



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

JOSÉ CÍCERO ARAUJO DOS SANTOS

**COMPORTAMENTO REOLÓGICO DE VIGAS
PROTENDIDAS BI APOIADAS COM CONTINUIDADE
POSTERIOR**

**RECIFE
2017**

JOSÉ CÍCERO ARAUJO DOS SANTOS

**COMPORTAMENTO REOLÓGICO DE VIGAS PROTENDIDAS BIAPOIADAS COM
CONTINUIDADE POSTERIOR**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao curso de graduação do departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Área de concentração: Estruturas

Professor orientador: Dr. ÉZIO DA ROCHA ARAÚJO

RECIFE

2017

Catálogo na fonte
Bibliotecária Rosineide Mesquita Gonçalves Luz, CRB-4 / 1361

A237c Santos, José Cícero Araujo dos.
Comportamento reológico de vigas protendidas bi apoiadas com Continuidade posterior / José Cícero Araujo dos Santos - 2017.
59f ; il. ;fig.

Orientador: Prof. Dr. Ézio da Rocha Araújo.
Monografia – Universidade Federal de Pernambuco, Campus Recife, Centro de Tecnologia e Geociências - Departamento de Engenharia Civil, 2017.
Inclui referências.

1. Engenharia Civil. 2. Estruturas. 3. Análise estrutural. 4. Programa estrutural.
I. Araújo, Ézio da Rocha (Orientador). II. Título.

624 CDD (2. ed.)

UFPECTG-2017-240



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL
A comissão examinadora do Trabalho de Conclusão de Curso

**COMPORTAMENTO REOLÓGICO DE VIGAS
PROTENDIDAS BI APOIADAS COM CONTINUIDADE
POSTERIOR**

defendida por

José Cícero Araujo dos Santos

Considera o candidato APROVADO

Recife, 17 de julho de 2017

Prof. Ézio da Rocha Araújo, D.Sc. – UFPE
(orientador)

Prof. Liliane Allan Fonseca , D.Sc. – UFPE

Eng. Maurício Fernando Pinho, M.Sc. – UFPE

AGRADECIMENTOS

À minha família, pelo apoio, paciência e incentivo.

Aos professores da Escola de Engenharia da UFPE, em especial ao Prof. Ézio da Rocha Araújo pelo grande apoio nos períodos finais do curso de graduação, e ao professor Paulo de Araújo Régis, pelos valiosos conhecimentos transmitidos na disciplina de pontes.

Aos meus amigos, pelo companheirismo e aprendizado durante todos esses anos de graduação.

RESUMO

As plataformas de pontes contínuas construídas com vigas pré-fabricadas estão sujeitas a significativas mudanças de tensão causadas pelas deformações diferidas do concreto devidas à fluência e a retração. Esses efeitos devem ser considerados no projeto das estruturas, especialmente naquelas em que é feita a continuidade posterior.

Este trabalho tem como objetivo a análise da evolução temporal dos momentos hiperestáticos nos nós de continuidade de vigas com continuidade posterior. A avaliação dessas propriedades considerou o método construtivo e a idade de aplicação da continuidade, para isso foram utilizadas as propriedades da Ponte sobre o Rio Sal. Os cálculos de retração e fluência foram feitos utilizando os modelos da NBR 6118/2014 e o da ACI 209R-92. Para o cálculo dos momentos hiperestáticos foi utilizado o método da PCA.

Palavras-Chave: Pontes. Pontes integrais. Fluência. Retração. Continuidade posterior.

ABSTRACT

Continuous bridge platforms constructed with prefabricated beams are subject to significant stress changes caused by deformable concrete deformations due to creep and shrinkage. These effects should be considered in the design of the structures, especially those in which continuity is made later.

This work has as objective the analysis of the temporal evolution of the restriction moments in the nodes of continuity of beams with posterior continuity. The evaluation of these properties considered the construction method and the age of application of the continuity, for this the properties of the Bridge over the Rio Sal were used. The calculations of retraction and creep were made using the models of NBR 6118/2014 and the one of ACI 209R -92. The PCA method was used to calculate the restriction moments.

Keywords: Bridges. Integral bridges. Creep. Shrinkage. Posterior continuity.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Capítulo 2

Figura 2.1 - Efeito temporal das tensões nas deformações (Adaptado de Ghali et al. 2002).

Figura 2.2 - Princípio da superposição da fluência (Adaptado de Gilbert, 1998).

Capítulo 3

Figura 3.1 - Evolução temporal no coeficiente de fluência do elemento de referência.

Figura 3.2 - Efeito do tipo de cimento na fluência.

Figura 3.3 - Efeito do abatimento na fluência.

Figura 3.4 - Efeito do teor de agregados finos na fluência.

Figura 3.5 - Efeito do teor de ar incorporado na fluência.

Figura 3.6 - Efeito da temperatura média ambiente na fluência.

Figura 3.7 - Efeito da umidade relativa na fluência.

Figura 3.8 - Efeito da idade do concreto no instante do carregamento na fluência.

Figura 3.9 - Efeito da relação área/perímetro (NBR) ou volume/superfície (ACI) na fluência.

Figura 3.10 - Evolução temporal na retração do elemento de referência.

Figura 3.11 - Efeito do tipo de cimento na retração.

Figure 3.12 - Efeito do abatimento na retração.

Figura 3.13 - Efeito da relação área/perímetro, NBR, ou volume/superfície, ACI, na retração.

Figura 3.14: Efeito da temperatura média ambiente na retração.

Figura 3.15: Influência do tipo de cura na retração.

Figura 3.16 - Efeito do teor de agregados finos na retração.

Figura 3.17 - Influência do teor de ar incorporado na retração.

Capítulo 4

Figura 4.1 - Vigas pré-moldadas sendo posicionadas por treliça lançadeira.

Figura 4.2 - Viga com armadura para continuidade posterior (PINHO, 2011).

Figura 4.3 - Deformação livre devida a fluência.

Figura 4.4 - Momentos hiperestáticos, no nó de continuidade, causados pela fluência.

Figura 4.5 - Deformação livre devida a retração diferencial.

Figura 4.6 - Momentos hiperestáticos, no nó de continuidade, causados pela retração.

Capítulo 5

Figura 5.1 - Modelo longitudinal da ponte do Rio Sal.

Figura 5.2 - Seção transversal da ponte.

Figura 5.3 - Seção transversal da viga antes e depois da pega do concreto do tabuleiro.

Figura 5.4 - Traçado dos cabos de protensão.

Capítulo 6

Figura 6.1 - Evolução da retração diferencial, segundo os modelos da NBR e da ACI.

Figura 6.2 Seção transversal para cálculo do centroide.

Figura 6.3 - Momento básico de retração.

Figura 6.4 - Propriedades geométricas da protensão.

Figura 6.5 - Evolução temporal do multiplicador do momento elástico da protensão.

Figura 6.6 - Evolução temporal do momento hiperestático de fluência da protensão.

Figura 6.7 - Esquema de cálculo do momento elástico do carregamento permanente.

Figura 6.8 - Evolução temporal do multiplicador do momento elástico da carga permanente.

Figura 6.9 - Evolução temporal do momento hiperestático do carregamento permanente.

Figura 6.10 - Evolução temporal do momento hiperestático total com a laje concretada antes da continuidade.

Figura 6.11 - Evolução temporal do momento hiperestático total com a laje concretada depois da continuidade.

Figura 6.12 - Efeito do tempo de aplicação da continuidade nos momentos nos nós

LISTA DE TABELAS

Capítulo 3

Tabela 3.1 - Parâmetros utilizados pelos modelos em análise para o cálculo da fluência.

Tabela 3.2 - Propriedades do elemento de referência para a fluência.

Tabela 3.3 - Parâmetros utilizados pelos modelos para o cálculo da retração.

Tabela 3.4 - Valores dos parâmetros do elemento de referência para a retração.

Capítulo 6

Tabela 6.1 - Valores para cálculo do momento básico de retração.

Tabela 6.2 - Parâmetros do momento elástico de protensão para cada cabo.

Tabela 6.3 - Valor do coeficiente de fluência da viga para $t=40$ dias.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
1.1 JUSTIFICATIVA E MOTIVAÇÃO	13
1.2 OBJETIVOS	14
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO	14
2 CONCEITOS BÁSICOS SOBRE DEFORMAÇÕES NO CONCRETO	15
2.1 FLUÊNCIA	16
2.1.1 Superposição da fluência	16
2.2 RETRAÇÃO	17
3 FATORES QUE INFLUENCIAM A RETRAÇÃO E A FLUÊNCIA	18
3.1 FLUÊNCIA	18
3.1.1 Tipo de cimento	19
3.1.2 Abatimento	20
3.1.3 Teor de agregados finos	20
3.1.4 Teor de ar incorporado	21
3.1.5 Temperatura média ambiente	22
3.1.6 Umidade relativa	22
3.1.7 Idade do concreto no instante do carregamento	23
3.1.8 Geometria (Relação área/perímetro, NBR, e volume/superfície, ACI)	24
3.2 RETRAÇÃO	25
3.2.1 Tipo de Cimento	26
3.2.2 Abatimento	27
3.2.3 Relação área/perímetro, NBR, ou volume/superfície, ACI	27
3.2.4 Temperatura média ambiente	28
3.2.5 Tipo de cura	29
3.2.6 Teor de agregados finos	29
3.2.7 Teor de ar incorporado	30
4 CONTINUIDADE POSTERIOR	30
4.1 VIGAS PRÉ-MOLDADAS BI APOIADAS	31
4.2 VIGAS PRÉ-MOLDADAS COM CONTINUIDADE POSTERIOR	31
4.3 APLICAÇÃO DA CONTINUIDADE	32
4.3.1 Efeito da fluência nas vigas com continuidade posterior	33

4.3.2 Efeitos da retração nas vigas com continuidade posterior	34
5 DADOS DO PROJETO DA PONTE DO RIO SAL	34
5.1 DESCRIÇÃO GERAL	34
5.2 CLASSE DA PONTE	34
5.3 ESPECIFICAÇÕES DE PROJETO	35
5.4 FUNDAÇÕES	35
5.5 APOIOS E JUNTAS	35
5.6 TRAVES	35
5.7 ENCONTROS	36
5.8 PROTENSÃO	36
5.9 MATERIAIS	37
5.10 MODELO LONGITUDINAL	37
5.11 SEÇÃO TRANSVERSAL	37
5.12 SEÇÃO DAS VIGAS	38
5.13 CABLAGEM	38
6 CÁLCULO DOS MOMENTOS HIPERESTÁTICOS	38
6.1 MOMENTO BÁSICO DE RETRAÇÃO	40
6.1.1 Retração diferencial	41
6.1.2 Módulo de elasticidade da laje:	41
6.1.3 Área da seção transversal da laje	41
6.1.4 Distância do centroide da seção composta ao topo da viga	41
6.1.5 Espessura do tabuleiro	41
6.1.6 Cálculo do momento básico de retração	42
6.2 MOMENTO HIPERESTÁTICO DEVIDO À FLUÊNCIA DA PROTENSÃO	42
6.2.1 Momento elástico da protensão	42
6.2.2 Multiplicador dependente do tempo correspondente à protensão	43
6.2.3 Cálculo do momento hiperestático devido à fluência da protensão	44
6.3 MOMENTO HIPERESTÁTICO DEVIDO À FLUÊNCIA DA CARGA PERMANENTE	45
6.3.1 Carregamento permanente	45
6.3.2 Momento elástico da carga permanente	45
6.3.3 Multiplicador dependente do tempo correspondente ao peso próprio	46
6.4 MOMENTO DEVIDO À CARGA MÓVEL COM IMPACTO	47
6.5 MOMENTO FINAL DEVIDO À RESTRIÇÃO DAS DEFORMAÇÕES	48
6.5.1 Laje concretada antes da aplicação da continuidade	48

6.5.2 Lage concretada após a aplicação da continuidade.....	49
6.6 INFLUÊNCIA DO TEMPO DA CONTINUIDADE NO MOMENTO HIPERESTÁTICO TOTAL.....	50
7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	50
7.1 CONCLUSÕES.....	50
7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	51
REFERÊNCIAS	52
APÊNDICE A: PROGRAMA PARA A FLUÊNCIA E A RETRAÇÃO.....	53

1 INTRODUÇÃO

As vigas que sejam também pré-moldadas ou pré-fabricadas, normalmente, são bi apoiadas. A ausência de escoramento pode ser uma vantagem construtiva. Quando as mesmas estão dispostas em uma sucessão de apoios consecutivos, pode-se obter menores alturas de seção transversal ao se tornar a viga continua sobre seus apoios, em algum instante posterior ao seu lançamento. Essas vigas com continuidade posterior serão mais leves, mais econômicas e esteticamente mais agradáveis. Além disso, em se tratando de pontes e viadutos, essa redução de altura reduzirá, também, o tamanho e o custo dos acessos.

A continuidade elimina a necessidade de juntas de construção, cuja manutenção é notadamente dispendiosa. A redução da quantidade de juntas em uma obra, ou até mesmo sua completa eliminação, deve, portanto, ser um dos alvos do bom projeto. Sua eliminação, inclusive nos encontros, dá origem às modernas pontes integrais.

Entretanto, há ainda diversos problemas a serem resolvidos na construção de estruturas integrais. Um desses problemas reside no fato de que as deformações, e, por consequência, as flechas, aumentam com o tempo. Consequentemente, os esforços solicitantes internos se redistribuem, tornando-se necessário estabelecer condições para as quais o aumento das flechas e a redistribuição de momentos se estabilizam, e para quais valores convergem. Há assim dois problemas, um de estados limites de utilização (flechas e rotações) e outro de estados limites de ruptura (esforços seccionais).

As principais causas dos efeitos diferidos no tempo são a fluência e a retração do concreto. Na literatura, há diversas teorias para análise de fluência e retração do concreto. As principais normas internacionais possuem seus critérios próprios, que podem diferir entre si, dando origem a diferentes previsões do comportamento diferido das obras de concreto.

1.1 JUSTIFICATIVA E MOTIVAÇÃO

A estimativa de flechas, rotações e esforços internos que variam ao longo do tempo devido à fluência e à retração do concreto é um problema antigo e ainda muito discutido na literatura. Tem-se conhecimento, através de medidas em obras pelo mundo, de que os métodos preconizados hoje pelas normas internacionais podem ser imprecisos e até inseguros. Além disso, as normas, em geral, não preconizam métodos para o cálculo da redistribuição de esforços. A brasileira entre elas.

A determinação do efeito da umidade, do tempo e da proporção da carga inicial, parece ser de grande incerteza nos cálculos dos efeitos diferidos.

Notadamente, em se tratando de vigas com continuidade posterior, uma das principais dificuldades está na estimativa dos efeitos diferidos provocados pela adoção da continuidade, tanto em armaduras passivas quanto em ativas. Como consequência, há dúvidas sobre a época ideal, em que extensão e em qual intensidade esta deve ser dada. Há sobretudo, ainda, um problema de divulgação: no Brasil, contrariamente aos países como os Estados Unidos e os Europeus, a continuidade posterior de vigas raramente é utilizada.

Isso é paradoxal, uma vez que nosso país é um país pobre onde a manutenção de pontes, viadutos e edificações é muito encarecida pelo excesso de juntas de construção. Estima-se que a grande maioria, senão todas as pontes e viadutos de Pernambuco estejam precisando de manutenção.

Juntas deficientes deterioram rapidamente os veículos circulantes e causam considerável desconforto aos passageiros.

1.2 OBJETIVOS

Comparar criticamente os métodos de estimativa da retração e da fluência analisando quantitativamente a influência de cada parâmetro que altera seus valores.

Analisar os efeitos da continuidade posterior nos esforços atuantes nas vigas, obtendo a variação temporal dos momentos hiperestáticos nos nós de aplicação da continuidade.

Verificar a influência da idade em que é feita a continuidade nos momentos atuantes nos nós de continuidade

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho foi dividido em sete capítulos e um Apêndice, sendo que neste primeiro capítulo é apresentada a introdução ao assunto, a justificativa dessa dissertação e os objetivos propostos.

No Capítulo 2 são apresentados os conceitos básicos sobre as deformações no concreto, os mecanismos e tipos de fluência e retração.

No Capítulo 3 os fatores que influenciam a retração e a fluência são apresentados e seus efeitos são individualmente analisados com o auxílio de um elemento de referência, que tem suas propriedades modificadas para a verificação de seu efeito.

No Capítulo 4 são abordados os conceitos relativos à continuidade posterior, as implicações da adoção desse sistema estrutural e as alternativas de execução.

No Capítulo 5 são mostrados os dados de projeto da ponte do Rio Sal, que serão utilizados no cálculo dos momentos hiperestáticos nos nós de continuidade.

No Capítulo 6 é mostrado o procedimento de cálculo dos momentos hiperestáticos nos nós de continuidade e são apresentados seus valores ao longo do tempo, é também mostrado o efeito do tempo de aplicação da continuidade na evolução temporal desses momentos.

No Capítulo 7 são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

Por fim, no Apendice A, é apresentada a rotina de cálculo, em MathCad, da fluência e retração, segundo os modelos da NBR 6118/2014 e da ACI 209R-2.

2 CONCEITOS BÁSICOS SOBRE DEFORMAÇÕES NO CONCRETO

A resposta de um elemento de concreto submetido a um carregamento possui duas parcelas, uma imediata e uma diferida. Ambas devem estar de acordo com as prescrições normativas de deformações, tensões e fissuração.

Em relação aos efeitos diferidos, uma vez que o elemento esteja submetido a um carregamento, a resposta em função do tempo se dará por uma deformação gradual, sendo causada pela fluência e retração do concreto, a relação entre tensões e deformações no tempo é mostrada na Figura 2.1. Onde se observa que no instante “ t_0 ”, em que é aplicado o carregamento, ocorre a deformação imediata, que gradativamente é incrementada pela diferida.

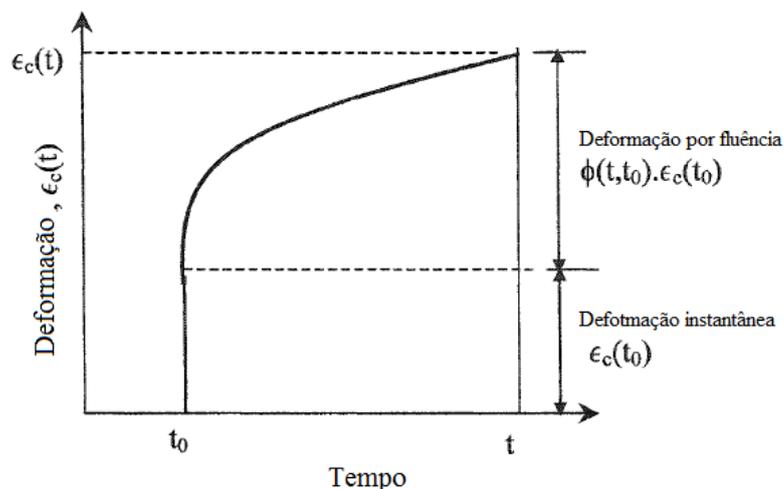


Figura 2.1 - Efeito temporal das tensões nas deformações (Adaptado de Ghali et al. 2002).

A deformação por fluência depende das tensões no concreto, enquanto que aquela por retração é independente das mesmas, essas deformações causam aumento nas flechas e curvaturas, além de perdas de protensão e redistribuição dos esforços internos.

2.1 FLUÊNCIA

A fluência é o aumento gradual da deformação de um elemento de concreto quando este é submetido a um estado de tensões constante ao longo do tempo. Sua taxa de crescimento é alta nos períodos imediatamente posteriores à aplicação do carregamento e diminui até a estabilização.

Para expressar seus efeitos utiliza-se o conceito de “coeficiente de fluência”, que é definido como a relação entre a deformação por fluência e a imediata, causada pela tensão aplicada.

A fluência é um complexo mecanismo de deformação que ainda não é entendido completamente, entre suas inúmeras causas podemos destacar:

- A tensão de confinamento provocada pela carga aplicada faz com que parte da água presente no concreto seja expulsa pelos seus poros;
- A carga imposta à peça de concreto é transferida gradualmente da pasta de cimento para o agregado, à medida que o agregado é carregado, se deforma elasticamente.

Diversos fatores, que serão apresentados mais adiante, influenciam tanto na magnitude, quanto na taxa de desenvolvimento desse fenômeno, seja amplificando ou atenuando efeitos.

2.1.1 Superposição da fluência

Uma vez que uma tensão linear, em condições de serviço, é aplicada em um elemento, o princípio da superposição pode ser usado para estimar as deformações causadas por um histórico de tensões que variam no tempo. Para aumentar o histórico de tensões, pode ser usado o princípio da superposição, que concorda bem com as observações experimentais (GILBERT, 1988). A curva de fluência produzida pelo incremento do histórico de tensões é suposta igual à soma das curvas de fluência produzidas por incremento de tensão agindo independentemente, esse princípio é ilustrado na Figura 2.2.

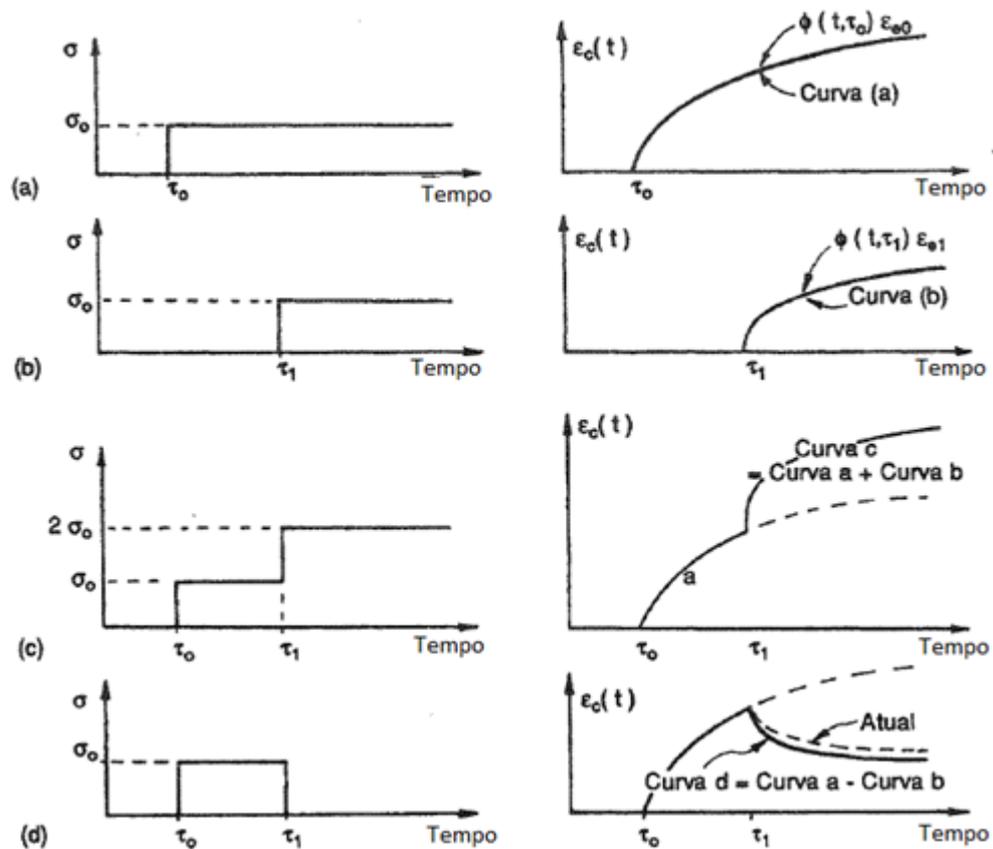


Figura 2.2 - Princípio da superposição da fluência (Adaptado de Gilbert, 1998).

2.2 RETRAÇÃO

A retração é definida como a diminuição do volume de um elemento de concreto ao longo do tempo sem a ação de um carregamento e à temperatura constante (RÜSCH; JUNGWIRTH; HILSDORF, 1983). Essa redução de volume está associada a processos físico-químicos relacionados com a variação de umidade interna ou externa. Tal redução resultará em maiores tensões de tração no elemento de concreto caso haja restrição interna ou externa a esta deformação. A mesma é composta pelos seguintes componentes:

- Retração plástica: Contração devida à evaporação da água quando o concreto se encontra ainda em seu estado plástico. A sua intensidade é influenciada pela temperatura, umidade e velocidade do vento;
- Retração autógena: Resulta da diminuição de volume durante a hidratação do cimento, uma vez que o volume da pasta de cimento hidratado é menor que a soma dos volumes de cimento e água antes de processada a reação química. Esta parcela da retração independe das condições de umidade do ambiente;
- Retração por secagem: A retirada da água do concreto exposto ao ar não saturado do ambiente causa a retração por secagem, também denominada retração hidráulica.

– Retração por carbonatação: Tem como causa a reação da pasta do cimento hidratado com o dióxido de carbono presente no ar. Depende da existência de umidade e seu avanço se dá da superfície para o interior da estrutura com o avanço do processo.

3 FATORES QUE INFLUENCIAM A RETRAÇÃO E A FLUÊNCIA

Existem, atualmente, vários modelos para cálculo da retração e fluência do concreto, entre eles está o ACI 209R-92 e o apresentado no Apêndice A da NBR 6118/2014, sendo esses os modelos utilizados nesse estudo.

3.1 FLUÊNCIA

Diversos fatores, como as propriedades do concreto, condições ambientais, idade do concreto no instante do carregamento, além da geometria da peça, são condicionantes a serem levados em conta durante o projeto das estruturas, vale lembrar que muitas vezes estes estão inter-relacionados. Os parâmetros utilizados pelos modelos em análise para o cálculo do coeficiente de fluência são mostrados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Parâmetros utilizados pelos modelos em análise para o cálculo da fluência.

Parâmetro	NBR 6118/2014	ACI 209R/1992
Tipo de cimento	✓	✓
Abatimento	✓	✓
Humidade relativa	✓	✓
Relação área perímetro (NBR) ou volume superfície (ACI)	✓	✓
Idade no carregamento	✓	✓
Temperatura média	✓	✗
Teor de agregados finos	✗	✓
Teor de ar incorporado	✗	✓

Com o objetivo de analisar a influência de cada parâmetro no coeficiente de fluência, foi definido um elemento de referência para futuras comparações. As propriedades desse elemento de referência são mostradas na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Propriedades do elemento de referência para a fluência.

Parâmetro	Referência
Tipo de cimento	CP-V
Abatimento	9cm
Humidade relativa	70%
Relação área perímetro (NBR) ou volume superfície (ACI)	3cm
Idade no carregamento	28 dias
Temperatura média	27°C
Teor de agregados finos	30%
Teor de ar incorporado	3%

A evolução temporal do coeficiente de fluência do elemento de referência segundo os dois modelos utilizados é mostrada na Figura 3.1.

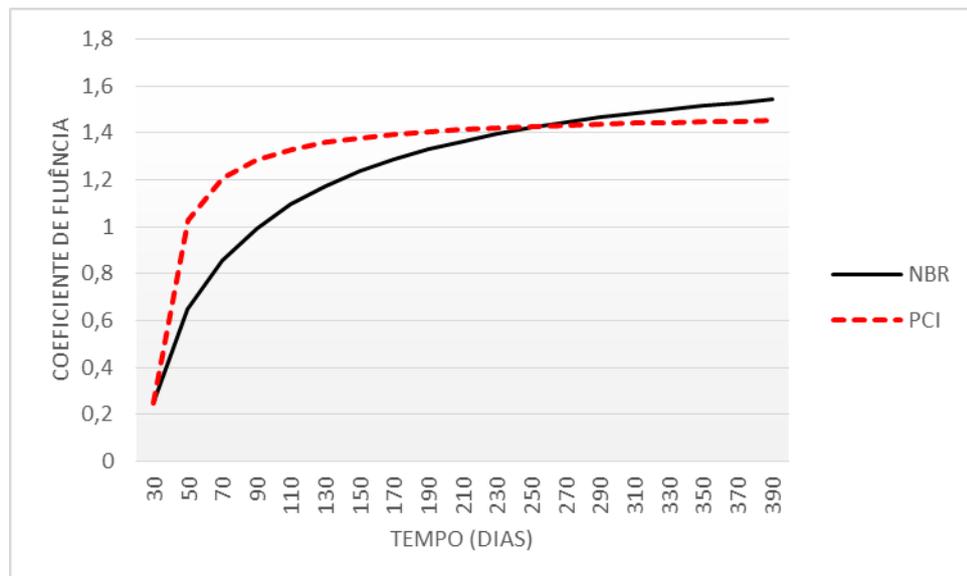


Figura 3.1 - Evolução temporal no coeficiente de fluência do elemento de referência.

Com o objetivo de analisar a influência de cada fator no coeficiente de fluência, segundo as prescrições dos modelos da NBR 6118/2014 e da ACI 209R/1992, cada parâmetro do elemento de referência foi modificado, isoladamente, em sua faixa de variação. A seguir são discutidos os resultados obtidos com esse procedimento.

3.1.1 Tipo de cimento

Apenas o modelo da NBR 6118/2014 considera a influência desse fator. Do gráfico mostrado na Figura 3.2, pode-se concluir que o coeficiente de fluência é menor quando são utilizados na produção do concreto cimentos de maior finura, como é o caso do CP-V, o cálculo segundo o método da ACI, que não considera o tipo de cimento, é mostrado na linha tracejada.

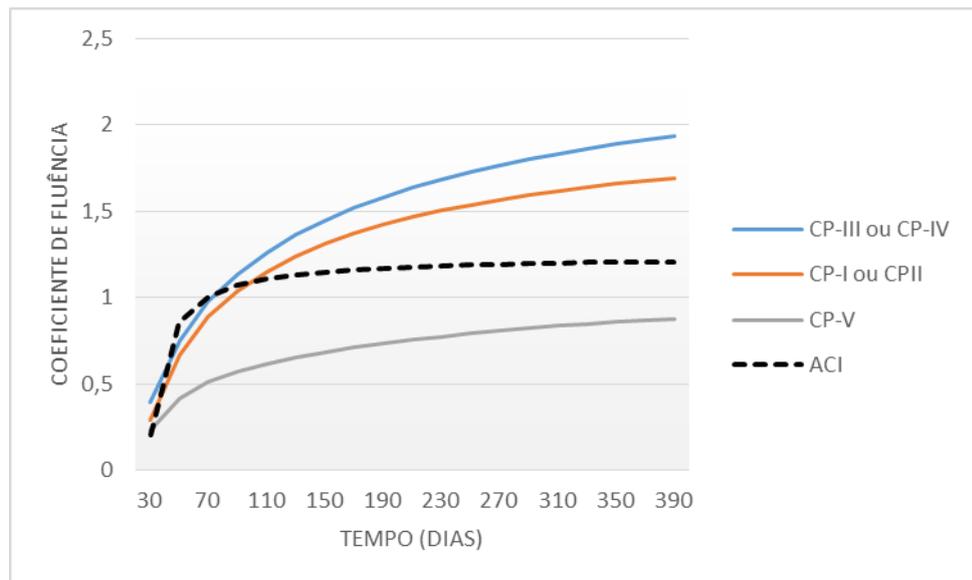


Figura 3.2 - Efeito do tipo de cimento na fluência.

3.1.2 Abatimento

Ambos os modelos consideram este como um fator determinante da fluência do concreto. Do gráfico mostrado na Figura 3.3, pode-se inferir que a fluência é menor para menores abatimentos do concreto. Vale lembrar que o abatimento está inter-relacionado com muitos outros fatores, como a relação água cimento e o uso de aditivos superplastificantes.

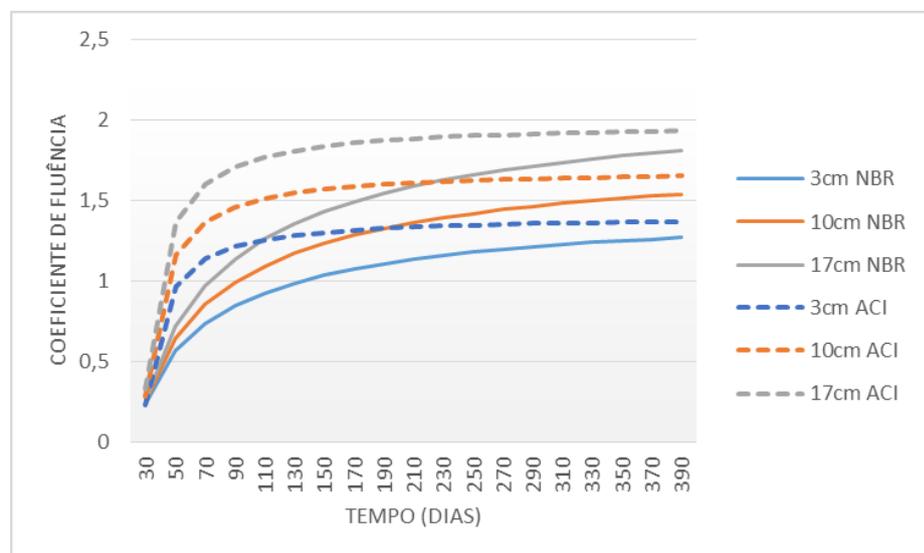


Figura 3.3 - Efeito do abatimento na fluência.

3.1.3 Teor de agregados finos

Apenas o modelo da ACI considera a influência desse parâmetro na fluência do concreto. Do gráfico mostrado na Figura 3.4, conclui-se que a fluência diminui com o aumento desse fator, apresentando, porém, menor influência que os até então estudados. A previsão do modelo

da NBR 6118/2014, em linha contínua, mostra-se próxima ao previsto pelo da ACI, e, em especial, à curva para 40% do teor de agregados finos.

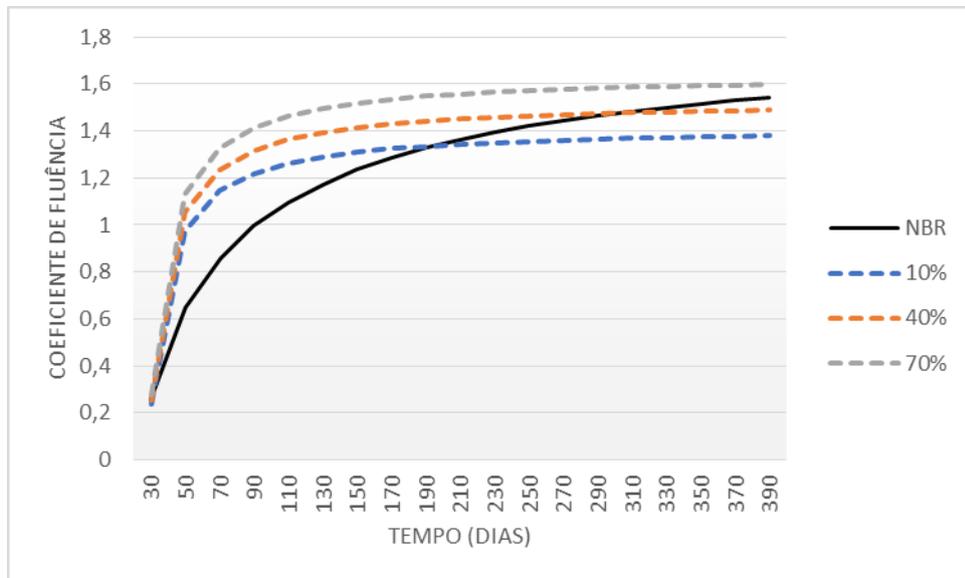


Figura 3.4 - Efeito do teor de agregados finos na fluência.

3.1.4 Teor de ar incorporado

Considerado apenas pelo modelo da ACI, esse parâmetro leva a menores coeficientes de fluência a medida que diminui. Como pode ser observado na Figura 3.5, em seus valores usuais gera valores similares aos previstos pelo modelo da NBR, que não o considera em seus cálculos.

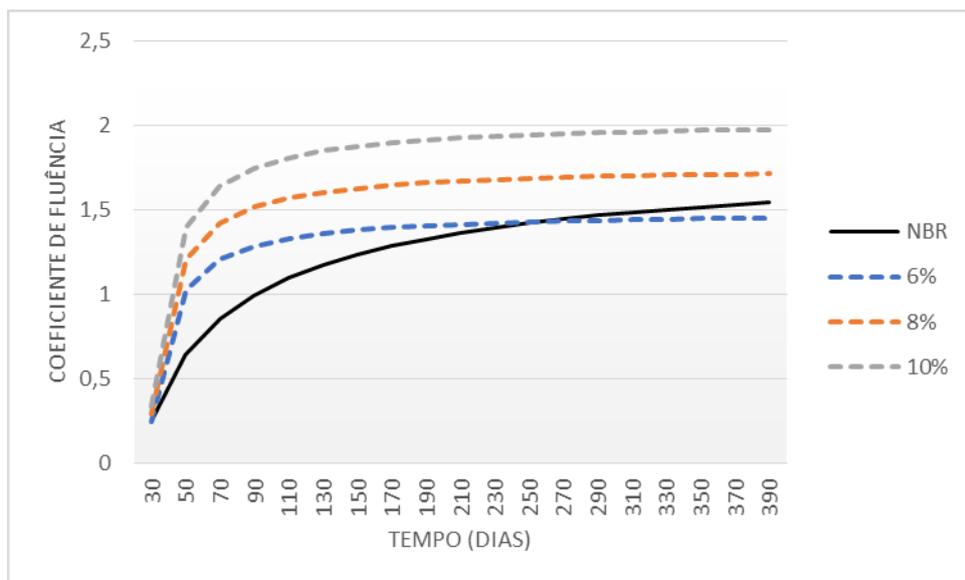


Figura 3.5 - Efeito do teor de ar incorporado na fluência.

3.1.5 Temperatura média ambiente

De acordo com a Figura 3.6, a fluência é reduzida com o aumento da temperatura, embora essa não tenha grande influência em seus valores, se comparado com os fatores até então estudados.

A previsão do modelo da ACI, cujos cálculos não consideram sua influência, é mostrada na linha tracejada, e seus valores são próximos aos previstos pelo modelo da NBR.

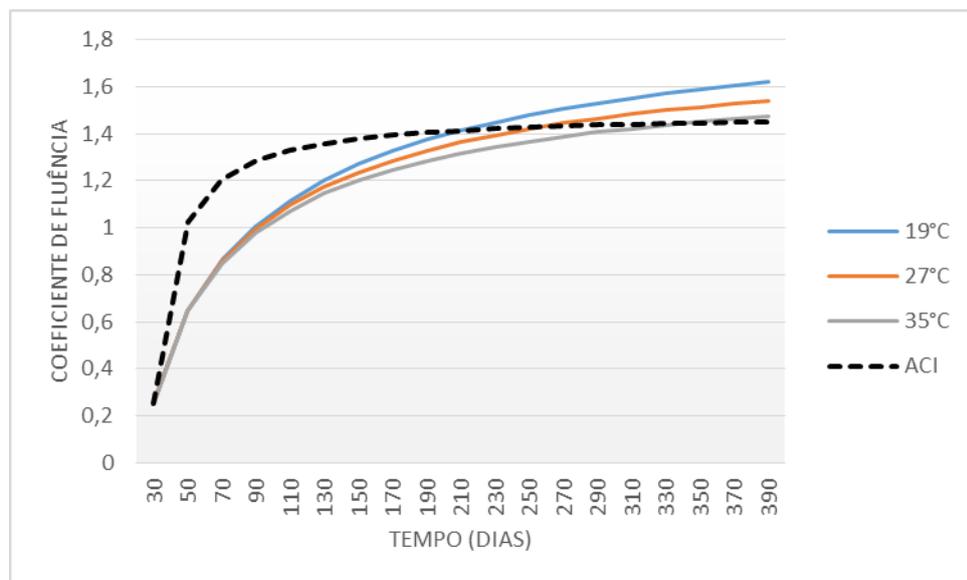


Figura 3.6 - Efeito da temperatura média ambiente na fluência.

3.1.6 Umidade relativa

Esse parâmetro, considerado em ambos os modelos, se mostra como de grande importância para a fluência. Conforme é mostrado na Figura 3.7, a fluência diminui com o aumento da umidade, esse fato chama a atenção para a importância da cura do concreto como forma de amenizar a intensidade da fluência.

Da boa aplicação da cura, dependem não só a boa hidratação do cimento, como também as deformações diferidas, que podem comprometer a utilidade dos elementos por deformações excessivas, e a redistribuição dos esforços causados por essas deformações, que podem comprometer sua segurança.

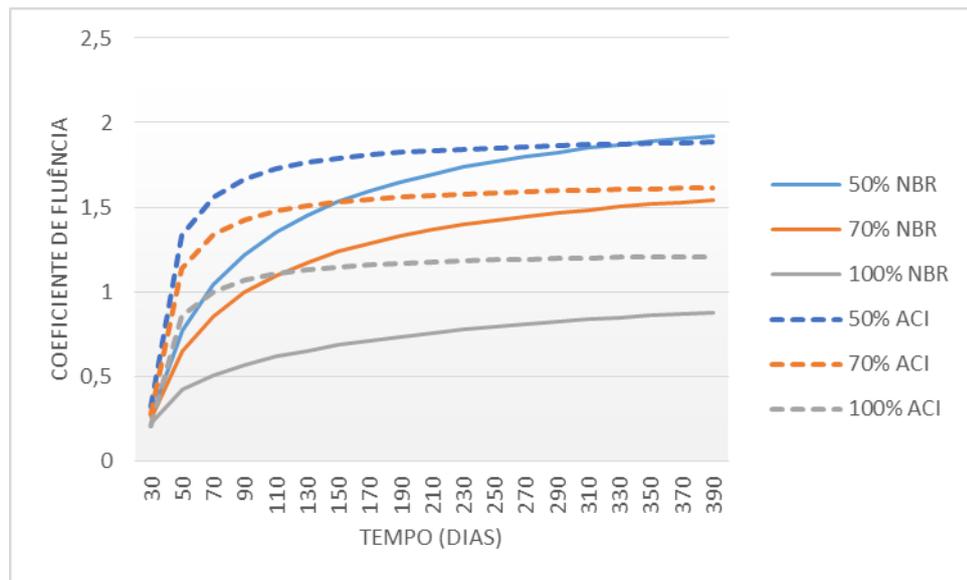


Figura 3.7 - Efeito da umidade relativa na fluência.

3.1.7 Idade do concreto no instante do carregamento

Sendo um parâmetro dependente do tempo entre a pega do concreto e a aplicação do carregamento, a idade do concreto no instante do carregamento tem importância no que diz respeito ao tempo em que o elemento estará no pátio de concretagem ou cimbrado, no caso de peças moldadas *in loco*. Quanto menor for esse tempo, menor será o tempo de estocagem ou de ocupação das formas.

Quanto a sua importância na fluência do concreto, podemos ver na Figura 3.8 que a fluência será menor quando esse parâmetro for maior, ou seja, uma das coisas a se fazer para reduzir a fluência é postergar a aplicação da carga. Nota-se também que esse fator exerce mais influência no modelo da NBR que no da ACI.

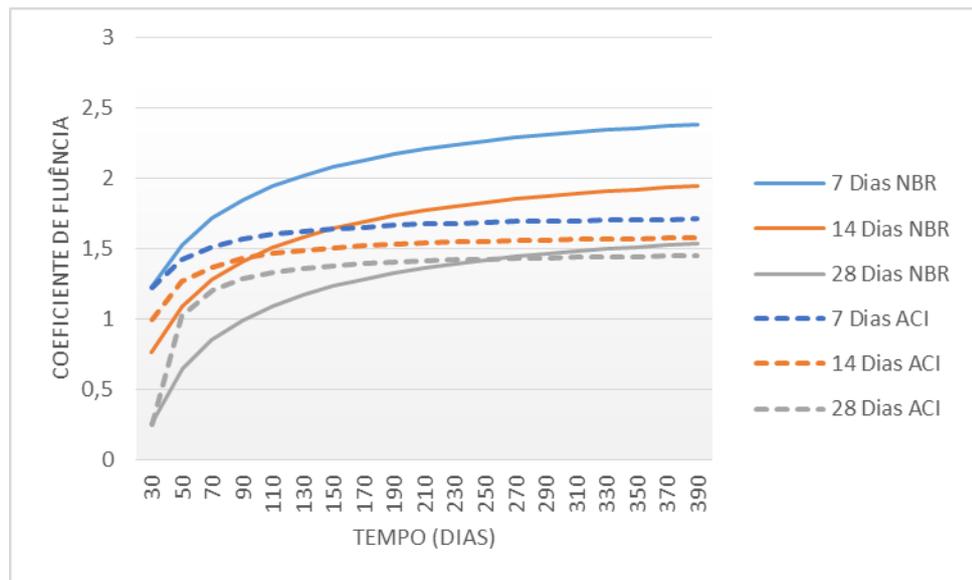


Figura 3.8 - Efeito da idade do concreto no instante do carregamento na fluência.

3.1.8 Geometria (Relação área/perímetro, NBR, e volume/superfície, ACI)

A geometria do elemento é considerada nos dois modelos, porém, de forma diferente, no da NBR esse fator é considerado através da relação entre a área da seção transversal e seu perímetro, já no da ACI, o mesmo é levado em conta pela relação entre o volume do elemento estrutural e sua superfície. É importante lembrar que para elementos de seção constante, as relações, acima citadas, são iguais.

A fluência será menor quando a relação for maior, ou seja, quanto mais robusto for o elemento menor será a fluência, isso pode ser inferido a partir da observação da Figura 3.9. Vale notar que sua influência é maior no modelo da ACI que no da NBR.

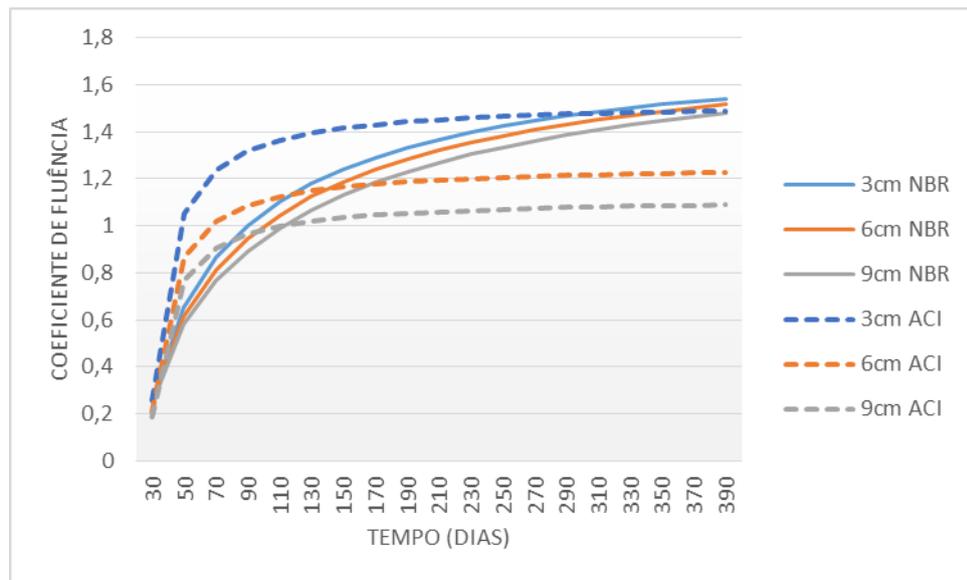


Figura 3.9 - Efeito da relação área/perímetro (NBR) ou volume/superfície (ACI) na fluência.

3.2 RETRAÇÃO

Diversos fatores, como as propriedades do concreto, condições ambientais, idade do concreto no instante do carregamento, além da geometria da peça, são condicionantes a serem levados em conta durante o cálculo das deformações diferidas, vale lembrar que muitas vezes esses fatores estão inter-relacionados.

Os parâmetros utilizados pelos modelos em análise para o cálculo da retração são mostrados na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 - Parâmetros utilizados pelos modelos para o cálculo da retração.

Parâmetro	NBR 6118/2014	ACI 209R/1992
Tipo de cimento	✓	✓
Abatimento	✓	✓
Humidade relativa	✓	✓
Relação área perímetro (NBR) ou volume superfície (ACI)	✓	✓
Tempo após o fim da cura	✓	✓
Temperatura média	✓	✗
Tipo de cura	✓	✗
Teor de agregados finos	✗	✓
Teor de ar incorporado	✗	✓

Com o objetivo de analisar a influência de cada parâmetro na retração, foi definido um elemento de referência na qual cada um é isoladamente modificado, com isso é possível a verificação de seu efeito. Na Tabela 3.4 são mostradas as propriedades do elemento em questão.

Tabela 3.4 - Valores dos parâmetros do elemento de referência para a retração.

Parâmetro	Valor
Tipo de cimento	CP-V
Abatimento	9cm
Humidade relativa	70%
Relação área perímetro (NBR) ou volume superfície (ACI)	3cm
Temperatura média	27°C
Tipo de cura	Úmida, 3 dias
Teor de agregados finos	30%
Teor de ar incorporado	6%

A evolução temporal da retração no elemento de referência, segundo o modelo ACI 209R-92 e o da NBR 6118/2014 é mostrada na Figura 3.10. Observa-se que a taxa de crescimento da retração nos tempos iniciais prevista pelo modelo da ACI é maior que aquela prevista pelo modelo da NBR, nota-se também que as duas curvas se aproximam com o passar do tempo.

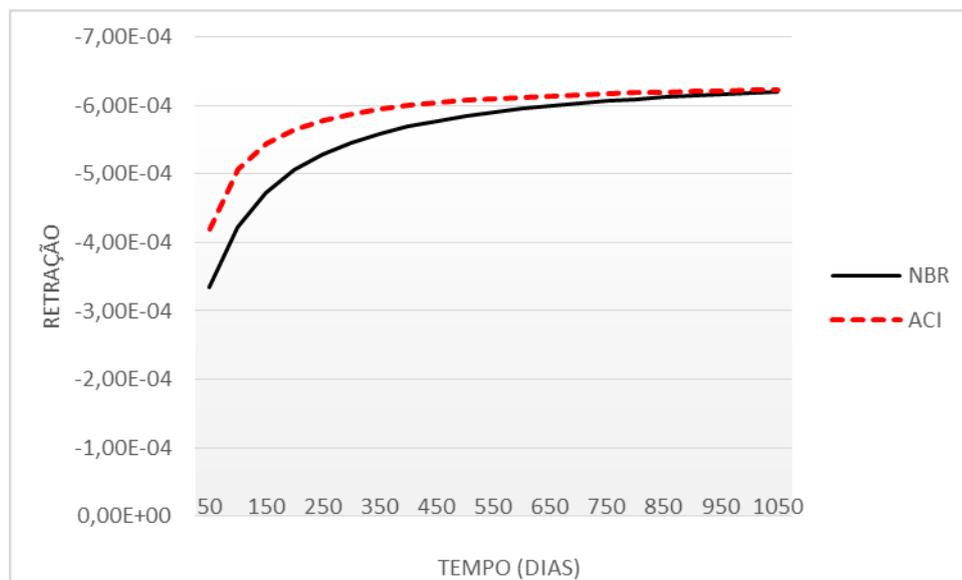


Figura 3.10 - Evolução temporal na retração do elemento de referência.

3.2.1. Tipo de Cimento

Conforme observa-se na Figura 3.11, esse parâmetro tem maior influência sobre a retração nas idades iniciais do concreto. Com o passar do tempo, os efeitos produzidos pelos diferentes tipos de cimento se aproximam, cabe observar que embora o modelo da ACI, não considere esse como um fator influente na retração, os valores previstos pelos dois modelos convergem.

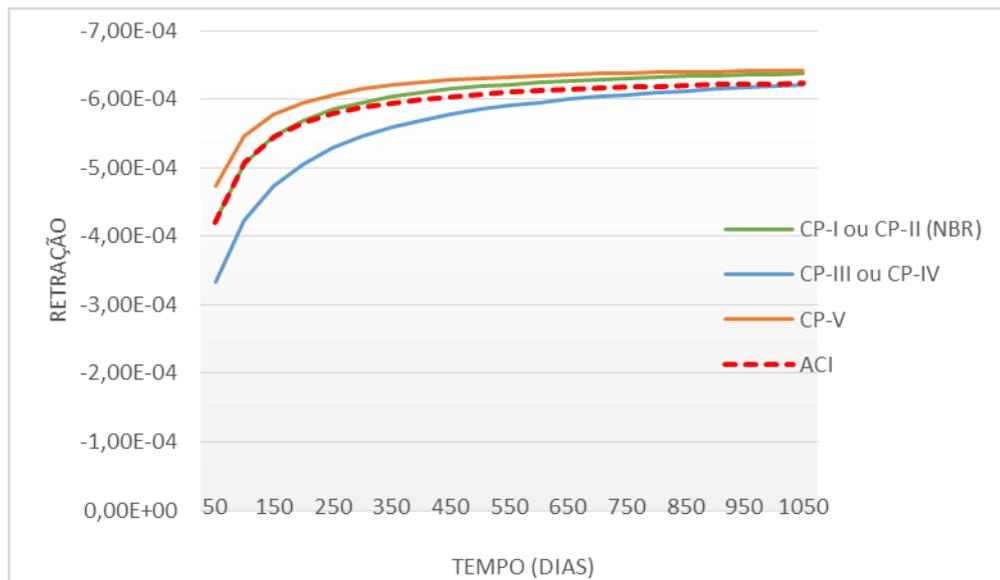


Figura 3.11 - Efeito do tipo de cimento na retração.

3.2.2. Abatimento

A variação desse parâmetro, conforme pode ser visto na Figura 3.12, pode produzir importantes efeitos na retração, os quais são mais notáveis no modelo da NBR, se comparado com as provisões da ACI. Vale lembrar que esse parâmetro está inter-relacionado com vários outros, como o fator água cimento e o uso de aditivos superplastificantes.

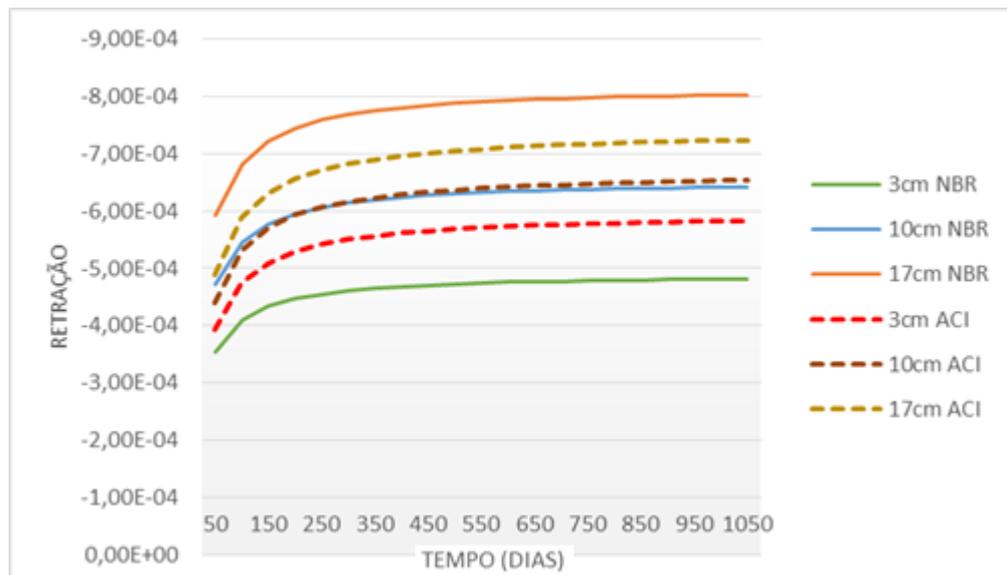


Figura 3.12 - Efeito do abatimento na retração.

3.2.3 Relação área/perímetro, NBR, ou volume/superfície, ACI

A relação área/perímetro, NBR, ou volume/superfície, ACI, conforme observa-se na Figura 3.13, apresenta significativa influência na retração do concreto. Nota-se que a retração

diminui com o aumento dessa relação, isso se deve ao fato de que o aumento dessa relação representa aumento na robustez da peça, o que dificulta a saída da água em seu interior.

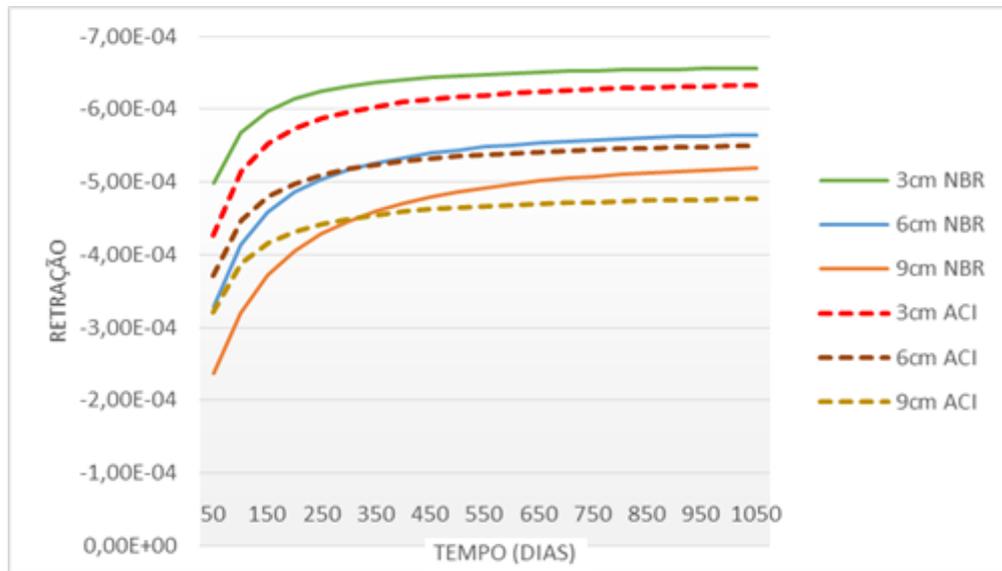


Figura 3.13 - Efeito da relação área/perímetro, NBR, ou volume/superfície, ACI, na retração.

3.2.4 Temperatura média ambiente

A temperatura ambiente, apenas considerada pela norma brasileira, conforme observa-se na Figura 3.14, tem pouca influência na retração, pois, mesmo com significativas mudanças de temperatura apresenta curvas muito próximas, cabe notar que os valores previstos pelos dois modelos em estudo são praticamente iguais.

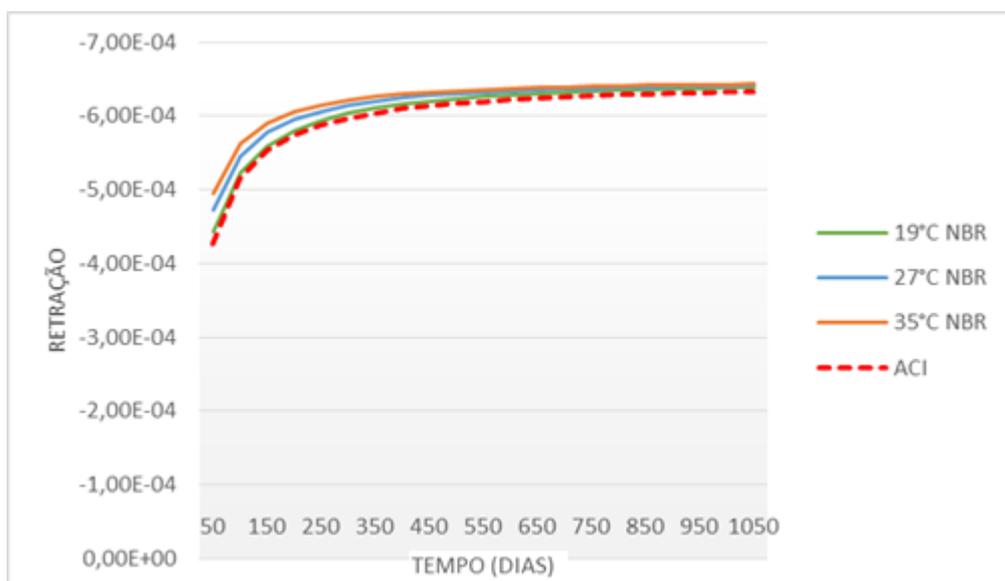


Figura 3.14: Efeito da temperatura média ambiente na retração.

3.2.5 Tipo de cura

Esse fator, apenas considerado pelo modelo da ACI, de acordo com a Figura 3.15, possui pouca influência sobre a retração, cabe observar uma ligeira redução na fluência com o uso de cura a vapor por um dia.

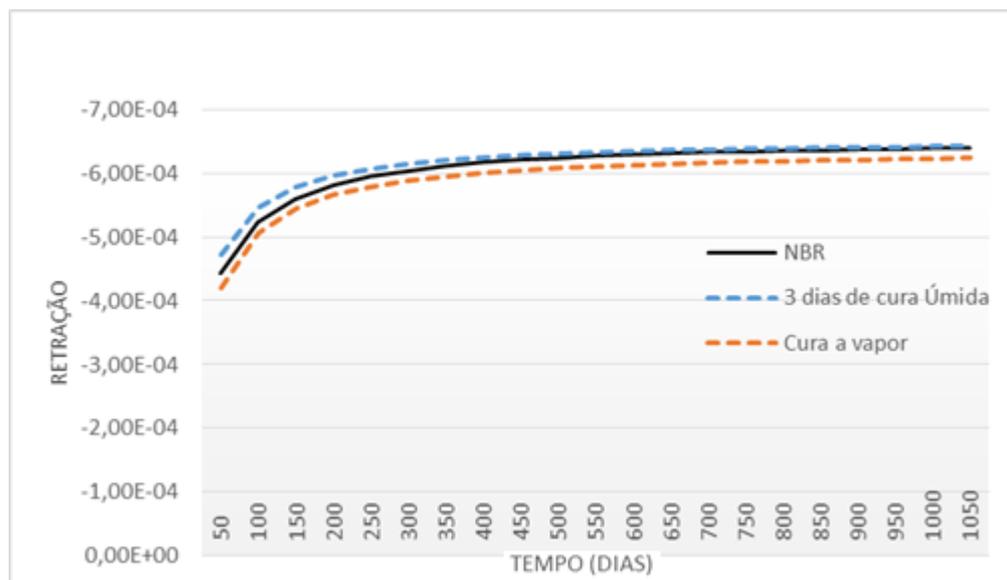


Figura 3.15: Influência do tipo de cura na retração.

3.2.6 Teor de agregados finos

Sendo apenas considerado pelo modelo da ACI, o teor de agregados finos possui grande influência sobre a retração, observa-se na Figura 3.16 que a retração é reduzida com a diminuição desse teor, cabe observar também que a previsão da NBR está na faixa entre 20% e 40% do mesmo.

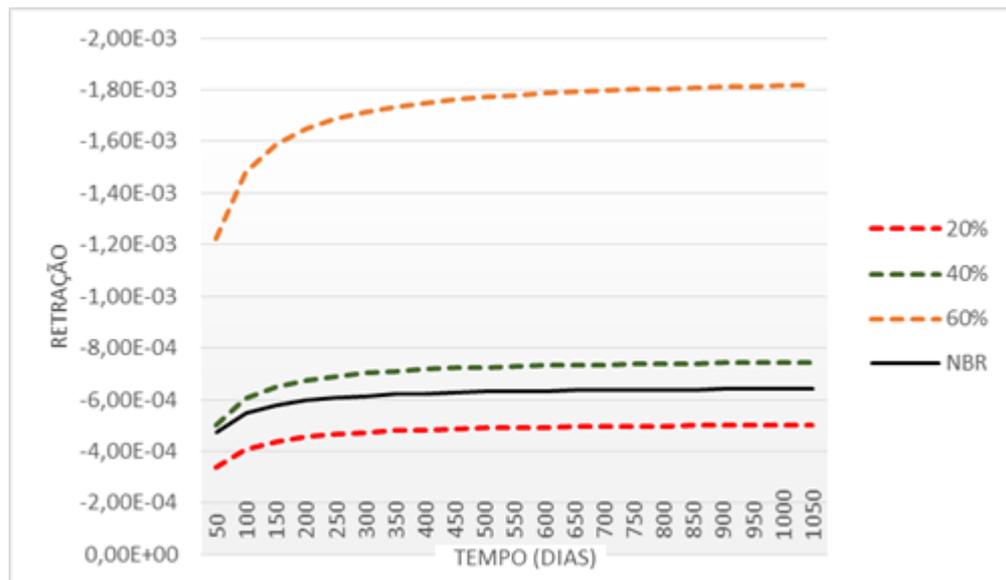


Figura 3.16 - Efeito do teor de agregados finos na retração.

3.2.7 Teor de ar incorporado

Sendo considerado apenas no modelo da ACI, o teor de ar incorporado leva a redução da retração a medida que seu valor é diminuído, porém, essa influência, conforme é mostrado na Figura 3.17 é pequena em relação a fatores como o abatimento e a relação área perímetro. Nota-se também que há convergência entre os dois modelos no que diz respeito a esse fator.

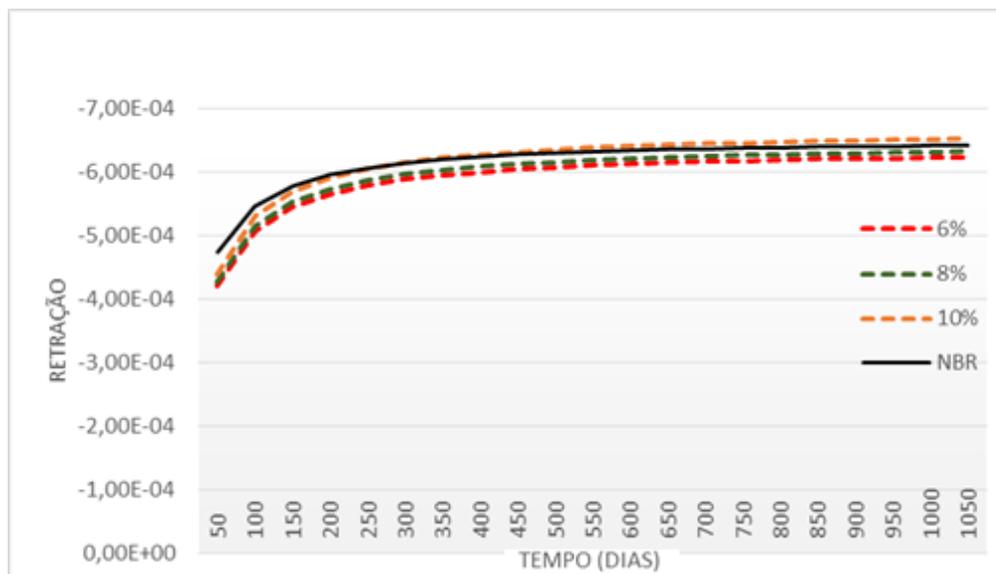


Figura 3.17 - Influência do teor de ar incorporado na retração.

4. CONTINUIDADE POSTERIOR

Nas seções a seguir são descritos os tipos e sistemas de continuidade posterior.

4.1. VIGAS PRÉ-MOLDADAS BI APOIADAS

A utilização de vigas pré-moldadas de concreto para construção de pontes teve início na década de 30 do século passado. Contudo, esta técnica teve seu grande desenvolvimento a partir da década de 50 com o avanço da tecnologia de protensão e o desenvolvimento dos sistemas de transporte e montagem das estruturas (PINHO, 2011), a Figura 4.1 mostra vigas pré-moldadas sendo posicionadas por uma treliça lançadeira.



Figura 4.1 - Vigas pré-moldadas sendo posicionadas por treliça lançadeira.

A técnica de construção de pontes em vigas pré-moldadas se difundiu rapidamente em função das diversas vantagens que apresenta, entre as quais podemos destacar:

- Melhor controle da execução tanto para as vigas pré-fabricadas quanto para as pré-moldadas no canteiro de obras; Otimização obtida na utilização das formas em função do reaproveitamento e do uso de seções padronizadas;
- Redução dos prazos de construção com a execução das vigas simultaneamente com a infraestrutura;
- Eliminação dos cimbramentos, o que é especialmente vantajoso no caso de obras sobre cursos d'água, e nos viadutos urbanos.

4.2 VIGAS PRÉ-MOLDADAS COM CONTINUIDADE POSTERIOR

As superestruturas com continuidade nas vigas apresentam diversas vantagens em relação às construídas com vãos isolados, entre elas, pode-se citar:

- A eliminação das juntas representa uma substancial economia nos serviços de manutenção e restauração ao longo de todo o período de vida útil da obra.

- Possuem maior capacidade de redistribuição de esforços no estado limite último. Isso é particularmente vantajoso no caso de ocorrerem cargas excepcionais.
- Apresentam melhor estética do que aquelas construídas com vãos isolados, além de possibilitarem que as travessas sobre os pilares sejam evitadas (PINHO, 2011);
- Sua maior esbelteza permite redução no tamanho dos aterros de encontro, o que é especialmente vantajoso em pontes urbanas.
- Apresentam pista de rolamento mais uniforme, evitando o desconforto para o tráfego causado pelas juntas estruturais.

Por outro lado, o processo construtivo requer mais cuidados na sua execução, principalmente se for utilizada protensão no dispositivo de continuidade. Além disso, seu tempo de execução pode ser maior que aquele do sistema de vãos isolados, especialmente nos casos em que são utilizados apoios provisórios para suportar as vigas durante a execução das transversinas.

A continuidade das vigas restringe as rotações, devido à fluência e à retração diferencial entre a laje e as vigas, que ocorreriam caso estas estivessem simplesmente apoiadas. Assim, ao longo do tempo, desenvolvem-se momentos fletores positivos devidos à protensão e negativos devidos ao peso próprio (fluência) e à retração diferencial entre a laje e as vigas.

4.3. APLICAÇÃO DA CONTINUIDADE

Diversos sistemas podem ser utilizados na aplicação da continuidade posterior, como ligações metálicas, protensão e armaduras passivas.

O uso de armaduras passivas é o mais popular entre os projetistas. Seu processo é o de mais simples execução e de menor custo (PINHO, 2011). Neste tipo de conexão a armadura positiva e a da alma são deixadas com um prolongamento para fora da extremidade das vigas. A Figura 4.2 mostra uma viga com armaduras de espera para a continuidade posterior.



Figura 4.2 - Viga com armadura para continuidade posterior (PINHO, 2011).

No processo de aplicação da continuidade posterior, as vigas pré-moldadas são posicionadas em seu local definitivo ou sobre apoios provisórios, que podem ficar no próprio pilar ou em estruturas auxiliares.

Quanto à interação tabuleiro viga, há duas formas de aplicação da continuidade nos elementos:

- Posicionar as armaduras da transversina e da laje e fazer a concretagem destes elementos.

- Executar a concretagem apenas da região da conexão e, em outra etapa, fazer a concretagem do restante da laje.

Com o segundo procedimento, reduz-se o valor do momento positivo que age sobre a viga isolada; contudo, aumenta-se o valor do momento negativo na região da conexão e, conseqüentemente, a quantidade de armaduras. Isso ocorre porque o peso próprio da laje atua como em uma viga contínua, gerando momentos negativos nos apoios.

Essa seqüência de execução é mais utilizada quando a continuidade é feita com armaduras de protensão, devido aos elevados esforços introduzidos nos nós de continuidade.

4.3.1. Efeito da fluência nas vigas com continuidade posterior

Em pontes construídas com vigas bi apoiadas, a fluência não gera momentos nos nós, pois, as deformações por ela provocadas não são restringidas, o que ocorre é o aumento da deformação a Figura 4.3 mostra seu efeito nesse tipo de estrutura.

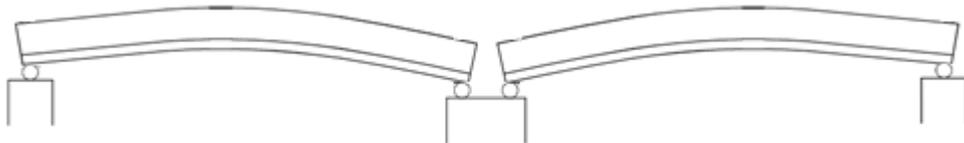


Figura 4.3 - Deformação livre devida a fluência.

Já nas estruturas hiperestáticas, como é o caso das vigas com continuidade posterior, a fluência provoca uma deformação imposta que leva à redistribuição das tensões e ao aparecimento de momentos nos nós. Isso se deve ao fato de que há restrição às rotações nos nós em que foi aplicada a continuidade, a Figura 4.4 ilustra esse efeito.

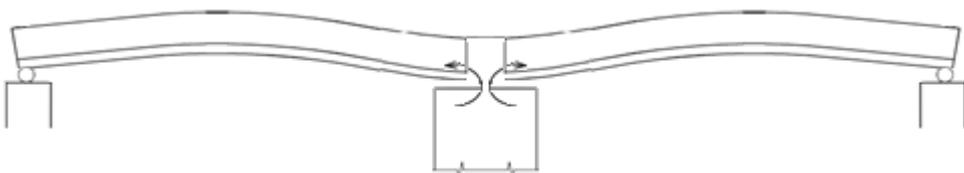


Figura 4.4 - Momentos hiperestáticos, no nó de continuidade, causados pela fluência.

4.3.2. Efeitos da retração nas vigas com continuidade posterior

Em pontes construídas com vigas pré-moldadas bi apoiadas e laje moldada no local, a retração diferencial não gera esforços nos nós, pois, as deformações por ela provocadas não são restringidas, a Figura 4.5 mostra seus efeitos nesse tipo de estrutura.

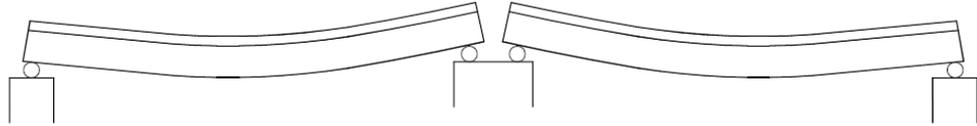


Figura 4.5 - Deformação livre devida a retração diferencial.

Por outro lado, nas estruturas hiperestáticas, a retração diferencial provoca uma deformação imposta que leva à redistribuição de tensões e ao aparecimento de momentos hiperestáticos em equilíbrio com um conjunto reações de apoio. Isso se deve ao fato de que há restrição às rotações nos nós em que foi aplicada a continuidade, a Figura 4.6 ilustra esse efeito.

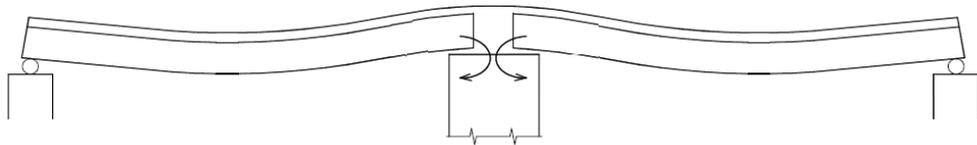


Figura 4.6 - Momentos hiperestáticos, no nó de continuidade, causados pela retração.

5 DADOS DO PROJETO DA PONTE DO RIO SAL

5.1 DESCRIÇÃO GERAL

A Ponte sobre o Rio Sal é uma ponte em concreto armado e protendido, constituída de 14 vãos de 41 m entre eixos de apoio, com vigas pré-moldadas em concreto protendido, totalizando 574 m, complementada por uma laje de aproximação em cada cabeceira de 4.5 m de comprimento. A largura total da ponte é de 14.5 m. Os vãos são vencidos por vigas bi apoiadas, sobre almofadas de Neoprene.

As vigas pré-moldadas de concreto protendido, com protensão aderente, com $f_{ck} = 35$ MPa, com altura de 2.40 m. Cada vão é vencido por 4 vigas, sobre as quais repousa a laje do tabuleiro de concreto armado de 0.20 cm, dando um total final à viga de 2.60 m de altura. A laje do tabuleiro é composta por pré-lajes bi apoiadas nas vigas, trabalhando monoliticamente com a parte concretada posteriormente e com as vigas longitudinais, com exceção dos balanços das lajes que são monolíticos.

A Infraestrutura é composta de dois tubulões de 1.60 m de diâmetro externo por apoio, inclusive os encontros, do tipo leve.

5.2 CLASSE DA PONTE

O Projeto é de Classe-45, segundo a NBR 7188-82 – Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre - procedimento.

5.3 ESPECIFICAÇÕES DE PROJETO

O Projeto obedece às especificações da NBR 7187 – 87 – Projeto e execução de pontes de concreto armado e protendido, e das Normas Complementares pertinentes nela indicadas.

5.4 Fundações

As sondagens indicam a necessidade de fundações profundas em estacas ou tubulões. Estudo comparativo prévio indicou que a escolha de tubulões de 1.60 m de diâmetro é a opção mais econômica, oferecendo ainda maior confiabilidade no comportamento das fundações.

Sendo o custo das fundações um fator determinante na concepção da obra, optou-se por maximizar os comprimentos dos vãos da ponte, Determinação dos vãos e quantidade de longarinas – As restrições econômicas das fundações (minimizar o número de apoios intermediários) juntamente com as restrições impostas pela técnica de lançamento de vigas pré-moldadas de concreto protendido, especificamente, as limitações do peso de cada viga para lançamento por equipamento mecânico móvel (treliça de lançamento com peso máximo por viga da ordem de 100 t), e a minimização do volume de concreto, fornecem como opção ótima vãos de 41 m vencidos por 4 vigas principais de concreto protendido, cada uma com o peso ligeiramente inferior a 100 t.

5.5 APOIOS E JUNTAS

As vigas repousam sobre almofadas de Neoprene. Com o objetivo de minimizar os esforços de coação (temperatura e retração), tanto nos Neoprenes quanto nos tubulões, foi inserida uma junta longitudinal no tabuleiro a cada dois vãos, e mantendo uma laje de continuidade entre estes dois vãos, minimizando assim os custos futuros de conservação e manutenção das juntas.

5.6 TRAVES

As vigas intermediárias repousam sobre travessas de concreto armado que, além da função precípua de apoiar as vigas longitudinais, possuem também a função de aumentar a rigidez lateral da obra, formando com os dois tubulões um pórtico transversal com rigidez suficiente para garantir os limites de deformações laterais impostos pelas Normas adotadas. As travessas possuem sua parte intermediária (entre vigas) alargada (1 m) na parte superior, exatamente o

suficiente para permitir o apoio das treliças de lançamento, conforme dados fornecidos pelos fornecedores existentes no mercado.

5.7 ENCONTROS

Os encontros são do tipo leve sobre tubulões. Estes encontros também necessitam possuir o seu coroamento alargado (1 m) para permitir o apoio das treliças de lançamento. A aproximação do tráfego é feito através de lajes de transição, garantindo uma transição suave, em virtude da possibilidade de recalque diferencial entre o aterro de acesso e os encontros, que são assentados sobre fundações com recalques prováveis menores mantendo a concepção de vigas pré-moldadas.

5.8 PROTENSÃO

As vigas longitudinais foram projetadas com protensão limitada, permitindo-se uma tração mínima na sua face inferior, sob cargas raras, inferior à resistência característica à tração do concreto. A economia de cabos de protensão decorrentes de uma possível protensão parcial não se realiza nesta obra vez que, pelo tamanho dos vãos, predominam simultaneamente a ruptura, a flecha excessiva e o controle de fissuração. A obra com protensão limitada é mais adequada, produzindo uma obra com maior durabilidade frente à agressividade do meio ambiente local, e mais econômica.

A protensão longitudinal foi planejada em três fases. Na primeira com 55 por cento da protensão final, objetivando liberar as formas (transporte) e simultaneamente minimizar o camber inicial, haja vista a previsão de início de concretagem das vigas bem antes do início dos serviços de infraestrutura, evitando assim o crescimento excessivo do camber por fluência durante o período de estocagem. A segunda fase, completando a protensão dos cinco primeiros cabos, devendo ocorrer imediatamente antes do transporte para o apoios definitivos (minimizando também crescimento de camber).

A terceira fase, completada após a concretagem e endurecimento da laje do tabuleiro, consistindo na protensão do sexto cabo (o superior). Este cabo é protendido após a concretagem da laje para evitar o empuxo no vazio, bem como a compressão excessiva do talão inferior da viga, que exigiria um concreto de f_{ck} maior do que 35 MPa, superior ao aceitável para a tecnologia de concreto atualmente existente na região, conforme consulta previamente realizada ao mercado local.

As transversinas são protendidas longitudinalmente, fazendo com que, desta forma, trabalhem sempre comprimidas, mantendo a sua rigidez no estado não fissurado, garantindo as hipóteses elásticas de cálculo de distribuição transversal.

5.9 MATERIAIS

Os valores característicos dos materiais foram especificados os mais altos permitidos pela região, objetivando um melhor desempenho (durabilidade, deformação lenta, retração), bem como um menor peso possível das vigas protendidas.

Vigas protendidas: $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$

Lajes do tabuleiro: $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$

Traves, encontros, alas, laje aproximação e tubulões: $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$

Enchimento dos tubulões: 20 MPa

Aço Doce: CA50B

Cordoalhas: CP 190 RB – 12.7

5.10 MODELO LONGITUDINAL

O modelo longitudinal da ponte em questão é mostrado na Figura 5.1.

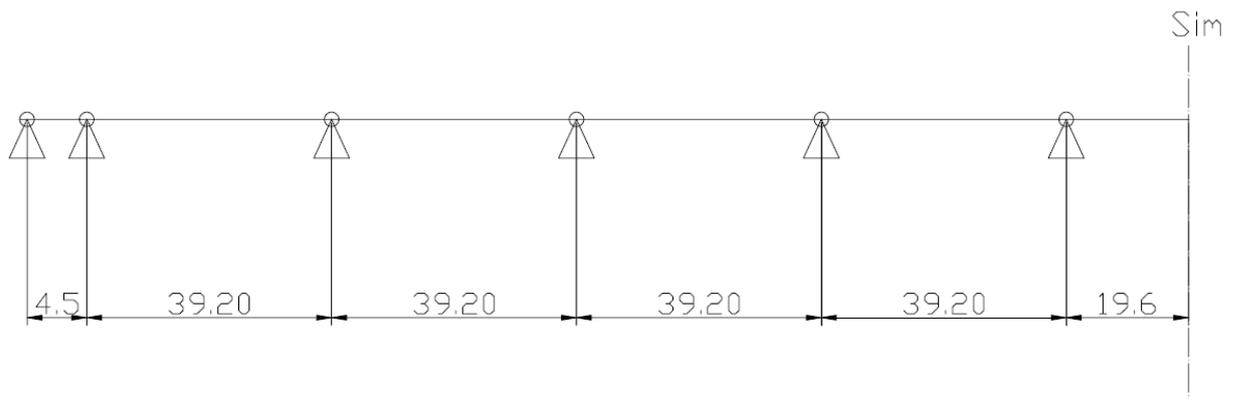


Figura 5.1 - Modelo longitudinal da ponte do Rio Sal.

5.11 SEÇÃO TRANSVERSAL

A seção transversal da ponte em questão é mostrada na Figura 5.2.

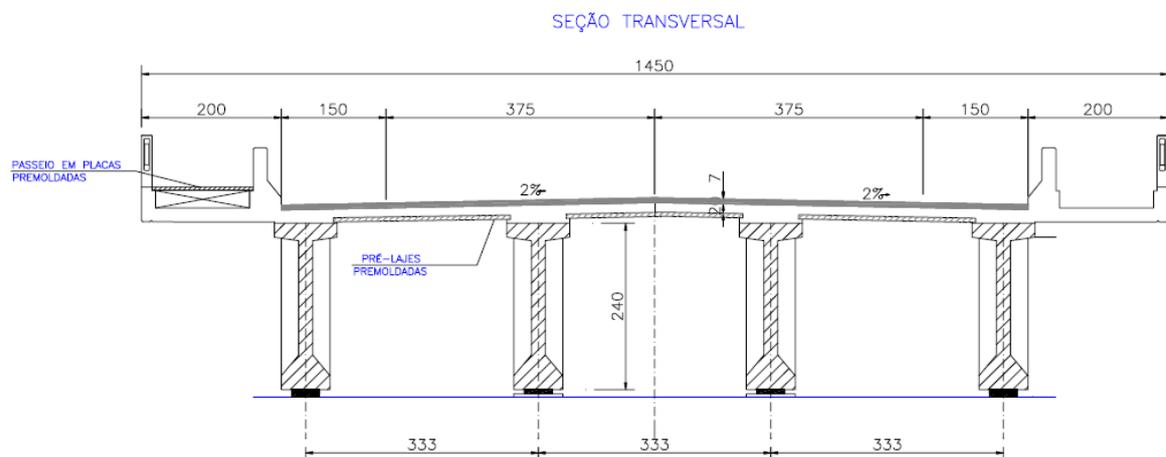


Figura 5.2 - Seção transversal da ponte.

5.12 SEÇÃO DAS VIGAS

A seção transversal das vigas é mostrada na Figura 5.3 para os estados anterior e posterior à concretagem do tabuleiro.

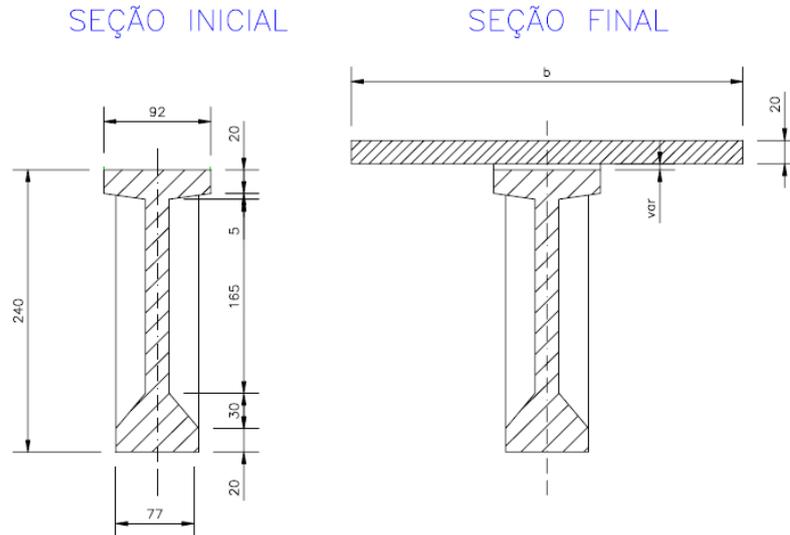


Figura 5.3 - Seção transversal da viga antes e depois da pega do concreto do tabuleiro.

5.13 CABLAGEM

A armadura de protensão da viga é composta por 6 cabos, cada um com 12 cordoalhas CP-190 RB 12,7mm, com ancoragens ativas nas extremidades das vigas. O traçado dos cabos é representado na Figura 5.4, dois trechos parabólicos nas extremidades, simétricos e concordantes com um trecho central reto.

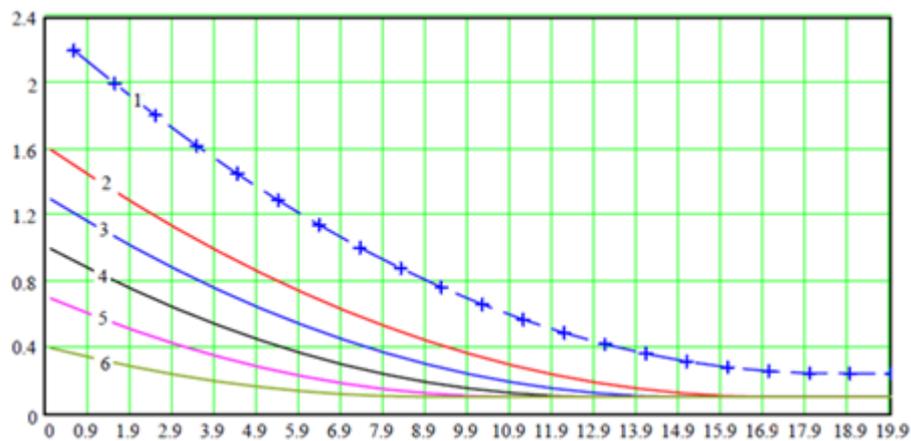


Figura 5.4 - Traçado dos cabos de protensão.

6 CÁLCULO DOS MOMENTOS HIPERESTÁTICOS

Em vigas com continuidade posterior, apenas as cargas introduzidas depois da continuidade podem causar momentos hiperestáticos, como é o caso da fluência, do

carregamento permanente e da protensão, da retração diferencial além dos momentos elásticos introduzidos após a aplicação da continuidade (ALEX, 2016).

A rápida expansão do processo construtivo de vigas bi apoiadas com continuidade posterior, nos Estados Unidos, levou a Portland Cement Association (PCA) a desenvolver os primeiros trabalhos experimentais sobre o assunto no início da década de 60 (NEWHOUSE, 2005). Foram realizados ensaios para verificar o comportamento das conexões para os momentos negativos e positivos sob a ação de cargas estáticas e cíclicas nas situações de serviço e ruptura.

Em 1969 a PCA publicou um boletim com um roteiro para o projeto de pontes pré-moldadas protendidas com continuidade que se tornou um padrão nos Estados Unidos e ainda atualmente utilizado por um número considerável de projetistas, ficando conhecido como “Método da PCA”. O boletim indica como determinar a magnitude dos momentos que se desenvolvem nos apoios internos devido à fluência e retração diferencial. Quando comparado a outros métodos o da PCA apresenta valores mais conservadores para os momentos devido à restrição das deformações diferidas (NEWHOUSE, 2005). As expressões básicas do método são as seguintes:

$$M_s = \varepsilon_s * E_b * A_b * (e'_2 + t/2)$$

$$M_r = (M_C + M_{DL}) * (1 + e^{-\varphi}) - M_s * \left(\frac{1 + e^{-\varphi}}{\varphi} \right) + M_{LL}$$

Onde,

M_s = momento básico de retração

ε_s = deformação diferencial de retração

E_b = módulo de elasticidade do tabuleiro

A_b = área da seção transversal do tabuleiro

e'_2 = distância do centroide da seção composta ao topo da viga

t = espessura da laje

M_r = momento final devido à restrição das deformações

M_C = momento hiperestático devido à fluência da protensão

M_{DL} = momento hiperestático devido à fluência da carga permanente

M_{LL} = momento devido à carga móvel com impacto

φ = coeficiente de fluência (obtido com os modelos do Apêndice A)

No Apêndice A é apresentado, com o uso de programação em MathCad, o procedimento utilizado para cálculo do coeficiente de fluência e do valor da retração, segundo os modelos da NBR 6118/2014 e ACI 209R-92.

A seguir é mostrado como é feito o cálculo dos parâmetros utilizados no cálculo dos momentos hiperestáticos. O traçado dos gráficos de evolução temporal desses parâmetros foi feito com a utilização de planilhas de cálculo do Microsoft EXCEL.

6.1 MOMENTO BÁSICO DE RETRAÇÃO

6.1.1 Retração diferencial

Ocorre devido à diferença de idade e geometria entre a viga e o tabuleiro da ponte. A diferença de idade foi considerada como sendo de 40 dias. A utilização do modelo da NBR 6118/2014 e o da ACI 209R-92, seguindo o procedimento descrito no Apêndice A, levou à obtenção da evolução temporal da retração diferencial, mostrada na Figura 6.1.

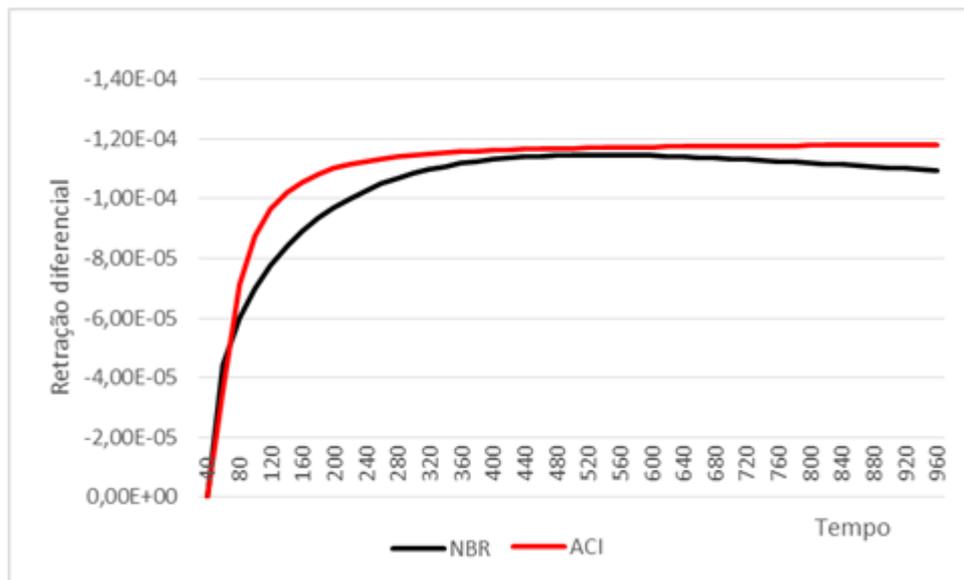


Figura 6.1 - Evolução da retração diferencial, segundo os modelos da NBR e da ACI.

6.1.2 Módulo de elasticidade da laje:

Como temos um $f_{ck} = 30MPa$, temos, segundo a NBR 6118/2014, um módulo de elasticidade tangente de $E_b = 5600 * \sqrt{f_{ck}} = 5600 * \sqrt{30} = 30\ 672MPa$.

6.1.3 Área da seção transversal da laje

Temos uma largura de tabuleiro que corresponde a 14,50m, e neste há 4 vigas, com isso temos $14,50/4=3,63m$ por viga, assim sendo, e temos uma espessura de laje de 0,20m a área para cálculo do efeito da retração é $A_b = 3,63 * 0,2 = 0,726m^2$.

6.1.4 Distância do centroide da seção composta ao topo da viga

A Figura 6.2 contém os valores necessários ao cálculo da referida distância.

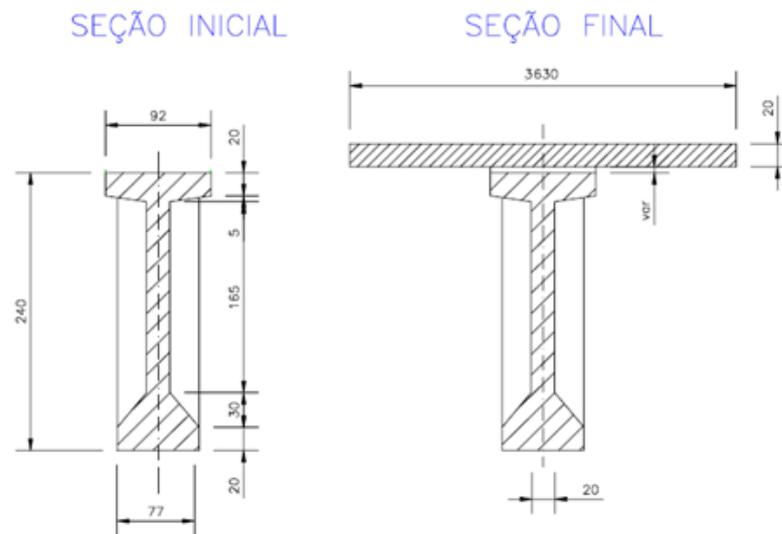


Figura 6.2 Seção transversal para cálculo do centroide.

$$e'_2 = \frac{[(3,63 * 0,20) * 0,1 + (2,40 * 0,2) * 1,4 + (0,72 * 0,2) * 0,30 + (0,57 * 0,20) * 2,50 + (0,265 * 0,30) * 2,30]}{(3,63 * 0,20) + (2,40 * 0,20) + (0,72 * 0,20) + (0,57 * 0,20) + (0,265 * 0,30)} = 0,814m$$

6.1.5 Espessura do tabuleiro

Essa espessura, como visto na Figura 6.2, é $t = 20cm$.

6.1.6 Cálculo do momento básico de retração

Os parâmetros utilizados no cálculo do momento básico de retração, com exceção da retração diferencial, mostrada na Figura 6.1, são mostrados na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 - Valores para cálculo do momento básico de retração.

Momento básico de retração	
Parâmetro	Valor
E_b	30 672MPa
A_b	0,726m ²
e'_2	0,814m
t	20cm

De posse desses valores e da curva temporal de evolução da retração diferencial, mostrada na Figura 6.1, foi plotada a curva mostrada na Figura 6.3, que mostra a evolução temporal do momento básico de retração. Isso foi feito com a aplicação a fórmula:

$$M_s(tempo) = \varepsilon_s(tempo) * E_b * A_b * (e'_2 + t/2)$$

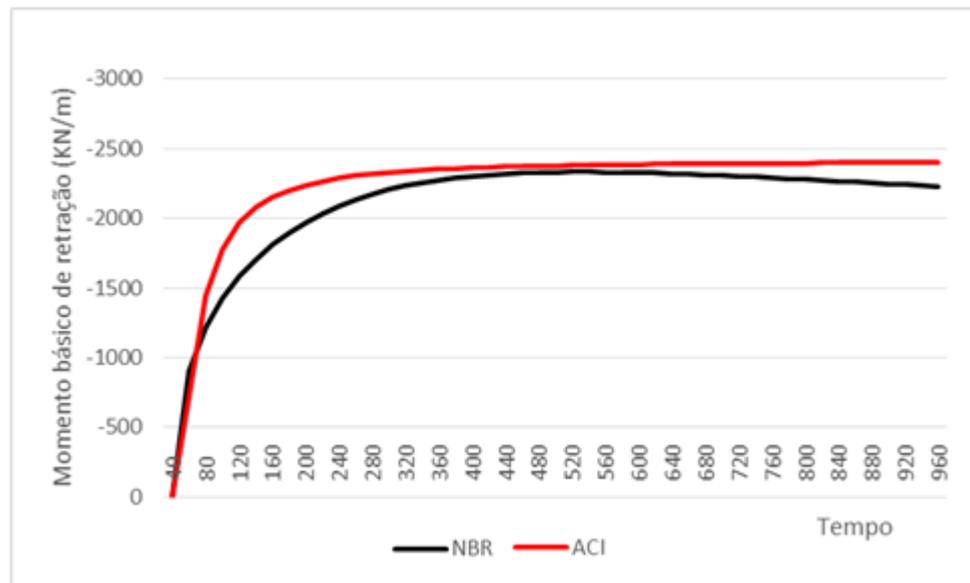


Figura 6.3 - Momento básico de retração.

6.2 MOMENTO HIPERESTÁTICO DEVIDO À FLUÊNCIA DA PROTENSÃO

6.2.1 Momento elástico da protensão

Nesse cálculo é utilizada a posição de cada cabo (conjunto de cordoalhas) e a carga nele aplicada, as informações referentes a posição foram obtidas da Figura 6.4.

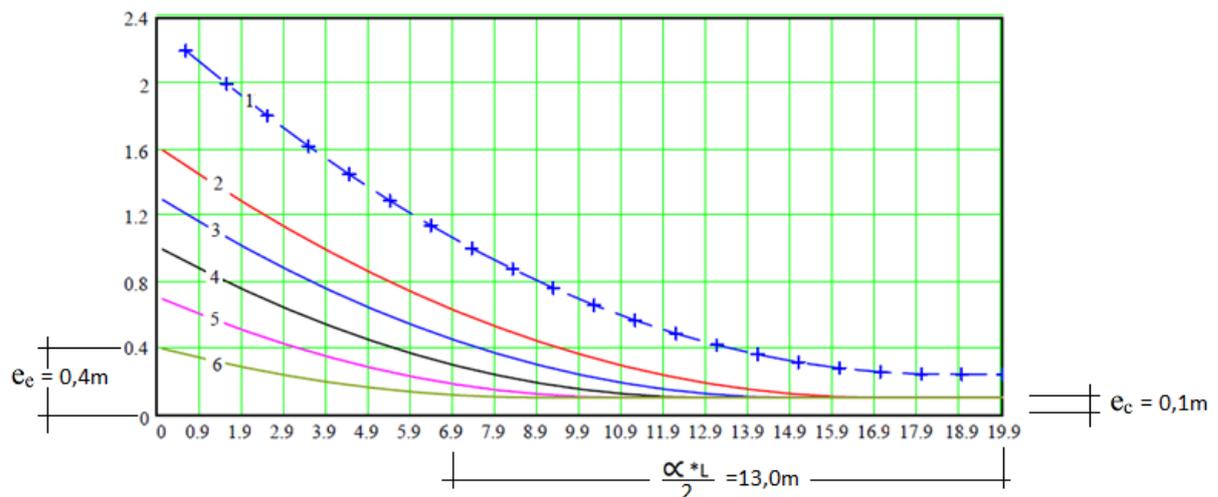


Figura 6.4 - Propriedades geométricas da protensão.

O valor do momento elástico de protensão, assim como os parâmetros utilizados em seus cálculos é mostrado na Tabela 6.2, para cada cabo. Foi utilizada a seguinte relação, obtida de (ALEX, 2016):

$$M_p = \frac{3 * P}{4} * [2 * e_e + (1 + \alpha) * (e_c - e_e)]$$

Tabela 6.2 - Parâmetros do momento elástico de protensão para cada cabo.

Cabo	P(KN)	e _e (m)	e _c (m)	α*L/2	α	M _p (KN*m)
1	1319	2,20	0,25	6,00	0,302	6863,4
2	1319	1,60	0,10	7,00	0,352	5171,4
3	1319	1,30	0,10	8,00	0,402	4236,4
4	1319	1,00	0,10	10,00	0,503	3316,2
5	1319	0,70	0,10	11,00	0,553	2306,6
6	1319	0,40	0,10	13,00	0,653	1282,0
Total						23176,0

6.2.2 Multiplicador dependente do tempo correspondente à protensão

Esse valor deve ser multiplicado pelo M_p (momento elástico de protensão) para obtenção do momento hiperestático da protensão.

Um dos parâmetros utilizados em seu cálculo é o módulo de elasticidade corrigido pela fluência.

$$E_{cv}(t) = \frac{E_{t0}}{1 + 0.7 * (\varphi_t(t) - \varphi_{40})}$$

Onde,

E_{cv} = Módulo de elasticidade corrigido pela fluência;

E_{t0} = Módulo de elasticidade tangente $E_{t0} = 5600 * \sqrt{f_{ck}} = 5600 * \sqrt{35} = 33\ 150\text{MPa}$;

$\varphi(t)$ = Coeficiente de fluência em um tempo “t”;

φ_{40} = Coeficiente de fluência até a colocação da laje, aos 40 dias.

O segundo parâmetro utilizado em seu cálculo é a relação entre o módulo de elasticidade e a fluência total que ocorre depois da continuidade.

$$E_{cc}(t) = \frac{E_{t0}}{\varphi_t(t) - \varphi_{40}}$$

O valor do coeficiente de fluência, para a idade de continuidade, calculado com a rotina de cálculo mostrada no Apêndice A é mostrado na Tabela 6.3.

Tabela 6.3 - Valor do coeficiente de fluência da viga para t=40 dias.

φ_{40}	
NBR	ACI
0,39	0,55

Finalmente, podemos obter a evolução temporal desse valor desse multiplicador, que é mostrada na Figura 6.5.

$$\delta_1(t) = \frac{E_{cv}(t)}{E_{cc}(t)}$$

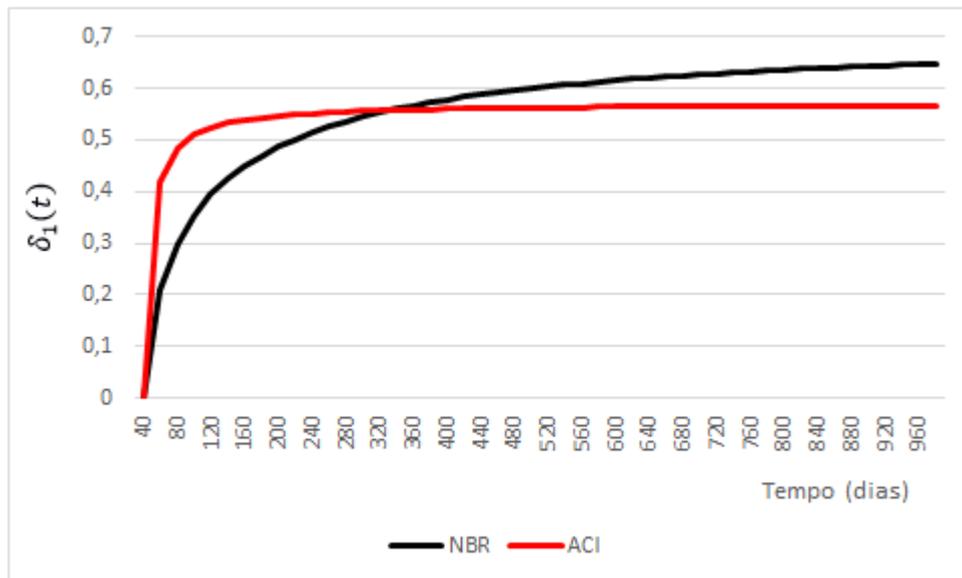


Figura 6.5 - Evolução temporal do multiplicador do momento elástico da protensão.

6.2.3 Cálculo do momento hiperestático devido à fluência da protensão

Com a relação, $M_C = M_p * \delta_1(t) = 23.176 * \delta_1(t)$, obtém-se a evolução temporal do momento hiperestático da protensão, mostrada na Figura 6.6.

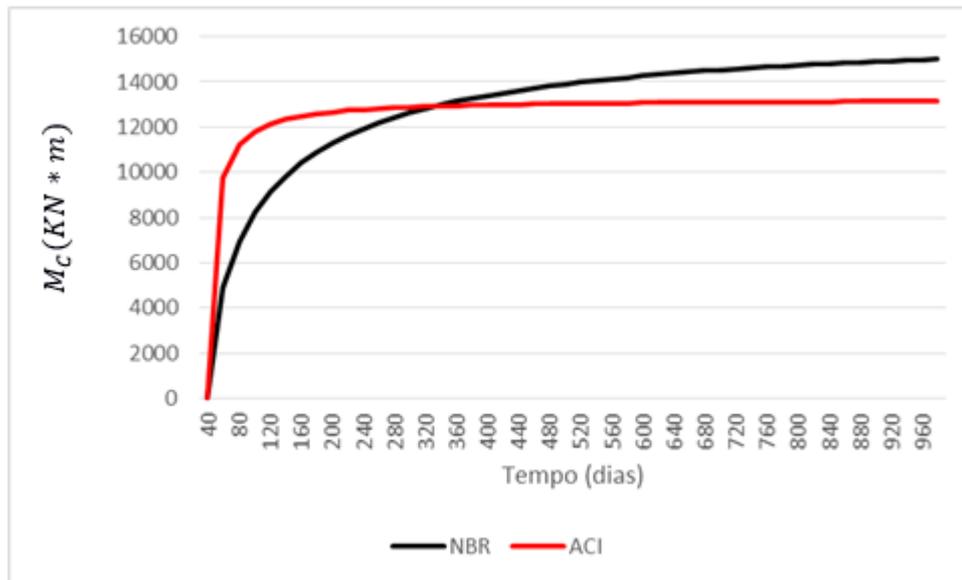


Figura 6.6 - Evolução temporal do momento hiperestático de fluência da protensão.

6.3 MOMENTO HIPERESTÁTICO DEVIDO À FLUÊNCIA DA CARGA PERMANENTE

6.3.1 Carregamento permanente

pp da laje.....	$0.20 \times 25 \text{ kN/m}^3$	$= 5 \text{ kN/m}^2$
pp do capeamento.....	$0.07 \times 24 \text{ kN/m}^3 + 2.0 \text{ kN/m}^2$	$= 3.68 \text{ kN/m}^2$
pp guarda-rodas.....	$0.232 \text{ m}^2 \times 25 \text{ kN/m}^3$	$= 5.8 \text{ kN/m}$
pp guarda-corpo.....	$= 2.38 \text{ kN/m}$
pp laje passeio.....	$= 1.5 \text{ kN/m}^2$
pp da viga	$0.824 \text{ m}^2 \times 25 \text{ kN/m}^3$	$= 20.6 \text{ kN/m}$

A ponte em questão tem largura=14,5m, e 4 vigas na seção transversal, então cada viga terá um carregamento permanente de

$$q_{\text{tabuleiro}} = \frac{[(5 + 3,68 + 1,5) \times 14,5 + 5,8 + 2,38]}{4} = 38,95 \text{ KN/m}$$

$$q_{\text{viga}} = 20,6 \text{ KN/m}$$

6.3.2 Momento elástico da carga permanente

O esquema de cálculo do momento elástico da carga permanente é mostrado na Figura 6.7.

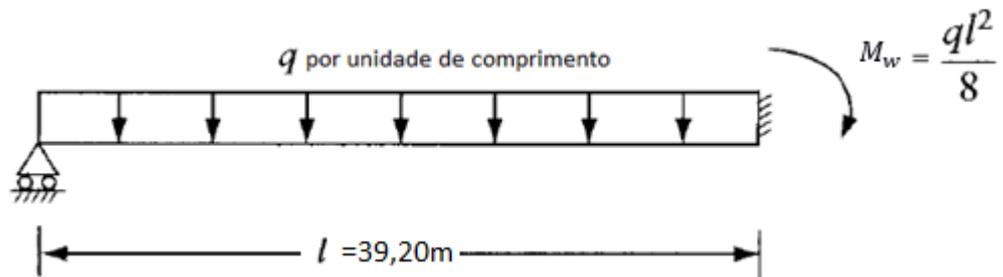


Figura 6.7 - Esquema de cálculo do momento elástico do carregamento permanente.

Com isso, obtemos o momento elástico da carga permanente:

$$M_{w,tabuleiro} = \frac{q_{tabuleiro} * l^2}{8} = \frac{38,95 * 39,20^2}{8} = 7.483 \text{ KN} * \text{m}$$

$$M_{w,viga} = \frac{q_{viga} * l^2}{8} = \frac{20,60 * 39,20^2}{8} = 3.957 \text{ KN} * \text{m}$$

6.3.3 Multiplicador dependente do tempo correspondente ao peso próprio

Esse valor deve ser multiplicado pelo M_w (momento elástico do carregamento permanente) para obtenção do momento hiperestático da protensão.

Um dos parâmetros utilizados em seu cálculo é o módulo de elasticidade corrigido pela fluência.

$$E_{cd}(t) = \frac{E_{t0}}{1 + 1.0 * (\varphi_t(t) - \varphi_{40})}$$

Com os mesmos parâmetros definidos em no item 4.2.

Temos então o seguinte multiplicador para o carregamento permanente:

$$\delta_2(t) = \frac{E_{cd}(t)}{E_{cc}(t)}$$

Com $E_{cc}(t)$ igual ao definido no item 4.2.

A evolução temporal de $\delta_2(t)$ é mostrada na Figura 6.8.

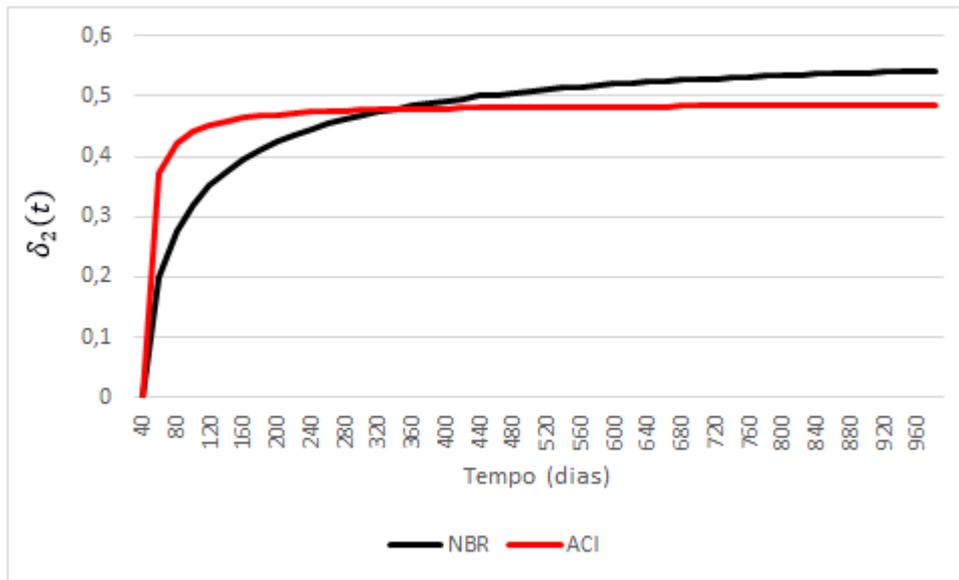


Figura 6.8 - Evolução temporal do multiplicador do momento elástico da carga permanente.

Com a relação,

$$M_{DL}(KN * m) = -(M_{w,viga} + M_{w,tabuleiro}) * \delta_2(t) = -11.438 * \delta_2(t)$$

Obtém-se a evolução temporal do momento hiperestático do carregamento permanente, que é mostrada na Figura 6.9.

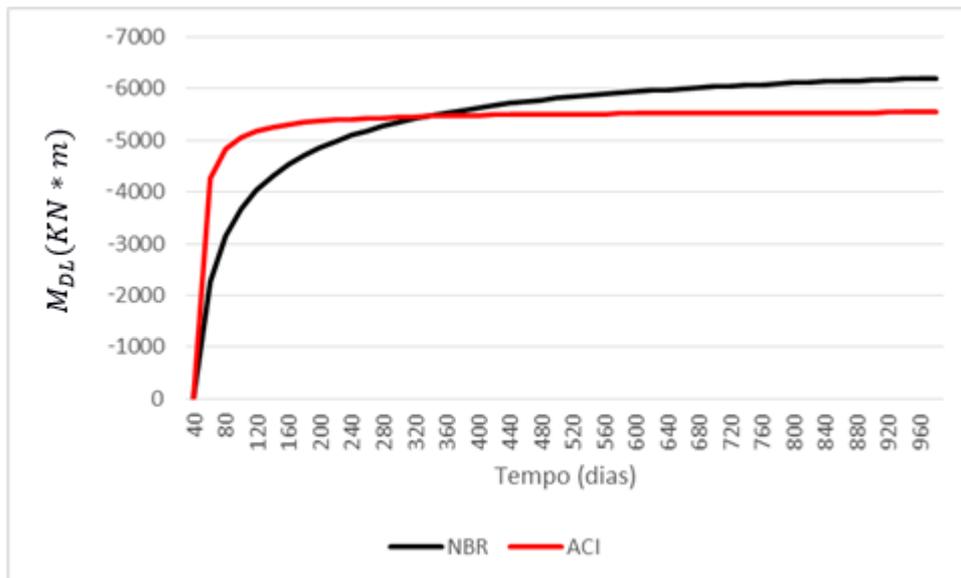


Figura 6.9 - Evolução temporal do momento hiperestático do carregamento permanente.

6.4 MOMENTO DEVIDO À CARGA MÓVEL COM IMPACTO

O cálculo desse momento, realizado com o uso de superfícies de influência, está fora do escopo deste trabalho. Em caráter exemplificativo, será tomado como sendo o calculado pelo projeto original da ponte da qual foram obtidos os parâmetros de cálculo, com isso:

$$M_{LL} = 6\,353\text{KN} * m$$

6.5 MOMENTO FINAL DEVIDO À RESTRIÇÃO DAS DEFORMAÇÕES

Esse momento dependerá da sequência de execução, se a laje for concretada antes ou após a aplicação da continuidade, as duas situações são abordadas nas seções 6.5.1 e 6.5.2.

6.5.1 Laje concretada antes da aplicação da continuidade

Nesse caso, o momento total pode ser calculado pela fórmula apresentada no início desse capítulo, pois só há a carga móvel na categoria de momento elástico.

$$M_r = (M_C + M_{DL}) * (1 + e^{-\varphi}) - M_s * \left(\frac{1 + e^{-\varphi}}{\varphi} \right) + M_{LL}$$

Onde,

M_s = momento básico de retração

ε_s = deformação diferencial de retração

E_b = módulo de elasticidade do tabuleiro

A_b = área da seção transversal do tabuleiro

e'_2 = distância do centroide da seção composta ao topo da viga

t = espessura da laje

M_r = momento final devido à restrição das deformações

M_C = momento hiperestático devido à fluência da protensão

M_{DL} = momento hiperestático devido à fluência da carga permanente

M_{LL} = momento devido à carga móvel com impacto

φ = coeficiente de fluência (obtido com os modelos do Apêndice A)

A Figura 6.10, mostra a evolução temporal do momento hiperestático total, em duas situações de carregamento: apenas com o carregamento permanente e com a carga móvel incluída.

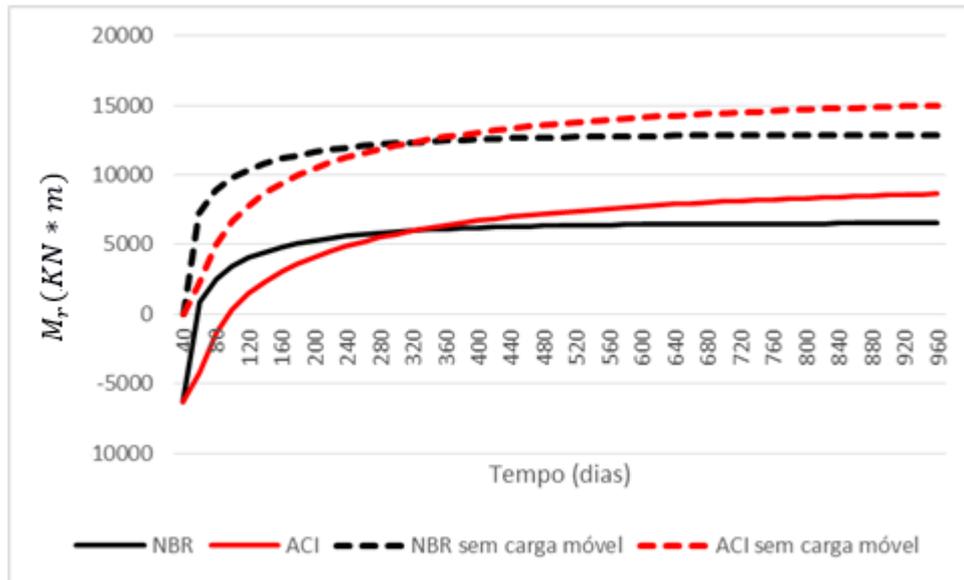


Figura 6.10 - Evolução temporal do momento hiperestático total com a laje concretada antes da continuidade.

6.5.2 Laje concretada após a aplicação da continuidade

Nessa sequência de aplicação, além da carga móvel, há também o peso próprio do tabuleiro gerando momentos elásticos, ou seja, deve-se somar à curva mostrada no item 6.5.1, o momento elástico causado pelo tabuleiro, com isso obtém-se as curvas mostradas na Figura 6.11.

Observa-se que a concretagem da laje após a aplicação da continuidade leva ao aumento no valor dos momentos negativos nos nós de continuidade, isso se dá pelo significativo valor dos carregamentos permanentes no tabuleiro, como peso da laje, capeamento, guarda rodas e guarda corpo, essa influência é maior nas idades iniciais.

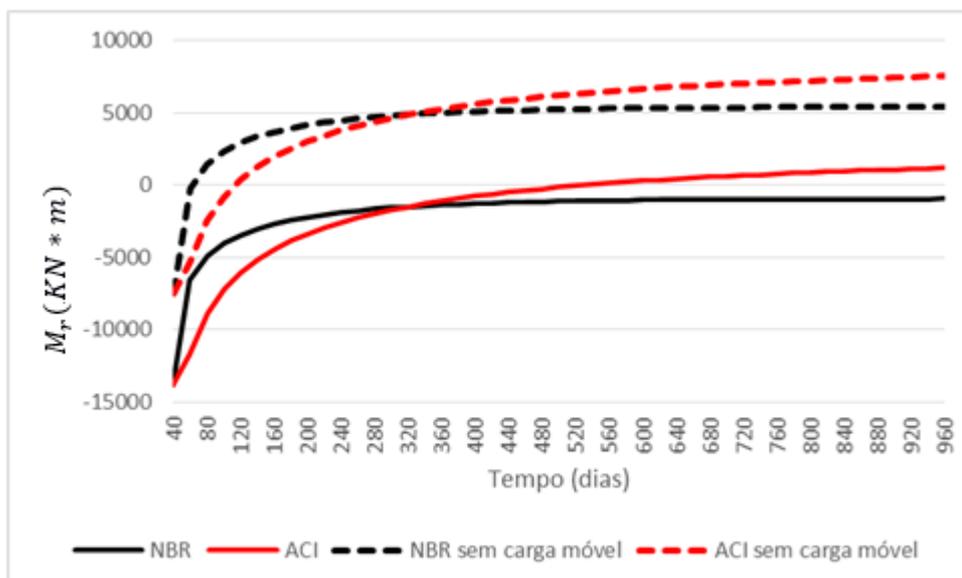


Figura 6.11 - Evolução temporal do momento hiperestático total com a laje concretada depois da continuidade.

6.6 INFLUÊNCIA DO TEMPO DA CONTINUIDADE NO MOMENTO HIPERESTÁTICO TOTAL

A influência do tempo de aplicação da continuidade é importante pois com o aumento deste, aumentam os momentos negativos, isso pode ser observado na Figura 6.12, que mostra duas curvas de momento hiperestático total para cada modelo de cálculo.

Esse aumento nos valores dos momentos negativos nos nós ocorre devido a diminuição do efeito da fluência de protensão, principal gerador de momentos positivos.

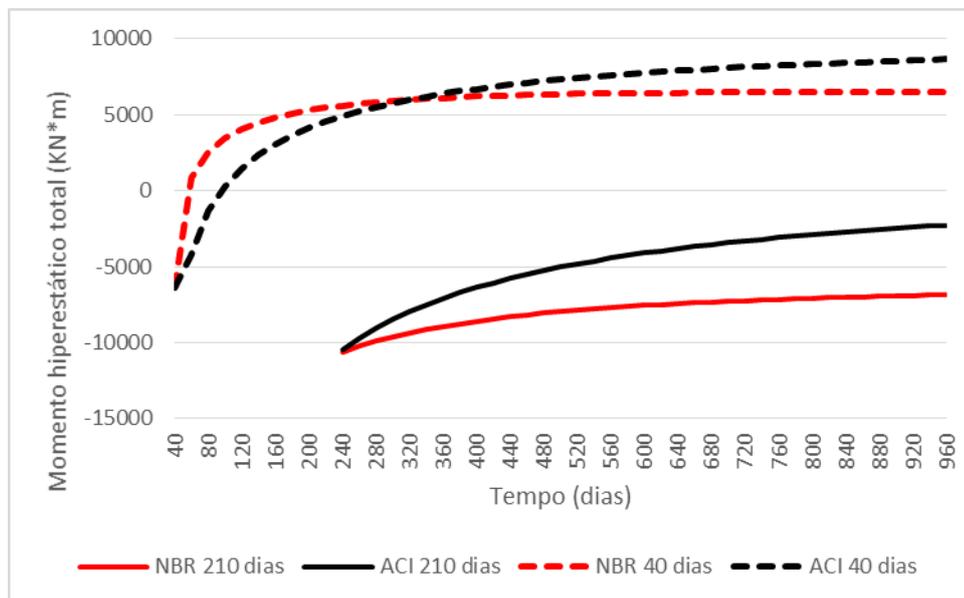


Figura 6.12 - Efeito do tempo de aplicação da continuidade nos momentos nos nós.

7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

7.1 CONCLUSÕES

Em função do apresentado nos capítulos anteriores sobre os diversos aspectos envolvendo a obtenção dos momentos nos nós de continuidade posterior, as principais conclusões deste trabalho são:

- Com o presente estudo foi possível verificar e mensurar a magnitude dos esforços devidos à fluência e a retração nos nós de continuidade de vigas protendidas com continuidade posterior. A influência dessas deformações se mostrou presente em todos os parâmetros analisados ao longo do tempo de análise.
- Em estruturas cujo estudo de flechas seja considerado relevante, os efeitos provocados pela fluência, retração e perdas de protensão precisam ser levados em consideração de forma precisa. Entre elas, podem ser citadas as pontes de grande vão construídas em balanços sucessivos, pontes estaiadas e estruturas ferroviárias para trens de alta

velocidade, além de estruturas de edificações que não devem apresentar flechas elevadas.

- A idade da viga na aplicação da continuidade é crucial no estabelecimento da intensidade do momento hiperestático. Foi mostrado que a magnitude desse momento diminui com o aumento da idade da viga.

- A concretagem da laje antes ou depois da aplicação da continuidade interfere fortemente nos valores dos momentos de restrição, a concretagem após a continuidade da viga em geral leva a momentos hiperestáticos negativos, enquanto que a concretagem antes da aplicação da continuidade leva a momentos positivos nos nós de continuidade.

- Não é possível determinar o camber real na aplicação da protensão ou no lançamento da laje devido à variabilidade aleatória dos parâmetros, porém, a existência de variáveis aleatórias não é uma desculpa para se cometer erros em sua estimativa teórica, que se baseia nas propriedades dos materiais, ambiente no qual se encontra e geometria dos elementos.

7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A seguir são apresentadas algumas sugestões para trabalhos futuros que poderão ser desenvolvidos sobre os temas tratados neste trabalho:

- Estudar o comportamento da região da continuidade entre vigas pré-moldadas protendidas, principalmente para o caso de vigas com pós-tensão executadas no canteiro, que ainda é o método construtivo mais adotado no Brasil;

- Desenvolver estudos para elaboração de procedimentos para reabilitação de pontes existentes com a aplicação do conceito de ponte integral, eliminando-se as juntas e promovendo-se a continuidade estrutural;

- Estudar os efeitos de temperatura em pontes para as condições climáticas do Brasil de forma a fornecer subsídios para uma revisão da NBR 7187.

- Analisar os efeitos da aplicação da continuidade posterior nas dimensões de projeto, comparando com as obtidas do projeto em vigas bi apoiadas, e, também, em vigas contínuas.

REFERÊNCIAS

- ACI 318M-14, Building code requirements for structural concrete (ACI 318M-14) and Commentary (ACI 318RM-14), 2005
- ACI – AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effects in Concrete Structures – ACI 209R-92 (Reapproved 2008), Farmington Hills, 2008
- ALEX, ATHUL, "Volume-Change Restraining Effects in Continuous Precast/Prestressed Bridge Girders" (2016). Civil Engineering Theses, Dissertations, and Student Research. 91.
- EL DEBS, M. K. (2000). *Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações*. São Carlos: EESCUSP, 2000. 441 p.
- GHALI, A.; FAVRE, R.; ELBRADY, M. Concrete Structures – Stress and Deformations, 3rd edition, London, 2002.
- GILBERT, R.I., Time Effects in Concrete Structures, Elsevier, Amsterdam, 1988.
- HASTAK, M., etti alli; State of Practice for Positive Moment Connections in Prestressed Concrete Girders Made Continuous, Journal of Bridge Engineering, ASCE, 267-272, outubro, 2003.
- MARTIN, L. D. 1977. A Rational Method for Estimating Camber and Deflection of Precast Prestressed Members. PCI Journal, V. 22, No. 1 (January–February): pp. 100–108.
- METHA, K. P., 2008, Concreto Microestrutura, Propriedades e Materiais, 3 ed. São Paulo, Ibracon
- NBR 6188/2014, Projetos de Estruturas de Concreto - Procedimento, controle e recebimento – Procedimento, ABNT.
- NEWHOUSE, C.D. Design and Behavior of Precast, Prestressed Girders Made Continuous – An Analytical and Experimental Study, Virginia Polytechnic Institute and State University (Doctoral Thesis), Blacksburg, 2005.
- PCI Bridge Design Manual Steering Committee. 2003. Precast Prestressed Concrete Bridge Design Manual. 2nd ed. Chicago, IL: PCI.
- PFEIL, W. (1988). *Concreto protendido*. 2.ed. Rio de Janeiro, LTC Livros Técnicos. 3 v. 204 p.
- PINHO, M. F., etti alli; Tabuleiros de pontes em vigas pré-moldadas protendidas com continuidade – Aspectos de projeto e construção, Anais do 51º. Congresso Brasileiro de Concreto, 2009.
- RÜSCH, H.; JUNGWIRTH, D.; HILSDORF, H.K. Creep and Shrinkage – Their Effect on the Behavior of Concrete Structures, Springer-Verlag, New York, 1983.
- SOUZA, C., Souza, H., Neves, A. S., Figueiras, J.; Numerical Evaluation of the behavior of precast continuous bridge decks, Journal of Bridge Engineering, ASCE, 2011, 17(1), 89-96, 2012.
- TADROS, Maher K. etti alli; Precast, prestressed girder camber variability, PCI Journal, Winter, 2011.

APÊNDICE A: PROGRAMA PARA A FLUÊNCIA E RETRAÇÃO

Os cálculos numéricos de fluência e retração são muito trabalhosos e repetitivos. O contorno desse problema foi a utilização de programação. Em primeira análise, levando em conta principalmente as questões relativas à produtividade na execução deste projeto, as linguagens MATLAB e MathCad foram as principais candidatas. Do ponto de vista puramente técnico-científico, qualquer linguagem atual serviria. Com o MathCad tem-se uma maior facilidade na produção de memórias de cálculo, por esse motivo essa foi a linguagem utilizada nos referidos cálculos.

Rotina em MathCad para cálculo de retração e fluência segundo os modelos da NBR 118/2014 e o ACI 209R-92.

Concreto

$$f_{ck} := 35\text{MPa}$$

$$\alpha := 3 \quad (1 \text{ para CP III ou CP IV, } 2 \text{ para CP I ou CPII, } 3 \text{ para CP V})$$

$$S_{w,c} := 0.2 \quad (0.38 \text{ para CP III ou CP IV, } 0.25 \text{ para CP I ou CPII, } 0.20 \text{ para CP V})$$

$$T_{c,c} := 500 \quad (\text{Idade do concreto no instante considerado [dias]})$$

$$T_0 := 7 \quad (\text{Idade do concreto no instante do carregamento [dias]})$$

$$Ab := 7\text{cm} \quad (\text{Abatimento})$$

$$\psi := 40 \quad [\text{ACI}] \quad (\text{Porcentagem de agregado fino em relação ao agregado total})$$

$$c_c := 450 \quad [\text{ACI}] \quad (\text{Consumo de cimento em Kg/m}^3)$$

$$\alpha_a := 5 \quad [\text{ACI}] \quad (\text{Percentual de ar incorporado})$$

Seção transversal

$$A_c := 8240\text{cm}^2 \quad (\text{Área})$$

$$u_{ar} := 649\text{cm} \quad (\text{Perímetro externo em contato com o ar})$$

Ambiente

$$T_i := 27 \quad (\text{Temperatura média em } ^\circ\text{C})$$

$$U := 80 \quad (\text{Umidade relativa percentual})$$

Modelo da NBR 6118-2014

Idade fictícia do concreto:

$$t := \alpha \cdot \frac{(T_i + 10)}{30} \cdot T = 1.85 \times 10^3 \quad (\text{No instante considerado [dias]})$$

$$t_0 := \alpha \cdot \frac{(T_i + 10)}{30} \cdot T_0 = 25.9 \quad (\text{No tempo do carregamento [dias]})$$

Espessura fictícia da peça:

$$\gamma := 1 + \exp(-7.8 + 0.1 \cdot U) = 2.221 \quad (\text{Coeficiente dependente da umidade relativa})$$

$$h_{\text{fic}} := \gamma \cdot \frac{(2 \cdot A_c)}{u_{\text{ar}}} = 0.564 \text{ m} \quad (\text{Espessura fictícia})$$

Espessura fictícia da peça:

$$\gamma := 1 + \exp(-7.8 + 0.1 \cdot U) = 2.221 \quad (\text{Coeficiente dependente da umidade relativa})$$

$$h_{\text{fic}} := \gamma \cdot \frac{(2 \cdot A_c)}{u_{\text{ar}}} = 0.564 \text{ m} \quad (\text{Espessura fictícia})$$

$$\phi_{1c} := \text{if}(0 < Ab < 4\text{cm}, 0.75\phi_{1c}, \phi_{1c}) = 1.65$$

$$\phi_{1c} := \text{if}(10\text{cm} < Ab < 15\text{cm}, 1.25\phi_{1c}, \phi_{1c}) = 1.65$$

$$\phi_{1c} = 1.65$$

$$\phi_{2c} := \frac{\left(42 + \frac{h_{\text{fic}}}{\text{cm}}\right)}{20 + \frac{h_{\text{fic}}}{\text{cm}}} = 1.288$$

$$\phi_{f\infty} := \phi_{1c} \cdot \phi_{2c} = 2.125 \quad (\text{Coeficiente de deformação lenta irreversível})$$

$$\phi_{d\infty} := 0.4$$

$$\frac{h}{m}$$

$$A := 42 \cdot h^3 - 350 \cdot h^2 + 588 \cdot h + 113 = 340.852$$

$$B := 768 \cdot h^3 - 3060 \cdot h^2 + 3234 \cdot h - 23 = 965.427$$

$$C := -200 \cdot h^3 + 13 \cdot h^2 + 1090 \cdot h + 183 = 766.086$$

$$D := 7579 \cdot h^3 - 31916 \cdot h^2 + 35343 \cdot h + 1931 = 1.307 \times 10^4$$

$$\beta_d := \frac{(t - t_0 + 20)}{t - t_0 + 70} = 0.974 \quad \text{Coeficiente relativo à deformação lenta reversível em função do tempo fictício decorrido após o carregamento (t-to).}$$

$$\beta_f(x) := \frac{(x^2 + A \cdot x + B)}{x^2 + C \cdot x + D}$$

$$\phi(x, x_0) := \text{if}[x < x_0, 0, \phi_a + \phi_{f\infty} \cdot (\beta_f(x) - \beta_f(x_0)) + \phi_{d\infty} \cdot \beta_d]$$

$$\phi(t, t_0) = 1.653 \quad (\text{Coeficiente de fluência segundo o Modelo da NBR 6118/2014})$$

Retração:

$$\alpha_w := 1 \quad (\alpha = 1 \text{ para efeitos de retração})$$

$$t_w := \frac{t}{\alpha} \quad t_{0w} := \frac{t_0}{\alpha}$$

$$\varepsilon_{1s} := 10^{-4} \cdot \left(-8.09 + \frac{U}{15} - \frac{U^2}{2284} + \frac{U^3}{133765} - \frac{U^4}{7608150} \right) = -7.115 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{1s} := \text{if} \left(0 < Ab < 4\text{cm}, 0.75\varepsilon_{1s}, \varepsilon_{1s} \right) = -7.115 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{1s} = -7.115 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{2s} := \frac{\left(33 + 2 \cdot \frac{h_{fic}}{\text{cm}} \right)}{20.8 + 3 \cdot \frac{h_{fic}}{\text{cm}}} = 0.767$$

$$\varepsilon_{cs\infty} := \varepsilon_{1s} \cdot \varepsilon_{2s} = -5.46 \times 10^{-4} \quad (\text{Valor final da retração})$$

$$B_s := 116 \cdot h^3 - 282 \cdot h^2 + 220 \cdot h - 4.8 = 50.389$$

$$C_s := 2.5 \cdot h^3 - 8.8 \cdot h + 40.7 = 36.185$$

$$D_s := -75 \cdot h^3 + 585 \cdot h^2 + 496 \cdot h - 6.8 = 445.66$$

$$E_s := -169 \cdot h^4 + 88 \cdot h^3 + 584 \cdot h^2 - 39 \cdot h + 0.8 = 163.305$$

$$\beta_s(x) := \frac{\left[\left(\frac{x}{100} \right)^3 + A_s \cdot \left(\frac{x}{100} \right)^2 + B_s \cdot \left(\frac{x}{100} \right) \right]}{\left(\frac{x}{100} \right)^3 + C_s \cdot \left(\frac{x}{100} \right)^2 + D_s \cdot \left(\frac{x}{100} \right) + E_s}$$

$$\varepsilon_{cs} := \varepsilon_{cs\infty} \cdot (\beta_s(t) - \beta_s(0))$$

$$\varepsilon_{cs} = -4.218 \times 10^{-4}$$

(Retração entre a secagem e o tempo considerado segundo o modelo da NBR 6118/2014)

MODELO ACI 209R-92

Retração

$$\gamma_{sh.tc} := 1.2 \quad (\text{Coeficiente das condições de cura})$$

$$\gamma_{sh.rh} := \text{if} \left(0.4 \leq U \leq 0.8, 1.4 - 1.02 \cdot \frac{U}{100}, 3 - 3 \cdot \frac{U}{100} \right) = 0.6 \quad (\text{Coeficiente de umidade relativa})$$

$$\gamma_{sh.vs} := 1.2 \cdot \exp \left[-0.00472 \cdot \left(\frac{A_c}{u_{ar} \cdot \text{mm}} \right) \right] = 0.659 \quad (\text{Coeficiente de forma})$$

$$\gamma_{sh.s} := 0.89 + 0.00161 \cdot \frac{Ab}{\text{mm}} = 1.003 \quad (\text{Coeficiente de slump})$$

$$\gamma_{sh.\psi} := \text{if} (\psi \leq 50, 0.3 + 0.014 \cdot \psi, 0.9 + 0.02 \cdot \psi) = 0.86 \quad (\text{Coef. de correção do agregado fino})$$

$$\gamma_{sh.c} := 0.75 + 0.00061 \cdot c = 1.024 \quad (\text{Coeficiente da quantidade de cimento})$$

$$\gamma_{sh.a} := \text{if} (0.95 + 0.008 \cdot \alpha_a \leq 1, 1, 0.95 + 0.008 \cdot \alpha_a) = 1 \quad (\text{Coeficiente da quantidade de ar})$$

$$\gamma_{sh} := \gamma_{sh.tc} \cdot \gamma_{sh.rh} \cdot \gamma_{sh.vs} \cdot \gamma_{sh.s} \cdot \gamma_{sh.\psi} \cdot \gamma_{sh.c} \cdot \gamma_{sh.a} = 0.419$$

$$\varepsilon_{shu} := 780 \cdot \gamma_{sh} \cdot 10^{-6}$$

$$f := 26 \cdot \exp \left[1.42 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{A_c}{u_{ar} \cdot m} \right) \right] = 26.047$$

$$\varepsilon_{shu} = 3.27 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{sh}(t) := \frac{t}{f + t} \cdot \varepsilon_{shu}$$

$$\varepsilon_{sh}(T) = 3.108 \times 10^{-4}$$

(Retração segundo o modelo ACI 209R-92)

Fluência

$$\gamma_{c,t_0} := 1.25 \cdot t_0^{-0.118} = 0.851 \quad (\text{Coeficiente de correção das condições de cura})$$

$$\gamma_{c,rh} := 1.27 - 0.67 \cdot \frac{U}{100} = 0.734 \quad (\text{Coeficiente de correção da umidade relativa})$$

$$\gamma_{c,vs} := \frac{2}{3} \cdot \left[1 + 1.13 \cdot \exp \left[-0.0213 \cdot \left(\frac{A_c}{u_{ar} \cdot mm} \right) \right] \right] = 0.717 \quad (\text{Coeficiente de correção da forma})$$

$$\gamma_{c,s} := 0.82 + 0.00264 \cdot \frac{A_b}{mm} = 1.005 \quad (\text{Coeficiente de slump})$$

$$\gamma_{c,\psi} := 0.88 + 0.0024 \cdot \psi = 0.976 \quad (\text{Coeficiente de correção do agregado graúdo})$$

$$\gamma_{c,a} := \text{if} \left(0.46 + 0.09 \cdot \alpha_a \leq 1, 1, 0.46 + 0.09 \cdot \alpha_a \right) = 1 \quad (\text{Coeficiente de correção do ar incorporado})$$

$$\gamma_c := \gamma_{c,t_0} \cdot \gamma_{c,rh} \cdot \gamma_{c,vs} \cdot \gamma_{c,s} \cdot \gamma_{c,\psi} \cdot \gamma_{c,a} = 0.439$$

$$\phi_{ww}(t) := \frac{(t - t_0)}{10 + (t - t_0)} \cdot 2.35 \cdot \gamma_c$$

$$\phi(T) = 1.011$$

(Fluência segundo o modelo ACI 209R-92)