m}| = 1$, resultante das interações magnéticas citadas na seção 2.2 [interação de troca, DMI e demagnetização (que pode ser vista como um efeito de anisotropia), além da energia Zeeman]. Dessa maneira a densidade de energia livre resultante é composta pelos seguintes termos:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{ex}} &= A_{\text{ex}} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y} \right)^2 \right], \\ \mathcal{E}_{\text{anis}} &= K_{\text{eff}} (1 - m_z^2), \\ \mathcal{E}_{\text{DMI}} &= -D \left[m_x \frac{\partial m_z}{\partial x} - m_z \frac{\partial m_x}{\partial x} + m_y \frac{\partial m_z}{\partial y} - m_z \frac{\partial m_y}{\partial y} \right], \\ \mathcal{E}_{\text{Zeeman}} &= -M_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{m}, \end{aligned} \quad (4.1)$$

onde o prefixo ex faz referência à interação de troca (exchange, em inglês), e a energia de demagnização foi aproximada usando a anisotropia efetiva $K_{\text{eff}} = K - 1/2\mu_0 M_S^2$, com K

sendo a anisotropia magnética. Nossa amostra é um filme ferromagnético ultrafino com anisotropia magnética perpendicular e DMI induzido pela camada de metal pesado com forte acoplamento spin-orbita (como discutido no capítulo 2). Consideramos os seguintes parâmetros: magnetização de saturação $M_S = 580 \text{ kAm}^{-1}$, rigidez de troca $A_{\text{ex}} = 15 \text{ pJm}^{-1}$ e anisotropia perpendicular $K = 0.8 \text{ MJm}^{-3}$ ($K_{\text{eff}} = 0.6 \text{ MJm}^{-3}$) decorrente dos resultados experimentais em sistemas Co/Pt (METAXAS et al., 2007; SAMPAIO et al., 2013). O uso dos valores da constante DMI, D , será especificado nas seções seguintes. É útil definir a força crítica do DMI $D_c = 4\sqrt{A_{\text{ex}}K_{\text{eff}}}/\pi$ acima do qual a fase cicloide de spin se torna o estado fundamental na amostra ferromagnética (ROHART; THIAVILLE, 2013). A interação Zeeman é responsável pelo campo magnético externo \mathbf{B} , que neste caso é dado pelo campo produzido pelo vórtice.

Para todas as simulações, consideramos o sistema discretizado em células de tamanho $1 \times 1 \times 0.4 \text{ nm}^3$, com $d = 0.4 \text{ nm}$ sendo a espessura do filme ferromagnético. A dinâmica da magnetização é governada pela equação Landau–Lifshitz–Gilbert [Eq. (2.8)], que no limite contínuo é dada por

$$\frac{d\mathbf{m}}{dt} = \frac{\gamma}{1 + \alpha^2} \{ \mathbf{m} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \alpha [\mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \mathbf{H}_{\text{eff}})] \}, \quad (4.2)$$

onde a razão giromagnética $\gamma = 1.7595 \times 10^{11} \text{ Am(Ns)}^{-1}$. Consideramos apenas dois valores para o fator de amortecimento de Gilbert $\alpha = 0.02$ e 0.3 , representando, respectivamente, um menor e maior regime de amortecimento do material FM. O campo magnético efetivo, \mathbf{H}_{eff} , é dado pela derivada funcional

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = -\frac{1}{\mu_0 M_S} \delta E / \delta \mathbf{m}, \quad (4.3)$$

onde $E = \int (\mathcal{E}_{\text{ex}} + \mathcal{E}_{\text{anis}} + \mathcal{E}_{\text{DMI}} + \mathcal{E}_{\text{Zeeman}}) dV$ é a energia livre total.

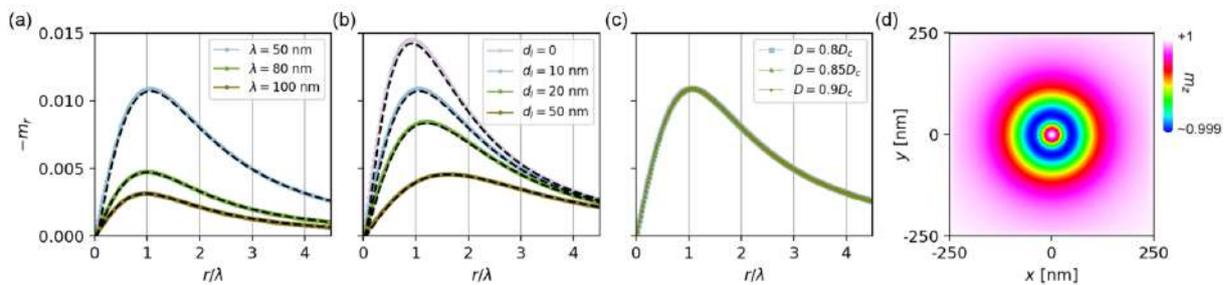
4.2 PROPRIEDADES ESTÁTICAS DO SISTEMA HÍBRIDO

4.2.1 Efeito do campo do vórtice no estado ferromagnético uniforme

O campo produzido por um vórtice em filmes supercondutores foi discutido na seção 3.2.5. Primeiro vamos considerar um filme supercondutor espessos ($d_S \gg \lambda$), de tal maneira que podemos usar a aproximação de monopolo vide Eqs (3.55). Além disso, para que a interação skyrmion-vórtice seja atrativa, a polaridade do campo magnético do vórtice é escolhida negativa

(apontando na direção $-\hat{z}$). O efeito do campo gerado pelo vórtice considerado sobre a camada ferromagnética está resumido na Fig. 26, mostrando o perfil da magnetização obtida de simulações micromagnéticas, realizadas por Raí Menezes (MENEZES et al., 2019), para diferentes valores do comprimento de penetração λ do supercondutor, da espessura da camada isolante d_I , e da força DMI D .

Figura 26 – Efeito do campo magnético do vórtice supercondutor no perfil da magnetização do estado do filme ferromagnético, em função da distância ao núcleo do vórtice. (a) Para diferentes valores do comprimento de penetração do supercondutor λ , com os valores fixados $d_I = 10$ nm e $D = 0.8D_c$. (b) Para diferentes valores de d_I , fixando $\lambda = 50$ nm e $D = 0.8D_c$. (c) Para diferentes valores de D , fixando $\lambda = 50$ nm e $d_I = 10$ nm. (d) Gráfico de contorno de m_z nas proximidade do núcleo do vórtice (centrado em $(x, y) = (0, 0)$), para $\lambda = 50$ nm, $d_I = 10$ nm e $D = 0.8D_c$. As linhas tracejadas em (a) e (b) são plots da Eq. (4.7).



Fonte: Retirada da Ref. (MENEZES et al., 2019).

Note que a magnetização no filme FM é mais pronunciada quando os valores de λ são menores, onde o fluxo magnético induzido pelo vórtice é mais localizado. Note também, que para os parâmetros considerados, a presença do vórtice supercondutor afeta o estado fundamental do FM, porém o efeito não é suficiente para nuclear skyrmions, como por exemplo, considera a Ref. (DEL-VALLE et al., 2015). De fato, o perfil de magnetização induzido pelo campo de vórtice pode ser calculado considerando a densidade de energia em coordenadas polares (ROHART; THIAVILLE, 2013)

$$\begin{aligned}
 E^{2D}[\theta(r)] &= 2\pi \int_0^\infty \left[A_{\text{ex}} \left(\frac{d\theta}{dr} \right)^2 + A_{\text{ex}} \frac{\sin^2 \theta}{r^2} - D \left(\frac{d\theta}{dr} + \frac{\cos \theta \sin \theta}{r} \right) \right. \\
 &\quad \left. + K_{\text{eff}} \sin^2 \theta - M_S B_r \sin \theta - M_S B_z \cos \theta \right] r dr, \\
 &= \int_0^\infty \mathcal{E} \left(\theta, \frac{d\theta}{dr}, r \right), \tag{4.4}
 \end{aligned}$$

onde usamos $\mathbf{m} = \sin \theta \hat{r} + \cos \theta \hat{z}$ e $\mathbf{B}_v = B_r \hat{r} + B_z \hat{z}$ é o campo do vórtice localizado em $r = 0$. Assumindo variações fracas do ângulo de inclinação do spin local θ , ou seja $\theta \ll 1$ e

$d\theta/dr \ll 1$, a densidade de energia pode ser reescrita como

$$\mathcal{E} \left(\theta, \frac{d\theta}{dr}, r \right) = 2\pi r \left[-D\theta' + \theta^2 \left(\frac{A_{\text{ex}}}{r^2} + K_{\text{eff}} + \frac{M_S B_z}{2} \right) + \theta \left(-\frac{D}{r} - M_S B_r \right) - M_S B_z + \mathcal{O}(\theta^3) + \mathcal{O}(\theta'^2) \right], \quad (4.5)$$

onde $\theta' = d\theta/dr$. A equação de Euler-Lagrange

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \theta} - \frac{d}{dr} \left(\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \theta'} \right) = 0 \quad (4.6)$$

minimiza o funcional de energia e produz a seguinte expressão para o perfil de magnetização

$$\theta(r) = \frac{B_r(r) M_S}{\frac{2A_{\text{ex}}}{r^2} + 2K_{\text{eff}} + B_z(r) M_S}. \quad (4.7)$$

As linhas tracejadas nas Figs. 26 (a) e (b) mostram que a expressão (4.7) concorda muito bem com os resultados obtidos das simulações micromagnéticas. A Fig 26 (c) mostra que, como sugerido pela (4.7), $\theta(r)$ não depende da interação DMI. Observe que esta expressão é válida para qualquer campo radial, tal como aquele criado por vórtices supercondutores, pontos magnéticos ou pontas magnéticas próximas, desde que a ordem magnética uniforme seja apenas levemente perturbada. Será útil agora definir o raio de inclinação máxima, r_θ^{max} , dado por $\theta(r_\theta^{\text{max}}) = \max[\theta(r)]$. Usando as Eqs (23) para calcular o campo magnético do vórtice, para o caso de $z = d_I = 10$ nm e $\lambda = 50$ nm e substituindo na Eq (4.7), encontramos $r_\theta^{\text{max}} \approx \lambda$.

4.2.2 Efeito do campo do vórtice no tamanho do skyrmion

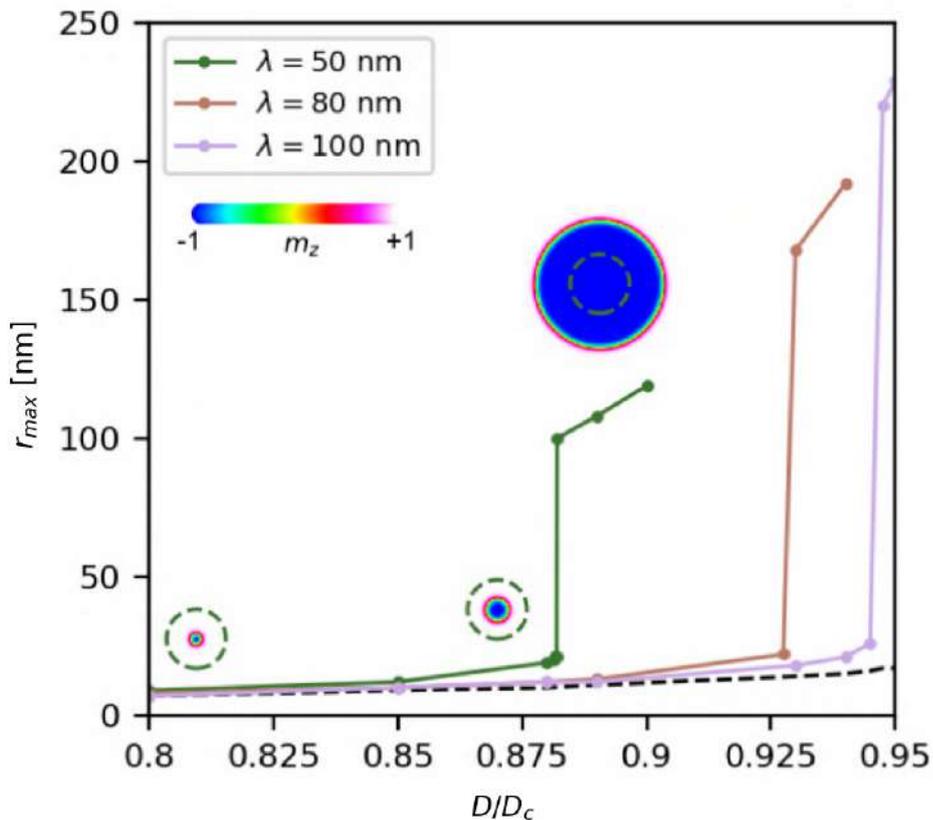
O campo do vórtice pode afetar o tamanho do skyrmion favorecendo o alinhamento da textura de spin em direção às linhas de fluxo do campo. A fim de simplificar o estudo desse efeito, vamos considerar apenas variações da força DMI e fixar todos os parâmetros remanescentes do material ferromagnético. Ao aumentar a força DMI, há o favorecimento da rotação da magnetização em escalas de comprimento curto e redução da barreira de energia para o campo de vórtice flipar os spins ao longo de sua direção, resultando em um aumento do tamanho do skyrmion. Através de cálculos de simulação micromagnética, a Fig. 27 mostra como o tamanho do skyrmion é afetado pelo campo do vórtice em um filme supercondutor espesso ($d_s \gg \lambda$), para diferentes valores de D e λ , onde o skyrmion e o vórtice estão em cima um do outro e concêntricos. Para cada λ , se $D \leq D_\lambda^*$, o raio do skyrmion é confinado em uma

região $R_{\text{sk}} < r_{\theta}^{\text{max}}$ e aumenta de tamanho abruptamente para $R_{\text{sk}} > r_{\theta}^{\text{max}}$ quando D excede D_{λ}^* . O valor limite, onde $R_{\text{sk}} \approx r_{\theta}^{\text{max}}$, é instável. Para as simulações calculamos:

$$\begin{aligned} D_{\lambda}^* &\approx 0.882D_c \quad \text{para } \lambda = 50 \text{ nm}, \\ &\approx 0.9275D_c \quad \text{para } \lambda = 80 \text{ nm}, \\ &\approx 0.945D_c \quad \text{para } \lambda = 100 \text{ nm}, \end{aligned} \quad (4.8)$$

Note que há uma faixa de DMI ($D < 0.85D_c$ para todos os λ s considerados) onde o tamanho do skyrmion é fracamente afetado pela presença do vórtice e r_{max} corresponde aproximadamente ao tamanho do skyrmion na ausência do campo magnético. Nesse caso, a energia de interação é dominada pela diferença na energia Zeeman devida a presença do campo magnético do vórtice. No entanto, os outros termos são altamente sensíveis à mudança na forma do skyrmion e, portanto, podem dar uma contribuição não desprezível para a energia total da interação vórtice-skyrmion, como veremos mais adiante.

Figura 27 – Raio do skyrmion em função de D/D_c . As linhas tracejadas mostram o tamanho do skyrmion na ausência de um campo magnético externo. As inserções mostram a componente z da magnetização para $\lambda = 50$ nm, onde os círculos tracejados representam $r = r_{\theta}^{\text{max}}$, isto é, a área onde o núcleo de vórtice tem maior influência no estado ferromagnético.



Fonte: Adaptada da Ref. (MENEZES et al., 2019).

4.3 INTERAÇÃO SKYRMION-VÓRTICE PARA UM FILME SUPERCONDUTOR DE ESPESSURA ARBITRÁRIA

A fim de calcular o campo disperso de um vórtice em um filme supercondutor para diferentes espessura do filme d_S , integramos numericamente as equações (veja 3.2.5)

$$B_r(r, z > 0) = \frac{\phi_0}{2\pi\lambda^2} \int_0^\infty dk \frac{kJ_1(kr)}{k^2 + \lambda^{-2}} f(k, z), \quad (4.9a)$$

$$B_z(r, z > 0) = \frac{\phi_0}{2\pi\lambda^2} \int_0^\infty dk \frac{kJ_0(kr)}{k^2 + \lambda^{-2}} f(k, z), \quad (4.9b)$$

com

$$f(k, z) = \tau e^{-kz} \frac{(k + \tau)e^{\tau d_S} + (k - \tau)e^{-\tau d_S} - 2k}{(k + \tau)^2 e^{\tau d_S} - (k - \tau)^2 e^{-\tau d_S}}, \quad \text{com } \tau = \sqrt{k^2 + \lambda^{-2}}.$$

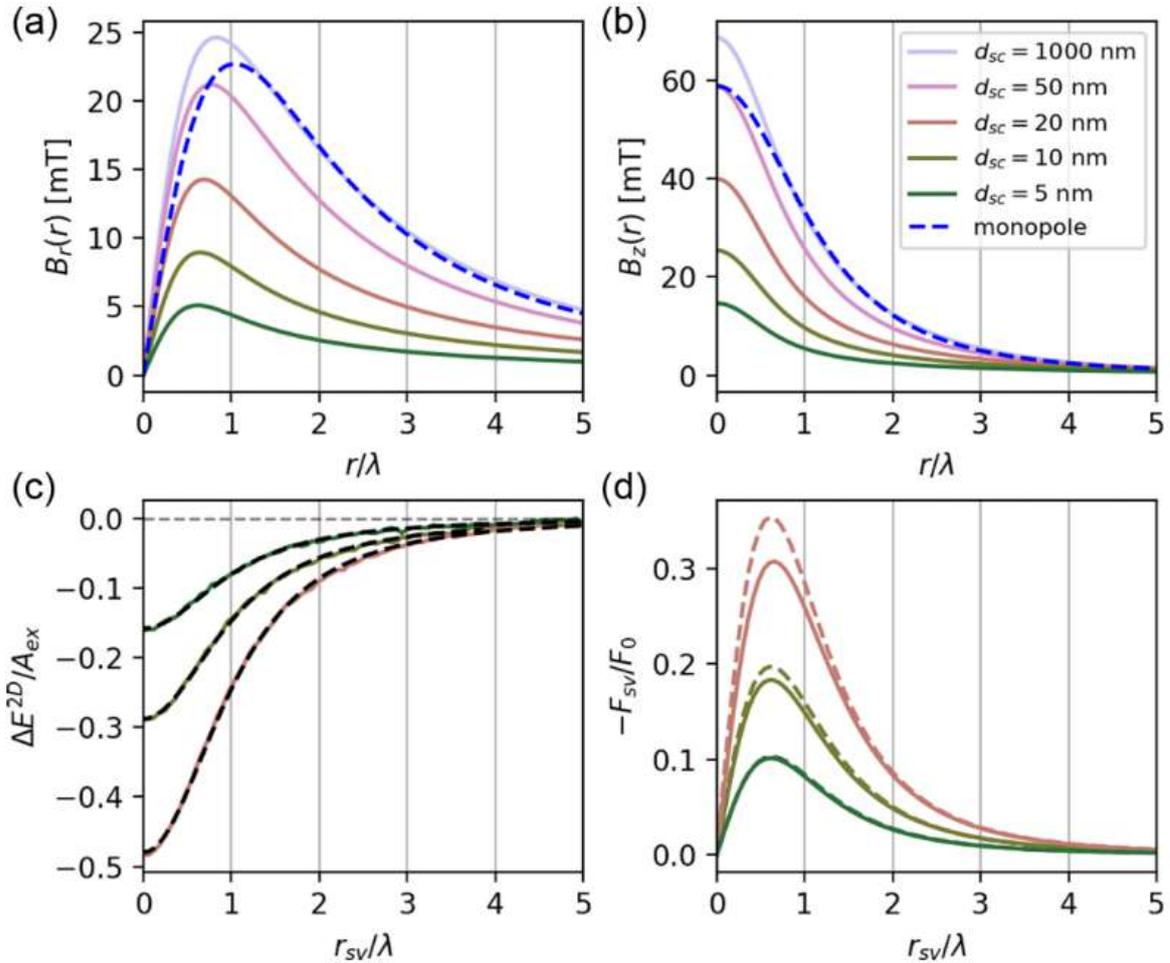
Aqui, $z = 0$ representa a superfície do supercondutor e $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ é a distância ao centro do núcleo do vórtice. O resultado pode ser visualizado nas Figs. 28 (a) e (b), onde foi fixado os valores $\lambda = 50$ nm e $z = 10$ nm e consideramos um núcleo de vórtice finito inserindo um fator de corte (cutoff) $e^{-\xi^2 k^2}$, com $\xi = 10$ nm. Note que a aproximação de monopolo falha, mesmo para filmes muito espessos.

A Fig 28 (c) mostra a energia de interação skyrmion-vórtice calculada através de simulações micromagnéticas, para diferentes valores de d_S com $\lambda = 50$ nm, $d_1 = 10$ nm e $D = 0.8D_c$. As linhas tracejadas foram obtidas utilizando o seguinte ansatz:

$$E = \frac{a}{[r_{vs}^2 + (b\lambda)^2]^c}, \quad (4.10)$$

onde a , b e c são parâmetros de ajuste (MENEZES et al., 2019). A Fig. 28 (d) mostra a força de interação skyrmion-vórtice calculada derivando a Eq. (4.10), as linhas tracejadas mostra a componente da força de interação puramente Zeeman. Note que, para os parâmetros considerados, o tamanho do skyrmion é pouco afetado pela presença do campo do vórtice, porém pequenas mudanças na forma do skyrmion ainda podem resultar em uma contribuição não desprezível dos termos de energia não-Zeeman (termos relacionados a interação de troca e anisotropia, por exemplo) da interação total skyrmion-vórtice.

Figura 28 – (a) e (b) Mostra o perfil das componentes radial e ao longo de z do campo magnético do vórtice para diferentes espessuras do filme supercondutor de comprimento de penetração, calculado no plano do filme FM dentro do híbrido SC-FM considerado. (c) Energia de interação skyrmion-vórtice calculada em simulações micromagnéticas, para $d_S = 5, 10$ e 20 nm. Aqui as curvas de energia são ajustadas pela Eq. (4.10). (d) Força de interação calculada pela derivada das curvas de ajuste em (c), onde as linhas tracejadas denotam a componente puramente Zeeman da força de interação. Em todos os cálculos foi feito $\lambda = 50$ nm, $z = d_I = 10$ nm e $D = 0.8D_c$.



Fonte: Retirada da Ref. (MENEZES et al., 2019).

4.3.1 Energia de acoplamento skyrmion-vórtice e sua dependência com a temperatura

Foi mostrando em (MENEZES et al., 2019) que $b \simeq 0.8$ e $c \simeq 2$ na Eq. (4.10) nos permitindo modelar o acoplamento skyrmion-vórtice por,

$$V_{vs}(r) = \frac{\epsilon_{vs}}{(1 + r^2/\lambda_{vs}^2)^2}, \quad (4.11)$$

onde ϵ_{vs} , é a escala de energia do acoplamento skyrmion-vórtice que pode ser negativo (interação atrativa) ou positivo (interação repulsiva), dependendo se o skyrmion está orientado paralelamente ou antiparalelamente ao vórtice, e $\lambda_{vs} \simeq 0.8\lambda$. Para estimar ϵ_{vs} e determinar

sua dependência com a temperatura, assumimos um perfil de skyrmion rígido. Neste caso

$$\epsilon_{vs} = \mathcal{F}_{\text{Zeeman}}(r_{vs} = 0) - \mathcal{F}_{\text{Zeeman}}(r_{vs} = \infty), \quad (4.12)$$

onde $\mathcal{F}_{\text{Zeeman}} = -\int \mathbf{B}_v \cdot d\mathbf{m} = -M_S \int \mathbf{B}_v \cdot \hat{\mathbf{n}} d^2\mathbf{r} dz$ é a contribuição Zeeman para a energia livre do sistema supercondutor-magneto quiral contendo um vórtice e um skyrmion. Aqui \mathbf{r} é a projeção da posição do spin no plano xy , z é a distância vertical do spin em relação à superfície superior da camada supercondutora, $\hat{\mathbf{n}}$ é o vetor de orientação do spin em (\mathbf{r}, z) , e \mathbf{B}_v é o campo magnético induzido pelo vórtice em (\mathbf{r}, z) . Note que a integração em z deve ser feita sobre a espessura da camada magnética quiral, isto é, de d_I à $d_I + d_M$.

Consideremos um skyrmion de Néel com perfil de spin dado por

$$\hat{\mathbf{n}} = \hat{z} \cos \theta(\rho) - \hat{r} \sin \theta(\rho) \quad (4.13)$$

onde θ é o ângulo de orientação do spin com respeito ao momento magnético do estado ferromagnético de fundo e ρ é a posição do spin com respeito ao centro do skyrmion. $\theta(\rho)$ pode ser bem aproximado pelo seguinte ansatz (veja a seção 2.3.2):

$$\theta = \pi - \arcsin \left[\tanh \left(\frac{\rho - R_{\text{sk}}}{\xi_s} \right) \right] - \arcsin \left[\tanh \left(\frac{\rho + R_{\text{sk}}}{\xi_s} \right) \right]. \quad (4.14)$$

Esta fórmula descreve um perfil de spin onde θ vai de π no centro do skyrmion para $\pi/2$ dentro de uma distância $\sim R_{\text{sk}}$ e então se aproxima exponencialmente do estado ferromagnético ($\theta = 0$) com um comprimento característico de relaxação ξ_s .

A energia de acoplamento ϵ_{vs} é numericamente calculada após substituirmos as equações (4.14), (4.9a), e (4.9b) na equação (4.12) para diferentes temperaturas, seguindo o resultado do modelo de dois fluidos: $\lambda(T) = \lambda(0)/\sqrt{1 - (T/T_c)^4}$ (TINKHAM, 2004).

4.3.2 Estimativa de ϵ_{vs} no limite $T \rightarrow T_c$

A complexidade da equação (4.12) pode ser consideradamente mitigada no limite $T \rightarrow T_c$. Neste limite, $\lambda(T)$ diverge, permitindo aproximar $f(k, z) \simeq \frac{1}{2}[e^{-kz} - e^{-k(z+d)}]$. Definindo $I_\nu(a, b) = \int_0^\infty dx e^{-ax} J_\nu(bx)/x$ e usando a identidade $-\frac{\partial I_\nu}{\partial a} = \int_0^\infty dx e^{-ax} J_\nu(bx) =$

$b^{-\nu}(\sqrt{a^2 + b^2} - a)^\nu / \sqrt{a^2 + b^2}$ (GRADSHTEYN; RYZHIK, 2007), obtemos

$$B_z(r, z) \simeq \frac{\phi_0}{4\pi\lambda^2} \int_0^\infty dk J_0(kr) \frac{e^{-kz} - e^{-k(z+d)}}{k} =$$

$$= \frac{\phi_0}{8\pi\lambda^2} \ln \left[\frac{\sqrt{r^2 + (z + d_S)^2} + z + d_S}{\sqrt{r^2 + (z + d_S)^2} - z - d_S} \cdot \frac{\sqrt{r^2 + z^2} - z}{\sqrt{r^2 + z^2} + z} \right], \quad (4.15a)$$

$$B_r(r, z) \simeq \frac{\phi_0}{4\pi\lambda^2} \int_0^\infty dk J_1(kr) \frac{e^{-kz} - e^{-k(z+d)}}{k} =$$

$$= \frac{\phi_0}{4\pi\lambda^2} \frac{\sqrt{r^2 + z^2} + d - \sqrt{r^2 + (z + d_S)^2}}{r}. \quad (4.15b)$$

Essas equações permitem uma estimativa numérica muito mais simples, porém precisa, de ϵ_{vs} no limite $T \rightarrow T_c$. Para uma estimativa analítica, é necessária uma simplificação adicional. Aqui, estimamos ϵ_{vs} no limite de tamanhos de skyrmions pequenos, em que as componentes da indução magnética para $r < R_{sk}$ podem ser aproximada por:

$$B_z(r, z) = \frac{\phi_0}{4\pi\lambda^2} \ln \frac{z + d_S}{z} + \mathcal{O}(r^2), \quad (4.16a)$$

$$B_r(r, z) = \frac{\phi_0}{8\pi\lambda^2} \left(\frac{r}{z} - \frac{r}{z + d} \right) + \mathcal{O}(r^3). \quad (4.16b)$$

Adicionalmente, simplificamos o perfil como uma função linear:

$$\theta = \pi(1 - r/2R_{sk})\mathcal{H}(2R_{sk} - r), \quad (4.17)$$

onde

$$\mathcal{H}(x) = \frac{1 + \text{sign}(x)}{2} = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1/2, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases} \quad (4.18)$$

, sendo sign a função sinal

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0. \end{cases} \quad (4.19)$$

No caso da Eq. (4.12),

$$\epsilon_{vs} = -2\pi M_S \int_{d_1}^{d_1+d_M} \left[\int_0^{2R_{sk}} (B_z \cos \theta - B_r \sin \theta - B_z) r dr \right] dz. \quad (4.20)$$

Substituindo as aproximações de B_z e B_r e realizando as integrações, obtemos

$$\epsilon_{vs} \simeq \frac{\phi_0 M_S R_{sk}^2}{\lambda^2} [d_S \mathcal{R}_1(d_S, d_1, d_M) + R_{sk} \mathcal{R}_2(d_S, d_1, d_M)] \quad (4.21)$$

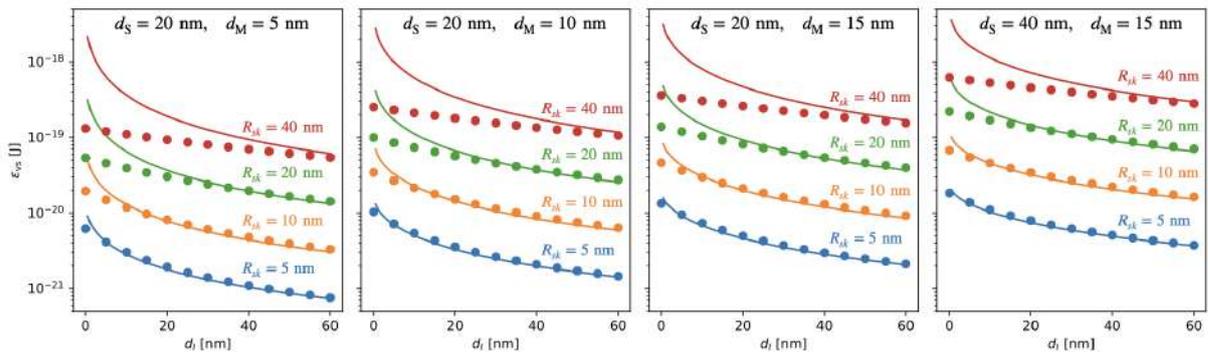
onde $\mathcal{R}_1(d_S, d_I, d_M)$ e $\mathcal{R}_2(d_S, d_I, d_M)$ são constantes adimensionais dependentes apenas dos parâmetros geométricos do setup supercondutor-magneto quiral:

$$\mathcal{R}_1(d_S, d_I, d_M) = c_1 \left[\ln \left(\frac{d_I + d_M}{d_I} \right) + \frac{d_S + d_I + d_M}{d_S} \ln \left(\frac{d_S + d_I + d_M}{d_I + d_M} \right) - \frac{d_S + d_I}{d_S} \ln \left(\frac{d_S + d_I}{d_I} \right) \right], \quad (4.22)$$

$$\mathcal{R}_2(d_S, d_I, d_M) = c_2 \left[\ln \left(\frac{d_I + d_M}{d_I} \right) - \ln \left(\frac{d_S + d_I + d_M}{d_S + d_I} \right) \right]. \quad (4.23)$$

com $c_1 = 2 - 8/\pi^2 = 1.189$ e $c_2 = 4(\pi^2 - 4)/\pi^3 = 0.757$. Como mostrado na figura 29, esta estimativa fornece uma excelente aproximação para ϵ_{vs} quando o raio do skyrmion é pequeno. Para R_{sk} grande, a aproximação ainda é razoável se $d_I \gtrsim R_{sk}$.

Figura 29 – Limite de alta temperatura da energia de acoplamento skyrmion-vórtice, ϵ_{vs} , como função de d_I para diferentes valores do raio do skyrmion R_{sk} , d_S , e d_M . Os símbolos são calculados numericamente usando as equações 4.12, 4.14, 4.15a (a), e 4.15b (b), e as linhas correspondem à estimativa analítica (Eq. 4.21). Usamos $\xi_s = R_{sk}$ e $M_S = 1.0$ MA/m, $\lambda = 150$ nm e $T = 0.95T_c$.



Fonte: Retirada da Ref. (NETO; SILVA, 2022).

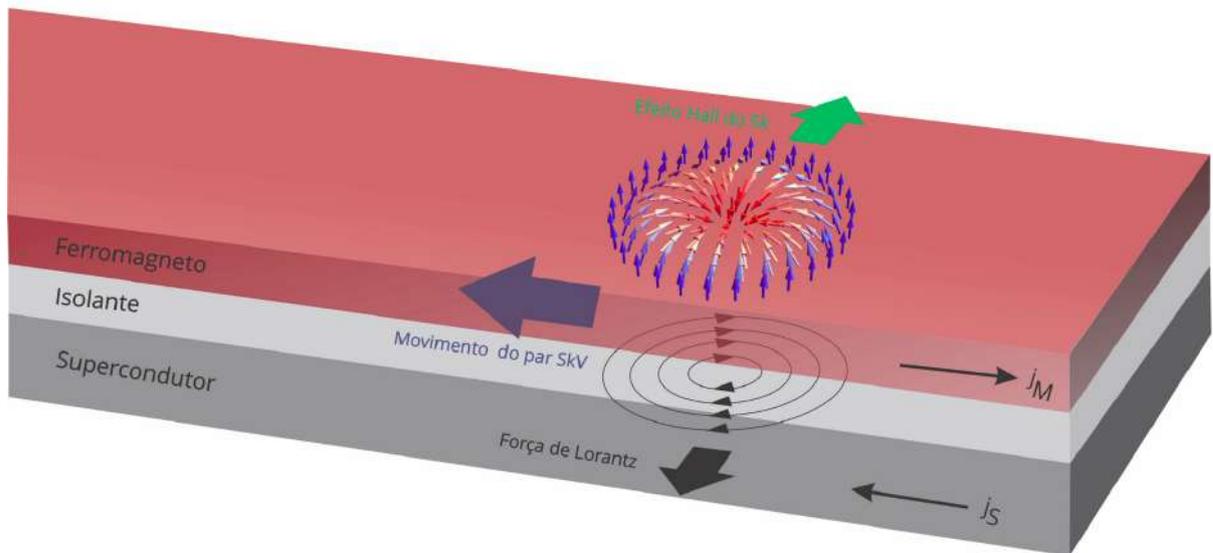
Observe que este cálculo assume que o vórtice está alinhado paralelamente com a polarização do estado ferromagnético de fundo, ou seja, antiparalelo ao skyrmion. Isso dá ϵ_{vs} positivo e, portanto, uma interação skyrmion-vórtice repulsiva. Para o caso em que o vórtice está alinhado com o spin no centro do skyrmion, deve-se multiplicar a equação (4.9a)-(4.21) por -1 , o que leva a um resultado negativo para ϵ_{vs} , ou seja, interação skyrmion-vórtice atrativa.

4.4 DINÂMICA DE UM PAR SKYRMION-VÓRTICE NA PRESENÇA DE UMA CORRENTE SUPERCONDUTORA

Quando a interação atrativa skyrmion-vórtice é forte o suficiente há a formação do par skyrmion-vórtice. Passemos, então, a estudar a dinâmica deste par, aplicando uma densidade de corrente uniforme, \mathbf{j}_S , no filme supercondutor. A Fig. 30 mostra esquematicamente o que

acontece, a corrente induz uma força de Lorentz $\mathbf{F}_L = d_S \phi_0 \mathbf{j}_S \times \hat{z}$, agindo no núcleo do vórtice, por outro lado, o skyrmion também sente uma força de Magnus (efeito Hall do skyrmion), que pode alterar a direção do movimento do par.

Figura 30 – Visão oblíqua da heteroestrutura considerada na Fig. 25. Quando o vórtice está ligado ao skyrmion devido a interação atrativa entre eles, o skyrmion tende a se movimentar junto com o vórtice que sente uma força de Lorentz induzida pela presença de uma corrente elétrica no material supercondutor. Porém, quando o skyrmion entra em movimento, ele experimenta uma força de Magnus, que pode alterar a direção do movimento do par skyrmion-vórtice.



Fonte: O autor (2022).

Por simplicidade, vamos considerar que $\mathbf{F}_L = F_L \hat{x}$. Como o vórtice só interage com o skyrmion e com a supercorrente, a força total agindo sobre ele é $\mathbf{F} = \mathbf{F}_L - \mathbf{F}_{vs}$, onde \mathbf{F}_{vs} é a força de interação skyrmion-vórtice, que pode ser calculada derivando a Eq. (4.11), resultando em

$$\mathbf{F}_{vs} = -\frac{4\epsilon_{vs}\lambda_{vs}^4}{(r^2 + \lambda_{vs}^2)^3} \mathbf{r}. \quad (4.24)$$

A dinâmica do vórtice é dada pela equação de Bardeen-Stephen (veja seção 3.2.6). Assim

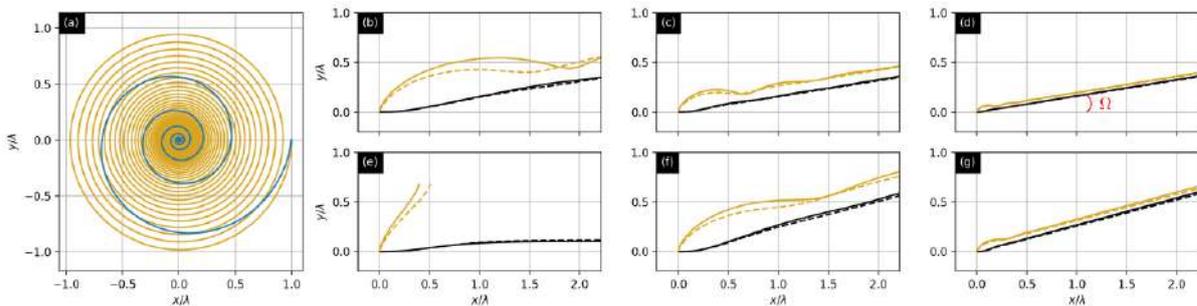
$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{1}{\eta} (F_L - F_{vs}^x) \\ \dot{y} &= -\frac{1}{\eta} F_{vs}^y. \end{aligned} \quad (4.25)$$

onde \dot{x} e \dot{y} são as componentes da velocidade do vórtice, e F_{vs}^x e F_{vs}^y , as componentes de \mathbf{F}_{vs} . A dinâmica do skyrmion, por sua vez, é dada pelas Eqs. (2.55), onde $F_x = F_{vs}^x$ e $F_y = F_{vs}^y$.

Acoplando essas equações podemos simular a dinâmica do par skyrmion-vórtice através de uma abordagem de dinâmica molecular. A Fig. 31 mostra algumas trajetórias do skyrmion e do vórtice, para um setup com, $d_M = 5$ nm, $d_S = 20$ nm e $d_I = 10$ nm. Os parâmetros escolhidos

da dinâmica do skyrmion foram, $M_S = 1 \times 10^6$ MA/m, $R_{sk} = 5$ nm, $\mathcal{G} = -4\pi d_M M_S/\gamma$ e $\mathcal{D} = 4.87\pi d_M M_S/\gamma$. O comprimento de penetração do supercondutor escolhido foi $\lambda = 150$ nm, assim $\epsilon_{vs} \approx 1.533 \times 10^{-20}$ J (4.21). A Fig. 31 (a) mostra as trajetórias do skyrmion em volta de um vórtice que se encontra preso na posição $(0, 0)$, em duas situações: para $\alpha = 0.01$ (linha amarela) e para $\alpha = 0.1$ (linha azul), onde em ambos os casos, a posição inicial do skyrmion é dada por $(\lambda, 0)$. A trajetória do skyrmion é dada por uma espiral, devido à força Magnus (note que α controla a magnitude dessa força e conseqüentemente a forma da espiral). As Figs. 31 (b), (c) e (d) mostram as trajetórias do skyrmion (linha amarela) e do vórtice (linha preta) para o caso em que $\eta = 5\mathcal{D}$ e $F_L = 5F_{sv}^{\max}$, $F_L = 3F_{sv}^{\max}$ e $F_L = F_{sv}^{\max}$, respectivamente, onde $F_{sv}^{\max} = 25\sqrt{5}/54(\epsilon_{sv}/\lambda_{sv})$, é o valor máximo de F_{sv} dado pela Eq. (4.24). Já as Fig. 31 (e), (f) e (g) são para $\eta = 3\mathcal{D}$ e $F_L = 5F_{sv}^{\max}$, $F_L = 3F_{sv}^{\max}$ e $F_L = F_{sv}^{\max}$ respectivamente. Para esses casos as linhas cheias são para $\alpha = 0.01$ e as tracejadas para $\alpha = 0.1$. Note que quanto menor o α maior é a amplitude das oscilações da trajetória do skyrmion.

Figura 31 – Trajetórias do skyrmion e vórtice, obtidas por simulações de dinâmica molecular (os parâmetros utilizados estão descrito no texto). (a) Mostra as trajetórias do skyrmion em volta de um vórtice que se encontra preso na posição $(0, 0)$, para $\alpha = 0.01$ (linha amarela) e para $\alpha = 0.1$ (linha azul), nos dois casos a posição inicial do skyrmion é dada por $(\lambda, 0)$. (b), (c) e (d) Mostram as trajetórias do skyrmion (linha amarela) e do vórtice (linha preta) para o caso em que $\eta = 5\mathcal{D}$ e $F_L = 5F_{sv}^{\max}$, $F_L = 3F_{sv}^{\max}$ e $F_L = F_{sv}^{\max}$ respectivamente. (e), (f) e (g) São para $\eta = 3\mathcal{D}$ e $F_L = 5F_{sv}^{\max}$, $F_L = 3F_{sv}^{\max}$ e $F_L = F_{sv}^{\max}$ respectivamente. Para esses casos as linhas cheias são para $\alpha = 0.01$ e as tracejadas para $\alpha = 0.1$.



Fonte: O autor (2022).

A Fig. 31 (d) indica que há um valor limite para a força de Lorentz, a partir do qual o par skyrmion-vórtice é separado. De fato, é mostrando na Ref. (MENEZES et al., 2019) que essa força é dada por

$$F_L^c = \left(1 + \frac{\eta}{\sqrt{\mathcal{G}^2 + \alpha^2 \mathcal{D}^2}}\right) F_{vs}^{\max} = \frac{25\sqrt{5}}{54} \left(1 + \frac{\eta}{\sqrt{\mathcal{G}^2 + \alpha^2 \mathcal{D}^2}}\right) \frac{\epsilon_{sv}}{\lambda_{sv}}, \quad (4.26)$$

e, conseqüentemente, fornece a corrente crítica de desacoplamento,

$$j_S^c \approx \frac{1.035}{\Phi_0 d_S} \left(1 + \frac{\eta}{\sqrt{\mathcal{G}^2 + \alpha^2 \mathcal{D}^2}}\right) \frac{\epsilon_{sv}}{\lambda_{sv}}. \quad (4.27)$$

Acima desse valor o skyrmion é deixado para trás enquanto o vórtice continua se movendo, como mostra a Fig. 31 (d). Por outro lado, para $F_L < F_L^c$, o skyrmion permanece acoplado ao vórtice, e após um movimento oscilatório transitório, o par atinge um estado estacionário, onde o skyrmion e o vórtice se movem com a mesma velocidade, isto é, $\dot{x}_{sk} = \dot{x}_v = v_x$ e $\dot{y}_{sk} = \dot{y}_v = v_y$, com v_x e v_y constantes. Substituindo isso nas Eqs. (2.54) e (4.25) pode-se calcular o ângulo resultante (direção) do movimento do par skyrmion-vórtice, também chamado de ângulo Hall, em relação à direção x definido por $\Omega \equiv \arctan(v_y/v_x)$ [veja a Fig. 31 (d)]. Para o caso onde a corrente é aplicado apenas no supercondutor, temos (MENEZES et al., 2019)

$$\Omega = \arctan\left(-\frac{\mathcal{G}}{\alpha\mathcal{D} + \eta}\right). \quad (4.28)$$

5 MUITOS SKYRMIONS E MUITOS VÓRTICES

A física de muitos skyrmions e muitos vórtices em um híbrido supercondutor-magnético quiral ainda é mal compreendida. A capacidade de skyrmions para influenciar a dinâmica do vórtice na camada supercondutora foi recentemente corroborada experimentalmente (PALLERMO et al., 2020; PETROVIĆ et al., 2021). No entanto, o impacto do sistema de vórtices no estado magnético da camada magnética quiral permanece desconhecido. Além disso, como é frequente no caso da física de muitos objetos interagentes, a matéria composta de muitos skyrmions e muitos vórtices pode exibir novas propriedades emergentes não encontradas quando o cristal de skyrmions e/ou a estrutura de vórtices são tratadas individualmente. Portanto, é necessário levar em conta o feedback de ambos os subsistemas uns nos outros, de modo a investigar possíveis efeitos coletivos resultantes de sua interação mútua.

Neste capítulo, investigamos as configurações de equilíbrio da matéria composta por skyrmions e vórtices em uma heteroestrutura supercondutora-magnética quiral em função das principais escalas de energia e comprimentos característicos do sistema. Quando o acoplamento skyrmion-vórtice é fraco, ambos vórtices e skyrmions formam arranjos homogêneos, redes quase triangulares como resultado das interações repulsivas vórtice-vórtice e skyrmion-skyrmion. Mostramos que, ao aumentar a energia de acoplamento skyrmion-vórtice, as distribuições homogêneas de skyrmions e vórtices tornam-se instáveis com respeito às flutuações de densidade de um determinado comprimento de onda, independentemente da interação skyrmion-vórtice ser atrativa ou repulsiva. Isso resulta em uma série de fases moduladas por densidade, como aglomerados (clusters), listras (stripes) e bolhas (bubbles), semelhantes aos fenômenos de separação de microfase observados em sistemas de matéria mole (soft matter), como polímeros em bloco (BATES; FREDRICKSON, 2000; KRISHNAMOORTHY; HINDERLING; HEINZELMANN, 2006; ZHUANG; ZHANG; CHARBONNEAU, 2016), suspensões coloidais (STRADNER et al., 2004; OSTERMAN et al., 2007), misturas de água-óleo eletricamente carregadas (TASIOS et al., 2017), e sistemas de modelos com interações não monotônicas (MALESCIO; PELLICANE, 2003; REICHHARDT; REICHHARDT; BISHOP, 2010; ZHAO; MISKO; PEETERS, 2012; VARNEY et al., 2013; KOMENDOVÁ; MILOŠEVIĆ; PEETERS, 2013).

Usando uma análise baseada em teoria de campo médio, derivamos expressões analíticas para a linha onde a separação de fases ocorre em função dos parâmetros materiais, da geometria e da temperatura da heteroestrutura supercondutor-magneto quiral. Para apoiar

ainda mais essa previsão e fornecer uma análise aprofundada das fases skyrmion-vórtice, minimizamos a energia livre total por meio de simulações de dinâmica molecular. Para grandes densidades de vórtices e skyrmions, os resultados numéricos concordam bem com as previsões analíticas do modelo de campo médio e fornecem detalhes adicionais sobre a estrutura das fases não homogêneas. Ao explorar os vários parâmetros materiais do sistema, determinamos um rico diagrama de fases apresentando fases homogêneas cristalinas, bem como as fases não homogêneas de bolhas, listra e aglomerado, listras intercaladas e estruturas compostas de aglomerado e bolhas.

5.1 MODELO

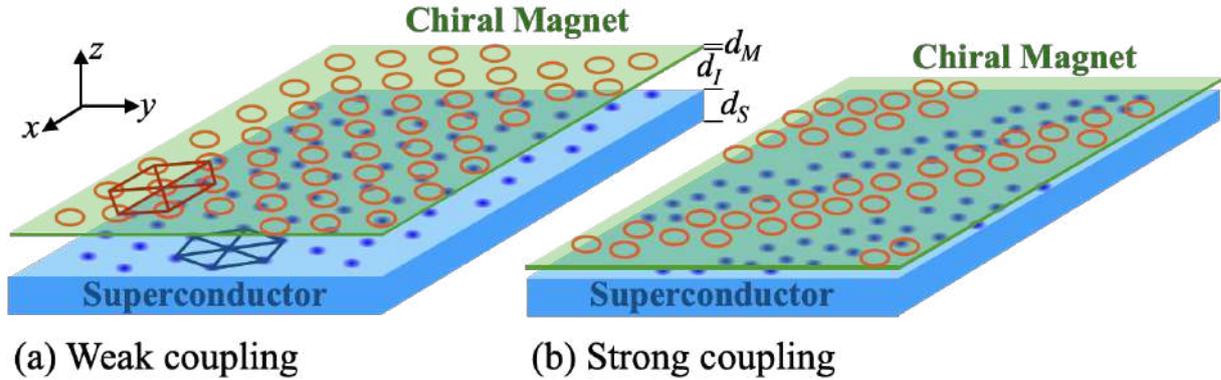
Consideramos um filme fino ferromagnético quiral ou uma multicamada de espessura d_M em cima de um filme supercondutor de espessura d_S , ambos expostos a um campo magnético externo $\mathbf{B} = B\hat{z}$ e separados por uma camada isolante de espessura d_I (veja a Fig. 32). Assumimos que $d_S \ll \lambda$, onde λ é a profundidade de penetração de London do supercondutor, de modo que o número de vórtices é dado essencialmente por $N_v \simeq A_{\text{filme}}B/\Phi_0$, onde A_{filme} é área de superfície do filme. Além disso, assume-se que os skyrmions na camada magnética quiral coexistem com um fundo ferromagnético e $d_M \ll d_S$, de modo a descartar a nucleação de vórtices ou pares vórtice-antivórtice induzidos no supercondutor pela textura magnética (BAUMARD et al., 2019; DAHIR; VOLKOV; EREMIN, 2019). O número N_s de skyrmions na camada magnética quiral pode ser controlado por uma série de técnicas, mesmo para $B = 0$ (ZHANG et al., 2018; DUONG et al., 2019; MEYER et al., 2019; BRANDÃO et al., 2019; GUANG et al., 2020). Portanto, para cobrir uma ampla gama de possibilidades, variamos N_s e N_v independentemente. Assumimos ainda que as distâncias vórtice-vórtice e skyrmion-skyrmion são consideravelmente maiores do que seus respectivos tamanhos de núcleo e que N_s e N_v são conservados, o que é uma boa aproximação para vórtices no limite do filme fino e para skyrmions quando a camada magnética quiral é preparada em uma fase de cristal de skyrmions.

Com as considerações acima, vórtices e skyrmions podem ser tratados como partículas e sua energia livre total pode ser expressa por $\mathcal{F} = \mathcal{F}_0 + \mathcal{F}_{\text{int}}$, onde \mathcal{F}_0 é a auto energia de todos os vórtices e skyrmions. \mathcal{F}_{int} é a superposição de todos os pares de interações, dada por

$$\mathcal{F}_{\text{int}} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{N_v} V_{vv}(r) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{N_s} V_{ss}(r) + \sum_{i=1}^{N_v} \sum_{j=1}^{N_s} V_{vs}(r), \quad (5.1)$$

onde $r = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$, com $\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j$ sendo as projeções das posições dos vórtices ou skyrmions no

Figura 32 – Desenho da geometria do sistema e ilustração de possíveis distribuições de skyrmions (anéis) e vórtices (pontos) em duas situações: (a) acoplamento fraco entre as camadas supercondutora e magnética quiral, onde vórtices e skyrmions formam redes triangulares quase independentes; (b) acoplamento forte (repulsivo), onde o sistema se auto-organiza em uma fase modulada.



Fonte: Ref. (NETO; SILVA, 2022).

plano xy . A interação vórtice-vórtice $V_{vv}(r)$ é modelada pelo potencial de Pearl, que pode ser expresso como (veja a seção 3.2.4),

$$V_{vv}(r) = \epsilon_{vv} \int \frac{d^2k}{2\pi} \frac{e^{ik \cdot r}}{k(k + \Lambda^{-1})}, \quad (5.2)$$

onde $\Lambda = 2\lambda^2/d_S \gg \lambda$ é o comprimento de Pearl, $\epsilon_{vv} = \phi_0^2/\pi\mu_0\Lambda$, $\phi_0 = h/2e$ é o quantum de fluxo e λ é a profundidade de penetração supercondutora. Este é um potencial repulsivo de longo alcance, que para $r \ll \Lambda$ pode ser aproximado por $\epsilon_{vv} \ln(\Lambda/r)$.

A interação skyrmion-skyrmion para distâncias maiores que o raio do skyrmion R_{sk} é tipicamente repulsiva e bem descrita por uma função de Bessel modificada (sessão 2.3.5)

$$V_{ss}(r) = \epsilon_{ss} K_0(r/\xi_s). \quad (5.3)$$

Relembrando o que foi dito na seção 2.3.5, ξ_s é o comprimento de relaxação dos spins fora do núcleo do skyrmion e ϵ_{ss} foi recentemente estimado como $\epsilon_{ss} \sim 60Ad_M(R_{sk}/\xi_s)^4$, com A_{ex} sendo a rigidez de troca.

O acoplamento eletromagnético entre um vórtice e um skyrmion é modelado por (veja seção 4.3.1)

$$V_{vs}(r) = \epsilon_{vs}/(1 + r^2/\lambda_{vs}^2)^2, \quad (5.4)$$

onde ϵ_{vs} pode ser negativo (interação atrativa) ou positivo (interação repulsiva), dependendo se o skyrmion está orientado paralelamente ou antiparalelamente ao vórtice, e $\lambda_{vs} \simeq 0.8\lambda$. Para $d_I = 0$, este potencial também pode representar qualitativamente o efeito spin-orbita induzido pela proximidade das camadas supercondutoras e magnética quiral (HALS; SCHECTER; RUDNER, 2016; BAUMARD et al., 2019).

5.2 ANÁLISE DE ESTABILIDADE DA FASE HOMOGÊNEA

Abordamos o problema da estabilidade do estado fundamental homogêneo usando a teoria clássica do funcional da densidade dentro da aproximação de campo médio. Isto corresponde a expressar a energia livre (5.1) como um funcional das densidades de granulação grossa (coarse-grained) sobre muitos espaçamentos entre vórtices e entre skyrmions:

$$\bar{\mathcal{F}}_{\text{int}}[n_v, n_s] = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' n_\alpha(\mathbf{r}) n_\beta(\mathbf{r}') V_{\alpha\beta}(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (5.5)$$

onde $\alpha, \beta = v, s$ com as restrições $\int d^2\mathbf{r} n_\alpha(\mathbf{r}) = N_\alpha$. As distribuições homogêneas de vórtices e skyrmions, $n_{v0} = N_v/A$ e $n_{s0} = N_s/A$, com N_v (N_s) sendo o número de vórtices (skyrmions), são uma solução trivial da minimização deste funcional. Espera-se que essa abordagem seja precisa quando o espaçamento médio entre partículas da mesma espécie for menor que os comprimentos característicos relevantes das interações, ou seja, quando $a_v \equiv n_v^{-1/2} \lesssim \Lambda, \lambda_{vs}$ e $a_s \equiv n_s^{-1/2} \lesssim \xi_s, \lambda_{vs}$.

Para avaliar a estabilidade do sistema composto em relação às flutuações de densidade em vetores de onda específicos \mathbf{k} , reescrevemos $\bar{\mathcal{F}}_{\text{int}}$ como um funcional no espaço de Fourier:

$$\bar{\mathcal{F}}[\tilde{n}_v, \tilde{n}_s] = \mathcal{F}_0 + \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} \int \frac{d^2\mathbf{k}}{4\pi^2} \tilde{n}_\alpha(-\mathbf{k}) \tilde{n}_\beta(\mathbf{k}) \tilde{V}_{\alpha\beta}(k), \quad (5.6)$$

onde $\tilde{f}(\mathbf{k}) = \int d^2\mathbf{r} f(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$. A estabilidade da fase homogênea requer que a matriz Hessiana de $\bar{\mathcal{F}}_{\text{int}}[\tilde{n}_1(\mathbf{k}), \tilde{n}_2(\mathbf{k})]$, dada por

$$\mathcal{D}_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \frac{\delta^2 \bar{\mathcal{F}}_{\text{int}}}{\delta \tilde{n}_\alpha(-\mathbf{k}) \delta \tilde{n}_\beta(\mathbf{k})} = \tilde{V}_{\alpha\beta}(k), \quad (5.7)$$

seja positiva definida, ou seja, $\det \mathcal{D}_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \tilde{V}_{vv}(k) \tilde{V}_{ss}(k) - \tilde{V}_{vs}(k)^2 > 0$, para todo \mathbf{k} . No entanto, para uma ampla faixa de valores dos parâmetros do sistema, essa condição pode ser violada. De fato, a estabilidade da fase homogênea é quebrada em um único número de onda diferente de zero, k_* , satisfazendo às condições

$$[\det \mathcal{D}_{\alpha\beta}(k)]_* = 0, \quad \left[\frac{d}{dk} \det \mathcal{D}_{\alpha\beta}(k) \right]_* = 0, \quad (5.8)$$

onde o subscrito $*$ significa avaliado em k_* . A primeira equação estabelece uma relação simples entre as escalas de energia no limite de estabilidade,

$$|\epsilon_{vs}| = \gamma_* \sqrt{\epsilon_{vv} \epsilon_{ss}}, \quad (5.9)$$

onde $\gamma_* = \sqrt{\tilde{v}_{\text{vv}}(k_*)\tilde{v}_{\text{ss}}(k_*)}/\tilde{v}_{\text{vs}}(k_*)$ é uma constante adimensional, com $\tilde{v}_{\alpha\beta} \equiv \tilde{V}_{\alpha\beta}/\epsilon_{\alpha\beta}$. Em outras palavras, a quebra da fase homogênea acontece quando $|\epsilon_{\text{vs}}| > \gamma_*\sqrt{\epsilon_{\text{vv}}\epsilon_{\text{ss}}}$, independentemente de a interação skyrmion-vórtice ser atrativa ou repulsiva, desde que exista uma solução diferente de zero para k_* .

A combinação de ambas as condições em (5.8) leva a uma equação implícita relacionando k_* a todas as três escalas de comprimento,

$$\left[\frac{\tilde{v}'_{\text{vv}}}{\tilde{v}_{\text{vv}}} + \frac{\tilde{v}'_{\text{ss}}}{\tilde{v}_{\text{ss}}} - 2 \frac{\tilde{v}'_{\text{vs}}}{\tilde{v}_{\text{vs}}} \right]_* = 0, \quad (5.10)$$

onde o apóstrofo significa derivado em relação a k . Para o modelo específico descrito na seção 5.1,

$$\tilde{v}_{\text{vv}} = \frac{2\pi}{k(k + \Lambda^{-1})}, \quad \tilde{v}_{\text{ss}} = \frac{2\pi}{k^2 + \xi_s^{-2}}, \quad (5.11)$$

$$\tilde{v}_{\text{vs}} = \pi\lambda_{\text{vs}}^3 k K_1(k\lambda_{\text{vs}}), \quad (5.12)$$

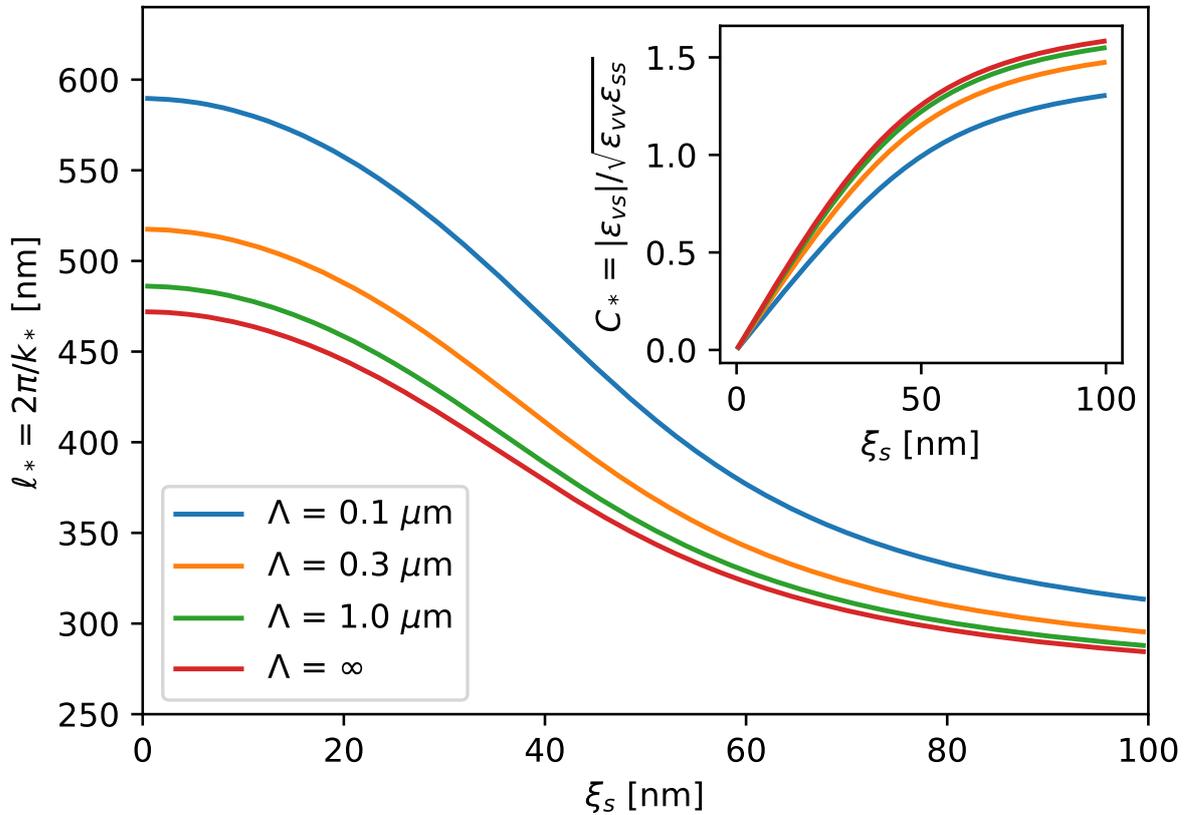
e a equação (5.10) torna-se

$$\frac{2k_* + \Lambda^{-1}}{k_*(k_* + \Lambda^{-1})} + \frac{2k_*}{k_*^2 + \xi_s^{-2}} = 2\lambda_{\text{vs}} \frac{K_0(k_*\lambda_{\text{vs}})}{K_1(k_*\lambda_{\text{vs}})}. \quad (5.13)$$

Observe que o lado esquerdo desta equação diminui monotonicamente em direção a zero, enquanto o lado direito aumenta monotonicamente em direção a $2\lambda_{\text{vs}}$. Portanto, não importa a combinação de valores das escalas de comprimento Λ , ξ_s e λ_{vs} , sempre há uma única solução diferente de zero para k_* . Após o cumprimento da condição (5.9), o estado homogêneo torna-se instável em relação às flutuações de densidade do comprimento de onda $2\pi/k_*$.

A Fig. 33 mostra o comprimento de onda crítico, $\ell_* = 2\pi/k_*$, como função das escalas de comprimento das interações skyrmion-skyrmion (ξ_s) e vórtice-vórtice (Λ). Como discutido antes, ℓ_* fornece uma boa estimativa do comprimento de onda típico das modulações de densidade observadas perto da linha de instabilidade. Aqui fixamos $\lambda_{\text{vs}} = 100$ nm, que é compatível com a profundidade de penetração de filmes supercondutores típicos (algumas dezenas de nanômetros de espessura), como Nb, MoGe e MoSi ($\lambda \sim 100$ – 200 nm). Para esses materiais, $\Lambda = 2\lambda^2/d_S \gtrsim 1$ μm , nesse caso, o comprimento de onda crítico fica próximo à curva para $\Lambda = \infty$. Para multicamadas ferromagnética quirais ultrafinas $\xi_s \sim 5$ – 50 nm. (ROMMING et al., 2015; LI et al., 2019). Neste caso, o comprimento de onda típico é $\ell_* \sim 350$ – 500 nm e o raio crítico, $\gamma_* = |\epsilon_{\text{vs}}|/\sqrt{\epsilon_{\text{vv}}\epsilon_{\text{ss}}} \lesssim 1.0$.

Figura 33 – Comprimento de onda crítico ℓ_* em função do comprimento de relaxação do skyrmion, ξ_s , para diferentes comprimentos de Pearl, Λ , e $\lambda_{vs} = 100$ nm. Inserção: parâmetro crítico da equação. 5.9 como função de ξ_s .



Fonte: Clécio Clemente (2021).

5.3 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Para investigar os estados não homogêneos (estruturas de fases moduladas que veremos mais adiante) e analisar os limites das fases além da aproximação feita na seção 5.2, introduzimos equações de movimento de Langevin acopladas para vórtices e skyrmions:

$$\eta_v \frac{d\mathbf{r}_{vi}}{dt} = -\frac{\delta\mathcal{F}_{\text{int}}}{\delta\mathbf{r}_{vi}} + \gamma_{vi}(t), \quad (5.14)$$

$$(\eta_s + \mathbf{G} \times) \frac{d\mathbf{r}_{si}}{dt} = -\frac{\delta\mathcal{F}_{\text{int}}}{\delta\mathbf{r}_{si}} + \gamma_{si}(t), \quad (5.15)$$

onde η_v é o coeficiente de arrasto viscoso do vórtice e η_s , o do skyrmion, e $\mathbf{G} = G\hat{z}$ é o vetor giromagnético 2.3.4. Os ruídos gaussianos $\gamma_{vi}(t)$ e $\gamma_{si}(t)$ satisfazem

$$\langle \gamma_{\alpha i}^\mu(t) \rangle = 0 \quad (5.16a)$$

e

$$\langle \gamma_{\alpha i}^\mu(t) \gamma_{\alpha j}^\nu(t') \rangle = \Gamma_\alpha \delta_{\mu\nu} \delta_{ij} \delta(t - t'), \quad (5.16b)$$

onde $\mu, \nu = x, y$ e $\alpha = v, s$. No equilíbrio térmico $\Gamma_\alpha = 2\eta_\alpha k_B T$ (TRUGMAN; DONIACH, 1982; LIN et al., 2013).

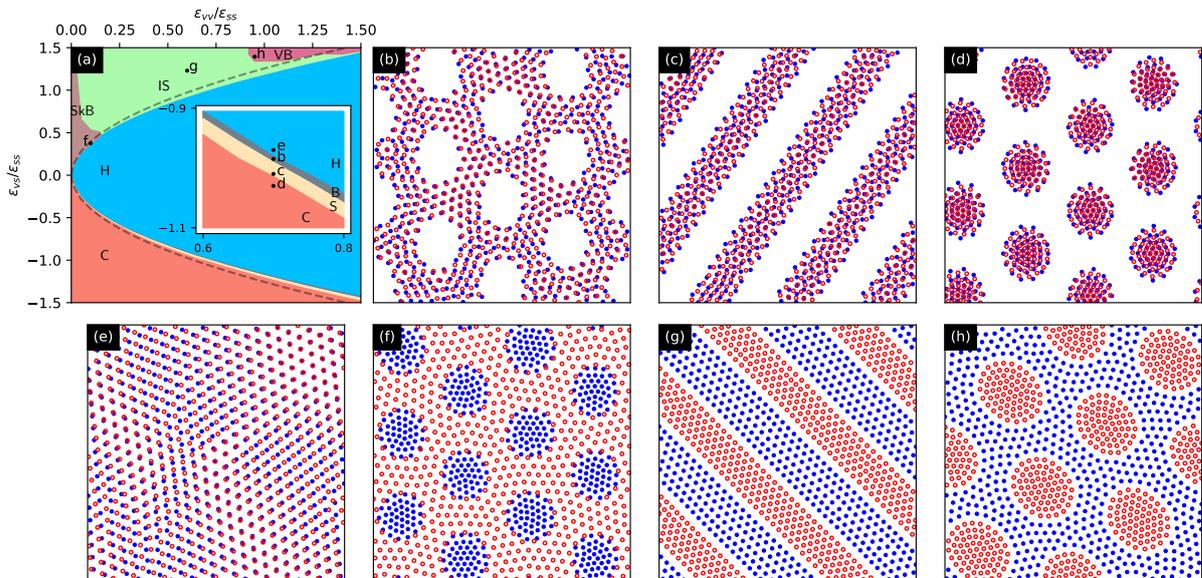
Com o objetivo de minimizar a energia livre total (5.1) para um certo conjunto de parâmetros ($\epsilon_{vv}, \epsilon_{ss}, \epsilon_{vs}, \Lambda, \xi_s, \lambda_{vs}, N_v, N_s, \eta_v, \eta_s$ e G) integramos as equações (5.14) e (5.15) em uma caixa de simulação quadrada de lado L com condições de contorno periódicas utilizando um esquema de recozimento simulado (simulated annealing), onde inicializamos todos os vórtices e skyrmions em posições aleatórias e ajustamos a amplitude do ruído Γ para garantir que tanto os vórtices quanto os skyrmions estejam em um estado fundido. Para isso, usamos o método de Euler-Maruyama (BRÁŃKA; HEYES, 1999) enquanto reduzimos Γ lentamente a zero. O número típico de passos de tempo para um procedimento completo de recozimento em um determinado ponto do espaço de parâmetros é de 5×10^5 . Para acelerar a determinação dos limites de fase, executamos este procedimento de recozimento simulado primeiro em um conjunto esparsos de pontos no plano de parâmetros. Uma vez detectadas duas fases distintas em pontos próximos, realizamos um novo recozimento no ponto médio e identificamos a fase ali. Este esquema de bisseção é então repetido iterativamente (tipicamente 4 a 5 vezes) até que a convergência para uma precisão de três casas decimais seja alcançada.

5.3.1 Dependência com as escalas de energia

Para uma visão geral das fases possíveis, minimizamos a energia livre (5.1) para $N_v = 512$ vórtices e $N_s = 544$ skyrmions, $L = 12\lambda_{vs} = 9.6\lambda$. Também fixamos $\xi_s = 0.5\lambda_{vs}$ e assumimos $\Lambda \gg \lambda_{vs}$, de modo que as interações vórtice-vórtice são essencialmente logarítmicas. Assim, tentamos explorar de forma abrangente o espaço de parâmetros definido por ϵ_{vv} e ϵ_{vs} , tratados como variáveis independentes. O diagrama de fases resultante é mostrado na Fig. 34. Observe que a fronteira da fase homogênea (H) fica próxima à linha de instabilidade teórica [linha tracejada na Fig. 34 (a)] dada pela Eq. (5.9), sendo perfeitamente simétrica em relação ao sinal de ϵ_{vs} .

Dentro deste limite, para $|\epsilon_{vs}|$ pequeno, ambos os vórtices e skyrmions formam redes triangulares homogêneas e levemente distorcidas, como mostra a Fig. 34 (d). Para $|\epsilon_{vs}|$ maiores, a fase homogênea dá lugar a microfases surpreendentemente diversas. Para o acoplamento atrativo entre os vórtices e skyrmions ($\epsilon_{vs} < 0$), observamos uma região estreita de redes de bolhas (bubble) skyrmion-vórtice (B), apresentada na Fig. 34 (b), na vizinhança do limite da fase-H, seguido por listras (stripes) comensuráveis (S) [vide Fig. 34 (c)], e então redes

Figura 34 – Diagrama de fases (a) do sistema composto skyrmion-vórtice para $n_{v0} = 3.55\lambda_{vs}^{-2}$, $n_{s0} = 3.77\lambda_{vs}^{-2}$ e $\xi_s = 0.5\lambda_{vs}$, apresentando a fase homogênea (H) e seis microfases distintas: bolhas (B), listras (S), aglomerados (C), aglomerados de vórtices dentro de bolhas de skyrmions (SkB), listras intercaladas (IS) e bolhas de vórtices preenchidas por aglomerados de skyrmions (VB). A linha tracejada é o limite de estabilidade teórica da fase homogênea calculada a partir das equações. (5.9) e (5.13). Inserção: diagrama de fases ampliado para melhor identificação das fases B e S. (b)-(h) Configurações representativas de vórtices (pontos azuis) e skyrmions (anéis vermelhos) para cada fase conforme indicado em (a).



Fonte: Ref. (NETO; SILVA, 2022).

de aglomerados (cluster) comensuráveis (C), como mostrado n/a Fig. 34 (d), que finalmente dominam a grande região $|\epsilon_{vs}|$ do diagrama de fases. Em contraste, para o acoplamento repulsivo entre os vórtices e skyrmions ($\epsilon_{vs} > 0$), a alternância entre as diferentes microfases é fortemente dependente da razão $\epsilon_{vv}/\epsilon_{ss}$. Para grandes (pequenos) $\epsilon_{vv}/\epsilon_{ss}$, a rede de vórtices (skyrmions) torna-se mais rígida forçando skyrmions (vórtices) a formar aglomerados compactos dentro de bolhas de vórtice (skyrmion) [VB (SkB)], como visto nas Fig. 34 (h,f). Para valores intermediários da razão $\epsilon_{vv}/\epsilon_{ss}$, vórtices e skyrmions chegam a termos e formam listras intercaladas (IS) [vide Fig. 34 (g)].

Observe que $n_{v0} = N_v/L^2 = 3.55\lambda_{vs}^{-2}$ e $n_{s0} = N_s/L^2 = 3.77\lambda_{vs}^{-2} = 0.94\xi_s^{-2}$, tal que a densidade de skyrmion está apenas marginalmente dentro do limite do campo médio. Ainda assim, a transição entre as fases homogênea e não homogênea é seguida de perto pela linha de instabilidade do campo médio (pontilhada), dada pela equação (5.8).

Todas as fases, incluindo aquelas nas proximidades dos limites de fase, podem ser identificadas inequivocamente por inspeção visual das configurações. Em situações onde o sistema está sujeito a desordem, como em experimentos reais, o fator de estrutura $S(\mathbf{k})$ (CHAIKIN;

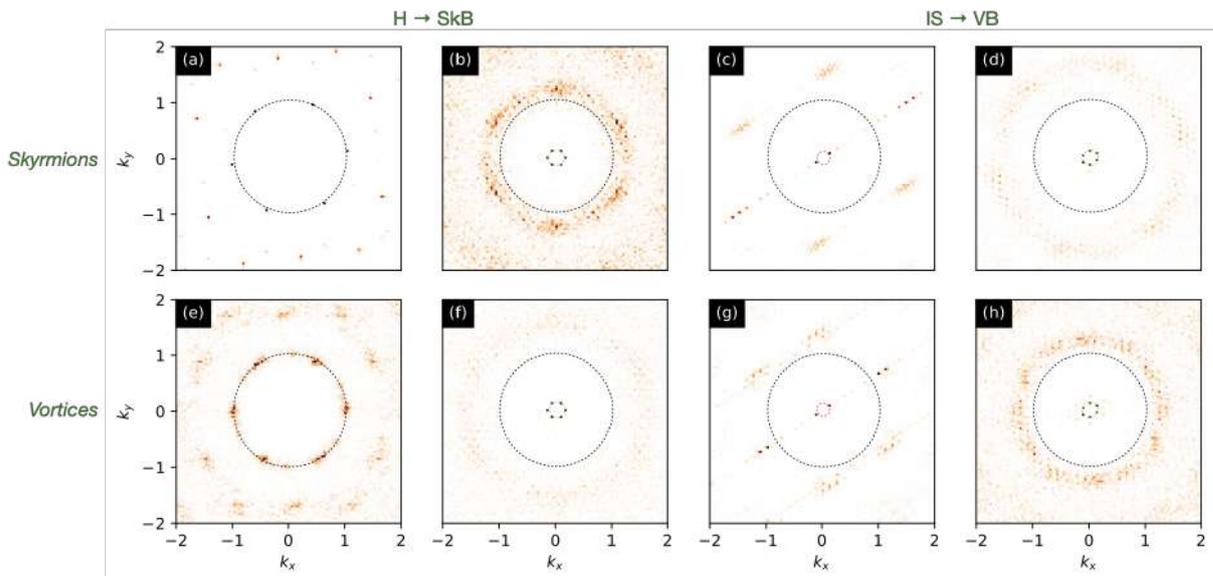
LUBENSKY, 2000) pode ser utilizado como parâmetro de ordem para melhor identificar os diferentes tipos de correlações presentes em cada fase. A Fig. 35 mostra gráficos de densidade do fator de estrutura de vórtices e skyrmions para alguns pontos selecionados do diagrama de fases mostrado na Fig. 34. Observe que os pontos nas fases H Fig.35 (a,e) e SkB Fig. 35 (b,f) foram escolhidos muito próximos um do outro. Mesmo assim, as características de cada fase podem ser claramente distinguidas. O mesmo se aplica aos pontos nas fases IS Fig. 35 (c,g) e VB Fig. 35 (e,h). Por exemplo, ao longo da transição $H \rightarrow \text{SkB}$, os picos de Bragg correspondentes à rede triangular homogênea são essencialmente perdidos e novos picos de Bragg aparecem em vetores da rede recíproca não dos arranjos de partículas individuais, mas da modulação de densidade da mesoescala, que tem uma constante de rede consideravelmente maior. Esses picos de Bragg parecem os mesmos para skyrmions, que formam bolhas na fase SkB, e vórtices, que formam aglomerados. O anel visível nos dados $S(\mathbf{k})$ da fase de bolhas de skyrmions é uma característica distintiva, não claramente presente na fase de aglomerados de vórtices, indicando que os skyrmions estão em um estado líquido levemente comprimido. Comportamento semelhante é observado na fase VB, mas com os papéis de vórtices e skyrmions trocados. Finalmente, a estrutura de listras de vórtices e skyrmions na fase IS são claramente identificadas nos dados $S(\mathbf{k})$ como os pontos de Bragg duplos que aparecem em pequenos valores das constantes recíprocas da rede.

Os dados de $S(\mathbf{k})$ também revelam que as redes de vórtice e skyrmion na fase homogênea podem apresentar diferentes graus de ordem. No exemplo das Fig. 35 (a) e (e), os skyrmions formam uma rede triangular bem ordenada porque, para este conjunto de parâmetros, eles interagem mais fortemente do que os vórtices, que, por serem mais suaves, precisam adaptar suas próprias correlações às do skyrmions, resultando em uma rede mais distorcida.

5.3.2 Dependência com as densidades

Em filmes finos supercondutores, normalmente temos $\lambda > 100$ nm, de modo que a condição $n_{v0} > 1/\lambda^2$ é satisfeita para campos tão baixos quanto $\phi_0/\lambda^2 = 0.2$ mT. Em contraste, skyrmions podem ser encontrados em baixas densidades $n_s \ll 1/\xi_s^2$ sob campos altos ou baixos, dependendo da escolha particular do material magnético quiral e das condições de preparação do estado magnético. Para concentrações tão baixas de skyrmions, espera-se que a aproximação do campo médio falhe. Para verificar isso e determinar as possíveis fases em baixas concentrações de skyrmions, realizamos uma série de simulações para densidades de

Figura 35 – Gráficos de densidade do fator de estrutura $S(k)$ para skyrmions (a)-(d) e vórtices (e)-(h) em quatro pontos do diagrama de fase da figura 2: (a, e) $\epsilon_{vv} = 0.15\epsilon_{ss}$ e $\epsilon_{vs} = 0.456\epsilon_{ss}$ (fase H); (b, f) $\epsilon_{vv} = 0.15$ e $\epsilon_{vs} = 0.457\epsilon_{ss}$ (fase SkB); (c, g) $\epsilon_{vv} = 1.100\epsilon_{ss}$ e $\epsilon_{vs} = 1.348\epsilon_{ss}$ (fase IS); (d, h) $\epsilon_{vv} = 1.100$ e $\epsilon_{vs} = 1.349\epsilon_{ss}$ (fase VB). Os círculos pontilhados são guias para os olhos. Seus raios indicam constantes de rede recíprocas selecionadas $k_1 = \frac{4\pi}{\sqrt{3}a_v}$ (preto), onde a_v é a constante de rede teórica de uma rede de vórtices perfeita, $k_2 = \frac{4\pi}{\sqrt{3}\ell}$ (verde) e $k_3 = \frac{2\pi}{\ell}$ (vermelho), onde ℓ é a periodicidade principal do fase de mesoescala. k_x e k_y estão em unidades de k_1 .



Fonte: Ref. (NETO; SILVA, 2022).

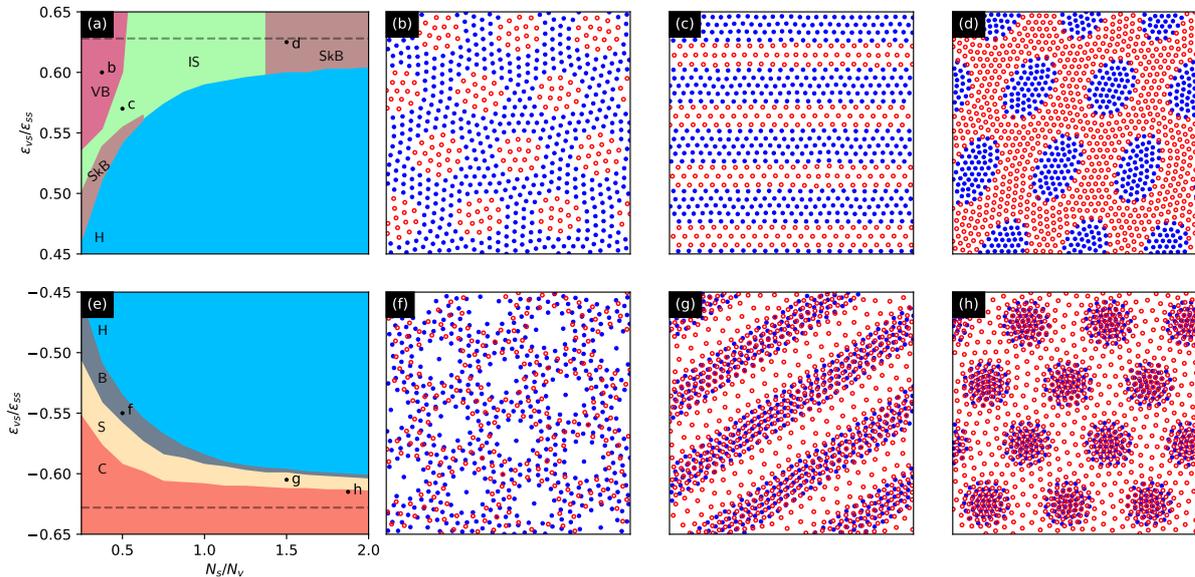
skyrmions variando de $n_{s0} = 7.12\lambda_{vs}^{-2} = 1.76\xi_s^{-2}$ ($N_s = 1024$), até $n_{s0} = 0.89\lambda_{vs}^{-2} = 0.22\xi_s^{-2}$ ($N_s = 128$). Os resultados são mostrados na Fig. 36.

Todas as 7 fases identificadas no diagrama da Fig. 34 também são observadas ao alterar a concentração de skyrmions. Notavelmente, o valor de $|\epsilon_{vs}|$ correspondente ao limite da fase homogênea diminui consideravelmente em baixas concentrações de skyrmions, sugerindo que fases moduladas skyrmion-vórtice são mais fáceis de observar neste caso. Para alta concentração de skyrmions, este limite satura em um valor constante de $|\epsilon_{vs}|$ próximo à linha de estabilidade do campo médio.

5.3.3 Configurações de equilíbrio para caixa de simulação maior

Para identificar possíveis efeitos de tamanho, repetimos o procedimento de recozimento simulado em alguns pontos do diagrama da Fig. 34 (a) para um sistema maior: $L = 24\lambda_{vs}$, $N_v = 2048$ e $N_s = 2176$. Não encontramos nenhuma mudança perceptível nos limites de fase para os diferentes tamanhos de sistema. No entanto, como esperado, a distorção das redes de aglomerados triangulares induzida pelas condições de contorno periódicas é consideravelmente

Figura 36 – (a) e (e) Diagrama de fases do sistema composto skyrmion-vórtice no plano definido pelo acoplamento skyrmion-vórtice ϵ_{vs} e concentração de skyrmions relacionada ao número de vórtices, N_s/N_v , para $\epsilon_{vs} > 0$ (a) e $\epsilon_{vs} < 0$ (b). Os parâmetros fixos são: $\xi_s = 0.5\lambda_{vs}$, $\epsilon_{vv} = 0.25\epsilon_{ss}$, $N_v = 512$ e $L = 12\lambda_{vs}$. (b)-(d) Configurações representativas de todas as fases não homogêneas identificadas são mostradas em (b)-(d), para acoplamento s-v repulsivo e (f)-(h), para acoplamento s-v atrativo. Os rótulos das fases e o esquema de cores são os mesmos da Fig. 34.

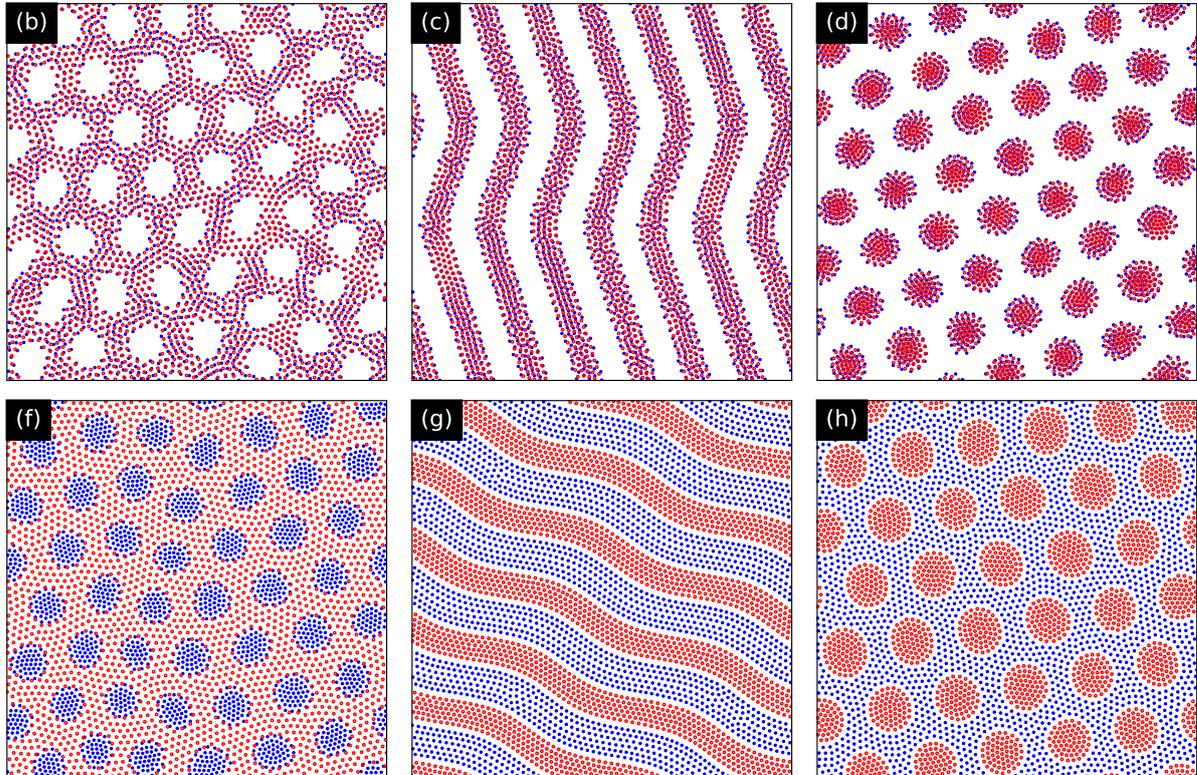


Fonte: Ref. (NETO; SILVA, 2022).

menos pronunciada para o sistema maior. Em particular, repetimos o mesmo procedimento de recozimento nos pontos das Fig. 34 (b)-(d) e (f)-(h) indicados na Fig. 34 (a), mas para o tamanho do sistema maior. Os resultados são mostrados na Fig. 37.

A caixa de simulação $L = 12$ impõe um pequeno conjunto discreto de valores de ℓ , que pode ser entendido da seguinte forma: a orientação de listras retas em uma caixa de simulação quadrada de lado L pode ser determinada por uma simples análise de trigonometria, que fornece $\sin \theta = \ell/(L/n_x)$ e $\cos \theta = \ell/(L/n_y)$, onde n_x (n_y) é o número de listras cortando o eixo x (y) e θ é o ângulo de inclinação da listra em relação a x . Eliminando θ temos $\ell = L/\sqrt{n_x^2 + n_y^2}$. As condições de contorno periódicas forçam n_x e n_y a serem inteiros para qualquer L , impondo assim artificialmente um conjunto discreto de valores para ℓ . Por exemplo, para $L = 12\lambda_{vs}$ e considerando pontos da fase de listras próximos à linha de instabilidade (em que $2.7 \lesssim \ell \lesssim 4.7$ como previsto pela teoria do campo médio), apenas são permitidos 7 valores de ℓ , correspondentes aos pares (n_x, n_y) : (0, 3); (0, 4); (1, 3); (1, 4); (2, 2); (2, 3); (3, 3). A permutação de índices em um par (n_x, n_y) resulta no mesmo valor de ℓ . Os ângulos de inclinação nas Fig. 34 (c) e (g), Fig. 37 (c) e (g) são, respectivamente, 56.3° , 45° , 0.0° e 33.7° , que correspondem a $(n_x, n_y) = (3, 2)$; (2, 2); (0, 4) e (2, 3). Note que na Fig. 34 (c) e na Fig. 37 (g) há o mesmo valor de ℓ .

Figura 37 – Configurações obtidas por recozimento simulado para $N_v = 2048$ e $N_s = 2176$ em uma caixa de simulação de tamanho $L = 24\lambda_{vs}$ nos pontos do diagrama de fases indicado na Fig. 34-(a). Os parâmetros são os mesmos das Figs. 34 (b)-(d) e (f)-(h), exceto pelo tamanho da caixa de simulação.



Fonte: Ref. (NETO; SILVA, 2022).

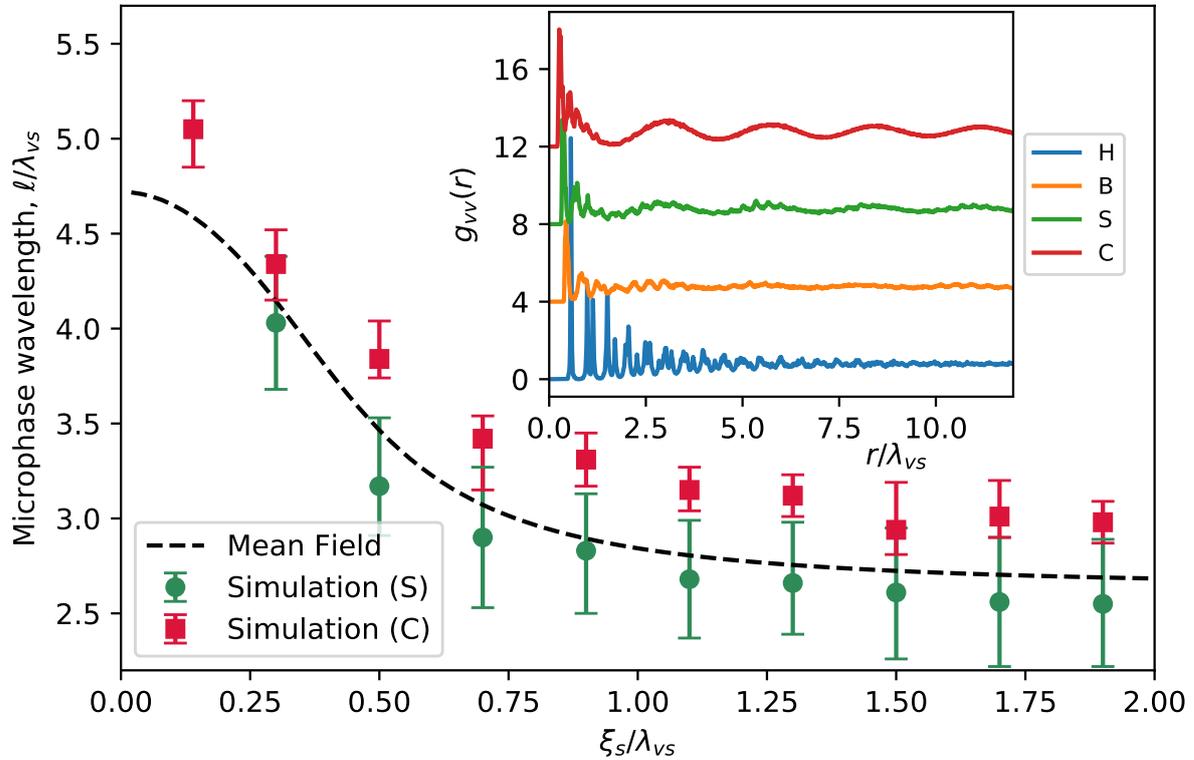
Quando dobramos o tamanho do sistema ($L = 24$), o número de valores possíveis de ℓ no intervalo $2.7 < \ell < 4.7$ aumenta para 22. Além disso, o tamanho maior do sistema também permite à faixa ondulada padrões que não são limitados por valores discretos determinados pelos pares (n_x, n_y) . Isso torna o sistema $L = 24$ muito menos influenciado pelas condições de contorno.

Como veremos na próxima seção, a caixa de simulação ampliada é crucial para uma determinação mais precisa do comprimento de onda ℓ dos padrões de mesoescala.

5.3.4 Dependência com as escalas de comprimento

Ao invés de determinarmos outro diagrama de fases, estudamos a dependência do sistema composto skyrmion-vórtice com as escalas de comprimento, estimando o comprimento de onda das fases moduladas por densidade e comparamos com o resultado de campo médio. Para isso, calculamos a função de correlação radial da distribuição de skyrmions e vórtices,

Figura 38 – Comprimento de onda das fases de listras e aglomerados simuladas para diferentes ξ_s . Aqui, $L = 24\lambda_{vs}$, $N_v = N_s = 2048$, $\epsilon_{vs} = \epsilon_{ss}$ e ϵ_{vv} é escolhido de forma a ficar próximo da linha de instabilidade. A linha tracejada corresponde ao comprimento de onda crítico, $2\pi/k_*$, calculado a partir de Eq. (5.13). Inserção: função de correlação radial vórtice-vórtice $g_{vv}(r)$ das configurações representativas das fases H, B, S e C.



Fonte: Ref. (NETO; SILVA, 2022).

$g_{\alpha\alpha}(r)$, uma quantidade prontamente acessível em, por exemplo, experimentos de difração de nêutrons. Aqui, usamos $g_{vv}(r)$ para uma estimativa precisa do comprimento de onda típico das microfases na vizinhança da linha de instabilidade como função de ξ_s como indicado na Fig. 38, para isso, identificamos o valor de r onde acontece o segundo pico de $g_{vv}(r)$.

Para minimizar os efeitos de tamanho finito, realizamos simulações em uma caixa de simulação de tamanho $L = 24\lambda_{vs}$ para $N_v = N_s = 2048$. Para cada ξ_s , fixamos $\epsilon_{vs} = 1.0\epsilon_{ss}$ e escolhemos ϵ_{vv} de forma a ficar próximo ao limite da fase homogênea. Como visto na Fig. 38, os dados numéricos estão notavelmente próximos do comprimento de onda crítico $\ell_* = 2\pi/k_*$, sugerindo que a estrutura das microfases é determinada precisamente pelo número de onda das flutuações de densidade responsáveis pela quebra da fase homogênea.

5.3.5 Dinâmica de relaxamento e estados metaestáveis

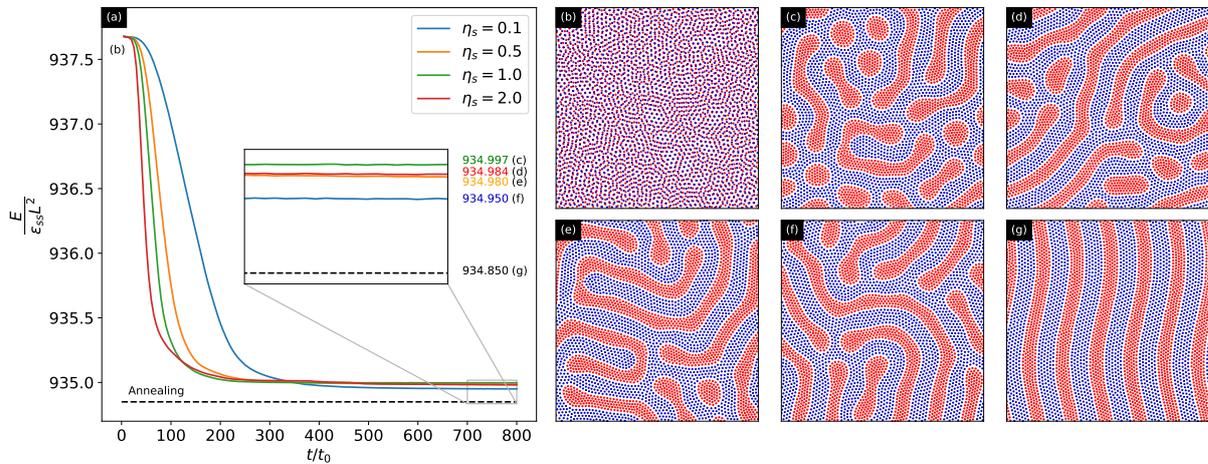
Os diagramas de fase apresentados nas Figs. 34 e 36 foram construídos minimizando a energia livre do sistema seguindo um procedimento de recozimento simulado. A configuração final de energia mínima não depende dos detalhes da dinâmica. No entanto, experimentos típicos são conduzidos em baixas temperaturas, onde as flutuações são insignificantes. Além disso, ao diminuir a temperatura a partir de um valor acima da temperatura crítica supercondutora T_c sob um campo aplicado fixo, os vórtices nucleam logo abaixo de T_c em uma situação em que os skyrmions já estão dispostos em uma rede aproximadamente triangular. Neste caso, o estado final resultante da interação entre os vórtices recém-nascidos e os skyrmions pode ser metaestável e fortemente dependente de detalhes dinâmicos como os coeficientes de viscosidade, η_v e η_s , e a constante giromagnética, G , que aparecem nas equações (5.14) e (5.15). Em particular, G/η_s é uma medida da influência da força Magnus na dinâmica do skyrmion.

Para investigar isso, resolvemos as equações (5.14) e (5.15) para $N_v = 2048$ e $N_s = 2176$ em uma caixa de simulação de tamanho $L = 24\lambda_{vs}$, fixando $G = 4\pi\eta_v$ e quatro valores diferentes de η_s . Também fixamos $\xi_s = 0.5\lambda_{vs}$, $\epsilon_{vs} = 1.2\epsilon_{ss}$ e $\epsilon_{vv} = 0.7\epsilon_{ss}$. Para esses parâmetros, espera-se que o sistema esteja em equilíbrio na fase de listras intercaladas IS (ver Fig. 34).

Para simular um processo de têmpera (quench) acima da temperatura supercondutora em direção à situação alvo representada pelos parâmetros escolhidos, inicializamos os skyrmions como uma rede triangular e os vórtices em posições aleatórias e registramos a evolução temporal subsequente do sistema com os ruídos gaussianos desligados. Os resultados são apresentados na Fig. 39. Nos tempos iniciais ($t \sim t_0 = \eta_v\lambda_{vs}^2/\epsilon_{ss}$), os vórtices rapidamente se organizam em uma rede aproximadamente triangular para todos os η_s investigados, de modo que o sistema skyrmion-vórtice está momentaneamente no estado homogêneo Fig. 39 (b). À medida que o tempo avança, um processo de separação de fases começa e o estado homogêneo decai para diferentes configurações não homogêneas Fig. 39 (c-f), onde o sistema finalmente se acomoda com uma energia consideravelmente menor que a da fase homogênea. Todas essas configurações são metaestáveis: suas energias são ligeiramente superiores às da configuração de equilíbrio obtida pelo recozimento simulado Fig. 39 (g), que corresponde à fase de listras. Observe que o tempo de decaimento é maior para coeficientes de atrito dos skyrmions (η_s) menores. Este resultado contra-intuitivo pode ser explicado da seguinte forma: para η_s baixo, a força Magnus domina a dinâmica, forçando os skyrmions a realizarem trajetórias espirais em vez de retas em direção a mínimos locais (veja a seção 4.4). Isso aumenta o tempo para

que os skyrmions atinjam o equilíbrio local, retardando o relaxamento de todo o sistema. Curiosamente, o balançado produzido pela dinâmica espiralada parece produzir um efeito de recozimento, pois as configurações finais para η_v menores têm, em geral, menor energia em comparação com os outros estados metaestáveis.

Figura 39 – (a) Dependência temporal da energia por unidade de área de um sistema skyrmion-vórtice ($N_v = 2048$, $N_s = 2176$ e $L = 24\lambda_{vs}$) durante o relaxamento de um estado homogêneo (b) para estados metaestáveis de separação de fase (c-f). Os parâmetros foram escolhidos para que a configuração de equilíbrio do sistema esteja na fase de listras intercalada (g). Os valores de energia dos estados finais ($t = 800t_0$) são indicados na região ampliada (inserção) do painel (a) e comparados com a energia da configuração de equilíbrio (recozida) (linha horizontal tracejada).



Fonte: Ref. (NETO; SILVA, 2022).

5.4 ACESSIBILIDADE EXPERIMENTAL

Para avaliar a acessibilidade experimental das microfases skyrmion-vórtice é necessário determinar a dependência da temperatura das diversas grandezas envolvidas. Para ser específico, consideramos sistemas compostos por um filme supercondutor de baixo T_c e uma multicamada magnética quiral com temperatura de Curie $T_C \gg T_c$. Neste caso, a temperatura de operação satisfaz $T < T_c \ll T_C$, caso em que ξ_s e ϵ_{ss} são essencialmente constantes (TOMASELLO et al., 2018). Em contraste, λ , ϵ_{vv} e ϵ_{vs} (veja seção 4.3.1) são fortemente dependentes da temperatura. Em particular, próximo à temperatura crítica supercondutora, T_c , ϵ_{vv} , $\epsilon_{vs} \sim 1/\lambda^2(T)$ e assim $\gamma^2 = \epsilon_{vs}^2/(\epsilon_{vv}\epsilon_{ss}) \sim 1/\lambda^2(T)$. Neste limite, tem-se também $\Lambda(T) \gg \lambda_{vs}(T) \gg \xi_s$ e a Eq. (5.13) pode ser consideravelmente simplificada levando a $\gamma_*^2 \simeq 15.76 \xi_s^2/\lambda^2(T)$. Portanto, para T próximo de T_c , γ e γ_* têm a mesma dependência de temperatura e a condição para a

microfase skyrmion-vórtice é reduzida para $\gamma_*^2(0) < \gamma^2(0)$ ou:

$$15.76 \frac{\xi_s^2}{\lambda^2(0)} < \frac{\epsilon_{vs}^2(0)}{\epsilon_{vv}(0)\epsilon_{ss}} \sim \frac{\pi}{15} \frac{\xi_s^4 (d_S \mathcal{R}_1 + R_{sk} \mathcal{R}_2)^2}{\ell_{ex}^2 \lambda^2(0) d_M d_S}, \quad (5.17)$$

O lado direito é uma estimativa aproximada de $\gamma^2(0)$ para raio de skyrmions pequeno, que foi calculado substituindo a Eq. (4.21) em $\gamma^2 = \epsilon_{vs}^2 / (\epsilon_{vv} \epsilon_{ss})$, usando $\epsilon_{vv} = \phi_0^2 d_S / (2\pi \mu_0 \lambda^2)$ e $\epsilon_{ss} = 60 d_M R_{sk}^4 / \xi_s^4$, onde $\ell_{ex} = \sqrt{2A / \mu_0 M_s^2}$ é o comprimento de troca da camada magnética quiral, com M_s sendo a magnetização de saturação.

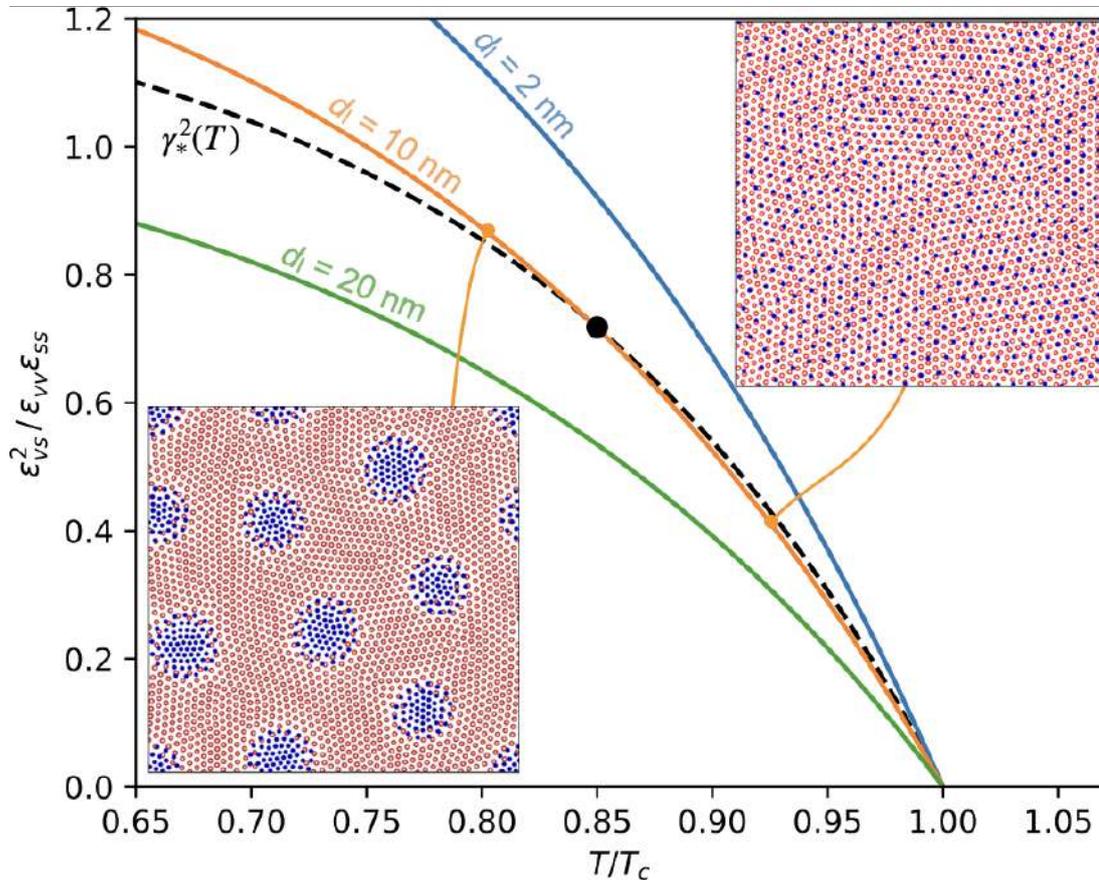
Observe que, embora a Eq. (4.21) forneça uma excelente aproximação para pequenos skyrmions, a precisão da (5.17) é limitada pela precisão da fórmula para ϵ_{ss} . Uma vez que esta fórmula só tem precisão de uma ordem de magnitude (CAPIC; GARANIN; CHUDNOVSKY, 2020), nossa estimativa para γ^2 deve ser tomada como uma aproximação de uma ordem de magnitude, mesmo para pequenos skyrmions. No entanto, ele pode ser ajustado imediatamente assim que uma expressão mais precisa para ϵ_{ss} estiver disponível.

Fora do limite $T \rightarrow T_c$, a escala $\gamma, \gamma_* \sim \lambda^{-2}$ não é mais válida e a dependência da temperatura de cada uma dessas quantidades deve ser determinada numericamente (veja a Fig. 29). Isso levanta a possibilidade de uma transição de fase entre as fases homogênea e modulada na temperatura T_* , com $0 < T_* < T_c$, satisfazendo $\gamma(T) = \gamma_*(T)$.

Para um exemplo concreto, consideramos três heteroestruturas supercondutora-magneto quiral idênticas entre si, exceto pela espessura de sua camada isolante: $d_I = 2.10$ e 20 nm. Para a camada supercondutora, tomamos $d_S = 20$ nm e $\lambda(T) = \lambda(0) / \sqrt{1 - (T/T_c)^4}$, com $\lambda(0) = 150$ nm. Para a camada magnética quiral escolhemos $d_M = 10$ nm, $R_{sk} = 40$ nm, $\xi_s = 50$ nm, $A = 10.45$ pJ/m e $M_s = 1.0$ MA/m, típico de multicamadas magnéticas quirais (PALERMO et al., 2020; PETROVIĆ et al., 2021). Isso equivale a $\epsilon_{vv}(0) = 0.482$ aJ (attojoule) e $\epsilon_{ss} = 2.57$ aJ. A constante de acoplamento skyrmion-vórtice ϵ_{vs} foi calculada em função da temperatura para cada d_I . Observe que a magnetização limite estimada para pares vórtice-antivórtice induzidos por skyrmions na camada supercondutora é (DAHIR; VOLKOV; EREMIN, 2019) $M_{th} = \phi_0 \ln(\Lambda/2\xi) / (0.86\pi^2 \mu_0 d_M R_{sk}) = 2.63$ MA/m $> M_s$, para $T = 0$, $d_I = 0$, e assumindo $\xi(0) = 5$ nm para o comprimento de coerência supercondutora. Portanto, os pares vórtice-antivórtice induzidos pelos skyrmions podem ser descartados neste exemplo. Na Fig. 40, traçamos a razão $\gamma^2 = \epsilon_{vs}^2 / (\epsilon_{vv} \epsilon_{ss})$ como uma função da temperatura reduzida T/T_c para todas as três amostras e a linha de instabilidade $\gamma_*^2(T)$.

Para pequenos d_I , a fase homogênea é instável assim que o filme supercondutor entra no estado supercondutor, enquanto que para grandes d_I , a fase homogênea é estável em toda

Figura 40 – Dependência de temperatura de $\gamma^2 = \epsilon_{vs}^2 / \epsilon_{vw} \epsilon_{ss}$ calculada para uma tricamada supercondutor-isolante-ferromagneto considerando três valores diferentes de d_I . Também é mostrada a linha de instabilidade $\gamma_*^2(T)$ (linha tracejada). Quando $\gamma > \gamma_*$ a fase homogênea decai para uma microfase. As inserções são configurações skyrmion-vórtice para $d_I = 10$ nm em $T_1 = 0.80T_c$ e $T_2 = 0.925T_c$.



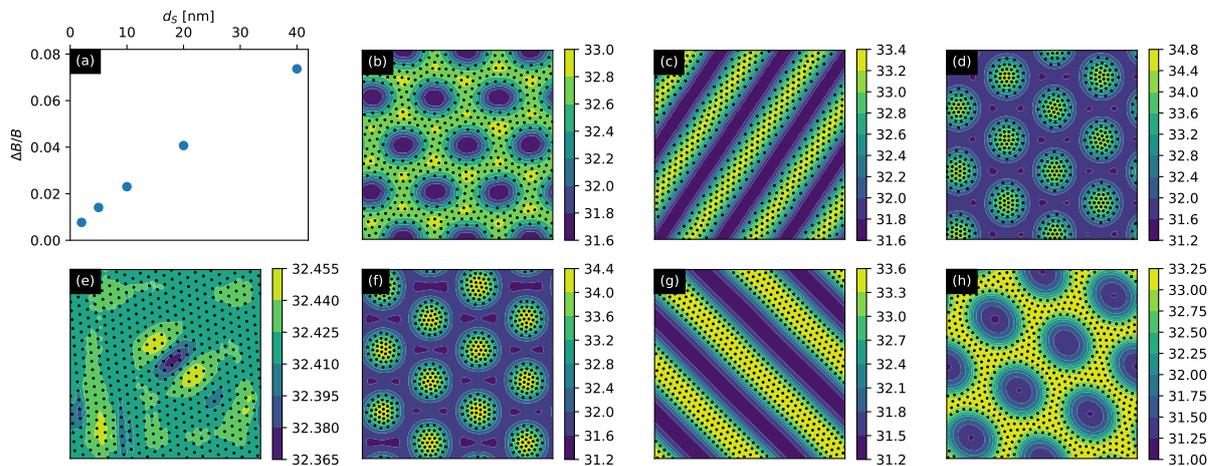
Fonte: Ref. (NETO; SILVA, 2022).

a faixa de temperatura do estado supercondutor. Curiosamente, para o caso intermediário, $d_I = 10$ nm, $\gamma(T)$ cruza a linha crítica em $T_* = 0.85T_c$: o sistema é homogêneo em altas temperaturas, mas se decompõe em uma fase modulada em $T < T_*$. Apoiamos estes resultados com simulações numéricas de $N_v = 512$ e $N_s = 2048$ em uma caixa de simulação quadrada de tamanho $L = 2.0 \mu\text{m}$, correspondendo assim a um campo magnético externo $B = 265$ mT. Para todos os três valores de d_I , simulamos processos de resfriamento de campo do estado normal até as temperaturas alvo $T_1 = 0.80T_c$ e $T_2 = 0.925T_c$ inicializando primeiro os skyrmions como uma rede triangular (previamente recozido na ausência de vórtices) e colocando os vórtices em posições aleatórias. A partir deste ponto, o sistema binário pode relaxar em direção a um estado estacionário na temperatura alvo. As configurações estacionárias de skyrmion-vórtice obtidas foram moduladas em T_1 e T_2 para $d_I = 2$ nm, moduladas em T_1 e homogêneas em T_2 para $d_I = 10$ nm, e homogêneas em ambas as temperaturas para $d_I = 20$ nm, portanto em excelente concordância com a previsão de campo médio.

5.5 VALIDADE E LIMITAÇÕES DO MODELO DE PARTÍCULA PONTUAL

Os vórtices podem ser tratados como partículas pontuais dentro da chamada aproximação de London, válida quando as distâncias entre os vórtices são grandes em comparação com o comprimento de coerência ξ , que é uma medida do raio do núcleo do vórtice. Uma aproximação semelhante também se aplica a skyrmions, quando sua separação mútua é grande em comparação com o raio de skyrmion R_{sk} . No entanto, em contraste com os vórtices, os skyrmions são altamente sensíveis à densidade de fluxo local. Eles podem encolher e eventualmente colapsar quando expostos a uma alta densidade de fluxo. Por outro lado, em campos baixos, eles podem aumentar de tamanho e eventualmente se fundir em espirais. Portanto, é importante verificar a possibilidade de que o processo de separação de fases previsto em nosso trabalho não conserve o número total de skyrmions e/ou seja acompanhado por mudanças drásticas na morfologia dos skyrmions, o que invalidaria assim nossa abordagem.

Figura 41 – (a) Amplitude relativa da modulação da textura de fluxo magnético induzida pela configuração de vórtice da Fig. 34-(g) calculada na superfície do filme supercondutor assumindo diferentes valores da espessura do filme d_S variando de 2 a 40 nm. (b)-(h) Gráficos de contorno dos perfis de campo magnético [em unidades de $\phi_0/(2\pi\lambda^2)$] induzidos pelas configurações de vórtice mostradas nas Figs. 34 (b)-(g) (aqui representado pelos pontos pretos) a uma altura de 15 nm da superfície do filme supercondutor. Aqui assumimos $d_S = 20$ nm.



Fonte: Ref. (NETO; SILVA, 2022).

Na Fig. 41, apresentamos o perfil de campo $B_z(x, y, z_0)$ induzido pelas distribuições de vórtices da Fig. 34. Os perfis foram calculados a uma altura $z_0 = 15$ nm da superfície do filme supercondutor usando a equação (4.9) e assumindo $d_S = 20$ nm. Eles revelam que a densidade de fluxo apenas oscila em torno do valor médio [$\langle B_z \rangle = 32.4\phi_0/(2\pi\lambda^2)$] com uma amplitude relativa tipicamente menor que 5%. Para uma altura $z_0 = 0$, a amplitude máxima aumenta para 7%. Esta suavidade da distribuição de fluxo induzida pelos padrões de vórtices

modulados é resultado da natureza de longo alcance dos campos dispersos que emergem dos vórtices e da pequena escala de comprimento (mesoscópica) das modulações de densidade. Pode ser inferior a 1% para filmes supercondutores ultrafinos, conforme mostrado na Fig. 41 (a). Neste caso, se a camada isolante for removida, o acoplamento spin-orbita entre a camada supercondutora e magnética quiral pode dominar a interação skyrmion-vórtice, abrindo uma perspectiva interessante para a realização de interação skyrmion-vórtice atrativa mesmo com o campo externo alinhado com o magnetização de fundo do magneto quiral. Tal situação seria uma extensão de muitos vórtices - muitos skyrmion da estrutura skyrmion-vórtice estudada em (HALS; SCHECTER; RUDNER, 2016) e pode ser interessante para aplicações de computação quântica.

Para abordar a questão se texturas de campo magnético semelhantes às obtidas em nossas simulações podem induzir mudanças significativas na morfologia dos skyrmions, realizamos simulações micromagnéticas de um filme magnético quiral submetido a um campo magnético estático não uniforme, modelado como

$$B_z(x) = B + \Delta B \sin\left(\frac{2\pi x}{\ell}\right), \quad (5.18)$$

imitando assim o perfil de campo induzido pela distribuição de vórtices. As simulações realizadas para o campo homogêneo $\mathbf{B} = B\hat{z}$ revelaram as três fases usuais: a fase espiral, para $B < 0.2$ T, cristal skyrmion, para 0.2 T $< B < 0.7$ T, e o estado ferromagnético totalmente polarizado para $B > 0.7$ T.

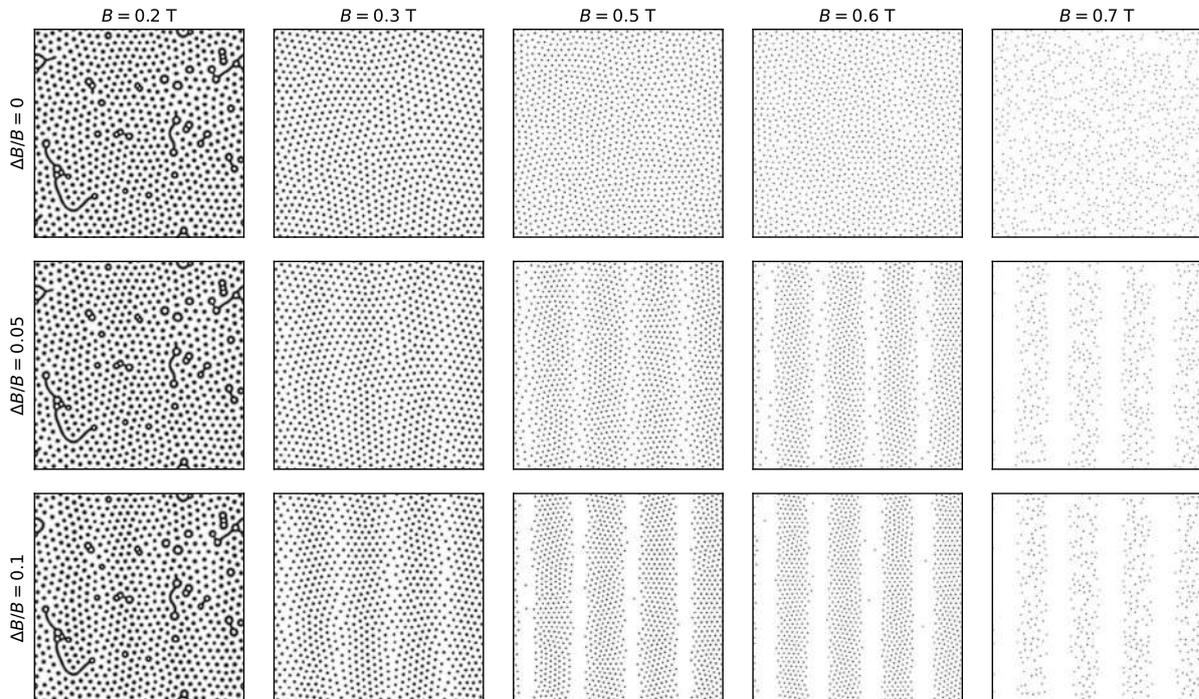
As configurações mostradas na Fig. 42 para vários valores de B e ΔB revelam que, na fase de cristal de skyrmion, o principal efeito da heterogeneidade adicionada é deslocar skyrmions de regiões de maior para menor densidade de fluxo local, preservando o número total de skyrmions, semelhante às nossas simulações de dinâmica molecular. No entanto, para $B = 0,7$ T (ou seja, nas proximidades da fase ferromagnética), onde os skyrmions são encontrados em uma distribuição desordenada esparsa, a falta de homogeneidade induz o colapso dos skyrmions nas regiões de maior campo magnético local, enquanto aqueles nas regiões de campo inferior permanecem congelados, mas com um tamanho um pouco maior.

Também calculamos a carga topológica total do magneto,

$$Q = \frac{1}{4\pi} \int \hat{\mathbf{n}} \cdot (\partial_x \hat{\mathbf{n}} \times \partial_y \hat{\mathbf{n}}) dx dy \quad (5.19)$$

em função da amplitude relativa da não homogeneidade para vários valores de B (Fig. 43). Na fase skyrmion, $|Q|$ é uma medida do número de skyrmions, N_s , do sistema. Para $0.2 <$

Figura 42 – Gráficos de contorno da magnetização fora do plano (m_z) de um filme magnético quiral submetido a campos magnéticos uniformes (linha superior) e não uniformes (linhas intermediária e inferior). As simulações micromagnéticas foram realizadas em uma caixa quadrada de tamanho lateral $L = 1.44 \mu\text{m}$ com condições de contorno periódicas usando o pacote MuMax3 (VANSTEENKISTE et al., 2014). O período de modulação de campo escolhido foi $\ell = 360 \text{ nm}$. Os parâmetros magnéticos são: magnetização de saturação $M_s = 1.0 \text{ MA/m}$, rigidez de troca $A = 10.45 \text{ pJ/m}$, DMI $D = 3 \text{ mJ/m}^2$ e anisotropia efetiva $K_{eff} = 0.09 \text{ MJ/m}^3$.

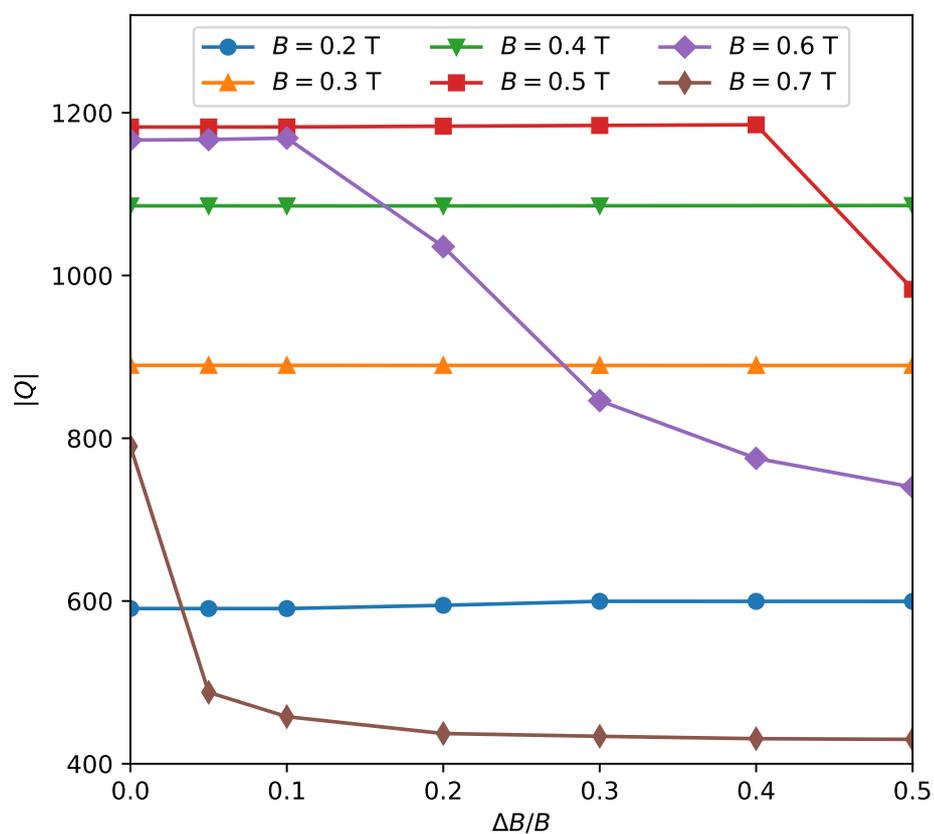


Fonte: Ref. (NETO; SILVA, 2022).

$B \leq 0.6$, ou seja, na fase de cristal de skyrmion, $|Q|$ é essencialmente constante para $\Delta B/B$ pequeno, enquanto que para $B = 0.7 \text{ T}$ uma mudança drástica no número de skyrmions foi observado para pequenos valores de ΔB .

Esses resultados atestam a validade de nossa abordagem de partículas pontuais para o caso em que o magneto quiral está dentro da fase cristalina de skyrmion. Fora desta região, nosso modelo não se aplica, pois, em campo baixo, o sistema se torna instável com relação à formação de espirais (como os “vermes” e laços vistos na primeira coluna da Fig. 42) enquanto em campos altos ($B \geq 0.7 \text{ T}$) o número de skyrmions isolados não é conservado. A conservação do número de skyrmion no processo de separação de fases é particularmente crucial para o nosso modelo, uma vez que nossas simulações foram realizadas para N_v e N_s constantes. A conservação do número de vórtices, N_v , é garantida pela quantização do fluxo dentro da área de simulação, que se supõe estar exposta a um campo macroscópico constante.

Figura 43 – Carga topológica total do filme magnético da Fig. 42 em função da amplitude relativa das modulações espaciais do campo magnético externo. Em nossas simulações de dinâmica molecular, os valores típicos de $\Delta B/B$ são menores que 0.1.



Fonte: Ref. (NETO; SILVA, 2022).

6 CONCLUSÃO

Em conclusão, mostramos os efeitos do campo magnético gerado por um vórtice, em um filme supercondutor, sobre uma camada fina ferromagnética e no skyrmion nela presente, além de mostrar que a aproximação de monopolo para o campo do vórtice é falha. Mesmo para filmes supercondutores espessos, foi possível deduzir uma expressão analítica para a energia de interação skyrmion-vórtice. Utilizando como base essa expressão, determinamos a dependência da energia de acoplamento com a temperatura, estimando o seu valor no limite de altas temperaturas. Através de simulações de dinâmica molecular estudamos a dinâmica do par skyrmion-vórtice mostrando algumas trajetórias do skyrmion e do vórtice para diferentes valores dos parâmetros dinâmicos e deduzimos o valor mínimo de corrente capaz de desacoplar o par.

Ao estudar um sistema composto por muitos skyrmions e muitos vórtices, demonstramos que tal sistema pode exibir fases emergentes moduladas por densidade quando o acoplamento entre o supercondutor e o ferromagneto é forte o suficiente. Realizando simulações de dinâmica molecular foi possível construir diagramas de fases, mostrando as dependências do sistema com as escalas de energia e com as densidades de skyrmions e vórtices. Também foi estudado a dependência do sistema com as escalas de comprimento, estimando o comprimento de onda das fases moduladas. Mostramos que, para densidades de skyrmions e vórtices moderadas a altas, as simulações numéricas estão em excelente acordo com os resultados analíticos para o limite de instabilidade da fase homogênea e comprimento de onda das modulações, calculados a partir de um modelo de campo médio. Também derivamos uma desigualdade aproximada que permite ajustar os parâmetros materiais e geométricos para a observação das mesofases. Em particular, para separações intermediárias entre o supercondutor e o magneto quiral, é possível alternar entre as configurações homogênea e moduladas variando a temperatura do sistema.

Essas descobertas fornecem novos insights sobre sistemas compostos por skyrmions e vórtices que podem ser úteis para futuras aplicações de spintrônica e computação quântica, em particular na manipulação de skyrmions através de vórtices e/ou vice-versa, além de lançar luz sobre o problema geral da formação de padrões em misturas binárias.

Em futuros trabalhos, esperamos explorar os efeitos de uma corrente, seja uma supercorrente aplicada no filme supercondutor ou uma corrente polarizada de spin no material mag-

nético, a fim de realizar um estudo detalhada da dinâmica do sistema composto por muitos skyrmions e muitos vórtices.

REFERÊNCIAS

- ABERT, C. W. *Discrete Mathematical Concepts in Micromagnetic Computations*. Tese (Doutorado) — Staats-und Universitätsbibliothek Hamburg Carl von Ossietzky, 2013.
- ABRIKOSOV, A. A. Magnetic properties of superconductors of the second group. *Sov. Phys. - JETP (Engl. Transl.); (United States)*, v. 5:6, 1 1957. Disponível em: <<https://www.osti.gov/biblio/7155233>>.
- ALIDOUST, M.; HALTERMAN, K. Proximity induced vortices and long-range triplet supercurrents in ferromagnetic josephson junctions and spin valves. *Journal of Applied Physics*, AIP Publishing, v. 117, n. 12, p. 123906, 2015.
- AMPÈRE, A. M. *Annales de chimie et de physique* 15, 59. 1820.
- ANDRIYAKHINA, E. S.; BURMISTROV, I. S. Interaction of a néel-type skyrmion with a superconducting vortex. *Phys. Rev. B*, American Physical Society, v. 103, p. 174519, May 2021. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.103.174519>>.
- ARAGO, D. F. J. *Annales de chimie et de physique* 15, 93. 1820.
- BARDEEN, J.; COOPER, L. N.; SCHRIEFFER, J. R. Theory of superconductivity. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 108, p. 1175–1204, Dec 1957. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.108.1175>>.
- BARDEEN, J.; STEPHEN, M. J. Theory of the motion of vortices in superconductors. *Physical Review*, APS, v. 140, n. 4A, p. A1197, 1965.
- BATES, F. S.; FREDRICKSON, G. H. Block copolymers-designer soft materials. *Physics today*, v. 52, 2000.
- BAUMARD, J.; CAYSSOL, J.; BERGERET, F. S.; BUZDIN, A. Generation of a superconducting vortex via néel skyrmions. *Phys. Rev. B*, American Physical Society, v. 99, p. 014511, Jan 2019. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.99.014511>>.
- BERGER, L. Emission of spin waves by a magnetic multilayer traversed by a current. *Physical Review B*, American Physical Society (APS), v. 54, n. 13, p. 9353–9358, out. 1996. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/physrevb.54.9353>>.
- BERGERET, F. S.; VOLKOV, A. F.; EFETOV, K. B. Odd triplet superconductivity and related phenomena in superconductor-ferromagnet structures. *Reviews of Modern Physics*, APS, v. 77, n. 4, p. 1321, 2005.
- BJÖRNSON, K.; BLACK-SCHAFFER, A. M. Skyrmion spin texture in ferromagnetic semiconductor–superconductor heterostructures. *Physical Review B*, APS, v. 89, n. 13, p. 134518, 2014.
- BLAMIRE, M. G.; ROBINSON, J. W. A. The interface between superconductivity and magnetism: understanding and device prospects. *Journal of Physics: Condensed Matter*, IOP Publishing, v. 26, n. 45, p. 453201, 2014.

BLUNDELL, S. *Magnetism in Condensed Matter*. London, England: Oxford University Press, 2001. (Oxford Master Series in Condensed Matter Physics).

BRANDÃO, J.; DUGATO, D.; SEEGER, R.; DENARDIN, J.; MORI, T.; CEZAR, J. Observation of magnetic skyrmions in unpatterned symmetric multilayers at room temperature and zero magnetic field. *Scientific reports*, Nature Publishing Group, v. 9, n. 1, p. 1–7, 2019.

BRAŃKA, A. C.; HEYES, D. M. Algorithms for brownian dynamics computer simulations: Multivariable case. *Physical Review E*, American Physical Society (APS), v. 60, n. 2, p. 2381–2387, ago. 1999. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/physreve.60.2381>>.

BRAUN, H.-B. Topological effects in nanomagnetism: from superparamagnetism to chiral quantum solitons. *Advances in Physics*, Informa UK Limited, v. 61, n. 1, p. 1–116, feb 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080%2F00018732.2012.663070>>.

BREARTON, R.; LAAN, G. van der; HESJEDAL, T. Magnetic skyrmion interactions in the micromagnetic framework. *Phys. Rev. B*, American Physical Society, v. 101, p. 134422, Apr 2020. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.101.134422>>.

BUZDIN, A. I. Proximity effects in superconductor-ferromagnet heterostructures. *Reviews of Modern Physics*, APS, v. 77, n. 3, p. 935, 2005.

CAPIC, D.; GARANIN, D. A.; CHUDNOVSKY, E. M. Skyrmion–skyrmion interaction in a magnetic film. *Journal of Physics: Condensed Matter*, IOP Publishing, v. 32, n. 41, p. 415803, jul 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/1361-648x/ab9bc8>>.

CARNEIRO, G. *TÓPICOS DA TEORIA DE VÓRTICES EM SUPERCONDUTORES TIPO-II*. [S.l.: s.n.], 1996.

CARNEIRO, G.; BRANDT, E. H. Vortex lines in films: fields and interactions. *Physical Review B*, APS, v. 61, n. 9, p. 6370, 2000.

CHAIKIN, P.; LUBENSKY, T. *Principles of Condensed Matter Physics*. Cambridge University Press, 2000. ISBN 9780521794503. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=P9YjNjzr9OIC>>.

CHANG, C.-Z.; ZHANG, J.; FENG, X.; SHEN, J.; ZHANG, Z.; GUO, M.; LI, K.; OU, Y.; WEI, P.; WANG, L.-L.; JI, Z.-Q.; FENG, Y.; JI, S.; CHEN, X.; JIA, J.; DAI, X.; FANG, Z.; ZHANG, S.-C.; HE, K.; WANG, Y.; LU, L.; MA, X.-C.; XUE, Q.-K. Experimental observation of the quantum anomalous hall effect in a magnetic topological insulator. *Science*, American Association for the Advancement of Science (AAAS), v. 340, n. 6129, p. 167–170, abr. 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.1126/science.1234414>>.

CHATTERJEE, S. Michael faraday: Discovery of electromagnetic induction. *Resonance*, Springer, v. 7, n. 3, p. 35–45, 2002.

CHEN, G. Skyrmion hall effect. *Nature Physics*, Springer Science and Business Media LLC, v. 13, n. 2, p. 112–113, jan. 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/nphys4030>>.

COEY, J. M. D. *Magnetism and magnetic materials*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2010.

DAHIR, S. M.; VOLKOV, A. F.; EREMIN, I. M. Interaction of skyrmions and pearl vortices in superconductor-chiral ferromagnet heterostructures. *Physical Review Letters*, APS, v. 122, n. 9, p. 097001, 2019.

DEL-VALLE, N.; AGRAMUNT-PUIG, S.; SANCHEZ, A.; NAVAU, C. Imprinting skyrmions in thin films by ferromagnetic and superconducting templates. *Applied Physics Letters*, AIP Publishing, v. 107, n. 13, p. 133103, 2015.

DUONG, N. K.; RAJU, M.; PETROVIĆ, A.; TOMASELLO, R.; FINOCCHIO, G.; PANAGOPOULOS, C. Stabilizing zero-field skyrmions in ir/fe/co/pt thin film multilayers by magnetic history control. *Applied Physics Letters*, AIP Publishing LLC, v. 114, n. 7, p. 072401, 2019.

ESCHRIG, M. Spin-polarized supercurrents for spintronics: a review of current progress. *Reports on Progress in Physics*, IOP Publishing, v. 78, n. 10, p. 104501, 2015.

FARINAS, P. F. Feynman, a superfluid e a supercondutividade. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, FapUNIFESP (SciELO), v. 40, n. 4, jul. 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1806-9126-rbef-2018-0020>>.

FERT, A.; CROS, V.; SAMPAIO, J. Skyrmions on the track. *Nature Nanotechnology*, Nature Publishing Group, v. 8, n. 3, p. 152, 2013.

FOSTER, D.; KIND, C.; ACKERMAN, P. J.; TAI, J.-S. B.; DENNIS, M. R.; SMALYUKH, I. I. Composite skyrmion bags in two-dimensional materials. *arXiv preprint arXiv:1806.02576*, 2018.

GENNES, P. G. D. *Superconductivity of Metals and Alloys*. CRC Press, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1201%2F9780429497032>>.

GILBERT, T. L. A lagrangian formulation of the gyromagnetic equation of the magnetization field. *Physical Review D*, v. 100, p. 1243, 1955.

GILBERT, W. *On the Loadstone and Magnetic Bodies, and on the Great Magnet the Earth: A New Physiology, Demonstrated with Many Arguments and Experiments*. [S.l.]: Wiley, 1893.

GINZBURG, V. L.; LANDAU, L. D. On the theory of superconductivity. In: *On Superconductivity and Superfluidity*. Springer Berlin Heidelberg, 1950. p. 113–137. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-3-540-68008-6_4>.

GOR'KOV, L. P. Microscopic derivation of the ginzburg-landau equations in the theory of superconductivity. *SOVIET PHYSICS JETP*, v. 36, n. 6, dez. 1959.

GRADSHTEYN, I. S.; RYZHIK, I. M. *Table of integrals, series, and products*. Seventh. [S.l.]: Elsevier/Academic Press, Amsterdam, 2007. ISBN 978-0-12-373637-6; 0-12-373637-4.

GUANG, Y.; BYKOVA, I.; LIU, Y.; YU, G.; GOERING, E.; WEIGAND, M.; GRÄFE, J.; KIM, S. K.; ZHANG, J.; ZHANG, H. et al. Creating zero-field skyrmions in exchange-biased multilayers through x-ray illumination. *Nature communications*, Nature Publishing Group, v. 11, n. 1, p. 1–6, 2020.

HALÁSZ, G. B.; ROBINSON, J. W. A.; ANNETT, J. F.; BLAMIRE, M. G. Critical current of a josephson junction containing a conical magnet. *Physical Review B*, APS, v. 79, n. 22, p. 224505, 2009.

- HALL, E. H. On a new action of the magnet on electric currents. *American Journal of Mathematics*, JSTOR, v. 2, n. 3, p. 287, sep 1879. Disponível em: <<https://doi.org/10.2307%2F2369245>>.
- HALS, K. M. D.; SCHECTER, M.; RUDNER, M. S. Composite topological excitations in ferromagnet-superconductor heterostructures. *Physical Review Letters*, APS, v. 117, n. 1, p. 017001, 2016.
- HELSETH, L. E. Interaction between superconducting films and magnetic nanostructures. *Physical Review B*, APS, v. 66, n. 10, p. 104508, 2002.
- HESS, H. F.; ROBINSON, R. B.; DYNES, R. C.; VALLES, J. M.; WASZCZAK, J. V. Scanning-tunneling-microscope observation of the abrikosov flux lattice and the density of states near and inside a fluxoid. *Physical Review Letters*, American Physical Society (APS), v. 62, n. 2, p. 214–216, jan 1989. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103%2Fphysrevlett.62.214>>.
- HIRSCH, J. E. Spin hall effect. *Physical Review Letters*, American Physical Society (APS), v. 83, n. 9, p. 1834–1837, ago. 1999. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/physrevlett.83.1834>>.
- JIANG, W.; CHEN, G.; LIU, K.; ZANG, J.; VELTHUIS, S. G. te; HOFFMANN, A. Skyrmions in magnetic multilayers. *Physics Reports*, Elsevier BV, v. 704, p. 1–49, aug 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016%2Fj.physrep.2017.08.001>>.
- JIANG, W.; ZHANG, X.; YU, G.; ZHANG, W.; WANG, X.; JUNGFLISCH, M. B.; PEARSON, J. E.; CHENG, X.; HEINONEN, O.; WANG, K. L.; ZHOU, Y.; HOFFMANN, A.; VELTHUIS, S. G. E. te. Direct observation of the skyrmion hall effect. *Nature Physics*, Springer Science and Business Media LLC, v. 13, n. 2, p. 162–169, set. 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/nphys3883>>.
- KALENKOV, M. S.; ZAIKIN, A. D.; PETRASHOV, V. T. Triplet superconductivity in a ferromagnetic vortex. *Physical Review Letters*, APS, v. 107, n. 8, p. 087003, 2011.
- KÉZSMÁRKI, I.; BORDÁCS, S.; MILDE, P.; NEUBER, E.; ENG, L. M.; WHITE, J. S.; RØNNOW, H. M.; DEWHURST, C. D.; MOCHIZUKI, M.; YANAI, K.; NAKAMURA, H.; EHLERS, D.; TSURKAN, V.; LOIDL, A. Néel-type skyrmion lattice with confined orientation in the polar magnetic semiconductor GaV4s8. *Nature Materials*, Springer Science and Business Media LLC, v. 14, n. 11, p. 1116–1122, sep 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038%2Fnmat4402>>.
- KINGDON, A. *The South Pointing Spoon*. 2019. <<https://hakaimagazine.com/article-short/the-south-pointing-spoon/>>.
- KISELEV, N. S.; BOGDANOV, A. N.; SCHÄFER, R.; RÖSSLER, U. K. Chiral skyrmions in thin magnetic films: new objects for magnetic storage technologies? *Journal of Physics D: Applied Physics*, IOP Publishing, v. 44, n. 39, p. 392001, 2011.
- KLITZING, K. v.; DORDA, G.; PEPPER, M. New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized hall resistance. *Physical Review Letters*, American Physical Society (APS), v. 45, n. 6, p. 494–497, aug 1980. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103%2Fphysrevlett.45.494>>.

KOMENDOVÁ, L.; MILOŠEVIĆ, M. V.; PEETERS, F. M. Soft vortex matter in a type-i/type-ii superconducting bilayer. *Phys. Rev. B*, American Physical Society, v. 88, p. 094515, Sep 2013. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.88.094515>>.

KRISHNAMOORTHY, S.; HINDERLING, C.; HEINZELMANN, H. Nanoscale patterning with block copolymers. *Materials Today*, v. 9, n. 9, p. 40–47, 2006. ISSN 1369-7021. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1369702106716212>>.

LI, W.; BYKOVA, I.; ZHANG, S.; YU, G.; TOMASELLO, R.; CARPENTIERI, M.; LIU, Y.; GUANG, Y.; GRÄFE, J.; WEIGAND, M. et al. Anatomy of skyrmionic textures in magnetic multilayers. *Advanced Materials*, Wiley Online Library, v. 31, n. 14, p. 1807683, 2019.

LIN, S.-Z.; REICHHARDT, C.; BATISTA, C. D.; SAXENA, A. Particle model for skyrmions in metallic chiral magnets: Dynamics, pinning, and creep. *Physical Review B*, APS, v. 87, n. 21, p. 214419, 2013.

LINDER, J.; ROBINSON, J. W. A. Superconducting spintronics. *Nature Physics*, Nature Publishing Group, v. 11, n. 4, p. 307, 2015.

LONDON, H.; LONDON, F. The electromagnetic equations of the supraconductor. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A - Mathematical and Physical Sciences*, The Royal Society, v. 149, n. 866, p. 71–88, mar. 1935. Disponível em: <<https://doi.org/10.1098/rspa.1935.0048>>.

LORENTZ, H. A. *La théorie électromagnétique de Maxwell et son application aux corps mouvants*. E. J. Brill, 1892, 1892. Disponível em: <<https://books.google.fr/books?id=FJ49mAEACAAJ>>.

MALESCIO, G.; PELLICANE, G. Stripe phases from isotropic repulsive interactions. *Nature materials*, Nature Publishing Group, v. 2, n. 2, p. 97–100, 2003.

MASCOT, E.; BEDOW, J.; GRAHAM, M.; RACHEL, S.; MORR, D. K. Topological superconductivity in skyrmion lattices. *npj Quantum Materials*, Nature Publishing Group, v. 6, n. 1, p. 1–6, 2021.

MAXWELL, J. C. On faraday's lines of force. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, v. 10, p. 27, 1864.

MEISSNER, W.; OCHSENFELD, R. Ein neuer effekt bei eintritt der supraleitfähigkeit. *Die Naturwissenschaften*, Springer Science and Business Media LLC, v. 21, n. 44, p. 787–788, nov. 1933. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/bf01504252>>.

MENEZES, R. M.; NETO, J. F. S.; SILVA, C. C. d. S.; MILOŠEVIĆ, M. V. Manipulation of magnetic skyrmions by superconducting vortices in ferromagnet-superconductor heterostructures. *Phys. Rev. B*, American Physical Society, v. 100, p. 014431, Jul 2019. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.100.014431>>.

METAXAS, P. J.; JAMET, J. P.; MOUGIN, A.; CORMIER, M.; FERRÉ, J.; BALTZ, V.; RODMACQ, B.; DIENY, B.; STAMPS, R. L. Creep and flow regimes of magnetic domain-wall motion in ultrathin Pt/Co/Pt films with perpendicular anisotropy. *Physical Review Letters*, APS, v. 99, n. 21, p. 217208, 2007.

MEYER, S.; PERINI, M.; MALOTTKI, S. von; KUBETZKA, A.; WIESENDANGER, R.; BERGMANN, K. von; HEINZE, S. Isolated zero field sub-10 nm skyrmions in ultrathin co films. *Nature communications*, Nature Publishing Group, v. 10, n. 1, p. 1–8, 2019.

MILDE, P.; KÖHLER, D.; SEIDEL, J.; ENG, L. M.; BAUER, A.; CHACON, A.; KINDERVATER, J.; MÜHLBAUER, S.; PFLEIDERER, C.; BUHRANDT, S.; SCHÜTTE, C.; ROSCH, A. Unwinding of a skyrmion lattice by magnetic monopoles. *Science*, American Association for the Advancement of Science (AAAS), v. 340, n. 6136, p. 1076–1080, may 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.1126%2Fscience.1234657>>.

MÜHLBAUER, S.; BINZ, B.; JONIETZ, F.; PFLEIDERER, C.; ROSCH, A.; NEUBAUER, A.; GEORGII, R.; BÖNI, P. Skyrmion lattice in a chiral magnet. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 323, n. 5916, p. 915–919, 2009.

NAGAOSA, N.; SINOVA, J.; ONODA, S.; MACDONALD, A. H.; ONG, N. P. Anomalous hall effect. *Reviews of Modern Physics*, American Physical Society (APS), v. 82, n. 2, p. 1539–1592, maio 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/revmodphys.82.1539>>.

NAGAOSA, N.; TOKURA, Y. Topological properties and dynamics of magnetic skyrmions. *Nature Nanotechnology*, Nature Publishing Group, v. 8, n. 12, p. 899, 2013.

NETO, J. F.; SILVA, C. C. de S. Mesoscale phase separation of skyrmion-vortex matter in chiral-magnet–superconductor heterostructures. *Physical Review Letters*, American Physical Society (APS), v. 128, n. 5, fev. 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/physrevlett.128.057001>>.

NOBEL, L. *Leon N. Cooper Biographical*. 1972. <<https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1972/cooper/biographical/>>.

OERSTED, H. C. *Annals of philosophy* 16, 273. 1820.

ONNES, H. K. The condensation of helium. *Nature*, Springer Science and Business Media LLC, v. 77, n. 2008, p. 581–581, abr. 1908. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/077581a0>>.

ONNES, H. K. Commun-physics lab. *Univ. Leiden*, p. 119–122, 1911.

OSTERMAN, N.; BABIČ, D.; POBERAJ, I.; DOBNIKAR, J.; ZIHERL, P. Observation of condensed phases of quasipolar core-softened colloids. *Physical review letters*, APS, v. 99, n. 24, p. 248301, 2007.

PALERMO, X.; REYREN, N.; MESORACA, S.; SAMOKHVALOV, A. V.; COLLIN, S.; GODEL, F.; SANDER, A.; BOUZEHOUE, K.; SANTAMARIA, J.; CROS, V.; BUZDIN, A. I.; VILLEGAS, J. E. Tailored flux pinning in superconductor-ferromagnet multilayers with engineered magnetic domain morphology from stripes to skyrmions. *Phys. Rev. Applied*, American Physical Society, v. 13, p. 014043, Jan 2020. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevApplied.13.014043>>.

PARKIN, S. S. P.; HAYASHI, M.; THOMAS, L. Magnetic domain-wall racetrack memory. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 320, n. 5873, p. 190–194, 2008.

PEARL, J. Current distribution in superconducting films carrying quantized fluxoids. *Applied Physics Letters*, AIP, v. 5, n. 4, p. 65–66, 1964.

PERSHOGUBA, S. S.; NAKOSAI, S.; BALATSKY, A. V. Skyrmion-induced bound states in a superconductor. *Physical Review B*, APS, v. 94, n. 6, p. 064513, 2016.

PETROVIĆ, A. P.; RAJU, M.; TEE, X. Y.; LOUAT, A.; MAGGIO-APRILE, I.; MENEZES, R. M.; WYSZYŃSKI, M. J.; DUONG, N. K.; REZNIKOV, M.; RENNER, C.; MILOŠEVIĆ, M. V.; PANAGOPOULOS, C. Skyrmion-(anti)vortex coupling in a chiral magnet-superconductor heterostructure. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 126, p. 117205, Mar 2021. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.126.117205>>.

RALPH, D.; STILES, M. Spin transfer torques. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Elsevier BV, v. 320, n. 7, p. 1190–1216, abr. 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2007.12.019>>.

REICHHARDT, C.; REICHHARDT, C. J. O.; MILOSEVIC, M. V. *Statics and Dynamics of Skyrmions Interacting with Pinning: A Review*. arXiv, 2021. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/2102.10464>>.

REICHHARDT, C. J. O.; REICHHARDT, C.; BISHOP, A. R. Structural transitions, melting, and intermediate phases for stripe- and clump-forming systems. *Phys. Rev. E*, American Physical Society, v. 82, p. 041502, Oct 2010. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.82.041502>>.

REX, S.; GORNYI, I. V.; MIRLIN, A. D. Majorana bound states in magnetic skyrmions imposed onto a superconductor. *Phys. Rev. B*, American Physical Society, v. 100, p. 064504, Aug 2019. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.100.064504>>.

ROHART, S.; THIAVILLE, A. Skyrmion confinement in ultrathin film nanostructures in the presence of dzyaloshinskii-moriya interaction. *Physical Review B*, APS, v. 88, n. 18, p. 184422, 2013.

ROMMING, N.; HANNEKEN, C.; MENZEL, M.; BICKEL, J. E.; WOLTER, B.; BERGMANN, K. von; KUBETZKA, A.; WIESENDANGER, R. Writing and deleting single magnetic skyrmions. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 341, n. 6146, p. 636–639, 2013.

ROMMING, N.; KUBETZKA, A.; HANNEKEN, C.; BERGMANN, K. von; WIESENDANGER, R. Field-dependent size and shape of single magnetic skyrmions. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 114, p. 177203, May 2015. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.114.177203>>.

SAMPAIO, J.; CROS, V.; ROHART, S.; THIAVILLE, A.; FERT, A. Nucleation, stability and current-induced motion of isolated magnetic skyrmions in nanostructures. *Nature Nanotechnology*, Nature Publishing Group, v. 8, n. 11, p. 839, 2013.

SCHATZ, P. N.; MCCAFFERY, A. J. The faraday effect. *Q. Rev. Chem. Soc.*, The Royal Society of Chemistry, v. 23, p. 552–584, 1969. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1039/QR9692300552>>.

SKYRME, T. A non-linear theory of strong interactions. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, The Royal Society, v. 247, n. 1249, p. 260–278, sep 1958. Disponível em: <<https://doi.org/10.1098/rspa.1958.0183>>.

SLONCZEWSKI, J. Current-driven excitation of magnetic multilayers. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Elsevier BV, v. 159, n. 1-2, p. L1–L7, jun. 1996. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0304-8853\(96\)00062-5](https://doi.org/10.1016/0304-8853(96)00062-5)>.

SOUZA, C. C. de. *PROPRIEDADES DE EQUILÍBRIO E DE TRANSPORTE DA MATÉRIA DE VÓRTICES EM NANOESTRUTURAS SUPERCONDUTORAS*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2003.

STRADNER, A.; SEDGWICK, H.; CARDINAUX, F.; POON, W. C.; EGELHAAF, S. U.; SCHURTENBERGER, P. Equilibrium cluster formation in concentrated protein solutions and colloids. *Nature*, Nature Publishing Group, v. 432, n. 7016, p. 492–495, 2004.

TASIOS, N.; SAMIN, S.; ROIJ, R. van; DIJKSTRA, M. Microphase separation in oil-water mixtures containing hydrophilic and hydrophobic ions. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 119, p. 218001, Nov 2017. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.119.218001>>.

THIELE, A. A. Steady-state motion of magnetic domains. *Physical Review Letters*, APS, v. 30, n. 6, p. 230, 1973.

TINKHAM, M. *Introduction to Superconductivity*. 2. ed. Dover Publications, 2004. ISBN 0486435032. Disponível em: <<http://www.worldcat.org/isbn/0486435032>>.

TOMASELLO, R.; GUSLIENKO, K. Y.; RICCI, M.; GIORDANO, A.; BARKER, J.; CARPENTIERI, M.; CHUBYKALO-FESENKO, O.; FINOCCHIO, G. Origin of temperature and field dependence of magnetic skyrmion size in ultrathin nanodots. *Phys. Rev. B*, American Physical Society, v. 97, p. 060402, Feb 2018. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.97.060402>>.

TRUGMAN, S. A.; DONIACH, S. Vortex dynamics in inhomogeneous superconducting films. *Phys. Rev. B*, American Physical Society, v. 26, p. 3682–3697, Oct 1982. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.26.3682>>.

VADIMOV, V.; SAPOZHNIKOV, M.; MEL'NIKOV, A. Magnetic skyrmions in ferromagnet-superconductor (f/s) heterostructures. *Applied Physics Letters*, AIP Publishing LLC, v. 113, n. 3, p. 032402, 2018.

VANSTEENKISTE, A.; LELIAERT, J.; DVORNIK, M.; HELSEN, M.; GARCIA-SANCHEZ, F.; WAHEYENBERGE, B. V. The design and verification of MuMax3. *AIP Advances*, AIP Publishing, v. 4, n. 10, p. 107133, 2014.

VARNEY, C. N.; SELLIN, K. A. H.; WANG, Q.-Z.; FANGOHR, H.; BABAEV, E. Hierarchical structure formation in layered superconducting systems with multi-scale inter-vortex interactions. *Journal of Physics: Condensed Matter*, IOP Publishing, v. 25, n. 41, p. 415702, sep 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/0953-8984/25/41/415702>>.

WANG, S.; TANG, J.; WANG, W.; KONG, L.; TIAN, M.; DU, H. Electrical detection of magnetic skyrmions. *Journal of Low Temperature Physics*, Springer Science and Business Media LLC, v. 197, n. 3-4, p. 321–336, jun 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007%2Fs10909-019-02202-w>>.

WIKIMEDIA, F. *Wikimedia Commons*. 2004. <https://commons.wikimedia.org/wiki/Main_Page>.

YANG, G.; STANO, P.; KLINOVAJA, J.; LOSS, D. Majorana bound states in magnetic skyrmions. *Phys. Rev. B*, American Physical Society, v. 93, p. 224505, Jun 2016. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.93.224505>>.

YOKOYAMA, T.; LINDER, J. Josephson effect through magnetic skyrmions. *Physical Review B*, APS, v. 92, n. 6, p. 060503(R), 2015.

YU, X. Z.; ONOSE, Y.; KANAZAWA, N.; PARK, J. H.; HAN, J. H.; MATSUI, Y.; NAGAOSA, N.; TOKURA, Y. Real-space observation of a two-dimensional skyrmion crystal. *Nature*, v. 465, n. 7300, p. 901–904, 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/nature09124>>.

ZHANG, S.; ZHANG, J.; ZHANG, Q.; BARTON, C.; NEU, V.; ZHAO, Y.; HOU, Z.; WEN, Y.; GONG, C.; KAZAKOVA, O. et al. Direct writing of room temperature and zero field skyrmion lattices by a scanning local magnetic field. *Applied Physics Letters*, AIP Publishing LLC, v. 112, n. 13, p. 132405, 2018.

ZHAO, H. J.; MISKO, V. R.; PEETERS, F. M. Analysis of pattern formation in systems with competing range interactions. *New Journal of Physics*, IOP Publishing, v. 14, n. 6, p. 063032, jun 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/1367-2630/14/6/063032>>.

ZHUANG, Y.; ZHANG, K.; CHARBONNEAU, P. Equilibrium phase behavior of a continuous-space microphase former. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 116, p. 098301, Feb 2016. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.116.098301>>.

ZORRO, M. A.; SARAIVA, T.; SILVA, C. C. de S. Nucleation of superconductivity in multiply connected superconductor–ferromagnet hybrids. *Superconductor Science and Technology*, IOP Publishing, v. 27, n. 5, p. 055002, 2014.

ANEXO A – ARTIGOS PUBLICADOS

PHYSICAL REVIEW B **100**, 014431 (2019)**Manipulation of magnetic skyrmions by superconducting vortices in ferromagnet-superconductor heterostructures**Raf M. Menezes,^{1,2} José F. S. Neto,² Clécio C. de Souza Silva,² and Milorad V. Milošević^{1,*}¹*Departement Fysica, Universiteit Antwerpen, Groenenborgerlaan 171, B-2020 Antwerpen, Belgium*²*Departamento de Física, Universidade Federal de Pernambuco, Cidade Universitária, 50670-901 Recife-PE, Brazil*

(Received 3 May 2019; revised manuscript received 3 July 2019; published 24 July 2019)

Dynamics of magnetic skyrmions in hybrid ferromagnetic films harbors interesting physical phenomena and holds promise for technological applications. In this work, we discuss the behavior of magnetic skyrmions when coupled to superconducting vortices in a ferromagnet-superconductor heterostructure. We use numerical simulations and analytic arguments within London and Thiele formalisms to reveal broader possibilities for manipulating the skyrmion-vortex dynamic correlations in the hybrid system, that are not possible in its separated constituents. We explore the thresholds of particular dynamic phases, and quantify the phase diagram as a function of the relevant material parameters, applied current, and induced magnetic torques. Finally, we demonstrate the broad and precise tunability of the skyrmion Hall angle in the presence of vortices, with respect to currents applied to either or both the superconductor and the ferromagnet within the heterostructure.

DOI: [10.1103/PhysRevB.100.014431](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.100.014431)**I. INTRODUCTION**

The ability to trap and manipulate magnetic skyrmions is of great recent importance for cutting-edge memory devices and information technology [1–4]. Magnetic skyrmions are topologically protected spin textures which can be stabilized, e.g., in ultrathin ferromagnetic films when coupled to a heavy metal (HM) layer with strong spin-orbit coupling. The broken interfacial inversion symmetry induced by the heavy metal layer produces an interfacial noncollinear Dzyaloshinskii-Moriya interaction (DMI), which energetically favors Néel-type skyrmions and domain walls [5–8].

Heterostructures often present nontrivial phenomena enabled by the competition or hybridization of the physical properties of its parts. Particularly, ferromagnet-superconductor (FM-SC) heterostructures have received much attention in recent years [9–12], either for their possible applications in spintronics [13] and Josephson devices [14–17], or for the rich emergent physics in such systems [18–22]. Recently, theoretical works on chiral FM-SC heterostructures have demonstrated that the stray magnetic field of superconducting vortices may be able to create [23] magnetic skyrmions in the ferromagnetic layer, also to trap or repel the preexisting skyrmions [24,25], depending on vortex polarity. Insights in the dynamic properties of such hybrid systems were recently provided in Ref. [24]. Here, we provide an in-depth analysis and investigate the manipulation of the skyrmion-vortex pair (SVP) correlations in a FM-SC hybrid, in the case of independently biased films (current applied to either FM or SC part). We study the dependence of the net motion of skyrmions and vortices on the viscosities of the host materials, the exerted Lorentz force, and magnetic torques by applied current(s), and calculate the skyrmion Hall angle with respect to currents

applied into both superconductor and ferromagnetic films. We reveal that the skyrmion Hall angle with respect to current applied into the ferromagnetic film is always greater than one observed in the absence of vortices. We stress the possibility of compensating the skyrmion Hall effect (SHE) in such systems by applying combined currents into two constituent materials of the heterostructure, which is of importance for the facilitated skyrmion guidance in racetrack applications, where the SHE can cause the skyrmion to annihilate at the sample edges. Figure 1 illustrates the considered system, an ultrathin ferromagnetic film of thickness d with perpendicular magnetic anisotropy, e.g., a Co layer, coupled to a nonmagnetic layer on top with a strong spin-orbit coupling, e.g., the heavy metal Pt (neither Co nor Pt are superconductors at ambient pressure), placed on top of a superconducting film of thickness d_{SC} , separated by an insulating layer of thickness d_I , such that the interaction between the superconducting material and the ferromagnetic film is solely through the magnetic stray fields.

The paper is organized as follows. In Sec. II we provide analytic considerations before describing the micromagnetic model of ferromagnetic films with interfacially induced DMI and providing the Thiele formalism for the center-of-mass motion of the magnetic skyrmion. In Sec. III we report the static properties of the hybrid system in the presence of superconducting vortices, i.e., the general considerations of the ferromagnetic state in the stray field of a vortex, the properties of the skyrmion, and the skyrmion-vortex interaction. Section IV is devoted to dynamic properties of the hybrid system, where we combine micromagnetic and molecular dynamics simulations to investigate the behavior of skyrmions and vortices simultaneously when currents are applied into both the SC and FM parts of the heterostructure. In Secs. IV B and IV C we consider a uniform current applied only to the superconductor, where we show the dependence of the dynamic phases on the material viscosities and calculate the critical properties of the SVP, as well as the angle of

*milorad.milosevic@uantwerpen.be

Mesoscale Phase Separation of Skyrmion-Vortex Matter in Chiral-Magnet–Superconductor Heterostructures

José F. Neto[✉] and Clécio C. de Souza Silva^{✉*}

Departamento de Física, Universidade Federal de Pernambuco, Cidade Universitária, 50670-901 Recife-PE, Brazil

 (Received 17 April 2021; revised 5 August 2021; accepted 6 January 2022; published 2 February 2022)

We investigate theoretically the equilibrium configurations of many magnetic skyrmions interacting with many superconducting vortices in a superconductor–chiral-magnet bilayer. We show that miscible mixtures of vortices and skyrmions in this system break down at a particular wave number for sufficiently strong coupling, giving place to remarkably diverse mesoscale patterns: gel, stripes, clusters, intercalated stripes, and composite gel-cluster structures. We also demonstrate that, by appropriate choice of parameters, one can thermally tune between the homogeneous and density-modulated phases.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.128.057001

The combination of superconductivity and magnetism in hybrid magnet-superconductor materials has led to a remarkable range of novel phenomena and applications impossible to achieve when the constituent materials are taken isolatedly. Examples include dissipationless spin-polarized currents [1–3], spin valves with infinite magnetoresistance [4–6], a novel class of superconducting quantum devices [7–9], and controlled manipulation of flux quanta (Abrikosov vortices) in superconductors [10–19].

Recently, there has been increasing interest in the hybridization of topologically protected magnetic textures called skyrmions and Abrikosov vortices in heterostructures comprising a superconducting (SC) film and a chiral magnetic (CM) layer [20–26]. In these systems, a skyrmion and a nearby vortex interact with each other via their stray fields and/or via spin-orbit coupling (SOC) between the SC and CM layers. In the case of attractive interaction, they eventually form a bound pair with easily tunable dynamical properties [20–23,27]. In particular, for strong SOC, a skyrmion-vortex pair can host localized Majorana bound states, which makes SC-CM hybrids a promising platform for future applications in topological quantum computing [24,26,28,29].

The physics of many vortices and many skyrmions in SC-CM hybrids is still poorly understood. The ability of skyrmions to influence the vortex dynamics in the superconducting layer has recently been corroborated experimentally [25,26]. However, the impact of the vortex system in the magnetic state of the CM layer remains unknown. As it is often the case in the physics of many interacting objects, the composite many-skyrmion–many-vortex matter can exhibit new emergent properties not found when the skyrmion crystal and/or the vortex lattice are treated individually. Therefore, it is necessary to take into account the feedback of both subsystems on each other so as to investigate possible collective effects resulting from their mutual interaction.

In this Letter, we investigate equilibrium configurations of composite skyrmion-vortex matter in SC-CM heterostructures as a function of the main energy scales and characteristic lengths of the system. For weak skyrmion-vortex coupling, both vortices and skyrmions form homogeneous, quasitriangular lattices as a result of their repulsive intraspecies interaction. We show that, upon increasing the skyrmion-vortex coupling energy, the homogeneous distribution of vortices and skyrmions becomes unstable with respect to density fluctuations of a particular wavelength, irrespective of whether the skyrmion-vortex interaction is attractive or repulsive. This results in a series of density-modulated phases, such as clusters, stripes, and bubbles, similar to microphase separation phenomena observed in soft matter systems like block copolymers [30–32], colloidal suspensions [33,34], charged water-oil mixtures [35], and model systems with nonmonotonic interactions [36–40].

Model.—We consider a thin, chiral ferromagnetic film or multilayer of thickness d_M on top of a (SC) film of thickness d_S , both exposed to an off-plane, external magnetic field $\mathbf{B} = B\hat{z}$ and separated by an insulating layer of thickness d_I (see Fig. 1). We assume that $d_S \ll \lambda$, where λ is the London penetration depth of the superconductor, so that the number of vortices is essentially given by $N_v \simeq A_{\text{film}}B/\Phi_0$, where A_{film} is the film surface area. In addition, the skyrmions in the CM layer are assumed to coexist with a ferromagnetic background and $d_M \ll d_S$, so as to rule out the nucleation of vortices or vortex-antivortex pairs induced into the superconductor by the magnetic texture [21,22]. The number N_s of skyrmions in a CM layer can be controlled by a number of techniques, even for $B = 0$ [41–45]. Therefore, to cover a wide range of possibilities, we will change N_s and N_v independently. We further assume that vortex-vortex and skyrmion-skyrmion distances are considerably larger than their respective core