

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIA
ESCOLA DE ENGENHARIA DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

PEDRO ROMERO ROCHA BERNARDES

**ANÁLISE NÃO-LINEAR DE PÓRTICOS PLANOS COM LIGAÇÕES SEMI-
RÍGIDAS**

Recife

2016

PEDRO ROMERO ROCHA BERNARDES

**ANÁLISE NÃO-LINEAR DE PÓRTICOS PLANOS COM LIGAÇÕES SEMI-
RÍGIDAS**

**Trabalho de conclusão de curso para
obtenção do título de bacharel em
Engenharia Civil na Universidade
Federal de Pernambuco.**

Orientador:

Prof^a. Dr^a. Lícia Mouta da Costa

Recife

2016

Catálogo na fonte
Bibliotecária Valdicéa Alves, CRB-4 / 1260

B482a	Bernardes, Pedro Romero Rocha Análise não linear de pórticos planos com ligações semi-rígidas. / Pedro Romero Rocha Bernardes. 2016. 38 folhas, Ils. e Tab. Orientadora: Prof. ^a Dr. ^a Lícia Mouta da Costa. TCC (Graduação) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Graduação em Engenharia Civil, 2016. Inclui Referências. 1. Engenharia Civil. 2. Análise numérica. 3. Conexões semirrígidas. 4. Método do deslocamento. 5. Análise não linear. II. Título. 624 CDD (22. ed.)	UFPE BCTG/2016-93
-------	--	--------------------------

ATA DA DEFESA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO PARA CONCESSÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO CIVIL

CANDIDATO(S): 1 - PEDRO ROMERO ROCHA BERNARDES

BANCA EXAMINADORA:

Orientador: PROFESSORA DR^a. LÍCIA MOUTA DA COSTA

Examinador 1: PROFESSORA DR^a LEILA BRUNET DE SÁ BESERRA

Examinador 2: ENG. LUCIOLO VICTOR MAGALHÃES E SILVA

TÍTULO DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO: ANÁLISE NÃO-LINEAR DE PÓRTICOS PLANOS COM LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS

LOCAL:

DATA: 11 / 03 / 2016 HORÁRIO DE INICIO: 16 HORAS.

Em sessão pública, após exposição de cerca de.....minutos, o(s) candidato(s) foi (foram) argüido(s) oralmente pelos membros da banca, sendo considerado(s):

1)(x) aprovado(s), pois foi demonstrado suficiência de conhecimento e capacidade de sistematização no tema da monografia e o texto do trabalho aceito

(x) Sem revisões.

() Com revisões, a serem feitas e verificadas pelo orientador no prazo máximo de 30 dias.(o verso da folha da ata poderá ser utilizado para pontuar revisões).

2) (..) reprovado(s).

Na forma regulamentar foi lavrada a presente ata que é assinada pelos membros da banca e pelo(s) candidato(s).

Recife, 11 de março de 2016

Orientador:.....
Examinador 1.....
Examinador 2.....
Candidato 1.....

DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho aos leitores

AGRADECIMENTO

À minha mãe, por todo amor, carinho, atenção e dedicação. E por sempre mostra a importância do estudo.

Ao meu pai por todo amor, ensinamentos e conselhos. E por vibrar tanto em cada vitória.

Ao meu irmão Vitor que sempre muito sábio me ajudou a tomar decisões importantes no âmbito acadêmico e pessoal.

À minha namorada Fernanda, por todo apoio, incentivo e motivação.

Ao prof. Ivaldo, por todo apoio e motivação, pelos materiais disponibilizados, por todas as dúvidas tiradas, por ser sempre uma pessoa tão paciente e alegre. Pela oportunidade que me concedeu de realizar iniciação científica. Serei eternamente grato por tudo.

À prof^a. Lícia, obrigado por ser tão prestativa e por toda ajuda e atenção.

Ao engenheiro Lucíolo, obrigado por toda ajuda, sem você esse trabalho não seria possível, por todo incentivo, pelos materiais disponibilizados, por se dedicar tanto em me ajudar em todo momento que precisei e pela tão sincera amizade.

RESUMO

O presente trabalho consiste na implementação de uma ferramenta para análise e resolução de pórticos planos com conexões semi-rígidas, que se concretiza com o desenvolvimento de um código computacional em ambiente MATLAB (MathWorks) com a implementação da formulação do Método da rigidez, assim como as rotinas para a análise não-linear entre o momento fletor e a rotação das ligações semi-rígidas, onde a flexibilidade da ligação é considerada por meio de "molas nas extremidades dos elementos de barra". Tradicionalmente, o cálculo de estruturas é realizado considerando ligações rígidas ou articuladas, porém constata-se de ensaios experimentais que a maioria das ligações das estruturas se enquadra em outro tipo de classificação denominada semi-rígida, as quais possuem características intermediárias entre uma ligação rígida e articulada, onde as conexões apresentam resistência ao giro relativo das peças conectadas, mas não possuem rigidez suficiente para impedir todo deslocamento entre elas. Verifica-se, também que a rigidez das ligações tem uma grande influência na distribuição dos esforços internos, nos deslocamentos e na estabilidade global da estrutura. Esta análise resulta num comportamento da conexão mais preciso e adequado, representando, dessa forma, o comportamento da estrutura até o seu estado limite último, no caso de plastificação da conexão. Com isso, podem ser consideradas nos projetos, as reservas plásticas de resistência, visando à utilização mais eficiente das peças na estrutura.

Palavras-chave: Análise numérica. Conexões semi-rígidas. Método do deslocamento. Análise não-linear.

ABSTRACT

The present work consists on the implementation of an analysis tool and flat frames resolution with semi-rigid connections. It is accomplished with the development of a computer code in MATLAB (MathWorks) for implementation of the displacement method formulation, as well as routines for non-linear analysis between bending moment and rotation of semi-rigid connections, where connection flexibility is considered by "springs at the extremities of bar elements". Traditionally, structure calculations are performed by considering rigid or articulated links, however it is possible to note from experimental tests that most structures links fall into other classification called semi-rigid – which have intermediate characteristics between a rigid connection and an articulated link. Those connections are resistant to turning on the connected parts, however they do not have sufficient rigidity to prevent all of the displacement between them. The stiffness of the links has a large influence on the distribution of internal forces, on the deflections, and in the overall stability of the structure. This analysis results in a more precise and adequate behavior of the connection. Thus representing the behavior of the structure until its limit state, in the case of yielding of the connection. By doing so, the plastic strength reserves can be taken into account on the project, aiming at a more efficient use of structures parts.

Keywords: numeric analysis, semi-rigid connections, stiffness method, non-linear analysis.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Ligação rígida e flexível.	5
Figura 2 - Típica conexão viga-pilar metálica cantoneira de alma simples.	6
Figura 3 - Típica conexão viga-pilar metálica cantoneira de alma dupla.	6
Figura 4 - Típica conexão viga-pilar metálica "header plate".	7
Figura 5 - Típica conexão viga-pilar metálica tee-stub.	7
Figura 6 - Idealização das ligações rígidas e articuladas num diagrama momento-rotação da ligação.	8
Figura 7 - Comportamento não-linear dos sete tipos usuais de ligação viga-pilar.	8
Figura 8 - Aplicação do método da beam-line para se determinar o grau de flexibilidade real da conexão viga-pilar.	9
Figura 9 - Identificação dos graus de liberdade do elemento de viga com "molas" nas extremidades. Fonte SILVA (2000)	12
Figura 10 - Identificação dos graus de liberdade de uma viga bi-apoiada. Fonte SILVA (2000)	12
Figura 11 -Matriz de rigidez do elemento de pórtico plano no sistema local.	14
Figura 12 - Aproximação linear precisa para pequenos níveis de momento.	16
Figura 13 - Ilustração da superestimação do momento semi-rígido utilizando uma rigidez secante linear inicial para uma rotação dada.	17
Figura 14 - Relação momento fletor versus rotação elasto-plástico perfeito.	17
Figura 15 - Relação momento fletor versus rotação elasto-plástico perfeito.	18
Figura 16 - Aplicação do método iterativo secante em um diagrama momento-rotação da ligação.	18
Figura 17 - Entrada de dados do código PPLSR2016 - parte 1.	22
Figura 18 - Entrada de dados do código PPLSR2016 - parte 2.	22
Figura 19 - Fluxograma do código PPLSR2016.	23
Figura 20 - Saída de resultados do código PPLSR2016 - deslocamentos nodais	23
Figura 21 - Saída de resultados do código PPLSR2016 - esforços e coeficiente de flexibilidade final.	24
Figura 22 - Pórtico plano com carregamento nodal e "molas" aplicadas somente na viga.	25
Figura 23 - Momentos fletores para conexões rígidas.	26
Figura 24 - Momentos fletores para conexão articulada.	27
Figura 25 - Diagrama de momento fletores para conexões semi-rígidas ($\alpha = 1,1$).	28
Figura 26 - Pórtico plano com carregamento nodal três vezes superior e seções mais rígidas com "molas" aplicadas somente na viga.	30
Figura 27 - Diagrama simplificado elasto-plástico através de momento de plastificação e rigidez inicial.	31

Figura 28 - Pórtico plano com carregamento nodal e "molas" aplicadas somente na viga.....	32
Figura 29 - Gráfico de flexibilidade versus momento no nó 2.....	33
Figura 30 - Gráfico de flexibilidade versus momento nó 1.....	33
Figura 31 - Gráfico de flexibilidade versus deslocamento no nó 2.....	34
Figura 32 - Variação do momento de plastificação vs o deslocamento.	35
Figura 33 - Variação do momento de plastificação versus rotação.....	35
Figura 34 - Variação do momento de plastificação vs coeficiente de flexibilidade.....	36

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 - Momentos fletores nos nós 1,2,3 e 4 com ligações rígidas.....	25
Tabela 5.2 - Deslocamento nos nós 2 e 3 da estrutura com ligações rígidas.....	25
Tabela 5.3 - Momentos fletores nos nós 1,2,3 e 4 com ligações articuladas.....	26
Tabela 5.4 - Deslocamentos nos nós 2 e 3 da estrutura com ligações articuladas.....	26
Tabela 5.5 - Momentos fletores nos nós 1,2,3 e 4 com ligações semi-rígidas.....	27
Tabela 5.6 - Deslocamento nos nós 2 e 3 com ligações semi-rígidas.....	27
Tabela 5.7 - Momentos fletores nos nós 1,2,3 e 4 para os dois tipos de análises.....	30
Tabela 5.8 - Deslocamento e rotações nodais nos nós 2 e 3 com ligações semi-rígidas.....	30
Tabela 5.9 - Momentos fletores nos nós 1, 2, 3 e 4 para os dois tipos de análises.....	31
Tabela 5.10 - Deslocamento nos nós 2 e 3 da estrutura para os dois tipos de análise.....	31
Tabela 5.11 - Momentos fletores e deslocamento no nó 2.....	32
Tabela 5.12 - Momentos fletores nó 1.....	33
Tabela 5.13 - Deslocamento, α_f e rotação para o nó 2 com a variação do M_{pl}	34

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 Considerações iniciais	1
1.2 Objetivos	1
1.3 Metodologia	2
1.4 Hipóteses	2
1.5 Organização do trabalho.....	2
2 - COMPORTAMENTO DAS LIGAÇÕES	4
2.1 Introdução.....	4
2.2 Ligações	4
2.2.1 Levantamento dos tipos e características das ligações.....	6
3 - ANÁLISE NUMÉRICA	10
3.1 Elemento com molas nas extremidades	10
3.2 Formulação da matriz de rigidez e dos esforços nos nós	11
3.3 Análise elasto-plástica.....	16
3.3.1 Método iterativo secante	17
3.4 Modelagem das conexões.....	20
4 - CÓDIGO COMPUTACIONAL	22
5 - EXEMPLOS DE VALIDAÇÃO	25
6 - CONCLUSÕES	37
REFERÊNCIAS	38

1 - INTRODUÇÃO

1.1 Considerações iniciais

Uma desvantagem da análise elástica linear tem sido sua incapacidade de refletir o comportamento real de estruturas sob condições não usuais de carregamento ou de carregamento limite, uma vez que, a rigor, as estruturas podem se comportar de forma não-linear antes de atingir o colapso. Por essa razão, a maioria das normas modernas baseadas no conceito do modelo de resistência última tem incorporado certas medidas para que os engenheiros estruturais considerem a não-linearidade. A consideração básica é de que uma avaliação mais realista só pode ser alcançada levando em conta os efeitos não-lineares.

Existem duas diferentes classes de não-linearidade. A primeira consiste na não-linearidade física (não linearidade do material), consiste nas mudanças na resposta física de um material às tensões. A principal dificuldade computacional na análise de problemas envolvendo não-linearidades físicas é que as equações de equilíbrio devem ser escritas para a estrutura utilizando propriedades do material que dependem das deformações, as quais, no entanto, não são conhecidas antecipadamente. A segunda é a não-linearidade geométrica, também referida como efeitos de segunda ordem, são produzidos por deformações finitas acompanhadas de modificações na rigidez de uma estrutura sob certo carregamento aplicado. Neste trabalho, apenas a não-linearidade do tipo física será considerada.

Um fato recorrente em projetos e análises estruturais convencionais é a consideração de que as ligações entre vigas e pilares sejam perfeitamente rígidas ou idealmente rotuladas. A primeira hipótese implica que o ângulo entre elementos adjacentes permanece imutável quando a estrutura é submetida a certo carregamento, o que leva à suposição de que a rigidez relativa à conexão entre tais elementos é muito alta. Já a segunda hipótese leva à condição de que nenhum momento é transmitido da viga para o pilar, de onde se conjectura que a rigidez da ligação é muito pequena se comparada à dos elementos conectados. No entanto, tais hipóteses não são observadas nas ligações convencionais utilizadas nos projetos. Experimentos demonstraram que as conexões possuem comportamento intermediário entre as condições totalmente rígidas e idealmente rotuladas, significando que as mesmas possuem um grau finito de flexibilidade.

1.2 Objetivos

O presente trabalho consiste no desenvolvimento de uma rotina computacional em ambiente MATLAB para análise de estruturas, através de uma formulação matricial linear e não-linear pelo Método da Rigidez, considerando a flexibilidade da ligação através de molas nas extremidades dos elementos de barras. Serão apresentados exemplos de aplicação, que serão comparados com resultados da literatura.

Conforme testes e ensaios em laboratório, as solicitações do esforço normal, esforço cortante e seus efeitos combinados também afetam o comportamento das ligações. Contudo, o comportamento real da conexão, levando em conta todos esses efeitos, é de difícil obtenção e não altera significativamente o comportamento das estruturas em relação à análise onde apenas o efeito da não linearidade entre o momento fletor e a rotação são considerados.

Assim sendo, o presente trabalho tem por proposta apresentar uma análise da modelagem da conexão para projetos, baseada na rigidez rotacional, estabelecendo procedimentos de cálculos que sejam simples, precisos e práticos.

Portanto, o objetivo geral do estudo é implementar computacionalmente um modelo que considere o comportamento linear e não-linear de ligações semi-rígidas e que tenha aplicação prática em projeto.

1.3 Metodologia

Foi desenvolvido um código computacional, onde foi implementada a formulação do método da Rigidez no ambiente MATLAB (MathWorks, s.d.), tendo em vista que a linguagem contém ferramentas próprias para o desenvolvimento de códigos para solução de problemas numéricos. O método foi utilizado para determinar deslocamentos, solicitações resultantes para uma dada estrutura sob determinadas condições de contorno e de carregamento.

Foi implementada a consideração da ligação semi-rígida no código, considerando a flexibilidade da ligação através de molas nas extremidades dos elementos de barras e do processo iterativo secante para o caso do problema de não-linearidade do material.

Foram realizadas comparações entre o código desenvolvido e soluções encontradas na literatura, esses resultados foram tomados como validação e estudo do comportamento dos métodos implementados frente aos problemas que foram submetidos.

1.4 Hipóteses

Foram consideradas as seguintes hipóteses:

- Material elástico-linear e com considerações de plastificações nas rotações das ligações.
- Estruturas reticuladas.
- Estruturas planas (pórtico planos).
- Elementos homogêneos de seção, inércia e propriedades físicas constantes.

1.5 Organização do trabalho

Esse trabalho está dividido da seguinte maneira

.CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO: Nesse capítulo é apresentada uma introdução da literatura referente ao método numérico, os objetivos e metodologia do trabalho, assim como as hipóteses adotadas no desenvolvimento do código

CAPÍTULO 2 - COMPORTAMENTO DAS LIGAÇÕES: Nesse capítulo são apresentados os tipos de ligações e resultados experimentais sobre o seu comportamento.

CAPÍTULO 3 - ANÁLISE NUMÉRICA: Esse capítulo contém os aspectos teóricos sobre o Método da rigidez e apresenta o elemento com "molas nas extremidades e a análise

elasto-plástica, utilizados na modelagem de análise não-linear de estruturas com ligações semi-rígidas.

CAPÍTULO 4 - CÓDIGO COMPUTACIONAL: Apresenta o código desenvolvido, os dados de entrada necessários e a saída de resultados.

CAPÍTULO 5 - EXEMPLOS DE VALIDAÇÃO: Nesse capítulo são apresentados os exemplos para validação do código desenvolvido

CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES: Esse capítulo apresenta as conclusões sobre o trabalho.

2 - COMPORTAMENTO DAS LIGAÇÕES

2.1 Introdução

Nesse capítulo é feito um estudo das ligações de estruturas metálicas com o objetivo de apresentar as características principais, tipos e como são analisadas nos projetos convencionais. São também apresentados os elementos constituintes de um diagrama momento-rotação.

2.2 Ligações

Segundo o manual de ligações em estruturas metálicas volume II do Centro Brasileiro de Construção em Aço - CBCA (2003), o termo ligação é aplicado a todos os detalhes construtivos que promovam a união de partes da estrutura entre si ou a sua união com elementos externos a ela, como por exemplo, as fundações.

As ligações se compõem dos elementos de ligação e dos meios de ligação. Os elementos de ligação são todos os componentes incluídos no conjunto para permitir ou facilitar a transmissão dos esforços, tais como:

- Enrijecedores;
- Placa de base;
- Cantoneiras;
- Chapas de Gusset;
- Talas de alma e de mesa;
- Parte das peças ligadas envolvidas;

Os meios de ligação são os elementos que promovem a união entre as partes da estrutura para formar a ligação. Como meios de ligação são utilizados, principalmente, soldas, parafusos e barras roscadas, como os chumbadores.

O cálculo de uma ligação significa a verificação de todas as partes que a compõem: os elementos de ligação e os meios de ligação.

De acordo com a NBR 8800, os elementos de ligação e os meios de ligação deverão ser dimensionados de forma que as suas resistências de cálculo, correspondentes aos estados limites em consideração, sejam maiores que as solicitações de cálculo.

As resistências de cálculo, de modo geral, são calculadas como uma porcentagem especificada da resistência dos elementos ou meios de ligação a um determinado efeito (o estado limite).

As solicitações de cálculo, em consideração a esse mesmo estado limite, são calculadas através da análise da ligação sujeita às ações multiplicadas pelos coeficientes de ponderação.

A rigidez das ligações, ou seja, sua capacidade de impedir a rotação relativa local das peças ligadas é responsável pelo comportamento final da estrutura em termos de rotações e deslocamentos. Isto quer dizer que, além das barras que compõem a estrutura, também as

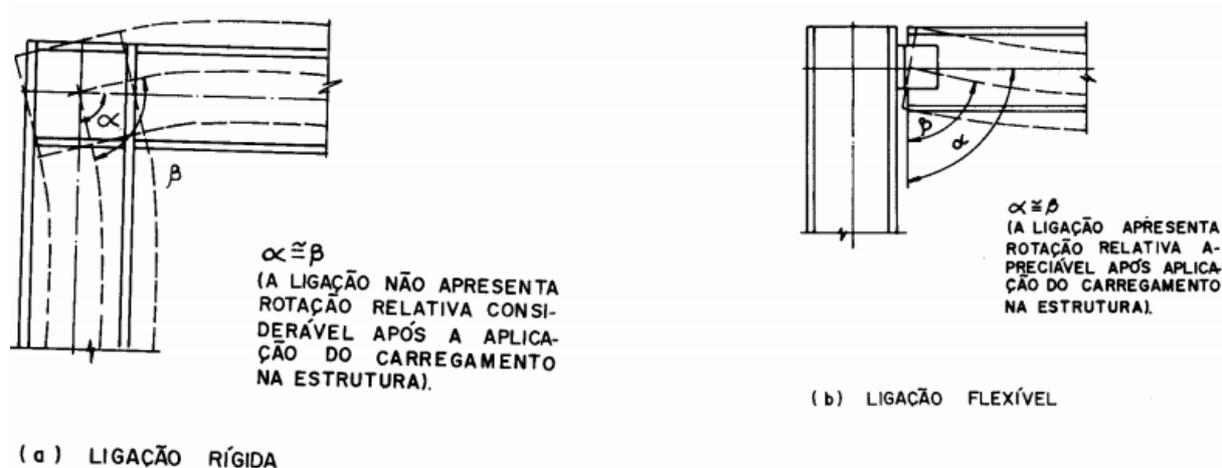
ligações deverão estar convenientemente concebidas e dimensionadas, sob pena da estrutura não se comportar, em termos de deslocamentos e rotações, conforme desejado.

Dessa forma as ligações deverão ser projetadas conforme as hipóteses feitas para os nós das barras na análise estrutural:

Nos locais onde foram previstas ligações rígidas, deverão ser previstos detalhes que efetivamente impeçam a rotação relativa das partes (Figura 1a).

Nos locais onde a ligação deve permitir a rotação relativa das partes, os detalhes deverão ser tais que propiciem essa rotação com o mínimo de restrição (Figura 1b).

Figura 1 - Ligação rígida e flexível.



Fonte CBCA (2003)

De acordo com o grau de impedimento da rotação relativa de suas partes, as ligações são classificadas nos três seguintes tipos (CBCA, 2003):

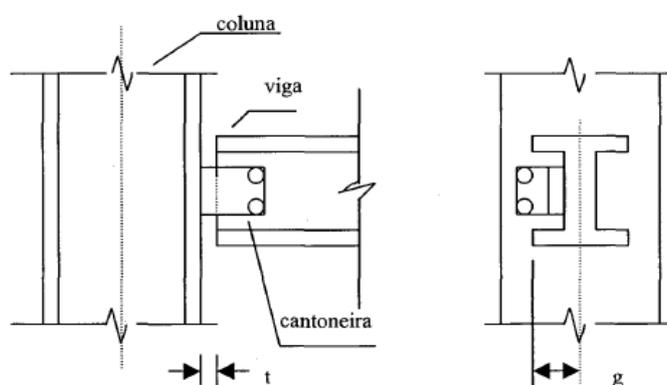
- **Ligação rígida** - A ligação é tal que o ângulo entre os elementos estruturais que se interceptam permanece essencialmente o mesmo após o carregamento da estrutura, com uma restrição à rotação da ordem de 90 por cento ou mais daquela teórica necessária à ocorrência de nenhuma rotação (Figura 1a).
- **Ligação flexível (articulada)** - Neste caso a restrição à rotação relativa entre os elementos estruturais deve ser tão pequena quanto se consiga obter na prática. No caso de vigas, sujeitas à flexão simples, por exemplo, a ligação flexível transmite apenas a força cortante. A ligação é considerada flexível se a rotação relativa entre as partes, após o carregamento, atingir 80 por cento ou mais daquela teoricamente esperada caso a conexão fosse totalmente livre de girar (Figura 1b).
- **Ligação semi-rígida** - Nesse caso a restrição à rotação está entre 20 e 90 por cento daquela teoricamente necessária para evitar qualquer rotação. Então o momento transmitido através da conexão não é nem zero (ou próximo de zero) como no caso de ligações flexíveis e nem o momento máximo (ou próximo dele) como no caso de conexões rígidas. Para que se possa utilizar a ligação semi-rígida, deverá ser conhecido primeiro a relação de dependência entre o momento resistente e a rotação.

2.2.1 Levantamento dos tipos e características das ligações

A seguir são apresentados alguns tipos de ligações, segundo SILVA (2000):

- **Cantoneira de alma simples (single web angle)** - Essa ligação consiste na utilização de uma cantoneira em L, parafusada ou soldada na alma da viga e coluna. Estes tipos de conexões são normalmente consideradas como articuladas. Apresentam como característica principal a grande capacidade de se deformar quando submetida à flexão. Idealmente a viga transfere somente esforço cortante e normal para a coluna.

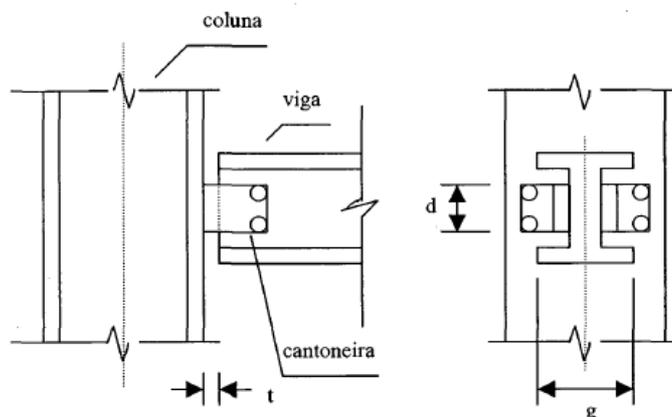
Figura 2 - Típica conexão viga-pilar metálica cantoneira de alma simples.



Fonte SILVA (2000)

- **Cantoneira de alma dupla (double web angle)** - É formada pela composição de duas cantoneiras parafusadas ou rebitadas na alma da viga e coluna. A adoção de duas cantoneiras neste tipo de ligação supera, em termos de rigidez, as ligações cantoneiras de alma simples, como esperado. Este tipo de ligação apresenta uma deformação rotacional significativa e por isso é identificado, geralmente, como ligação articulada.

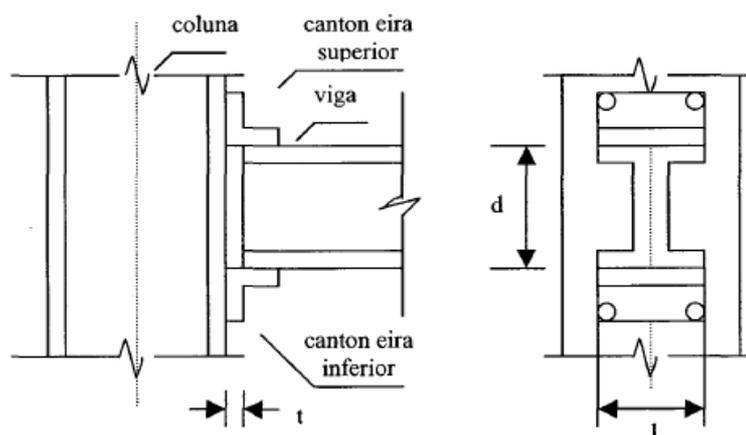
Figura 3 - Típica conexão viga-pilar metálica cantoneira de alma dupla.



Fonte SILVA (2000)

- **Ligação de placa (header plate)** - Consiste numa placa com comprimento menor do que a altura da viga, soldada na alma da viga e parafusada na coluna. Esta conexão apresenta coeficiente de rigidez superior à conexão cantoneira de alma dupla para qualquer nível de solicitação de carga. Usualmente são denominadas como ligações articuladas.

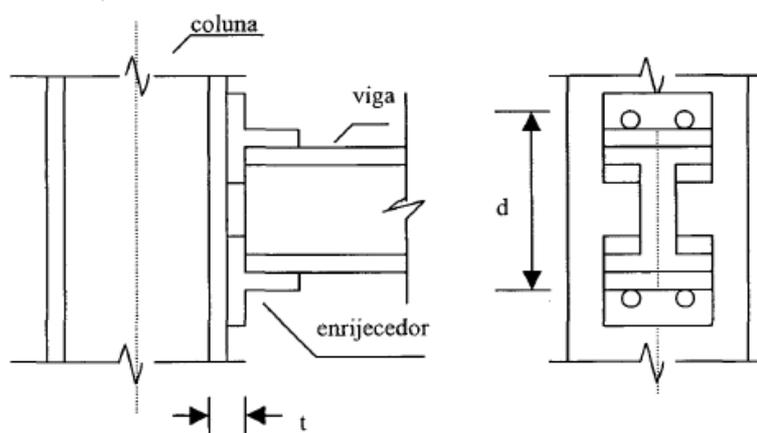
Figura 4 - Típica conexão viga-pilar metálica "header plate".



Fonte SILVA (2000)

- **Tee-Stub** - Caracteriza-se pelo seu elevado grau de rigidez da conexão viga-pilar de estruturas metálicas, com praticamente nenhuma deformação rotacional relativa, proporcionando total continuidade de momento fletor nos elementos conectados. Utiliza-se de elementos de ligação através de enrijecedores, soldados nas extremidades superior e inferior da viga e parafusos de alta resistência, na coluna.

Figura 5 - Típica conexão viga-pilar metálica tee-stub.



Fonte SILVA (2000)

Usualmente, no cálculo estrutural das ligações metálicas, são considerados dois modelos teóricos para representar as ligações rígida e a articulada, como apresentado na Figura 6.

Figura 6 - Idealização das ligações rígidas e articuladas num diagrama momento-rotação da ligação.

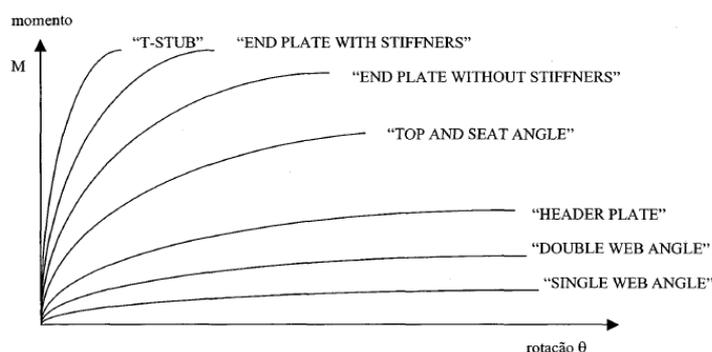


Fonte autor

Verifica-se que estas conexões tradicionais, rígidas e articuladas, apresentam resultados que diferem dos obtidos nas análises experimentais. Na realidade, as conexões que apresentam rigidezes intermediárias, devem ser classificadas como conexão semi-rígida.

A análise do comportamento momento-rotação para alguns tipos de ligações é ilustrada na figura 7, apresentada por SILVA (2000). Onde se verifica a não-linearidade física, a variação da flexibilidade das ligações e que ligações com elevada rigidez inicial apresentam menores patamar de plasticidade, que representa bem as propriedades do material constituinte da ligação, ou seja, o aço.

Figura 7 - Comportamento não-linear dos sete tipos usuais de ligação viga-pilar.



Fonte SILVA (2000)

As conexões semi-rígidas não são, usualmente, consideradas no regime plástico e raramente usadas no cálculo das tensões de serviço, pois, existe certa dificuldade na avaliação do grau de restrição da ligação.

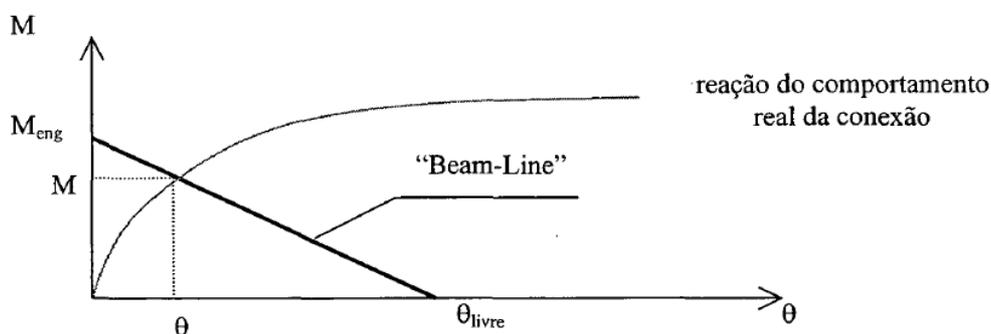
Segundo SILVA (2000), para melhor entendimento da distinção prática entre os três tipos de conexão da estrutura, (rígida, semi-rígida e articulada), a utilização do método da

beam-line pode ser útil. Este é um método gráfico antigo, constituído de um processo simples e prático para se determinar o grau de flexibilidade atual da conexão viga-pilar. A sua aplicação consiste em determinar a equação da reta beam-line, a curva momento-rotação real da conexão e o ponto de interseção da reta, que liga a o momento e a rotação em análise, com a curva, como se segue:

- A reta beam-line é obtida pela união de dois pontos num gráfico momento-rotação. O primeiro ponto é situado ao longo da ordenada do gráfico, referindo-se ao momento de engastamento perfeito de uma viga genérica, apresentando suas extremidades idealizadas engastadas (rígidas). O outro ponto é encontrado ao longo do eixo das abscissas, considerando a extremidade da viga livre para girar (articulada), conforme a Figura 8 apresenta.
- A curva momento-rotação real da conexão é estabelecida por ensaios experimentais ou por processos analíticos (atualmente, via Método dos Elementos Finitos).
- O ponto de interseção da reta com a curva corresponde ao momento e respectiva rotação da conexão viga-pilar.

Esse método pode ser aplicado para cada tipo de estrutura estudada. Sendo dependente das propriedades, características e carregamento da estrutura apresentada.

Figura 8 - Aplicação do método da beam-line para se determinar o grau de flexibilidade real da conexão viga-pilar.



Fonte SILVA (2000)

Os ensaios experimentais auxiliam os pesquisadores a ajustar os modelos analíticos proporcionando ferramentas aos projetistas para os cálculos de estruturas usuais. Consta-se que as principais propriedades das conexões são obtidas pelas curvas momento-rotação, das quais se obtêm os parâmetros para modelar a ligação.

A realização de testes requer um detalhamento minucioso das características da conexão a ser estudada. Com o intuito de se realizar um estudo preciso, adequado e padrão, utilizam-se as classificações do “American Institute of Steel Construction” (AISC), e do “Eurocode 3” (1992), sendo que os tipos de ligações encontrados na prática devem ser ajustados e identificados a partir dessas classificações.

3 - ANÁLISE NUMÉRICA

A fim de apresentar uma formulação da análise semi-rígida das ligações entre vigapilar, foi utilizada a análise matricial das estruturas pelo método da rigidez, de modo que os estágios de cálculo fossem desenvolvidos de maneira padronizada para facilitar a implementação em programas computacionais.

O elemento de conexão utilizado na análise matricial das estruturas pode ser concebido de duas maneiras. Uma delas representa o elemento com “molas” incorporado nas extremidades e a outra interpreta o elemento mola agindo independentemente na ligação vigapilar. O elemento utilizado no presente trabalho foi o elemento com “molas” nas extremidades.

O comportamento à flexão da conexão é caracterizado por uma curva momento-rotação, que representa o momento transmitido pela conexão para a rotação relativa dos membros interceptados. Verifica-se, por ensaios experimentais, que esse diagrama apresenta um comportamento não-linear e a rigidez da conexão é representada como a inclinação desta curva em qualquer ponto. Para a análise do comportamento não-linear é necessário a utilização de um processo iterativo das conexões. Desta forma, optou-se pelo uso do método iterativo secante para representar a flexibilidade da conexão, devido à sua fácil implementação em programas computacionais, pois se trata de uma repetição da análise de primeira ordem nas interações avaliadas.

O objetivo desse capítulo é apresentar a influência da consideração de ligações semi-rígidas na matriz de rigidez do elemento e do vetor de engastamento perfeito resultando uma análise elasto-plástica da conexão, através do processo iterativo secante.

3.1 Elemento com molas nas extremidades

É apresentado neste item o efeito da flexibilidade, bem como sua respectiva influência no Método da Rigidez. Existem duas maneiras de abordar o problema:

- Interpretando o elemento com molas nas extremidades de elementos de barra;
- Utilizando um elemento de conexão entre barras agindo independentemente.

O elemento de conexão independente apresenta as seguintes desvantagens em relação à primeira concepção:

- Aumento do número de nós e dos elementos;
- Dificil determinação do comprimento do elemento de conexão, influenciando significativamente os resultados obtidos;

Para este trabalho, foi considerado o comportamento das ligações através do elemento incorporando “molas” nas extremidades, como proposto por SILVA (2000).

A conexão semi-rígida pode ser considerada com um elemento de mola de três graus de liberdade que apresentam as deformações axial, rotacional e seus efeitos combinados.

Os parâmetros de conexão, como a rigidez à rotação, podem ser obtidos de resultados experimentais, análises numéricas ou por métodos simplificados de cálculo.

O método adotado considera a rigidez à rotação da conexão para análise de estruturas semi-rígidas com “molas” nas extremidades de elementos de barra. As deformações axial, transversal e torsional isoladas da mola introduzida e, especialmente, dos seus efeitos combinados apresentam valores insignificante quando comparados com a deformação por rotação. Além disso, existem poucos ensaios laboratoriais e material bibliográfico sobre este assunto.

Através de análises experimentais das ligações, define-se um coeficiente de flexibilidade elástica à flexão: α (adimensional), expresso por:

$$\alpha = \frac{EI}{kL} \quad (3.1)$$

onde:

E : módulo de elasticidade do material;

I : momento de inércia da seção transversal;

L : comprimento do elemento;

k : coeficiente de rigidez da ligação à flexão;

Para ilustrar as quantidades físicas do material e, sabendo que α é inversamente proporcional a k , tem-se:

- ligações rígidas: $k \rightarrow \infty \therefore \alpha = 0$
- ligações articuladas: $k = 0 \therefore \alpha \rightarrow \infty$
- ligações semi-rígidas: $0 < \alpha < \infty$ ou $0 < k < \infty$

Os elementos da análise onde a flexibilidade da ligação influencia diretamente são a matriz de rigidez da estrutura e o vetor de engastamento perfeito. O coeficiente adimensional, α , é utilizado pela sua facilidade de programação, pois é um parâmetro sem interpretação física da flexibilidade da ligação, dependente das características geométrica de cada barra, obtido através de ensaios experimentais.

3.2 Formulação da matriz de rigidez e dos esforços nos nós

As ligações semi-rígidas podem ser representadas pelo efeito da rotação de molas elásticas na extremidade da barra. A composição para o elemento de viga é a superposição dos efeitos para a viga simplesmente apoiada e a viga com molas nas extremidades para formar a matriz de rigidez.

Para a determinação da matriz de rigidez com ligações semi-rígidas do elemento obtém-se inicialmente a inversão da matriz de flexibilidade, que dos modelos usuais de análise matricial das estruturas, rigidez e flexibilidade tem como propriedade física, uma relação inversa correspondente, ou seja, a inversa da matriz de flexibilidade corresponde à matriz de rigidez e vice-versa. Entretanto, esta propriedade só é válida quando as ações e

deslocamentos considerados na estrutura sejam correspondentes, ou seja, as redundantes escolhidas no sistema principal para o método da flexibilidade corresponderá aos deslocamentos da estrutura nos mesmos graus de liberdade ao se inverter a matriz de flexibilidade (Silva, 2000). Esse tipo de obtenção dos coeficientes de rigidez é proposto devido a sua versatilidade.

Portanto, tem-se:

$$[F_{SR}] = [F_{viga}] + [F_{mola}] \quad (3.2)$$

onde:

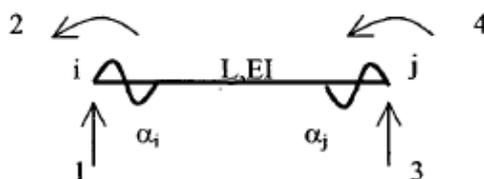
$[F_{SR}]$: Matriz de flexibilidade do elemento de viga com ligações semi-rígidas.

$[F_{viga}]$: Matriz de flexibilidade da viga

$[F_{mola}]$: Matriz de flexibilidade da mola

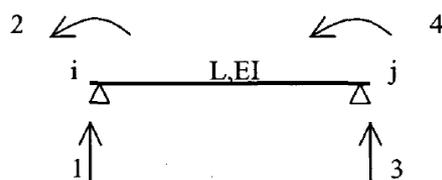
Os graus de liberdade do elemento de viga com ligações semi-rígidas são apresentados na Figura 10:

Figura 9 - Identificação dos graus de liberdade do elemento de viga com "molas" nas extremidades.



Fonte SILVA (2000)

Figura 10 - Identificação dos graus de liberdade de uma viga bi-apoiada.



Fonte SILVA (2000)

Como as direções 1 e 3 são restringidas e 2 e 4 liberadas, como apresentado na Figura 10, a matriz de flexibilidade se torna:

$$[F_{viga}]_{(2 \times 2)} = \begin{bmatrix} F_{22} & F_{24} \\ F_{42} & F_{44} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Aplicando o método da flexibilidade à estrutura onde o coeficiente de rigidez genérico é definido como:

F_{ij} : é o deslocamento na direção generalizada i , causada por uma ação unitária na direção j , e demais ações nulas.

Utilizando a equação do momento, adotando um valor unitário para o momento (M), tem-se a proporcionalidade dos deslocamentos de uma estrutura relacionada com sua flexibilidade.

$$M = \frac{1}{F} \cdot \theta \quad \therefore \theta = M \cdot F \quad \therefore \text{para } \bar{M} = 1 \quad \therefore \theta = F \quad (3.4)$$

Admitindo que as barras reticuladas que compõem a estrutura sejam retas, apresentam seção A, módulo de elasticidade E e momento de inércia I constantes. É utilizado o princípio dos trabalhos virtuais para se obter os coeficientes da matriz de flexibilidade 2x2:

$$\begin{bmatrix} F_{22} & F_{24} \\ F_{42} & F_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L}{3EI} & -\frac{L}{6EI} \\ -\frac{L}{6EI} & \frac{L}{3EI} \end{bmatrix} = [F_{viga}] \quad (3.5)$$

Invertendo-se a matriz de flexibilidade da viga, obtém-se a matriz de rigidez $[k]$ para viga bi-apoiada (elemento).

$$[k_{viga}] = [F_{viga}^{-1}] = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} \\ \frac{2EI}{L} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

A matriz de flexibilidade da mola, $[F_{mola}]$, é função do coeficiente de flexibilidade elástica, α . Para o coeficiente da matriz de flexibilidade de viga com "molas" nas extremidades, inversamente proporcional ao coeficiente de rigidez k , tem-se:

$$f = \frac{1}{k} = \frac{\alpha \cdot L}{EI} \quad (3.7)$$

A matriz de flexibilidade da mola torna-se:

$$[F_{mola}] = \begin{bmatrix} f_i & 0 \\ 0 & f_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_i L}{EI} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_j L}{EI} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Então, superpondo os efeitos da estrutura para matriz de flexibilidade, com e sem molas, de acordo com equação (3.2), tem-se:

$$[F_{SR}] = [F_{viga}] + [F_{mola}] = \begin{bmatrix} \frac{L}{3EI} + \frac{\alpha_i L}{EI} & -\frac{L}{6EI} \\ -\frac{L}{6EI} & \frac{L}{3EI} + \frac{\alpha_j L}{EI} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Invertendo-se a matriz de flexibilidade da viga com ligações semi-rígidas, correspondendo aos graus de liberdade de giro 2 e 4, obtém-se a matriz de rigidez semi-rígida da viga através de um procedimento algébrico.

$$[r_{SR}] = [F_{SR}^{-1}] = \begin{bmatrix} r_{22} & r_{24} \\ r_{42} & r_{44} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Para a análise de pórticos planos, basta adicionar dois graus de liberdade à matriz de rigidez do elemento de viga com ligações semi-rígidas referente à rigidez do esforço normal, EA/L , tratando os esforços normais e de flexão desacoplados, resultando na matriz de rigidez do elemento de pórtico plano que possui dimensão 6x6.

Desta forma, é obtida a montagem da matriz de rigidez do elemento de pórtico plano no sistema local levando em consideração ligações semi-rígidas:

Figura 11 -Matriz de rigidez do elemento de pórtico plano no sistema local.

$$[r_{SR}] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ \frac{12.s}{L} \cdot [1 + (1 + 3\alpha_i) \cdot (1 + 3\alpha_j)] & \frac{s}{L} \cdot [12 \cdot (1 + 3\alpha_j)] & 0 & -r_{22} & \frac{s}{L} \cdot [6 + 12 \cdot (1 + 3\alpha_i)] \\ \frac{6.s}{L} & s \cdot [12 \cdot (1 + 3\alpha_j)] & 0 & -r_{23} & 6s \\ \text{SIM} & \text{SIM} & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_{22} & -r_{26} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s \cdot [12 \cdot (1 + 3\alpha_i)] \end{bmatrix}$$

Fonte SILVA (2000)

onde
$$s = \frac{EI}{L} \cdot \frac{1}{4 \cdot (1 + 3\alpha_i) \cdot (1 + 3\alpha_j) - 1} \quad (3.11)$$

A matriz de rigidez apresentada é genérica na análise das ligações de pórticos planos. A partir dela, pode-se obter:

- Ligações rígidas com $\alpha = 0$
- Ligações articuladas com $\alpha \rightarrow \infty$

Utilizando o mesmo procedimento para o cálculo usual da matriz de rigidez no sistema global, é aplicada a matriz de rotação e é realizada uma montagem das matrizes de rigidez local para formação da matriz de rigidez global da estrutura.

O procedimento utilizado para determinação do vetor de engastamento perfeito para ligação semi-rígida considera a flexibilidade elástica das ligações nas extremidades dos elementos através do parâmetro α .

A influência das ligações semi-rígidas, no vetor de ações de engastamento perfeito $\{S_o\}$ do elemento, é determinada pela aplicação de uma matriz de modificação $[M]$. Essa matriz é a mesma que se aplica à matriz de rigidez do elemento $[r]$ com ligações rígidas para obter a matriz de rigidez de um elemento com ligações semi-rígidas no sistema local.

Matricialmente, tem-se:

$$[r_{SR}] = [M] \cdot [r] \quad (3.12)$$

Pós-multiplicando pela inversa da matriz de rigidez, $[r^{-1}]$, tem-se:

$$[M] = [r_{SR}] \cdot [r^{-1}] = [r_{SR}] \cdot [F] \quad (3.13)$$

onde:

$[r_{SR}]$ - matriz de rigidez do elemento com ligações semi-rígidas;

$[F]$ - matriz de flexibilidade do elemento restringido com ligações rígidas.

Efetuada a multiplicação matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = \frac{s.L}{EI} \cdot \begin{bmatrix} 4.(1+3\alpha_j) - 1 & -2.(1+3\alpha_j) + 2 \\ 2 - 2.(1+3\alpha_i) & -1 + 4.(1+3\alpha_i) \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

A matriz $[M]$ de modificação atua sobre os graus de liberdade 3 e 6 do elemento de pórtico plano, possuindo dimensão 2×2 , pois são as ações correspondentes aos graus de liberdade de giro que são afetados pelo coeficiente de flexibilidade α .

O vetor de esforços de engastamento perfeito para ligações semi-rígidas no sistema local para cada barra é obtido através do produto matricial entre a matriz de modificação (em função do parâmetro adimensional que leva em conta a flexibilidade da ligação) e o vetor de esforços de engastamento perfeito para ligações rígidas no sistema local:

$$\{S_{oSR}\} = [M] \cdot \{S_{oR}\} \quad (3.15)$$

Obtém-se o vetor de ações de engastamento perfeito para a estrutura não-restringida, somando-se a contribuição de todos os elementos:

$$\{F_{OSR}\} = \sum \{S_{OSR}\} \quad (3.16)$$

Eliminando os graus de liberdade referentes à condição de vinculação, tem-se o vetor de ações de engastamento perfeito no sistema global para a estrutura restringida $\{F_0\}_L$.

O vetor de esforços nodais é obtido da mesma forma que a aplicação do método dos deslocamentos para ligações rígidas, não influenciando no efeito da flexibilidade da ligação que consideram molas. Para cada nó i obtêm-se três esforços nodais: normal, cortantes e momento fletor da estrutura restringida no sistema global. Aplicando a equação de equilíbrio para cada grau de liberdade de nó.

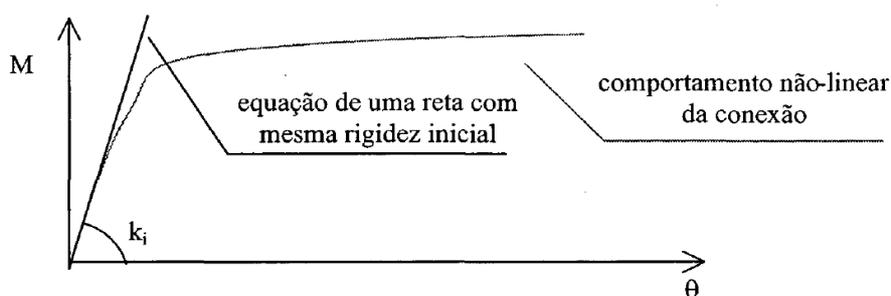
3.3 Análise elasto-plástica

Resultados experimentais demonstram que a relação momento fletor versus rotação das peças conectadas à flexão apresenta um comportamento não-linear.

Como a curva real apresenta valor de rigidez diferente em cada ponto, uma formulação iterativa deve ser utilizada. Para tal, numa análise estrutural, a não-linearidade pode ser avaliada por rotinas iterativas, através de um dos métodos da literatura, como: linear, bi-linear, tri-linear, polinomial, exponencial, secante, tangente.

Observa-se na Figura 12, que para pequenos níveis de momento e/ou rotação, uma aproximação linear à reação não-linear à flexão da conexão se adapta com bastante eficácia, não sendo necessária a aplicação de um método não-linear mais preciso.

Figura 12 - Aproximação linear precisa para pequenos níveis de momento.

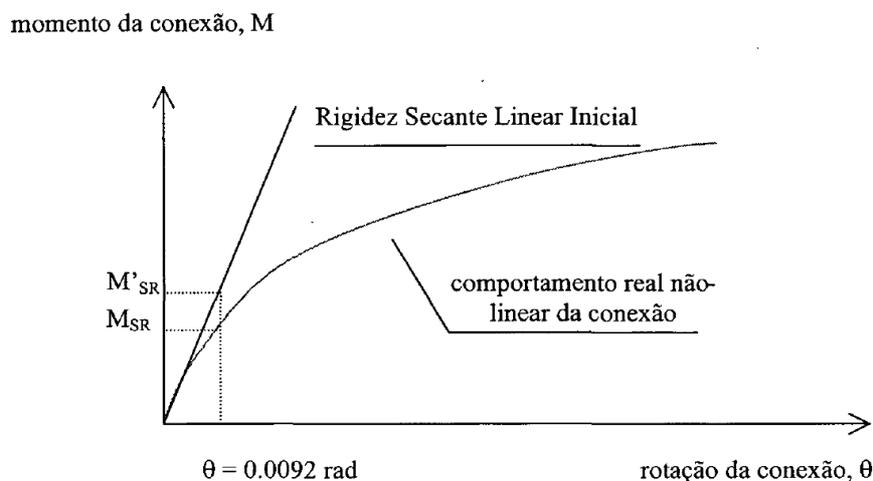


Fonte SILVA (2000)

Segundo SILVA (2000), a partir de ensaios experimentais, observou-se que para vigas simplesmente apoiadas de dimensões usuais e sujeitas a um carregamento uniformemente distribuído, carga de serviço, as rotações de apoio dessas vigas são geralmente menores que 0.0092 rad, ou seja, nesta rotação há somente um pequeno aumento do momento de restrição calculado, usando a rigidez tangente linear inicial que coincide com a rigidez secante linear inicial.

Conclui-se que as características não-lineares de conexões típicas somente se tornam significantes para rotações maiores que 0.0092 rad, como apresentado na Figura 13.

Figura 13 - Ilustração da superestimação do momento semi-rígido utilizando uma rigidez secante linear inicial para uma rotação dada.



Fonte SILVA (2000)

3.3.1 Método iterativo secante

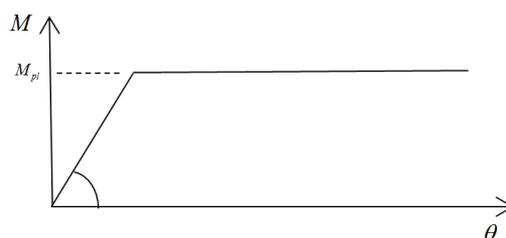
A rigidez de uma conexão à flexão pode ser obtida pela inclinação da curva momento-rotação para qualquer valor do momento. O comportamento não-linear da curva momento-rotação indica que a rigidez decresce com o aumento da carga para as conexões semi-rígidas. Deste modo, é necessário se recorrer a um método iterativo para obtenção do valor de rigidez para um determinado nível de momento atuante.

Neste trabalho será utilizado o método iterativo secante, pois é facilmente implementado em programas computacionais, e apresenta as seguintes características:

- Simples repetição da análise de primeira ordem;
- Não ser sensível a variação local do diagrama;

O comportamento não-linear da conexão será descrito, neste trabalho, por um diagrama momento-rotação bi-linear. Como representado na Figura 14.

Figura 14 - Relação momento fletor versus rotação elasto-plástico perfeito.



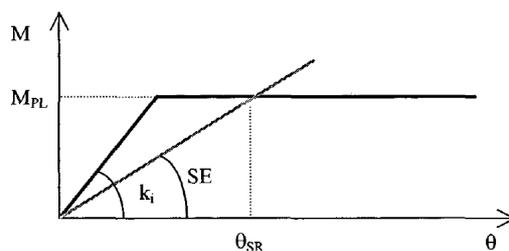
Fonte o autor

O elemento de conexão é representado por uma mola rotacional com rigidez à flexão igual ao quociente existente entre o momento e a rotação relativa correspondente, ou seja:

$$SE = \frac{|M_{pl}|}{\theta_{SR}} \quad (3.17)$$

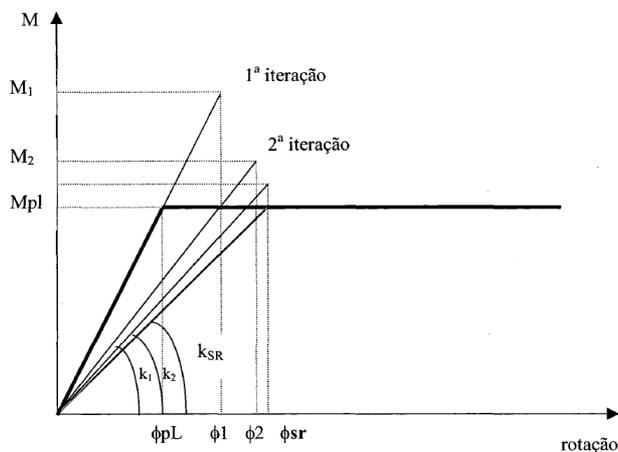
A implementação do método iterativo secante foi realizada para um diagrama momento-rotação da ligação elasto-plástico ideal, apresentado na Figura 15, seguindo o proposto por SILVA (2000), indicado na Figura 16.

Figura 15 - Relação momento fletor versus rotação elasto-plástico perfeito



Fonte SILVA (2000)

Figura 16 - Aplicação do método iterativo secante em um diagrama momento-rotação da ligação.



Fonte SILVA (2000)

onde

M_{pl} - momento de plastificação da ligação;

k - rigidez inicial da ligação;

ϕ - rotação relativa da ligação;

M_i - momento obtido na ligação na iteração i ;

ϕ_i - rotação relativa da ligação;

k_i - nova rigidez obtida na iteração i ;

Dado um diagrama momento-rotação elasto-plástico perfeito, com momento de plastificação, rigidez inicial, coeficiente de flexibilidade pré-determinados, é aplicado o método secante para considerar a flexibilidade da conexão, correspondendo à primeira iteração.

Para $M_1 \leq M_{pl}$ (1º iteração) - O esforço aplicado não plastificou a ligação, ou seja, não será necessário a utilização do método iterativo secante. O momento atuante na ligação é o próprio M_1

Para $M_1 > M_{pl}$ (1º iteração) - A ligação entrou no regime plástico, com isso é utilizado o método iterativo secante, onde:

$$M_1 = k \cdot \phi_1 \quad \text{ou} \quad \phi_1 = \frac{M_1}{k}$$

$$M_{pl} = k_1 \cdot \phi_1 \quad \text{ou} \quad M_{pl} = k_1 \cdot \frac{M_1}{k} ; \text{ logo:}$$

$$k_1 = k \cdot \frac{M_{pl}}{M_1} \quad (3.18)$$

Como o coeficiente de flexibilidade elástica é inversamente proporcional ao coeficiente de rigidez:

$$\alpha_1 = \alpha \cdot \frac{M_1}{M_{pl}} \quad (3.19)$$

Com α_1 é calculado M_2 .

Para $M_2 \neq M_{pl}$, uma segunda iteração é aplicada:

$$k_2 = k_1 \cdot \frac{M_{pl}}{M_2} \quad \text{ou} \quad \alpha_2 = \alpha_1 \cdot \frac{M_2}{M_{pl}}$$

Caso continue $M_i \neq M_{pl}$, o método iterativo secante é acionado, em termos do coeficiente adimensional elástico:

$$\alpha_i = \alpha_{i-1} \cdot \frac{M_i}{M_{pl}} \quad (3.20)$$

Até atingir a seguinte convergência:

$M_i - M_{pl}$ em módulo seja menor ou igual a um coeficiente tolerante 1%.

Com o método iterativo secante, será realizada uma análise não-linear matricial pelo método da rigidez com ligações semi-rígidas.

3.4 Modelagem das conexões

O efeito da flexibilidade da conexão é considerado para o seguinte intervalo do coeficiente adimensional α , seguindo SILVA (2000):

$$0,05 < \alpha < 2,0 \quad (3.21)$$

onde:

$\alpha < 0,05$ - a ligação é considerada rígida

$\alpha > 2,00$ - a ligação é considerada articulada

Foi utilizado um critério onde a resolução da estrutura seja determinante em relação às conexões. Para que isso ocorra, dois fatores devem ser respeitados:

- Os momentos de plastificação das seções de vigas e pilares apresentam valores superiores aos momentos de plastificação das conexões. Considerando que as conexões sempre plastificam primeiro, concentrando o estudo no seu comportamento.
- Os momentos semi-rígidos obtidos na análise elástica da estrutura apresentam valores superiores aos momentos plásticos das conexões. Acontece, desse modo, uma iteração secante para estimar a nova rigidez a ser considerada na ligação, menor que a anterior, e, assim, sucessivamente para cada ligação da estrutura, até convergir para o momento que a conexão pode suportar, no caso, o momento de plastificação.

O critério adotado para os valores dos momentos de plastificação da conexão segue o descrito abaixo:

Momento de plastificação da seção transversal das barras:

$$M_{pl} = Z \cdot f_y \quad (3.22)$$

onde:

M_{pl} - momento de plastificação da seção;

Z - módulo plástico da seção;

f_y - tensão de escoamento do aço estrutural.

O módulo plástico, Z , é a soma dos momentos estáticos, produto de uma área pela distância do seu centro de gravidade a um eixo, da seção em relação à Linha Neutra, ou seja:

$$Z = \mu_c + \mu_t \quad (3.23)$$

onde:

μ_c - momento estático de compressão;

μ_t - momento estático de tração

De modo a aplicar o modelo de ligações semi-rígidas através de uma análise elasto-plástica a conexão será considerada como fator determinante no critério de dimensionamento em relação aos outros elementos da estrutura, da seguinte forma:

$$\frac{MP_s}{MP_c} = x\% \quad (3.24)$$

onde:

MP_s - momento de plastificação da seção transversal

MP_c - momento de plastificação da conexão

onde o valor do fator x é dependente do tipo de conexão viga-pilar a ser utilizado.

4 - CÓDIGO COMPUTACIONAL

Neste estudo foi construída uma ferramenta numérica para análise de pórticos planos com conexões semi-rígidas, que se concretizou com o desenvolvimento de um código computacional em ambiente MATLAB (MathWorks). Inicialmente foi implementada a formulação do método da rigidez direta, segundo MARTHA (2010), e em seguida foram implementadas as ligações semi-rígidas, segundo SILVA (2000). O nome do código desenvolvido é PPLSR2016 (código de pórtico plano com ligações semi-rígidas 2016).

Na função MAIN são fornecidos os dados de entrada como mostrado nas Figuras 17 e 18.

Figura 17 - Entrada de dados do código PPLSR2016 - parte 1.

Entrada de dados

```

% no1 no2.
Incid= [ 1 2
        2 3
        3 4 ];

% x y.
nos = [ 0 0
        0 3
        5 3
        5 0 ];

% E I A.
Prop = [ 2*10^8 2.4*10^-5 0.00349
        2*10^8 2.4*10^-5 0.00349
        2*10^8 2.4*10^-5 0.00349 ];

% A matriz abaixo contém os esforços nos nós, onde:
% a primeira coluna é o número do nó
% a segunda coluna é o tipo de carregamento:
% 1 - força em x
% 2 - força em y
% 3 - momento em z
% a terceira coluna é o tipo da força.
AuxNo = [ 2 1 30
          2 2 -50
          3 2 -50 ];
  
```

Labels in Figure 17:

- Incidência dos elementos
- Coordenadas nodais
- Propriedades dos elementos
- Esforços nodais

Fonte autor.

Figura 18 - Entrada de dados do código PPLSR2016 - parte 2.

Entrada de dados

```

% A matriz abaixo contém o carregamento em cada barra, a primeira coluna
% consiste no carregamento distribuído na barra e a segunda coluna consiste
% no carregamento concentrado no meio do vão da barra.
Carreg = [ 0 0
          0 0
          0 0 ];

% O código para a restrição é 1
AuxRestr = [ 1 1 1 1 0 0 0
            4 1 1 1 0 0 0 ];

% A matriz abaixo contém os coeficientes de flexibilidades nas barras. A
% primeira coluna contém o valor do coeficiente de flexibilidade do nó
% inicial da barra e a segunda coluna contém o valor do coeficiente de
% flexibilidade final da barra.
Flex = [ 10^-8 10^-8
        1.1 1.1
        10^-8 10^-8 ];

% Momentos de plastificação nos nós da barra.
Mpl = [ 10^8 10^8
        250*10^3 250*10^3
        10^8 10^8 ];
  
```

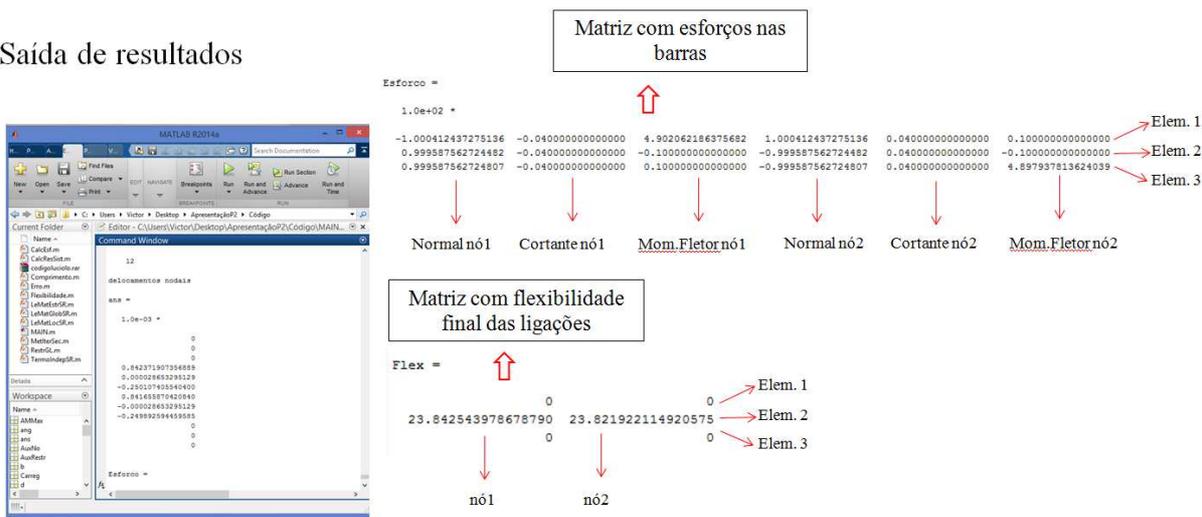
Labels in Figure 18:

- Carregamento nos elementos
- Restrições e recalques nos apoios
- Coeficientes de flexibilidade inicial nos elementos
- Momento de plastificação

Fonte autor.

Figura 21 - Saída de resultados do código PPLSR2016 - esforços e coeficiente de flexibilidade final.

Saída de resultados



Fonte autor.

Para o pórtico plano, considera-se nos nós livres, 2 e 3, os três tipos de ligações:

- Ligações rígidas: o coeficiente de rigidez à flexão $K \rightarrow \infty$ ($\alpha = 0$);
- Ligações articuladas: o coeficiente de rigidez à flexão $K = 0$ ($\alpha \rightarrow \infty$);
- Ligações semi-rígidas: o coeficiente de rigidez à flexão varia entre: $0 < K < \infty$;
($0 < \alpha < \infty$)

Os coeficientes adimensionais α devem ser obtidos para cada ligação de canto da seguinte forma:

$$\alpha = \frac{EI}{kL} \quad (5.5)$$

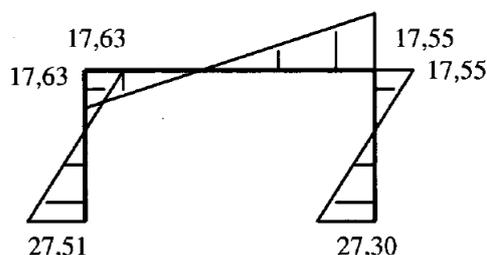
Devido à simetria da seção e ligação, os valores dos coeficientes adimensionais do nó 2 e 3 são iguais.

Inicialmente, considerando as ligações rígidas ($K \rightarrow \infty$), foram obtidos os resultados apresentados na Tabela 5.1 e Figura 23, onde são apresentados os momentos nos nós avaliados. A Tabela 5.2 apresenta os deslocamentos obtidos, assim como os valores de referência.

Tabela 5.1 - Momentos fletores nos nós 1,2,3 e 4 com ligações rígidas

Programa	M1(kN.m)	M2(kN.m)	M3(kN.m)	M4(kN.m)
SAP	27,51	17,63	17,55	27,30
V.B.5.0	27,51	17,63	17,55	27,30
PPLSR2016	27,51	17,63	17,55	27,30

Figura 23 - Momentos fletores para conexões rígidas.



Fonte o autor

Tabela 5.2 - Deslocamento nos nós 2 e 3 da estrutura com ligações rígidas

Programa	Nó 2			Nó 3		
	Dx2(cm)	Dy2(cm)	Rotz2(rad)	Dx3(cm)	Dy3(cm)	Rotz3(rad)
SAP-2000	1,18	-0,0187	-0,0031	1,17	-0,0248	-0,0031
V.B.5.0	1,17	-0,0185	-0,0031	1,16	-0,0240	-0,0031
PPLSR2016	1,17	-0,0185	-0,0031	1,16	-0,0240	-0,0031

Os resultados obtidos nos três programas são compatíveis, validando assim o código computacional desenvolvido para o caso de ligações rígidas.

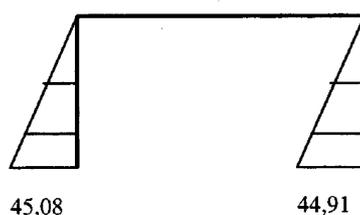
Em outra situação as conexões nas extremidades da barra 2 foram consideradas como articuladas, onde K , que representa a rigidez da ligação é nulo.

A Tabela 5.3 e a Figura 24 apresentam os resultados, em termos de esforços, para os momentos fletores obtidos nos nós. A Tabela 5.4 apresenta os deslocamentos e rotações nodais.

Tabela 5.3 - Momentos fletores nos nós 1, 2, 3 e 4 com ligações articuladas

Programa	M1(kN.m)	M2(kN.m)	M3(kN.m)	M4(kN.m)
SAP-2000	45,09	0	0	44,91
V.B.5.0	45,08	0	0	44,91
PPLSR2016	45,08	0	0	44,91

Figura 24 - Momentos fletores para conexão articulada.



Fonte o autor

Tabela 5.4 - Deslocamentos e rotações nodais nos nós 2 e 3 com ligações articuladas

Programa	Nó 2			Nó 3		
	Dx2(cm)	Dy2(cm)	Rotz2(rad)	Dx3(cm)	Dy3(cm)	Rotz3(rad)
SAP-2000	2,8	-0,022	-0,014	2,8	-0,022	-0,0142
V.B.5.0	2,8	-0,022	-0,014	2,8	-0,022	-0,014
PPLSR2016	2,8	-0,022	-0,014	2,8	-0,022	-0,014

Os resultados obtidos são semelhantes, mostrando que o código representa adequadamente uma conexão articulada. Verifica-se um aumento expressivo dos momentos fletores nos apoios, em comparação a situação anterior, em que as ligações são consideradas rígidas, assim como a eliminação dos momentos na barra 2.

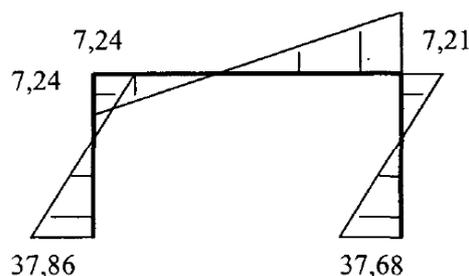
Para uma comparação com ligações semi-rígidas no regime elasto-linear, será adotado um valor para o coeficiente de flexibilidade da conexão $\alpha = 1,1$.

A Tabela 5.5 e a Figura 25 apresentam os resultados, em termos de esforços, para os momentos fletores obtidos nos nós. A Tabela 5.6 apresenta os deslocamentos e rotações nodais.

Tabela 5.5 - Momentos fletores nos nós 1,2,3 e 4 com ligações semi-rígidas

Programa	M1(kN.m)	M2(kN.m)	M3(kN.m)	M4(kN.m)
V.B.5.0	37,86	7,24	7,21	37,68
PPLSR2016	37,86	7,24	7,21	37,68

Figura 25 - Diagrama de momento fletores para conexões semi-rígidas ($\alpha = 1,1$).



Fonte o autor.

Tabela 5.6 - Deslocamento e rotações nodais nos nós 2 e 3 com ligações semi-rígidas

Programa	Nó 2			Nó 3		
	Dx2(cm)	Dy2(cm)	Rotz2(rad)	Dx3(cm)	Dy3(cm)	Rotz3(rad)
V.B.5.0	2,1	-0,02	-0,01	2,1	-0,023	-0,001
PPLSR2016	2,1	-0,02	-0,01	2,1	-0,023	-0,001

Observa-se que os valores encontrados para os momentos nos apoios e nas ligações das conexões semi-rígidas, se encontram entre os valores obtidos para ligações rígidas e articuladas, esse comportamento também é observado para os deslocamentos, como esperado.

Neste exemplo foram observados os seguintes aspectos sobre o comportamento das ligações semi-rígidas:

- Redistribuição dos momentos ao longo da estrutura para os apoios engastados, apresentando valores dos momentos nas ligações menores em relação às ligações rígidas, e valores superiores nos apoios.
- Apresentam deslocamentos nodais maiores do que as ligações rígidas, porém menores do que as ligações articuladas.

É esperado que para qualquer outro valor de α ($0,05 < \alpha < 2,0$) os resultados finais estejam no intervalo dos valores obtidos para as ligações rígidas e articuladas.

Para a análise elasto-plástica do pórtico plano, adotou-se o mesmo coeficiente de rigidez elástica inicial $\alpha = 1,1$. Considerando o mesmo perfil do exemplo anterior, tem-se o seguinte momento de plastificação da seção:

$$M_{pl} = Z_x \cdot f_y = 2,7 \cdot 10^{-4} \cdot 2,5 \cdot 10^5 = 64,5 \text{ kN.m} \quad (5.6)$$

Este é o critério adotado para o valor do momento de plastificação da conexão, de tal forma que seja fator limitante na resolução da estrutura:

$$M_{pl_{conexão}} = 5\% M_{pl} = 0,05 \cdot 67,5 = 3,37 \text{ kN.m} \quad (5.7)$$

Esse tipo de conexão pode ser representada por uma ligação cantoneira de alma simples, sendo normalmente considerada uma conexão articulada.

Observa-se que o momento atuante na conexão para $\alpha = 1,1$ é maior que o momento de plastificação da mesma numa primeira análise elástica da estrutura:

$$\text{Nó 2 : } 7,24 > 3,37 \text{ kN.m.}$$

$$\text{Nó 3 : } 7,21 > 3,37 \text{ KN.m}$$

Deste modo, o pórtico é analisado iterativamente através do método iterativo secante para um novo valor de flexibilidade da ligação, até convergir ao seu momento plástico. As Tabela 5.7 e 5.8 apresentam os resultados dos momentos fletores e deslocamentos nodais.

Tabela 5.7 - Momentos fletores nos nós 1,2,3 e 4 com ligações semi-rígidas

Programa	M1(kN.m)	M2(kN.m)	M3(kN.m)	M4(kN.m)
V.B.5.0	41,71	3,37	3,37	41,5
PPLSR2016	41,71	3,37	3,37	41,5

Tabela 5.8 - Deslocamento e rotações nodais nos nós 2 e 3 com ligações semi-rígidas

Programa	Nó 2			Nó 3		
	Dx2(cm)	Dy2(cm)	Rotz2(rad)	Dx3(cm)	Dy3(cm)	Rotz3(rad)
V.B.5.0	2,5	-0,029	-0,012	2,49	-0,022	-0,012
PPLSR2016	2,5	-0,029	-0,012	2,49	-0,022	-0,012

O valor obtido para o coeficiente α resultante para as extremidades 2 e 3 da viga foram, 3,25 e 3,23, respectivamente. Os novos coeficientes de flexibilidade para a viga atestam o decréscimo de rigidez da conexão no regime plástico, para valores crescentes de α .

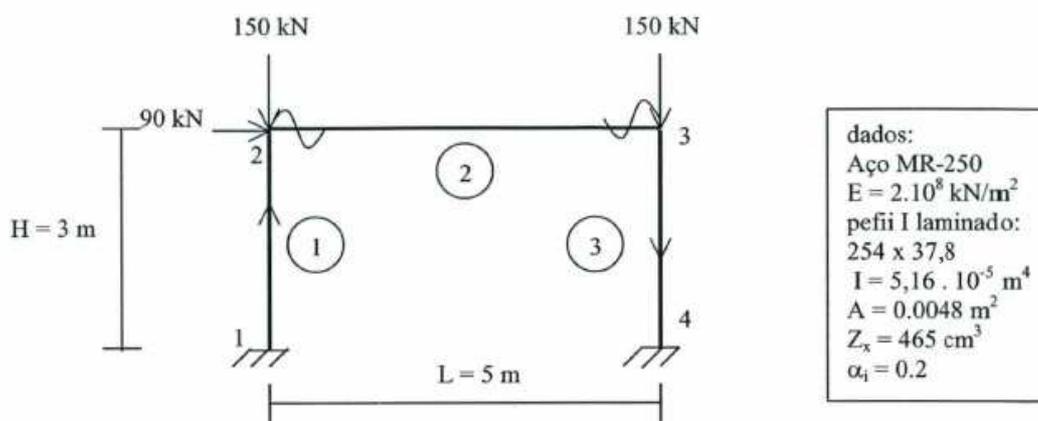
A análise pelo processo não-linear elasto-plástico, resulta num comportamento mais representativo da conexão. Dessa maneira, pode-se analisar o comportamento da estrutura até o seu estado limite último.

Em termos de deslocamentos, os valores alcançados são superiores aos obtidos na análise elasto-linear.

Exemplo 2:

Este exemplo tem o objetivo de analisar o comportamento das ligações semi-rígidas através de um comportamento elasto-plástico. Foi utilizado o mesmo pórtico do exemplo anterior com carregamento três vezes superior e perfil I com maior rigidez para todas as barras do pórtico, como apresentado na Figura 26.

Figura 26 - Pórtico plano com carregamento nodal três vezes superior e seções mais rígidas com "molas" aplicadas somente na viga.



SILVA (2000)

-Momento de plastificação da seção transversal do perfil:

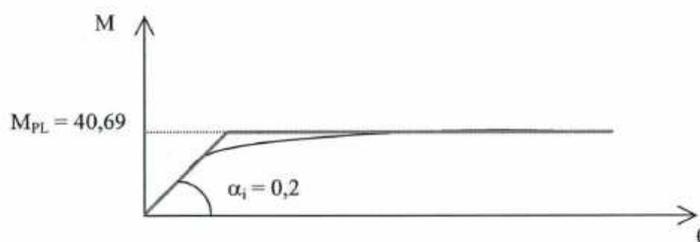
$$M_{pl} = Z_x \cdot f_y = 4,65 \cdot 10^{-4} \cdot 2,5 \cdot 10^5 = 116,25 \text{ kN.m} \quad (5.8)$$

-Critério adotado para o momento de plastificação da conexão:

$$M_{pl_{conex\tilde{a}o}} = 5\% M_{pl} = 0,35.116,25 = 40,69kN.m \quad (5.9)$$

Essa ligação pode ser representada por uma ligação de placa. A aproximação de um diagrama elasto-plástico à curva real é ilustrada na Figura 27.

Figura 27 - Diagrama simplificado elasto-plástico através de momento de plastificação e rigidez inicial.



Fonte SILVA (2000)

A Tabela 5.9 apresenta os resultados para os momentos fletores obtidos nos nós, considerando dois tipos de análise: elasto-linear e elasto-plástica. Os deslocamentos nodais e rotações são indicados na Tabela 5.10.

Tabela 5.9 - Momentos fletores nos nós 1, 2, 3 e 4 para os dois tipos de análises.

Programa	M1(kN.m)	M2(kN.m)	M3(kN.m)	M4(kN.m)
Elasto-linear	93,62	41,99	41,71	92,67
Elasto-plástica	94,71	40,69	40,69	93,9

Tabela 5.10 - Deslocamento nos nós 2 e 3 da estrutura para os dois tipos de análise:

Programa	Nó 2			Nó 3		
	Dx2(cm)	Dy2(cm)	Rotz2(rad)	Dx3(cm)	Dy3(cm)	Rotz3(rad)
Elasto-linear	2,11	-0,04161	-0,0075	2,08	-0,0521	-0,00741
Elasto-plástica	2,16	-0,0418	-0,00785	2,14	-0,0519	-0,00773

Observa-se que a análise elasto-plástica apresenta momentos dos apoios maiores que os da análise elasto-linear, ocorrendo o oposto nos nós de ligação (2 e 3). Os deslocamentos nodais também são maiores na análise elasto-plástica.

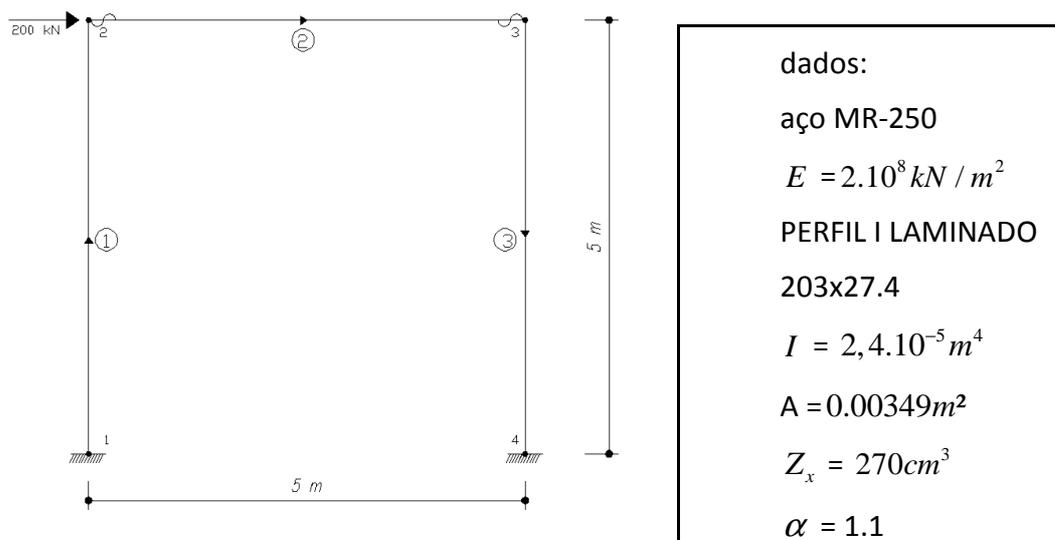
Os coeficientes de flexibilidade resultante nas extremidades 2 e 3 da viga são, 0,23 e 0,225, respectivamente, indicando uma estrutura mais rígida que a do exemplo anterior.

Exemplo 3:

O exemplo consiste em um pórtico plano engastado com 3 barras prismáticas, de mesma seção transversal, com carregamento pontual aplicado no nó 2, como apresentado na Figura 28. O objetivo da análise é avaliar a estrutura, em termo de esforço para momento fletor e deslocamento, com a variação de dois parâmetros:

- Coeficiente de flexibilidade inicial;
- Momento de plastificação da ligação.

Figura 28 - Pórtico plano com carregamento nodal e "molas" aplicadas somente na viga.



Fonte o autor.

Caso 1: Variação do coeficiente de flexibilidade inicial.

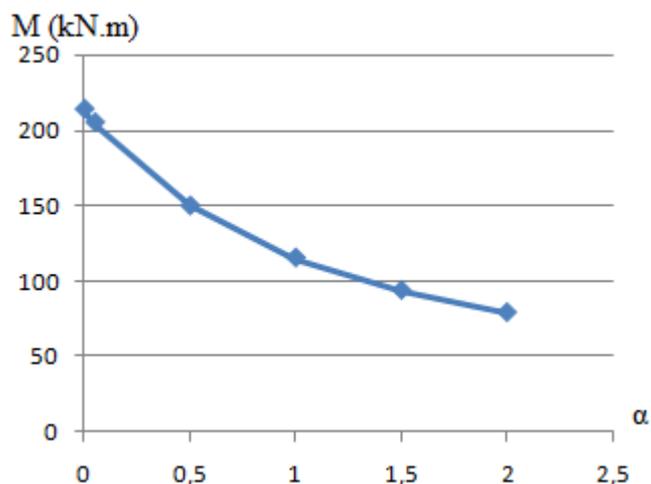
Nesse caso o coeficiente de flexibilidade foi modificado desde uma ligação rígida até uma ligação articulada, o efeito da flexibilidade da ligação foi considerado para o intervalo do coeficiente $0,05 \leq \alpha \leq 2$. A análise foi realizada no regime elasto-linear pois caso a estrutura entre no regime elasto-plástico, independente do α_i a estrutura vai chegar ao mesmo equilíbrio de esforços e deslocamentos a única diferença será o número de interações para chegar no α_f .

Conforme apresentado na Tabela 5.11 e a Figura 29, quanto maior o coeficiente α menor será o momento na ligação.

Tabela 5.11 - Momentos fletores e deslocamento no nó 2

	Nó 2						Ligação articulada
	$\alpha = 0$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1$	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 2$	
Momento(kN.m)	214,22	205,42	149,98	115,38	93,76	78,96	0,00
Dx (cm)	0,0311	0,0334	0,0478	0,0567	0,0624	0,0663	0,0868

Figura 29 - Gráfico de flexibilidade versus momento no nó 2.



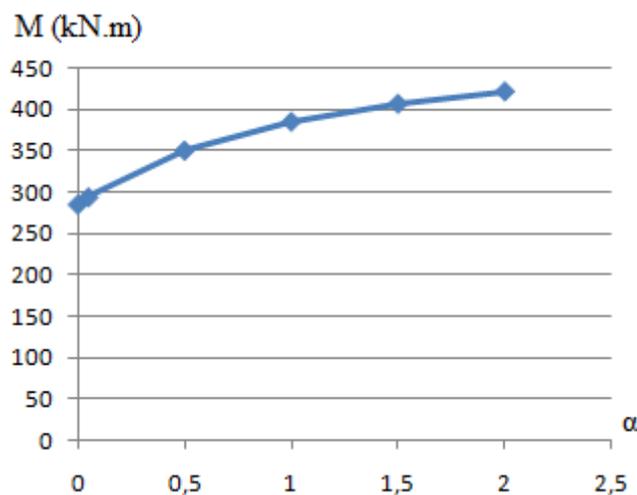
Fonte o autor.

Com relação ao nó 1 (apoio), os resultados apresentados na Tabela 5.12 e na Figura 30 mostram que quanto maior o coeficiente α maior será o momento no apoio.

Tabela 5.12 - Momentos fletores nó 1.

	Apoio						Ligação articulada
	$\alpha = 0$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1$	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 2$	
Momento(kN.m)	285,64	294,43	350,35	384,91	406,52	421,3	500,21

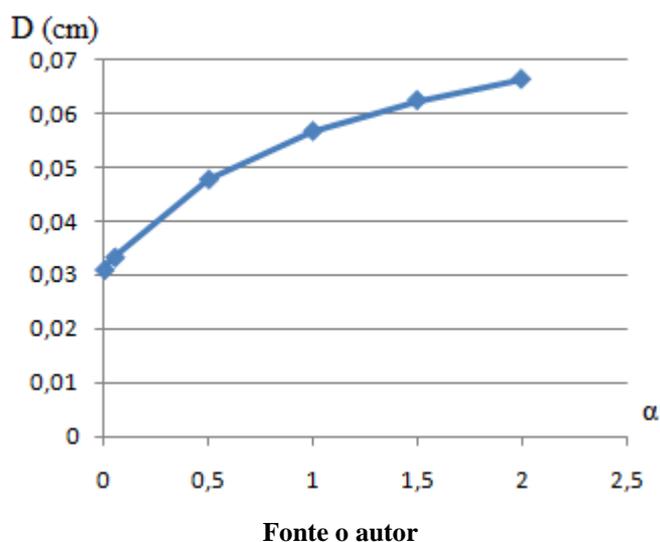
Figura 30 - Gráfico de flexibilidade versus momento nó 1.



Fonte o autor.

Em termos de deslocamento, observa-se que quanto maior o coeficiente α maior será o deslocamento da ligação (Tabela 5.13 e Figura 31).

Figura 31 - Gráfico de flexibilidade versus deslocamento no nó 2.

**Caso 2:** Variação do Momento de plastificação da ligação.

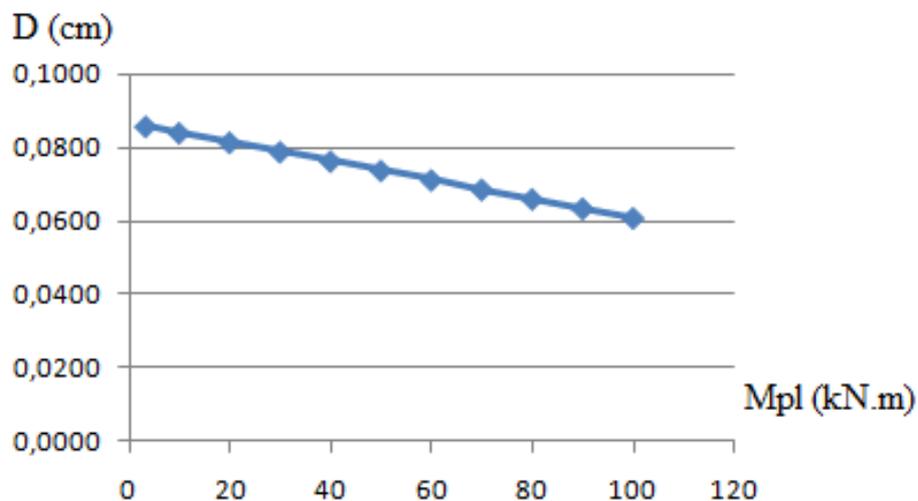
Nesse caso o momento de plastificação foi alterado por intervalo onde as ligações plastificavam utilizando o $\alpha_i=1$. Analisando os resultados obtidos, indicados na Tabela 5.13, verificou-se como se comportava o deslocamento, a rotação e o coeficiente de flexibilidade final (α_f) para o nó 2.

Tabela 5.13 - Deslocamento, α_f e rotação para o nó 2 com a variação do M_{pl}

$M_{pl} (kN.m)$	$D_x (cm)$	α_f	Rotação(Rad)
3,37	0,0860	73,05	$-2,57.10^{-4}$
10	0,0842	23,84	$-2,50.10^{-4}$
20	0,0816	11,34	$-2,40.10^{-4}$ -
30	0,0790	7,17	$-2,29.10^{-4}$ -
40	0,0764	5,08	$-2,19.10^{-4}$ -
50	0,0738	3,83	$-2,08.10^{-4}$ -
60	0,0712	3	$-1,98.10^{-4}$ -
70	0,0686	2,41	$-1,88.10^{-4}$ -
80	0,0660	1,96	$-1,77.10^{-4}$ -
90	0,0634	1,61	$-1,67.10^{-4}$ -
100	0,0608	1,33	$-1,56.10^{-4}$ -

Observa-se que com o aumento do M_{pl} ocorre um menor deslocamento do nó 2, e essa relação se apresentou linear conforme a Figura 32.

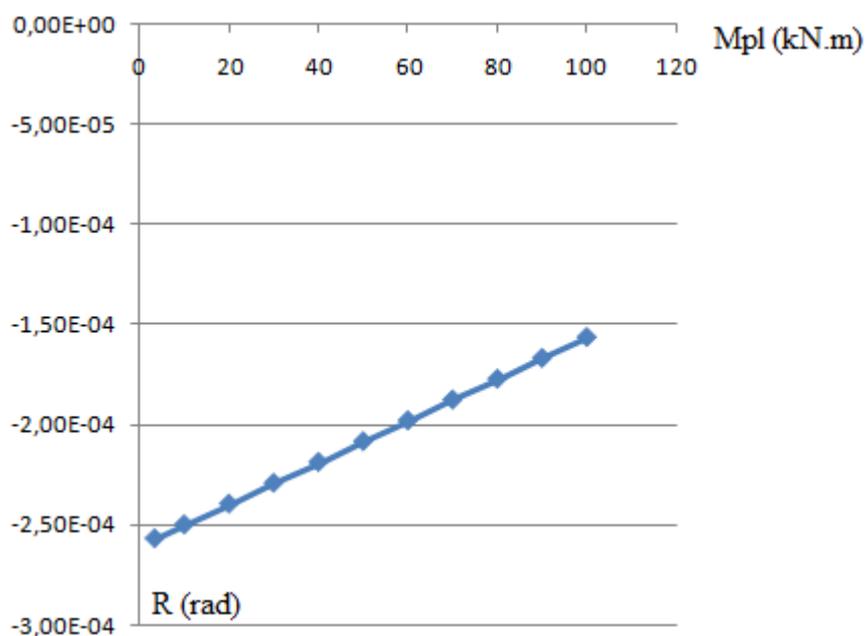
Figura 32 - Variação do momento de plastificação vs o deslocamento.



Fonte o autor.

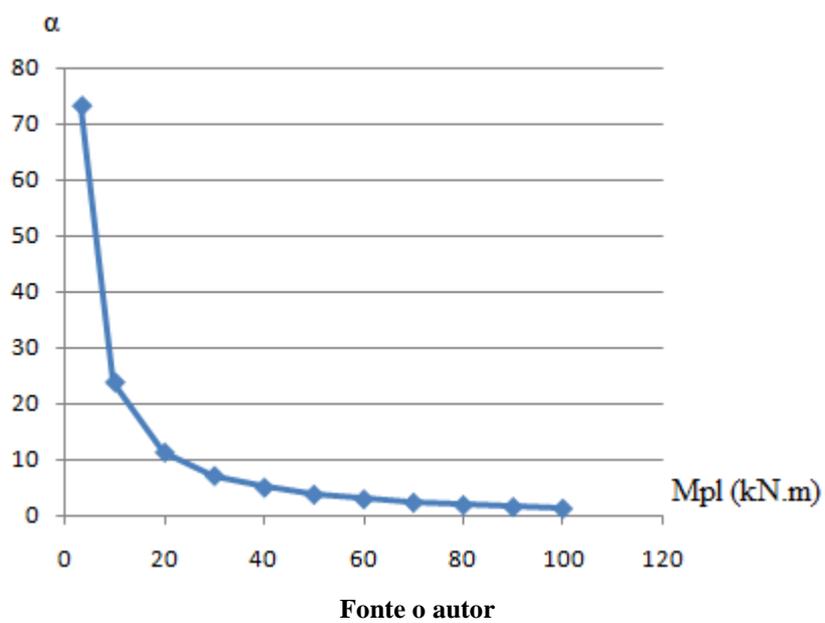
Analisando a rotação do nó 2 verifica-se que quanto maior o M_{pl} maior será a rotação. De acordo com o apresentado na Figura 33, essa relação é linear.

Figura 33 - Variação do momento de plastificação versus rotação.



Fonte o autor.

Em relação ao coeficiente final de flexibilidade (α_f) foi verificado que quanto maior o M_{pl} menor será α_f , conforme apresentado na Figura 34.

Figura 34 - Variação do momento de plastificação vs coeficiente de flexibilidade.

6 - CONCLUSÕES

O código desenvolvido neste trabalho foi validado com exemplos da literatura e mostrou-se capaz de reproduzir situações onde as ligações foram consideradas rígidas, articuladas, e semi-rígidas, considerando o comportamento em regime elasto-linear e elasto-plástico.

Com o aumento do coeficiente de flexibilidade foi observada uma redistribuição de esforços nas estruturas dos pórticos.

Foi possível verificar que considerando uma mesma ligação no regime elasto-plástico com a estrutura sob influencia do mesmo carregamento, porém variando apenas o coeficiente de flexibilidade inicial, o resultado em relação a deslocamentos e esforços são os mesmos, divergindo apenas o número de iterações, pois quanto maior o coeficiente de flexibilidade analisado menor será o número de iterações necessário para se obter o resultado.

No regime elasto-linear foi observado que quanto maior o coeficiente de flexibilidade nas ligações da viga, maior será o momento nos apoios, enquanto na ligação semi-rígida o momento será menor e ocorrem maiores deslocamentos.

Fazendo uma análise da variação do momento de plastificação para uma mesma ligação no regime elasto-plástico, verifica-se que quanto maior o momento de plastificação menor será o deslocamento e maior será a rotação da ligação, sendo observada uma relação linear, como apresentado nas Figuras 32 e 33. Quanto maior o momento de plastificação menor será o coeficiente de flexibilidade final da ligação como apresentado na Figura 34.

Pode ser verificado, através das análises realizadas no código desenvolvido, que ligações consideradas rígidas ($\alpha = 0$) ou articuladas ($\alpha \rightarrow \infty$), pelas recomendações das normas vigentes para projeto, não existem de fato sendo considerações teóricas obtendo com isso resultados diferentes da realidade. Então, considerando as ligações semi-rígidas pode-se analisar as estruturas de maneira mais próxima da realidade. Com isso seria possível até diminuir os fatores de segurança utilizados em projetos. Poderia também ser levada em conta a reserva plástica das ligações, utilizando os materiais de projeto de modo mais eficiente, reduzindo com isso os custos.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios*, NBR 8800. Rio de Janeiro, 1986.

Centro Brasileiro da Construção em Aço - CBCA. *Manual de ligações em estruturas metálicas*. (2003)

Chan, S. L. and Chui, P. P. T. *Non-Linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Connections*, Elsevier Science Ltd, (2000)

MARTHA, L. F. *Análise de estruturas: conceito e métodos básicos*. - Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.

SILVA, P. C. P. Jr. *Análise não-linear de pórticos planos metálicos com conexões semi-rígidas*. Florianópolis - UFSC, Santa Catarina, 2000.