

JORDLLY REYDSON DE BARROS SILVA

RIGIDEZ À TORÇÃO EFETIVA EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Recife

2014

JORDLLY REYDSON DE BARROS SILVA

RIGIDEZ À TORÇÃO EFETIVA EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Trabalho de conclusão de curso
apresentado à Universidade Federal de
Pernambuco para obtenção do título de
graduado em Engenharia Civil

Recife

2014

JORDLLY REYDSON DE BARROS SILVA

RIGIDEZ À TORÇÃO EFETIVA EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Trabalho de conclusão de curso
apresentado à Universidade Federal de
Pernambuco para obtenção do título de
graduado em Engenharia Civil

Área de Concentração:
Engenharia Estrutural

Orientador:
Prof. Bernardo Horowitz

Recife

2014

Catálogo na fonte
Bibliotecário Vimário Carvalho da Silva, CRB-4 / 1204

S586r Silva, Jordlly Reydson de Barros.
Rigidez à torção efetiva em vigas de concreto armado. / Jordlly
Reydson de Barros Silva. - Recife: O Autor, 2014.
59 folhas, il., color., gráfs., tabs.

Orientador: Profº. Bernardo Horowitz.

TCC (Graduação) – Universidade Federal de Pernambuco.
CTG. Departamento de Engenharia Civil, 2014.

Inclui Referências bibliográficas, anexos, listas de figuras, de
símbolos.

1. Engenharia Civil. 2. Concreto armado. 3. Estrutura. 4.
Rigidez. 5. Torção. I. Horowitz, Bernardo (orientador). II. Título.

624 CDD (22. ed.)

UFPE
BCTG/2014-047

Dedico esse trabalho a todos aqueles que amam a engenharia, não trabalham só pelo dinheiro ou pela obrigação, realmente gostam do que fazem.

Se você já vibrou com o resultado de um cálculo, já passou noites em claro, preocupado, resolvendo problemas, já passou por muitas dificuldades devido a esse estilo de vida que escolhemos e apesar de tudo isso se divertiu bastante, esse trabalho é dedicado a você.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me proporcionado essa experiência incrível que é estudar engenharia civil. Sou completamente apaixonado pelo meu curso e minha profissão.

A minha família pelo apoio incondicional que me deram, durante toda a minha vida.

Aos meus amigos pelo companheirismo tanto nos momentos de descontração quanto nas inúmeras madrugadas de estudo pesado.

Aos meus mestres pelos conhecimentos adquiridos. Tentarei usar sabiamente esses ensinamentos e passar adiante, quando possível.

Ao Professor Bernardo Horowitz pela oportunidade e pelo suporte nesse trabalho.

Ao Engenheiro Luiz Fontes pela ajuda na elaboração dos modelos computacionais.

A Marieli Donina, por ter salvo a minha vida acadêmica por mais vezes que consigo lembrar.

A Mariella Falcão, por ter elevado consideravelmente a qualidade do trabalho com as suas dicas.

A todos que colaboraram direta ou indiretamente para a conclusão desse trabalho.

“And a new day will dawn
for those who stand long”

Stairway to Heaven

Led Zeppelin

RESUMO

O presente trabalho trata sobre um parâmetro importante no projeto de estruturas de concreto armado: a rigidez à torção efetiva da viga. São mostrados diversos exemplos de estruturas de concreto submetidas à torção de equilíbrio e/ou compatibilidade, e é observada a influência da rigidez à torção no comportamento delas. Prescrições normativas para o dimensionamento à torção são comparadas com resultados experimentais, e assim, é verificado se essas recomendações são aceitáveis.

Palavras-chave: Rigidez. Torção. Estruturas de concreto armado.

ABSTRACT

This paper focuses on an important parameter in the design of reinforced concrete structures: the effective torsional stiffness of the beam. Many examples of concrete structures subjected to equilibrium torsion and/or compatibility torsion are shown and the influence of the torsional stiffness in their behavior is observed. Normative requirements for the design torsional are compared with experimental results, and thus, it is checked whether these recommendations are acceptable.

Keywords: Stiffness. Torsional. Reinforced concrete structures.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Tensão de cisalhamento devido à torção.....	2
Figura 2 – Distribuição da tensão de cisalhamento.....	3
Figura 3 – Distribuição da tensão de cisalhamento em seções compostas	4
Figura 4 – Curva torsor-rotação	6
Figura 5 – Exemplos de torção de equilíbrio	8
Figura 6 – Viga bi apoiada e diagrama de momento fletor	9
Figura 7 – Exemplo de torção de compatibilidade.....	9
Figura 8 – Diagrama do momento torsor da viga AB	11
Figura 9 – Interação momento torsor x esforço cortante	13
Figura 10 – Modelo de cálculo para o dimensionamento	15
Figura 11 – Mecanismo de resistência dos estribos.....	17
Figura 12 – Mecanismo de resistência das barras longitudinais	18
Figura 13 – Marquise simples	25
Figura 14 – Vista tridimensional do modelo da marquise	26
Figura 15 – Modelo estrutural da marquise	26
Figura 16 – Diagrama dos momentos torsores na viga V1 da marquise (tf.m)	27
Figura 17 – Piso simples	29
Figura 18 – Vista tridimensional do modelo do piso simples	29
Figura 19 – Modelo estrutural do piso simples	30
Figura 20 – Diagrama dos momentos torsores na viga V1 do piso simples (tf.m).....	31
Figura 21 – Desenho de armação da viga V1 do piso simples.....	32
Figura 22 – Piso com adaptação plástica.....	34
Figura 23 – Vista tridimensional do modelo do piso com adaptação plástica.....	35

Figura 24 – Modelo estrutural do piso com adaptação plástica.....	35
Figura 25 – Definição de tratamento para capacidade de adaptação plástica	36
Figura 26 – Diagrama dos momentos torsores na viga V6 - divisor de 6.67 (tf.m).....	37
Figura 27 – Diagrama dos momentos torsores na viga V6 - divisor de 100 (tf.m).....	38
Figura 28 – Pedestal de concreto.....	39
Figura 29 – Vista tridimensional do modelo do pedestal de concreto	40
Figura 30 – Diagrama dos momentos torsores na viga V1 do pedestal (tf.m).....	41
Figura 31 – Curva torsor-rotação da viga V1 do pedestal de concreto	43
Figura 32 – Configuração do ensaio	45
Figura 33 – Modelo de cálculo discretizado	47
Figura 34 – Abertura de fissuras máxima na viga de fachada (mm)	49

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras gregas:

α	Parâmetro geométrico da seção
β_c	Constante de torção de St.-Venant's
θ	Rotação sofrida pela peça
θ_{cri}	Rotação imediatamente antes da fissuração
θ_{crp}	Rotação após a fissuração
θ_u	Rotação última
θ	Inclinação das diagonais comprimidas
ν	Módulo de Poisson do material
ρ_{sl}	Taxa geométrica mínima de armadura longitudinal
ρ_{sw}	Taxa geométrica mínima de armadura transversal
τ	Tensão de cisalhamento
τ_{max}	Tensão de cisalhamento máxima

Letras romanas:

A_e	Área entre a linha média da espessura do fluxo
A_{cp}	Área inclusa no perímetro da seção, incluindo a área dos vazios
A_{90}	Área da seção transversal dos estribos de torção
A_{sl}	Armadura longitudinal para torção
A_{sw}	Área da seção transversal dos estribos de força cortante
b_w	Largura da base da viga
GC	Rigidez à torção

$(GC)_g$	Rigidez à torção de uma viga retangular no regime elástico
$(GC)_{cr}$	Rigidez à torção imediatamente após a fissuração
$(GC)_U$	Rigidez à torção última
D2	Componente do esforço interno no sentido da diagonal comprimida nas faces de maior dimensão
E_c	Módulo de elasticidade
f_{ck}	Resistência característica a compressão do concreto com 28 dias
f_{cd}	Resistência de cálculo a compressão do concreto com 28 dias
f_{ctm}	Resistência à tração média do concreto
$f_{ctk.inf}$	Resistência à tração característica inferior do concreto
f_{yk}	Tensão de escoamento característica da armadura passiva
f_{ywd}	Tensão de escoamento de dimensionamento da armadura passiva
G_c	Módulo de elasticidade transversal
h_e	Espessura fictícia do tubo de concreto
J	Momento polar de inercia da seção
L	Comprimento da viga
M_A	Momento fletor negativo na viga
N	Componente total do esforço interno no sentido longitudinal da viga
N1	Componente do esforço interno no sentido longitudinal da viga nas faces de menor dimensão
N2	Componente do esforço interno no sentido longitudinal da viga nas faces de maior dimensão
P_{cp}	Perímetro da seção transversal
q	Fluxo de cisalhamento
r	Raio do círculo

s	Espaçamento entre os estribos
T	Momento torsor
T_{cr}	Momento torsor de fissuração
T_{sd}	Momento torsor de projeto
$T_{rd,2}$	Momento torsor resistente de cálculo relativo à ruína da diagonal comprimida
$T_{rd,3}$	Momento torsor resistente de cálculo relativo aos estribos
$T_{rd,4}$	Momento torsor resistente de cálculo relativo à armadura longitudinal
U_e	Perímetro de um estribo fechado (perímetro da área A_e)
V_1	Esforço cortante nas faces de menor dimensão
V_2	Esforço cortante nas faces de maior dimensão
V_{sd}	Esforço cortante de projeto
$V_{rd,2}$	Esforço cortante resistente de cálculo relativo à ruína da diagonal comprimida
x	Menor dimensão da viga
y	Maior dimensão da viga

SUMÁRIO

1.INTRODUÇÃO	1
2.TORÇÃO	2
2.1.Tensões devido à torção em elementos não fissurados	2
2.1.1.Vigas maciças: seções circulares e retangulares	2
2.1.2.Seções vazadas de paredes delgadas	4
2.2.Rigidez à torção	5
2.3.Torção de equilíbrio e torção de compatibilidade	7
2.4.Cálculo do momento torsor	10
2.4.1.Momento torsor de equilíbrio em estruturas isostáticas	11
2.4.2.Momento torsor de equilíbrio em estruturas hiperestáticas	11
2.4.3.Momento torsor de compatibilidade em estruturas hiperestáticas	12
2.5.Comportamento de vigas de concreto armado sujeitas à torção	12
2.5.1.Torção Pura	12
2.5.2.Combinação de torção, flexão e cortante	13
2.6.Dimensionamento de vigas de concreto armado à torção	14
2.6.1.Modelo de seção vazada de parede delgada/treliça espacial.....	14
2.6.2.Momento torsor de fissuração	16
2.6.3.Armadura transversal de torção.....	16
2.6.4.Armadura longitudinal de torção	18
3.VERIFICAÇÃO À TORÇÃO SEGUNDO A NBR-6118/2007	21
3.1.Recomendações para torção de equilíbrio e compatibilidade	21
3.2.Espessura equivalente recomendada pela NBR-6118	21
3.3.Condições de resistência à torção	22
3.3.1.Verificação do esmagamento das diagonais comprimidas	22
3.3.2.Verificação da Armadura para torção	23

3.4.Armadura mínima à torção	24
4.EXEMPLOS DE TORÇÃO	25
4.1.Marquise Simples	25
4.2.Piso Simples	28
4.3.Capacidade de Adaptação Plástica	33
4.4.Estudo de caso: Pedestal de concreto	39
5.DESCOBERTAS RECENTES E RESULTADOS DE ENSAIOS	45
5.1.Aplicação da teoria do campo de compressão modificada	45
5.1.1.Ensaio experimental	45
5.1.2.Procedimento de análise e modelo usado	46
5.1.3.Variação da rigidez à torção na viga de fachada	47
5.1.4.Cálculo da abertura de fissuras	49
6.CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	51
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	52
ANEXO A – Cálculo da rigidez à torção efetiva	53
ANEXO B – Lista de erros emitida pelo CAD/TQS	56
ANEXO C – Resumo de armação emitido pelo CAD/TQS	57
ANEXO D – Comparativo entre a armadura necessária à torção para o trecho D pela NBR 6118 e o ACI 318	59

1. INTRODUÇÃO

No projeto de edifícios de concreto armado, é comum o surgimento de esforços internos de torção. No estudo desse fenômeno e no projeto das estruturas é importante determinar o tipo da torção, torção de equilíbrio ou de compatibilidade.

Se a torção é necessária para manter o equilíbrio da estrutura, a mesma é denominada torção de equilíbrio. Nessa situação, o momento torsor não pode ser reduzido, pois ele é fundamental para satisfazer as condições de equilíbrio.

Já quando esse esforço está relacionado com a compatibilização entre as deformações do elemento estudado e as deformações das estruturas vizinhas, ele é denominado torção de compatibilidade. Nesse caso, a torção na viga depende da rotação nesse elemento, e conseqüentemente de sua rigidez.

Em relação à torção de equilíbrio, a prática da engenharia nacional está dividida em um grupo que utiliza a rigidez à torção da seção bruta, e outro que usa o momento torsor referente a 15% da rigidez da seção bruta. No caso da torção de compatibilidade, a prática corrente no país é simplesmente desprezar esse esforço. Na análise de grelha de um pavimento, por exemplo, isto é simulado através da divisão por 100 da rigidez a torção.

A norma NBR-6118, por sua vez, na alínea 14.6.7.2, especifica que a rigidez à torção pode ser tomada 15% da elástica. Ao mesmo tempo, na alínea 17.5.1.2, da mesma norma, admite-se desprezar o torsor de compatibilidade.

O presente trabalho investiga em situações correntes de pisos de edifícios o detalhamento das vigas seguindo as diversas premissas utilizadas no país e tem como objetivos:

- Desenvolver modelos de estruturas hiperestáticas com torção de equilíbrio e compatibilidade, usando as premissas acima, observando a redistribuição da torção nas demais peças.
- Estudar prescrições normativas de outros países quanto ao projeto de estruturas de concreto armado submetidas à torção de compatibilidade.

2. TORÇÃO

O momento torsor é o esforço interno que representa o momento que atua no eixo longitudinal de um elemento estrutural. Em estruturas usuais, a torção pode surgir devido à existência de um carregamento excêntrico ou devido às rotações impostas para a compatibilização dos deslocamentos da estrutura e dos elementos vizinhos.

2.1. Tensões devido à torção em elementos não fissurados

2.1.1. Vigas maciças: seções circulares e retangulares

Em elementos sujeitos à torção surgem tensões de cisalhamento no plano da seção transversal e em planos radiais, do eixo do elemento até a superfície. A Figura 1 mostra a tensão de cisalhamento, τ , devido ao torque, T , na viga em questão.

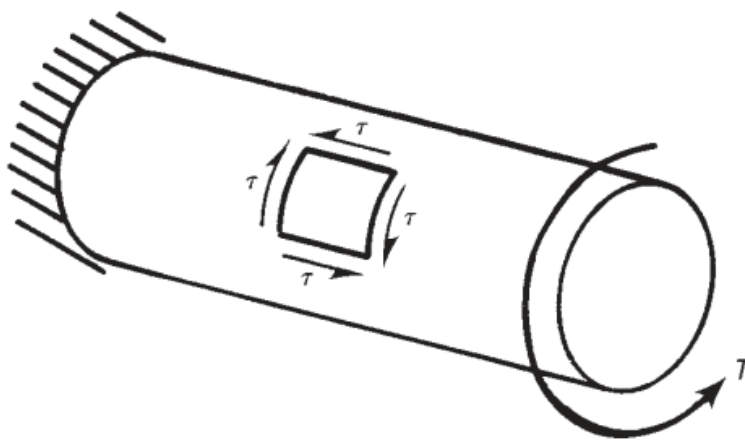


Figura 1 - Tensão de cisalhamento devido à torção

Fonte: WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G., Reinforced Concrete: Mechanics & Design, 2011

Vigas, com seção circular, submetidas à torção apresentam tensão de cisalhamento nula no eixo da viga. Essa tensão cresce linearmente até o valor máximo na superfície, como está ilustrada na Figura 2(a).

Uma das principais vantagens das seções circulares é a sua simetria em relação ao eixo central. Essa simetria faz com que a distribuição de tensões no elemento ocorra de forma linear. Para qualquer outro tipo de seção, os comentários anteriores perdem a validade, já que é eliminada a simetria axial.

Quando a viga tem seção retangular, a tensão de cisalhamento continua sendo nula no eixo da viga, porém a variação dela depende da geometria da seção. A tensão de cisalhamento é máxima no centro das faces e nula nos cantos da seção. A Figura 2(b) mostra a variação da tensão de cisalhamento na seção transversal de uma viga quadrada submetida à torção.

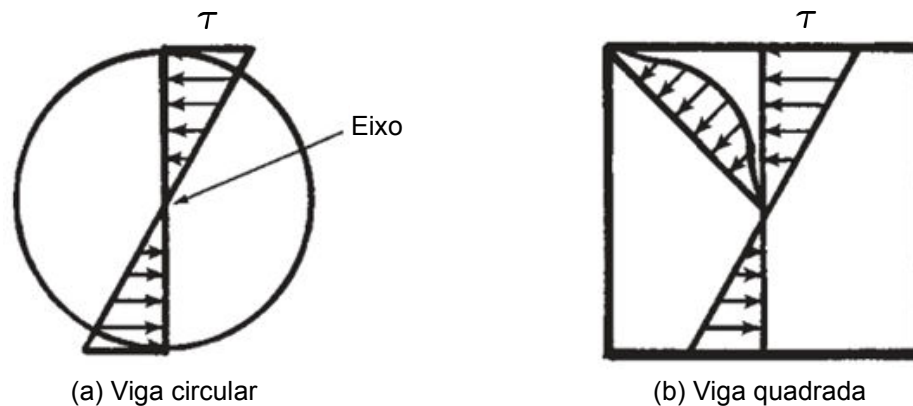


Figura 2 – Distribuição da tensão de cisalhamento

Fonte: WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G., Reinforced Concrete: Mechanics & Design, 2011

A tensão de cisalhamento máxima, $\tau_{\max}$, em vigas de seção circular, pode ser calculada usando a eq.(1). Onde T é momento torsor aplicado, r é o raio do círculo e J é o momento polar de inercia da seção.

$$\tau_{\max} = \frac{T \cdot r}{J} \quad (1)$$

Em vigas retangulares, a tensão de cisalhamento máxima pode ser calculada usando a eq. (2).

$$\tau_{\max} = \frac{T}{\alpha \cdot x^2 \cdot y} \quad (2)$$

Nesse caso x e y são, respectivamente, a menor e a maior dimensão da viga. O parâmetro geométrico α depende das dimensões da seção e pode ser calculado usando a eq.(3).

$$\alpha = \frac{1}{3 + 1,8 \cdot x / y} \quad (3)$$

Em casos onde a seção é composta por vários retângulos, como na Figura 3, a tensão de cisalhamento máxima pode ser estimada usando a eq.(4). Nessa equação, os termos x e y são iguais às dimensões dos retângulos constituintes.

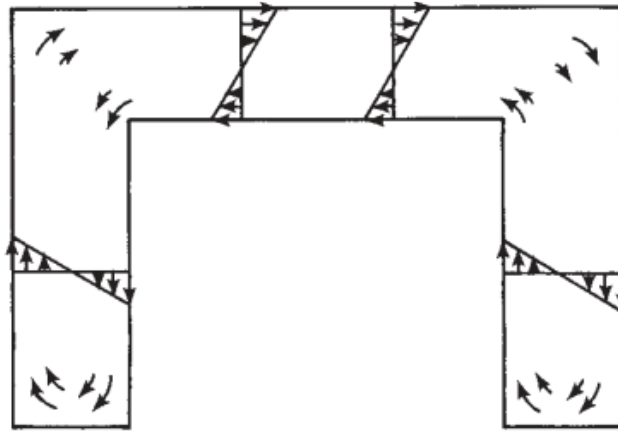


Figura 3 – Distribuição da tensão de cisalhamento em seções compostas

Fonte: WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G., Reinforced Concrete: Mechanics & Design, 2011

$$\tau_{\max} \cong \frac{T}{\sum (x^2 \cdot y/3)} \quad (4)$$

2.1.2. Seções vazadas de paredes delgadas

Nesse tipo de seção, é comum usar a 1ª Fórmula de Bredt, mostrada na eq.(5), para calcular a tensão de cisalhamento máxima. Essa expressão envolve o conceito de fluxo de cisalhamento, q. Esse parâmetro é o produto da tensão de cisalhamento, τ , que atua em uma espessura fictícia da seção, h_e , e o valor dessa espessura. O fluxo de cisalhamento permanece constante em todo o contorno da viga, independente de alguma variação na espessura.

$$\tau_{\max} = \frac{T}{2 \cdot A_e \cdot h_e} \quad (5)$$

Na equação acima, T é o momento torsor aplicado e A_e é a área entre a linha média da espessura do fluxo.

Essa fórmula é particularmente importante, pois é utilizada no dimensionamento de estruturas de concreto armado à torção.

2.2. Rigidez à torção

A rigidez à torção, GC , é definida como a relação entre o momento torsor aplicado, T , e a rotação sofrida pela peça, θ , como mostra a eq.(6).

$$GC = \frac{T}{\theta} \quad (6)$$

Em estruturas isostáticas, como uma marquise, a torção pode ser calculada usando apenas as condições de equilíbrio. Já em estruturas hiperestáticas, como vigas de fachada, esse cálculo não é tão simples, pois é necessário satisfazer não só as condições de equilíbrio, mas as condições de compatibilidade também. Em outras palavras, a rigidez a torção da peça deve ser levada em conta nessa análise.

Em estruturas de concreto armado, devido à fissuração desse material quando em serviço, é comum estudar o comportamento da rigidez à torção antes e depois da fissuração.

No caso de uma viga de concreto armado de seção retangular, antes dela fissurar, a rigidez à torção pode ser calculada usando a teoria da elasticidade, a teoria de St.-Venant, com razoável precisão. A eq.(7) define a rigidez à torção de uma viga retangular no regime elástico, $(GC)_g$.

$$(GC)_g = G_c \cdot \beta_c \cdot x^3 \cdot y \quad (7)$$

Na eq.(7), x e y são, respectivamente, a menor e a maior dimensão da viga. G_c é o módulo de elasticidade transversal, definido pela eq.(8), onde E_c é módulo de elasticidade e ν é o módulo de Poisson do material.

$$G_c = \frac{E_c}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (8)$$

O parâmetro β_c é chamado de constante de torção de St.-Venant e é definido de acordo com as dimensões da peça, segundo a Tabela 1.

Tabela 1 – Constante de torção de St.-Venant

y/x	1.0	1.2	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	10	∞
β_c	0.1406	0.166	0.196	0.229	0.249	0.263	0.281	0.291	0.312	0.333

Após a fissuração, determinar a rigidez à torção não é uma tarefa tão simples, pois além de se tratar de um problema não linear, outras variáveis devem ser levadas em conta no cálculo, como: as taxas de armadura transversal e longitudinal da seção, tensão de escoamento do aço, bitola da armadura transversal, entre outras.

Observando a curva torsor-rotação da viga, pode-se perceber a mudança de comportamento quando há fissuração. A Figura 4 representa uma típica curva torsor-rotação de uma viga de concreto armado.

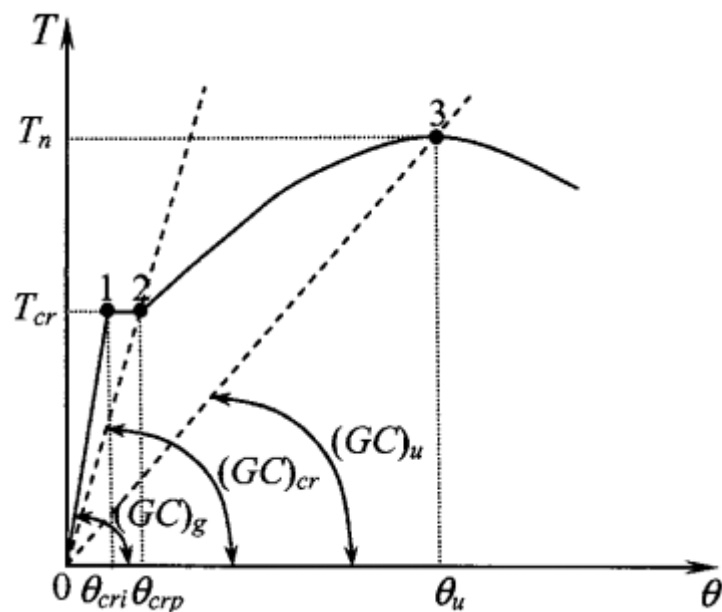


Figura 4 – Curva torsor-rotação

Fonte: TAVIO; TENG, S., Effective Torsional Rigidity of Reinforced Concrete Members, 2004

Na Figura 4, da origem até o ponto 1, a viga ainda não fissurou. Ela apresenta um comportamento elástico linear e uma rigidez à torção constante, $(GC)_g$.

Quando o torque aplicado atinge o momento torsor de fissuração, T_{cr} , a viga fissa e ocorre, para um torque constante, um acréscimo na rotação até o ponto 2. A rotação aumenta de θ_{cri} (imediatamente antes de fissurar) até θ_{crp} (após fissurar). Esse acréscimo de rotação pode ser amenizado com o aumento da taxa de

armadura transversal. A rigidez à torção no ponto 2 é conhecida como rigidez à torção imediatamente após a fissuração, $(GC)_{cr}$, e é claramente menor que a rigidez elástica, como podemos comprovar na Figura 4.

Depois do ponto 2, quando o torque aplicado, T , supera o torque de fissuração, a armadura é solicitada e a curva apresenta um caráter não linear. Determinar a rigidez à torção nesse estado fissurado tem se mostrado um desafio considerável e foi objeto de estudo de vários autores, como Hsu¹, Lampert², Rahal³ e Tavio^{4,5}.

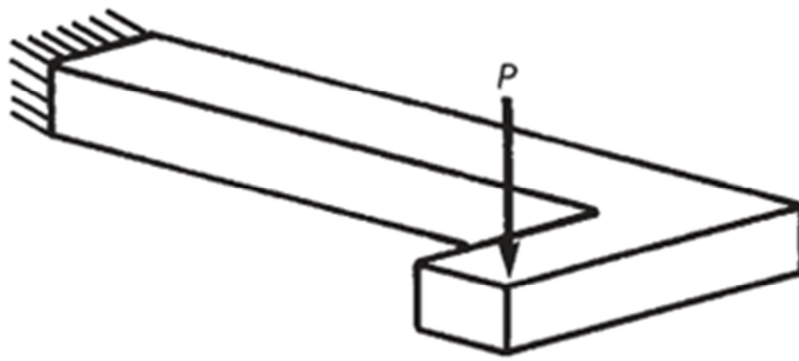
Tavio propôs, para representar o comportamento nesse regime, uma interpolação entre $(GC)_{cr}$ e a rigidez à torção última (estado limite último), $(GC)_U$. A solução proposta se mostrou aceitável, pois os valores obtidos nas análises foram próximos de resultados experimentais. Com base nessa ideia, é possível determinar a rigidez à torção efetiva mesmo que a viga esteja no estado fissurado. No Anexo A consta um exemplo de uma rotina em mathcad que calcula a rigidez à torção efetiva, traça a curva torsor-rotação e calcula o torsor de fissuração e o torsor último, T_n , para uma viga de concreto armado. A rotina de cálculo do Anexo A será discutida melhor posteriormente, no item 4.4, em um dos exemplos de torção desse trabalho.

2.3. Torção de equilíbrio e torção de compatibilidade

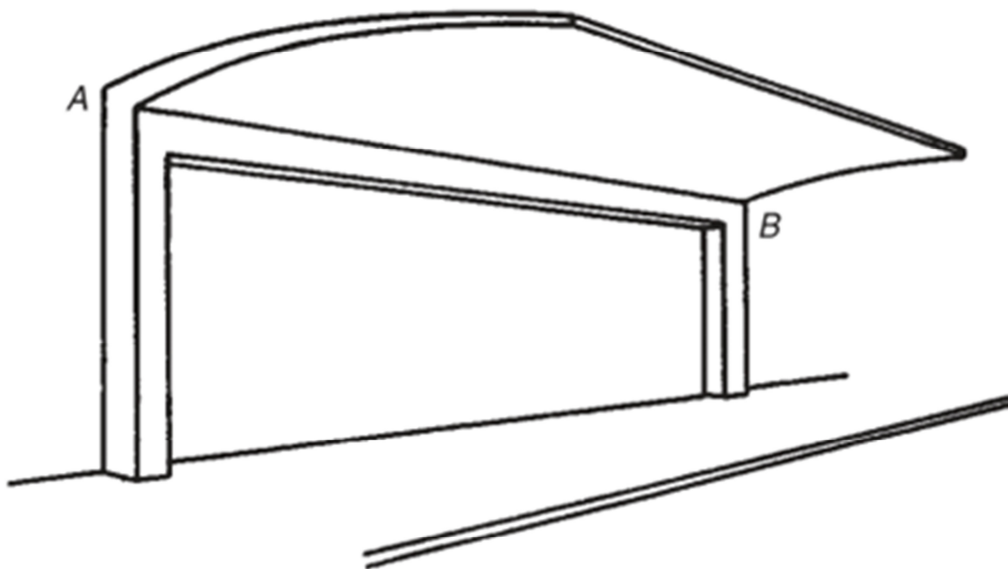
A torção em elementos estruturais pode ser separada em dois grupos: torção de equilíbrio, quando a torção é necessária para satisfazer as condições de equilíbrio, e torção de compatibilidade, quando a torção é resultado da compatibilização das rotações do elemento estrutural e dos elementos vizinhos.

A Figura 5 mostra alguns exemplos de torção de equilíbrio. A Figura 5(a) representa uma viga em balanço com uma carga excêntrica enquanto a Figura 5(b) mostra uma cobertura onde há uma laje em balanço.

Nos exemplos citados acima, caso a estrutura não seja capaz de resistir ao esforço de torção, as vigas vão rotacionar em torno do eixo do elemento até entrar em colapso. Partindo do princípio que essa estrutura está em equilíbrio, as condições de equilíbrio vão ter que ser, obrigatoriamente, satisfeitas. Ou seja, na Figura 2(b), independente da rigidez à torção, da altura ou outros parâmetros da viga AB, o momento torsor nela deverá equilibrar o momento oriundo da carga na laje, pois só assim a condição da somatória dos momentos igual à zero será verdadeira.



(a) Viga em balanço com carga excêntrica



(b) Coberta com laje em balanço

Figura 5 – Exemplos de torção de equilíbrio

Fonte: WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G., Reinforced Concrete: Mechanics & Design, 2011

Na Figura 6, podemos ver uma viga bi apoiada, onde o carregamento P causa rotação nos apoios A e B e um diagrama do momento fletor positivo, semelhante ao ilustrado.

Agora, se no ponto A não fosse um simples apoio, como no caso anterior, e sim uma associação monolítica com a viga transversal CD, como mostra a Figura 7(a), a situação seria bem diferente. Nessa nova configuração o ponto A só rotaciona se a viga CD acompanhar o movimento e também rotacionar em torno do seu próprio eixo.

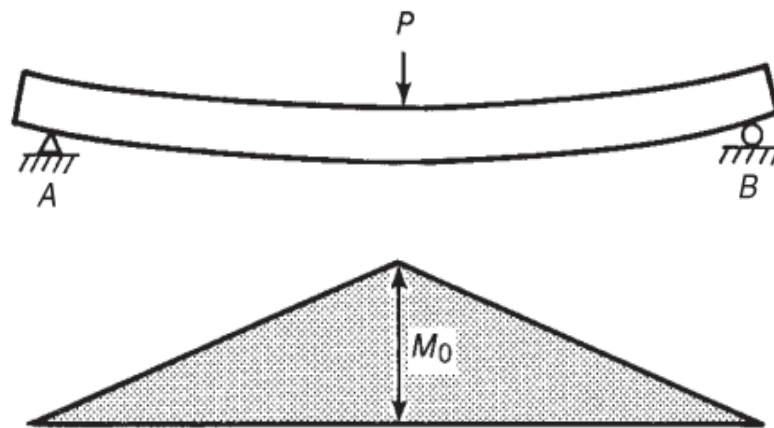
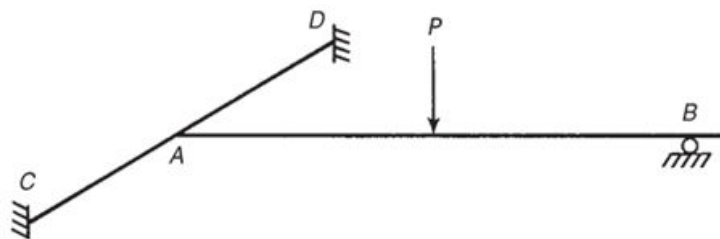
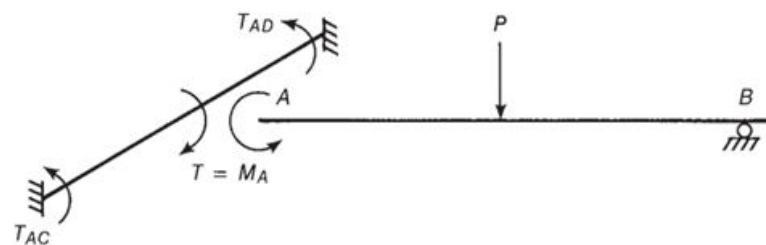


Figura 6 – Viga bi apoiada e diagrama de momento fletor

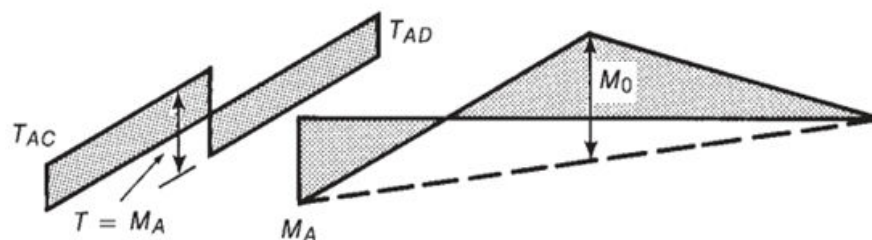
Fonte: WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G., Reinforced Concrete: Mechanics & Design, 2011



(a)



(b)



(c)

Figura 7 – Exemplo de torção de compatibilidade

Fonte: WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G., Reinforced Concrete: Mechanics & Design, 2011

Para esse caso, surge um momento fletor negativo, M_A , na viga AB e um momento torsor, T , na viga CD. Devido à continuidade da estrutura, podemos garantir M_A é igual e oposto a T , como mostra a Figura 7(b).

Esse momento fletor, M_A , depende da relação entre a rigidez à torção da viga CD e a rigidez a flexão da viga AB. Por exemplo, se os pontos C e D tiverem restrição à rotação no eixo da viga, e a rigidez a torção da viga CD fosse muito pequena, comparada com a rigidez a flexão da viga AB, o momento fletor M_A , junto com o torsor T , se aproximaria de zero, pois a viga CD não apresentaria considerável resistência ao giro.

Já o caso contrário, se a rigidez à torção de CD fosse muito grande, em comparação com a rigidez a flexão de AB, o momento M_A , se aproximaria do momento máximo possível, que é na situação de um engaste perfeito.

Nesse exemplo, o momento fletor M_A e o momento torsor T surgem da necessidade da compatibilização das rotações do ponto A e da viga CD. Por isso, o momento torsor T é denominado momento torsor de compatibilidade.

Se compararmos a Figura 6 com a Figura 7(c), podemos ver que o momento M_A causou uma redistribuição dos esforços na segunda situação e o momento positivo, onde a carga está aplicada, ficou menor que o momento na situação original, M_o .

Esse fato é importante, pois, assim, a relação entre a rigidez à torção e a rigidez a flexão das duas vigas não interfere só no momento negativo M_A e no momento torsor T , ela também influencia no momento positivo máximo no meio do vão.

Essa ideia deve ser levada em conta no projeto, pois, uma má determinação da rigidez à torção da viga pode induzir toda a análise a resultados errados. Principalmente em estruturas de concreto armado, pois, como foi visto, a fissuração da viga varia a rigidez à torção, e isso causa uma redistribuição dos esforços.

2.4. Cálculo do momento torsor

Embora os momentos torsores possam ser separados em dois grupos, torção de equilíbrio e torção de compatibilidade. Esse fenômeno pode se manifestar nas estruturas de três formas, dependendo se o problema é isostático ou hiperestático. Essa diferença influencia em como é calculada a magnitude do esforço.

2.4.1. Momento tursor de equilíbrio em estruturas isostáticas

O momento tursor de equilíbrio, que se manifesta em estruturas isostáticas, pode ser calculado simplesmente usando as equações de equilíbrio. Não só o sistema estrutural principal, mas todo subsistema retirado dele, deve satisfazer as equações de equilíbrio.

2.4.2. Momento tursor de equilíbrio em estruturas hiperestáticas

Para exemplificar a situação de um momento tursor de equilíbrio aplicado em uma estrutura hiperestática, pode-se recorrer à situação da Figura 5(b). Considerando T o momento tursor aplicado por metro na viga AB e L o comprimento da viga, é possível traçar o diagrama do momento tursor da viga como na Figura 8.



Figura 8 – Diagrama do momento tursor da viga AB

Fonte: WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G., Reinforced Concrete: Mechanics & Design, 2011

Por outro lado, esse diagrama só é válido se a rigidez à flexão dos pilares for igual. Caso o pilar A seja mais rígido que o pilar B, o diagrama perderá a simetria e ficará deslocado para o pilar A, onde o momento tursor aumentará. O aumento do momento tursor pode causar a fissuração da viga AB próximo do pilar A, diminuindo a rigidez à torção da viga e por sua vez redistribuindo os esforços.

Essa relação entre a rigidez à flexão dos pilares e a rigidez à torção da viga, em estruturas hiperestáticas sujeitas a torção de equilíbrio, torna estimar o diagrama do momento tursor da viga uma atividade complexa.

Porém, usualmente, devido à simetria das estruturas, a rigidez à flexão dos pilares não diferem muito. Considerando esse fato e a redistribuição dos esforços depois da fissuração da viga, pode-se utilizar, na maioria dos casos, um diagrama do momento tursor semelhante ao da Figura 8.

2.4.3. Momento torsor de compatibilidade em estruturas hiperestáticas

Anteriormente no item 2.3, foi discutido o exemplo da Figura 7, onde é apresentado um caso de torção de compatibilidade em uma estrutura hiperestática. Nesse problema, por se tratar de uma estrutura em concreto armado, é necessário considerar a redistribuição dos esforços após a fissuração.

Esse efeito também pode ser visto em uma grelha que simula o sistema de lajes do piso de um edifício. Nessa análise, devem ser consideradas as rigidezes à torção e a flexão efetivas nas barras.

O momento torsor de compatibilidade pode ser calculado usando a teoria do campo de compressão modificada, método que será discutido no item 5.1 do presente trabalho.

É importante lembrar que a torção de compatibilidade só ocorre em estruturas hiperestáticas, portanto, qualquer torção que ocorra em uma estrutura isostática é classificada como de equilíbrio.

2.5. Comportamento de vigas de concreto armado sujeitas à torção

2.5.1. Torção Pura

Uma viga de concreto armado, com barras longitudinais nos cantos e estribos fechados distribuídos em seu comprimento, consegue resistir a um momento torsor maior que o de fissuração, como foi ilustrado na curva torsor-rotação da Figura 4.

Ensaio em laboratório mostram que se compararmos o comportamento à torção de vigas maciças e vazadas, com as mesmas dimensões externas e mesma taxa de armadura longitudinal e transversal, pode-se perceber que as duas seções tem um comportamento semelhante e um momento último praticamente igual, embora as vigas vazadas tenham um momento torsor de fissuração menor que o das seções maciças. Esse fato indica que a resistência última depende do tubo externo de concreto que contém a armação da viga, não importando muito o núcleo de concreto do elemento. Esse comportamento é levado em conta no modelo adotado no projeto de vigas de concreto armado sujeitas à torção pura.

Uma viga de concreto, sujeita a esse esforço, pode falhar em suportar o carregamento por vários motivos, seja por escoamento da armadura longitudinal e/ou transversal, ou por esmagamento do concreto na região comprimida.

2.5.2. Combinação de torção, flexão e cortante

Em estruturas de concreto armado, o momento torsor, geralmente, surge combinado com o momento fletor e o esforço cortante. Em raros casos esse esforço atua só. Por isso, é importante saber como a estrutura responde a combinação desses três esforços.

A Figura 9 mostra os resultados de ensaios feitos com diversas vigas, sem armadura transversal, submetidas a vários níveis de torção e cortante.

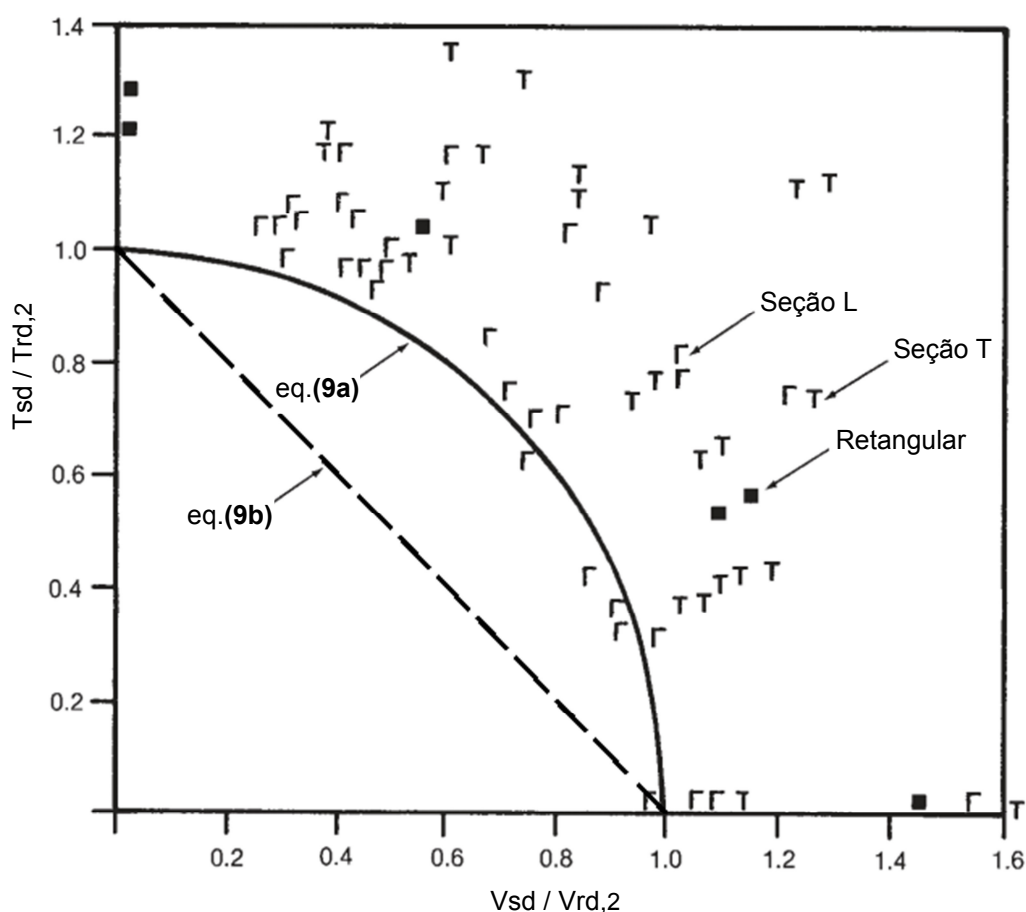


Figura 9 – Interação momento torsor x esforço cortante

Fonte: WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G., Reinforced Concrete: Mechanics & Design, 2011

De acordo com esses resultados, foi proposta a eq.(9a), que representa a envoltória para a interação torção-cortante. Essa equação tem caráter elíptico e está presente na norma ACI 318⁶. A norma NBR-6118/2007⁷, por sua vez, se baseia na eq.(9b), que claramente é a favor da segurança, como mostra a Figura 9.

$$\left(\frac{V_{sd}}{V_{rd,2}}\right)^2 + \left(\frac{T_{sd}}{T_{rd,2}}\right)^2 = 1 \quad (9a)$$

$$\frac{V_{sd}}{V_{rd,2}} + \frac{T_{sd}}{T_{rd,2}} = 1 \quad (9b)$$

Tanto a eq.(9a) como a eq.(9b) são consideradas na verificação do esmagamento da diagonal comprimida em vigas submetidas à combinação entre esses dois esforços. Nas eq.(9a) e eq.(9b), V_{sd} e T_{sd} são, respectivamente, o esforço cortante de projeto e o momento torsor de projeto. Os parâmetros $V_{rd,2}$ e $T_{rd,2}$ representam o esforço cortante e o momento torsor resistentes de cálculo, relativo à ruína da diagonal comprimida de concreto.

É importante ressaltar que para essa verificação ser correta, os dois esforços V_{sd} e T_{sd} devem ser da mesma seção da viga e atuarem no mesmo instante. Não fazendo sentido verificar a combinação de esforços de seções diferentes, muito menos esforços que não atuam simultaneamente na seção. Essa última observação é particularmente importante em análises onde a carga é móvel e os esforços variam de acordo com a posição do carregamento, por exemplo, pontes.

2.6. Dimensionamento de vigas de concreto armado à torção

2.6.1. Modelo de seção vazada de parede delgada/treliça espacial

Atualmente, o modelo de cálculo mais usado, em todo o mundo, no dimensionamento de vigas de concreto armado à torção, é o da seção vazada de parede delgada combinado com o da treliça espacial. Esse modelo utiliza preceitos do cálculo da tensão de cisalhamento devido à torção para seções vazadas de parede delgada, discutido anteriormente no item 2.1.2, e da treliça espacial generalizada.

As prescrições normativas brasileiras de projeto de estruturas de concreto armado utilizam esse modelo, concordando assim com o modelo de treliça utilizado para o dimensionamento à cortante.

Nessa formulação, tanto seções maciças como seções vazadas são consideradas como tubos. Essa hipótese é válida, pois, como foi visto no item 2.5.1, a resistência última à torção depende do tubo externo de concreto que contém a

armação da viga, não importando muito o núcleo de concreto. Com base nisso, é estabelecido um elemento tubular equivalente para o dimensionamento da seção.

Inicialmente, a torção é resistida pelo fluxo de cisalhamento, q , ao redor do perímetro da viga, como está ilustrada na Figura 10(a). A viga, nessa situação, é considerada como uma seção vazada de parede delgada.

Após a fissuração, a estrutura é idealizada como uma treliça espacial, formada pelas barras longitudinais nos cantos, os estribos transversais e as diagonais comprimidas, como mostra a Figura 10(b). Admite-se que as diagonais estão localizadas entre as fissuras, aproximadamente centradas nos estribos. A norma ACI 318 na sua seção 11.5.3.6 admite a inclinação das diagonais, θ , igual a 45° , para elementos não protendidos, concordando assim com o modelo usado no dimensionamento à cortante.

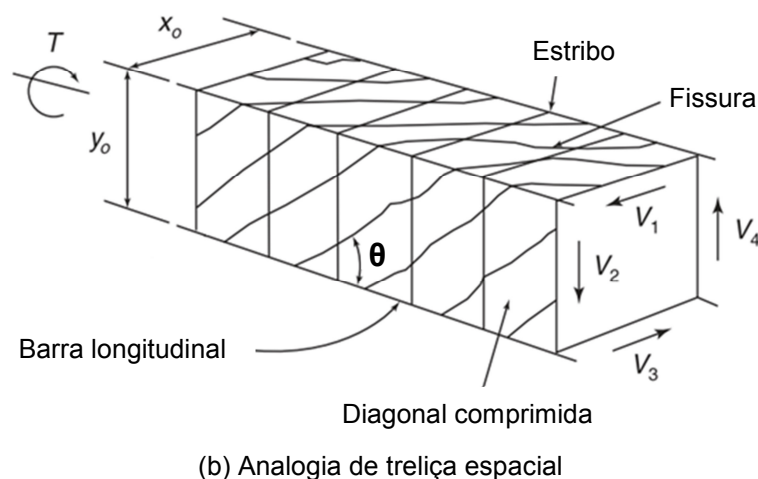
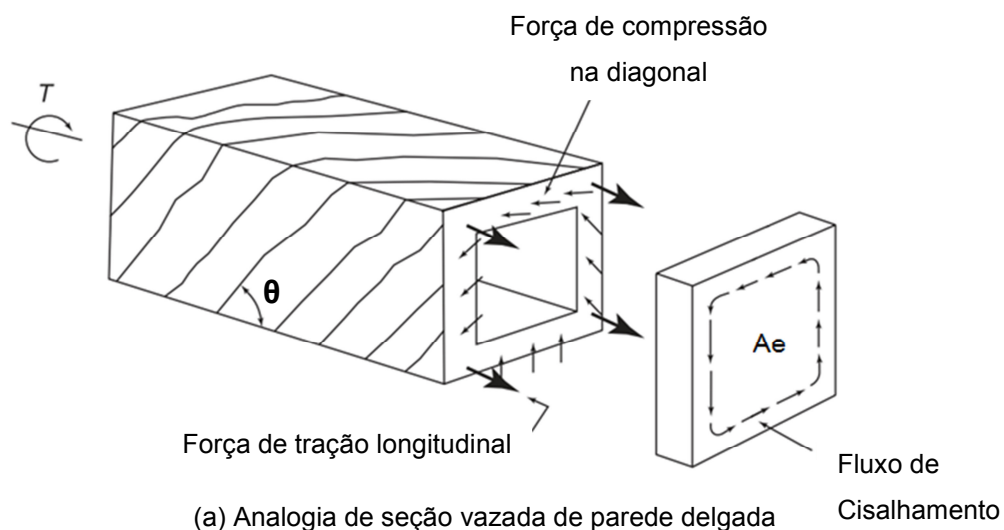


Figura 10 – Modelo de cálculo para o dimensionamento

Fonte: WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G., Reinforced Concrete: Mechanics & Design, 2011

2.6.2. Momento tursor de fissuração

Em vigas de concreto armado, a armação só apresenta esforços consideráveis após a fissuração. Por isso, é importante determinar qual tursor causa fissuração na viga.

Para aplicar o modelo de cálculo em uma seção maciça, é necessário definir qual é a espessura, h_e , do tubo equivalente de concreto. A norma ACI 318 na seção 11.5.1 permite que essa espessura possa ser estimada de acordo com a eq.(10). Onde, P_{cp} e A_{cp} são, respectivamente, o perímetro da seção e a área inclusa nesse perímetro, incluindo a área de qualquer vazio.

$$h_e = \frac{3 \cdot A_{cp}}{4 \cdot P_{cp}} \quad (10)$$

Combinando as equações eq.(5), 1ª formula de Bredt, e eq.(10), e substituindo A_e por $2 \cdot A_{cp}/3$, pode-se obter a eq.(11).

$$\tau = \frac{T \cdot P_{cp}}{A_{cp}^2} \quad (11)$$

Admite-se que as fissuras devido à torção só ocorrem quando as tensões principais de tração superam a resistência à tração do concreto em um estado biaxial de tração-compressão. Considerando essa resistência do concreto igual a $0.33\sqrt{f_{ck}}$, onde o f_{ck} é dado em MPa, e substituindo esse parâmetro na eq.(11), pode-se estimar o momento tursor de fissuração usando-se a eq.(12).

Essa resistência à tração do concreto está presente no ACI 318. A NBR 6118, por sua vez, utiliza o parâmetro $f_{ctk.inf}$, resistência à tração característica inferior do concreto. A norma americana permite utilizar o esforço calculado na eq.(12) como momento tursor de projeto.

$$T_{cr} = 0.33\sqrt{f_{ck}} \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \quad (12)$$

2.6.3. Armadura transversal de torção

Usando, novamente, a 1ª formula de Bredt, mostrada na eq.(5), e a ideia de fluxo de cisalhamento, pode-se definir esse parâmetro de acordo com a eq.(13).

$$q = \frac{T}{2.Ae} \quad (13)$$

Aplicando a eq.(13) na Figura 10(b), onde estão atuando os esforços cortantes V_1 e V_2 , pode-se obter as equações eq.(14a) e eq.(14b).

$$V_1 = \frac{T}{2.Ae} x_0 \quad (14a)$$

$$V_2 = \frac{T}{2.Ae} y_0 \quad (14b)$$

A Figura 11 exemplifica o mecanismo de resistência dos estribos ao esforço cortante V_2 . Os esforços $A_{90}.f_{ywd}$ representam a reação de cada estribo a essa solicitação, onde A_{90} é a área da seção transversal do estribo e f_{ywd} é a tensão de escoamento de dimensionamento da armadura passiva.

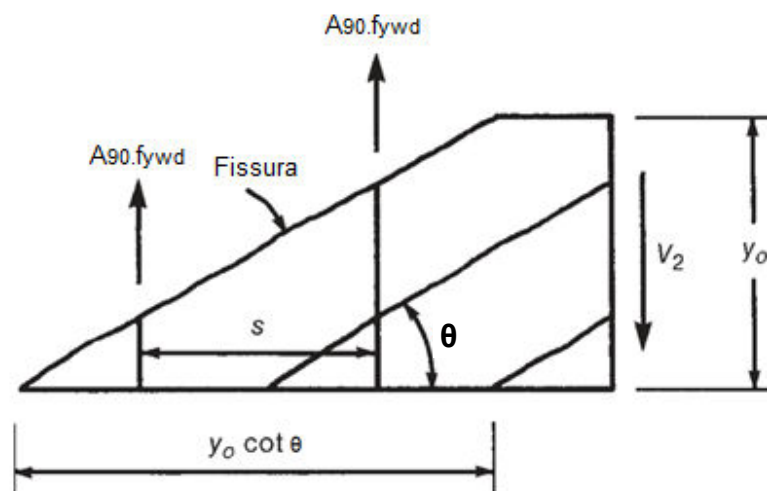


Figura 11 – Mecanismo de resistência dos estribos

Fonte: WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G., Reinforced Concrete: Mechanics & Design, 2011

Analisando essa ilustração, pode-se perceber que o número de estribos contido em uma fissura é a razão entre $y_0.cotg(\theta)$ e o espaçamento entre os estribos, s . Considerando que os esforços nos estribos devem combater o cortante V_2 e os estribos escoam no estado ultimo, pode-se propor a eq.(15).

$$\frac{V_2}{A_{90}.f_{ywd}} = \frac{y_0.cotg(\theta)}{s} \quad (15)$$

Combinando a eq.(14b) e a eq.(15) e considerando o momento torsor, T , o momento torsor de projeto, T_{sd} , é obtida a eq.(16a). Essa equação está presente no ACI 318, Eq. 11-21.

$$T_{sd} = \frac{2.A_e.A_{90}.f_{ywd}}{s} \cotg(\theta) \quad (16a)$$

Reformulando a eq.(16a) e admitindo θ igual a 45° , pode-se determinar a taxa de armadura transversal em uma viga de concreto armado submetida à torção através a eq.(16b).

$$\frac{A_{90}}{s} = \frac{T_{sd}}{2.A_e.f_{ywd}} \quad (16b)$$

Uma observação importante que deve ser feita sobre a armadura transversal para torção em vigas de concreto armado é que os estribos sempre devem ser fechados. Pois, se eles forem abertos, o esforço não ficará confinado no estribo e a estrutura não trabalhará como foi idealizada no dimensionamento.

2.6.4. Armadura longitudinal de torção

A armadura longitudinal de torção em vigas de concreto armado deve combater a tração no sentido longitudinal que ocorre na treliça espacial.

A Figura 12 mostra que o esforço cortante V_2 pode ser substituído pela componente D_2 , no sentido da diagonal comprimida, e pela componente N_2 , que representa a tração no sentido longitudinal da viga.

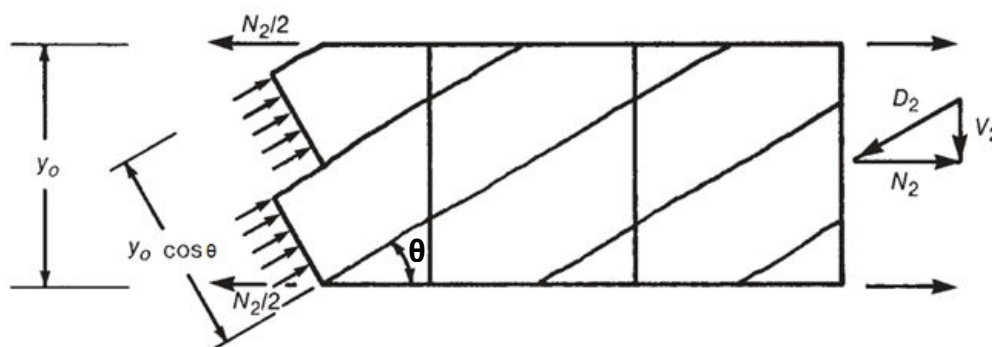


Figura 12 – Mecanismo de resistência das barras longitudinais

Fonte: WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G., Reinforced Concrete: Mechanics & Design, 2011

De acordo com a Figura 12, é possível definir a componente N_2 usando a eq.(17).

$$N_2 = V_2 \cdot \cotg(\theta) \quad (17)$$

Partindo do princípio que o fluxo de cisalhamento é constante em todo contorno da viga, pode-se admitir que a componente N_2 atua no centroide de cada face lateral do tubo idealizado. Análogo a N_2 , N_1 atua no centroide das faces superior e inferior do mesmo tubo. Com isso, é possível estimar a componente total de tração axial na treliça, para um elemento retangular, N , usando a eq.(18).

$$N = 2 \cdot (N_1 + N_2) \quad (18)$$

Combinando a eq.(14a), eq.(14b), eq.(17) e eq.(18), e considerando o momento tursor, T , o momento tursor de projeto, T_{sd} , pode-se obter a eq.(19).

$$N = \frac{T_{sd}}{2 \cdot A_e} 2 \cdot (x_o + y_o) \cdot \cotg(\theta) \quad (19)$$

O termo $2 \cdot (x_o + y_o)$ é aproximadamente o valor do perímetro de um estribo fechado (ou o perímetro da área A_e) e é conhecido como U_e .

A armadura longitudinal, A_{sl} , combate o esforço de tração N . Admitindo que a armadura escoa ao suportar esse esforço, podemos obter a eq.(20). Onde f_{ywd} é a tensão de escoamento de dimensionamento da armadura passiva.

$$N = A_{sl} \cdot f_{ywd} \quad (20)$$

Considerando as ultimas observações, pode-se obter a eq.(21).

$$A_{sl} = \frac{T_{sd} \cdot U_e}{2 \cdot A_e \cdot f_{ywd}} \cotg(\theta) \quad (21)$$

De outra forma, a eq.(21) pode ser representada em termos de área de armadura transversal, combinando ela com a eq.(16b), como mostra a eq.(22). Essa expressão é análoga a Eq. 11-22 do ACI 318.

$$A_{sl} = \frac{A_{90}}{s} U_e \cot^2(\theta) \quad (22)$$

A única simplificação feita, em relação à equação do ACI, é que na eq.(22) a tensão de escoamento da armadura longitudinal é considerada igual a da transversal. Por isso, o termo da razão das tensões de escoamento não aparece na eq.(22).

Devido a algumas hipóteses e simplificações adotadas no modelo estrutural, existem observações que devem ser seguidas no detalhamento da peça.

A armadura longitudinal deve ser distribuída uniformemente em todo o contorno da viga, para assim o centroide da armadura coincidir com o centroide do elemento estrutural.

As duas armaduras, longitudinal e transversal, devem estar contidas na espessura externa, h_e , da viga, para concordar com o modelo do tubo de concreto idealizado.

3. VERIFICAÇÃO À TORÇÃO SEGUNDO A NBR-6118/2007

A norma NBR-6118/2007 no item 17.5 trata sobre elementos lineares sujeitos à torção no estado limite último. Nessa seção, a norma pressupõe a utilização de um modelo resistente constituído por uma treliça espacial, definida a partir de um elemento estrutural equivalente de seção vazada. Ou seja, a norma usa o modelo de seção vazada de parede delgada/treliça espacial, descrito anteriormente no item 2.6.1 do presente trabalho.

3.1. Recomendações para torção de equilíbrio e compatibilidade

Quando a torção é de equilíbrio, a norma deixa claro que sempre deve existir armadura destinada a resistir os esforços de tração oriundos da torção. Essa armadura deve ser constituída por estribos verticais normais ao eixo do elemento e barras longitudinais distribuídas ao longo do perímetro da seção.

Já quando se trata de uma torção de compatibilidade, a norma afirma que esse esforço pode ser desprezado, desde que o elemento estrutural tenha capacidade de adaptação plástica suficiente e que todos os outros esforços sejam calculados sem levar esse efeito em conta.

A norma também afirma que em elementos com comprimento menor ou igual a duas vezes a altura da peça, para garantir um nível razoável de capacidade de adaptação plástica, deve-se tomar duas medidas: respeitar a armadura mínima à torção (discutida posteriormente) e limitar a força cortante de projeto, V_{sd} , como mostra a eq.(23), onde $V_{rd,2}$ é o esforço cortante resistente de cálculo relativo à ruína da diagonal comprimida de concreto.

$$V_{sd} \leq 0.7.V_{rd,2} \quad (23)$$

3.2. Espessura equivalente recomendada pela NBR-6118

Como foi visto no item 2.6.2 do presente trabalho, para aplicar o modelo de cálculo em uma seção maciça, é necessário definir qual é a espessura do tubo equivalente de concreto.

Para definir esse parâmetro, a NBR-6118 recomenda a eq.(24), limitando esse valor para, no mínimo, o dobro da distância entre o eixo da barra longitudinal do canto e a face lateral do elemento estrutural.

$$h_e \leq \frac{A_{cp}}{P_{cp}} \quad (24)$$

Já quando a seção é vazada, a NBR-6118 recomenda que a espessura equivalente usada deve ser a menor entre: a espessura real da parede e a espessura equivalente calculada para uma seção maciça de mesmas dimensões externas que a seção vazada.

3.3. Condições de resistência à torção

Um elemento estrutural submetido à torção pura é considerado satisfatório, em relação à resistência a esse esforço, quando as condições mostradas nas eq.(25), eq.(26) e eq.(27) são satisfeitas.

$$T_{sd} \leq T_{rd,2} \quad (25)$$

$$T_{sd} \leq T_{rd,3} \quad (26)$$

$$T_{sd} \leq T_{rd,4} \quad (27)$$

Nessas equações, T_{sd} é o momento tórsor de dimensionamento, $T_{rd,2}$ é o momento tórsor resistente de cálculo relativo à ruína da diagonal comprimida, $T_{rd,3}$ é o momento tórsor resistente de cálculo relativo aos estribos e $T_{rd,4}$ é o momento tórsor resistente de cálculo relativo à armadura longitudinal.

3.3.1. Verificação do esmagamento das diagonais comprimidas

A NBR-6118 recomenda que em vigas de concreto armado submetidas à torção seja verificado o risco de esmagamento das diagonais comprimidas de concreto.

Quando se trata de uma torção pura, essa verificação pode ser feita de acordo com a eq.(25). Mas, quando a torção é combinada com um esforço cortante, deve-se levar em conta a atuação simultânea dos dois esforços na seção. Por isso, a NBR-6118 recomenda o uso da eq.(28), baseada na eq.(9b), discutida anteriormente no item 2.5.2 do presente trabalho.

$$\frac{V_{sd}}{V_{rd,2}} + \frac{T_{sd}}{T_{rd,2}} \leq 1 \quad (28)$$

Na verificação, segundo a NBR-6118, o parâmetro $T_{rd,2}$ pode ser calculado de acordo com a eq.(29). Onde, f_{ck} é a resistência característica de compressão do concreto com 28 dias (em MPa) e f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto.

$$T_{rd,2} = 0,5 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \cdot A_e \cdot h_e \cdot \text{Sen}(\theta) \quad (29)$$

O Ângulo θ representa a inclinação das diagonais de concreto e é arbitrado entre 30° e 45°. A_e é a área limitada pela linha média da parede da seção vazada, incluindo qualquer vazio, e h_e representa a espessura equivalente da parede da seção vazada.

3.3.2. Verificação da Armadura para torção

Na verificação da armadura para torção, a NBR-6118 recomenda o uso das equações eq.(26) e eq.(27). Nessa verificação, os parâmetros $T_{rd,3}$ e $T_{rd,4}$ podem ser calculados, respectivamente, usando as eq.(30) e eq.(31).

$$T_{rd,3} = \frac{2 \cdot A_e \cdot A_{90} \cdot f_{ywd}}{s} \cotg(\theta) \quad (30)$$

$$T_{rd,4} = 2 \cdot A_e \cdot f_{ywd} \cdot \frac{A_{sl}}{U_e} \tg(\theta) \quad (31)$$

Pode-se perceber que as equações eq.(30) e eq.(31) são análogas as equações eq.(16a) e eq.(21), deduzidas anteriormente nos itens 2.6.3 e 2.6.4 do presente trabalho.

3.4. Armadura mínima à torção

A NBR-6118 determina a taxa geométrica mínima de armadura longitudinal e transversal para torção de acordo com a eq.(32).

$$\rho_{sl} = \rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s} \geq 0.2 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}} \quad (32)$$

Onde, ρ_{sl} e ρ_{sw} são, respectivamente, as taxas de armadura mínima longitudinal e transversal. A_{sw} é a área da seção transversal dos estribos de força cortante e b_w é largura da base da viga.

O parâmetro f_{ctm} é definido como a resistência à tração média do concreto, enquanto f_{ywk} é a tensão de escoamento característica da armadura passiva.

Caso o resultado do dimensionamento for uma armadura menor que a mínima definida pela norma, a taxa de armadura utilizada deve ser a obtida pela eq.(32).

4. EXEMPLOS DE TORÇÃO

A seguir, serão mostradas algumas situações onde as estruturas estão submetidas a torções de equilíbrio e de compatibilidade. Será demonstrada a influência que a rigidez à torção tem não só sobre o momento torsor, mas também em relação aos deslocamentos da estrutura e os outros esforços internos.

Os exemplos foram simulados no software de projeto CAD/TQS e as análises estruturais realizadas, para fins de dimensionamento ao estado limite último, utilizaram os redutores das inércias indicados na alínea 15.7.3 da NBR 6118.

4.1. Marquise Simples

Inicialmente, foi proposto um problema para verificar a influência da rigidez à torção nos esforços e deslocamentos de uma estrutura submetida à torção de equilíbrio.

Esse problema consiste em uma laje, L1, engastada em uma viga, V1, que, por sua vez, está apoiada em dois pilares, P1 e P2, cada um com dois metros de comprimento. A laje está submetida a um carregamento permanente de 0.15 tf/m^2 e variável de 0.25 tf/m^2 . Não há ligação entre a laje e o pilar, dessa forma toda transmissão de esforços entre os dois elementos é feita pela viga V1.

A Figura 13 mostra a estrutura descrita anteriormente, juntamente com as dimensões dos elementos e o carregamento aplicado.

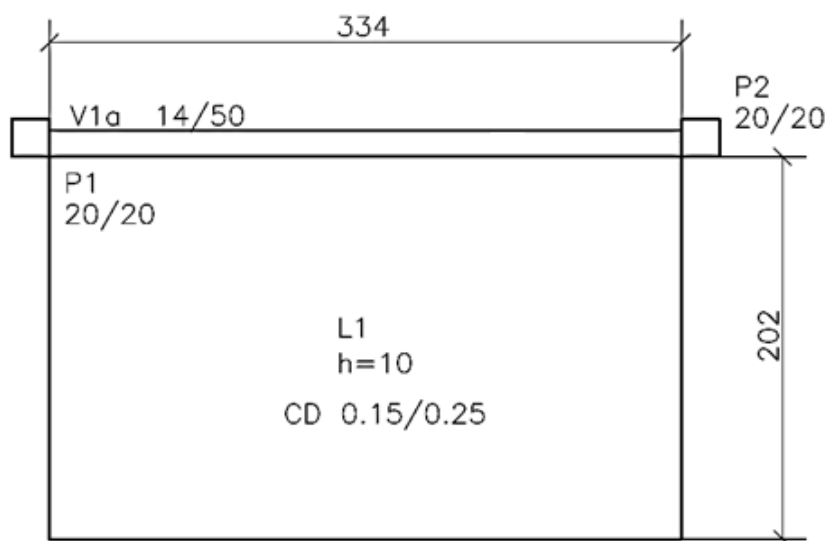


Figura 13 – Marquise simples

Fonte: Autor, CAD/TQS, 2014

Foram estabelecidos três modelos usando o software CAD/TQS. Os três foram praticamente iguais, sendo a única diferença entre eles o divisor da rigidez à torção adotado na viga que suporta a laje.

No primeiro modelo esse coeficiente foi igual a um, ou seja, a rigidez efetiva adotada foi igual à rigidez elástica da seção. No segundo caso, o valor adotado foi 6,67, ou seja, a rigidez efetiva é igual a 15% da rigidez elástica (NBR-6118). No último caso, o divisor usado foi igual a 100, ou seja, a rigidez é igual a 1% da elástica. A Figura 14 mostra uma vista da estrutura modelada, enquanto a Figura 15 representa o modelo estrutural estabelecido para o problema.

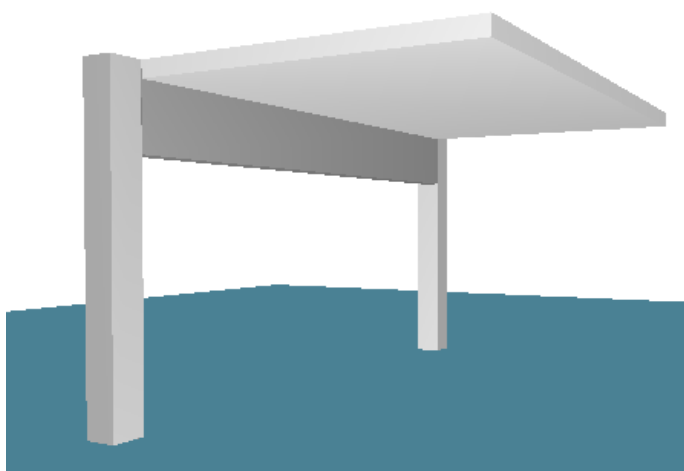


Figura 14 – Vista tridimensional do modelo da marquise

Fonte: Autor, CAD/TQS, 2014

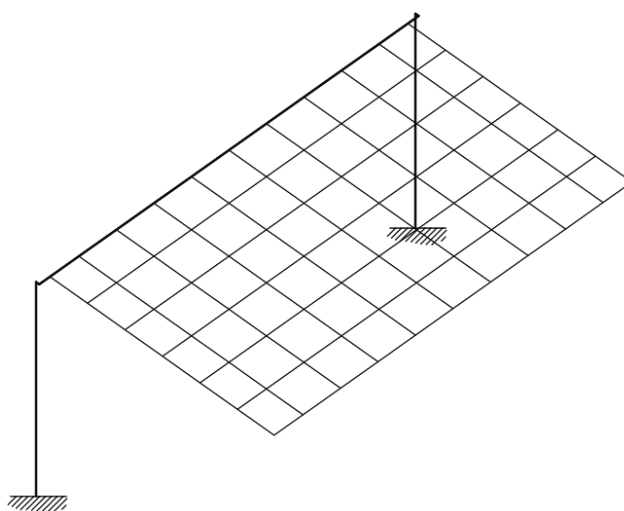


Figura 15 – Modelo estrutural da marquise

Fonte: Autor, CAD/TQS, 2014

Depois de obter os resultados dos três modelos, pôde-se perceber que independente da rigidez a torção adotada, o torsor máximo na viga é o mesmo. Isso é coerente, pois essa torção é de equilíbrio, ela não depende da compatibilidade dos deslocamentos e, conseqüentemente, não depende da rigidez.

A Figura 16 mostra o diagrama dos momentos torsores na viga V1 para os três modelos.

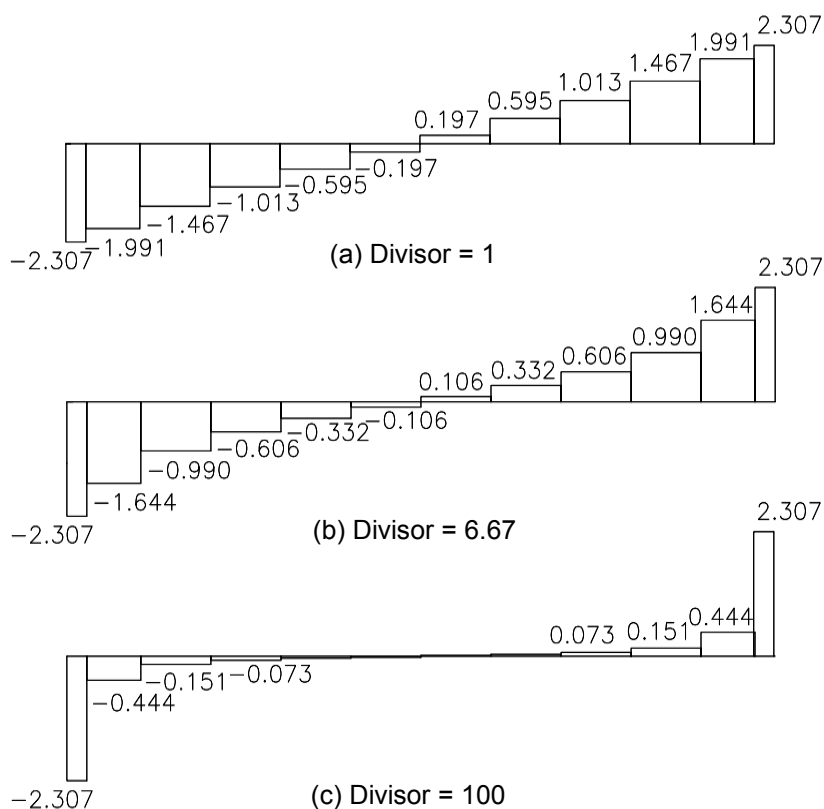


Figura 16 – Diagrama dos momentos torsores na viga V1 da marquise (tf.m)

Fonte: Autor, CAD/TQS, 2014

Apesar do momento máximo ser o mesmo nos 3 modelos (2.307tf.m), a distribuição do esforço na viga varia com a rigidez a torção. No último caso, a viga quase não apresenta resistência à torção, restando praticamente aos pilares a tarefa de combater esse esforço.

Já no caso do deslocamento máximo, quanto maior o divisor da rigidez à torção, maior é o valor do deslocamento na extremidade livre da laje, como podemos constatar através da Tabela 2. Esse fenômeno ocorre devido à diminuição da restrição ao giro, imposta pela viga V1.

Tabela 2 – Deslocamento máxima na marquise

Divisor da rigidez à torção	Deslocamento máximo (cm)
1	6,5
6.67	9,2
100	25,4

Os resultados desses modelos se mostraram satisfatórios, pois, concordaram com as teorias da análise estrutural. Além disso, pode-se verificar a influência da rigidez à torção no exemplo proposto, uma viga de concreto armado submetida a uma torção de equilíbrio.

4.2. Piso Simples

O Segundo exemplo, trata da análise de uma viga sujeita a uma torção de compatibilidade. A estrutura estudada consiste em um único pavimento composto por um sistema de duas lajes e cinco vigas, apoiadas em quatro pilares, de comprimento três metros cada. A Figura 17 mostra a estrutura descrita anteriormente, juntamente com as dimensões dos elementos e o carregamento aplicado.

Devido a esse carregamento no pavimento (0.10 tf/m^2 permanente e 0.20 tf/m^2 variável), as duas lajes, L1 e L2, e a viga V4 aplicam um momento torsor de compatibilidade na viga V1. Estudar a influencia da rigidez à torção sobre esse esforço é o objetivo do exemplo proposto.

Foram estabelecidos três modelos usando o software CAD/TQS. Os três foram praticamente iguais, sendo a única diferença entre eles o divisor da rigidez à torção adotado na viga V1.

Semelhante ao exemplo anterior, no primeiro modelo o divisor a torção foi igual a um, ou seja, a rigidez efetiva é igual à rigidez elástica da seção. No segundo caso, o valor adotado foi 6,67, ou seja, a rigidez efetiva é igual a 15% da rigidez elástica (NBR-6118/2007). No último caso, o divisor usado foi igual a 100, ou seja, a rigidez é igual a 1% da elástica.

Na Figura 18, podemos ver uma vista em três dimensões da estrutura modelada. A Figura 19, por sua vez, representa o modelo estrutural usado no problema.

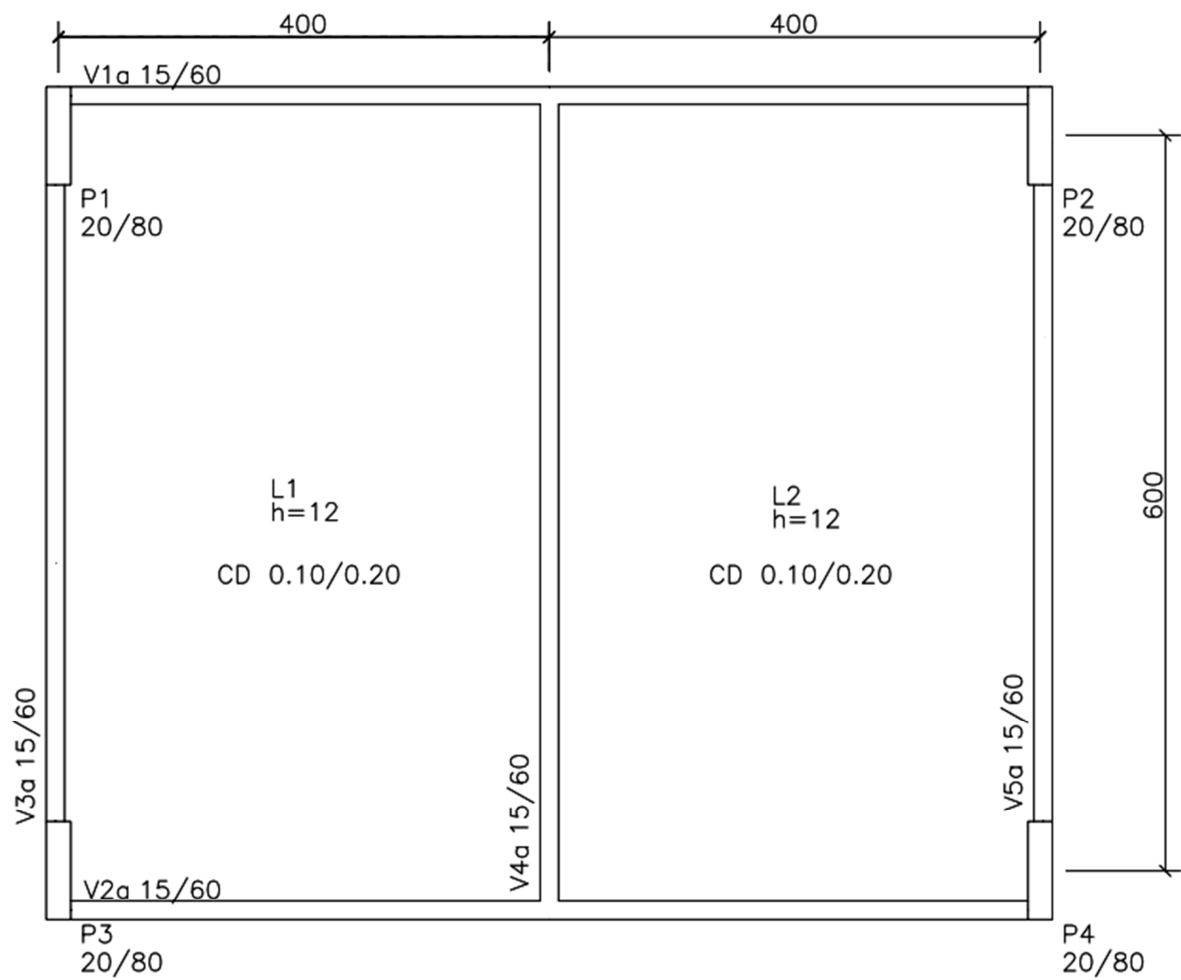


Figura 17 – Piso simples
 Fonte: Autor, CAD/TQS, 2014

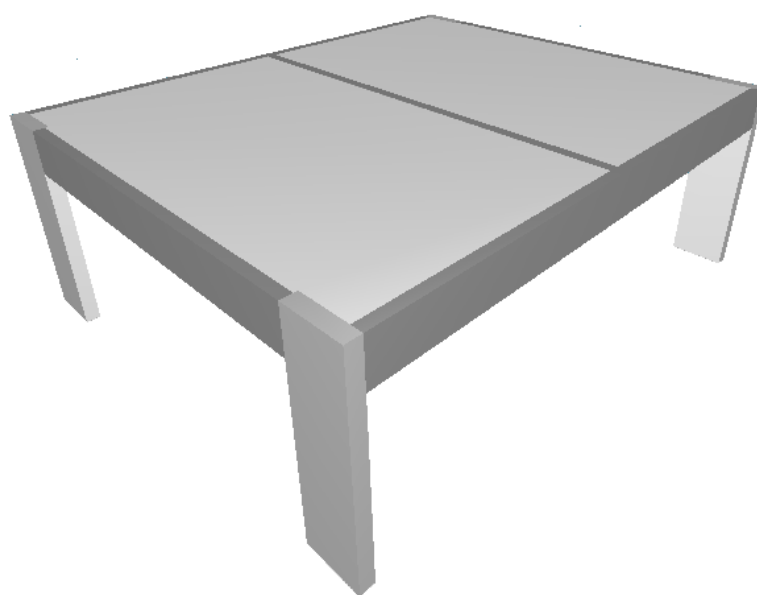


Figura 18 – Vista tridimensional do modelo do piso simples
 Fonte: Autor, CAD/TQS, 2014

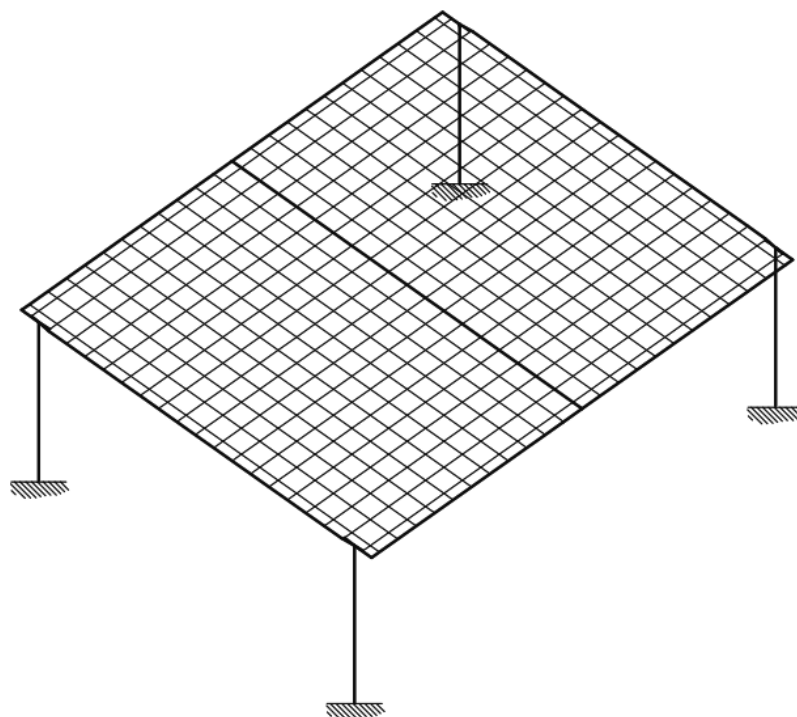


Figura 19 – Modelo estrutural do piso simples

Fonte: Autor, CAD/TQS, 2014

Depois das análises, pôde-se perceber a grande influência que a rigidez à torção tem sobre o momento torsor aplicado na viga V1. Quando maior a rigidez, maior o esforço de torção na viga V1. A Figura 20 mostra o diagrama dos momentos torsores para os três casos.

Comparando os diagramas da Figura 20, pode-se perceber que o momento torsor máximo para a viga com divisor igual a um (1.269 tf.m) é muito superior aos outros casos: 0.380 tf.m para o divisor de 6,67 (29,9% da elástica) e 0.043 tf.m para o divisor de 100 (3,4% da elástica). Esse resultado mostra a clara influência que a rigidez à torção tem sobre o momento torsor de compatibilidade aplicado na viga V1.

O software utilizado, CAD/TQS, não realizou só a análise estrutural do problema, mas também o dimensionamento e o detalhamento da peça.

Para o primeiro caso, divisor a torção igual a um (rigidez efetiva igual à elástica), o programa não conseguiu dimensionar a viga com sucesso. Essa falha no dimensionamento não foi uma surpresa. Devido à dimensão reduzida da base da viga e o elevado momento torsor, é compreensível que esse elemento não seja aprovado no dimensionamento à torção.

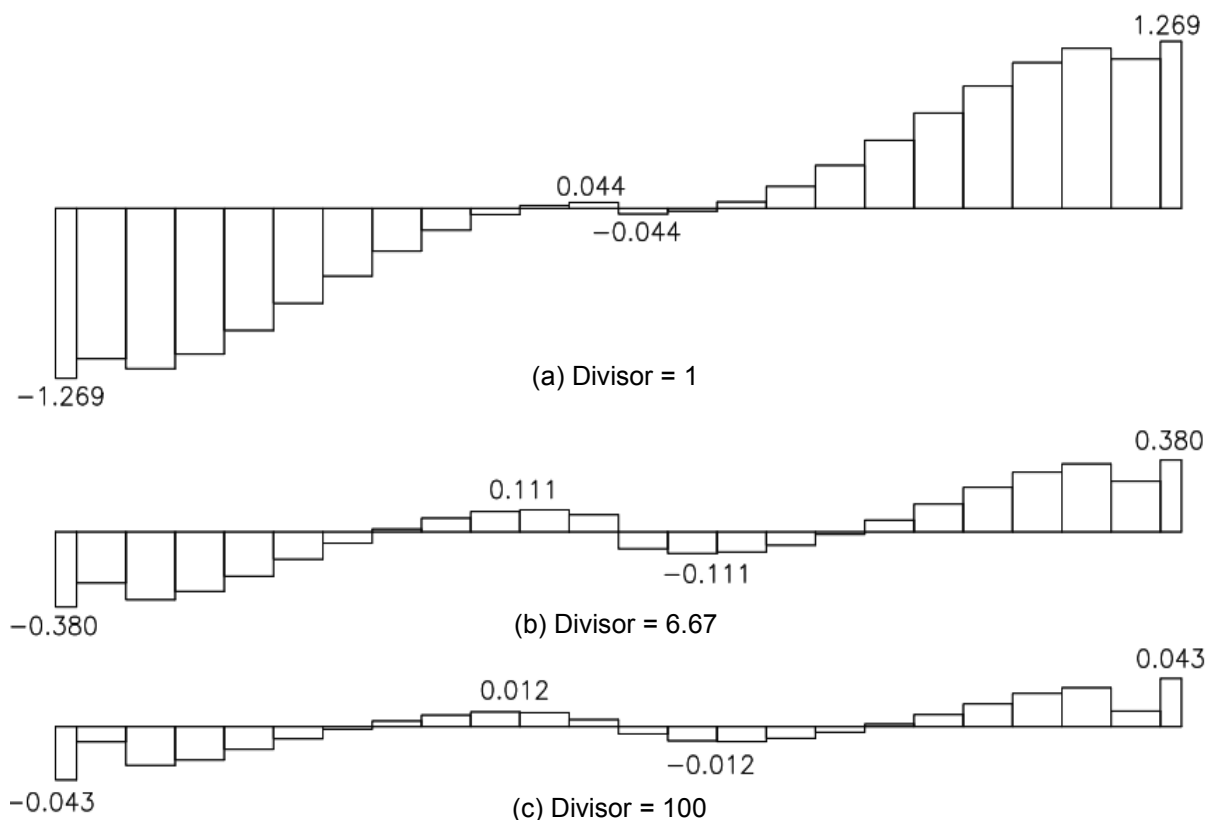


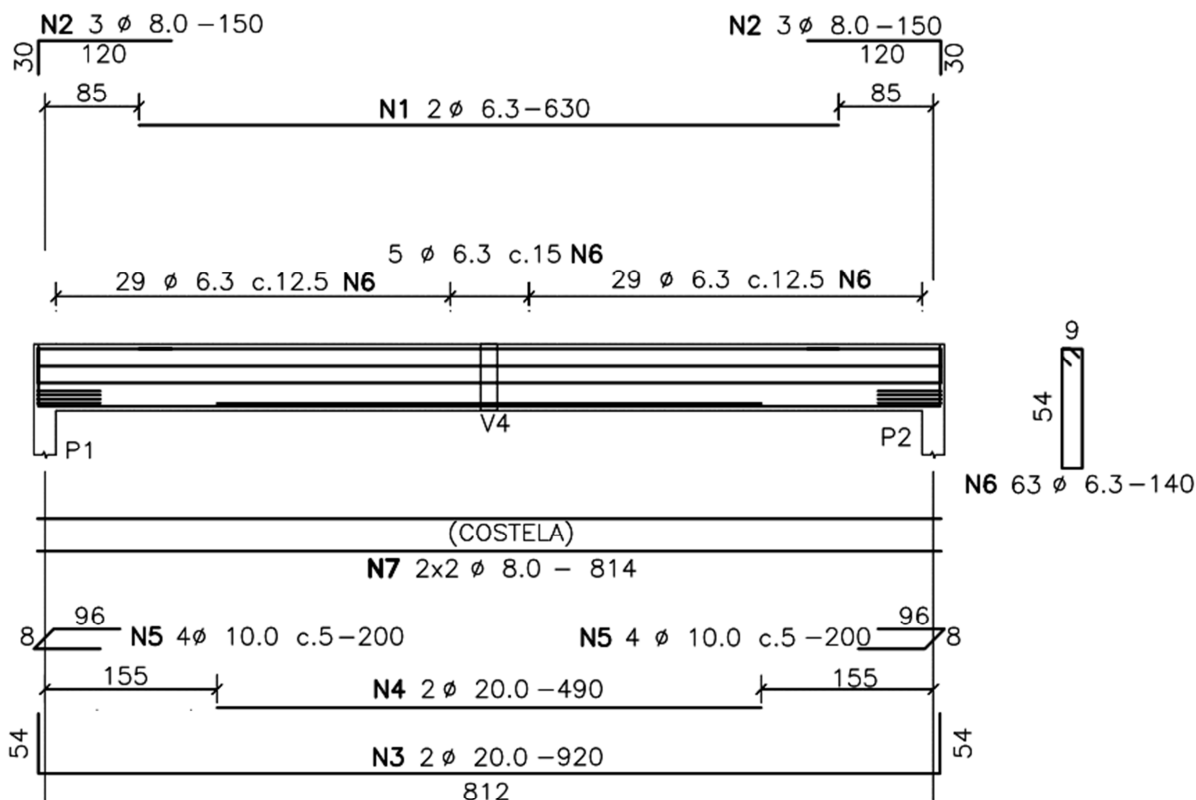
Figura 20 – Diagrama dos momentos torsores na viga V1 do piso simples (tf.m)

Fonte: Autor, CAD/TQS, 2014

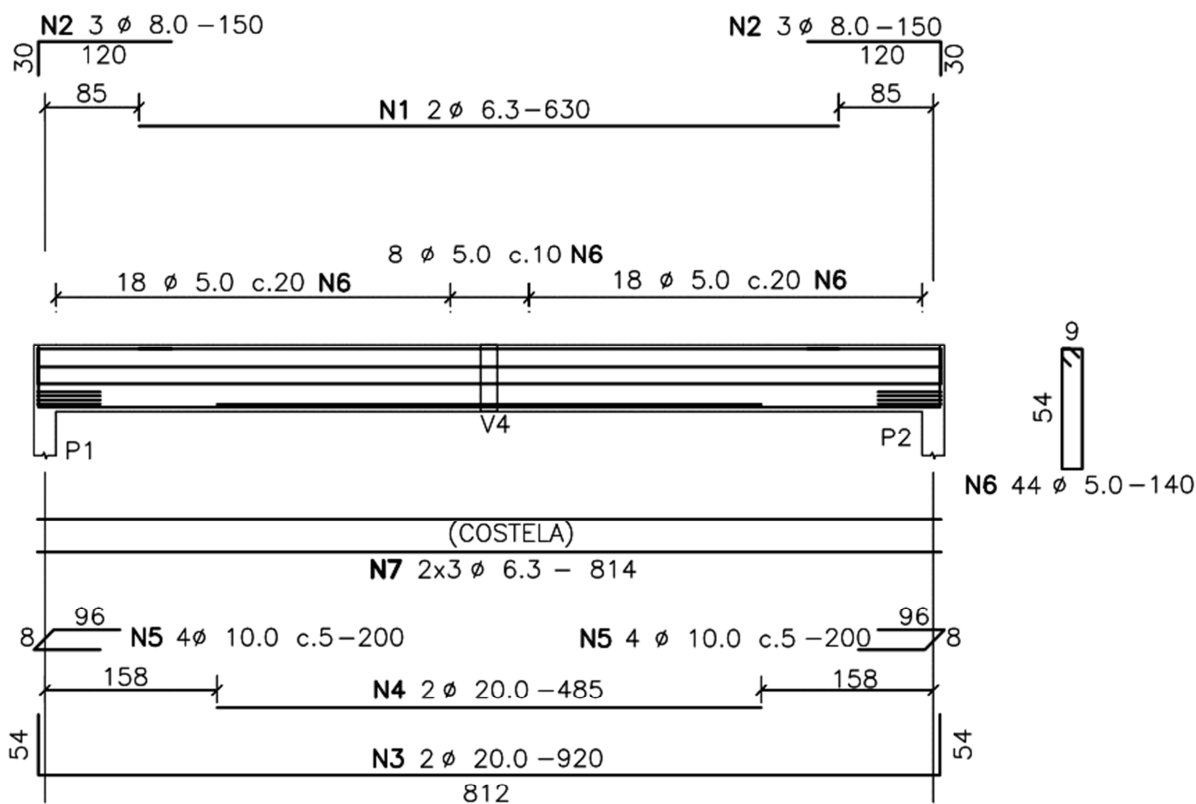
A listagem de erros que foi emitida pelo programa, para esse primeiro caso, encontra-se no Anexo B, e através dela pode-se verificar quais falhas ocorreram no dimensionamento e detalhamento da peça. Entre os erros ocorridos, aparece a ruína da diagonal comprimida, assunto discutido anteriormente nos itens 2.5.2 e 3.3.1 do presente trabalho.

Em uma situação real, esses problemas ocorreriam mais dificilmente, pois, um divisor da rigidez à torção igual a um admite que a viga de concreto armado não fissura quando submetida ao momento torsor. Essa ideia não retrata bem o que ocorre na estrutura na maioria dos casos, tendo em vista os redutores de inércia usados nas análises, e pode produzir resultados não condizentes com a realidade.

Na prática, a viga fissuraria, a rigidez à torção iria diminuir, o momento torsor não seria tão grande e a viga provavelmente seria aprovada, como ocorreu nos outros dois casos, divisor igual a 6,67 e 100. Nesses dois últimos modelos, o software conseguiu não só realizar a análise estrutural do problema, mas também o dimensionamento e o detalhamento dos elementos. A Figura 21 mostra o desenho de armação da viga V1 para os dois casos.



(a) Divisor = 6.67



(b) Divisor = 100

Figura 21 – Desenho de armação da viga V1 do piso simples

Fonte: Autor, CAD/TQS, 2014

Além dos desenhos de armação, o programa gerou um resumo das armaduras para cada caso. O resumo mostra, de forma mais prática, a influência da rigidez à torção na viga, falando em termos de: número de estribos, bitola das barras, peso total das armaduras, entre outros parâmetros importantes para a execução. No Anexo C desse trabalho constam os resumos de armação citados acima.

Comparando os resumos, pode-se perceber um gasto com armadura maior quando o divisor a torção é igual a 6,67 (135 Kg), em relação ao divisor de 100 (120 kg), cerca de 12,5% a mais no consumo de aço. Esse fato mostra que a escolha do divisor à torção não é só importante no ponto de vista do comportamento da estrutura, mas também em termos de custo de fabricação do elemento estrutural.

Com base no modelo do piso simples, pode-se ter uma ideia da influência da rigidez à torção em uma viga de concreto armado submetida à torção de compatibilidade.

4.3. Capacidade de Adaptação Plástica

Como foi discutido anteriormente no item 3.1, a NBR-6118, admite desprezar a torção de compatibilidade, caso o elemento estrutural tenha capacidade de adaptação plástica suficiente e que todos os outros esforços sejam calculados sem levar esse efeito em conta. Elementos com comprimento inferior ao dobro de sua altura tem um tratamento especial em relação à capacidade de adaptação plástica. Nesse caso, para garantir esse efeito, deve-se respeitar a armadura mínima a torção e limitar a força cortante de projeto, V_{sd} .

Baseando-se nessas recomendações da norma, foi proposto o exemplo a seguir. Nesse problema, será demonstrada a necessidade dessas considerações para garantir uma capacidade de adaptação plástica razoável em determinados trechos.

A Figura 22 ilustra o exemplo estudado, juntamente com as dimensões dos elementos e o carregamento nas lajes. A carga aplicada nas lajes é igual a 0.10 tf/m² permanente e 0.40 tf/m² variável. Os pilares têm comprimento igual a 3 m.

A estrutura se assemelha ao caso do piso simples. Porém, a disposição apresentada das vigas V2 e V3 interfere consideravelmente no problema.

As duas vigas estão separadas uma distância D. O centro desse espaçamento coincide com o centro da viga V6, garantindo assim a simetria da estrutura.

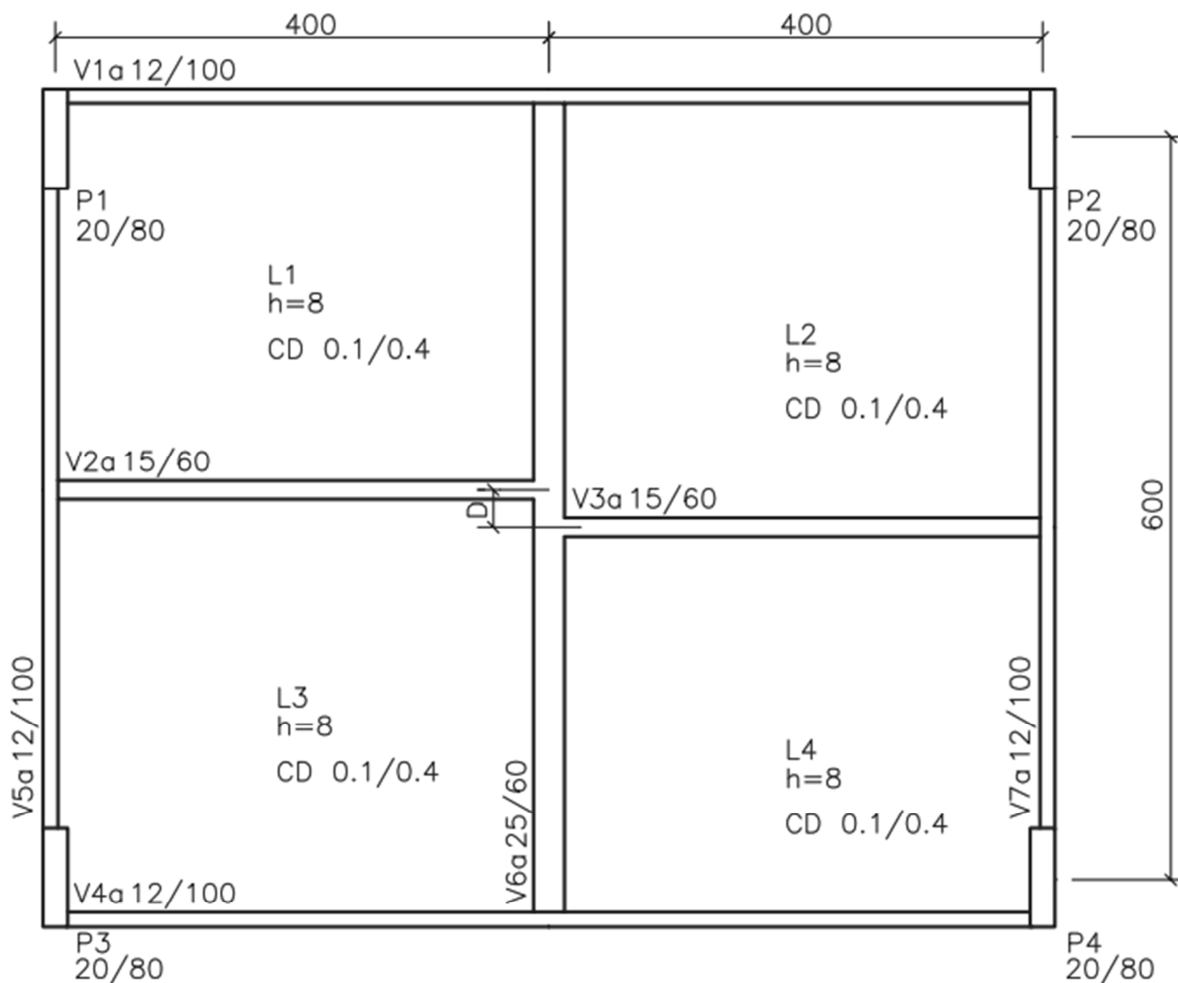


Figura 22 – Piso com adaptação plástica

Fonte: Autor, CAD/TQS, 2014

Para facilitar a identificação, essa região central da viga V6, entre as vigas V2 e V3, será denominada como trecho D.

As deformações das vigas V2 e V3 devido aos carregamentos aplicados tendem a causar rotações de compatibilidade na viga V6. As rotações impostas pelas duas vigas tem sentido contrário e causam esforços internos de torção elevados no trecho D.

Esse trecho, segundo a norma, se tiver comprimento menor ou igual a duas vezes a altura da viga V6, ou seja, 120 cm, deve ter tratamento especial em relação à capacidade de adaptação plástica.

Baseando-se nessa ideia, foram desenvolvidos alguns modelos onde a distância D variou entre 30, 60, 90 e 120 cm. Cada um deles foi simulado duas vezes, com divisor da rigidez à torção igual a 6.67 e 100, totalizando assim oito casos a serem estudados.

Na Figura 23, pode-se ver uma vista em três dimensões da estrutura modelada enquanto a Figura 24 representa o modelo estrutural usado no problema.

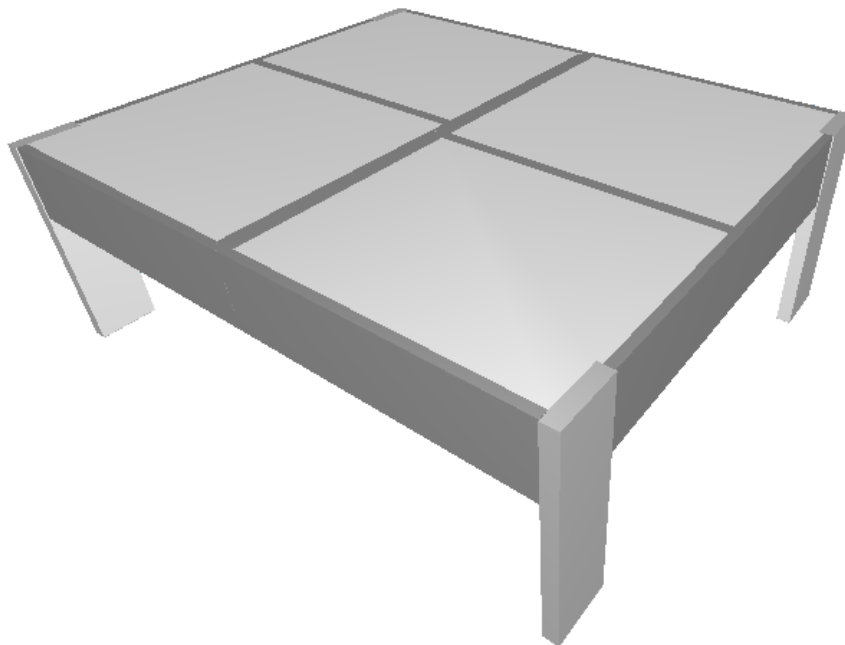


Figura 23 – Vista tridimensional do modelo do piso com adaptação plástica

Fonte: Autor, CAD/TQS, 2014

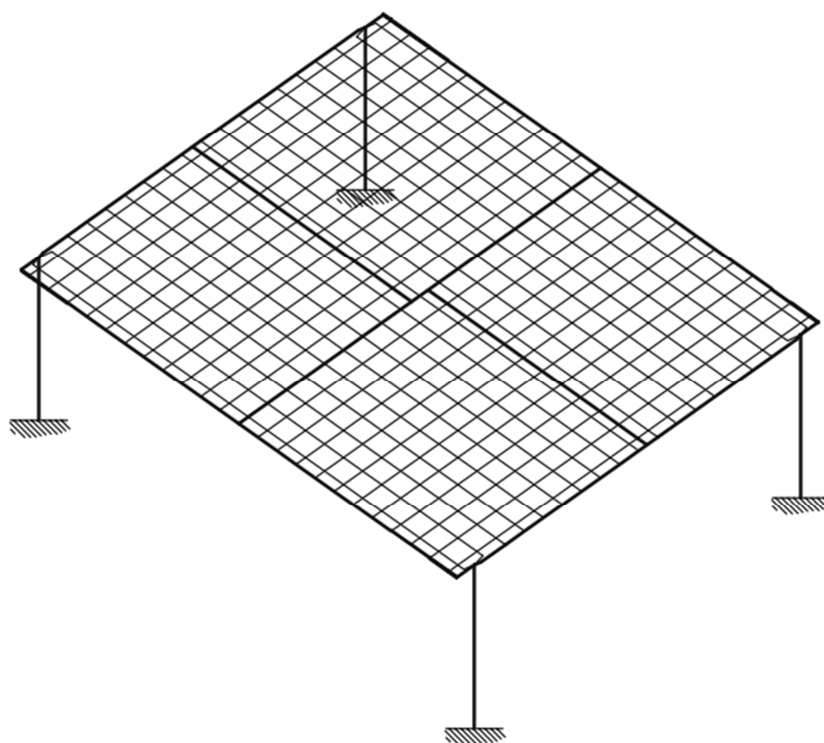


Figura 24 – Modelo estrutural do piso com adaptação plástica

Fonte: Autor, CAD/TQS, 2014

O software utilizado, CAD/TQS, permite que o usuário defina qual trecho de viga deverá ter o tratamento especial para a capacidade de adaptação plástica. A Figura 25 mostra a janela do programa onde foi definida essa opção para o trecho D da viga V6, em todos os casos.

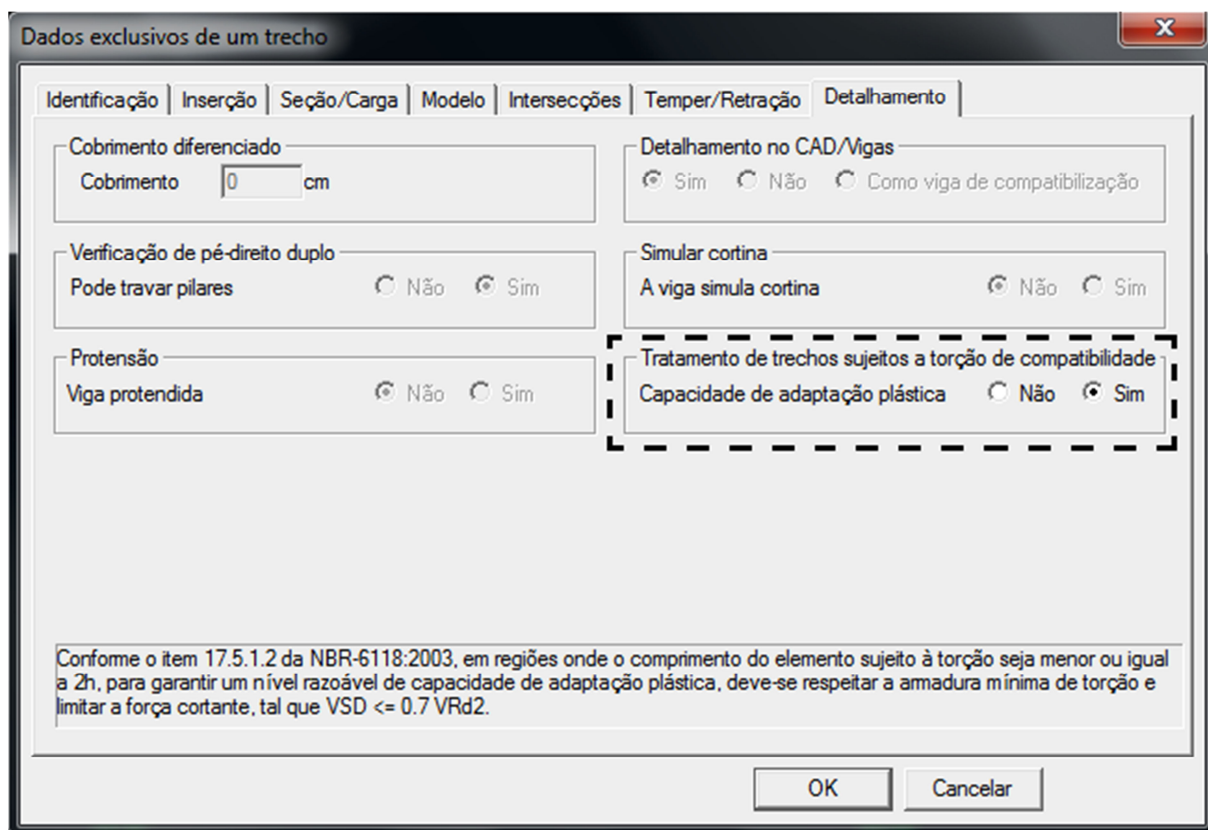


Figura 25 – Definição de tratamento para capacidade de adaptação plástica

Fonte: Autor, CAD/TQS, 2014

A Figura 26 ilustra os diagramas dos momentos torsores na viga V6 para os quatro modelos que utilizaram 6.67 como o divisor da rigidez à torção, enquanto a Figura 27 mostra os diagramas para os outros quatro modelos.

Pode-se perceber na Figura 26 que o momento torsor na região central da viga (trecho D) aumenta de acordo com a diminuição do seu comprimento. Esse valor varia de 1.308 tf.m (D igual a 120 cm) até 3,170 tf.m (D igual a 30 cm). Nesse último caso, na Figura 26(d), é possível verificar o aumento súbito no esforço de torção que ocorre no centro da viga V6.

Nos casos ilustrados na Figura 27, o comportamento foi semelhante aos da figura anterior, o momento torsor na região central da viga aumenta de acordo com a diminuição do comprimento do trecho. Porém, os momentos foram bem inferiores à

situação anterior. Isso já era esperado, pois essas análises foram feitas utilizando um divisor da rigidez à torção igual a 100. Com a diminuição da rigidez à torção, os momentos torsores de compatibilidade tendem a cair.

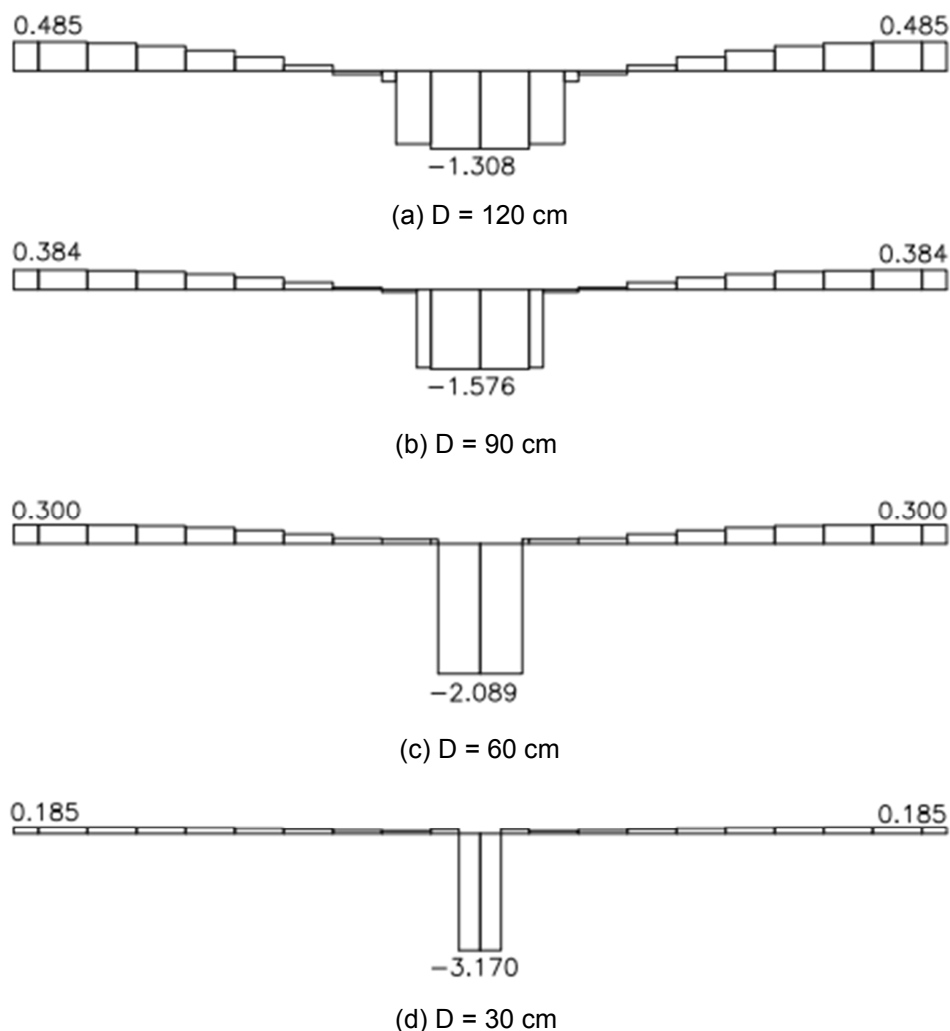


Figura 26 – Diagrama dos momentos torsores na viga V6 - divisor de 6.67 (tf.m)

Fonte: Autor, CAD/TQS, 2014

Em todos os modelos simulados, pode-se perceber que o trecho entre as vigas V2 e V3 apresentou um momento tisor bem superior ao resto da viga.

Mesmo que a estrutura seja projetada utilizando o divisor da rigidez à torção igual a 100 e os momentos torsores sejam baixos, deve-se garantir um tratamento especial para capacidade de adaptação plástica em determinadas regiões da estrutura, como no trecho D do exemplo anterior. Caso contrário, quando o elemento estrutural passar pelo processo de acomodação plástica, surgirão fissuras consideráveis e isso pode comprometer a durabilidade da estrutura.

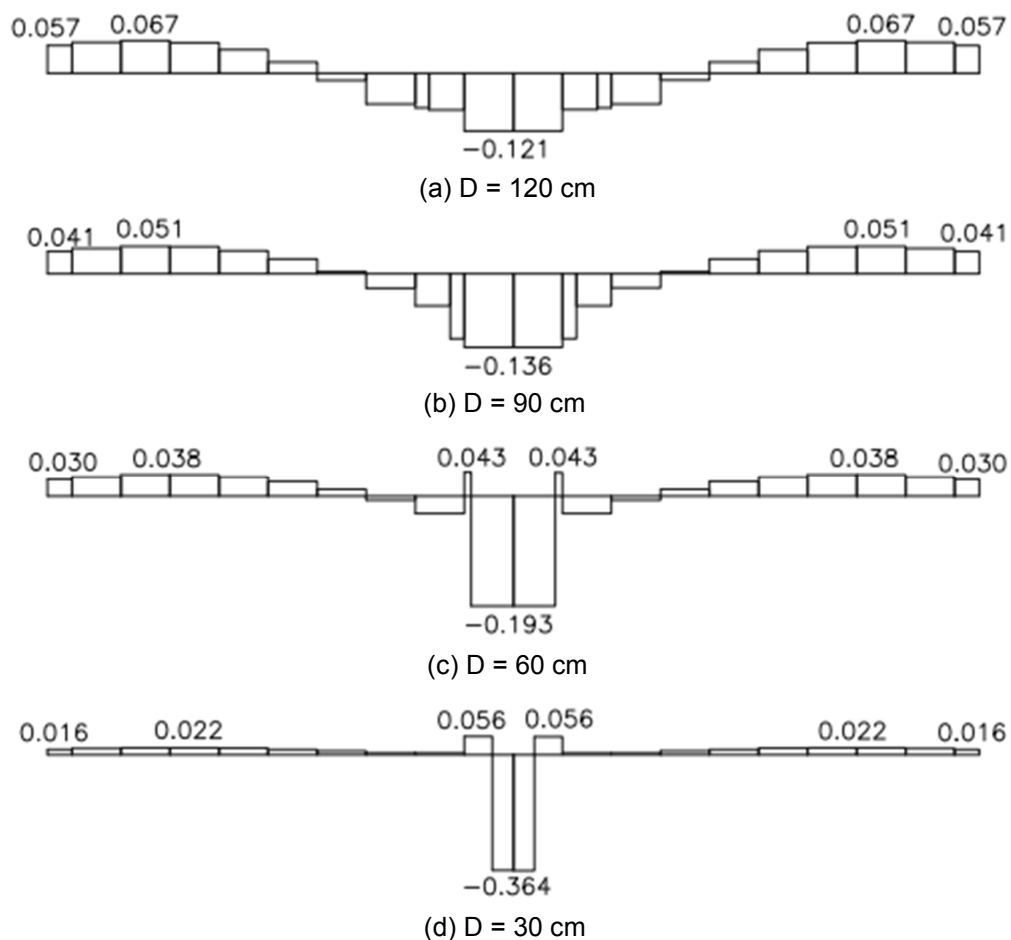


Figura 27 – Diagrama dos momentos torsores na viga V6 - divisor de 100 (tf.m)

Fonte: Autor, CAD/TQS, 2014

Foi proposto um estudo adicional comparando as armaduras recomendadas para o trecho D pelas normas NBR 6118 e ACI 318. Nesse caso, o ACI permite dimensionar a viga para o torsião de fissuração, eq.(12). Esse comparativo está presente no Anexo D. Com base no estudo, pode-se perceber que, para esse caso, a armadura recomendada pela NBR é bem menor que a do ACI, cerca de 41.4%.

Antigamente, quando as vigas de um pavimento eram calculadas manualmente como vigas contínuas, era comum usar essa ideia de defasar duas vigas uma distância D , em vez de criar uma viga contínua. Isso era feito para evitar o momento negativo no apoio da viga. Como a torção de compatibilidade era desprezada, acreditava-se que esse artifício era válido e não apresentava problemas à estrutura.

Posteriormente, percebeu-se que o momento torsião nessa região (trecho D) pode chegar a valores elevados e é possível que o comportamento da estrutura seja comprometido devido a isso. O exemplo mostrado anteriormente comprova esse fato e reafirma a necessidade de um tratamento à torção especial nesses trechos.

4.4. Estudo de caso: Pedestal de concreto

O último exemplo de torção que será mostrado é um problema real que surgiu durante a verificação estrutural de um pedestal de concreto, que serve de suporte para um tanque de armazenamento.

A Figura 28 ilustra o problema estudado, juntamente com as dimensões dos elementos. A carga linear aplicada nas vigas é igual a 53.5 tf/m e os pilares da estrutura tem comprimento igual a 5,65 m.

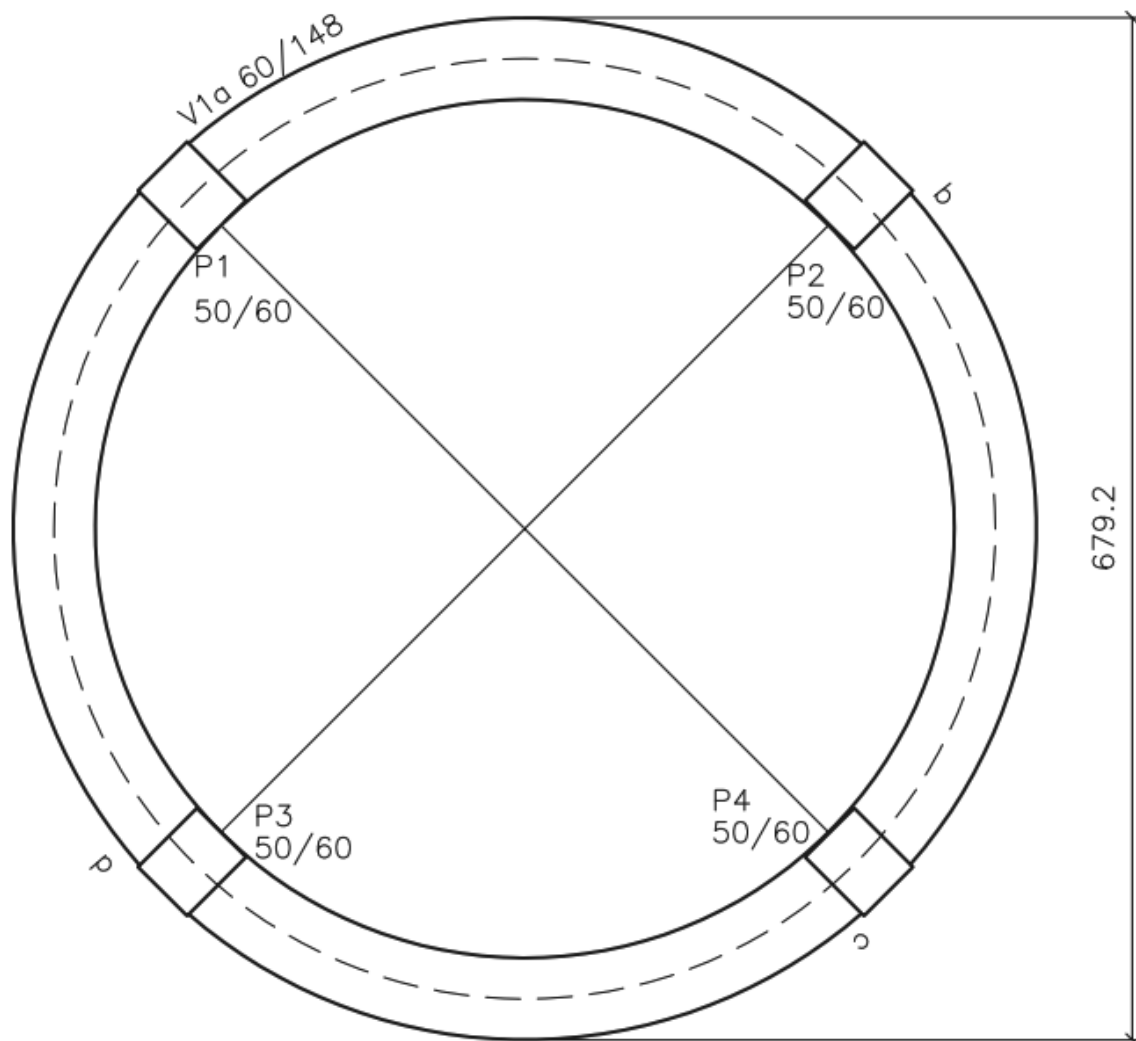


Figura 28 – Pedestal de concreto

Fonte: Autor, CAD/TQS, 2014

Observando a Figura 28, pode-se perceber que a estrutura é hiperestática e que o eixo da viga V1 é curvo, essa curvatura causa uma torção de equilíbrio no

elemento. Portanto, o problema se trata de uma estrutura hiperestática submetida à torção de equilíbrio.

Como foi discutido anteriormente no item 2.4.2, em estruturas hiperestáticas onde há torção de equilíbrio, a relação entre a rigidez à flexão dos pilares e a rigidez à torção da viga influencia consideravelmente no momento torsor da viga e torna estimar o diagrama desse esforço uma atividade complexa.

Baseando-se nessa ideia, foram criados três modelos estruturais do problema, utilizando o software de projeto CAD/TQS, variando entre eles o valor do divisor da rigidez à torção. No primeiro modelo o divisor usado foi igual a um, rigidez à torção efetiva igual à elástica, e nos demais casos o coeficiente adotado foi 6,67 e 100. Na Figura 29, pode-se ver uma vista em três dimensões do pedestal de concreto.

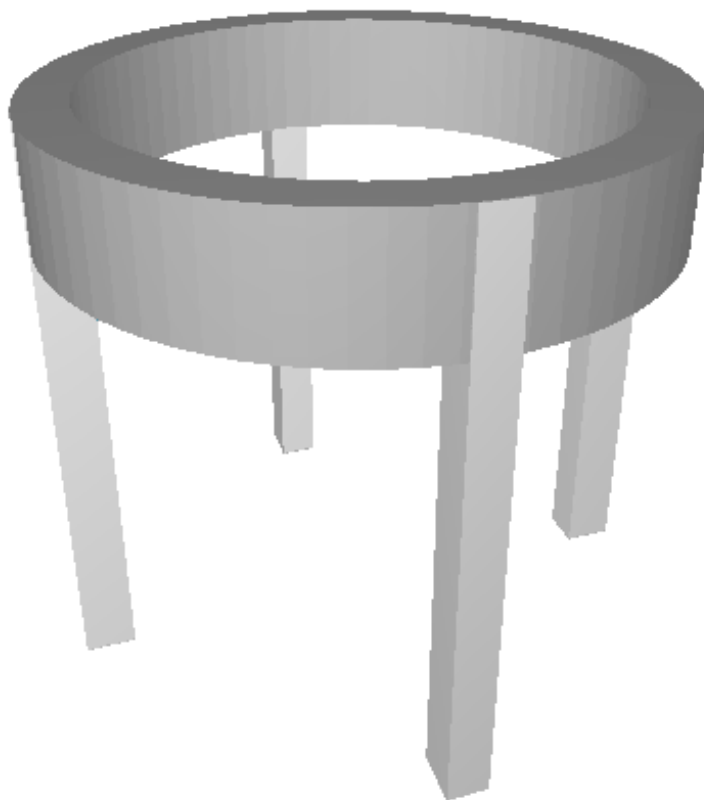


Figura 29 – Vista tridimensional do modelo do pedestal de concreto

Fonte: Autor, CAD/TQS, 2014

Devido à simetria da estrutura, o diagrama dos momentos torsores se repete no decorrer da viga V1 e os momentos fletores máximos nos quatro pilares são iguais.

A Figura 30 mostra, para os três modelos, o trecho do diagrama dos momentos torsores da viga V1 que se repete. Essa região representa um quarto da viga e é compreendida entre os centros de dois vãos consecutivos.

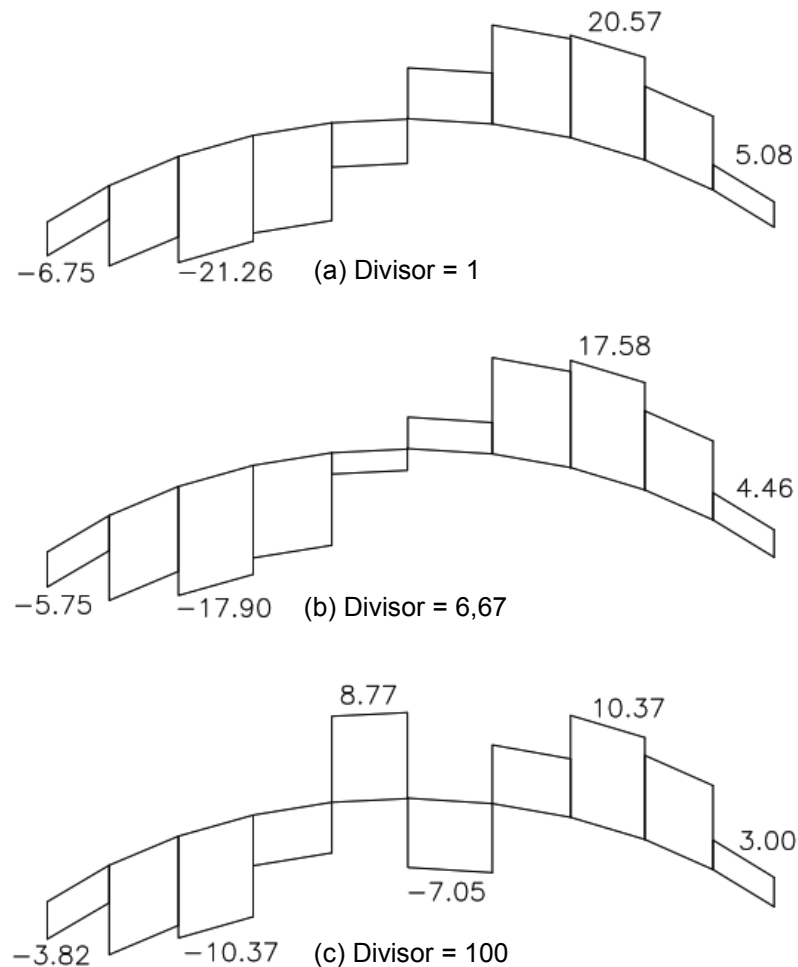


Figura 30 – Diagrama dos momentos torsores na viga V1 do pedestal (tf.m)

Fonte: Autor, CAD/TQS, 2014

A Tabela 3 mostra a relação entre o divisor da rigidez à torção da viga, o momento tursor máximo nela e o momento fletor máximo nos pilares. Pode-se perceber que com o aumento do divisor, e consequentemente, diminuição da rigidez à torção, o momento tursor máximo na viga tende a diminuir e o momento fletor máximo nos pilares a aumentar. Esse efeito ocorre devido à redistribuição dos esforços na estrutura.

Com a diminuição da rigidez à torção, a capacidade da viga de resistir ao giro decresce e os esforços internos migram para outra região da estrutura que apresente resistência ao deslocamento, como os pilares.

Tabela 3 – Comparativo dos modelos do pedestal de concreto

Divisor da rigidez à torção	Momento torsor máximo em V1 (tf.m)	Momento fletor máximo nos pilares (tf.m)
1	21.26	- 4,49
6.67	17.90	- 16.11
100	10.37	- 43.35

Essa redistribuição dos esforços influencia bastante na análise e no projeto da estrutura. Por exemplo, o momento fletor máximo nos pilares do pedestal varia de - 4.49 tf.m (análise com rigidez elástica) até - 43.35 tf.m (análise com divisor igual a 100), um aumento de quase dez vezes. Uma variação no momento fletor dessa magnitude pode confundir o projetista da estrutura e induzi-lo a utilizar valores que não retratam bem a realidade.

No Anexo A consta uma rotina em mathcad que calcula a rigidez à torção efetiva, traça a curva torsor-rotação e estima o torsor de fissuração da viga V1 do pedestal de concreto.

Analisando essa rotina de cálculo, pode-se perceber que o momento torsor de fissuração da viga V1, 38.4 tf.m, é superior ao torsor de projeto do primeiro modelo, 29.7 tf.m, valor obtido pela multiplicação do momento torsor máximo característico da viga, no estado não fissurado, (21.26 tf.m) pelo coeficiente de majoração.

De acordo com esse resultado, pode-se estimar que a viga não fissura quando em serviço. Porém, existem outros dois fatores, não levados em conta na análise, que tornam uma ideia razoável admitir que a viga V1 atinge o estado fissurado.

Primeiro, a análise considerou uma torção pura. Na realidade, esse elemento estrutural está submetido a uma combinação do momento torsor com os outros esforços internos. Embora a viga não fissure quando é submetida à torção pura, a atuação simultânea do torsor com os outros esforços pode ser suficiente para fazer o elemento atingir à fissuração.

Segundo, independente do carregamento, o elemento pode sofrer fissuras de retração. Devido às dimensões consideráveis da viga, altura igual a 1.48m, é razoável admitir que a peça possa sofrer fissuras de retração.

Com base nisso, é possível estimar que V1 trabalhe no estado fissurado e que a rigidez a torção efetiva da viga seja inferior à elástica.

A Figura 31 representa a curva torsor-rotação da viga V1, calculada no Anexo A do presente trabalho.

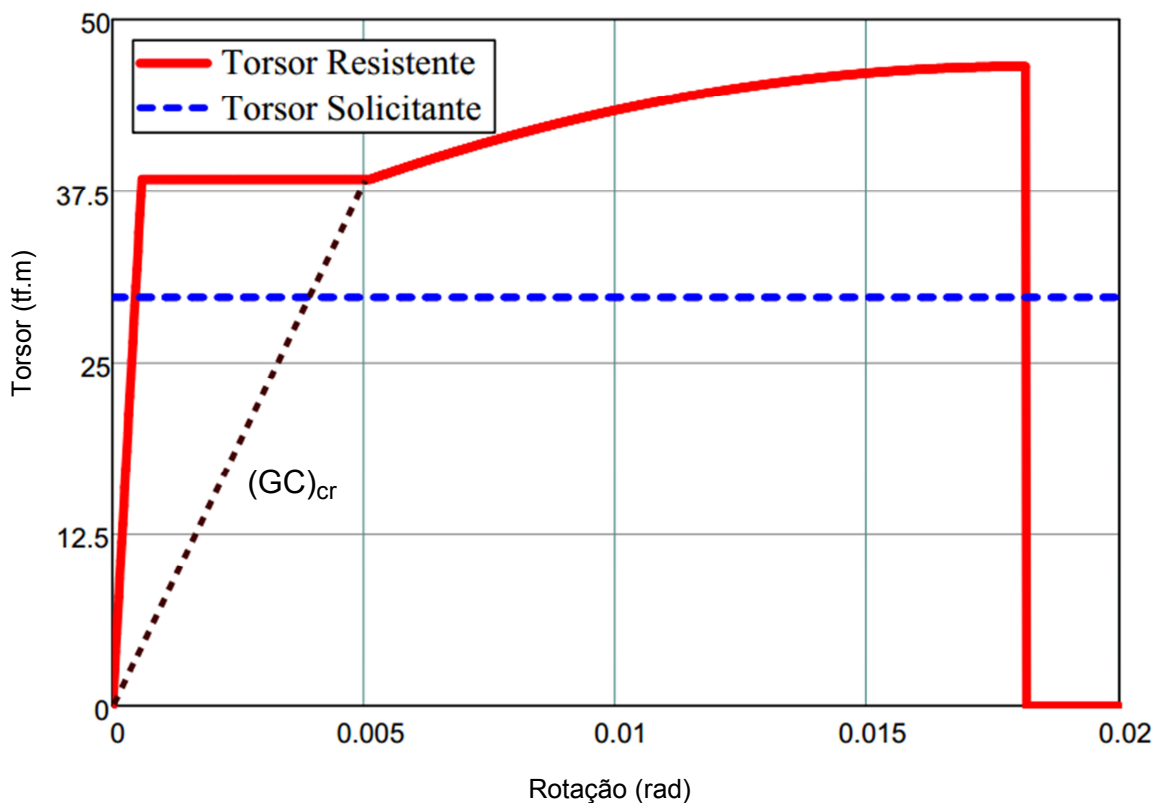


Figura 31 – Curva torsor-rotação da viga V1 do pedestal de concreto

Fonte: Autor, Mathcad, 2014

Nessa figura, está representada a reta com inclinação referente à rigidez à torção imediatamente após a fissuração, $(GC)_{cr}$. O Programa calculou que a relação entre esse parâmetro e a rigidez elástica é um divisor igual a 8.8, divisor de fissuração da viga.

Uma das práticas no projeto de estruturas de concreto armado é definir a rigidez à torção efetiva como 10% da elástica, ou seja, um divisor da rigidez à torção igual a 10. Atualmente, a norma NBR 6118 admite esse parâmetro igual a 6.67. O divisor de fissuração calculado no programa foi igual a 8.8. Com base nesses dados, pode-se chegar à conclusão que é uma consideração plausível admitir o divisor da rigidez nessa faixa, entre 6,67 e 10, para o projeto do pedestal de concreto.

Na prática, nesse problema, o divisor da rigidez à torção utilizado foi 6.67, pois, além de concordar com a NBR-6118, esse valor se ajustou bem ao problema, tendo em vista a análise feita no anexo A e os redutores de inércia usados pelo CAD/TQS.

Uma resposta mais precisa do comportamento do elemento exigiria uma análise bem mais complexa e a consideração de outros parâmetros, geralmente desprezados, como a restrição ao deslocamento axial da viga, assunto discutido posteriormente no item 5.1.3 do presente trabalho.

Com esse último exemplo, pode-se perceber a dificuldade de analisar corretamente uma estrutura hiperestática submetida à torção de equilíbrio.

5. DESCOBERTAS RECENTES E RESULTADOS DE ENSAIOS

5.1. Aplicação da teoria do campo de compressão modificada

Recentemente, Rahal³ propôs um procedimento para calcular a rigidez à torção efetiva e o momento torsor de compatibilidade, em vigas de fachada, usando a teoria do campo de compressão modificada. Essa teoria consiste em um modelo estrutural criado para estudar o comportamento de elementos de concreto armado, no estado fissurado, submetidos ao cisalhamento.

Os resultados desse procedimento foram comparados com dados experimentais e foi verificado que o método proposto consegue, com precisão considerável, estimar o comportamento da estrutura.

5.1.1. Ensaio experimental

A análise experimental usada para validar os resultados do modelo simula o comportamento de uma viga de fachada associada monoliticamente com uma viga de pavimento, transversal a ela. A Figura 32 ilustra as configurações do ensaio realizado.

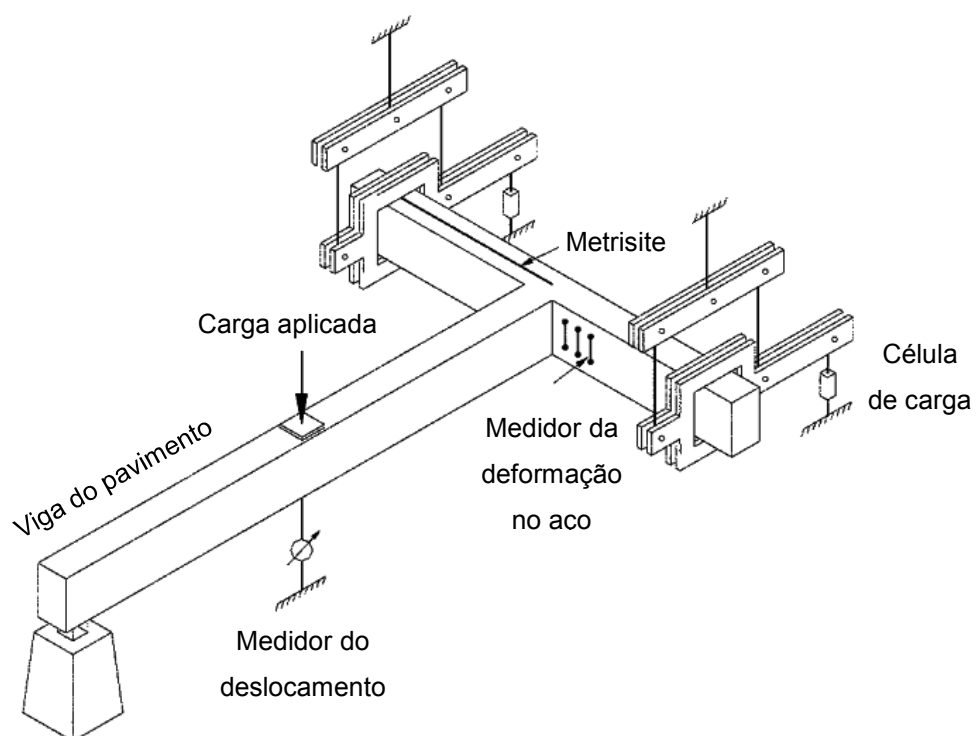


Figura 32 – Configuração do ensaio

Fonte: RAHAL, K. N.; COLLINS, M. P., ACI Structural Journal, 2006

Nesse ensaio, foi estudado o comportamento da estrutura para três modelos diferentes de dimensionamento: Modelo A, onde a rigidez à torção da viga de fachada é considerada igual à elástica, $(GC)_g$; Modelo B, onde essa rigidez é desprezada, $GC = 0$, e Modelo C, similar ao modelo B, porém considerando a restrição ao deslocamento axial da viga de fachada.

Com base nesses três modelos de dimensionamento, foram definidos três espécimes para serem ensaiados: S1, S2 e MTV2. O espécime S1 foi projetado para uma carga aplicada igual a 164.6 kN e usou no dimensionamento o Modelo A. O espécime S2, por sua vez, foi dimensionado para uma carga de 193.1 kN, usando o Modelo B. Por último, o espécime MTV2 foi projeto para uma carga aplicada igual a 160 kN e usou o Modelo C no dimensionamento. Posteriormente serão comparados os resultados dos três ensaios.

5.1.2. Procedimento de análise e modelo usado

Baseando-se no método proposto, Rahal³ desenvolveu um programa de computador chamado COMBINED que calcula às rigidezes efetivas, torção e flexão, e o momento torsor último, para solicitações combinadas de momento fletor, esforço cortante, momento torsor e esforço axial de compressão.

Esse procedimento é um método iterativo, onde é necessário fornecer um valor inicial para as rigidezes à flexão e à torção (pode-se admitir as rigidezes elásticas nessa estimativa inicial). Após isso, utilizando os parâmetros fornecidos e os esforços internos, calculados na etapa de análise estrutural, o programa determina o estado de tensões e deformações nos materiais e com base neles calcula as deformações da seção, giro devido à torção e curvatura devido à flexão. Os valores de rigidez à torção e rigidez à flexão efetivos são calculados com base nessas deformações, caso as rigidezes sejam diferentes das fornecidas inicialmente, esses valores substituem os iniciais e é feita mais uma interação. Esse processo é repetido até que o programa convirja.

Geralmente, as rigidezes, a torção e a flexão, variam consideravelmente no decorrer do comprimento da viga, por isso, é necessário discretizar os elementos estruturais para que seja observada essa variação. O mesmo cuidado deve ser tomado com a viga do pavimento, para que a variação na tensão da armadura longitudinal também seja observada. Há a recomendação que essa discretização

seja feita de tal forma que o comprimento do elemento não supere o dobro de sua altura. A Figura 33 ilustra o modelo de cálculo discretizado, assim como suas condições de contorno e dimensões.

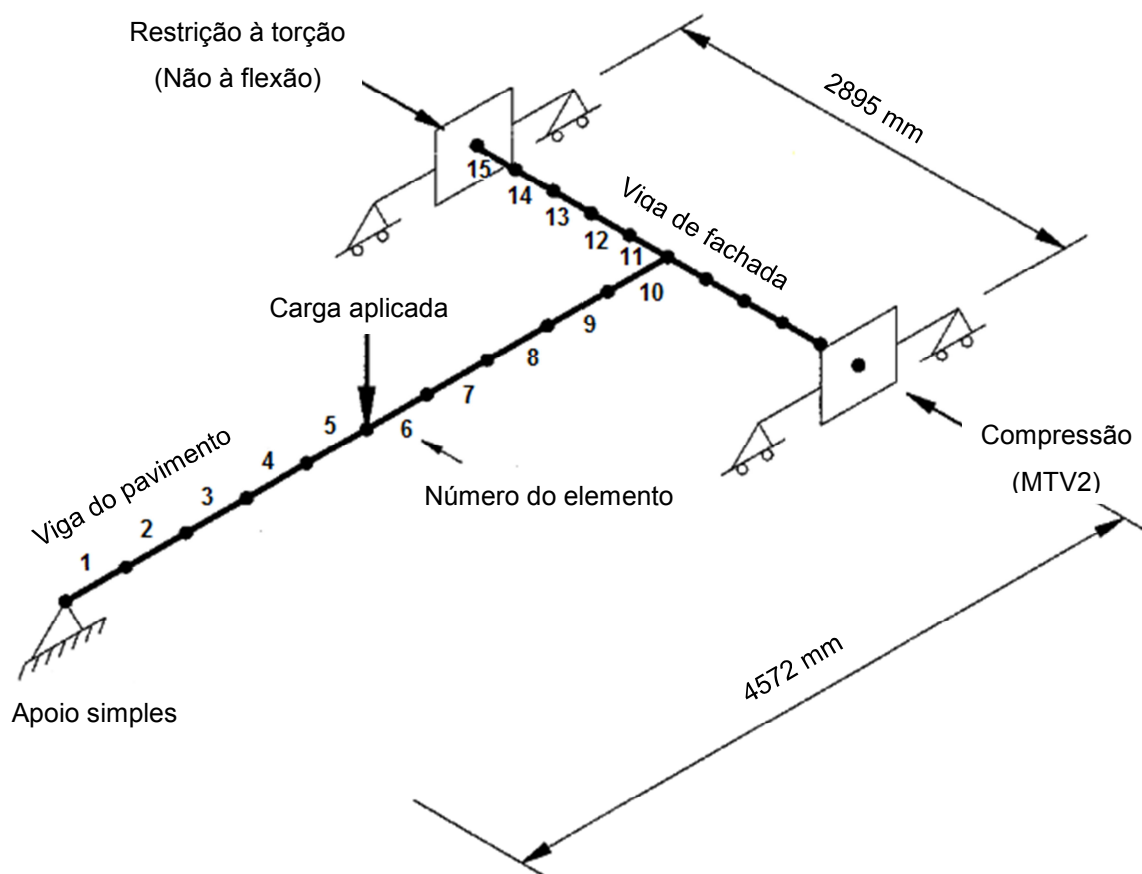


Figura 33 – Modelo de cálculo discretizado

Fonte: RAHAL, K. N.; COLLINS, M. P., ACI Structural Journal, 2006

Como pode-se ver na Figura 33, o grau de indeterminação dessa estrutura é um, por isso, é suficiente verificar a convergência de só uma variável, no caso, foi escolhido o momento torsor na viga de fachada.

5.1.3. Variação da rigidez à torção na viga de fachada

Um dos resultados que Rahal³ obteve em seu estudo foi à variação da rigidez à torção na viga de fachada, no decorrer de seu comprimento. A Tabela 4 mostra a rigidez à torção efetiva nos elementos da viga de fachada, em relação à rigidez elástica, nos três espécimes ensaiados, para uma carga aplicada igual a 178 kN.

Tabela 4 – Rigidez à torção efetiva na viga de fachada

Espécime ensaiado	Número do elemento da viga de fachada	Porcentagem da rigidez elástica
S1	15	28%
	14	23%
	13	18%
	12	16%
	11	14%
S2	15	52%
	14	38%
	13	16%
	12	14%
	11	10%
MTV2	15	235%
	14	176%
	13	31%
	12	17%
	11	12%

Pode-se observar na Tabela 4 que a maioria das rigidezes efetivas foi menor que a elástica, como já era esperado devido à fissuração. Porém, no espécime MTV2, nos elementos próximos aos apoios (elementos 15 e 14), as rigidezes foram superiores à elástica. Esse fenômeno ocorreu devido à restrição da deformação axial.

Quando uma viga de concreto armado entra no estado fissurado, ela tende a se alongar axialmente devido à abertura de fissuras. A restrição ao deslocamento axial não permite que essa abertura ocorra livremente e isso tende a aumentar consideravelmente a rigidez à torção da viga.

Em estruturas usuais em concreto armado, as vigas não estão livres para deformar axialmente durante a fissuração, devido à presença de outros elementos que impedem esse deslocamento, como pilares e lajes. Por isso, pode-se dizer que considerar a restrição à deformação axial aproxima mais o modelo estudado do fenômeno físico, embora não seja simples simular essas condições na análise.

5.1.4. Cálculo da abertura de fissuras

Uma das maiores preocupações durante o projeto de vigas de fachada é que a armadura de torção da viga seja suficiente para prevenir a abertura excessiva de fissuras devido a esse esforço. A Figura 34 mostra a comparação entre a abertura de fissuras calculada e a observada, nos três modelos estudados.

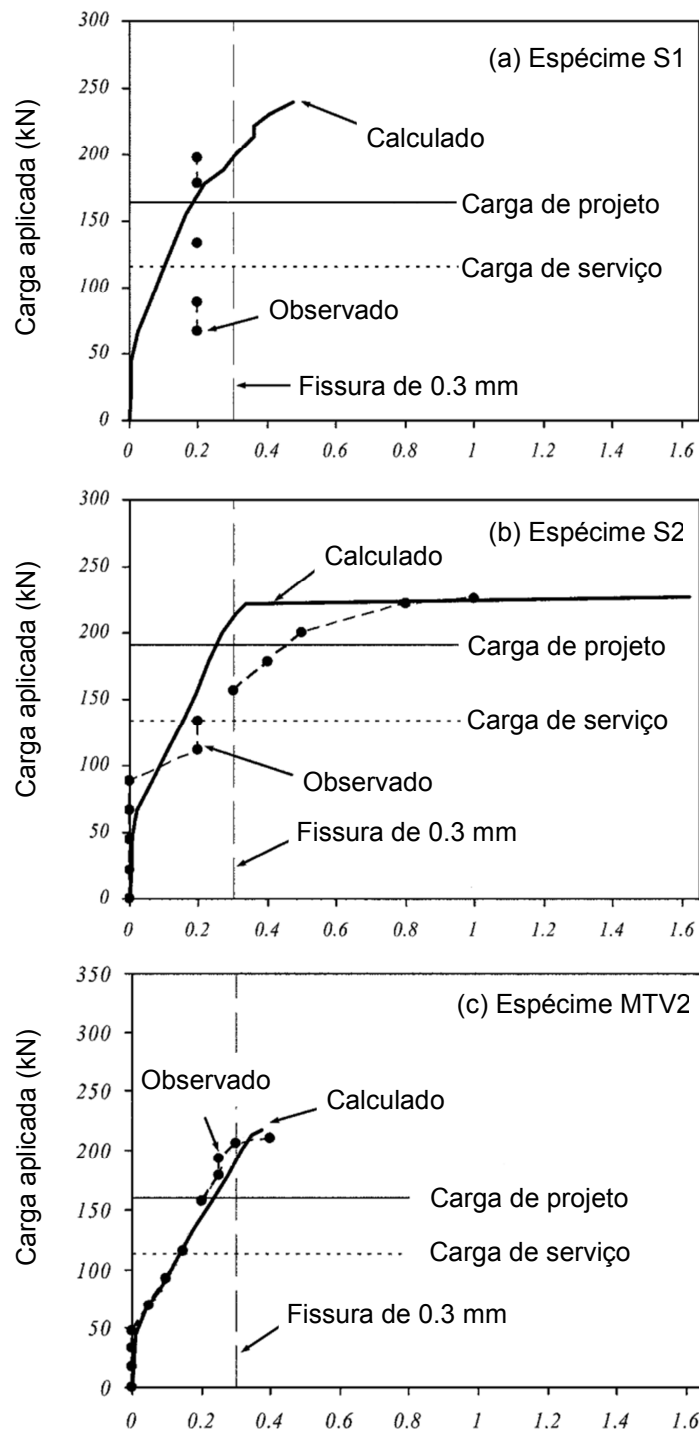


Figura 34 – Abertura de fissuras máxima na viga de fachada (mm)

Fonte: RAHAL, K. N.; COLLINS, M. P., ACI Structural Journal, 2006

Pode-se perceber que o espécimen S2 teve a maior abertura de fissuras entre os três. Isso ocorreu porque o seu dimensionamento foi feito para uma rigidez à torção nula e isso resultou em uma menor taxa de armadura transversal.

Apesar da magnitude das fissuras em S2, para cargas de serviço, elas permaneceram dentro do limite especificado na norma do ACI, 0.3mm. Quando é considerado o efeito da restrição ao deslocamento axial, essa abertura de fissuras é ainda menor, como mostra a Figura 34(c).

A prática nacional é desprezar o momento torsor de compatibilidade nas vigas de fachada, apesar disso, geralmente, não ocorrem problemas graves com abertura de fissuras. Uma possível justificativa para isso é o efeito da restrição ao deslocamento axial imposta à viga pelos elementos vizinhos, outro fator desconsiderado no projeto.

Também foi observado, em ensaios experimentais, que se a viga for dimensionada para o momento torsor de fissuração, de acordo com a eq.(12), ela não apresenta problemas graves com abertura de fissuras. A norma ACI 318 permite usar o momento torsor de fissuração como esforço de projeto e afirma que essa medida tende a ajudar na limitação da abertura de fissuras.

No estudo desenvolvido por Rahal³, ficou comprovado que a teoria do campo de compressão modificada é capaz de calcular precisamente o comportamento de elementos em concreto armado, no estudo fissurado, submetidos à combinação de momento fletor, esforço cortante, momento torsor e compressão axial.

6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Com base nos resultados contidos no presente trabalho, pode-se obter as seguintes conclusões:

1. Em análises de estruturas de concreto armado submetidas à torção de equilíbrio, a utilização de um divisor da rigidez à torção igual a um, rigidez à torção efetiva igual à rigidez elástica, pode não ser uma prática recomendada, quando são utilizados os redutores de inércia da NBR 6118, como é feito no CAD/TQS. Pois, considerar a rigidez à torção efetiva igual à elástica despreza totalmente os efeitos da fissuração do concreto e isso pode induzir a análise a resultados não condizentes com a realidade;

2. Uma possível justificativa para, geralmente, não ocorrerem problemas graves com abertura de fissuras em vigas de concreto armado submetidas à torção de compatibilidade, embora esse esforço seja comumente desprezado no dimensionamento da peça, é o efeito benéfico da restrição ao deslocamento axial imposta às vigas pelos elementos vizinhos;

3. Foi observado em ensaios experimentais que se uma viga de concreto armado for dimensionada para o momento torsor de fissuração, esse elemento, geralmente, não apresenta problemas graves com abertura de fissuras, devido a esse esforço. A norma ACI 318 recomenda usar esse momento no dimensionamento e concorda com os benefícios dessa medida na limitação da abertura de fissuras.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Hsu, T. T. C., "*Post-Cracking Torsional Rigidity of Reinforced Concrete Sections*", ACI JOURNAL, *Proceedings*, V. 70, No. 5, May 1973, pp. 352-360.
2. Lampert, P., "*Postcracking Stiffness of Reinforced Concrete Beams in Torsion and Bending*", Analysis of Structural Systems for Torsion, SP-35, American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., 1973, pp. 385-433
3. Rahal, K. N., and Collins, M. P., "*Compatibility Torsion in Spandrel Beams Using Modified Compression Field Theory*", ACI JOURNAL, Title no. 103-S34, May-June 2006, pp. 328-338.
4. Tavio, and Teng, S., "*Effective Torsional Rigidity of Reinforced Concrete Members*", ACI Structural Journal, V.101, No. 2, March.- April. 2004, pp. 252-260.
5. Tavio, and Teng, S., "*Effective Torsional Stiffness of Cracked Reinforced Concrete Beams*", Civil Engineering Research, School of Civil & Environmental Engineering, Nanyang Technological University, NO. 18, January 2005, pp. 116-118.
6. ACI 318/2002 – "*Building Code Requirements for structural Concrete*", Farmington hills, MI USA, 2002.
7. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. "*Projeto de Estruturas de Concreto, NBR – 6118 (2007)*". ABNT, Rio de Janeiro, 2007.
8. Wight, J. K.; Macgregor, J. G., "*Reinforced Concrete: Mechanics & Design*", 2011

ANEXO A - Cálculo da rigidez à torção efetiva

> Introdução:

A Presente rotina calcula a rigidez à torção efetiva, a curva torsor x rotação e o divisor da rigidez elástica para elementos de concreto armado submetidos à torção pura. O procedimento foi baseado nas formulações propostas por Hsu¹ e Lampert² e no artigo "*Effective Torsional Rigidity of Reinforced Concrete Members*" escrito por Tavio⁴ e Susanto Teng, publicado na edição de Março/Abril de 2004 do ACI Structural Journal.

> Dados de Entrada:

$x := 60\text{cm}$ [Menor dimensão da viga]
 $y := 148\text{cm}$ [Maior dimensão da viga]
 $T_{sd} := 297.6\text{kN}\cdot\text{m}$ [Torsor de projeto]
 $f_{ck} := 30\text{MPa}$ [Resistência a compressão do concreto]
 $f_{yk} := 500\text{MPa}$ [Tensão de escoamento dos estribos]
 $A_{sl} := 36.9\text{cm}^2$ [Área de aço longitudinal]
 $s := 12.5\text{cm}$ [Espaçamento entre os estribos]
 $\lambda := 4$ [Multiplicador da deformação do concreto]
 $E_c := 20\text{GPa}$ [Módulo de elasticidade do concreto]
 $E_s := 200\text{GPa}$ [Módulo de elasticidade do aço]
 $c := 4\text{cm}$ [Cobrimento]
 $\mu := 1.5$ [Multiplicador da Rigidez]
 $\phi_t := 10.0\text{mm}$ [Bitola do Estribo]
 $\nu := 0.2$ [Poisson do concreto]
 $\beta_c := 0.249$ [Constante de rigidez a torção]

A Constante de rigidez a torção é definida com base na tabela abaixo:

y/x	1.0	1.2	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	10	∞
β_c	0.1406	0.166	0.196	0.229	0.249	0.263	0.281	0.291	0.312	0.333

> Cálculo dos parâmetros mecânicos e geométricos da seção:

[Área da seção transversal]
 $A_{cp} := x \cdot y$
 [Perímetro da seção transversal]
 $p_{cp} := 2 \cdot x + 2 \cdot y$
 [Perímetro da linha central dos estribos]
 $p_1 := (x - 2 \cdot c - \phi_t) \cdot 2 + 2 \cdot (y - 2 \cdot c - \phi_t)$
 [Módulo de Elasticidade Transversal do concreto]
 $G_c := \frac{E_c}{2 \cdot (1 + \nu)}$

[Razão entre os módulos de elasticidade]

$$n := \frac{E_s}{E_c}$$

[Taxa de armadura longitudinal]

$$\rho_l := \frac{A_{sl}}{A_{cp}}$$

[Resistência média a tração do concreto]

$$f_{ctm} := 0.3 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \text{MPa} = 2.896 \cdot \text{MPa}$$

[Área de aço transversal de uma perna]

$$A_t := \frac{\pi \cdot \phi_t^2}{4}$$

[Taxa de armadura transversal]

$$\rho_t := \frac{A_t \cdot p_1}{A_{cp} \cdot s}$$

[Resistência característica inferior do concreto]

$$f_{ctk_{inf}} := 0.7 \cdot f_{ctm} = 2.028 \cdot \text{MPa}$$

> Momento tissor de fissuração e momento tissor ultimo:

[Momento tissor de fissuração]

$$T_{cr} := f_{ctk_{inf}} \cdot \left(\frac{A_{cp}^2}{\rho_{cp}} \right) = 384.33 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

[Momento tissor ultimo]

$$T_n := \frac{2 \cdot (A_{cp}^2)}{\frac{p_1}{\rho_t \cdot f_{yw}} + \frac{4 \cdot \rho_{cp}}{f_{ck}}} = 466.42 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

[Espessura do fluxo de cisalhamento-Fissuração]

$$t_{d.f} := \frac{4 \cdot T_{cr}}{A_{cp} \cdot f_{ck}} = 5.771 \cdot \text{cm}$$

[Espessura do fluxo de cisalhamento-Ultimo]

$$t_{d.n} := \frac{4 \cdot T_n}{A_{cp} \cdot f_{ck}} = 7.003 \cdot \text{cm}$$

[Perímetro da linha central do fluxo de cisalhamento-Fissuração]

$$p_{o.f} := (x - 2 \cdot t_{d.f}) \cdot 2 + 2 \cdot (y - 2 \cdot t_{d.f})$$

[Perímetro da linha central do fluxo de cisalhamento-Ultimo]

$$p_{o.n} := (x - 2 \cdot t_{d.n}) \cdot 2 + 2 \cdot (y - 2 \cdot t_{d.n})$$

[Área entre a linha central do fluxo de cisalhamento-Fissuração]

$$A_{o.f} := A_{cp} - \frac{2 \cdot T_{cr} \cdot \rho_{cp}}{A_{cp} \cdot f_{ck}}$$

[Área entre a linha central do fluxo de cisalhamento-Ultimo]

$$A_{o.n} := A_{cp} - \frac{2 \cdot T_n \cdot \rho_{cp}}{A_{cp} \cdot f_{ck}}$$

> Rigidez à torção efetiva e divisor à torção:

[Rigidez à torção elastica]

$$GC_g := G_c \cdot \beta_c \cdot x^3 \cdot y$$

[Rigidez a torção pós fissuração]

$$GC_{cr} := \frac{4 \cdot \mu \cdot E_s \cdot A_{o.f}^2 \cdot A_{cp}}{\rho_{o.f}^2 \cdot \left(\frac{1}{\rho_l} + \frac{1}{\rho_t} \right)}$$

[Rigidez a torção no ELU]

$$GC_u := \frac{4 \cdot E_s \cdot A_{o.n}^2 \cdot A_{cp}}{\rho_{o.n}^2 \cdot \left(\frac{4 \cdot n \cdot \lambda \cdot A_{cp}}{\rho_{o.n} \cdot t_{d.n}} + \frac{1}{\rho_l} + \frac{1}{\rho_t} \right)}$$

[Rotação imediatamente antes da fissuração]

$$\theta_{cri} := \frac{T_{cr}}{GC_g}$$

[Rotação pós fissuração]

$$\theta_{crp} := \frac{T_{cr}}{GC_{cr}}$$

[Rotação Última]

$$\theta_u := \frac{T_n}{GC_u} = 0.018 \frac{1}{m}$$

[Torção no estado fissurado]

$$T_b(\theta_{final}) := T_n - (T_n - T_{cr}) \cdot \left(\frac{\theta_u - \theta_{final}}{\theta_u - \theta_{crp}} \right)^2$$

[Rigidez à torção efetiva]

$$GC_e := \frac{T_{sd}}{\theta_u - (\theta_u - \theta_{crp}) \cdot \sqrt{\frac{T_n - T_{sd}}{T_n - T_{cr}}}}$$

[Divisor de fissuração]

$$DIV_{cr} := \frac{GC_g}{GC_{cr}} = 8.8$$

[Divisor à torção]

$$DIV_e := \text{if} \left(T_{sd} < T_{cr}, 1, \frac{GC_g}{GC_e} \right)$$

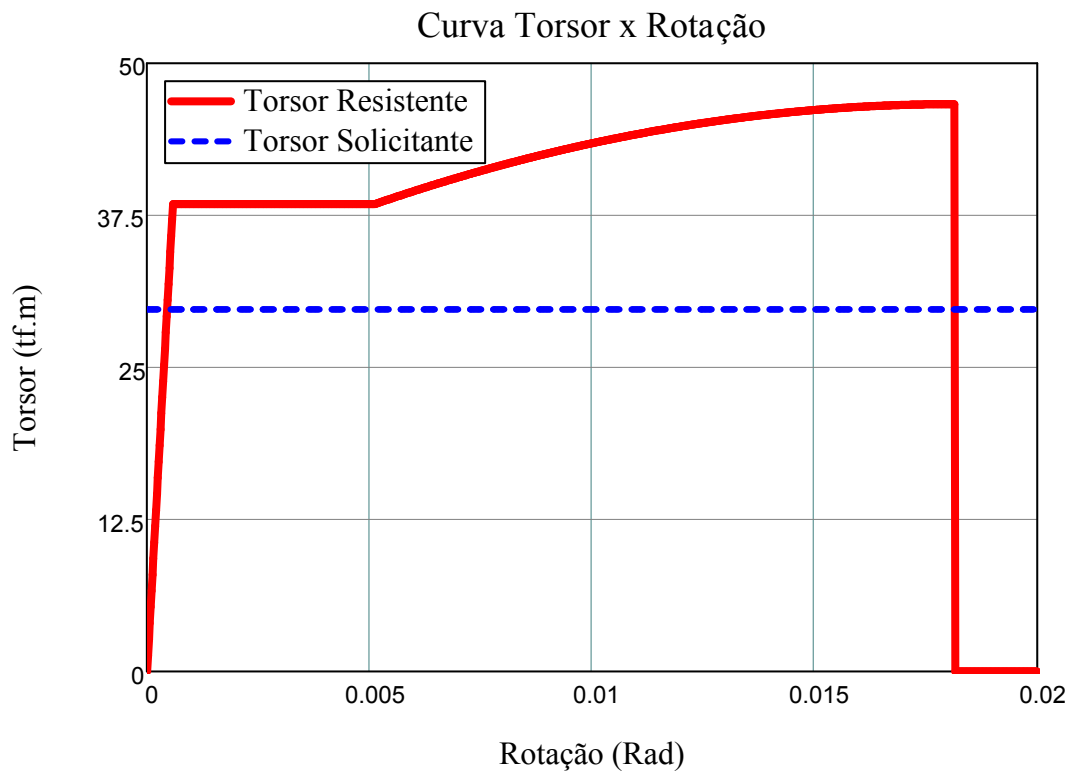
[Divisor Ultimo]

$$DIV_u := \frac{GC_g}{GC_u} = 25.8$$

$$Aux(\theta_{final}) := \text{if}(\theta_{crp} \leq \theta_{final} \leq \theta_u, T_b(\theta_{final}), 0)$$

$$T_{final}(\theta_{final}) := \text{if} \left(0 \leq \theta_{final} \leq \theta_{cri}, \frac{\theta_{final}}{\theta_{cri}} \cdot T_{cr}, \text{if}(\theta_{cri} \leq \theta_{final} \leq \theta_{crp}, T_{cr}, Aux(\theta_{final})) \right)$$

> Curva torque x rotação:



$$T_{sd} = 297.6 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad T_{cr} = 384.326 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad T_n = 466.42 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad \theta_u = 0.018 \frac{1}{m}$$

ANEXO B – Lista de erros emitida pelo CAD/TQS

AVISO/ERRO: Ruína da diagonal comprimida. $M_{\text{Torção}} \text{ atuante} > \text{Limite}$.

SISTEMA: CAD/Vigas

CLASSIFICAÇÃO: 2 - Erro Grave, **IMPORTANTE!!!**

ELEMENTO: Viga 1

O momento de torção atuante de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto = **1,78** Tf.m, ultrapassou o valor limite resistente = **1,51** Tf.m. O programa detalhará o estribo com um diâmetro = 50 mm apenas para não interromper o processamento. A tabela de ferros não será gerada.

AVISO/ERRO: Forças de Cisalhamento + Torção > Limite Máximo.

SISTEMA: CAD/Vigas

CLASSIFICAÇÃO: 2 - Erro Grave, **IMPORTANTE!!!**

ELEMENTO: Viga 1

A resistência à compressão diagonal do concreto = **1,40** ultrapassou o valor máximo estabelecido no arquivo de critérios que é = **1,00**. Pela norma brasileira, este índice deve ser = 1.00.

Este índice é = $(V_{sd}/V_{Rd2}) + (T_{sd}/T_{Rd2})$

Onde: $V_{sd} = 8,24$ Tf, $V_{Rd2} = 36,45$ Tf, $T_{sd} = 1,78$ Tf.m, $T_{Rd2} = 1,51$ Tf.m.

O programa detalhará o estribo com um diâmetro = 50 mm apenas para não interromper o processamento. A tabela de ferros não será gerada.

AVISO/ERRO: Solução Bitola X Espaçamento X N. Ramos Não Encontrada.

SISTEMA: CAD/Vigas

CLASSIFICAÇÃO: 2 - Erro Grave, **IMPORTANTE!!!**

ELEMENTO: Viga 1

Não foi possível encontrar uma solução para o detalhamento dos estribos com o menor espaçamento, maior bitola e o maior número de ramos conforme definido no arquivo de critérios de projeto. O programa detalhará o estribo com um diâmetro = 50 mm apenas para não interromper o processamento. A tabela de ferros não será gerada.

ANEXO C – Resumo de armação emitido pelo CAD/TQS

Tabela de Ferros - DIVISOR = 6,67

=====

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
AVENIDA PROFESSOR MORAES REGO,1235

Planta TABFER 16/01/14 14:30:16

ELEM	AÇO	POS	BIT (mm)	QUANT	COMPRIMENTO	
					UNIT (cm)	TOTAL (cm)

V1						
	50	1	6.3	2	630	1260
	50	2	8.0	6	150	900
	50	3	20.0	2	920	1840
	50	4	20.0	2	490	980
	50	5	10.0	8	200	1600
	50	6	6.3	63	140	8820
	50	7	8.0	4	814	3256

RESUMO AÇO CA 50-60			
ACO	BIT (mm)	COMPR (m)	PESO (kg)

50	6.3	101	25
50	8.0	42	17
50	10.0	16	10
50	20.0	28	71

Peso Total		50 =	122 kg

Resumo de aço por elemento			
ELEM		PESO (kg)	PESO (kg+10%)

V1		122	135

Tabela de Ferros - DIVISOR = 100

=====

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
AVENIDA PROFESSOR MORAES REGO,1235

Planta TABFER 16/01/14 14:23:42

ELEM	AÇO	POS	BIT (mm)	QUANT	COMPRIMENTO	
					UNIT (cm)	TOTAL (cm)

V1						
	50	1	6.3	2	630	1260
	50	2	8.0	6	150	900
	50	3	20.0	2	920	1840
	50	4	20.0	2	485	970
	50	5	10.0	8	200	1600
	60	6	5.0	44	140	6160
	50	7	6.3	6	814	4884

RESUMO AÇO CA 50-60				
ACO	BIT (mm)	COMPR (m)	PESO (kg)	

60	5.0	62	10	
50	6.3	61	15	
50	8.0	9	4	
50	10.0	16	10	
50	20.0	28	70	
Peso Total		60 =	10 kg	
Peso Total		50 =	99 kg	

Resumo de aço por elemento			
ELEM		PESO (kg)	PESO (kg+10%)

V1		109	120

ANEXO D - Comparativo entre a armadura necessário à torção para o trecho D pela NBR 6118 e o ACI 318

> Dados de entrada:

$bw := 25\text{cm}$	[Base da viga]
$h := 60\text{cm}$	[Altura da viga]
$\phi t := 5\text{mm}$	[Bitola do estribo]
$c := 2.5\text{cm}$	[Cobrimento]
$Asw := \frac{2.3\text{cm}^2}{m}$	[Armadura de cortante]
$fck := 25\text{MPa}$	[Resistência do concreto]
$fywk := 500\text{MPa}$	[Tensão de escoamento característica do aço]

> Cálculo dos parâmetros mecânicos e geométricos da seção:

[Resistência à tração médio do concreto] $fctm := 0.3 \cdot \left(\frac{fck}{\text{MPa}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \text{MPa}$ [Área bruta da seção] $Acp := bw \cdot h$ [Tensão de escoamento de projeto do aço] $fywd := \frac{fywk}{1.15}$	[Perímetro da linha central dos estribos] $p1 := (bw - 2 \cdot c - \phi t) \cdot 2 + 2 \cdot (h - 2 \cdot c - \phi t)$ [Perímetro da seção] $Pcp := 2(bw + h)$ [Área inclusa na linha média da espessura fictícia do tubo de concreto equivalente] $Ae := \frac{2 \cdot Acp}{3}$
---	---

> Armadura de acordo com a NBR 6118:

$$\rho_{sw} := \max \left(\frac{Asw}{bw}, 0.2 \cdot \frac{fctm}{fywk} \right) \quad \frac{Asw}{bw} = 0.092\% \quad 0.2 \cdot \frac{fctm}{fywk} = 0.103\% \quad \rho_{sw} = 0.103\%$$

$$Armadura_{NBR} := \rho_{sw} \cdot \frac{Acp}{p1} = 1.04 \cdot \frac{\text{cm}^2}{m}$$

> Armadura de acordo com o ACI 318:

$$Tcr := 0.33 \cdot \sqrt{\frac{fck}{\text{MPa}}} \cdot \frac{Acp^2}{Pcp} \cdot \text{MPa} = 21.838 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$Armadura_{ACI} := \frac{Tcr}{2 \cdot Ae \cdot fywd} = 2.511 \cdot \frac{\text{cm}^2}{m}$$

$$Armadura\% := \frac{Armadura_{NBR}}{Armadura_{ACI}} = 41.4\%$$