



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

GLAUCIO ALVES DE OLIVEIRA

RESISTÊNCIA AO ESFORÇO CORTANTE EM VIGAS DE CONCRETO
ARMADO SEM ESTRIBOS REFORÇADAS COM FIBRAS METÁLICAS
DO TIPO *HOOKED*

RECIFE/2016

GLAUCIO ALVES DE OLIVEIRA

RESISTÊNCIA AO ESFORÇO CORTANTE EM VIGAS DE CONCRETO
ARMADO SEM ESTRIBOS REFORÇADAS COM FIBRAS METÁLICAS
DO TIPO *HOOKED*

Trabalho de conclusão de curso apresentado à
Universidade Federal de Pernambuco como parte
dos requisitos para obtenção de grau de
Engenheiro Civil.

Área de concentração: Estrutura

Orientador: Prof. Paulo de Araújo Regis

RECIFE/2016

Catálogo na fonte
Bibliotecária Margareth Malta, CRB-4 / 1198

O48r	Oliveira, Glaucio Alves de. Resistência ao esforço cortante em vigas de concreto armado sem estribos reforçadas com fibras metálicas do tipo hooked / Glaucio Alves de Oliveira. – 2016. 81 folhas, il., gráfs., tabs. Orientador: Prof. Dr. Paulo de Araújo Regis. TCC (Graduação) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Departamento de Engenharia Civil, 2016. Inclui Referências. 1. Engenharia Civil. 2. Fibras metálicas. 3. Esforço cortante. 4. Fibra hooked. 5. Concreto armado. 6. Concreto reforçado com fibras. I. Regis, Paulo de Araújo. (Orientador). II. Título. UFPE 624 CDD (22. ed.) BCTG/2016-200
------	---



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL
COORDENAÇÃO DO CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

**ATA DA DEFESA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO PARA
CONCESSÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO CIVIL**

CANDIDATO(S): GLAUCIO ALVES DE OLIVEIRA

BANCA EXAMINADORA:

Orientador: Prof. Paulo de Araújo Regis

Examinador 1: Prof. Bernardo Horowitz

Examinador 2: Prof. Tiago Ancelmo de Carvalho Pires de Oliveira

TÍTULO DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO:

RESISTÊNCIA AO ESFORÇO CORTANTE EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO SEM ESTRIBOS REFORÇADAS COM FIBRAS METÁLICAS DO TIPO *HOOKED*

LOCAL: SALA 118 - CTG

DATA: 21/07/2016 **HORÁRIO DE INÍCIO:** 15h.

Em sessão pública, após exposição de cerca de 30 minutos, o(s) candidato(s) foi (foram) arguido(s) oralmente pelos membros da banca com NOTA: 9,0 deixar 'Exame Final', quando for o caso).

1) () aprovado(s) (nota $\geq 7,0$), pois foi demonstrado suficiência de conhecimento e capacidade de sistematização no tema da monografia e o texto do trabalho aceito.

As revisões observadas pela banca examinadora deverão ser corrigidas e verificadas pelo orientador no prazo máximo de 30 dias (o verso da folha da ata poderá ser utilizado para pontuar revisões).

O trabalho com nota no seguinte intervalo, **3,0 $\leq$ nota $< 7,0$** , será reapresentado, gerando-se uma nova ata; sendo o trabalho aprovado na reapresentação, o aluno será considerado **aprovado com exame final**.

2) () reprovado(s). (nota $< 3,0$)

Na forma regulamentar foi lavrada a presente ata que é assinada pelos membros da banca e pelo(s) candidato(s).

Recife, 21 de Julho de 2016

Orientador:
Avaliador 1:
Avaliador 2:
Candidato:

DEDICATÓRIA

Dedico a todos que me apoiaram e confiaram no meu trabalho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha família minha mãe Aparecida, meu pai Miguel e ao meu irmão Glauber, que me apoiaram de forma integral em todo o curso;

Aos meus professores, parte fundamental na minha formação;

Ao meu orientador, Paulo Regis, que incentivou a fazer esse trabalho me guiando da melhor forma possível e sempre estando à disposição;

Aos meus amigos, por me aguentarem todos os dias, em especial a Ellise Lima por sempre me ouvir e dividir dificuldades ao longo do curso;

Em especial agradeço a Natália Lubambo por ser companheira em todas as horas, suportando meu mau humor e ansiedade;

Sem eles eu não teria conseguido.

OLIVEIRA, G. A. (2016). Estudo sobre a influência das fibras metálicas - tipo Hooched, no incremento da resistência ao cortante em vigas de concreto armado sem estribos. Trabalho de Conclusão do Curso, graduação em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental (DECIV), Centro de Tecnologia e Geociências (CTG), Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Recife / PE.

RESUMO

Este trabalho fez uma compilação de dados coletados na literatura reunindo 166 ensaios de ruptura de vigas de concreto armado sem armaduras transversais, sendo 121 com fibras metálicas do tipo *hooked* e 45 sem fibras. O objetivo foi analisar o incremento da resistência ao cortante provida pelas fibras comparando com as vigas sem fibras. Também foram analisados cinco modelos teóricos para a previsão da tensão última de cisalhamento considerando o universo em estudo e as variáveis disponíveis nos ensaios coletados. Os resultados mostraram que as vigas com volume de fibras de 0,5% a 1,0% tiveram um significativo incremento na resistência ao cortante. Além disso, nem todos os modelos testados retornaram com resultados satisfatórios, apenas os modelos propostos por Ashour et al. e o *The Variable Engagement Model* abrangeram da melhor forma as variáveis e se mostraram mais adequados para o universo estudado.

Palavras-chaves: Fibras Metálicas. Esforço Cortante. Fibra Hooched. Concreto Armado. Concreto reforçado com fibras.

OLIVEIRA, G. A. (2016). Shear strength of fiber-reinforced concrete beams without stirrups with end-hooked steel fibers. Final Course Work, graduation in Civil Engineering, Department of Civil Engineering and Environmental (DECIV), Center of Technology and Geosciences (CTG), Federal University of Pernambuco (UFPE). Recife / PE.

ABSTRACT

This study analyzed a database collected in the literature with 166 failure tests of reinforced concrete beams without stirrups, 121 with steel fibers end-hooked type and 45 without fiber reinforcement. The objective was evaluate fiber contribution to the concrete shear strength compared to the beams without fibers. Additionally, five theoretical models were analyzed for predicting the ultimate shear stress considering the universe of the variables available in the collected essays. The results showed that the range of the volumetric fraction 0.5 % to 1.0 % had a significant increase in shear strength. However, not all models tested produced satisfactory results, only the model proposed by Ashour et al. and The variable Engagement Model show the best correlation with the variables and were more suitable for this study.

Keywords: Steel fibers. Shear Strength. End-hooked fibers. Fiber reinforced concrete.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -Fibra metálica tipo Dramix® (CATALOGO ARCELOR MITTAL)	15
Figura 2 - Tipos e classificação de fibras (ABNT NBR 15530,2007).....	17
Figura 3 - Fibra de polipropileno em forma de novelo (PORTAL DA ARQUITETURA E CONSTRUÇÃO)	18
Figura 4 - Fibras de polipropileno (PORTAL DA ARQUITETURA E CONSTRUÇÃO).....	18
Figura 5 - Macro fibras de polipropileno	18
Figura 6 - Fibra natural (PORTAL DA ARQUITETURA E CONSTRUÇÃO).....	20
Figura 7 - Fibra de vidro (PORTAL DA ARQUITETURA E CONSTRUÇÃO).....	20
Figura 8 - Representação do concreto sem fibras (a) e com adição de fibra (b) (FIGUEIREDO, 2011)	21
Figura 9 - Incremento no quadro de resistências com o aumento no volume de fibras de aço e polipropileno (RESENDE, 2003).	22
Figura 10 - Resistência a tração da seção abaixo da linha neutra (FIGUEIREDO, 2011).	22
Figura 11– Método de ensaio de vigas (ISHTEWI, 2012).....	24
Figura 12 - Componente do reforço com fibras (FOSTER, 2010).	28
Figura 13 - Interação fibra e matriz para determinação da resistência ao cortante ¹³	30
Figura 14 - Gráfico volume de fibras pela tensão última de cisalhamento	36
Figura 15 – Valor normalizado versus a/d	37
Figura 16 – Valor normalizado versus resistência média à compressão.....	38
Figura 17 – Valor normalizado versus altura útil	38
Figura 18 – Valor normalizado versus taxa longitudinal de armadura	39
Figura 19 - Gráfico Tensão última de cisalhamento versus a/d com fibras e sem fibras.....	40
Figura 20 - Taxa longitudinal de armadura versus Tensão última de cisalhamento	41
Figura 21 – Influência da taxa de armadura longitudinal na tensão última de cosalhamento na presença de fibras.....	42
Figura 22 - Altura útil versus Tensão última de cisalhamento	42
Figura 23- Tensão última de cisalhamento versus Resistência à compressão	43
Figura 24 - Tensão última de cisalhamento versus a/d	44
Figura 25 - Tensão última de cisalhamento versus taxa longitudinal de armadura.....	45
Figura 26- Influência da taxa longitudinal de armadura longitudinal para vigas com e sem fibras.....	46
Figura 27- Altura útil versus Tensão última de cisalhamento	47
Figura 28- Tensão última de cisalhamento versus resistência a compressão.....	49
Figura 29 - Tensão última de cisalhamento versus a/d	50
Figura 30 - Tensão última de cisalhamento versus taxa de armadura longitudinal.....	51
Figura 31 – influência da txa de armadura longitudinal na tensão última de cosalhamento na presença de fibras.....	51
Figura 32 - Altura útil versus Tensão última de cisalhamento	52
Figura 33 - Tensão última de cisalhamento versus resistência média a compressão	53
Figura 34 - Valor teórico versus valor experimental - Modelo de Modelo de A. K. Sharma ..	55

Figura 35 - Valor teórico versus valor experimental - Modelo de Modelo de Narayanan & Darwish	55
Figura 36 - Valor teórico versus valor experimental - Modelo de Ashour et al. Baseado no ACI.....	56
Figura 37 - Valor teórico versus valor experimental - Modelo de Ashour et al. Baseado na equação de Zsuttsy	56
Figura 38 - Valor teórico versus valor experimental – Variable Engagement Model.....	57
Figura 39 - Modelo de A. k. Sharma	58
Figura 40 - Modelo de Modelo de Narayanan & Darwish.....	58
Figura 41- Modelo de Ashour et al. Baseado no ACI.....	59
Figura 42- Modelo de Ashour et al. Baseado na equação de Zsuttsy.....	59
Figura 43 - The Variable ENgagement Model	60
Figura 44 - Modelo de A.K. Sharma.....	61
Figura 45- Modelo de Modelo de Narayanan & Darwish.....	61
Figura 46 - Modelo de Ashour et al. Baseado no ACI.....	62
Figura 47 - Modelo de Ashour et al. Baseado na equação de Zsuttsy	62
Figura 48 – The Variable ENgagement Model	63
Figura 49 - Modelo de A. K. Sharma.....	64
Figura 50- Modelo de Narayanan & Darwish	64
Figura 51 - Modelo de Ashour et al. Baseado no ACI.....	65
Figura 52 - Modelo de Ashour et al. Baseado na equação de Zsuttsy	65
Figura 53 - The Variable ENgagement Model	66
Figura 54 - Comparação do Modelo de Narayanan & Darwish para e=1,9 e e=2,8	67
Figura 55 - Comparação do Modelo de Narayanan & Darwish para e=1,9 e e=2,8	67
Figura 56 - Comparação do Modelo de Narayanan & Darwish para e=1,9 e e=2,8	68

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Fator de Ancoragem (df) (ISHTEWI, 2012). _____	26
Tabela 2 - Resumo das expressões para cálculo da resistência última ao cisalhamento ____	32
Tabela 3 - Resumo dos dados analisados _____	33
Tabela 4 - Resumo dos dados por tipo de ruptura _____	35
Tabela 5– Pontos fora do comportamento típico $v_u \times a/d$ _____	40
Tabela 6– Pontos de valores mais altos _____	41
Tabela 7– Concentração de valores para $\rho = 1,34\%$ _____	46
Tabela 8– Pontos com valor acima do esperado. _____	47
Tabela 9 – Dados referentes a concentração de valores no intervalo $197\text{mm} < d < 212\text{mm}$ _	48

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	13
1.1. JUSTIFICATIVA.....	14
1.2. OBJETIVOS	14
1.2.1. Objetivo geral	14
1.2.2. Objetivos específicos	14
2. REFERENCIAL TEÓRICO.....	15
2.1. FIBRAS	15
2.1.1. Fibras metálicas	15
2.1.2. Fibras Sintéticas.....	17
2.1.3. Fibras naturais	19
2.1.4. Fibra de vidro	20
2.2. COMPORTAMENTO DA MATRIZ FIBROSA.....	21
2.3. MODELOS TEÓRICOS.....	23
2.3.1. A.K. Sharma (1986).....	25
2.3.2. R. Narayanan e I. Y. Darwish (1987)	26
2.3.3. Samir A. Ashour, Ghazi S. Hasanain e Faisal F. Wafa (1992)	27
2.3.4. The Variable Engagement Model.....	28
2.3.5. Aspectos Normativos	31
2.3.6. Resumo do capítulo	32
3. MATERIAIS E MÉTODOS	33
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	35
4.1. CONTRIBUIÇÃO DAS FIBRAS	35
4.2. ANÁLISE DOS VOLUMES MAIS SIGNIFICATIVOS	39
4.2.1. $V_{fib} = 0,5\%$	39
4.2.1.1. Relação a/d	39
4.2.1.2. Taxa longitudinal de armadura (ρ)	40
4.2.1.3. Altura útil (d)	42
4.2.1.4. Resistência a compressão (f'_c).....	43
4.2.2. $V_{fib} = 0,75\%$	44
4.2.2.1. Relação a/d	44
4.2.2.2. Taxa longitudinal de armadura (ρ)	45
4.2.2.3. Altura útil (d)	46
4.2.2.4. Resistência a compressão (f'_c).....	48
4.2.3. $V_{fib} = 1,0\%$	50

4.2.3.1. Relação a/d	50
4.2.3.2. Taxa longitudinal de armadura (ρ).....	50
4.2.3.3. Altura útil (d)	51
4.2.3.4. Resistência a compressão (f'_c).....	52
4.3. DISCUSSÃO DOS MODELOS TEÓRICOS.....	54
5. CONCLUSÕES	69
6. PERSPECTIVAS FUTURAS	71
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	72
ANEXO I.....	75
ANEXO II	79

1. INTRODUÇÃO

O concreto reúne características que o torna o material estrutural de mais amplo uso no mundo. O baixo custo, a capacidade de moldagem em diversas formas e de se adequar a variadas condições de produção, são algumas de suas vantagens mais importantes. No entanto, o concreto apresenta várias limitações como baixa relação resistência/peso e o fato de sua qualidade ser aferida após a peça estrutural ser produzida. Ou seja, somente após 28 dias é possível verificar se a mesma atende aos requisitos associados ao desempenho estrutural. Além disso, o concreto apresenta comportamento frágil e baixa capacidade de deformação, não podendo ser utilizado sem o reforço com barras ou fios de aço devido a sua baixa resistência à tração. Novas tecnologias vêm sendo desenvolvidas com o objetivo de melhorar ainda mais as características do concreto, uma delas é o uso de fibras (FIGUEIREDO, 2011).

Registros indicam a presença de compósitos na construção desde a antiguidade. Sua utilização já ocorria no Antigo Egito como sugere o trecho extraído do livro Êxodo. “Naquele mesmo dia, o Faraó deu esta ordem aos inspetores do povo e aos capatazes: não continueis a fornecer palha ao povo, como antes, para o fabrico de tijolos” (Êxodo 5, 6-7). Os antigos provavelmente misturavam palha e argila para produção de tijolos mais resistentes. Desta forma, a matriz frágil da argila poderia ser compensada pelo material que é utilizado para seu reforço (FIGUEIREDO, 2011).

O uso do concreto reforçado com fibras em aplicações não estruturais já é amplamente aceito e vem sendo utilizado em pavimentos, na fabricação de segmentos de túneis, bem como no preparo de argamassas de vedação ou reparação. No Brasil, as fibras de aço começaram a ser utilizadas mais largamente a partir da década de 1990. Segundo Figueiredo, no primeiro semestre de 2010, a distribuição no mercado brasileiro de fibras de aço se concentrou no uso em pavimentos, cerca de 74% do total. Para o autor, ainda devem ser vencidas várias dificuldades tecnológicas para a confirmação da aplicação do concreto reforçado com fibras como uma técnica amadurecida no uso das mesmas do ponto de vista da engenharia nas condições nacionais. Pesquisas sobre o tema são lideradas pela Europa e Estados Unidos e já tem mais de quatro décadas de desenvolvimento (FIGUEIREDO, 2011).

1.1. Justificativa

Com a possibilidade de expansão e uso de fibras com fins estruturais, como no uso em vigas em concreto armado, diversos estudos realizados já reconhecem que a adição de fibras metálicas (com ancoragem nas extremidades ou superfície rugosa), confere à mesma um considerável incremento na resistência ao cisalhamento, seja no aumento da resistência ao esforço aplicado, seja no controle da abertura de fissuras diagonais que levam a estrutura a atingirem seu limite último e o consequente colapso. Porém, o assunto ainda não é tratado de forma específica nos diversos códigos nacionais e internacionais para o dimensionamento de estruturas em concreto armado reforçados com fibras.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo geral

Analisar o comportamento de vigas de concreto armado sem armadura transversal, reforçadas com fibras metálicas e sujeitas ao esforço cortante.

1.2.2. Objetivos específicos

- a) Analisar o mecanismo da resistência ao esforço de cisalhamento em vigas de seção retangular;
- b) Analisar, por meio de ensaios compilados da literatura já existente, diversas equações empíricas que visam prever a resistência ao cisalhamento em vigas com fibras metálicas;
- c) Comparar resultados dessas equações com os valores observados nos ensaios coletados da literatura, determinando aquelas que mais se aproximam da realidade;
- d) Comparar o incremento da resistência última ao cisalhamento em vigas com e sem fibras.
- e) Analisar a influência do volume de fibras no acréscimo à resistência última ao cisalhamento.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1.Fibras

Fibras nada mais são do que elementos descontínuos, cujo comprimento é bem maior do que a dimensão da seção transversal (FIGUEIREDO, 2011). As fibras destinadas ao uso no concreto são atualmente chamadas, de maneira genérica de macro-fibras, podendo ser de aço ou poliméricas. Também são utilizadas as microfibras, cujo emprego não foca reforço do concreto.

Para este trabalho, adotaremos notação de Naaman (2008), dividindo os tipos de fibras em 4 grupos:

- Grupo 1: Fibras metálicas
- Grupo 2: Fibras sintéticas
- Grupo 3: Fibras naturais
- Grupo 4: Fibras de vidro

2.1.1. Fibras metálicas

Fibras metálicas, produzidas em aço com baixo teor de carbono, têm relativamente alto módulo de elasticidade e alta resistência, ficando totalmente protegidas dentro do concreto contra o ataque das intempéries e não reagem com os álcalis do cimento tendo sua ligação à matriz aumentada por ancoragem mecânica ou rugosidade superficial. Carregamentos ao longo prazo não influenciam de forma negativa as propriedades mecânicas das fibras de aço (FIGUEIREDO, 2011). As mais comumente utilizadas são as do tipo comercialmente conhecidas como *Dramix*[®] (figura1), que possuem comprimento médio variando entre 30mm a 75mm e diâmetros entre 0,50mm a 0,90mm.



Figura 1 -Fibra metálica tipo Dramix[®] (CATALOGO ARCELOR MITTAL)

O concreto reforçado com fibras metálicas (CRFM) é um compósito com uma distribuição das fibras de forma homogênea na matriz composta por cimento, agregados graúdos e finos. A resistência, rigidez e capacidade da fibra metálica de aderência ao concreto, são as características mais importantes e que reforçam as propriedades físicas do mesmo. As propriedades do CRFM em estado fresco são influenciadas pela quantidade, geometria e tipo de interface de aderência.

As fibras de aço dão ao concreto maior ductilidade em todos os modos de carregamento, mas efetivamente melhorias nas propriedades resistência à tração, corte, torção e flexão. Ainda apresenta um substancial reforço ao concreto conferindo-lhe um ganho de resistência pós-fissuração. Também há incremento no valor da tenacidade em comparação ao concreto comum sem o reforço com fibras de aço (DANIEL et al, 1996).

O Brasil já conta com uma norma específica para as fibras de aço ABNT NBR 15530 (2007) trazendo várias contribuições como a determinação de uma tipologia e classificação das mesmas (FIGUEIREDO, 2011). São previstos na norma três tipos básicos de fibras em função de sua conformação geométrica. A figura 2 mostra um quadro resumo (ABNT NBR 15530, 2007).

Tipo A: fibra de aço com ancoragem nas extremidades

Tipo C: fibra de aço corrugada

Tipo R: fibra de aço reta.

O formato da seção transversal vai depender do tipo de aço utilizado na produção da fibra, podendo ser laminado ou trefilado. Assim, além desses tipos, a especificação brasileira ainda prevê três classes, as quais foram associadas ao tipo de aço que deu origem às mesmas (ABNT NBR 15530,2007):

Classe I: fibra oriunda de arame trefilado a frio

Classe II: fibra oriunda de chapa laminada cortada a frio

Classe III: fibra oriunda de arame trefilado e escarificado.

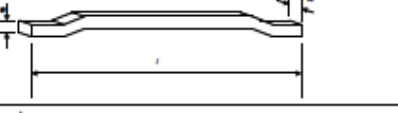
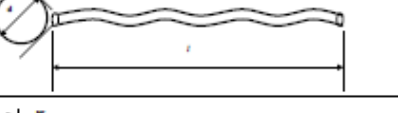
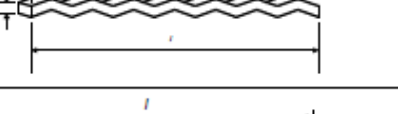
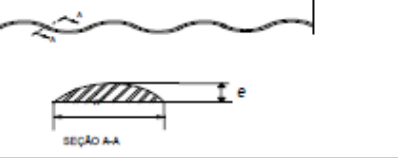
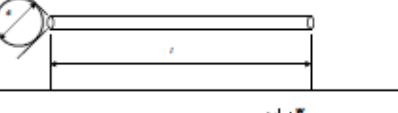
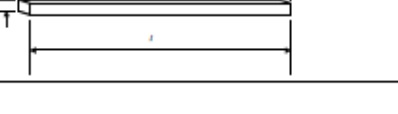
Tipo	Classe da fibra	Geometria
A	I	
	II	
C	I	
	II	
	III	
R	I	
	II	

Figura 2 - Tipos e classificação de fibras (ABNT NBR 15530,2007).

Características como resistência, rigidez e aderência ao concreto são primordiais para o reforço desejado. Um ponto importante a se destacar no estudo é o fator de forma da fibra, pois dele vai depender uma melhor aderência. Valores típicos estão entre 30 e 100 com comprimentos de 6.4mm a 76mm (DANIEL et al, 1996). O fator de forma é a relação obtida a partir da divisão do comprimento da fibra, não alongada, pela área equivalente à sua seção transversal (FIGUEIREDO, 2011). Os valores podem diferir dependendo das classes e tipos de fibra, ou seja, tem uma correspondência direta com o aço utilizado na produção.

2.1.2. Fibras Sintéticas

Fibras sintéticas são fibras feitas pelo homem sendo resultantes de produtos desenvolvidos em pesquisas da indústria petroquímica e têxtil. O Concreto Reforçado com Fibras Sintéticas (CRFS) utiliza fibras derivadas de polímeros orgânicos com uma

gama variável de formulações. Os tipos utilizados em matrizes de concreto baseada no cimento Portland são acrílicas, carbono, náilon, poliéster, polietileno e polipropileno. Elas se incorporam à pasta sem resultar em reações químicas.

As fibras de polipropileno (mais largamente utilizadas) são produzidas em feixes ou na forma de filamentos individuais. São classificadas em micro-fibras ou macro-fibras, dependendo do seu fator de forma. Elas têm a facilidade de se distribuir de forma multidirecional no concreto. Suas propriedades principais são controlar a retração plástica do concreto fresco, sem necessariamente melhorar o seu comportamento pós-fissuração (DANIEL et al, 1996). Melhoram a trabalhabilidade e a coesão do concreto projetado. Não reagem quimicamente com os álcalis do cimento, são hidrófobas e pouco resistentes ao fogo. As figuras 3, 4 e 5 mostram fibras de polipropileno de diversos tipos.



Figura 4 - Fibras de polipropileno (PORTAL DA ARQUITETURA E CONSTRUÇÃO)



Figura 3 - Fibra de polipropileno em forma de novelo (PORTAL DA ARQUITETURA E CONSTRUÇÃO)



Figura 5 - Macro fibras de polipropileno

A incorporação dessas fibras ao concreto resulta em melhorias da resistência ao fogo de peças como pilares, por exemplo. Em grandes temperaturas, as fibras de polipropileno se fundem na matriz cimentícia tridimensionalmente, constituindo uma vasta rede de pequenos capilares conectados susceptíveis a dissipar as pressões de vapor resultantes da evaporação da água intersticial no concreto. Essa propriedade permite limitar a quebra explosiva (*spalling*) do concreto durante incêndios.

Fibras acrílicas e náilon são aplicadas em materiais compósitos à base de cimento como um substituto para a fibra de amianto. Neste processo, as fibras são inicialmente dispersas numa mistura de água diluída e cimento, moldadas por meio de pressão seguida da desidratação por vácuo. A espessura de uma determinada peça é obtida através da sobreposição de camadas, apresentando um baixo teor água/cimento permitindo ser manuseado imediatamente. Fibras acrílicas têm sido adicionadas em baixos volumes com o objetivo de reduzir os efeitos de fissuração e retração plástica do concreto fresco (DANIEL et al, 1996).

Já as fibras de carbono foram desenvolvidas inicialmente devido às suas propriedades de alta resistência e rigidez para aplicações na indústria aeroespacial. Comparada com outras fibras sintéticas, as de carbono são de limitado desenvolvimento comercial (DANIEL et al, 1996).

2.1.3. Fibras naturais

Dentro desse grupo estão as fibras vegetais (bambu, coco, sisal, fibras de folhas, etc.). Ainda podemos citar as fibras de amianto e celulose, ambas são matérias-primas para obtenção de materiais de revestimento na construção civil, sendo que a primeira teve seu uso substituído por fibras de náilon e acrílica. Possuem algumas vantagens em relação às sintéticas como encontradas em grande abundância, possuírem baixo custo e biodegradáveis. A figura 6 mostra fibra de coco, um exemplo de fibra natural.



Figura 6 - Fibra natural (PORTAL DA ARQUITETURA E CONSTRUÇÃO)

Em contrapartida, o uso de fibras naturais na matriz cimentícia pode ser inviabilizado devido à interação química entre a fibra e os álcalis livres presentes no cimento (MEHTA & MONTEIRO, 2008).

2.1.4. Fibra de vidro

Fibras de vidro se diferenciam das sintéticas pelo fato de reagirem quimicamente com os álcalis presentes na matriz do concreto. Porém, existem fibras álcali-resistentes (AR) e que são utilizadas no concreto. A fibra de vidro comum não pode ser utilizada em argamassas de cimento Portland ou concretos por causa do ataque químico. Zirconia e outras fibras de vidro possuem maior durabilidade no meio alcalino, mas mesmo assim, mostram uma deterioração gradual com tempo (MEHTA & MONTEIRO, 2008). A figura 7 mostra um exemplo de fibra de vidro.



Figura 7 - Fibra de vidro (PORTAL DA ARQUITETURA E CONSTRUÇÃO).

As características do concreto reforçado com fibra de vidro são semelhantes ao CRFS, ou seja, sua dispersão promove reforço tridimensional na redução da propagação de fissuras e retração plástica. Também proporciona mais ductilidade ao concreto. Até a

primeira fissura, a deformação é atribuída à extensão da fibra. Conforme a carga continua a ser aplicada, mais fissuras aparecem, pois, o limite de elasticidade foi ultrapassado resultando na descola e rompimento das mesmas (DANIEL et al, 1996).

2.2.Comportamento da matriz fibrosa

De diferentes composições (metálicas, sintéticas e naturais), as fibras são incorporadas ao concreto e resultam no aumento da resistência residual do mesmo, bem como na sua ductilidade, podendo proporcionar uma maior resistência às tensões normais, flexão e cisalhamento. Em geral, permitem uma melhor distribuição das tensões mecânicas devido à distribuição tridimensional das fibras na matriz. Seu uso ainda pode reduzir o uso de armaduras passivas tradicionais no combate à fissuração. No concreto, uma fissura irá proporcionar uma barreira a propagação das tensões de tração. Segundo Figueiredo, em um teor apropriado, a fibra vai agir como uma ponte de transferência de tensões (figura 8) pelas fissuras, reduzindo a velocidade de propagação das tensões proporcionando ao concreto um comportamento caracterizado pelo autor como pseudo-dúctil ou não frágil.

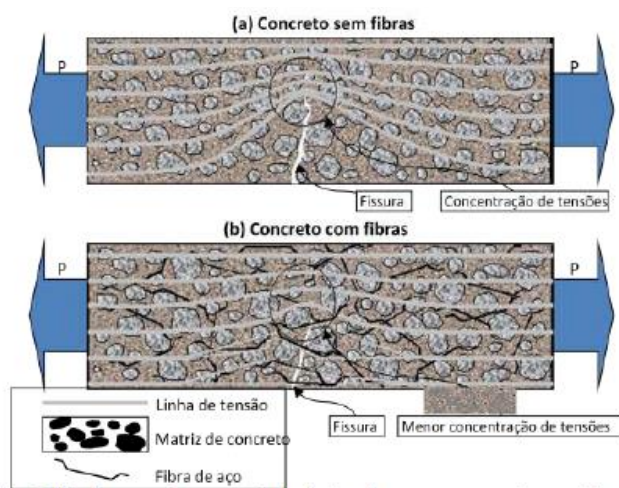


Figura 8 - Representação do concreto sem fibras (a) e com adição de fibra (b) (FIGUEIREDO, 2011)

Para Resende, além do tipo de fibra, a geometria, a fração volumétrica, o arranjo, a aderência fibra/matriz e os métodos de produção influenciam as propriedades mecânicas dos materiais compósitos a base de cimento. O tipo de fibra e a fração volumétrica podem modificar a resistência de compósitos quando submetidos a tipos diversos de

carregamento. A figura 9 apresenta o incremento percentual da resistência com o aumento no volume de fibras de aço e polipropileno.

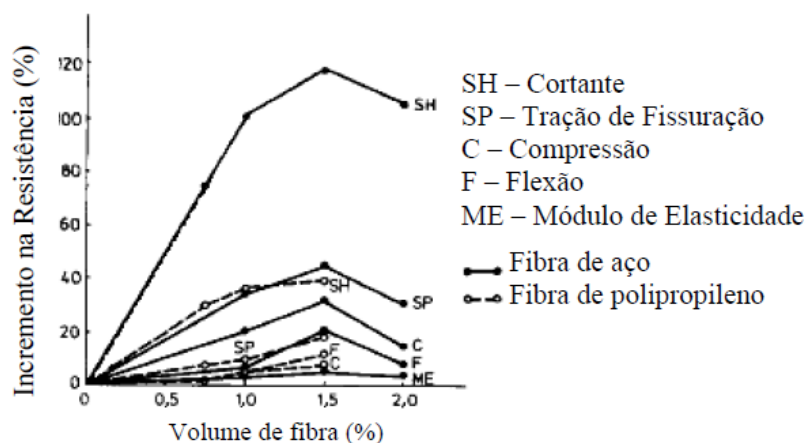


Figura 9 - Incremento no quadro de resistências com o aumento no volume de fibras de aço e polipropileno (RESENDE, 2003).

Segundo Figueiredo, quanto maior for o teor de fibras, maior será o número de fibras atuando como ponte de transferência de tensão ao longo da fissura, resultando no aumento da resistência pós-fissuração do concreto. O diagrama apresentado pelo autor mostra que a resistência a tração da seção abaixo da linha neutra é a somatória das cargas resistidas pelas fibras presentes. Para Figueiredo, se o número de fibras presentes na seção aumentar, maior será o número de cargas e, portanto, maior será a resultante de tração e a capacidade resistente do compósito (figura 10).

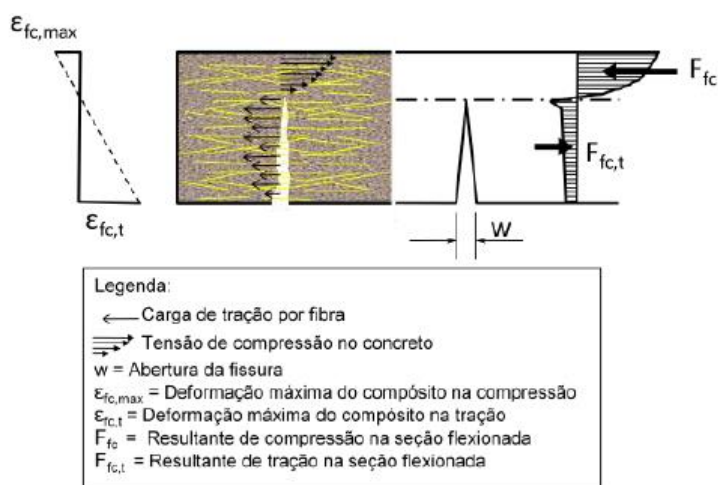


Figura 10 - Resistência a tração da seção abaixo da linha neutra (FIGUEIREDO, 2011).

O aumento da capacidade resistiva do material traz benefícios em termos estruturais, contudo volumes muito altos de fibras comprometem a trabalhabilidade do concreto. Naaman propôs a classificação dos compósitos reforçados com fibras descontínuas em duas classes:

1. *Strain-softening*: quando há perda de capacidade resistente progressiva após a fissuração da matriz;
2. *Strain-hardening*: quando o compósito apresenta ganho de capacidade resistente após a fissuração.

Para Figueiredo (2011), esta última está associada ao conceito de volume crítico de fibras, cuja definição básica é a de que a capacidade resistente é mantida após ruptura da matriz. Valores abaixo e acima do volume crítico se caracterizariam nas classes 1 e 2, respectivamente.

2.3. Modelos Teóricos

O cortante é uma das poucas áreas em estruturas de concreto onde ainda há muita discussão entre pesquisadores sobre os mecanismos de propagação da tensão de cisalhamento no concreto e através das fissuras. Desde o início dos estudos sobre o tema, se buscam modelos e métodos para determinar e descrever a resistência última de estruturas submetidas a esforços cisalhantes. Diferentemente de outros materiais, o concreto exibe um comportamento à fissuração que é, por um lado, complexo e difícil de prever e, por outro, essencial para o funcionamento da própria estrutura. Inspirados nos padrões na formação de fissuras observadas durante ensaios, Ritter e Morsch propuseram um modelo baseado em uma estrutura em treliça que atualmente é utilizado em códigos construtivos pelo mundo (CARVALHO, 2014).

Importantes progressos foram feitos nos últimos cinquenta anos no âmbito da teoria da plasticidade. O modelo da treliça foi ampliado e sistematizado. Em seguida, pesquisadores buscaram estudar complementos ao modelo proposto por Ritter e Morsch. A proposta foi a adição de fibras metálicas, tornando o compósito mais resistente a diversas solicitações, e modelos que prevejam de forma mais acurada possível a resistência última do concreto, principalmente ao esforço cortante. Porém, a maioria desses modelos são aproximações computacionais nem sempre simpáticas ao uso prático.

Atualmente, as pesquisas buscam simplificá-los e adotá-los nos códigos construtivos (CARVALHO, 2014).

Diversos códigos tais como ACI-318 (2014), Eurocode 2 (2004) e NBR 6118 (2014) adotam o modelo baseado em que o valor do estado limite último (ELU) para cortante é definido por duas componentes. A primeira é a parcela resistida pelo concreto e a segunda é a parcela resistida pelo aço das armaduras transversais. Geralmente a primeira é determinada por meios empíricos e a segunda pelo modelo de treliça. No entanto, o RILEM (2000) recomenda que uma aproximação similar seja adotada para vigas com fibras de aço com o ELU determinado pela equação 2.1.

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} + V_{Rd,f} \geq V_{Ed} \quad (2.1)$$

Com $V_{Rd,f}$ tomada como a parcela de contribuição das fibras, $V_{Rd,c}$ a parcela resistida pelo concreto e, finalmente, $V_{Rd,s}$ a parcela resistida pelas armaduras transversais, sendo V_{Ed} o esforço de cálculo obtido para determinada situação.

Durante anos, o concreto com adição de fibras tem despertado interesse, principalmente quando essas fibras são de aço, pois diversos pesquisadores as consideram como fonte de reforço primário para o reforço ao esforço de cisalhamento. No entanto, os resultados obtidos nas pesquisas realizadas dependem muito dos métodos de ensaio e parâmetros adotados para as vigas de concreto. Os testes comumente são realizados com ensaio de flexão de três ou quatro pontos de aplicação de cargas como mostrado na figura 11.

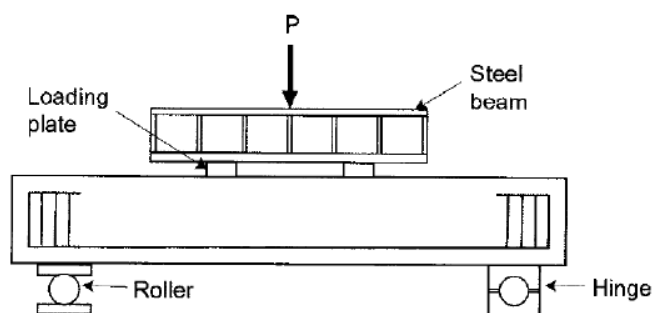


Figura 11– Método de ensaio de vigas (ISHTEWI, 2012).

Seguindo o trabalho realizado por Ishtewi (2012), foi compilado um resumo com os trabalhos dos principais pesquisadores e, mais importante, as equações empíricas

provenientes desses estudos que buscam prever a capacidade do concreto com fibras de resistir ao cisalhamento. Os artigos foram originalmente publicados no *American Concrete Institute (ACI) Structural Journal*. Assim como Ishtewi, este trabalho busca reunir as equações baseadas nas variáveis contidas nos dados previamente coletados.

2.3.1. A.K. Sharma (1986)

Um dos pioneiros das pesquisas foi A.K. Sharma, com seu artigo publicado no *ACI Journal* intitulado *Shear Strength of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams* trazendo sua metodologia e resultados. Os testes de Sharma foram baseados em sete vigas de concreto armado com armaduras convencionais (longitudinais e transversais) e vigas reforçadas com fibras de aço do tipo *Hooked* submetidas a esforços de flexão e cortante. O concreto utilizado no experimento tinha uma média de resistência a compressão em torno de 45 MPa.

Em seus testes, o pesquisador propôs que a tensão última de cisalhamento poderá ser definida da seguinte como mostra a equação 2.1, para este trabalho, adotaremos apenas a parcela de fibras, uma vez que não estamos considerando armaduras transversais.

$$v_u = v_c + v_f = k f'_t \left(\frac{a}{d} \right)^{0,25} \quad (2.1)$$

Com v_s a tensão proveniente das armaduras transversais e v_f a tensão resistência das parcelas de fibras. A equação mostra que a tensão última de cisalhamento do concreto fibroso tem dependência com o fator a/d . O fator k é uma constante igual a $2/3$, adotada por Sharma e a resistência à tração do concreto f'_t é definida pela equação 2.2. A unidade foi convertida para MPa posteriormente.

$$f'_t = 9,5 \sqrt{f'_c} \text{ (psi)} \quad (2.2)$$

Este modelo tem a desvantagem de depender de poucos parâmetros. Para este trabalho, será usado apenas o v_f , uma vez que as vigas não apresentam armaduras transversais.

2.3.2. R. Narayanan e I. Y. Darwish (1987)

Seguido da pesquisa de Sharma, veio R. Narayanan e I. Y. Darwish que publicaram no *ACI Journal* o artigo intitulado *Use of Steel Fiber as Shear Reinforcement* o resultado dos testes realizados com 49 vigas de seção 85mm x 150mm de concreto com resistência à compressão média (f'_c) de 36 MPa até 75 MPa. Através da análise de regressão, os autores chegaram na equação 2.3 para previsão da resistência última ao cortante (v_u). A equação mostra a dependência com o fator a/d . O valor do parâmetro e que pode assumir dois valores. Narayanan e Darwish adotaram o valor da tensão última de aderência, τ , em 4,15 MPa. A equação já prevê o valor da tensão última de cisalhamento incorporando a parcela de valor relativa a matriz do concreto.

$$v_u = v_c + v_f = e \left[0,24 f_{sp} f_c + 80 V_{fib} \frac{a}{d} \right] + 0,41 \tau F \text{ (MPa)} \quad (2.3)$$

$$e = \begin{cases} 1,0 & \text{se } \frac{a}{d} > 2,8 \\ 2,8 & \text{se } \frac{a}{d} \leq 2,8 \end{cases}$$

A pesquisa considerou a geometria da fibra de aço bem como sua ancoragem ao concreto. Para incorporar esses parâmetros em sua equação empírica, Narayanan e Darwish incluíram o fator de fibra (F) dependente do comprimento da fibra (L_f), diâmetro da fibra (D_f), volume da fibra (V_{fib}) e o fator ancoragem (df) como mostra a equação 2.4

$$F = \left(\frac{L}{D} \right) V_{fib} df \quad (2.4)$$

Para diferentes tipos de fibras, o fator de ancoragem é definido na tabela 1 (ARAÚJO, 2014).

Tabela 1 – Fator de Ancoragem (df) (ISHTEWI, 2012).

Round	0,5
Crimped	0,75
Hooked	1,00

Para determinar a resistência à tração da matriz fibrosa (f_{spfc}), Narayanan e Darwish (1987) propuseram a equação 2.5 usando apenas a resistência média à compressão do concreto (f'_c) e o fator de fibra (F).

$$f_{spfc} = \frac{f'_c}{20 - \sqrt{F}} + 0,7 + \sqrt{F} \text{ (MPa)} \quad (2.5)$$

A equação proposta por R. Narayanan e I. Y. Darwish é um pouco mais abrangente do que a de Sharma por trazer a relação com mais parâmetros.

2.3.3. Samir A. Ashour, Ghazi S. Hasanain e Faisal F. Wafa (1992)

Publicado no *ACI Journal*, a pesquisa de Samir A. Ashour, Ghazi S. Hasanain e Faisal F. Wafa intitulada *Shear Behavior of High-Strength Fiber Reinforced Concrete Beams*, se baseou no ensaio de vigas de concreto de alta resistência reforçado com fibras de aço. Para os autores, a resistência última ao cisalhamento apenas com o reforço das fibras de aço podem se equiparar e até mesmo exceder o reforço provido por estribos transversais. Dezoito vigas sem estribos, divididas em três séries, foram ensaiadas. Fator a/d , taxa de armadura longitudinal (ρ) e volume de fibras (V_{fib}) foram as variáveis experimentadas (ASHOUR et al, 1992)

Foram propostas duas equações para previsão da tensão última de cisalhamento para vigas com fibras de aço e sem estribos, como mostram as equações 2.6 e 2.7. A primeira baseada no *ACI Building Code* e a segunda baseada na equação de Zsutty. Os autores adicionaram a contribuição das fibras de aço com a contribuição da parcela resistente do concreto proposto pelos modelos acima citados.

$$v_u = v_c + v_f = (0,7\sqrt{f'_c} + 7F)\frac{d}{a} + 17,2\rho\frac{d}{a} \text{ (MPa)} \quad (2.6)$$

$$\begin{cases} v_u = v_c + v_f = (2,11\sqrt[3]{f'_c} + 7F)\left(\rho\frac{d}{a}\right)^{\frac{1}{3}} \text{ (MPa)} & \text{para } \frac{a}{d} > 2,5 \\ v_u = v_c + v_f = (2,11\sqrt[3]{f'_c} + 7F)\left(\rho\frac{d}{a}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{2,5}{\frac{a}{d}}\right) + 1,7F \text{ (MPa)} & \text{para } \frac{a}{d} < 2,5 \end{cases} \quad (2.7)$$

Nessas equações, temos a tensão última de cisalhamento (v_u) dependente da resistência à compressão média do concreto (f'_c), taxa de armadura longitudinal (ρ), fator

a/d e F é o fator de fibra conforme 2.3. Essa equação se assemelha a uma combinação com termos já propostos, como a adoção do fator de fibra, de Narayanan e Darwish.

Como já era esperado por Ashour et al., cortante e flexão dependem da geometria da viga e também de a/d . Na pesquisa, os autores perceberam que valores de a/d maiores que 2,5, haverá uma maior probabilidade de ruptura por flexão. Vigas com valores de a/d abaixo de 2,5, há tendência de ruptura por cortante.

2.3.4. The Variable Engagement Model

Desenvolvido por Voo e Foster (2003, 2004) e Foster et al. (2006), o *Variable Engagement Model* está fundamentado no modelo proposto pelo próprio autor em que as fibras estão dispersas uniformemente na matriz do concreto. Para este trabalho vamos apenas considerar as parcelas $V_{Rd,c}$ e $V_{Rd,f}$, uma vez que não estamos adotando armaduras transversais.

Baseado em Muttoni e Ruiz, Foster toma a média componente da força resistiva das fibras através da fissura crítica para determinar a contribuição final na resistência ao cortante (ISHTEWI, 2012) e multiplica pela área da superfície da fissura. Logo, a parcela, $V_{Rd,f}$, poderá ser determinada como mostra a equação 2.8.

$$V_{Rd,f} = k_{fd} f_{tf}(w) b_w z \cot \theta \quad (N) \quad (2.8)$$

Onde k_{fd} é o fator de redução da dispersão das fibras e será tomado como 0,82 e θ é a inclinação da biela considerada nos modelos de cálculo para cortante. Para este trabalho, $\theta = 45^\circ$ tomando como referência o modelo de cálculo I adotado na NBR 6118/2014.

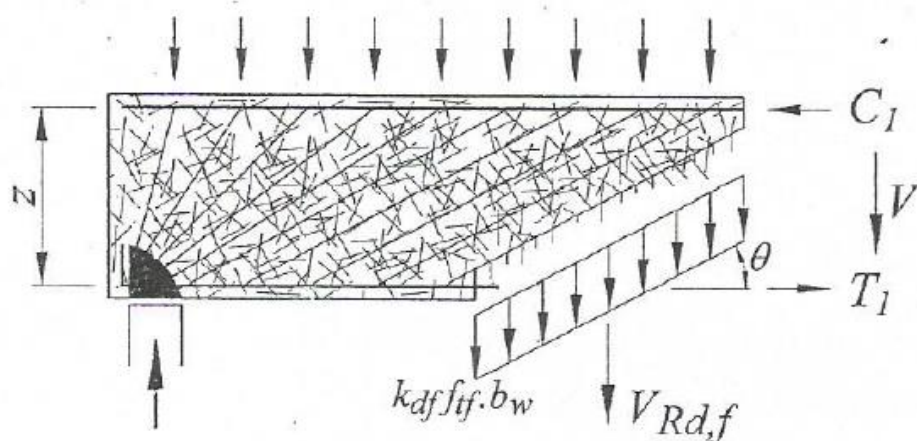


Figura 12 - Componente do reforço com fibras (FOSTER, 2010).

Para o cálculo, primeiramente, é necessário determinar a parcela de resistência a tração para a matriz fibra-concreto. Os autores definiram que a tração $f_{tf}(w)$ fornecida pelas fibras por unidade de área de atuação da fissura é dada pela equação 2.9 (FOSTER, 2004).

$$f_{tf}(w) = K_f \alpha_f V_{fib} \tau_b \quad (MPa) \quad (2.9)$$

Onde $\alpha_f = L_f/D_f$ é o fator de forma da fibra, V_{fib} , é a fração volumétrica de fibras, τ_b é a tensão de aderência com o concreto e K_f é o fator de orientação global. Este último é função da abertura de fissura, w . Se a tensão máxima é requerida pela fibra, o parâmetro K_f é substituído por $K_{f,máx}$. Foster utilizou nos dados analisados um volume de fibra até 2,0%

O fator de orientação global pode ser determinado por probabilidade e é influenciado pelo modo como a orientação é considerada. Para o caso em que todas as fibras perdem aderência com a matriz, elas são consideradas de forma aleatória e em três dimensões. Porém, o modelo adotado neste trabalho será baseado em uma orientação uniforme, como proposto pelos próprios autores no *Technical Report* da *Fédération Internationale du Béton (fib)* publicado no ano 2010, na Itália. Portanto, para orientação uniforme (FOSTER, 2014), a tensão será tomada como mostra a equação 2.10.

$$\tau_b = K_b \sqrt{f_{ck}} \quad (MPa) \quad (2.10)$$

Sendo K_b o fator de aderência que vai depender do tipo de ancoragem da fibra (0,8 para fibras *hooked*, 0,6 para fibras de aço de superfície rugosa e 0,4 para fibras de aço retas) e f_{ck} é a resistência à compressão determinada por meio de ensaio. Para este trabalho vamos tomar o valor médio de compressão disponibilizado nos ensaios.

Segundo Foster, o valor último de estresse do concreto com fibras de aço ($K_{f,máx}$) poderá ser obtido determinando o valor de w que corresponde a $dK/dw = 0$. No entanto, para fibras com fator de forma entre 20 e 120 e diâmetros variando de 0,15mm a 0,9mm, valores de $K_{f,máx}$ podem ser obtidos satisfatoriamente como mostra a equação 2.11.

$$K_{f,máx} = 0,5 - \frac{0,645}{\alpha_f^{0,450}} \quad (2.11)$$

Foster considera as parcelas $V_{Rd,c}$ e $V_{Rd,f}$ como função da abertura de fissura causadas pelo esforço cisalhante e, portanto, devem ser resolvidas simultaneamente (figura 13). A equação 2.12 mostra como obter a parcela da força resistida pelo concreto seguindo o modelo proposto por Foster.

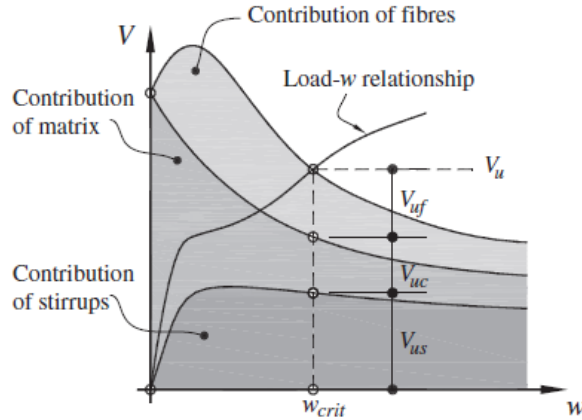


Figura 13 - Interação fibra e matriz para determinação da resistência ao cortante¹³

$$V_{Rd,c} = k_v \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_w z \quad (N) \quad (2.12)$$

Onde z é o braço de alavanca do momento e pode ser tomado como $z = 0,9d$, k_v é o parâmetro que determina a capacidade da alma da seção de resistir por meio do intertravamento do agregado e é calculado conforme a equação 2.13. O termo k_{dg} é função do tamanho máximo do agregado (d_g) e é calculado conforme a equação 2.14. O termo ϵ_x é a deformação máxima do aço. Para este trabalho, de forma conservadora, vamos considerar aço CA50 com $\epsilon_x = 0,00207$. Também de forma conservadora, tomamos $k_{dg} = 1,15$ e $\gamma_c = 1,0$. Para concretos de alta resistência, $f'c > 70\text{MPa}$, o modelo se mostrará mais conservativo (FOSTER, 2014).

$$k_v = \frac{0,4}{(1 + \epsilon_x)} \times \frac{1300}{1000 + 0,7k_{dg}z} \quad (2.13)$$

$$k_{dg} = \frac{48}{16 + d_g} \geq 1,15 \quad \text{para } f_{ck} \leq 70 \text{ MPa} \quad (2.14)$$

$$= 3,0 \quad \text{para } f_{ck} \leq 70 \text{ MPa para concreto de baixa densidade}$$

2.3.5. Aspectos Normativos

Fibras de aço ainda não são alternativa para substituir armaduras transversais. Na ausência de informações sugeridos pela NBR 6118:2014, a melhor escolha foi tomar como exemplo a ACI 318M– 14 *Building Code and Commentary* que traz condições para uso de fibras de aço como reforço mínimo primário para vigas de concreto.

De acordo com o ACI 318M-14, seção 9.6.3.1, deverá haver armadura mínima para cortante em vigas quando $V_u > 0,5\Phi V_c$. O ACI318 considera que não é necessário armadura transversal quando $0,5\Phi V_c < V_u \leq \Phi V_c$, para vigas de concreto com fibras de aço com $h \leq 600$ mm e $V_c = 0,17\Phi\sqrt{f'_c}b_wd$ com $f'_c \leq 40$ MPa, onde b_wd a área útil da seção e Φ é o fator de redução adotado pela norma (ACI 318M– 14, 2015).

Segundo Montesinos, a capacidade das fibras em membros de concreto foi discutida pelo *ACI Sub committee 318-F, New Materials, Products and Ideas*. O estudo avaliou que o uso de fibras deformadas (com ancoragem) para o uso como mínima armadura transversal para vigas sujeitas a esforços cisalhantes variaram em torno de $0,085\sqrt{f'_c}b_wd$ até $0,17\sqrt{f'_c}b_wd$. Esse resultado define o intervalo exigido pelo ACI 318 para reforço transversal mínimo (ACI 318M– 14, 215) (MONTESINOS, 2006).

2.3.6. Resumo do capítulo

A tabela 2 traz o resumo das expressões utilizadas neste trabalho.

Tabela 2 - Resumo das expressões para cálculo da resistência última ao cisalhamento

A.K. Sharma (1986)	$v_u = v_c + v_f = k f'_t \left(\frac{d}{a} \right)^{0,25}$
Modelo de R. Narayanan e I. Y. Darwish	$v_u = v_c + v_f = e \left[0,24 f_{sp\ f_c} + 80 V_{fib} \frac{d}{a} \right] + 0,41 \tau F$ $e = \begin{cases} 1,0 & \text{se } \frac{a}{d} > 2,8 \\ 2,8 & \text{se } \frac{a}{d} \leq 2,8 \end{cases}$
Modelo de Samir A. Ashour, Ghazi S. Hasanain e Faisal F. Wafa ¹¹ (Baseada no <i>ACI Building Code</i>)	$v_u = v_c + v_f = \left(0,7 \sqrt{f'_c} + 7F \right) \frac{d}{a} + 17,2 \rho \frac{d}{a}$
Modelo de Samir A. Ashour, Ghazi S. Hasanain e Faisal F. Wafa ¹¹ (Baseada na equação de Zsutty)	$v_u = v_c + v_f = \left(2,11 \sqrt[3]{f'_c} + 7F \right) \left(\rho \frac{d}{a} \right)^{\frac{1}{3}} \text{ para } \frac{a}{d} > 2,5$ $v_u = v_c + v_f = \left(2,11 \sqrt[3]{f'_c} + 7F \right) \left(\rho \frac{d}{a} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{2,5}{\frac{a}{d}} \right) + 1,7F$ $\text{para } \frac{a}{d} < 2,5$
<i>The Variable Engagement Model</i>	$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} + V_{Rd,f}$ $V_{Rd,c} = k_v \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_w z$ $V_{Rd,f} = K_{fd} f_{tf}(w) b_w z \cot \theta$

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Inicialmente se buscou coletar informações sobre o tema em teses e dissertações realizadas por autores brasileiros e estrangeiros através de pesquisa online no periódico da Capes e sites de busca.

Foi montada uma base de dados com 166 ensaios realizados por diversos autores e compilados por Montesinos (2006) divididos em 121 ensaios de ruptura de vigas em concreto de seção retangular com fibras de aço e armadura longitudinal e 45 com vigas sem fibras e com armadura longitudinal. Os dados referentes aos ensaios estão nos anexos I e II. Foram analisadas apenas fibras metálicas do tipo trapezoidal, conhecidas na literatura como *Hooked* e comercialmente como Dramix®. Vamos adotar a determinação *Hooked* para todo o trabalho. Abaixo, a tabela 3 traz o resumo dos dados.

Tabela 3 - Resumo dos dados analisados

Vigas	Nº de Ensaios		V_{fib}	d (mm)	$f'c$ (MPa)	a/d	ρ (%)	L_f/D_f
Sem Fibras	45		0,0%	180 a 558	17,8 a 97	1,5 a 4,9	1,15 a 4,5	-
Com Fibras	121	Grupo1 (7 vigas)	Menor que 0,5%	226 a 558	40 a 54,8	1,5 a 4,0	1,15 a 3,56	60 a 100
		Grupo2 (100 vigas)	0,50% - 1,0%	180 a 570	20,6 a 103,8	1,0 a 6,0	0,37 a 4,58	50 a 100
		Grupo3 (14 vigas)	Maior que 1,0%	215 a 558	31 a 101,3	1,0 a 6,0	1,92 a 3,57	60 e 75

A proposta é conduzir uma investigação para encontrar o efeito dos seguintes parâmetros no incremento da resistência ao cisalhamento: taxa longitudinal de armadura (ρ), altura útil (d), resistência média a compressão do concreto ($f'c$), fator de forma (L_f/D_f), onde L_f é o comprimento da fibra e D_f o seu diâmetro, volume de fibras (V_{fib}) e vão de cisalhamento (relação a/d). Vamos considerar vigas com tendência a romper por cortante com $a/d < 2,8$ e vigas com tendência a romper por flexão com $a/d \geq 2,8$ seguindo

a classificação sugerida por Montesinos. Não há na literatura um consenso sobre esse valor, portanto, a classificação é feita somente para fins de análise.

Para conversão de volume em massa de fibras, adotou-se a seguinte relação como mostra a equação 3.1.

$$P_{fib} = \left(\frac{V_{fib}}{100}\right)\rho_{aço} \quad (3.1)$$

Com $\rho_{aço}=7850 \text{ kg/m}^3$

Também se buscou na literatura modelos analíticos para prever a tensão última de cisalhamento no Estado Limite Último (ELU). Todas as equações tiveram seus dados alimentadas em planilhas eletrônicas e, a partir disso, foram plotados todos os gráficos apresentados neste trabalho.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Tendo como análise os resultados dos ensaios, é importante refletir sobre como esses dados serão interpretados neste trabalho. Não serão somente interpretações de valores, mas como estes se aproximam de resultados mencionados na revisão da literatura realizada.

4.1. Contribuição das fibras

Foram comparados 121 dados de vigas de seção retangular sem estribos e concreto com fibras *Hooked* e 45 sem a presença das fibras e sem estribos. Todas possuem armadura longitudinal de flexão. A tabela 4 lista os valores dos parâmetros das vigas analisadas.

Tabela 4 - Resumo dos dados por tipo de ruptura

Vigas	Nº de Ensaios		V_{fib}	d (mm)	f'_c (MPa)	a/d	ρ (%)	L_f/D_f
Sem Fibras	45 romperam por cortante		0,0%	180 a 558	17,8 a 97	1,5 a 4,9	1,15 a 4,5	-
Com Fibras	96 Romperam por cortante	Grupo1 (7 vigas)	Menor que 0,5%	260 a 580	40 a 54,8	1,5 a 4,0	1,15 a 3,56	60 a 100
		Grupo2 (79 vigas)	0,50% - 1,0%	180 a 570	20,6 a 103,8	1,0 a 6,0	1,15 a 4,58	50 a 100
		Grupo3 (10 vigas)	Maior que 1,0%	215 a 558	31 a 97,1	1,0 a 4,0	1,92 a 2,84	60 e 75
	25 romperam por flexão	Grupo1	< 0,5%	-	-	-	-	-
		Grupo2 (21 vigas)	0,50% - 1,0%	197 a 221	20,6 a 100,5	1,5 a 6,0	0,37 a 2,84	60 a 75
		Grupo3 (4 vigas)	Maior que 1,0%	215 e 219	43,2 e 101,3	2,79 e 6,0	1,92 a 2,84	60 e 75

Na figura 14 apresenta-se os valores da resistência cisalhante última em função do volume de fibras para os 121 ensaios utilizados para neste estudo. Pode-se observar que a maior concentração de dados está situada no intervalo de 0,5% a 1,0% o que corresponde, em peso, a 39,25 kg/m³ a 78,5 kg/m³ respectivamente. Com relação aos valores últimos apenas três resultados, dentre os 121, ultrapassaram de 8,0MPa. Verifica-se que para volumes de fibras maiores que 1,0% não há ganhos significativos na resistência última sendo, desta maneira, desnecessário se utilizar volumes de fibra maiores que 1,0% visando a melhoria da resistência ao cortante. Baseando-se na análise acima apresentada, optou-se por estudar mais detalhadamente os percentuais de 0,50%, 0,75% e 1,00%.

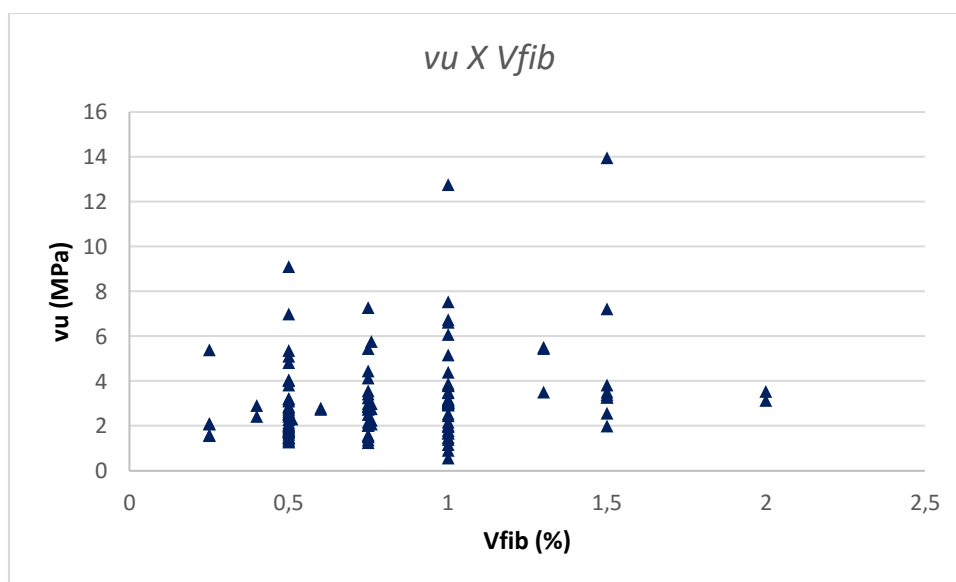


Figura 14 - Gráfico volume de fibras pela tensão última de cisalhamento

Os efeitos de a/d , d , ρ e f'_c foram estudados. Para todas as vigas dos dados coletados, que romperam por cortante, foram plotados os gráficos do fator de redução dado por $\frac{vu}{\sqrt{f'_c}}$ versus o a/d como mostra a figura 15. Os intervalos dos volumes de fibras são identificados por meio de diferentes marcadores.

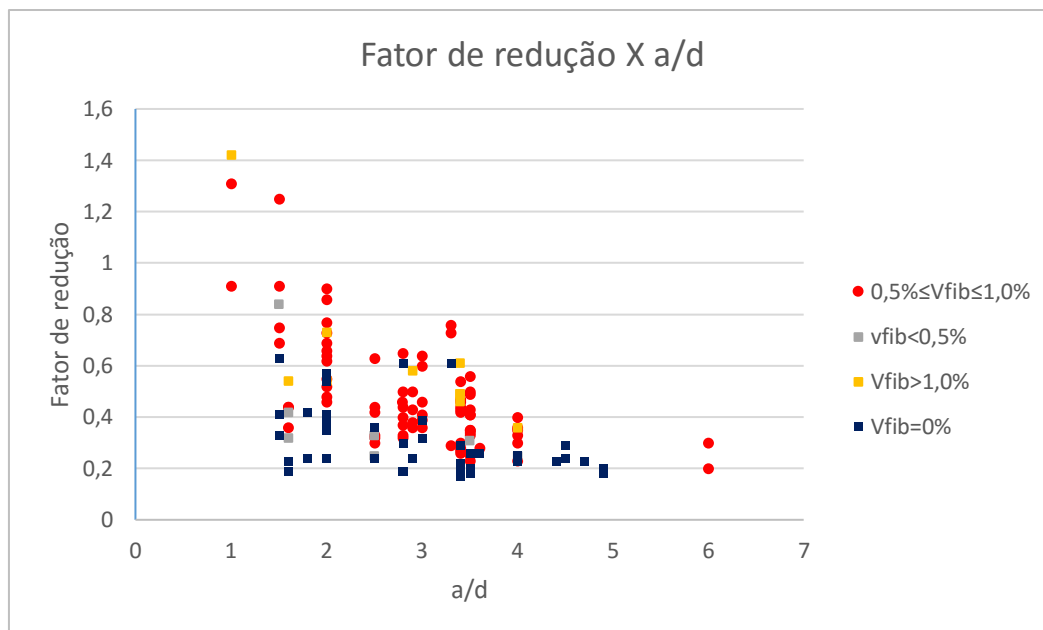


Figura 15 – Fator de redução versus a/d

O fator de redução também foi plotado versus d , $f'c$ e ρ , figuras 16, 17 e 18. Para todas essas variáveis, os gráficos foram plotados assim como no caso de a/d . Para $f'c$ não notamos nenhuma tendência de comportamento (Figura 16), isso mostra que não há uma correlação significativa entre o parâmetro e a resistência analisada. Para d notamos um decréscimo do fator de redução com o aumento da altura útil para vigas acima de 340mm (figura 17), e, para ρ , não apresentou tendência de comportamento para este tipo de parâmetro (Figura 18).

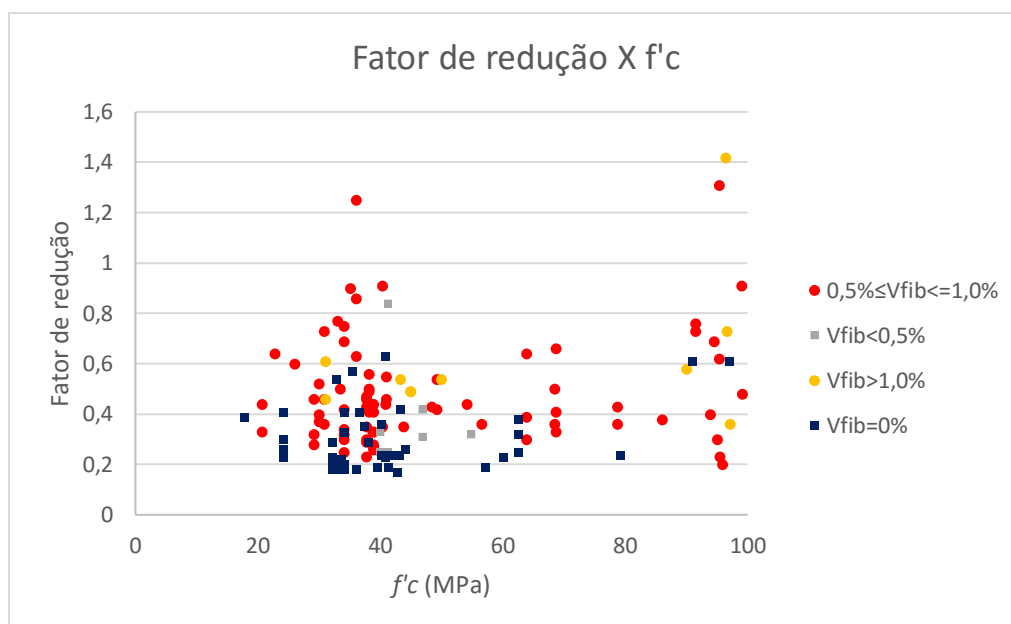


Figura 16 – Fator de redução versus resistência média à compressão

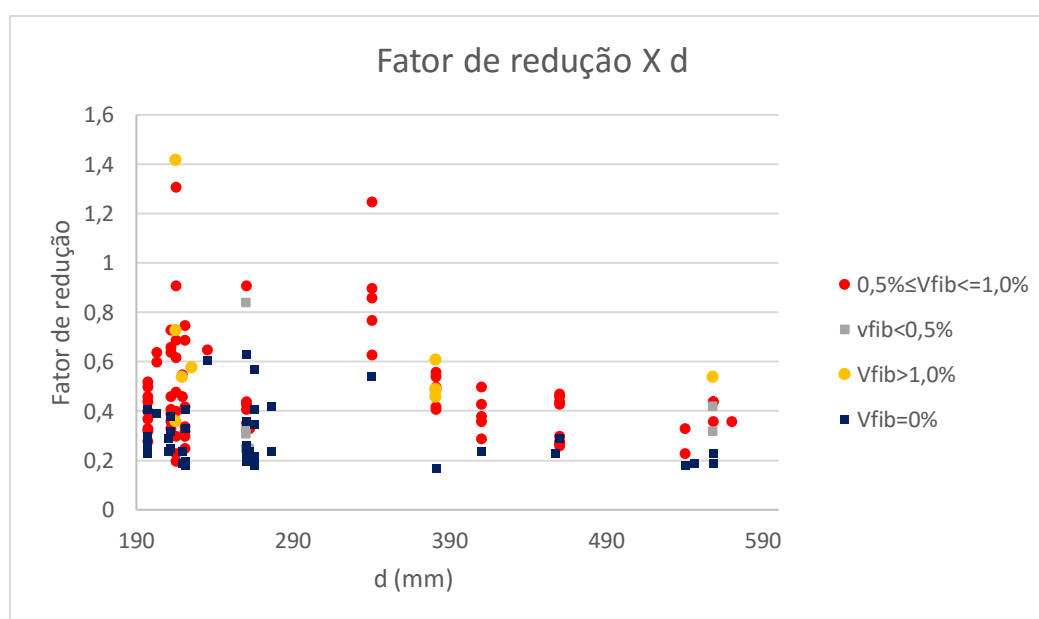


Figura 17 – Fator de redução versus altura útil

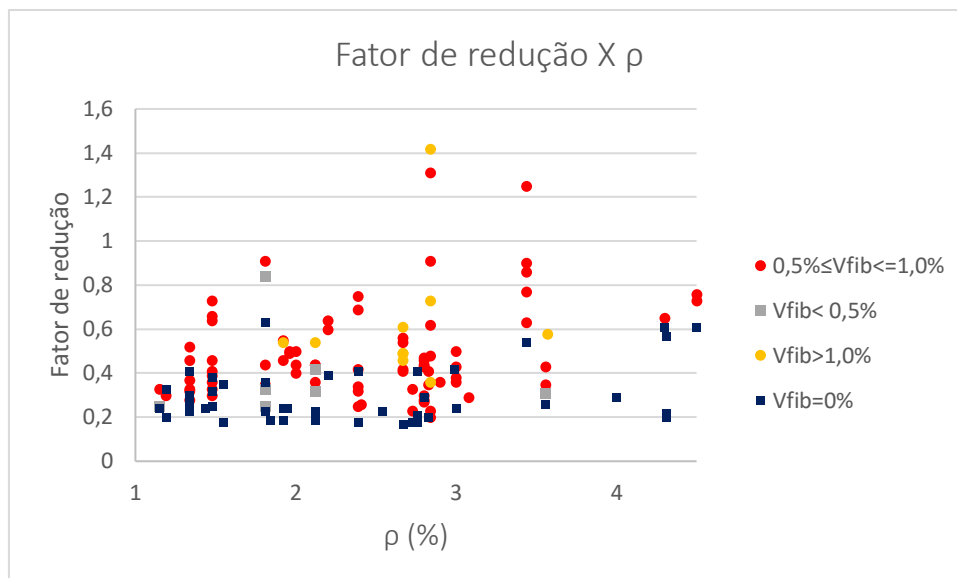


Figura 18 – Fator de redução versus taxa longitudinal de armadura

Foi observado que, para o intervalo de volume estudado, o fator de redução mínimo foi de $\frac{v_u}{\sqrt{f'_c}} = 0,2$. Ou seja, o valor mínimo para a tensão última de cortante obtida nos ensaios em estudo ficou em $0,2\sqrt{f'_c}$.

4.2. Análise dos volumes mais significativos

4.2.1. $V_{fib} = 0,5\%$

Ao analisarmos o volume de fibras igual a 0,5% (equivalente a 39,25 kg/m³), buscamos correlacionar os dados para obtermos um levantamento abrangente do comportamento das diversas variáveis e como elas interferem na tensão última de cisalhamento (v_u) das vigas em análise.

4.2.1.1. Relação a/d

Na figura 19 observamos o comportamento esperado quando confrontamos a/d com v_u , ou seja, o decréscimo progressivo da tensão com o aumento da relação a/d . Para Montesinos, há uma tendência típica de diminuição na tensão de cisalhamento com um aumento em a/d .

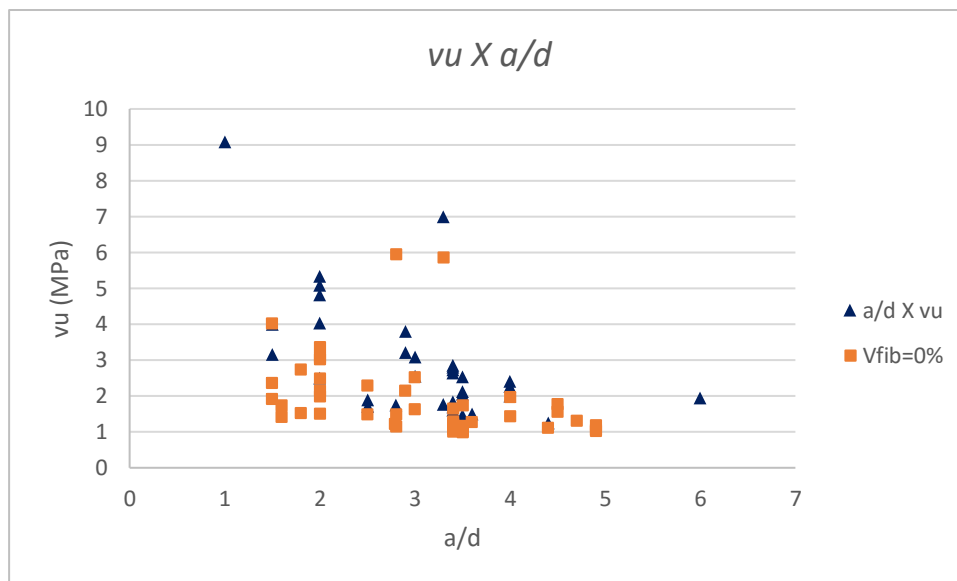


Figura 19 - Gráfico Tensão última de cisalhamento versus a/d com fibras e sem fibras

Os três pontos que aparecem no gráfico mais distantes dos outros são referentes a concretos de alta resistência, cujo valor médio é de 95,4 MPa. Na tabela 5 estão os dados gerais referentes a esses pontos.

Tabela 5– Pontos fora do comportamento típico vu x a/d

b , mm	h , mm	d , mm	a/d	ρ , %	f_c' , MPa	Fiber type*	L_f/d_f	V , %	vu , MPa	V_{fib} (kg/m ³)	<i>Ruptura</i>
125	250	215	1	2,84	99	H	75	0,5	9,09	39,25	cortante
125	250	215	6	2,84	95,8	H	75	0,5	1,95	39,25	cortante
200	250	180	3,3	4,5	91,4	H	86	0,5	6,99	39,25	cortante

4.2.1.2.Taxa longitudinal de armadura (ρ)

Quando relacionamos ρ com vu , como mostra a figura 20, não há aumento significativo da resistência com o aumento do ρ .

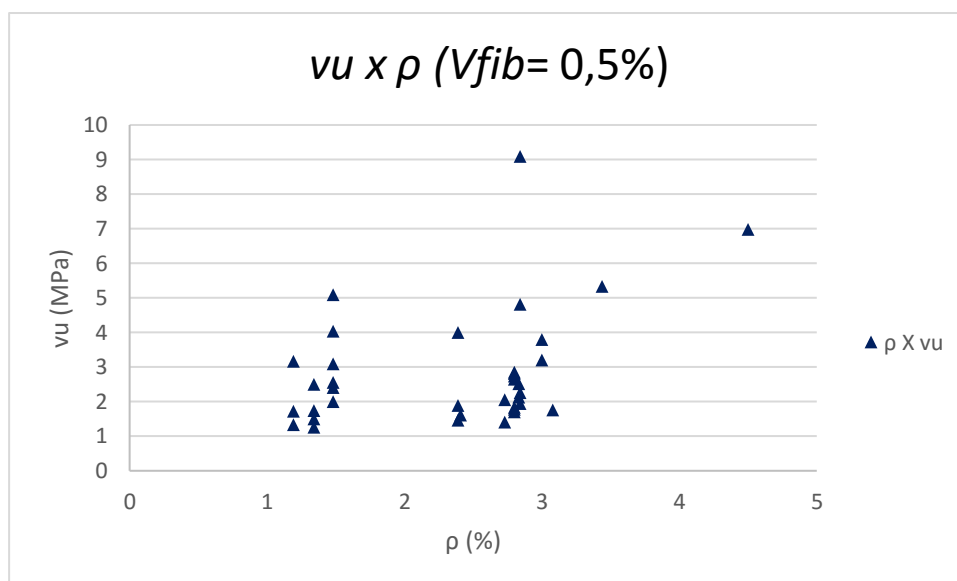


Figura 20 - Taxa longitudinal de armadura versus Tensão última de cisalhamento

Pontos muito acima do esperado são referentes a concretos com alta resistência média a compressão. A tabela 6 mostra os dados gerais em relação a eles.

Tabela 6– Pontos de valores mais altos

b , mm	h , mm	d , mm	a/d	ρ (%)	$f'c$, MPa	Fiber type*	$L_f /$ d_f	V (%)	vu , MPa	V_{fib} (kg/m ³)	<i>Ruptura</i>
125	250	215	1	2,84	99	H	75	0,5	9,09	39,25	cortante
200	250	180	3,3	4,5	91,4	H	86	0,5	6,99	39,25	cortante

Quando comparamos a taxa longitudinal de armadura com os ensaios de vigas sem fibras, notamos que há uma tendência de aumento da resistência ao cortante com a presença de 0,5% de fibras (figura 21).

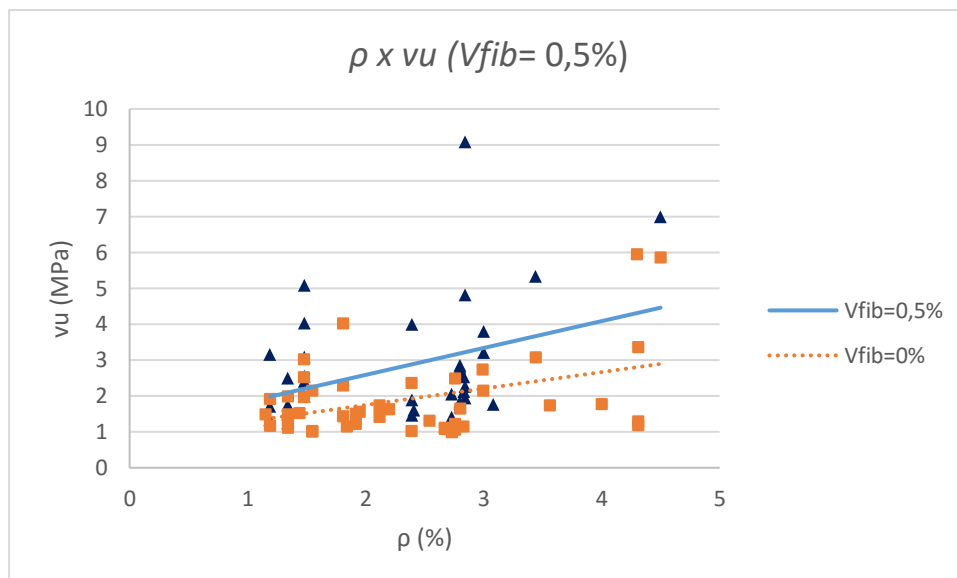


Figura 21 – Influência da taxa de armadura longitudinal na tensão última de cisalhamento na presença de fibras.

4.2.1.3. Altura útil (d)

Nas vigas analisadas para $V_{fib} = 0,50\%$, o valor da altura útil (d) é em média $d=345\text{mm}$. Quando analisamos o valor de d , figura 22, com o valor da tensão última de cisalhamento, observamos um decréscimo das tensões com o aumento de d . Comparado com $V_{fib}=0\%$, notamos um ganho de resistência com $V_{fib}=0,5\%$. O efeito da altura útil influencia no comportamento da tensão última (FOSTER, 2010).

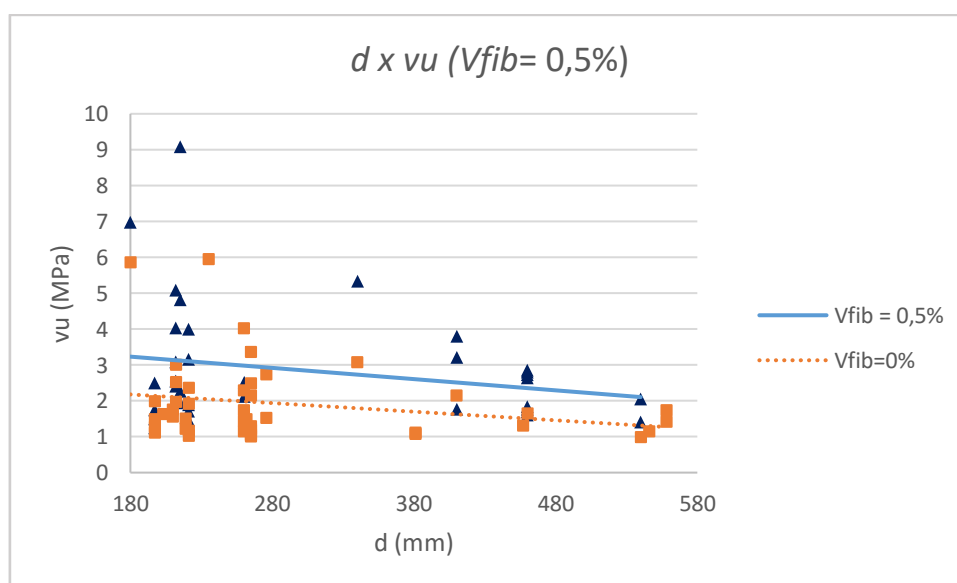


Figura 22 - Altura útil versus Tensão última de cisalhamento

O ponto com valor da tensão última de cisalhamento superior aos demais apresenta $f'c = 99,0$ MPa, valor que influencia diretamente o resultado fora do esperado.

4.2.1.4. Resistência a compressão ($f'c$)

A resistência à compressão com a tensão última de cisalhamento não notamos eficiência no aumento da mesma para aumentar a resistência em estudo como mostra a figura 23. Observamos valores altos da tensão última de cisalhamento para maiores valores de $f'c$.

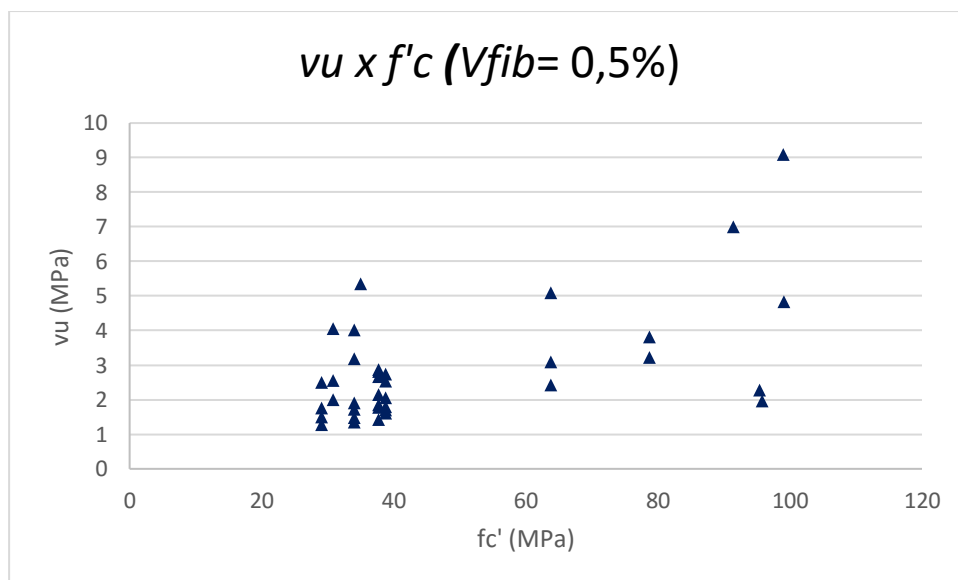


Figura 23- Tensão última de cisalhamento versus Resistência à compressão

Para o volume de 0,5% de fibras temos:

- Dos 37 dados analisados, observamos um valor médio de $v_u = 2,84$ MPa. Quando comparamos com o valor médio na tensão última de cisalhamento das vigas sem fibras ($v_u = 1,92$ MPa), temos um acréscimo percentual de 47,92% na resistência última ao cortante quando adicionamos 0,5% de fibras.
- A relação a/d manteve a tendência típica de decréscimo com o aumento da tensão última de cisalhamento.
- Não há aumento significativo da resistência última ao cortante com o aumento da taxa longitudinal de armadura.

- O aumento da altura útil implica em redução da tensão última de cisalhamento, sem ganhos significativos na resistência.
- Dados para concretos de alta resistência influenciaram o resultado de ensaios, mantendo-os fora das tensões médias observadas.

4.2.2. $V_{fib} = 0,75\%$

Seguindo as análises dentro do intervalo definido nesse trabalho, buscamos estudar os parâmetros e como eles interferem na tensão última de cisalhamento (v_u) das vigas em análise. Para o volume de fibras de 0,75% temos um peso de fibras metálicas correspondente a 58,875 kg/m³.

4.2.2.1. Relação a/d

Notamos que a relação v_u com a/d manteve o decréscimo progressivo de valores.

A figura 24 mostra que, para $V_{fib} = 0,75\%$, tivemos uma concentração de pontos com $a/d = 2,8$. Acima desse valor, observamos a manutenção do decréscimo da tensão última de cisalhamento com o aumento de a/d .

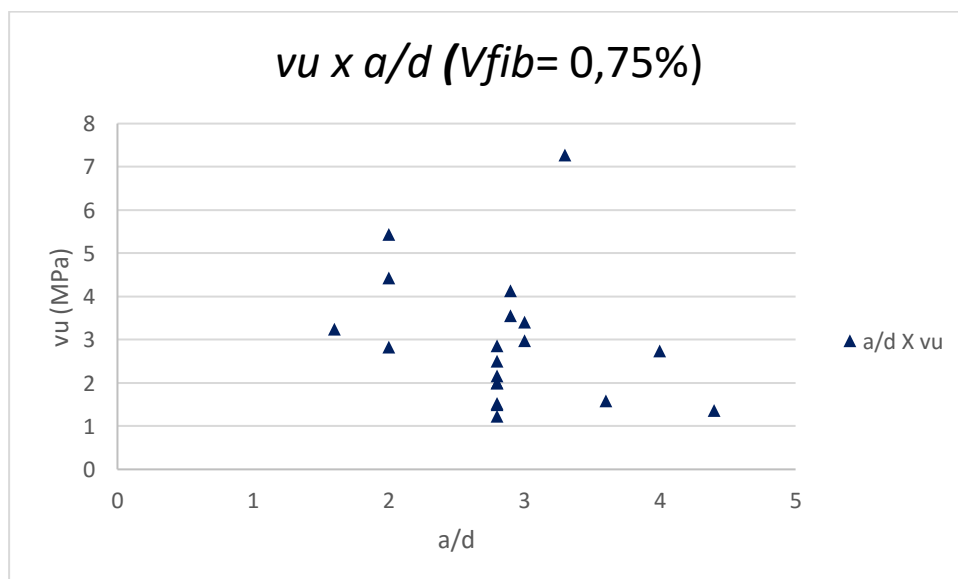


Figura 24 - Tensão última de cisalhamento versus a/d

4.2.2.2. Taxa longitudinal de armadura (ρ)

Notamos que existe uma tendência de ganho de resistência última no aumento da taxa de armadura longitudinal para valores mais baixos de v_u . Contudo não parece ser vantajoso aumentar a taxa de armadura longitudinal para se obter maior resistência última ao cortante. Isso pode ser explicado pelo fato de, nos dados com $V_f = 0,75\%$, temos muitos valores de a/d maiores ou iguais a 2,8, ou seja, mais probabilidade de ruptura por esforço de flexão (figura 25).

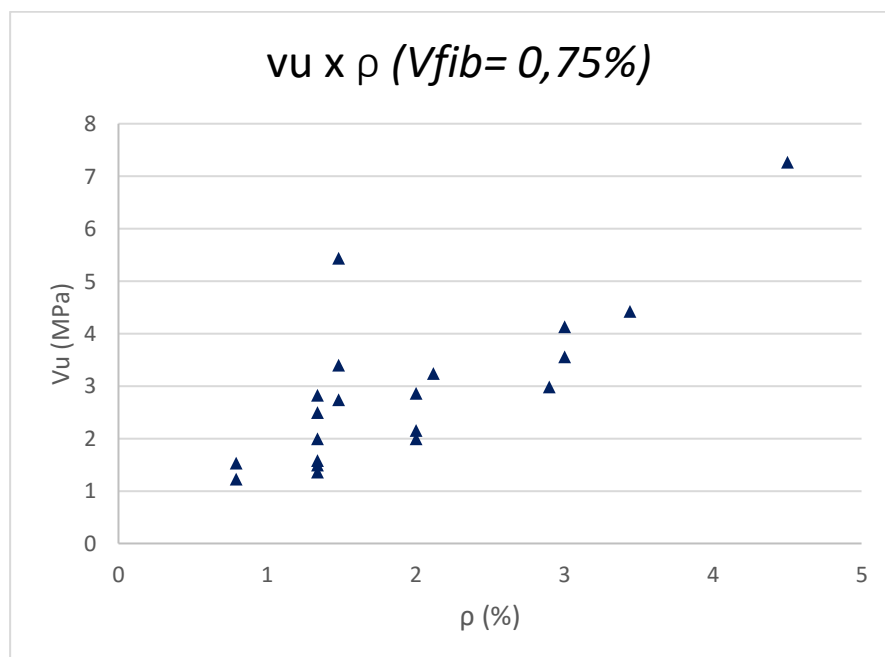


Figura 25 - Tensão última de cisalhamento versus taxa longitudinal de armadura

A figura 25 ainda mostra uma concentração de valores para $\rho = 1,34\%$, quando isolamos esse valor, notamos $f'c$ sem aumentos significativos, fator de forma constante, variando mais significativamente a/d . A tabela 8 mostra os dados gerais em relação a concentração de valores para ρ .

Tabela 7– Concentração de valores para $\rho = 1,34\%$

b , mm	h , mm	d , mm	a/d	ρ , %	$f'c$, MPa	Fiber type*	$L_f /$ d_f	V , %	v_u , MPa	V_{fib} (kg/m ³)	<i>Ruptura</i>
152	229	197	2	1,34	29,9	H	60	0,75	2,83	58,9	Cortante
152	229	197	2,8	1,34	29,9	H	60	0,75	2	58,9	Cortante
152	229	197	3,6	1,34	29,9	H	60	0,75	1,58	58,9	Flexão
152	229	197	4,4	1,34	29,9	H	60	0,75	1,36	58,9	Flexão
152	229	197	2,8	1,34	20,6	H	60	0,75	1,5	58,9	Cortante
152	229	197	2,8	1,34	33,4	H	60	0,75	2,5	58,9	Flexão

De forma geral, quando comparamos ρ para $V_{fib}=0,75\%$ com $V_{fib}=0\%$, percebemos que há um ganho de resistência ao cortante para vigas com fibras conforme mostra a figura 26.

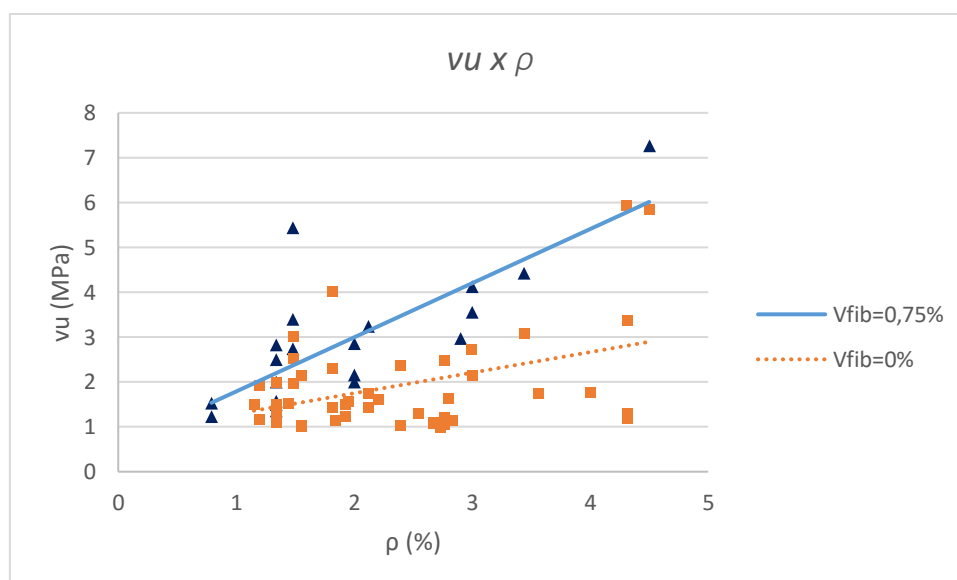


Figura 26- Influência da taxa longitudinal de armadura longitudinal para vigas com e sem fibras

4.2.2.3. Altura útil (d)

Notamos que a relação da altura útil com a tensão última de cisalhamento se comporta como esperado, ou seja, maiores valores de d resultam em menores tensões e, conseqüentemente, menor resistência ao cortante. Porém, quando comparamos com $V_{fib}=0\%$ (figura 27), notamos maior ganho de resistência com $V_{fib}=0,75\%$. Também há um ponto muito fora da nuvem. A tabela 8 mostra os dados gerais em relação a esse ponto.

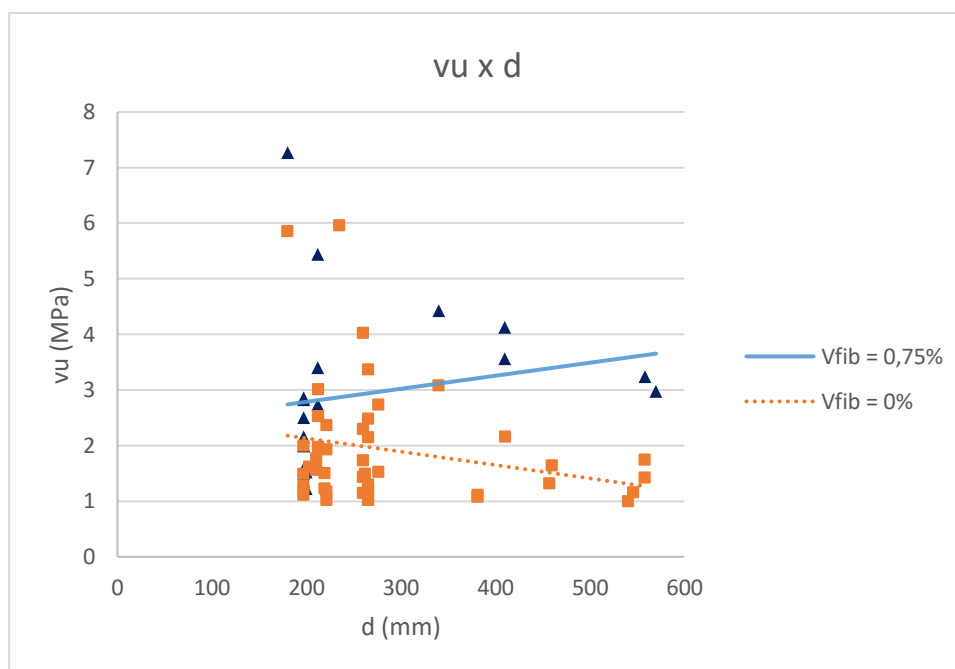


Figura 27- Altura útil versus Tensão última de cisalhamento

Tabela 8– Pontos com valor acima do esperado.

b , mm	h , mm	d , mm	a/d	ρ , %	$f'c$, MPa	Fiber type*	Lf / df	V ,%	vu , MPa	V_{fib} (Kg/m ³)	Ruptura
200	250	180	3,3	4,5	91,4	H	86	0,75	7,27	58,9	cortante

A figura 27 ainda mostra uma concentração de valores no intervalo $197\text{mm} < d < 212\text{mm}$. Valores maiores implicaram num leve decréscimo da tensão última de cisalhamento. A tabela 9 mostra os dados gerais em relação a esses pontos.

Tabela 9 – Dados referentes a concentração de valores no intervalo 197mm < d < 212mm

d (mm)	a/d	ρ , %	$f'c'$ (MPa)	Fiber type*	Lf/df	V_{fib} (%)	v_u (MPa)
212	2	1,48	68,6	H	63	0,75	5,44
212	3	1,48	68,6	H	63	0,75	3,4
212	4	1,48	68,6	H	63	0,75	2,74
197	2	1,34	29,9	H	60	0,75	2,83
197	2,8	1,34	29,9	H	60	0,75	2
197	3,6	1,34	29,9	H	60	0,75	1,58
197	4,4	1,34	29,9	H	60	0,75	1,36
200	2,8	0,79	29,9	H	60	0,75	1,23
197	2,8	2	29,9	H	60	0,75	2,16
197	2,8	1,34	20,6	H	60	0,75	1,5
197	2,8	2	20,6	H	60	0,75	2
200	2,8	0,79	33,4	H	60	0,75	1,53
197	2,8	1,34	33,4	H	60	0,75	2,5
197	2,8	2	33,4	H	60	0,75	2,86

4.2.2.4. Resistência a compressão ($f'c$)

A resistência a compressão média do concreto não exibe comportamento que represente alguma tendência de crescimento ou decrescimento. Embora ser possível perceber incrementos no valor da tensão última de cisalhamento para $f'c$ maiores que 60 MPa (figura 28). Ainda assim, o resultado mostra que não é viável aumentar a resistência média a compressão para se obter valores de tensões cisalhantes maiores, pois com valores de $f'c$ em torno de 35 MPa conseguimos tensões na mesma ordem de grandeza dos valores obtidos com $f'c$ entre 60 MPa e 80MPa.

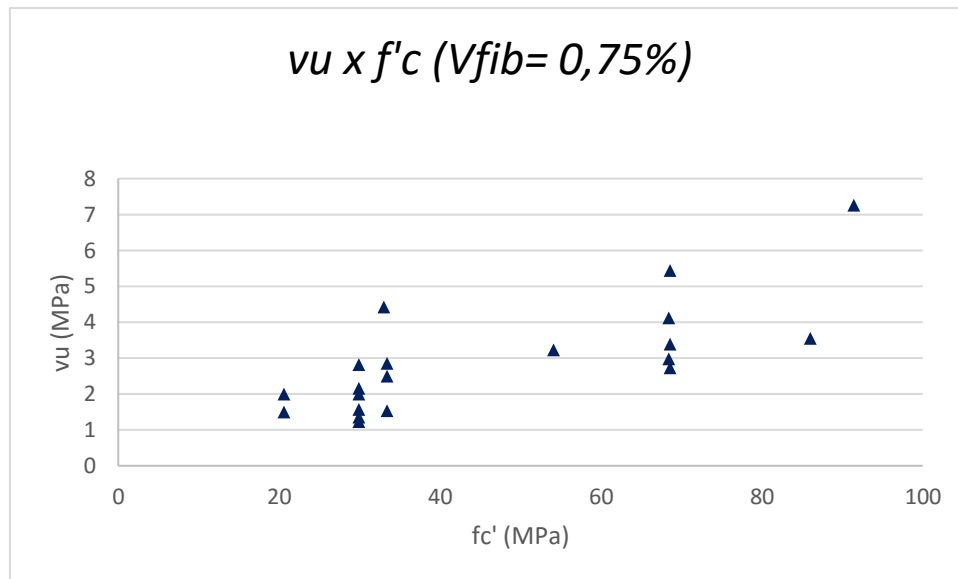


Figura 28- Tensão última de cisalhamento versus resistência a compressão

Para o volume de 0,75% de fibras temos:

- Dos 20 dados analisados, observamos um valor médio de $vu = 2,94$ MPa. Quando comparamos com o valor médio na tensão última de cisalhamento das vigas sem fibras ($vu = 1,92$ MPa), temos um acréscimo percentual de 53,13% na resistência última ao cortante quando adicionamos 0,75% de fibras.
- A relação a/d manteve a tendência típica de decréscimo com o aumento da tensão última de cisalhamento.
- O aumento da taxa longitudinal de armadura mostrou tendência de acréscimo da resistência última ao cisalhamento, porém não é vantajoso o aumento na armadura longitudinal para obtenção de maiores valores da tensão última.
- O aumento da altura útil implica em redução da tensão última de cisalhamento, com ganhos mais significativos para maiores valores de d quando comparamos com $V_{fib} = 0,0\%$
- A resistência a compressão média do concreto não exhibe comportamento que represente alguma tendência de crescimento ou decréscimo;

4.2.3. $V_{fib} = 1,0\%$

Por fim, o último volume que será analisado será o correspondente a 1,0% de fibras metálicas por metro cúbico de concreto, equivalente a $78,50 \text{ Kg/m}^3$.

4.2.3.1. Relação a/d

Mais uma vez, a relação a/d pela tensão última de cisalhamento (v_u) se manteve como esperado, valores decrescentes de v_u para valores crescentes de a/d . Dos 35 testes que mantivemos constante o valor $V_{fib}=1,0\%$, 25 possuem $a/d \geq 2,8$. Isso mostra a tendência a ruptura por flexão, porém, 22 vigas romperam por cortante, representando 63% dos testes analisados para $V_{fib}= 1,0\%$. A figura 29 mostra o comportamento de a/d com v_u , fixado V_{fib} em 1,0%.

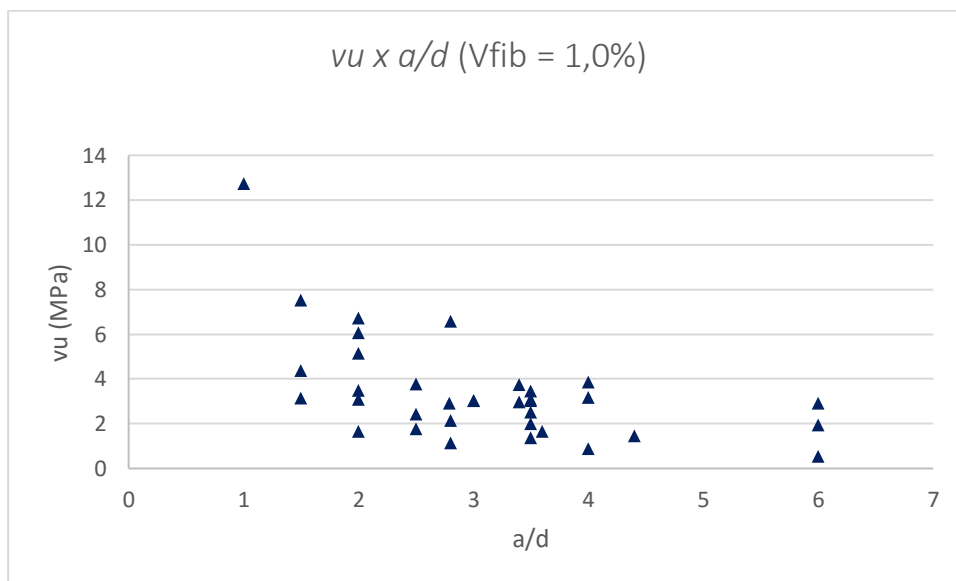


Figura 29 - Tensão última de cisalhamento versus a/d

4.2.3.2. Taxa longitudinal de armadura (ρ)

No geral, os valores oscilaram um pouco, mas não mantiveram tendência de comportamento (figura 30). Apenas quando comparamos com $V_{fib}=0\%$, notamos a influencia na presença de fibras no aumento da resistência ao cortante como mostra a figura 31.

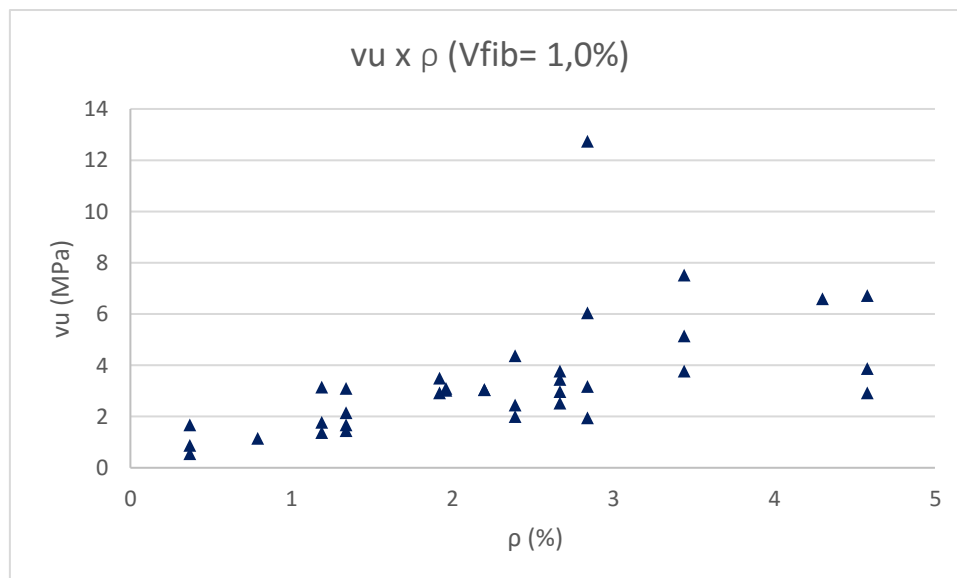


Figura 30 - Tensão última de cisalhamento versus taxa de armadura longitudinal

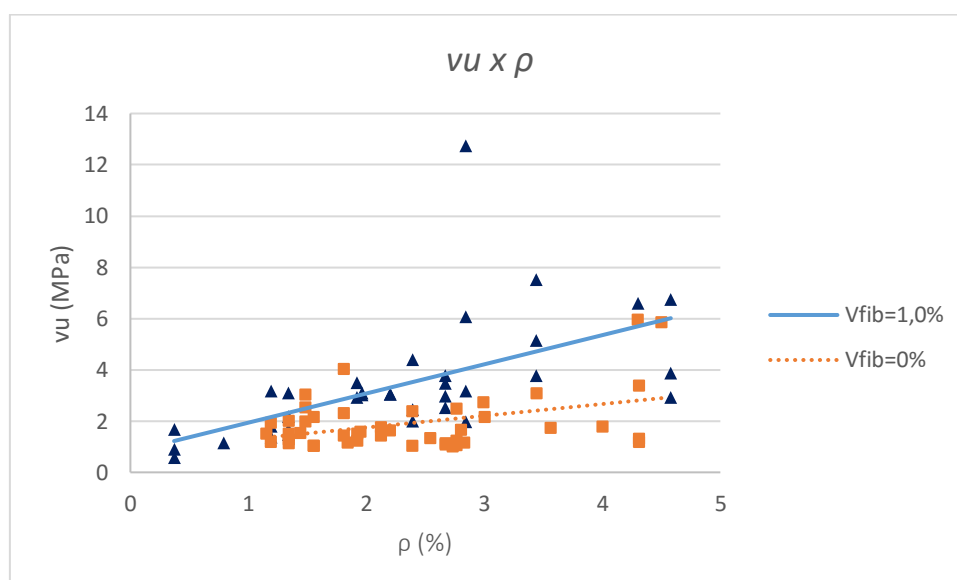


Figura 31 – influência da taxa de armadura longitudinal na tensão última de cisalhamento na presença de fibras

O valor disperso apresenta um dado com concreto de resistência média $f'c = 95,3$ MPa.

4.2.3.3. Altura útil (d)

Para altura útil fixado o valor $V_{fib} = 1,0\%$, observamos uma concentração de valores $197 \text{ mm} \leq d \leq 221 \text{ mm}$ como mostra a figura 32. Dentro desse intervalo, temos os seguintes valores médios: $f'c = 53,94 \text{ MPa}$, $a/d = 3,1$, Fator de forma 66 e $\rho = 2,3\%$. Valores acima do intervalo apresentado para altura útil se manteve o decréscimo da tensão

última de cisalhamento com o aumento de d . Quando comparamos com $V_{fib}=0\%$, também notamos a influência no volume de fibras com o aumento da altura útil versus a tensão última cisalhante como mostra a figura 32.

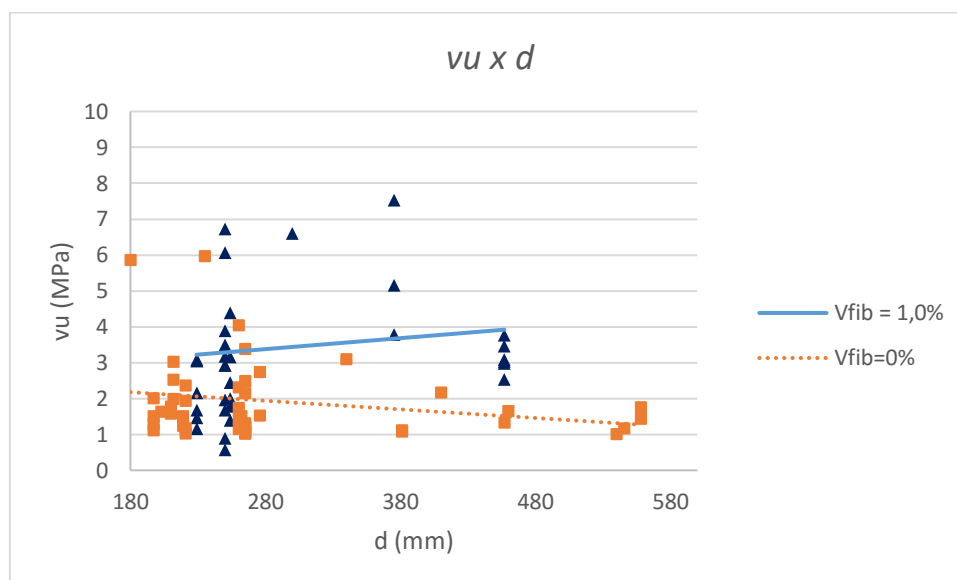


Figura 32 - Altura útil versus Tensão última de cisalhamento

4.2.3.4. Resistência a compressão (f'_c)

Para a resistência a compressão do concreto notamos dois grupos distintos na figura 33. O aumento no valor do f'_c , não resulta necessariamente em aumento da tensão última de cisalhamento da viga. Com $20,6 \text{ MPa} \leq f'_c \leq 49,2 \text{ MPa}$, podemos obter tensão cisalhante média de 3,4 MPa, valor semelhante ao obtido no grupo de maior resistência média a compressão.

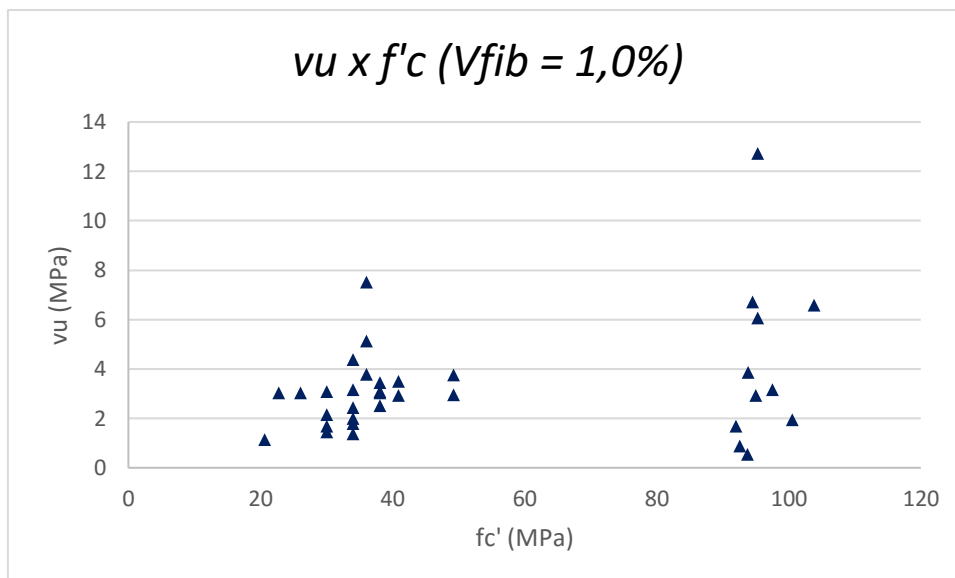


Figura 33 - Tensão última de cisalhamento versus resistência média a compressão

Para o volume de 1,00 % de fibras temos:

- Dos 35 dados analisados, observamos um valor médio de $vu = 3,42$ MPa. Quando comparamos com o valor médio na tensão última de cisalhamento das vigas sem fibras ($vu = 1,92$ MPa), temos um acréscimo percentual de 78,13% na resistência última ao cortante quando adicionamos 1,0% de fibras.
- A relação a/d manteve a tendência típica de decréscimo com o aumento da tensão última de cisalhamento.
- O aumento da taxa longitudinal de armadura não mostrou tendência de acréscimo da resistência última ao cisalhamento.
- O aumento da altura útil implica em redução da tensão última de cisalhamento.
- O aumento no valor da resistência média a compressão, não resulta necessariamente em aumento da tensão última de cisalhamento da viga.

4.3. Discussão dos Modelos Teóricos

Alguns modelos foram apresentados previamente e desenvolvidos por autores que investigam o concreto com fibras de aço submetidas a diversos esforços, principalmente, o cortante. Os importantes resultados obtidos experimentalmente resultaram em equações para cálculo do esforço último de cisalhamento. As pesquisas individuais focaram em relacionar essa capacidade última com várias propriedades das vigas bem como as variáveis que afetam o estado limite último de cortante. Para este trabalho, tais fórmulas serão testadas e comparadas com resultados experimentais, verificando, dessa forma, a validade de cada uma e o intervalo de uso mais adequado para os dados presentes no universo aqui estudado.

Nas figuras 34 a 38, estão plotados os valores teóricos resultantes das expressões analíticas e os valores experimentais observados nos ensaios, cirando uma zona de resultados seguros abaixo da reta de referência e não seguros acima da reta.

Na figura 34 estão os dados do modelo proposto por A. K. Sharma. Observa-se uma dispersão não uniforme em torno da reta de referência. Na figura 35 estão plotados os dados referentes ao modelo de Narayanan & Darwish. Observa-se o maior número de pontos acima da reta de referência, no entanto, mais dispersos. Na figura 36, o modelo de Ashour et al. Baseado no ACI apresenta maior precisão, ou seja, pontos mais concentrados ao longo da reta de referência. Na figura 37, o modelo proposto por Ashour et al. Baseado na equação de Zsuttsy se mostrou menos preciso e mais disperso. Já na figura 38, estão plotados os dados do *Variable Engagement Model (VEM)*. Esse último apresentou grande dispersão com a maioria dos resultados de tensões últimas de cisalhamento concentradas abaixo do valor experimental para a maioria dos ensaios, resultando em grande parte dos dados abaixo da linha de referência e a favor da segurança.

- Modelo de A. K. Sharma

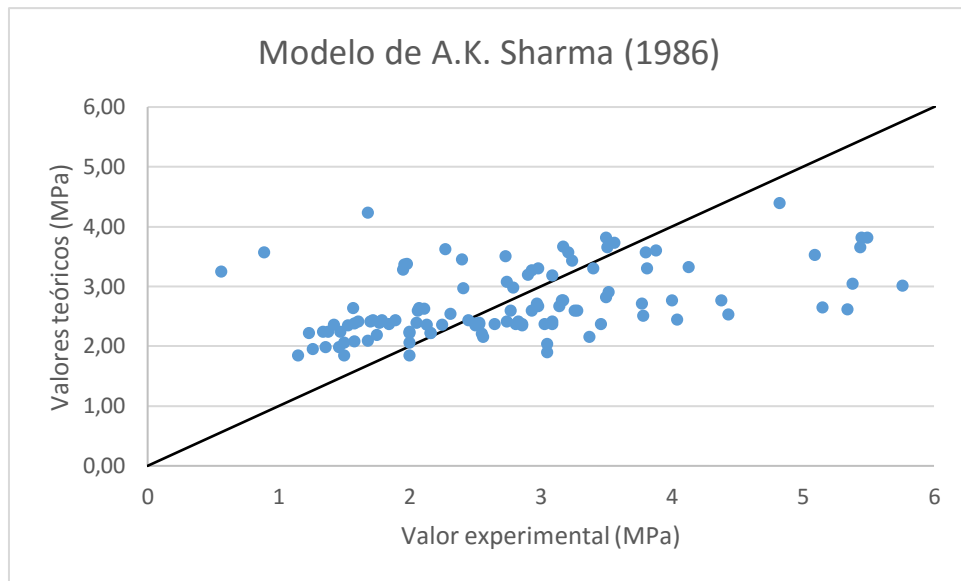


Figura 34 - Valor teórico versus valor experimental - Modelo de Modelo de A. K. Sharma

- Modelo de Narayanan & Darwish Model

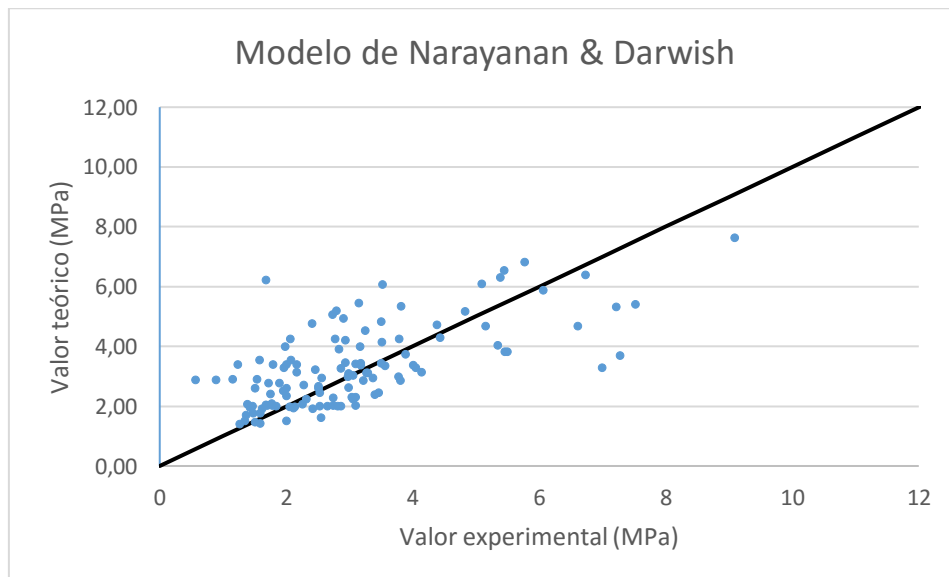


Figura 35 - Valor teórico versus valor experimental - Modelo de Modelo de Narayanan & Darwish

- Modelo de Ashour et al. Baseado no ACI

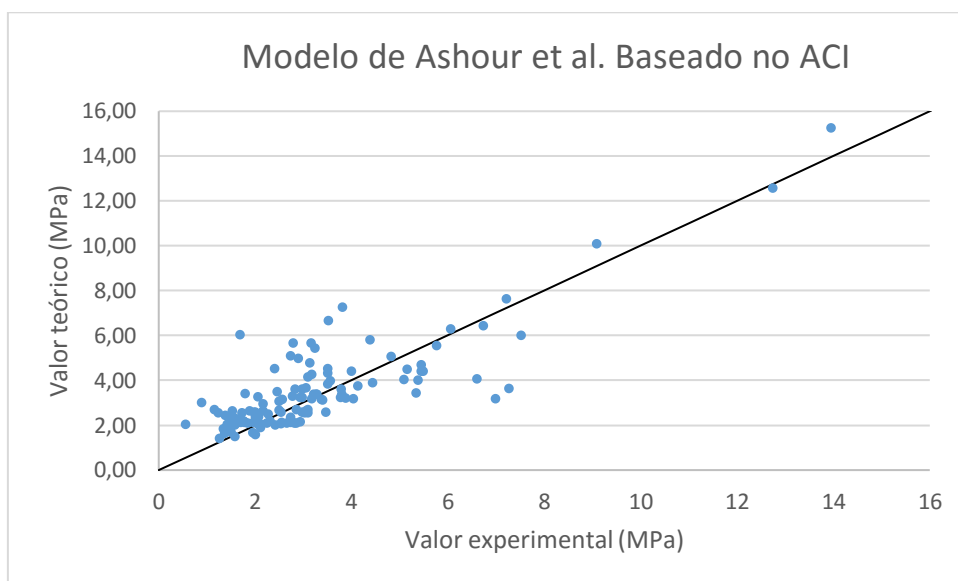


Figura 36 - Valor teórico versus valor experimental - Modelo de Ashour et al. Baseado no ACI

- Modelo de Ashour et al. Baseado na equação de Zsuttsy

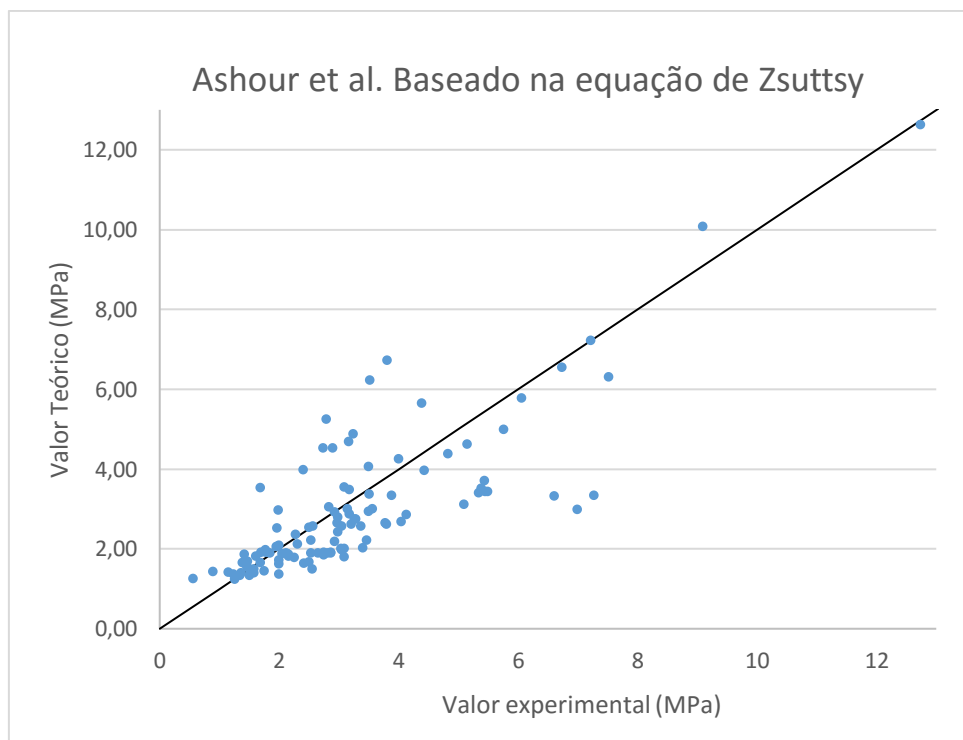


Figura 37 - Valor teórico versus valor experimental - Modelo de Ashour et al. Baseado na equação de Zsuttsy

- *The Variable Engagement Model*

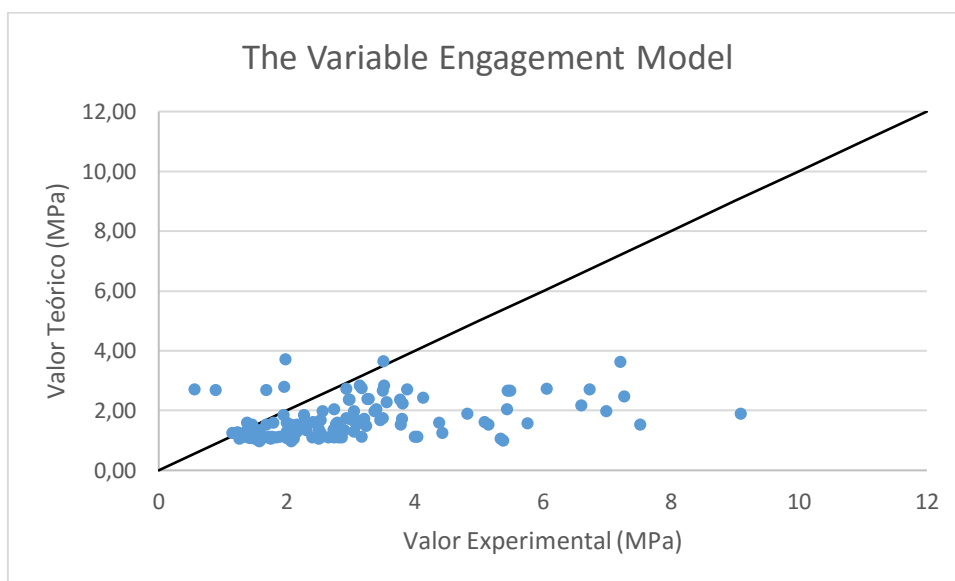


Figura 38 - Valor teórico versus valor experimental – *Variable Engagement Model*

Para outras análises, foi feito uso da relação ($v_{exp}/v_{teórico}$), ou seja, o valor obtido experimentalmente dividido pelos valores dos modelos propostos. A razão mostra a eficiência do modelo estudado, tomando como parâmetro o valor esperado dos pontos estarem em torno de 1,0.

Notamos que o modelo de Narayanan & Darwish (figura 40) e o de Ashour et al. Baseado no ACI (figura 41) são os que representam a maior quantidade de resultados abaixo de 1,0 dos quatro casos estudados. Já o modelo de Ashour et al. Baseado na equação de Zsuttsy (figura 43) e o modelo de A. K. Sharma (figura 39) apresentaram resultados mais distribuídos e também acima de 1,0. Os gráficos foram plotados separados para cada autor para melhor entendimento.

O modelo que mais apresentou resultados acima do valor 1,0 foi o *The Variable Engagement Model* como mostra a figura 43.

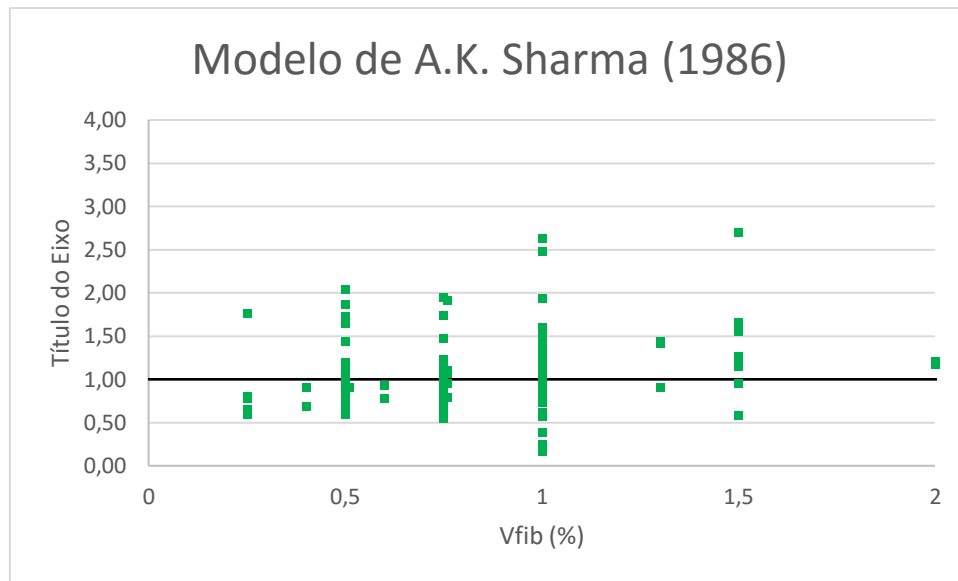


Figura 39 - Modelo de A. k. Sharma

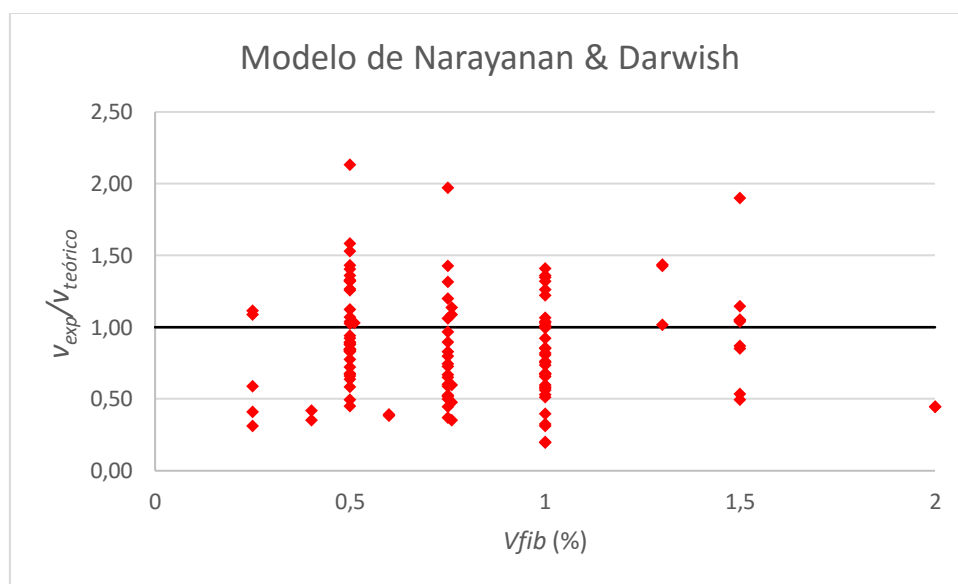


Figura 40 - Modelo de Modelo de Narayanan & Darwish

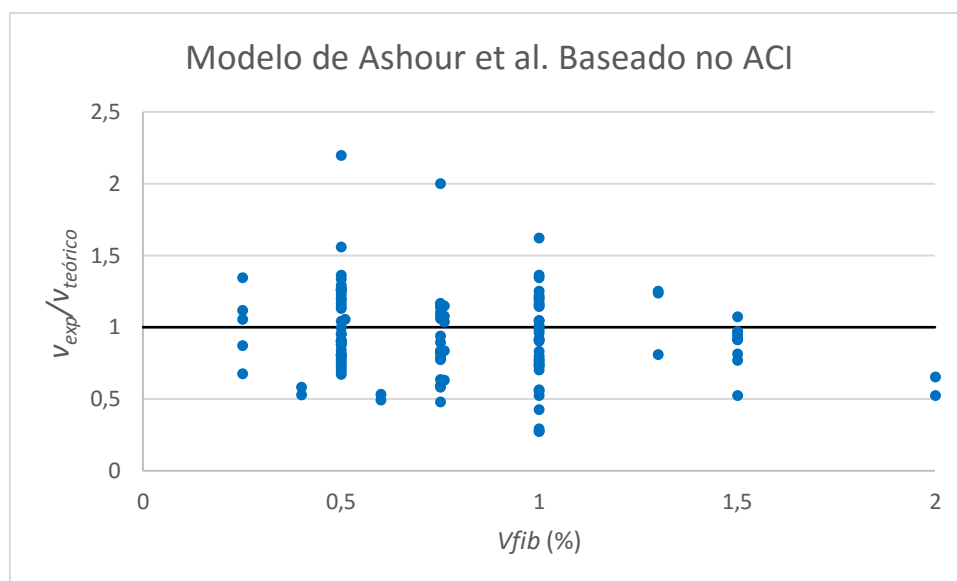


Figura 41- Modelo de Ashour et al. Baseado no ACI

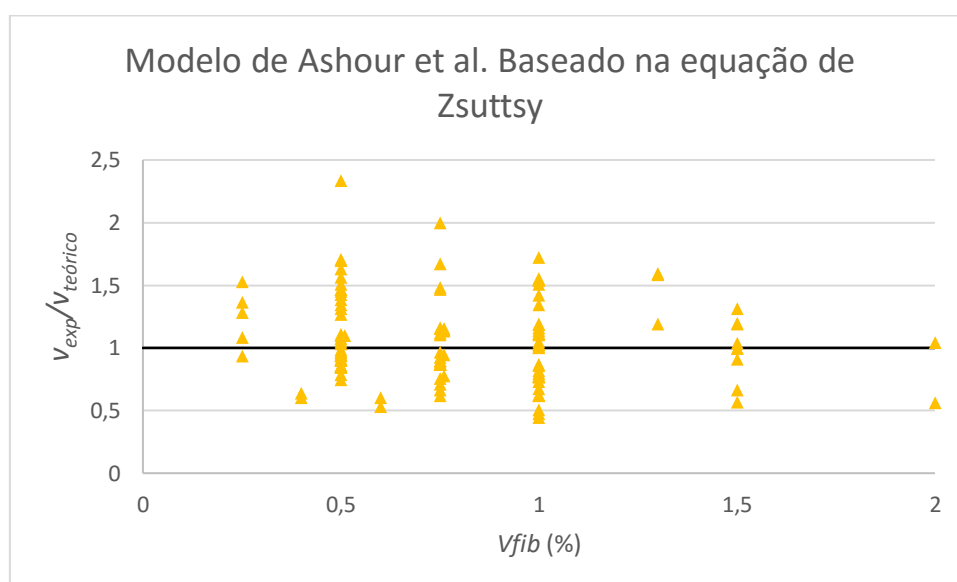


Figura 42- Modelo de Ashour et al. Baseado na equação de Zsuttsy

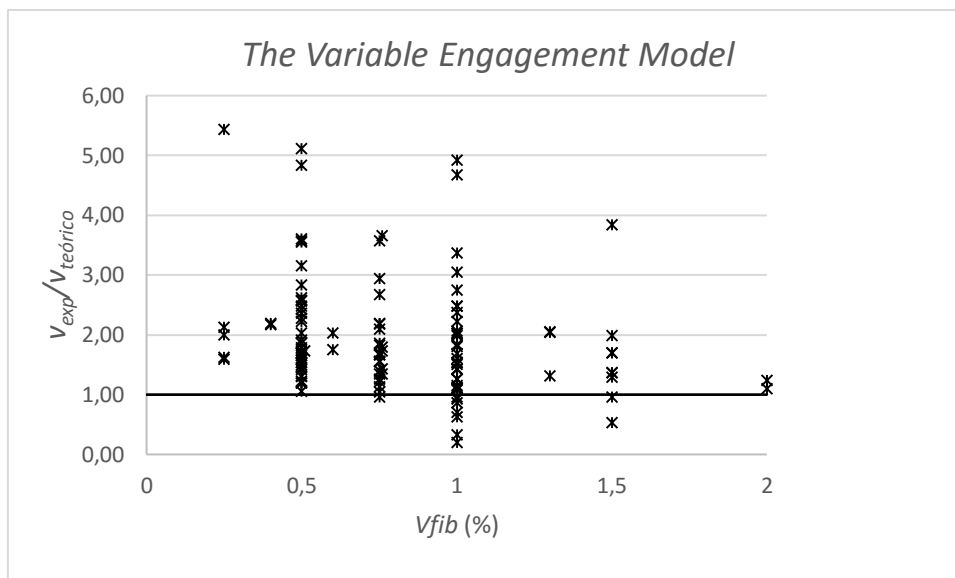


Figura 43 - *The Variable Engagement Model*

Para altura útil, o modelo de A. K. Sharma (figura 43) mostrou no intervalo $197 \text{ mm} \leq d \leq 260 \text{ mm}$ uma concentração de resultados com uma dispersão bem distribuída e concentrada em torno de 1,0. O modelo de Narayanan & Darwish (figura 44) mostrou valores para o mesmo intervalo com a maioria dos pontos abaixo da reta. O modelo de Ashour et al. Baseado no ACI (figura 45) também houve dispersão, contudo houve uma aproximação da reta para d crescente de 340mm a 410mm. Para Ashour et al. Baseado na equação de Zsuttsy, há dispersão com maioria dos pontos acima de 1,0 para todos os valores de d . (figura 46). O modelo que mais apresentou resultados acima do valor 1,0 foi o *The Variable Engagement Model* como mostra a figura 48.

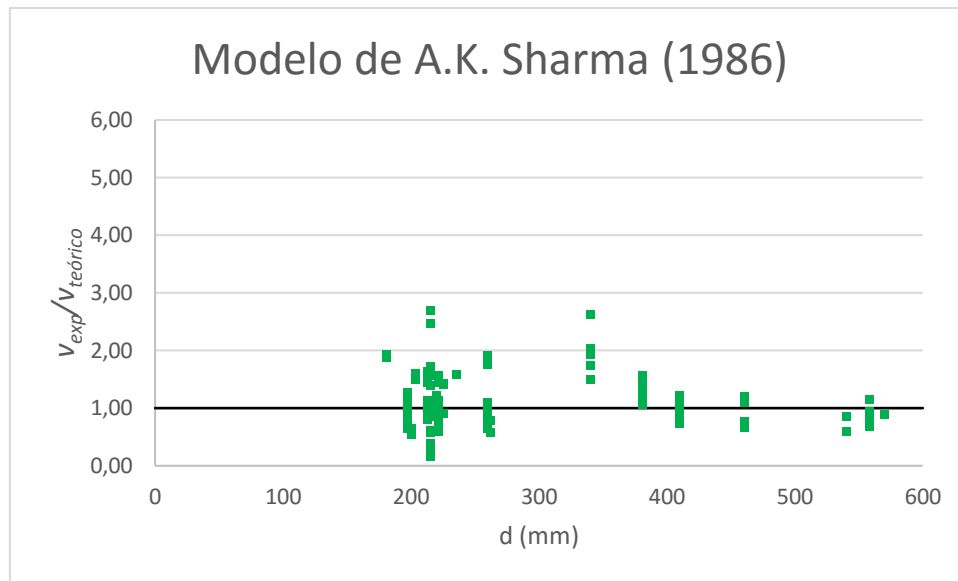


Figura 44 - Modelo de A.K. Sharma

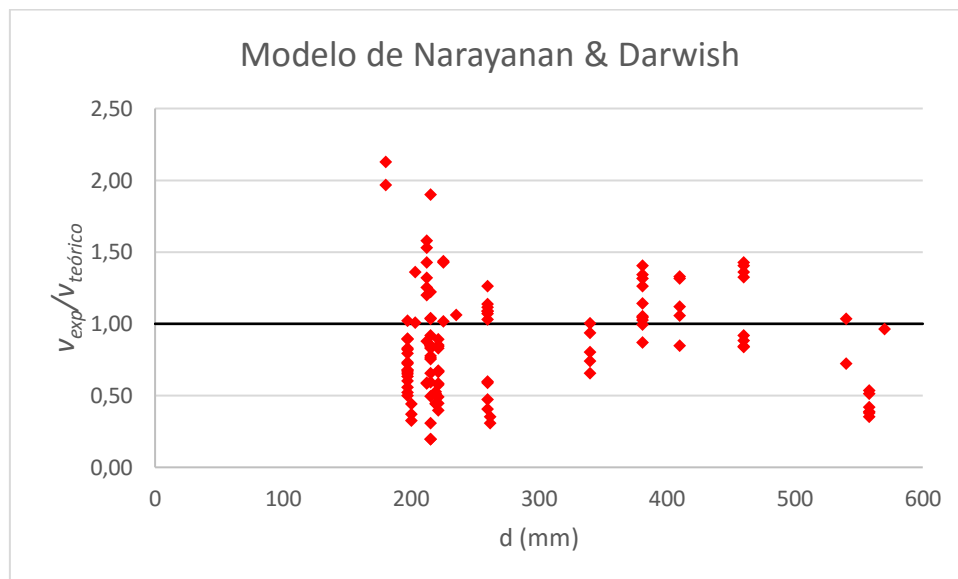


Figura 45- Modelo de Modelo de Narayanan & Darwish

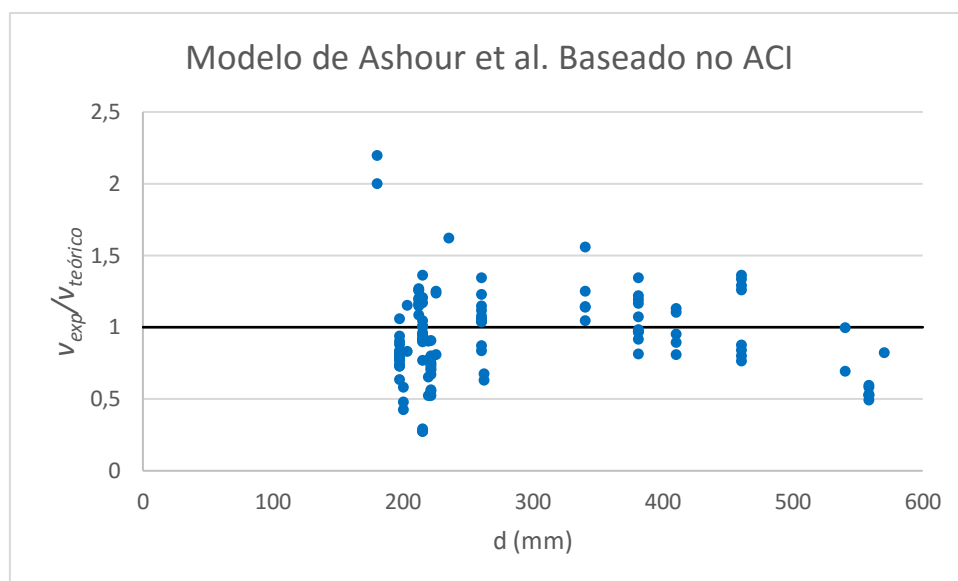


Figura 46 - Modelo de Ashour et al. Baseado no ACI

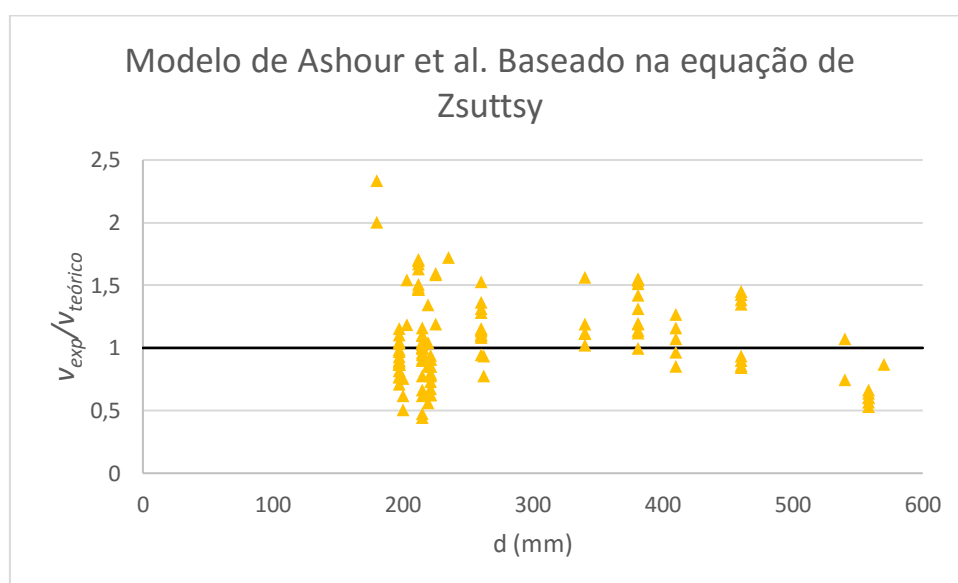


Figura 47 - Modelo de Ashour et al. Baseado na equação de Zsuttsy

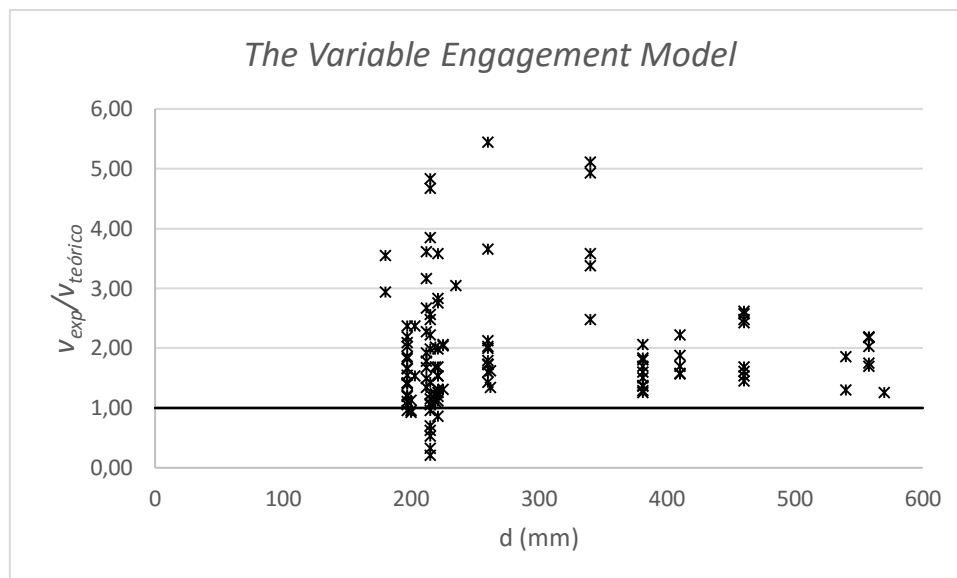


Figura 48 – *The Variable Engagement Model*

Para a relação a/d , o modelo proposto por A. K. Sharma (figura 47) apresentou dispersão de valores acima da reta. O modelo de Narayanan & Darwish apresenta uma concentração maior para valores de a/d entre 2,9 e 4,0 acima da reta, embora exista dispersão abaixo da reta para outros valores de a/d (figura 48). O modelo de Ashour et al. Baseado no ACI apresentou valores bem distribuídos em torno de 1,0 para todos a/d (figura 49), conferindo-lhe uma vantagem sobre o anterior, pois abrange um intervalo maior. O modelo de Ashour et al. Baseado na equação de Zsuttsy apresentou dispersão com muitos valores distribuídos acima e abaixo da reta (figura 50). O modelo que mais apresentou resultados acima do valor 1,0 foi o *The Variable Engagement Model* como mostra a figura 53.

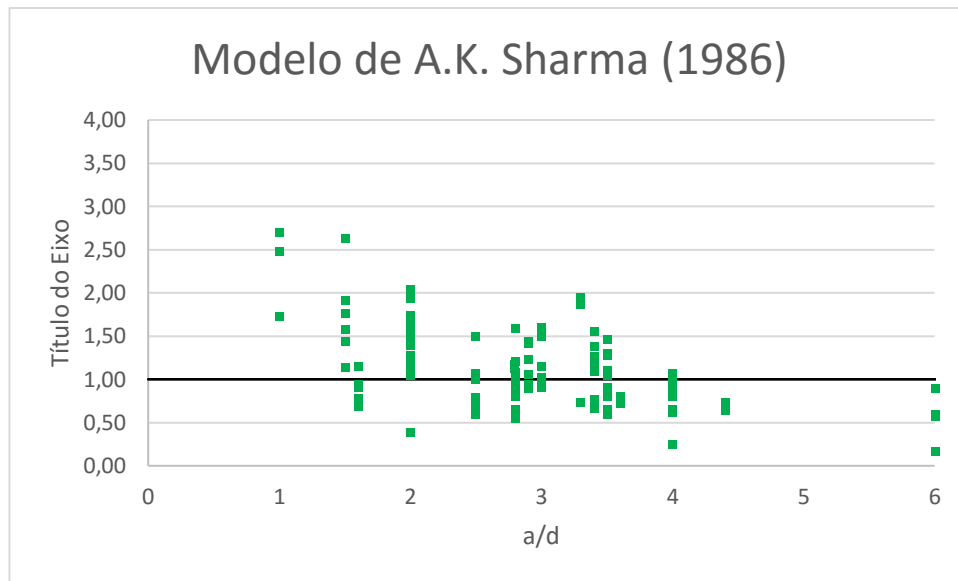


Figura 49 - Modelo de A. K. Sharma

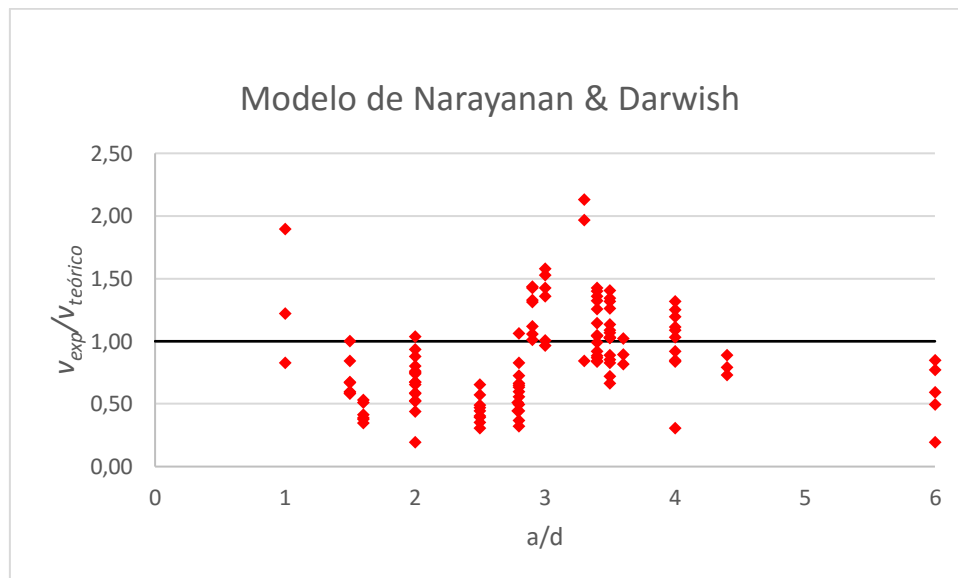


Figura 50- Modelo de Narayanan & Darwish

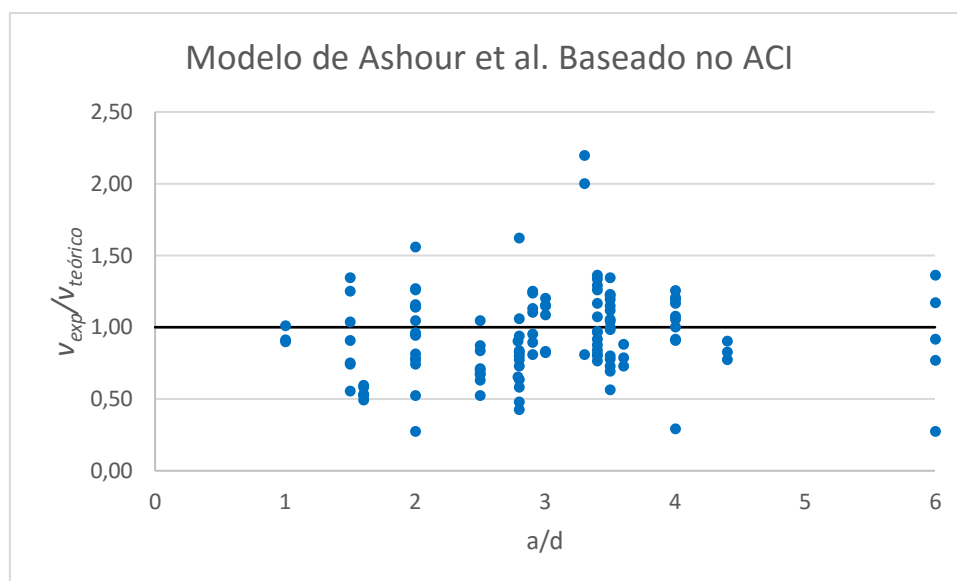


Figura 51 - Modelo de Ashour et al. Baseado no ACI

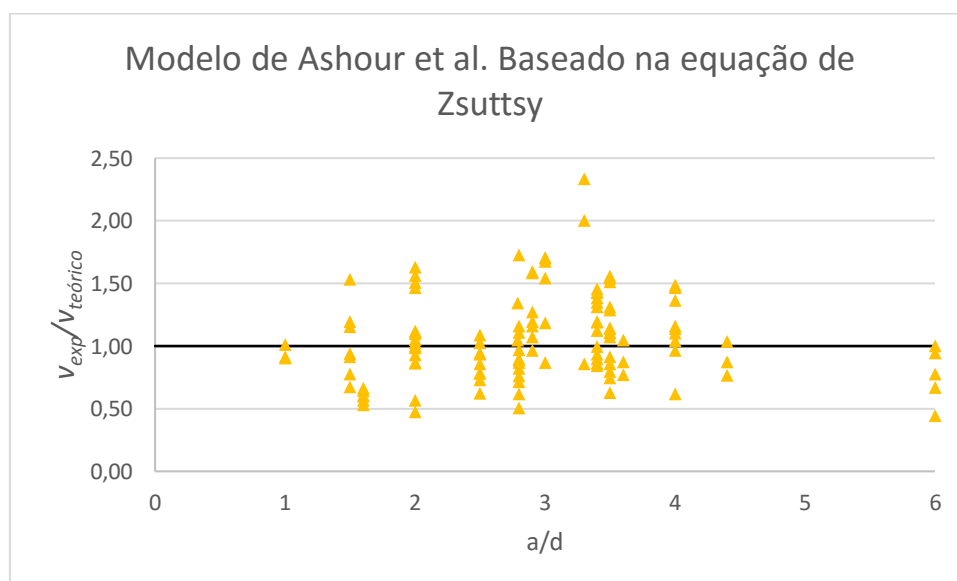


Figura 52 - Modelo de Ashour et al. Baseado na equação de Zsuttsy

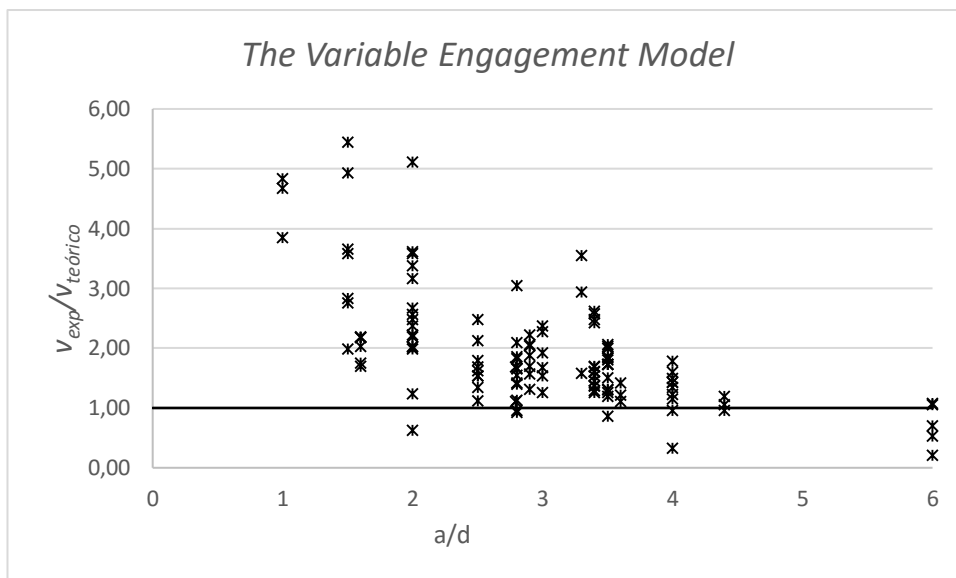


Figura 53 - The Variable Engagement Model

No caso do modelo de Darwish, a constante e apresenta valores distintos baseado na relação a/d , como mostra a equação 2.3. Os pontos vermelhos mostram os resultados para $e = 2,8$ e os círculos pretos mostram os resultados para $e = 1,9$. Ao reduzir o valor da constante para o valor médio, ou seja, tomando $e = 1,9$ para $a/d \leq 2,8$, observamos pontos apresentando menos dispersão em torno da reta de referência, principalmente quando comparamos a/d com $v_{exp}/v_{teórico}$ como mostra a figura 56. Para o volume de fibras, os resultados mais significativos ficaram para volumes inferiores a 0,5% e superiores a 1,0% como mostra a figura 54. Para altura útil não houve resultados significativos de calibração do modelo, apenas para $d = 340\text{mm}$ foi observada uma melhora dos resultados colocando-os acima do valor 1,0 como mostra a figura 55.

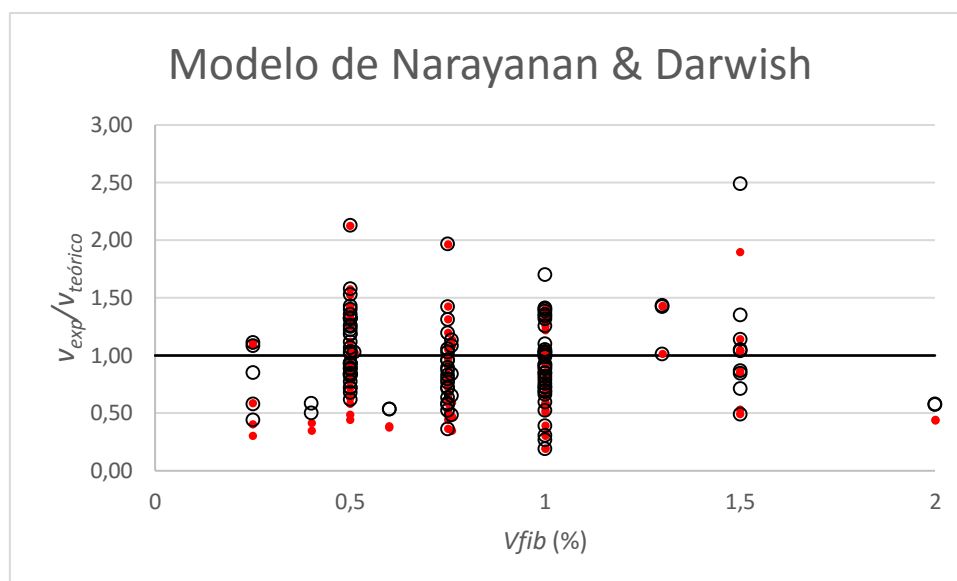


Figura 54 - Comparação do Modelo de Narayanan & Darwish para $e=1,9$ e $e=2,8$

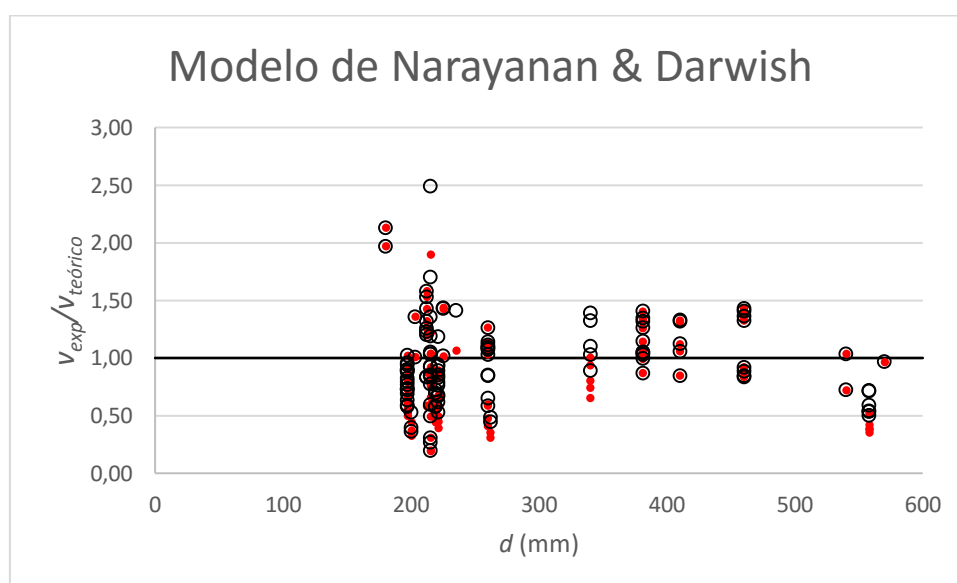


Figura 55 - Comparação do Modelo de Narayanan & Darwish para $e=1,9$ e $e=2,8$

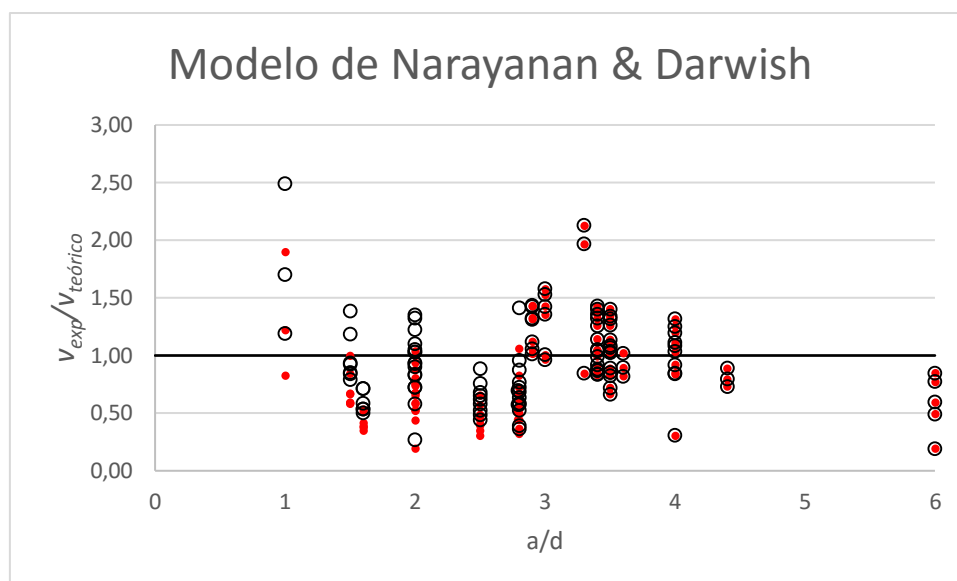


Figura 56 - Comparação do Modelo de Narayanan & Darwish para $e=1,9$ e $e=2,8$

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi analisado um banco de dados contendo 166 ensaios de vigas de concreto armado e seção retangular divididos em dois grupos. O primeiro composto por 121 vigas com fibras de aço tipo *Hooked* de médias a longas e o segundo com 45 vigas sem fibras. O estudo se concentrou em avaliar o incremento da resistência ao cortante com a adição de fibras em diferentes frações volumétricas. Em seguida, foram selecionadas da literatura expressões analíticas para prever a resistência última ao cortante e selecionar aquela que mais se adequa ao universo de vigas estudadas.

Levando em consideração a base de dados analisadas, quando comparamos as vigas com e sem fibras, notamos um acréscimo da resistência última ao cisalhamento quando estudamos as vigas com fibras metálicas. Constatou-se que a maior concentração de volumes com tensões últimas cisalhantes maiores, ficou entre 0,5% a 1,0%. Quando comparamos valores médios, chegamos a observar crescimento de 47,92%, 53,13% e 78,13% na tensão última cisalhante para volumes de fibras iguais a 0,5%, 0,75% e 1,0% respectivamente em comparação com as vigas sem fibras.

A tensão última ao cisalhamento ficou em torno de 8,0 MPa para o comportamento esperado das variáveis. Observou-se valores que se distanciaram atingindo até 14MPa. Isso aconteceu devido a presença de concreto de alta resistência. Esses valores não foram representativos para este trabalho devido a quantidade bastante reduzida de ensaios com concretos de elevada resistência a compressão. Contudo, o aumento na resistência média a compressão não apresentou vantagem com o objetivo de aumentar a tensão última de cisalhamento com qualquer volume de fibra estudado.

Os ensaios foram compostos por vigas com altura útil de até 570mm, observamos valores decrescentes da tensão última de cisalhamento com o aumento de d . Quando comparamos com vigas sem fibras, o aumento da altura útil ganha resistência significativa com o volume de fibras 0,75%.

De forma geral, a taxa de armadura longitudinal não apresentou tendência de comportamento de aumento na tensão última ao cisalhamento. Apenas com o volume de fibras igual a 0,75% houve uma tendência de aumento da resistência última quando comparamos com as vigas sem fibras.

A relação a/d manteve o comportamento esperado para todos os volumes de fibras estudados, ou seja, o decréscimo de a/d com o incremento da resistência última ao cisalhamento.

Para o universo estudado, o *The Variable Engagement Model* foi o que mais aproximou os resultados analíticos dos obtidos experimentalmente e traz relação direta com os parâmetros importantes disponíveis nesse trabalho. Para a razão (v_{exp}/v_{teo}), o modelo apresentou a maioria dos resultados dispersando para valores maiores que 1,0 mostrando uma boa segurança em relação aos dados analisados. O *The Variable Engagement Model* está calibrado para ensaios de vigas com concretos de resistência à compressão acima de 70MPa. Essa é uma característica que pode torná-lo bastante conservador para os dados analisados.

O modelo de Ashour et al. Baseado na equação de Zsuttsy apresentou a maioria dos resultados abaixo da reta de referência utilizada na seção 4.3 se mostrando um modelo analítico com valores a favor da segurança. O modelo também apresentou resultados em torno e acima de 1,0 para todas as variáveis estudadas.

O modelo de Narayanan & Darwish apresentou a maioria dos resultados acima da reta de referência utilizada na seção 4.3, mostrando que os resultados obtidos vão contra a segurança e, por isso, não atingindo a eficiência esperada para a base de dados estudada. O modelo também apresentou uma boa concentração de resultados em torno de 1,0 e abaixo deste valor.

O modelo proposto por A.K. Sharma também obteve resultados satisfatórios com valores mais concentrados em torno de 1,0 e abaixo da reta de referência utilizada na seção 4.3, contudo, esse modelo traz relação com poucas variáveis.

Já o Modelo de Ashour et al. Baseado no ACI apresentou maior dispersão dos resultados tanto em torno de 1,0 quanto acima da reta de referência utilizada na seção 4.3, apresentando a maioria dos resultados contra a segurança. O modelo também apresentou resultados abaixo de 1,0 para as variáveis analisadas.

Para o modelo de Narayanan & Darwish ainda foi possível realizar uma calibração da equação variando o valor da constante e para o valor médio tomando como referência os valores adotados pelo autor. Os resultados mais satisfatórios ficaram para relação a/d , volumes de fibra abaixo de 0,5% e acima de 1,0% e altura útil de 340mm.

6. PERSPECTIVAS FUTURAS

1. Avaliar a presença de fibras longas na redução do efeito de escala;
2. Testar os mesmos modelos para vigas com $h > 600\text{mm}$;
3. Estudar *Variable Engagement Model* alterando o ângulo θ referente a diagonal comprimida, conforme a equação 2.8;
4. Estudar o comportamento de outros tipos de fibras de aço em relação ao acréscimo na tensão cisalhante;
5. Verificar coeficientes de ajuste para o modelo de Darwish;

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ABNT - Fibras de aço para concreto - Especificação. NBR 15530:07, ABNT Rio de Janeiro 2007.
2. ACI Committee 318. Building code requirements for structural concrete (ACI 318M-14) and commentary (ACI 318RM-14). American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2015, March.
3. Adebar P, Mindess S, St.-Pierre D, Olund B. Shear Tests of Fiber Concrete Beams Without Stirrups. *ACI Structural Journal*, 1997, Jan-Fec, V. 94, No. 1, pp. 68-76.
4. Araújo DL, Nunes FGT, Filho RDT, Andrade MAS. Shear strength of steel fiber-reinforced concrete beams. *Acta Scientiarum Technology*. 2014, July-Sept, v. 36, n. 3, p. 389-397.
5. Ashour S A, Hassanain GS, Wafa FF. Shear Behavior of High-Strength Fiber Reinforced Concrete Beams. *ACI Structural Journal*, 1992, March-April, 89(2), 176-184.
6. Carvalho RC, Filho JRF. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118:2014. 4ª Edição, São Carlos, Editora EdUFSCar, 2014.
7. Casanova P, Rossi P. High-Strength Concrete Beams Submitted to Shear: Steel Fibers Versus Stirrups. *Structural Applications of Fiber Reinforced Concrete*, SP-182. American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 1999, pp. 53-68.
8. Catalogo Acerlor Mittal. – fibras tipo Dramix. Disponível em: <http://longos.arcelormittal.com/pdf/produtos/construcao-civil/dramix/catalogo-dramix.pdf> . Acessado em: 10 de maio de 2016.
9. Cucchiara C, Mendola LL, Papia M. Effectiveness of Stirrups and Steel Fibres as Shear Reinforcement. *Cement and Concrete Composites*, 2004, Oct, V. 26, No. 7, pp. 777-786.
10. Daniel JJ, et. al. State-of-the-Art - Report on Fiber Reinforced Concrete. American Concrete Institute, USA, 1996.
11. Figueiredo AD. Concreto reforçado com fibras [Tese]. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - USP, departamento de Engenharia e Construção Civil; 2011.

12. Foster S. Design of FCR beams for shear using the VEM and the draft model code approach. Technical report - International Federation for Structural Concrete (fib), 2010, Oct, 195-210.
13. Ishtewi AM. Shear capacity of fiber-reinforced concrete underpureshear [Thesis]. Dayton: The School of Engineering, University of Dayton – Ohio; 2012.
14. Kwak YK, Eberhard MO, Kim WS, Kim J. Shear Strength of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams Without Stirrups. *ACI Structural Journal*, 2002, July-Aug, V. 99, No. 4, pp. 530-538.
15. Li VC, Ward R, Hamza AM. Steel and Synthetic Fibers as Shear Reinforcement. *ACI Materials Journal*, 1992, Sept.-Oct, V. 89, No. 5, pp. 499-508.
16. Lim TY, Paramasivam P, Lee SL. Shear and Moment Capacity of Reinforced Steel-Fibre-Concrete Beams. *Magazine of Concrete Research*, 1987, Sept, V. 39, No. 140, pp. 148-160.
17. Mansur MA, Ong KCG, Paramasivam P. Shear Strength of Fibrous Concrete Beams Without Stirrups. *Journal of Structural Engineering*, 1986, Sept, V. 112, No. 9, pp. 2066-2079.
18. Mehta PK, Monteiro PJM. *Concreto: microestrutura, propriedades e matérias*. 3ª edição, São Paulo, Editora Ibracon, 2008.
19. Naaman AE. Development and evolution of tensile Strength-hardening FCR composites. In: 7th International RILEM Symposium on Fiber Reinforced Concrete: Design and Applications, 2008, Chennai, India. Fiber Reinforced Concrete: Design and Applications. 2008, Babneux, France: RILEM Publications S.A.R.L., v.1 p.1 -28.
20. Narayanan R, Darwish IYS. Use of Steel Fibers as Shear Reinforcement. *ACI Structural Journal*, 1987, Volume 84, No. 3, pp. 216-227.
21. Noghabai K. Beams of Fibrous Concrete in Shear and Bending: Experiment and Model. *Journal of Structural Engineering*, 2000, Feb, V. 126, No. 2, pp. 243-251.
22. Parra-Montesinos G, Wight JK, Dinh H, Libbrecht A, Padilla C. Shear Strength of Fiber Reinforced Concrete Beams Without Stirrups. Report No. UMCEE 06-04, University of Michigan, Ann Arbor, MI, 2006, 39 pp.
23. Parra-Montesinos GJ. Shear Strength of Beams with Deformed Steel Fibers. *Concrete international*, 2006, 28(11) 57-66.

24. Portal da arquitetura e construção – fibras para reforços. Disponível em: http://www.aecweb.com.br/guia/p/fibras-para-reforcocos_5_236_395_1_0 .
Acessado em: 10 de maio de 2016.
25. Resende FM. Influência das fibras de aço, polipropileno e sisal no amortecimento de concretos de resistência normal e de alto desempenho [Tese]. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ; 2003.
26. RILEM TC 162-TDF. Test and design methods for steel fibre reinforced concrete. Materials and Structures, 2000, Vo. 33, No.226, pp.75-81.
27. Rosenbusch J, Teutsch M. Trial Beams in Shear. Brite/Euram Project 97-4163, Final Report, Sub Task 4.2, Technical University of Braunschweig, 2002.
28. Schantz BA. The Effect of Shear Stress on Full Scale Steel Fiber Reinforced Concrete Beams. Master of Science thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, Clarkson University, Potsdam, NY, 1993, 86 pp.
29. Sharma A.K., Shear strength of steel Fiber reinforced concrete beams, ACI Journal, Proceedings 1986, July-Aug V. 83, No. 4, pp. 624-628.
30. Swamy RN, Bahia HM. The Effectiveness of Steel Fibers as Shear Reinforcement. Concrete International, 1985, Mar, V. 7, No. 3, pp. 35-40
31. Swamy RN, Jones R, Chiam ATP. Influence of Steel Fibers on the Shear Resistance of Lightweight Concrete I-Beams. ACI Structural Journal, 1993, Jan-Feb, V. 90, No. 1, pp. 103-114.
32. Tan KH, Murugappan K, Paramasivam P. Shear Behavior of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams. ACI Structural Journal, 1993, Jan-Feb, V. 90, No. 1, pp. 3-11.
33. Williamson GR, Knab LI. Full Scale Fibre Concrete Beam Tests. Fiber Reinforced Cement and Composites, RILEM Symposium, 1975, pp. 209-214

ANEXO I

Resultados dos ensaios com vigas de concreto armado com fibras metálicas *hooked*.

Ref. No.	beam	b_w , mm	h , mm	d , mm	a/d	ρ , %	$f'c$, MPa	L_f , mm	L_f/df	V_{fib} , %	v_u , MPa	$v_u/\sqrt{f'c}$	Massa (kg)	Ruptura
22	1	152	457	381	3,5	1,96	38,1	30	60	1	3,03	0,49	78,5	cortante
	2	152	457	381	3,5	1,96	38,1	30	60	1	3,09	0,5	78,5	cortante
	3	152	457	381	3,5	2,67	38,1	30	60	1	3,46	0,56	78,5	cortante
	4	152	457	381	3,5	2,67	38,1	30	60	1	2,53	0,41	78,5	cortante
	7	152	457	381	3,4	2,67	31	30	60	1,5	2,56	0,46	117,8	cortante
	8	152	457	381	3,4	2,67	31	30	60	1,5	3,37	0,61	117,8	cortante
	9	152	457	381	3,4	2,67	44,9	30	60	1,5	3,28	0,49	117,8	cortante
	10	152	457	381	3,4	2,67	44,9	30	60	1,5	3,26	0,49	117,8	cortante
	11	152	457	381	3,4	2,67	49,2	60	80	1	2,97	0,42	78,5	cortante
	12	152	457	381	3,4	2,67	49,2	60	80	1	3,77	0,54	78,5	cortante
3	FC2	152	610	558	1,6	2,12	54,1	30	60	0,75	3,24	0,44	58,9	cortante
	FC3	152	610	558	1,6	2,12	49,9	30	60	1,5	3,81	0,54	117,8	cortante
	FC8	152	610	558	1,6	2,12	54,8	30	60	0,4	2,4	0,32	31,4	cortante
	FC9	152	610	558	1,6	2,12	56,5	30	60	0,6	2,73	0,36	47,1	cortante
	FC10	152	610	558	1,6	2,12	46,9	50	100	0,4	2,9	0,42	31,4	cortante
	FC11	152	610	558	1,6	2,12	40,8	50	100	0,6	2,79	0,44	47,1	cortante
5	b-2-1.0-L	125	250	215	2	0,37	92	60	75	1	1,68	0,18	78,5	flexão
	b-4-1.0-L	125	250	215	4	0,37	92,6	60	75	1	0,89	0,09	78,5	flexão
	b-6-1.0-L	125	250	215	6	0,37	93,7	60	75	1	0,56	0,06	78,5	flexão
	b-1-0.5-a	125	250	215	1	2,84	99	60	75	0,5	9,09	0,91	39,3	cortante
	b-2-0.5-a	125	250	215	2	2,84	99,1	60	75	0,5	4,82	0,48	39,3	cortante
	b-4-0.5-a	125	250	215	4	2,84	95,4	60	75	0,5	2,27	0,23	39,3	cortante
	b-6-0.5-a	125	250	215	6	2,84	95,8	60	75	0,5	1,95	0,2	39,3	cortante
	b-1-1.0-a	125	250	215	1	2,84	95,3	60	75	1	12,74	1,31	78,5	cortante
	b-2-1.0-a	125	250	215	2	2,84	95,3	60	75	1	6,06	0,62	78,5	cortante
	b-4-1.0-a	125	250	215	4	2,84	97,5	60	75	1	3,17	0,32	78,5	flexão

	b-6-1.0-a	125	250	215	6	2,84	100,5	60	75	1	1,96	0,2	78,5	flexão
	b-1-1.5-a	125	250	215	1	2,84	96,4	60	75	1,5	13,95	1,42	117,8	cortante
	b-2-1.5-a	125	250	215	2	2,84	96,6	60	75	1,5	7,21	0,73	117,8	cortante
	b-4-1.5-a	125	250	215	4	2,84	97,1	60	75	1,5	3,51	0,36	117,8	cortante
	b-6-1.5-a	125	250	215	6	2,84	101,3	60	75	1,5	1,98	0,2	117,8	flexão
	b-2-1.0-m	125	250	215	2	4,58	94,5	60	75	1	6,73	0,69	78,5	cortante
	b-4-1.0-m	125	250	215	4	4,58	93,8	60	75	1	3,88	0,4	78,5	cortante
	b-6-1.0-m	125	250	215	6	4,58	95	60	75	1	2,93	0,3	78,5	cortante
7	HsFrC1	125	250	225	2,9	3,57	90	30	60	1,3	5,49	0,58	102,1	cortante
	HsFrC2	125	250	225	2,9	3,57	90	30	60	1,3	5,45	0,57	102,1	flexão
	HsFrC3	125	250	225	2,9	2,21	90	30	60	1,3	3,5	0,37	102,1	flexão
9	a10	150	250	219	2,79	1,92	40,9	30	60	1	2,93	0,46	78,5	cortante
	a20	150	250	219	2,79	1,92	43,2	30	60	2	3,14	0,48	157,0	flexão
	b10	150	250	219	2	1,92	40,9	30	60	1	3,5	0,55	78,5	cortante
	b20	150	250	219	2	1,92	43,2	30	60	2	3,52	0,54	157,0	cortante
14	FHb2-2	125	250	212	2	1,48	63,8	50	63	0,5	5,09	0,64	39,3	cortante
	FHb3-2	125	250	212	2	1,48	68,6	50	63	0,75	5,44	0,66	58,9	cortante
	FHb2-3	125	250	212	3	1,48	63,8	50	63	0,5	3,09	0,39	39,3	cortante
	FHb3-3	125	250	212	3	1,48	68,6	50	63	0,75	3,4	0,41	58,9	cortante
	FHb2-4	125	250	212	4	1,48	63,8	50	63	0,5	2,41	0,3	39,3	cortante
	FHb3-4	125	250	212	4	1,48	68,6	50	63	0,75	2,74	0,33	58,9	cortante
	FNb2-2	125	250	212	2	1,48	30,8	50	63	0,5	4,04	0,73	39,3	cortante
	FNb2-3	125	250	212	3	1,48	30,8	50	63	0,5	2,55	0,46	39,3	cortante
	FNb2-4	125	250	212	4	1,48	30,8	50	63	0,5	2	0,36	39,3	cortante
15		127	229	203	3	2,2	22,7	30	60	1	3,05	0,64	78,5	cortante
		127	229	203	3	2,2	26	50	100	1	3,05	0,6	78,5	cortante
16	2/0.5/1.5	152	254	221	1,5	1,19	34	30	60	0,5	3,17	0,54	39,3	flexão
	2/0.5/2.5	152	254	221	2,5	1,19	34	30	60	0,5	1,72	0,3	39,3	cortante
	2/0.5/3.5	152	254	221	3,5	1,19	34	30	60	0,5	1,34	0,23	39,3	flexão
	2/1.0/1.5	152	254	221	1,5	1,19	34	30	60	1	3,16	0,54	78,5	flexão
	2/1.0/2.5	152	254	221	2,5	1,19	34	30	60	1	1,79	0,31	78,5	flexão
	2/1.0/3.5	152	254	221	3,5	1,19	34	30	60	1	1,38	0,24	78,5	flexão
	4/0.5/1.5	152	254	221	1,5	2,39	34	30	60	0,5	4	0,69	39,3	cortante

	4/0.5/2.5	152	254	221	2,5	2,39	34	30	60	0,5	1,89	0,32	39,3	cortante
	4/0.5/3.5	152	254	221	3,5	2,39	34	30	60	0,5	1,47	0,25	39,3	cortante
	4/1.0/1.5	152	254	221	1,5	2,39	34	30	60	1	4,38	0,75	78,5	cortante
	4/1.0/2.5	152	254	221	2,5	2,39	34	30	60	1	2,45	0,42	78,5	cortante
	4/1.0/3.5	152	254	221	3,5	2,39	34	30	60	1	2	0,34	78,5	cortante
17	b1	152	229	197	2	1,34	29,1	30	60	0,5	2,5	0,46	39,3	cortante
	b2	152	229	197	2,8	1,34	29,1	30	60	0,5	1,75	0,32	39,3	cortante
	b3	152	229	197	3,6	1,34	29,1	30	60	0,5	1,5	0,28	39,3	cortante
	b4	152	229	197	4,4	1,34	29,1	30	60	0,5	1,26	0,23	39,3	flexão
	C1	152	229	197	2	1,34	29,9	30	60	0,75	2,83	0,52	58,9	cortante
	C2	152	229	197	2,8	1,34	29,9	30	60	0,75	2	0,37	58,9	cortante
	C3	152	229	197	3,6	1,34	29,9	30	60	0,75	1,58	0,29	58,9	flexão
	C4	152	229	197	4,4	1,34	29,9	30	60	0,75	1,36	0,25	58,9	flexão
	C5	152	229	200	2,8	0,79	29,9	30	60	0,75	1,23	0,22	58,9	flexão
	C6	152	229	197	2,8	2	29,9	30	60	0,75	2,16	0,4	58,9	cortante
	D1	152	229	197	2	1,34	30	30	60	1	3,09	0,56	78,5	flexão
	D2	152	229	197	2,8	1,34	30	30	60	1	2,16	0,39	78,5	flexão
	D3	152	229	197	3,6	1,34	30	30	60	1	1,68	0,31	78,5	flexão
	D4	152	229	197	4,4	1,34	30	30	60	1	1,46	0,27	78,5	flexão
	e1	152	229	200	2,8	0,79	20,6	30	60	1	1,15	0,25	78,5	flexão
	e2	152	229	197	2,8	1,34	20,6	30	60	0,75	1,5	0,33	58,9	cortante
	e3	152	229	197	2,8	2	20,6	30	60	0,75	2	0,44	58,9	cortante
	F1	152	229	200	2,8	0,79	33,4	30	60	0,75	1,53	0,27	58,9	flexão
	F2	152	229	197	2,8	1,34	33,4	30	60	0,75	2,5	0,43	58,9	flexão
	F3	152	229	197	2,8	2	33,4	30	60	0,75	2,86	0,5	58,9	cortante
21	5 type a	200	250	180	3,3	4,5	91,4	60	86	0,5	6,99	0,73	39,3	cortante
	6 type a	200	250	180	3,3	4,5	91,4	60	86	0,75	7,27	0,76	58,9	cortante
	3 type b	200	300	235	2,8	4,3	103,8	30	50	1	6,6	0,65	78,5	cortante
	7 type C	200	500	410	2,9	3	78,7	60	86	0,5	3,21	0,36	39,3	cortante
	8 type C	200	500	410	2,9	3	78,7	60	86	0,5	3,8	0,43	39,3	cortante
	9 type C	200	500	410	2,9	3	68,4	60	86	0,75	4,13	0,5	58,9	cortante
	10 type C	200	500	410	2,9	3	86	60	86	0,75	3,56	0,38	58,9	cortante
	4 type D	300	700	570	3	2,9	68,4	60	86	0,75	2,98	0,36	58,9	cortante

27	1.2/2	200	300	260	3,5	3,56	46,9	60	67	0,25	2,11	0,31	19,6	cortante
	1.2/3	200	300	260	3,5	3,56	43,7	60	67	0,51	2,31	0,35	40,0	cortante
	1.2/4	200	300	260	3,5	3,56	48,3	60	67	0,76	2,98	0,43	59,7	cortante
	2.2/2	200	300	260	1,5	1,81	41,2	60	67	0,25	5,38	0,84	19,6	cortante
	2.2/3	200	300	260	1,5	1,81	40,3	60	67	0,76	5,76	0,91	59,7	cortante
	2.3/2	200	300	262	2,5	1,15	40	60	67	0,25	1,57	0,25	19,6	cortante
	2.3/3	200	300	262	2,5	1,15	38,7	60	67	0,76	2,06	0,33	59,7	cortante
	2.4/2	200	300	260	2,5	1,81	40	60	67	0,25	2,07	0,33	19,6	cortante
	2.4/3	200	300	260	2,5	1,81	38,7	60	67	0,76	2,77	0,44	59,7	cortante
	2.6/2	200	300	260	4	1,81	41,2	60	67	0,25	1,58	0,25	19,6	cortante
	2.6/3	200	300	260	4	1,81	40,3	60	67	0,76	2,25	0,35	59,7	cortante
	20x30-sFrC-1	200	300	260	3,5	2,83	37,7	60	67	0,5	2,13	0,35	39,3	cortante
	20x45-sFrC-1	200	450	410	3,3	3,08	37,7	60	67	0,5	1,77	0,29	39,3	cortante
	20x60-sFrC-1	200	600	540	3,5	2,73	37,7	60	67	0,5	1,42	0,23	39,3	cortante
	t10x50-sFrC-1	200	500	460	3,4	2,8	37,7	60	67	0,5	1,84	0,3	39,3	cortante
	t15x50-sFrC-1	200	500	460	3,4	2,8	37,7	60	67	0,5	2,86	0,47	39,3	cortante
	t15x75-sFrC-1	200	500	460	3,4	2,8	37,7	60	67	0,5	2,81	0,46	39,3	cortante
	t15x100-sFrC-1	200	500	460	3,4	2,8	37,7	60	67	0,5	2,65	0,43	39,3	cortante
	20x30-sFrC-2	200	300	260	3,5	2,83	38,8	60	67	0,5	2,53	0,41	39,3	cortante
	20x50-sFrC-2	200	500	460	3,4	2,41	38,8	60	67	0,5	1,61	0,26	39,3	cortante
	20x60-sFrC-2	200	600	540	3,5	2,73	38,8	60	67	0,5	2,05	0,33	39,3	cortante
32	t10x50-sFrC-2	200	500	460	3,4	2,8	38,8	60	67	0,5	1,7	0,27	39,3	cortante
	t15x50-srFC-2	200	500	460	3,4	2,8	38,8	60	67	0,5	1,78	0,28	39,3	cortante
	t23x50-sFrC-2	200	500	460	3,4	2,8	38,8	60	67	0,5	2,74	0,44	39,3	cortante
	2	60	375	340	2	3,44	35	30	60	0,5	5,34	0,9	39,3	cortante
	3	60	375	340	2	3,44	33	30	60	0,75	4,43	0,77	58,9	cortante
	4	60	375	340	2	3,44	36	30	60	1	5,15	0,86	78,5	cortante
	5	60	375	340	2,5	3,44	36	30	60	1	3,78	0,63	78,5	cortante
	6	60	375	340	1,5	3,44	36	30	60	1	7,52	1,25	78,5	cortante

ANEXO II

Resultados dos ensaios com vigas de concreto armado sem fibras.

Ref. No.	beam	b_w , mm	h , mm	d , mm	a/d	ρ , %	$f'c$, MPa	v_u , MPa	$v_u / \sqrt{f'c}$	Ruptura
22	5	152	457	381	3,4	2,67	42,8	1,1	0,17	cortante
	6	152	457	381	3,4	2,67	42,8	1,1	0,17	cortante
6	FC1	152	610	558	1,6	2,12	60	1,8	0,23	cortante
	FC7	152	610	558	1,6	2,12	57	1,4	0,19	cortante
9	a00	150	250	219	2,79	1,92	41,2	1,2	0,19	cortante
	b00	150	250	219	2	1,92	41,2	1,5	0,24	cortante
14	FHb1-2	125	250	212	2	1,48	62,6	3,0	0,38	cortante
	FHb1-3	125	250	212	3	1,48	62,6	2,5	0,32	cortante
	FHb1-4	125	250	212	4	1,48	62,6	2,0	0,25	cortante
15		127	229	203	3	2,2	17,8	1,6	0,39	cortante
16	2/0/1.5	152	254	221	1,5	1,19	34	1,9	0,33	cortante
	2/0/3.5	152	254	221	3,5	1,19	34	1,2	0,2	cortante
	4/0/1.5	152	254	221	1,5	2,39	34	2,4	0,41	cortante
	4/0/3.5	152	254	221	3,5	2,39	34	1,0	0,18	cortante
17	a1	152	229	197	2	1,34	24,2	2,0	0,41	cortante
	a2	152	229	197	2,8	1,34	24,2	1,5	0,3	cortante
	a3	152	229	197	3,6	1,34	24,2	1,3	0,26	cortante
	a4	152	229	197	4,4	1,34	24,2	1,1	0,23	cortante
21	1 type a	200	250	180	3,3	4,5	90,9	5,9	0,61	cortante
	1 type b	200	300	235	2,8	4,3	97	6,0	0,61	cortante
	1 type C	200	500	410	2,9	3	79,1	2,2	0,24	cortante
27	1.2/1	200	300	260	3,5	3,56	44	1,7	0,26	cortante
	2.2/1	200	300	260	1,5	1,81	40,8	4,0	0,63	cortante
	2.3/1	200	300	262	2,5	1,15	40,1	1,5	0,24	cortante
	2.4/1	200	300	260	2,5	1,81	40,1	2,3	0,36	cortante
	2.6/1	200	300	260	4	1,81	40,8	1,4	0,23	cortante
	20x30-Plain-1	200	300	260	3,5	2,83	32,1	1,2	0,2	cortante
	20x60-Plain-1	200	600	540	3,5	2,73	32,1	1,0	0,18	cortante

	t15x100- Plain-1	200	500	460	3,4	2,8	32,1	1,7	0,29	cortante
28	i	305	610	546	2,8	1,84	39,4	1,2	0,19	cortante
29	s1	150	305	276	1,8	1,44	42,3	1,5	0,24	cortante
	s2	150	305	276	1,8	2,99	43,2	2,7	0,42	cortante
30	b51	175	250	210	4,5	4	38	1,8	0,29	cortante
	b61r	175	250	210	4,5	1,95	43	1,6	0,24	cortante
31	1tL-1	55	300	265	2	4,31	35,4	3,4	0,57	cortante
	1tL-2	55	300	265	3,4	4,31	33,6	1,3	0,22	cortante
	1tL-3	55	300	265	4,9	4,31	34,1	1,2	0,2	cortante
	2tL-1	55	300	265	2	2,76	36,5	2,5	0,41	cortante
	2tL-2	55	300	265	3,4	2,76	33,4	1,2	0,21	cortante
	2tL-3	55	300	265	4,9	2,76	36,1	1,1	0,18	cortante
	3tL-1	55	300	265	2	1,55	37,4	2,2	0,35	cortante
	3tL-2	55	300	265	3,4	1,55	32,8	1,0	0,18	cortante
	3tL3	55	300	265	4,9	1,55	33,8	1,0	0,18	cortante
32	1	60	375	340	2	3,44	32,8	3,1	0,54	cortante
33	1	305	546	457	4,7	2,54	32,1	1,3	0,23	cortante