



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

LARISSA DE FÁTIMA CHAVES PEREIRA

**SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS DO COMPORTAMENTO MECÂNICO
DE MATERIAIS COMPÓSITOS REFORÇADOS COM FIBRAS NATURAIS**

Recife
2018

LARISSA DE FÁTIMA CHAVES PEREIRA

**SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS DO COMPORTAMENTO MECÂNICO
DE MATERIAIS COMPÓSITOS REFORÇADOS COM FIBRAS NATURAIS**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Nadège Sophie Bouchonneau da Silva.

Recife

2018

Catálogo na Fonte
Bibliotecária Margareth Malta, CRB-4 / 1198

P436s Pereira, Larissa de Fátima Chaves.
 Simulação por elementos finitos do comportamento mecânico de materiais
 compósitos reforçados com fibras naturais / Larissa de Fátima Chaves Pereira. –
 2018.
 61 folhas, figs., tabs.

 Orientadora: Profa. Dra. Nadège Sophie Bouchonneau da Silva.
 TCC (Graduação) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG.
 Departamento de Engenharia Mecânica, 2018.
 Inclui Referências e Apêndices.

 1. Engenharia Mecânica. 2. Compósitos. 3. Fibras naturais. 4.
 Constantes elásticas. 5. Método dos Elementos Finitos. 6. Modelo
 micromecânico. I. Silva, Nadège Sophie Bouchonneau da. (Orientadora).
 II. Título.

UFPE

621 CDD (22. ed.)

BCTG/2018-502



**Universidade Federal de Pernambuco Departamento de
Engenharia Mecânica
Centro de Tecnologia e Geociências- CTG/EEP**



**ATA DE SESSÃO DE DEFESA DE
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO - TCC2**

Aos treze dias do mês dezembro do ano de dois mil e dezoito, às 15:00, na Sala de Reuniões do Departamento de Enga. Mecânica da UFPE, reuniu-se a banca examinadora para a sessão pública de defesa do Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Pernambuco, intitulado: **SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE MATERIAIS COMPÓSITOS REFORÇADOS COM FIBRAS NATURAIS**, elaborado pela aluna **Larissa de Fátima Chaves Pereira**, matrícula 099.578.164-89, composta pelo Profa. **Nadège Sophie Bouchonneau da Silva** (Orientador), Prof. **Flávio José da Silva** (examinador 1) e Profa. **Vivianne Marie Bruère de Carvalho Paiva** (examinador 2). Após a exposição oral, o candidato foi argüido pelos componentes da banca que em seguida reuniram-se reservadamente, e deliberaram pela aprovação (aprovação/reprovação) do candidato no Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Mecânica da UFPE, atribuindo-lhe à monografia a média 10 (DEZ). Para constar, redigi a presente Ata, aprovada por todos os presentes, que vai assinada por mim e pelos demais membros da banca.

Orientador: Profa. **Nadège Sophie Bouchonneau da Silva** - Nota: 10
DEMEC/UFPE

Assinatura: _____

Examinador 1: Prof. **Flávio José da Silva** - DEMEC/UFPE Nota: 10

Assinatura: _____

Examinador 2: Profa. **Vivianne Marie Bruère de Carvalho Paiva** – UPE Nota: 10

Assinatura: _____

Recife, 13 de Dezembro de 2018

José Maria A. Barbosa
Coordenador de Trabalho de Conclusão de Curso – TCC2
Curso de Graduação em Engenharia Mecânica – CTG/EEP-UFPE

AGRADECIMENTOS

Primeiramente aos meus pais, que sempre me ofereceram apoio incondicional e todo o suporte necessário para meu desenvolvimento.

A minha orientadora, pela confiança e empenho depositados na elaboração deste trabalho, e por ter feito a diferença na minha formação desde os primeiros anos do curso.

Ao Prof. Demétrius Perrelli Valença, pelo tempo dedicado a me apresentar seu trabalho de doutorado na área de biocompósitos.

Aos meus colegas da graduação, pela motivação que me proporcionaram ao longo da minha jornada.

RESUMO

A busca pelo desenvolvimento sustentável tem estimulado a utilização de materiais compósitos reforçados por fibras naturais ao longo das últimas décadas. A correta aplicação desses materiais em projetos de engenharia depende do conhecimento de suas propriedades. Nesse contexto, este trabalho teve o objetivo de caracterizar as constantes elásticas de materiais compósitos unidirecionais reforçados por fibras naturais, através do Método dos Elementos Finitos (MEF). O modelo micromecânico numérico adotado assume distribuição periódica das fibras em arranjo hexagonal. A simulação foi realizada utilizando o software Abaqus®, juntamente com *scripts* em Python para automatização de tarefas e geração de interface do usuário para entrada de dados. Foram obtidas as cinco constantes elásticas independentes de materiais compósitos de epóxi reforçados com fibras de folhas de abacaxi. Os resultados foram comparados com valores experimentais e analíticos. Verificou-se que o modelo empregado neste estudo previu com boa exatidão o módulo de Young na direção da fibra (E_1), o módulo de Young na direção transversal às fibras (E_2) e o coeficiente de Poisson (ν_{12}). Já os valores encontrados para os módulos de cisalhamento (G_{12} e G_{23}) divergiram de valores experimentais ou analíticos.

Palavras-chave: Compósitos. Fibras naturais. Constantes elásticas. Método dos Elementos Finitos. Modelo micromecânico.

ABSTRACT

The search for sustainable development has stimulated the use of natural fiber-reinforced composite materials over the last decades. The proper application of these materials in engineering projects depends on the knowledge of their properties. In this context, this work aims to characterize the elastic moduli of unidirectional natural fiber-reinforced composite materials using the Finite Element Method (FEM). The numerical micromechanical model adopted assumes periodic fiber distribution in a hexagonal array. The simulation has been performed using Abaqus® software, along with Python scripts for task automation and user interface generation for data entry. The five independent elastic moduli of pineapple leaf fiber-reinforced epoxy composites were obtained. The results were compared with experimental and analytical values. It was found that the model employed in this study accurately predicted the Young's modulus in the fiber direction (E_1), Young's modulus in the direction transverse to the fibers (E_2) and Poisson's ratio (ν_{12}). The values found for the shear moduli (G_{12} and G_{23}) diverged from experimental or analytical values.

Keywords: Composites. Natural fibers. Elastic moduli. Finite Element Method. Micromechanical model.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Classificação de fibras naturais de origem vegetal	17
Figura 2 –	Componentes de tensão em um sistema de coordenadas cartesiano retangular	18
Figura 3 –	Arranjo periódico quadrado (à esquerda) e hexagonal (à direita)	27
Figura 4 –	Uma malha de Elementos Finitos sobre uma região retangular com furo central	29
Figura 5 –	Erros da discretização em Elementos Finitos	31
Figura 6 –	Modelos 1 e 2 utilizados para o cálculo das constantes elásticas	34
Figura 7 –	Origem do sistema de coordenadas do modelo 1	36
Figura 8 –	Faces em que foram aplicadas as condições de contorno do passo 1 do modelo 1 (em vermelho)	37
Figura 9 –	Faces em que foram aplicadas as condições de contorno do passo 2 do modelo 1 (em vermelho)	38
Figura 10 –	Origem do sistema de coordenadas do modelo 2	39
Figura 11 –	Faces em que foram aplicadas as condições de contorno e a restrição de movimento do modelo 2 (em vermelho) ...	40
Figura 12 –	Elemento finito hexaédrico de 20 nós	40
Figura 13 –	Interface gráfica para entrada dos dados do compósito pelo usuário	42
Figura 14 –	Trecho de script em Python para inicialização dos parâmetros do modelo a partir dos dados entrados pelo usuário	42
Figura 15 –	Modelos 1 (à esquerda) e 2 (à direita) em seu estado de deformação ao final das análises	43

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	OBJETIVO GERAL	11
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	11
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	13
2.1	MATERIAIS COMPÓSITOS	13
2.1.1	Definições e classificação	13
2.1.2	Compósitos reforçados por fibras	13
2.1.2.1	Fibras naturais	15
2.2	MECÂNICA DE MATERIAIS COMPÓSITOS	18
2.2.1	Relações constitutivas	18
2.2.2	Elasticidade anisotrópica	20
2.3	MODELOS MICROMECAÑICOS	21
2.3.1	Modelos analíticos	22
2.3.1.1	Regra das misturas	22
2.3.1.2	Regra das misturas inversa	23
2.3.1.3	Regra das misturas modificada	23
2.3.1.4	Modelo de Halpin-Tsai	24
2.3.1.5	Modelo de Chamis	25
2.3.1.6	Modelo de microestrutura periódica	25
2.3.1.7	Modelo <i>bridging</i>	26
2.3.2	Modelos numéricos	26
2.4	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	28
2.4.1	Etapas do Método dos Elementos Finitos	31
2.4.2	Softwares de Elementos Finitos	32
3	METODOLOGIA	33
3.1	GEOMETRIA DOS MODELOS	33
3.2	CONDIÇÕES DE CONTORNO	34
3.2.1	Modelo 1	35
3.2.2	Modelo 2	38
3.3	TIPO DE ELEMENTO FINITO	40
3.4	PROPRIEDADES DA FIBRA E DA MATRIZ	40

3.5	MODO DE EXECUÇÃO DA SIMULAÇÃO	41
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	43
4.1	MÓDULO DE YOUNG LONGITUDINAL E_1	44
4.2	MÓDULO DE YOUNG TRANSVERSAL E_2	45
4.3	MÓDULO DE CISALHAMENTO LONGITUDINAL G_{12}	46
4.4	MÓDULO DE CISALHAMENTO TRANSVERSAL G_{23}	47
4.5	COEFICIENTE DE POISSON ν_{12}	48
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	49
	REFERÊNCIAS	50
	APÊNDICE A – SCRIPT EM PYTHON PARA SIMULAÇÃO NO	
	ABAQUS® DO MODELO 1	53
	APÊNDICE B – SCRIPT EM PYTHON PARA SIMULAÇÃO NO	
	ABAQUS® DO MODELO 2	58

1 INTRODUÇÃO

Materiais compósitos reforçados por fibras naturais têm sido objeto de estudo por diversos pesquisadores e atraído o interesse das indústrias ao longo dos últimos anos, como uma promissora alternativa aos tradicionais compósitos reforçados por fibras sintéticas. O recente foco em fibras naturais é justificado pelos benefícios ao meio ambiente que elas oferecem, já que são biodegradáveis e provenientes de fontes renováveis, e por apresentarem menor custo de produção do que as sintéticas, dentre outras vantagens.

Para que materiais compósitos reforçados por fibras naturais possam ser devidamente aplicados em projetos de engenharia, é necessário que suas propriedades físicas e mecânicas sejam bem caracterizadas. Em meio às propriedades de interesse, estão as constantes elásticas, que medem a resistência do material à deformação em regime elástico sob a aplicação de uma carga. O número de constantes elásticas independentes que devem ser obtidas na caracterização mecânica de um material compósito é alto, devido a sua característica anisotrópica.

Em geral, obter todas essas constantes de forma experimental é tecnicamente difícil e demanda tempo, recursos financeiros e acesso a instalações e equipamentos que nem sempre estão disponíveis. Para contornar essa situação, foram desenvolvidos modelos analíticos e numéricos que permitem prever as propriedades elásticas efetivas de materiais compósitos a partir das propriedades de seus constituintes, denominados modelos micromecânicos.

Com o avanço do poder computacional, a modelagem micromecânica numérica tem sido amplamente empregada na caracterização de compósitos, especialmente através da simulação pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), sendo capaz de fornecer previsões coerentes das propriedades elásticas desses materiais, muitas vezes de forma mais rápida, segura e com menor custo do que métodos experimentais isolados. A vantagem da simulação numérica se torna ainda mais evidente quando esta é realizada de forma automática, por meio da execução de *scripts* de parametrização. Esses *scripts* possibilitam a geração e o processamento de modelos numéricos com apenas alguns cliques, bastando inserir os parâmetros de entrada, o que reduz consideravelmente o tempo e o esforço humano necessários para a

simulação. Assim, em vez de realizar atividades mecânicas repetitivas de configuração dos modelos, o especialista pode se dedicar mais à análise dos resultados da simulação.

Diante desse cenário, a simulação numérica de modelos micromecânicos se apresenta como uma potencial solução para atender à demanda pela caracterização das propriedades elásticas de compósitos reforçados por fibras naturais, de forma eficiente e com boa exatidão.

1.1 OBJETIVO GERAL

Este trabalho tem como objetivo geral obter as constantes elásticas de materiais compósitos unidirecionais reforçados por fibras naturais por meio de simulação numérica, utilizando o Método dos Elementos Finitos.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Revisar características e classificações de materiais compósitos.
- Revisar o estado da arte sobre compósitos reforçados por fibras naturais.
- Estudar a mecânica de compósitos reforçados por fibras.
- Conceituar os modelos micromecânicos analíticos e numéricos existentes e verificar sua eficácia na previsão das propriedades elásticas de compósitos.
- Implementar no software Abaqus® um modelo micromecânico numérico para o cálculo dos coeficientes elásticos de compósitos reforçados por fibras.
- Desenvolver *scripts* na linguagem Python para automatizar as tarefas no Abaqus®.
- Calcular as constantes elásticas de um material compósito reforçado por fibras naturais para diferentes frações volumétricas de fibra.

- Validar as constantes elásticas obtidas numericamente com dados de origem experimental e analítica da literatura.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 MATERIAIS COMPÓSITOS

2.1.1 Definições e classificação

Segundo Miracle e Donaldson (2001), material compósito é uma combinação macroscópica de dois ou mais materiais distintos, apresentando uma interface perceptível entre eles. Já para Askeland e Wright (2014), um material compósito é produzido quando dois ou mais materiais são combinados em macro, micro ou nano escalas.

Independentemente da escala considerada, a produção de um material compósito tem como objetivo obter uma combinação de propriedades que, para uma dada aplicação, seja superior às propriedades de cada material constituinte isolado. Os materiais compósitos de resina reforçados por fibras, por exemplo, apresentam alta resistência e rigidez específicas, sendo, por isso, de grande importância para aplicações sensíveis ao peso, como veículos aéreos e espaciais (JONES, 1999).

Compósitos são geralmente classificados em função do material da matriz e do formato do reforço. De acordo com o material da matriz, tem-se: compósitos de matriz orgânica (CMOs), que se subdividem em compósitos de matriz polimérica (CMPs) e de carbono; compósitos de matriz metálica (CMMs); e compósitos de matriz cerâmica (CMCs). De acordo com o formato do reforço, são classificados em compósitos reforçados por: partículas; fibras contínuas; fibras descontínuas (longas ou curtas); e fibras de tecidos.

2.1.2 Compósitos reforçados por fibras

Compósitos reforçados por fibras são materiais que geralmente possuem alta rigidez específica, alta resistência mecânica específica e baixo custo. Essas e outras características conferem a esse tipo de material grandes vantagens em diversas aplicações do mundo atual. Segundo Jones (1999), o advento de compósitos

reforçados por fibras tem até mesmo sido considerado a maior revolução técnica desde o motor a jato.

As fibras de reforço são componentes-chave dos compósitos reforçados por fibras. Elas usualmente conferem alta resistência e rigidez ao material da matriz, além de outras propriedades desejáveis, como resistência à alta temperatura e à chama, por exemplo. A matriz, por sua vez, é feita de um material normalmente menos denso e mais dúctil do que o das fibras, e tem as funções de uni-las, mantê-las na posição adequada, transferir as cargas para elas, protegê-las da degradação durante a fabricação e utilização dos compósitos, e prevenir que trincas nessas fibras se propaguem pelo compósito.

Como já foi dito, as fibras podem ser longas, curtas ou mesmo contínuas. A caracterização de suas dimensões é feita frequentemente pela razão de aspecto l/d , em que l é o comprimento da fibra e d , o diâmetro. A resistência mecânica do compósito aumenta com a razão de aspecto, isto é, com o aumento do comprimento e redução do diâmetro. Diâmetros reduzidos são preferidos pois as fibras em geral trincam por causa de imperfeições em sua superfície, a qual é menor nesses casos, diminuindo as possibilidades de fratura do reforço do compósito (ASKELAND e WRIGHT, 2014). Kleba e Zabold (2004) afirmam ainda que compósitos reforçados por fibras contínuas normalmente apresentam melhor resistência mecânica que compósitos reforçados por fibras descontínuas.

A orientação das fibras na matriz é configurada em função das propriedades desejadas. Compósitos com fibras contínuas unidirecionais exibem as melhores propriedades mecânicas na direção paralela às fibras e as piores na direção perpendicular. Compósitos reforçados por fibras usualmente se apresentam como laminados, isto é, como pilhas de lâminas que podem ter diferentes orientações de fibras. O maior propósito da laminação é justamente permitir o ajuste das propriedades do compósito em função da orientação das lâminas que o constituem. Em arranjos ortogonais de lâminas ($0^\circ/90^\circ$), a resistência mecânica elevada é obtida em duas direções perpendiculares. Arranjos mais complexos ($0^\circ/+45^\circ/9^\circ$) fornecem reforço em múltiplas direções.

O material das fibras de reforço pode ser tanto sintético quanto natural. As fibras sintéticas são as mais comumente empregadas em materiais compósitos nos dias

atuais. O presente trabalho tem como foco as fibras naturais, cujas vantagens e estudo mais detalhado serão apresentados na próxima seção.

2.1.2.1 Fibras naturais

Fibras naturais são aquelas obtidas a partir de fonte vegetal (tais como sisal, kenaf e banana) ou animal (tais como lã e seda). Ao longo dos últimos anos, problemas relacionados a questões ambientais têm motivado diversas pesquisas sobre materiais ambientalmente amigáveis e particular interesse tem sido dirigido ao uso de fibras vegetais como reforço em compósitos (ROWELL, 1998). Crescentes exigências legais sobre a utilização e descarte de fibras sintéticas, assim como a conscientização ambiental dos próprios consumidores, estão contribuindo para essa nova tendência (BIAGIOTTI et al, 2008).

De acordo com Brouwer (2000) e Kenny (2001), fibras vegetais são vistas como boas alternativas às fibras de vidro nas indústrias automotivas. Miracle e Donaldson (2001) afirmam que kenaf, sisal, cânhamo e juta são fibras vegetais que tem encontrado uso comercial em CMPs automotivos, onde oferecem satisfatória performance a um baixo custo quando comparados às fibras convencionais.

As principais vantagens da utilização de fibras naturais como reforço de compósitos, em relação às fibras sintéticas, estão listadas a seguir (BROUWER, 2000; PEIJS, 2000 apud BIAGIOTTI et al, 2008):

- Biodegradabilidade;
- Menor peso específico resultando em maior resistência mecânica e rigidez específicas;
- Fonte renovável;
- Baixo custo de produção;
- Processamento amigável, com degradação reduzida de ferramentas;
- Melhores condições de trabalho e sem irritação da pele;
- Boas propriedades de isolamento acústico e térmico.

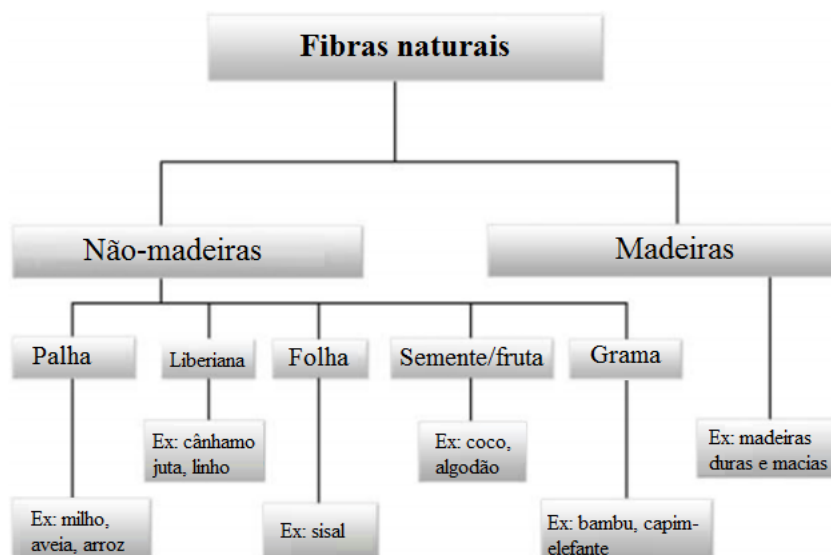
No entanto, algumas desvantagens que podem limitar sua aplicação em nível industrial devem ser observadas (BROUWER, 2000; PEIJS, 2000 apud BIAGIOTTI et al, 2008):

- Qualidade varia em função de fatores imprevisíveis, tais como clima;
- Absorção de umidade que causa transpiração das fibras;
- Temperatura de processamento máxima limitada;
- Menores propriedades de resistência, em particular, resistência ao impacto;
- Menor durabilidade;
- Pobre resistência à chama;
- Flutuações de preço de acordo com resultados de colheitas e políticas agrárias.

Em face das acentuadas vantagens que as fibras naturais possuem em relação às sintéticas, diversos trabalhos estão sendo realizados para minimizar ou controlar suas desvantagens e viabilizar sua aplicação na engenharia. Os tópicos mais abordados por estudos sobre compósitos de fibras naturais ao longo dos últimos anos foram (BIAGIOTTI et al, 2008): identificação e classificação das fibras, tratamentos e adaptação das fibras naturais, estudos de compatibilidade entre fibra e matriz, efeitos da umidade, potenciais aplicações como substitutos para outros materiais e determinação das propriedades mecânicas das fibras e dos compósitos.

Fibras naturais vegetais podem ser classificadas como mostra a Figura 1. A maior parte das fibras naturais de folhas, liberianas e de sementes são realmente usadas na indústria de compósitos como reforços. Para melhorar a resistência à tração e flexão, as fibras liberianas (linho, juta, cânhamo) são as mais indicadas, já para aumentar a tenacidade, as melhores são as fibras grossas, como sisal e coco (BIAGIOTTI et al, 2008). Outros tipos de fibras e enchimentos, obtidos do processamento de madeira, coco, agave, cânhamo, juta, etc., assim como arroz e cascas de nozes, palhas de cereais (aveia, centeio, trigo, etc.) e espigas de milho podem ser usadas para melhorar a estabilidade dimensional e rigidez.

Figura 1 – Classificação de fibras naturais de origem vegetal



Fonte: Adaptado de BIAGIOTTI et al, 2008

As fibras vegetais comumente utilizadas em compósitos poliméricos são sisal, coco, juta e banana, além de fibras de madeira, bagaço e bambu (SILVA, 2003). Dentre as fibras vegetais empregadas como reforço em materiais compósitos poliméricos, uma das mais citadas na literatura científica nas últimas décadas tem sido o sisal (MORAES, 2016).

Fibras naturais são utilizadas quase que exclusivamente em compósitos de matriz polimérica (MIRACLE e DONALDSON, 2001). Os polímeros são materiais bastante utilizados como matriz em compósitos devido ao seu baixo peso, fácil processo de moldagem e às suas propriedades mecânicas específicas, que podem exceder consideravelmente as dos metais (SILVA, 2003 apud MORAES, 2016). As resinas termorrígidas mais utilizadas em compósitos reforçados por fibras naturais são as fenólicas, poliésteres, epóxis e poliamidas, já dentre as resinas termoplásticas, o destaque vai para o polietileno de baixa densidade e o polipropileno (SILVA, 2003 apud MORAES, 2016).

Polímeros derivados de fontes renováveis vem se tornando cada vez mais importantes para o desenvolvimento de compósitos verdes utilizando fibras naturais, em substituição aos derivados de petróleo (BARBERO, 2017). Eles podem ser provenientes de biomassa, microorganismos ou biotecnologia. No entanto, o alto

custo desses polímeros é uma das principais restrições para a sua aplicação (BARBERO, 2017). Estudos mostraram que resinas à base de soja tem uma forte afinidade com fibras naturais e formam uma excelente interface fibra-matriz (MIRACLE e DONALDSON, 2001). Trabalhos estão sendo desenvolvidos atualmente para otimizar as propriedades e a fabricação de polímeros ambientalmente amigáveis.

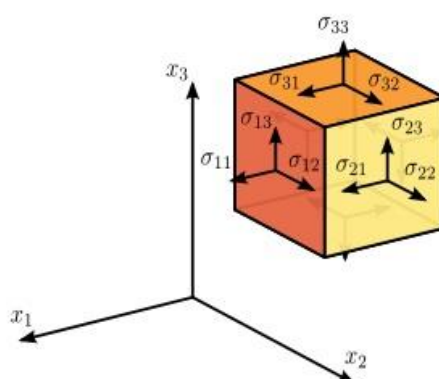
2.2 MECÂNICA DE MATERIAIS COMPÓSITOS

Nesta seção, serão revisadas as relações tensão-deformação e discutida a elasticidade anisotrópica dos materiais, para o entendimento do comportamento mecânico de compósitos reforçados por fibras. Esse tipo de material é claramente anisotrópico, já que suas propriedades mecânicas na direção paralela às fibras são diferentes das propriedades na direção transversal.

2.2.1 Relações constitutivas

Em um sistema de coordenadas cartesianas tridimensionais, são definidos três componentes normais de tensão ($\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$) e seis componentes cisalhantes ($\sigma_{23}, \sigma_{13}, \sigma_{12}, \sigma_{32}, \sigma_{31}, \sigma_{21}$), como mostra a Figura 2. Das equações de equilíbrio, temos que $\sigma_{23} = \sigma_{32}$, $\sigma_{13} = \sigma_{31}$, $\sigma_{12} = \sigma_{21}$. Logo, o estado de deformação de um elemento tridimensional pode ser descrito, no total, por seis componentes de tensão ($\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{13}, \sigma_{12}$) e seis de deformação ($\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{12}$).

Figura 2 – Componentes de tensão em um sistema de coordenadas cartesiano retangular



Considerando comportamento linear elástico do material, a relação entre os componentes de tensão e deformação é descrita pela Lei de Hooke generalizada, que pode ser expressa como:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad (2.1)$$

Onde C_{ijkl} são os coeficientes elásticos do material.

Quando C_{ijkl} permanecem constantes por todo o material, isto é, quando os coeficientes elásticos não variam com a posição no corpo, o material é dito homogêneo. Já quando essas propriedades variam de ponto a ponto, o material é dito heterogêneo.

A lei de Hooke generalizada normalmente é abreviada utilizando uma notação contraída (de índice único) para os componentes de tensão e deformação, da seguinte forma:

$$\sigma_k = C_{kj}\varepsilon_j \quad (2.2)$$

$$(k = 1, 2, \dots, 6)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

A notação contraída, também conhecida como notação de *Voight*, é baseada na convenção padrão apresentada na Tabela 1.

Tabela 1 – Convenção de notação contraída utilizada por alguns softwares de Elementos Finitos

Convenção padrão	LS-DYNA e		
	Abaqus/Standard	Abaqus/Explicit	ANSYS/Mechanical
11 → 1	11 → 1	11 → 1	11 → 1
22 → 2	22 → 2	22 → 2	22 → 2
33 → 3	33 → 3	33 → 3	33 → 3
23 → 4	12 → 4	12 → 4	12 → 4
13 → 5	13 → 5	23 → 5	23 → 5
12 → 6	23 → 6	13 → 6	13 → 6

Fonte: Adaptado de BARBERO, 2013

É importante observar na Tabela 1 que alguns softwares de Elementos Finitos, como Abaqus®, LS-DYNA® e ANSYS®, utilizam notações de índice único diferentes da convenção padrão.

2.2.2 Elasticidade anisotrópica

Os 36 coeficientes elásticos C_{kj} não são todos independentes entre si. Pode-se provar que o tensor de rigidez é simétrico, isto é, $C_{kj} = C_{jk}$. Portanto, na verdade existem no máximo 21 constantes elásticas independentes para materiais anisotrópicos.

Um material é dito anisotrópico quando os valores de seus coeficientes elásticos dependem da direção em que são medidos. Esse tipo de material pode ser homogêneo ou heterogêneo. Alguns materiais anisotrópicos possuem simetrias e seu comportamento constitutivo pode ser descrito por menos de 21 constantes, sendo classificados em monolíticos, ortotrópicos ou transversalmente isotrópicos, como será explicado a seguir.

- Materiais monolíticos

Quando os coeficientes elásticos de um ponto do material têm os mesmos valores para cada par de sistemas de coordenadas que são imagens espelhadas um do outro em um certo plano, esse plano é chamado de plano de simetria naquele ponto. Materiais com um plano de simetria são denominados monolíticos, e o número de coeficientes elásticos para tais materiais se reduz a 13.

- Materiais ortotrópicos

Se o material tem três planos de simetria elástica mutuamente perpendiculares que coincidem com os planos coordenados, então o número de coeficientes elásticos independentes pode ser reduzido a 9, e o material é denominado ortotrópico.

- Materiais transversalmente isotrópicos

Quando o material tem um eixo de simetria, isto é, quando qualquer plano paralelo a esse eixo for um plano de simetria elástica, o material é dito

transversalmente isotrópico. Para esse tipo de material, existem apenas 5 coeficientes elásticos independentes. Caso o eixo de simetria seja paralelo à direção 1 do sistema de coordenadas, os coeficientes elásticos se reduzem a:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (C_{22} - C_{23})/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} \quad (2.4)$$

Esses cinco coeficientes elásticos independentes podem ser descritos pelas constantes E_1 , E_2 , G_{12} , G_{23} , ν_{12} , sendo que $G_{13} = G_{12}$, $\nu_{13} = \nu_{12}$ e $\nu_{23} = \frac{1}{2} \frac{E_2}{G_{23}} - 1$, onde E é o módulo de Young, G é o módulo de cisalhamento e ν é o coeficiente de Poisson nas direções indicadas pelos índices.

- Materiais isotrópicos

Ao contrário dos anisotrópicos, materiais isotrópicos possuem propriedades elásticas iguais para todas as direções em um mesmo ponto. Esses materiais apresentam infinitos números de planos de simetria elástica, existindo apenas 2 coeficientes elásticos independentes para eles. Uma vez que o módulo de Young e coeficiente de Poisson podem ser obtidos experimentalmente por um único ensaio, essas constantes são frequentemente usadas para descrever materiais isotrópicos.

2.3 MODELOS MICROMECAÑICOS

Para prever as propriedades mecânicas de materiais compósitos com diferentes configurações (materiais de matriz e reforço, formatos de reforço, fração volumétrica, distribuição espacial do reforço), de forma rápida e menos custosa que a caracterização experimental, diversos modelos micromecânicos são utilizados.

Também chamados de modelos de homogeneização, esses modelos realizam aproximações da microestrutura de materiais compósitos, e utilizam as propriedades

da matriz e do reforço para prever as propriedades efetivas do material compósito como um todo, considerando-o homogêneo.

Os modelos micromecânicos são especialmente úteis para a determinação dos módulos de cisalhamento longitudinal e transversal, já que a obtenção deles por meio de experimento é tecnicamente difícil (SUN e VAIDYA, 1996).

2.3.1 Modelos analíticos

Estimativas das propriedades elásticas de materiais heterogêneos podem ser obtidas por diversos métodos analíticos. Nesta seção, serão abordados alguns dos métodos presentes na literatura.

2.3.1.1 Regra das misturas

A regra das misturas (ROM – *Rule of Mixtures*), ou modelo de Voight, é um método de homogeneização particularmente simples, que assume que a deformação na direção das fibras é a mesma para a fibra e para a matriz, implicando que a adesão entre a matriz e as fibras é perfeita. Essa regra é expressa pela equação:

$$P_c = P_f V_f + P_m V_m \quad (2.5)$$

Onde P é a propriedade efetiva, V é a fração volumétrica, e os índices c , m e f correspondem ao compósito, à matriz e às fibras, respectivamente.

A regra das misturas pode ser utilizada para prever muito bem o módulo de Young longitudinal E_1 de compósitos reforçados por fibras unidirecionais (ASKELAND e WRIGHT, 2014; BARBERO, 2017; JONES, 1999; POTLURI et al, 2017). Também prevê o módulo de Young ν_{12} em boa concordância com valores experimentais (YOUNES, 2012).

2.3.1.2 Regra das misturas inversa

A principal consideração da regra das misturas inversa (IROM – *Inverse Rule of Mixtures*), também conhecida como modelo de Reuss, é que a tensão na matriz e na fibra são iguais. Da mesma forma que a regra das misturas, assume que a adesão entre a matriz e a fibra é perfeita, resultando na expressão:

$$\frac{1}{P_c} = \frac{V_m}{P_m} + \frac{V_f}{P_f} \quad (2.6)$$

A regra das misturas inversa pode ser utilizada para prever de forma apenas qualitativa o módulo de Young transversal E_2 de compósitos reforçados por fibras unidirecionais, pois não é exata na maioria dos casos e subestima o valor dessa propriedade (BARBERO, 2017; JONES, 1999).

2.3.1.3 Regra das misturas modificada

A regra das misturas modificada (MROM – *Modified Rule of Mixtures*) foi desenvolvida com objetivo de melhorar a previsão obtida com a ROM para o módulo de Young transversal E_2 e para o módulo de cisalhamento longitudinal G_{12} . É dada pelas expressões a seguir (YOUNES, 2012):

$$\frac{1}{E_2} = \frac{\eta^f \cdot V^f}{E_2^f} + \frac{\eta^m \cdot V^m}{E^m} \quad (2.7)$$

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{\frac{V^f}{G_{12}^f} + \frac{\eta' \cdot V^m}{G^m}}{V^f + \eta' \cdot V^m} \quad (2.8)$$

Onde:

$$\eta^f = \frac{E_1^f \cdot V^f + [(1 - v_{12}^f \cdot v_{21}^f) \cdot E^m + v^m \cdot v_{21}^f \cdot E_1^f] \cdot V^m}{E_1^f \cdot V^f + E^m \cdot V^m} \quad (2.9)$$

$$\eta^m = \frac{[(1 - v^m) \cdot E_1^f - (1 - v^m \cdot v_{12}^f) \cdot E^m] \cdot V^f + E^m \cdot V^m}{E_1^f \cdot V^f + E^m \cdot V^m} \quad (2.10)$$

Com $0 < \eta' < 1$ (recomenda-se adotar $\eta' = 0,6$ para uma boa aproximação).

2.3.1.4 Modelo de Halpin-Tsai

Esse modelo semiempírico adota os coeficientes de correção (ξ e η) na previsão das propriedades elásticas do compósito, através da expressão (HALPIN e KARDOS, 1976):

$$P_c = \frac{P_m(1 + \xi \eta V_f)}{1 - \eta V_f} \quad (2.11)$$

Onde:

$$\eta = \frac{P_f - P_m}{P_f + \xi P_m} \quad (2.12)$$

E ξ é um parâmetro empírico obtido por ajuste de curva de uma solução analítica. O modelo de Halpin-Tsai é especialmente destinado ao cálculo do módulo de Young transversal E_2 e o do módulo de cisalhamento longitudinal G_{12} (YOUNES, 2012). Para o módulo de Young transversal E_2 , o valor $\xi = 2$ geralmente dá boas previsões no caso de fibras circulares ou quadradas, já para fibras retangulares uma boa estimativa é $\xi = 2a/b$, onde a e b são as dimensões da seção transversal da fibra (BARBERO, 2017). Previsões das equações de Halpin-Tsai assumindo $\xi = 2$ geralmente tem menor valor que os resultados de arranjos quadrados, e maior valor que os de arranjo hexagonal para $V_f > 0.65$. Abaixo disso, os resultados são próximos aos de arranjo quadrado (JONES, 1999). Foi reportado também que as equações de

Halpin-Tsai subestimam o módulo de cisalhamento G_{12} para compósitos de fibras circulares em arranjo quadrado para $V_f > 0.5$ (JONES, 1999).

2.3.1.5 Modelo de Chamis

O modelo de Chamis é um dos modelos analíticos mais utilizados (YOUNES, 2012), e fornece as seguintes fórmulas para os cinco coeficientes elásticos independentes (CHAMIS, 1989):

$$E_1 = V^f E_1^f + V^m E^m \quad (2.13)$$

$$E_2 = \frac{E^m}{1 - \sqrt{V^f} (1 - E^m/E_2^f)} \quad (2.14)$$

$$\nu_{12} = V^f \nu_{12}^f + V^m \nu^m \quad (2.15)$$

$$G_{12} = \frac{G^m}{1 - \sqrt{V^f} (1 - G^m/G_{12}^f)} \quad (2.16)$$

$$G_{23} = \frac{G^m}{1 - \sqrt{V^f} (1 - G^m/G_{23}^f)} \quad (2.17)$$

É importante observar que as expressões para o módulo de Young longitudinal E_1 e o coeficiente de Poisson ν_{12} são iguais as da ROM.

2.3.1.6 Modelo de microestrutura periódica

Se o compósito tiver microestrutura periódica ou puder ser aproximado como tendo tal microestrutura, então a série de Fourier pode ser utilizada para estimar com exatidão todas as propriedades elásticas de um compósito (BARBERO, 2017). O modelo de microestrutura periódica (PMM – *Periodic Microstructure Model*) foi desenvolvido por Luciano e Barbero (1995), e fornece fórmulas explícitas para um compósito reforçado por fibras cilíndricas isotrópicas, distribuídas periodicamente em um arranjo quadrado, que resultam em um tensor de rigidez com simetria quadrada, isto é, com 6 constantes elásticas independentes.

2.3.1.7 Modelo *bridging*

O modelo *bridging* é um modelo micromecânico proposto por Huang (2001), apud (YOUNES, 2012), para previsão dos coeficientes elásticos de lâminas de compósitos unidirecionais, através das expressões:

$$E_{11} = V_f \cdot E_{11}^f + V_m \cdot E_m \quad (2.18)$$

$$E_{22} = \frac{(V_f + V_m \cdot a_{11})(V_f + V_m \cdot a_{22})}{(V_f + V_m \cdot a_{11})(V_f \cdot S_{11}^f + V_m \cdot a_{22} \cdot S_{22}^m) + V_f \cdot V_m (S_{21}^m - S_{21}^f) a_{12}} \quad (2.19)$$

$$V_{12} = V_f v_{11}^f + V_m v_m \quad (2.20)$$

$$G_{12} = \frac{(V_f + V_m \cdot a_{66}) G_{12}^f G_m}{V_f \cdot G_m + V_m \cdot a_{66} \cdot G_{12}^f} \quad (2.21)$$

$$G_{23} = \frac{0.5(V_f + V_m \cdot a_{44})}{V_f(S_{22}^f - S_{23}^f) + V_m \cdot a_{44}(S_{22}^m - S_{23}^m)} \quad (2.22)$$

Onde a_{ij} são os componentes da matriz *bridging* A, dada por Huang (2001), e S_{ij}^f e S_{ij}^m são os componentes das matrizes de flexibilidade das fibras e da matriz, respectivamente.

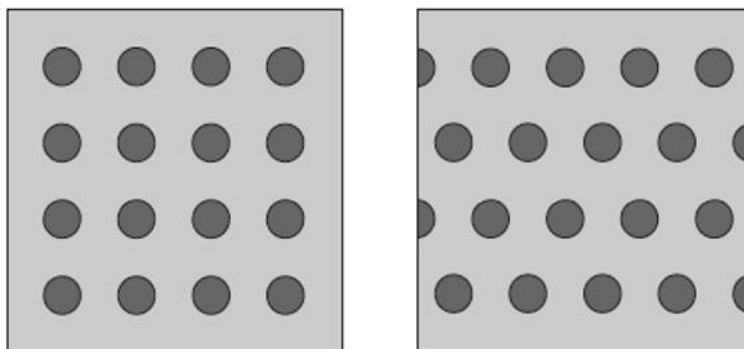
2.3.2 Modelos numéricos

Modelos micromecânicos numéricos utilizam o conceito de elemento de volume representativo (EVR), para driblar a necessidade de analisar toda a extensão do material no cálculo de suas propriedades. O EVR foi definido por Drugan e Willis (1996) apud Casado (2011), como o menor elemento de volume de um material heterogêneo para o qual os campos de tensão e deformação convergem assintoticamente para valores que representam a resposta constitutiva macroscópica efetiva do material.

Em uma lâmina de compósito, a distribuição real das fibras é aleatória ao longo da seção transversal. Wang (2016) realizou a modelagem de compósitos utilizando um EVR com distribuição aleatória de fibras, e reportou que os coeficientes elásticos calculados via simulação por Elementos Finitos previram os dados experimentais com alta exatidão. Em contrapartida, de acordo Sun e Vaidya (1996), vários modelos micromecânicos assumem distribuição periódica das fibras por questões de simplificação. Trias (2016) et al comparam um modelo periódico e um aleatório para o mesmo compósito reforçado por fibras de carbono, utilizando o software de Elementos Finitos MSC.Marc, e concluem que modelos periódicos podem ser utilizados para calcular as propriedades elásticas em casos em que alta exatidão não é exigida.

Miracle e Donaldson (2001) afirmam que poucos modelos simples permitem calcular os módulos elásticos efetivos de um material compósito de maneira exata, dentre os quais estão os modelos de distribuição periódica de fibras idênticas circulares, em arranjos quadrado e hexagonal (Figura 3).

Figura 3 – Arranjo periódico quadrado (à esquerda) e hexagonal (à direita)



Fonte: A Autora.

Segundo Barbero (2013), o modelo de arranjo periódico hexagonal aproxima bem a distribuição aleatória das fibras nos compósitos, e resulta em um comportamento constitutivo efetivo transversalmente isotrópico do compósito, diferentemente do modelo de arranjo quadrado, que é mais difícil de analisar. Miracle e Donaldson (2001) também afirmam que o modelo de arranjo quadrado não resulta em comportamento transversalmente isotrópico do compósito e adicionam que esse

modelo é inadequado para a maioria das análises de compósitos reforçados por fibras unidirecionais.

Independentemente do modelo de arranjo periódico selecionado, é necessário isolar um EVR correto e aplicar condições de contorno apropriadas com base nos requisitos de simetria. Sun e Vaidya (1996) apontam que existem estudos na literatura que modelaram EVRs de forma errada, aplicando condições de contorno inadequadas.

A simulação numérica dos EVRs pode ser realizada utilizando os métodos numéricos de Diferenças Finitas e Elementos Finitos (MIRACLE e DONALDSON, 2001). A maior parte dos trabalhos revisados na literatura que analisam EVRs de compósitos reforçados por fibras com arranjo periódico utilizam o Método dos Elementos Finitos.

Sun e Vaidya (1996) calculam as propriedades elásticas de compósitos de epóxi reforçados por fibras de vidro e compósitos de alumínio reforçados por boron, a partir da simulação por Elementos Finitos de EVRs com arranjo tanto quadrado quanto hexagonal, e verificam que ambos os arranjos conseguem prever de forma satisfatória as propriedades elásticas das lâminas de compósitos.

Potluri et al (2017) obtêm os módulos de Young longitudinal e transversal de compósitos de epóxi reforçados por fibras de banana e kenaf, para diferentes frações volumétricas de fibra, através de simulação com o software ANSYS de um EVR com arranjo quadrado.

Em outro trabalho, Potluri et al (2018) preveem as constantes elásticas de lâminas de compósitos de epóxi reforçados por fibras de folhas de abacaxi utilizando dois modelos diferentes de RVE, também de arranjo quadrado e utilizando o software ANSYS.

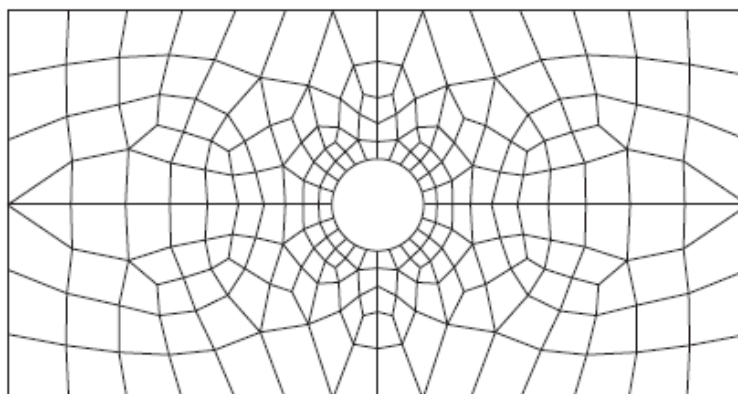
2.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O Método dos Elementos Finitos é uma técnica numérica para solucionar equações diferenciais parciais que foi desenvolvida nos anos 1950 pela indústria aeroespacial (FISH, 2009). Como as equações que descrevem o comportamento dos

materiais são escritas em termos de equações diferenciais parciais, e a solução dessas equações através de métodos analíticos para geometrias arbitrárias é extremamente difícil, esse método vem sendo bastante aplicado na Engenharia ao longo das últimas décadas. Milhões de engenheiros e cientistas ao redor do mundo utilizam o MEF para prever o comportamento mecânico, estrutural, térmico, elétrico e químico de sistemas (FISH, 2009).

A metodologia do MEF consiste em dividir o corpo (domínio da equação diferencial) em elementos finitos conectados por nós (Figura 4). Para obter as equações de cada elemento, uma forma integral da equação diferencial é deduzida através do princípio de trabalho virtual (PTV). Na análise de tensões, a variável de campo das equações é o deslocamento (u). Essa variável é então aproximada por uma combinação linear (expansão em série) de funções conhecidas (N) com coeficientes desconhecidos (a), denominadas funções de interpolação. A escolha dessas funções é feita convenientemente de modo que os coeficientes desconhecidos representem os deslocamentos nodais.

Figura 4 – Uma malha de Elementos Finitos sobre uma região retangular com furo central



Fonte: HUTTON, 2004

As equações obtidas para os elementos são combinadas, resultando no seguinte sistema de equações global para o corpo:

$$[K][a] = [P] \quad (2.23)$$

Onde $[K]$ é matriz de rigidez, $[P]$ é o vetor de força aplicado ao corpo e $[a]$ é o vetor dos deslocamentos nodais.

A matriz de rigidez contém as informações da geometria e comportamento do material, e indica a resistência do elemento à deformação quando sujeito a um carregamento. Aplicando as condições de contorno, o sistema de equações é resolvido para encontrar o vetor $[a]$, e então a função de aproximação do deslocamento $[u]$ é obtida por:

$$[u] = [N][a] \quad (2.24)$$

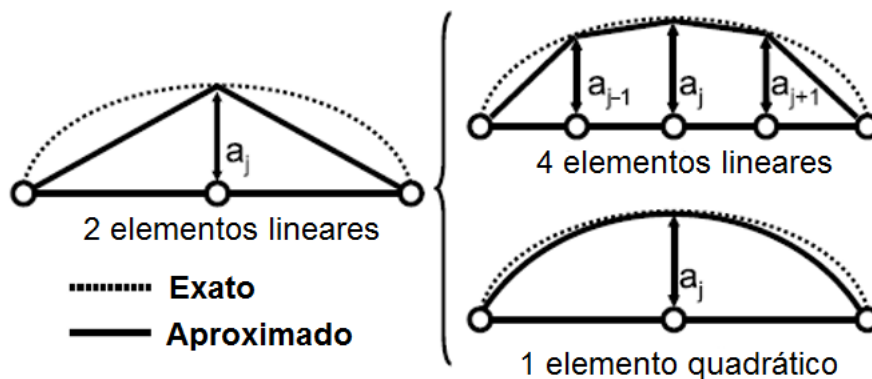
Tendo encontrado o campo de deslocamento para o corpo, é possível calcular os tensores de tensão e deformação em qualquer ponto dos elementos. Os componentes de deformação são obtidos através das relações:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = \epsilon_1 ; & 2\varepsilon_{12} &= 2\varepsilon_{21} = \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) = \gamma_6 = \epsilon_6 \\ \varepsilon_{22} &= \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = \epsilon_2 ; & 2\varepsilon_{13} &= 2\varepsilon_{31} = \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) = \gamma_5 = \epsilon_5 \\ \varepsilon_{33} &= \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = \epsilon_3 ; & 2\varepsilon_{23} &= 2\varepsilon_{32} = \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) = \gamma_4 = \epsilon_4 \end{aligned} \quad (2.25)$$

E os componentes de tensão são dados pelas equações constitutivas do material, que para um material linear são expressas pela lei de Hooke generalizada.

As funções de interpolação estão relacionadas ao número de nós do elemento. Mais nós por elemento, ou mais elementos (refinamento de malha), implicam em maior exatidão nas soluções, porém os custos em termos de tempo computacional também aumentam. Funções de interpolação com maior ordem geométrica também levam a soluções mais exatas, como mostrado na Figura 5.

Figura 5 – Erros da discretização em Elementos Finitos



Fonte: Adaptado de BARBERO, 2013

Assim, a prática mais comum é aumentar o número de elementos e nós somente em áreas de maior interesse ou de elevados gradientes de tensões, como em regiões de concentração de tensões, por exemplo.

Nas últimas décadas, o MEF se popularizou como uma importante ferramenta para a análise de fenômenos físicos e tem sido empregado com sucesso na simulação de materiais compósitos. Ochoa (1992) destaca que o MEF é um método numérico poderoso para a previsão do comportamento de compósitos. Através dele, é possível obter estimativas satisfatórias das propriedades mecânicas de compósitos poliméricos reforçados por fibras vegetais unidirecionais, especialmente quando as fibras apresentam regularidade e simetria na sua disposição (SILVA, 2011; SILVA, 2012 apud MORAES, 2016).

2.4.1 Etapas do Método dos Elementos Finitos

A análise por Elementos Finitos consiste em três etapas principais:

- 1) Pré-processamento: onde o modelo é configurado antes de executar os cálculos, através da especificação da geometria, propriedades dos

materiais, carregamentos e condições de contorno, e características da malha de Elementos Finitos.

- 2) Processamento: essa é a etapa em que os cálculos são realmente executados pelo software de Elementos Finitos.
- 3) Pós-processamento: nessa etapa os resultados dos cálculos são exibidos. Típicos resultados de simulação para análise mecânica são campos de deslocamento, tensão e deformação. Uma análise crítica dos resultados obtidos deve ser realizada, julgando se eles são coerentes ou não.

2.4.2 Softwares de Elementos Finitos

Atualmente existem diversos softwares de Elementos Finitos disponíveis no mercado, cada um com suas vantagens e desvantagens em termos de interface gráfica, performance, tipos de análise, entre outras. Alguns softwares comerciais populares de Elementos Finitos são: Abaqus®, ANSYS®, COMSOL®, ADINA®, Cosmos®, Nastran® e LS DYNA®. O software de Elementos Finitos selecionado para o presente estudo foi o Abaqus®, pois a autora já possuía experiência prévia com a sua utilização e uma licença disponível.

O Abaqus® é um dos principais softwares de Elementos Finitos utilizados na indústria e no ramo acadêmico, sendo comercializado pela companhia francesa Dassault Systèmes® (DASSAULT SYSTÈMES, 2018). Com o ambiente gráfico do Abaqus®, chamado Abaqus/CAE (*Complete Abaqus Environment*), é possível criar, editar, monitorar, diagnosticar e visualizar análises avançadas do Abaqus®. O Abaqus/CAE suporta conceitos familiares de engenharia assistida por computador, como modelagem paramétrica e operação por *scripts*.

Os *scripts* utilizados pelo Abaqus® são programados na linguagem Python. A utilização desses *scripts* permite automatizar uma tarefa repetitiva, variar parâmetros de simulação, extrair informações a partir de bancos de dados extensos e até criar interfaces para customizar a aparência do Abaqus/CAE (PURI, 2011).

3 METODOLOGIA

De acordo com o objetivo, o presente trabalho pode ser caracterizado como uma pesquisa descritiva, que foi aplicada no problema específico de caracterizar o comportamento mecânico de compósitos reforçados por fibras naturais através de simulação por Elementos Finitos.

3.1 GEOMETRIA DOS MODELOS

A pesquisa foi realizada através da modelagem micromecânica do compósito, assumindo distribuição periódica das fibras em arranjo hexagonal. Essa consideração implica que o comportamento do material homogêneo equivalente é transversalmente isotrópico e permite a obtenção direta dos cinco coeficientes elásticos independentes do material: C_{11} , C_{22} , C_{23} , C_{12} , e C_{66} (para eixo de simetria na direção das fibras = x_1).

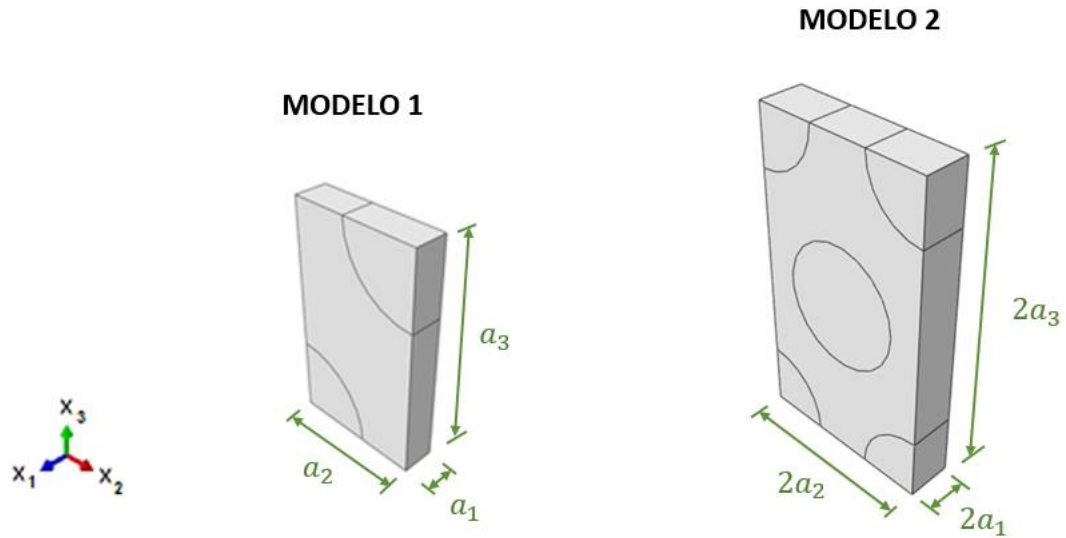
Foram criados dois modelos 3D no Abaqus® para simular o EVR de arranjo periódico hexagonal (Figura 6). O modelo 1 corresponde a um oitavo do EVR, e destinou-se ao cálculo de E_1 , E_2 , G_{23} e ν_{12} , já o modelo 2 corresponde ao EVR completo sendo utilizado para a obtenção de G_{12} . As dimensões do modelo 1 nas direções x_1 , x_2 , x_3 são a_1 , a_2 , a_3 , respectivamente, e as do modelo 2 são $2a_1$, $2a_2$, $2a_3$. Essas dimensões foram calculadas em função da fração volumétrica das fibras (V_f) e do raio das fibras (r_f), através das fórmulas:

$$a_1 = a_2 / 4 \quad (3.1)$$

$$a_2 = r_f * \sqrt{\frac{\pi}{2 * \tan 60^\circ * V_f}} \quad (3.2)$$

$$a_3 = a_2 * \tan 60^\circ \quad (3.3)$$

Figura 6 – Modelos 1 e 2 utilizados para o cálculo das constantes elásticas



Adotou-se arbitrariamente raio da fibra $r_f = 90 \mu m$ em ambos os modelos.

3.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Para o material compósito homogêneo, os coeficientes elásticos ($C_{\alpha\beta}$) são obtidos pela seguinte relação entre a deformação média no volume ($\bar{\epsilon}_\beta$) e a tensão média no volume ($\bar{\sigma}_\alpha$):

$$\bar{\sigma}_\alpha = C_{\alpha\beta} \bar{\epsilon}_\beta \quad (3.4)$$

($\alpha, \beta = 1, 2, \dots, 6$)

Tem-se que a deformação média no volume é igual à deformação aplicada no contorno do modelo (ϵ_β^0), isto é:

$$\bar{\epsilon}_\beta = \frac{1}{V} \int_V \epsilon_\beta dV = \epsilon_\beta^0 \quad (3.5)$$

Assim, condições de contorno foram aplicadas nos dois modelos de modo que, para cada análise, o compósito ficasse sujeito em seu contorno a um único componente de deformação (ϵ_β^0) unitário (sendo os outros componentes nulos). Isso permitiu obter os coeficientes elásticos do material homogêneo, uma coluna da matriz elástica por vez, através da relação:

$$C_{\alpha\beta} = \bar{\sigma}_\alpha = \frac{1}{V} \int_V \sigma_\alpha(x_1, x_2, x_3) dV \quad \text{para } \epsilon_\beta^0 = 1 \quad (3.6)$$

O Abaqus® é capaz de calcular a tensão média e o volume elemento por elemento. Para obter esses dados, basta configurá-los como variáveis de saída da simulação. Um modelo de *script* em Python foi obtido de Barbero (2013) para a manipulação dessas variáveis e cálculo dos coeficientes elásticos. Uma vez achados os coeficientes elásticos, as constantes elásticas do material homogêneo (E_1 , E_2 , G_{12} , G_{23} , ν_{12} , ν_{23}) podem ser calculadas pelo mesmo *script* através das relações:

$$E_1 = C_{11} - 2C_{12}^2/(C_{22} + C_{23}) \quad (3.7)$$

$$E_2 = [C_{11}(C_{22} + C_{23}) - 2C_{12}^2] (C_{22} - C_{23}) / (C_{11}C_{22} - C_{12}^2) \quad (3.8)$$

$$G_{12} = C_{66} \quad (3.9)$$

$$G_{23} = C_{44} = \frac{1}{2} (C_{22} - C_{23}) = \frac{E_2}{2(1 + \nu_{23})} \quad (3.10)$$

$$\nu_{12} = C_{12}/(C_{22} + C_{23}) \quad (3.11)$$

$$\nu_{23} = [C_{11}C_{23} - C_{12}^2] / (C_{11}C_{22} - C_{12}^2) \quad (3.12)$$

3.2.1 Modelo 1

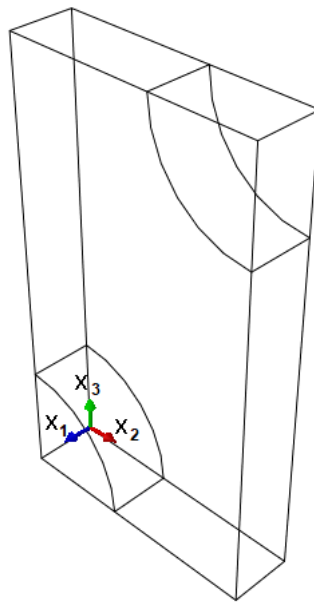
Para o modelo 1, foi possível utilizar apenas um oitavo do EVR devido à existência de simetrias nas condições de contorno necessárias para o cálculo de C_{11} ,

C_{12}, C_{22}, C_{23} . O aproveitamento das condições de simetria permite reduzir o custo computacional exigido para executar a simulação.

A análise desse modelo foi feita em dois passos, conforme detalhado a seguir.

A origem do sistema de coordenadas (0,0,0) desse modelo se encontra no vértice indicado na Figura 7.

Figura 7 – Origem do sistema de coordenadas do modelo 1



- Passo 1

Objetivo: cálculo dos componentes da coluna 1 (C_{11}, C_{12}).

Condições de deformação necessárias:

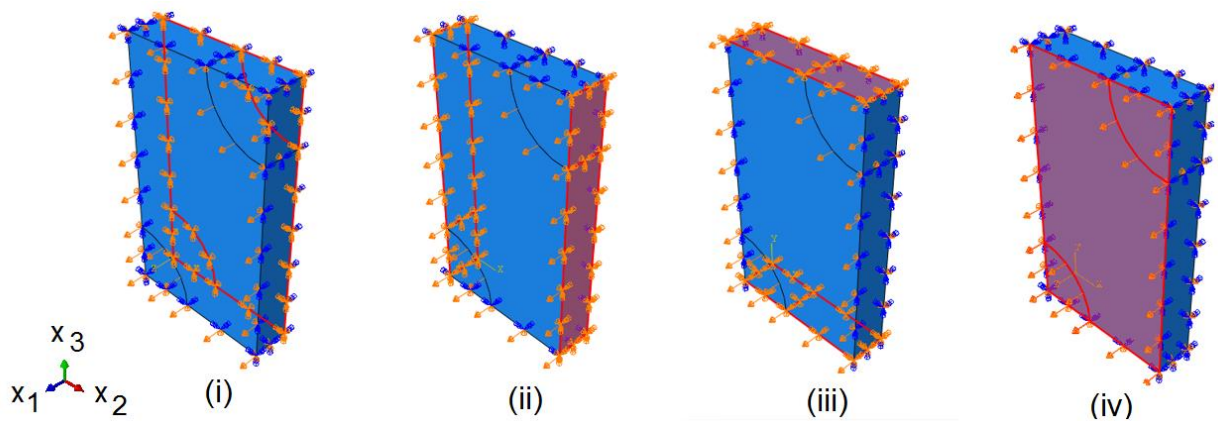
$$\epsilon_1^o = 1 \quad \epsilon_2^o = \epsilon_3^o = \gamma_4^o = \gamma_5^o = \gamma_6^o = 0 \quad (3.13)$$

Condições de contorno aplicadas, recomendadas por Barbero (2013):

- Simetria em torno do plano $x_1 = 0$ ($u_1 = u_{r2} = u_{r3} = 0$);
- Simetria em torno dos planos $x_2 = 0$ e $x_2 = a_2$ ($u_2 = u_{r1} = u_{r3} = 0$);
- Simetria em torno dos planos $x_3 = 0$ e $x_3 = a_3$ ($u_3 = u_{r1} = u_{r2} = 0$);
- Deslocamento uniforme da face do EVR contida no plano $x_1 = a_1$, de valor a_1 na direção de x_1 ($u_1 = a_1$).

Onde u_i corresponde à translação na direção do eixo i e ur_i corresponde à rotação em torno no eixo i . As faces do modelo em foram aplicadas essas condições de contorno estão indicadas na Figura 8.

Figura 8 – Faces em que foram aplicadas as condições de contorno do passo 1 do modelo 1 (em vermelho)



- Passo 2

Objetivo: cálculo dos componentes da coluna 2 (C_{22} , C_{23}).

Condições de deformação necessárias:

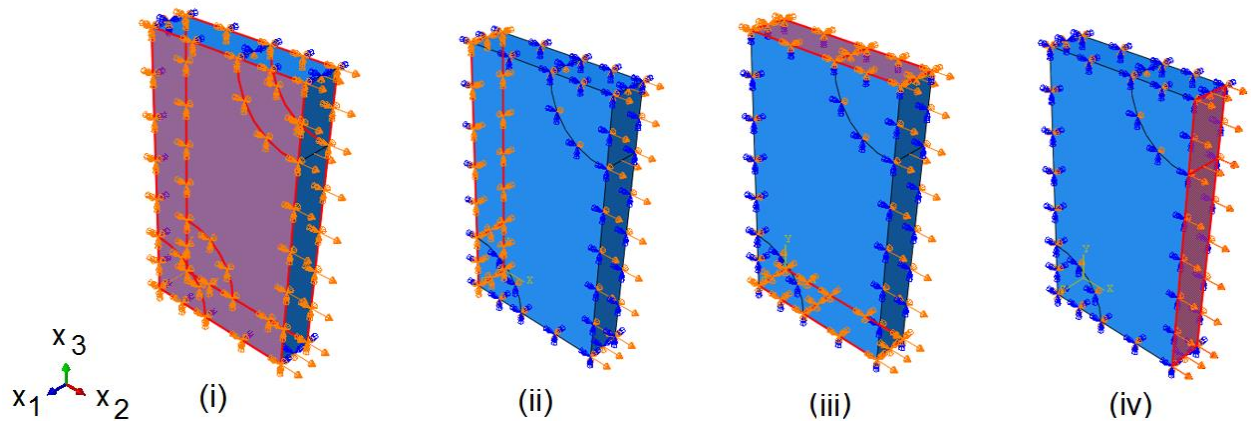
$$\epsilon_2^o = 1 \quad \epsilon_1^o = \epsilon_3^o = \gamma_4^o = \gamma_5^o = \gamma_6^o = 0 \quad (3.14)$$

Condições de contorno aplicadas, recomendadas por Barbero (2013):

- Simetria em torno dos planos $x_1 = 0$ e $x_1 = a_1$ ($u_1 = ur_2 = ur_3 = 0$);
- Simetria em torno do plano $x_2 = 0$ ($u_2 = ur_1 = ur_3 = 0$);
- Simetria em torno dos planos $x_3 = 0$ e $x_3 = a_3$ ($u_3 = ur_1 = ur_2 = 0$);
- Deslocamento uniforme da face do EVR contida no plano $x_2 = a_2$, de valor a_2 na direção de x_2 ($u_2 = a_2$).

As faces do modelo em que foram aplicadas essas condições de contorno estão indicadas na Figura 9.

Figura 9 - Faces em que foram aplicadas as condições de contorno do passo 2 do modelo 1 (em vermelho)



O coeficiente C_{66} não pode ser calculado por esse modelo devido à falta de simetria nos carregamentos necessários para obtê-lo. Para isso, utilizou-se o modelo do EVR completo (modelo 2).

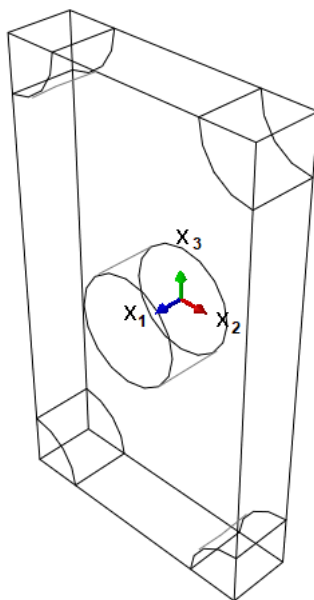
3.2.2 Modelo 2

A análise desse modelo possui apenas uma etapa, e tem o objetivo de calcular o componente C_{66} presente na coluna 5 da matriz de rigidez do material transversalmente isotrópico. As condições de deformação necessárias para esse cálculo são:

$$\gamma_5^0 = 2\epsilon_{13}^0 = 1.0 \quad \epsilon_1^0 = \epsilon_2^0 = \epsilon_3^0 = \gamma_4^0 = \gamma_6^0 = 0 \quad (3.15)$$

A origem do sistema de coordenadas desse modelo se encontra no centro de simetria da face traseira do EVR, indicado na Figura 10.

Figura 10 – Origem do sistema de coordenadas do modelo 2



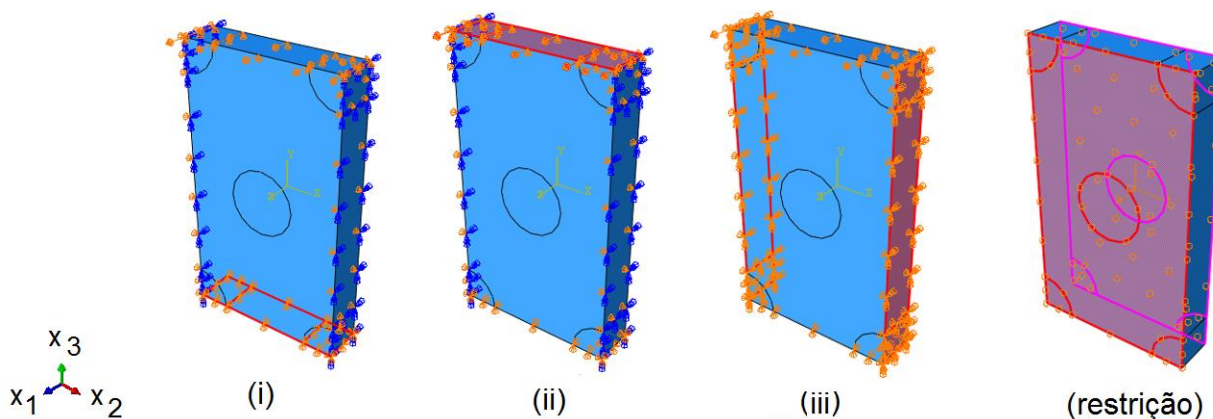
As condições de contorno de deslocamento a seguir foram aplicadas, conforme recomendação de Barbero (2013):

- i. Deslocamento uniforme $u_3 = 0$ e $u_1 = 0$ da face contida no plano $x_3 = -a_3$.
- ii. Deslocamento uniforme $u_1 = 2a_3$ e $u_3 = 0$ da face contida no plano $x_3 = a_3$.
- iii. Simetria em torno dos planos $x_2 = -a_2$ e $x_2 = a_2$ ($u_2 = u_{r1} = u_{r3} = 0$).

Além dessas condições de contorno, condições de periodicidade nas faces em $x_1 = -a_1$ e $x_1 = a_1$ foram forçadas através da aplicação de uma restrição de movimento relativo, especificando uma tolerância de distância entre as superfícies igual a $2a_1$.

As faces em que as condições de contorno e a restrição foram aplicadas podem ser visualizadas na Figura 11.

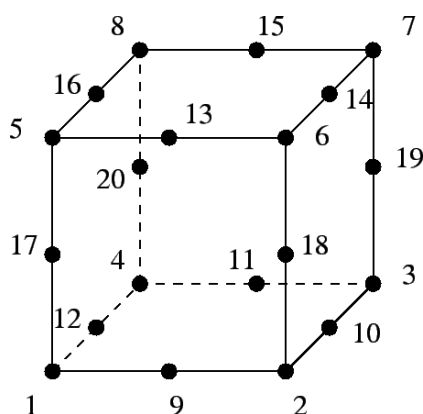
Figura 11 - Faces em que foram aplicadas as condições de contorno e a restrição de movimento do modelo 2 (em vermelho)



3.3 TIPO DE ELEMENTO FINITO

O tipo de elemento utilizado para ambos os modelos foi o denominado C3D20R no Abaqus. Esse é um elemento quadrático, hexaédrico, de vinte nós (como o da Figura 12), com integração reduzida.

Figura 12 – Elemento finito hexaédrico de 20 nós



3.4 PROPRIEDADES DA FIBRA E DA MATRIZ

O compósito selecionado para a simulação foi um de matriz de epóxi reforçado por fibras de folhas de abacaxi, devido à disponibilidade na literatura das propriedades elásticas experimentais da matriz, do reforço e do compósito. O material das fibras e

da matriz foram considerados isotrópicos, e as suas constantes elásticas foram obtidas de Potluri et al (2017) (Tabela 2). Este trabalho previu as constantes elásticas do compósito para diferentes frações volumétricas de fibra. Os resultados encontrados foram comparados aos resultados experimentais e de modelos analíticos (ROM, MROM, Halpin-Tsai, Chamis e *bridging*) reportados por Potluri et al (2017). Também foi realizada uma comparação com os resultados dos modelos analíticos PMM e IROM, calculados através de Barbero (2018).

Tabela 2 – Propriedades da fibra e matriz do compósito simulado

Material	Módulo de Young (GPa)	Coefficiente de Poisson
Epóxi	3,75	0,35
Folhas de abacaxi	29,3	0,30

Fonte: POTLURI et al, 2017

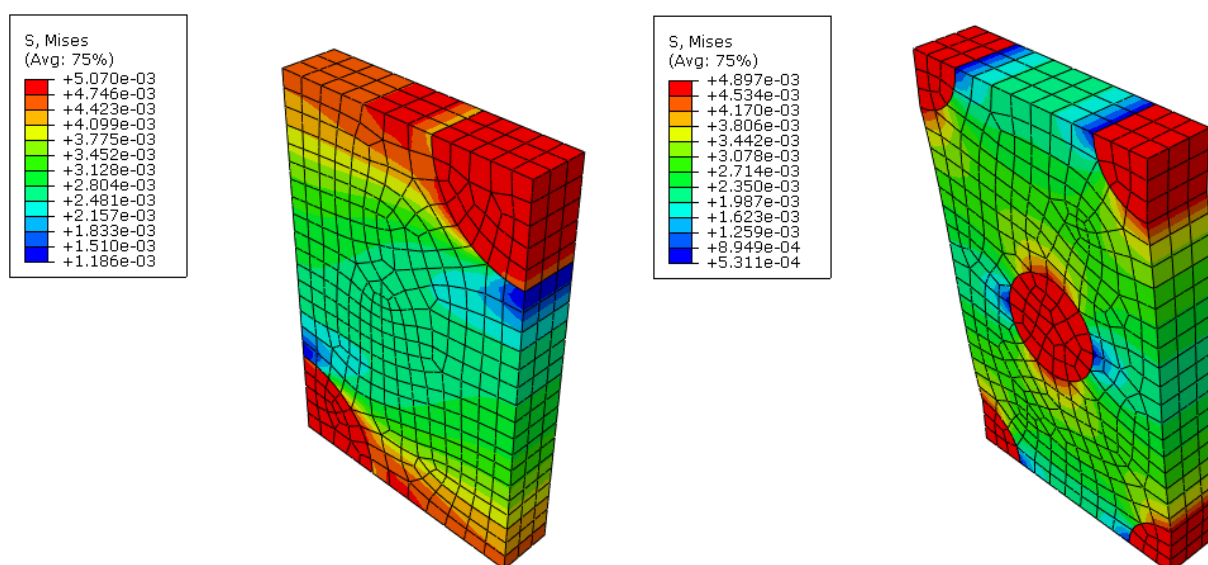
3.5 MODO DE EXECUÇÃO DA SIMULAÇÃO

As etapas da simulação foram realizadas utilizando a interface do Abaqus/CAE apenas uma vez para cada modelo. O Abaqus® gera um *script* em Python com todos os comandos necessários para executar as tarefas que foram configuradas através do ambiente CAE. Esse *script* foi capturado para ambos os modelos, e editado de forma que os parâmetros de interesse fossem transformados em variáveis. As variáveis selecionadas foram as propriedades dos materiais da fibra e da matriz, a fração volumétrica da fibra, o raio da fibra, e as dimensões do EVR. O *script* foi modificado também de modo que a inicialização dessas variáveis (com exceção do raio da fibra) fosse realizada a partir de parâmetros obtidos do usuário por janelas gráficas amigáveis (Figura 13). Um trecho do *script* pode ser visualizado na Figura 14, os *scripts* completos podem ser encontrados nos apêndices A e B.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, os resultados obtidos foram apresentados e discutidos para cada constante elástica. Os modelos 1 e 2 em seu estado de deformação ao final das análises podem ser visualizados abaixo na Figura 15. Observa-se na figura apresentada uma concentração de tensões nas fibras, o que é coerente com a realidade, já que em compósitos elas são as principais responsáveis por suportar essas tensões.

Figura 15 – Modelos 1 (à esquerda) e 2 (à direita) em seu estado de deformação ao final das análises

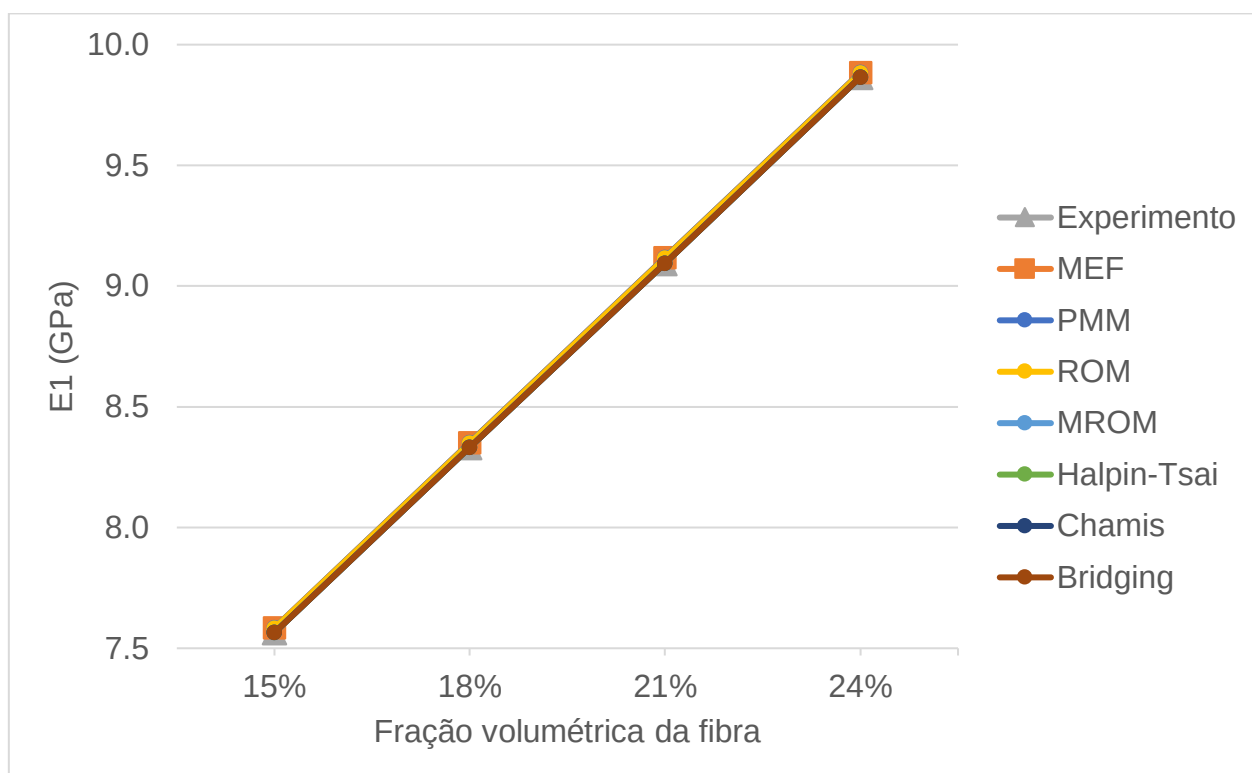


Unidade de tensão (S) de Von Mises: TPa.

4.1 MÓDULO DE YOUNG LONGITUDINAL E_1

Os valores encontrados numericamente pelo MEF para E_1 estão em ótima concordância com os resultados experimentais, como mostra o Gráfico 1. Verifica-se também pelo gráfico que a previsão dessa constante elástica pode ser realizada com exatidão por diversos modelos micromecânicos analíticos, confirmando o que tem sido reportado na literatura.

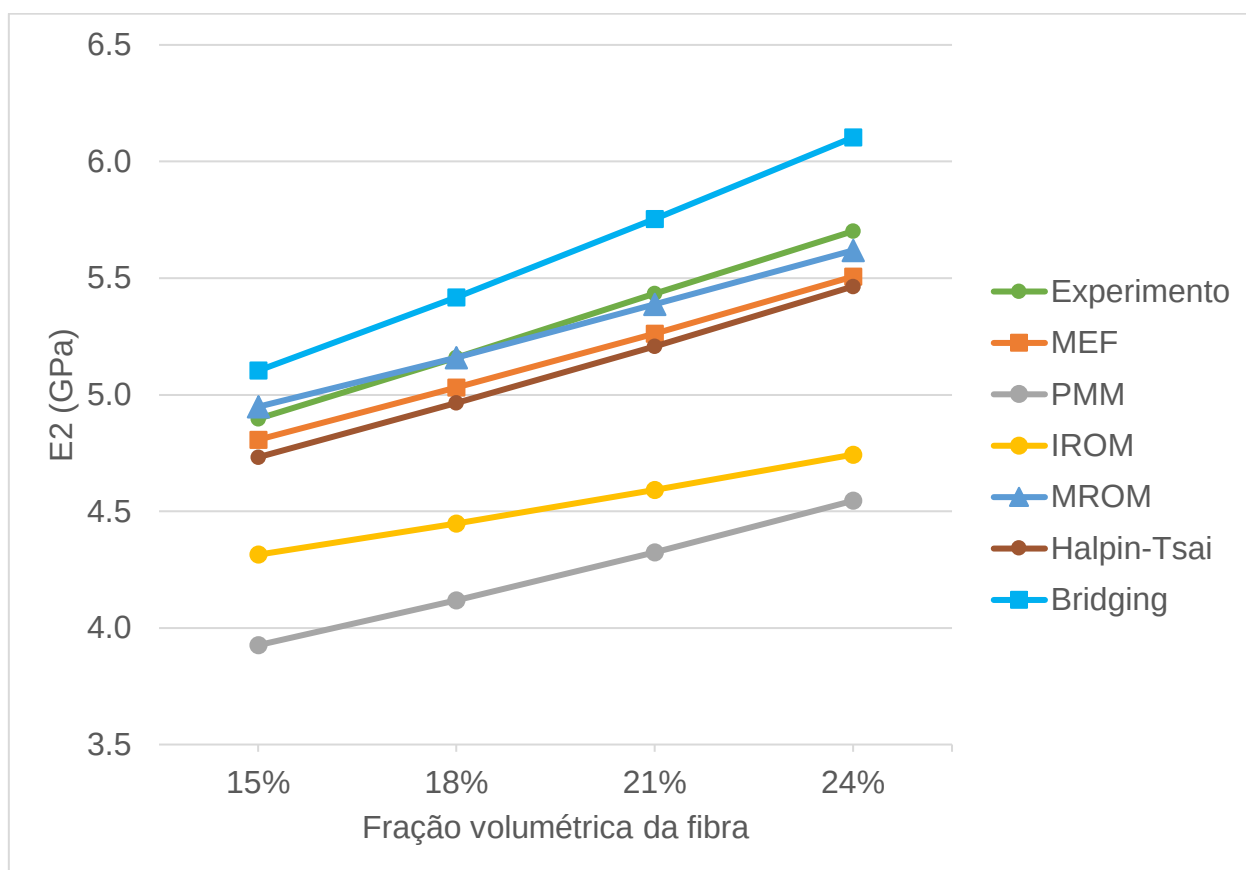
Gráfico 1 – Resultados obtidos por experimento, MEF e modelos analíticos para o módulo de Young longitudinal E_1 , em função da fração volumétrica da fibra



4.2 MÓDULO DE YOUNG TRANSVERSAL E_2

O módulo E_2 também foi bem previsto pelo modelo numérico utilizado, que obteve resultados muito próximos aos experimentais e aos previstos pelos modelos MROM e de Halpin-Tsai (Gráfico 2). Vale lembrar que o MROM é destinado especificamente à determinação de E_1 de G_{12} . O modelo *bridging*, por sua vez, mostra uma tendência a superestimar os valores de E_2 . Em concordância com a literatura, o modelo IROM não foi exato na previsão desse módulo e subestimou o seu valor. Contudo, o PMM subestimou ainda mais, sendo o modelo que mais errou nos valores de E_2 .

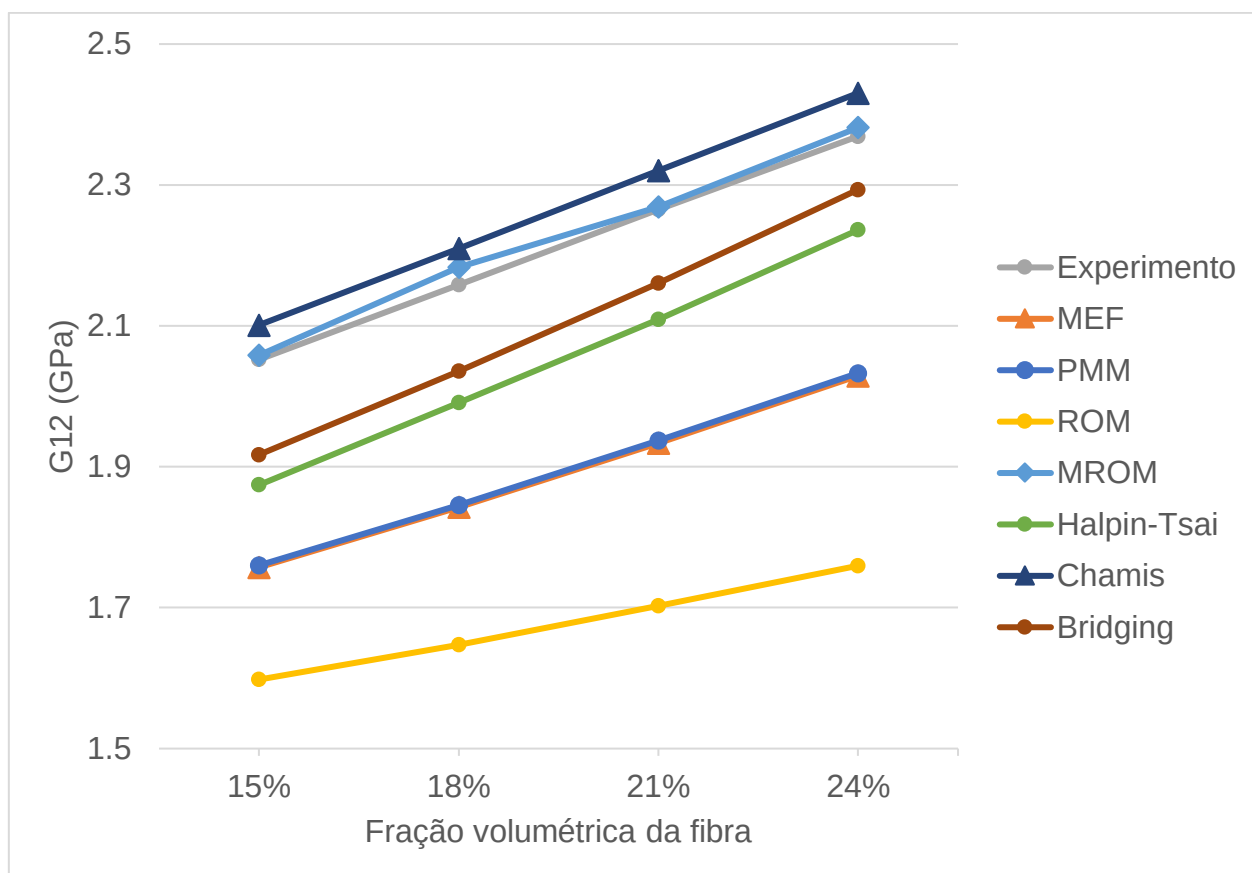
Gráfico 2 - Resultados obtidos por experimento, MEF e modelos analíticos para o módulo de Young transversal E_2 , em função da fração volumétrica da fibra



4.3 MÓDULO DE CISALHAMENTO LONGITUDINAL G_{12}

A previsão de G_{12} pelo MEF subestimou os valores experimentais (Gráfico 3), e se aproximou bastante dos valores previstos pelo PMM. O modelo que melhor previu os valores de G_{12} foi o MROM, confirmando sua aplicabilidade na obtenção desse módulo. O modelo de Chamis também resultou em boas aproximações. Os modelos de Halpin-Tsai e *bridging*, por sua vez, obtiveram valores próximos entre si, porém com erro considerável em relação aos experimentais. Já o ROM forneceu as piores previsões de G_{12} , como já era esperado.

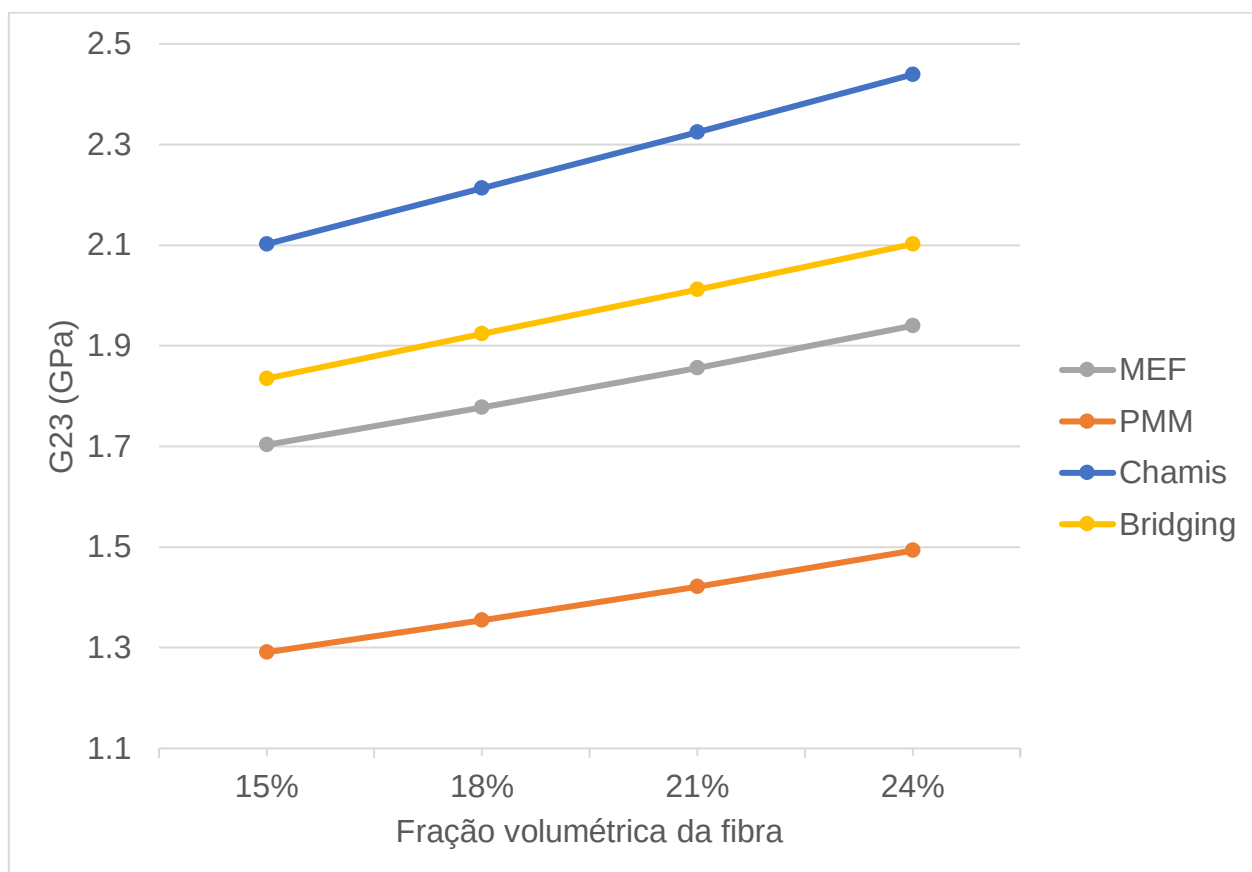
Gráfico 3 - Resultados obtidos por experimento, MEF e modelos analíticos para o módulo de cisalhamento longitudinal G_{12} , em função da fração volumétrica da fibra



4.4 MÓDULO DE CISALHAMENTO TRANSVERSAL G_{23}

Dados experimentais não foram reportados para o módulo G_{23} deste compósito. Esse é um módulo elástico que dificilmente possui dados experimentais na literatura para compósitos de fibras naturais. Pelo Gráfico 4, verifica-se que os resultados numéricos deste trabalho se aproximam mais dos obtidos pelo modelo *bridging*, e são aproximadamente a média dos valores obtidos pelos modelos de Chamis e PMM.

Gráfico 4 - Resultados obtidos pelo MEF e por modelos analíticos para o módulo de cisalhamento transversal G_{23} , em função da fração volumétrica da fibra



5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A caracterização das constantes elásticas de um material compósito de epóxi reforçado por fibras de folhas de abacaxi foi realizada a partir da simulação numérica de modelos com arranjo periódico hexagonal de fibras, utilizando o software Abaqus®, e automatizada com sucesso para diferentes parâmetros de entrada através da criação de *scripts* em Python.

Os módulos de Young longitudinal E_1 e transversal E_2 obtidos estão em ótima concordância com os valores experimentais reportados na literatura. A previsão numérica do coeficiente de Poisson ν_{12} não pôde ser comparada com dados experimentais, porém se aproximou bastante de valores obtidos por vários modelos analíticos. Assim, pode-se concluir que os modelos deste trabalho são capazes de prever com boa exatidão essas três propriedades elásticas.

Em contrapartida, os valores obtidos para os módulos de cisalhamento devem ser utilizados com cuidado. Para o módulo de cisalhamento G_{12} , os modelos deste estudo foram conservadores e subestimaram os valores experimentais. Já os valores obtidos para o módulo de cisalhamento G_{23} não puderam ser validados por dados experimentais, e os resultados dos modelos analíticos estudados divergiram entre si.

Seria importante consolidar os resultados encontrados, através da aplicação dos modelos numéricos deste trabalho na caracterização de outros compósitos reforçados por fibras naturais que dispusessem de constantes elásticas experimentais. Este estudo teve o objetivo inicial de realizar tanto a caracterização numérica quanto experimental desse tipo de compósito. No entanto, como o trabalho experimental demandaria mais tempo, ficará recomendado aqui como trabalho futuro.

Outras sugestões de trabalhos futuros são: análise da exatidão de outros modelos micromecânicos numéricos, como modelos que consideram distribuição periódica quadrada ou aleatória de fibras; simulação das propriedades mecânicas de laminados de compósitos com diferentes orientações de fibra; e verificação do efeito do tratamento das fibras nas propriedades mecânicas do compósito.

REFERÊNCIAS

- ASHIK, K. P.; SHARMA, R. S. **A Review on Mechanical Properties of Natural Fiber Reinforced Hybrid Polymer Composites**. Journal of Minerals and Materials Characterization and Engineering, n. 3, p. 420-426, 2015. DOI: <http://dx.doi.org/10.4236/jmmce.2015.35044>.
- ASKELAND, D. R.; WRIGHT, W. J. **Ciência e engenharia dos materiais**. São Paulo: Cengage Learning, 2014.
- BARBERO, E. J. **Computer aided design environment for composites**. 2011. Disponível em: <http://www.cadec-online.com>. Acesso em: 20 set. 2018.
- BARBERO, Ever J. **Finite element analysis of composite materials using Abaqus**. Boca Raton, EUA: CRC Press, 2013.
- BARBERO, Ever J. **Introduction to composite materials design**. 3. ed. Boca Raton, EUA: CRC Press, 2017.
- BIAGIOTTI, J.; PUGLIA, D.; KENNY, J. M. **A Review on Natural Fibre-Based Composites-Part I**. Journal of Natural Fibers, 1:2, p. 37-68. 2008. DOI: http://dx.doi.org/10.1300/J395v01n02_04.
- BROUWER, W. D. **Natural fibre composites**: Where can flax compete with glass? Sampe Journal. 36(6), p. 18-23, 2000.
- CASADO, Luis Pablo Canal. **Experimental and computational micromechanical study of fiber-reinforced polymers**. 2011. 196 p. Tese (Doutorado em Ciência dos Materiais). Departamento de Ciências dos Materiais, Universidad Politécnica de Madrid. Madri, Espanha.
- CHAMIS, C. C. **Mechanics of composite materials: past, present, and future**. J Compos Technol Res ASTM, 11, p. 3–14, 1989.
- DASSAULT SYSTÈMES. **ABAQUS CAE - SIMULIA™ by Dassault Systèmes®**. Disponível em: <https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/abaqus/abaquscae>. Acesso em: 30 ago. 2018.
- DRUGAN, W. J., WILLIS, J. R. **A micromechanics-based nonlocal constitutive equation and estimates of the representative volume element size for elastic composites**. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, n. 44, p. 497–524, 1996.
- FISH, Jacob. **Um primeiro curso em elementos finitos**. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- HALPIN, J. C.; KARDOS, J. L. **The Halpin-Tsai Equations**: A Review. Polymer Engineering and Science, v. 16, n. 5, 1976.
- HUANG, Z.M. **Simulation of the mechanical properties of fibrous composites by the bridging micromechanics model**. Composites: parte A, n. 32, p. 143–172, 2001.
- HUTTON, David V. **Fundamentals of finite element analysis**. New York, EUA: McGraw-Hill, 2004.

JONES, Robert Miller. **Mechanics of composite materials**. 2. ed. New York, EUA: Taylor & Francis Group, 1999.

KENNY, J. M. **Natural fibre composites in the European automotive industry**. In: Proceedings of the Sixth International Conference on Woodfibre-Plastic Composites, Madison, Wisconsin, 9-12, 15/16 mai. 2001.

KLEBA, I.; ZABOLD, J. **Poliuretano com fibras naturais ganha espaço na indústria automotiva**. Revista Plástico Industrial, São Paulo, n. 75, p. 88-99, nov. 2004.

LEVY NETO, F.; PARDINI, L. C. **Compósitos estruturais: ciência e tecnologia**. São Paulo: Edgard Blücher, 2006.

LUCIANO, R.; BARBERO, E. J. **Formulas for the stiffness of composites with periodic microstructure**. I. J. Solids and Structures, 31(21), p. 2933–2944, 1995.

MIRACLE, D. B.; DONALDSON, S. L. **ASM Handbook: Composites**. v. 21. Metals Park, EUA: ASM International, 2001.

MORAES, Ricardo Ferraz. **Estudo da rigidez de laminados poliméricos com fibras sintéticas e naturais por meio de simulação numérica**. 2016. 87 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). Universidade Federal de São João Del-Rei. São João Del-Rei.

OCHOA, O. O.; REDDY, J. N. **Finite element analysis of composite laminates**. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers, 1992.

PEIJS, T. **Composites turn Green**. Proceedings of SICOMP (Swedish Institute of Composites) Conference. Queen Mary & Westfield College, London, UK, 2000.

POTLURI, Rakesh. et al. **Analytical Model Application for Prediction of Mechanical Properties of Natural Fiber Reinforced Composites**. Materials Today: Proceedings, v. 5, n. 2, parte 1, p. 5809-5818, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2017.12.178>.

POTLURI, Rakesh. et al. **Mechanical Properties Characterization of Okra Fiber Based Green Composites & Hybrid Laminates**. Materials Today: Proceedings, v. 4, n. 2, parte A, p. 2893-2902, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2017.02.170>.

PURI, Gautam M. **Python scripts for Abaqus: Learn by example**. [S.l.]: [s.n.], 2011.

ROWELL, R. M. **Economic opportunities in natural fiber-thermoplastic composites**. **Science and Technology of Polymers and Advanced Materials**. Editado por PRASAD, P.N. et al. New York: Plenum Press, p. 869-872, 1998.

ROWELL, R. M. et al. **Utilization of natural fibers in plastic composites: problems and opportunities**. Lignocellulosic-plastics composites. Editado por LEÃO, A. L.; CARVALHO, F. X., FROLLINI, E. São Paulo: Universidade de São Paulo Press, p. 23–51, 1997.

SILVA, Leandro José. **Estudo experimental e numérico das propriedades mecânicas de compósitos poliméricos laminados com fibras vegetais**. 2011. 179 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). Universidade Federal de São João Del-Rei. São João Del-Rei.

SILVA, L. J. et al. **Numerical and Experimental Analyses of Biocomposites Reinforced with Natural fibers**. International Journal of Materials Engineering, 2(4): p. 43-49, 2012.

SILVA, Rosana Vilarim. **Compósito de resina poliuretana derivada de óleo de mamona e fibras vegetais**. 2003. 157 p. Tese (Doutorado em Ciência e Engenharia dos Materiais). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos.

SUN, C. T.; VAIDYA, R. S. **Prediction of composite properties from a representative volume element**. Composites Science and Technology, v. 56, n. 2, p. 171-179, 1996. DOI: [https://doi.org/10.1016/0266-3538\(95\)00141-7](https://doi.org/10.1016/0266-3538(95)00141-7).

TRIAS D. et al. **Random models versus periodic models for fibre reinforced composites**. Computational Materials Science, v. 38, n. 2, p. 316-32, 2006.

WANG, W. et al. **Micromechanical modeling of fiberreinforced composites with statistically equivalent random fiber distribution**. Materials (Basel), n. 9, p. 1–14., 2016. DOI: <http://dx.doi.org/10.3390/ma9080624>.

YOUNES, R. et al. **Comparative Review Study on Elastic Properties Modeling for Unidirectional Composite Materials**. Composites and Their Properties, InTech, , p. 391–408, 2012. DOI: <https://doi.org/10.5772/50362>.

APÊNDICE A – SCRIPT EM PYTHON PARA SIMULAÇÃO NO ABAQUS® DO MODELO 1

```

1  ##### Modelo 1 #####
2
3  from part import *
4  from material import *
5  from section import *
6  from assembly import *
7  from step import *
8  from interaction import *
9  from load import *
10 from mesh import *
11 from job import *
12 from sketch import *
13 from visualization import *
14 from connectorBehavior import *
15 import math
16
17 # Entrada de dados pelo usuario
18 fields = (('Modulo de Young da fibra (GPa):', '29.3'),
19           ('Coeficiente de Poisson da fibra:', '0.30'),
20           ('Modulo de Young da matriz (GPa):', '3.75'),
21           ('Coeficiente de Poisson da matriz:', '0.35'),
22           ('Fracao volumetrica da fibra (%)', '15'))
23 user_inputs = getInputs(fields=fields, label='Especifique os dados:',
24                          dialogTitle='Parametros', )
25
26 E_f=float(user_inputs[0])*1e-3          # Modulo de Young da fibra (TPa)
27 v_f=float(user_inputs[1])              # Coeficiente de Poisson da fibra
28 E_m=float(user_inputs[2])*1e-3          # Modulo de Young da matriz (TPa)
29 v_m=float(user_inputs[3])              # Coeficiente de Poisson da matriz
30 volume_fraction = float(user_inputs[4])/100 # Fracao volumetrica da fibra
31
32 r_f = 90                               # Raio da fibra (microns)
33
34 # Dimensoes do modelo
35 a2=r_f*math.sqrt(math.pi/(2*math.sqrt(3)*volume_fraction))
36 a3=a2*math.sqrt(3)
37 al=a2/4
38
39 # Geracao da geometria do modelo
40 ## Extrusao do retangulo
41 mdb.models['Model-1'].ConstrainedSketch(name='__profile__', sheetSize=2.0*a3)
42 mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].rectangle(point1=(0.0, 0.0),
43 point2=(a2, a3))
44 mdb.models['Model-1'].Part(dimensionality=THREE_D, name='Part-1', type=
45 DEFORMABLE_BODY)
46 mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].BaseSolidExtrude(depth=al, sketch=
47 mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'])
48 del mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__']
49
50 ## Criacao dos quartos de circulo
51 mdb.models['Model-1'].ConstrainedSketch(gridSpacing=0.1*a2, name='__profile__',
52 sheetSize=2*a3, transform=
53 mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].MakeSketchTransform(
54 sketchPlane=mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].faces.findAt((0.0, 0.0, al)),
55 sketchPlaneSide=SIDE1,
56 sketchUpEdge=mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].edges.findAt((a2,
57 a3/2, al)), sketchOrientation=RIGHT, origin=(0.0, 0.0, al)))
58 mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].projectReferencesOntoSketch(filter=
59 COPLANAR_EDGES, sketch=mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'])
60 mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].CircleByCenterPerimeter(center=(
61 0.0, 0.0), point1=(0.0, r_f))
62 mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].CircleByCenterPerimeter(center=(
63 a2, a3), point1=(a2+r_f, a3))
64

```

```

65  ## Particao da geometria
66  mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].PartitionCellBySketch(cells=
67      mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].cells.getSequenceFromMask((['#1 '],
68      ), ), sketch=mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'], sketchPlane=
69      mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].faces[4], sketchUpEdge=
70      mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].edges[7])
71  del mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__']
72  mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].PartitionCellBySweepEdge(cells=
73      mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].cells.getSequenceFromMask((['#1 '],
74      ), ), edges=(mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].edges[0], ), sweepPath=
75      mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].edges[14])
76  mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].PartitionCellByExtrudeEdge(cells=
77      mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].cells.getSequenceFromMask((['#1 '],
78      ), ), edges=(mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].edges[14], ), line=
79      mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].edges[19], sense=REVERSE)
80
81  ## Visualizacao do modelo no ambiente de trabalho
82  p = mdb.models['Model-1'].parts['Part-1']
83  session.viewports['Viewport: 1'].setValues(displayedObject=p)
84
85  # Propriedades do material
86  ## Criacao do material da fibra
87  mdb.models['Model-1'].Material(name='Fiber')
88  mdb.models['Model-1'].materials['Fiber'].Elastic(table=((E_f, v_f), ))
89  ## Criacao do material da matriz
90  mdb.models['Model-1'].Material(name='Matrix')
91  mdb.models['Model-1'].materials['Matrix'].Elastic(table=((E_m, v_m), ))
92
93  # Criacao das secoes
94  ## Secao da fibra
95  mdb.models['Model-1'].HomogeneousSolidSection(material='Fiber', name='Fiber',
96      thickness=None)
97
98  ## Secao da matriz
99  mdb.models['Model-1'].HomogeneousSolidSection(material='Matrix', name='Matrix',
100      thickness=None)
101
102  # Atribuicao dos materiais as secoes
103  ## Secao da fibra
104  mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].SectionAssignment(offset=0.0,
105      offsetField='', offsetType=MIDDLE_SURFACE, region=Region(
106      cells=mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].cells.findAt(((0.0,0.0, a1), ),
107      ((a2,a3, a1), ), )),
108      sectionName='Fiber', thicknessAssignment=FROM_SECTION)
109  ## Secao da matriz
110  mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].SectionAssignment(offset=0.0,
111      offsetField='', offsetType=MIDDLE_SURFACE, region=Region(
112      cells=mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].cells.findAt(((a2,
113      0.0, a1), ), ), ), sectionName='Matrix', thicknessAssignment=
114      FROM_SECTION)
115
116  # Montagem das partes do modelo
117  mdb.models['Model-1'].rootAssembly.DatumCsysByDefault(CARTESIAN)
118  mdb.models['Model-1'].rootAssembly.Instance(dependent=OFF, name='Part-1-1',
119      part=mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'])
120
121  # Criacao dos passos da analise
122  mdb.models['Model-1'].StaticLinearPerturbationStep(name='Column-1', previous=
123      'Initial')
124  mdb.models['Model-1'].StaticLinearPerturbationStep(name='Column-2', previous=
125      'Column-1')
126
127  # Definicao das variaveis de saida do modelo
128  mdb.models['Model-1'].fieldOutputRequests['F-Output-1'].setValues(variables=(
129      'S', 'E', 'U', 'IVOL'))

```

```

130 # Condições de contorno de cada passo
131 ## Coluna 1
132 mdb.models['Model-1'].XsymmBC(createStepName='Column-1', localCsys=None, name=
133     'xsymm-C1', region=Region(
134         faces=mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'].faces.findAt(
135             ((0.0, r_f/2, al/2), ), ((0.0, r_f+(a3-r_f)/2, al/2), ),
136             ((a2, a3-(r_f/2), al/2), ), ((a2, (a3-r_f)/2, al/2), ), )))
137 mdb.models['Model-1'].YsymmBC(createStepName='Column-1', localCsys=None, name=
138     'ysymm-C1', region=Region(
139         faces=mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'].faces.findAt(
140             ((r_f/2, 0.0, al/2), ), ((r_f+(a2-r_f), 0.0, al/2), ),
141             ((a2-(r_f/2), a3, al/2), ), (((a2-r_f)/2, a3, al/2), ), )))
142 mdb.models['Model-1'].ZsymmBC(createStepName='Column-1', localCsys=None, name=
143     'zsymm-C1', region=Region(
144         faces=mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'].faces.findAt(
145             ((a2/2, a3/2, 0.0), ), ((r_f/2, r_f/2, 0.0), ),
146             ((a2-r_f/2, a3-r_f/2, 0.0), ), )))
147 mdb.models['Model-1'].DisplacementBC(amplitude=UNSET, createStepName='Column-1'
148     , distributionType=UNIFORM, fieldName='', fixed=OFF, localCsys=None, name=
149     'disp-C1', region=Region(
150         faces=mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'].faces.findAt(
151             ((a2/2, a3/2, al), ), ((r_f/2, r_f/2, al), ),
152             ((a2-r_f/2, a3-r_f/2, al), ), ),), ul=UNSET, u2=UNSET, u3=al, url=
153     UNSET, ur2=UNSET, ur3=UNSET)
154
155 ## Coluna 2
156 mdb.models['Model-1'].ZsymmBC(createStepName='Column-2', localCsys=None, name=
157     'zsymm-C2', region=Region(
158         faces=mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'].faces.findAt(
159             ((a2/2, a3/2, 0.0), ), ((r_f/2, r_f/2, 0.0), ),
160             ((a2-r_f/2, a3-r_f/2, 0.0), ), ((a2/2, a3/2, al), ),
161             ((r_f/2, r_f/2, al), ), ((a2-r_f/2, a3-r_f/2, al), ), )))
162
163 mdb.models['Model-1'].YsymmBC(createStepName='Column-2', localCsys=None, name=
164     'ysymm-C2', region=Region(
165         faces=mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'].faces.findAt(
166             ((r_f/2, 0.0, al/2), ), ((r_f+(a2-r_f), 0.0, al/2), ),
167             ((a2-(r_f/2), a3, al/2), ), (((a2-r_f)/2, a3, al/2), ), )))
168 mdb.models['Model-1'].XsymmBC(createStepName='Column-2', localCsys=None, name=
169     'xsymm-C2', region=Region(
170         faces=mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'].faces.findAt(
171             ((0.0, r_f/2, al/2), ), ((0.0, r_f+(a3-r_f)/2, al/2), ), )))
172 mdb.models['Model-1'].DisplacementBC(amplitude=UNSET, createStepName='Column-2'
173     , distributionType=UNIFORM, fieldName='', fixed=OFF, localCsys=None, name=
174     'disp-C2', region=Region(
175         faces=mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'].faces.findAt(
176             ((a2, a3-(r_f/2), al/2), ), ((a2, (a3-r_f)/2, al/2), ),
177             ),), ul=a2, u2=UNSET, u3=UNSET, url=UNSET, ur2=UNSET, ur3=UNSET)
178
179 # Geracao da malha
180 mdb.models['Model-1'].rootAssembly.seedPartInstance(deviationFactor=0.1,
181     regions=(mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'], ), size=
182     0.08*a2)
183 mdb.models['Model-1'].rootAssembly.setElementType(elemTypes=(ElemType(
184     elemCode=C3D20R, elemLibrary=STANDARD), ElemType(elemCode=C3D15,
185     elemLibrary=STANDARD), ElemType(elemCode=C3D10, elemLibrary=STANDARD)),
186     regions=(
187         mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'].cells.getSequenceFromMask(
188             ('[#7 ]', ), ), ))
189 mdb.models['Model-1'].rootAssembly.setMeshControls(algorithm=ADVANCING_FRONT,
190     regions=
191         mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'].cells.getSequenceFromMask(
192             ('[#7 ]', ), ), technique=SWEEP)
193 mdb.models['Model-1'].rootAssembly.generateMesh(regions=(
194     mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'], ))

```



```

195 # Visualizacao do modelo no ambiente de trabalho
196 p = mdb.models['Model-1'].parts['Part-1']
197 session.viewports['Viewport: 1'].setValues(displayedObject=p)
198
199 # Criacao do trabalho de analise
200 mdb.Job(atTime=None, contactPrint=OFF, description='', echoPrint=OFF,
201         explicitPrecision=SINGLE, getMemoryFromAnalysis=True, historyPrint=OFF,
202         memory=90, memoryUnits=PERCENTAGE, model='Model-1', modelPrint=OFF,
203         multiprocessingMode=DEFAULT, name='Job-1', nodalOutputPrecision=SINGLE,
204         numCpus=1, numGPUs=0, queue=None, scratch='', type=ANALYSIS,
205         userSubroutine='', waitHours=0, waitMinutes=0)
206
207 # Sumissao do trabalho de analise
208 mdb.jobs['Job-1'].submit(consistencyChecking=OFF)
209
210 # Aguarda o trabalho terminar
211 mdb.jobs['Job-1'].waitForCompletion()
212
213
214 #Codigo abaixo adaptado de E. J. Barbero
215 # Begin the Post-Processing
216 # Open The Output Data Base of the Current Job
217 from visualization import *
218 odb = openOdb(path='Job-1.odb');
219 myAssembly = odb.rootAssembly;
220
221 #Creating a temporary variable to hold the frame repository provides the same functionality and
222 #speeds up the process
223 frameRepository = odb.steps['Column-1'].frames;
224 frameS=[];
225 frameIVOL=[];
226 #Get only the last frame [-1]
227 frameS.insert(0,frameRepository[-1].fieldOutputs['S'].getSubset(position=INTEGRATION_POINT));
228 frameIVOL.insert(0,frameRepository[-1].fieldOutputs['IVOL'].getSubset(position=INTEGRATION_POINT));
229
230 #Total Volume
231 Tot_Vol=0;
232 #Stress Sum
233 Tot_Stress=0;
234 #
235 for II in range(0,len(frameS[-1].values)):
236     Tot_Vol=Tot_Vol+frameIVOL[0].values[II].data;
237     Tot_Stress=Tot_Stress+frameS[0].values[II].data * frameIVOL[0].values[II].data;
238
239 #Calculate Average
240 Avg_Stress = Tot_Stress/Tot_Vol;
241 #print 'Abaqus/Standard Stress Tensor Order:'
242 #From Abaqus Analysis User's Manual - 1.2.2 Conventions - Convention used for stress and strain components
243 #print 'Average stresses Global CSYS: 11-22-33-12-13-23';
244 #print Avg_Stress;
245 C11 = Avg_Stress[2]#z-component,1-direction
246 C21 = Avg_Stress[0]#x-component,2-direction
247 C31 = Avg_Stress[1]#y-component,3-direction
248
249 #Srecover macro--need to make this into a Python function
250 #Creating a temporary variable to hold the frame repository provides the same functionality and speeds up the proces
251 frameRepository = odb.steps['Column-2'].frames;
252 frameS=[];
253 frameIVOL=[];
254 #Get only the last frame [-1]
255 frameS.insert(0,frameRepository[-1].fieldOutputs['S'].getSubset(position=INTEGRATION_POINT));
256 frameIVOL.insert(0,frameRepository[-1].fieldOutputs['IVOL'].getSubset(position=INTEGRATION_POINT));
257
258 #Total Volume
259 Tot_Vol=0;
260 #Stress Sum
261 Tot_Stress=0;
262 #
263 for II in range(0,len(frameS[-1].values)):
264     Tot_Vol=Tot_Vol+frameIVOL[0].values[II].data;

```

```

263 L      Tot_Stress=Tot_Stress+frameS[0].values[II].data * frameIVOL[0].values[II].data;
264
265      #Calculate Average
266      Avg_Stress = Tot_Stress/Tot_Vol;
267      #print 'Abaqus/Standard Stress Tensor Order:'
268      #From Abaqus Analysis User's Manual - 1.2.2 Conventions - Convention used for stress and strain components
269      #print 'Average stresses Global CSYS: 11-22-33-12-13-23';
270      #print Avg_Stress;
271      C12 = Avg_Stress[2]#z-component,1-direction
272      C22 = Avg_Stress[0]#x-component,2-direction
273      C32 = Avg_Stress[1]#y-component,3-direction in Fig. 6.5
274
275      E1=C11-2*C12*C21/(C22+C32)          # Longitudinal E1 modulus
276      nu12=C12/(C22+C32)                  # 12 Poisson coefficient
277      E2=(C11*(C22+C32)-2*C12*C21)*(C22-C32)/(C11*C22-C12*C21)
278      # Transversal E2 modulus
279      nu23=(C11*C32-C12*C21)/(C11*C22-C12*C21) # 23 Poisson coefficient
280      G23=(C22-C32)/2 # or GT=ET/2/(1+nuT)    # 23 Shear stiffness
281
282      #print "If Moduli are entered in TPa and dimensions in microns, results are in TPa"
283      print "E1=",E1*1e3,"GPa"
284      print "E2=",E2*1e3,"GPa"
285      print "nu12=",nu12
286      print "nu23=",nu23
287      print "G23=",G23*1e3,"GPa"
288
289      odb.close()

```

APÊNDICE B – SCRIPT EM PYTHON PARA SIMULAÇÃO NO ABAQUS® DO MODELO 2

```

1  ##### Modelo 2 #####
2
3  from part import *
4  from material import *
5  from section import *
6  from assembly import *
7  from step import *
8  from interaction import *
9  from load import *
10 from mesh import *
11 from job import *
12 from sketch import *
13 from visualization import *
14 from connectorBehavior import *
15 import math
16
17 # Entrada de dados pelo usuario
18 fields = (('Modulo de Young da fibra (GPa):', '29.3'),
19           ('Coeficiente de Poisson da fibra:', '0.30'),
20           ('Modulo de Young da matriz (GPa):', '3.75'),
21           ('Coeficiente de Poisson da matriz:', '0.35'),
22           ('Fracao volumetrica da fibra (%)', '15'))
23 user_inputs = getInputs(fields=fields, label='Especifique os dados:',
24                          dialogTitle='Parametros', )
25
26 E_f=float(user_inputs[0])*1e-3          # Modulo de Young da fibra (TPa)
27 v_f=float(user_inputs[1])              # Coeficiente de Poisson da fibra
28 E_m=float(user_inputs[2])*1e-3          # Modulo de Young da matriz (TPa)
29 v_m=float(user_inputs[3])              # Coeficiente de Poisson da matriz
30 volume_fraction = float(user_inputs[4])/100 # Fracao volumetrica da fibra
31
32 r_f = 90                               # Raio da fibra (microns)
33
34 # Dimensoes do modelo
35 a2=r_f*math.sqrt(math.pi/(2*math.sqrt(3)*volume_fraction))
36 a3=a2*math.sqrt(3)
37 a1=a2/4
38
39 # Geracao da geometria do modelo
40 ## Extrusao do retangulo
41 mdb.models['Model-1'].ConstrainedSketch(name='__profile__', sheetSize=2.0*a3)
42 mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].rectangle(point1=(-a2, -a3)
43 , point2=(a2, a3))
44 mdb.models['Model-1'].Part(dimensionality=THREE_D, name='Part-1', type=
45 DEFORMABLE_BODY)
46 mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].BaseSolidExtrude(depth=2.0*a1, sketch=
47 mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'])
48 del mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__']
49
50 ## Criacao dos quartos de circulo e do circulo central
51 mdb.models['Model-1'].ConstrainedSketch(gridSpacing=44.55, name='__profile__',
52 sheetSize=2*a3, transform=
53 mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].MakeSketchTransform(
54 sketchPlane=mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].faces.findAt((0.0, 0.0, 2*a1), ),
55 sketchPlaneSide=SIDE1,
56 sketchUpEdge=mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].edges.findAt((a2,
57 a3/2, 2*a1), ), sketchOrientation=RIGHT, origin=(0.0, 0.0, 2*a1)))
58 mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].projectReferencesOntoSketch(filter=
59 COPLANAR_EDGES, sketch=mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'])
60 mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].CircleByCenterPerimeter(center=(
61 0.0, 0.0), point1=(0.0, r_f))
62 mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].CircleByCenterPerimeter(center=(
63 -a2, -a3), point1=(-a2+r_f, -a3))
64 mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].CircleByCenterPerimeter(center=(
65 a2, -a3), point1=(a2-r_f, -a3))
66 mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].CircleByCenterPerimeter(center=(
67 a2, a3), point1=(a2-r_f, a3))

```

```

68 mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].CircleByCenterPerimeter(center=(
69     -a2, a3), point1=(-a2+r_f, a3))
70
71 ## Particao da geometria
72 mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].PartitionCellBySketch(cells=
73     mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].cells.getSequenceFromMask(['#1'],
74     ), ), sketch=mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'], sketchPlane=
75     mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].faces[4], sketchUpEdge=
76     mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].edges[7])
77 del mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__']
78 mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].PartitionCellByExtrudeEdge(cells=
79     mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].cells.getSequenceFromMask(['#1'],
80     ), ), edges=(mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].edges[7], ), line=
81     mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].edges[20], sense=REVERSE)
82 mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].PartitionCellByExtrudeEdge(cells=
83     mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].cells.getSequenceFromMask(['#2'],
84     ), ), edges=(mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].edges[19], ), line=
85     mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].edges[13], sense=REVERSE)
86 mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].PartitionCellByExtrudeEdge(cells=
87     mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].cells.getSequenceFromMask(['#4'],
88     ), ), edges=(mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].edges[24], ), line=
89     mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].edges[5], sense=REVERSE)
90 mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].PartitionCellByExtrudeEdge(cells=
91     mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].cells.getSequenceFromMask(['#8'],
92     ), ), edges=(mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].edges[33], ), line=
93     mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].edges[20], sense=REVERSE)
94 mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].PartitionCellByExtrudeEdge(cells=
95     mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].cells.getSequenceFromMask(['#10'],
96     ), ), edges=(mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].edges[39], ), line=
97     mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].edges[27], sense=REVERSE)
98
99 ## Visualizacao do modelo no ambiente de trabalho
100 p = mdb.models['Model-1'].parts['Part-1']
101 session.viewports['Viewport: 1'].setValues(displayedObject=p)
102
103 # Propriedades do material
104 ## Criacao do material da fibra
105 mdb.models['Model-1'].Material(name='Fiber')
106 mdb.models['Model-1'].materials['Fiber'].Elastic(table=((E_f, v_f), ))
107 ## Criacao do material da matriz
108 mdb.models['Model-1'].Material(name='Matrix')
109 mdb.models['Model-1'].materials['Matrix'].Elastic(table=((E_m, v_m), ))
110
111 # Criacao das secoes
112 ## Secao da matriz
113 mdb.models['Model-1'].HomogeneousSolidSection(material='Fiber', name='Fiber',
114     thickness=None)
115 ## Secao da fibra
116 mdb.models['Model-1'].HomogeneousSolidSection(material='Matrix', name='Matrix',
117     thickness=None)
118
119 # Atribuicao dos materiais as secoes
120 ## Secao da matriz
121 mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].SectionAssignment(offset=0.0,
122     offsetField='', offsetType=MIDDLE_SURFACE, region=Region(
123     cells=mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].cells.findAt(((a2,
124     0.0, a1), ), ), ), sectionName='Matrix', thicknessAssignment=
125     FROM_SECTION)
126 # Secao da fibra
127 mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].SectionAssignment(offset=0.0,
128     offsetField='', offsetType=MIDDLE_SURFACE, region=Region(
129     cells=mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'].cells.findAt(((0.0,0.0, a1), ),
130     ((a2,a3, a1), ), ((a2,-a3, a1), ), ((-a2,-a3, a1), ), ((-a2,a3, a1), ), ), ),
131     sectionName='Fiber', thicknessAssignment=FROM_SECTION)
132
133 # Montagem das partes do modelo
134 mdb.models['Model-1'].rootAssembly.DatumCsysByDefault(CARTESIAN)
135 mdb.models['Model-1'].rootAssembly.Instance(dependent=OFF, name='Part-1-1',

```

```

136     part=mdb.models['Model-1'].parts['Part-1'])
137
138     # Criacao do passo da analise
139     mdb.models['Model-1'].StaticLinearPerturbationStep(name='Step-Gamma13',
140     previous='Initial')
141
142     # Definicao das variaveis de saida do modelo
143     mdb.models['Model-1'].fieldOutputRequests['F-Output-1'].setValues(variables=(
144     'S', 'E', 'U', 'IVOL'))
145
146     # Condicoes de contorno
147     mdb.models['Model-1'].DisplacementBC(amplitude=UNSET, createStepName=
148     'Step-Gamma13', distributionType=UNIFORM, fieldName='', fixed=OFF,
149     localCsys=None, name='ysupp', region=Region(
150     faces=mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'].faces.findAt(
151     ((0, -a3, a1), ), ((-a2+r_f/2, -a3, a1), ), ((a2-r_f/2, -a3, a1), ), ), ),
152     u1=UNSET, u2=0.0, u3=0.0, url=UNSET,
153     ur2=UNSET, ur3=UNSET)
154     mdb.models['Model-1'].DisplacementBC(amplitude=UNSET, createStepName=
155     'Step-Gamma13', distributionType=UNIFORM, fieldName='', fixed=OFF,
156     localCsys=None, name='ydisp', region=Region(
157     faces=mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'].faces.findAt(
158     ((0, a3, a1), ), ((-a2+r_f/2, a3, a1), ), ((a2-r_f/2, a3, a1), ), ), ), u1=UNSET, u2=0.0, u3=2.0*a3, url=UNSET,
159     ur2=UNSET, ur3=UNSET)
160     mdb.models['Model-1'].XsymmBC(createStepName='Step-Gamma13', localCsys=None,
161     name='xsymm', region=Region(
162     faces=mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'].faces.findAt(
163     ((a2, a3-r_f/2, a1), ), ((a2, -a3+r_f/2, a1), ), ((
164     a2, 0, a1), ), ((-a2, a3-r_f/2, a1), ), ((-a2, -a3+r_f/2, a1), ),
165     ((-a2, 0, a1), ), )))
166
167     # Criacao da restricao
168     mdb.models['Model-1'].Tie(adjust=OFF, master=Region(
169     sidelfaces=mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'].faces.getSequenceFromMask(
170
171     sidelfaces=mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'].faces.getSequenceFromMask(
172     mask=('[#87c0000 ]', ), ), ), name='Constraint-1', positionTolerance=2*a1,
173     positionToleranceMethod=SPECIFIED, slave=Region(
174     sidelfaces=mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'].faces.getSequenceFromMask(
175     mask=('[#1000a122 ]', ), ), ), thickness=ON, tieRotations=OFF)
176
177     # Geracao da malha
178     mdb.models['Model-1'].rootAssembly.setMeshControls(regions=
179     mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'].cells.findAt(((
180     0.0,0.0, 2*a1), ), ((a2,a3, 2*a1), ), ((a2,-a3, 2*a1), ), ((-a2,-a3, 2*a1), ),
181     ((-a2,a3, 2*a1), ), ((a2, 0.0, 2*a1), ), ), technique=SWEET)
182     mdb.models['Model-1'].rootAssembly.seedPartInstance(deviationFactor=0.1,
183     minSizeFactor=0.1, regions=(
184     mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'], ), size=0.16*a2)
185     mdb.models['Model-1'].rootAssembly.setElementType(elemTypes=(ElemType(
186     elemCode=C3D20R, elemLibrary=STANDARD), ElemType(elemCode=C3D15,
187     elemLibrary=STANDARD), ElemType(elemCode=C3D10, elemLibrary=STANDARD)),
188     regions=(
189     mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'].cells.findAt(((
190     0.0,0.0, 2*a1), ), ((a2,a3, 2*a1), ), ((a2,-a3, 2*a1), ), ((-a2,-a3, 2*a1), ),
191     ((-a2,a3, 2*a1), ), ((a2, 0.0, 2*a1), ), ), ))
192     mdb.models['Model-1'].rootAssembly.generateMesh(regions=(
193     mdb.models['Model-1'].rootAssembly.instances['Part-1-1'], ))
194
195     # Criacao do trabalho de analise
196     mdb.Job(atTime=None, contactPrint=OFF, description='', echoPrint=OFF,
197     explicitPrecision=SINGLE, getMemoryFromAnalysis=True, historyPrint=OFF,
198     memory=90, memoryUnits=PERCENTAGE, model='Model-1', modelPrint=OFF,
199     multiprocessingMode=DEFAULT, name='Job-1', nodalOutputPrecision=SINGLE,
200     numCpus=1, numGPUs=0, queue=None, scratch='', type=ANALYSIS,
201     userSubroutine='', waitHours=0, waitMinutes=0)
202
203     # Sumissao do trabalho de analise
204     mdb.jobs['Job-1'].submit(consistencyChecking=OFF)

```



```

204
205 # Aguarda o trabalho terminar
206 mdb.jobs['Job-1'].waitForCompletion()
207
208 #Codigo abaixo adaptado de E. J. Barbero
209 # Begin the Post-Processing
210 # Open The Output Data Base of the Current Job
211 odb = openOdb(path='Job-1.odb');
212 myAssembly = odb.rootAssembly;
213
214 # Creating a temporary variable to hold the frame repository
215 # provides the same functionality and speeds up the process
216 frameRepository = odb.steps['Step-Gammal3'].frames;
217 frameE=[];
218 frameS=[];
219 frameIVOL=[];
220
221 # Get only the last frame [-1]
222 frameE.insert(0,frameRepository[-1].fieldOutputs['E'].getSubset(position=INTEGRATION_POINT));
223 frameS.insert(0,frameRepository[-1].fieldOutputs['S'].getSubset(position=INTEGRATION_POINT));
224 frameIVOL.insert(0,frameRepository[-1].fieldOutputs['IVOL'].getSubset(position=INTEGRATION_POINT));
225
226 # Total Volume, Strain, Stress
227 Tot_Vol=0;
228 Tot_Strain=0;
229 Tot_Stress=0;
230
231 for II in range(0,len(frameS[-1].values)):
232     Tot_Vol=Tot_Vol+frameIVOL[0].values[II].data;
233     Tot_Strain=Tot_Strain+frameE[0].values[II].data * frameIVOL[0].values[II].data;
234     Tot_Stress=Tot_Stress+frameS[0].values[II].data * frameIVOL[0].values[II].data;
235
236 # Calculate Average
237 Avg_Strain=Tot_Strain/Tot_Vol;
238 Avg_Stress=Tot_Stress/Tot_Vol;
239
240 print 'Abaqus/Standard Stress Tensor Order:'
241 # From Abaqus Analysis User's Manual - 1.2.2 Conventions
242 # Convention used for stress and strain components
243 # print ' 11-22-33-12-13-23';
244 # print Avg_Strain;
245 # print Avg_Stress;
246 print 'G12=',Avg_Stress[-1]*1e3,"GPa"
247
248 odb.close()

```